République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche



Ecole Nationale Polytechnique

Département Hydraulique



Laboratoire de recherche des Science de l'Eau

Mémoire de projet de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en hydraulique

Thème

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN ÉCOULEMENT DIPHASIQUE GAZ-LIQUIDE EN PRÉSENCE DES SINGULARITÉS ÉLARGISSEMENT/RÉTRÉCISSEMENT

Par : Ayoub SARI / Faouzi IRNATEN

Sous la direction de : **Dr Ibtissem BELGACEM Mr Nadir ALOUI**

Présenté et soutenu publiquement le : 03/07/2022

Composition du Jury:

Président : Mme Saâdia BENMAMAR Pr ENP
Promoteur : Mme Ibtissem BELGACEM MCA ENP
Examinateur : Mr Salim BENZIADA MAA ENP
Mme Meriem CHETIBI MCB ENP

République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche



Ecole Nationale Polytechnique

Département Hydraulique



Laboratoire de recherche des Science de l'Eau

Mémoire de projet de fin d'étude

Présenté pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en hydraulique

Thème

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN ÉCOULEMENT DIPHASIQUE GAZ-LIQUIDE EN PRÉSENCE DES SINGULARITÉS ÉLARGISSEMENT/RÉTRÉCISSEMENT

Par : Ayoub SARI / Faouzi IRNATEN

Sous la direction de : **Dr Ibtissem BELGACEM Mr Nadir ALOUI**

Présenté et soutenu publiquement le : 03/07/2022

Composition du Jury:

Président : Mme Saâdia BENMAMAR Pr ENP
Promoteur : Mme Ibtissem BELGACEM MCA ENP
Examinateur : Mr Salim BENZIADA MAA ENP
Mme Meriem CHETIBI MCB ENP

ملخص

تواجه المنشاءات الصناعية المختلفة مثل الهندسة البترولية و الهندسة الكيميائية والنووية.... الخ في توزيع السوائل وخاصة التدفقات ذات مرحلتين مع وجود تقاطع و.....الخ عدة مشاكل , من بين هذه المشاكل التضييق/التوسع المفاجئ هو شائع فإنه يتسبب في كثير من األحيان في تغيير خصائص التدفق. و هو ايضا بشكل عائقا رئيسيا بنسبة للمصممين المنشاءات الصناعية.

والهدف من هذا العمل المتداولة هو تطوير نموذج عددي يتيح التنبؤ بانخفاض الضغط في حالة تدفق ذات مرحلتين (غاز – سائل) في وحدة التوزيع في الانابيب المصغرة أفقيا مع وجود تضييق المفاجئ ، والهندسة التي قمت بدراستها ستكون مماثلة لتلك التي شالفي والبقية (2008).

الكلمات المفتاحية : تدفق على مرحلتين، غاز - سائل، قنوات دقيقة/صغيرة، إنخفاض الضغط، ، المحاكاة الرقمية.

ABSTRACT

The two-phase flows are encountered in various industrial applications like petroleum engineering, chemical engineering, nuclear, etc. The distribution of fluids in industrial plants is ensured by the presence of junction and singularities. The abrupt contraction/expansion are relevant in many applications and has significant effects on the two-phase flow behaviour as well on flow pattern. The two-phase flows in this type of singularities remain unknown and constitute a serious handicap for the system production. The objective of this work is the development of a numerical model that allows the prediction of the singular pressure drop in the case of a two-phase flow gas liquid flowing in a horizontal mini conducted in the presence of a singular case of a sudden narrowing, geometry considered in this study is similar to that used by Chalfi and al (2008).

Key words: two-phase flow, gas-liquid, FLUENT, VOF, micro/mini-channels, pressure drop, simulation

RESUME

Les écoulements diphasiques sont rencontrés dans diverses applications industrielles à l'instar du génie pétrolier, le génie chimique, nucléaire, etc. La distribution des fluides dans ces installations industrielles est assurée par la présence de jonction et de singularités. Parmi ces singularités le rétrécissement /l'élargissement brusque sont couramment rencontrés. Ceux-ci provoquent souvent des modifications importantes des caractéristiques de l'écoulement. Les écoulements diphasiques dans ce type de singularités restent encore mal connus et constituent un sérieux handicap pour les concepteurs des installations industrielles. L'objectif de ce travail est le développement d'un modèle numérique qui permet la prédiction de la chute de pression singulière pour le cas d'un écoulement diphasique gaz-liquide circulant dans une mini conduite horizontale en présence d'une singularité cas d'un rétrécissement/élargissement brusque, la géométrie considérée dans cette étude sera similaire à celle utilisé par Chalfi et al. (2008).

Mots clés: Ecoulement diphasique, gaz –liquide, FLUENT, VOF, micro/mini conduites, Chute de pression, Simulation.

Remerciements

Nous exprimons nos sentiments de profonde gratitude à notre Dieu Allah le maitre de la vie, des temps et des circonstances, de nous avoir donné la force, le courage et la patiente pour mener à terme ce travail.

Nous adressons nos sincères remerciements à Madame. I.BELGACEM, notre directrice de mémoire pour son encadrement de qualité, sa contribution, sa patience et son aide tout le long de ce travail.

Nous adressons nos vifs remerciements à Mme le professeur S. BENMAMMAR, notre chère professeure et directrice de laboratoire de recherche de science de l'eau (LRSE) à l'ENP pour sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils.

Nous expressions notre reconnaissance à Monsieur N. ALOUI pour ses efforts, son aide et accompagnement le long de ce travail.

Nous voudrions également remercier les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont accordé en acceptant d'évaluer notre travail ainsi que toutes les personnes qui ont contribué au succès et le bon déroulement de notre mémoire.

Finalement, nous présentons nos remerciements, notre respect et notre gratitude, à tous nos chers professeurs qui ont assuré notre formation à l'école polytechnique d'Alger (ENP) ainsi qu'à notre famille polytechnicienne et nos chers amis qui nous ont toujours soutenue et encouragé.

Dédicace

L'expression de ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embarrassés, j'arriverai à leurs exprimer mon amour sincère

A la femme qui a souffert sans me laisser souffrir, qui n'a jamais dit non à mes exigences et qui n'a épargné aucun effort pour me rendre heureux : mon adorable maman, ma vie.

A l'homme, mon bras droit, mon précieux don du dieu, à qui je dois ma vie, ma réussite et tout mon respect : mon cher papa

Aucune dédicace n'exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consentis pour mon Instruction et mon bien être...

A mes très chères sœurs, les meilleurs au monde : Ikram, Yassmine, Ryhame., A ma chérie : Nati, A tous les membres de la famille et amis : Fatah, Hanan, Leila, Dalila, Kamla, Kahina, Redouen , Amar, Khaled, Nadir, Houcine, Oussama, Mahdi, Chabane, Mazigh.

A mes professeurs, ma promotrice et mon binôme.

Faouzí

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère Nadia Bachari..... Que Dieu l'accueille en son vaste paradis.

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie à m'encourager, à me donner l'aide et à me protéger.

A mon frère Chemseddine.

A mes tantes et oncles et toute la famille Sari et Bachari.

A tous mes amis : Wahid, Khaled, Amine, Khalil, Walid et Sofiane.

A mon binôme Faouzi.

A tous ceux quí m'aiment.

Ауоив Н.

Sommaire

Liste des tableaux

Liste des figures

Nomenclature

Introduction générale	15
Contexte	16
Objectifs	17
Structure du mémoire	17
I. Généralités et état de l'art	19
I.1. Introduction	20
I.2. Phénoménologie des configurations d'écoulement diphasique	20
I.2.1. Principe de classification des écoulements diphasiques	20
I.2.2. Configurations d'écoulement diphasique en conduite verticale	22
I.2.3. Configurations d'écoulement diphasique en conduite horizontale	23
I.3. Cartographie d'écoulement diphasique	25
I.3.1. Les cartes d'écoulements en conduite horizontale	26
I.3.2. Les cartes d'écoulements en conduite verticale	29
I.4. Les paramètres d'écoulement diphasique	31
I.4.1. Les fractions des fluides	31
I.4.2. La vitesse de phase	31
I.4.3. La vitesse superficielle	32
I.4.4. Le rapport de glissement	32
I.4.5. La fraction volumique	32
I.4.6. La qualité	33
I.4.7. Le flux massique	33
I.5. Synthèse des travaux antérieurs	33
1.5.1. Travaux antérieurs relatifs à la présence d'un rétrécissement brusque	33
I.5.2.Travaux antérieurs relatifs à la présence d'un élargissement brusque	36
I.6 Conclusion	20

II.	Application de la mécanique des fluides numérique aux	écoulements
dij	phasiques	40
	II.1. Introduction	41
	II.2. La modélisation des écoulements diphasiques	41
	II.2.1. Formulation mathématique	41
	II.2.2. Méthode de modélisation d'écoulement diphasique	44
	II.3. La modélisation de la turbulence	46
	II.3.1. Les équations gouvernantes	46
	II.3.2. Les modèles de turbulence	47
	II.4. Méthode numérique de résolution des équations	55
	II.4.1. Discrétisation des équations différentielles	55
	II.4.2. Méthode de Résolution	57
	II.5. Conclusion	58
III	I. Etude numérique d'un écoulement diphasique en présence	de
ch	angements de section	59
	III.1. Introduction	60
	III.2. Présentation du logiciel FLUENT	60
	III.3. Cas d'application de l'étude	62
	III.3.1.Géométrie du problème	62
	III.3.2. Conditions opératoires	64
	III.4. Simulation numérique	65
	III.4.1. Procédures numériques	65
	III.4.2. Etapes de simulation sous fluent	65
	III.5. Conclusion	73
IV	7. Résultats et discussions	74
	IV.1 Introduction	75
	IV.2. Etude préliminaire	75
	IV.2.1. Etude de convergence du maillage	75
	IV.2.2. Choix du modèle de turbulence	76
	IV.3. Résultats de la simulation	78
	IV.3.1. Rétrécissement brusque	78
	IV.3.1.1. Configuration d'écoulement	78

IV.3.1.2. L'évolution de pression	81
IV.3.1.3. Perte de charges	84
IV.3.2. Élargissement brusque	89
IV.3.2.1. Configurations d'écoulement	89
IV.3.2.2. L'évolution de pression	90
IV.3.2.3. Perte de charges	92
IV.4. Conclusion	95
Conclusion générale	96
Références bibliographiques	99
Annexes	103
Annexe 1	104

Liste des tableaux

Tableau I.1- Récapitulation des travaux sur les retrécissements brusques	34
Tableau I.2- Récapitulation des travaux sur les élargissements brusques	36
Tableau II.1- Constantes du modèle de turbulence de Spalart-Allmaras	48
Tableau II.2- Constantes des modèles de turbulence.	53
Tableau II.3- Valeur des constantes du modèle RSM.	54
Tableau II.4- Termes des équations généralisées.	55
Tableau III.1- Caractéristiques géométriques.	63
Tableau III.2- Propriétés physiques de l'eau et de l'air	64
Tableau III.3- Schéma de discrétisation.	65
Tableau IV.1- Caractéristiques des maillages	76

Liste des figures

Figure I.1- Configurations d'écoulement en conduite verticale (Roumy, 1969)	23
Figure I.2 - configurations d'écoulement en conduite horizontale.	25
Figure I.3 - Carte originale de <i>Baker</i> pour l'écoulement horizontal (1954)	27
Figure I.4- Carte de Taitel et Dukler pour les tubes horizontaux (1976)	28
Figure I.5- Carte de Mandhane et al. (1974).	29
Figure I.6- Carte de Taitel et al. (1980).	30
Figure I.7- Carte de transition pour l'écoulement ascendant eau – air (Bilicki, 1987)	31
Figure III.1- Algorithme de calcul Fluent.	62
Figure III.2- Géométrie originale; (a) élargissement brusque (b) rétrécissement	brusque
(Chalfi et al., 2008)	63
Figure III.3- Géométrie de l'élargissement brusque.	63
Figure III.4- Géométrie du rétrécissement brusque	63
Figure III.5- Ouverture de projet dans Workbench	65
Figure III.6- Paramètres généraux	66
Figure III.7- Modèle multiphasique.	67
Figure III.8- Modèle de turbulence.	67
Figure III.9- Fenêtre de sélection des fluides utilisés (eau).	68
Figure III.10- Sélection de la phase primaire.	68
Figure III.11- L'interaction entre les phases.	69
Figure III.12- Introduction de la vitesse d'entrée de l'air.	69
Figure III.13- Introduction de la fraction volumique de l'eau à l'injecteur	70
Figure III.14- Algorithme de couplage et des schémas de discrétisation	71
Figure III.15- L'initialisation standard.	72
Figure IV.1- Résultats obtenus pour différentes tailles d'éléments.	76
Figure IV.2- Résultats obtenus pour les différents modèles de turbulence	77
Figure IV.3- Les régimes d'écoulement dans une conduite horizontale, cas rétrécissen	nent 79
Figure IV.4- Images à grande vitesse des régimes d'écoulement observés; (a) : strati	ifié lisse,
(b): stratifié ondulé (Run Kong, 2016).	79

Figure IV.5- Signal de pression typique d'un écoulement diphasique stratifié ; (a) : stratifié
lisse, (b) : stratifié-ondulé (Cannière et al., 2007).
Figure IV.6- Variation de la pression; pour \dot{m}_L = 0,628 g/s \dot{m}_G = 0,0278 g/s
Figure IV.7- Variation de la pression pour \dot{m}_L = 0,287 g/s \dot{m}_G = 0,0068 g/s
Figure IV.8- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s
\dot{m}_{G} = [0,009 – 0,029] g/s
Figure IV.9- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : $\dot{m}_L = 0.2865$ g/s
\dot{m}_{G} = [0,007 – 0,0244] g/s
Figure IV.10- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,354 g/s
\dot{m}_{G} = [0,007 – 0,0244] g/s
Figure IV.11- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,629 g/s
\dot{m}_{G} = [0,007 – 0,028] g/s
Figure IV.12- Chute de pression d'un écoulement en présence de singularité (Kays, 1950) 84
Figure IV.13- Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse superficielle du
liquide, cas rétrécissement85
Figure IV.14- Comparaison des résultats numériques avec les valeurs expérimentales, cas
rétrécissement86
Figure IV.15- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s \dot{m}_G = [0,009 – 0,029] g/s
Figure IV.16- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour : \dot{m}_L = 0,2865 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s
Figure IV.17- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour : \dot{m}_L = 0,354 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s
Figure IV.18- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour : \dot{m}_L = 0,629 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,028] g/s
Figure IV.19- Régime d'écoulement pour (v) : \dot{m}_L = 0,287 g/s \dot{m}_G = 0,024 g/s89
Figure IV.20- Régime d'écoulement pour (iv) : \dot{m}_L =0,256 g/s \dot{m}_G = 0,0505 g/s89
Figure IV.21- Variation de la pression pour : \dot{m}_L =0,256 g/s \dot{m}_G = 0,0505 g/s90
Figure IV.22- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s
\dot{m}_{G} = [0,024 – 0,057] g/s
Figure IV.23- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,287 g/s
\dot{m}_{G} = [0,028 – 0,054] g/s
Figure IV.24- Saut de pression d'un écoulement en présence de singularité92

Figure IV.25- Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse superficielle du
liquide, cas élargissement
Figure IV.26- Comparaison des résultats numériques avec les valeurs expérimentales, cas
élargissement93
Figure IV.27- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s \dot{m}_G = [0,024 – 0,057] g/s
Figure IV.28- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théoriques
pour: \dot{m}_L = 0,287 g/s \dot{m}_G = [0,028 – 0,054] g/s

Nomenclature

A	Section totale (m ²).
A_l	Surface totale occupée par le liquide (m ²).
$A_{ m g}$	Surface totale occupée par le gaz (m ²).
Bo	Nombre de Bonde (-).
C_A	Coefficient d'Armand.
C_k	fraction massique (%).
D	Diamètre (m).
d	Distance au bord de fuite (m).
F	Coefficient de correction de Taitel et Duckler (1976).
G	Flux massique total (Kg/m².s).
G_{g}	Vitesse massique de la phase gazeuse (Kg/m².s).
G_1	Vitesse massique de la phase liquide (Kg/m².s).
G_{ω}	Génération de l'énergie cinétique turbulente à la fréquence ω (J).
g	Accélération de la pesanteur (m/s²).
${ m J_g}$	Vitesse superficielle de la phase gazeuse (m/s).
\mathbf{J}_1	Vitesse superficielle de la phase liquide (m/s).
\mathbf{J}_{m}	Flux volumique du mélange (m/s).
K	Coefficient de correction de Taitel et Duckler (1976).
k	Energie cinétique turbulente (J).
L	Longueur (m).
$l_{\rm m}$	Longueur du mélange (m).
\mathbf{M}_{k}	Source moyenne du moment interfacial (-).
ṁ	Débit massique total (Kg/s).
$\dot{m}_{ m g}$	Débit massique de la phase gazeuse (Kg/s).
\dot{m}_l	Débit massique de la phase liquide (Kg/s).
P	Pression (Pa).
Q	Débit volumique total (m³/s).
Q_{g}	Débit volumique de la phase gazeuse (m³/s).
Q_1	Débit volumique de la phase liquide (m³/s).
Re	Nombre de Reynolds (-).
Re,lo	Nombre de Reynolds liquide (liquid-only).
S	Rapport de glissement (-).
S_{Φ}	Terme de source de la propriété Φ.
T	Température (°C).
T	Coefficient de correction de Taitel et Duckler (1976).
u	Champs de vitesse (m/s).
\overline{u}	Composante moyenne de la vitesse (m/s).
u'	Composante fluctuante de la vitesse (m/s).

Vitesse de la phase gazeuse (m/s).

 $\mathbf{u}_{\mathbf{g}}$

u₁ Vitesse de la phase liquide (m/s).

 u_{Mk} Vitesse de la diffusion de la phase.

V* Tension adimensionnelle (v).

We Nombre de Weber (-).

X Coefficient de correction de *Taitel et Duckler* (1976).

x Qualité (titre massique).

 Y_{ω} Dissipation de la fréquence de turbulence.

z_R Longueur de recollement (m).

 α Taux de vide (-).

 α_k Fraction de volume de la phase k (-). α_l Fraction du liquide (liquid hold-up) (-).

 β Titre volumique (-).

 Γ_k Taux de génération de masse de la phase k (Kg). Γ_{ϕ} Coefficient de diffusion de la propriété Φ (-).

 ΔP_c Perte de charge singulière du rétrécissement (Pa). ΔP_e Perte de charge singulière de l'élargissement (Pa).

 ε Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (m²/s³).

η Module du tenseur de contraintes (-). λ Facteur de correction de *Baker* (1954).

μ Viscosité dynamique (Pa.s).

 ρ_g Masse volumique de la phase gazeuse (Kg/m³).

 ρ_l Masse volumique de la phase liquide (Kg/m³).

 ρ_m Masse volumique du mélange (Kg/m³).

 σ Tension superficielle (N/m).

 σ_A Rapport de section (-).

 au_{ij} Tenseur de contraintes visqueuses moyennes (-). au_{Dii} Tenseur de contraintes de diffusion moyennes (-).

 τ_{Tij} Tenseur de contraintes turbulentes (-).

v Viscosité cinématique (m²/s). v_t Viscosité turbulente (m²/s).

Φ Facteur de correction de *Baker* (1954).

Φ Variable dépendante.

 Ω_{ij} Tenseur de vitesses moyennes de rotation (-).

 ω Vitesse angulaire (rad/s).

 ω Echelle caractéristique de gros tourbillons (-).

Introduction générale

Contexte

Les écoulements monophasiques sont constitués d'une seule phase (gaz, liquide ou solide), mais il existe un autre type d'écoulement où plusieurs phases sont transportées conjointement, appelé écoulement polyphasique. Nous nous intéresserons ici au plus simple des cas de ce type d'écoulement : l'écoulement diphasique qui fait intervenir deux phases.

Les écoulements diphasiques apparaissent très souvent dans les procédés industriels, tous les domaines sont concernés par le contrôle des mélanges non miscibles de gaz et de liquide, de plusieurs liquides, de solides et de fluides que ce soit la production de matières premières (mine, gaz, pétrole), le génie nucléaire où la connaissance approfondie de la thermo hydraulique des écoulements diphasiques est nécessaire pour prévoir le comportement des circuits de refroidissement des réacteurs nucléaires, l'environnement, la production d'énergie, le génie pharmaceutique ou l'agroalimentaire.

La complexité de ces systèmes est en général qu'il est impossible de les décrire en détails à l'aide des concepts de la mécanique des fluides habituelle (monophasique), même en se limitant au cas d'un mélange de deux phases, les phénomènes demeurent très complexes. Un mélange diphasique traversant une conduite peut présenter plusieurs configurations inter faciales (bulles, bouchons, annulaire,...), celles-ci ne sont pas toujours bien définies (*Delhaye*, 1981).

Toutefois, pour assurer la distribution des fluides dans les dispositifs industriels, ces systèmes présentent généralement des obstacles locaux incluant des singularités telles que des coudes, des jonctions, des changements de section brusque, etc.

Parmi ces singularités, le rétrécissement et l'élargissement sont fréquemment rencontrés dans de nombreuses applications et ont des effets significatifs sur le comportement diphasique ainsi que sur le schéma d'écoulement. Ce sujet important a suscité plusieurs recherches, en particulier pour les applications impliquant la conception, la sécurité et les opérations économiques.

Ces dernières années, l'utilisation des micro canaux a suscité un intérêt croissant en raison de leur présence dans un grand nombre de domaines tels que l'ingénierie des procédés chimiques, la médecine et la bio-ingénierie, mais surtout, leur application dans les dispositifs de systèmes micro-électromécaniques dénommés MEMS. Il est impératif de comprendre l'écoulement des fluides dans les micro-dispositifs avant de pouvoir fabriquer des micropompes et des micro-actionneurs nouveaux et performants.

Cependant, peu de travaux ont été rapportés sur l'écoulement dans les micro-canaux soumis à un changement brusque de section et les données sont rares. Une étude systématique permettra de donner un aperçu précieux de la physique d'un tel écoulement.

Avec les performances informatiques actuelles et le développement de certains logiciels ; comme ANSYS Fluent qui a été utilisé dans ce travail, la dynamique des fluides computationnelle ou CFD a connu un essor notable. Des simulations numériques de calcul d'écoulement diphasique sont proposées avec une précision raisonnable, offrant un regard de très près sur l'évolution de l'écoulement à travers la canalisation.

C'est dans ce contexte que nous envisageons de fournir une étude numérique du comportement de l'écoulement diphasique air-eau dans les micro-conduites horizontales comportant un changement de section brusque : rétrécissement / élargissement. Différents paramètres du problème sont étudiés et comparés à des données expérimentales.

Objectifs

Dans cette nouvelle direction de compréhension de l'écoulement diphasique, ce mémoire prévoit d'atteindre les objectifs spécifiques suivants :

- Reproduction de l'écoulement diphasique air-eau dans une canalisation horizontale en présence de singularités (rétrécissement/élargissement) par les techniques de CFD.
- Détermination de la perte de charge associée à la combinaison de débits massiques sélectionnés dans la gamme étudiée.
- Validation des résultats obtenus par la simulation avec des données expérimentales et la comparaison avec les modèles théoriques disponibles dans la littérature.
- Etablir l'applicabilité d'un modèle basé sur la CFD dans la simulation d'un écoulement diphasique pour une micro-conduite.

Structure du mémoire

Le présent mémoire est articulé comme suit :

Le premier chapitre, est une présentation bibliographique de quelques définitions nécessaires à la compréhension des écoulements diphasiques. En outre, on présentera une synthèse de la classification des régimes diphasiques et l'établissement des cartes d'écoulement. Une partie du chapitre est dédiée à l'état de l'art sur les écoulements diphasiques en présence de singularité (élargissement et rétrécissement brusques).

Dans le deuxième chapitre, on s'intéressera à la description des équations de la mécanique des fluides régissant les écoulements diphasiques, ainsi que les différents modèles de turbulence et de diphasique et la méthode de calcul numérique.

Dans le troisième chapitre est donnée une présentation de l'outil utilisé dans ce mémoire qui est le code numérique Fluent 19.2, ainsi que les différentes étapes suivies lors des simulations de l'écoulement diphasique en présence de singularités.

Dans le quatrième chapitre les résultats de simulation sont présentés et accompagnés de discussions et d'interprétations.

La conclusion se veut être un résumé des apports de ce travail et des suggestions pour des compléments qui devraient permettre une meilleure compréhension de certains points qui demeurent peu clairs.

Chapitre I

Généralités et état de l'art

I.1. Introduction

Un écoulement polyphasique est un écoulement dans lequel se trouvent plusieurs phases. Il peut s'agir d'un écoulement diphasique, triphasé ou même quadriphasé selon le nombre de phases existant dans le domaine de l'écoulement.

Lorsqu'un mélange diphasique s'écoule dans une conduite, de multiples géométries inter faciales peuvent être rencontrées telles que des bulles, des poches ou des films de liquide en paroi. Cependant, la description précise de ces configurations d'écoulements est une tâche complexe.

L'écoulement diphasique est plus délicat que l'écoulement monophasique, étant donné que pour ce dernier, les paramètres gouvernant l'hydrodynamique sont la vitesse, la pression et la température. Alors que les paramètres qui participent à la modélisation des configurations des écoulements diphasiques sont les champs de vitesse des deux phases, les forces, les débits volumiques, les vitesses superficielles, le titre massique et le taux de vide.

Aussi, certains paramètres présentés, seront des valeurs moyennées car ces écoulements diphasiques sont non uniformes et ont un caractère fluctuant dans le temps et l'espace. Pour toute la suite, les indices 'l' et 'g' désigneront respectivement la phase liquide et la phase gazeuse.

Ce premier chapitre présente les diverses structures envisageables lorsqu'un gaz et un liquide circulent simultanément dans une canalisation, et les variables qui les contrôlent ainsi qu'une synthèse de travaux antérieurs sur la présence de singularité (rétrécissement/élargissement).

I.2. Phénoménologie des configurations d'écoulement diphasique

I.2.1. Principe de classification des écoulements diphasiques

Le nombre de configurations possibles en écoulement horizontal est plus grand qu'en écoulement vertical. En effet, la pesanteur est un paramètre supplémentaire. Elle tend à séparer les phases et à créer une stratification horizontale. Plusieurs auteurs, dont *Aloui* (1994), rappellent que les écoulements diphasiques peuvent être classés selon les phases en présence (liquide, solide, gaz ou plasma (gaz ionisé)). Les combinaisons possibles sont les suivantes:

• Mélange de deux liquides non miscibles (échangeurs à contact direct par exemple).

- Mélange solide liquide (transport de boue, etc.).
- Mélange gaz solide (transport pneumatique).
- Mélange gaz liquide (ébullition dans les réacteurs nucléaires).
- Mélange plasma solide (synthèse de nanoparticule).

Dans notre cas, nous nous intéresserons uniquement aux mélanges de fluide (gaz/liquide) sans transfert de masse entre les deux fluides (ni réaction chimique, ni changement de phase). Les écoulements diphasiques peuvent également être classés selon la distribution spatiale des interfaces ; les différentes organisations que peut prendre un écoulement diphasique sont appelées configurations d'écoulement. Un écoulement diphasique est très complexe. Les deux phases ont des interfaces variables et déformables, l'organisation des deux phases a une importance critique pour déterminer les propriétés du mélange. Ainsi, le modèle par configuration d'écoulement tente de classifier les écoulements en fonction de la configuration qu'adoptent les deux phases et de proposer des corrélations pour chaque configuration. Parmi les paramètres fixant une configuration, on peut noter :

- Les débits volumiques de chaque phase.
- La pression.
- Le flux thermique surfacique en paroi.
- Les masses volumiques et les viscosités de chaque phase.
- La tension interfaciale et la présence éventuelle d'agents tensio-actifs.
- La mouillabilité des parois.
- La géométrie de la conduite (section droite circulaire, rectangulaire, etc.).
- La longueur caractéristique d'une conduite de géométrie donnée.
- L'inclinaison de la conduite par rapport à la verticale.
- Le sens des écoulements (ascendants, descendants, co-courant, à contrecourant),
- Les effets électrostatiques qui peuvent détruire des équilibres métastables.
- La présence de singularité dans les circuits.
- Les zones de mélange de phase.

Deux interactions principales dirigent la configuration d'écoulement. Premièrement, les interactions des deux phases avec les parois des conduites à travers les forces de friction. Deuxièmement, l'interaction des phases par l'intermédiaire des forces de surface.

I.2.2. Configurations d'écoulement diphasique en conduite verticale

La force gravitationnelle a une influence prépondérante sur la phase liquide ce qui s'incarne sur l'ensemble de l'écoulement diphasique, dans une conduite verticale, ce dernier a tendance à être plus symétrique dû aux forces de gravité qui agissent d'égale intensité dans les directions circonférentielles.

La description suivante est basée principalement sur la classification de *Roumy* (1969); au moyen de photographies, les principaux régimes d'écoulements co-courants ascendants gaz liquide (eau-air) rencontrés en conduite verticale sont rassemblés dans la figure I.1.

a- Régime à bulles (bubble)

Ce régime est constitué de bulles d'air qui sont dispersées dans la phase liquide continue. Lorsque, à débit d'eau donné, nous faisons croître le débit d'air, nous obtenons d'abord, à des faibles valeurs de débit, des bulles assez éloignées les unes des autres, puis le nombre de bulles augmente et elles se rapprochent et finissent par se toucher, ce qui constitue le régime à bulles agglomérées .

b- Régime à bouchons (slug)

Le régime à bouchons est caractérisé par une succession de bouchons séparés par des régions d'eau et de bulles d'air. Ces poches d'air que nous désignons par bouchons ont une tête arrondie, une partie cylindrique et se termine par une queue regroupant des bulles très serrées qui restent dans le sillage du bouchon et ne sont pas absorbées.

c- Régime à forte coalescence (churn)

Appelé aussi semi-annulaire, c'est un régime de transition du régime à bouchons au régime annulaire. A mesure que le débit de gaz augmente, les poches d'air grossissent et se fractionnent de façon désordonnée, nous obtenons un écoulement d'air interrompu par des ponts d'eau qui tend vers l'écoulement annulaire sans l'atteindre complètement.

d- Régime annulaire (annular)

L'écoulement annulaire est caractérisé par la disparition totale des ponts d'eau. Une majeure partie de la phase gazeuse s'écoule de façon continue au centre (noyau) du tube. Tandis que le liquide est expulsé du centre pour former un film sur la paroi intérieure du tube. Notons qu'il est possible que certaines gouttelettes soient entrainées dans le noyau de gaz et vice vers

Chapitre I Généralité et état de l'art

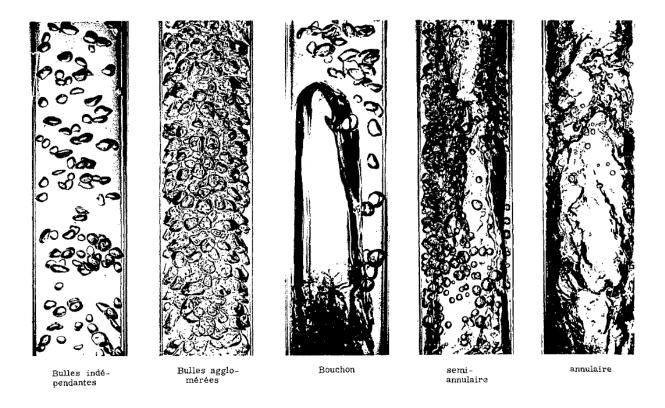


Figure I.1- Configurations d'écoulement en conduite verticale (Roumy, 1969).

I.2.3. Configurations d'écoulement diphasique en conduite horizontale

L'écoulement diphasique horizontal présente des configurations d'écoulement différentes de ceux rencontrées dans l'écoulement vertical, en raison des forces de gravité qui agissent perpendiculairement à la direction de l'écoulement.

L'écoulement diphasique dans un canal horizontal est plus complexe par rapport à l'écoulement diphasique vertical, car l'écoulement n'est pas souvent axisymétrique, en raison des effets de la gravité. Les types d'écoulements rencontrés dans un écoulement diphasique horizontal, illustrés sur la figure I.2, sont définis comme suit :

a- Régime à bulles dispersées (bubbly)

La phase gazeuse apparaît comme des bulles distinctes dans la phase liquide continue, les bulles ont tendance à monter au sommet du tuyau en raison des effets de flottabilité. Lorsque la vitesse du liquide est élevée, les bulles sont dispersées de manière plus uniforme, comme dans l'écoulement vertical.

b- Régime à bulles allongées (plug)

A mesure que la taille des bulles de gaz augmente, il se forme de poches (elongated bubbles) en forme de balle, qui ont tendance à rester au sommet du tuyau en raison de la force de flottabilité.

c- Régime stratifié (stratified)

Les vitesses du liquide et du gaz dans ce régime sont relativement lentes, et la qualité est relativement élevée. Le liquide s'écoule le long du fond du tube en raison de la gravité, tandis que la phase gazeuse s'écoule au sommet du tuyau. Lorsque la vitesse de gaz augmente dans les écoulements stratifiés, les forces de cisaillement en dessus de la phase liquide entraînent la formation d'ondes à l'interface liquide-gaz. Les vagues montent sur les côtés du tuyau, et la couche de liquide au fond du canal commence à s'étirer, appelé régime ondulé (wavy).

d- Régime avec vagues (slug)

L'amplitude des vagues formées augmente au fur et à mesure que le débit du liquide augmente. Un pont d'eau commence à se développer, séparant les structures ainsi formées (Slug) les unes des autres. Le haut du canal est toujours mouillé par un film de liquide relativement mince.

e- Régime annulaire (annular)

Semblable au schéma d'écoulement dans un écoulement vertical à deux phases, la couche liquide s'écoule à proximité de la paroi interne du tuyau et le gaz s'écoule dans le noyau central. Néanmoins la couche de liquide à la base est plus épaisse que celle sur le dessus du canal en raison de l'effet de la gravité.

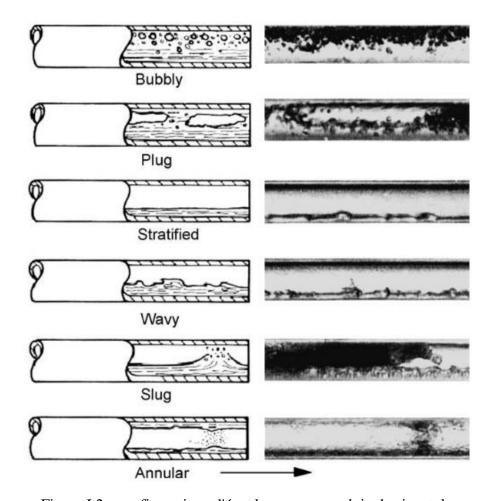


Figure I.2 - configurations d'écoulement en conduite horizontale.

I.3. Cartographie d'écoulement diphasique

La prédiction d'un régime d'écoulement est l'un des soucis majeurs lors de la conception de dispositifs dans lesquels un écoulement diphasique se produit étant donné la complexité de ce dernier.

Les plages d'occurrence de régimes d'écoulement diphasiques particuliers sont généralement présentées sous forme de diagrammes, appelés cartes de régimes d'écoulement, divisées en zones de transition, auxquelles les paramètres phasiques sont attribués respectivement aux axes de coordonnées.

Les frontières entre les différents régimes d'écoulements sont les critères qui identifient les points de transition d'un régime à un autre et sont souvent intéressant dans les applications pratiques

Dans la littérature, les cartes d'écoulement sont différentes selon les auteurs, il n'existe aucun consensus sur le système de coordonnées qui les définissent, de plus les frontières entre les différents régimes n'ont jamais été bien définies et les zones de transition sont

relativement étendues par conséquent il n'y a pas de cartes universelles du régime d'écoulement qui pourraient être correctes pour le large.

Dans le présent document, on a tenté à regrouper les cartes existantes les plus utilisées des régimes d'écoulement à deux phases, et qui ont été élaborées, pour les canaux verticaux, par :

- Hewitt et Roberts(1969),
- Bilicki (1987),
- *Taitel et al (1980).*

Alors que ceux des canaux horizontaux ont été analysés par :

- Baker (1954),
- *Mandhane* (1974),
- Taitel et dukler (1976).

I.3.1. Les cartes d'écoulements en conduite horizontale

• La carte de *Baker* (1954)

Baker (1954) a été l'un des premiers à utiliser certains groupes pertinents de variables d'écoulement comme coordonnées de description du régime d'écoulement. La carte du régime d'écoulement de Baker a été basée sur des observations sur l'écoulement simultané de produits pétroliers gazeux et condensés dans des tuyaux horizontaux et a été construite avec deux groupes de paramètres, G_l , $/G_g$, $\frac{G_g}{\lambda}$ respectivement en abscisse et en ordonnée sur la figure I.3, ces paramètres étant définis respectivement en fonction du débit massique de liquide et de vapeur

Les paramètres adimensionnels sont :

$$\lambda = \left(\frac{\rho_g}{\rho g_0} \frac{\rho_l}{\rho l_0}\right)^{0.5} \tag{I-1}$$

$$\phi = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right) \left(\frac{\mu_l}{\mu_{g_0}} \left(\frac{\rho_{l_0}}{\rho_l}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} \tag{I-2}$$

Où, ρ_{g0} et ρ_{l0} sont la densité du gaz, la densité du liquide respectivement et σ_0 la tension superficielle de l'eau, à une pression atmosphérique et à la température ambiante. Il s'agit des valeurs de référence auxquelles la plupart des données disponibles ont été recueillies, et les

facteurs de correction, λ et ϕ , ont été utilisés pour corréler les données sur les points d'inondation dans les colonnes de distillation.

Bien que les coordonnées cartographiques de *Baker* comprennent ces variables apparemment pertinentes pour l'échelle d'une variété de conditions différentes, des études ultérieures ont montré que cette carte ne permettait pas de prédire adéquatement les régimes d'écoulement horizontal dans toutes les situations.

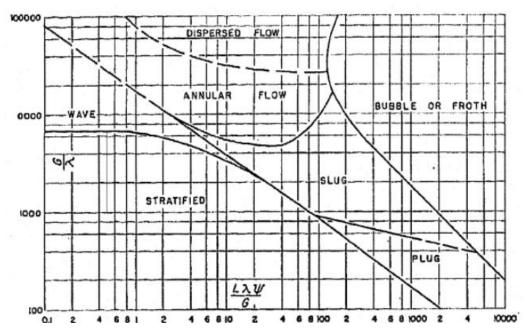


Figure I.3 - Carte originale de *Baker* pour l'écoulement horizontal (1954).

• La carte de *Taitel et Dukler (1976)*

La carte de *Taitel et Dukler* (1976) est la plus utilisée pour l'écoulement horizontal à deux phases. Cette carte est basée sur une méthode semi-théorique, et elle est plus difficile à utiliser que les autres cartes de d'écoulement. L'abscisse de la carte de *Taitel et Dukler* (1976) est le paramètre *Lockhart-Martinelli* (1949). Sur l'axe vertical les paramètres sont K sur la gauche et T ou F sur la droite. Ils sont définis comme suit:

$$X = \left(\frac{4\frac{c_L}{D}(\frac{u_G s^D}{v_L})^{-n\frac{\rho_L(u_L s)^2}{2}}}{4\frac{c_G}{D}(\frac{u_G s^D}{v_G})^{-m\frac{\rho_G(u_G s)^2}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\frac{dp}{dx_L s}}{\frac{dp}{dx_G s}}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(I-3)

$$F = \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G}} \frac{u_{G^S}}{\sqrt{Dg cos \alpha}}$$
 (I-4)

$$K = F\left(\frac{Du_L s}{v_L}\right)^{1/2} = F(Re_L s)^{1/2}$$
 (I-5)

Les auteurs utilisent des coordonnées différentes pour chaque frontière de transition :

Stratifié en annulaire : X, F

- Stratifié à intermittent : X, F

Bulle intermittente à dispersée : X, T

Stratifié lisse à stratifié ondulé : X, K

En principe, la carte a été développée en utilisant des méthodes théoriques, donc elle ne devrait pas avoir des restrictions expérimentales. Néanmoins, certaines hypothèses théoriques ont été prises qui pourraient affecter la concordance entre certaines expériences et la carte de

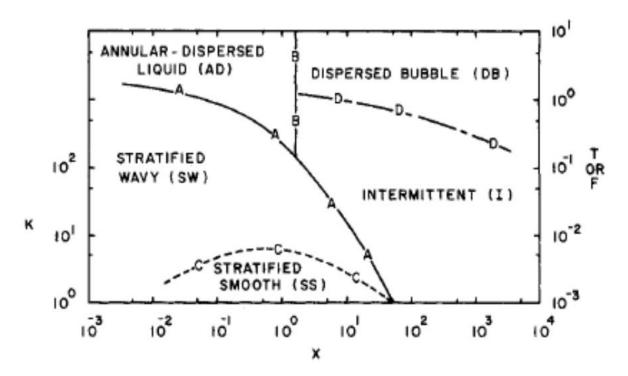


Figure I. 4- Carte de Taitel et Dukler pour les tubes horizontaux (1976).

Taitel et Dukler (1976).

• La carte de *Mandhane et al.* (1974)

La carte de *Mandhane* est basée sur une banque de données de près de 6000 observations, 1178 de ces observations ont fait l'objet d'une localisation des limites de transition indiquées sur la figure I.6 pour le système air – eau.

Mandhane décide en termes d'axes de coordonnées à baser le diagramme sur un tracé loglog utilisant les vitesses superficielles du liquide et du gaz, respectivement V_{sl} et V_{sg} .

De surcroît, on a examiné la relation entre les limites de la carte proposée dans cette étude et celles des cartes de *Baker*, *Hoogendoorn* et *Govier-Omer* révisées qui ont été superposées sur la carte ci-dessous.

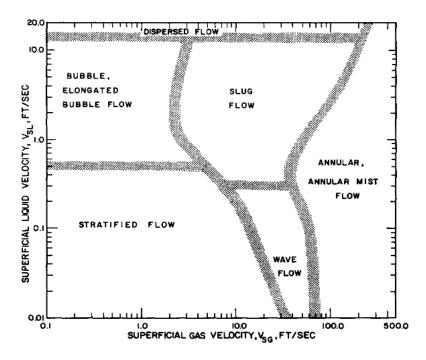


Figure I. 5- Carte de Mandhane et al. (1974).

I.3.2. Les cartes d'écoulements en conduite verticale

• La carte de *Taitel et al (1980)*

La carte semi-théorique de *Taitel et al (1980)* a été établie en utilisant les mécanismes physiques pour décrire les transitions entre les régimes d'écoulement.

Taitel modélise la transition d'un écoulement à bulles en considérant la stabilité d'un écoulement à bulles non dispersées dans lequel l'écoulement n'est pas suffisamment turbulent pour supprimer la formation de bouchons de gaz et provoquer la rupture des bulles en bulles sphériques plus petites. Les équations suivantes ont été dérivées :

Pour la transition d'un écoulement non dispersé à bulles à un écoulement en bouchons (en supposant que non dispersé le débit de bulles devient instable à $\alpha=0,25$) :

$$U_{Ls} = 3.0 \ U_{Gs} - 1.15 \left[\frac{g\sigma(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{0.25}$$
 (I--6)

Où, U_{Ls} et U_{Gs} sont les vitesses superficielles du liquide et du gaz respectivement. Pour la transition d'un flux de bulles non dispersé à un flux de bulles dispersé :

$$U_{Ls} + U_{Gs} = 4.0 \left[\frac{D^{0.429} \sigma^{0.089} g^{0.446}}{\mu_L^{0.072} \rho_L^{0.017}} \right]$$
 (I-7)

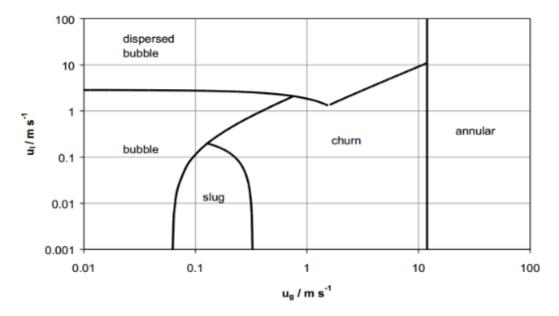


Figure I.6- Carte de Taitel et al. (1980).

• La carte de *Bilicki et Kestin (1987)*

La carte de Bilicki s'appuie sur la représentation classique en termes de vitesses superficielles U_{Ls} et U_{Gs} .

Bilicki et Kestin réalisent une étude expérimentale pour mettre en évidence le fait que le champ chevauche le champ d'écoulement Slug, le schéma dans la région de transition dépendant du mode d'injection d'air.

La présente étude fait la tentative d'interpréter les données expérimentales de manière analytique en choisissant deux modèles très simples et leur structure s'inspire en grande partie de l'observation directe.

L'analyse conduit à un accord satisfaisant (selon les normes actuelles de ce sujet) avec les observations. Bien que le contenu expérimental sous-jacent à cette étude soit basé sur le système eau-air, on s'attend à ce que les mêmes limites existent en présence d'une transition de phase. Cependant, les résultats ne sont certainement pas applicables, sauf dans le cas de l'écoulement vertical ascendant décrit dans l'enquête de *Bilicki*.

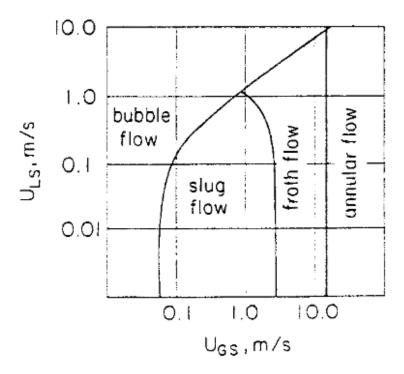


Figure I. 7- Carte de transition pour l'écoulement ascendant eau – air (Bilicki, 1987).

I.4. Les paramètres d'écoulement diphasique

I.4.1. Les fractions des fluides

Tout écoulement diphasique est caractérisé par la présence de deux phases liquide et gazeuse. Pour quantifié ces deux phases dans un système diphasique on introduit les deux paramètres suivants :

 Taux de vide α : pour quantifier la fraction du gaz dans une section transversale ; donné

$$\alpha = \frac{A_g}{A} \tag{I--8}$$

• Liquide holdup αl : c'est la fraction occupé par le liquide dans le système ; donné par :

$$\alpha_l = \frac{A_l}{A} \tag{I --9}$$

$$\alpha_l + \alpha = 1 \tag{I-10}$$

I.4.2. La vitesse de phase

La détermination de la vitesse de chaque phase nécessite la connaissance de la surface occupée par chaque phase dans la conduite, elle représente la vitesse moyenne à travers la section occupée par chaque phase dans le système (A_l ou A_g), c'est-à-dire :

$$u_l = \frac{Q_l}{A_l} \tag{I--11}$$

$$u_g = \frac{Q_g}{A_g} \tag{I--12}$$

 u_l et u_g représentent respectivement la vitesse de la phase liquide et gazeuse, Q_l et Q_g le débit du liquide et du gaz.

I.4.3. La vitesse superficielle

La variation des surfaces occupées par les phases dans le système d'une manière continue, rend la notion de vitesses de phase complexe et difficile à estimer, c'est pourquoi on introduit la notion de la vitesse superficielle de chaque phase qui exige seulement la connaissance de débit de chaque phase ainsi que le diamètre de la conduite.

Elle représente le rapport du débit volumique de cette phase par la section totale traversée par les deux phases en question, c'est-à-dire :

$$J_l = \frac{Q_l}{A} = u_l(1 - \alpha) \tag{I - -13}$$

$$J_g = \frac{Q_g}{A} = u_g. \,\alpha \tag{I - -14}$$

 J_1 et J_g sont respectivement les vitesses superficielles de gaz et liquide, α le taux de vide.

Le flux volumique (vitesse superficielle) total du mélange diphasique, peut être exprimé comme suit :

$$J_m = J_l + J_g \tag{I--15}$$

I.4.4. Le rapport de glissement

Il est défini comme étant le rapport de vitesse de phase du gaz à celle du liquide, c'est-àdire :

$$S = \frac{u_g}{u_l} \tag{I--16}$$

I.4.5. La fraction volumique

C'est une quantité pratique pour l'expérience étant donné que les débits volumiques peuvent être facilement calculés ou mesurés. Elle est définie comme étant le débit volumique du gaz divisée par le débit volumique total :

$$\beta = \frac{J_g}{J + J_l} = \frac{Q_g}{Q_g + Q_l} \tag{I--17}$$

I.4.6. La qualité

C'est un paramètre qui identifie la sécheresse ou l'humidité du système diphasique. Elle est définie comme étant la teneur en vapeur gaz de l'écoulement diphasique.

$$x = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} \tag{I--18}$$

Avec, $\dot{m} = \dot{m}_L + \dot{m}_g$

I.4.7. Le flux massique

Appelé aussi la vitesse massique, les flux massiques pour chaque phase sont définis par :

$$G_l = \frac{\dot{m}_l}{A} = \frac{(1-x)\dot{m}}{A}$$
 (I--19)

$$G_g = \frac{\dot{m}_g}{A} = \frac{x.\,\dot{m}}{A} \tag{I - -20}$$

Le flux massique total par unité de surface dans l'écoulement diphasique est donné par :

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \tag{I - -21}$$

I.5. Synthèse des travaux antérieurs

1.5.1. Travaux antérieurs relatifs à la présence d'un rétrécissement brusque

Le rétrécissement brusque, correspond à une situation très courante dans la pratique. Les écoulements dans de telles singularités ont donné lieu, à une abondante littérature portant aussi bien sur le plan théorique qu'expérimental Al'Ferov et Shul'Zhenko (1977), *Attou et Bolle (1995), Ferguson et Spedding (1995)*. Ces travaux restent insuffisants à ce jour lorsque l'on sait l'importance que peut présenter un rétrécissement brusque. Dans le tableau suivant, les différents résultats concernant l'écoulement diphasique gaz-liquide en conduite horizontale en présence d'un rétrécissement sont envisagés par l'ordre chronologique.

Tableau I.1- Récapitulation des travaux sur les retrécissements brusques.

Travaux	Conditions	Conclusions
Geige (1964)	Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire Fluide de travail : Eau de vapeur à 194-241 °C Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 9 H 70 - 25 H 53 12 H 88 - 25 H 53 16 H 10 - 25 H 53 Qualité : Max : 0,265 Min : 0,001 Flux massique (kg/m² s) : Max : 6538 Min : 705 Taux de contraction : 0,398 ; 0,253 ; 0,144	Ses données ont été comparées au modèle homogène, à l'équation de quantité de mouvement et à l'équation d'énergie mécanique pour toutes les contractions. Le modèle homogène a donné les meilleures prédictions des données.
McGee (1966)	Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire Fluide de travail : Eau de vapeur à 141-195 °C Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 8,64-11,68 ; 11,68-14,99 Qualité : Max : 0,323 Min : 0,004 Flux massique (kg/m² s) : Max : 1973 Min : 542 Taux de contraction : 0,398 0,253 0,144	Les prédictions par modèle homogène par rapport aux données d'essai sont été assez acceptables. Les prédictions par les équations de quantité de mouvement et d'énergie mécanique étaient beaucoup plus faibles que les données d'essai.
L'étude de Chisholm (1983)	Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire Fluides de travail : Air-eau à 25 °C Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 0,84-1,60 Qualité : Max : 0,0168 Min : 0,0019 Flux massique (kg/m² s) : Max : 4679 Min : 2092 Taux de contraction : 0,2756	Basé sur l'équilibre de transfert de quantité de mouvement et de masse. Basée aussi sur les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Un coefficient B constant a été introduit pour l'écoulement à travers un intervalle discret dans l'évaluation du changement de pression dans la contraction.
Collier et Thom (1994)	Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire	Le modèle unidimensionnel slip flow ainsi qu'une

Fluide de travail : Air-eau à 25 °C

Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 17,2-72,2 Qualité : Max : 0,0168 Min :

0,0019

Flux massique (kg/m² s): Max: 4679

Min: 2092

Taux de contraction: 0.2756

corrélation de taux de glissement de type Armand pourraient bien prédire les données

Schmidt et Friedel (1997)

Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire

Fluides de travail : Air-eau à 25 $^{\circ}$ C, 5 bars Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 0.84-1.6

0,04-1,0

Qualité : Max : 0,9 Min : 0,005

Flux massique (kg/m² s): Max: 4 000

Min: 500

Taux de contraction: 0,0568

La comparaison des résultats obtenus par Schmidt et Friedel (1997) avec entre autres ceux de *McGee* (1966), Geiger (1964) et *Chisholm* (1983) montrent que ceux de Schmidt et Friedel (1997) sont plus fiables contrairement à ceux des autres auteurs obtenus à partir du modèle homogène où frottement pariétal est négligé et qui ne tient pas compte du régime d'écoulement.

Abdelall et al. (2005)

Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire

Fluides de travail : Air-eau à 25 °C Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 0,5 Qualité : Max : $1.9*10^{-4}$ Min $1.6*10^{-3}$ Flux massique (kg/m² s) : Max : 2700-

Min: 6200

Taux de contraction: 0,26

canal La chute de pression à travers un rétrécissement brusque a été trouvée significativement plus 50,5 faible que les prédictions du modèle homogène. En tenant compte du glissement des vitesses contrairement au modèle homogène

Chen et al (2008-2009)

Enquête expérimentale : rectangle bas canal circulaire

FluideS de travail : Air-eau à 25 $^{\circ}$ C Diamètre hydraulique, D_h (mm) : 0,84-

1,60

Qualité : Max : 0,001 Min 0,8

Flux massique (kg/m² s) : Max : 100-Min : 700, Taux de contraction : 0,46 La corrélation proposée par Chen et al. (2009) semble en bon accord avec les résultats expérimentaux précédemment cités

Belgacem,	Enquête expérimentale : canal Le modèle numérique proposé
(2017)	horizontal mini-circulaire permet de prédire avec un bon
	Fluides de travail : Air-eau à 25 °C niveau d'approximation
	Diamètre hydraulique, D _h (mm) : 0,84- l'évolution de pression d'un
	1,60 écoulement gaz/liquide en
	Qualité: Max: 0,001 Min 0,8
	riux massique (kg/m²s). Max. 100-
	Min: 700
	Taux de contraction: 0,46

I.5.2. Travaux antérieurs relatifs à la présence d'un élargissement brusque

Etant donné que l'expansion abrupte à écoulement unique a été largement étudiée théoriquement et expérimentalement (*Abbott et Kline, 1962*; *Durst et coll, 1974*; *Cherdron et coll, 1978*; *Aloui et Souhar 1994*), il n'en est pas de même pour les écoulements multiphasiques ; au cours des années précédentes, quelques études ont été rapportées. *Romie (1958), Richardson (1958), Lottes (1961), Mendler (1963)* et *McGee (1966)* ont été parmi les premiers à étudier l'écoulement diphasique à travers des élargissements brusques.

Dans le tableau suivant, les différents résultats concernant l'écoulement diphasique gazliquide en conduite horizontale en présence d'un élargissement sont envisagés par l'ordre chronologique.

Tableau I.2- Récapitulation des travaux sur les élargissements brusques.

Travaux	Conditions	Conclusions
Richardson	Enquête expérimentale : chenal mini-	La variation de la pression
(1958)	circulaire horizontal	dépend fortement du rapport des
	Fluides de travail : air - eau	sections en amont et en aval de
	Fraction vide: 0,0 - 0,6	l'élargissement.
	Qualité x : 0,0005 - 0,0517	
	Débit massique : 0,67-10,10	
	Taux d'expansion brusque 0,125-0,5	
	Schéma d'écoulement : non spécifié	
Petrick and	Enquête expérimentale : canal mini-	La fraction de vide varie en
Swanson (1959)	circulaire horizontal.	fonction du déphasage lors de
	Fluides de travail : air - eau	l'élargissement brusque.
	Fraction vide: 0,0-0,6	De plus, l'écoulement ne devient
	Qualité x : 0,0005 -0,0517	permanent qu'à une distance

Débit massique : 0,67-10,10

Taux d'expansion brusque 0,125 -

0,666

Schéma d'écoulement : non spécifié

relativement éloignée en aval de

la singularité

Mendler (1963)

Enquête expérimentale : chenal mini-

circulaire horizontal

fluide de travail : eau courante

Qualité x > 0.2

Débit massique : 0,67 - 8,10

Taux d'expansion brusque 0,145-

0,264 - 0,493

Schéma d'écoulement : non spécifié

Trois corrélations ont été proposées en utilisant le moins pour tester la base de données. Les corrélations

ont été obtenues empiriquement partir données des expérimentales. Les corrélations n'ont été recommandées qu'à

x < 0.15, $\sigma < 0.5$ et pression du

courant < 41,2 bar

Schmidt and Friedel (1996) Enquête expérimentale : canal mini- Le modèle de perte de charge

circulaire horizontal.

Liquide de travail : air-eau

Débit massique : 0,5-160,0

Qualité x : 0-1

Taux d'expansion brusque 0,057-

0,619

Schéma d'écoulement : écoulement

annulaire

proposé incorporait toutes les conditions limites pertinentes

Aloui et al. (1999)

circulaire horizontal.

Liquide de travail : air-eau

Débit massique : 0,5-160,0

Qualité x : 0-1

Taux d'expansion brusque 0,057-

0.619

Schéma d'écoulement : écoulement brusque

annulaire de noyau

Enquête expérimentale : canal mini Les résultats expérimentaux de visualisation montrent que le flux de bulles est asymétrique pour une fraction de vide supérieure à environ 10 %. Les résultats de la fraction de vide locale en aval de la détente font ressortir deux dans régions lesquelles la fraction de vide subit des variations différentes. La fraction de vide moyenne est faible à

l'entrée de la détente

Abdellal et al (2005)

Enquête expérimentale : canal microcirculaire horizontal

Fluide de travail : air-eau

Qualité du flux : 1.6.10⁻² - 1.9.10⁻³

410 < Re < 870

Taux d'expansion brusque : 0,525

Les changements de pression causés par l'expansion étaient significativement plus faibles que les prédictions du modèle d'écoulement homogène et indiquaient un glissement de vitesse significatif au voisinage du changement de surface d'écoulement.

Ahmed et al (2007)

Enquête expérimentale : canal horizontal mini-circulaire

Liquide de travail : air-huile Qualité de masse : 0,003-0,670

 $0.01 \le J_1 \le 4.30 \text{ m/s}$

 $0.1 \le J_g \le 44.7 \text{ m/s}$

Schéma d'écoulement : écoulement masse, la différence de pression

intermittent/annulaire

canal L'écoulement dans la région en développement et la longueur de développement dépendent du schéma d'écoulement en amont et du rapport de surface.

A une très faible qualité de masse, la différence de pression entre l'écoulement amont et la face aval de la détente était très faible.

Chalfi et Ghiassian (2008)

Enquête expérimentale : canal micro- Le modèle unidimensionnel slip circulaire horizontal flow ainsi qu'une corrélation de

Même boucle d'essai d'Abdelall et al.

(2005)

Liquide de travail : air-eau Qualité du flux 0,018 - 0,2

410 < Re < 1020

Le modèle unidimensionnel slip flow ainsi qu'une corrélation de taux de glissement de type Armand pourraient bien prédire les données

Kaushik et al (2012)

Étude numérique : canal minicirculaire horizontale

Liquide de travail : huile et eau

Même géométrie que celle
mentionnée par *Balakhrisna et al*.

(2010)

Schéma d'écoulement : écoulement

mini- Une correspondance satisfaisante a été obtenue entre les données simulées utilisant la technique celle VOF et les résultats et al. expérimentaux de Balakhrisna et al. (2010)

		1		
annu	laire	de	nov	7211
amma	ıanı	uc	110	y au

Belgacem et Mekhlouf (2020)

Étude numérique : canal minicirculaire horizontal
Liquide de travail : air-eau
Même géométrie que celle mentionnée par *Chalfi et Ghiaasiaan* (2008).

mini- Une concordance satisfaisante a été obtenue entre les données simulées par FEniCS et, à la fois, celle les résultats expérimentaux de asiaan Chalfi et Ghiassian (2008) et le modèle théorique de type Armand.

I.6. Conclusion

Les écoulements diphasiques se produisent dans une large gamme applications, notamment : les systèmes nucléaires comme l'ébullition et la condensation dans les réacteurs nucléaires, les processus chimiques et les industries pétrolières comme le traitement du pétrole, transport de pétrole et de gaz dans les pipelines.

L'écoulement diphasique est classé en fonction de la distribution des phases, l'identification des régimes d'écoulements rencontrés est donc un aspect important avant d'effectuer toute enquête sur l'écoulement. Ces schémas d'écoulements sont régis par les conditions aux limites imposées, la géométrie du système ainsi que les propriétés des fluides dont il s'agit.

Au vu de la complexité de la prédiction des régimes d'écoulement, un bon nombre de chercheur comme *Baker (1954), Mandhane et al. (1974), Taitel et Dukler (1976)* ont développé des cartes afin d'identifier une configuration donnée pour des conditions d'écoulement données appelées carte de régime d'écoulement.

D'après les synthèses présentées dans la partie I.5 du présent chapitre et vu l'importance que revêt la connaissance de la structure de l'écoulement dans les rétrécissements/élargissements brusques, il apparaît certain que d'autres études sont nécessaires pour aboutir à des modèles englobant notamment d'autres régimes d'écoulement.

La présente étude se propose donc d'étudier numériquement le comportement d'un écoulement diphasique gaz-liquide dans une micro conduite horizontale en présence de singularités (rétrécissement/élargissement) pour participer aux efforts dans ce domaine.

Chapitre II

Application de la mécanique des fluides numérique aux écoulements diphasiques

II.1. Introduction

Les ressources de calcul ont évolué d'une manière exponentielle dans le temps. La simulation numérique en mécanique des fluides (CFD : Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Actuellement, la simulation numérique promet des résultats rapides et peu couteux pour guider le procédé de la conception et de design. Le choix de l'utilisation de telles méthodes numériques va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : La nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et si le problème est stationnaire ou instationnaire.

En outre des équations de physique fondamentale, l'élaboration d'un modèle numérique qui aboutit à la simulation de l'écoulement fait appel à un ou plusieurs modèles pour représenter la turbulence, cette dernière est un mécanisme élémentaire de la dynamique des écoulements diphasiques étant donné qu'elle assure la dissipation d'énergie qui se produit dans ces écoulements. Un modèle numérique de ces écoulements doit donc modéliser la turbulence.

Dans ce chapitre, nous présentons les principales définitions et modèles nécessaires pour l'application de la CFD aux écoulements gaz-liquide.

II.2. La modélisation des écoulements diphasiques

Les écoulements diphasiques sont un sujet qui suscite l'attention des chercheurs, étant donné leur présence dans de nombreux secteurs, et leur comportement difficile à déterminer, d'où l'intérêt porté à la mécanique des fluides pour les travaux sur ces écoulements.

II.2.1. Formulation mathématique

Les écoulements diphasiques obéissent à toutes les lois fondamentales de la mécanique des fluides. Les équations de Navier-Stokes sont valables dans chaque région. Cependant, la présence d'une interface gaz-liquide déformable conduit à un nombre illimité de configurations d'interface différentes. Par conséquent, les équations sont plus compliquées ou plus nombreuses que celles des écoulements monophasés.

Il y a deux façons principales d'approcher la modélisation des écoulements diphasiques : le modèle séparé et le modèle homogène.

• Le modèle séparé

Le modèle d'écoulement séparé tient compte des différentes vitesses et propriétés des phases. Pour cette approche, des équations distinctes de continuité, de quantité de mouvement

et d'énergie sont écrites pour chaque phase et résolues simultanément. Cependant, ces équations ne sont pas une description complète d'un écoulement polyphasique. Pour des raisons de fermeture, elles doivent être complétées par des relations constitutives appropriées, qui décrivent comment les phases interagissent entre elles.

o Equation de continuité

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k u_k) = \Gamma_k \tag{II-1}$$

o Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k u_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k u_k u_k) = \alpha_k \nabla P_k + \nabla \cdot [\alpha_f (\tau_{Tk} + \tau_k)] + \alpha_k \rho_k g + M_k$$
 (II – 2)

$$\tau_{Tk} = -\overline{\rho_{Ik}u'_ku'_k} \tag{II-3}$$

$$u'_k = u_{Ik} - u_k \tag{II-4}$$

avec:

 α_k : Fraction du volume de la phase k;

 Γ_k : Taux de génération de masse par la phase k à l'interface, $\Gamma_k = 0$ lors de la conservation de la masse à l'interface ;

M_k: Source moyenne du moment interfacial pour la phase k;

 τ_k : Tenseur de contrainte visqueuse moyenne ;

 τ_{Tk} : Tenseur de contrainte turbulente ;

u'_k: Composante fluctuante de la vitesse.

• Le modèle homogène

Le modèle homogène considère le mélange diphasique comme un fluide unique aux pseudo-propriétés. Ces propriétés sont pondérées par la fraction volumétrique de chaque phase. Les propriétés moyennes normalement requises sont la vitesse, la température, la densité et la viscosité. Ces modèles ne prennent pas en compte les échanges de quantité de mouvement, de chaleur et de masse entre les phases. On suppose que ces processus se déroulent assez rapidement pour atteindre l'équilibre. C'est le cas lorsqu'une phase est finement dispersée dans l'autre. Dans de nombreux autres cas, l'utilisation d'une théorie homogène est évidemment inappropriée.

Le modèle de mélange dérive des équations de continuité et de quantité de mouvement écrites pour chaque phase dans un système multi-phase. Dans cette approche les équations générales sont représentées en termes de densité et de vitesse du mélange.

o Equation de continuité du mélange

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m u_m) = 0 \tag{II-5}$$

ρ_m : La masse volumique de mélange

$$\rho_{\rm m} = \sum_{k=1}^{\rm n} \alpha_k \rho_k \tag{II-6}$$

La vitesse est définie grâce à l'expression suivante

$$u_{m} = \frac{1}{\rho_{m}} \sum_{k=1}^{n} \alpha_{k} \rho_{k} u_{k} = \sum_{k=1}^{n} c_{k} u_{k}$$
 (II – 7)

La fraction massique de la phase k est définie comme suit :

$$c_{k} = \frac{\alpha_{k} \rho_{k}}{\rho_{m}} \tag{II-8}$$

Si la densité de chaque phase est une constante et que le transfert de masse entre phases est exclu, l'équation de continuité pour le mélange est la suivante :

$$\nabla \cdot \sum_{k=1}^{n} \alpha_k u_k = \nabla \cdot \sum_{k=1}^{n} J = \nabla \cdot J_m = 0$$
 (II – 9)

Où, J_k et J_m représentent flux volumétrique de la phase k et de la mixture, respectivement. Le flux volumétrique représente la vitesse du centre de volume.

o Equation de quantité de mouvement de la mixture

$$\frac{\partial(\rho_m u_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m u_m u_m) = \nabla P_m + \nabla \cdot [(\tau_{Tm} + \tau_m + \tau_{Dm})] + \rho_m g + M_m$$
 (II – 10)

Les trois tenseurs de contrainte qui représentent respectivement les contraintes visqueuses, turbulentes et de diffusion moyennes dues au glissement de phase sont donnés par :

$$\tau_{Tm} = -\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \overline{\rho_{Ik} u'_k u'_k}$$
 (II – 11)

$$\tau_{m} = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{k} \tau_{k} \tag{II-12}$$

$$\tau_{Dm} = -\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \rho_k u_{Mk} u_{Mk}$$
 (II – 13)

Où, u_{Mk} est la vitesse de diffusion, c'est-à-dire la vitesse de phase par rapport au centre de la masse de mélange.

$$u_{Mk} = u_k - u_m \tag{II-14}$$

La pression du mélange est définie par la relation :

$$\nabla P_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \nabla P_k \tag{II-15}$$

En pratique, on considère souvent que les pressions de phase sont égales, c'est-à-dire, $P_k = P_m$. Cette hypothèse est considérée comme valable sauf dans le cas de bulles en expansion (*Drew*, 1983).

Le terme M_m représentant les forces à l'interface, est défini comme la somme des forces dues à la tension de surface. M_m dépend de la géométrie de l'interface.

$$M_{\rm m} = \sum_{\rm k=1}^{\rm n} M_{\rm k} \tag{II-16}$$

II.2.2. Méthode de modélisation d'écoulement diphasique

On distingue deux principales classes de méthodes de traitement d'interface : les méthodes lagrangiennes et les méthodes eulériennes (volume tracking). Le choix d'une méthode efficace et robuste pour prendre en compte l'interface dépend du problème physique que l'on souhaite étudier, car chaque méthode possède ses forces et faiblesses. La différence entre ces deux classes de méthodes réside dans la représentation de l'interface : explicite ou implicite. Dans les méthodes lagrangiennes l'interface est traquée explicitement. En effet, dans ces méthodes, le maillage s'adapte au cours du temps de façon à se confondre avec l'interface. Tandis que les méthodes eulériennes utilisent un maillage fixe, avec une interface qui n'est pas suivie explicitement mais reconstruite à partir d'une fonction indicatrice de phase ou fonction de couleur.

Dans les méthodes lagrangienne la phase dispersée est traitée d'un point de vue lagrangien dans lequel les particules sont suivies. Aucune modélisation n'est nécessaire pour définir l'interface ou ses effets sur l'écoulement. Cependant, ces méthodes ont besoin d'un remaillage à chaque pas de temps. Il faut noter que dans le cas de fortes distorsions de l'interface, le maillage peut être fortement altéré et non uniformément distribué, ce qui peut dégrader la précision des méthodes de résolution. Le principal inconvénient de ces méthodes réside dans leur difficulté à prendre en compte les changements topologiques et notamment les ruptures ou coalescence.

Les méthodes eulériennes que l'on appelle également fixed grid methods, front capturing methods ou encore volume tracking methods, nécessitent une modélisation ou des équations supplémentaires pour obtenir des informations sur la localisation des phases et des discontinuités. En effet à la différence des méthodes lagrangiennes, l'interface n'est pas traquée explicitement dans les méthodes eulériennes. Pour repérer les différentes phases et imposer les phénomènes interfaciaux, une fonction indicatrice de phase ou fonction de couleur est introduite. Cette fonction indicatrice de phase est définie sur l'ensemble du domaine de calcul et permet de localiser les différentes phases. A chaque pas de temps, l'interface peut être localisée et reconstruite à partir de cette fonction indicatrice de phase. Cette fonction permet de faire apparaître les conditions aux limites dans les équations régissant l'évolution de l'écoulement, mais ces conditions aux limites sont altérées. En effet dans ces méthodes l'interface est diffuse et d'épaisseur non nulle. Par conséquent les informations sur l'interface sont lissées, amenant un étalement et la dispersion des informations. Les méthodes eulériennes présentent l'avantage de ne pas avoir besoin de procédures de remaillage. De plus, ces méthodes prennent en compte automatiquement les changements de topologie que ce soit la coalescence ou la fragmentation. Cependant à cause du lissage de l'interface, les phénomènes physiques liés à l'interface ne sont pas décrits précisément, l'interface n'étant pas explicitement représentée.

II.2.2.1. Volume de fluide VOF (Volume Of Fluid)

Introduite par *Hirt et al.* (1981) dans le code nommé SOLVA-VOF, la méthode VOF (Volume Of Fluid) est une technique numérique qu'on utilise afin de suivre et déterminer la position de la surface libre ou de l'interface fluide-fluide dans un maillage.

L'idée principale de la méthode VOF est d'utiliser une fonction indicatrice appelée fonction de couleur représentant la fraction volumique d'un des fluides dans chaque volume de contrôle. Cette fonction varie donc entre 0 et 1 pour le fluide considéré. Si elle vaut 0, le volume de contrôle ne contiendra pas le fluide considéré. Si elle vaut 1 alors le volume ne contiendra que ce fluide. Si la valeur est entre ces deux bornes, le volume de contrôle contiendra donc un mélange des deux fluides et par suite la présence de l'interface.

Dans la méthode VOF les équations de transport (d'Euler ou de Navier-Stokes) sont résolues pour les propriétés du mélange ce qui signifie que toutes les variables de champ sont supposées être partagées entre les phases et cela en utilisant un schéma de différences finies ou de volumes finis. Les équations résolues dans la méthode VOF sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_m u\right) = 0 \tag{II} - 17)$$

$$\frac{\partial \rho_m u}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_m u u\right) = -\nabla P + \nabla \tau + \rho_m g + S \tag{II-18}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha u) = 0 \tag{II-19}$$

Avec, $\rho_m = \sum \rho_k \, \alpha_k$. L'indice m fait référence aux propriétés du mélange.

II.3. La modélisation de la turbulence

Un écoulement turbulent se caractérise par une apparence chaotique imprévisible et l'existence de nombreuses échelles spatiales et temporelles. La turbulence apparaît lorsque la source d'énergie cinétique qui met le fluide en mouvement est relativement intense devant les forces de viscosité du fluide. A l'inverse, on appelle laminaire le caractère d'un écoulement régulier où les forces de viscosité dominent. Afin de caractériser le régime d'écoulement d'un fluide (laminaire, transitoire ou turbulent), Reynolds a introduit en 1883 le nombre de Reynolds, qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Pour illustrer la notion d'écoulement turbulent, la turbulence se présente comme la division des grands tourbillons en tourbillons plus petits permettant un transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles. Ce transfert d'énergie s'effectue jusqu'à atteindre des tourbillons de tailles tellement petites que l'effet de dissipation moléculaire domine. Du fait de sa nature chaotique et des différentes échelles qu'elle met en jeu, la turbulence est un phénomène physique particulièrement sensible pour la simulation numérique en mécanique des fluides (CFD : Computational Fluid Dynamics). C'est pourquoi il existe une grande variété d'approches pour la prendre en compte.

II.3.1. Les équations gouvernantes

II.3.1.1. Les équations de Navier-Stokes

L'écoulement d'un fluide incompressible visqueux à propriétés constantes est régi par les équations de Navier—Stokes (la convention de sommation d'Einstein s'applique aux indices répétés) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{II - 20}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}$$
 (II – 21)

Avec u est la vitesse du fluide, P est la pression, ν est la viscosité cinématique du fluide. Les forces du corps n'apparaissent pas explicitement.

II.3.1.2. Les équations moyennées de Reynolds

Selon le concept de décomposition de Reynolds, les variables dépendantes des systèmes II.20 et II.21 sont décomposées en parties moyennes et fluctuantes :

$$u_i = \overline{u}_i + u'_i$$
; $P_i = \overline{P}_i + P'_i$ (II – 22)

En remplaçant l'équation II.22 dans les équations II.20 et II.21, en prenant une moyenne d'ensemble, on obtient le système d'équations différentielles partielles :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{II-23}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \overline{u}_{j} \frac{\partial (\overline{u}_{i})}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_{i}} + \nu \frac{\partial^{2} \overline{u}_{i}}{\partial x_{j} \partial x_{j}} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{j}}$$
(II – 24)

 $\tau_{ij} = \overline{u_i'u_j'}$ est le terme de contrainte de Reynolds qui intègre les effets des mouvements turbulents sur les contraintes moyennes. Le tenseur de contrainte de Reynolds est symétrique :

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} u'u' & u'v' & u'w' \\ v'u' & v'v' & v'w' \\ w'u' & w'v' & w'w' \end{bmatrix}$$
(II – 25)

II.3.2. Les modèles de turbulence

II.3.2.1. Modèle à une équation

Les modèles de fermeture à une équation de transport permettent d'ôter le problème d'une viscosité turbulente nulle au milieu d'une couche de mélange. On présente dans la suite deux exemples de ces modèles à 1 équation.

• Le modèle de Prandtl-Kolmogorov (1940)

Prandtl et Kolmogorov proposent en 1940 une relation dans laquelle la viscosité turbulente est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente et la longueur du mélange:

$$v_{t} = C_{\mu} \sqrt{k} l_{m} \tag{II - 26}$$

avec C_{μ} : est une constante déterminée expérimentalement.

• Le modèle de Spalart-Allmaras (1992,1994)

Un des modèles de turbulence à 1 équation de transport est le modèle proposé par *Spalart et Allmaras* (1992, 1994). Ce modèle a été adapté à des configurations de couches de mélange 2D et de couches limites sur des plaques planes. Le modèle de turbulence proposé par Spalart et Allmaras est un modèle dit bas Reynolds, c'est à dire construit de telle sorte qu'il puisse être utilisé dans les régions de paroi. Ce modèle est performant pour des applications aéronautiques car les écoulements attachés et décollés sont très bien représentés.

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} = C_{b1} [1 - f_{t2}] \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma} \{ \nabla \cdot \left[(v + \tilde{v}) \nabla \tilde{v} \right] + C_{b2} (\nabla \tilde{v})^2 \} - \left[C_{\omega 1} f_{\omega} - \frac{C_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 + f_{t1} \Delta U^2$$
(II - 27)

Spalart et Allmaras (1992, 1994) ont recours à \tilde{v} qui correspond à v_t loin des parois.

$$v_t = \tilde{v} f_{v_1} \tag{II - 28}$$

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2} f_{\nu 2} \tag{II - 29}$$

Où, S est une mesure scalaire du tenseur de déformation. Lors du développement de la formule, S est supposé dépendant uniquement de l'ampleur du tourbillon et s'exprimait de la manière suivante :

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$
 (II - 30)

Avec, Ω_{ij} est le tenseur de vitesse moyenne de rotation et est défini par :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{II-31}$$

$$f_{\nu_2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{\nu_1}}; f_{\nu_1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu_1}^3}; \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

$$f_{\omega} = g \left[\frac{1 + C_{\omega_3}^6}{g^6 + C_{\omega_3}^6} \right]^{1/6}; g = r + C_{\omega_2}(r^6 - r); r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{s}k^2 d^2}$$

$$f_{t1} = C_{t1} g_t \exp\left(-C_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} \left[d^2 + g_t^2 d_t^2 \right] \right)$$

$$f_{t2} = C_{t3} \exp\left(-C_{t4} \chi^2\right)$$

Tableau II.1- Constantes du modèle de turbulence de Spalart-Allmaras.

σ	C_{b1}	C_{b2}	C_{t1}	C_{t2}	C_{t3}	C_{t4}	K	${\cal C}_{\omega 1}$	$C_{\omega 2}$	$C_{\omega 3}$	C_{ν}
2/3	0,136	0,622	1,00	2,00	1,10	2,00	0,419	$\frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}$	0,300	2,00	7,10

II.3.2.2. Modèle à deux équations

Les modèles à deux équations sont les plus répondus dans les codes RANS. Dans ces équations, la variable d désigne la plus petite distance à la paroi. Dans le sillage d'un profil d est la distance au bord de fuite.

• Le modèle k- ε Standard (Launder et Spalding, 1972)

Ce modèle a été présenté au début des années 1970 par W.P. Jones et B.E. Launder, puis les constantes ont été déterminées par *B.E. Launder et D. Spalding (1972)*. Un des avantages de cette méthode est la prise en compte de la variabilité spatiale de l'agitation turbulente, et sa simplicité de mise en œuvre. Il s'avère être un des modèles les plus répandus dans les applications pratiques à l'usage de l'ingénieur. Ce modèle n'est utilisable que dans les écoulements fortement turbulents, ce qui n'est plus avéré dans des régions proches des parois.

Le modèle k- ϵ est d'autre part basé sur une dépendance locale et surtout linéaire des tensions turbulentes vis à vis du champ moyen. De ce fait, le modèle a tendance à surestimer les contraintes turbulentes et la viscosité turbulente dans les zones de fort cisaillement (couche limite, couche de mélange). D'autre part, cette linéarité fait que ce modèle n'a quasiment aucune chance de bien reproduire des écoulements complexes, en particulier tridimensionnels.

Dans ce modèle la viscosité turbulente s'écrit :

$$\mu_{t} = \rho_{G} C \mu \frac{k^{2}}{\varepsilon} \tag{II - 32}$$

avec $C\mu = 0.09$.

Les équations du modèle $k-\varepsilon$ standard sont:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G} k) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho_{G} k U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu_{G} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + G_{k} + G_{b} - \rho_{G} \varepsilon \qquad (\text{II} - 33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho_{G} \varepsilon U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\alpha_{\varepsilon} \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_{k} + C_{3\varepsilon} G_{b}) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^{2}}{\rho_{G} k} - \frac{C_{\mu} \rho_{G} \eta^{3} (1 - \eta/\eta_{0})}{1 + \beta \eta^{3}} \frac{\varepsilon^{2}}{k}$$

$$(\text{II} - 34)$$

Avec, G_k : la génération de l'énergie cinétique turbulente due à la vitesse moyenne du gaz et G_b la génération de l'énergie cinétique turbulente due à la flottabilité.

Les constantes empiriques du modèle k- ε standard sont indiquées dans le tableau (II.2).

• Modèle k- ε Renormalization Group (RNG) (Yakhot et Orszag, 1986)

Le modèle de turbulence RNG k- ε est obtenue à partir de l'équation instantanée de Navier-Stokes en utilisant une technique mathématique appelée "groupe de renormalisation" (RNG). Il s'agit donc d'un modèle standard amélioré. Ce modèle a pour intérêt majeur d'aboutir à des résultats plus réalistes dans des régions de fort gradient en ne produisant pas de diffusivité excessive qui faisait défaut au modèle k- ε standard.

Dans ce modèle la viscosité turbulente μ_t est donnée par la relation suivante:

$$d\left(\frac{\rho_G^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu_G}}\right) = 1.72 \frac{\mu_{\text{eff}}/\mu_G}{\sqrt{\mu_t^2 - 1 + 100}} a \mu_i$$
 (II – 35)

avec $\mu_t = \mu_{eff} / \mu_G$. μ_{eff} : est la viscosité effective.

Les équations de ce modèle s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G} k) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho_{G} k U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\alpha_{k} \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + G_{k} + G_{b} - \rho_{G} \varepsilon \qquad (\text{II} - 36)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho_{G} \varepsilon U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\alpha_{\varepsilon} \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_{k} + C_{3\varepsilon} G_{b}) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^{2}}{\rho_{G} k} - \frac{C_{\mu} \rho_{G} \eta^{3} (1 - \eta/\eta_{0})}{1 + \beta \eta^{3}} \frac{\varepsilon^{2}}{k}$$
(II - 37)

Avec, $\eta = \frac{s_m k}{\varepsilon}$. S_m : est le module de tenseur de contrainte, $\eta_0 = 4.38$; $\beta = 0.012$.

Les constantes empiriques de ce modèle sont données dans le tableau (II.2).

 $\mu_{\it eff}$: est calculée à partir de la relation suivant :

$$\left| \frac{\alpha - 1{,}3929}{\alpha_0 - 1{,}3929} \right|^{0{,}6321} \left| \frac{\alpha - 1{,}3929}{\alpha_0 - 1{,}3929} \right|^{0{,}6321} = \frac{\mu_G}{\mu_{off}}$$
 (II – 38)

Avec, $\alpha_0 = 1.0$

• Modèle k- ε Realizable (Shih et al, 1995)

La viscosité turbulente est donnée par la relation suivante :

$$\mu_t = \rho_G C \mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{II - 39}$$

La différence entre ce modèle et k- ε standard et k- ε RNG est que le terme ne soit pas constant dans ce modèle, il est calculé comme suit:

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \tag{II - 40}$$

Avec,
$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \overline{\Omega}_{ij}\overline{\Omega}_{ij}}$$

$$\bar{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k$$

 Ω_{ij} est le module de tenseur de rotation et \mathcal{O}_k est la vitesse angulaire.

$$A_{0} = 4,04; A_{S} = \sqrt{6} \phi; \phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\sqrt{6}W\right); W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\overline{S}}; \overline{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}};$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_{Gj}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial U_{Gi}}{\partial x_{j}}\right)$$

Les équations de transports du modèle k- ε réalisable sont :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_G k U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_G + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho_G \varepsilon$$
 (II - 41)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_{G} \varepsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho_{G} \varepsilon U_{Gi} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu_{G} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + \rho_{G} C_{1} S_{\varepsilon} - C_{2} \rho_{G} \frac{\varepsilon^{2}}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_{b} \quad (\text{II - 42}) \right]$$

Avec,
$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S_m \frac{k}{\varepsilon}$$
.

Les constantes de ce modèle sont mentionnées dans le tableau (II.2).

• Le modèle K-ω

Ce modèle a été proposé par Wilcox en 1988 et repose sur l'utilisation d'une échelle caractéristique des gros tourbillons, $\omega = \epsilon$ /k, et sur la même linéarité entre la viscosité turbulente et le cisaillement du champ moyen. L'intérêt principal de ce modèle est qu'il est intégrable jusqu'`a la paroi. Il donne de meilleurs résultats que le modèle k- ϵ pour des écoulements caractérisés par des gradients de pression adverses en estimant mieux la position des décollements. D'autre part, l'équation de transport est indépendante de celle de k ce qui

rend ce modèle intéressant numériquement. Par contre, ce modèle est très sensible au niveau de turbulence de l'écoulement externe à la couche limite, ce niveau étant fixé généralement de façon arbitraire par l'utilisateur. Tel quel, ce modèle ne peut pas être utilisé pour des écoulements externes. L'efficacité de ce modèle pour résoudre l'écoulement dans la région proche de la paroi a soulevé l'idée d'un m'mélange de deux modèles de turbulence, le modèle k-ω pour résoudre la région affectée par les effets visqueux, et le modèle k-ε pour résoudre l'écoulement dans des régions éloignées des parois. On parle alors de modèles hybrides, tel que le modèle SST k-ω.

• Modèle k- ω Standard (Wilcox, 1998)

La viscosité turbulente et les équations de ce modèle s'écrivent respectivement comme suit:

$$\mu_{t} = \alpha^{*} \frac{\rho_{G} k}{\omega} \tag{II - 43}$$

 α^* : est un paramètre utilisé pour spécifier la viscosité turbulente due à la correction d'un bas nombre de Reynolds.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_G k U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_G + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k$$
 (II - 44)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_G \omega U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu_G + \frac{\mu_i}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + G_\omega - Y_\omega$$
 (II - 45)

Avec, Y_{ω} est la dissipation de la fréquence de la turbulence, G_{ω} la génération de l'énergie cinétique turbulente due à la fréquence de la turbulence.

Les constantes du modèle $k-\omega$ standard sont données dans le tableau (II.2).

• Modèle k-ω SST (Shear-Stress Transport) (Menter, 1994)

Le modèle Shear Stress Transport k-ω, proposé par Menter en 1994 est un modèle hybride, c'est à dire utilisant des modèles de turbulence différents pour la région proche paroi et dans le reste de l'écoulement. La transition d'un modèle vers l'autre se fait progressivement à partir d'un "mélange". L'approche k-ω est utilisée pour prédire l'écoulement dans la région affectée par la viscosité, et possède l'avantage de ne pas nécessiter de fonction d'amortissement, alors que l'approche k- ε est utilisée pour l'autre partie de l'écoulement. Une fonction permet d'assurer la transition d'un modèle à l'autre. Les équations de transport du modèle SST k-ω sont similaires aux équations utilisées par le modèle k-ω standard.

La viscosité turbulente et les équations de transport appliquées dans le modèle k- ω SST sont comme suit :

$$\mu_{t} = \frac{\rho_{G}k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^{*}} \frac{\sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} F_{2}}{a_{1}\omega} \right]}$$
(II - 46)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_G k U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_G + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k$$
 (II - 47)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_G \omega U_{Gi}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_G + \frac{\mu_i}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega$$
 (II - 48)

Avec, $\sigma_{k,1}=$ 1,176 , $\sigma_{k,2}=$ 1,000 , $~\sigma_{\omega,1}=$ 2,000, $~\sigma_{\omega,2}=$ 1,168 , sachant que :

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1 \sigma_{k,1} + (1 - F_1) \sigma_{k,2}}, \ \sigma_{\omega} = \frac{1}{F_1 \sigma_{\omega,1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega,2}}$$

F₁ et F₂ sont des coefficients du mélange.

Tableau II.2- Constantes des modèles de turbulence.

Modèle de turbulence	$C_{1arepsilon}$	$C_{2arepsilon}$	C_1	C_2	C_{μ}	$\sigma_{\scriptscriptstyle k}$	$\sigma_arepsilon$	$\sigma_{_{\!\varnothing}}$
k- ε Standard	1,440	1,920	/	/	0,090	1,000	1,300	/
k- ε RNG	1,420	1,680	/	/	/	/	/	/
k- ε Réalisable	1,440	/	/	1,900	/	1,000	1,200	/
k- ω Standard	/	/	0,555	0,830	0,090	2,000	/	2,000

• Le modèle RSM

Les équations de transport des contraintes de Reynolds dans FLUENT sont écrites :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial X_{k}} \left(\rho u_{k} \overline{u_{l}} \overline{u_{j}} \right)}_{C_{ij} = Convection} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial X_{k}} \left[\rho \overline{u_{l}} \overline{u_{l}} \overline{u_{k}} + \overline{p} \left(\delta_{kj} u_{l} + \delta_{lk} u_{j} \right) \right]}_{D_{T,ij} = Diffusion \ turbulente} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_{k}} \left[\mu \frac{\partial}{\partial X_{k}} \left(\overline{u_{l}} \overline{u_{j}} \right) \right]}_{D_{l,ij} = Diffusion \ moléculaire}$$

$$\underbrace{-\rho \left[\overline{u_{l}} \overline{u_{k}} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{k}} + \overline{u_{l}} \overline{u_{k}} \frac{\partial u_{i}}{\partial X_{k}} \right]}_{\Phi_{ij} = Pression - taux \ de \ déformation} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_{k}} \left[\mu \frac{\partial}{\partial X_{k}} \left(\overline{u_{l}} \overline{u_{j}} \right) \right]}_{\epsilon_{ij} = Dissipation} \quad (II - 49)$$

Habituellement le terme de diffusion turbulente est remplacé par un terme modélisé du type gradient (*Daly et Harlow*, 1970) :

$$D_{T,ij} = C_s \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\rho k \frac{\overline{u_k u_l}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u_l u_l}}{\partial x_i} \right)$$
 (II - 50)

Pour des raisons d'instabilités numériques rencontrées avec ce modèle, ce terme a été simplifié dans FLUENT utilisant une diffusivité turbulente scalaire. Selon *Lien et Leschziner* (1994), un terme diffusif isotrope est susceptible de donner de bons résultats même pour des cas, en réalité, anisotropes.

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} \right)$$
où $\sigma_k = 0.82$ (II - 51)

D'après Gibson et Launder (1978) et Launder (1989), le terme Φ_{ij} peut être modélisé sous la forme de trois contributions distinctes :

$$\emptyset_{ij} = \emptyset_{ij,1} + \emptyset_{ij,2} + \emptyset_{ij,w}$$
 (II - 52)

Le premier terme favorise le retour à l'isotropie. Il est dit terme lent. Il est modélisé comme suit :

$$\emptyset_{ij,1} = -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)$$
 (II - 53)

Le deuxième terme de la corrélation pression taux de déformation peut avoir un effet plus fort que celui du premier dans le cas d'une distorsion rapide.

$$\emptyset_{ij,2} = -C_2 \left[\left(P_{ij} - C_{ij} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P - C) \right]$$
 (II - 54)

Le troisième terme représente l'effet de la paroi sur la turbulence. Il amortit la fluctuation perpendiculaire à la paroi :

$$\begin{split} \phi_{ij,w} &= C_{1}^{\prime} \frac{\epsilon}{k} \Big(\overline{u_{k} u_{m}} n_{k} n_{m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_{l} u_{k}} n_{j} n_{k} - \frac{3}{2} \overline{u_{j} u_{k}} n_{i} n_{k} \Big) \frac{k^{3/2}}{C_{1} \epsilon d_{p}} + C_{2}^{\prime} \left(\phi_{km,2} n_{k} n_{m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_{j} n_{k} - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_{i} n_{k} \right) \frac{k^{3/2}}{C_{1} \epsilon d_{p}} \end{split}$$
(II - 55)

Où, d_p est la distance par rapport à la paroi.

Tableau II.3- Valeur des constantes du modèle RSM.

C_1	C_2	P	C	$C_1^{"}$	$C_2^{"}$	C_{μ}	k
1,80	0,600	1,680	0,718	0,500	0,300	0,090	0,419

II.4. Méthode numérique de résolution des équations

Les équations différentielles décrivant les variations des caractéristiques de l'écoulement telles que les vitesses Ui l'énergie cinétique de turbulence k et son taux de dissipation ε, peuvent être écrites sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho U \phi) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\Gamma_{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x_{j}} \right] + S_{\phi}$$
 (II - 56)

Φ : représente une variable dépendante générale qui peut être la vitesse U, l'énergie cinétique de turbulence k, et son taux de dissipation ε.

 Γ_{ϕ} : est le coefficient de diffusion de la propriété $\phi.$

 S_{ϕ} : est le terme de source.

Les termes de l'équation généralisée sont regroupés dans le tableau (II.4) pour les différentes équations différentielles. A travers cette écriture générale des équations il est possible de construire une procédure numérique générale qui s'applique pour les différentes équations en considérant les conditions aux limites spécifiques à chaque équation.

Tableau II.4- Termes des équations généralisées.

de Terme source S_{ϕ} Equation Variable ϕ Coefficient diffusion Quantité de $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_e \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i}$ U_{i} $\mu_o = \mu + \mu_t$ Mouvement 1 0 0 Continuité

II.4.1. Discrétisation des équations différentielles

Les modèles mathématiques des sciences et des techniques se présentent très souvent sous la forme de systèmes d'équations différentielles, liant des fonctions inconnues à leurs dérivées partielles, avec des conditions initiales et des conditions limites qui complètent le modèle. Afin d'obtenir des informations pertinentes sur le phénomène physique modélisé, il est important de trouver la fonction satisfaisant l'équation différentielle et les conditions aux limites. La solution consiste à calculer une fonction approchée au moyen de méthodes numériques dont l'idée de base de rechercher que la valeur des fonctions inconnues en un grand nombre de points : il s'agit de la discrétisation. Au lieu de résoudre un problème différentiel ou problème continu, on résout un grand système algébrique qu'on appelle le problème discret.

Pour passer d'un problème exact continu régit par une équation différentielle au problème approché discret, il existe trois grandes familles de méthodes :

- Méthode des différences finies
- Méthodes des volumes finis
- Méthodes des éléments finis

• Méthode des différences finies

La méthode des différences finies, présente une technique de résolution des équations aux dérivées partielles, par l'approximation de dérivées par des différences finies. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en un nombre déterminé de nœuds et à représenter la fonction recherchée en chacun des nœuds du domaine par un développement limité en série de Taylor. Ainsi, l'équation différentielle est transformée en équation algébrique pour chaque nœud. La résolution du système d'équations algébriques permet d'obtenir la distribution de la fonction étudiée dans le domaine d'étude. La méthode de différence finie ne permet pas la prise en compte des conditions de passage d'un milieu physique à un autre et des non-linéarités, cela nécessite un traitement spécifique. D'autre part, elle s'adapte mal aux objets de la géométrie complexe à cause de la rigidité du maillage.

$$\frac{\mathrm{df}(x_0)}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{f}(x_0 + \Delta x) - \mathrm{f}(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \tag{II - 57}$$

$$\frac{d^2f(x_0)}{dx^2} = \frac{f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) - 2f(x_0)}{\Delta x^2}$$
 (II - 58)

• Méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à transformer les équations différentielles sous des formes intégrales basées sur le concept de minimisation d'une quantité, conduisant à la solution exacte. Il s'agit donc de trouver une fonction globale représentant le modèle mathématique dans le domaine étudié. Le principe fondamental de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (Eléments Finis) et représenter la fonction inconnue sur chacun de ces éléments par une approximation polynomiale, construire les formes intégrales et minimiser l'intégrale, établir une organisation matricielle des calculs et résoudre le système algébrique.

La méthode des éléments finis présente l'avantage de pouvoir traiter les géométries complexes mais demande une mise en œuvre complexe, ainsi qu'un large temps de calcule et un certain espace de mémoire.

• Méthode des volumes finis

Dans cette méthode le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de sorte que chaque volume entoure un nœud principal P. Chaque nœud principal P et limité par des nœuds voisins : (E, W) dans le cas monodimensionnel, (E,W,S,N) dans le cas bidimensionnel, et (E,W,S,N,T,B) dans le cas tridimensionnel. L'équation différentielle est intégrée dans chaque volume élémentaire finis. Le calcul de l'intégrale dans ce volume élémentaire se fait en représentant l'inconnue à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, de puissance etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. Le résultat de discrétisation donne une équation algébrique qui est constituée par les valeurs nodales. La méthode des volumes finis permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque.

II.4.2. Méthode de Résolution

Après la discrétisation de toutes les équations de conservation, on aboutit à des équations algébriques de la forme :

$$a_{Pi,j}\Phi_{i,j} = a_{Ni,j}\Phi_{i,j+1} + a_{Si,j}\Phi_{i,j-1} + a_{Ei,j}\Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j}\Phi_{i-1,j} + b_{i,j}$$
 (II - 59)

Afin résoudre ce système d'équations, on fait appel à des méthodes itératives. Pour améliorer la vitesse de convergence on utilise une combinaison entre une méthode directe (TDMA: Tri-Diagonal Matrix Algorithm) et une méthode itérative (Gauss-Seidel). Cette combinaison est appelée méthode ligne par ligne. Elle consiste à utiliser une méthode directe (Algorithme de Thomas) dans une direction et une méthode itérative (Gauss-Seidel) dans l'autre direction. Donc l'équation (II-61) va s'écrire comme suit:

$$a_{\text{Pi},j}\Phi_{i,j} = a_{\text{Ni},j}\Phi_{i,j+1} + a_{\text{Si},j}\Phi_{i,j-1} + a_{\text{Ei},j}\Phi^*_{i+1,j} + a_{\text{Wi},j}\Phi^*_{i-1,j} + b_{i,j} \tag{II - 60} \label{eq:pi_si}$$

Où l'indice (*) indique la valeur de la variable Φ à l'itération précédente.

L'équation (II-60) s'écrit aussi sous forme suivante :

$$A_{i,j}\Phi_{i,j} = B_{i,j}\Phi_{i,j+1} + C_{i,j}\Phi_{i,j-1} + D_{i,j}$$
 (II - 61)

Avec:

$$A_{i,j} = a_{i,j} \tag{II-62}$$

$$B_{i,i} = a_{Ni,i} \tag{II - 63}$$

$$C_{i,j} = a_{Si,j} \tag{II - 64}$$

$$D_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi^*_{i+l,j} + a_{Wi,j} \Phi^*_{i-l,j} + b_{i,j}$$
 (II-65)

On considère deux coefficients $P_{i,j}$ et $\mathcal{Q}_{i,j}$ tels que :

$$\Phi_{i,j} = P_{i,j} \Phi_{i,j+1} + Q_{i,j}$$
 (II - 66)

D'où:

$$\Phi_{i,j-1} = P_{i,j-1}\Phi_{i,j} + Q_{i,j-1}$$
 (II - 67)

En substituant l'équation algébrique discrétisée pour chaque nœud dans l'équation (II - 66), on obtient :

$$\Phi_{i,j} = \left(\frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}}\right) \Phi_{i,j+1} + \left(\frac{C_{i,j}\Phi_{i,j-1} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}}\right)$$
(II-68)

D'où:

$$P_{i,j} = \frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}} \quad \text{Et} \quad Q_{i,j} = \frac{C_{i,j}\Phi_{i,j-1} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}}$$

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les principales définitions et modèles nécessaires pour l'application de la mécanique des fluides numérique aux écoulements diphasique gazliquide.

Un modèle de modélisation de type Eulérien est retenu et le formalisme permettant de développer le système d'équations qui le régissent est exposé. Nous avons également présenté le modèle multiphasique utilisé dans nos simulations et aussi les modèles de turbulence sélectionnés pour notre procédure numérique. Dans le chapitre suivant, on présentera le domaine ainsi que les principales étapes de simulation numérique.

Chapitre III Etude numérique d'un écoulement diphasique en présence de changements de section

III.1. Introduction

Depuis quelques années, l'accroissement de la puissance des ordinateurs et le développement des méthodes numériques ont permis de conduire des calculs tridimensionnels de l'écoulement dans plusieurs configurations, tout en tenant compte de l'effet de la viscosité et de la turbulence. Ce progrès a fait de la modélisation numérique de l'écoulement ou CFD (Computational Fluid Dynamic) un outil de plus en plus important pour le développement et l'optimisation du dimensionnement de différents procédés industriels. Parmi le large éventail des codes de calcul des écoulements connus on peut citer : FLUENT, CFX, PHOENICS, STAR-CD, OLGA, COMSOL...

Ce chapitre illustre la géométrie et conditions opératoires définis ainsi que la procédure numérique adaptée pour simuler le comportement de l'écoulement diphasique gaz —liquide dans une conduite horizontale en présence d'une singularité de type rétrécissement ou élargissement avec injection séparée d'eau et d'air.

III.2. Présentation du logiciel FLUENT

Fluent est un programme informatique conçu pour simuler l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur dans des géométries complexes. Il est un logiciel de modélisation très fort développe et commercialise une solution complète qui simule tous les écoulements impliquant des phénomènes physiques complexes. Il offre une grande flexibilité pour le maillage et les résultats, il peut être adapté à tout type de maillage 2D (triangle ou Quadrilatères), 3D (tétraèdres, Hexaèdres, pyramides). Il peut affiner la grille en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenus.

Fluent est utilisé dans une variété de domaine comme la mécanique, l'aéronautique, l'industrie automobile et l'hydraulique... ce logiciel permet la modélisation :

- Des écoulements dans des géométries 2D ou 3D en utilisant des maillages non structurés.
- Ecoulements incompressibles ou compressibles.
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents.
- Ecoulements Newtoniens ou non Newtoniens.
- Transfert de chaleur par convection naturelle, forcée ou par rayonnement.
- Transfert de chaleur couplée conduction / convection.
- Multiples repères de référence en mouvement, incluant des interfaces glissantes et des plans de mélange.

 Mélange et réaction d'espèces chimiques, incluant des modèles de combustion et des réactions de surface.

Ce code est basé sur la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexe, l'avantage de cette méthode est qu'elle peut satisfaire la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie dans toutes les grandeurs de contrôle et toutes les zones de calcul

Comme tout logiciel de CFD, le FLUENT 19.2 est composé de trois éléments : le préprocesseur, le solveur et le post processeur.

a. Le préprocesseur

Le problème à résoudre est déterminé par le préprocesseur. Il nous permet de représenter la géométrie du système, de définir le type de conditions aux limites du domaine, de déterminer le type de matériau (liquide ou solide). Il donne également la possibilité de discrétisation de domaine en proposant plusieurs algorithmes de maillage en fonction de sa géométrie.

b. Le solveur

Il permet de définir numériquement les conditions de fonctionnement (gravité, pression) pour la simulation et la spécification des conditions aux limites. Enfin, il nous permet de choisir un processus itératif en proposant plusieurs schémas numériques pour la discrétisation de l'espace et du temps et le couplage de la vitesse et de la pression. Il fournit également une interface qui vous permet de vérifier la progression du calcul à tout moment.

c. Le post processeur

Il permet de visualiser la géométrie du domaine en affichant les résultats obtenus, il est ainsi possible de visualiser les champs (pression, vitesse, température) en tant que contour, ainsi que toutes les grandeurs calculées.

Les procédures de calcul de code Fluent sont présentées dans la figure ci-dessous :

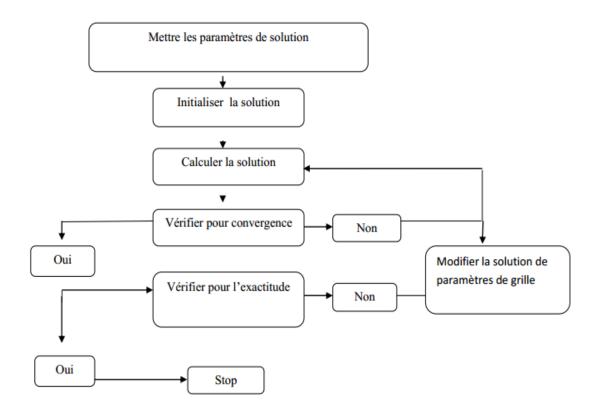


Figure III.1- Algorithme de calcul Fluent.

III.3. Cas d'application de l'étude

La définition des simulations numériques est stipulée par la procédure expérimentale. Elle doit être la plus compatible possible avec les conditions d'expérimentation pour permettre la confrontation et la validation des résultats. Ceci concerne particulièrement les conditions aux limites étudiés et le domaine géométrique sélectionné.

III.3.1.Géométrie du problème

III.3.1.1. Etude sélectionnée

Nous présentons sur la figure III.2, la configuration des géométries utilisées dans notre étude numérique, ces dernières sont similaires à celles utilisée par *Chalfi et al.* (2008). Nous étudions cette configuration afin de valider notre code de calcul avec les résultats expérimentaux de *Chalfi et al.* (2008).

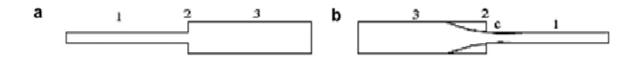


Figure III.2- Géométrie originale ; (a) élargissement brusque (b) rétrécissement brusque (*Chalfi et al, 2008*).

III.3.1.2. Caractéristiques géométriques

Les caractéristiques géométriques essentielles de la conduite sont récapitulées dans le tableau III.1, avec le rapport de contraction qui est le rapport entre la zone d'entrée et la zone de sortie de la section de contraction. Les dimensions sont exprimées en millimètres (mm).

Tableau III.1- Caractéristiques géométriques.

	diamètre supérieur	diamètre inférieur	rapport de contraction
Elargissement	1,6	0,84	1,905
Rétrécissement	1,6	0,84	0,525

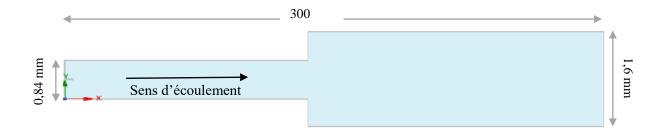


Figure III.3- Géométrie de l'élargissement brusque.

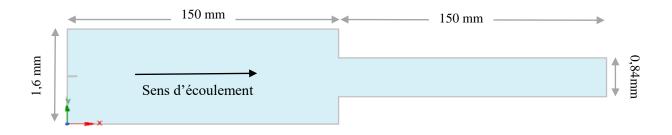


Figure III.4- Géométrie du rétrécissement brusque.

III.3.2. Conditions opératoires

III.3.2.1. Propriétés des fluides

Comme dans l'étude expérimentale de *Chalfi et al (2008*), les débits d'air et d'eau sont injectés à la section d'entrée du domaine de calcul (conduite), puis le mélange des deux phases s'écoule le long de la conduite et est finalement évacué par l'orifice de sortie à la pression atmosphérique. Les propriétés appropriées des deux fluides (air et eau) utilisés dans nos simulations sont répertoriées dans le tableau III.2.

	Masse volumique ρ (Kg/m3)	Viscosité dynamique μ (Pa.s)	Tension superficielle σ (N/m)
Eau	998,200	1,003 10 ⁻³	0,072
Air	1,225	1,800 10-7	

Tableau III.2- Propriétés physiques de l'eau et de l'air.

II.3.2.2. Conditions aux limites

Aux limites imposées dans les simulations sont les caractéristiques des propriétés d'écoulement sur les frontières numériques du domaine de calcul.

Le logiciel FLUENT reparti les types de condition aux limites de la façon suivante :

- a) Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust).
- b) Mur et conditions du pole : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodiques, plan de symétrie (symetry).
- c) Cellules des zones internes : fluide ou solide.
- d) Condition des faces internes : ventilation, radiation, mur intérieur.

Le choix des conditions aux limites représentatives de notre cas d'étude s'établit comme suit :

- Condition d'entrée : Pour les deux géométries, la vitesse des fluides est spécifiée à l'entrée de type 'velocity inlet'.
- Condition de sortie : À la sortie, est appliquée la condition d'une pression atmosphérique de type 'pressure outlet'.

Les valeurs d'entrée d'eau et d'air (*Chalfi*, 2007) sont regroupées dans les tableaux en annexes (annexe 1).

III.4. Simulation numérique

Dans cette partie, on présentera les différentes étapes relatives à la simulation numérique, les détails concernant la partie étude du maillage et le choix du modèle de turbulence seront présentés dans le chapitre IV.

III.4.1. Procédures numériques

Les schémas de discrétisation des différentes variables sont résumés dans le tableau III.3.

Tableau III.3- Schémas de discrétisation.

Variable	Schéma
Pression	PRESTO
Couplage pression-vitesse	PISO
Fraction de volume	1 ^{er} ordre (Compressive)

III.4.2. Etapes de simulation sous fluent

La procédure de résolution basée sur la méthode des volumes finis comprend les étapes indiquées et illustrées ci-dessous.

Etape 1. Démarrage de la version 2ddp de Fluent.

Après avoir validé la géométrie du problème et subdiviser le domaine en volumes de contrôle discrets à l'aide du FLUENT Meshing, On passe à la configuration.

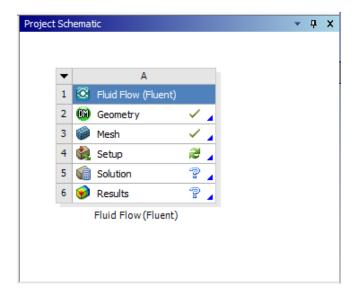


Figure III.5- Ouverture de projet dans Workbench

Etape 2. General

1/ Sélectionner **Check** (section Grid), cette étape est obligatoire car elle permet à Fluent de déterminer les paramètres géométriques nécessaires au bon déroulement du calcul.

2/ Cocher les options nécessaires : le régime de calcul est permanent (steady) vu qu'il donne les résultats désirés, la gravité est prise en compte et les autres paramètres (pressure based, absolute, plannar).

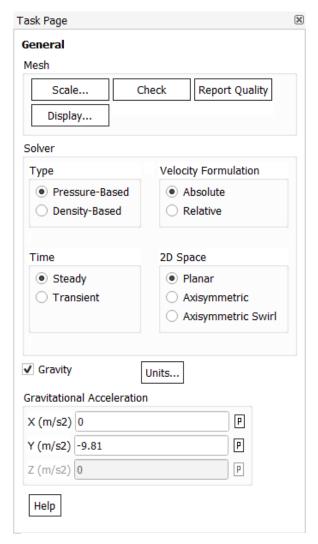


Figure III.6- Paramètres généraux.

Etape 3. Models

1/ Multiphase > modèle VOF, définir le nombre de phases eulériennes à 2 et on sélectionne les options (formulation implicit et implicit body force).

2/ Viscous > modèle de turbulence k-ε (Realizable).

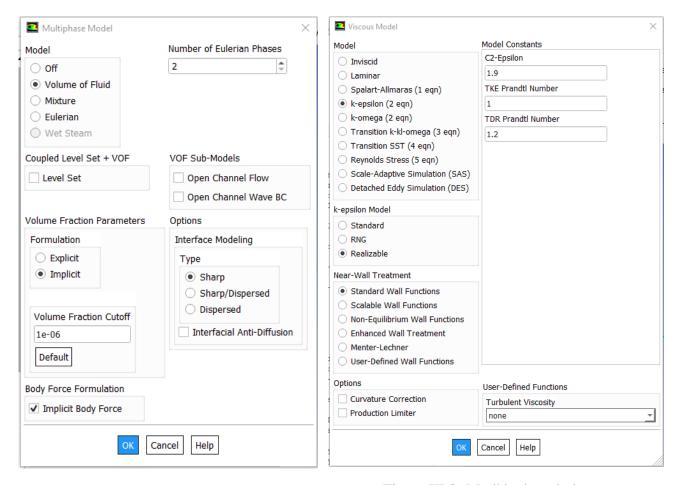


Figure III.7- Modèle multiphasique.

Figure III.8- Modèle de turbulence.

Etape 4. Materials

1/ Materials > Create/Edit > Fluent data base. Pour ajouter l'eau dans les fluides, à partir de la base de donnée FLUENT, sélectionne water-liquid puis cliquer 'copy' et 'close' et enfin, cliquer 'Change/Create' et 'Close'.

Cette opération ne fait qu'ajouter les propriétés physiques de l'eau dans la bibliothèque active de Fluent, sans pour autant l'associer au domaine de calcul.

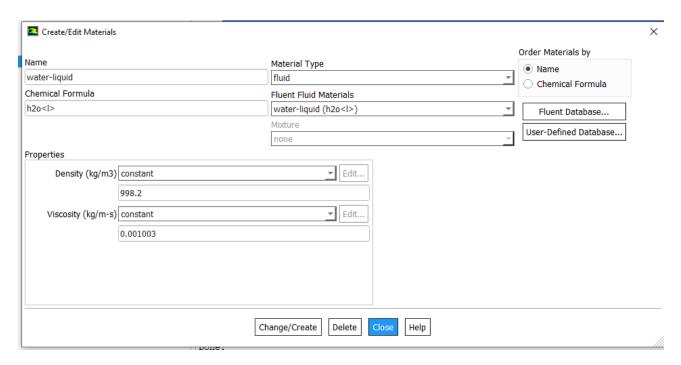


Figure III.9- Fenêtre de sélection des fluides utilisés (eau).

Etape 5. Phases

Models > Multi-phase > Phases Une fois que les deux fluides sont mis en place, on les renomme par "air" et "water" pour ensuite créer une phase d'interaction entre les deux fluides. La tension de surface entre l'eau et l'air vaut 0,072 N/m.

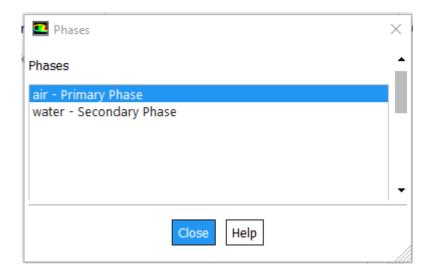


Figure III.10- Sélection de la phase primaire.

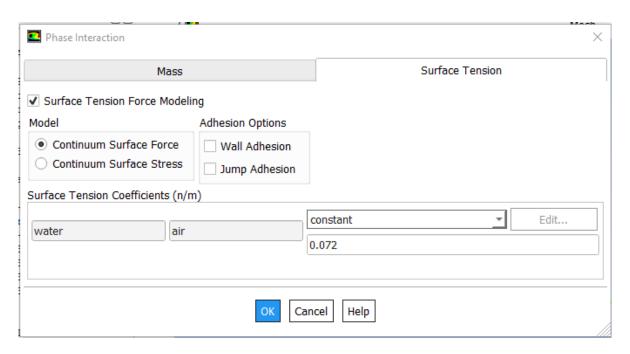


Figure III.11- L'interaction entre les phases.

Etape 6. Boundary conditions 1/ Imposer une 'velocity inlet' à l'entrée du gaz : Boundary conditions > gaz_inlet > mixture > edit et on donne la vitesse de l'air. A ce niveau la fraction volumique de l'eau est égale à 0 : gaz inlet > water > edit.

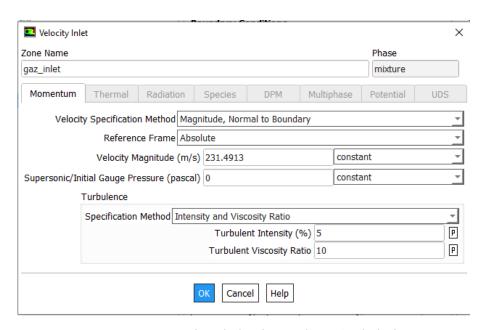


Figure III.12- Introduction de la vitesse d'entrée de l'air.

2/ On suit la même démarche pour l'eau : Boundary conditions > liquid_inlet > mixture > edit et on donne la vitesse de l'eau. A ce niveau la fraction volumique de l'eau est égale à 1 : liquid_inlet > water > edit.

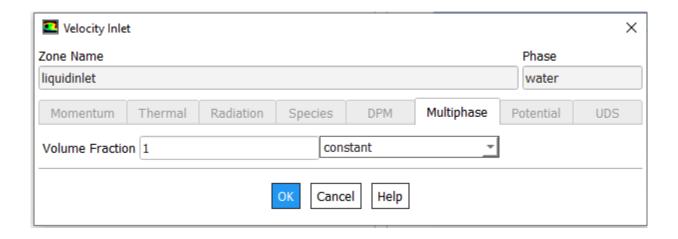


Figure III.13- Introduction de la fraction volumique de l'eau à l'injecteur.

3/ Imposer une 'Pressurre Outlet' (0 par défaut) sur la sortie.

C'est au cours de cette étape que les types de conditions aux limites sont corrigés et les valeurs imposées. Les données en pression sont relatives, 'gauge' signifiant « relatif à ».

Etape 7. Solution Methods

Solution > Methods : sélectionner l'algorithme de couplage pression-vitesse et les divers schémas de discrétisation.

Cette étape permet de spécifier la précision des schémas en espace et en temps. Il est préférable d'utiliser les schémas d'ordre supérieur pour améliorer la précision du calcul.

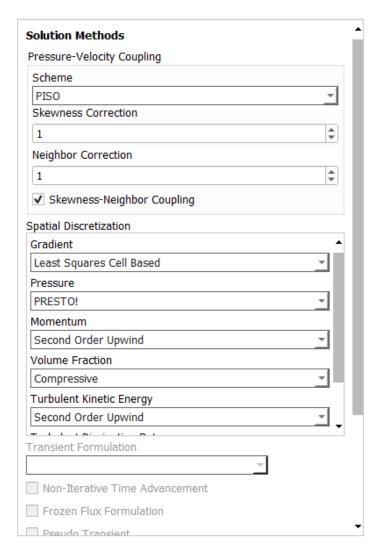


Figure III.14- Algorithme de couplage et des schémas de discrétisation.

Etape 8. Monitors

1/ Editer 'Residuals' > 'Print, plot' et mettre 'Absolute Criteria' à 10-4

Cette étape permet de spécifier le niveau de convergence des calculs, Chaque équation est associée à une valeur du résidu (relatif à l'écart entre deux solutions successives) qui sera affichée sur une courbe de convergence au cours du calcul.

Etape 9. Solution initialization

On a utilisé l'initialisation standard appliqué à 'all domains', avec 'Water Volume Fraction' fixé à 0 et 'Pressure Gauge' correspond aux conditions opératoires de pression (101325 pa) . la solution initiale ainsi procuré permet le déroulement du processus de résolution ittératif.

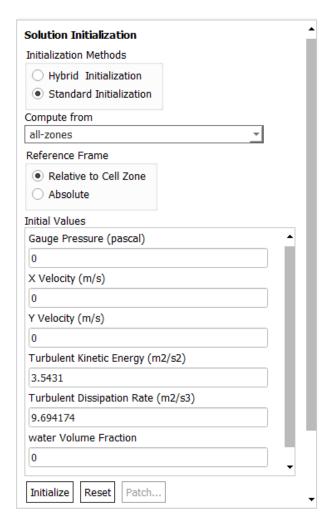


Figure III.15- L'initialisation standard.

Etape 10. Run calculation

- 1/ Spécifier le nombre d'ittérations (2000 par ex.)
- 2/ Lancer le calcul en cliquant 'Calculate'.

III.5. Conclusion

Le logiciel FLUENT est donc un code CFD qui permet la prédiction des écoulements fluides par résolution des équations de bilan en se basant sur la méthode des volumes finis. FLUENT étant bien réputé et connue pour sa précision a donc était choisi pour notre étude numérique.

Au cours de ce chapitre, le modèle physique de notre cas d'étude a été décrit et les conditions opératoires aux limites ont été définies, de plus nous avons illustré pas à pas les étapes suivies afin de procéder à la simulation de l'écoulement gaz liquide.

Les résultats issus de cette simulation numérique sont développés dans le chapitre qui suit, une partie est dédiée à la validation du maillage et le choix du modèle de turbulence et la seconde à l'analyse du comportement de l'écoulement diphasique à travers une conduite horizontale en présence de singularités (rétrécissement/élargissement).

IV.1 Introduction

Au cours des deux dernières décennies et après les récents développements technologiques dans le matériel informatique (hardware) et les logiciels (software), le coût de calcul n'est plus un obstacle à l'application systématique de la technique CFD. L'approche par simulation numérique qui constitue la pierre angulaire de cette technique, est désormais l'alternative à l'étude expérimentale classique de l'écoulement monophasique ou diphasique.

Dans ce chapitre, nous présentons nos résultats numériques (de simulation) obtenus avec le logiciel Fluent 19.2, que nous validons avec les résultats expérimentaux de *Chalfi et al.* (2008). Les résultats issus de la simulation numérique sont développés dans ce chapitre, une partie est dédiée à la validation du maillage et l'étude du modèle de turbulence la seconde à la présentation des résultats qui incluent la distribution des phases, l'évolution de pression, les pertes de charges pour les deux situations étudiées.

IV.2. Etude préliminaire

IV.2.1. Etude de convergence du maillage

Avant de présenter les résultats de simulation obtenus avec le code de calculs FLUENT, intéressons-nous tout d'abord au choix du maillage. Il est bien connu que la précision des résultats de simulation numérique peut dépendre fortement de la résolution du maillage. Ce dernier est une partie intégrante de la solution numérique et doit répondre à certains critères afin d'assurer une solution valable et, donc, précise. Dans ce travail, le domaine de calcul a été dessiné à aide du logiciel DesignModeler (un logiciel de dessin associé au programme Fluent dans ANSYS workbench).et importé dans FLUENT 19.2 où les calculs ont été effectués. Ainsi, le choix de la finesse du maillage est une question essentielle dans la simulation : plus le maillage est fin, moins il contribue aux écarts entre simulation et réalité, mais plus le coût du calcul augmente. Dans le but de trouver la résolution du maillage adéquate pour la bonne conduite de nos calculs, nous avons réalisé un test simple en modifiant la résolution du maillage. Ce test consiste donc à procéder à des essais sur différentes tailles de mailles jusqu'à ce que la solution numérique converge. Quatre résolutions différentes du maillage ont été considérées, générant ainsi des maillages structurés uniformes quadratiques. Le nombre d'élément de chaque grille est résumé dans le tableau suivant :

Maillage	Taille de l'élément (m)	Nombre d'éléments	Qualité orthogonale
Maillage 1	0,00025	5412	0,842
Maillage 2	0,0001	36044	0,867
Maillage 3	0,00009	45056	0,801
Maillage 4	0,000075	64236	0,505

Tableau IV.1- Caractéristiques des maillages.

Dans le but de réaliser notre étude de maillage, nous avons déterminé la chute de pression (pour le cas de rétrécissement) pour un écoulement diphasique (air/eau) avec \dot{m}_L = 0,256 g/s et \dot{m}_G = 0,009 - 0,029 g/s. La Figure IV.1 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et nos résultats numériques obtenus pour chaque maillage considéré. On note que cette étude de maillage a été effectuée en choisissant le modèle de turbulence k- ϵ .

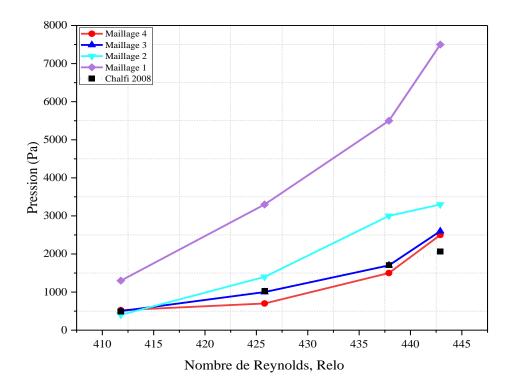


Figure IV.1- Résultats obtenus pour différentes tailles d'éléments.

Comme on peut le voir, la meilleure concordance correspond au maillage 3. Ainsi le maillage 3 a été choisi, les tests de maillage ont également démontré qu'un maillage avec un nombre plus élevé d'éléments n'a aucune influence sur le résultat final de la simulation. Par conséquent, le choix du maillage 3 minimisera également le coût de calcul.

IV.2.2. Choix du modèle de turbulence

La bibliographie montre que plusieurs modèles de turbulence peuvent être utilisés pour modéliser la turbulence d'un écoulement diphasique (*Balakhisna et al, 2010*). Le modèle k-ɛ

classique et le model RSM qui est à priori plus adapté pour modéliser la turbulence dans les zones de recirculation (*Araud*, 2012).

Afin de choisir le modèle de turbulence le plus adapté à notre problème, nous présentons dans cette partie les résultats de l'influence du modèle de turbulence sur la modélisation numérique des écoulements diphasiques. La comparaison entre les pressions simulées en utilisant les différents modèles de turbulence, sont représentées sur la Figure IV.2, c'est derniers sont comparés avec les grandeurs de mesures de *Chalfi el al.* (2008) pour la condition test sélectionnée.

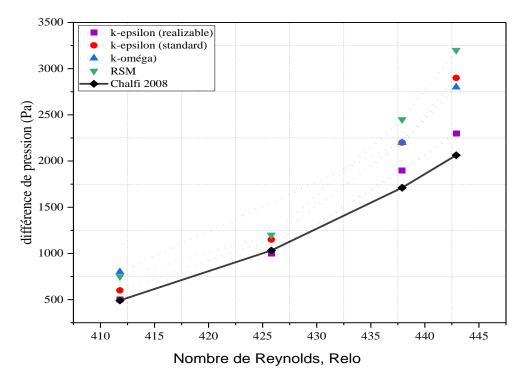


Figure IV.2- Résultats obtenus pour les différents modèles de turbulence.

Nous avons remarqué que la courbe qui représente les résultats obtenus avec le modèle k - ω surestime la différence de pression quel que soit le nombre de Reynolds par rapport aux résultats de *Chalfi et al.* (2008).

Concernant les modèles RSM et $k-\epsilon$ standard, on remarque que pour les faibles nombres de Reynolds la chute de pression est légèrement surestimée, par contre pour la gamme des grands nombres de Reynolds les modèles estiment grossièrement la chute de pression.

La courbe obtenue par le modèle $k-\epsilon$ (réalisable) montre que pour un nombre de Reynolds inférieur à 426 est identique avec la courbe expérimentale, au-delà, elle dévie légèrement de cette dernière.

Le résultat obtenu conduit au constat qu'il existe peu de différence entre les deux modèles de turbulence testés. Bien que la différence soit extrêmement faible, le modèle $k-\epsilon$

(réalisable) semble très légèrement mieux adapté dans notre cas pour modéliser les écoulements diphasiques (*Belgacem*, 2015 ; *Belgacem et al*, 2017).

IV.3. Résultats de la simulation

Concernant les variables d'intérêt, et parmi tous les résultats éventuels, notre étude va porter principalement sur : le contour des phases (fraction de volume), l'étude de l'évolution de pression du mélange (profile de pression) et l'estimation de la chute de pression singulière.

Eventuellement, l'exploitation des résultats de simulation se fait en deux parties. Chaque partie est réservée à une des singularités (élargissement ou rétrécissement).

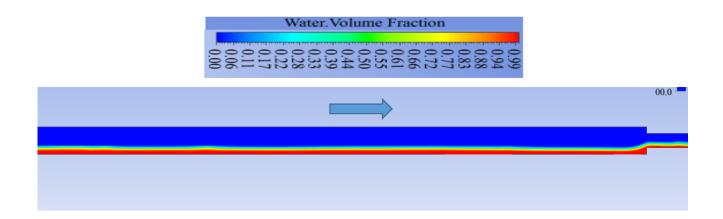
IV.3.1. Rétrécissement brusque

IV.3.1.1. Configuration d'écoulement

IV.3.1.1. Identification par visualisation

La méthode visuelle est la méthode la plus simple pour détecter la configuration d'écoulement. On représente les contours calculés de la fraction volumique, la distribution de l'air et de l'eau dans la conduite est nette, à l'interface également. La couleur rouge correspond à la phase liquide, tandis que la couleur bleu indique la présence d'air.

La Figure IV.3 montre les régimes d'écoulements qu'on a pu reproduire au moyen de la simulation numérique de l'écoulement diphasique air-eau par Fluent 19.2. Ces régimes sont obtenus pour les différents couples de débits sous la condition de l'établissement de l'écoulement (régime établi).



(i) $\dot{m}_L = 0.287 \text{ g/s} \mid \dot{m}_g = 0.0068 \text{ g/s}$

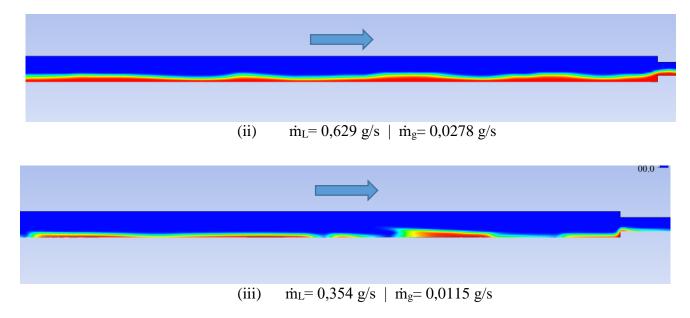


Figure IV.3- Les régimes d'écoulement dans une conduite horizontale, cas rétrécissement.

Les photographiques prisent en utilisant des caméras vidéo à grande vitesse sont très utiles dans la caractérisation de la configuration de l'écoulement, aussi bien que pour définir les zones et les conditions de transition. Lors du travail expérimental de *Run Kong et al (2016)* sur la caractérisation de l'écoulement diphasique air-eau horizontal, une étude détaillée de visualisation d'écoulement est réalisée à l'aide d'une caméra vidéo à grande vitesse à 2000 fps (images par seconde) dans une large gamme de conditions d'écoulement diphasique (Figure IV.4).

La comparaison avec les photographies permet d'identifier les régimes obtenues par simulation numérique ; tel que : les cas (i), (ii) et (iii) correspondent aux régimes : stratifié lisse, stratifié ondulé et transition stratifié-intermittent (slug)

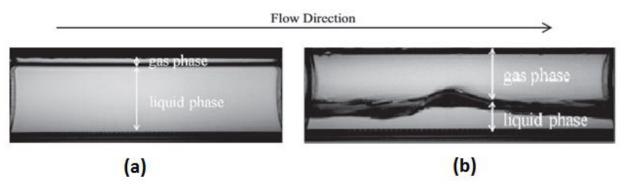


Figure IV. 4- Images à grande vitesse des régimes d'écoulement observés; (a) : stratifié lisse, (b) : stratifié ondulé (*Run Kong*, 2016).

Comme critère principal pour ce régime, l'air et l'eau doivent être séparés. Une interface lisse sans perturbations est présente entre les deux phases. La seule différence entre

écoulement stratifié et écoulement stratifié-ondulé est l'apparition de perturbations à l'interface entre les deux phases.

La visualisation de l'écoulement stratifié par voie expérimentale et numérique, nous a permis d'homologuer la définition ci-dessus.

IV.3.1.1.2. Identification par signal de pression

Les méthodes basées sur la mesure de la pression sont un moyen objectif de classer et de construire des cartes de régime d'écoulement. Cette technique implique une analyse statistique des fluctuations de pression pour obtenir les différents régimes d'écoulement. De même, les mesures de capacitance présentent un potentiel élevé pour la reconnaissance de formes d'écoulement.

Dans le but de concrétiser notre démarche en termes d'appréciation objective du régime d'écoulement, on se base sur l'analyse de signal de capacitance réalisée par *Cannière et al* (2007), dans laquelle des signaux temporels du capteur sont présentés pour plusieurs régimes d'écoulement diphasique. Le sens d'écoulement est de gauche à droite, en ordonnées une tension adimensionnelle V* est représentée (Figure IV.5).

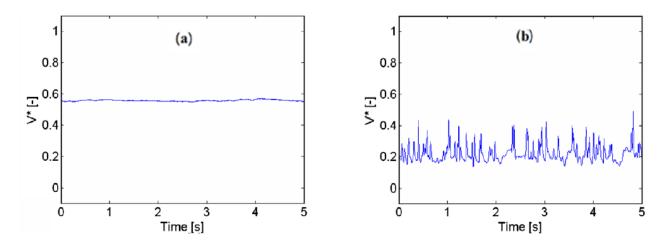


Figure IV. 5- Signal de pression typique d'un écoulement diphasique stratifié ; (a) : stratifié-lisse, (b) : stratifié-ondulé (*Cannière et al*, 2007).

Les résultats numériques obtenus par simulation transitoire, comprennent l'évolution temporelle de la pression (signal de pression), ainsi on procède à la comparaison des signaux expérimentaux et numériques qui sont pris en régions d'établissement d'écoulement (amont et aval).

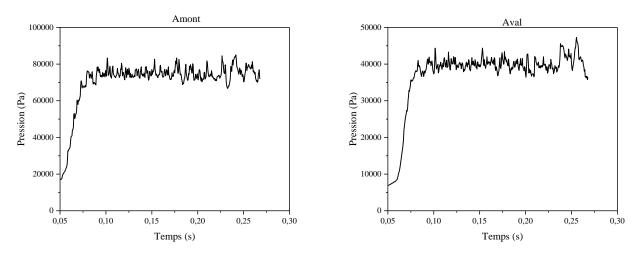


Figure IV.6- Variation de la pression; pour \dot{m}_L = 0,628 g/s | \dot{m}_G = 0,0278 g/s.

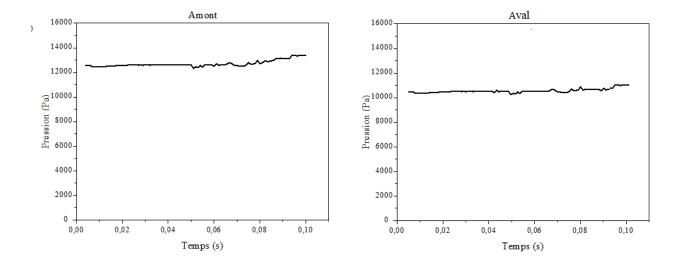


Figure IV.7- Variation de la pression pour \dot{m}_L = 0,287 g/s | \dot{m}_g = 0,0068 g/s.

La présence du rétrécissement n'a pas d'effets sur le régime d'écoulement se développant en sortie. Toutefois, une baisse de la moyenne de pression statique est constatée à cause du changement de section.

Les résultats de la variation de la pression sont conformes à ceux du signal de pression propre au régime stratifié, et montrent que le modèle numérique prédit l'écoulement stratifié de façon convenable pour le cas d'un rétrécissement.

IV.3.1.2. L'évolution de pression

Les Figures IV.8 ÷ IV. 11 montrent la distribution de pression statique longitudinale le long de la veine de mesure pour les différents couples étudiés. A l'amont du rétrécissement brusque ou en son aval (suffisamment loin de la zone de recirculation), la chute de pression pour différentes vitesses des deux fluides, est linéaire; ce qui permet de considérer

l'écoulement dans ces régions comme pleinement établi et développé. Par contre, dans la région d'écoulement contracté, la pression statique diminue plus rapidement qu'en écoulement pleinement développé. Elle atteint sa plus petite valeur locale au niveau de la contraction. Ensuite, la pression augmente graduellement et après avoir atteint son maximum, elle rejoint la chute de pression due au frottement Dans la zone où l'écoulement commence à se ré-établir, la pression connaît une forte augmentation essentiellement pour les débits élevés. Ceci s'explique par l'existence d'une forte turbulence. Après quoi, la pression décroît linéairement. Notant que la position du maximum de pression permet d'évaluer le point de recollement et, de là, la longueur de rétablissement de l'écoulement.

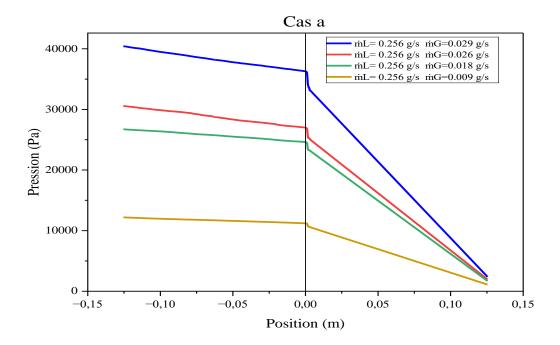


Figure IV.8- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s \dot{m}_G = [0,009-0,029] g/s.

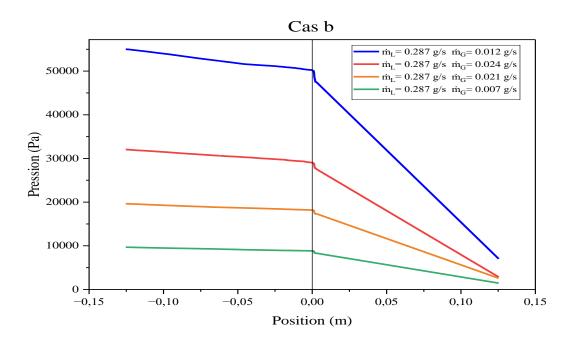


Figure IV.9- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,2865 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s.

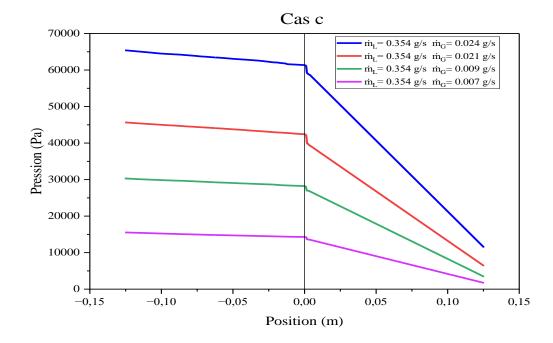


Figure IV.10- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,354 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s.

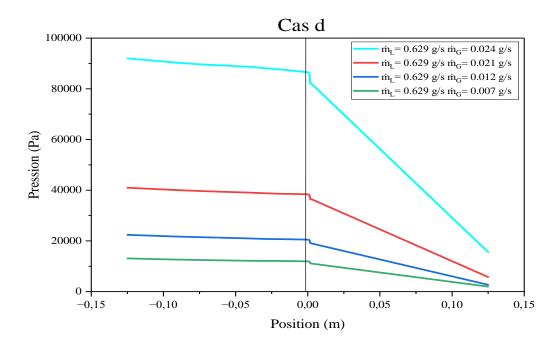


Figure IV.11- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,629 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,028] g/s.

IV.3.1.3. Perte de charges

La chute de pression en écoulement diphasique ne peut être mesurée de façon directe (*Kays*, 1950). Son estimation est obtenue par extrapolation des droites linéaires représentant la variation de pression à l'amont et à l'aval du rétrécissement brusque. La différence des intersections de ces deux droites au niveau de la singularité donne alors la chute de pression singulière (Figure IV.12).

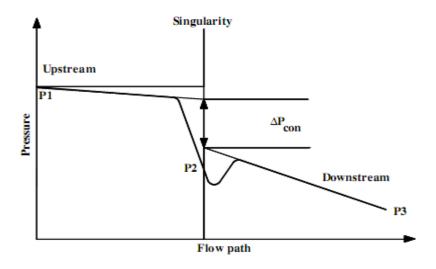


Figure IV.12- Chute de pression d'un écoulement en présence de singularité (Kays, 1950).

La chute de pression singulière est représentée dans la Figure IV.13. De prime abord, on remarque que la chute de pression augmente en fonction de la vitesse superficielle du liquide, ce résultat a été déjà rapporté par *Belgacem* (2015).

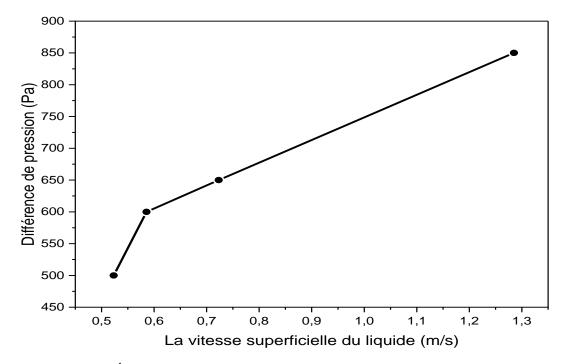


Figure IV.13- Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse superficielle du liquide, cas rétrécissement.

IV.3.1.3.1. Validations

La comparaison des résultats numériques et expérimentaux permet d'estimer la validité du modèle numérique à simuler la pression de l'écoulement diphasique en présence d'une singularité.

La Figure IV.14 compare les valeurs calculées de la perte de charge diphasique avec les données expérimentales de Chalfi et al. L'accord s'avère plutôt bon. Le modèle numérique proposé présente une précision acceptable par rapport à la prédiction expérimentale pour le rétrécissement. La prédiction des pertes de charge se situe à $\pm 30\%$.

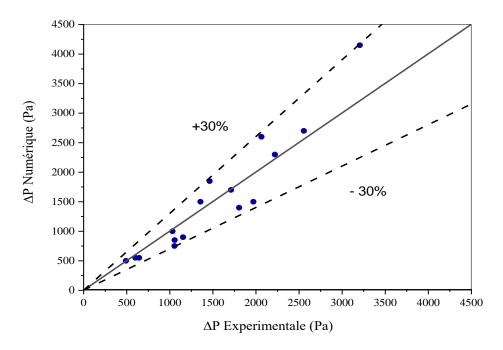


Figure IV.14- Comparaison des résultats numériques avec les valeurs expérimentales, cas rétrécissement.

IV.3.1.3.2. Comparaison de la CFD avec les modèles théoriques disponibles dans la littérature

Dans les Figures IV.15, 16, 17 et 18 les valeurs obtenues dans le présent travail pour la chute de pression singulière sont comparées à celles calculées à partir de quelques modèles théoriques disponibles dans la littérature (modèle homogène modifié (*Collier et Tom 1994*) avec et sans vena contracta, modèle de Zivi avec et sans vena contracta.

Les chutes de pression singulières mesurées sont supérieures à celles données par le modèle homogène avec et sans contraction. Cela est dû essentiellement à la difficulté de déterminer la chute de pression aux faibles nombre de Reynolds, d'une part, et à la méthode de mesure du taux de vide dans le rétrécissement d'autre part.

De plus, comme il a été souligné par *Abdallah et al.* (2005), les résultats obtenus par le modèle homogène ne concordent pas avec les données expérimentales. Ceci est dû à l'hypothèse de non glissement entre phases introduite dans le modèle homogène. A savoir que le liquide est décéléré de façon similaire au gaz à la traversée de la singularité. De la sorte, la variation de la quantité de mouvement du mélange calculée par le modèle homogène est plus grande que celle donnée par l'expérience ce qui amènerait à une surestimation de la perte de charges.

Néanmoins, le modèle de Zivi, basé sur l'équation d'énergie mécanique, semble le plus proche de nos valeur. En effet, le modèle de Zivi ne tient pas compte des limites dispersives

dans le volume de contrôle considéré lorsqu'il ne dépend pas du titre massique du gaz (x << 1).

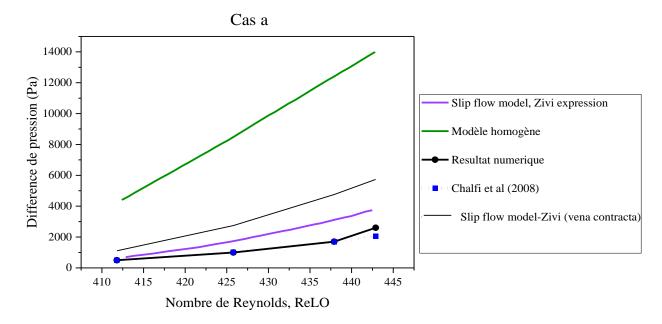


Figure IV.15- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s \dot{m}_G = [0,009 – 0,029] g/s.

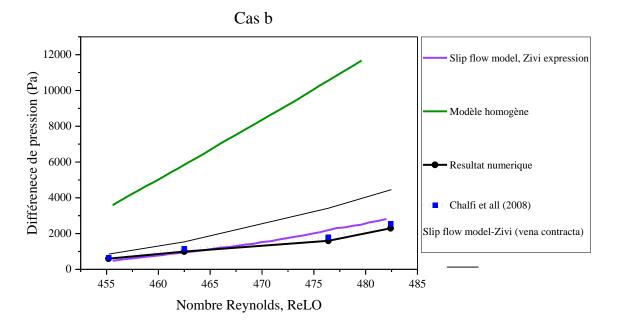


Figure IV.16- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : \dot{m}_L = 0,2865 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s.

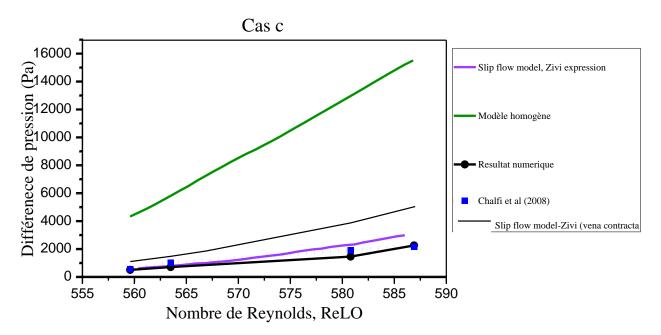


Figure IV.17- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : \dot{m}_L = 0,354 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,0244] g/s.

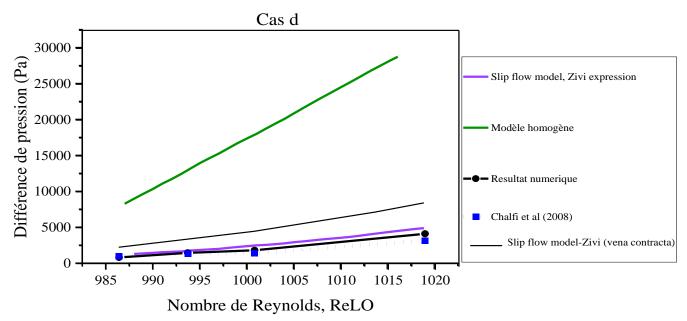


Figure IV.18- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : \dot{m}_L = 0,629 g/s \dot{m}_G = [0,007 – 0,028] g/s.

88

IV.3.2. Élargissement brusque

IV.3.2.1. Configurations d'écoulement

IV.3.2.1.1. Identification par visualisation

Les Figures IV.19 et IV.20 montrent les régimes d'écoulements qu'on a pu reproduire au moyen de la simulation numérique. Au sein de la même conduite pour un couple de débit donné.

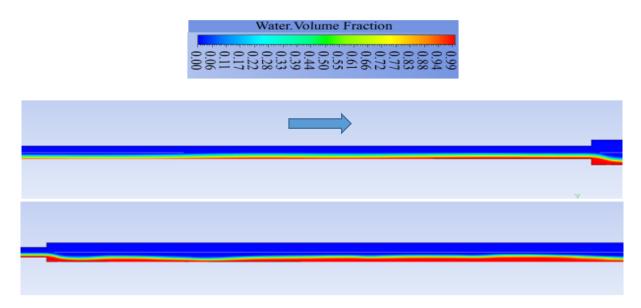


Figure IV. 19- Régime d'écoulement pour (iv) : \dot{m}_L =0,256 g/s | \dot{m}_G = 0,0505 g/s.

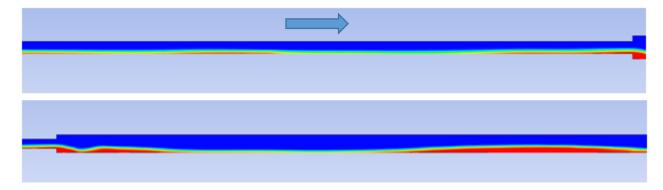


Figure IV. 20- Régime d'écoulement pour (v) : \dot{m}_L = 0,287 g/s | \dot{m}_G = 0,024 g/s.

En se basant sur les images de *Run Kung (2016)* présentés précédemment, il est apparent que l'écoulement dans le cas (iv) est stratifié lisse en amont et ondulé en aval de l'élargissement, tandis qu'il est stratifié-ondulé de part et d'autre de l'élargissement dans le cas (v)

Pour les différents couples de débits, on observe dans la quasi-totalité des contours affichés, qu'il se développe un régime stratifié en écoulement établi d'entrée dont le film liquide est relativement fin qui s'épaissit en franchissant l'élargissement dû à l'augmentation de la

section d'écoulement. De même, Les petites ondulations qui se produisent à l'interface air-eau s'accentuent (zone de transition) d'autant plus que la vitesse superficielle de l'air augmente.

IV.3.2.1.1. Identification par signal de pression

De la même façon, on procède à la comparaison des signaux expérimentaux *de Cannière* (2007) et numériques qui sont pris en régions d'établissement d'écoulement (amont et aval).

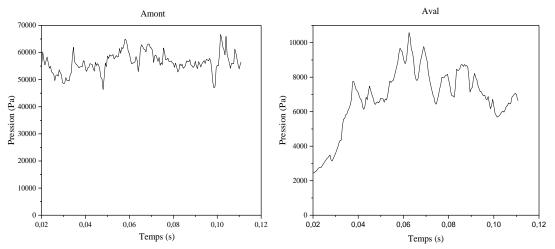


Figure IV.19- Variation de la pression pour : \dot{m}_L =0,256 g/s | \dot{m}_G = 0,0505 g/s.

Contrairement au rétrécissement, la présence de l'élargissement induit des conséquences sur le régime d'écoulement se développant en sortie, en favorisant la formation des ondulations à l'interface et par conséquent amplifier les fluctuations du signal comme on peut le voir sur la Figure IV.21 (aval).

La comparaison montre la conformité du signal numérique avec le signal typique d'un écoulement stratifié – ondulé. Ainsi, le modèle numérique prédit l'écoulement stratifié de façon convenable pour le cas d'un élargissement.

IV.3.2.2. L'évolution de pression

La prédiction de la chute pression singulière dans les élargissements brusques a fait l'objet de plusieurs travaux. Ces derniers sont fondés, pour la plupart, sur la formulation classique de Borda-Carnot (*Suleman* (1990), *Benedict et al.* (1976)) et les équations de bilan appliquées sur un volume de contrôle pris entre l'élargissement et une section aval où l'écoulement redevient établi. Les Figures IV.22 et 23 montrent la distribution de pression statique longitudinale le long de la veine de mesure. A l'amont de l'élargissement brusque la chute de pression pour différents débits liquides est linéaire, ce qui permet de considérer l'écoulement avant l'élargissement comme pleinement établi et développé. Dans la zone où l'écoulement commence à se ré-établir, la pression connaît une forte augmentation essentiellement pour les débits élevés.

Ceci s'explique par l'existence d'une forte turbulence. Après quoi, la pression décroît linéairement. Notant que la position du maximum de pression permet d'évaluer le point de

recollement. En ce qui concerne l'estimation de la longueur de recollement z_R , nous constatons dans la que cette longueur est quasi constante et varie peu en fonction des vitesses débitantes du liquide.

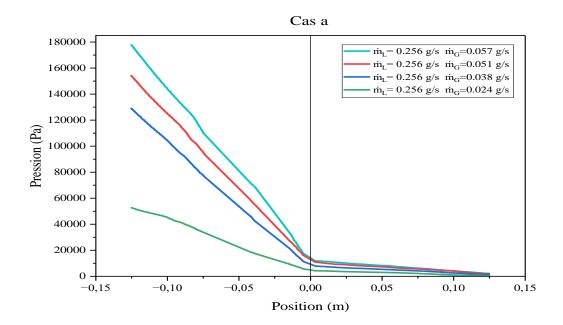


Figure IV.20- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : m_L= 0,256 g/s

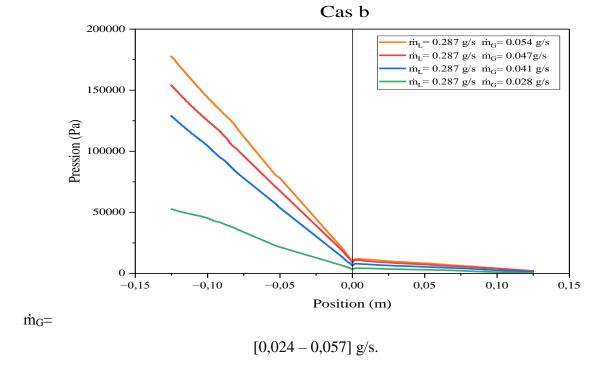


Figure IV.21- Profils numériques de l'évolution de pression diphasique pour : \dot{m}_L = 0,287 g/s \dot{m}_G = [0,028 – 0,054] g/s.

IV.3.2.3. Perte de charges

La chute de pression singulière ne peut être mesurée de façon directe. Elle est obtenue par extrapolation des droites linéaires représentant la variation de la pression à l'amont et à l'aval de l'élargissement à z=0 (Figure IV.24). La différence des intersections de ces deux droites au niveau de la singularité donne alors la chute de pression singulière, la précision de mesure étant de l'ordre de 15%.

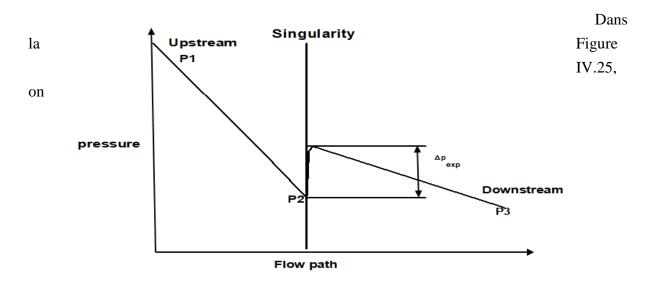


Figure IV. 22- Saut de pression d'un écoulement en présence de singularité.

remarque que la chute de pression singulière croît en fonction de la vitesse du liquide (mesurée à l'amont de la conduite). Ceci est en adéquation avec la formule de Bordat-Carnot.

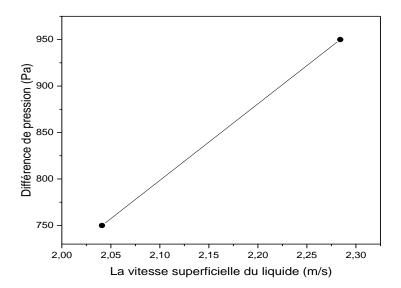


Figure IV.23- Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse superficielle du liquide, cas élargissement.

IV.3.2.3.1. Validations

La Figure IV.26 compare les valeurs calculées de la perte de charge diphasique avec les données expérimentales du de *Chalfi et al (2008)*. L'accord s'avère plutôt bon. Le modèle numérique proposé présente une précision acceptable par rapport à la prédiction expérimentale pour l'élargissement. La prédiction des pertes de charge se situe à \pm 15%.

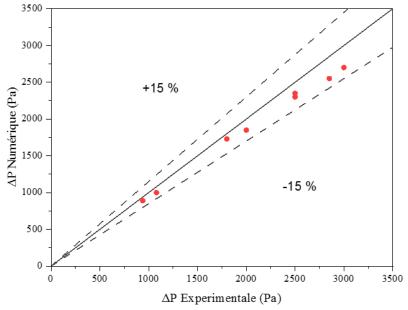


Figure IV.24- Comparaison des résultats numériques avec les valeurs expérimentales, cas élargissement.

IV.3.2.3.2. Comparaison de la CFD avec les modèles théoriques disponibles dans la littérature

Dans les Figures IV.27 et 28 les valeurs numériques totales des différences de pression à travers l'élargissement brusque sont comparées aux prédictions des modèles : homogène et slip-flow basé sur la corrélation de Zivi.

La corrélation de glissement de Zivi ne permet d'établir une bonne concordance entre les données et les prévisions. Le modèle homogène, en revanche, sur-prédit les données avec une marge importante, ce résultat a déjà été souligné par *Attou et al.* (1997), *Belgacem et al* (2020), les résultats obtenus par le modèle homogène ne concordent pas avec les données expérimentales. Ceci est dû à l'hypothèse de non glissement entre phases introduite dans le modèle homogène. A savoir que le liquide est décéléré de façon similaire au gaz à la traversée de la singularité. De la sorte, la variation de la quantité de mouvement du mélange calculée par le modèle homogène est plus grande que celle donnée par l'expérience ce qui amènerait à une surestimation de la perte de charges.

Alternativement, la corrélation d'Armand (1959) peut être utilisée; Comme on l'a remarqué, les prédictions concordent avec les données expérimentales avec $C_A = 0.5$.

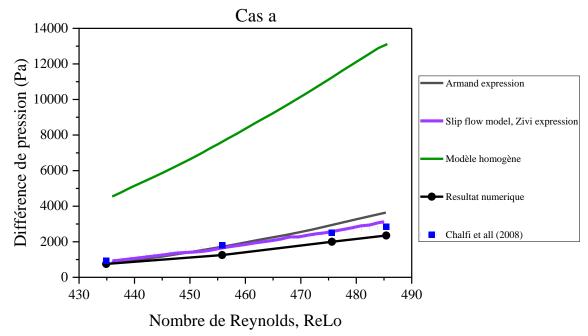


Figure IV.25- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : \dot{m}_L = 0,256 g/s \dot{m}_G = [0,024 – 0,057] g/s.

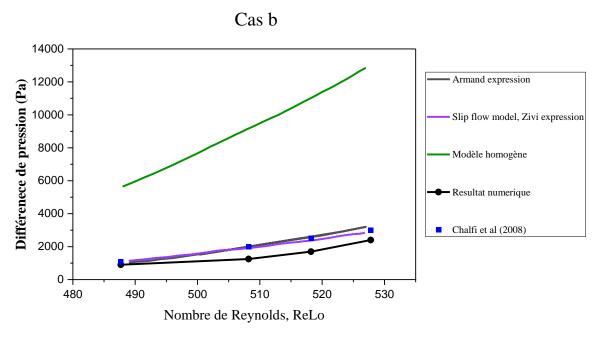


Figure IV.26- Comparaison de la chute de pression numérique avec les modèles théorique pour : $\dot{m}L=0.287$ g/s $\dot{m}G=[0.028-0.054]$ g/s.

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle numérique que nous avons proposé pour la simulation d'un écoulement diphasique à travers un rétrécissement et élargissement miniatures de la section d'écoulement. Les résultats de la simulation numérique sont globalement en accord avec les résultats expérimentaux de *Chalfi et al.* (2008). La simulation a fourni des prédictions de différence de pression d'environ ± 30 % par rapport aux mesures expérimentales pour le rétrécissement et de ± 15 % pour l'élargissement.

Nous proposons un récapitulatif des différents résultats développés et rapportés dans ce chapitre :

- La différence de pression (chute ou saut) représente l'effet de la contraction des lignes de courant sur la pression du mélange lorsque la géométrie change brusquement.
- La différence de pression par changement brusque de section augmente avec l'augmentation des débits massiques de phase.
- Les données numériques et expérimentales concordent assez bien avec la prédiction du modèle d'écoulement glissant (slip flow).
- L'hypothèse d'écoulement homogène largement appliquée conduit à une sur-prédiction significative du changement de pression.
- La théorie n'est pas en accord avec les données numériques et expérimentales lorsque le phénomène vena-contracta est supposé se produire.

Conclusion générale

e présent travail a pour but l'étude d'un écoulement diphasique dans une micro conduite horizontale comportant de singularités rétrécissement brusque / élargissement brusques. En raison de la complexité des configurations d'écoulements diphasiques existants dans les installations industrielles, aucune procédure formelle n'existe à ce jour pour décrire et appréhender ce type d'écoulements.

Dans cette optique, nous nous sommes intéressés à la simulation numérique via le code Fluent de l'écoulement diphasique, en présence de deux types de singularités et pour différentes conditions opératoires.

L'étude a trait aussi bien à l'étude de la configuration d'écoulement, l'évolution de la pression, qu'à la prédiction des pertes de charges.

Nous avons constaté que le modèle numérique permet de prédire avec un bon niveau d'approximation l'évolution de pression d'un écoulement gaz/liquide en présence d'un rétrécissement/ élargissement dans les micros conduites circulaires horizontales.

En adéquation avec les résultats expérimentaux (*Chalfi et al., 2008 ; Belgacem, 2015*), la chute de pression croit en fonction de la vitesse du liquide. Le profil de la pression obtenue numériquement pour les deux cas d'études est en bon accord avec les résultats expérimentaux (*Chalfi et al., 2008*). Cet accord se manifeste par de bonnes prédictions des grandeurs et des allures. Les principaux résultats sont récapitulés ci-dessous :

- La différence de pression (chute ou saut) représente l'effet de la contraction des lignes de courant sur la pression du mélange lorsque la géométrie change brusquement.
- La différence de pression par changement brusque de section augmente avec l'augmentation des vitesses de phase.
- Les données numériques et expérimentales concordent assez bien avec la prédiction du modèle d'écoulement glissant (slip flow).
- L'hypothèse d'écoulement homogène largement appliquée conduit à une sur-prédiction significative du changement de pression.
- La théorie n'est pas en accord avec les données numériques et expérimentales lorsque le phénomène vena-contracta est supposé se produire.

Contrairement aux canaux normaux, il n'y a pas de vena contracta pour le cas rétrécissement dans les microcanaux. Les lignes de courant sont fixées et les pertes singulières sont minimes dans les conditions typiquement observées. Sur la base de ces informations, nous concluons que les pertes singulières sont faibles dans les microcanaux et peut-être aussi dans d'autres micro-dispositifs.

Comme perspectives, il serait opportun d'étudier l'influence des conditions opératoires sur les configurations d'écoulement et établir des cartographies en amont et en aval de chaque singularité. De plus, on pourrait procéder à une étude du comportement hydrodynamique de l'écoulement diphasique en présence de singularités.

Références bibliographiques

A

Aloui, Fethi. Etude des écoulements monophasiques et diphasiques dans les élargissements brusques axisymétrique et bidimensionnel. Diss. Vandoeuvre-les-Nancy, INPL, 1994.

Al'Ferov, N. S., and Ye N. Shul'Zhenko. "Pressure drops in two-phase flows through local resistances." *Fluid Mechanics Soviet Research* 6 (1977): 20-33.

Attou, A., and L. Bolle. "Evaluation of the two-phase pressure loss across singularities." *ASME-PUBLICATIONS-FED* 210 (1995): 121-128.

Abdelall, F. F., et al. "Pressure drop caused by abrupt flow area changes in small channels." Experimental thermal and fluid science 29.4 (2005): 425-434.

Abbott, D. E., and S. J. Kline. "Experimental investigation of subsonic turbulent flow over single and double backward facing steps." (1962): 317-325.

Aloui, F., and M. Souhar. "Etude de la chute de pression singulière dans les élargissements brusques en écoulement monophasique turbulent." Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP 45.3 (1994): 371-386.

Attou, A., Michel Giot, and Jean-Marie Seynhaeve. "Modelling of steady-state two-phase bubbly flow through a sudden enlargement." International journal of heat and mass transfer 40.14 (1997): 3375-3385.

Aloui, F., et al. "Bubbly flow in an axisymmetric sudden expansion: Pressure drop, void fraction, wall shear stress, bubble velocities and sizes." Experimental thermal and fluid science 19.2 (1999): 118-130.

B

Baker, O. "Design of pipe lines for simultaneous oil and gas flow." Oil Gas J 26 (1954).

Bilicki, Z., et al. "Trajectories and singular points in steady-state models of two-phase flows." *International journal of multiphase flow* 13.4 (1987): 511-533.

Belgacem, I., and R. Mekhlouf. "Numerical simulation of two-phase flow within sudden expansion in horizontal channel pressure and velocity distribution." Chemical Papers 74.9 (2020): 3111-3125.

Belgacem, Ibtissem, Y. Salhi, and E. K. Si-Ahmed. "Hydrodynamic Study Using CFD Simulations in a Horizontal Two-Phase Flow Through Sudden Contraction." American Journal of Mechanical and Industrial Engineering 2.1 (2017): 8-16.

C

CFM 2011-20ème Congrès Français de Mécanique. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc-92400 Courbevoie, 2011.

Chisholm, Duncan. "Two-phase flow in pipelines and heat exchangers." (1983).

Collier, John G., and John R. Thome. Convective boiling and condensation. Clarendon Press, 1994

Chalfi, Toufik Y., and S. M. Ghiaasiaan. "Pressure drop caused by flow area changes in capillaries under low flow conditions." International Journal of Multiphase Flow 34.1 (2008): 2-12.

Chalfi, Toufik Yacine. Pressure loss associated with flow area change in micro-channels. Diss. Georgia Institute of Technology, 2007.

Chen, Youn, et al. "Two-phase flow characteristics across sudden contraction in small rectangular channels." Experimental Thermal and Fluid Science 32.8 (2008): 1609-1619.

Cherdron, Wolfgang, Franz Durst, and James H. Whitelaw. "Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions." Journal of Fluid Mechanics 84.1 (1978): 13-31

Canière, Hugo, et al. "Capacitance signal analysis of horizontal two-phase flow in a small diameter tube." Experimental Thermal and Fluid Science 32.3 (2008): 892-904.

D

Delhaye, J. M. "Gas-liquid two-phase flow in tubes." Entropie 17.99 (1981): 3-25.

De Schepper, C K Sandra, G J Heynderickx and G B Marin, 2008 CFD modeling of all gas liquid and vapor-liquid flow regimes predicted by the Baker chart Chemical Engineering Journal Vol 138(1-3) 349–357.

Durst, Franz, A. Melling, and James H. Whitelaw. "Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion." Journal of fluid mechanics 64.1 (1974): 111-128.

F

Ferguson, Michael EG, and Peter L. Spedding. "Measurement and prediction of pressure drop in two-phase flow

G

Govier, George Wheeler, and Khalid Aziz. *The flow of complex mixtures in pipes*. Vol. 469. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1972.

GEIGER, GENE EDWARD. Sudden contraction losses in single and two-phase flow. Diss. University of Pittsburgh, 1964.

Ghiassian, Hossein, and Soheil Ghareh. "Stability of sandy slopes under seepage conditions." *Landslides* 5.4 (2008): 397-406.

H

Hewitt, Geoffrey Frederick, and D. N. Roberts. *Studies of two-phase flow patterns by simultaneous x-ray and flast photography*. No. AERE-M-2159. Atomic Energy Research Establishment, Harwell, England (United Kingdom), 1969.

K

Kostić, Čedomir. "Review of the Spalart-Allmaras turbulence model and its modifications to three-dimensional supersonic configurations." Scientific Technical Review 65.1 (2015): 43-49.

Kays, W. M. "Loss coefficients for abrupt changes in flow cross section." *Trans. ASME* 72 (1950): 1067-1074.

L

Lottes, P. A. "Expansion losses in two-phase flow." Nuclear Science and Engineering 9.1 (1961): 26-31.

Launder, Brian Edward, and Dudley Brian Spalding. "Lectures in mathematical models of turbulence." (1972).

\mathbf{M}

Mandhane, J. M., G. A. Gregory, and K. Aziz. "A flow pattern map for gas—liquid flow in horizontal pipes." *International journal of multiphase flow* 1.4 (1974): 537-553.

phase flow." *Journal of Chemical Technology & Biotechnology: International Research in Process, Environmental AND Clean Technology* 63.3 (1995): 262-278.

McGee, John William. Two-phase flow through abrupt expansions and contractions. North Carolina State University, 1966.

McGee, John William. Two-phase flow through abrupt expansions and contractions. North Carolina State University, 1966.

Menter, Florian R. "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications." AIAA journal 32.8 (1994): 1598-1605.

Mendler, Oliver John. SUDDEN EXPANSION LOSSES IN SINGLE-PHASE AND TWO-PHASE FLOW. University of Pittsburgh, 1963.

P

Pakhomov, M. A., and V. I.Terekhov. "Modeling of the flow patterns and heat transfer in a turbulent bubbly polydispersed flow downstream of a sudden pipe expansion." International Journal of Heat and Mass Transfer 101 (2016): 1251-1262.

Petrick, Michael, and Bernet S. Swanson. "Expansion and contraction of an air-water mixture in vertical flow." AIChE Journal 5.4 (1959): 440-445.

R

Richardson, J. T., and L. W. Vernon. "The Magnetic Properties of the Cobalt Oxide–Alumina System." The Journal of Physical Chemistry 62.10 (1958): 1153-1157.

Roumy, R. "Structure of two-phase air-water flows. Study of average void fraction and flow patterns; Structure des ecoulements diphasiques eau-air. Etude de la fraction de vide moyenne et des configurations d'ecoulement." (1969).

Rinne, Achim, and R. Loth. "Development of local two-phase flow parameters for vertical bubbly flow in a pipe with sudden expansion." Experimental thermal and fluid science 13.2 (1996): 152-166.

Kong, Ran, and Seungjin Kim. "Characterization of horizontal air—water two-phase flow." Nuclear Engineering and Design 312 (2017): 266-276.

S

Schmidt, J., and L. Friedel. "Two-phase pressure drop across sudden contractions in duct areas." International journal of multiphase flow 23.2 (1997): 283-299.

Salhi, Yacine, et al. "Etude expérimentale de l'influence d'une singularité sur le régime d'écoulement diphasique gaz-liquide en conduite horizontale: cas de l'élargissement brusque."

Schmidt, J., and L. Friedel. "Two-phase flow pressure change across sudden expansions in duct areas." Chemical Engineering Communications 141.1 (1996): 175-190.

Shih, Tsan-Hsing, et al. "A new k- ϵ eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows." Computers & fluids 24.3 (1995): 227-238.

Suleman, Shittu Omeiza. Contribution à l'étude d'un écoulement gaz-liquide dans un élargissement brusque. Diss. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1990.

\mathbf{T}

Taitel, Yemada, and Abe E. Dukler. "A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow." *AIChE journal* 22.1 (1976): 47-55

\mathbf{W}

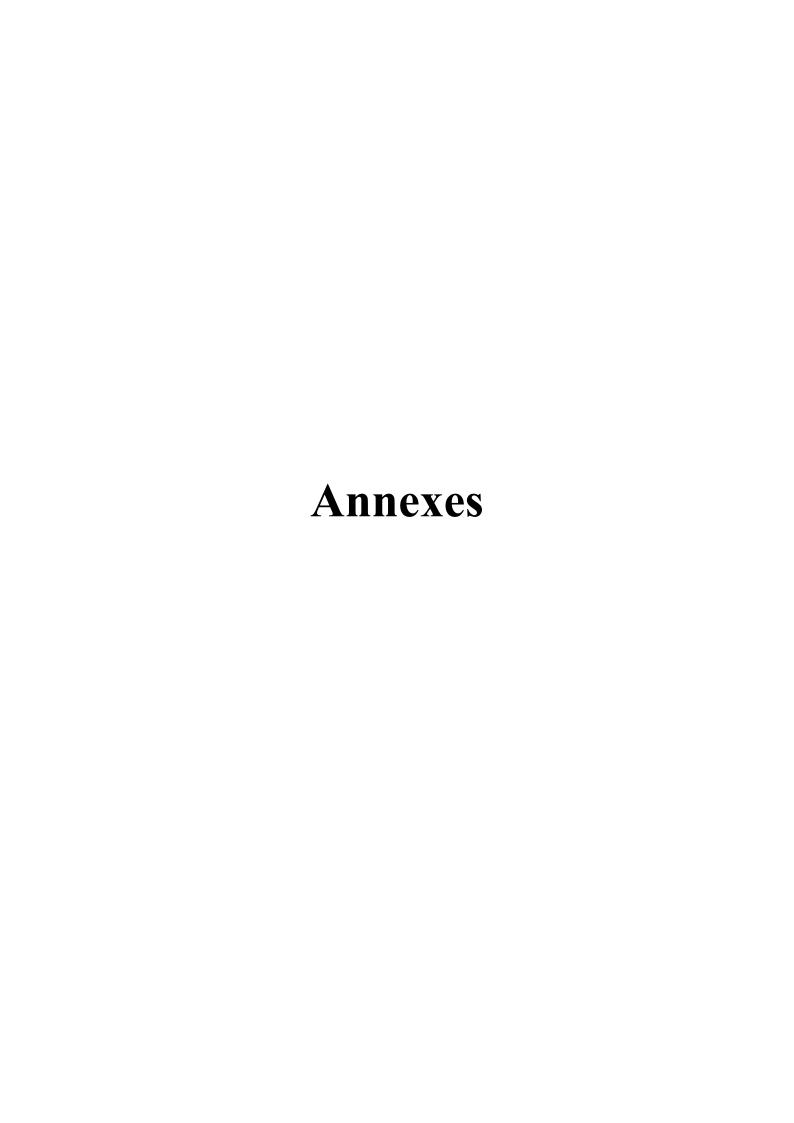
Wilcox, David C. "Multiscale model for turbulent flows." AIAA journal 26.11 (1988): 1311-1320.

Y

Yakhot, Victor, and Steven A. Orszag. "Renormalization group analysis of turbulence. I.Basic theory." Journal of scientific computing 1.1 (1986): 3-51.

Z

Zhang, Chao-Xue, et al. "Predict esophageal varices via routine trans-abdominal ultrasound: A design of classification analysis model." *Journal of Gastroenterology and Hepatology* 31.1 (2016): 194-199.



Annexe 1

Données expérimentales de Chalfi (2007)

• Rétrécissement brusque

	ṁ∟(g/s)	ṁ _G (g/s)	ReLo,₁	P _{2,3} - P _{2,1} (pa)	ΔP _h (pa)	ΔP _s (pa)
а	0,256	0,0093	411,8	491	4237,69	1084,55
	0,256	0,0139	419,0	755	6375,07	1829,35
	0,256	0,0183	425,8	1031	8485,33	2771,34
	0,256	0,0225	432,3	1260	10559,70	3736,11
	0,256	0,0261	437,9	1711	12384,39	4732,76
	0,256	0,0293	442,9	2063	14042,49	5716,91
b	0,287	0,0068	455,2	644	3474,53	848,92
	0,287	0,0093	459,0	857	4730,08	1188,83
	0,287	0,0115	462,5	1154	5852,10	1535,64
	0,287	0,0161	469,6	1371	8249,99	2403,28
	0,287	0,0205	476,4	1805	10609,27	3412,66
	0,287	0,0244	482,5	2556	12754,14	4453,71
С	0,354	0,0065	559,6	601	4320,37	1061,68
	0,354	0,0093	563,5	1054	5855,17	1436,95
	0,354	0,0115	566,9	1665	7222,94	1815,75
	0,354	0,0161	574,0	1780	10134,67	2751,44
	0,354	0,0205	580,8	1970	12985,46	3826,59
	0,354	0,0244	586,9	2220	15565,95	4926,20
d	0,629	0,0068	986,4	1056	7965,01	2201,95
	0,629	0,0093	990,2	1316	10640,92	2709,05
	0,629	0,0115	993,7	1356	13012,86	3211,56
	0,629	0,0161	1000,8	1462	18024,21	4416,40
	0,629	0,0205	1007,6	1885	22883,33	5755,34
	0,629	0,0244	1013,7	2488	27243,94	7091,28
	0,629	0,0278	1018,9	3205	31086,65	8369,34

• Elargissement brusque

	ṁ∟(g/s)	ṁ _G (g/s)	ReLo,1	P _{2,3} - P _{2,1} (pa)	ΔP _h (pa)	ΔP _s (pa)
а	0,2560	0,0243	434,9	940	4372,26	110229
	0,2560	0,0313	445,8	1468	5974,51	1567,88
	0,2560	0,0377	455,8	1824	7578,41	205633
	0,2560	0,0442	465,8	2220	9343,25	2613,78
	0,2560	0,0505	475,6	2540	11184,47	3213,11
	0,2560	0,0568	485,0	2850	13154,34	3570,53
b	0,2865	0,0278	487,7	1083	5624,01	1422,42
	0,2865	0,0346	498,3	1646	7367,86	1929,46
	0,2865	0,0410	508,2	2013	9146,04	2468,52
	0,2865	0,0474	518,2	2502	11056,97	3067,53
	0,2865	0,0536	527,8	3066	7367,86	3704,99