

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

5/96

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'enseignement et de la recherche scientifique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Génie Industriel

*Mémoire de fin d'études  
En vue de l'obtention  
du diplôme d'Ingénieur d'Etat*

THEME

**ELABORATION D'UN MODELE DE  
PREVISION DE LA CHARGE  
ELECTRIQUE NATIONALE EN TEMPS  
REEL**

Proposé par :

Mr M.GHEZAILI  
( SONELGAZ )

Etudié par :

Mr M.T BOURBON  
Mr A.SENOUSI

Dirigé par :

Melle N.ABOUN  
Mr M.BOUZIANE

Promotion : Juin 1996

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'enseignement et de la recherche scientifique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Génie Industriel

*Mémoire de fin d'études*

*En vue de l'obtention*

*du diplôme d'Ingénieur d'Etat*

**THEME**

**ELABORATION D'UN MODELE DE  
PREVISION DE LA CHARGE  
ELECTRIQUE NATIONALE EN TEMPS  
REEL**

Proposé par :

Mr M.GHEZAILI

( SONELGAZ )

Etudié par :

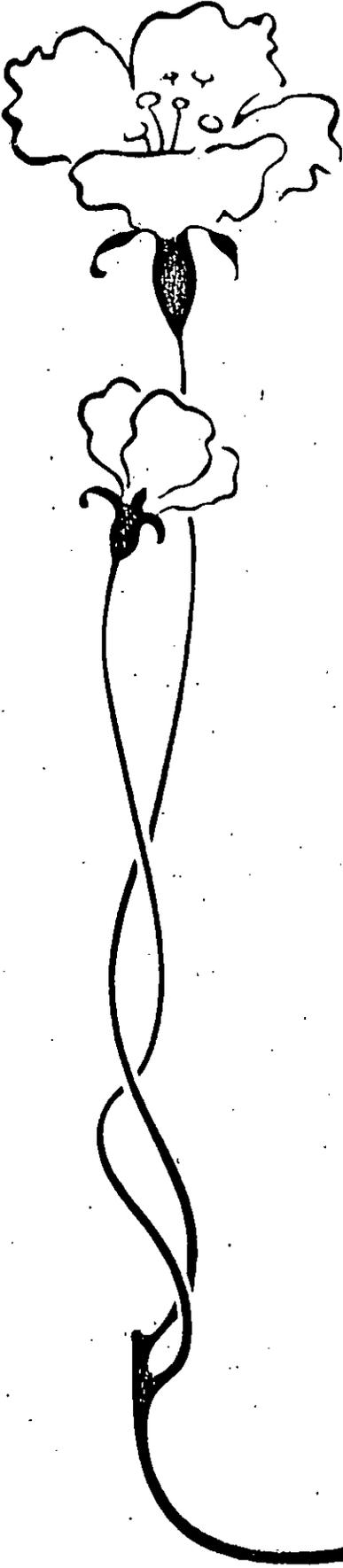
Mr M.T BOURBON

Mr A.SENOUSI

Dirigé par :

Melle N.ABOUN

Mr M.BOUZIANE

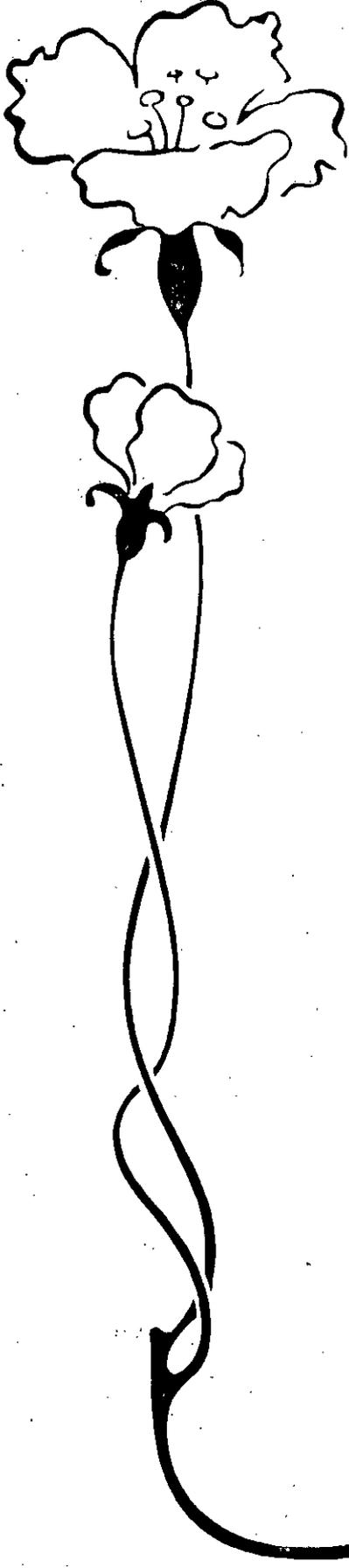


DEDICACES.

A ma mère.  
A ma mère.  
A ma mère.  
A mon frère Hocine.  
A mes soeurs.  
A toute ma famille.  
A tous mes amis.

Je dédie ce travail.

Mohammed Tahar.



## DEDICACES

A mes parents et mes grands parents qui  
mon soutenu et encouragé pendant mes  
études.

A mon frère.

A mes soeurs, particulièrement Djouhira.

A Djidda.

A toute ma famille.

A tous mes amis.

Je dédie ce travail.

Ahmed.



## REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à tous ceux qui nous ont aidé et soutenu lors de l'élaboration de ce travail; en particulier nos deux promoteurs M<sup>lle</sup> N.ABOUN et M<sup>eur</sup> M.BOUZIANE, qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde reconnaissance pour nous avoir orienté et encouragé.

Aussi, nous adressons nos remerciements à M<sup>eur</sup> M.GHEZAILI, le chef du Département Etude et Fonctionnement Réseaux, le personnel du département R.D. ( SONELGAZ ) et M<sup>eur</sup> F.DAOUD le Directeur du centre informatique de l'E.N.T.MV.

Nous ne saurions oublier le grand mérite de tous les enseignants qui ont contribué à notre formation, particulièrement ceux du département GENIE INDUSTRIEL, qu'ils trouvent ici l. témoignage de notre reconnaissance.



## SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	1
--------------------	---

### CHAPITRE I :

#### GENERALITES ET PROBLEMATIQUE

I.1. Généralités .....	3
I.1.1 Réseaux électriques.....	3
I.1.2 La gestion du réseau interconnecté.....	3
I.2. Problématique .....	5
I.2.1. Définition de la courbe de charge.....	5
I.2.2. Présentation du problème.....	7

### CHAPITRE II :

#### APPROCHE THEORIQUE

II.1. Séries chronologiques.....	9
II.1.1 Définition.....	9
II.1.2 Redressement préalable des chroniques.....	9
II.1.3 Analyse de la série chronologique.....	9
II.1.4 Typologie des chroniques.....	9
II.2 Méthodes de prévision.....	13
II.2.1 Les méthodes qualitatives.....	13
II.2.2 Les méthodes quantitatives.....	13
A. Les méthodes causales ou associatives.....	13
B. Les méthodes d'extrapolation statistique.....	13
1. Moyenne mobile simple.....	13
2. Moyenne mobile double.....	14
3. Lissages exponentiels .....	15
3.1. Lissage exponentiel simple.....	15
3.2. Lissage exponentiel double.....	16
4. Les méthodes de Holt et Winters.....	17
4.1. La méthode non saisonnière.....	17

4.2. La méthode saisonnière additive.....	17
4.3. La méthode saisonnière multiplicative.....	18
5. Le filtrage adaptatif.....	18
6. La méthode de Box et Jenkins.....	21
6.1. Processus aléatoire stationnaire.....	22
6.2. Processus gaussien stationnaire.....	22
6.3. Coefficient d'autocorrélation.....	22
6.4. Coefficient d'autocorrélation partiel.....	22
6.5. Les modèles de références.....	23
6.5.1 Modèles autoregressifs.....	23
6.5.2 Modèles moyennes mobiles.....	23
6.5.3 Modèles ARMA( p,q ).....	24
6.5.4 Modèles ARIMA( p,d,q ).....	24
6.5.5 Modèles SARIMA( p,d,q )( P,D,Q ).....	24
6.6. Identification d'un modèle expérimental.....	25
6.7. Estimation des paramètres du modèle identifié.....	26
6.8. Validation et vérification.....	26
6.9. Prévision.....	27
II.2.3 Mesures de la qualité d'une prévision.....	28
<b>CHAPITRE III :</b>	
<b>APPROCHE DE RESOLUTION</b>	
Introduction.....	30
III.1. Analyse statistique des données.....	30
III.2. Sélection d'une ( des ) méthode (s) de prévision.....	33
<b>CHAPITRE IV :</b>	
<b>APPLICATIONS ET RESULTATS NUMERIQUES</b>	
Introduction.....	37
IV.1. Application de la méthode Holt et Winters.....	37
IV.2. Application de la méthode de Box et Jenkins.....	38

1. Série jours ouvrables.....	39
1.1. Stationnarisation.....	39
1.2. Identification.....	39
1.3. Estimation.....	39
1.4. Validation.....	40
1.5. Prévision.....	43
2. Série jours semi ouvrables.....	43
2.1. Stationnarisation.....	43
2.2. Identification.....	46
2.3. Estimation.....	46
2.4. Validation.....	46
2.5. Prévision.....	47
3. Série jours fériés.....	48
3.1. Stationnarisation.....	48
3.2. Identification.....	48
3.3. Estimation.....	48
3.4. Validation.....	51
3.5. Prévision.....	53
IV.3. Interprétation des résultats de prévision.....	53
Conclusion.....	64
Bibliographie.....	
Annexes.....	

## INTRODUCTION

Depuis quelques années, il est accordé une attention de plus en plus importante à l'amélioration de la prise de décision. L'un des aspects de cette amélioration consiste à distinguer et à circonscrire les différents éléments qui composent le processus de prise de décision pour pouvoir les maîtriser individuellement et globalement.

La prévision est identifiée comme étant l'un des éléments clés de ce processus. De ce fait, il s'est avéré nécessaire d'intégrer des procédures formalisées de prévision.

Pour répondre à une telle nécessité, plusieurs méthodes de prévision ont été développées. Un choix entre ces méthodes exige la connaissance des caractéristiques fondamentales de chacune d'elles.

Le recours à la prévision se manifeste dans différentes activités, entre autres dans la gestion de l'énergie électrique.

En effet, l'énergie électrique n'est pratiquement pas stockable directement sous forme d'électricité. On ne peut l'emmagasiner que dans un accumulateur, l'emploi de cet appareil ne peut cependant pas être étendu hors des cas très particuliers où l'on a besoin de retenir une petite quantité d'énergie pendant quelques minutes. Le stockage sous forme d'énergie (chimique, dans des accumulateurs, ou potentiel, dans un réservoir hydraulique) se heurte à la faible densité d'énergie stockée et au faible rendement de la double transformation nécessaire.

On peut remédier à l'impossibilité de stockage en réalisant un équilibre permanent dans le réseau entre la production et la consommation.

Pour ce faire, un modèle de prévision de la charge électrique national en " temps réel " s'impose.

C'est dans ce cadre que s'inscrit la présente étude que nous avons structurée comme suit :

Le premier chapitre comprend des généralités sur les réseaux électriques de la SONELGAZ, et particulièrement le réseau national interconnecté, suivi d'un aperçu sur la gestion de ce réseau. Nous donnons ensuite une définition de la courbe de charge journalière ainsi que ses caractéristiques. Enfin, nous positionnons notre problème.

Dans le deuxième chapitre, nous exposons la partie théorique composée d'une description des séries chronologiques et des méthodes de prévision.

Le troisième chapitre traite de l'approche de résolution. Celle-ci comporte un classement de données ainsi que la sélection des méthodes appropriées à notre problème en se basant sur des critères de choix.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'application des méthodes sélectionnées et à la validation du modèle.

En fin, et pour conclure, nous mettons en relief à travers les résultats obtenus l'apport du présent travail.

# GENERALITES ET PROBLEMATIQUE

## I. GENERALITES :

### I.1 RESEAUX ELECTRIQUES :

Le réseau électrique national est constitué d'un réseau nord interconnecté et de plusieurs réseaux isolés dans le sud.

#### I.1.1 LE RESEAU NORD INTERCONNECTE :

Les caractéristiques essentielles du réseau nord interconnecté sont pour l'année 1992 :

- Production	16372	GWH	( Giga Watt Heur )
- Puissance appelée nationale	2911	MW	( Mega Watt )
- Puissance installée	4911	MW	( Mega Watt )
- Longueurs réseaux haute	11109	km	

## 2. LES RESEAUX ISOLEES DU SUD :

La spécificité du sud algérien ( distances importantes entre localités ) a conduit tout naturellement au développement de la production autonome. Cependant, dès que la croissance rapide de la demande s'est confirmée, la nécessité de réaliser des interconnexions s'est vite imposée. La démarche consiste à éliminer là où cela est possible les micro-centrales Diesel , et à raccorder ce réseau au centre de production le plus proche. La puissance totale installée est de 225 MW, pour une production de 377 GWH.

Seul le réseau national interconnecté, représentant environ 96 % ,est concerné par cette étude .

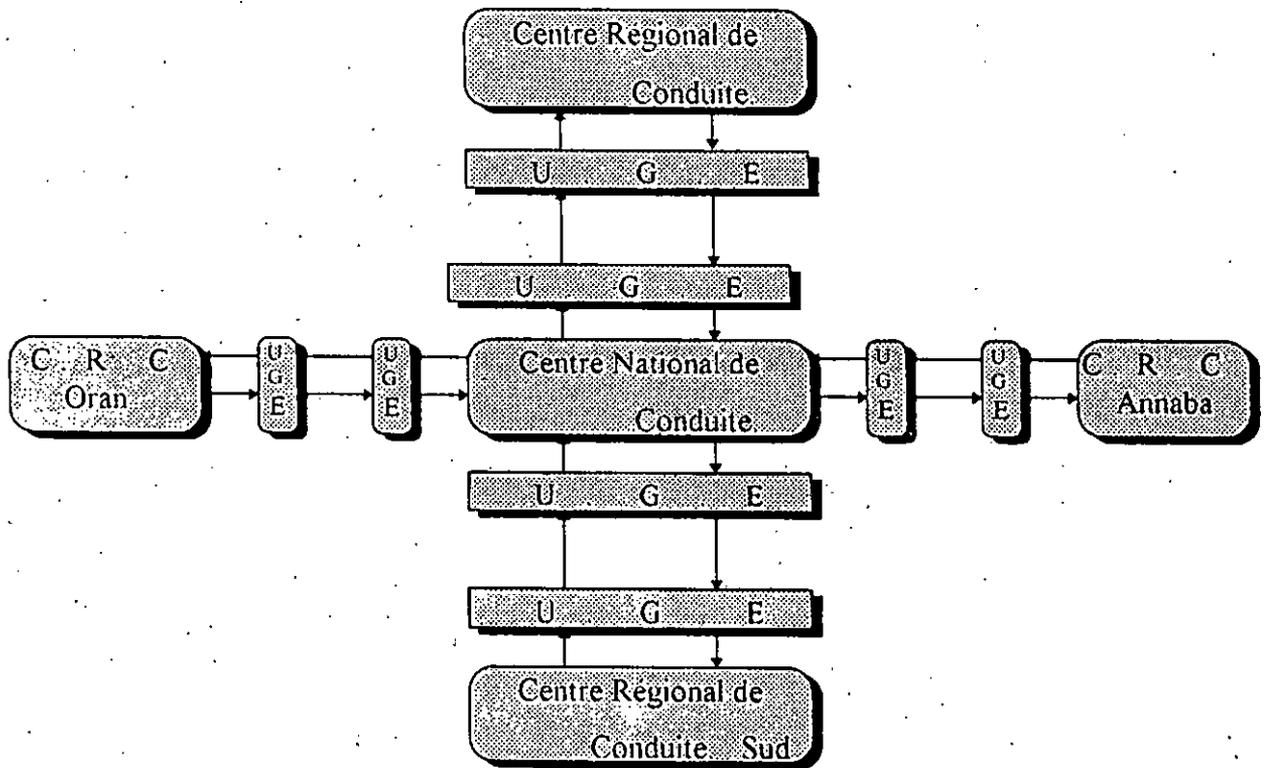
### I.2 LA GESTION DU RESEAU INTERCONNECTE :

La conduite et la gestion du système de production et de transport de l'électricité de la SONELGAZ, sont actuellement assurées par quatre Centres Régionaux de Conduite ( C.R.C ) appelés aussi dispatchings régionaux ( Alger, Annaba, Oran, sud ). Ces ( C.R.C ) sont ordonnés par un Centre National de Conduite ( C.N.C ) ou dispatching national situé à Alger.

les informations concernant la conduite du réseau ( production, consommation, transits, échanges inter-régionaux et internationaux ,...) sont acheminées par voie téléométrique vers le (C.R.C ) ou un traitement préalable est fait pour assurer une conduite locale.

Ces mêmes informations sont acheminées vers le ( C.N.C ) ou résident l'ensemble des modèles de calcul de réseaux ( Figure I.1 ). Les résultats des simulations sont visualisés au niveau du (C.N.C) sur des périphériques (terminaux , synoptiques , ...) pour être exploités par les dispatchers et parallèlement transmis aux ( C.R.C ).

Chaque point de fonctionnement ( où état ) du réseau est examiné tous les quarts d'heure environ. L'acquisition en cours de calcul ou de simulation concerne toujours l'état du réseau pendant le quart d'heure précédent .



U.G.E : Unité de gestion et d'échange.

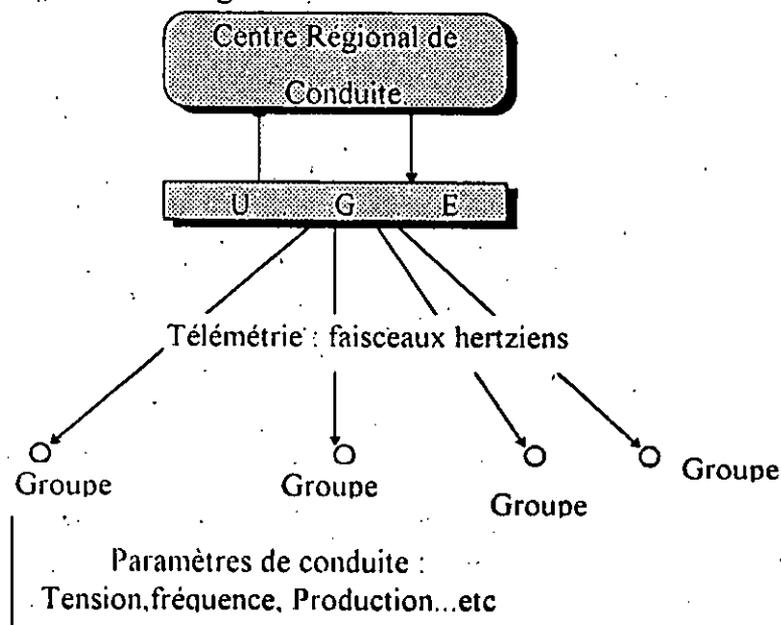


Figure I.1

## II. PROBLEMATIQUE :

Dans le cadre de la conduite des réseaux production et transport de l'électricité, le problème de marche des centrales électriques est élaboré en fonction des puissances appelées (ou charges électriques). Ces charges sont à caractère aléatoire, leur évolution définit des courbes appelées "courbes de charge".

### II.1. DEFINITION DE LA COURBE DE CHARGE :

C'est une courbe sur laquelle est représentée la puissance demandée ou l'énergie consommée par les utilisateurs en fonction du temps.

Une étude descriptive de la courbe de charge a montré :

- Qu'elle varie en fonction du jour qu'il s'agisse d'un jour ouvrable ou d'un jour férié.
- Qu'elle varie en fonction des saisons. Par exemple, la courbe de charge d'un jour ouvrable de l'hiver est considérablement différente d'un même jour ouvrable de l'été. On constate un décalage horizontal et vertical des pointes et des creuses.

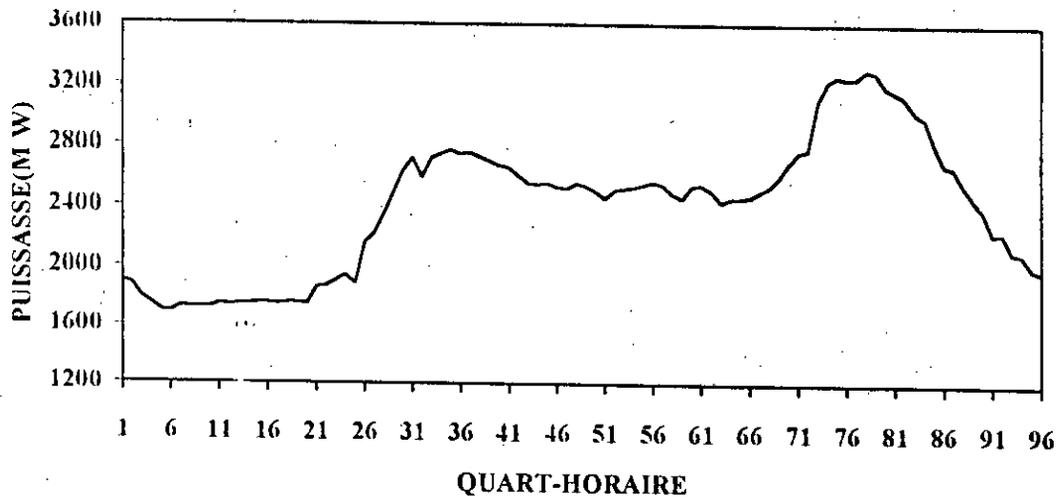


Figure I.2

- Les niveaux de consommation sont très variables, accusant un écart très important (de l'ordre de 30% ) entre une heure de pointe et une heure creuse comme le montre la figure I.2

Ces variations engendrent sans aucun doute un déséquilibre entre la production et la consommation d'énergie, déséquilibre qu'il faut minimiser autant que possible, pour :

### *1. Une meilleure qualité de service :*

Les consommateurs n'exigent pas seulement d'être raccordés au réseau, mais que l'alimentation doit avoir certaines qualités, la plus importante est l'absence des interruptions et des variations de tension.

Pour satisfaire ce besoin, il faut :

- Maintenir la stabilité du réseau et éviter que les surcharges de certains groupes ou ligne ne provoquent pas une perte de synchronisme [PEL-71]

- Faire face aux pannes de matériels de production et de transport.

On conçoit que, dans ce domaine, la perfection ne puisse exister. On ne peut jamais avoir la garantie qu'une coupure ou une variation de tension ne se produise pas car la continuité de l'alimentation dépend globalement d'une part, de la disponibilité de certaines conditions sur les éléments composants du système électrique (centrales, lignes, transformateurs, ...etc.) ; et d'autre part, de la superposition aléatoire des consommations individuelles, influencées elles-mêmes par des facteurs climatiques, conjoncturels. etc.

Dans cet univers de probabilités, la qualité ne peut s'exprimer de manière entièrement significative qu'en termes de probabilités.

### *2. Une minimisation des coûts [PEL-71] :*

Ces coûts sont classés comme suit :

#### 2.1 Les coûts des moyens de production engagés :

D'après la nature de la source qui fournit l'énergie électrique nécessaire, on distingue :

- Les centrales thermiques :

Elles utilisent l'énergie calorifique contenue dans les combustibles .

- Les centrales hydrauliques :

Elles utilisent l'énergie cinétique de l'eau que ce soit dans les chutes naturelles ou artificielles.

Ces moyens de production nécessitent des frais proportionnels à la quantité d'énergie produite. Ces frais résident principalement dans le coût du combustible. Les dépenses sont celles d'exploitation : personnel, entretien du matériel, ...etc.

A tout moment, le coût total sera minimal si tous les groupes qui ne produisent pas leur puissance maximale fonctionnent à une puissance tel que leurs coûts marginaux de production soient égaux [PEL-71].

### 2.2. Coût de perte dans les réseaux :

Ce coût est généralement négligeable devant les charges des groupes [PEL-71].

En effet, distribuer une énergie au moindre coût signifie maîtriser les techniques de prévision de la charge tout en évitant les démarrages et arrêts coûteux et unitils des moyens de production.

Actuellement, à la SONELGAZ les prévisions de charges sont élaborées à partir des méthodes empiriques. Ces méthodes semblent être dépassées pour un réseau devenu de plus en plus exigeant.

## **II.2. PRESENTATION DU PROBLEME :**

Dans l'objectif de minimiser l'écart entre la prévision et la réalisation par le jeu d'un ajustement optimal des moyens de production à la consommation, et par suite assurer une sécurité du réseau de transport, ainsi qu'une meilleure garantie de la qualité de service à un coût minimal et dans les meilleures conditions de fiabilité.

Il est prévu le développement d'un modèle de prévision de la charge électrique nationale, appelé à tourner en temps réel. Le modèle:

- Doit être basé sur des méthodes fiables.
- Doit être adéquat avec le système d'analyse des réseaux électriques existant, constituant un package régissant la conduite du réseau.

- Doit être accessible à tous les utilisateurs.
- Doit être rapide en temps de calcul.
- Doit illustrer graphiquement, la comparaison des courbes de charge, prévisionnelles et réalisées

Après avoir défini et bien cerné le problème, une étude de l'état de l'art des séries chronologiques et des méthodes de prévision s'impose.

## APPROCHE THEORIQUE

### NOTATIONS

- $(X_t)$  : La série chronologique initiale.
- $(X'_t)$  : La série lissée à partir de  $(X_t)$ .
- $(X''_t)$  : La série lissée à partir de  $(X'_t)$ .
- $\hat{X}_t(h)$  : La prévision faite à la date  $t$ .
- $L$  : L'opérateur retard.
- $d$  : Nombre de différences successives.
- $D$  : Nombre de différences saisonnières.
- $p$  : L'ordre du modèle autorégressif.
- $q$  : L'ordre du modèle moyenne mobile.
- $P$  : L'ordre du modèle autoregressif saisonnier.
- $Q$  : L'ordre du modèle moyenne mobile saisonnier.
- $s$  : Indice de saisonnalité.
- $\phi$  : Paramètre du modèle autoregressif d'ordre  $p$ .
- $\theta$  : Paramètre du modèle moyenne mobile d'ordre  $q$ .
- $\Phi$  : Paramètre du modèle autoregressif saisonnier d'ordre  $P$ .
- $\Theta$  : Paramètre du modèle moyenne mobile saisonnier d'ordre  $Q$ .

## II.1 : LES SERIES CHRONOLOGIQUES :

### II.1.1 : DEFINITION :

Les chroniques que l'on appelle encore séries temporelles, ou séries chronologiques, correspondent à une série d'observations effectuées au cours de périodes ou à des instants donnés et qui sont ordonnées selon les dates d'observation.

Avant toute étude d'une chronique, à des fins de prévision, il convient tout d'abord de redresser la série, il faut en suite analyser la série redressée pour voir à quel type de série elle correspond; il faudra ensuite sélectionner une technique de prévision.

### II.1.2 REDRESSEMENT PREALABLE DES CHRONIQUES :

Préalablement, à toute analyse d'une chronique, il convient dans bien des cas de procéder à un traitement de la chronique, à moins que les moyens d'enregistrement des données ne rendent cette précaution inutile. Il s'agit, en effet, d'éliminer les perturbations importantes dont l'origine est parfaitement connue, pour pouvoir rechercher les stabilités significatives des chroniques étudiées.

Un examen de la présentation graphique peut mettre en évidence des observations particulières qu'il est parfois préférable de modifier.

- Le premier cas est celui des valeurs aberrantes.
- Le deuxième cas est celui des données hétérogènes [ GIA-93 ].

### II.1.3. ANALYSE DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE [ BEN-89 ] :

Pour analyser une série chronologique, trois approches générales peuvent être envisagées.

- La première consiste à ajuster à la chronique un modèle déterministe.
- Dans la seconde, on suppose que l'observation  $X_t$  se déduit des précédentes.
- La troisième fait intervenir des variables exogènes autres que le temps pour expliquer la chronique étudiée. Cette approche est celle de l'économétrie

### II.1.4 TYPOLOGIE DES CHRONIQUES : [ BEN-89 ]

On peut décomposer les méthodes les plus complexes en trois composantes :

- Une composante tendancielle, appelée encore trend, que l'on notera  $f_t$ .
- Une composante saisonnière, que l'on notera  $C_t$ .
- Une composante aléatoire appelée perturbation ou terme résiduel, que l'on note  $\varepsilon_t$ .

**A.COMPOSANTE TENDANCIELLE :**

Elle est de nature déterministe et est décrite par une fonction continue et dérivable dans laquelle le temps est la seule variable explicative. La composante tendancielle exprime la tendance d'un phénomène sur une longue période, et c'est elle qui est susceptible de faire l'objet d'une approche de type causale, c'est à dire d'être expliquée par un modèle économétrique dans lequel la variable étudiée dépend d'une ou de plusieurs variables.

Cette composante est, le plus souvent, décrite par une fonction polynomiale en  $t$ , de degré  $n$ , ( avec  $n=1$  ou  $n=2$ , mais plus rarement  $n > 2$  )

$$f_t = a \cdot t + b \quad \text{ou}$$

$$f_t = a t^2 + b t + c. \quad \text{où } a, b, c : \text{ constantes.}$$

On utilise également assez souvent la fonction puissance pour décrire les évolutions de type exponentiel :

$$f_t = f_0 \beta^{a \cdot t}$$

ou

$$f_t = f_0 \cdot e^{b \cdot t}$$

Pour certaines chroniques, on utilise encore des lois comme :

$$f_t = a / (b + e^{at}).$$

**B.COMPOSANTE SAISONNIERE:**

Elle est due à des facteurs exogènes apparaissant de façon régulière. Les variations saisonnières peuvent intervenir de plusieurs façons dans les valeurs observées et ne sont pas nécessairement constantes. En outre, une même chronique peut être soumise à plusieurs variations saisonnières de périodes éventuellement différentes.

Les variations enlèvent toute signification à la comparaison directe entre deux observations consécutives afin d'en déduire une interprétation sur la tendance.

**C. COMPOSANTE ALEATOIRE :**

Sa caractéristique est d'être non déterministe, car en fait la composante aléatoire, à laquelle se résument certaines chroniques, peut correspondre à des processus aléatoires de nature bien différente.

- Processus purement aléatoire.
- Processus aléatoire dont les paramètres varient au cours du temps
- Processus stationnaire.

**D. COMBINAISON DES COMPOSANTES D'UNE CHRONIQUE :**

Les différentes composantes d'une chronique, peuvent se combiner soit de façon additive, soit de façon multiplicative. Toutes les combinaisons sont à priori possibles mais en réalité trois d'entre elles seulement sont utilisées en pratique.

$$\bullet X_t = f_t + C_t + \varepsilon_t \quad (\text{modèle 1})$$

$$\bullet X_t = f_t C_t \varepsilon_t \quad (\text{modèle 2})$$

$$\bullet X_t = (f_t + C_t) \varepsilon_t \quad (\text{modèle 3}).$$

Le modèle 1 est dit modèle additif, et le modèle 2 modèle, multiplicatif.

## II.2. METHODES DE PREVISION :

### INTRODUCTION :

Le thème central de la prévision étant l'hypothèse selon laquelle on peut trouver un certain événement futur à partir de ce qui s'est passé auparavant; les méthodes qui permettent ce préjugement ont considérablement évolué ces derniers temps. Le développement des approches scientifiques, la concurrence et la complexité croissante expliquent ces progrès dans la théorie et la pratique.

Les méthodes de prévision peuvent être classées en deux familles principales :

- Les premières sont de nature prospective; le plus souvent développées par les spécialistes du marketing, elles consistent à prévoir de façon déductive, ou expérimentale.
- Les secondes s'appuient sur des modèles plus ou moins sophistiqués d'extrapolation statistique ou de corrélation, recherchant dans les données passées des lois de comportement qui sont ensuite projetées sur l'avenir.

### II.2.1. LES METHODES QUALITATIVES : [BAG-91]

#### A. LES METHODES CAUSALES OU ASSOCIATIVES :

Les méthodes causales constituent une première sous famille des méthodes quantitatives. Elles supposent l'établissement, sur la base des données passées d'une relation entre la variable à prévoir (variable expliquée ou endogène) et une ou plusieurs autres variables (variables explicatives, exogènes). Cette relation s'appuie sur un modèle explicatif, les plus connus sont les modèles économétriques qui sont des systèmes d'équations reliant la variable à étudier à d'autres variables.

#### B. LES METHODES D'EXTRAPOLATION STATISTIQUE :

Elles sont généralement utilisées pour la prévision à court terme et consistent à déterminer l'avenir à partir de l'analyse des séries chronologiques du passé. Les plus utilisées et les plus connues, sont : les moyennes mobiles, les lissages exponentiels, la méthode de Holt et Winters, le filtrage adaptatif et la méthode de Box et Jenkins.

#### 1. MOYENNE MOBILE SIMPLE [WHE-83] :

Cette méthode consiste à prendre la moyenne arithmétique des  $n$  dernières valeurs pour établir la prévision. A chaque nouvelle période, la valeur la plus ancienne est remplacée par la

plus récente ( d'où le terme mobile ), cette méthode est appliquée dans le cas où la série ne présente ni tendance ni saisonnalité.

La prévision est donnée par la formule suivante :

$$\hat{X}_t(h) = \hat{X}_t(1) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} X_{t-i}$$

## 2. MOYENNE MOBILE DOUBLE [WHE-83] :

Cette méthode est utilisée dans le cas d'une évolution tendancielle. Le principe est d'appliquer la moyenne mobile simple à la série observée.

$$X'_t(h) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} X_{t-i} \quad t: n, \dots, N.$$

On applique une seconde fois la moyenne mobile simple à la série lissée. La moyenne mobile obtenue est appelée moyenne mobile double.

$$X''_t(h) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} X'_{t-i}$$

$$a_t = 2\hat{X}'_t - X''_t$$

$$b_t = \frac{2}{n-1} (X'_t - X''_t)$$

La prévision est donnée par :

$$\hat{X}_t(h) = a_t - h b_t$$

Deux limitations majeures ont conduit les utilisateurs à remplacer les moyennes mobiles par les lissages exponentiels.

- La première est que, pour calculer la prévision il est nécessaire de stocker les dernières opérations, ce qui est relativement coûteux en terme de stockage.
- La deuxième est que les moyennes mobiles donnent un poids égal à toutes les observations, ce qui n'est pas le cas en réalité, puisque les observations les plus récentes contiennent plus d'information sur l'avenir.

**3. LES LISSAGES EXPONENTIELS [GOU-90]:**

Le lissage exponentiel est une généralisation d'une moyenne mobile; le principe repose sur une idée simple : on suppose que les observations influencent d'autant moins la prévision qu'elles sont éloignées de la date à laquelle on fait la prévision, c'est-à-dire on suppose que cette influence décroît exponentiellement.

**3.1. LE LISSAGE EXPONENTIEL SIMPLE [GOU-80]:**

Il est utilisé lorsqu'on dispose d'une série qui n'est soumise qu'à une variation accidentelle. La prévision est donnée par la formule suivante :

$$\hat{X}_T(h) = \alpha \cdot \sum_{j=0}^T (1 - \alpha)^j X_{T-j} \quad \alpha = C^{Te}$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$\hat{X}_T(h) = \hat{X}_T(1) = (1 - \alpha)\hat{X}_{T-1} + \alpha\hat{X}_T \quad \dots\dots\dots (*)$$

La prévision apparaît comme une moyenne pondérée entre la prévision à la date T-1 et la dernière observation .

l' equation ( \* ) peut être écrite comme suit :

$$\hat{X}_T(h) = \hat{X}_T + \alpha(\hat{X}_T - \hat{X}_{T-1})$$

La prévision à la date T apparaît comme étant la prévision à la date T-1 corrigée d'un terme proportionnel à la dernière erreur de prévision.

**• Choix de la constante :**

Le lissage exponentiel repose sur le choix de la constante  $\alpha$ . Il existe plusieurs méthodes pour la détermination de  $\alpha$ , la plus utilisée est la méthode des moindres carrés.

Les erreurs de prévision pour un horizon h sont déterminées par la formule :

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T-h} [X_{t+h} - \hat{X}_{t+h}]^2$$

Il est évident que lorsque  $\alpha$  est proche de 1, la prévision devient souple, c'est à dire plus sensible à l'erreur commise sur la prévision précédente. Par contre quand  $\alpha$  est proche de zéro, la prévision devient rigide c'est-à-dire ne contient qu'un faible ajustement résultant de l'erreur sur l'ancienne prévision.

### 3.2. LISSAGE EXPONENTIEL DOUBLE [BEN-89]:

On a vu que le lissage exponentiel simple s'adapte au cas où la série pourrait être assimilée à une droite horizontale. Le lissage exponentiel double est utilisée au cas où la série présente une tendance linéaire.

$$X_t = a_t + b + \varepsilon_t$$

Soit la série obtenue par lissage simple sur la série initiale :

$$X_t = \sum_{i=1}^T \alpha(1-\alpha)^{i-1} [a_{T-i} + b + \varepsilon_t]$$

si T est suffisamment grand:

$$X'_t \approx a_t + b + a_t \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} + \varepsilon_t$$

On constate que la série lissée est décalée d'un terme constant c par rapport à la série initiale. Soit :

$$X'_t = X_t + c + \varepsilon_t \quad \dots \quad (1).$$

$$X''_t = X'_t + c + \varepsilon'_t \quad \dots \quad (2).$$

$$(1) - (2) \Rightarrow X'_t - X''_t = X_t - X'_t + \varepsilon_t - \varepsilon'_t \\ = 2X'_t - X''_t - \varepsilon_t + \varepsilon'_t$$

L'estimation de la tendance est donnée par :

$$\hat{f}_t = 2X'_t - X''_t.$$

et celle du coefficient directeur ( la pente de la droite ) par :

$$\hat{a}_t = \alpha(X'_t - X''_t) / (1 - \alpha)$$

Donc la prévision à l'horizon h est obtenue par la formule suivante :

$$\hat{X}_t(h) = 2 \cdot \hat{X}'_t - \hat{X}''_t + h \cdot \hat{a}_t$$

Pour appliquer cette formule il faut définir :  $\hat{X}'_0$  et  $\hat{X}''_0$

Le choix de la constante est effectuée de la même façon que pour le lissage simple

#### 4. LES METHODES DE HOLT ET WINTERS :

##### 4.1.1. LA METHODE NON SAISONNIERE [GOU-90]:

Cette méthode est une généralisation de la méthode de lissage exponentiel double qui porte directement sur la formule :

$$\begin{aligned}\hat{f}_t &= (1 - \alpha) \cdot X_t + \alpha[\hat{f}_{t-1} + \hat{a}_{t-1}] & 0 < \alpha < 1. \\ \hat{a}_t &= (1 - \gamma)[\hat{f}_t - \hat{f}_{t-1}] + \gamma \hat{a}_{t-1} & 0 < \gamma < 1.\end{aligned}$$

- La tendance s'interprète comme une moyenne pondérée de deux informations : l'observation à l'instant  $t$  et la prévision faite à la période  $t-1$ .
- Le coefficient  $a_t$  s'interprète comme une moyenne pondérée de deux informations : la différence entre les tendances estimées aux périodes  $t, t-1$ .
- Pour utiliser ces formules il faut initialiser  $\hat{f}_t$  et  $\hat{a}_t$  et en général

$$\hat{f}_2 = X_2 \quad \text{et} \quad \hat{a}_2 = X_2 - X_1.$$

La prévision à la date  $T$  pour un horizon  $h$  est donnée par :

$$\hat{X}_T(h) = \hat{f}_T + h \cdot \hat{a}_T.$$

Cette méthode est plus flexible que la méthode du lissage exponentiel double dans la mesure où elle fait intervenir deux constantes  $\alpha$  et  $\gamma$  au lieu d'une seule. La contrepartie de cette flexibilité est évidemment d'avoir à choisir ces deux constantes.

##### 4.2. METHODE SAISONNIERE ADDITIVE [GOU-90]:

On suppose que la série est de la forme suivante :

$$X_t = f_t + C_t + \varepsilon_t.$$

L'estimation des paramètres  $\hat{f}_t, \hat{a}_t, \hat{C}_t$  est donnée par les formules :

$$\begin{aligned}\hat{f}_t &= (1 - \alpha)(X_T - \hat{C}_{t-s}) + \alpha[\hat{f}_{t-1} + \hat{a}_{t-1}] & 0 < \alpha < 1 \\ \hat{a}_t &= (1 - \gamma)[\hat{f}_t - \hat{f}_{t-1}] + \gamma \hat{a}_{t-1} & 0 < \gamma < 1. \\ \hat{C}_t &= (1 - \delta) \cdot [X_t - \hat{f}_t] + \delta \hat{C}_{t-s} & 0 < \delta < 1.\end{aligned}$$

$s$  : La saisonnalité.

La prévision est donnée par :

$$\begin{aligned}\hat{X}_T(h) &= \hat{f}_T + h \hat{a}_h + \hat{C}_{T+h-s} & \text{si } 1 \leq h \leq s. \\ \hat{X}_T(h) &= \hat{f}_T + h \hat{a}_h + \hat{C}_{T+h-2s} & \text{si } s \leq h \leq 2s.\end{aligned}$$

Pour utiliser ces formules, il faut disposer des valeurs initiales de  $\hat{C}_t$ ,  $\hat{a}_t$  et  $\hat{f}_t$  qui dépendent de  $s$ .

$f_t =$  moyenne de  $s$  premières observations Pour  $T=0$ .

$a_t = 0$  Pour  $T=0$ .

$C_t =$  (moyenne des  $s$  premières observations  $-X_t$ ). pour  $T = 1, \dots, s$

**4.3. LA METHODE SAISONNIERE MULTIPLICATIVE [GOU-90]:**

Si la série est modélisée comme suit :

$$X_t = (a_t + b) \cdot C_t + \varepsilon_t.$$

Les estimations des paramètres  $\hat{f}_t, \hat{a}_t, \hat{C}_t$  sont données par :

$$\hat{f}_t = (1 - \alpha)X_t / \hat{C}_t + \alpha[(\hat{f}_{t-1} + \hat{a}_{t-1})] \quad 0 < \alpha < 1.$$

$$\hat{a}_t = (1 - \gamma)[\hat{f}_t - \hat{f}_{t-1}] + \gamma \hat{a}_{t-1} \quad 0 < \gamma < 1.$$

$$\hat{C}_t = (1 - \delta) \cdot X_t / \hat{f}_t + \delta \hat{C}_{t-s} \quad 0 < \delta < 1.$$

La prévision est donnée par :

$$\hat{X}_T(h) = [\hat{f}_T + h \hat{a}_T] \hat{C}_{T+h-s} \quad \text{si } 1 \leq h \leq s.$$

$$\hat{X}_T(l) = [\hat{f}_T + h \hat{a}_T] \hat{C}_{T+h-2s} \quad \text{si } s \leq h \leq 2s.$$

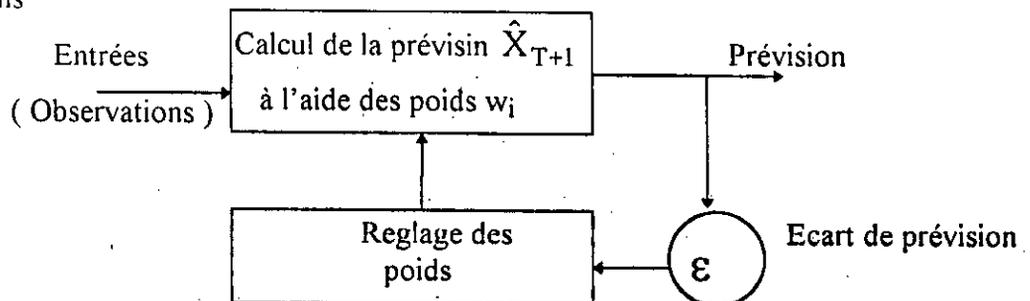
L'initialisation des variables  $\hat{f}_t, \hat{a}_t, \hat{C}_t$  est la même que pour la méthode additive.

**5. METHODE DE FILTRAGE ADAPTATIF [WHE-83] :**

Le principe général de la méthode reste le même que celui des moyennes mobiles et lissages exponentiels, qui est fondé sur l'idée qu'on peut faire une prévision en utilisant une somme pondérée des observations passées; ceci peut s'exprimer mathématiquement par :

$$X_t = \sum_{i=1}^N w_i X_{t-i+1}$$

Mais le filtrage adaptatif est une nouvelle approche pour affecter les poids appropriés aux observations



• Réglage des poids

Le procédé d'adaptation des poids se compose de quatre étapes. On suppose qu'on dispose de N observations, il faut d'abord initialiser le nombre N de pondération et le coefficient d'apprentissage K. On choisit  $K = 1/N$ .

1ère étape :

Calcul de la prévision par la formule suivante :

$$\hat{X}_T(1) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot X_{T-i+1} \quad \text{et}$$

$$H = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_{T-i+1}^2}$$

2ème étape :

Calcul de l'erreur de prévision :

$$\varepsilon_{t+1} = X_{t+1} - \hat{X}_t(1).$$

3ème étape :

Sur la base de l'écart calculé, on ajuste les poids à l'aide de la formule suivante :

$$w'_i = (w_i + 2 \cdot K \cdot \varepsilon_{t-i+1} X_{t-i+1}) / H^2 \quad i = 1, \dots, N.$$

- $w'_i$  : Nouveau poids pour l'observation  $i$ .
- $w_i$  : Ancien poids pour l'observation  $i$ .
- $K$  : Coefficient d'apprentissage.
- $\varepsilon_{t+1}$  : L'erreur de la prévision pour la période  $t+1$ .
- $X_{t-i+1}$  : Valeur observée de la période  $t-i+1$ .

4ème étape :

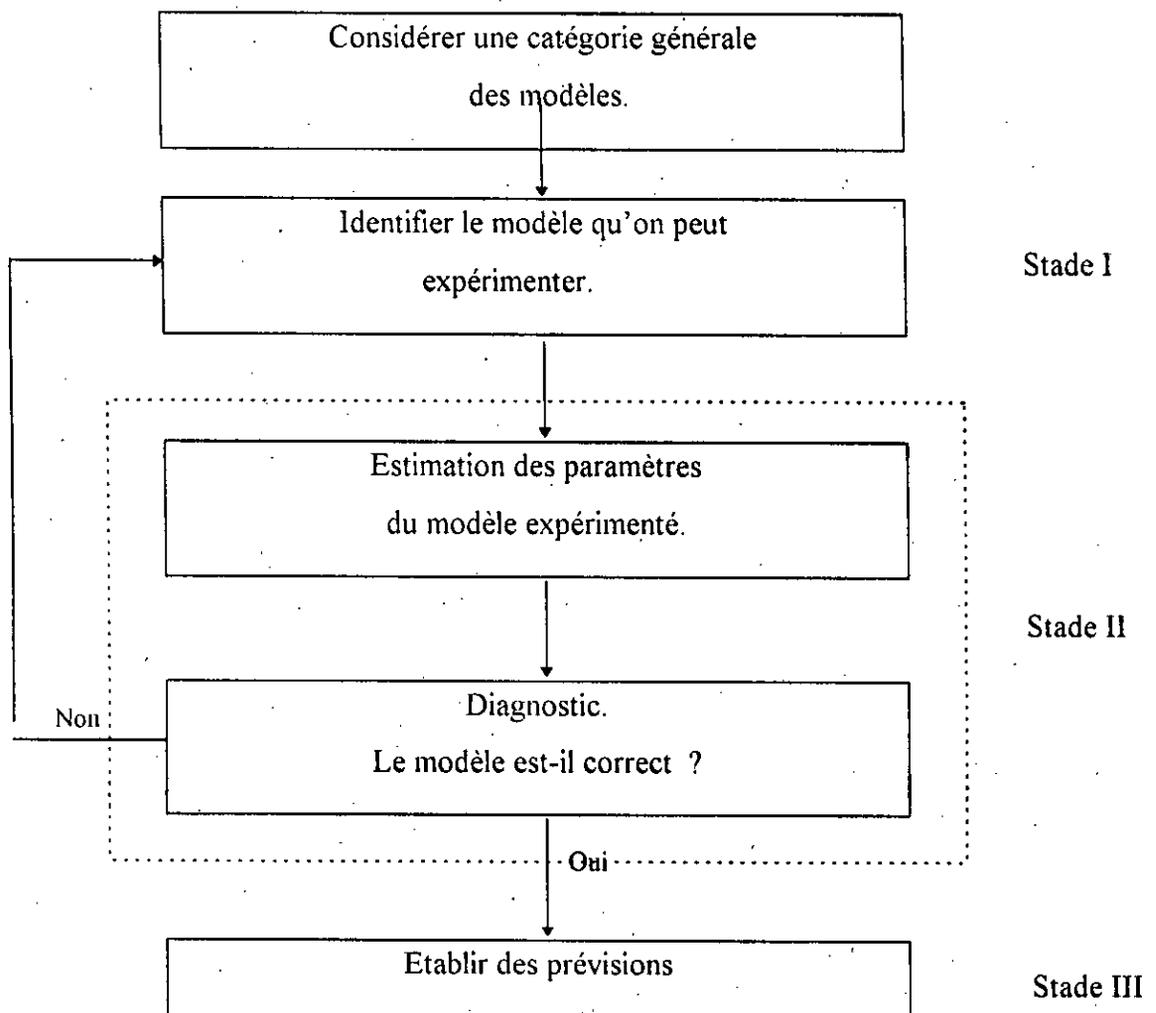
On fait la même chose pour la prévision suivante avec les nouvelles pondérations calculées à l'étape 3. On élimine l'observation la plus ancienne pour en introduire une nouvelle, et dans la phase de réglage, on réajuste les poids chaque fois qu'une nouvelle prévision est obtenue. Lorsqu'il ne reste que N observations, on fait la prévision pour la période  $(t+1)$ .

Cette méthode est sans doute beaucoup plus puissante que les méthodes : moyenne mobile (simple, double), lissage exponentiel (simple, double), surtout pour les séries horizontales. Mais aussi bien compliquée, puisqu'elle consiste à parcourir la chaîne complète des données observées, et le nombre d'itérations à effectuer dépend de la nature de la série à étudier et du coefficient d'apprentissage  $K$ .

## 6. LA METHODE DE BOX JENKINS [ BOX-76 ] :

La méthode de Box-Jenkins est particulièrement bien adaptée au traitement des séries chronologiques complexes et aux situations dans lesquelles la loi de base n'est pas immédiatement apparente, et nous donne une prévision bien meilleure par rapport aux autres méthodes.

L'approche de Box-Jenkins est tout à fait différente de la plupart des autres méthodes. Ces dernières supposent toujours l'existence dès le départ d'une loi (de lois) spécifique (s) tandis que la méthode de Box Jenkins n'a pas besoin d'émettre au départ l'hypothèse d'une loi rigide. Elle commence par une loi expérimentale adaptée aux données, elle fournit ensuite à des informations explicites qui lui permettent de juger la loi adoptée. Si elle est correcte, l'utilisateur peut établir directement la prévision, sinon la méthode donne des indications supplémentaires permettant d'identifier la loi correcte et d'apporter de proche en proche des améliorations.



**Organigramme de la méthode de Box et Jenkins.**

Avant de passer à la prévision il faut d'abord exposer les principaux résultats théoriques et quelques concepts de base indispensables à l'utilisation de la méthode.

### 6.1. PROCESSUS ALEATOIRE STATIONNAIRE [TEN-94] :

Un processus aléatoire est une suite de variables aléatoires  $X_t$  indicées par le temps. Le processus  $(X_t)$  est stationnaire lorsque sa structure probabiliste est stable au cours du temps; la loi de probabilité de tout n-uple  $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$  est la même que celle du n-uple  $(X_{t_1+k}, \dots, X_{t_n+k})$  pour tout  $k$ .

Pour un processus stationnaire tous les  $X_t$  ont la même moyenne  $\mu$ , et la même variance  $\sigma^2$  et les autocorrélations sont indépendantes de  $t$  pour tout  $k$ .

### 6.2. PROCESSUS GAUSSIEN STATIONNAIRE [TEN-94]:

Lorsque la loi de probabilité de tout n-uple  $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$  est une loi multinormale on dit que le processus est gaussien.

### 6.3. COEFFICIENT D' AUTO-CORRELATION [WHE-83]:

C'est l'association ( correspondance mutuelle ) entre deux variables. La corrélation indique ce qu'il advient à l'une des variables quand l'autre change. Cette corrélation se mesure par le coefficient de corrélation( qui varie entre les valeurs  $-1$  et  $1$  ). Si ce coefficient est proche de  $1$  (respectivement  $-1$ ), cela implique une forte relation positive (négative), c'est à dire que si la valeur d'une variable augmente la valeur de l'autre augmente (diminue) ; mais si ce coefficient est proche de zéro on ne peut rien dire sur les variations d'une variable par rapport à l'autre.

Les autocorrélations fournissent des informations utiles sur les structures d'une série et sur leurs lois. La représentation graphique de ce coefficient est appelée corrélogramme.

### 6.4. COEFFICIENT D'AUTOCORRELATION PARTIELLE [GIA-89]:

On appelle coefficient d'autocorrélation partielle d'ordre  $k$ , noté  $\Gamma(k)$  la liaison (linéaire) entre  $X_t$  et  $X_{t+k}$  une fois retirés les liens transitant par les variables intermédiaires  $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$ .

Par analogie avec le corrélogramme, la représentation graphique des autocorrélations partielles est appelée corrélogramme partiel.

### 6.5. LES MODELES DE REFERENCES :

Ces modèles appartiennent à la classe des processus stationnaires qui font dépendre la valeur  $X_t$  d'une combinaison linéaire d'observations passées, ou d'une combinaison d'erreurs passées ou bien des deux à la fois.

#### 6.5.1. MODELES AUTOREGRESSIFS [BEN-89]:

Un processus stationnaire évolue suivant un modèle autoregressif d'ordre  $p$  noté  $AR(p)$ , s'il vérifie la relation suivante :

$$X_t = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

où les  $\phi_i$  des réels et  $\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2)$   $\varepsilon_t$  est un bruit blanc.

- Les coefficients d'autocorrelation vérifient les équations de YULE-WALKER :

$$\rho(k) = \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot \rho(k-i) \quad \forall k > 0.$$

- Le coefficient d'autocovariance :

$$\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 + \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot \rho(i)}$$

#### 6.5.2. MODELES MOYENNES MOBILES [DRO-89]:

On appelle un processus moyen mobile d'ordre  $q$  noté  $MA(q)$  un processus  $X_t$  défini par:

$$X_t = +\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

-La fonction d'autocorrelation est donnée par:

$$e(k) = \begin{cases} \frac{\theta_k + \theta_{k+1} \cdot \theta_1 + \dots + \theta_q \cdot \theta_{q-k}}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{si } 1 \leq k \leq q \\ 0 & \text{si } k > q \end{cases}$$

- La fonction d'autocovariance :

$$\gamma(0) = (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \cdot \sigma^2$$

### 5.3. MODELE ARMA [DRO-89]:

Un processus ARMA (p,q) est une combinaison du processus AR (p) et du processus MA (q) qui se définit comme suit :

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

- ARMA(p, 0) = AR(p).

- ARMA(0, q) = MA(q).

$$- \gamma(h) = \sum_{j=1}^p \phi_j \cdot \gamma(h-j) \quad \forall h \geq q+1$$

- ARMA (1, 1) s'exprime de la façon suivante :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Les conditions de stationnarité  $|\phi| < 1$  ,  $|\theta| < 1$ .

### 6.5.4. MODELES ARIMA (p,d,q) [DRO-89]: ( Autoregressive Integrated Moving Average).

L'hypothèse de stationnarité n'est pas toujours vérifiée pour la plupart des processus. Un processus  $(X_t)$  est dit un ARIMA(p,d,q) si le processus  $\nabla^d(X_t)$  ( $X_t$  différencié successivement  $d$  fois) nous donne un ARMA .

La formule générale d'un ARIMA(p,d,q) est :

$$\phi(L)(1-L)^d X_t = \theta(L) \cdot \varepsilon_t + \phi_0$$

### 6.5.5. MODELES SARIMA (p, d, q) (P,D, Q) [TEND-94]: ( Seasonal Autoregressif Integrated Moving Average ).

On sait que certains processus peuvent présenter un " profil saisonnier " marqué, ceci conduit à penser qu'il serait intéressant, dans un modèle ARIMA, de faire intervenir des différences multiples à la période de saisonnalité.

Box et Jenkins ont proposé un modèle dit SARIMA, qui satisfait la relation suivante :

$$\Phi(L^s)\phi(1-L)^d \cdot (1-L^s)^D X_t = \theta(L) \cdot \Theta(L^s)\varepsilon_t + \phi_0.$$

## 6.6 - IDENTIFICATION D'UN MODELE EXPERIMENTAL [DRO - 89]:

Cette étape est constituée des phases suivantes :

### A- LA STATIONNARISATION (identification de d) :

La stationnarisation consiste à transformer préalablement la série non stationnaire en une série stationnaire soit par la méthode de l'opérateur ou celui du logarithme.

#### - L'opérateur $(1-L)^d$ :

Si la fonction d'autocorrélation est relativement proche de 1 pour un assez grand nombre de valeurs de h. On peut penser qu'il faut différencier la série. En pratique, si les premières autocorrélatios sont proches les uns des autres même s'ils sont relativement inférieurs à 1. On applique le même critère pour savoir s'il convient de différencier une autre fois et ainsi de suite. Pratiquement les valeurs de d qu'on est amené à retenir sont en fait souvent 0, 1, 2. les valeurs supérieures sont très rares.

#### - Transformation logarithmique :

Pour certaines séries, on ne peut pas atteindre la stationnarité directement par l'opérateur  $(1-L)^d$ . C'est le cas par exemple, des séries à tendance exponentielle. Dans ce cas, on transforme la série par la fonction logarithmique avant de lui appliquer l'opérateur  $(1-L)^d$ .

### B- IDENTIFICATION DE p et q : $\forall h > q$ :

Les guides pour le choix de p et q sont essentiellement les formes du corrélogramme et du corrélogramme partiel de la série différencié d fois. Ces formes sont intéressantes dans la mesure où elles sont voisines de celle des valeurs théoriques; malheureusement ce n'est pas toujours le cas, même si le nombre d'observations est assez élevé. On peut cependant penser qu'une chute vers des valeurs proches de zéro pour  $h > p$  indique un AR (p).

Notons que :  $\forall h > q$ :

$$\text{var}[\hat{\rho}(h)] \approx \frac{1}{T} \left[ 1 + 2 \cdot \sum_{i=1}^q \rho^2(i) \right]$$

$$\sigma[\hat{\rho}(h)] \approx \frac{1}{\sqrt{T}} \left[ 1 + 2 \cdot \sum_{i=1}^q \rho^2(i) \right]^{1/2}$$

En utilisant un résultat de QUÉNOUILLE [1949] : on peut prendre  $\frac{1}{\sqrt{T}}$  comme estimateur empirique de  $r(h)$  pour  $h > p$ . Si le processus est un AR (p) ; pour identifier l'ordre de p, on peut présenter les autocorrections partielles estimées  $r(h)$  et on prend le nombre de valeurs qui sortent de la bande  $\left[ \frac{-1.96}{\sqrt{T}}, \frac{1.96}{\sqrt{T}} \right]$  comme valeur de p.

Cette méthode est un guide pratique dans le cas où la nullité des  $r(h)$  pour  $h > p$  n'est pas parfaitement rigoureuse du point de vue statistique.

De même pour identifier l'ordre q, on peut tracer de bande  $\left[ \frac{-1.96}{\sqrt{T}}, \frac{1.96}{\sqrt{T}} \right]$  sur le carrelogramme pour détecter la majoration de q.

L'identification de P, Q se fait de la même façon, mais on prend seulement en considération les autocorrélations et les autocorrélations d'ordre multiple de s (s: la saisonnalité).

#### 6.7 - ESTIMATION DES PARAMETRES DU MODELE IDENTIFIE [BOX-76]:

Une fois un modèle retenu, on doit estimer ses paramètres, et ceux concernant les hypothèses faites sur  $\mathcal{E}$ . Les méthodes d'estimation utilisées sont généralement les moindres carrées et le maximum de vraisemblance, ( voir annexe I ).

#### 6.8. VALIDATION ET VERIFICATION :

Cette étape a pour objectif de vérifier le modèle sélectionné dans la phase identification. Les tests que l'on fait subir au modèle sont de deux types : les tests concernant les paramètres du modèle et ceux concernant les hypothèses faites sur  $\mathcal{E}$ .

##### a/ Tests concernant les paramètres :

Il s'agit de tester les significativités des coefficients au moyen d'un test de STUDENT.

Soit  $\hat{\varphi}$  l'estimateur d'un paramètre  $\varphi$ , et  $v(\varphi)$  sa variance estimée. On accepte le modèle si :

$$\frac{|\hat{\varphi}|}{\sqrt{V(\varphi)}} \geq 1,96$$

**b/ Test concernant le bruit blanc :**

Il a pour but de vérifier si la série des résidus obtenus est cohérente avec l'hypothèse selon laquelle les  $\varepsilon_t$  forment un bruit blanc.

- **Test de "PORTEMANTEAU"** est le plus courant, a été proposé par BOX-PIERCE. Ce test est fondé sur la statistique.

$$Q = N \cdot \sum_{n=1}^K \hat{\varepsilon}_n^2$$

avec  $\hat{\varepsilon}_n$  : la corrélation empirique entre les résidus (distant de  $n$ ).

On montre que sous l'hypothèse d'indépendance des  $\varepsilon_t$ .

$$Q_{N \rightarrow \infty} \rightarrow \chi^2(K - p - q)$$

Si la statistique  $Q \leq \chi^2(K - p - q)$ ; on accepte le modèle avec un risque  $\alpha$ ; si non on rejette le modèle.

- Une autre statistique a été proposée par LUNG - BOX

$$Q = N(N+2) \cdot \sum_{n=1}^K (N-n)^{-1} \cdot \varepsilon_n^2$$

On prend généralement  $K$  entre 20-25.

Dans le cas où le modèle est rejeté, on revient aux autocorrélations estimées pour savoir dans quel sens modifier le modèle.

**6.9. PREVISION :**

Pour faire la prévision, le modèle s'écrit sous la forme générale :

$$X_T = \Phi_1^* \cdot X_{T-1} + \dots + \Phi_p^* \cdot X_{T-p} + \theta_0 + a_T - \Theta_1^* \cdot a_{T-1} - \dots - \Theta_\phi^* \cdot a_{T-Q}$$

- Détermination des paramètres  $\Phi^*$  :

Dans la pratique, les paramètres inconnus sont substitués par leurs estimations pour générer les  $\Phi^*$  (voir annexe I).

### III.2.3. MESURE DE LA QUALITE D'UNE PREVISION [BAG-93]:

On cherche dans un système de prévision, à concilier deux objectifs antagonistes :

- Obtenir une réaction rapide d'une variation significative des éléments qui composent la série (modification de la tendance, accentuation d'une saisonnalité).
- Stabiliser et lisser les variations qui sont purement aléatoires. Si le système de prévision est trop sensible aux derniers aléas, il réagit brutalement, ce qui donne des prévisions dispersées. On ne pourra cependant jamais éviter que le modèle de prévision, qui en lissant au moins partiellement les données passées, réagisse avec un certain retard à une modification significative de la série.

#### a. L'écart algébrique moyen :

Signale la présence ou l'apparition d'un biais systématique dans la prévision (la prévision est en moyenne au dessus ou en dessous de la courbe réelle). L'écart algébrique moyen, note, e.a.m, est la somme des erreurs de prévision divisée PAR le nombre des périodes retenues pour faire la prévision.

$$e.a.m = \sum_{t=1}^n (X_t - \hat{X}_t)$$

Si l'écart algébrique moyen est négatif (positive) cela signifie que la prévision est inférieure (supérieure) en moyenne à la réalité. L'apparition d'ou écart sera généralement la preuve d'une tendance positive ou négative n'est pas prise en considération par le modèle de prévision.

#### b. L'écart absolu moyen :

C'est la somme des valeurs absolues des erreurs divisées par le nombre de période sur lesquelles sont enregistrées les prévisions.

$$E.A.M = \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t|$$

L'écart algébrique moyen dépend de la variabilité de la série et doit rester sous contrôle. Il se peut qu'un écart élevé provienne d'un mauvais modèle de prévision.

**c. Carré moyen des erreurs:**

A chaque fois que l'on veut privilégier un système de prévision faisant beaucoup de petites erreurs par rapport à un autre système faisant des erreurs moins fréquentes mais des écarts plus grands on utilise en général cette mesure sous forme de racine carré qui représente l'écart type de la répartition des erreurs de prévision.

Si la loi de répartition est une loi normale l'écart sera approché par

$$\sigma \approx 1.25 \text{ E.A.M}$$

**d. Signaux d'alerte :**

Un système de prévision doit se doter d'un système d'alerte pour détecter très rapidement toute déviation, par rapport à un comportement normal afin d'éviter les conséquences désastreuses suite à l'emploi d'une prévision erronée.

Pour cela il faut surveiller en continu les mesures de performances d'un modèle de prévision.

Le principe de la surveillance est de:

fixer une limite à l'écart absolu moyen et deux bornes inférieure et supérieure à l'écart algébrique. Tant que les limites de qualité restent respectées, on ne peut rien modifier au système mais si l'une des limites est violée, il faut intervenir pour comprendre les causes de la modification, cela peut être dû à une valeur exceptionnelle ou bien à l'opportunité ou au retournement d'une tendance. Ces limites doivent être d'autant plus étroites que le coût de l'erreur de prévision est élevé.

## APPROCHE DE RESOLUTION

### INTRODUCTION :

Après avoir présenté un aperçu sur la théorie des séries chronologique et un état des différentes techniques statistiques d'analyse et de prévision, ainsi que les avantages et les limites de chacune d'elles, on se propose dans ce chapitre d'exposer la méthodologie de résolution de notre problème qui est défini comme étant l'élaboration d'un modèle de prévision. Pour ce faire, nous disposons d'un relevé de puissance quarts horaires pour certaines périodes, et demi-heures pour d'autres, du réseau interconnecté national, nécessitant ainsi un travail de calcul et de vérification pour l'obtention de la série en quart horaires.

En premier lieu, nous exposerons la méthode de classement des données, ainsi que l'examen de leurs graphiques afin d'étudier les caractéristiques de chacune d'elle. Nous sélectionnerons par la suite la ou les méthode(s) appropriée(s) à notre problème.

### III.2 - ANALYSE STATISTIQUE DES DONNEES :

Après le recueil des données, et afin de mettre en évidence certaines propriétés de la série chronologique, nous avons effectué une représentation graphique des données. Ce premier traitement de la chronique nous a montré :

- Que les courbes de charges journalières présentent des variations qu'il s'agisse d'un jour ouvrable, semi ouvrable ou férié ( voir figure III.1,III.2,III.3 ).

- Que les courbes de charges des jours ouvrables présentent des similitudes ( voir figure III.4 )

Nous avons regroupé ainsi les courbes représentatives des différentes journées en trois catégories. Ceci nous a donné trois séries.

- Série N° 1 :

Charge en quarts horaires des jours ouvrables.

- Série N° 2 :

Charge en quarts horaires des jours semi ouvrables.

- Série N° 3 :

Charge en quarts horaires des jours fériés.

**COURBE DE CHARGE D'UN JOUR OUVRABLE**

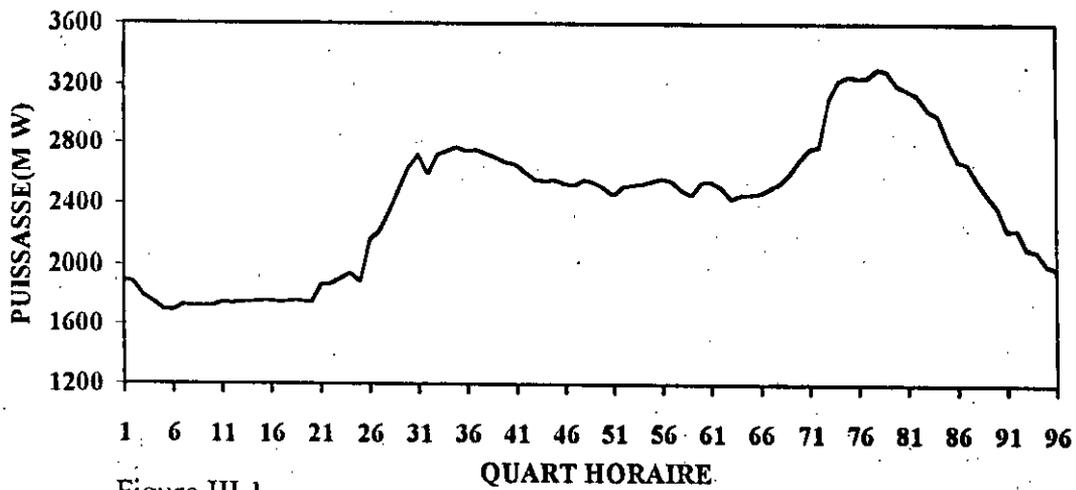


Figure III.1.

**COURBE DE CHARGE d'UN JOUR SEMI OUVRABLE**

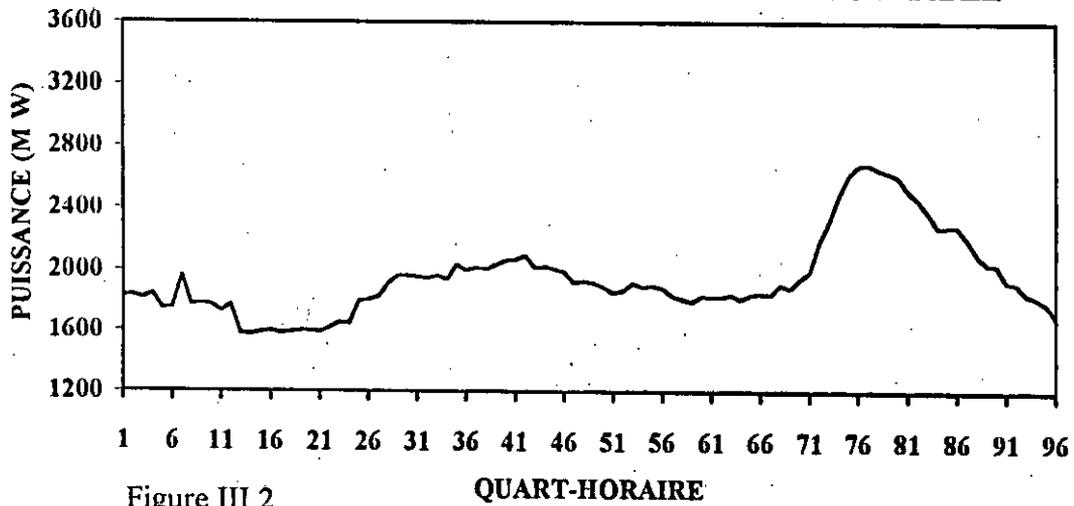


Figure III.2.

**COURBE DE CHARGE D'UN JOUR FERIE**

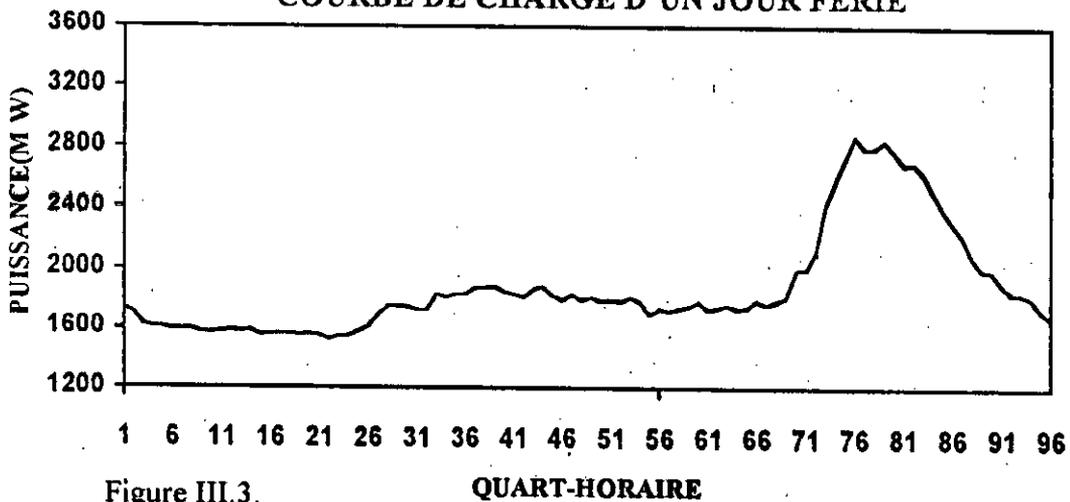


Figure III.3.

**SERIE JOURS OUVRABLES**

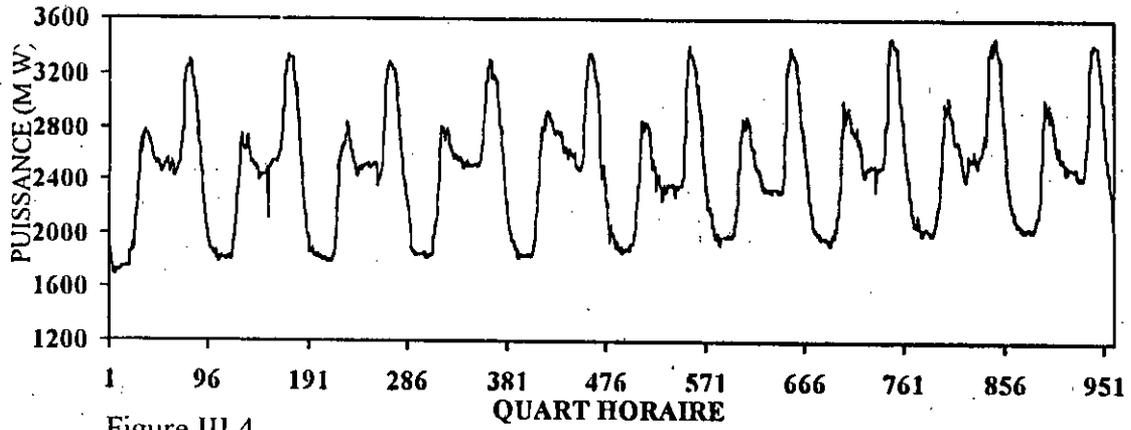


Figure III.4.

**SERIE JOURS SEMI-OUVRABLES**

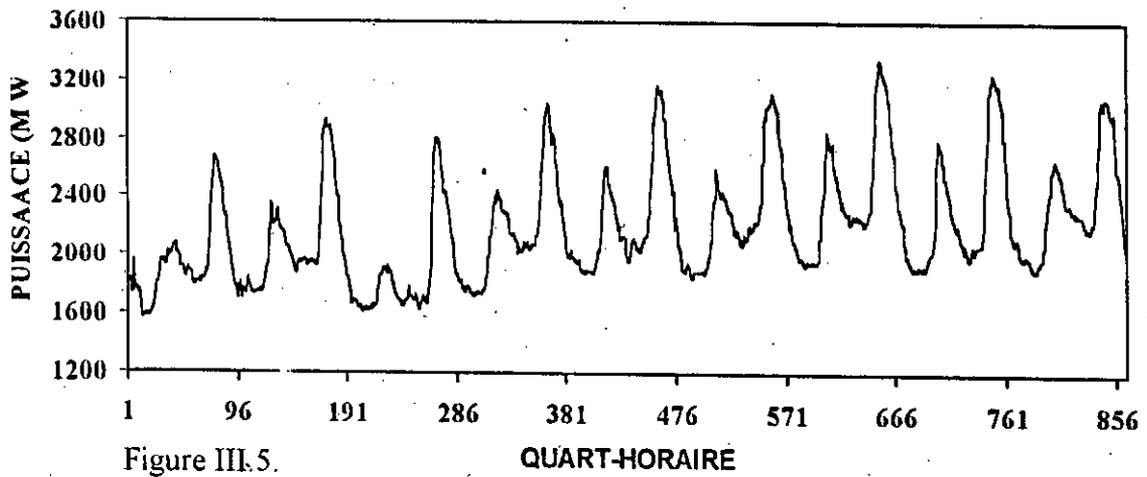


Figure III.5.

**SERIE JOURS FERIES**

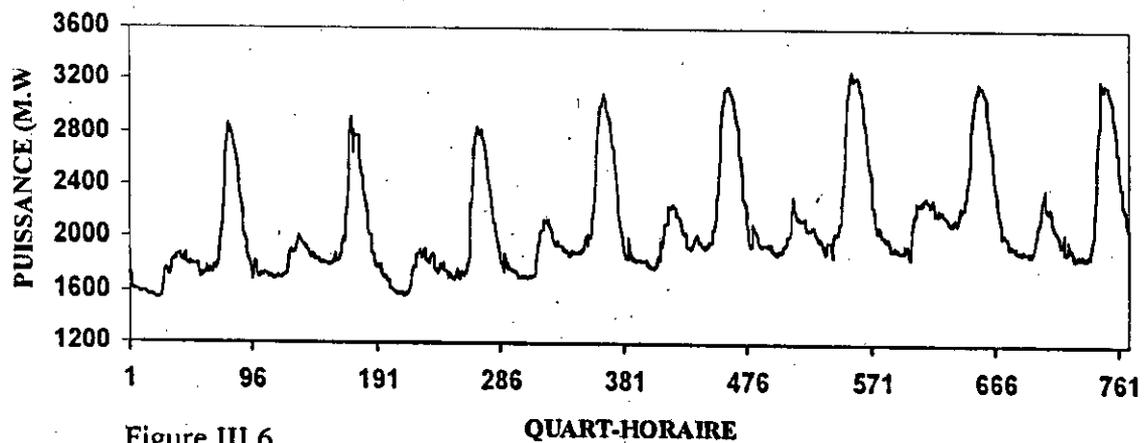


Figure III.6.

Une représentation graphique des données de la série des jours ouvrables ( figure III.4 ) nous montre :

- L'existence des variations saisonnières de période 96.
- L'absence d'une évolution tendancielle.

Un examen des figures III.5,III.6, représentant respectivement les séries jours semi ouvrables, et jours fériés nous montre :

- L'existence d'une saisonnalité de période 96.
- L'existence d'une évolution tendancielle.

Une fois ces séries sélectionnées, on peut choisir la ou les méthodes à appliquer à chacune d'elles.

### **III.2. SELECTION D'UNE (DES) METHODE(S) DE PREVISION :**

Vu le problème posé, nous avons retenu les critères suivants[WHE-83].

#### - L'horizon temporel :

c'est l'intervalle de temps qui sépare le moment où la prévision est effectuée et le moment pour lequel on désire prévoir. Selon l'horizon considéré, on distingue entre prévision à court, moyen et long terme. Certaines méthodes ne sont valables que pour prévoir pour une ou deux périodes à l'avance, alors que d'autres peuvent être appliquées à plusieurs périodes futures.

#### - La loi d'évolution des données :

Plusieurs paramètres rentrent en jeu dans le choix d'une technique de prévision. Parmi ces paramètres, l'existence d'une saisonnalité, d'une tendance et d'une composante aléatoire.

#### - La précision et la disponibilité des données:

La prévision dépend directement de la précision des données. Pour certaines méthodes il faut avoir un historique très riche.

#### -Possibilité d'application :

Le principal aspect de ce critère est l'attrait intuitif de la méthode pour son utilisateur, c'est à dire sa compréhension plus ou moins grande de la méthode et la précision que représente pour lui le résultat de cette méthode.

La sélection des différentes méthodes se fera en se basant sur les critères ci-dessus et suivant la classification représentée sur la figure III.7.

• Au niveau 1 :

les méthodes qualitatives s'appliquent généralement aux études à long terme et exigent pour leur mise en oeuvre des coûts élevés. De plus, il est extrêmement difficile d'évaluer l'exactitude de ces approches en prévision, ceci parce que ces méthodes ne sont pas standardisées. Quant au type de prévision qu'elles permettent, il dépend beaucoup de la capacité des experts [ WHE-83 ].

Par contre, les méthodes quantitatives sont utilisées pour la prévision à moyen et à court terme, et les coûts qu'elles engendrent sont relativement faibles. Sur la base des trois critères (coût, précision, et horizon temporel), le choix de méthodes quantitatives s'avère tout à fait adapté au problème posé.

• Au niveau 2 :

Généralement, le choix des méthodes explicatives est conditionné par la possibilité de trouver toutes les variables explicatives et la disponibilité de données. D'autre part, ces méthodes sont utilisées lorsque le nombre de variables n'est pas très grand.

Or, nous ne disposons que des données de la variable représentant la consommation d'électricité au niveau national, les données concernant les variables explicatives n'existent pas.

Ainsi, on ne peut appliquer que les méthodes d'extrapolation statistique pour le problème à traiter.

• Au niveau 3 :

Vu la saisonnalité que présentent les trois séries, les méthodes suivantes ne sont pas adéquates à notre cas :

- Moyenne mobile simple
- Moyenne mobile double
- Lissage exponentiel simple
- Lissage exponentiel double
- Modèle de Holt et Winters non saisonniers.

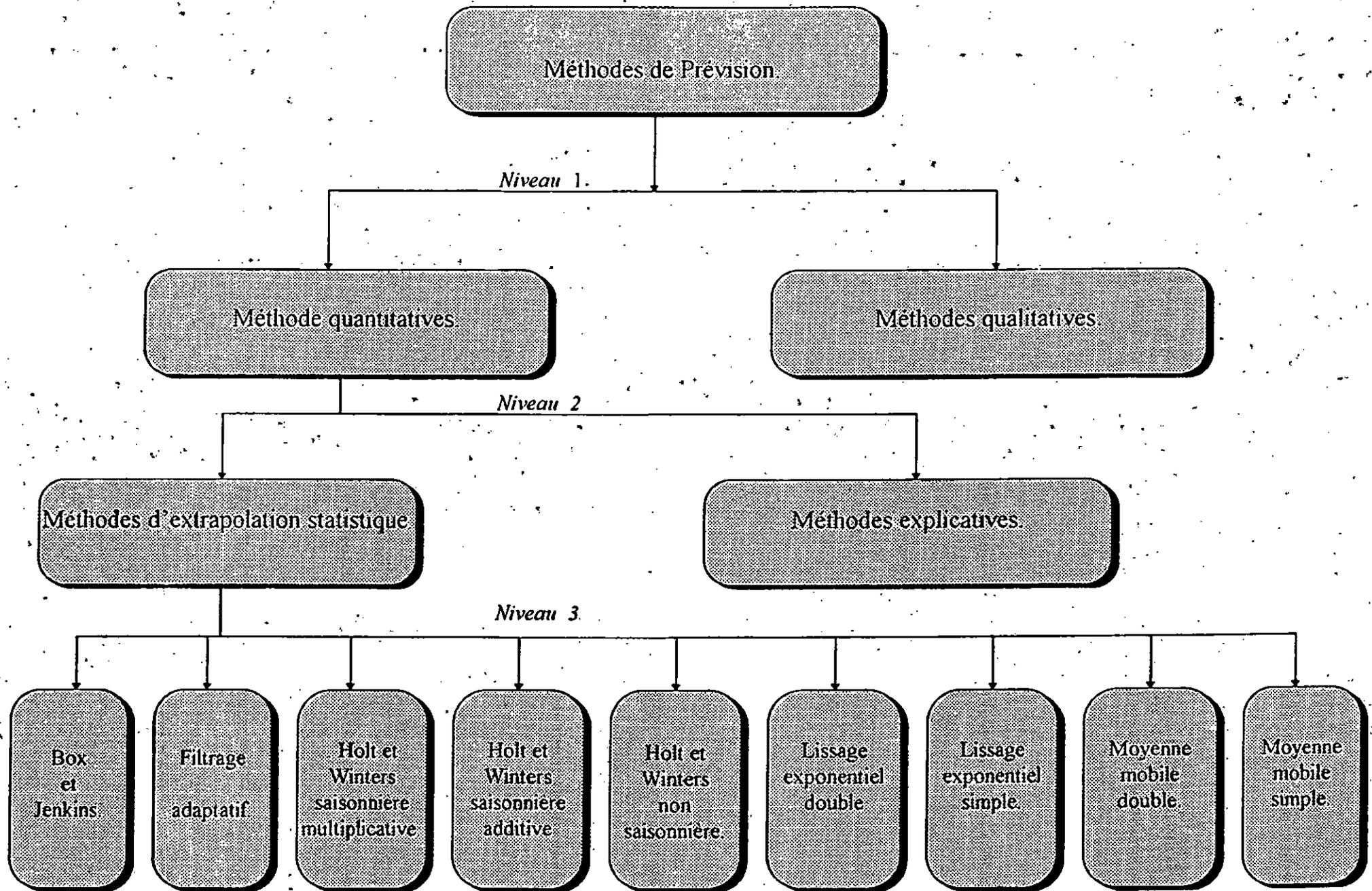
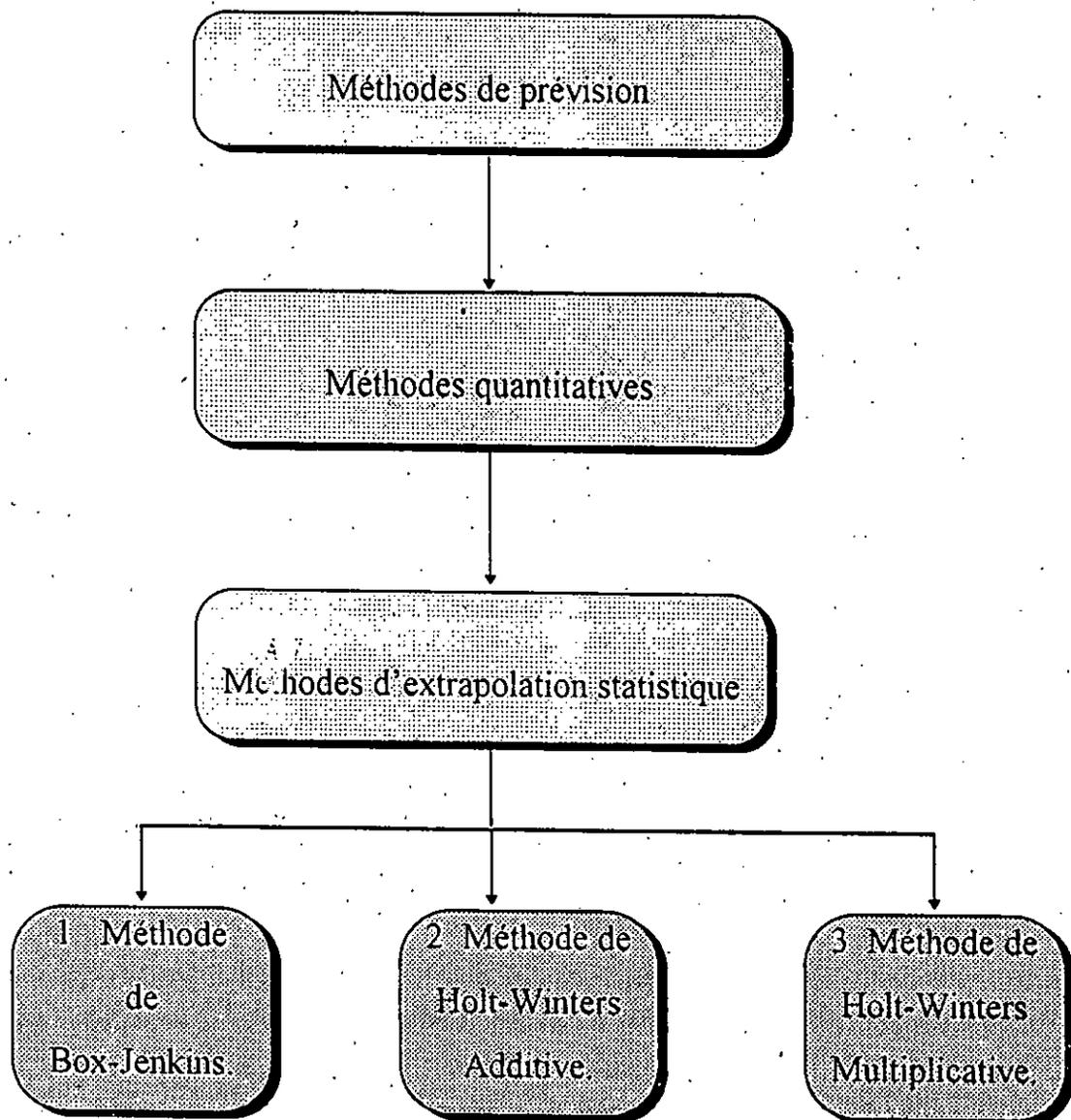


Figure III.7. Classification des méthodes de prévision.

La méthode du filtrage adaptatif est utilisable surtout pour les données horizontales [WHE -83 ].

Les autres méthodes sont applicables lorsque la série présente une saisonnalité et / ou une tendance, ce qui est le cas pour les trois séries à étudier. De plus, il n'y a pas de restriction concernant l'horizon temporel et l'historique des données nécessaires à l'application de ces méthodes.

A la fin du processus de sélection on retient les trois méthodes ci-dessus :



# APPLICATIONS ET RESULTATS NUMERIQUES

## INTRODUCTION :

Notre but au départ était bien l'élaboration d'un modèle de prévision. Pour le concrétiser, nous nous sommes basés essentiellement sur les méthodes choisies. Nous avons implémenté à cet effet un programme en Langage Turbo Pascal avec une interface Turbo Vision d'entrée des données et de sortie des résultats.

La mise en oeuvre de la méthode de Box et Jenkins nécessite au moins 6 saisons et celle de Holt et Winters 5 saisons [WHE-83].

La plupart des séries chronologiques saisonnières rencontrées dans la pratique sont des séries économiques, la saisonnalité dépasse rarement 12.

Par contre dans notre cas, la saisonnalité est égale à 96, ce qui augmente le nombre d'observations nécessaire à l'application des méthodes choisies (576 observations pour la méthode de Box et Jenkins, 480 pour les méthodes de Holt et Winters).

On se restreint dans nos applications à un nombre de 7 périodes ( 672 observations ) pour les trois méthodes.

### Remarque :

Pour l'estimation des paramètres de la méthode de Box et Jenkins, nous avons utilisé un logiciel de statistique (T.S.P).

## IV.1 APPLICATION DE LA METHODE DE HOLT ET WINTERS :

La mise en oeuvre de la méthode de Holt et Winters ne présente pas des difficultés particulières.

Nous devons estimer les trois paramètres alpha ( $\alpha$ ), bêta ( $\beta$ ), gamma ( $\gamma$ ) appartenant à l'intervalle  $[0, 1]$ . Nous ferons varier  $\alpha, \beta, \gamma$  avec un pas 0.1. Pour chaque combinaison ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), nous calculerons la somme des carrés des résidus et nous choisirons la combinaison qui la minimise. Les coefficients optimaux ainsi que l'écart absolu moyen pour chaque méthode (additive et multiplicative) et pour chaque série sont donnés dans les tableaux ci-dessous :

**1. SERIE JOURS OUVRABLES :****1.1. METHODE ADDITIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.7	0.7	0.1	50.12	2.08

**1.2.METHODE MULTIPLICATIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.7	0.7	0.1	55.90	2.33

**2.SERIE JOURS SEMI OUVRABLES :****2.1.METHODE ADDITIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.8	0.1	0.1	51.40	2.14

**2.2.METHODE MULTIPLICATIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.7	0.7	0.1	77.46	3.44

**3.SERIE JOURS FERIES :****3.1.METHODE ADDITIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.7	0.7	0.2	74.94	3.12

**3.2.METHODE MULTIPLICATIVE :**

Alpha ( $\alpha$ )	Bêta ( $\beta$ )	Gamma( $\gamma$ )	E.A.M	%
0.8	1	0.1	73.10	3.04

Les résultats des prévisions pour chacune des méthodes ci-dessus appliquée à chaque série sont donnés à la fin de ce chapitre.

**II.2 APPLICATION DE LA METHODE DE BOX ET JENKINS :**

Nous allons décrire dans cette partie la modélisation des trois séries chronologiques à l'aide de la méthode de Box et Jenkins.

## 1. SERIE JOURS OUVRABLES :

On pose la série initiale égale à  $(X_t)$ .

L'examen de la série  $(X_t)$  révèle un comportement saisonnier évident de période 96 (figure IV.1).

### 1.1 STATIONNARISATION :

Les fonctions d'autocorrélations et d'autocorrélations partielles ( figure IV.1.1 ) montrent que la série initiale ne peut être considérée comme engendrée par un processus stationnaire. Nous avons donc procédé à une différenciation saisonnière puis régulière. Dans la figure IV.2, nous visualisons la série des différences saisonnières  $(W_t)$  :

$$W_t = (1-L^{96})X_t = X_t - X_{t-96}$$

Puis la série des différences régulières / saisonnières  $(V_t)$  :

$$V_t = W_t - W_{t-1}$$

La série  $(W_t)$  semble stationnaire, cela est confirmé par les autocorrélations (figure IV.2.1). Donc une différenciation régulière d'ordre 1 de la la série  $(W_t)$  est inutile.

### 1.2. IDENTIFICATION :

Il s'agit maintenant d'identifier un modèle pour  $(W_t)$ .

On commence par l'étude des corrélogrammes et corrélogrammes partiels estimés. ( figure IV.2.1 ). On remarque que les autocorrélations ont une décroissances géométrique avec un pic à la 96<sup>ème</sup> valeur, et les autocorrélations partiels présentent une chute après la première valeur ainsi qu'un pic à la 96<sup>ème</sup>.

Tout ceci conduit plutôt à un modèle SARIMA(1,0,1)(1,1,1)<sub>96</sub>.

### 1.3. ESTIMATION :

Les estimations des paramètres du modèle sont :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	-0.011	0.050	-0.220	$ t  < 1.96$
$\Theta_1$	-0.872	0.016	-52.60	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	0.810	0.020	32.77	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.098	0.040	-2.115	$ t  > 1.96$

Tableau n° 1.1

K	25	40	70
Q	186.21	332.70	412.68
Q'	190.44	348.07	438.93
$\chi_{k-4}$	41.40	60.52	98.12

Tableau n° 1.1.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

**1.4. VALIDATION :**-Test concernant les paramètres:

Le rapport de Student associé à  $\theta_1$  (Tableau n° 1.1) est inférieur à 1.96, donc le coefficient n'est pas significativement différent de zéro, ce qui nous ramène à l'étape d'identification.

Après l'élimination du paramètre  $\theta_1$ . Le modèle serait un SARIMA(1,0,0)(1,1,1)<sub>96</sub>. Les estimations de ces paramètres sont données dans le tableau n° 1.2 :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	-0.844	0.020	-41.61	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	0.834	0.021	38.12	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.035	0.047	-0.74	$ t  < 1.96$

Tableau n° 1.2

K	25	40	70
Q	163.88	296.78	373.40
Q'	167.75	310.74	397.41
$\chi_{k-3}$	42.80	62.03	101.87

Tableau n° 1.2.1 Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

-Test concernant les paramètres :

Le rapport de Student associé à  $\Phi_1$  (Tableau n° 1.2) est inférieur à 1.96, donc le coefficient n'est pas significativement différent de zéro. Ce qui nous ramène à l'étape d'identification.

Après l'élimination du paramètre  $\Phi_1$ . Le modèle serait un SARIMA (1,0,0)(0,1,1)<sub>96</sub>.

Les estimations de ces paramètres sont :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	-0.850	0.016	-52.71	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	0.819	0.014	41.39	$ t  > 1.96$

Tableau n° 1.3

**SERIE INITIALE JOURS OUVRABLES**

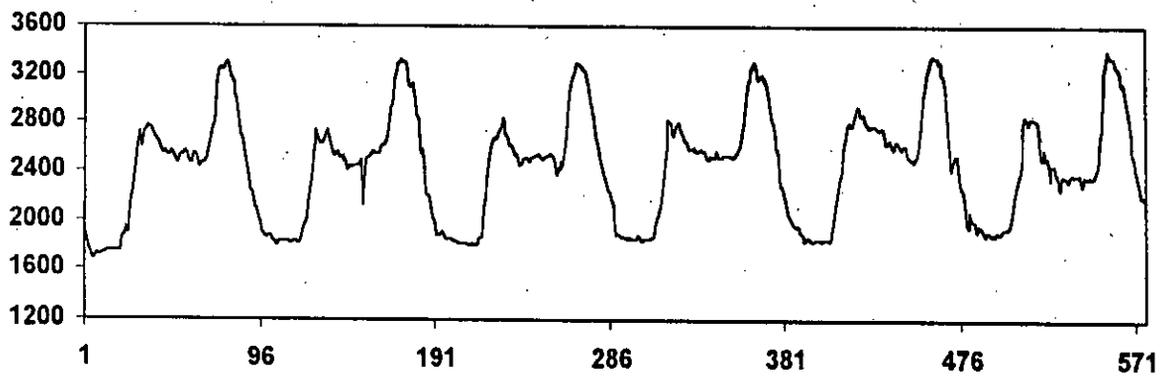


Figure IV.1

**SERIE DIFFERENCIEE SAISONNIEREMENT**

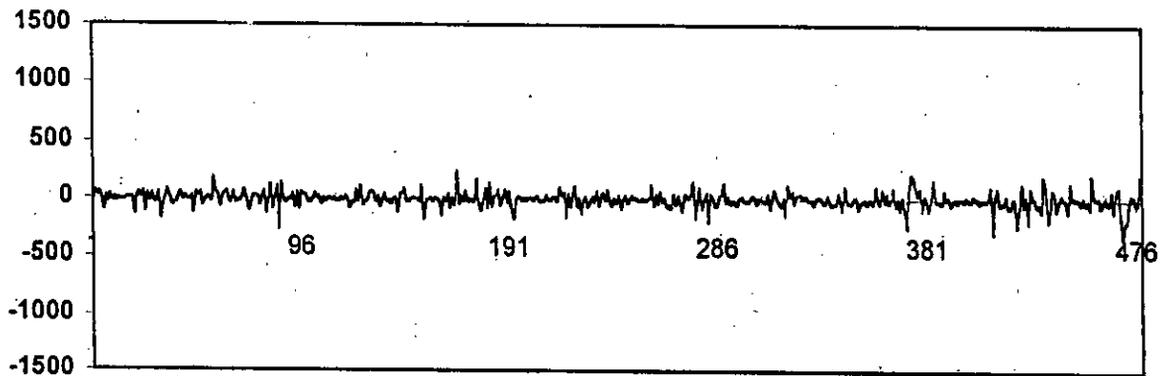


Figure IV.2

**SERIE DIFFERENCIEE SUCCESSIVEMENT / SAISONNIEREMENT**

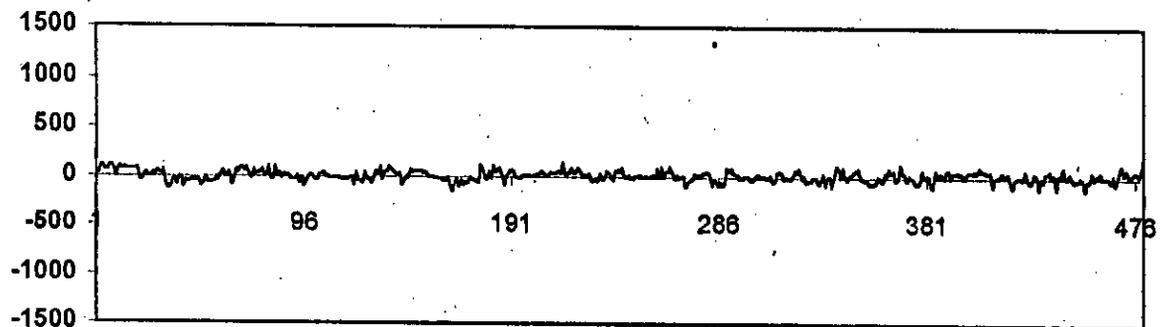
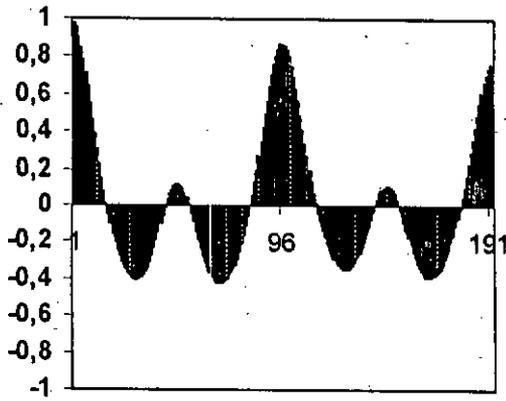


Figure IV.3

CORRELOGRAMMES



CORRELOGRAMMES PARTIELS

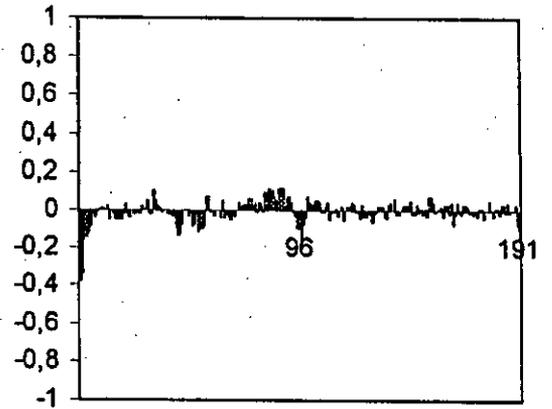


Figure IV.1.1

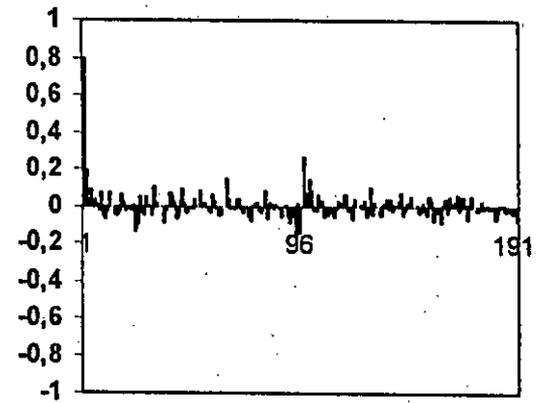
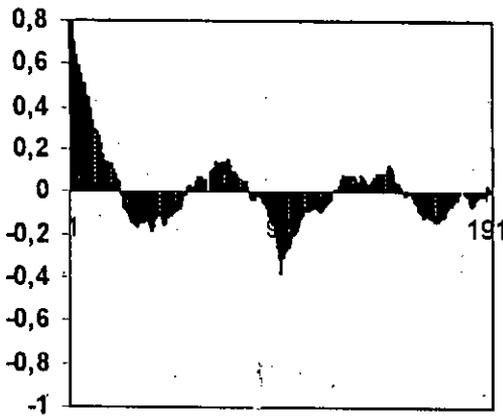


Figure IV.2.1

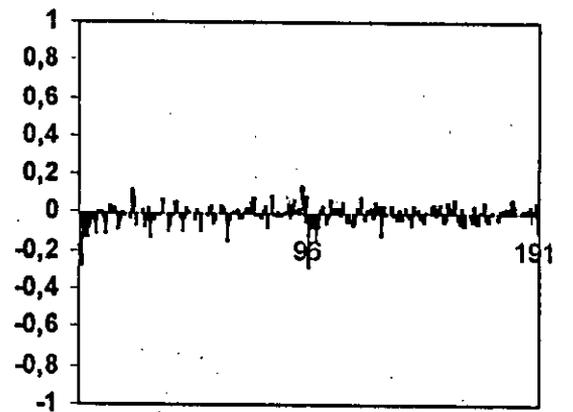
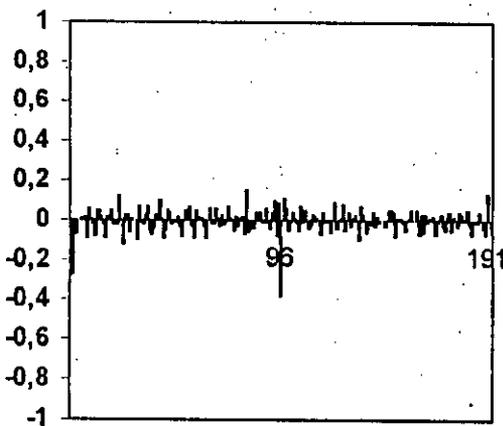


Figure IV.3.1

K	25	40	70
Q	68.30	50.13	30.88
Q'	72.14	52.39	32.651
$\chi_{k-2}$	44.18	65.27	102.92

Tableau n° 1.3.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

-Test concernant les paramètres :

Les rapports de Student associés aux paramètres  $\Theta_1$ ,  $\phi_1$  (Tableau n° 1.3) sont supérieurs à 1,96. Donc les coefficients sont significativement différents de zéro.

-Test concernant le bruit blanc :

Une approche consiste à examiner la série des résidus pour voir si elle ne présente pas certaines tendances ou régularités qui feraient rejeter l'hypothèse de bruit blanc.

Cette série semble compatible avec cette hypothèse (figure IV.10).

Tests de Pierce-Box et Ljung-Box :

Les statistiques Q, Q' pour les différentes valeurs de k (25, 40, 70) (Tableau n°1.3.1) sont inférieurs aux valeurs tabulées de la loi de chi-deux ( $\chi_{k-2}$ ) avec un risque  $\alpha = 0.05$ . Donc l'hypothèse de bruit blanc pour les résidus est globalement acceptable.

Le modèle SARIMA(1,0,0)(0,1,1)<sub>96</sub> satisfait aux tests classiques est le modèle approprié à la série ( $W_t$ ).

**1.5. PREVISION :**

Les résultats de prévision sont donnés à la fin de ce chapitre.

**2. SERIE JOURS SEMI OUVRABLES :**

Soit ( $X_t$ ) la série initiale.

-Caractéristiques :

-Tendance linéaire.

-Saisonnalité de période 96.

**2.1. STATIONNARISATION :**

A cause d'une saisonnalité évidente et d'une tendance (figure IV.4), la série n'est pas stationnaire. Nous avons donc procédé à une différenciation saisonnière puis régulière de la série ( $X_t$ ) (figures IV.5, IV.6).

$$W_t = (1-L^{96})X_t$$

et

$$V_t = (1-L)W_t$$

**SERIE INITIALE JOURS SEMI OUVRABLES**

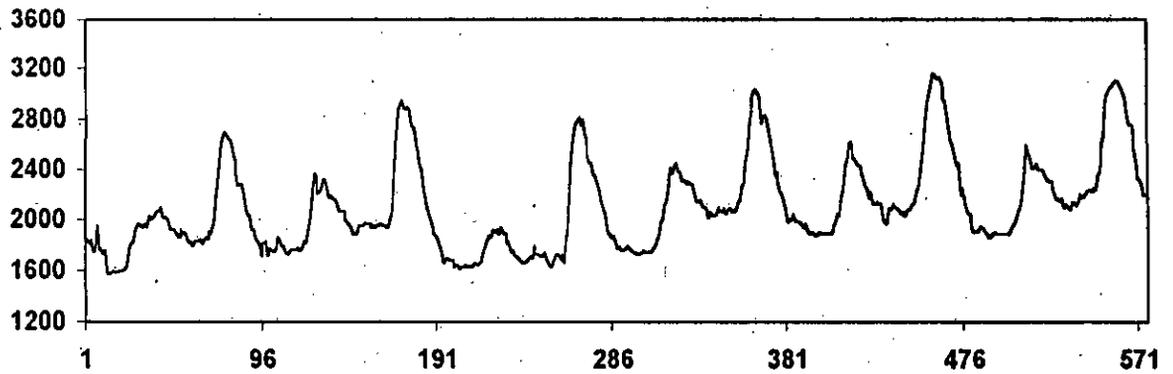


Figure IV.4

**SERIE DIFFERENCIEE SAISONNIEREMENT**

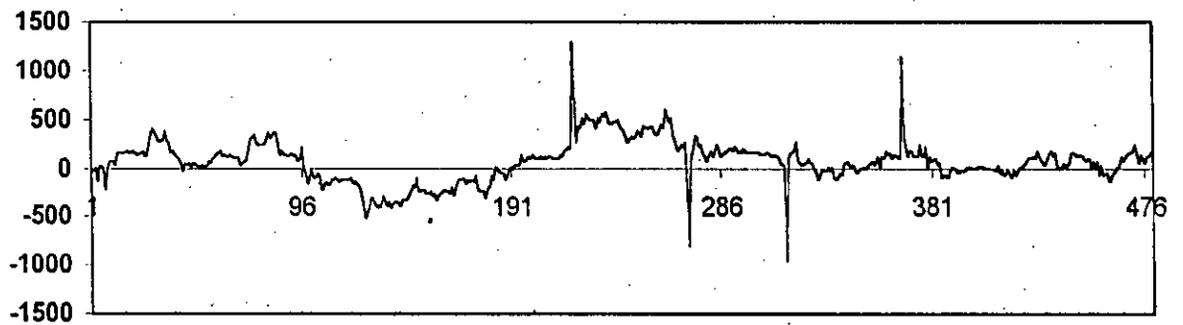


Figure IV.5

**SERIE DIFFERENCIEE SUCCESSIVEMENT / SAISONNIEREMENT**

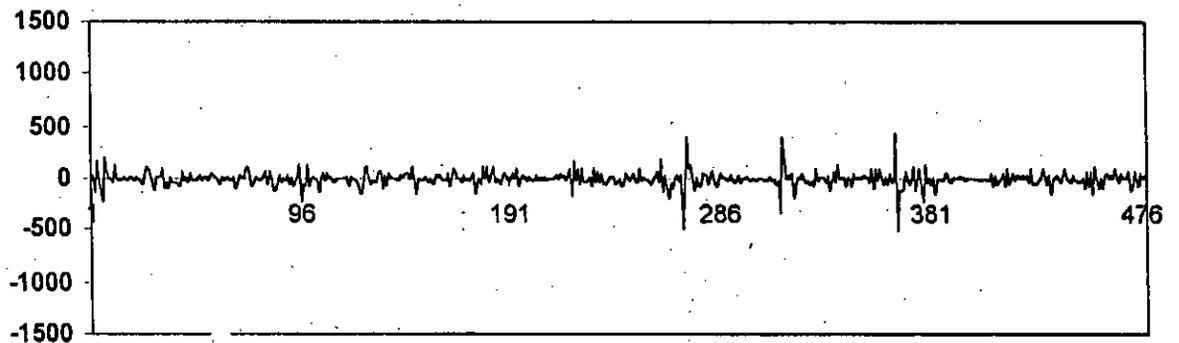
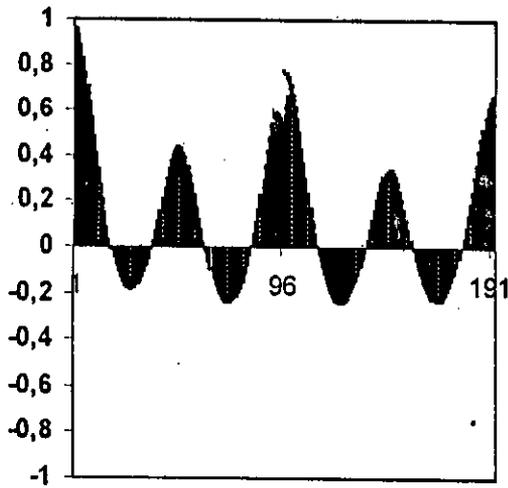


Figure IV.6

**CORRELOGRAMMES**



**CORRELOGRAMMES PARTIELS**

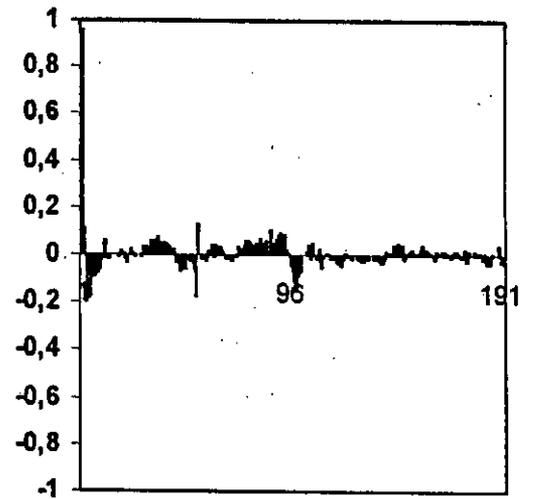


Figure IV.4.1

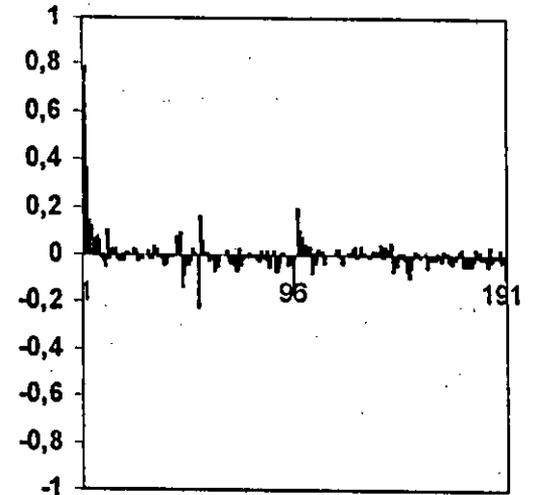
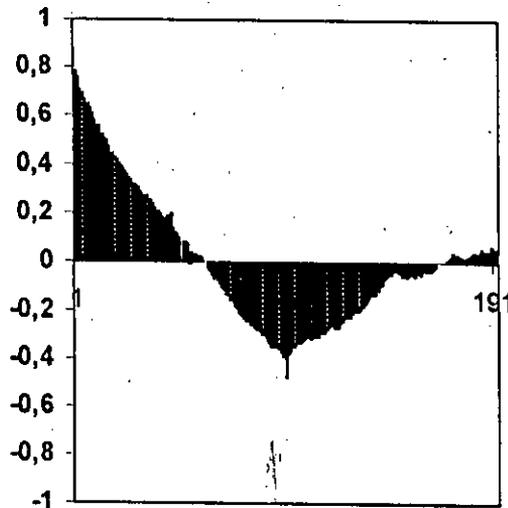


Figure IV.5.1

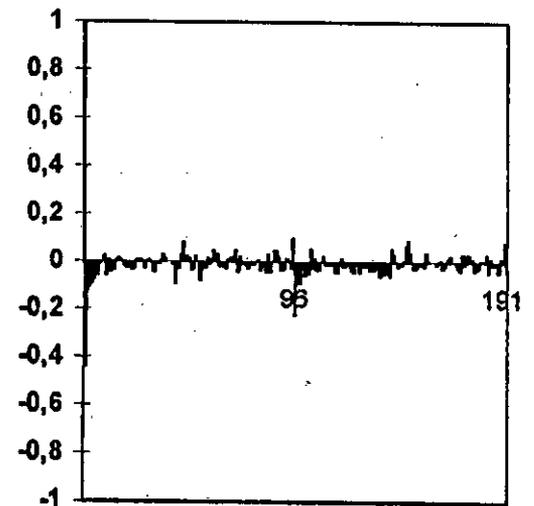
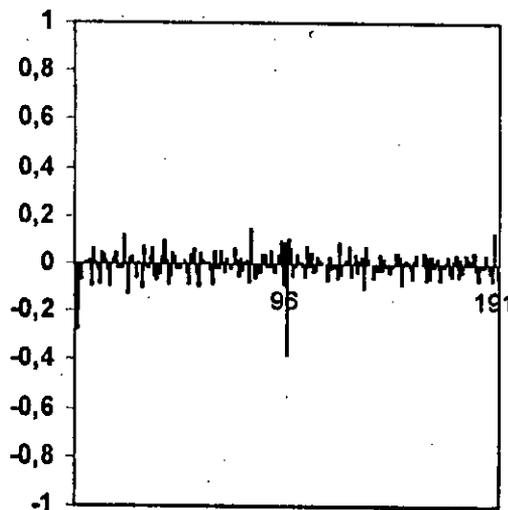


Figure IV.6.1

Les premières autocorrélations de la série ( $W_t$ ) (figure IV.5.1) sont très proches les uns des autres au voisinage de 1. Ce qui justifie la différenciation régulière.

La série ( $V_t$ ) est stationnaire car les autocorrélations (figure IV.6.1) laissent apparaître un pic très marqué après la première valeur.

### 2.1. IDENTIFICATION :

A partir du corrélogramme et du corrélogramme partiel (figure IV.6.1), Nous pouvons anticiper un modèle SARIMA (1,1,1)(1,1,1)<sub>96</sub>.

### 2.3. ESTIMATION :

Les résultats de l'estimation des paramètres sont données dans le tableau ci-dessous :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	0.092	0.043	1.10	$ t  < 1.96$
$\Theta_1$	-0.870	0.012	-69.24	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.350	0.039	-8.89	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.050	0.033	-1.32	$ t  < 1.96$

Tableau n° 2.1.

K	25	40	70
Q	40.47	53.62	88.83
Q'	41.31	55.53	95.48
$\chi_{k-4}$	41.40	60.52	98.12

Tableau n° 2.1.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

### 2.4. VALIDATION :

-Test concernant les paramètres :

les tests statistiques de Student associés respectivement à  $\theta_1$  et  $\Phi_1$  sont inférieur à 1.96

(Tableau n°2.1). Si on élimine le paramètre  $\theta_1$ , le modèle serait ainsi un

SARIMA(1,1,0)(1,1,1)<sub>96</sub>.

Estimation :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\Theta_1$	-0.87	0.012	-69.66	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.30	0.025	-8.48	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.057	0.053	-1.72	$ t  < 1.96$

Tableau n° 2.2.

K	25	40	70
Q	17.31	27.18	60.59
Q'	17.84	29.35	66.55
$\chi^2_{k-3}$	42.80	62.03	101.87

Tableau n° 2.2.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

-Tests concernant les paramètres :

On remarque que le rapport t-Student ( tableau 2.2 ) concernant le paramètre  $\Theta_1$  est inférieur à 1,96. Ce qui conduit à l'élimination de ce dernier. Le modèle devient alors un SARIMA(1,1,0)(0,1,1)<sub>96</sub>

Estimation :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\Theta_1$	-0.88	0.01	-82.40	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.24	0.051	-7.63	$ t  > 1.96$

Tableau n° 2.3

K	25	40	70
Q	17.78	28.40	61.76
Q'	18.33	29.79	67.86
$\chi^2_{k-2}$	44.8	65.27	102.92

Tableau n° 2.3.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

-Tests concernant les paramètres :

La statistique t-Student pour les deux paramètres  $\Theta_1$  ,  $\phi_1$  est supérieur à 1,96 (Tableau °2.3). On passe alors aux tests globaux.

-Tests concernant le bruit blanc :

Les deux statistiques Q , Q' (Tableau n°2.3.1 ) nous montrent que les résidus peuvent être assimilés à un bruit blanc au seuil  $\alpha = 0.05$ , d'où la stationnarité des résidus (figure IV.11).

La série ( Vt ) peut être valablement représentée par un processus de type

SARIMA(1,1,0)(0,1,1)<sub>96</sub>.

**2.5.PREVISION :**

Les résultats de prévision sont donnés à la fin de ce chapitre.

### 3. SERIE JOURS FERIES :

Posons ( $X_t$ ) la série initiale des jours fériés.

#### - Caractéristiques :

-Tendance linéaire.

-saisonnalité de période 96 ( figure IV.7).

#### 3.1 STATIONNARISATION :

D'après les caractéristiques de la série ( $V_t$ ) on procède à une différenciation saisonnière et régulière.

Soit ( $W_t$ ) la série des différences saisonnières ( figure IV.8).

$$W_t = X_t - X_{t-96}$$

Et ( $V_t$ ) la série des différences régulières / saisonnières ( figure IV.9)

$$V_t = W_t - W_{t-1}$$

#### 3.2. IDENTIFICATION :

La modélisation de la série ( $V_t$ ) commence par l'étude du corrélogramme et du corrélogramme partiel qui sont donnés dans la figure ( IV.9.1).

Les autocorrélations ont une chute brutale après la première valeur sauf la 96<sup>ème</sup> valeur; de même que les autocorrélations partielles. On pourrait essayer un modèle SARIMA(1,1,1)(1,1,1)<sub>96</sub>.

#### 3.3. ESTIMATION :

Les résultats d'estimation des paramètres de ce modèle apparaissent dans le tableau n°3.1

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	-0.021	0.079	-0.026	$ t  < 1.96$
$\Theta_1$	0.45	0.057	7.89	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.21	0.076	-2.78	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.10	0.065	1.56	$ t  < 1.96$

Tableau n° 3.1

K	25	40	70
Q	83.63	125.23	168.13
Q'	84.61	128.36	175.54
$\chi_{k-1}^2$	41.40	60.52	98.12

Tableau n° 3.1.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

**SERIE INITIALE JOURS FERIES**

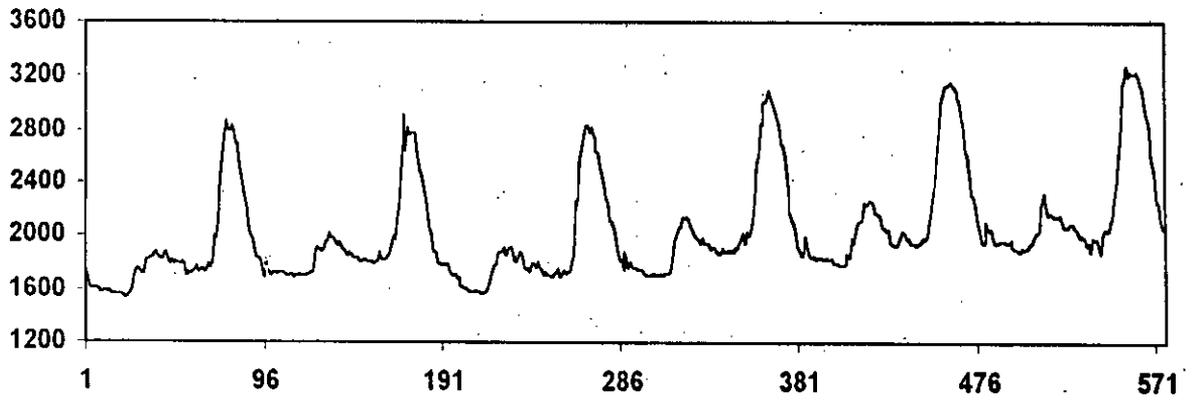


Figure IV.7

**SERIE DIFFERENCIEE SAISONNIEREMENT**

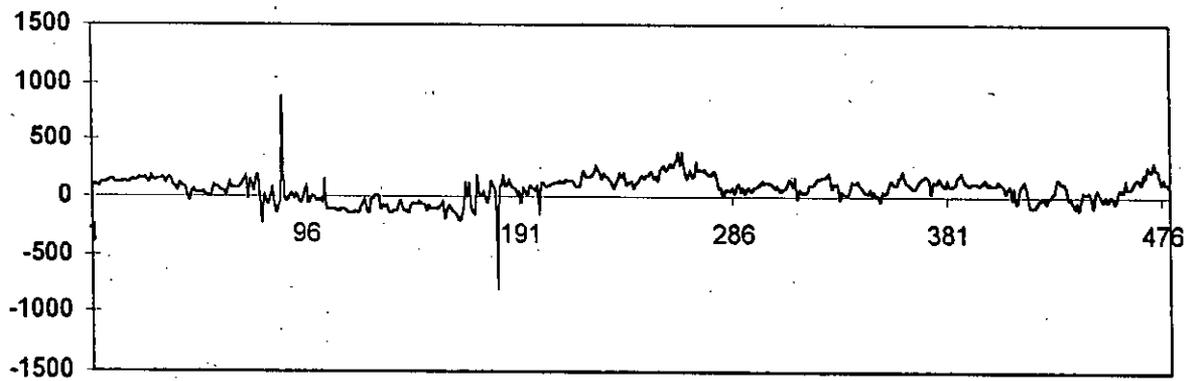


Figure IV.8

**SERIE DIFFERENCIEE SUCCESSIVEMENT / SAISONNIEREMENT**

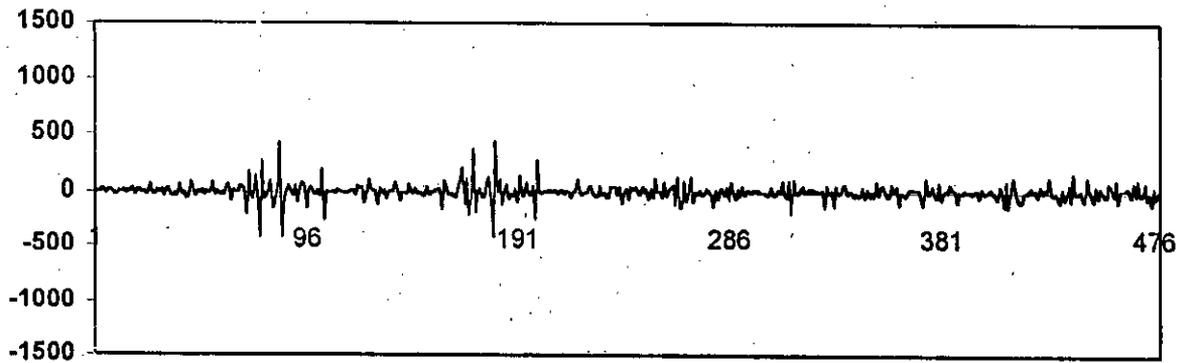
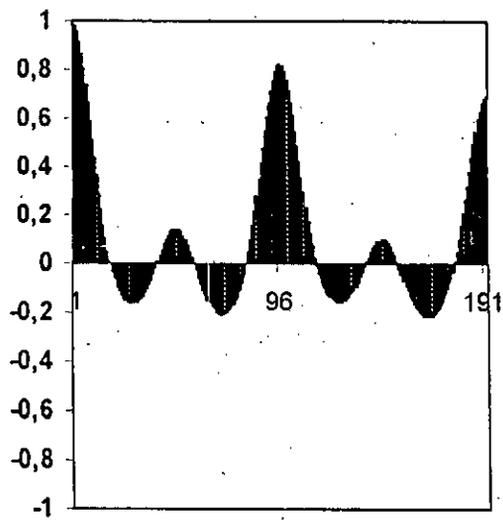


Figure IV.9

CORRELOGRAMMES



CORRELOGRAMMES PARTIELS

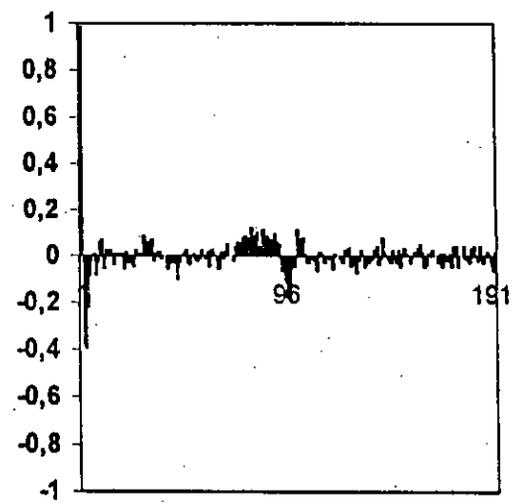


Figure IV.7.1

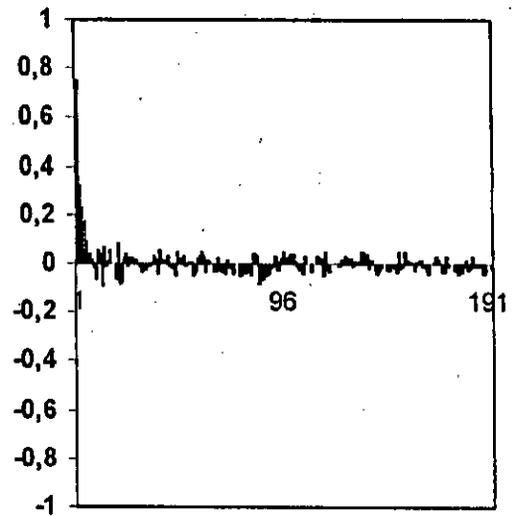
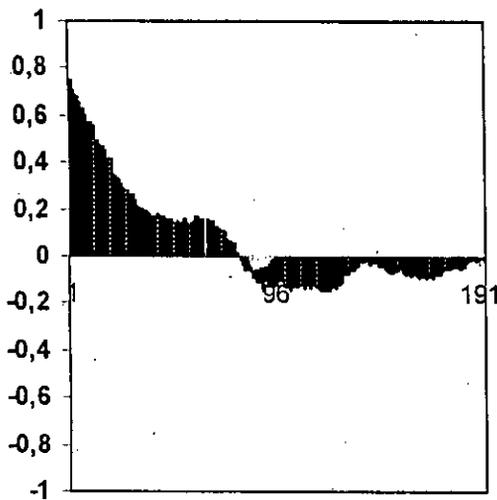


Figure IV.8.1

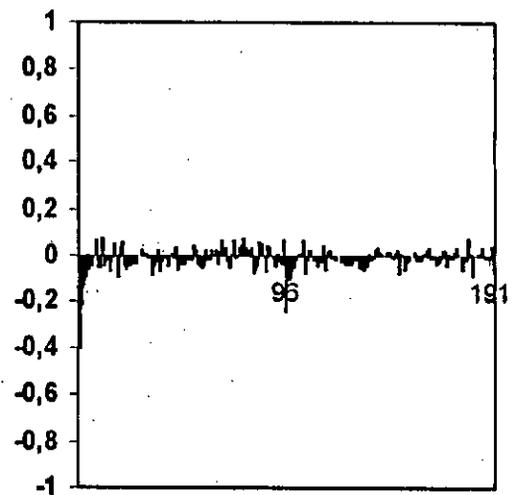
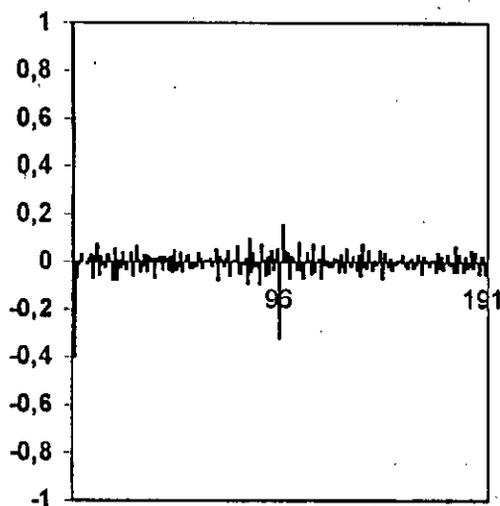


Figure IV.9.1

**3.4. VALIDATION :**Tests concernant les paramètres :

Les paramètres  $\theta_1$  et  $\Phi_1$  ne sont pas significativement différents de zéro au seuil  $\alpha = 0.05$  ( tableau 3.1 ). On élimine l'un des ces paramètres. Si on élimine  $\theta_1$ , les estimations des paramètres deviennent :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	0.86	0.01	67.56	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.26	0.029	-8.80	$ t  > 1.96$
$\Phi_1$	-0.06	0.029	-0.23	$ t  < 1.96$

Tableau n°3.2.

K	25	40	70
Q	100.98	152.12	196.88
Q'	102.12	155.90	204.94
$\chi_{k-3}$	42.80	62.03	101.87

Tableau n° 3.2.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

D' après le tableau n°3.2, il est nécessaire d'éliminer aussi le paramètre  $\Phi_1$ , les nouvelles estimations sont :

Paramètre	Estimation	Ecart type	t-Student	Comparaison
$\theta_1$	0.82	0.01	45.23	$ t  > 1.96$
$\phi_1$	-0.29	0.04	-18.44	$ t  > 1.96$

Tableau n° 3.3

K	25	40	70
Q	35.98	60.47	91.72
Q'	36.78	62.76	97.56
$\chi_{k-3}$	44.8	65.27	102.92

Tableau n° 3.3.1 : Tests de Pierce-Box et Ljung-Box

- Test concernant les paramètres :

les deux paramètres  $\theta_1$ ,  $\phi_1$  sont significativement différents de zéro au seuil  $\alpha = 0.05$  ( tableau n° 3.3 ).

- Test concernant le bruit blanc :

Les résidus représentés par la figure IV.12 forment un bruit blanc, cela est vérifié par les deux tests statistiques Q, Q'.

La série  $(V_t)$  est alors modélisée par un processus de type SARIMA(1,1,0)(0,1,1)<sub>96</sub> avec les paramètres estimés ( tableau n° 3.3 ).

**ERREURS DE LA SERIE JOURS OUVRABES**

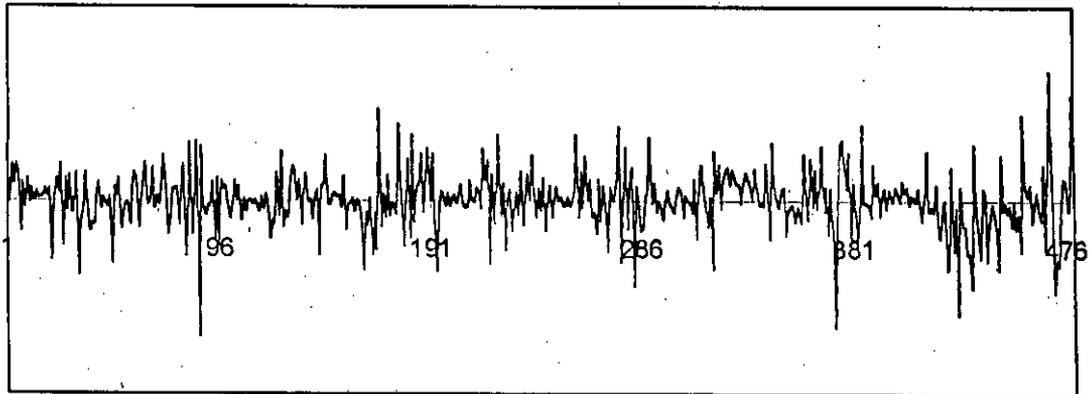


Figure IV.10.

**ERREURS DE LA SERIE JOURS SEMI OUVRABLES**

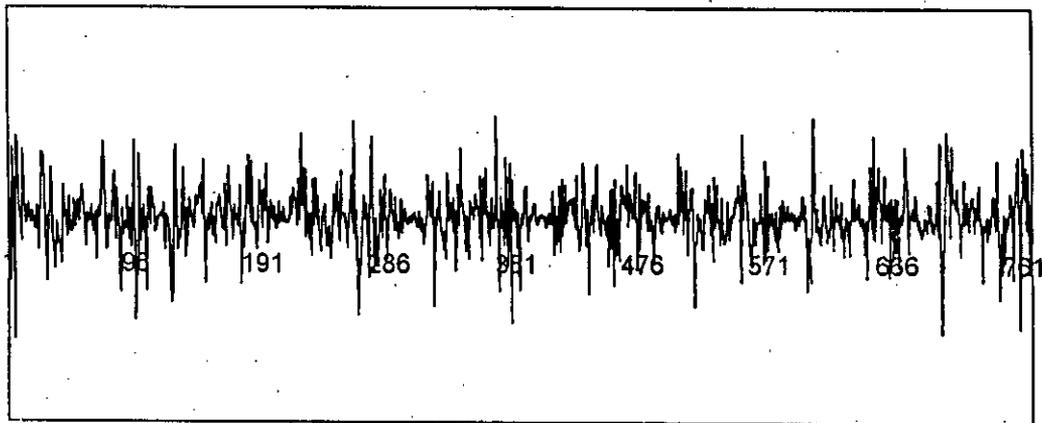


Figure IV.11

**ERREURS DE LA SERIE JOURS FERIES**

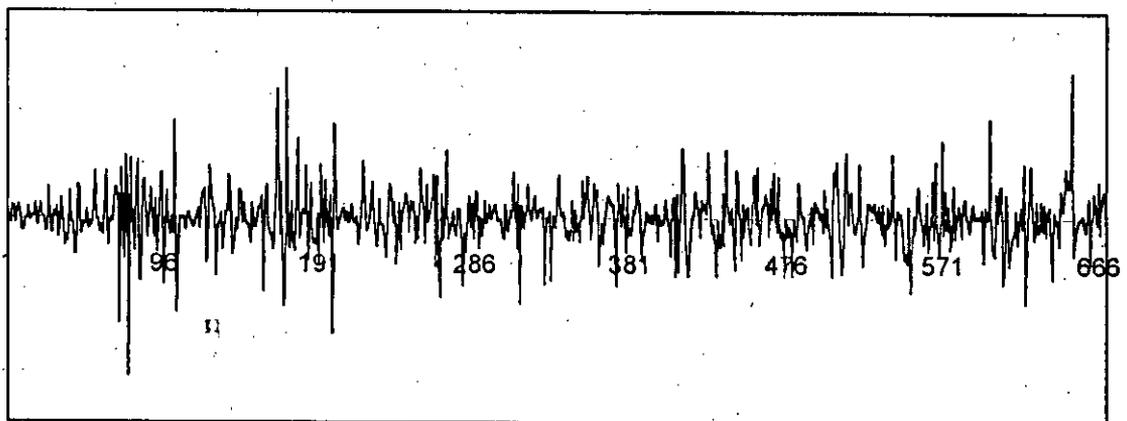


Figure IV.12

### 5.1. PREVISION :

Les résultats de prévision sont donnés à la fin de ce chapitre.

Une façon de tester la performance des méthodes retenues est d'élaborer une comparaison entre elles. En effet, une des comparaisons consiste à évaluer les deux statistiques les plus utilisées :

-Carré moyen des erreurs RMSE ( Root Mean Square Error ):

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2}$$

-L'écart absolu moyen en pourcentage :

$$\text{MAPE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|e_t|}{X_t}$$

### IV.3 RESULTATS DE PREVISION ET LEUR INTERPRE TATION :

Pour effectuer la comparaison, nous avons choisi les valeurs réelles du 8<sup>ème</sup> jour non pris en compte dans l'estimation.

Pour chaque série nous avons construit un tableau récapitulatif

(Tableau IV.3.1, IV.3.2, IV.3.3, IV.3.4, IV.3.5,IV.3.6).

Les figures IV.3.1, IV.3.2, IV.3.3, représentent les séries observées et les séries ajustées.

Tableau IV.3.1 : REALISATIONS ET PREVISIONS POUR LES JOURS OUVRABLES

Q-H	Observations	Box - Jenkins		Holt-Winters Additive		Holt-Winters Multip...	
		Prévision	Erreur	Prévision	Erreur	Prévision	Erreur
1	2078	2057,0	21,0	2102,0	-24,0	2123,8	45,8
2	2030	1985,5	44,5	2031,8	-1,8	2069,6	39,6
3	2000	1997,4	2,6	2004,7	-4,7	1994,4	-5,6
4	1995	1981,0	14,0	2002,5	-7,5	1962,1	-32,9
5	1908	1958,7	-50,7	1942,4	-34,4	1877,8	-30,2
6	1966	1925,8	40,2	1890,6	75,4	1945,1	-20,9
7	1948	1946,0	2,0	1935,8	12,2	1997,2	49,2
8	1925	1934,5	-9,5	1886,8	38,2	1925,7	0,7
9	1889	1919,4	-30,4	1920,1	-31,1	1897,9	8,9
10	1907	1901,3	5,7	1897,7	9,3	1877,7	-29,3
11	1917	1913,7	3,3	1892,5	24,5	1903,9	-13,1
12	1873	1902,3	-29,3	1889,7	-16,7	1846,4	-26,6
13	1888	1886,3	1,7	1866,7	21,3	1899,2	11,2
14	1891	1889,4	1,6	1884,0	7,0	1885,1	-5,9
15	1879	1883,1	-4,1	1883,4	-4,4	1873,2	-5,8
16	1907	1884,5	22,5	1880,7	26,3	1892,1	-14,9
17	1896	1893,9	2,1	1882,1	13,9	1891,2	-4,8
18	1892	1901,5	-9,5	1895,4	-3,4	1879,1	-12,9
19	1926	1899,5	26,5	1883,9	42,1	1928,7	2,7
20	1935	1923,4	11,6	1919,8	15,2	1916,6	-18,4
21	1931	1944,6	-13,6	1902,6	28,4	1970,4	39,4
22	1952	1955,1	-3,1	1961,1	-9,1	1968,8	16,8
23	1986	2007,4	-21,4	1974,8	11,2	1938,6	-47,4
24	2055	2043,0	12,0	2046,9	8,1	2005,9	-49,1
25	2165	2090,5	74,5	2168,7	-3,7	2352,9	187,9
26	2268	2299,0	-31,0	2242,4	25,6	2412,5	144,5
27	2358	2374,3	-16,3	2370,3	-12,3	2542,5	184,5
28	2400	2483,4	-83,4	2441,6	-41,6	2638,5	238,5
29	2511	2599,7	-88,7	2600,4	-89,4	2542,4	31,4
30	2780	2736,7	43,3	2678,3	101,7	2817,6	37,6
31	2858	2842,2	15,8	2882,1	-24,1	2804,0	-54,0
32	2844	2815,7	28,3	2856,8	-12,8	2909,9	65,9
33	2785	2821,1	-36,1	2808,2	-23,2	2909,5	124,5
34	2839	2828,5	10,5	2804,6	34,4	2915,8	76,8
35	2836	2865,2	-29,2	2899,6	-63,6	2921,3	85,3
36	2828	2874,8	-46,8	2905,4	-77,4	2818,9	-9,1
37	2820	2820,7	-0,7	2831,4	-11,4	2691,8	-128,2
38	2785	2767,2	17,8	2785,1	-0,1	2776,8	-8,2
39	2547	2713,2	-166,2	2789,0	-242,0	2529,0	-18,0
40	2501	2556,9	-55,9	2612,1	-111,1	2498,3	-2,7
41	2576	2506,1	69,9	2504,2	71,8	2540,7	-35,3
42	2502	2529,7	-27,7	2602,5	-100,5	2416,9	-85,1
43	2508	2481,8	26,2	2519,3	-11,3	2536,9	28,9
44	2336	2479,8	-143,8	2571,1	-235,1	2251,8	-84,2
45	2448	2374,6	73,4	2418,5	29,5	2342,8	-105,2
46	2455	2417,3	37,7	2502,0	-47,0	2539,4	84,4
47	2448	2451,1	-3,1	2498,9	-50,9	2491,7	43,7
48	2378	2431,4	-53,4	2488,8	-110,8	2478,4	100,4
49	2351	2388,4	-37,4	2456,7	-105,7	2313,0	-38,0
50	2252	2335,2	-83,2	2429,9	-177,9	2261,0	9,0
51	2361	2261,5	99,5	2240,8	120,2	2377,2	16,2
52	2372	2338,6	33,4	2374,6	-2,6	2392,7	20,7

SUITE Tableau IV.3.1

53	2345	2369,0	-24,0	2418,5	-73,5	2367,2	22,2
54	2319	2354,7	-35,7	2336,0	-17,0	2334,6	15,6
55	2366	2337,7	28,3	2338,4	27,6	2368,8	2,8
56	2377	2362,1	14,9	2364,4	12,6	2384,1	7,1
57	2362	2369,9	-7,9	2416,0	-54,0	2302,0	-60,0
58	2364	2355,5	8,5	2410,6	-46,6	2365,1	1,1
59	2373	2356,4	16,6	2379,9	-6,9	2388,5	15,5
60	2367	2385,0	-18,0	2394,1	-27,1	2368,6	1,6
61	2383	2382,5	0,5	2424,4	-41,4	2369,8	-13,2
62	2293	2364,4	-71,4	2372,0	-79,0	2293,7	0,7
63	2361	2294,7	66,3	2266,0	95,0	2332,1	-28,9
64	2353	2340,4	12,6	2370,4	-17,4	2181,9	-171,1
65	2356	2319,9	36,1	2362,1	-6,1	2284,6	-71,4
66	2364	2375,8	-11,8	2389,1	-25,1	2314,3	-49,7
67	2356	2365,9	-9,9	2367,3	-11,3	2374,6	18,6
68	2356	2390,3	-34,3	2407,0	-51,0	2319,0	-37,0
69	2405	2392,1	12,9	2409,2	-4,2	2423,4	18,4
70	2441	2491,6	-50,6	2498,0	-57,0	2502,2	61,2
71	2663	2594,5	68,5	2690,2	-27,2	2830,3	167,3
72	2768	2780,0	-12,0	2870,8	-102,8	3125,3	357,3
73	3079	2975,7	103,3	2901,1	177,9	3120,3	41,3
74	3226	3145,7	80,3	3194,5	31,5	3270,9	44,9
75	3292	3259,6	32,4	3281,4	10,6	3329,3	37,3
76	3401	3328,7	72,3	3368,1	32,9	3459,1	58,1
77	3352	3390,4	-38,4	3398,1	-46,1	3312,4	-39,6
78	3338	3358,6	-20,6	3346,2	-8,2	3325,3	-12,7
79	3343	3318,3	24,7	3326,6	16,4	3290,2	-52,8
80	3280	3297,3	-17,3	3298,4	-18,4	3249,3	-30,7
81	3265	3252,3	12,7	3306,0	-41,0	3384,8	119,8
82	3227	3214,5	12,5	3152,0	75,0	3148,3	-78,7
83	3116	3174,5	-58,5	3214,9	-98,9	2894,2	-221,8
84	3128	3077,3	50,7	3058,8	69,2	3051,9	-76,1
85	3027	2857,7	169,3	2909,0	118,0	3010,6	-16,4
86	2939	2902,0	37,0	2847,8	91,2	2719,2	-219,8
87	2806	2858,7	-52,7	2999,7	-193,7	2900,7	94,7
88	2684	2769,4	-85,4	2806,5	-122,5	2544,9	-139,1
89	2547	2624,0	-77,0	2682,1	-135,1	2491,8	-55,2
90	2529	2514,8	14,2	2551,7	-22,7	2485,8	-43,2
91	2410	2367,4	42,6	2362,5	47,5	2454,7	44,7
92	2349	2365,7	-16,7	2307,9	41,1	2259,0	-90,0
93	2291	2283,7	7,3	2312,0	-21,0	2316,4	25,4
94	2194	2230,7	-36,7	2208,3	-14,3	2235,8	41,8
95	2209	2123,3	85,7	1990,2	218,8	2155,9	-53,1
96	2172	2137,9	34,1	2132,5	39,5	2205,4	33,4

	Box-Jenkins	Holt-Winters additive	Holt-Winters multipl...
Erreur Moyenne	36,86	50,12	55,95
RMSE	50,14	73,57	82,95
MAPE	1,48	2,008	2,5

Tableau IV.3.2 : TABLEAU RECAPITULATIF DES PERFORMANCES

Tableau IV.3.3 : REALISATIONS ET PREVISIONS POUR LES JOURS SEMI OUVRABLES

Q-H	Observation	Box - Jenkins		Holt-Winters Additive		Holt-Winters Multipl...	
		Prévision	Erreur	Prévision	Erreur	Prévision	Erreur
1	2223	2191,9	31,1	2102,2	120,8	2121,7	101,3
2	2115	2134,3	-119,3	2111,2	3,8	2051,4	63,6
3	2064	2110,5	-46,5	2132,0	-68,0	2097,1	-33,1
4	1986	2051,9	-65,9	1987,4	-1,4	2066,9	-80,9
5	2010	1981,5	28,5	1989,5	20,5	2088,1	-78,1
6	1954	1987,5	-33,5	1912,5	41,5	2086,6	-132,6
7	1947	1954,9	-7,9	1921,3	25,7	2000,4	-53,4
8	1929	2000,0	-71,0	1932,4	-3,4	1967,0	-38,0
9	1928	1942,0	-14,0	1909,9	18,1	1942,8	-14,8
10	1913	1921,5	-8,5	1893,1	19,9	1935,6	-22,6
11	1916	1901,3	14,7	1957,0	-41,0	1972,2	-56,2
12	1913	1939,0	-26,0	1901,8	11,2	1969,6	-56,6
13	1908	1909,4	-1,4	1929,2	-21,2	1951,5	-43,5
14	1941	1888,8	52,2	1900,0	41,0	1952,3	-11,3
15	1921	1921,5	-0,5	1900,0	21,0	1953,0	-32,0
16	1935	1931,0	4,0	1887,0	48,0	1948,0	-13,0
17	1908	1956,0	-48,0	1911,1	-3,1	1946,2	-38,2
18	1910	1907,6	2,4	1950,0	-40,0	1949,2	-39,2
19	1934	1956,0	-22,0	1926,1	7,9	1958,5	-24,5
20	1912	1931,0	-19,0	1902,3	9,7	1956,9	-44,9
21	1921	1920,4	0,6	1920,2	0,8	1941,4	-20,4
22	1961	1925,3	35,7	1966,1	-5,1	1987,8	-26,8
23	1969	2008,0	-39,0	1988,1	-19,1	1991,2	-22,2
24	2012	1996,8	15,2	2156,5	-144,5	2007,1	4,9
25	2015	2038,8	-23,8	2051,3	-36,3	2046,7	-31,7
26	2014	2085,6	-71,6	2167,1	-153,1	2087,8	-73,1
27	2107	2076,8	30,2	2218,0	-111,0	2222,5	-115,5
28	2095	2186,8	-91,8	2207,2	-112,2	2203,6	-108,6
29	2256	2205,6	50,4	2412,9	-156,9	2306,8	-50,8
30	2603	2373,9	229,1	2675,7	-72,7	2666,7	-63,7
31	2729	2612,5	116,5	2823,7	-94,7	2825,0	-96,0
32	2798	2759,9	38,1	2730,4	67,6	2797,8	0,2
33	2749	2778,0	-29,0	2770,5	-21,5	2751,6	-2,6
34	2723	2748,4	-25,4	2672,7	50,3	2722,9	0,1
35	2655	2720,5	-65,5	2698,3	-43,3	2730,8	-75,8
36	2646	2658,5	-12,5	2513,2	132,8	2776,0	-130,0
37	2546	2614,1	-68,1	2487,3	58,7	2641,7	-95,7
38	2532	2531,7	0,3	2471,3	60,7	2590,5	-58,5
39	2485	2504,1	-19,1	2495,7	-10,7	2544,6	-59,6
40	2448	2478,5	-30,5	2398,8	49,2	2517,8	-69,8
41	2373	2418,5	-45,5	2351,3	21,7	2471,4	-98,4
42	2315	2359,2	-44,2	2234,3	80,7	2436,3	-121,3
43	2300	2286,0	14,0	2240,9	59,1	2397,5	-97,5
44	2274	2267,5	6,5	2308,3	-34,3	2337,6	-63,6
45	2246	2251,9	-5,9	2216,5	29,5	2312,4	-66,4
46	2188	2229,4	-41,4	2169,1	18,9	2296,2	-108,2
47	2212	2180,9	31,1	2208,9	3,1	2252,6	-40,6
48	2207	2190,6	16,4	2180,6	26,4	2322,6	-115,6
49	2188	2197,6	-9,6	2193,8	-5,8	2270,0	-82,0
50	2154	2157,6	-3,6	2095,2	58,8	2310,2	-156,2
51	2128	2141,1	-13,1	2133,8	-5,8	2163,2	-35,2
52	2092	2100,7	-8,7	2136,0	-44,0	2162,2	-70,2

SUIITE Tableau IV.3.3

53	2030	2106,7	-76,7	2082,1	-52,1	2118,8	88,8
54	2084	2070,0	14,0	2052,5	31,5	2135,0	-51,0
55	2032	2062,6	-30,6	2046,3	-14,3	2061,0	-29,0
56	2041	2105,0	-64,0	2070,0	-29,0	2113,0	-72,0
57	1984	2040,3	-56,3	1996,8	-12,8	2035,0	51,0
58	1982	1979,2	2,8	1955,8	26,2	2039,0	-57,0
59	1991	2057,0	-66,0	2004,3	-13,3	2013,0	22,0
60	2079	1997,1	81,9	2049,3	29,7	2094,0	-15,0
61	2047	2088,0	-41,0	2076,0	-29,0	2080,0	-33,0
62	2061	2033,0	28,0	2019,4	41,6	2128,0	-67,0
63	2022	2055,9	-33,9	2026,0	-4,0	2098,0	-76,0
64	2065	2048,0	17,0	2077,4	-12,4	2240,5	-175,5
65	2064	2066,8	-2,8	2072,4	-8,4	2120,0	-56,0
66	2072	2112,0	-40,0	2100,0	-28,0	2238,3	-166,3
67	2076	2074,3	1,7	2139,0	-63,0	2176,4	-100,4
68	2069	2168,0	-99,0	2097,4	-28,4	2194,3	-125,3
69	2092	2094,8	-2,8	2248,8	-156,8	2224,5	-132,5
70	2133	2141,9	-8,9	2219,0	-86,0	2322,7	-189,7
71	2221	2225,8	-4,8	2319,8	-98,8	2375,6	-154,6
72	2419	2355,8	63,2	2626,5	-207,5	2618,9	-199,9
73	2675	2596,9	78,1	2896,8	-221,8	2808,6	-133,6
74	2858	2871,1	-13,1	2962,9	-104,9	3019,5	-161,5
75	3118	3000,2	117,8	3188,7	-70,7	3251,8	-133,8
76	3143	3173,6	-30,6	3197,0	-54,0	3265,0	-122,0
77	3182	3184,6	-2,6	3158,3	23,7	3287,0	-105,0
78	3213	3196,4	16,6	3150,1	62,9	3283,0	-70,0
79	3249	3187,0	62,0	3194,9	54,1	3276,0	-27,0
80	3213	3235,6	-22,6	3209,2	3,8	3251,6	-38,6
81	3163	3165,7	-2,7	3138,1	24,9	3197,4	-34,4
82	3157	3141,6	15,4	3086,6	70,4	3186,0	-29,0
83	3168	3090,3	77,7	3108,5	59,5	3098,7	69,3
84	3110	3107,5	2,5	3066,3	43,7	3050,3	59,7
85	3065	3054,1	10,9	2952,6	112,4	2937,8	127,2
86	2987	2989,9	-2,9	2930,5	56,5	2834,1	152,9
87	2815	2906,2	-91,2	2774,1	40,9	2859,2	-44,2
88	2814	2758,9	55,1	2708,3	105,7	2811,3	2,7
89	2728	2733,7	-5,7	2669,9	58,1	2555,7	172,3
90	2590	2645,4	-55,4	2438,8	151,2	2578,1	11,9
91	2479	2533,7	-54,7	2398,2	80,8	2347,0	132,0
92	2333	2382,4	-49,4	2260,2	72,8	2402,7	-69,7
93	2298	2300,6	-2,6	2269,9	28,1	2315,1	-17,1
94	2172	2241,9	-69,9	2117,2	54,8	2235,1	-63,1
95	2125	2105,2	19,8	2101,0	24,0	2234,3	-109,3
96	2096	2103,9	-7,9	2094,6	1,4	2266,8	-170,8

	Box - Jenkins	Holt-Winters Additive	Holt-Winters multipl...
Erreur Moyenne	35,95	51,15	73,53
RMSE	50,56	68,79	88,29
MAPE	1,56	2,16	3,201

Tableau IV.3.4 : TABLEAU RECAPITULATIF DES PERFORMANCES

Tableau IV.3.5 : REALIATIONS ET PREVISIONS POUR LES JOURS FERIES

Q-H	Observation	Box - Jenkins		Holt-Winters Additive		Holt-Winters Multipl...	
		Prévision	Erreur	Prévision	Erreur	Prévision	Erreur
1	2027	2074,5	-47,5	2119,2	-92,2	2126,6	-99,6
2	2054	2020,7	33,3	2047,4	6,6	2031,1	22,9
3	2030	2124,0	-94,0	2004,6	25,4	2054,0	-24,0
4	2017	2033,6	-16,6	2038,0	-21,0	2042,5	-25,5
5	2018	1926,0	92,0	1976,0	42,0	1954,8	63,2
6	1942	1983,0	-41,0	1983,9	-41,9	1990,2	-48,2
7	1962	1947,7	14,3	1989,9	-27,9	1957,3	4,7
8	1955	1949,9	5,1	2002,3	-47,3	1972,8	-17,8
9	1960	1944,1	15,9	1933,8	26,2	1970,9	-10,9
10	1939	1985,0	-46,0	1932,4	6,6	1946,6	-7,6
11	1937	1909,5	27,5	1928,0	9,0	1927,2	9,8
12	1920	1920,4	-0,4	1914,4	5,6	1938,7	-18,7
13	1912	1909,1	2,9	1939,1	-27,1	1947,6	-35,6
14	1899	1905,3	-6,3	1895,2	3,8	1981,0	-82,0
15	1908	1904,2	3,8	1928,8	-20,8	1895,5	12,5
16	1899	1878,0	21,0	1916,0	-17,0	1937,8	-38,8
17	1928	1869,0	59,0	1901,0	27,0	1887,6	40,4
18	1904	1896,0	8,0	1899,8	4,2	1908,4	-4,4
19	1904	1881,0	23,0	1902,9	1,1	1877,6	26,4
20	1903	1860,0	43,0	1894,8	8,2	1919,7	-16,7
21	1902	1899,7	2,3	1921,0	-19,0	1888,5	13,5
22	1917	1871,0	46,0	1885,0	32,0	1941,2	-24,2
23	1891	1915,6	-24,6	1935,0	-44,0	1903,1	-12,1
24	1902	1871,0	31,0	1932,6	-30,6	1975,2	-73,2
25	1929	1925,6	3,4	1896,0	33,0	1933,6	-4,6
26	1928	1936,7	-8,7	2133,9	-205,9	1927,0	1,0
27	2023	2046,6	76,4	2047,3	-24,3	2076,2	-53,2
28	2068	2072,5	-4,5	2168,6	-100,6	2036,7	31,3
29	2104	2139,4	-35,4	2166,3	-62,3	2147,1	-43,1
30	2128	2166,3	-38,3	2316,5	-188,5	2228,3	-100,3
31	2235	2190,7	44,3	2245,4	-10,4	2267,9	-32,9
32	2283	2255,6	27,4	2316,0	-33,0	2295,6	-12,6
33	2329	2278,8	50,2	2325,4	3,6	2189,1	139,9
34	2382	2362,3	19,7	2234,8	147,2	2213,8	168,2
35	2249	2357,8	-108,8	2230,2	18,8	2241,5	7,5
36	2217	2285,8	-68,8	2323,5	-106,5	2164,8	52,2
37	2254	2314,0	-60,0	2284,6	-30,6	2197,7	56,3
38	2246	2223,0	23,0	2246,6	-0,6	2208,8	37,2
39	2180	2198,0	-18,0	2228,9	-48,9	2186,7	-6,7
40	2142	2176,2	-34,2	2120,2	21,8	2181,8	-39,8
41	2097	2138,0	-41,0	2182,4	-85,4	2136,4	-39,4
42	2066	2105,9	-39,9	2094,0	-28,0	2107,4	-41,4
43	2060	2067,1	-7,1	2073,0	-13,0	2165,0	-105,0
44	2058	2051,0	7,0	2117,2	-59,2	2096,4	-38,4
45	2005	2026,7	-21,7	2087,0	-82,0	2092,5	-87,5
46	1962	1991,1	-29,1	2051,0	-89,0	2126,7	-164,7
47	1955	1975,7	-20,7	2069,0	-114,0	2116,6	-161,6
48	2058	1954,8	103,2	2040,3	17,7	2087,0	-29,0
49	1894	2009,2	-115,2	2037,0	-143,0	2045,0	-151,0
50	1901	1923,1	-22,1	2012,0	-111,0	2074,8	-173,8
51	1922	1911,4	10,6	2037,0	-115,0	2034,8	-112,8
52	2002	1922,4	79,6	2030,0	-28,0	2063,5	-61,5

SUITE Tableau IV.3.5

53	1927	1952,3	-25,3	1978,0	-51,0	2037,2	-110,2
54	1920	1934,5	-14,5	2017,0	-97,0	1983,1	-63,1
55	1942	1939,3	2,7	1980,0	-38,0	2024,2	-82,2
56	1875	1955,0	-80,0	1969,0	-94,0	1923,2	-48,2
57	1855	1872,1	-17,1	1949,0	-94,0	1907,0	-52,0
58	1866	1856,2	9,8	1921,0	-55,0	1992,3	-126,3
59	1872	1868,3	3,7	1937,0	-65,0	1896,0	-24,0
60	1883	1865,5	17,5	1937,0	-54,0	1957,0	-74,0
61	1871	1908,0	-37,0	1899,0	-28,0	1861,0	10,0
62	1880	1885,0	-5,0	1915,0	-35,0	1919,5	-39,5
63	1867	1870,2	-3,2	1985,0	-118,0	1961,0	-94,0
64	1862	1872,7	-10,7	2026,0	-164,0	2087,0	-225,0
65	1859	1885,0	-26,0	2053,0	-194,0	2064,8	-205,8
66	1872	1878,3	-6,3	2022,0	-150,0	1907,6	-135,6
67	1879	1868,2	10,8	1917,1	-138,1	2060,2	-181,2
68	1875	1909,1	-34,1	2092,8	-117,8	2003,4	-128,4
69	1905	1905,0	0,0	2028,2	-123,2	2026,9	-121,9
70	1992	1945,0	47,0	2163,9	-171,9	2191,4	-199,4
71	2058	2048,1	9,9	2224,5	-166,5	2113,0	-155,0
72	2139	2143,2	-4,2	2265,9	-126,9	2319,4	-180,4
73	2381	2347,6	33,4	2491,7	-110,7	2481,3	-100,3
74	2596	2490,8	105,2	2704,5	-108,5	2755,6	159,6
75	2806	2314,2	-8,2	2939,4	-133,4	2926,0	-120,0
76	2923	2925,1	-2,1	3078,8	-155,8	3054,8	-131,8
77	3227	3045,6	181,4	3057,2	169,8	3155,8	71,2
78	3138	3168,1	-30,1	3203,0	-65,0	3229,5	-91,5
79	3151	3246,0	-95,0	3155,2	-4,2	3225,2	-74,2
80	3190	3160,0	30,0	3169,4	20,6	3206,0	-16,0
81	3177	3210,0	-33,0	3130,1	46,9	3224,4	-47,4
82	3171	3151,3	19,7	3109,0	62,0	3161,7	9,3
83	3147	3129,1	17,9	3069,2	77,8	3121,3	25,7
84	3103	3080,4	22,6	2945,8	157,2	3099,3	3,7
85	3056	3038,3	17,7	2864,4	191,6	2941,1	114,9
86	2950	2946,0	4,0	2863,4	86,6	2876,3	73,7
87	2892	2864,5	27,5	2760,8	131,2	2863,6	28,4
88	2769	2781,2	-12,2	2656,3	112,7	2604,0	165,0
89	2668	2673,2	-5,2	2557,6	110,4	2665,2	2,8
90	2652	2547,5	104,5	2520,6	131,4	2495,7	156,3
91	2546	2509,0	37,0	2421,4	124,6	2421,2	124,8
92	2402	2476,6	-74,6	2313,7	88,3	2206,8	195,2
93	2394	2351,7	42,3	2247,5	146,5	2302,4	91,6
94	2273	2283,7	-10,7	2164,9	108,1	2161,0	112,0
95	2229	2204,4	24,6	2065,5	163,5	2102,3	126,7
96	2222	2172,0	50,0	2097,9	124,1	2117,7	104,3

	Box - Jenkins	Holt-Winters Additive	Holt-Winters Multipl...
Erreur Moyenne	33,08	74,94	73,1
RMSE	46,48	93,89	93,12
MAPE	1,5	3,42	3,41

Tableau IV.3.6 : TABLEAU RECAPITULATIF DES PERFORMANCES

PREVISIONS PAR LA METHODE DE B\_J (J-O)

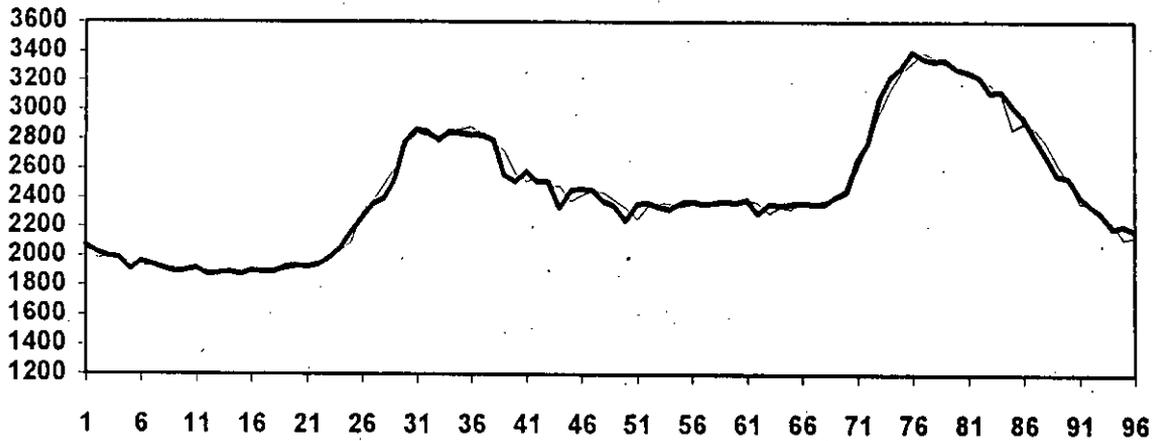


Figure IV.3.1

PREVISIONS PAR LA METHODE DE H - W - A (J - O)

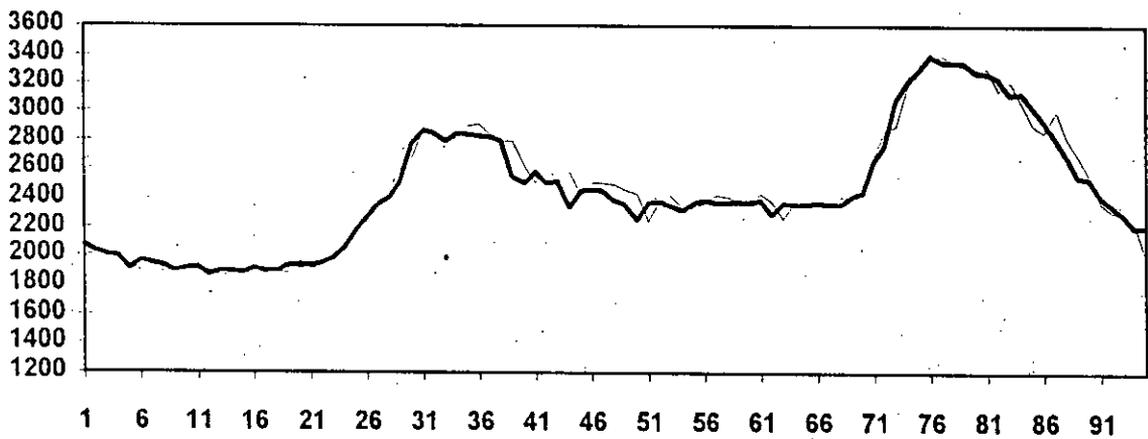


Figure IV.3.2

PREVISIONS PAR LA METHODE DE H - W - M (J - O)

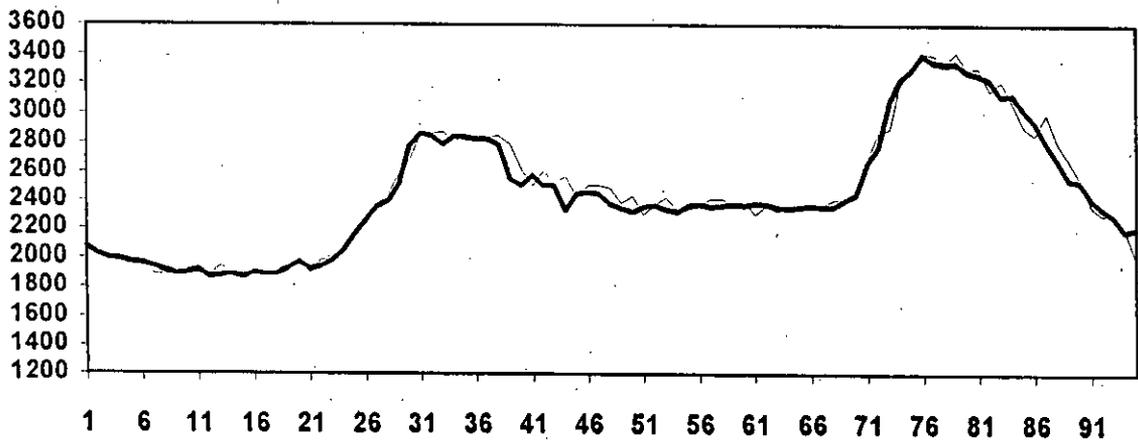


Figure IV.3.3

— Prévisionnelle  
 — Réelle

PREVISIONS PAR LA METHODE DE B - J (J - S - O)

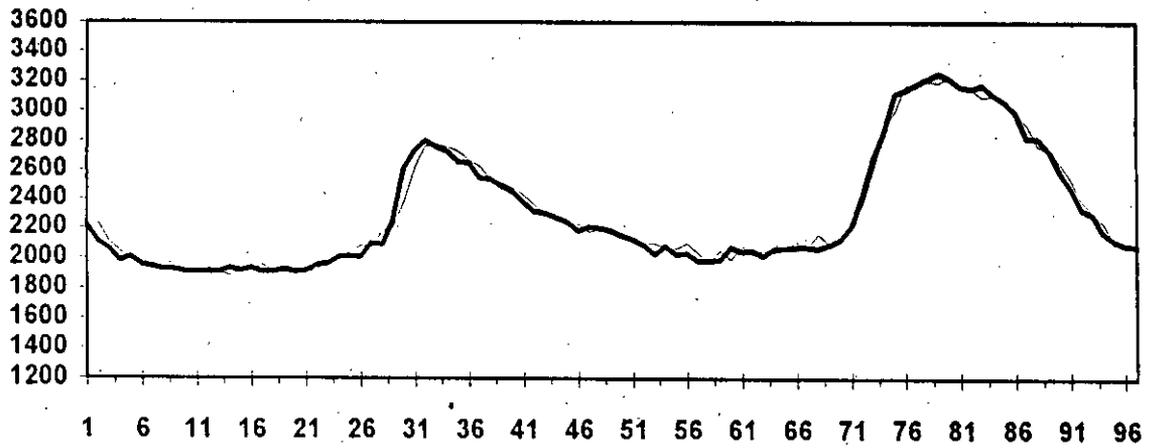


Figure IV.3.4

PREVISIONS PAR LA METHODE DE H \_ W - A (J - S - O)

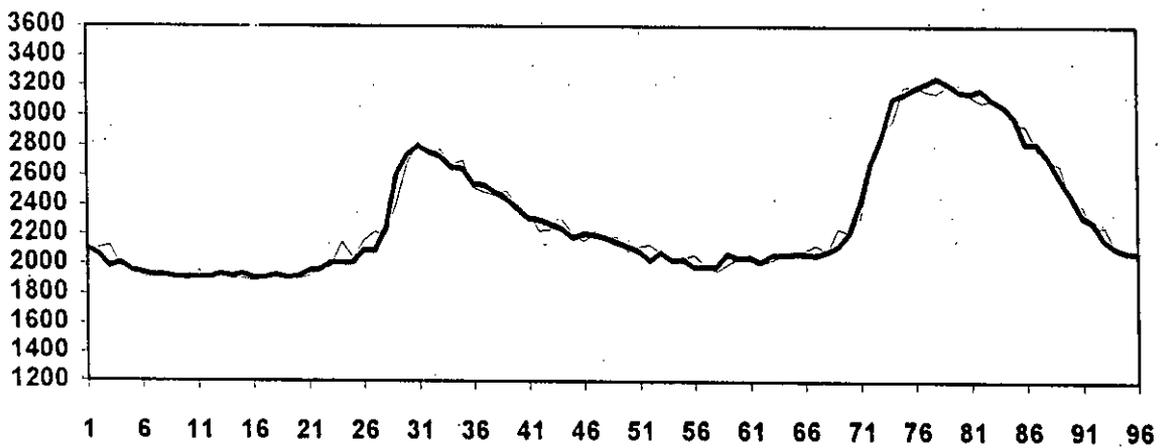


Figure IV.3.5

PREVISIONS PAR LA METHODE DE H - W - M (J - S - O)

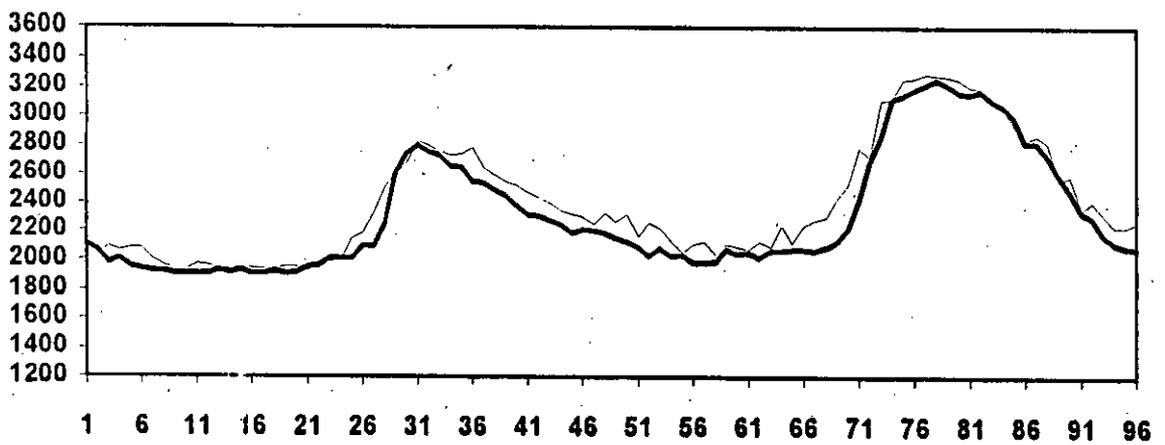


Figure IV.3.6

**PREVISIONS PAR LA METHODE DE B - J (J - F)**

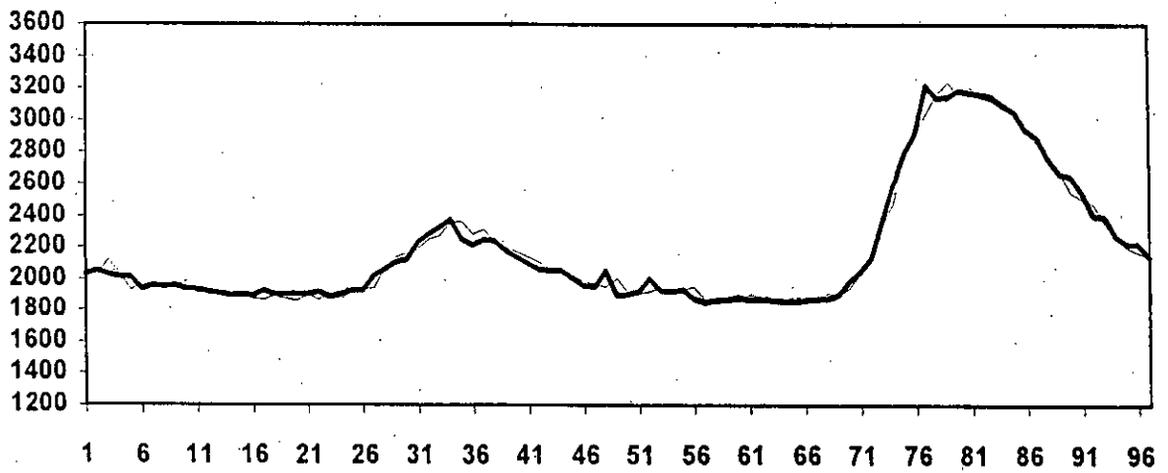


Figure IV.3.7

**PREVISION PAR LA METHODE DE H - W - A (J - F)**

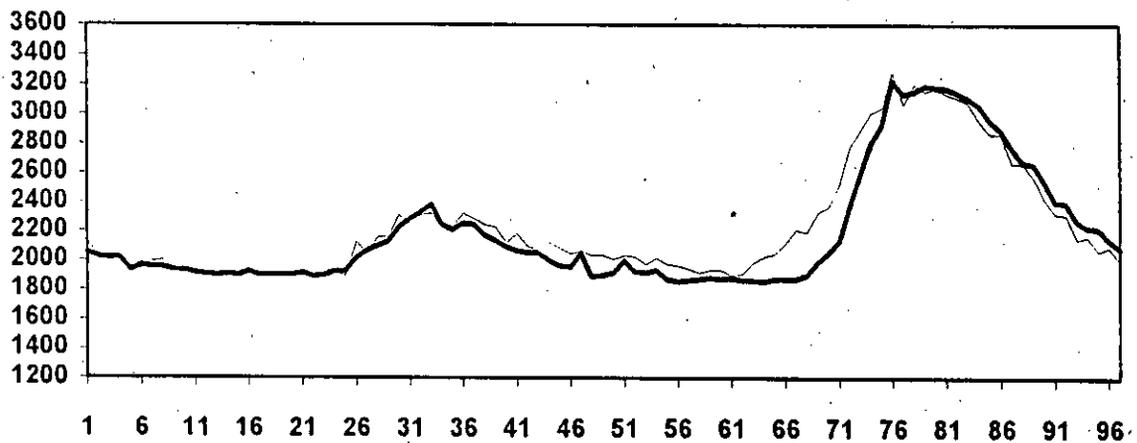


Figure IV.3.8

**PREVISION PAR LA METHODE DE H - W - M (J - F)**

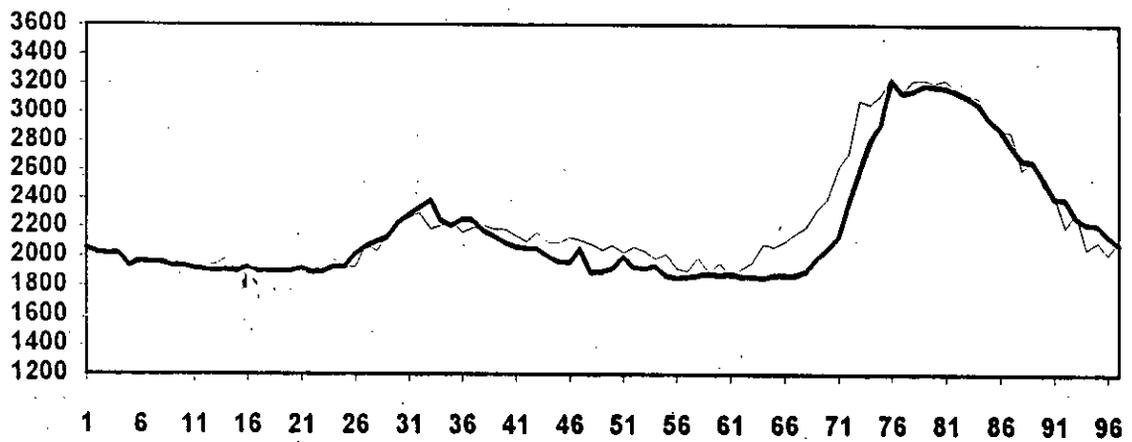


Figure IV.3.9

Les conclusions inspirées des tableaux et figures précédentes sont :

- Les résultats de prévision obtenus par les trois méthodes sont satisfaisants, du moment où les erreurs de prévision n'excèdent pas les 10 % [ MEL-90 ].
  
- Les résultats obtenus par la méthode de Box et Jenkins sont nettement meilleurs que ceux des méthodes de Holt et Winters (Tableau IV.3.1, IV.3.2, IV.3.3, IV.3.4, IV.3.5, IV.3.6).

## Conclusion

Dans cette étude, nous avons élaboré un logiciel applicable à la Direction de Production et de transport d'Electricité (SONELGAZ), permettant la prévision de la charge nationale à chaque quart d'heure sur un horizon de vingt quatre heures, en s'inspirant des modèles de la méthode de Box-Jenkins et de Holt-Winters. Il comprend en outre une base de données, conçue selon le type de jours et regroupant les fonctions essentielles pour la gestion des fichiers, à savoir la saisie, la consultation, la modification et la suppression. L'outil proposé pourra être accessible à toute personne voulant faire des prévisions de charge et n'ayant aucune connaissance théorique des méthodes de prévision, et ceci est un atout non négligable. Il peut faire l'objet d'une application immédiate au niveau de la SONELGAZ et c'est l'objectif principal que nous nous sommes assignés tout au long de notre travail.

Néanmoins il est appelé à être amélioré par l'intégration d'autres options, notamment par l'introduction des prévisions météorologiques concernant le temps, la température et la vitesse du vent, ceci pourra faire l'objet d'une autre étude.

**BIBLIOGRAPHIE**

- [ BAG-93 ] : G. Baglin , O.Bruel , A.Garreau , M.grueif.  
Management Industriel et Logistique.  
Economica 1993.
- [ BEN-89 ] : O.Bensaber et B.B.Trillo.  
Pratique des Chroniques et de la Prévision à Court Terme.  
Masson 1989.
- [ BOU-93 ] : R.Bourbounnais.  
Econometrie.  
Dunod 1993.
- [ BOX-76 ) : G.Box , G.Jenkins.  
Times Séries Analysis Forecasting and Control.  
California 1976.
- [ BRO-91 ] : P.Brockwell , R.Davis.  
Times Séries : Théory and Méthodes  
Springer-Verlag 1991.
- [ DRO-89 ] : J.J.Drönsbeke , B.Fichet , p.Tassi.  
Séries Chronologiques.  
Paris 1989.
- [ GIA-89 ] : V.Giard.  
Gestion de production.  
Economica 1989.
- [ GOU-90 ] : C.Gourieroux , A.Monfort.  
Séries temporelles et Modèles dynamiques.  
Economica 1990.
- [ MEL-90 ] : G.Mélard.  
Méthodes de prévision à court terme.  
Ellipses 1990.

[ PEL-71 ] : R.Pelissier.

Les Réseaux d'Energie électrique.  
Dunod 1971.

[ PER-84 ] : R.perso.

La Planification des réseaux Electriques.  
Eyrolles 1984.

[ WHE-83 ] : S.C.Wheelwright , S.Makridakis.

Méthode de prévision pour la gestion.  
Edition Organisation 1983.

## I - ESTIMATION DES PARAMETRES [BOX-76]:

### I.1. ESTIMATION DES PARAMETRES D'UN MODELE ARMA(p,d,q).

Il s'agit d'estimer les paramètres  $(\phi_1, \dots, \phi_p), (\theta_1, \dots, \theta_q)$ .

#### I.1.1. Estimation préliminaire:

- Estimation des paramètres  $\phi$ :

Si  $p > 0$ , alors la résolution du système linéaire :

$$A \cdot \Phi_0 = X$$

$$A_{ij} = C_{|q+i-j|}$$

$$x_i = C_{q+i} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

nous donne les estimateurs préliminaires des paramètres  $\phi$ .

- Estimation des paramètres  $\theta$ :

Soit  $X'_t = \phi(L) \cdot X_t$

a/ L'autocovariance  $C'$  de  $X'_t$  peut s'exprimer à l'aide de l'autocovariance  $C$ :

$$C'_j = \begin{cases} \sum_{i=0}^p \sum_{k=0}^p \phi_{i0} \cdot \phi_{k0} \cdot C_{|j+i-k|} & p > 0 \\ C_j & p = 0 \end{cases} \quad (\phi_{00} = -1) \quad \text{ou} \quad C_j$$

$$C_j \quad p=0$$

où  $j=0, 1, \dots, q$ .

On détermine alors les paramètres "moyenne mobile" par un algorithme de NEWTON-RAPHSON.

soit ( par définition ) :

$$\tau^2_0 = \sigma_0^2, \quad \theta_j = \frac{\tau_j}{\tau_0} \quad j=1, \dots, q$$

et  $\tau = (\tau_0, \dots, \tau_p)$

$$\tau^{i+1} = \tau^i - (T^i)^{-1}$$

avec  $f_i(f_0, \dots, f_q)$ .

$$f_i = \sum_{j=0}^{q-j} \tau_i \tau_j - C'_j$$

et

$$T = \begin{bmatrix} \tau_0 & \tau_1 & \dots & \dots & \tau_{q-1} & \tau_q \\ \tau_1 & \tau_2 & \dots & \dots & \tau_q & 0 \\ \tau_2 & & \dots & \dots & & 0 \\ \dots & & & & & 0 \\ \dots & & & & & 0 \\ \dots & & & & & 0 \\ \tau_q & 0 & \dots & \dots & & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_0 & \tau_1 & \dots & \dots & \dots & \tau_q \\ 0 & \tau_0 & \tau_1 & \dots & \dots & \tau_{q-1} \\ 0 & & & & & \dots \\ 0 & & & & & \tau_0 \end{bmatrix}$$

Avec les valeurs de départ :

$$\tau_0 = \sqrt{C'_0} \quad \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_q = 0$$

C/ quand  $|f_i| < \varepsilon$   $i=0,1,\dots,q$ .

Pour certaines valeur de  $\varepsilon$  ( Par exemple  $10^{-6}$  ), le processus est considéré comme convergent et les estimations des paramètres sont obtenues.

- Estimation de la variance du bruit blanc :

$$\sigma_x^2 = \begin{cases} \tau_0^2 & \text{si } q > 0 \\ C_0 - \sum_{i=1}^p \phi_i C_i & \text{si } q = 0 \end{cases}$$

Où  $\tau_0$  est calculé en  $b/$ .

-Estimation des paramètres d'un modèle SARIMA.

-L'estimation préliminaire des paramètres d'un modèle saisonnier se fait par la même chose , mais avec les covariances d'ordre multiple de s.

**1.1.2: Estimation finale:**- Calcul de la somme des carrés des résidus :

1/ Ayant les valeurs passées de  $X_t$  (Backforecast), les résidus pour un ensemble spécifique de valeurs des paramètres sont calculées à partir de :

$$\alpha_t = (X_t - \mu) \sum_{i=1}^p \phi_i (X_{t-i} - \mu) + \sum_{j=1}^q \theta_j \cdot \alpha_{t-j}$$

$$a_t = \alpha_t + \sum_{i=1}^P \Phi_i \alpha_{t-i} + \sum_{j=1}^Q \Theta_j a_{t-j}$$

Où  $a_t$  est la notation abrégée de  $[ a_t / \mu , \phi , \Theta , \Phi , \theta ]$  .

$\mu$  apparaît si  $M=1$ ,  $M \in \{0,1\}$ .

2/ Pour démarrer la recursion dans 1/ une procédure de prévision arrière (Back-forecast) des valeurs  $X_0, X_{-1}, \dots$  ; est utilisée. Le processus se terminera quand  $X_t - \mu$  sera petit.

3/ Etant donné les valeurs des paramètres (  $\phi , \Phi , \theta , \Theta$  ) la somme des carrés des résidus est calculée par :

$$S(\mu , \phi , \Theta , \Phi , \theta ) = \sum_{t=0}^n a_t^2$$

-Calcul des estimations par les moindres carrés :

Les valeurs des paramètres qui minimisent la somme des carrés des résidus sont obtenus par une méthode proposée par MARQUARDT,

-Algorithme de MARQUARDT [ BOX-76 ]:1. Quantités fournies :

Tous les paramètres du modèle seront dénotés par :

$$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k), \quad \text{ce qui veut dire } \beta = (\mu, \phi, \Phi, \theta, \Theta).$$

Les valeurs de départ  $\beta_0$  sont spécifiées en même temps que les paramètres de départ  $n$  et  $F_2$ , lesquels contraindront la recherche.

Les valeurs  $a = [ a / \beta, w ]$  et les dérivées  $x_{it} = \frac{\partial a_t}{\partial \beta_i}$ ,

seront évaluées à chaque étape du processus d'itération.

2. Calcul des dérivées :

utilisant les résidus, les dérivées sont obtenus à partir :

$$x_{it} = \left[ a_t(\beta_{10}, \dots, \beta_{i0}, \dots, \beta_{k0}) - a_t(\beta_{10}, \dots, \beta_{i0} + \delta_i, \dots, \beta_{k0}) \right] / \delta_i$$

3. L'itération :**Etape 1 :**

Avec  $a_t$ ,  $x_{it}$  fournis à partir des valeurs de paramètres courants, les quantités suivantes sont formées :

a- La matrice  $A = \{ A_{i,j} \}$ .

$$A_{i,j} = \sum_{t=0}^n x_{it} x_{jt}$$

b- Le vecteur  $g$

$$g_i = \sum_{t=0}^n x_{it} a_{it}$$

c- Les quantités :

$$D_i = \sqrt{A_{i,i}}$$

**Etape 2 :**

Le système d'équations linéaires.

$$A^* h^* = g^*$$

est construit en accord avec :

$$A^*_{i,j} = A_{i,j} / D_i D_j \quad i \neq j.$$

$$A^*_{i,i} = 1 + \pi.$$

$$g_i^* = g_i / D_i.$$

Les équations sont résolues pour  $h^*$

$$\text{où} \quad h_i = h_i^* / D_i.$$

Alors les valeurs des nouveaux paramètres seront :

$$\beta = \beta_0 + h.$$

et la somme des carrés des résidus  $S(\beta)$  évaluée.

**Etape 3 :**

a'- Si  $S(\beta) < S(\beta_0)$ , alors on teste les paramètres de corrélation  $h$ .

S'ils sont tous plus petits que  $\varepsilon$  alors la convergence est assurée et la matrice  $A^{-1}$  est utilisée pour calculer la matrice des estimations. Sinon  $\beta_0$  est remis à la valeur de  $\beta$ , et  $n$  est réduit par le facteur  $F_2$  et on retourne à l'étape 1.

b'- Si  $S(\beta) > S(\beta_0)$ , le paramètre  $n$  est augmenté par un facteur  $F_2$  et le traitement est repris à l'étape 2.

En général, la réduction de la somme des carrés peut éventuellement être trouvée. Cependant, une borne supérieure délimite  $\pi$ , et si cette borne est dépassée, la recherche est terminée.

Quand la convergence est atteinte, soit qu'elle s'accorde avec le critère a' de l'étape 3, ou bien le nombre d'itération est atteint, la variance résiduelle et la matrice de covariance des estimations sont calculées.

- Erreur standards et matrice de corrélation :

L'estimation de la variance résiduelle est obtenue à partir de la valeur de la fonction somme des carrés,

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{n - p - q - P - Q} \cdot S(\mu, \phi, \Phi, \theta, \Theta);$$

et la matrice de covariance  $V$  des estimations :

$$V = \{V_{ij}\} = [Y^t \cdot Y]^{-1} \sigma_0^2;$$

où  $Y$  est la matrice de régression dans un modèle linéarisé, calculée à la dernière itération de la procédure de MARQUARDT.

-Les erreurs standards :

$$S_i = \sqrt{V_{i,i}} \quad i=1,2,\dots,P+Q+p+q;$$

et les éléments  $R_{ij}$  de la matrice de corrélation sont obtenus à partir:

$$R_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sqrt{V_{jj} \cdot V_{ii}}}$$

-Estimation de  $\phi_0$ .

$$\phi_0 = \mu \cdot G;$$

$$G = \left[ 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i \right] \cdot \left[ 1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i \right]$$

- Diagnostic de contrôle :

Utilisant les résidus  $\hat{a}_t$  correspondants aux estimations des moindres carrées, les autocorrélations résiduelles sont obtenues à partir de :

$$V_{aa}(k) = \frac{C_{aa}(k)}{C_{aa}(0)}$$

Finalement, le Chi-deux statistique est calculé à partir :

$$\chi^2 = N \cdot \sum_{k=1}^N V_{aa}^2(k)$$

et il comparé avec le Chi-deux distribution avec degré de liberté  $U=K-M-p-q-P-Q$ .

## I.2.DETERMINATION DES PARAMETRES $\Phi$ :

Soit :

$$\Phi'' = \Phi(L)\phi(L) = 1 - \Phi_1' L - \dots - \Phi_{p'}' L^{p'}$$

où  $p' = p + s$ , en utilisant

$$\Phi_K' = - \sum_{i+j=K} \Phi_i \phi_j$$

avec  $i=0, \dots, p$  ;

$j=0, \dots, p$  ; et

$$\Phi_0 = \phi_0 = -1 ;$$

Les paramètres  $\Phi_1^*, \dots, \Phi_p^*$ .

$$\Phi^* = \nabla^d \cdot \nabla_s^D \cdot \Phi'(L) ;$$

avec  $p^* = p' + d + sD$ , sont obtenus par les trois procédures suivantes :

### Proc 1 :

$$\Phi_j'' = \begin{cases} \Phi_j' & 0 \leq j < s \\ \Phi_j' - \Phi_{j-s}' & s \leq j \leq p' \\ -\Phi_{j-s}' & p' < j \leq p'+s \end{cases}$$

### Proc 2 :

On applique Proc 1 D fois en remplaçant  $\phi_j$  par  $\Phi_j$ ,  $p'$  avec  $p'' = p' + s$ , à chaque itération jusqu'à l'obtention des coefficients dans

$$\nabla_s^D \Phi'(L).$$

### Proc3 :

De la même manière, on continue à appliquer Proc 1 avec  $s = 1$  en réitérant d fois avec les

valeurs obtenus dans Proc2 pour obtenir :  $\Phi_1^*, \dots, \Phi_p^*$ .

-Les paramètres moyenne mobile  $\Theta_k^*$  sont obtenus de la même manière que les  $\Phi_k$  en utilisant:

$$\Theta_k^* = -\sum \sum \Theta_i \theta_j \quad k = i + sj$$

où :  $i=0, \dots, Q$  ;  $j=0, \dots, q$ .

- Génération des prévisions :

Les prévisions de la série, les bornes supérieurs et inférieurs de probabilités sont :

$$\hat{X}_{N-b}(l) = \Phi_0^* + \sum_{i=1}^{P+s.P+d+s.D} \Phi_i^* [X_{N-b-i+1}] - \sum_{j=1}^{q+s.q} \Theta_j^* [a_{N-b-j+1}]$$

où

$$[X_{N-b-i+1}] = \begin{cases} X_{N-b-i+1} & 1 \leq i \\ \hat{X}_{N-b}(l-i) & 1 > i \end{cases}$$

$$[a_{N-b-j+1}] = \begin{cases} 0 & \text{si } 1 \leq i \\ X_{N-b-i+1} - \hat{X}_{N-b-j+1-l}(l) & \text{si } 1 > i \end{cases}$$

N : nombre d'observations .

N-b : origine où commence la prévision .  $0 \leq b \leq N$  .

- Exactitude des prévisions :

Pour les prévisions de la série, les bornes supérieures et inférieures de probabilité sont :

$$\hat{X}_{N-b+l}(\pm) = X_{N-b}(l) \pm U\sqrt{V(l)} \quad \text{où : } U = 0.68, 1.65, 1.96 \text{ ou bien } 2.58$$

dépendant des probabilité des valeurs futures dans l'intervalle respectivement de 0.50, 0.90, 0.95 ou 0.99. La variance est:

$$V(l) = \sigma_0^2 \cdot \sum_{i=0}^{l-1} \Psi_i^2$$

$$\Psi_i = \begin{cases} 1 & j=0 \\ \sum_{i=1}^j \Phi_i^* \cdot \Psi_{j-i} - \Theta_j^* & j \geq 1. \end{cases}$$

TABLEAU N° 1 : DONNEES DES JOURS OUVRABLES

Q_hUJ	03,11,1995	04,11,1995	05,11,1995	06,11,1995	07,12,1995	10,12,1995	11,11,1995	12,12,1995	13,12,1995	14,12,1995
1	1896	1929	1888	2057	1999	2078	2165	2142	2144	2185
2	1878	1901	1892	1884	1967	2030	2074	2082	2074	2126
3	1787	1884	1907	1892	1953	2000	2063	2042	2105	2111
4	1745	1861	1871	1877	1964	1995	2013	2049	2081	2080
5	1703	1874	1847	1867	1917	1908	1972	2014	2064	2100
6	1689	1884	1852	1858	1898	1966	2005	2018	2151	2086
7	1730	1826	1841	1862	1880	1948	2016	2004	2060	2084
8	1715	1833	1849	1856	1831	1925	2013	2014	2068	2052
9	1721	1803	1846	1859	1843	1889	1933	1984	2012	2067
10	1716	1831	1825	1850	1860	1907	1984	1980	2010	2040
11	1743	1835	1837	1852	1854	1917	1988	1983	2047	2040
12	1739	1838	1817	1850	1838	1873	1994	1984	2050	2034
13	1749	1829	1813	1874	1838	1888	1983	1968	2055	2048
14	1748	1833	1823	1864	1843	1891	1995	1983	2063	2045
15	1756	1830	1814	1834	1844	1879	1995	1968	2045	2060
16	1758	1826	1816	1825	1852	1907	2011	1968	2036	2059
17	1747	1814	1798	1847	1837	1896	1994	1947	2034	2049
18	1756	1836	1801	1843	1847	1892	1985	1933	2023	2042
19	1753	1829	1810	1841	1847	1926	1992	1964	2011	2040
20	1748	1834	1803	1855	1855	1935	1990	1999	2026	2055
21	1864	1812	1800	1861	1837	1931	1998	1986	2031	2064
22	1874	1834	1826	1859	1884	1952	2012	1993	2103	2085
23	1909	1925	1841	1977	1919	1986	2067	2049	2107	2142
24	1946	1977	1871	2026	1992	2055	2110	2030	2214	2161
25	1893	1995	1859	2069	2117	2165	2183	2130	2201	2195
26	2158	2149	2006	2140	2203	2268	2227	2173	2266	2298
27	2217	2257	2162	2274	2317	2358	2445	2284	2381	2484
28	2344	2357	2398	2426	2408	2400	2513	2383	2507	2583
29	2489	2553	2534	2612	2607	2511	2661	2679	2667	2808
30	2630	2657	2618	2817	2675	2780	2807	2826	2786	2919
31	2726	2746	2679	2810	2796	2858	2869	3002	2983	3021
32	2599	2674	2660	2802	2806	2844	2809	2908	2913	2938
33	2718	2625	2685	2700	2777	2785	2793	2846	2919	2908
34	2746	2625	2738	2751	2798	2839	2831	2928	2983	2986
35	2776	2657	2751	2784	2866	2836	2878	2934	3027	2848
36	2752	2714	2835	2800	2930	2828	2864	2966	2995	2946
37	2755	2733	2782	2740	2915	2820	2822	2915	2909	2915
38	2735	2654	2704	2686	2863	2785	2828	2863	2869	2854
39	2703	2590	2686	2644	2853	2547	2725	2778	2823	2795
40	2679	2537	2613	2640	2863	2501	2652	2803	2716	2754
41	2657	2547	2613	2586	2801	2576	2640	2774	2705	2705
42	2609	2558	2574	2577	2787	2502	2576	2755	2687	2628
43	2564	2506	2527	2586	2753	2508	2518	2806	2686	2605
44	2550	2510	2548	2598	2772	2336	2516	2714	2701	2655
45	2562	2524	2443	2577	2776	2448	2484	2675	2641	2620
46	2530	2485	2450	2565	2771	2455	2500	2722	2618	2562

## SUITE TABLEAU N° 1

47	2522	2495	2503	2563	2758	2448	2459	2635	2602	2582
48	2561	2410	2510	2583	2743	2378	2444	2653	2551	2564
49	2540	2445	2517	2558	2756	2351	2375	2467	2473	2528
50	2505	2438	2489	2570	2762	2252	2352	2481	2464	2467
51	2460	2452	2506	2510	2659	2361	2357	2441	2412	2484
52	2513	2448	2510	2501	2619	2372	2337	2474	2416	2520
53	2527	2454	2513	2535	2621	2345	2348	2494	2506	2496
54	2532	2467	2527	2512	2660	2319	2352	2499	2598	2513
55	2552	2497	2531	2512	2618	2366	2355	2506	2557	2516
56	2566	2117	2509	2561	2571	2377	2339	2492	2554	2495
57	2549	2500	2506	2515	2643	2362	2348	2520	2559	2503
58	2489	2507	2504	2519	2641	2364	2339	2508	2589	2498
59	2463	2521	2513	2514	2607	2373	2322	2517	2567	2485
60	2542	2535	2534	2524	2586	2367	2341	2517	2627	2509
61	2552	2554	2530	2531	2604	2383	2341	2530	2545	2501
62	2510	2556	2540	2529	2615	2293	2341	2329	2588	2438
63	2435	2554	2537	2529	2530	2361	2341	2494	2517	2438
64	2464	2553	2512	2531	2509	2353	2346	2498	2538	2426
65	2465	2544	2368	2519	2490	2356	2323	2508	2601	2438
66	2475	2608	2439	2530	2499	2364	2331	2495	2606	2429
67	2510	2603	2414	2548	2478	2356	2318	2508	2622	2436
68	2545	2631	2483	2578	2507	2356	2336	2507	2607	2443
69	2608	2671	2439	2609	2533	2405	2352	2513	2744	2546
70	2699	2783	2568	2710	2603	2441	2459	2628	2691	2600
71	2766	2930	2654	2813	2823	2663	2715	2793	2889	2706
72	2789	2958	2921	3016	3002	2768	2799	2849	3096	2990
73	3106	3173	3089	3142	3093	3079	3146	3231	3348	3240
74	3223	3238	3184	3160	3206	3226	3286	3396	3354	3299
75	3257	3291	3214	3240	3265	3292	3260	3457	3402	3384
76	3241	3293	3284	3263	3346	3401	3349	3434	3434	3397
77	3254	3325	3288	3301	3353	3352	3384	3462	3343	3417
78	3302	3310	3278	3280	3347	3338	3349	3440	3422	3418
79	3287	3310	3267	3165	3334	3343	3333	3406	3452	3408
80	3199	3293	3231	3175	3291	3280	3326	3402	3469	3400
81	3157	3120	3227	3193	3315	3265	3320	3390	3407	3366
82	3124	3099	3189	3161	3193	3227	3295	3385	3360	3303
83	3026	3125	3108	3135	3187	3116	3216	3303	3344	3256
84	2995	3007	2977	3053	3117	3128	3175	3166	3301	3146
85	2820	2855	2917	2936	2876	3027	3045	3026	3100	3030
86	2686	2838	2814	2826	2632	2939	2957	2978	2968	2984
87	2671	2553	2669	2790	2420	2806	2833	2911	2874	2849
88	2562	2579	2628	2667	2490	2684	2802	2815	2832	2727
89	2462	2464	2535	2591	2523	2547	2692	2702	2745	2589
90	2384	2356	2449	2563	2532	2529	2645	2608	2602	2560
91	2230	2199	2371	2290	2365	2410	2515	2590	2485	2476
92	2238	2201	2320	2284	2271	2349	2510	2448	2355	2464
93	2112	2120	2252	2223	2248	2291	2332	2394	2361	2382
94	2099	2027	2243	2159	2173	2194	2264	2287	2240	2316
95	2008	1997	2177	2052	1973	2209	2245	2251	2203	2172
96	1977	1876	2121	2033	1939	2172	2179	2167	2183	2017

TABLEAU N° 2 : DONNEES DES JOURS SEMI OUVRABLES

Q_II/I	08,11,1995	15,11,1995	22,11,1995	29,11,1995	06,12,1995	13,12,1995	19,12,1995	26,12,1995	31,12,1995
1	1801	1796	1821	1835	2041	1955	2098	2115	2113
2	1807	1745	1833	1783	1984	1902	2099	2064	2124
3	1819	1672	1812	1811	1988	1912	2073	1986	2084
4	1711	1703	1837	1767	1989	1898	2063	2010	2032
5	1779	1693	1741	1757	1963	1924	2050	1954	1993
6	1766	1682	1755	1776	1943	1952	1999	1947	1988
7	1741	1679	1960	1791	1945	1936	1983	1929	1987
8	1755	1678	1767	1780	1971	1920	1986	1928	1979
9	1855	1639	1782	1765	1916	1881	1967	1913	2009
10	1838	1643	1765	1744	1894	1854	1948	1916	2006
11	1797	1652	1727	1738	1905	1880	1953	1913	1984
12	1791	1619	1767	1736	1895	1892	1940	1908	1979
13	1743	1631	1582	1731	1879	1898	1963	1941	1984
14	1735	1629	1573	1743	1890	1891	1947	1921	1932
15	1741	1650	1591	1752	1901	1895	1951	1935	1934
16	1757	1633	1604	1756	1894	1892	1947	1908	1910
17	1761	1635	1583	1744	1890	1891	1945	1910	1905
18	1759	1635	1592	1738	1891	1895	1965	1934	1902
19	1765	1643	1607	1737	1889	1892	1958	1912	1912
20	1773	1659	1601	1750	1884	1890	1945	1921	1937
21	1757	1641	1594	1771	1896	1884	1949	1961	1947
22	1760	1670	1619	1795	1932	1925	1962	1969	1956
23	1819	1659	1652	1839	1948	1948	1980	2012	1971
24	1816	1676	1643	1877	1989	1974	2130	2015	1974
25	1902	1754	1795	1984	2043	2018	2134	2014	2047
26	1964	1792	1804	2001	2036	2063	2286	2107	2087
27	2093	1846	1823	3133	2180	2123	2384	2095	2230
28	2277	1880	1914	2144	2269	2251	2472	2256	2291
29	2366	1862	1959	2289	2456	2377	2645	2603	2340
30	2332	1917	1965	2329	2488	2409	2756	2729	2429
31	2209	1910	1957	2420	2615	2597	2854	2798	2461
32	2221	1918	1944	2366	2620	2521	2780	2749	2584
33	2249	1882	1961	2434	2502	2493	2807	2723	2600
34	2316	1936	1937	2455	2487	2421	2745	2655	2635
35	2326	1908	2033	2391	2447	2409	2787	2646	2565
36	2254	1885	1996	2383	2431	2450	2643	2546	2617
37	2182	1894	2017	2312	2412	2408	2594	2532	2615
38	2187	1803	2010	2313	2375	2403	2541	2485	2598
39	2169	1823	2028	2296	2341	2396	2553	2448	2572
40	2154	1739	2059	2297	2280	2365	2493	2373	2551
41	2123	1760	2069	2285	2253	2337	2468	2315	2503
42	2066	1718	2093	2292	2183	2306	2380	2300	2442
43	2065	1714	2013	2226	2217	2311	2337	2274	2353
44	2058	1699	2019	2157	2121	2301	2375	2246	2346
45	2063	1684	2010	2152	2131	2249	2331	2188	2355
46	1998	1665	1987	2145	2148	2216	2309	2212	2352

## SUITE TABLEAU N° 2

47	1979	1659	1920	2160	2129	2162	2316	2207	2358
48	1965	1675	1923	2115	2130	2182	2287	2188	2367
49	1933	1694	1915	2099	1999	2150	2295	2154	2304
50	1893	1706	1890	2102	1987	2174	2227	2128	2314
51	1891	1697	1850	2015	1967	2090	2242	2092	2310
52	1881	1797	1866	2060	1980	2132	2244	2030	2282
53	1958	1722	1918	2042	2101	2098	2282	2084	2303
54	1960	1724	1894	2030	2085	2080	2254	2032	2279
55	1952	1722	1899	2051	2129	2138	2263	2041	2282
56	1964	1706	1879	2097	2102	2152	2278	1984	2289
57	1967	1707	1829	2072	2096	2109	2275	1982	2280
58	1975	1741	1817	2065	2082	2142	2249	1991	2279
59	1966	1689	1797	2110	2049	2200	2270	2079	2247
60	1940	1672	1831	2075	2062	2215	2255	2047	2228
61	1955	1632	1824	2048	2033	2169	2248	2061	2216
62	1943	1655	1825	2077	2080	2186	2211	2022	2186
63	1958	1691	1839	2092	2087	2224	2224	2065	2184
64	1953	1724	1813	2071	2111	2235	2243	2064	2194
65	1963	1732	1843	2071	2123	2236	2247	2072	2172
66	1947	1696	1851	2080	2148	2228	2251	2076	2206
67	1954	1684	1841	2139	2163	2256	2314	2069	2236
68	1933	1729	1907	2137	2248	2244	2327	2092	2229
69	1946	1670	1835	2270	2277	2347	2486	2133	2277
70	2014	1824	1841	2296	2402	2396	2546	2221	2472
71	2071	1958	1999	2472	2562	2628	2651	2419	2557
72	2362	2249	2189	2564	2751	2668	2879	2675	2684
73	2612	2508	2320	2785	2916	2939	3107	2858	2867
74	2835	2686	2488	2863	3016	2942	3202	3118	3021
75	2888	2773	2618	2974	3067	3012	3309	3143	3078
76	2920	2792	2684	3030	3176	3034	3345	3182	2024
77	2937	2816	2688	3044	3157	3056	3322	3213	3079
78	2893	2753	2658	3010	3113	3065	3271	3249	3093
79	2874	2799	2638	1992	3142	3110	3236	3213	3081
80	2894	2675	2612	2767	3099	3108	3232	3163	3073
81	2880	2635	2523	2829	3055	3073	3197	3157	3077
82	2758	2515	2462	2838	2945	3062	3133	3168	2970
83	2743	2441	2378	2762	2938	3016	3090	3110	2954
84	2644	2451	2275	2666	2844	2977	3043	3065	2968
85	2547	2356	2283	2592	2715	2870	2931	2987	2994
86	2425	2350	2282	2503	2619	2772	2882	2815	2895
87	2396	2283	2210	2358	2591	2760	2814	2814	2664
88	2245	2248	2104	2383	2495	2745	2723	2728	2586
89	2177	2144	2037	2318	2430	2561	2666	2590	2581
90	2145	2103	2029	2227	2443	2501	2497	2479	2484
91	2084	2032	1924	2201	2187	2327	2429	2333	2433
92	2022	1911	1917	2150	2262	2324	2339	2298	2355
93	1976	1895	1844	2087	2164	2281	2323	2172	2327
94	1883	1864	1818	1985	2085	2199	2244	2125	2152
95	1871	1880	1785	2006	2042	2190	2227	2096	2100
96	1836	1818	1809	1996	2056	2228	2223	2084	2034

TABLEAU N° 3 : DONNEES DES JOURS FERIES

Q_H/J	02,11,1995	09,11,1995	16,11,1995	23,11,1995	30,11,1995	07,12,1995	14,12,1995	21,12,1995
1	1738	1829	1784	1876	1999	2111	2101	2030
2	1708	1813	1788	1841	1898	2071	2095	2017
3	1629	1728	1747	1765	1848	2035	2029	2018
4	1616	1706	1704	1806	1844	2055	2017	1942
5	1609	1725	1698	1768	1857	1977	2020	1962
6	1606	1736	1722	1767	1828	1949	1994	1955
7	1605	1719	1668	1766	1841	1944	1994	1960
8	1599	1737	1689	1740	1835	1957	2010	1939
9	1580	1734	1626	1748	1832	1955	1967	1937
10	1574	1731	1630	1745	1844	1958	1926	1920
11	1588	1718	1616	1710	1828	1952	1921	1912
12	1591	1708	1605	1700	1836	1947	1918	1899
13	1585	1703	1602	1702	1827	1955	1948	1908
14	1596	1711	1587	1701	1825	1975	1914	1899
15	1559	1695	1585	1711	1834	1932	1924	1928
16	1566	1688	1583	1700	1797	1921	1908	1904
17	1572	1702	1590	1724	1788	1893	1905	1904
18	1568	1701	1578	1696	1797	1896	1899	1903
19	1557	1717	1580	1708	1779	1880	1900	1902
20	1568	1702	1566	1716	1772	1908	1895	1917
21	1556	1704	1573	1705	1782	1904	1961	1891
22	1527	1698	1584	1718	1789	1900	1915	1902
23	1551	1715	1575	1712	1874	1914	1965	1929
24	1549	1716	1631	1716	1858	1948	1951	1928
25	1586	1725	1669	1749	1838	1950	1858	2023
26	1611	1739	1730	1823	1997	1987	2020	2068
27	1694	1886	1771	1967	1942	2022	2076	2104
28	1753	1911	1779	2000	2073	2014	2168	2128
29	1755	1895	1871	2057	2107	2068	2202	2235
30	1741	1901	1891	2073	2110	2198	2281	2283
31	1723	1879	1889	2067	2124	2263	2256	2329
32	1724	1902	1918	2135	2248	2330	2270	2382
33	1829	1959	1858	2131	2235	2225	2280	2249
34	1816	1965	1894	2144	2246	2157	2295	2217
35	1835	2015	1921	2128	2262	2173	2269	2254
36	1835	1987	1913	2078	2244	2153	2305	2246
37	1875	1984	1841	2058	2213	2135	2317	2180
38	1874	1963	1825	2010	2179	2147	2313	2142
39	1887	1936	1809	1989	2170	2146	2289	2097
40	1846	1962	1843	1969	2158	2150	2278	2066
41	1835	1921	1882	1950	2157	2106	2249	2060
42	1817	1902	1875	1991	2061	2062	2305	2058
43	1869	1883	1779	1942	2062	2061	2242	2005
44	1881	1854	1740	1941	2041	2068	2180	1962
45	1824	1876	1762	1938	2058	2086	2197	1955
46	1797	1874	1736	1951	1941	2096	2186	2058

## SUITE TABLEAU N° 3

47	1827	1865	1789	1900	1944	2099	2228	1894
48	1798	1839	1787	1908	1935	2062	2208	1901
49	1812	1840	1768	1915	1930	2055	2215	1922
50	1791	1840	1804	1880	1954	2025	2196	2002
51	1794	1815	1757	1871	2006	1983	2180	1927
52	1788	1811	1746	1873	1992	1999	2193	1920
53	1814	1821	1743	1911	2041	1984	2173	1942
54	1790	1821	1700	1884	2022	1932	2148	1875
55	1699	1811	1735	1885	1982	1954	2132	1855
56	1733	1813	1706	1901	1990	1887	2108	1866
57	1721	1808	1695	1889	1937	1993	2149	1872
58	1735	1790	1679	1905	1938	1972	2118	1883
59	1754	1804	1713	1877	1949	1981	2154	1871
60	1784	1802	1727	1917	1932	1986	2133	1880
61	1729	1802	1762	1900	1951	1947	2107	1867
62	1745	1887	1690	1942	1953	1870	2150	1862
63	1758	1820	1711	1972	1988	2027	2247	1859
64	1736	1817	1741	2013	1982	2047	2211	1872
65	1746	1819	1717	1937	1996	2039	2240	1879
66	1793	1860	1737	2041	2068	2038	2231	1875
67	1764	1887	1737	2003	2083	2109	2315	1905
68	1784	1946	1744	2042	2172	2141	2327	1992
69	1809	1999	1803	2128	2274	2282	2395	2058
70	1999	1973	1872	2267	2369	2386	2459	2139
71	1993	2143	2257	2532	2631	2607	2608	2381
72	2119	2234	2236	2634	2802	2745	2796	2596
73	2423	2472	2586	2849	3029	3049	2938	2806
74	2587	2780	2681	2838	3069	3145	3017	2923
75	2732	2923	2760	3003	3122	3168	3052	3227
76	2872	2645	2844	3012	3129	3283	3133	3138
77	2792	2832	2848	3041	3148	3210	3117	3151
78	2791	2759	2784	3098	3160	3235	3183	3190
79	2847	2778	2831	3058	3132	3225	3163	3177
80	2780	2778	2772	3009	3113	3227	3163	3171
81	2693	2778	2728	2952	3090	3243	3130	3147
82	2698	2631	2643	2885	3045	3211	3101	3103
83	2626	2492	2634	2846	3023	3151	3074	3056
84	2509	2467	2521	2709	2907	3109	2958	2950
85	2379	2377	2468	2682	2834	3010	2863	2892
86	2292	2296	2390	2609	2643	2916	2842	2769
87	2218	2180	2280	2474	2618	2858	2718	2668
88	2072	2048	2246	2315	2440	2667	2662	2652
89	2000	2027	2107	2190	2307	2618	2546	2546
90	1992	2022	2118	2129	2296	2540	2417	2402
91	1897	1888	2046	2093	2231	2474	2331	2394
92	1839	1880	1967	2043	2125	2254	2268	2273
93	1840	1795	1864	1912	2073	2242	2167	2229
94	1814	1786	1811	1898	1996	2114	2127	2222
95	1724	1775	1825	1856	1945	2067	2027	2149
96	1679	1788	1742	1846	1955	2048	2054	2087