

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Ecole Nationale Polytechnique



Département Automatique  
Laboratoire de Commande des Processus

**Mémoire de projet de fin d'études**

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Automatique

**Application des techniques de commande  
par logique floue pour la régulation de la  
distance inter-véhicules en circulation**

Présenté et soutenu publiquement le 07/07/2021 par :

**Moncef ALLEL, Islam SELLAH**

Sous la direction de  
M. Hakim ACHOUR  
M. Djamel BOUKHTALA

Grade  
Enseignant chercheur  
Professeur

**Composition du Jury :**

Président	M. Rachid ILLOUL,	MCA	ENP
Promoteur	M. Hakim ACHOUR	Enseignant chercheur	ENP
Promoteur	M. Djamel BOUKHTALA	Professeur	ENP
Examineur	M. Djamel BOUDANA,	Docteur	ENP



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Ecole Nationale Polytechnique



Département Automatique  
Laboratoire de Commande des Processus

**Mémoire de projet de fin d'études**

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Automatique

**Application des techniques de commande  
par logique floue pour la régulation de la  
distance inter-véhicules en circulation**

Présenté et soutenu publiquement le 07/07/2021 par :

**Moncef ALLEL, Islam SELLAH**

Sous la direction de  
M. Hakim ACHOUR  
M. Djamel BOUKHTALA

Grade  
Enseignant chercheur  
Professeur

**Composition du Jury :**

Président	M. Rachid ILLOUL,	MCA	ENP
Promoteur	M. Hakim ACHOUR	Enseignant chercheur	ENP
Promoteur	M. Djamel BOUKHTALA	Professeur	ENP
Examineur	M. Djamel BOUDANA,	Docteur	ENP

**ENP 2021**

## الملخص :

الموضوع الرئيسي لهذه الدراسة هو ضبط مسافة الامان بين سيارتين. حيث يتم عرض مفاهيم عامة عن السيارات الكهربائية و انظمة مساعدة السائق المتقدمة، يتم بعد ذلك التطرق الى نموذج السيارة الكهربائية. الفصل الذي بعده يهتم باستقرار الانظمة اللاخطية المعبر عنها بنماذج ضبابية. اما الفصل الثالث فيتطرق الى البنية التكاملية التي تسمح بتتبع المسار مع عرض شروط الاستقرار في وجود و غياب راصد. يتم بعدها تقديم وضع الاقطاب في مناطق متباينات المصفوفات الخطية، استعمال هذا المفهوم مع النماذج الضبابية يسمح بالحصول على شروط استقرار أكثر كفاءة. واخيرا يتم تطبيقها على ضبط المسافة بين سيارتين مع محاكاة عدة سيناريوهات ممكنة.

كلمات مفتاحية : سيارة كهربائية، ضبط المسافة بين السيارات، النماذج الضبابية، متباينة المصفوفات الخطية، وضع الاقطاب في مناطق مصفوفات خطية، تحكم ضبابي

### **Abstract:**

This work deals with vehicle spacing control. We present generalities about electrical vehicles and advanced driver-assistance systems, and then we give an overview about the dynamic model of an electrical vehicle. Nonlinear systems described by a Takagi-Sugeno fuzzy Model and their stability and stabilization are then presented. The third part presents a structure with integral part to assure path tracking, the stabilization conditions are given in the presence and absence of state observer. In order to improve the dynamic behavior of the system, the method of pole placement in LMI regions is used. At last, we apply the developed control law to perform vehicle spacing control.

Keywords: electrical vehicle, vehicle spacing control Takagi-Sugeno models, linear matrix inequality (LMI), LMI region, pole placement, Fuzzy control.

### **Résumé:**

Le thème principal de ce projet de fin d'études concerne la régulation de l'inter-distance entre deux véhicules en circulation. Nous commençons par présenter des généralités sur les véhicules électriques et les système d'aide à la conduite. Nous présentons ensuite le modèle dynamique du véhicule électrique. Les systèmes non linéaires décrits par les modèles flous de type Takagi-Sugeno ainsi que les notions de stabilité et stabilisation sont ensuite présentées. La troisième partie concerne la structure intégrale permettant de garantir la poursuite de trajectoire. Des conditions de stabilisation sans et avec observateur d'état sont également données. La méthode de placement de pôles dans des régions LMI est utilisée afin d'améliorer le comportement dynamique du système. A la fin, nous appliquons la loi de commande développée à la régulation de l'inter-distance des véhicules.

Mot clés : véhicule électrique, régulation d'inter-distance, modèles Takagi-Sugeno, LMI, placement de pôles, systèmes flous.

# REMERCIEMENT

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de notre étude et qui nous ont aidé lors de la rédaction du présent mémoire.

Nous voudrions dans un premier temps remercier, nos promoteurs de mémoire M. ACHOUR, et M. BOUKHTALA à l'Ecole national Polytechnique, pour leur patience, leur disponibilité et surtout leurs judicieux conseils, qui ont contribué à aiguïser notre réflexion et de nous donner le sens du défi.

Nous remercions également toute l'équipe pédagogique de l'école polytechnique et les intervenants professionnels responsables de notre formation, pour avoir assuré la partie théorique de celle-ci en dépit des contraintes subies à la suite de la pandémie mondiale du COVID 19.

Nous tenons à témoigner toute notre reconnaissance et respect absolu à nos enseignants à travers notre cursus scolaire depuis la classe préparatoire jusqu'à l'établissement actuelle.

Un grand respect mérité à nos parents pour leur soutien constant et sans faille ainsi que leurs encouragements pour nous aller de l'avant afin de réaliser ce qu'ils n'ont pas pu l'atteindre en leur temps des années 90.

En fin, un grand merci pour nos deux amis, Anis BOUSEKLET et Salah Eddine ABID, pour leur précieuse et inestimable aide en ces moments très critiques.

# Sommaire

---

## Liste des figures

<i>Introduction générale</i>	8
<b>1 Généralités et présentation du modèle du véhicule électrique</b>	<b>11</b>
1.1 <i>Introduction</i>	11
1.2 <i>Définition du véhicule électrique</i>	12
1.3 <i>L'historique du véhicule électrique</i>	12
1.4 <i>Les avantages et les inconvénients</i>	15
1.5 <i>L'architecture du véhicule électrique</i>	15
1.5.1 <i>Générateur d'énergie</i>	17
1.5.2 <i>La Chaîne de Traction</i>	18
1.6 <i>Les systèmes aide à la conduite</i>	19
1.6.1 <i>Systèmes d'aide au stationnement</i>	20
1.6.2 <i>eCall</i>	20
1.6.3 <i>Lane Support</i>	21
1.6.4 <i>Attention assist</i>	21
1.6.5 <i>Détection d'angle mort</i>	22
1.6.6 <i>Système d'arrêt ou de freinage d'urgence</i>	22
1.6.7 <i>Adaptive Cruise control</i>	23
1.7 <i>Modélisation</i>	23
1.8 <i>Conclusion</i>	27
<b>2 Stabilité et stabilisation des multimodèles de Takagi-Sugeno</b>	<b>29</b>
2.1 <i>Introduction</i>	29
2.2 <i>Principe de l'approche multimodèle floue T-S</i>	29
2.3 <i>Modèle flou de type TS</i>	30
2.3.1 <i>Définition des modèles TS</i>	30
2.3.2 <i>Construction d'un modèle flou TS</i>	31
2.3.2.1 <i>Par linéarisation</i>	31
2.3.2.2 <i>Par identification</i>	31
2.3.2.3 <i>L'approche par secteur linéaire</i>	31
2.3.3 <i>Exemple illustratif</i>	32
2.3.4 <i>Exemple 2 : Modèle du véhicule</i>	34

2.4	<i>Stabilité et stabilisation des modèle flous TS</i>	35
2.4.1	<i>Fonction de Lyapunov</i>	35
2.4.2	<i>Analyse de stabilité des modèles TS</i>	36
2.4.2.1	<i>Exemple</i>	37
2.4.3	<i>Stabilisation quadratique des modèles TS</i>	38
2.4.3.1	<i>Relaxation de conservatisme des inégalités:</i>	40
2.4.3.2	<i>Exemple</i>	41
2.5	<i>Conclusion</i>	42
3	<i>Poursuite de trajectoire</i>	44
3.1	<i>Introduction</i>	44
3.2	<i>Stabilisation avec observateur flou:</i>	44
3.3	<i>Stabilisation avec action intégrale</i>	50
3.4	<i>Taux de décroissance</i>	54
3.5	<i>Conclusion</i>	56
4	<i>Placement de pôles dans des régions LMI</i>	58
4.1	<i>Introduction</i>	58
4.2	<i>Définition d'une région LMI</i>	58
4.3	<i>Exemple de région LMI intéressante</i>	58
4.4	<i>Conditions de placement de pôles dans des régions LMI</i>	60
4.5	<i>Placement des pôles dans des régions LMI pour des modèles flous de Takagi-Sugeno</i>	62
4.6	<i>Exemple</i>	67
4.7	<i>Conclusion</i>	68
5	<i>Application à la régulation de l'inter-distance entre deux véhicules</i>	70
5.1	<i>Introduction</i>	70
5.2	<i>Simulation en régime libre</i>	70
5.3	<i>Simulation en boucle fermée</i>	71
5.4	<i>Simulation du suivi de trajectoire</i>	73
5.5	<i>Simulation du Freinage d'urgence</i>	78
5.6	<i>Conclusion</i>	79
6	<i>Conclusion générale et perspectives</i>	81
	<i>Références</i>	82
	<i>Annexe</i>	84

# Tables des figures

---

<b>Figure 1-1:</b> Ventés de véhicules légers dans le monde.....	11
<b>Figure 1-2 :</b> Premier locomotive inventé par Thomas Davenport.....	12
<b>Figure 1-3 :</b> la jamais contente.....	13
<b>Figure 1-4 :</b> La Tesla Model 3 la VE la plus vendu au monde.....	14
<b>Figure 1-5 :</b> schéma de principe d'un véhicule électrique [5].....	16
<b>Figure 1-6 :</b> système de traction d'un véhicule électrique .....	16
<b>Figure 1-7 :</b> batterie d'une voiture électrique .....	17
<b>Figure 1-8 :</b> différents structures d'un hacheur série .....	17
<b>Figure 1-9 :</b> Onduleur.....	18
<b>Figure 1-10 :</b> l'ensemble d'éléments de la chaine de traction.....	18
<b>Figure 1-11 :1.6.1</b> Systèmes d'aide au stationnement .....	20
<b>Figure 1-12 :</b> Emergency call system.....	20
<b>Figure 1-13 :</b> l'aide au maintien dans la voie .....	21
<b>Figure 1-14 :</b> Le détecteur de fatigue Mercedes-Benz.....	21
<b>Figure 1-15 :</b> Détection d'angle mort.....	22
<b>Figure 1-16 :</b> Système de freinage d'urgence .....	22
<b>Figure 1-17:</b> Adaptive Cruise control.....	23
<b>Figure 1-18 :</b> distance inter-véhicules.....	25
<b>Figure 1-19 :</b> schéma montrant l'objectif de la commande .....	25
<b>Figure 1-20 :</b> L'inter-distance en fonction de la vitesse .....	26
<b>Figure 2-1:</b> système non linéaire.....	29
<b>Figure 2-2 :</b> Principe de l'approche de Takagi-Sugeno.....	30
<b>Figure 2-3:</b> Le diagramme du multimodele de Takagi-Sogeno [16] .....	31
<b>Figure 2-4 :</b> les états du système en régime libre .....	38
<b>Figure 2-5 :</b> Schéma de la commande PDC.....	38
<b>Figure 2-6 :</b> les états du système en boude fermée (loi de commande PDC) .....	41
<b>Figure 3-1:</b> Schéma de la commande PDC et etat observé par un observateur floue .....	44
<b>Figure 3-2 :</b> les états du système.....	49
<b>Figure 3-3 :</b> l'erreur d'observation.....	49
<b>Figure 3-4 :</b> les états estimés par l'observateur flou .....	49
<b>Figure 3-5 :</b> Schéma de commande avec structure intégrale .....	50
<b>Figure 3-6 :</b> la réponse Indicielle du système .....	53
<b>Figure 3-7 :</b> Schéma de commande avec structure intégrale et observateur flou.....	53
<b>Figure 3-8 :</b> les états du système en boude fermé (loi de commande PDC) + Taux de décroissance ...	55
<b>Figure 3-9 :</b> la réponse indicielle du système .....	55
<b>Figure 4-1 :</b> Région LMI 1.....	59
<b>Figure 4-2 :</b> Région LMI 2.....	59
<b>Figure 4-3 :</b> Région LMI 3.....	60
<b>Figure 4-4 :</b> Intersection de trois régions LMI utile en commande .....	61
<b>Figure 4-5 :</b> états du système avec un placement de pôles .....	67



<b>Figure 4-6</b> : Poursuite de la référence avec un placement de pole.....	68
<b>Figure 5-1</b> : Vitesse du véhicule en régime libre .....	70
<b>Figure 5-2</b> : Distance parcourue par le véhicule.....	70
<b>Figure 5-3</b> :Vitesse du véhicule en boucle fermée .....	71
<b>Figure 5-4</b> : le couple moteur.....	71
<b>Figure 5-5</b> : La sortie y.....	72
<b>Figure 5-6</b> : Suivi de la consigne de distance de sécurité.....	73
<b>Figure 5-7</b> : Erreur de la distance de sécurité .....	74
<b>Figure 5-8</b> : le profil des vitesses des véhicules .....	74
<b>Figure 5-9</b> : la commande appliquée au système.....	75
<b>Figure 5-10</b> : distance parcourue par les véhicules .....	75
<b>Figure 5-11</b> :distance parcourue par les véhicules (grandissement).....	76
<b>Figure 5-12</b> : le profil des vitesses des véhicules (grandissement) .....	76
<b>Figure 5-13</b> : la commande appliquée au système (grandissement).....	77
<b>Figure 5-14</b> : Suivi de la consigne de distance de sécurité (grandissement).....	77
<b>Figure 5-15</b> : Vitesse des véhicules :freinage.....	78
<b>Figure 5-16</b> : Suivi de la consigne de distance de sécurité :freinage.....	78
<b>Figure 5-17</b> : commande en couple : freinage .....	79
<b>Figure 5-18</b> : Distance parcourue par les véhicules : freinage.....	79
<b>Figure 0-1</b> : Simulation de la régulation de la distance inter-véhicule .....	85
<b>Figure 0-2</b> : Modèle vehicule de tête.....	86
<b>Figure A-3</b> :Modèle véhicule suiveur .....	86

# Introduction générale

## Introduction générale :

Depuis leur naissance, les véhicules classiques circulant dans le monde ne cessent d'augmenter. En effet, le nombre d'accidents continue à augmenter en faisant de nombreuses victimes chaque année. Par ailleurs, l'utilisation des véhicules à motorisation thermique présente de plus en plus d'effets nocifs sur l'environnement. Par conséquent, le développement des véhicules à traction électrique est devenu une des préoccupations majeures des chercheurs de par le monde. Les recherches menées dans ce sens s'appuyant sur les dispositifs d'électronique de puissance et les matériaux de stockage de l'énergie ont favorisé la transition vers le véhicule électrique respectueux de l'environnement.

En fait, au début de son lancement, le véhicule électrique a été conçu dans le but de réduire les risques environnementaux, donc la sécurité routière était le défi suivant pour les constructeurs automobiles et les organismes de recherche. À cet égard, de nombreux systèmes de sécurité automatiques ont été proposés afin d'éviter les accidents de la circulation ou réduire leur sévérité et ainsi sauver des centaines de milliers de vies humaines. Grâce aux progrès technologiques et l'intégration de l'automatique moderne, les systèmes de commande dans le véhicule électrique ont connu des avancées significatives particulièrement dans les dernières décennies afin d'assurer une bonne tenue de route, une stabilité élevée et parfois un freinage automatique du véhicule.

En automatique, comme la quasi-totalité des systèmes physiques, le véhicule électrique est classifié dans la catégorie des systèmes dynamiques non linéaires, ces derniers sont régis par des équations différentielles non linéaires décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'effet des variables indépendantes appelées les entrées ou variables de commande et cela dans l'objectif d'obtenir des signaux de sortie désirés. Les interactions entre les constituants du système et les non linéarités existantes sont les causes de la complexité de tels systèmes. Dans ce type de systèmes, la notion de fonctions de transfert n'est plus valable dans les modèles les décrivant. Par conséquent, la théorie de la commande linéaire n'est plus utile. L'utilisation des approches de commande non linéaires s'impose. Néanmoins, le nombre d'approches non linéaires disponibles reste limité. Parmi les méthodes actuellement utilisées la notion de systèmes flous de type Takagi-Sugeno. Ces systèmes permettent d'approximer une large classe de systèmes non linéaires. Dans le cadre de ce mémoire, nous allons utiliser ces systèmes pour la commande de la **distance inter-véhicules** en circulation.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre est consacré à la présentation de quelques généralités sur le véhicule électrique. Nous commençons par présenter le véhicule électrique et son évolution historique. Nous citons également ses avantages et ses

inconvenients, puis nous décrivons son architecture et ses différents organes constitutifs. Quelques systèmes d'aide à la conduite sont ensuite explicités. Enfin, un modèle longitudinal du véhicule utilisé pour l'application de la commande est présenté.

Le deuxième chapitre aborde la définition du modèle de Takagi-Sugeno et les différentes méthodes utilisées pour la construction des multimodèles T-S à partir des équations dynamiques. La méthode par secteur linéaire est expliquée en détails dans le but de l'exploiter pour la synthèse de la commande du système en question.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la structure de commande avec intégrateur permettant ainsi une poursuite de trajectoire. Des conditions de stabilisation sans et avec observateur d'état sont également données.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons les régions LMI permettant de faire le placement de pôle souhaité assurant la stabilité et les performances désirées en boucle fermée.

Le dernier chapitre concerne la présentation des résultats de l'application de la logique floue de T-S sur le modèle utilisé. Nous nous intéressons à quelques aspects qui montrent les performances de la commande implémentée tel que la distance inter-véhiculaire, la vitesse et le couple fourni. Nous commençons dans un premier temps par simuler le modèle en régime libre seul en absence du véhicule de tête. Puis, nous simulons le système en boucle fermée muni d'une commande stabilisante. Une simulation en présence du véhicule de tête est effectuée afin de mettre en évidence la régulation de la distance inter-véhicules. Enfin, nous réalisons une simulation dans le cas d'une situation de freinage d'urgence.

# Chapitre 1

## Généralités et présentation du modèle de la voiture électrique

---

1.1	<i>Introduction</i>	11
1.2	<i>Définition du véhicule électrique</i>	12
1.3	<i>L'historique du véhicule électrique</i>	12
1.4	<i>Les avantages et les inconvénients</i>	15
1.5	<i>L'architecture du véhicule électrique</i>	15
1.5.1	<i>Générateur d'énergie</i>	17
1.5.2	<i>La Chaine de Traction</i>	18
1.6	<i>Les systèmes aide à la conduite</i>	19
1.6.1	<i>Systèmes d'aide au stationnement</i>	20
1.6.2	<i>eCall</i>	20
1.6.3	<i>Lane Support</i>	21
1.6.4	<i>Attention assist</i>	21
1.6.5	<i>Détection d'angle mort</i>	22
1.6.6	<i>Système d'arrêt ou de freinage d'urgence</i>	22
1.6.7	<i>Adaptive Cruise control</i>	23
1.7	<i>Modélisation</i>	23
1.8	<i>Conclusion</i>	27

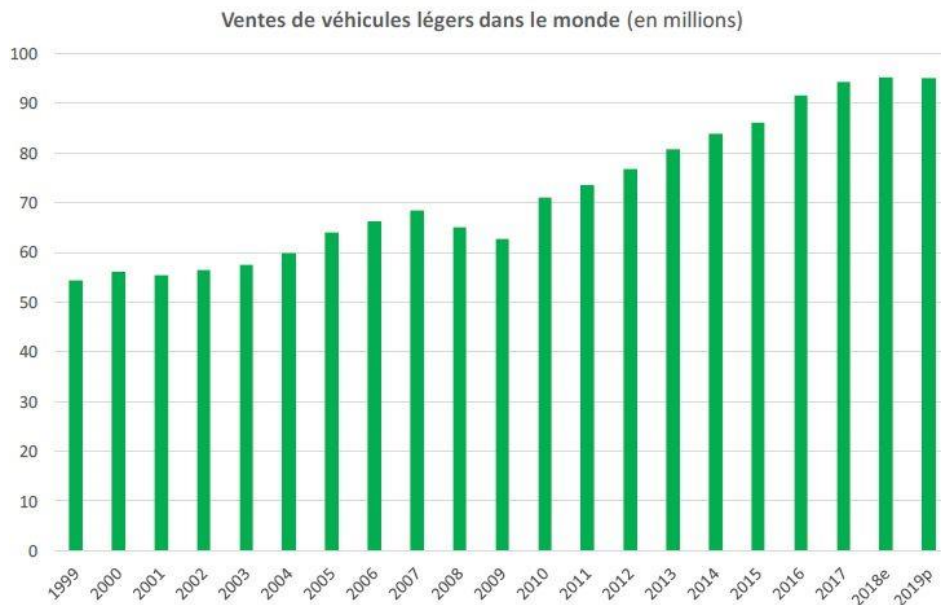
---

# 1 Généralités et présentation du modèle du véhicule électrique

## 1.1 Introduction :

Actuellement, presque tous les constructeurs d'automobiles sont engagés pour construire leur voiture électrique. Les véhicules électriques sont devenus de plus en plus très importants, de fait qu'ils ne produisent aucune pollution et aucun bruit contrairement aux véhicules classiques. De plus, ils sont faciles à modéliser, ce qui rend leur commande plus simple du point de vue automatique.

Le nombre de véhicules qui circulent dans les routes est en augmentation continue d'une année à l'autre. Par conséquent, le risque des accidents de circulation est devenu très important. Afin de réduire ce risque, il y a de plus en plus de systèmes électroniques et automatiques qui sont intégrées dans les véhicules permettant d'éviter ou à la limite minimiser ces accidents.



**Figure 1-1:** Ventes de véhicules légers dans le monde

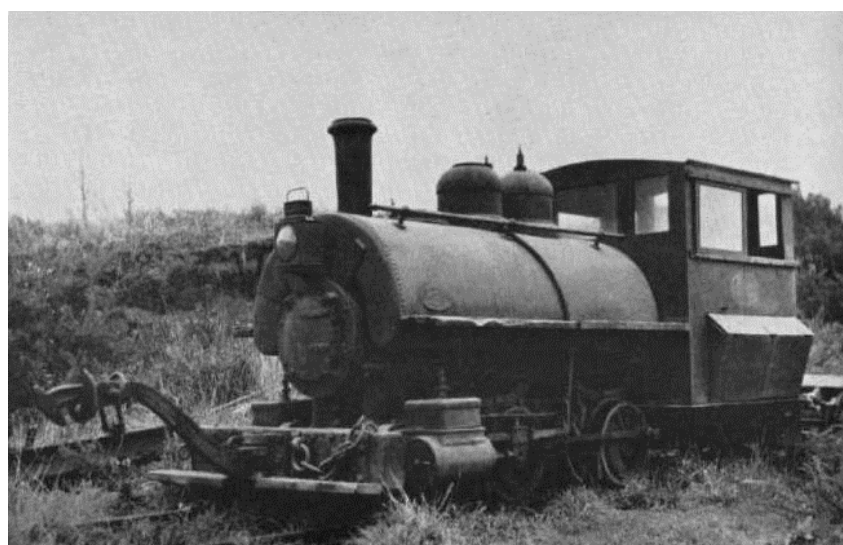
Dans ce chapitre, on présente des généralités sur les véhicules électriques commençant par définir la voiture électrique, son histoire et son architecture. Puis, on introduit les différentes technologies qui servent à prévenir les accidents de la route. Enfin, on présente le modèle longitudinal utilisé par notre loi de commande flou permettant de réguler la distance de sécurité inter-véhicules.

## 1.2 Définition du véhicule électrique :

Un véhicule électrique est un véhicule dont le moteur fonctionne grâce à une source d'énergie basée sur une batterie ou une pile à combustible. Ce dernier est plus écologique que l'automobile classique à essence, diesel. Ces véhicules existent depuis la fin du XIXe siècle, mais sont commercialisées seulement depuis la fin du XXe siècle.

## 1.3 L'historique du véhicule électrique :

Après l'invention de la batterie primaire par Volta en 1800, les moteurs électriques étaient développés à base des travaux de Michael Faraday en 1821, le premier moteur qui a pu faire marcher un véhicule était inventé par William Sturgeon en 1832. Deux ans plus tard, l'américain Thomas Davenport construit une petite locomotive électrique qui fut la première automobile à accumulateurs non rechargeables, cette dernière réussissait à parcourir un court trajet sur rail [1].

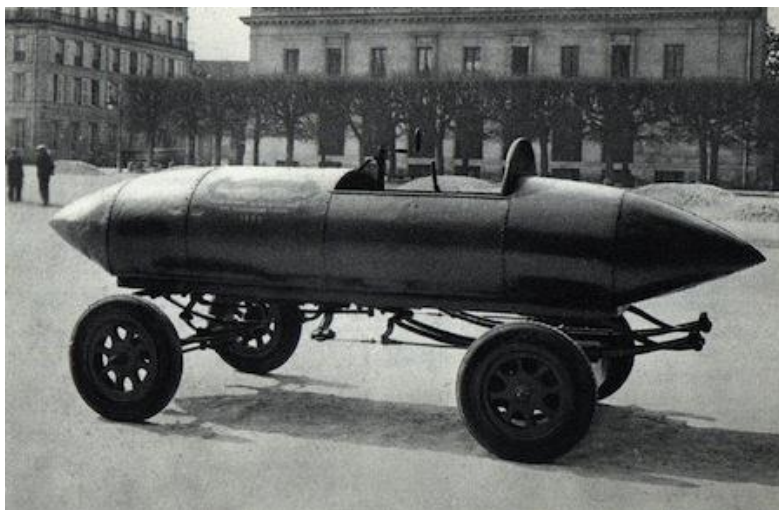


**Figure 1-2** : Première locomotive inventée par Thomas Davenport

Puis en 1838, Robert Davidson y ajouta quelques modifications pour arriver à un modèle similaire, qui peut rouler jusqu'à 6 km/h. Ces deux inventions n'utilisaient pas de batterie rechargeable, puisque cette dernière n'était pas encore inventée, ils fonctionnaient avec des batteries non rechargeables.

Puis, en 1859, le français G. Planté inventait la batterie secondaire plomb/acide rechargeable, et en 1869 Gramme construit le premier moteur électrique à courant continu ayant une puissance de plus d'un cheval. 12 ans plus tard, en 1881 Gustave Trouvé, réalisait le premier véhicule électrique alimenté par une batterie secondaire. Le véhicule était propulsé par un moteur

électrique à courant continu. Le début du XX<sup>ème</sup> siècle a constitué l'âge d'or du véhicule électrique. En effet, c'est un véhicule électrique qui pour la première fois a franchi la limite de 100 km/h, en 1899, « La Jamais Contente ». Cette voiture avait deux moteurs entraînant directement les roues arrière, d'une puissance maximale totale de 50 KW.



**Figure 1-3** : la jamais contente

En 1916, la Société GENERAL MOTORS utilise des batteries plomb-acide pour développer sa première camionnette électrique. Les raisons pour mettre en œuvre ce genre de véhicule n'étaient pas les mêmes qu'aujourd'hui mais l'idée existait. Depuis quelques années, le développement du véhicule électrique a connu une avancée significative, grâce à la prise de conscience globale de l'enjeu environnemental énoncé précédemment et la volonté des constructeurs automobiles de réaliser la transition énergétique et technologique. Dès 2010, plusieurs constructeurs ont lancé la commercialisation de leurs modèles de véhicule électrique. La plupart de ces véhicules sont de taille relativement petite pour réduire la consommation. Ils se présentent en bonne alternative aux véhicules essence et diesel à usage urbain. Les gouvernements ont pris des mesures plus ou moins importantes visant à réduire ce problème préoccupant. En particulier une des mesures les plus radicales a été la mise en place d'une loi "Clean Air" par le gouvernement californien qui fixe entre autre un pourcentage (2% pour 1998 et 10 % pour 2003) de véhicules électriques vendus par rapport à la vente de véhicules thermiques neufs. Afin de répondre à ce besoin de véhicule électrique des solutions ont été développées mais déjà de nouvelles structures sont à l'étude pour en améliorer les performances [2].

Plusieurs équipementiers électriques (Leroy Somer, Auxilec, ...etc.) et des grands groupes automobiles (Nissan, General Motors ...etc.) font des



recherches pour améliorer les performances des voitures électriques et répondre au problème de pollution.

Aujourd'hui, les voitures électriques sont devenues de plus en plus utilisées dans les zones urbaines, bien qu'elles sont encore chères. Un exemple de voiture électrique fabriquée par le leader mondial Tesla est Le modèle 3. La sécurité a été l'aspect le plus important lors de la conception de ce modèle, Sa structure en métal allié en acier et aluminium, pour une résistance maximale dans toutes les zones. Soumise à un test de résistance du toit, la "Model 3" a supporté quatre fois son propre poids, malgré son toit entièrement en verre. Ce poids équivaut à celui de deux éléphants d'Afrique adultes. Ce modèle est disponible avec une transmission intégrale Dual Motor, des freins et des jantes 20" Performance ainsi que des suspensions abaissées pour un contrôle total, quelles que soient les conditions météorologiques. Un aileron arrière en fibre de carbone améliore également la stabilité à grande vitesse. La Model 3 accélère de 0 à 100 km/h en seulement 3,3 secondes [3].



**Figure 1-4 :** La Tesla Model 3 la VE la plus vendu au monde

Du point de vue source d'énergie, la plupart des véhicules électriques commercialisés étaient avec des batteries au plomb. La densité d'énergie de ces batteries a été améliorée d'environ 75% entre 1950 et 2012 (environ 40 Wh/kg pour de bonnes batteries au plomb), tout en restant infime à côté de celle de l'essence (environ 13.000 Wh/kg). On a bien mis au point pour les remplacer de nouveaux types de batteries, par exemple la batterie nickel-cadmium, ou encore les batteries nickel-hydrure métallique, mais ces nouvelles batteries continuent à poser de sérieux problèmes de coût et sont souvent encore au stade du développement [4].

#### 1.4 Les avantages et les inconvénients :

Il s'agit d'un véhicule qui possède uniquement une batterie comme source d'énergie [5].

Les avantages du véhicule électrique sont :

- L'absence totale d'émission gazeuse, ce qui rend localement le véhicule très écologique
- Le très faible niveau sonore du véhicule, uniquement provoqué par le roulement de ses roues et éventuellement le "sifflement" de l'alimentation à basse vitesse.

Les inconvénients du véhicule électrique sont essentiellement liés à la batterie :

- Une puissance massique limitée par les batteries.
- Une autonomie faible : notons à ce sujet que le volume de batterie doit être correctement choisi, car une augmentation de celui-ci peut a priori permettre d'améliorer l'autonomie en augmentant l'énergie disponible, mais elle rajoute une masse supplémentaire au véhicule et par conséquent l'énergie nécessaire à la traction augmente ; en résumé il existe une masse optimale de batterie qui permet de maximiser l'autonomie.

Ainsi, le véhicule électrique semble bien adapté pour les petits véhicules urbains [6]. En effet, ceux-ci ne sont pas trop pénalisés par la limitation de la puissance et de l'autonomie et le problème des pollutions gazeuse et sonore est essentiel pour eux.

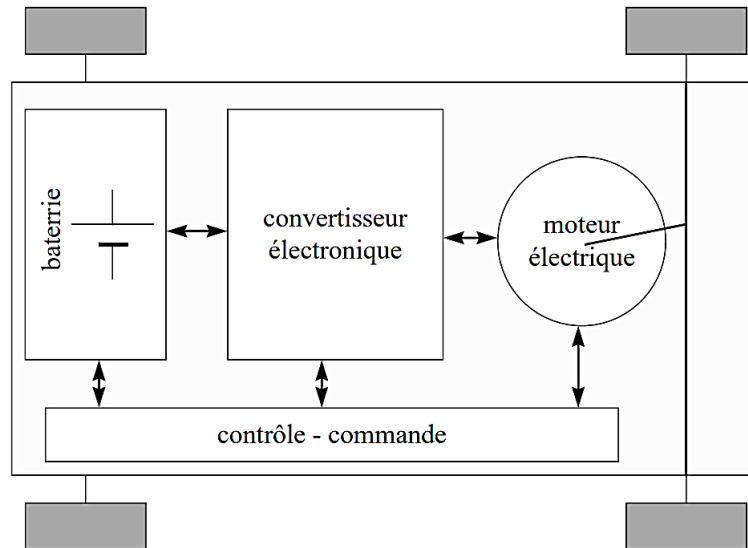
#### 1.5 L'architecture du véhicule électrique :

L'architecture du véhicule électrique est similaire à celle du conventionnel (thermique), la seule différence est au niveau du moteur, or le moteur à combustion interne est remplacé par un moteur électrique (moteur à courant continu, moteur synchrone, moteur asynchrone ... etc.). L'architecture mécanique du véhicule est alors totalement conservée et les contraintes de dimensionnement en couple et en vitesse sont les mêmes que celles du moteur à combustion interne [7].

Les moteurs électriques utilisés pour la traction ont un meilleur comportement à faible vitesse de rotation et délivrent une puissance plus importante. La capacité des moteurs électriques, à démarrer à couple élevé et de fonctionner sur une large plage de vitesse, rend possible l'élimination de l'embrayage, voir même de la boîte de vitesses [8].

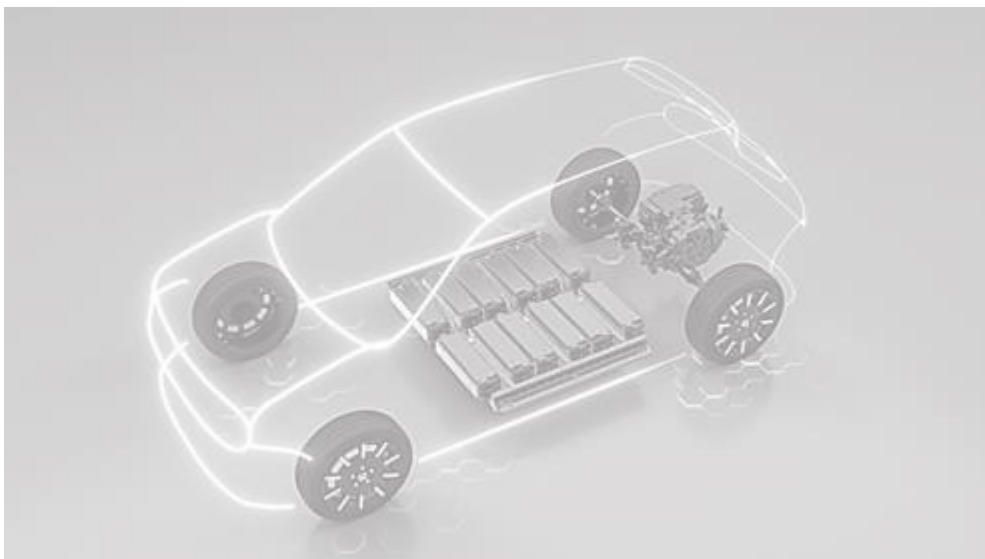
La structure est donnée par le schéma de la F1-5 Comme le couple est une grandeur dimensionnante, l'absence de boîte de vitesses implique un moteur plus lourd, plus encombrant et donc plus coûteux. Aussi, pour réduire la masse embraquée, les véhicules électriques peuvent être conçus avec un réducteur qui permet au moteur électrique de travailler à grande vitesse [5].

Ce réducteur permet de réduire la taille de moteur grâce à la réduction du couple demandé. Cette chaîne de traction centrée autour d'un seul moteur de traction couplé à un réducteur fixe représente la solution dite classique pour l'architecture des véhicules électriques [5]



**Figure 1-5** :schéma de principe d'un véhicule électrique [5]

Le système de traction est l'ensemble des organes traversés par le flux d'énergie, et qui permet à un véhicule sa capacité de mouvement. Il est composé d'un générateur d'énergie (batterie) et une chaîne de traction qui assure la transmission mécanique du mouvement. Elle est composée des roues, du différentiel de la transmission et d'un moteur, convertissant l'énergie sortante du générateur en énergie mécanique [9].



**Figure 1-6** : système de traction d'un véhicule électrique

### 1.5.1 Générateur d'énergie :

Organe du système de traction assurant le stockage et l'adaptation de l'énergie. Il est composé d'une batterie et un convertisseur d'énergie.

**La batterie** : est un ensemble d'accumulateurs électriques rechargeables reliés entre eux de façon à créer un générateur électrique de tension et de capacité désirée qui permet de stocker l'énergie électrique sous forme chimique et de la restituer sous forme de courant continu, de manière contrôlée. Ces accumulateurs sont parfois appelés cellules de la batterie.

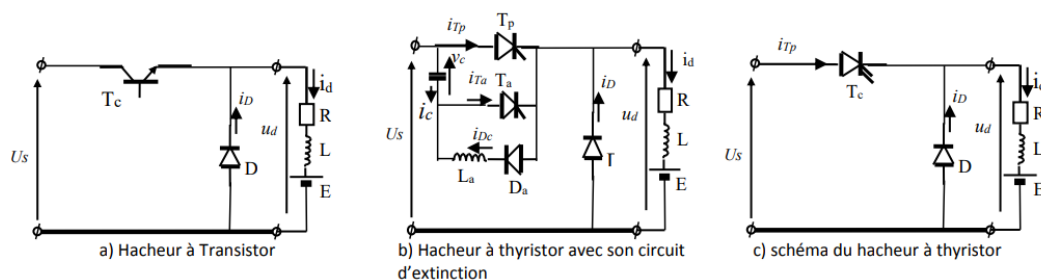


**Figure 1-7** : batterie d'une voiture électrique

**Convertisseur d'énergie** : Système qui change la nature de l'énergie par exemple on peut distinguer :

#### Les hacheurs :

Ils sont des convertisseurs continu-continu, ils permettent de faire varier la valeur moyenne de la tension continue à leur sortie. Pour faire varier la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une charge, on applique une tension continue constante pendant un certain temps sur une période. Pour sa réalisation, on utilise des transistors de puissance (bipolaires, MOSFET ou IGBT) pour des puissances jusqu'à une centaine de kW, avec des fréquences de pulsation égale ou supérieures à 10kHz. Pour des puissances de quelques centaines de kW ou plus, on utilise couramment des GTO mais à des fréquences de pulsation assez basses (500Hz à 1000Hz). Dans cette section, on s'intéresse au fonctionnement de l'hacheur unidirectionnel et bidirectionnel en courant.



**Figure 1-8** : différents structures d'un hacheur série

### Les onduleurs :

La conversion continue alternative a pour rôle la transformation d'un signal de tension (ou de courant) continu en un signal de tension (ou de courant) alternatif d'amplitude et de fréquence désirées. Cette transformation s'opère dans un convertisseur appelé onduleur.

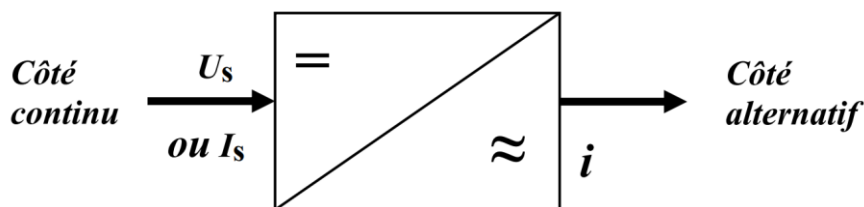


Figure 1-9 : Onduleur

### 1.5.2 La Chaîne de Traction :

Ensemble d'éléments assurant la transmission mécanique du mouvement. Elle comprend :



Figure 1-10 : l'ensemble d'éléments de la chaîne de traction

**Le moteur :** L'élément le plus important dans la chaîne de traction ayant l'effet majeur sur les performances du véhicule électrique. Il y a plusieurs types de moteurs utilisés lors de la fabrication d'un véhicule, on peut citer :

- **Moteur à courant continu :**

La machine à courant continu à collecteur à excitation séparée (ci-après machine DC) a été longtemps le type d'entraînement le plus utilisé pour les applications à vitesse variable. Son côté attractif provient en grande partie de la simplicité de sa commande, ce qui a une incidence directe sur le niveau des performances, que ce soit en termes d'asservissement ou en termes économiques.

- **Moteur synchrone :**

Le moteur synchrone existe dans deux versions soit bobinées pour les fortes puissances et à aimant pour les entraînements à hautes performances. Le terme de moteur synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de "rotation de l'arbre de sortie" est égale à la vitesse de "rotation du champ tournant". Les moteurs électriques synchrones sont généralement des moteurs triphasés. Le rotor, souvent appelé « roue polaire », est alimenté par une source continue ou équipé d'aimants permanents.

- **Moteur asynchrone :**

Le moteur électrique asynchrone est le plus répandu des moteurs alternatifs. Le moteur asynchrone, connu également sous le terme " anglo-saxon " de moteur à induction, est un moteur à courant alternatif. Le terme asynchrone provient du fait que la vitesse de ces moteurs n'est pas forcément proportionnelle à la fréquence des courants qui la traversent. Le moteur asynchrone est uniquement alimenté par un courant alternatif triphasé. Il a la particularité d'être robuste et simple. Le moteur asynchrone est aujourd'hui le moteur électrique le plus utilisé, car sa gamme de puissance peut aller de quelques centaines de watts à plusieurs milliers de kilowatts. Ce genre de moteur électrique est utilisé sur des machines-outils tels que des nettoyeurs à haute pression

**Le différentiel :** est un système mécanique qui a pour fonction de distribuer une vitesse de rotation par répartition de l'effort cinématique, de façon adaptative, immédiate et automatique, aux besoins d'un ensemble mécanique.

**Le réducteur :** est un système d'engrenage dont le rapport de transmission est inférieur à 1, pour augmenter le couple moteur d'une rotation.

## 1.6 Les systèmes aide à la conduite

Les constructeurs automobiles sont de plus en plus nombreux à proposer des systèmes d'aide à la conduite sur leurs véhicules. Ils sont même inclus dans l'équipement de série de certaines marques. Une évolution que nous ne pouvons qu'encourager [10].

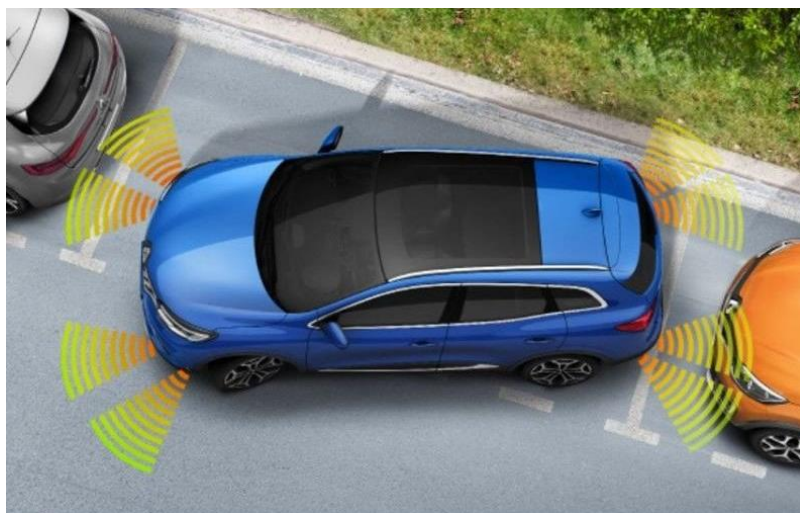
L'utilisation d'assistants électroniques permet d'améliorer nettement la sécurité routière. Par exemple, environ une collision sur deux pourrait être évitée si toutes les voitures étaient équipées d'une aide au freinage d'urgence.

Les systèmes d'aide à la conduite ne peuvent cependant renforcer la sécurité que si les conducteurs restent concentrés sur la route. Ces derniers restent responsables de la conduite, ils doivent toujours être en mesure d'intervenir et focaliser toute leur attention sur la circulation. Il faudra donc patienter

encore un peu et se contenter des avertisseurs de radar, de la navigation GPS, des caméras et radars de recul ou encore des nouveaux équipements de confort [11]. Parmi ces systèmes, on distingue :

### 1.6.1 Systèmes d'aide au stationnement

Des capteurs intégrés émettent un signal sonore pendant les manœuvres de stationnement. Ils préviennent ainsi le conducteur si son véhicule se rapproche trop d'un autre objet.



**Figure 1-11 :1.6.1** Systèmes d'aide au stationnement

### 1.6.2 eCall

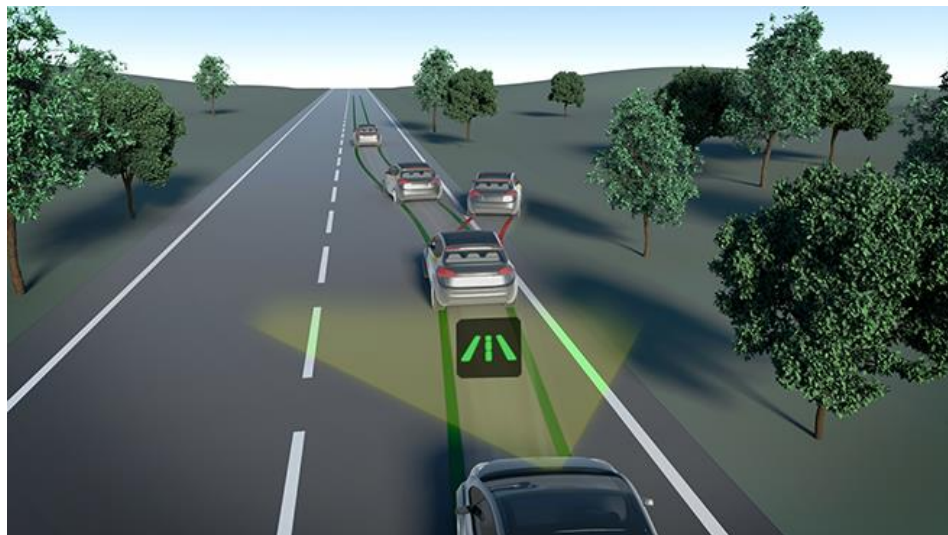
eCall est un système embarqué dans le véhicule qui envoie automatiquement un appel à une centrale d'assistance si vous êtes impliqué(e) dans un accident grave, afin de mettre l'/les occupant(s) en communication avec cette centrale.



**Figure 1-12 :** Emergency call system

### 1.6.3 Lane Support

Le Lane support, ou aide au maintien sur la voie, permet de détecter le marquage des voies de circulation et y réagir. Si le véhicule s'approche de la ligne de délimitation, le système émet un avertissement et corrige la trajectoire.



**Figure 1-13** : l'aide au maintien dans la voie

### 1.6.4 Attention assist

Un système qui analyse en permanence le comportement de conduite de l'automobiliste en vue de repérer les signes de fatigue du conducteur et lui conseiller de faire une pause lorsque ces signes apparaissent.



**Figure 1-14** : Le détecteur de fatigue Mercedes-Benz



### 1.6.5 Détection d'angle mort

Cet assistant vous prévient lorsqu'un danger se trouve dans l'angle mort de votre voiture. Vous êtes averti(e) par un signal d'alerte ou un témoin qui s'allume en cas de danger potentiel.



**Figure 1-15 :** Détection d'angle mort

### 1.6.6 Système d'arrêt ou de freinage d'urgence

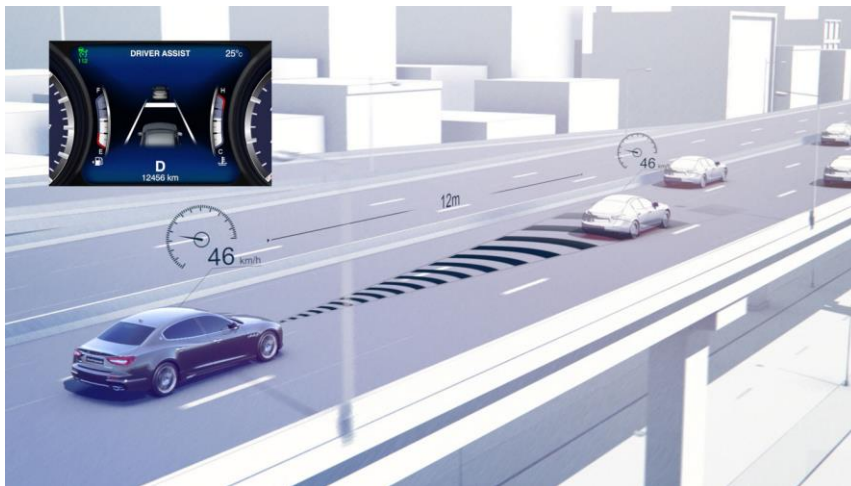
Un système d'arrêt ou de freinage d'urgence fait en sorte que la voiture freine automatiquement dès qu'elle se rapproche trop d'un autre véhicule. L'arrêt ou le freinage d'urgence s'enclenche si le chauffeur réagit trop tard et risque de provoquer une collision.



**Figure 1-16 :** Système de freinage d'urgence

### 1.6.7 Adaptive Cruise control

L'adaptive Cruise control maintient en permanence une distance de sécurité entre vous et le véhicule qui précède, en adaptant automatiquement la vitesse de votre voiture. L'adaptive Cruise control est souvent fourni en combinaison avec le système d'arrêt ou de freinage car ces deux dispositifs fonctionnent avec les mêmes capteurs.



**Figure 1-17:** Adaptive Cruise control

Dans ce qui suit, on essaye de modéliser un véhicule électrique pour qu'on puisse réaliser un système similaire qui régule la distance inter-véhiculaire pour la rendre plus compatible avec le code de la route.

## 1.7 Modélisation :

On va prendre le modèle qui a été développé et validé expérimentalement par Toulotte [12] [13]

Pour commander la distance entre deux véhicules afin d'élaborer l'attelage virtuel ou bien pour conserver une distance de sécurité et prévenir des accidents, on a besoin d'un modèle longitudinal. Mais ce modèle doit être à la fois simple et plus exacte qui reflète la réalité.

Plusieurs chercheurs ont essayé de modéliser les véhicules mais leur modèles d'une manière générale étaient très complexes.

Pour notre travaille on prend le modèle utilisé dans la thèse de Toulotte basé sur les travaux de Gissinger et le fort piat 2002 parmi les modèles proposés par ces deux le modèle bicyclette a 4 degré de liberté

On essaie de prendre en considération tous les phénomènes qui ont une influence importante sur le mouvement longitudinal du véhicule.

**Hypothèses :**

- On remplace les roues qui ont le même axe de rotation par une seule roue virtuelle (bicyclette).
- Les mouvements de suspensions sont supposés négligeables.
- On suppose que les phénomènes de glissement longitudinal sont négligeables.
- La surface de la route est considérée plane.

On considère que le couple nécessaire pour tracter le véhicule est délivré par le moteur électrique.

On s'intéresse au déplacement du véhicule en ligne droite :

$$\frac{(m \cdot h^2 + J_r + J_f) \cdot R_g^2 + J_e}{h^2 \cdot R_g^2} \cdot \ddot{x}(t) = \frac{1}{h \cdot R_g} T_e(t) - (a_x \cdot \dot{x}(t) - b_x \cdot \dot{x}^2(t)) \quad (1.1)$$

Où :

$m$	La masse du véhicule (kg)
$h$	Rayon de roulement de roue (m) ; la hauteur du centre de la roue
$J_r$	Le moment d'inertie de la roue arrière (kg.m <sup>2</sup> )
$J_f$	Le moment d'inertie de la roue avant (kg.m <sup>2</sup> )
$J_e$	Le moment d'inertie du moteur (kg.m <sup>2</sup> )
$R_g$	Rapport de boîte de vitesse
$a_x, b_x$	Coefficients d'aérodynamisme longitudinal ( kg.m /s ) (kg)

On pose :

$$\alpha = \frac{(m \cdot h^2 + J_r + J_f) \cdot R_g^2 + J_e}{h^2 \cdot R_g^2} \quad (1.2)$$

$$R_{ap} = \frac{1}{h \cdot R_g} \quad (1.3)$$

Le modèle dynamique simplifié devient :

$$\alpha \cdot \ddot{x}(t) = R_{ap} \cdot T_e(t) - a_x \cdot \dot{x}(t) - b_x \cdot \dot{x}^2(t) \quad (1.4)$$

Où :

$\ddot{x}(t)$  : Accélération longitudinal du véhicule. (m/s<sup>2</sup>)

$\dot{x}(t)$  : Vitesse longitudinale du véhicule. (m/s)

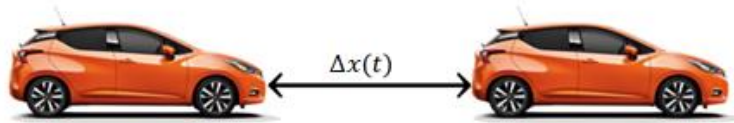
$T_e(t)$  : le couple fourni par la machine électrique.

La machine électrique est asservie en couple, on peut écrire son équation dynamique de la forme suivante d'après Paganelli 1999 :

$$T_e(t) = \frac{1}{\tau}(-T_e(t) + u(t)) \quad (1.5)$$

Avec  $u(t)$  est la consigne du couple et la seule entrée du système.

La situation est la suivante :



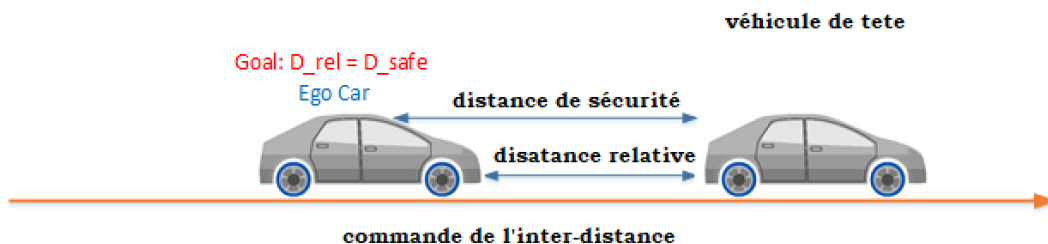
**Figure 1-18** : distance inter-véhicules

Dans la route il y a deux véhicules, on suppose qu'ils sont en ligne droite. Le premier véhicule roule d'une façon normale. Le deuxième véhicule électrique celle qui est automatisé essaye de maintenir une distance de sécurité avec le premier.

Les voitures sont indépendantes, la première voiture peut être n'importe qu'elle voiture, mais le plus important est que la deuxième peut la détecter.

Il n'y a aucun lien entre les deux véhicules. Et ils n'ont pas un moyen de communication entre eux

La distance à maintenir entre deux véhicules qui se suivent pour éviter une collision suite à un ralentissement brusque, par exemple. D'après le code de la route, elle doit être d'au moins deux secondes, soit une seconde pour le temps de réaction et une seconde de marge de sécurité [14]



**Figure 1-19** : schéma montrant l'objectif de la commande

Mais pour notre cas :

$$d(t) = d_{min} + t_r \cdot \dot{x}(t) + f \cdot \dot{x}(t)^2 \quad (1.6)$$

$d_{min}$  : La distance minimale entre les deux véhicules

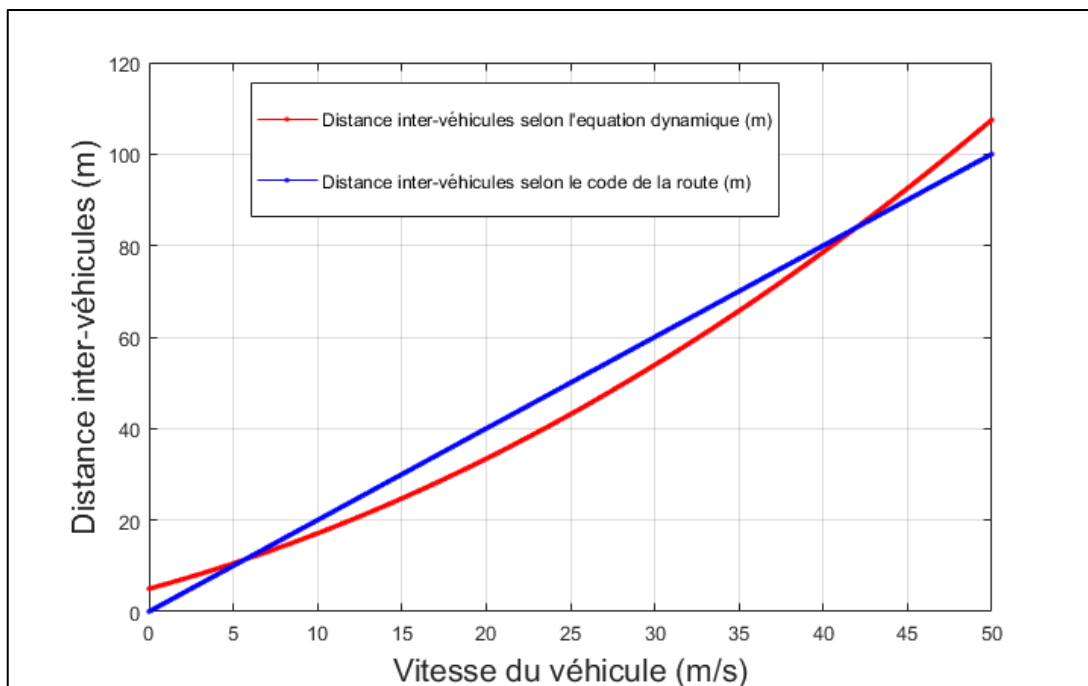
$t_r$  : Temps de réaction.

$f$  : paramètre qui prend en compte les effets inertiels et la capacité de freinage du véhicule.

Et on doit prendre en compte les limitations techniques comme la distance qui peut être mesurée par le capteur

On prend les mêmes données utilisées dans la thèse de Toulotte

$$t_r = 1s \text{ selon le code de la route ; } f = 0.021$$



**Figure 1-20** : L'inter-distance en fonction de la vitesse

On peut écrire le système sous la forme d'une représentation d'état et on prend comme vecteur d'état :

$$x = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ T_e(t) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Et on doit intégrer la distance de sécurité dans le modèle du système :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot x_1}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [t_r + f \cdot x_1 \quad 0] \cdot x(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

## **1.8 Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a commencé par définir le véhicule électrique, puis on a abordé brièvement son histoire depuis sa naissance jusqu'à nos jours. Ensuite, on a cité quelques avantages et inconvénients de cette technologie. Ainsi, on a expliqué le fonctionnement du véhicule électrique en précisant son architecture et les composants constituant la chaîne de traction. Après, on a présenté quelques systèmes d'aides à la conduite utilisés récemment. Enfin, on a présenté le modèle longitudinal développé et validé par Toulotte pour réaliser une régulation de la distance inter-véhiculaire.

# Stabilité et stabilisation des multimodèles de Takagi-Sugeno

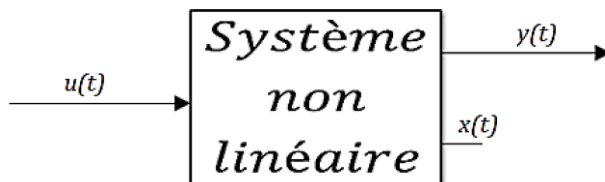
---

2.1	<i>Introduction</i>	29
2.2	<i>Principe de l'approche multimodèle floue T-S</i>	29
2.3	<i>Modèle flou de type TS</i>	30
2.3.1	<i>Définition des modèles TS</i>	30
2.3.2	<i>Construction d'un modèle flou TS</i>	31
2.3.2.1	<i>Par linéarisation</i>	31
2.3.2.2	<i>Par identification</i>	31
2.3.2.3	<i>L'approche par secteur linéaire</i>	31
2.3.3	<i>Exemple illustratif</i>	32
2.3.4	<i>Exemple 2 : Modèle du véhicule</i>	34
2.4	<i>Stabilité et stabilisation des modèle flous TS</i>	35
2.4.1	<i>Fonction de Lyapunov</i>	35
2.4.2	<i>Analyse de stabilité des modèles TS</i>	36
2.4.2.1	<i>Exemple</i>	37
2.4.3	<i>Stabilisation quadratique des modèles TS</i>	38
2.4.3.1	<i>Relaxation de conservatisme des inégalités</i>	40
2.4.3.2	<i>Exemple</i>	41
2.5	<i>Conclusion</i>	42

---

## 2 Stabilité et stabilisation des multimodèles de Takagi-Sugeno :

### 2.1 Introduction



**Figure 2-1:** système non linéaire

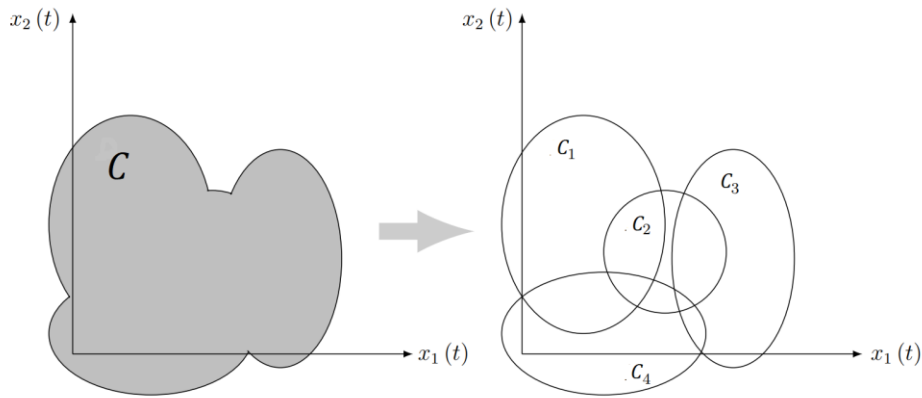
Dans ce chapitre, on présente l'approche de Takagi-Sugeno qui sert à réécrire un système non linéaire sous forme d'une combinaison de systèmes linéaires pondéré par des fonctions non linéaires appelées fonction d'activation, l'intérêt de cette méthode est d'utiliser les outils déjà connus dans le cas linéaire pour analyser la stabilité et synthétiser une loi de commande stabilisante pour ce genre de système. Ceci est possible grâce à la propriété de la somme convexe des fonctions d'activations.

Ces modèles linéaires pondérés par des fonctions d'activation normalisées permettent de représenter sans approximation le système non linéaire globale.

### 2.2 Principe de l'approche multimodèle floue T-S

L'approche T-S est basée sur la décomposition du comportement dynamique du système non linéaire en un nombre  $r$  de domaines de fonctionnement, chaque domaine étant caractérisé par un sous-modèle linéaire. La figure illustre ce principe dans un cas à deux dimensions, l'ensemble des points de fonctionnement du système de coordonnées  $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$  a été décomposé en quatre domaines de fonctionnements notés  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$ . Le domaine globale de fonctionnement est alors défini par la réunion des domaines locaux  $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4$ . Sur chacun des domaines locaux, ou sous domaines, peut être construit un modèle local. La sortie de chaque sous modèle contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système non linéaire. La contribution de chaque sous-modèle est définie par une fonction d'activation. Ces différents modèles locaux pourront alors être combinés au moyen d'une technique d'interpolation pour obtenir une représentation globale, ou multimodèle, valable sur le domaine de fonctionnement global  $C$  [15] [16].





**Figure 2-2** : Principe de l'approche de Takagi-Sugeno.

## 2.3 Modèle flou de type TS :

### 2.3.1 Définition des modèles TS :

On peut écrire les systèmes non linéaires sous la forme d'un modèle TS, Ce modèle est composé d'un ensemble de modèles linéaires pondérés par des fonctions scalaire non linéaires (fonctions d'activation) qui vérifie la propriété de la somme convexe [17]

$$\sum_{i=1}^r T_i(z(t)) = 1 \quad \text{(2Conclusion générale et perspectives.1)}$$

Avec  $r$  le nombre des règles (ou bien nombre des modèles) et :

$$0 \leq T_i(z(t)) \leq 1 \quad \forall t \quad (2.2)$$

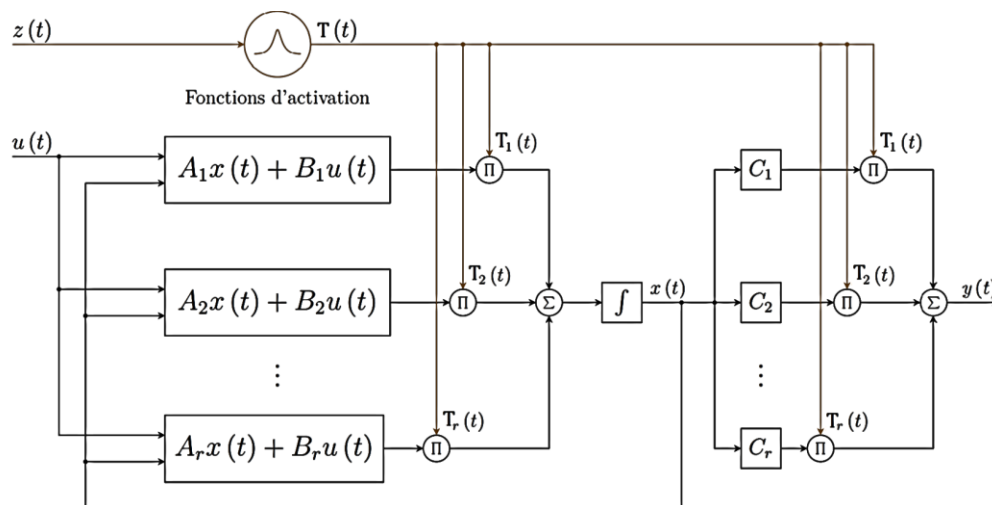
Le modèle TS :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r T_i C_i x(t) \end{cases} \quad (2.3)$$

Pour les notations :  $x(t)$  représente le vecteur d'état ( $x \in \mathbb{R}^n$ ),  $u(t)$  est le vecteur des entrées ( $u \in \mathbb{R}^m$ ),  $y(t)$  est le vecteur des sorties ( $y \in \mathbb{R}^p$ ).

Les matrices  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ,  $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$  représente l'ensemble de  $r$  modèles linéaires.

$z(t)$  représente le vecteur des prémisses ( $z \in \mathbb{R}^z$ ) ; ce vecteur est en fonction des variables d'état.



**Figure 2-3:** Le diagramme du multimodèle de Takagi-Sugeno [16]

### 2.3.2 Construction d'un modèle flou TS

Il existe plusieurs méthodes afin d'obtenir le modèle flou TS

#### 2.3.2.1 Par linéarisation :

Cette méthode consiste à linéariser le modèle aux différents points de fonctionnement qui sont choisis d'une manière intelligente et fine pour obtenir des modèles linéaires affines reliés par des fonctions d'activation [18].

#### 2.3.2.2 Par identification :

À partir des données sur les entrées et les sorties, on peut identifier les différents paramètres du modèle aux différents points de fonctionnement [17] [19] [20].

#### 2.3.2.3 L'approche par secteur linéaire :

Cette méthode est adaptée pour des systèmes non linéaires avec des non-linéarités modérées. À partir du modèle mathématique, on peut obtenir facilement le modèle TS qui va représenter le modèle d'une manière exacte sans approximation dans le domaine des variables de prémisses [18].

On peut appliquer cette approche pour les modèles mathématiques ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t))x(t) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = h(x(t))x(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

Où  $f, g, h$  sont des fonctions non linéaires.

Pour obtenir le modèle de type TS, on va suivre la démarche suivante :

On considère le modèle mathématique non linéaire, on suppose qu'il existe un compact des variables de prémisse ( $z \in c \subset R^z$ ) dans lequel les non linéarités sont bornées  $nl_i \in [min_i, max_i]$  ou  $min_i, max_i$  sont les bornes *inf* et *sup* des termes non linéaires  $i \in \{1, \dots, k\}$  [18] [21]

On peut écrire :

$$nl_i(z_i(t)) = max_i w_i^0(z_i(t)) + min_i w_i^1(z_i(t)) \quad (2.5)$$

Où :

$$\begin{cases} w_i^0(z_i(t)) = \frac{nl_i(z_i(t)) - min_i}{min_i - max_i} \\ w_i^1(z_i(t)) = \frac{max_i - nl_i(z_i(t))}{min_i - max_i} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$w_i^0(z_i(t)) \geq 0; w_i^1(z_i(t)) \geq 0 \text{ et } w_i^0(z_i(t)) + w_i^1(z_i(t)) = 1$$

Les fonctions d'activation sont construites directement de la manière suivante :

$$T_{1+i_1+2i_2+\dots+2^{k-1}i_k}(z(t)) = \prod_{j=1}^k w_j^{i_j} \quad (2.7)$$

Les termes  $i_j$  sont des booliens, ils ne prennent que les valeurs 0 et 1 ( $i_j \in \{0,1\}$ ).

On va obtenir r modèles linéaires qui construisent le modèle TS formé par le même nombre des règles floues qui sont en fonction de nombre de non linéarités (k)  $r = 2^k$

On aboutit alors à des modèles locaux, obtenus à partir des combinaisons possibles des bornes des termes non linéaires  $nl_i(z_i(t))$

Les règles des modèles flous peuvent se présenter sous la forme suivante [22] :

Si  $z_1(t)$  est  $w_1^{i_1}$  et ... et  $z_k(t)$  est  $w_k^{i_k}$  alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.3.3 Exemple illustratif :

Considérant le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2\cos(x_2) x_1 + 3x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.9)$$

On peut réécrire le modèle de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cos(x_2) & 3 \\ x_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(x_2) \end{bmatrix} u; \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

On suppose que  $x_1 \in [-a, a]$  et ( $a > 0 = cte$ ).

On peut remarquer qu'il y a deux non linéarités dans le modèle mathématique qu'on notera  $nl_1(x_1)$  et  $nl_2(x_2)$  tel que :

$$nl_1(x_1(t)) = x_1, \quad nl_2(x_2(t)) = \cos(x_2) \quad (2.11)$$

On considère le vecteur de prémisse suivant :

$$z(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]$$

On peut remarquer que le terme non linéaire  $nl_2(x_2(t))$  est borné  $\forall x_2(t) \in \mathbb{R}$  ( $nl_2(x_2(t)) \in [-1 \quad 1]$ ), alors que le terme  $x_1$  ne peut être que sur un compacte défini par  $x_1 \in [-a, a]$ . En utilisant l'équation (0.12) on peut écrire :

$$\begin{cases} nl_1(x_1(t)) = \max_1 w_1^0(x_1(t)) \min_1 w_1^1(x_1(t)) \\ nl_2(x_2(t)) = \max_2 w_2^0(x_2(t)) \min_2 w_2^1(x_2(t)) \end{cases} \quad (2.13)$$

En remplissant les bornes dans

$$\begin{cases} nl_1(x_1(t)) = a.w_1^0(x_1(t)) - a.w_1^1(x_1(t)) \\ nl_2(x_2(t)) = 1.w_2^0(x_2(t)) - 1.w_2^1(x_2(t)) \end{cases} \quad (2.14)$$

En se basant sur l'équation des fonctions d'appartenance donné par :

$$\begin{aligned} w_1^0 &= \frac{nl_1 - \min_1}{\max_1 - \min_1} = \frac{x_1 + a}{2a}; & w_1^1 &= \frac{\max_1 - nl_1}{\max_1 - \min_1} = \frac{a - x_1}{2a} \\ w_2^0 &= \frac{nl_2 - \min_2}{\max_2 - \min_2} = \frac{\cos(x_2) + 1}{2}; & w_2^1 &= \frac{\max_2 - nl_2}{\max_2 - \min_2} = \frac{1 - \cos(x_2)}{2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$T_1 = w_1^0 w_2^0, \quad T_2 = w_1^0 w_2^1, \quad T_3 = w_1^1 w_2^0, \quad T_4 = w_1^1 w_2^1 \quad (2.16)$$

On aboutit à quatre modèles locaux chaque modèle correspond à une règle floue, ils sont constitués à partir des combinaisons des bornes des termes non linéaire tel que :

**Règle 1** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^0$  et  $x_2(t)$  est  $w_2^0$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) \end{cases}$

**Règle 2** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^0$  et  $x_2(t)$  est  $w_2^1$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) \end{cases}$

**Règle 3** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^1$  et  $x_2(t)$  est  $w_2^0$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t) \\ y(t) = C_3 x(t) \end{cases}$

**Règle 4** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^1$  et  $x_2(t)$  est  $w_2^1$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_4 u(t) \\ y(t) = C_4 x(t) \end{cases}$

Où les matrices  $A, B, C$  sont obtenues à partir des combinaisons possibles des bornes des termes non linéaires :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ \max_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ a & 0 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \max_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} & C_1 &= [0 \quad 1] \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ \max_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ a & 0 \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \min_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} & C_2 &= [0 \quad 1]; \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ \min_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -a & 0 \end{bmatrix} & B_3 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \max_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} & C_3 &= [0 \quad 1]; \\
 A_4 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ \min_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -a & 0 \end{bmatrix} & B_4 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \min_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} & C_4 &= [0 \quad 1];
 \end{aligned}$$

### 2.3.4 Exemple 2 : Modèle du véhicule :

On applique l'approche par secteur linéaire sur le modèle du véhicule

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot x_1}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [t_r + f \cdot x_1 \quad 0] \cdot x(t) \end{cases}$$

$x_1$  représente la vitesse du véhicule, on suppose que  $x_1 \in [v_{min}, v_{max}]$  ( $v_{min}, v_{max} > 0 = cte$ ).

On peut remarquer qu'il y a une seule non linéarité dans le modèle mathématique qu'on notera  $nl_1(x_1)$  ou :  $nl_1(x_1(t)) = x_1$

On considère le vecteur de prémisse suivant :  $z(t) = x_1(t)$

Le terme  $x_1$  ne peut être que sur un compacte défini par  $x_1 \in [v_{min}, v_{max}]$ .

En se basant sur l'équation des fonctions d'appartenance donné par :

$$w_1^0 = \frac{nl_1 - \min_1}{\max_1 - \min_1} = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}}; \quad w_1^1 = \frac{\max_1 - nl_1}{\max_1 - \min_1} = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}} \quad (2.17)$$

$$T_1 = w_1^0, \quad T_2 = w_1^1 \quad (2.18)$$

On aboutit à deux modèles locaux chaque modèle correspond à une règle floue, ils sont constitués à partir des combinaisons des bornes des termes non linéaire tel que :

**Règle 1** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^0$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) \end{cases}$

**Règle 2** : Si  $x_1(t)$  est  $w_1^1$  alors :  $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) \end{cases}$

Où les matrices  $A, B, C$  sont obtenues à partir des combinaisons possibles des bornes des termes non linéaires :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

## 2.4 Stabilité et stabilisation des modèle flous TS :

Pour trouver si le modelé TS est stable ou bien pour trouver une loi de commande stabilisante, on va se baser sur la deuxième méthode de Lyapunov.

### 2.4.1 Fonction de Lyapunov :

L'utilisation de la deuxième méthode de Lyapunov conduit à des conditions suffisantes de stabilité, donc il y a plusieurs fonctions candidates qui peuvent être utilisées [23] :

- **Fonction polyquadratique** : cette fonction est de la forme suivante :

$$V(x(t)) = x(t)^T \sum_{i=1}^r T_i(z(t)) P x(t), P > 0, \sum_{i=1}^r T_i(z(t)) = 1 \quad (2.19)$$

- **Fonction affine paramétrique** : ce type de fonction a la forme suivante :

$$V(x(t)) = x(t)^T P(\vartheta) x(t), P > 0 \quad (2.20)$$

- **Fonction quadratique** : Le choix le plus classique, il a la forme suivante [24] :

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t), P > 0 \quad (2.21)$$

L'inconvénient majeur de l'utilisation de cette fonction de Lyapunov réside dans l'obtention des conditions de stabilité très conservatives, qui peut être soulagé en utilisant des relaxations.

Dans ce qui suit, on utilise la fonction quadratique de Lyapunov grâce à sa simplicité (de point de vue pratique elle est très facile à implémenter).

### 2.4.2 Analyse de stabilité des modèles TS :

On considère le modèle d'un système autonome écrit dans la forme flou suivante (avec  $u = 0$ ) :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i A_i x(t) \quad (2.22)$$

On prend une fonction de Lyapunov quadratique définie positive tel que :

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (2.23)$$

$P$  est une matrice symétrique définie positive ( $P=P^T, P > 0$ ).

Pour vérifier la stabilité, on dérive la fonction de Lyapunov :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = \frac{d}{dt}(x(t)^T P x(t)) = \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t) \quad (2.24)$$

En remplaçant  $\dot{x}$  par le modèle flou TS :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(x(t)) &= \left( \sum_{i=1}^r T_i A_i x(t) \right)^T P x(t) + x(t)^T P \left( \sum_{i=1}^r T_i A_i x(t) \right) \\ &= \sum_{i=1}^r T_i x(t)^T A_i^T P x(t) + x(t)^T P T_i A_i x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r T_i x(t)^T (A_i^T P + P A_i) x(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pour prouver que le modèle est stable, on vérifie l'inégalité suivante:

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) < 0 \quad (2.26)$$

Donc :

$$\sum_{i=1}^r T_i x(t)^T (A_i^T P + P A_i) x(t) < 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, r\} \quad (2.27)$$

Les conditions suffisantes pour la stabilité (convergence asymptotique vers l'origine  $x(t) = 0$  à partir de n'importe quel point initial  $x(t) \neq 0$ ) est donnée par le théorème suivant :

**Théorème 1 [18]:**

Le modèle TS continu est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$  tel que :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \forall i \in \{1, \dots, r\} \quad (2.28)$$

S'il n'existe pas une matrice P ça ne veut pas dire que le système est instable.

#### 2.4.2.1 Exemple :

Dans ce qui suit, on va utiliser le système en question pour bien illustrer les méthodes présentées :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot x_1}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [t_r + f \cdot x_1 \quad 0] \cdot x(t) \end{cases}$$

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg.m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

$$T_1 = w_1^0 = \frac{nl_1 - min_1}{max_1 - min_1} = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}}$$

$$T_2 = w_1^1 = \frac{max_1 - nl_1}{max_1 - min_1} = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

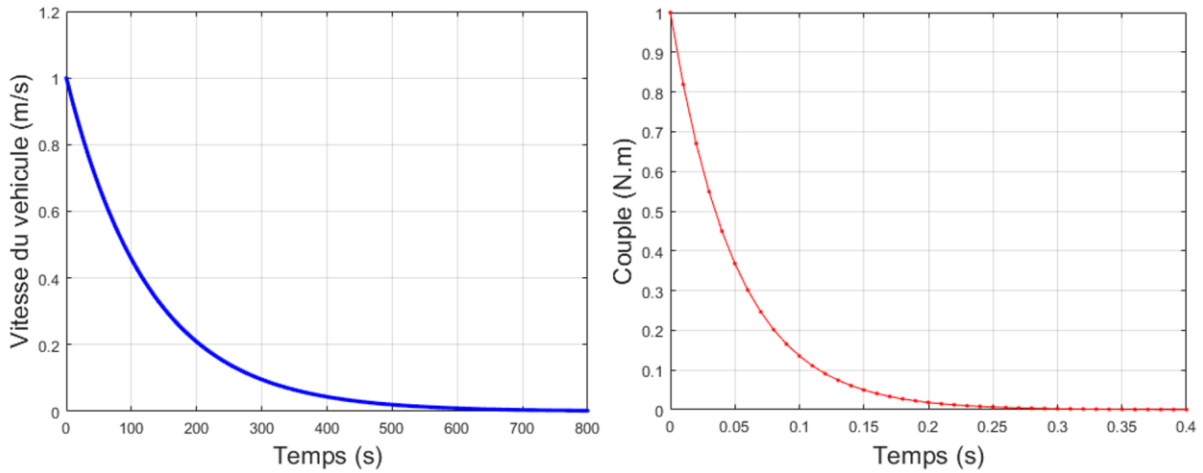
La résolution des LMI est toujours faite par Matlab, et en se basant sur « LMI Control Toolbox » [25]

On applique le **théorème 1** :

Il existe une matrice  $P = \begin{bmatrix} 547.4677 & 0.5096 \\ 0.5096 & 20.9337 \end{bmatrix} > 0$  donc le système est stable



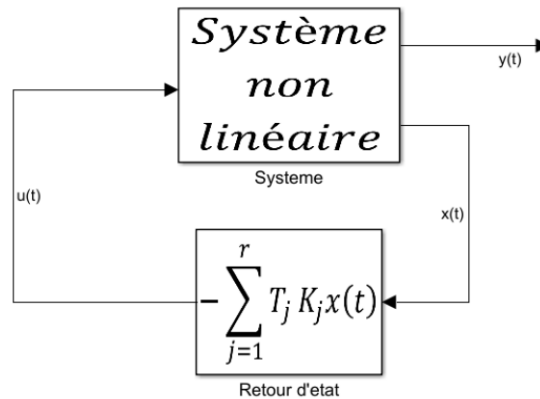
On prend comme état initial :  $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$



**Figure 2-4** : les états du système en régime libre

### 2.4.3 Stabilisation quadratique des modèles TS :

Pour la stabilisation du système, on va utiliser un retour d'état non linéaire avec des gains constants  $K_i$  pondéré par les mêmes fonctions d'activations du modèle TS.



**Figure 2-5** : Schéma de la commande PDC

La commande est de la forme suivante :

$$u(t) = - \sum_{j=1}^r T_j K_j x(t) \tag{2.29}$$

On appelle cette loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation). On cherchera une commande PDC en se basant toujours sur la deuxième méthode de Lyapunov.

On remplaçant par la commande  $u(t)$  dans l'expression :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.30)$$

Ce qui donne :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( A_i x(t) - B_i \sum_{j=1}^r T_j K_j x(t) \right)$$

Comme :  $\sum_{j=1}^r T_j = 1$  alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r T_i \left( \left( \sum_{j=1}^r T_j A_i x(t) \right) - \left( B_i \sum_{j=1}^r T_j K_j x(t) \right) \right) \\ \dot{x} &= \sum_{i=1}^r T_i \left( \sum_{j=1}^r T_j A_i x(t) - T_j B_i K_j x(t) \right) \\ \dot{x} &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j (A_i - B_i K_j) x(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

On pose :

$$G_{ij} = A_i - B_i K_j \quad (2.32)$$

Ce qui donne :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \left( \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ij} x(t) \right) \quad (2.33)$$

Le modèle TS est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC s'il existe une matrice  $P$  défini positif et des matrices  $K_i$   $i \in \{1, \dots, r\}$  vérifiant [18]:

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (2.34)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, \quad i < j \quad (2.35)$$

Les inégalités ne sont pas linéaire par rapport au variables P et  $K_i$ . On fait les changements de variables bijectifs suivants :  $X = P^{-1}$ ,  $N_i = K_i X$

$$\begin{aligned}
 P^{-1}G_{ii}^T P P^{-1} + P^{-1}P G_{ii} P^{-1} &< 0 \\
 XG_{ii}^T + G_{ii}X &< 0 \\
 X(A_i - B_i K_i)^T + (A_i - B_i K_i)X &< 0 \\
 XA_i^T - XK_i^T B_i^T + A_i X - B_i K_i X &< 0 \\
 XA_i^T + A_i X - N_i^T B_i^T + -B_i N_i &< 0, \quad i \in \{1, \dots, r\}
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned}
 P^{-1} \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P P^{-1} + P^{-1} P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) P^{-1} &\leq 0 \\
 X((A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i))^T + ((A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i))X &\leq 0 \\
 X(A_i^T - K_j^T B_i^T + A_j^T - K_i^T B_j^T) + ((A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i))X &\leq 0 \\
 XA_i^T - XK_j^T B_i^T + XA_j^T - XK_i^T B_j^T + A_i X - B_i K_j X + A_j X - B_j K_i X &\leq 0 \\
 XA_i^T + A_i X + XA_j^T + A_j X - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i &\leq 0, \quad i < j
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

#### 2.4.3.1 Relaxation de conservatisme des inégalités:

Trouver une matrice P qui vérifie l'ensemble des équations (2.32) et (2.33) n'est pas possible tout le temps surtout si le modèle mathématique du système possède plusieurs non linéarités qui donnera  $2^k$  modèles locaux et dans le cas où les matrices  $A, B, C$  sont de grande dimension ce qui nécessite de soulager les LMI.

#### **Théorème [23]:**

Le modèle TS est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC s'il existe des matrices P et M défini positif ( $M \geq 0$ ) et des matrices  $K_i$   $i \in \{1, \dots, r\}$  vérifiant :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + (r - 1)M < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \tag{2.38}$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - M \leq 0, \quad i < j \tag{2.39}$$

Où r est le nombre de modèle locaux T-S.

On applique les mêmes changements des variables bijectifs  $X = P^{-1}$ ,  $N_i = K_i X$  ce qui donne :

$$XA_i^T + A_i X - N_i^T B_i^T + -B_i N_i + (r-1)M < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (2.40)$$

$$XA_i^T + A_i X + XA_j^T + A_j X - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i - M \leq 0, \quad i < j \quad (2.41)$$

### 2.4.3.2 Exemple :

On prend toujours le même modèle en question :

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$$T_1 = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} ; T_2 = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg.m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

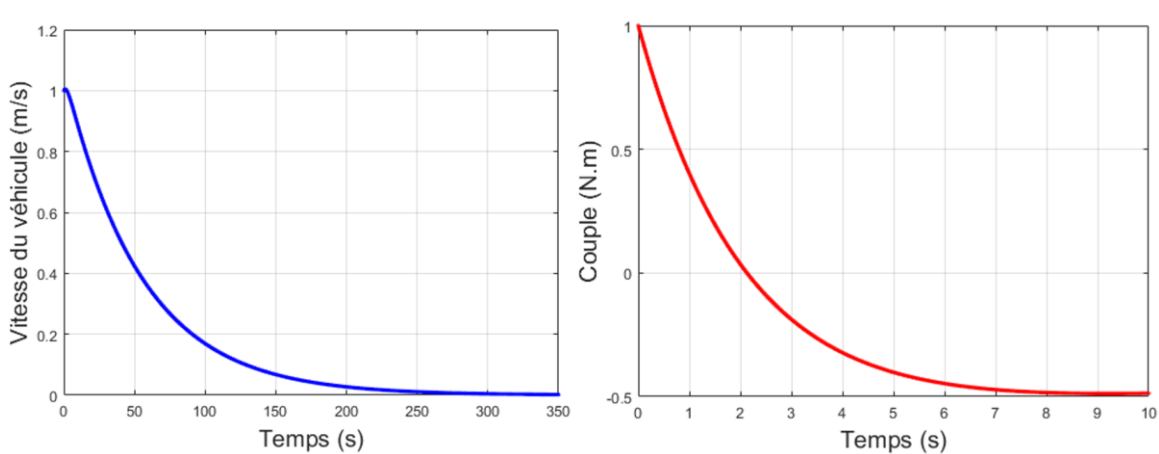
La résolution des LMI est toujours faite par Matlab, et en se basant sur « LMI Control Toolbox » [25]

Pour stabiliser le système on utilise un retour d'état de la forme :

$$u(t) = -(T_1 K_1 + T_2 K_2)x(t)$$

Où :  $K_1 = [0.0133 \quad -0.9755]$  ,  $K_2 = [0.0133 \quad -0.9755]$

On prend comme état initial :  $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  :



**Figure 2-6** : les états du système en boucle fermée (loi de commande PDC)

## **2.5 Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a présenté la méthode de secteurs non linéaire qui sert à représenter le système non linéaire sous la forme floue de Takagi-Sugeno. Ensuite on a analysé la stabilité d'un tel système et on a fini par la présentation de la méthode PDC qui permet de stabiliser les systèmes flous de Takagi-Sugeno.

# Chapitre 3

---

## Poursuite de trajectoire

---

3.1	<i>Introduction</i>	:.....	44
3.2	<i>Stabilisation avec observateur flou:</i>	.....	44
3.3	<i>Stabilisation avec action intégrale</i>	:.....	50
3.4	<i>Taux de décroissance</i>	:.....	54
3.5	<i>Conclusion</i>	:.....	56

---

### 3 Poursuite de trajectoire

#### 3.1 Introduction :

En pratique, on ne cherche pas seulement à stabiliser le système mais on s'intéresse plutôt au suivi d'une consigne désirée. En plus, l'état du système est rarement disponible, ainsi un observateur est synthétisé pour estimer cet état.

#### 3.2 Stabilisation avec observateur flou:

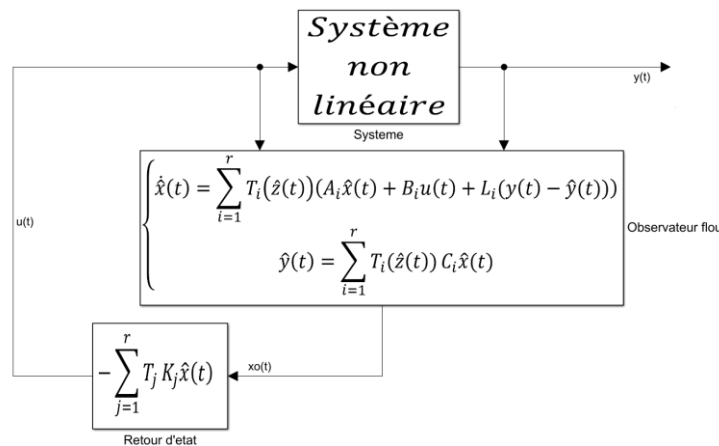
L'état du système n'est pas toujours disponible, mais la synthèse de la loi de commande PDC qui est un retour d'état formé par une combinaison des gains pondérés par des fonctions d'activation nécessite sa connaissance. Donc on doit utiliser un observateur qui va l'estimer.

Dans le cas des modèles TS, on privilégie les observateurs flous TS (se basant généralement sur des modèles linéaires) de type "Luenberger". Ces derniers, ont pour avantage d'avoir la même structure que les modèles TS [22].

La structure la plus simple d'un observateur flou TS est obtenue par la combinaison de r observateurs locaux de Luenberger. Il est décrit par la forme suivante [22] :

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i(\hat{z}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r T_i(\hat{z}(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $\hat{x}(t)$  est le vecteur d'état estimé (observé),  $z(t)$  : le vecteur des prémisses reconstruit et  $L_i$  : les gains de l'observateur de Luenberger.



**Figure 3-1:** Schéma de la commande PDC et état observé par un observateur flou

**Hypothèse** : on supposera que les variables des prémisses disponibles et mesurables donc les fonctions d'activation de l'observateur et du système sont identiques.

Pour qu'on caractérise la convergence des valeurs estimées vers les valeurs exactes on prend :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.2)$$

On dérive :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (3.3)$$

En remplaçant par les expressions de  $\dot{x}(t)$  et  $\dot{\hat{x}}(t)$  :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ & - \sum_{i=1}^r T_i (\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)) + L_i (y(t) - \hat{y}(t)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

On a supposé que  $\hat{z}(t) = z(t)$  (vecteur des prémisses mesurables) donc :

$$T_i(z(t)) = T_i(\hat{z}(t)) \quad (3.5)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r T_i \left( (A_i x(t) + B_i u(t)) - (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)) + L_i (y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r T_i (A_i (x(t) - \hat{x}(t)) - L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \end{aligned}$$

En remplaçant par les expression de  $y(t)$  et  $\hat{y}(t)$  :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( A_i (x(t) - \hat{x}(t)) - L_i \left( \sum_{j=1}^r T_j C_j x(t) - \sum_{j=1}^r T_j C_j \hat{x}(t) \right) \right)$$

Comme :  $\sum_{j=1}^r T_j = 1$  :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( A_i \sum_{j=1}^r T_j (x(t) - \hat{x}(t)) - L_i \sum_{j=1}^r (T_j C_j x(t) - T_j C_j \hat{x}(t)) \right)$$



$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r T_i T_j (A_i(x(t) - \hat{x}(t)) - L_i C_j(x(t) - \hat{x}(t))) = \sum_{i=1}^r T_i T_j (A_i - L_i C_j)(x(t) - \hat{x}(t)) \\ \dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r T_i T_j (A_i - L_i C_j) e(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

On pose :

$$O_{ij} = A_i - L_i C_j \quad (3.7)$$

Donc :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} e(t) \quad (3.8)$$

Les gains  $L_i$  sont choisis afin d'assurer la convergence des valeurs estimées vers les valeurs réelles ( la convergence de l'erreur vers l'origine).

On Synthétise la loi de commande PDC en se basant sur les valeurs estimées de l'état par l'observateur.

$$u(t) = - \sum_{j=1}^r T_j K_j \hat{x}(t) \quad (3.9)$$

En remplaçant la commande dans le modèle :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( A_i x(t) - B_i \sum_{j=1}^r T_j K_j \hat{x}(t) \right)$$

Comme :  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ,  $\hat{x}(t) = x(t) - e(t)$  alors :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r T_i \left( A_i x(t) - B_i \sum_{j=1}^r T_j K_j (x(t) - e(t)) \right) \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \left( \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ij} x(t) + B_i K_j e(t) \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

En combinant les deux modèles on obtient le système augmenté :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j (O_{ij} e(t)) \\ \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \left( \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ij} x(t) + B_i K_j e(t) \right) \end{cases} \quad (3.11)$$

En prenant le vecteur d'état augmenté suivant:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

On trouve :

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j (M_{ij} X(t)) \quad (3.13)$$

Avec :

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} G_{ij} & B_i K_j \\ 0 & O_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Dans le cas des systèmes linéaires, on applique la technique de séparation pour résoudre un tel problème. Pour les modèles flous de type TS cette propriété est valide dans le cas où les variables des prémisses sont mesurables [26] [27] [23] ce qui est supposé au début. En appliquant ce principe on trouve :

$$\begin{cases} G_{ii}^T P + P G_{ii} + (r-1)M < 0, & i \in \{1, \dots, r\} \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - M \leq 0, & i < j \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} O_{ii}^T P + P O_{ii} + (r-1)M < 0, & i \in \{1, \dots, r\} \\ \left( \frac{O_{ij} + O_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{O_{ij} + O_{ji}}{2} \right) - M \leq 0, & i < j \end{cases} \quad (3.16)$$

On a abouti à des inégalités similaires à celles déjà trouvées au chapitre 1, pour ce qui est de la stabilité on trouve les mêmes LMI :

$$\begin{aligned} XA_i^T + A_i X - N_i^T B_i^T + -B_i N_i + (r-1)M &< 0, & i \in \{1, \dots, r\} \\ XA_i^T + A_i X + XA_j^T + A_j X - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i - M &\leq 0, & i < j \end{aligned}$$

Pour celle de l'observateur, on doit faire un seul changement de variable. On remplace la matrice  $O_{ii}$  par son expression :

$$\begin{aligned} (A_i - L_i C_i)^T P + P(A_i - L_i C_i) + (r - 1)M &< 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \\ A_i^T P + P A_i - C_i^T L_i^T P - P L_i C_i + (r - 1)M &< 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \end{aligned}$$

On pose:  $N_i = P L_i$  ce qui donne :

$$A_i^T P + P A_i - C_i^T N_i^T - N_i C_i + (r - 1)M < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (3.17)$$

On utilise l'expression suivante :

$$(O_{ij} + O_{ji})^T P + P(O_{ij} + O_{ji}) - M \leq 0, \quad i < j$$

On remplace la matrice  $O_{ij}$  et  $O_{ji}$  par leurs expressions ce qui donne :

$$\begin{aligned} (A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i)^T P + P(A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i) - M &\leq 0, \quad i < j \\ A_i^T P - C_j^T L_i^T P + A_j^T P - C_i^T L_j^T P + P A_i - P L_i C_j + P A_j - P L_j C_i - M &\leq 0, \quad i < j \end{aligned}$$

On pose:  $N_i = P L_i$

$$A_i^T P + P A_i + A_j^T P + P A_j - C_i^T N_j^T - N_j C_i - C_j^T N_i^T - N_i C_j - M \leq 0, i < j \quad (3.18)$$

### Exemple :

On prend toujours le même modèle en question :

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg. m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

$$T_1 = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} ; T_2 = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

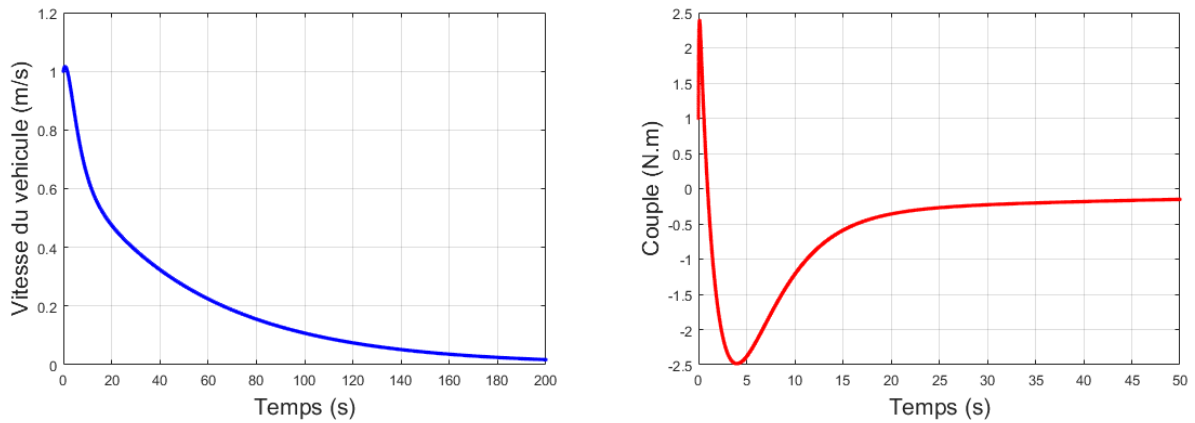
Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

La résolution du système LMI présenté par les inégalités (3.17/3.18) donne les gains suivants :

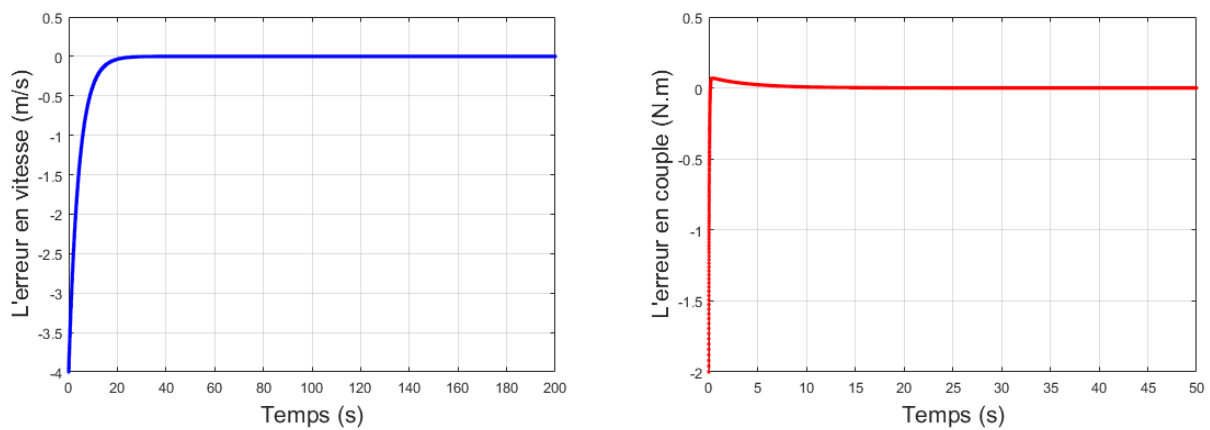
$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.1471 \\ 0.2390 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.2159 \\ 0.3522 \end{bmatrix}$$

Pour les conditions initiales :

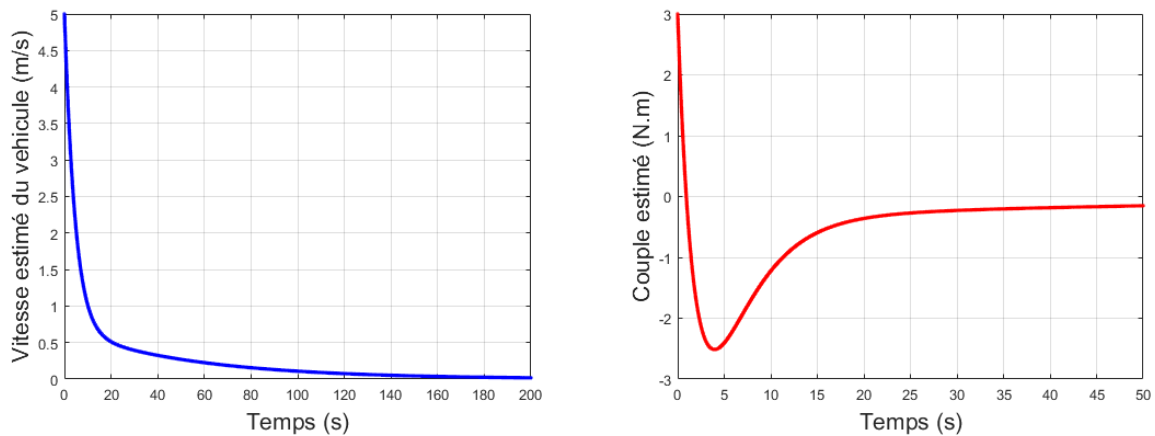
$$x_0 = [1 \quad 1]^T$$



**Figure 3-2** : les états du système



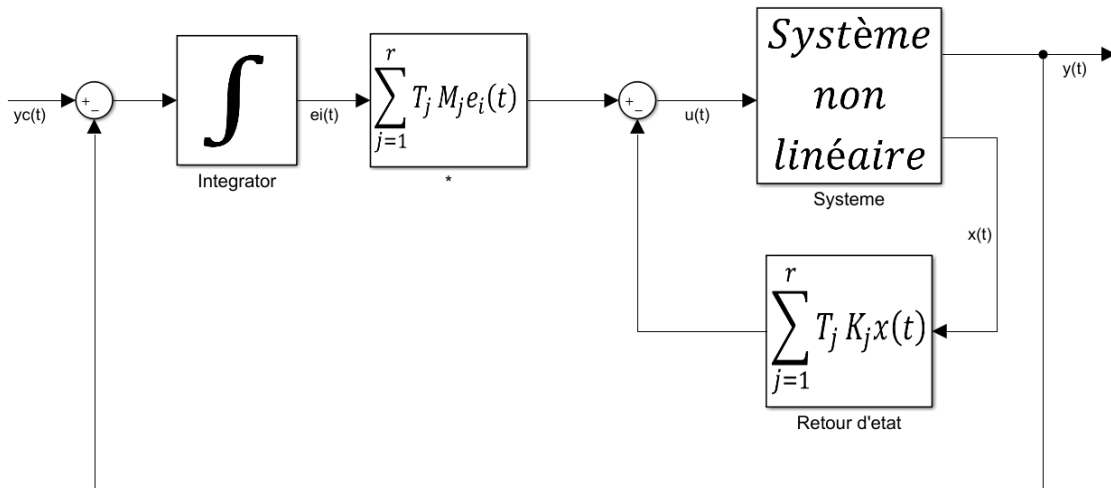
**Figure 3-3** : l'erreur d'observation



**Figure 3-4** : les états estimés par l'observateur flou

### 3.3 Stabilisation avec action intégrale :

Comme le cas d'un modèle d'un système linéaire, l'ajout d'une action intégrale permet d'avoir une erreur statique nulle, ceci est déjà utilisé avec une commande PDC pour synthétiser une loi de commande stabilisante et assurer la poursuite de la consigne au même temps [22] [28] .



**Figure 3-5 :** Schéma de commande avec structure intégrale

Cette structure de commande assure la convergence de l'erreur  $e(t)$  vers l'origine ce qui permet la poursuite de la consigne. On utilisera la même méthode pour nous permettre de stabiliser le modèle du système flou TS, il suffit de réécrire le modèle en augmentant l'état.

A partir de la structure, on peut écrire :

$$\dot{E} = y_c - y \tag{3.19}$$

Et le modèle flou TS prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r T_i C_i x(t) \end{cases} \tag{3.20}$$

On considère l'état augmenté

$$X(t) = \begin{bmatrix} x \\ E \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

Ce qui donne le modèle suivant :

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y_c - y \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

On remplaçant la sortie  $y(t)$  par son expression :

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y_c - \sum_{i=1}^r T_i C_i x(t) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Comme :  $\sum_{i=1}^r T_i = 1$  et  $y_c$  ne depend pas de  $i$ :

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ \sum_{i=1}^r T_i y_c - \sum_{i=1}^r T_i C_i x(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r T_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ \sum_{i=1}^r T_i (y_c - C_i x(t)) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} (A_i x(t) + B_i u(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} (y_c - C_i x(t)) \right)$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( \begin{bmatrix} A_i \\ 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_c - \begin{bmatrix} 0 \\ C_i \end{bmatrix} x(t) \right)$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( \begin{bmatrix} A_i \\ -C_i \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_c \right)$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( \begin{bmatrix} A_i \\ -C_i \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_c \right)$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i \left( \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_c \right) \quad (3.25)$$

On pose :  $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}$   $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$   $B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Ce qui donne le modèle de l'état augmenté :

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^r T_i (\bar{A}_i X(t) + \bar{B}_i u(t) - B_c y_c) \quad (3.26)$$

On applique la loi de commande PDC au modèle augmenté :

$$u(t) = - \sum_{j=1}^r T_j \bar{K}_j X(t) \quad (3.27)$$

Avec :

$$\bar{K}_j = [K_j \quad -M] \quad (3.28)$$

Pour calculer les  $\bar{K}_j$ , il suffit de résoudre les inégalités suivantes :

$$XA_i^T + A_i X - N_i^T B_i^T + -B_i N_i + (r-1)M + (r-1)M < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\}$$

$$XA_i^T + A_i X + XA_j^T + A_j X - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i - M \leq 0, \quad i < j$$

Avec :  $A_i = \bar{A}_i$  et  $B_i = \bar{B}_i$

### Exemple :

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg.m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

$$T_1 = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} ; T_2 = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

On calcule le modèle augmenté :

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ t_r + f \cdot v_{max} & 1 & 0 \end{bmatrix} ; \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ t_r + f \cdot v_{min} & 1 & 0 \end{bmatrix} ; B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

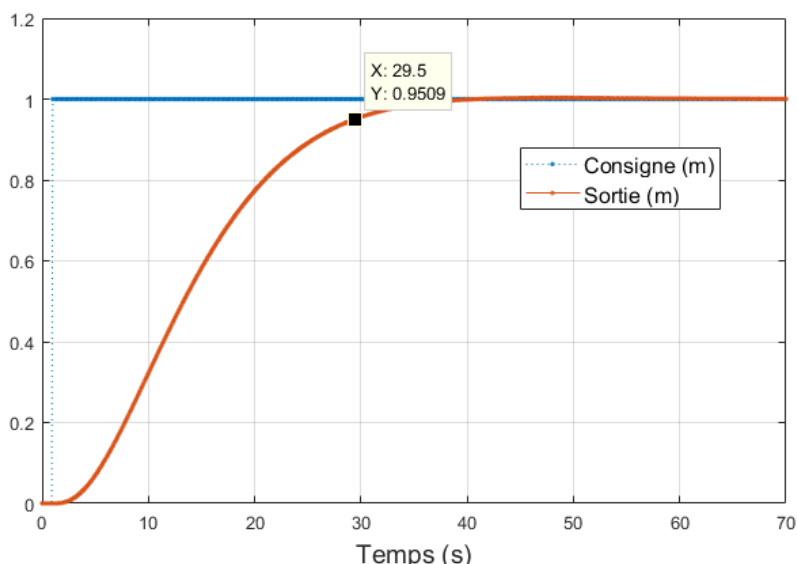
La résolution du système LMI présenté par les inégalités (2.36/2.37) donne les gains suivants :

$$K_1 = [0.5240 \quad -0.9526] \quad ; \quad K_2 = [0.5886 \quad -0.9468]$$

$$M_1 = -0.0368 \quad ; \quad M_2 = -0.0440$$

Pour les conditions initiales :

$$x_0 = [0 \quad 0]^T$$

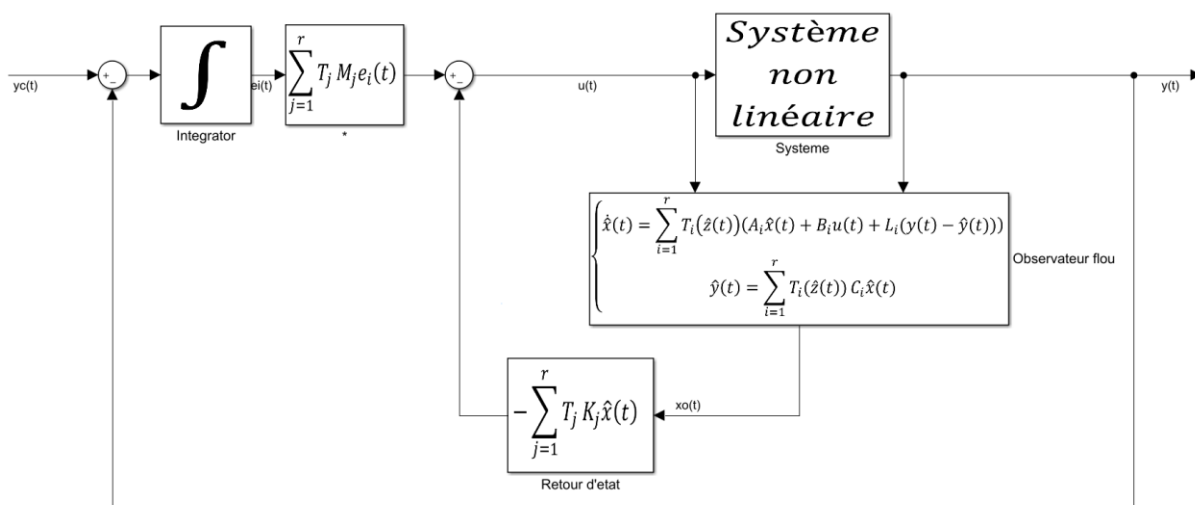


**Figure 3-6 :** la réponse Indicielle du système

A partir de ce graphe, on remarque que le système non linéaire est bien stabilisé par la loi de commande de type PDC et ainsi la poursuite de la consigne est bien assurée. En revanche, les performances du système restent faibles (le temps de réponse du système est élevé (**28.5s**) et les oscillations ne sont pas souhaitables) et nécessitent l'amélioration de l'ensemble des conditions LMI qu'on a trouvé.

**Remarque :**

On peut combiner l'utilisation de l'observateur pour estimer l'état utilisé pour synthétiser la loi de commande PDC et la structure intégrale qui permet poursuite de la consigne.



**Figure 3-7 :** Schéma de commande avec structure intégrale et observateur flou



### 3.4 Taux de décroissance :

Les théorèmes vus déjà en chapitre 2 garantissent uniquement la stabilité globale du modèle flou Takagi-Sugeno. Pour garantir que la réponse du système soit plus rapide et plus performante, les auteurs de [24] [23], ont proposés des contraintes supplémentaires faisant intervenir les termes dominants  $G_{ii}$  et  $G_{ij}$ .

Par la suite, le taux de décroissance est garanti en reportant le problème uniquement sur les termes dominants plus naturellement commandables, en outre, l'idée de relaxer les contraintes au niveau des termes croisés est maintenue [23].

**Proposition :** [29]

S'il existe des matrices symétriques  $P > 0$  et  $M \geq 0$ , des matrices  $K_i$  et un scalaire  $\alpha$  qui vérifient :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + (r - 1)M + 2\alpha r P < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (3.29)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right) - M \leq 0, \quad i < j \quad (3.30)$$

Avec :  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$  et  $r$  étant le nombre de modèles locaux, alors le multimodèles de Takagi-Sugeno décrit en (2.27) est globalement exponentiellement stable avec une vitesse de décroissance au moins égale a  $\alpha$ .

Pour implémenter la méthode, on doit passer par des changements de variables  $X = P^{-1}$ ,  $N_i = K_i X$  et  $Y = X M X$  ce qui donne :

$$X A_i^T + A_i X - N_i^T B_i^T + -B_i N_i + (r - 1)M + (r - 1)Y + 2\alpha r X < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (3.31)$$

$$X A_i^T + A_i X + X A_j^T + A_j X - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i - 2Y \leq 0, \quad i < j \quad (3.32)$$

**Exemple :**

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

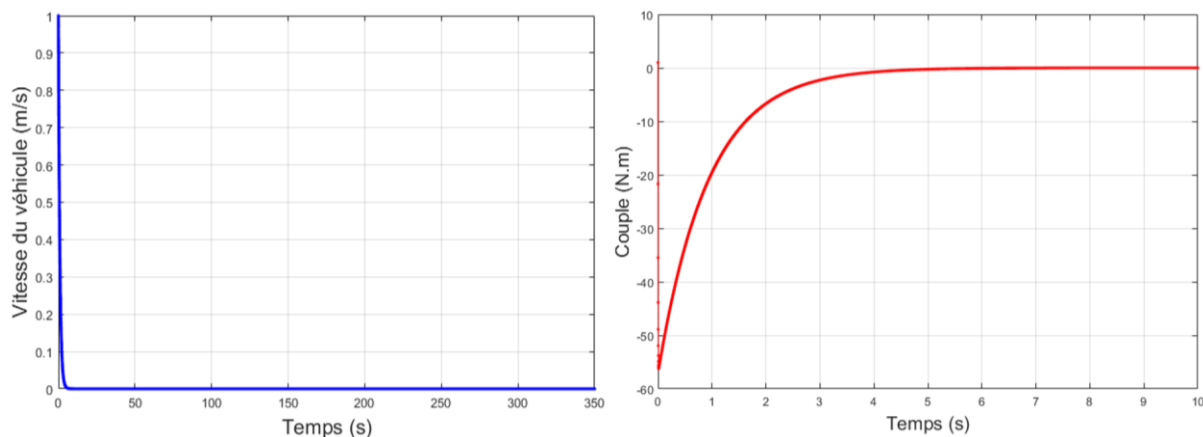
$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \quad C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg.m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

$$T_1 = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} ; T_2 = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

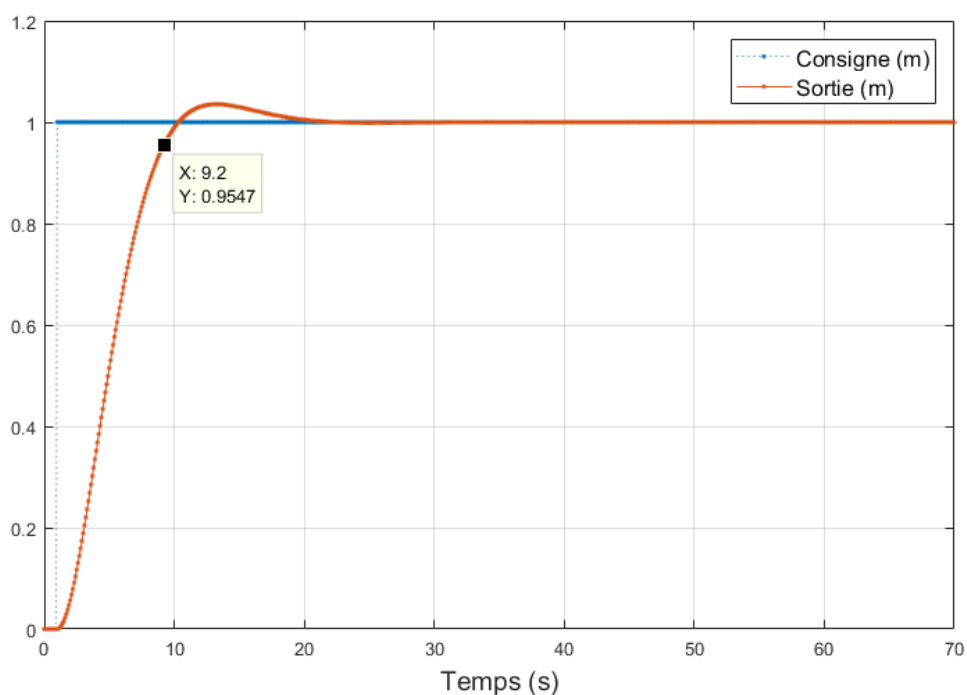
Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

$$x_0 = [1 \quad 1]^T \quad \alpha = 0.5$$



**Figure 3-8** :les états du système en boucle fermé (loi de commande PDC) + Taux de décroissance

$$x_0 = [0 \quad 0]^T \quad \alpha = 0.5$$



**Figure 3-9** :la réponse indicielle du système

On peut remarquer que cette amélioration au niveau des conditions de stabilité permet d'avoir des réponses plus performantes, en cas de poursuite de la consigne, le temps de réponse diminue de 28.5s à 8.2s grâce au taux de décroissance.

### **3.5 Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a d'abord présenté des conditions suffisantes pour synthétiser un observateur floue, ensuite on a donné celles qui permettent le suivi d'une consigne désirée. A la fin, on a utilisé le taux de décroissance pour améliorer les conditions de convergence.

# Chapitre 4

## Placement de pôles dans des régions LMI

---

4.1	<i>Introduction</i>	58
4.2	<i>Définition d'une région LMI</i>	58
4.3	<i>Exemple de région LMI intéressante</i>	58
4.4	<i>Conditions de placement de pôles dans des régions LMI</i>	60
4.5	<i>Placement des pôles dans des régions LMI pour des modèles flous de Takagi-Sugeno</i>	62
4.6	<i>Exemple</i>	67
4.7	<i>Conclusion</i>	68

## 4 Placement de pôles dans des régions LMI

### 4.1 Introduction :

La réponse temporelle d'un système linéaire est liée à la localisation des pôles de sa fonction de transfert dans le plan complexe et, dans le cas des systèmes de Takagi-Sugeno, la réponse dépend de la localisation des pôles des sous-modèles. En effet, les parties réelles des pôles ont un effet sur la vitesse de convergence des modes associées. Les parties imaginaires, quant à elles, influent sur la présence d'oscillations et de dépassements ainsi que le temps de réponse à 5%. Par conséquent, une des techniques permettant d'améliorer les performances d'une loi commande ou d'un observateur consiste à placer les pôles du système bouclé ou de l'observateur dans des régions du plan complexe ayant certaines propriétés intéressantes. Ces régions sont appelées régions LMI [30].

### 4.2 Définition d'une région LMI :

Une région  $S$  du plan complexe est appelée une région LMI si il existe une matrice symétrique  $A \in R^{n \times n}$  et une matrice  $B \in R^{n \times n}$  tel que [31]:

$$S = \{z \in C : f(z) < 0\}$$

Avec  $f(z) = A + zB + \bar{z}B^T$  ou  $f(z)$  est appelée la fonction caractéristique de  $S$  et  $\bar{z}$  est le conjugué de  $z$ .

Les régions LMI sont une surface du plan complexe qui dépend de  $z$  et  $\bar{z}$  (ou de la partie réelle et imaginaire de  $z$ ).

$$\text{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2} \tag{4.1}$$

$$\text{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2j} \tag{4.2}$$

### 4.3 Exemple de région LMI intéressante :

#### Région 1 :

Le plan gauche ou les pôles sont à partie réelle négative peut être écrite :

$$\text{Re}(z) < 0$$

$$\frac{z + \bar{z}}{2} < 0 ; z + \bar{z} < 0 \quad ; \text{avec } A = 0 ; B = 1$$

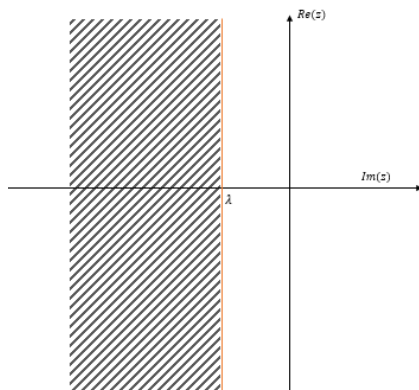
On peut considérer une autre région plus généralisée où :

$$\operatorname{Re}(z) \leq -\lambda ; \lambda \geq 0 \quad (4.3)$$

L'équation caractéristique de cette région est donnée par

$$f_1(z) = z + \bar{z} + 2\lambda < 0 \quad (4.4)$$

Cette région peut servir à avoir des systèmes plus rapides en augmentant la vitesse de convergence d'état du système. En changeant  $\lambda$  on joue sur le temps de réponse et on assure ainsi la stabilité (appelé  $\alpha$ -stabilité). [30] :



**Figure 4-1** : Région LMI 1

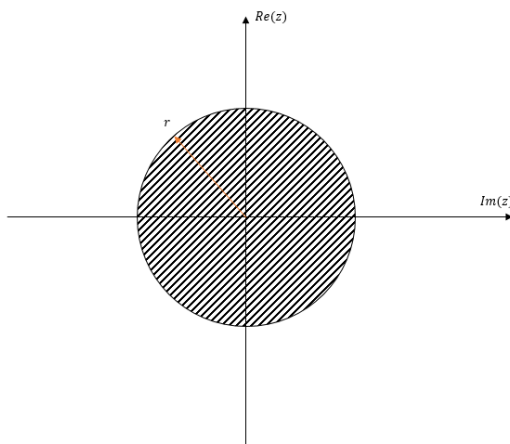
**Région 2 :**

Le disque centré à l'origine du plan complexe de rayon  $r$ . En utilisant l'expression du module :

$$\bar{z} z < r^2 \quad (4.5)$$

En utilisant le complément de Schur :

$$f_2(z) = \begin{bmatrix} -r & z \\ \bar{z} & -r \end{bmatrix} \quad (4.6)$$



**Figure 4-2** : Région LMI 2

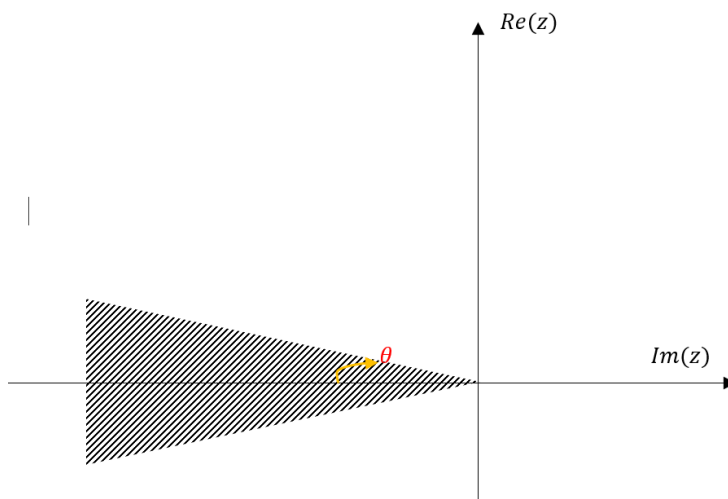
**Région 3 :**

Le cône issu de l'origine et d'angle  $2\theta$  :

$$\operatorname{Re}(z) \tan(\theta) < -|\operatorname{Im}(z)| \quad (4.7)$$

En utilisant le complément de Schur :

$$f_3(z) = \begin{bmatrix} (\bar{z} + z)\sin(\theta) & (z - \bar{z})\cos(\theta) \\ (\bar{z} - z)\cos(\theta) & (\bar{z} + z)\sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$



**Figure 4-3 :** Région LMI 3

**4.4 Conditions de placement de pôles dans des régions LMI :**

**Théorème [31]**

Les valeurs propres d'une matrice réelle  $M$  sont placées dans une région LMI  $S$  du plan complexe si, et seulement si, il existe une matrice symétrique  $P$  telle que

$$A \otimes P + B \otimes MP + B^T \otimes PM^T < 0 \quad (4.9)$$

Ou :  $\otimes$ : produit matriciel de Kronecker.

Remarque : on trouve la LMI en faisant la substitution suivante :

$$(1, z, \bar{z}) \leftrightarrow (P, MP, PM^T)$$

Le résultat est appliqué pour les régions qu'on a citées:

**Région 1 :**

$$\exists P > 0 : MP + PM^T + 2\lambda P < 0 \quad (4.10)$$

**Région 2 :**

$$\exists P > 0 : \begin{bmatrix} -rP & MP \\ PM^T & -rP \end{bmatrix} < 0 \quad (4.11)$$

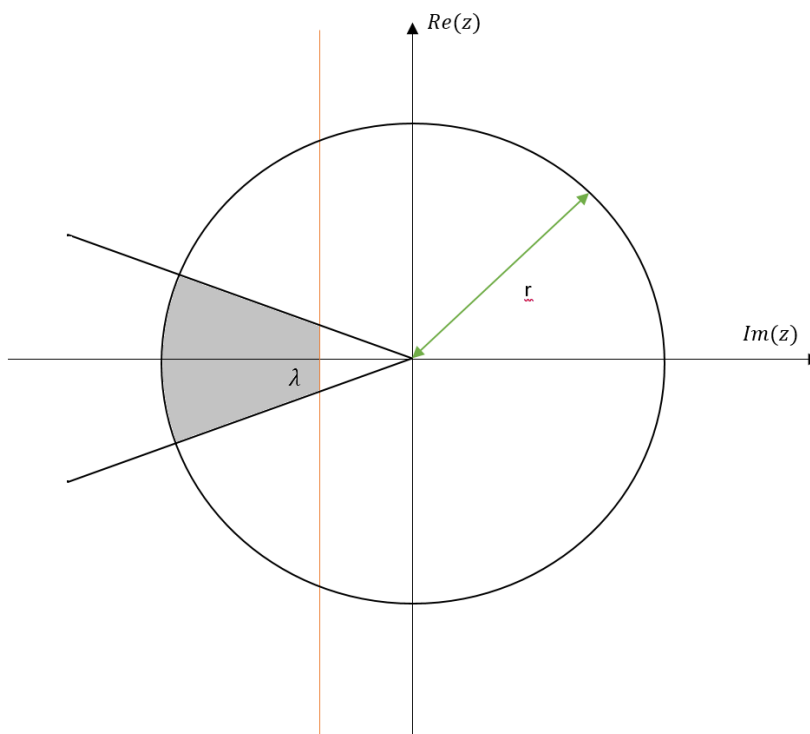
**Région 3 :**

$$\exists P > 0 : \begin{bmatrix} (MP + PM^T)\sin(\theta) & (MP - PM^T)\cos(\theta) \\ (PM^T - MP)\cos(\theta) & (MP + PM^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.12)$$

**Théorème** [31]: Soient deux régions LMI S1 et S2 du plan complexe. Les valeurs propres de la matrice M sont toutes dans la région LMI S1  $\cap$  S2 si et seulement si il existe une matrice symétrique  $X > 0$  solution du système :

$$\begin{cases} A_1 \otimes P + B_1 \otimes MP + B_1^T \otimes PM^T < 0 \\ A_2 \otimes P + B_2 \otimes MP + B_2^T \otimes PM^T < 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Donc, on peut utiliser l'intersection des 3 régions pour qu'on puisse mettre les pôles de la matrice A: ( $\dot{x} = A.x$ ) ou on veut.



**Figure 4-4 :** Intersection de trois régions LMI utile en commande

**Remarque :**



Dans le cas où la mesure est indisponible, il est évident qu'on doit synthétiser un observateur pour estimer l'état, cet observateur doit être plus rapide que le système et limiter la reconstruction du bruit de mesure. Dans ce cas on doit limiter les parties réelles des pôles de l'observateur en les imposants dans une bande verticale avec la fonction caractéristique est donné [23]:

$$f_2(z) = \begin{bmatrix} -2\sigma_{max} + \bar{z} + z & 0 \\ 0 & 2\sigma_{min} - (\bar{z} + z) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Ce qui donne l'inégalité suivante :

$$\exists P > 0 : \begin{bmatrix} -2\sigma_{max} + MP + PM^T & 0 \\ 0 & 2\sigma_{min} - (MP + PM^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.15)$$

#### 4.5 Placement des pôles dans des régions LMI pour des modèles flous de Takagi-Sugeno :

Dans ce cas le modèle est le suivant

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (4.16)$$

Le système est en boucle fermée et la matrice :

$$M = A_{BF} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j (A_i - B_i K_j) ; G_{ij} = (A_i - B_i K_j) \quad (4.17)$$

Pour que la matrice  $A_{BF}$  soit dans une région LMI il suffit que :

**Région 1 :**

$$\left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right) P + P \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right)^T + 2\lambda P < 0 \quad (4.18)$$

Ce qui donne les conditions suivantes : [12]

$$G_{ii}P + PG_{ii}^T + 2\lambda P < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\}$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T + 2\lambda P \leq 0, \quad i < j$$

Qui sont tout simplement les mêmes conditions mais non relaxées de la méthode du taux de décroissance. Remarquons que cette expression

s'interprète comme une condition de stabilité avec taux de décroissance pour des modèles flous TS. [32]

**Région 2 :**

$$\begin{bmatrix} -rP & \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right) P \\ P \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right)^T & -rP \end{bmatrix} < 0 \quad (4.19)$$

Ce qui donne les conditions suivantes :

$$\begin{bmatrix} -rP & G_{ii}P \\ PG_{ii}^T & -rP \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} -rP & G_{ij}P \\ PG_{ij}^T & -rP \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -rP & G_{ji}P \\ PG_{ji}^T & -rP \end{bmatrix} < 0 \quad i < j$$

$$\begin{bmatrix} -2rP & (G_{ij} + G_{ji})P \\ P(G_{ij} + G_{ji})^T & -2rP \end{bmatrix} < 0 \quad i < j \quad (4.21)$$

**Région 3 :**

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} < 0$$

Où :

$$\begin{cases} M_{22} = M_{11} = \left( \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right) P + P \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right)^T \right) \sin(\theta) \\ M_{12} = \left( \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right) P - P \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right)^T \right) \cos(\theta) \\ M_{21} = \left( P \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right)^T - \left( \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r T_i T_j G_{ii} \right) P \right) \cos(\theta) \end{cases} \quad (4.22)$$

Ce qui donne les conditions suivantes :

$$\begin{bmatrix} (G_{ii}P + PG_{ii}^T)\sin(\theta) & (G_{ii}P - PG_{ii}^T)\cos(\theta) \\ (PG_{ii}^T - G_{ii}P)\cos(\theta) & (G_{ii}P + PG_{ii}^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (4.23)$$

Et :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (G_{ij}P + PG_{ij}^T)\sin(\theta) & (G_{ij}P - PG_{ij}^T)\cos(\theta) \\ (PG_{ij}^T - G_{ij}P)\cos(\theta) & (G_{ij}P + PG_{ij}^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} (G_{ji}P + PG_{ji}^T)\sin(\theta) & (G_{ji}P - PG_{ji}^T)\cos(\theta) \\ (PG_{ji}^T - G_{ji}P)\cos(\theta) & (G_{ji}P + PG_{ji}^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad i < j$$

Avec :

$$\begin{cases} M_{22} = M_{11} = \left( (G_{ij} + G_{ji})P + P(G_{ij} + G_{ji})^T \right) \sin(\theta) \\ M_{12} = \left( (G_{ij} + G_{ji})P - P(G_{ij} + G_{ji})^T \right) \cos(\theta) \\ M_{21} = \left( P(G_{ij} + G_{ji})^T - (G_{ij} + G_{ji})P \right) \cos(\theta) \end{cases} \quad (4.25)$$

Comme ça était fait dans la partie de stabilisation, on rend les LMI linéaires en effectuant le changement des variables à  $N_i = K_i P$ .

D'où :

### Région 1:

$$\begin{cases} PA_i^T + A_i P - N_i^T B_i^T - B_i N_i + 2\lambda P < 0, & i \in \{1, \dots, r\} \\ PA_i^T + A_i P + PA_j^T + A_j P - N_j^T B_i^T - B_i N_j - N_i^T B_j^T - B_j N_i + 4\lambda P \leq 0, & i < j \end{cases} \quad (4.26)$$

### Région 2:

$$\begin{bmatrix} -rP & (A_i - B_i K_i)P \\ P(A_i - B_i K_i)^T & -rP \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\}$$

$$\begin{bmatrix} -rP & A_i P - B_i N_i \\ PA_i^T - N_i^T B_i^T & -rP \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} -2rP & ((A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i))P \\ P((A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i))^T & -2rP \end{bmatrix} < 0 \quad i < j$$

$$\begin{bmatrix} -2rP & A_i P - B_i N_j + A_j P - B_j N_i \\ P A_i^T - N_j^T B_i^T + P A_j - N_i^T B_j^T & -2rP \end{bmatrix} < 0 \quad i < j \quad (4.28)$$

**Region 3:**

$$\begin{bmatrix} ((A_i - B_i K_i)P + P(A_i - B_i K_i)^T)\sin(\theta) & ((A_i - B_i K_i)P - P(A_i - B_i K_i)^T)\cos(\theta) \\ (P(A_i - B_i K_i)^T - (A_i - B_i K_i)P)\cos(\theta) & ((A_i - B_i K_i)P + P(A_i - B_i K_i)^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} < 0$$

$$i \in \{1, \dots, r\}$$

$$\begin{bmatrix} (A_i P - B_i N_i + P A_i^T - N_i^T B_i^T)\sin(\theta) & (A_i P - B_i N_i - P A_i^T + N_i^T B_i^T)\cos(\theta) \\ (-A_i P + B_i N_i + P A_i^T - N_i^T B_i^T)\cos(\theta) & (A_i P - B_i N_i + P A_i^T - N_i^T B_i^T)\sin(\theta) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.29)$$

$$i \in \{1, \dots, r\}$$

ET:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} < 0; \quad i < j \quad (4.30)$$

Avec:

$$\begin{cases} M_{22} = M_{11} = ((A_i P - B_i N_j + P A_i^T - N_j^T B_i^T) + (A_j P - B_j N_i + P A_j^T - N_i^T B_j^T))\sin(\theta) \\ M_{12} = ((A_i P - B_i N_j - P A_i^T + N_j^T B_i^T) + (A_j P - B_j N_i - P A_j^T + N_i^T B_j^T))\cos(\theta) \\ M_{21} = ((-A_i P + B_i N_j + P A_i^T - N_j^T B_i^T) + (-A_j P + B_j N_i + P A_j^T - N_i^T B_j^T))\cos(\theta) \end{cases} \quad (4.31)$$

Dans le cas de l'observateur :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} e(t) \quad (4.32)$$

$$M = \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} \quad (4.33)$$

D'où :

$$\exists P > 0 : \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (4.34)$$

Où :

$$\begin{cases} M_1 = -2\sigma_{max} + \left( \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} \right) P + P \left( \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} \right)^T \\ M_2 = 2\sigma_{min} - \left( \left( \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} \right) P + P \left( \sum_{i=1}^r T_i T_j O_{ij} \right)^T \right) \end{cases} \quad (4.35)$$

Ce qui donne les conditions suivantes :

$$\begin{bmatrix} -2\sigma_{max} + O_{ii}P + PO_{ii}^T & 0 \\ 0 & 2\sigma_{min} - (O_{ii}P + PO_{ii}^T) \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (4.36)$$

$$\begin{bmatrix} -4\sigma_{max} + (O_{ij} + O_{ji})P + P(O_{ij} + O_{ji})^T & 0 \\ 0 & 4\sigma_{min} - \left( (O_{ij} + O_{ji})P + P(O_{ij} + O_{ji})^T \right) \end{bmatrix} i < j \quad (4.37)$$

On remplace les matrices  $O_{ii}, O_{ij}, O_{ji}$

$$\begin{bmatrix} -2\sigma_{max} + O_a & 0 \\ 0 & 2\sigma_{min} - (O_b) \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \{1, \dots, r\} \quad (4.38)$$

Où :

$$O_a = (A_i - L_i C_i)P + P(A_i - L_i C_i)^T \quad (4.39)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} -4\sigma_{max} + O_b & 0 \\ 0 & 4\sigma_{min} - (O_b) \end{bmatrix} < 0 \quad i < j \quad (4.40)$$

Avec :

$$O_b = (A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i)P + P(A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i)^T \quad (4.41)$$

On effectuer le changement de variable :  $X = P^{-1}$ ,  $N_i = XL_i$  ce qui donne :

$$\begin{aligned} O_a &= X(A_i - L_i C_i) + (A_i - L_i C_i)^T X \\ O_a &= XA_i - XL_i C_i + A_i^T X - C_i^T L_i^T X \\ O_a &= XA_i - N_i C_i + A_i^T X - C_i^T N_i^T \end{aligned} \quad (4.42)$$

Et

$$O_b = XA_i - N_j C_i + A_i^T X - C_i^T N_j^T + XA_j - N_i C_j + A_j^T X - C_j^T N_i^T \quad (4.43)$$

## 4.6 Exemple :

On considère le même modèle de l'exemple du chapitre précédent :

Le modèle de Takagi-Sugeno :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{max}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad C_1 = [t_r + f \cdot v_{max} \quad 0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a_x + b_x \cdot v_{min}}{\alpha} & \frac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad C_2 = [t_r + f \cdot v_{min} \quad 0]$$

$$T_1 = \frac{x_1 - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} ; T_2 = \frac{v_{max} - x_1}{v_{max} - v_{min}}$$

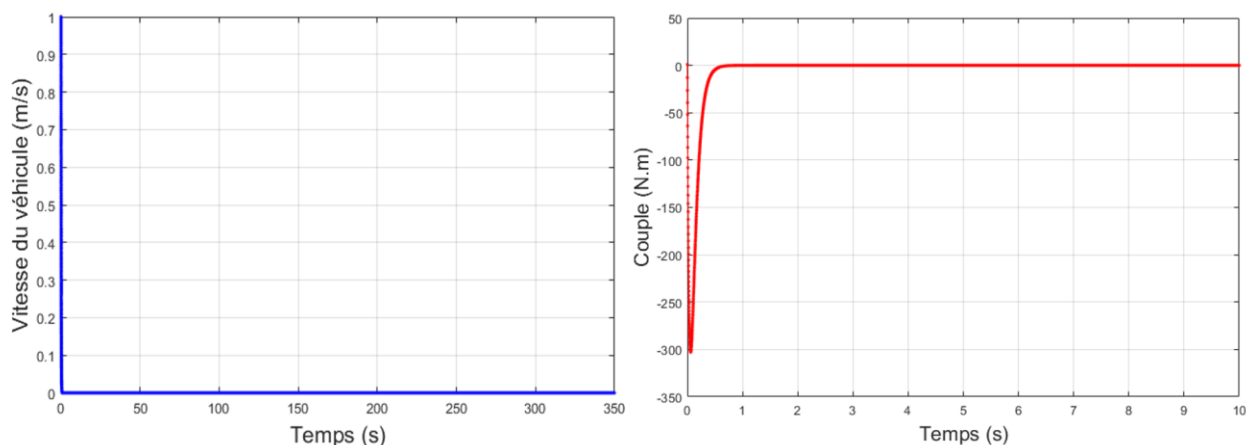
$a_x$	14.55 kg.m /s
$b_x$	0.055 kg.m /s
$R_{ap}$	34.73
$\alpha$	1860
$\tau$	0.05 s
$t_r$	1 s
$f$	0.021

Pour  $v_{min} = 2 \text{ m/s}$  et  $v_{max} = 25 \text{ m/s}$  :

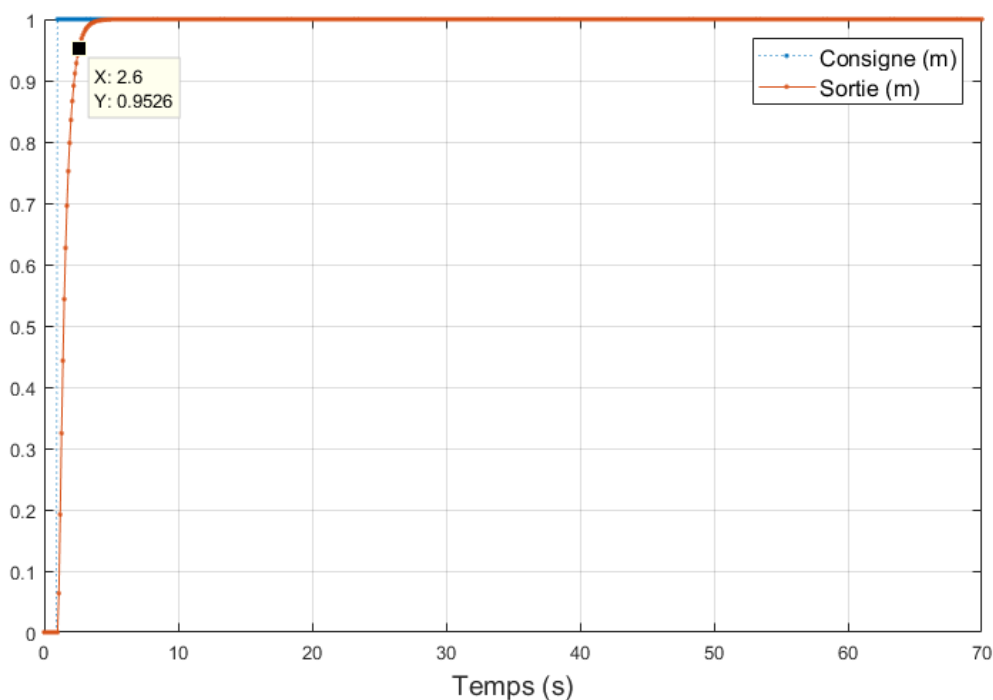
La résolution de système LMI présenté par les inégalités (4.26/4.27/4.28/4.29/4.30) donne les gains suivants :

$$K_1 = [4984.3 \quad 6.9] \quad ; \quad K_2 = [5130.6 \quad 7.1]$$

$$M_1 = -8171.8 \quad ; \quad M_2 = -8468.1$$



**Figure 4-5 :** états du système avec un placement de pôles



**Figure 4-6 :** Poursuite de la référence avec un placement de pole

A partir de cet exemple, on peut remarquer que la méthode de placement de pôles donne des performances meilleures. En effet, la dynamique du système présenté dans les figures 4-5 et 4-6 est très bien améliorée par rapport au cas sans placement de pôles présenté par les figures 2-6 et 3-5 .

Dans le chapitre suivant, on utilisera le placement de pole pour enfin réaliser la régulation de la distance inter-véhicules.

#### 4.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté les régions LMI permettant de faire le placement de pôles souhaité afin de localiser les pôles des modèles de Takagi-Sugeno dans des régions qui assurent la stabilité et les performances désirées en boucle fermée.

---

# Chapitre 5

---

## Application à la régulation de l'inter-distance entre deux véhicules

---

5.1	<i>Introduction</i> .....	70
5.2	<i>Simulation en régime libre</i> :.....	70
5.3	<i>Simulation en boucle fermée</i> :.....	71
5.4	<i>Simulation du suivi de trajectoire</i> .....	73
5.5	<i>Simulation du Freinage d'urgence</i> :.....	78
5.6	<i>Conclusion</i> :.....	79

---



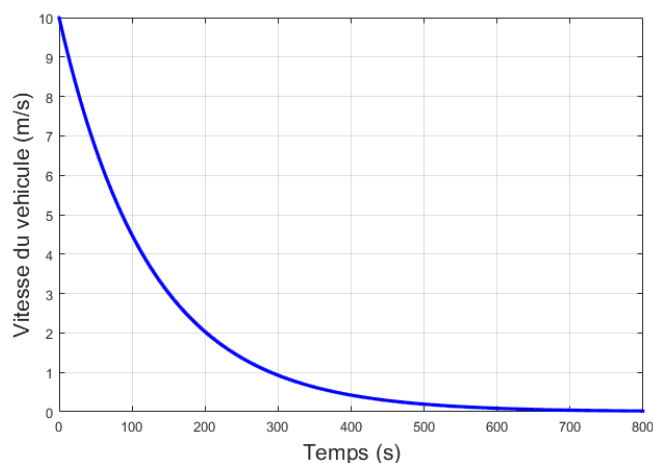
## 5 Application à la régulation de l'inter-distance entre deux véhicules

### 5.1 Introduction

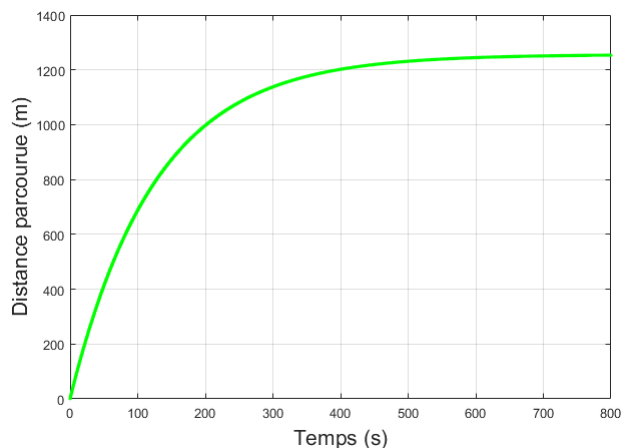
Dans cette partie, on présente les résultats de la simulation qu'on a faite en présentant quelques scénarios possibles. D'abord, on commence par simuler le modèle en régime libre seul sans le véhicule de tête. Ensuite, une simulation est effectuée en boucle fermée avec une commande stabilisante. Puis, une simulation est réalisée en présence du véhicule de tête afin de réguler l'inter-distance véhiculaire. Enfin, on a réalisé une simulation dans le cas d'une situation de freinage d'urgence.

### 5.2 Simulation en régime libre :

Dans cette simulation, le régime libre est considéré avec une vitesse initiale de 10 m/s (36 Km/h).



**Figure 5-1** : Vitesse du véhicule en régime libre



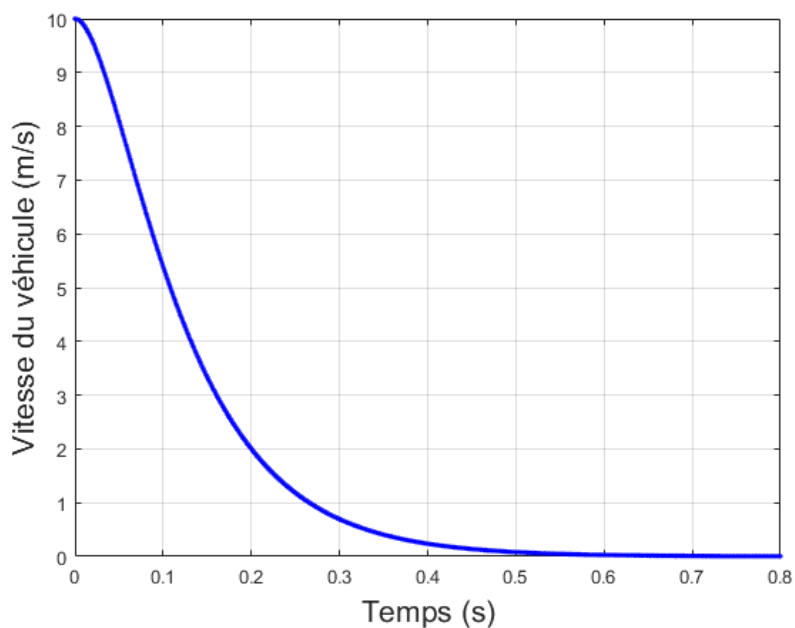
**Figure 5-2** : Distance parcourue par le véhicule

D'après les simulations, le système est stable mais le temps de réponse est très grand. Le véhicule roule d'une distance de 1250 m (on n'a pas pris en considération les forces de frottement avec la route)

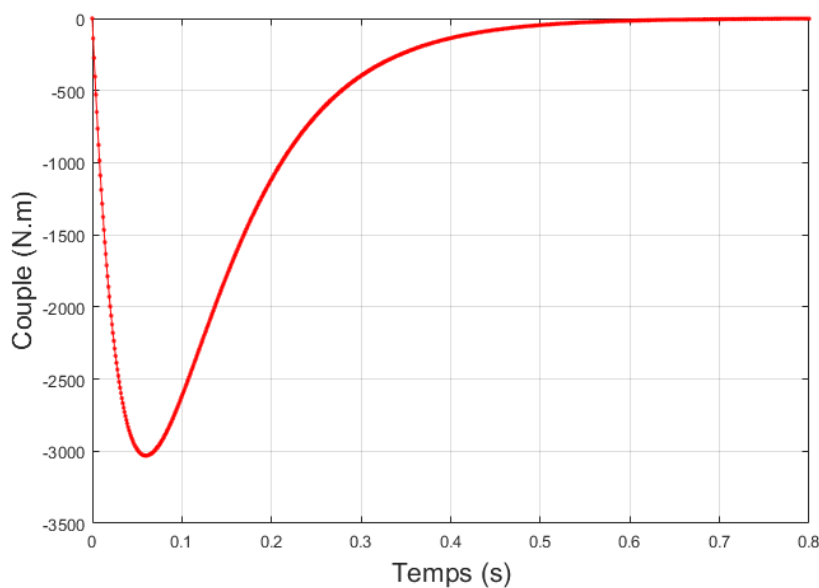
### 5.3 Simulation en boucle fermée :

Dans cette partie, on considère une commande PDC pour stabiliser le système et assurer le freinage du véhicule.

$$x_0 = [10 \ 0]$$



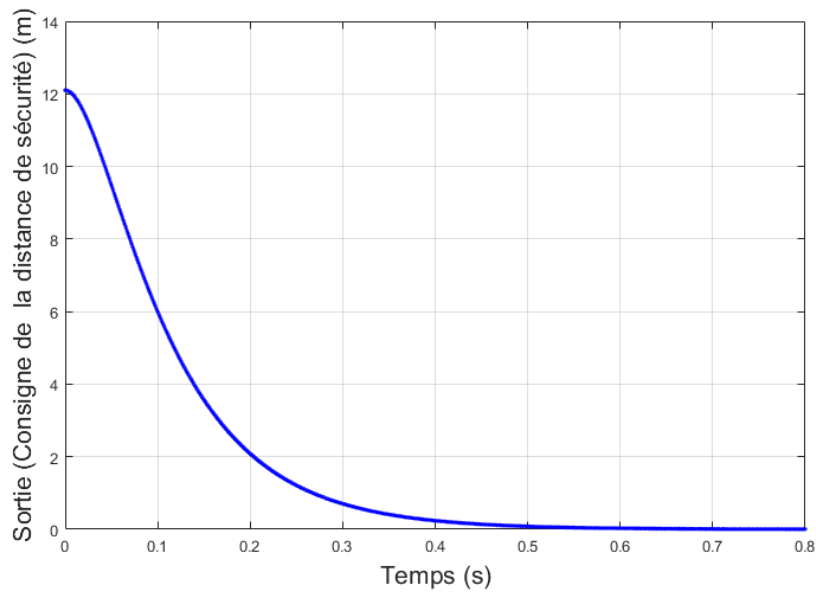
**Figure 5-3 :** Vitesse du véhicule en boucle fermée



**Figure 5-4 :** le couple moteur

Dans cette simulation, on remarque que le véhicule s'arrête totalement après 0.3 s, ainsi le temps de réponse est amélioré par rapport à la simulation précédente.

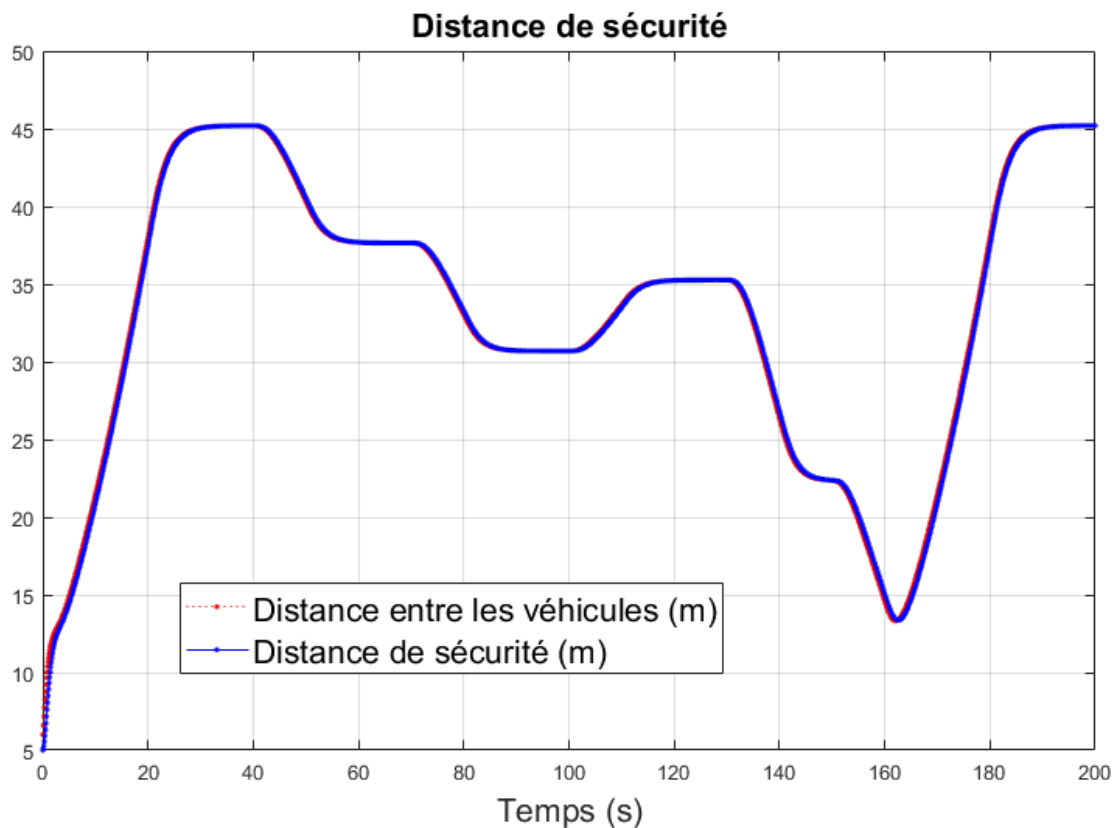
Ici, la sortie du système qui est la différence entre la consigne de la distance de sécurité et la distance de sécurité minimal ( $y = d(t) - d_{min}$ ) converge vers 0 ce qui signifie que la distance de sécurité à l'arrêt doit être égale à la distance de sécurité minimal. L'importance de cette consigne de distance de sécurité sera éclairée dans la partie freinage où on fera la simulation en présence d'un autre véhicule.



**Figure 5-5 :** La sortie y

## 5.4 Simulation du suivi de trajectoire

Dans cette partie, on a réalisé les simulations en tenant compte du véhicule de tête. En pratique, la distance entre les deux véhicules est fournie par un capteur. L'objectif de la commande est d'assurer la convergence de la distance inter-véhiculaire ( $\Delta x$ ) vers la distance de sécurité  $d(t)$ .

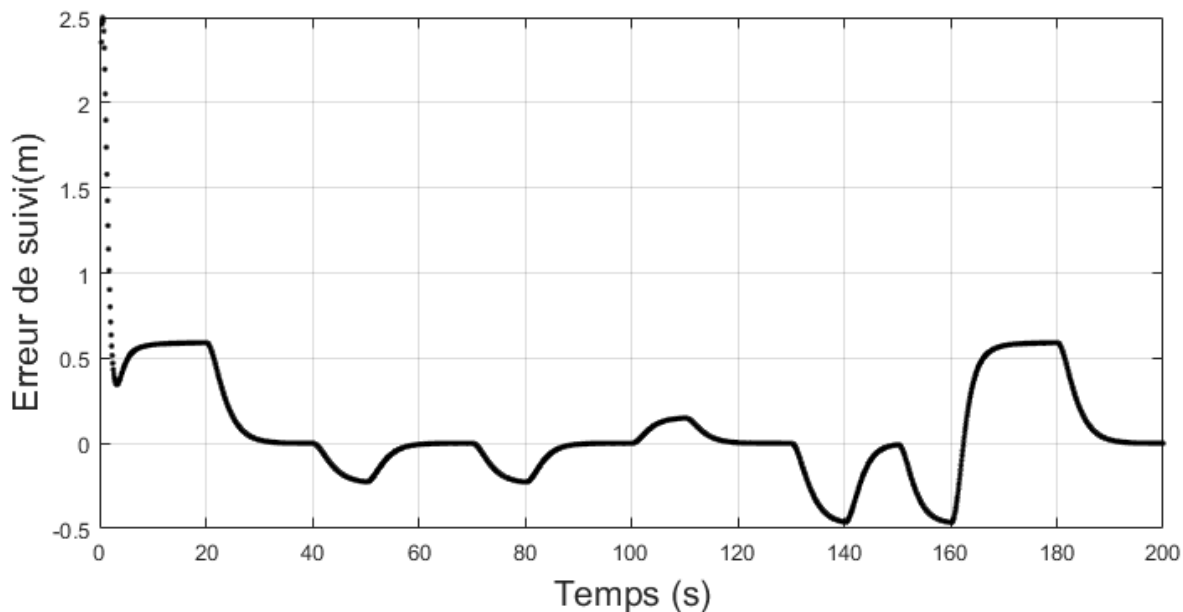


**Figure 5-6** : Suivi de la consigne de distance de sécurité

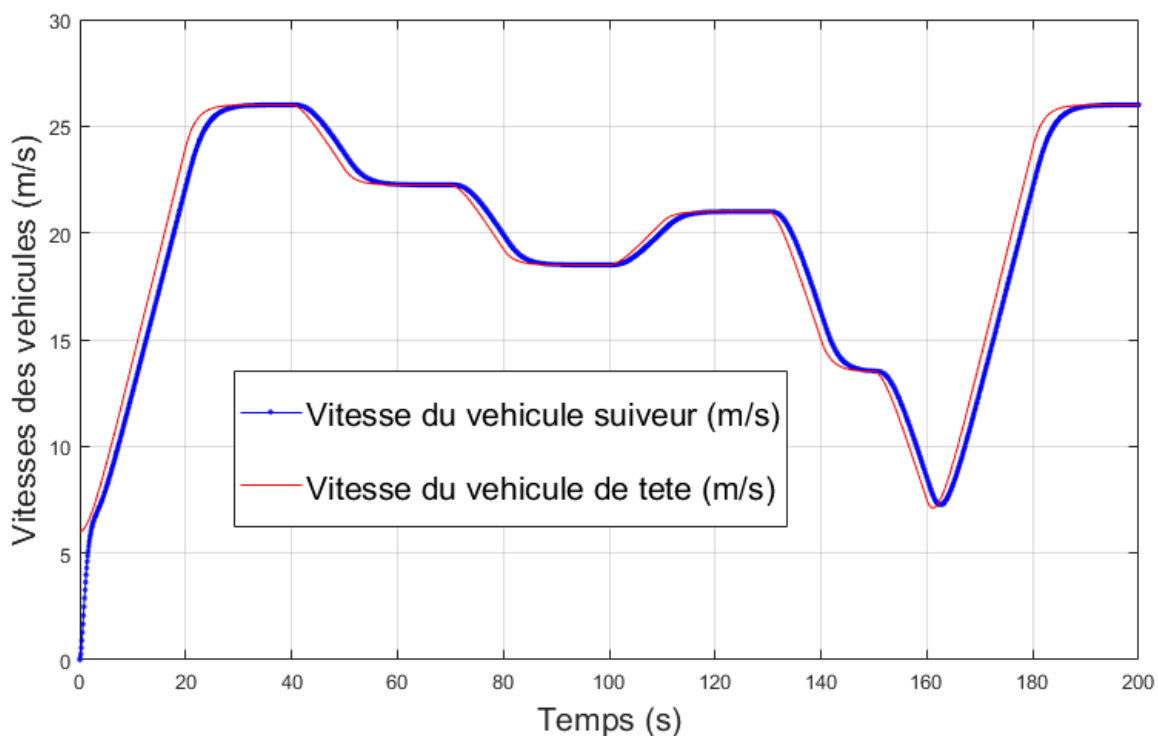
On remarque que la distance inter véhicule converge vers la distance de sécurité avec un temps de réponse de 0.5s.

en analysant l'erreur sur la distance ( $e = \Delta x - d(t)$ ) donné par **la figure 5-9**, on distingue deux cas :

- **Cas erreur positive** : la distance inter véhicule est supérieure à la distance de sécurité imposée par le modèle. Cette erreur même si elle est grande elle n'a pas d'impact néfaste sur la sécurité du véhicule.
- **Cas erreur négative** : la distance inter véhicule est inférieure à la distance de sécurité imposée par le modèle. En pratique, elle doit être minimal par rapport un seuil prédéfini.

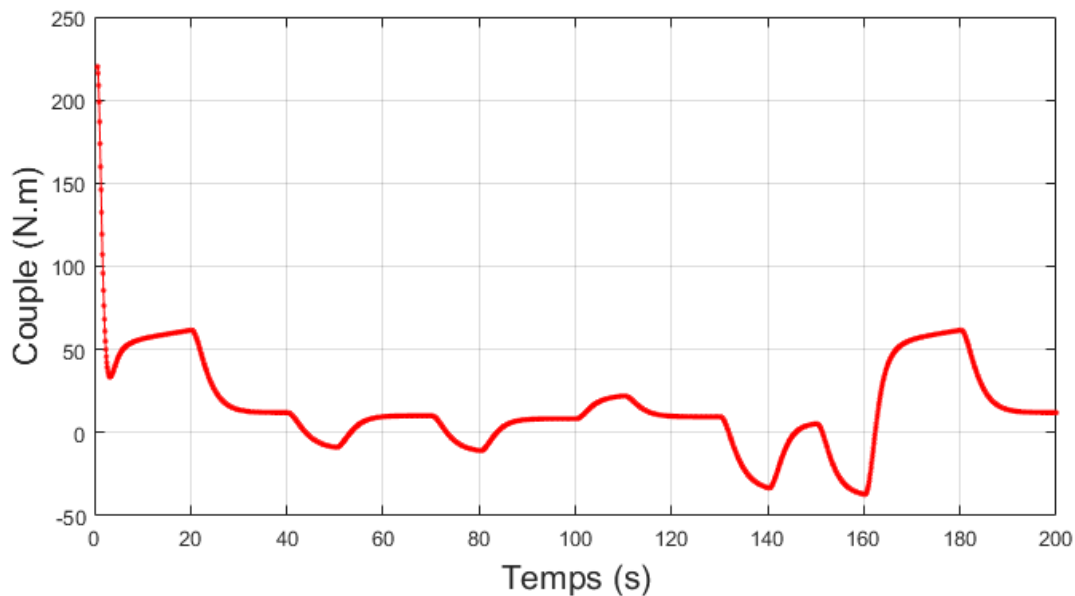


**Figure 5-7 :** Erreur de la distance de sécurité



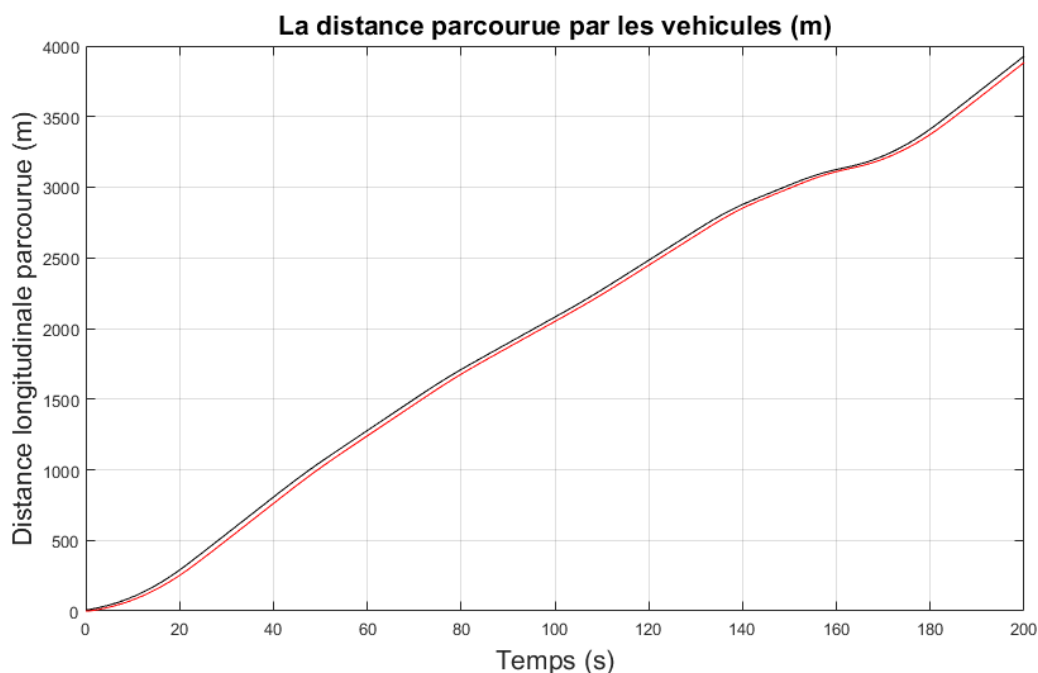
**Figure 5-8 :** le profil des vitesses des véhicules

En analysant le profil des vitesses, on remarque que la vitesse du véhicule suiveur prend un temps pour rattraper la vitesse du véhicule de tête, ceci est normal dû à la dynamique des deux véhicules qui n'est pas la même. On peut prendre l'exemple d'un véhicule standard et un véhicule de sport.



**Figure 5-9 :** la commande appliquée au système

On remarque que la commande appliquée pour la régulation de la distance est bornée, et sa valeur reste dans les limites tolérées.



**Figure 5-10 :** distance parcourue par les véhicules

La courbe du véhicule de tête qui est représenté en noir se situe toujours au-dessus de la courbe du véhicule suiveur présenté en rouge, cette marge entre les deux courbes représente la distance de sécurité qui est respectée le long de la trajectoire et qui est proportionnelle à la vitesse.

Pour mieux visualiser les résultats, on prend un temps de simulation entre 0 à 50s.

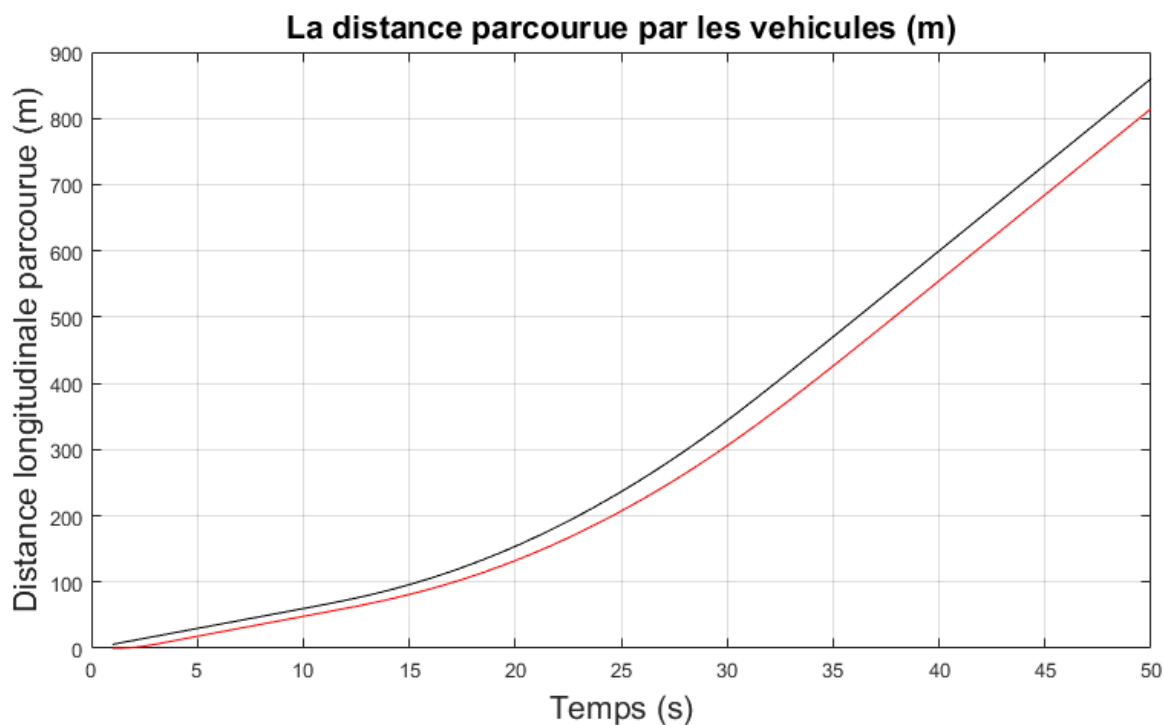


Figure 5-11 :distance parcourue par les véhicules (grandissement)

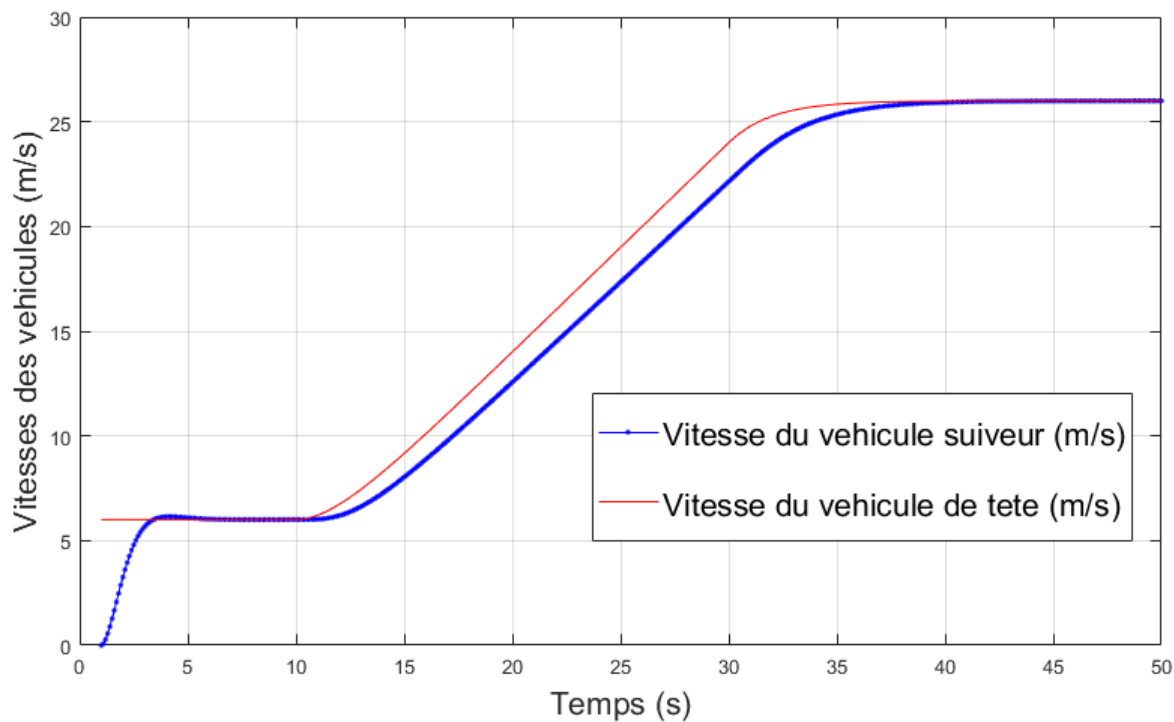


Figure 5-12 : le profil des vitesses des véhicules (grandissement)

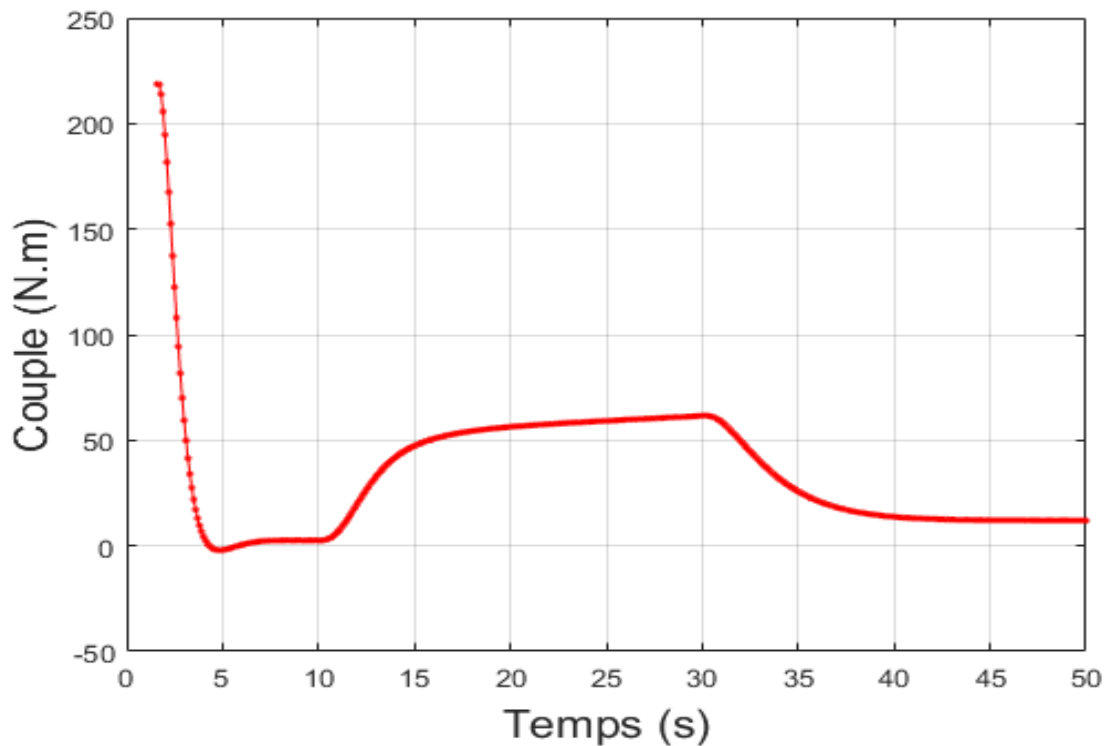


Figure 5-13 : la commande appliquée au système (grandissement)

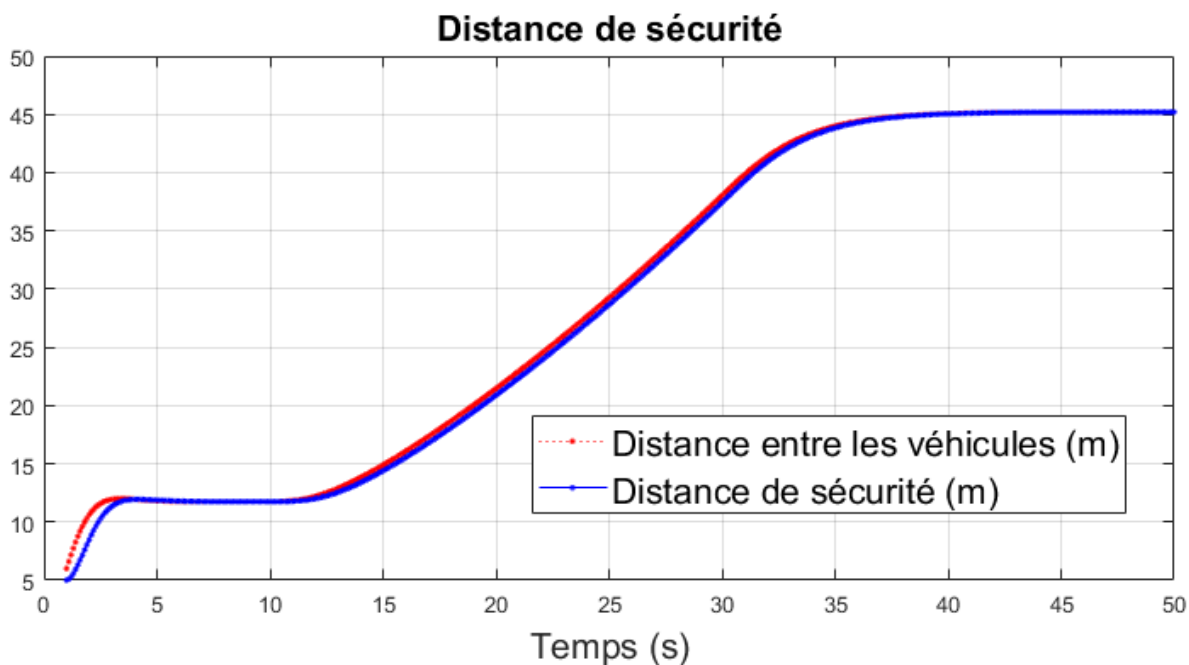
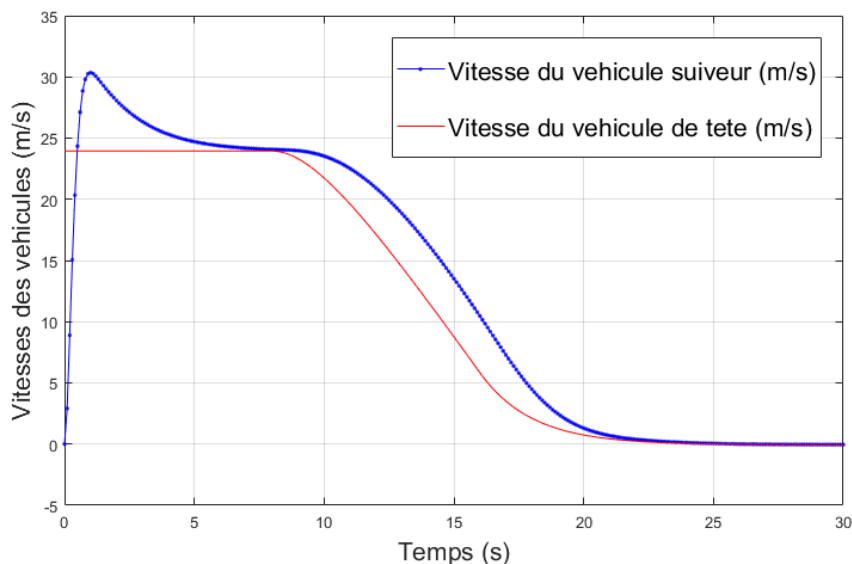


Figure 5-14 : Suivi de la consigne de distance de sécurité (grandissement)



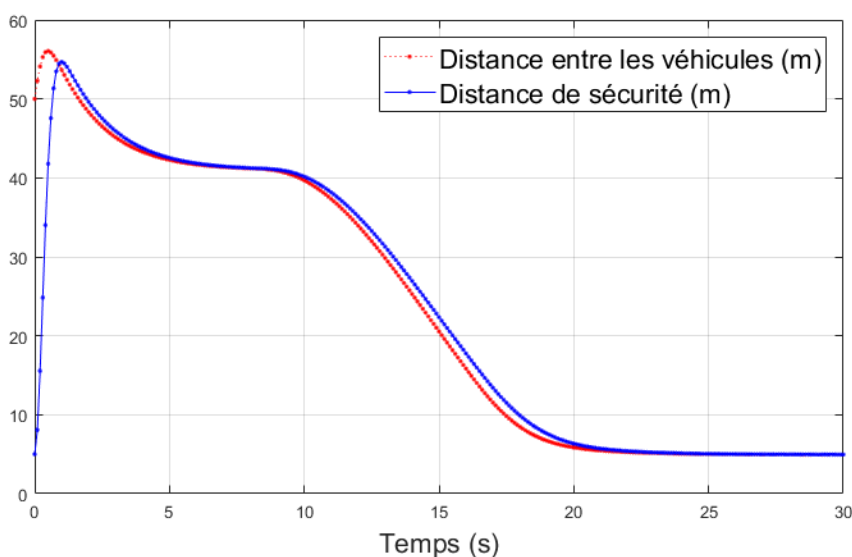
## 5.5 Simulation du Freinage d'urgence :

L'objectif principal de ce travail est de laisser une distance de sécurité inter véhiculaire afin de permettre au conducteur de conduire son véhicule en toute sécurité et d'éviter la collision. Le freinage d'urgence est un cas particulier à considérer. Dans le but de vérifier l'efficacité de la loi de commande, on a réalisé une situation de freinage brusque du véhicule de tête.

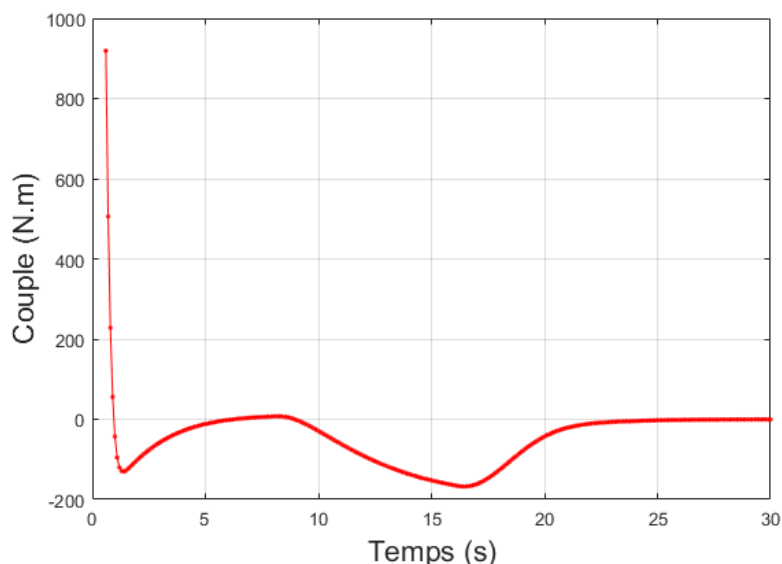


**Figure 5-15 :** Vitesse des véhicules :freinage

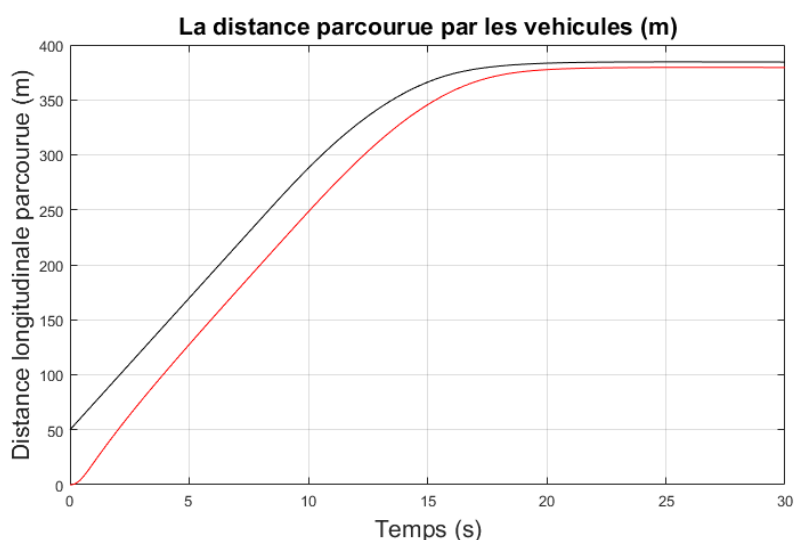
Pour simuler un freinage brusque, on a considéré une forte décélération du véhicule de tête. La distance de sécurité est donnée dans la figure. On remarque qu'elle est toujours respectée par rapport à la consigne. Par conséquent, les deux véhicules s'arrêtent sans collision.



**Figure 5-16 :** Suivi de la consigne de distance de sécurité :freinage



**Figure 5-17** : commande en couple : freinage



**Figure 5-18**: Distance parcourue par les véhicules : freinage

## 5.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté les résultats de l'application de la théorie logique floue de T-G sur le modèle proposé, on a présenté des scénarios qui montrent les performances de la commande implémentée tel que la distance inter-véhiculaire, la vitesse et le couple fourni. On a commencé dans un premier temps par simuler le modèle en régime libre seul sans le véhicule de tête. Puis, on a simulé le système en boucle fermée avec une commande stabilisante. Ensuite on a effectué une simulation en présence du véhicule de tête afin de réguler l'inter-distance véhiculaire. Enfin, on a réalisé une simulation dans le cas d'une situation de freinage d'urgence.

# Conclusion générale et perspectives

## 6 Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la régulation de la distance inter-véhicule en circulation en utilisant l'approche par systèmes flous de type Takagi-Sugeno. La loi de commande synthétisée repose sur une structure avec intégrateur permettant d'assurer la poursuite de trajectoire. Un placement de pôle garantissant la stabilité et les performances désirées en boucle fermée est effectué.

Le premier chapitre a été consacré à la présentation de quelques généralités sur le véhicule électrique. Nous avons commencé par présenter le véhicule électrique et son évolution historique ainsi que ses avantages et ses inconvénients. Les systèmes d'aide à la conduite existant ont été explicités. Enfin, un modèle longitudinal du véhicule utilisé pour l'application de la commande a été présenté.

La définition du modèle de Takagi-Sugeno et les différentes méthodes utilisées pour la construction des multimodèles T-S à partir des équations dynamiques a été abordée dans le chapitre 2. La méthode par secteur linéaire a été ensuite expliquée en détails.

Afin d'assurer une poursuite de trajectoire désirée la structure de commande avec intégrateur a été considérée dans le troisième chapitre. Par conséquent des conditions de stabilisation sans et avec observateur d'état ont été données.

Un placement de pôles dans des région LMI permettant d'assurer la stabilité et les performances désirées en boucle fermée a été présenté en détail dans le quatrième chapitre.

Les résultats de l'application de l'approche floue de T-S sur le modèle utilisé ont été présentées dans le dernier chapitre. Afin de montrer l'efficacité de l'approche utilisée sur le système, nous avons présenté plusieurs scénarios. En premier lieu, nous avons simulé le modèle en régime libre en l'absence du véhicule de tête, puis le système en boucle fermée muni d'une commande stabilisante. Une simulation en présence du véhicule de tête a été, ensuite, effectuée afin de mettre en évidence la régulation de la distance entre deux véhicules en circulation. Enfin, une simulation dans le cas d'une situation de freinage d'urgence a été réalisée.

Cette étude nous a permis de dégager quelques perspectives à savoir :

- La prise en compte des incertitudes de modélisation dans le modèle Takagi-Sugeno.
- La prise en charge des forces latérales dans le modèle lors des trajectoires curvilignes.
- Adaptation de la commande par rapport à l'état de la chaussée (glissante ou sèche).

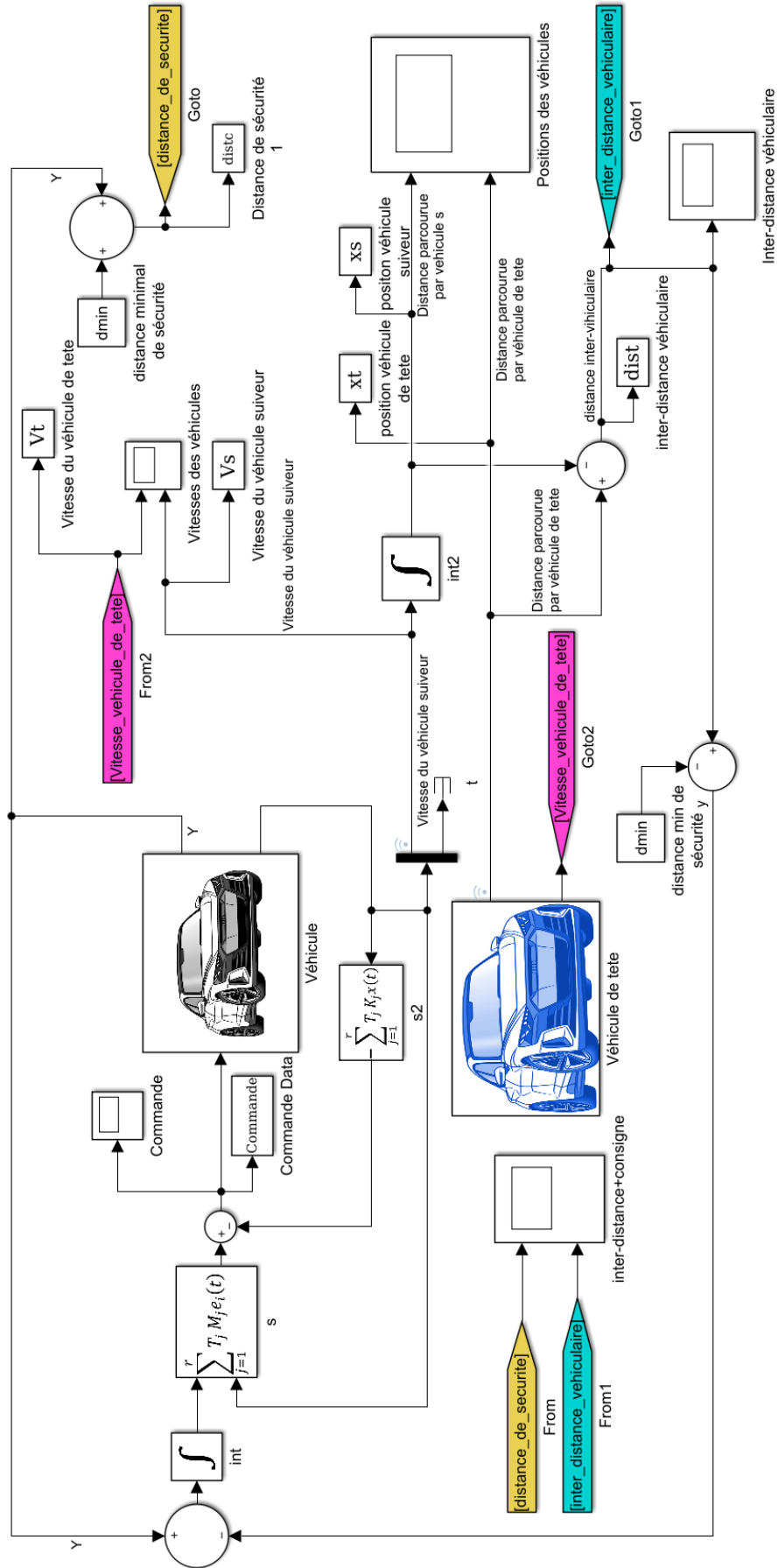
## Références

---

- [1] J. Larminé et J. Lowry, «Electric vehicle technology explained second edition,» A John Wiley & Sons, Ltd., Publication.
- [2] B. Chauchat, Chargeur de batteries intégré pour véhicule électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997.
- [3] T, «TESLA,» [En ligne]. Available: [www.tesla.com](http://www.tesla.com).
- [4] A. Bordji et H. Flitti , «Etude et simulation des éléments de chargeurs intégrés pour véhicule électrique,» 2019.
- [5] C. Espanet, «Modélisation et conception optimale de moteurs sans balais à structure inversée - Application au moteur-roue,» Université de Franche-Comté, 1999.
- [6] L. Lisowski et G. Baille, "Spécification d'un petit véhicule électrique pour les zones piétonnières, Lyon-Bron: Journée spécialisée INRETS, Propulsion hybride et bi-mode pour les véhicules particuliers et les transports en commun, Mai 1998.
- [7] V. Mestre, Étude et Simulation d'un Véhicule Électrique à Moteur synchrone mono source, Thèse de doctorat, École Centrale de Lille, 2007.
- [8] A. Arif, Amélioration des performances d'un véhicule électrique alimenté par une source photovoltaïque, Biskra: Thèse de doctorat, université Mohamed Khider, 2013.
- [9] N. Guessouri et R. Hammadi , Étude comparative entre influence des différents paramètres physiques et la performance du véhicule électrique : modélisation et simulation, Mo staganem: Université Abdelhamid Ibn Badis, 2019.
- [10] «systeme-aide-conduite,» [En ligne]. Available: <https://www.assurances.be/systeme-aide-conduite> .
- [11] «systemes-d-aide-a-la-conduite,» [En ligne]. Available: <https://www.bfu.ch/fr/conseils/systemes-d-aide-a-la-conduite>.
- [12] P. F. Toulotte, «Attelage virtuel pour véhicules automatisés,» L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES, septembre 2006.
- [13] F. Toulotte, S. Deprat, T. Guerra et J. Boonaert, «Vehicle spacing control using robust fuzzy control with pole placement in LMI region,» Novembre 2007.
- [14] ORNIKAR ASSURANCES, [En ligne]. Available: <https://www.ornikar.com/code/lexique/distance-securite-definition>.

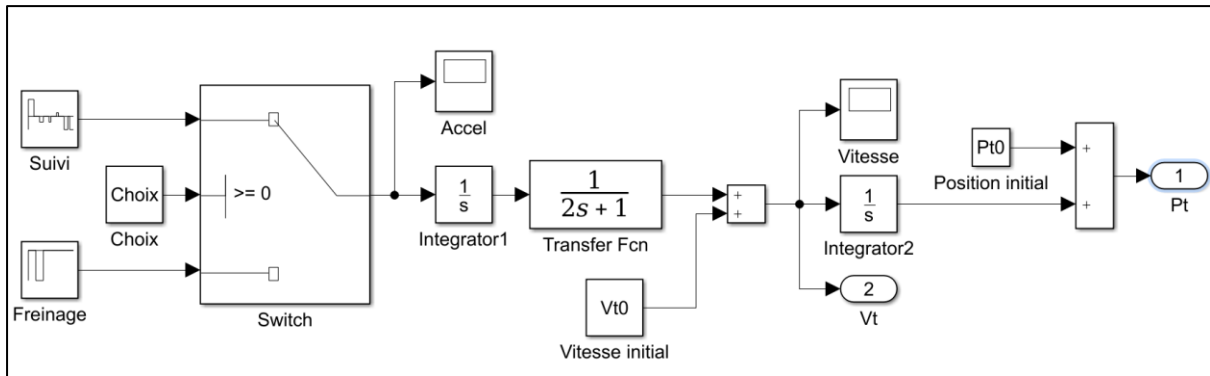
- [15] K. Merahi, Estimation d'état et diagnostic de fonctionnement des systèmes non linéaires., Annaba: These de magister, Université Badji Mokhtar, 2010.
- [16] M. F. Nadjoui et I. Ziouani, Diagnostic de systèmes non linéaires par l'approche multimodèle floue de T-S. Application au quadricoptère, École Nationale Polytechnique, Juin 2015.
- [17] T. Takagi et M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications, IEEE Transactions on Systems Man and Cyber-netics, January 1985.
- [18] K. Tanaka et H. Wang, Fuzzy control systems design and analysis: A linear, John Wiley & Sons, Inc., New York, Wiley-Interscience.
- [19] M. Sugeno et G. Kang, Structure identification of fuzzy model, Fuzzy Set and Systems, 1988.
- [20] K. Gasso, identification des systemes dynamiques non lineaire: approche multimodèle, Nancy: Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.
- [21] A. Kruszewski, Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous, Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, décembre 2006.
- [22] H. Achour, Application des techniques modernes de l'automatique à l'automobile : Aspects motorisation et confort, Mémoire préparée au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'ENP, 2010.
- [23] M. Chadli, Stabilité et Commande de Système décrit par des Multimodèle, Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, décembre 2002.
- [24] K. Tanaka, T. Ikeda et H. Wang, Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI based designs, IEEE Transactions on Systems Man and Cyber-netics, 1998.
- [25] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub et M. Chilali, «LMI Control Toolbox,» The MathWorks.
- [26] X. Ma, Z. Sun et Y. He, Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998.
- [27] M. Nishikawa, J. Yoneyama, H. Katayama et A. Ichikawa, Output stabilization of, Fuzzy Sets and Systems, 2000.
- [28] T. Guerra et L. Vermeiren, «Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous.,» IC2 Hermès.
- [29] M. Chadli, D. Maquin et J. Ragot, «Sur la stabilité des modèles de Takagi -Sugeno : Approche quadratique,» Journal Européen des Systèmes automatisés (JESA), 2002.
- [30] D. Ichalal, «Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takage-Sugeno,» Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Novembre 2009.
- [31] M. Chilali et P. Gahinet, « $H^\infty$  design with pole placement constraints : an lmi approach,» 1996.

# **Annexe**

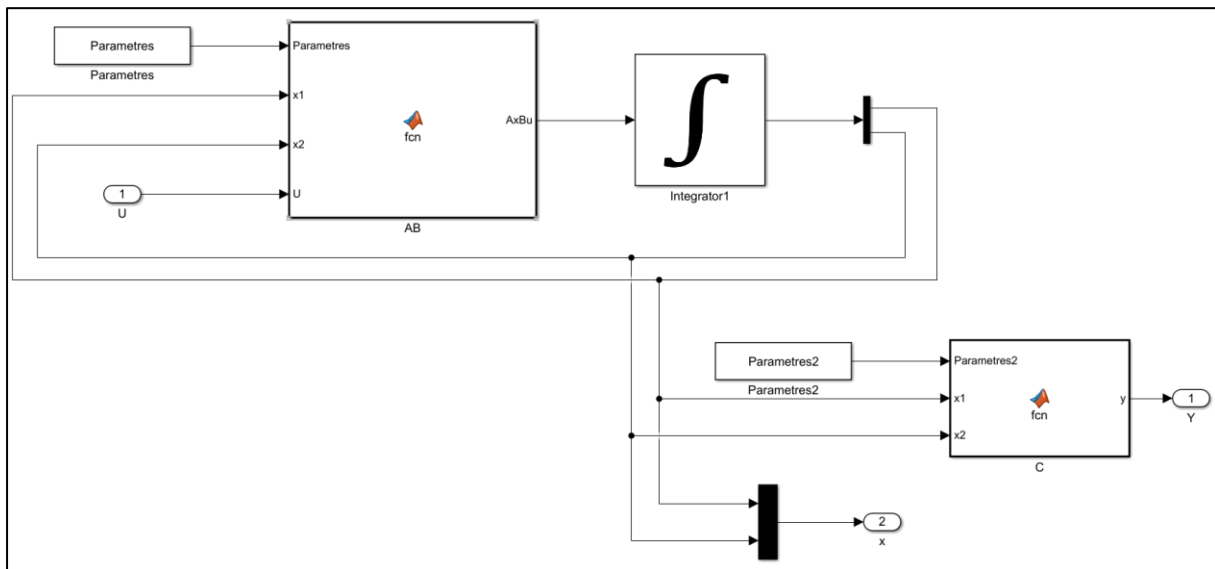


**Figure 0-1 :** Simulation de la régulation de la distance inter-véhicule





**Figure 0-2** : Modèle véhicule de tête



**Figure A-3** :Modèle véhicule suiveur