

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



École Nationale Polytechnique d'Alger
Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus



Thèse de Doctorat en Sciences

Option : Automatique

Présentée par

Hicham KHEBBACHE

Magistère en Automatique de l'Université Ferhat Abbas, Sétif

Intitulée

Contribution à la commande tolérante aux défauts : Théorie et application

Soutenue publiquement le 03 Juillet 2017 devant le jury composé de :

Boualem HEMICI	Professeur à l'ENP	Président
Mohamed TADJINE	Professeur à l'ENP	Directeur
Salim LABIOD	Professeur à l'Université de Jijel	Co-directeur
Khelifa BENMANSOUR	Professeur au ESDAT (Reghaia)	Examineur
Hamid BOUBERTAKH	Maître de Conférences à l'Université de Jijel	Examineur
Rachid ILLOUL	Maître de Conférences à l'ENP	Examineur
Mouloud BOUCHOUCHA	Maître de Conférences à l'EMP	Examineur

ENP 2017

Cette thèse a été préparée au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'ENP
10, avenue des Frères Oudek, Hassen Badi, BP.182, 16200, El-Harrach, Alger, Algérie

www.enp.edu.dz

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



École Nationale Polytechnique d'Alger
Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus



Thèse de Doctorat en Sciences

Option : Automatique

Présentée par

Hicham KHEBBACHE

Magistère en Automatique de l'Université Ferhat Abbas, Sétif

Intitulée

Contribution à la commande tolérante aux défauts : Théorie et application

Soutenue publiquement le 03 Juillet 2017 devant le jury composé de :

Boualem HEMICI	Professeur à l'ENP	Président
Mohamed TADJINE	Professeur à l'ENP	Directeur
Salim LABIOD	Professeur à l'Université de Jijel	Co-directeur
Khelifa BENMANSOUR	Professeur au ESDAT (Reghaia)	Examineur
Hamid BOUBERTAKH	Maître de Conférences à l'Université de Jijel	Examineur
Rachid ILLOUL	Maître de Conférences à l'ENP	Examineur
Mouloud BOUCHOUCHA	Maître de Conférences à l'EMP	Examineur

ENP 2017

Cette thèse a été préparée au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'ENP
10, avenue des Frères Oudek, Hassen Badi, BP.182, 16200, El-Harrach, Alger, Algérie

www.enp.edu.dz

Références Personnelles

Publications Internationales

- **H. Khebbache** et M. TADJINE, « Robust fuzzy backstepping sliding mode controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle », *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 15, no. 2, pp. 3–11, 2013.
- **H. Khebbache**, M. TADJINE, S. LABIOD et A. BOULKROUNE, « Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of multivariable uncertain nonlinear systems », *ISA Transactions*, vol. 55, pp. 100–115, 2015.
- **H. Khebbache**, M. TADJINE et S. LABIOD, « Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems: Adaptive nonlinear filter-based dynamic surface control », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 353, no. 6, pp. 1313–1338, 2016.

ملخص

العمل المقدم في هذه الأطروحة يهتم بمشكل التحكم المتحمل للخلل لفئة من الأنظمة اللاخطية متعددة المتغيرات غير المؤكدة المعرضة لتأثير الاضطرابات الخارجية، إرتيابات النمذجة، خلل المحركات و خلل أجهزة الاستشعار. أولاً، قمنا بتقديم منهجين للتحكم المتين للخلل عبر تقنيتي التحكم عن طريق الرجوع المرحلي والسطح الديناميكي. غير أن عدم فاعليتهما في مواجهة خلل أجهزة الاستشعار أجبرنا على استخدام أنظمة تقدير و تعويض تلاؤمية متينة قادرة على التكيف مع مختلف أنواع الخلل. و في هذا السياق، قمنا بتصميم منهجين للتحكم تلاؤميين مباشرين متحملين للخلل، الأول باستخدام أسلوب الرجوع المرحلي والثاني عن طريق تقنية السطح الديناميكي بمرشحات لاخطية تلاؤمية مستعملين نظم تقدير مرتبطة مباشرة بأخطاء التتبع. بعد ذلك، قمنا بتطوير منهجين آخرين للتحكم تلاؤميين مركبين متحملين للخلل مع أنظمة تقدير صممت بالجمع بين أخطاء التتبع السابقة وأخطاء تنبأ أخرى مستمدة من مقدرات، المنهج الأول بإستعمال أسلوب السطح الديناميكي بمرشحات لاخطية تلاؤمية، بينما في المنهج الثاني قمنا بإستخدام تقنية الرجوع المرحلي المرشح. زيادة على ذلك، و بالإستعانة بمقدرات تلاؤمية قادرة على إعطاء نظم تقدير بشكل مستقل عن نظام التحكم قمنا بإنشاء منهجين جديدين للتحكم تلاؤميين غير مباشرين متحملين للخلل. و في الأخير، قمنا بإظهار أداء كل هذه المناهج المتحملة للخلل في المحاكاة من خلال مثالين تطبيقيين : نواس مقلوب و روبوت طائر ذو أربع محركات.

كلمات مفتاحية : التحكم المتحمل للخلل، التحكم المتين، التحكم عن طريق السطح الديناميكي، التحكم عن طريق الرجوع المرحلي المرشح، تقدير الخلل، مرشح لاخطي تلاؤمي .

Abstract

The work presented in this thesis deals with the problem of fault tolerant control (FTC) for a class of multi-variable uncertain nonlinear systems with external disturbances, modelling uncertainties, actuator faults and sensor faults. Firstly, two fault tolerant control approaches have been presented using respectively backstepping and dynamic surface control (DSC). However, their weakness with respect to sensor faults lead us to use robust adaptive estimation and compensation schemes which are able to react according to the different kinds of faults. In this context, two direct adaptive FTC approaches have been designed respectively using backstepping and adaptive nonlinear filter-based DSC approach with estimation blocks directly related to the tracking-errors. Then, two composite adaptive FTC strategies have been also developed with estimation schemes that have designed by combining these tracking-errors with other prediction-errors derived from estimators, the first one is synthesized using the adaptive nonlinear filter-based DSC approach, while the second is based on the command filtered backstepping (CFB) strategy. Furthermore, by using adaptive estimators providing estimation blocks independently from the control system, two novel indirect adaptive FTC approaches have been designed. The performances of all these FTC algorithms are shown in simulation through two application examples : an inverted pendulum and a quadrotor helicopter.

Key words : Fault tolerant control, Robust control, Dynamic surface control, Command filtered backstepping, Fault estimation, Nonlinear adaptive filter.

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse porte sur le problème de la commande tolérante aux défauts (FTC) pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains en présence des perturbations externes, des incertitudes de modélisation, des défauts d'actionneurs et des défauts de capteurs. Tout d'abord, deux approches de commande robustes tolérantes aux défauts sont présentées respectivement via le backstepping et la commande par surface dynamique (DSC). Cependant, leurs inefficacité face aux défauts de capteurs, nous oblige à employer des schémas d'estimation et de compensation adaptatifs robustes, qui sont capables de réagir aux différents types de défauts. Dans ce contexte, deux approches FTC adaptatives directes sont conçues via le backstepping et la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, en utilisant des blocs d'estimation liés directement aux erreurs de poursuite. Ensuite, deux autres stratégies FTC adaptatives composites sont développées, avec des schémas d'estimation conçus en combinant ces erreurs de poursuites avec d'autres erreurs de prédiction fournies à travers des estimateurs, la première approche est basée sur la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, tandis que la deuxième est synthétisée en employant la technique de commande par backstepping filtré (CFB). De plus, à l'aide des estimateurs adaptatifs fournissant des blocs d'estimation indépendamment du système de commande, deux nouvelles approches FTC adaptatives indirectes sont synthétisées. Les performances de tous ces algorithmes FTC sont illustrées en simulation, à travers deux exemples d'application : un pendule inversé et un hélicoptère quadrirotor.

Mots clés : Commande tolérante aux défauts, Commande robuste, Commande par surface dynamique, Commande par backstepping filtré, Estimation de défaut, Filtre non linéaire adaptatif.

Dédicaces

*À la mémoire de ma très chère mère **Cherifa**,*

*À la mémoire de mon cher père **Mohamed**,*

*À ma très chère femme **Yamina** qui a tant enduré avec moi et m'a soutenu jusqu'au bout,*

*À mon adorable fils **Abdellah**.*

Avant-propos

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse a été effectué au Laboratoire de Commande de Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENP), et au Laboratoire d'Automatique de Jijel (LAJ) de l'Université de Jijel.

Tout d'abord, je ne serai débiter ces remerciements, sans m'adresser à mes Directeurs de thèse, en l'occurrence Messieurs **Mohamed TADJINE**, Professeur à l'ENP, et **Salim LABIOD**, Professeur à l'Université de Jijel, qui ont bien voulu prendre en charge la direction scientifique de mon travail. Leurs conseils judicieux et leurs encouragements m'ont beaucoup aidé pour l'aboutissement de ces travaux. Qu'ils trouve ici, l'expression de ma profonde gratitude.

Je mesure tout l'honneur qu'a bien voulu me faire Monsieur **Boualem HEMICI**, Professeur à l'ENP, en acceptant la présidence de jury.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur **Khelifa BENMANSOUR**, Professeur au ESDAT (Reghaia), pour l'honneur qu'il m'a fait, en acceptant d'examiner ce travail.

Je tiens également à exprimer ma profonde et respectueuse gratitude à Monsieur **Hamid BOUBERTAKH**, Maitre de Conférences-A à l'Université de Jijel, qui me fait un grand honneur, en acceptant de faire partie du jury d'examen.

Je suis également très reconnaissant à Monsieur **Rachid ILLOUL**, Maitre de Conférences-A à l'ENP, qui m'a honoré en acceptant d'examiner cette thèse.

Mes sincères remerciements vont aussi à Monsieur **Mouloud BOUCHOUCHA**, Maitre de Conférences-A à l'EMP, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail, en acceptant de faire partie de l'honorable jury d'examen.

A toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin, directement ou indirectement, à l'aboutissement de ce travail, et à l'impression de cette thèse. Je les remercie tous, particulièrement ma famille, mes amis et mes collègues.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale	12
1 État de l'art sur la commande tolérante aux défauts	15
1.1 Introduction	15
1.2 Défauts et défaillances	15
1.2.1 Défaut	15
1.2.2 Défaillance	16
1.2.3 Différence entre défaut et défaillance	16
1.3 Classification des défauts	16
1.3.1 Classification selon la localisation	16
1.3.2 Classification selon la modélisation	19
1.3.3 Classification selon les caractéristiques temporelles	20
1.4 Classification des systèmes FTC	21
1.4.1 Systèmes FTC passifs	22
1.4.2 Systèmes FTC actifs	24
1.5 Conclusion	35
2 Commande robuste tolérante aux défauts actionneurs	36
2.1 Introduction	36
2.2 Formulation du problème	37
2.3 Commande robuste tolérante aux défauts via le backstepping	38
2.4 Commande robuste tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres par mode glissant	42
2.4.1 Synthèse du contrôleur	42
2.4.2 Analyse de la stabilité	43
2.5 Exemples d'application	45
2.5.1 Pendule inversé	45

2.5.2	Quadrirotor	47
2.6	Conclusion	51
3	Commande adaptative directe tolérante aux défauts actionneurs et capteurs	52
3.1	Introduction	52
3.2	Formulation du problème	53
3.3	Commande adaptative directe tolérante aux défauts via le backstepping avec fonctions de réglage	56
3.4	Commande adaptative directe tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs	71
3.4.1	Synthèse du contrôleur	71
3.4.2	Analyse de la stabilité	72
3.5	Exemples d'application	77
3.5.1	Pendule inversé	77
3.5.2	Quadrirotor	81
3.6	Conclusion	87
4	Commande adaptative composite tolérante aux défauts actionneurs et capteurs	88
4.1	Introduction	88
4.2	Commande adaptative composite tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs	89
4.2.1	Synthèse du contrôleur	89
4.2.2	Analyse de la stabilité	91
4.3	Commande adaptative composite tolérante aux défauts via le backstepping filtré CFB	95
4.3.1	Synthèse du contrôleur	95
4.3.2	Analyse de la stabilité	100
4.4	Exemples d'application	102
4.4.1	Pendule inversé	103
4.4.2	Quadrirotor	105
4.5	Conclusion	108
5	Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts actionneurs et capteurs	109
5.1	Introduction	109
5.2	Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs	110
5.2.1	Synthèse du contrôleur	110
5.2.2	Analyse de la stabilité	112
5.3	Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts via le backstepping filtré CFB	116
5.3.1	Synthèse du contrôleur	116
5.3.2	Analyse de la stabilité	119
5.4	Exemples d'application	122
5.4.1	Pendule inversé	122
5.4.2	Quadrirotor	124

5.5 Conclusion	126
Conclusion générale et perspectives	128
Bibliographie	131

Table des figures

1.1	Types des défauts selon leur localisation.	16
1.2	Types des défauts d'actionneurs les plus connus.	17
1.3	Types des défauts de capteurs les plus répandus.	19
1.4	Défauts additif et multiplicatif.	20
1.5	Évolution temporelle d'un défaut pour $\delta = cte.$	21
1.6	Structure d'un système FTC passif.	22
1.7	Structure d'un système FTC actif.	24
1.8	Classification des systèmes FTC.	25
2.1	Schéma synoptique de l'approche FTC robuste via le backstepping.	41
2.2	Schéma bloc de l'approche FTC robuste via la DSC avec des filtres par mode glissant.	45
2.3	Évolution du pendule inversé en présence d'un défaut d'actionneur	47
2.4	Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs	50
3.1	Diagramme bloc de l'algorithme FTC adaptatif directe via le backstepping avec fonctions de réglage.	68
3.2	Schéma bloc de l'algorithme FTC adaptatif directe via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.	78
3.3	Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur, Test 1	80
3.4	Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur, Test 2	81
3.5	Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs, Test 1	84
3.6	Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs, Test 2	86
4.1	Schéma synoptique de la technique FTC adaptative composite via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.	96
4.2	Schéma bloc de l'approche FTC adaptative composite via la CFB.	103
4.3	Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur	105
4.4	Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs	107

5.1	Schéma bloc de l'algorithme FTC adaptatif indirecte via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.	117
5.2	Schéma synoptique de la méthode FTC adaptative indirecte via la CFB.	122
5.3	Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur . .	124
5.4	Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs . . .	126

Liste des tableaux

1.1	Approches FTC existantes dans la littérature.	35
2.1	Scénario du défaut d'actionneur dans le pendule inversé	46
2.2	Scénario des défauts d'actionneurs dans le Quadrirotor	49
3.1	Scénario du défaut de capteur dans le pendule inversé	79
3.2	Scénario des défauts d'actionneurs dans le Quadrirotor	82
3.3	Scénario des défauts de capteurs dans le Quadrirotor	82

Introduction générale

En raison de la complexité des systèmes technologiques modernes, les méthodologies des systèmes de commande ont évoluées à partir des simples structures de bouclage mécaniques, à des dispositifs électroniques sophistiqués et avancés, pour la commande des systèmes très performants et hautement instables, tout en optimisant les coûts et les efforts de commande. L'émergence des idées de commande multivariables et robustes a été largement entamée dans les cinq dernières décennies, afin d'augmenter les capacités des performances pratiques et d'assurer en même temps la stabilité face aux incertitudes de modélisation et la robustesse vis-à-vis des bruits et des perturbations [1].

Il est bien connu que chaque système de commande est inévitablement soumis à des différents types de défauts, qui se produisent habituellement dans les capteurs, les actionneurs, et certaines parties du système. Ce qui peut également provoquer une dégradation des performances, ou même une instabilité [2]. Ces considérations fournissent une grande motivation pour la conception des stratégies de commande connues sous le nom de "commande tolérante aux défauts (Fault Tolerant Control, FTC)", qui sont capables de compenser l'effet des défauts, ainsi que des dynamiques inhérentes indésirables (manifestées sous forme des perturbations, des incertitudes et des dynamiques non modélisées) et de maintenir la stabilité et les performances du système en boucle fermée à un niveau acceptable en présence de ces dysfonctionnements [3].

Clairement, un système de commande tolérant aux défauts peut ne pas offrir des performances optimales au sens strict pour le fonctionnement nominal du système, mais il peut souvent atténuer l'effet des défauts (défaillances) dans le système, sans compromettre complètement la mission ou mettre en danger les utilisateurs. De toute évidence, la philosophie de la conception de systèmes FTC est différente des autres stratégies de conception. Par conséquent, leur comportement en présence des défaillances sera également différent [4].

Les défauts d'actionneurs peuvent réduire les performances du système de commande, et peuvent même entraîner une détérioration du celui-ci. Les lectures erronées des capteurs sont la raison pour laquelle les points de fonctionnement sont loin des points optimaux. Ce qui peut même conduire le système vers l'instabilité. Dans de nombreuses situations en présence des défauts, le fonctionnement du système doit être arrêté, afin d'éviter l'endommagement des machines et des humains [5]. Pour cette raison, la compensation de ces défauts a été un problème de recherche important et stimulant pour les systèmes de commande tolérants aux défauts.

Il est important de noter que lorsqu'un défaut se produit dans un système, que ce soit dans des

capteurs ou des actionneurs, les caractéristiques du système bouclé peuvent subir un changement significatif (i.e. dégradation). Les actionneurs peuvent ne pas être capables de fournir le même niveau de puissance d'entraînement, alors que les capteurs peuvent ne pas fournir des mesures fiables. Sans une compréhension complète de ces contraintes pratiques et un respect des limitations induites par ces défauts, ainsi que leurs modélisations, la conception d'un système FTC (en ignorant ces arguments) conduit certainement à l'échec dans la pratique.

La contribution principale de nos travaux est de développer des algorithmes de commande tolérants aux défauts simples et efficaces pour une classe des systèmes non linéaires multivariables (MIMO) incertains. En se basant respectivement sur les stratégies de commande par backstepping, par surface dynamique (DSC) et par backstepping filtré (CFB), plusieurs approches FTC sont proposées, en employant des schémas d'estimation et de compensation adaptatifs robustes, afin de tolérer simultanément à deux types de défauts d'actionneurs (incluant le biais et la perte d'efficacité) et quatre types de défauts de capteurs (incluant le biais, la dérive, la perte de précision et la perte d'efficacité), en tenant compte des incertitudes de modélisation et des perturbations externes.

Cette thèse est organisée de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré à la présentation d'un état de l'art sur les différentes stratégies de commande tolérante aux défauts. Après avoir donné les outils fondamentaux et les principaux concepts relatifs à ce domaine, une analyse des différents travaux de recherche existants dans la littérature est introduite, où chaque approche FTC présentée fait l'objet d'une discussion critique, afin d'exposer ses avantages et ses inconvénients.

Le second chapitre aborde le problème de la commande robuste tolérante aux défauts. Après une formulation de ce problème en considérant des perturbations externes, des incertitudes de modélisation et des défauts d'actionneurs, nous proposons deux approches FTC robustes pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains. La première est développée en employant la technique de commande par backstepping. La deuxième approche est basée sur la stratégie de commande par surface dynamique (DSC). En utilisant des filtres par mode glissant, le problème d'explosion de complexité, qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception, est résolu. Dans les deux approches de commande proposées, la compensation de ces perturbations externes, incertitudes et défauts d'actionneurs s'effectue à l'aide des termes robustes de type mode glissant.

Le troisième chapitre est dédié à la conception de deux méthodes de commande adaptatives directes tolérantes aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires MIMO incertains. En plus des dysfonctionnements considérés précédemment (i.e. perturbations externes, incertitudes de modélisation et défauts d'actionneurs), une nouvelle formulation du problème FTC est décrite après la prise en compte des défauts de capteurs. La première approche FTC est basée sur le backstepping. Tandis que la deuxième est conçue en utilisant la technique DSC. Afin d'éliminer le problème de complexité inhérent au backstepping, tout en contribuant à la compensation des défauts de capteurs, des filtres non linéaires adaptatifs sont introduits dans chaque étape de design. L'estimation et la compensation des dysfonctionnements sont réalisées en ligne, à l'aide des schémas adaptatifs robustes, synthétisés en employant directement le système de commande.

Le quatrième chapitre introduit deux schémas de commande adaptatifs composites tolérants aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains en présence des perturbations externes, des erreurs de modélisation, des défauts d'actionneurs et de capteurs . Le premier schéma de commande est conçu en se basant sur l'approche DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs. Dans le but de relaxer quelques hypothèses et de simplifier un peu le design, un deuxième algorithme FTC est proposé en utilisant la technique de commande par backstepping filtré (CFB). L'estimation et la compensation en ligne sont réalisées en incorporant des estimateurs dans le système de commande.

Le cinquième chapitre expose deux stratégies de commande adaptatives indirectes tolérantes aux défauts d'actionneurs et de capteurs pour une classe des systèmes non linéaires MIMO incertains. La première est basée sur la méthode DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs et la deuxième emploie les concepts de l'approche CFB. Les schémas d'estimation et de compensation en ligne sont conçues à l'aide des estimateurs adaptatifs, indépendamment du système de commande.

Par ailleurs, en utilisant l'approche de Lyapunov, une analyse de la stabilité du système en boucle fermée est effectuée dans toutes les approches FTC proposées, en tenant compte des perturbations externes, des incertitudes de modélisation, des défauts actionneurs et/ou capteurs. Ainsi, l'efficacité et les performances de ces stratégies de commande sont évaluées en simulation, à travers deux exemples d'application : un pendule inversé et un quadrirotor.

Ce manuscrit s'achève par une conclusion générale, tout en mettant en évidence quelques perspectives pour les travaux ultérieurs.

Chapitre 1

État de l'art sur la commande tolérante aux défauts

1.1 Introduction

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter une analyse et des discussions sur les concepts fondamentaux relatifs à la commande tolérante aux défauts (FTC). Tout d'abord, un état de l'art des différents types de défauts et de leurs influences sur le système sera donné. Par la suite, afin de bien situer notre étude par rapport aux deux grandes familles des méthodes FTC (passive et active), une classification des principales stratégies de commande tolérantes aux défauts sera abordée, suivi d'une synthèse bibliographique des différents travaux de recherche existants dans la littérature, où chaque approche FTC présentée fera l'objet d'une discussion détaillée, afin de mettre en évidence ses avantages et ses limitations tout en englobant, toutes ces méthodes FTC avec les références bibliographiques correspondantes dans un tableau indicatif.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : les notions de défauts et de défaillances sont distinguées dans la prochaine section. Leur classification est détaillée dans la section 1.3. La section 1.4 concerne la classification avec une discussion sur les différentes méthodes FTC qui peuvent être trouvées dans la littérature, suivi d'une conclusion dans la section 1.5.

1.2 Défauts et défaillances

1.2.1 Défaut

Un défaut représente un changement inattendu d'au moins une propriété caractéristique ou un paramètre du système qui peut dégrader les performances de celui-ci. C'est vrai qu'un défaut peut perturber le fonctionnement normal d'un système par rapport à l'état désiré, mais il peut être tolérable. Les défauts se produisent très rarement dans le système, mais ils ne peuvent pas être totalement empêchés. Cependant, leurs conséquences peuvent parfois être atténuées en prenant des actions appropriées.

1.2.2 Défaillance

Le terme défaillance est défini dans la littérature [6, 7] comme une interruption permanente ou une détérioration complète d'un composant ou d'un système et l'incapacité totale de celui-ci à remplir une fonction spécifique.

1.2.3 Différence entre défaut et défaillance

Une défaillance est généralement une situation plus grave qu'un défaut. Lorsqu'un défaut se produit dans un actionneur par exemple, ce dernier est encore utilisable, mais il peut avoir une réponse plus lente ou devenir moins efficace. Par contre, lorsqu'une défaillance se produit, un actionneur totalement différent est nécessaire pour pouvoir produire l'effet désiré [8], en d'autres termes, pour faire face à une telle situation, un mécanisme de reconfiguration est nécessaire dans le système de commande et une redondance matérielle doit être disponible. Par exemple, dans un avion certains types très sévères de défaillances d'actionneurs, si ils ne sont pas rapidement détectées, elles peuvent dégrader ou même déstabiliser l'ensemble du système [7].

1.3 Classification des défauts

1.3.1 Classification selon la localisation

Un défaut est un événement soudain, qui peut se produire dans n'importe quelle partie du système. Selon l'endroit où il se produit, il peut être classé comme un défaut d'actionneur, un défaut de capteur ou un défaut de composants (voir Figure 1.1).

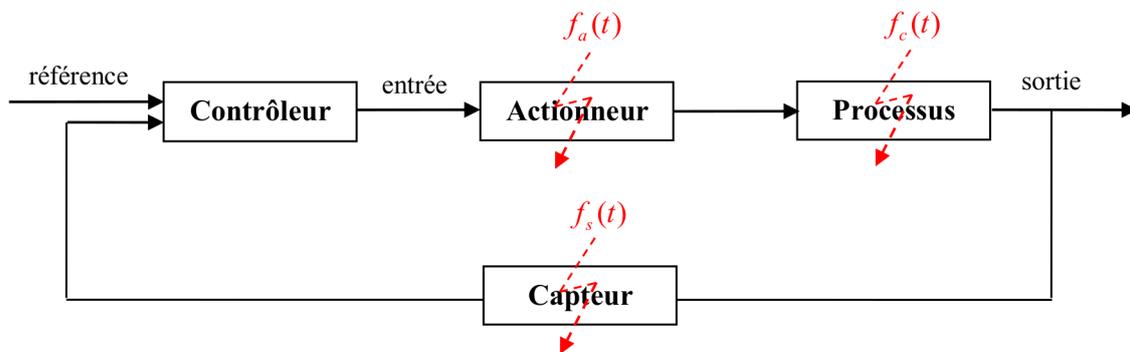


Figure 1.1: Types des défauts selon leur localisation.

1.3.1.1 Défauts d'actionneurs

Les actionneurs sont les chevaux de travail dans un système de commande. Ils représentent la liaison (ou l'interface) entre le contrôleur et le système commandé (le processus) [7]. Un défaut d'actionneur représente une perte partielle ou totale (complète) de l'action de commande. Un exemple d'actionneur complètement perdu est un actionneur "bloqué" qui ne produit aucune action (commandable) quelle que soit l'entrée appliquée à celui-ci. Des défauts d'actionneurs totales peuvent se

produire par exemple suite à une rupture, à un câblage coupé ou brûlé, à des courts-circuits ou à la présence d'un corps étranger dans l'actionneur. Les actionneurs partiellement défaillants ne produisent qu'une partie de l'action normale (dans des conditions de fonctionnement nominales). Cela peut provenir de fuites hydrauliques ou pneumatiques, d'une résistance accrue ou d'une chute de la tension d'alimentation,....,etc. La duplication des actionneurs dans le système, afin d'augmenter la tolérance aux défauts, n'est souvent pas une bonne option en raison de leurs prix élevé, de leurs grande taille et de leurs masse [9].

Les différents types de défauts actionneurs (voir Figure 1.2) peuvent être représentés par les expressions suivantes [10] :

$$u_i(t) = \begin{cases} u_{c_i}(t), & \text{pour } t \geq t_0, \quad \text{Sans défaut} \\ 0, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Oscillation} \\ u_{c_i}(t_{F_i}), & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Blocage} \\ \kappa_{a_i}(t)u_{c_i}(t), & 0 < \underline{\kappa}_{a_i} \leq \kappa_{a_i}(t) \leq 1, \quad \text{Perte d'efficacité} \\ u_{i_{min}} \vee u_{i_{max}}, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Saturation} \end{cases} \quad (1.1)$$

où $u_i(t)$ est le signal de sortie de l'actionneur, $u_{c_i}(t)$ est le signal de commande appliqué au $i^{\text{ème}}$ actionneur, t_{F_i} est l'instant d'occurrence de défaut du $i^{\text{ème}}$ actionneur, $\kappa_{a_i}(t) \in [\underline{\kappa}_{a_i}, 1]$ est le coefficient d'efficacité de l'actionneur, avec $\underline{\kappa}_{a_i} > 0$ représente son efficacité minimale, $u_{i_{min}}$ et $u_{i_{max}}$ représentent respectivement les deux limites inférieure et supérieure du signal de sortie du $i^{\text{ème}}$ actionneur.

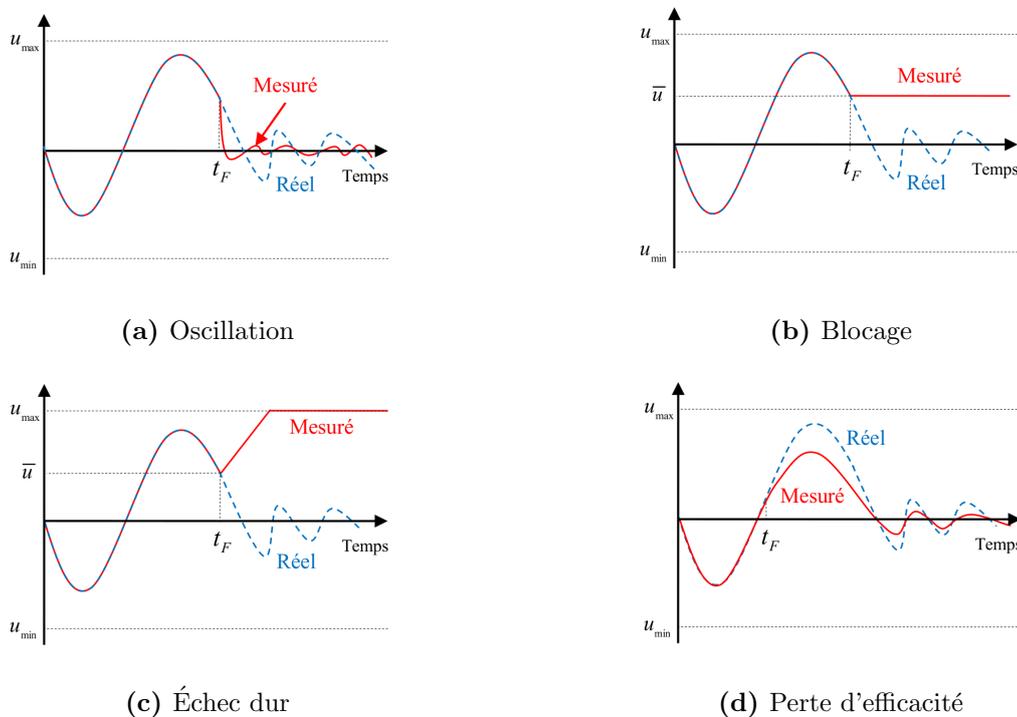


Figure 1.2: Types des défauts d'actionneurs les plus connus.

1.3.1.2 Défauts de capteurs

Les capteurs sont utilisés dans le système de commande pour mesurer et convertir des quantités physiques en un signal (par exemple, un tachymètre mesure la vitesse de rotation de l'arbre du moteur et le convertit en une tension). Les défauts de capteurs représentent des lectures incorrectes des capteurs [7]. Ces défauts peuvent dégrader les performances du système bouclé, même en présence d'un contrôleur bien conçu. Ils peuvent également être divisés en partiel et total. Les défauts de capteurs totales fournissent des informations qui ne sont pas liées à la valeur du paramètre physique mesuré. Ils peuvent être dus à des fils coupés, à un contact perdu avec la surface,... etc. Les défauts de capteurs partiels produisent des lectures qui sont liées au signal mesuré de telle sorte que des informations utiles puissent encore être récupérées. Ceci peut être par exemple, une réduction de gain de telle sorte qu'une version réduite du signal est mesurée, une mesure biaisée qui résulte en un décalage (habituellement constant) dans la lecture, ou un bruit accru. En raison de leur petite taille, les capteurs peuvent être dupliqués dans le système pour augmenter la tolérance aux défauts. Par exemple, en utilisant trois capteurs pour mesurer la même variable, on peut choisir le capteur le plus fiable, en faisant une comparaison des lectures issues de ces capteurs [9].

Les défauts capteurs les plus connus sont : a) le biais, b) la dérive, c) la perte d'efficacité, d) le blocage et e) l'erreur de calibrage. La Figure 1.3 représente l'effet de ces défauts sur les mesures. Le modèle mathématique de tous ces types de défauts peut être décrit sous la forme [10, 11]

$$y_i(t) = \begin{cases} x_i(t), & \text{pour } t \geq t_0, \quad \text{Sans défaut} \\ x_i(t) + b_{s_i}, \quad \dot{b}_{s_i}(t) \equiv 0, \quad b_{s_i}(t_{F_{s_i}}) \neq 0, & \text{Biais} \\ x_i(t) + b_{s_i}(t), \quad |b_{s_i}(t)| = \lambda_i t, \quad 0 < \lambda_i \ll 1, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Dérive} \\ x_i(t) + b_{s_i}(t), \quad |b_{s_i}(t)| < \bar{b}_{0_i}, \quad \dot{b}_{s_i}(t) \rightarrow 0, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Perte de précision} \\ x_i(t_{F_i}), & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Blocage} \\ \kappa_{s_i}(t)x_i(t), \quad 0 < \underline{\kappa}_{s_i} \leq \kappa_{s_i}(t) \leq 1, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \quad \text{Erreur de calibrage} \end{cases} \quad (1.2)$$

où t_{F_i} représente l'instant d'occurrence de défaut du $i^{\text{ème}}$ capteur, $\kappa_{s_i}(t) \in [\underline{\kappa}_{s_i}, 1]$ modélise la perte d'efficacité (erreur de calibrage) du capteur, dont son minimum est noté par le coefficient $\underline{\kappa}_{s_i} > 0$, $b_{s_i}(t) \in [-\bar{b}_{0_i}, \bar{b}_{0_i}]$, avec $\bar{b}_{0_i} > 0$ modélise le biais, la dérive et la perte de précision du capteur.

1.3.1.3 Défauts de composants

Ce sont des défauts qui se produisent dans les composants du système lui-même, c'est-à-dire que tous les défauts qui n'appartiennent pas à la catégorie des défauts de capteurs ou défauts d'actionneurs, peuvent être considérés comme des défauts de composants [7]. Ces défauts représentent des changements dans les paramètres physiques du système, par exemple : Masse, coefficients aérodynamiques, constante d'amortissement,... etc., qui sont dus à des dommages structurels [9]. Ils sont souvent difficiles à modélisés et demandent des essais expérimentaux extensifs pour avoir un modèle précis. Généralement, ces défauts se traduisent par un changement dans l'équation d'état. Ce changement dans la dynamique du système commandé peut être paramétrique ou structurel.

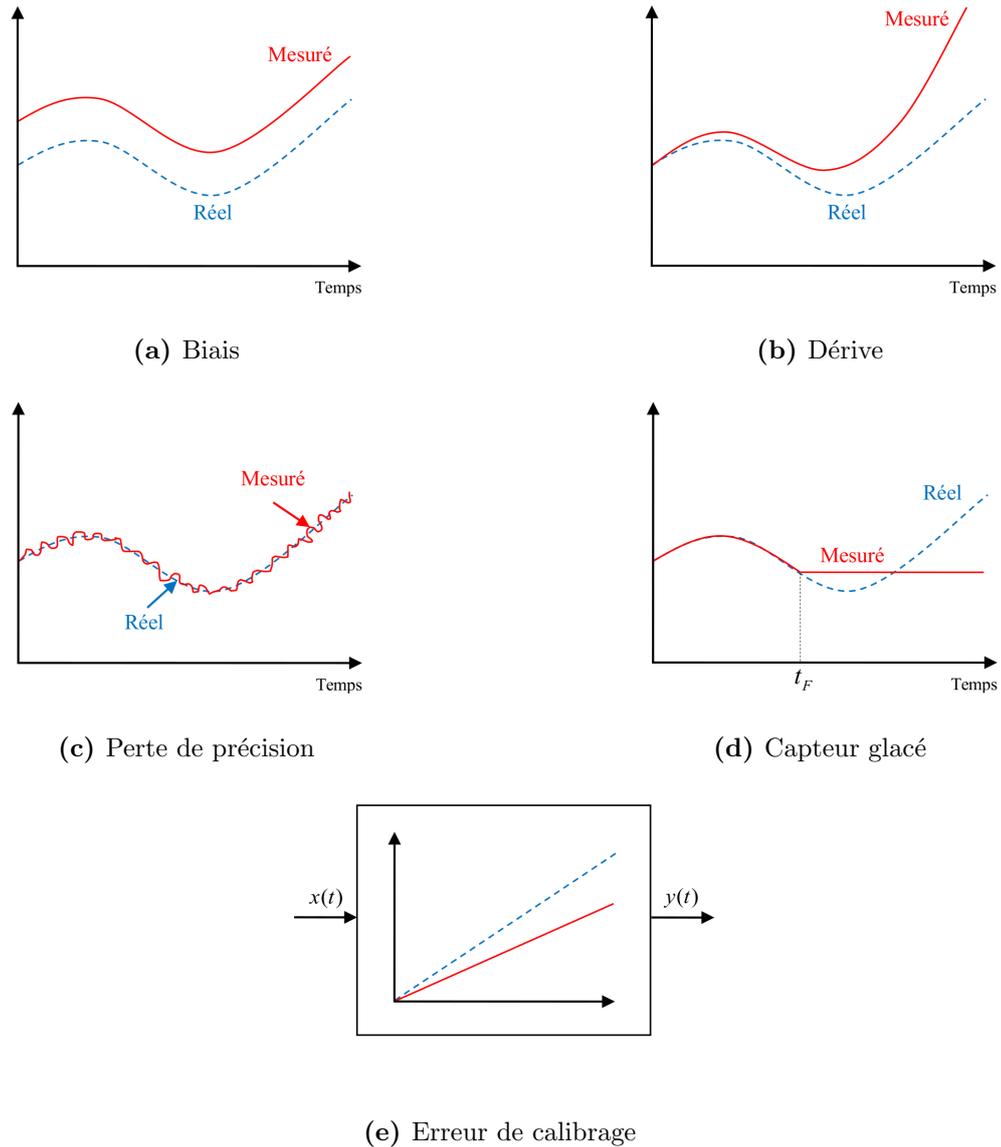


Figure 1.3: Types des défauts de capteurs les plus répandus.

1.3.2 Classification selon la modélisation

D'un point de vue modélisation, les défauts peuvent être classés comme additifs ou multiplicatifs, comme le montre la Figure 1.4.

1.3.2.1 Défauts additifs

Les défauts additifs sont considérés comme des signaux externes supplémentaires, qui correspondent à des changements constatés indépendamment des entrées connues (i.e. ce sont considérés comme des entrées inconnues). Ces défauts sont appropriés pour représenter des défauts de composants dans le système à commander.

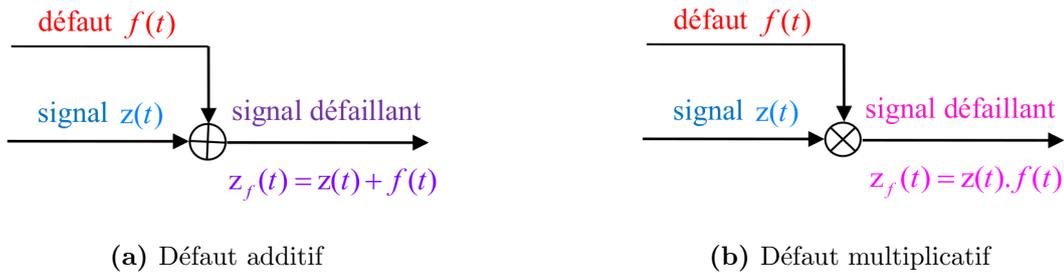


Figure 1.4: Défauts additif et multiplicatif.

1.3.2.2 Défauts multiplicatifs

Les défauts multiplicatifs correspondent à des changements de paramètres qui affectent l'évolution des entrées et/ou des sorties, où l'amplitude de ces défauts dépend des entrées connues. Notant que les défauts d'actionneurs et de capteurs sont les plus souvent multiplicatifs par nature.

1.3.3 Classification selon les caractéristiques temporelles

Ainsi, en fonction de leurs caractéristiques temporelles, les défauts peuvent être aussi classés comme graduels, abrupts ou intermittents (voir Figure 1.5).

1.3.3.1 Défauts graduels

Ils représentent des changements paramétriques lents, qui résultent souvent en raison du vieillissement. Ils sont difficiles à détecter du fait de leurs caractéristiques temporelles lentes, mais ils ne sont pas sévères. Cependant, si ces défauts ne sont pas pris en charge rapidement, ils peuvent conduire à une situation grave. Les défauts graduels peuvent être modélisés comme suit [12–15]

$$f_i(x, u, t) = \beta_i(t - t_{F_i})\delta_i(x, u) \quad (1.3)$$

avec

$$\beta_i(t - t_{F_i}) = \begin{cases} 0, & \text{pour } t < t_{F_i}, \text{ Absence de défaut} \\ 1 - e^{-\alpha_i(t - t_{F_i})}, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \text{ Présence de défaut} \end{cases} \quad (1.4)$$

où $f_i(x, u, t)$ représente la fonction non linéaire du $i^{\text{ème}}$ défaut, $\beta_i(t - t_{F_i})$ caractérise le profil temporel de ce défaut, qui se produit à un instant inconnu t_{F_i} , α_i est une constante positive qui représente le taux d'évolution du défaut et $\delta_i(x, u)$ désigne le changement de la dynamique du système due au $i^{\text{ème}}$ défaut. Cette caractérisation permet aux même temps d'avoir des défauts additifs et multiplicatifs (car δ_i peut être en fonction du vecteur d'état x et/ou du vecteur de commande u). Il est à noter que les défauts graduels sont caractérisés par des faibles valeurs de α_i .

1.3.3.2 Défauts abrupts

Ils se produisent instantanément souvent à la suite d'un dommage matériel. Ces défauts peuvent être très sévères car, si ils affectent les performances et/ou la stabilité du système bouclé, une réaction rapide du système FTC est nécessaire. Mathématiquement, ces défauts peuvent être modélisés comme un cas particulier des défauts graduels (définis dans (1.3)-(1.4)), lorsque la

constante α_i prend des grandes valeurs, ce qui rend le profil temporel $\beta_i(t - t_{F_i})$ proche d'un échelon unitaire. Autrement dit, le terme $\beta_i(t - t_{F_i})$ devient [12–15]

$$\beta_i(t - t_{F_i}) = \begin{cases} 0, & \text{pour } t < t_{F_i}, \text{ Absence de défaut} \\ 1, & \text{pour } t \geq t_{F_i}, \text{ Présence de défaut} \end{cases} \quad (1.5)$$

1.3.3.3 Défauts intermittents

Ce sont des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises. Ils représentent également un cas particulier de défauts abrupts, avec la propriété particulière qu'ils reviennent d'une façon aléatoire à leurs valeurs normales. Ces défauts peuvent être causés par un contact intermittent ou un câblage partiellement endommagé.

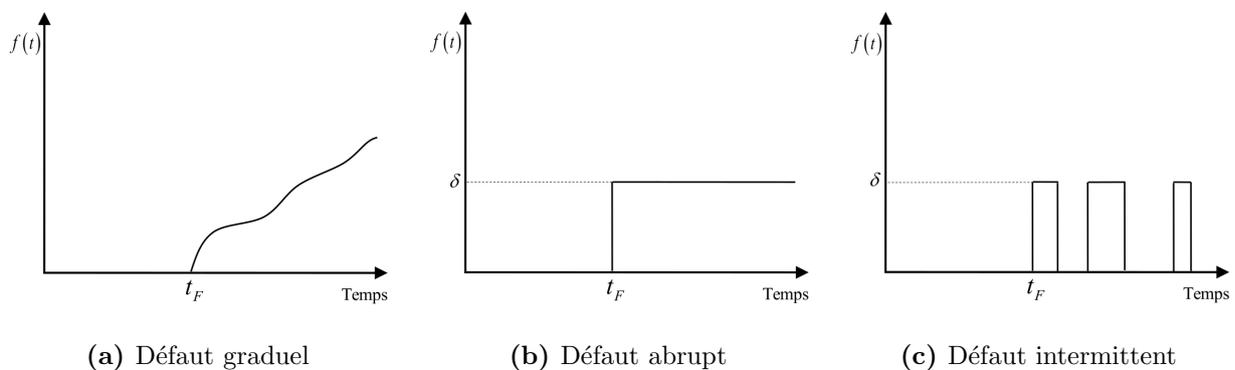


Figure 1.5: Évolution temporelle d'un défaut pour $\delta = cte$.

1.4 Classification des systèmes FTC

Un système de commande tolérante aux défauts (*Fault Tolerant Control System*, FTCS) est un système qui permet d'accommoder les défauts dans les composants du système et qui est capable de maintenir la stabilité avec un degré de performance acceptable non seulement en état normal, mais également lorsqu'il y a des dysfonctionnements dans ses composants, qui empêchent des défauts dans un sous-système de se développer en défaillances au niveau de système commandé [16].

Un système FTC peut être employé pour améliorer la fiabilité, la maintenabilité et la capacité de survie du système [17]. Les objectifs du système FTC peuvent être différents selon le type des applications. On dit qu'un FTCS améliore la fiabilité du système, si il permet une exécution normale des tâches, même après l'apparition des défauts. Il permet aussi d'améliorer la maintenabilité, en augmentant le temps entre les actions de maintenance et en permettant au même temps l'utilisation des procédures de réparation simples.

Selon la manière dont le problème est abordé, les systèmes FTC sont généralement divisés en deux classes : *passive* et *active* [18]. Le choix de l'approche à utiliser dépend de la capacité à déterminer les défauts qu'un système peut les subir à la phase de conception, du comportement des changements induits par le défaut et du type de redondance utilisé dans le système [16].

1.4.1 Systèmes FTC passifs

Dans les systèmes PFTC (*Passive Fault Tolerant Control Systems*), le contrôleur est conçu en se basant sur l'idée de la commande robuste, avec une structure fixe et sans aucun ajustement en ligne, afin de rendre le système en boucle fermée insensible à certains défauts présumés. Cette approche n'exige pas un module de diagnostic de défauts, elle traite les défauts comme étant des sources d'incertitude, ce qui la rend sur le plan des calculs moins complexe et plus attractive (voir Figure 1.6). Cependant, elle est très restrictive à cause des inconvénients suivants [9] :

- Afin d'assurer la robustesse aux défauts, généralement un sous-ensemble très restreint des défauts possibles peut être considéré. Souvent, seulement les défauts qui ont un "petit effet" sur le comportement du système qui peuvent être traités de cette manière.
- L'obtention d'une bonne robustesse vis-à-vis de certains défauts n'est possible, qu'au prix d'une diminution des performances nominales. Puisque le système est affecté très rarement par les défauts, il n'est pas raisonnable de dégrader considérablement les performances du système en absence de défauts, uniquement pour obtenir une certaine insensibilité à une classe restreinte de défauts.

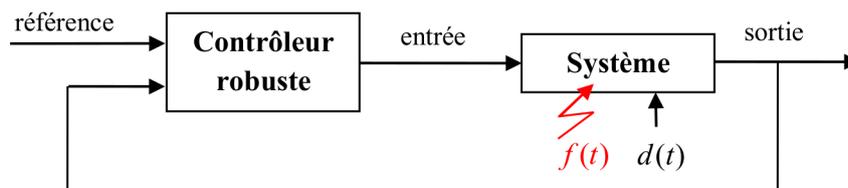


Figure 1.6: Structure d'un système FTC passif.

Les approches FTC passives les plus répandues dans la littérature sont : la commande linéaire quadratique (LQ), la commande robuste H_∞ et la commande fiable basée sur les inégalités matricielles linéaires (LMIs). Un bon aperçu historique sur la recherche et le développement de ces approches peut être trouvé dans [19].

1.4.1.1 Approche linéaire quadratique (LQ) fiable

L'approche LQ est l'une des techniques FTC passives les plus établies, elle repose sur la robustesse de la théorie linéaire quadratique. Cette approche a été initialement utilisée par [20], afin de répondre aux exigences de robustesse face aux défauts de capteurs. En suite, les auteurs de [21] ont développé deux systèmes de commande fiables, qui assurent la stabilité et les performances du système bouclé en état défaillant, le premier est centralisé en cas de blocage des capteurs ou d'actionneurs et le deuxième est décentralisé dans le cas de blocage des canaux de commande. Dans [22], la technique de commande linéaire quadratique (LQ) a été exploitée pour synthétiser un contrôleur fiable face à une classe de blocages d'actionneurs, en utilisant les équations de Riccati. Une méthode fiable basée sur la technique d'attribution robuste des valeurs propres régionales, avec l'utilisation d'un pré-compensateur a été proposée par [23], afin de modifier les caractéristiques dynamiques des actionneurs redondants dans les canaux de commande. En se basant sur les équations de Riccati, un contrôleur LQG fiable est conçu dans [24] pour les systèmes linéaires en présence des défaillances

de capteurs. Une extension des résultats développés par [21], a été proposée dans [25] pour traiter les systèmes non linéaires, en employant les inégalités Hamilton-Jacobiennes au lieu des équations de Riccati.

Le problème principal de cette approche est que la stabilité du système en boucle fermée n'est plus garantie en dehors des défauts pré-sélectionnés, et comme il n'existe pas un mécanisme de reconfiguration pour le contrôleur, les performances nominales ne peuvent plus être optimales.

1.4.1.2 Approche de commande robuste H_∞

Une autre approche de commande largement utilisée pour les systèmes FTC passifs est la commande robuste H_∞ . Cette approche utilise les résultats obtenus dans [26]. Ainsi, des résultats importants ont été extraits à partir de [21], lorsque la performance H_∞ a été assurée en présence de blocage des composants de commande, tout en conservant la commandabilité et l'observabilité du système bouclé. Ces résultats (i.e. de [21]) ont été étendus dans [27], en considérant non seulement les défauts de type blocage, mais aussi la perte d'efficacité dans les capteurs et les actionneurs. Récemment, des recherches ont été également portées sur le même problème en considérant la commande des systèmes en réseau (Networked Control Systems) [28, 29].

Cependant, lorsque l'amplitude du défaut dépasse le seuil considéré dans la conception, les performances de la norme H_∞ ne peuvent plus être garanties. Ainsi, comme indiqué dans [30], l'inconvénient majeur de cette méthode, est lorsque le signal de référence (qui est considéré comme perturbation) est supposé arbitraire, car le contrôleur devient très restrictive par la prise en compte du signal de référence le plus défavorable.

1.4.1.3 Approches FTC passives basées sur les inégalités matricielles linéaires (LMIs)

L'objectif de cette approche FTC est d'obtenir des performances optimales en état normal, avec un niveau de performance acceptable en présence de défauts. Dans [31], le problème de la FTC robuste a été formulé dans le cadre des LMIs, pour lequel des performances satisfaisantes ont été établis, avec une stabilité robuste vis-à-vis des défauts. En particulier, une approche multi-objectifs est utilisée afin d'obtenir une formulation d'inégalité matricielle pour la conception du système FTC. Un contrôleur fiable par retour de sortie a été synthétisé dans [32], en utilisant une approche LMI itérative. Dans ce cas, l'objectif de commande est de trouver un contrôleur FTC, de telle sorte que les performances nominales sont optimisées, en assurant également la fiabilité du système bouclé en présence des défauts actionneurs et/ou capteurs. Ainsi, les auteurs de [33], ont proposé une solution au problème de filtrage fiable pour les systèmes continus et discrets vis-à-vis des défauts de capteurs, en utilisant un algorithme itératif convergeant basé sur l'approche LMI.

1.4.1.4 Autres approches FTC passives

La majorité des autres stratégies de commande FTC fiables qui existent dans la littérature sont conçues soit par la combinaison des méthodes motionnées précédemment (i.e. Approches LQ, H_∞ et LMI), afin d'établir des systèmes de commande robustes pour des systèmes linéaires [34, 35], soit par l'incorporation de ces approches avec des modèles flous Takagi-Sugeno (T-S), afin d'obtenir des contrôleurs fiables pour des classes de systèmes non linéaires [36-38].

1.4.2 Systèmes FTC actifs

Contrairement aux systèmes FTC passifs, les AFTCS (*Active Fault Tolerant Control Systems*) sont conçus en se basant sur les informations en ligne des défauts fournis par des systèmes de détection et de diagnostic de défauts (Fault Detection and Diagnosis, FDD), comme le montre la Figure 1.7. Plus précisément, les systèmes FTC actifs réagissent activement aux défauts/défaillances, en reconfigurant les lois de commande de manière que la stabilité et des performances acceptables du système peuvent être maintenues. Dans certains cas critiques, des performances dégradées peuvent être acceptées. La structure d'un système AFTC est généralement plus compliquée par rapport à celle des systèmes FTC passives, mais elle peut traiter une classe plus large avec des types plus intenses de défauts.

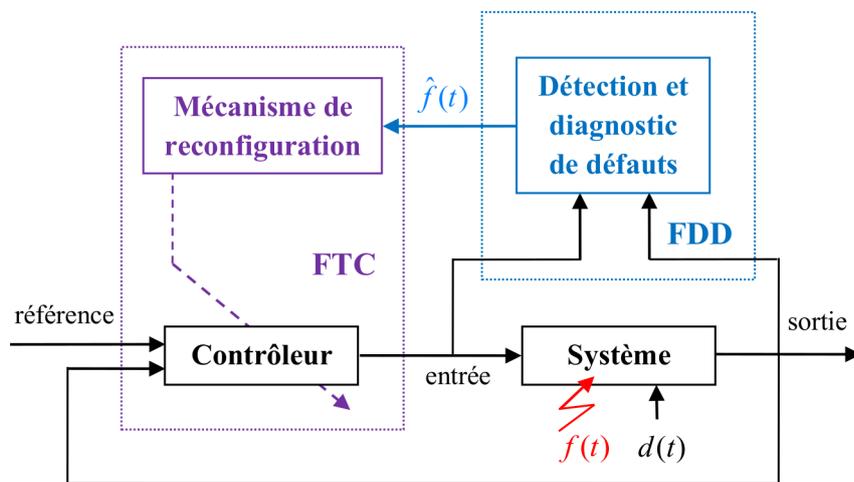


Figure 1.7: Structure d'un système FTC actif.

Les systèmes FTC actifs peuvent être distingués des schémas PFTC par deux aspects :

- Un bloc de diagnostic de défauts FDD (i.e. détection et isolation de défauts (Fault Detection and Isolation, FDI), estimation de défauts (Fault Estimation, FE)).
- Un mécanisme de reconfiguration (Reconfiguration Mechanism, RM).

Le mécanisme de reconfiguration modifie les paramètres ou la structure du contrôleur, en fonction des informations de défaut issues par l'unité FDD (i.e. FDI et/ou FE).

Dans la littérature, les méthodes AFTC peuvent être divisés en deux classes : 1) des méthodes basées sur la *projection* et 2) des méthodes de *reconception en ligne* [7] (voir Figure 1.8).

- Dans les méthodes à base de *projection*, l'un des contrôleurs pré-calculés hors ligne pour chaque scénario de défaut spécifique est sélectionné, en fonction des informations de défaut fournies par le schéma FDD.
- Dans les méthodes de *reconception en ligne*, en fonction des informations de défauts fournies par le bloc FDD, le nouveau contrôleur est synthétisé en ligne. Ces méthodes sont désignées comme : *accommodation*, *reconfiguration* et *restructuration* [5].

- *Accommodation* : Dans ce cas, la loi de commande est générée à travers l'adaptation en ligne des paramètres du contrôleur. Les entrées-sorties (I/O) entre le contrôleur et le système à commander restent les mêmes que pour le cas nominal (i.e. sans défauts).
- *Reconfiguration* : Dans le cas où l'accommodation des défauts est impossible, le système bouclé doit être reconfiguré. La reconfiguration inclue la sélection d'une nouvelle configuration de commande, où des signaux d'entrées-sorties (I/O) alternatives sont utilisées. La sélection de ces signaux dépend des défauts existants. Par conséquent, une nouvelle loi de commande doit être conçue en ligne.
- *Restructuration* : En cas des défauts très sévères et lorsque la reconfiguration de la loi de commande n'est plus efficace, les paramètres du régulateur et la structure du système commandé sont modifiés instantanément en ligne pour surmonter ce problème.

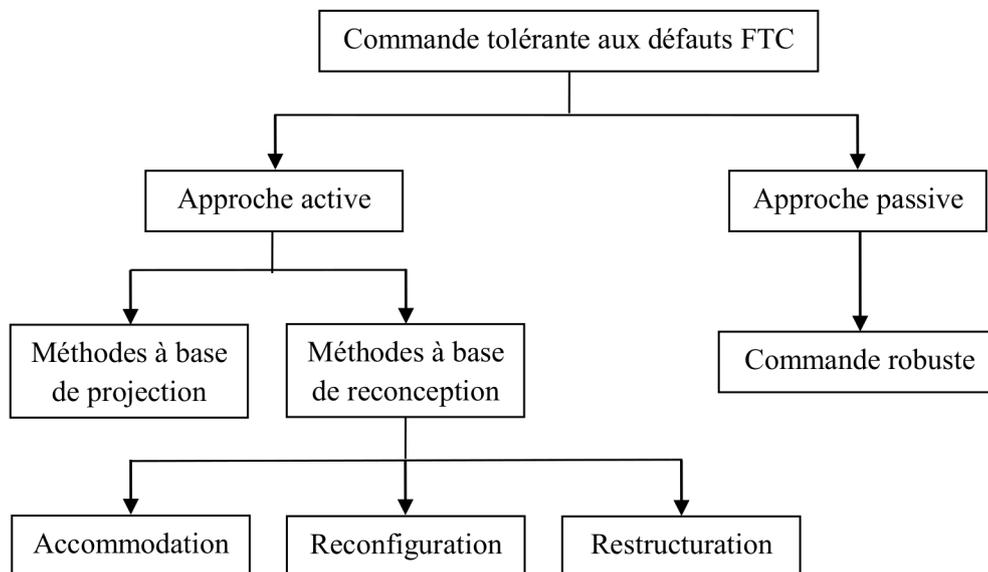


Figure 1.8: Classification des systèmes FTC.

Une discussion des différentes stratégies FTC actives est présentée dans les sous-sections suivantes.

1.4.2.1 Méthode de pseudo inverse (Pseudo-inverse method, PIM)

L'idée principale de la méthode du pseudo inverse (PIM) est de modifier le gain de commande par retour d'état, de telle sorte que le système reconfiguré se rapproche du système nominal dans un certain sens. Cette approche est attractive à cause de sa simplicité dans le calcul et sa mise en œuvre. Le principal inconvénient de cette méthode est que la stabilité du système reconfiguré n'est pas toujours garantie. En d'autres termes, un choix sans soins approprié du gain de commande, peut conduire à l'instabilité du système en boucle fermée. La base théorique de la méthode PIM a été développée par [39], où l'inconvénient majeur de cette méthode a été souligné et une nouvelle approche qui fournit des contraintes de stabilité pour la solution du PIM a été proposée. Une approche modifiée de la PIM (Modified Pseudo-inverse method, MPIM) a été proposée en suite

dans [40], où un ensemble de modèles admissibles est utilisé, au lieu de la recherche d'un modèle optimal, qui ne donne aucune garantie de stabilité. D'autres modifications (améliorations) des méthodes PIM/MPIM ont été proposées plus tard dans la littérature (voir par exemple [41–43]).

1.4.2.2 Placement de structure propre (Eigenstructure assignment, EA)

La méthode du placement de structure propre a été appliquée aux systèmes FTC, afin de concevoir une structure propre (i.e. les valeurs propres et les vecteurs propres) du système reconfiguré, de manière à être aussi similaire que possible à celle du système nominal. L'idée de base de cette approche est d'assigner les valeurs propres les plus dominants, tout en minimisant la différence entre les vecteurs propres correspondants des deux systèmes bouclés nominal et défaillant. L'avantage de cette méthode par rapport à celle du pseudo-inverse (PIM), est que la loi de commande correspondante garantit la stabilité en boucle fermée du système défaillant, comme il est montré dans [44]. Par la suite, les méthodes de commande reconfigurables basées sur le placement de structure propre ont été développées, en utilisant les filtres de Kalman pour estimer simultanément les états et les défauts [45, 46], ainsi que l'emploi de la méthode d'interaction multi-modèles (IMM) [47]. Dans [48], le problème de reconfiguration des systèmes dynamiques de deuxième ordre est entamé, en utilisant l'approche du placement de structure propre via un retour proportionnel-dérivé (PD feedback). En se basant sur la méthode EA, trois systèmes de commande reconfigurables statique, dynamique et robuste ont été conçus dans [49], de façon que le système reconfiguré aura une sensibilité minimale aux incertitudes du modèle après la présence des défauts. Récemment, un schéma de commande reconfigurable est proposé dans [50], en combinant un observateur de détection de défaut avec un contrôleur par placement de structure propre pour un système modélisé par l'opérateur delta (plus de détail sur cet opérateur peut être trouvé dans [51]), avec une application sur un aéronef sans queue.

1.4.2.3 Poursuite de modèle (Model following, MF)

L'idée de base de la méthode du poursuite de modèle est de concevoir un système de commande, qui permet de rendre le vecteur de sortie ou d'état d'un système réel suivre le plus proche possible celui d'un système de référence, même en présence de défauts. Une approche de commande restructurable a été présentée dans [52], en utilisant une poursuite de modèle implicite proportionnel-intégral. Dans [53], une approche de commande reconfigurable est synthétisée via la méthode du poursuite de modèle parfait en se basant sur des conditions nécessaires et suffisantes dans le domaine fréquentiel. Dans [54], deux stratégies de reconfiguration basées sur les principes de l'approche de poursuite de modèle sont développées en utilisant le retour de sortie, l'une implicite (IMF) et l'autre explicite (EMF). Un mécanisme de commutation pour un stabilisateur horizontal réglable (THS), utilisé pour générer un moment de tangage supplémentaire est combiné avec la technique du poursuite de modèle (MF) dans [55], pour la commande longitudinale d'un aéronef civil de grande taille en présence des défaillances d'élévateur.

1.4.2.4 Séquencement de gains (Gain-scheduling, GS)

La méthode GS appartient à la classe des méthodes à base de *projection*. L'idée de cette approche consiste donc à générer une loi de commande, avec des gains qui varient en fonction de

certaines paramètres variables, incluant les signaux de défaut fournis par le schéma FDD. Un concept de système de commande de vol auto-réparable a été présenté dans [56], pour lequel le gain séquencé permet de stabiliser un ensemble de modèles représentant l'avion dans plusieurs modes de défaillance d'actionneurs. Une analyse de stabilité d'un système de commande tolérante aux défauts non linéairement séquencé avec une structure variable a été effectuée dans [57]. La conception d'un contrôleur reconfigurable linéaire à paramètres variables (LPV) pour un Boeing 747-100/200 est décrit dans [58], où ce régulateur a été séquencé par trois paramètres : l'altitude et la vitesse de vol qui sont mesurables et un signal d'identification de défaut généré par un algorithme FDI. Dans [59], les paramètres de séquençement sont choisis en fonction des estimations fournies en ligne par un filtre de Kalman adaptatif. Les concepts de la commande robuste par séquençement de gains en utilisant une méthode de synthèse de commande linéaire à paramètres variables (LPV) ont été présentés dans [60], afin de concevoir des contrôleurs tolérants aux défauts pour un avion de transport civil, prenant en considération le problème de retard dans la détection de défauts. Récemment, dans le cadre du projet européen RECONFIGURE (REconfiguration of CONtrol in Flight for Integral Global Upset REcovery), une approche de commande adaptative par séquençement de gains a été conçue dans [61, 62] pour un avion de transport, où un estimateur récursif dans le domaine fréquentiel est combiné avec un contrôleur par transformation linéaire fractionnelle (Linear Fractional Transformation, LFT) séquencée.

1.4.2.5 Commande pour les systèmes Linéaires à Paramètres Variants (Linear parameter varying control, LPV control)

La conception de la commande LPV est très proche de celle de la méthode par séquençement de gains (GS) [63]. Cette approche est motivée par deux choses : i) l'insuffisance des performances et des preuves de stabilité pour les méthodes des séquençements de gains classiques [64], ainsi que ii) le problème de l'obtention et de la conception de plusieurs modèles et contrôleurs pour commander un seul système [1]. Afin d'imiter un système réel non linéaire et au lieu de choisir une combinaison de plusieurs modèles linéaires pré-définis, dans cette approche, les modèles se changent de façon paramétrique. Notant que la structure du modèle LPV se ressemble à celle d'un système linéaire avec des matrices (A, B, C) , qui peuvent être modifiées en fonction du vecteur de paramètres choisi. Dans [65, 66], deux structures de commande reconfigurables sont proposées respectivement pour des véhicules lourds en incluant des suspensions actives, des barres anti-roulis actives et un frein actif, afin de garantir, à la fois, l'empêchement du retournement et le confort des passagers en cas de défaillances, où la première structure utilise une méthode LPV avec un schéma FDI basé sur le filtrage H_∞ et la deuxième combine une méthode LPV avec la technique de commande H_∞ , tout en éliminant le bloc FDI. Des contrôleurs reconfigurables linéaires robustes à Paramètres Variants ont été développés dans [67, 68], en employant la stratégie de séquençement de gains et l'approche H_∞ , avec une application sur un double pendule inversé. Notant que les facteurs d'effet de défaut sont estimés en ligne, à l'aide d'un mécanisme FDI à base d'un réseau de neurones. Une approche FTC active est conçue dans [69] pour des systèmes LPV en présence des défauts de capteurs et des incertitudes de modélisation, où les états non mesurables et les défauts sont tout d'abord estimés à travers un observateur LPV d'ordre réduit (low-order LPV observer). Ensuite, un schéma de décision de défaut capable de détecter les défauts de capteurs et de prévenir les fausses alarmes

causées par des incertitudes de modélisation et/ou bruits de mesure est conçu à base de ces estimés, qui sont utilisés par la suite dans le schéma FTC, afin de garantir la tolérance aux défauts. Dans [70], la conception d'un contrôleur par retour d'état à base d'un observateur est effectuée en utilisant une représentation polytopique LPV, où une procédure d'estimation des défauts (qui sont considérés comme des paramètres séquencés) à base d'un algorithme des moindres carrés est utilisée dans l'implémentation de cette approche FTC. Un schéma d'estimation et de compensation des défauts de capteurs et d'actionneurs est proposé dans [71] pour les systèmes LPV, en ajustant les gains du contrôleur et de l'observateur sur la base d'une estimation de la grandeur du défaut. En se basant sur la technique de l'actionneur/capteur virtuel, des approches FTC actives ont été développées récemment dans [72–74] pour les systèmes LPV. L'idée de base dans ces approches est de réaliser l'objectif de la FTC sans re-concevoir le contrôleur nominal, tout en modifiant le système avec l'actionneur/capteur défaillant, par l'ajout d'un bloc de reconfiguration actionneur/capteur virtuel en ligne qui masque le défaut de l'actionneur/capteur, en tenant compte des défauts, ainsi que des changements du point de fonctionnement.

1.4.2.6 Multi-modèles (Multiple Model, MM)

L'approche multi-modèles (MM) appartient à la classe des méthodes FTC actives à base de *projection*. L'idée de cette approche est de calculer un banc des modèles linéaires qui décrivent le comportement du système en état nominal, aussi bien qu'en présence des différents défauts. Pour chaque modèle, un contrôleur correspondant est conçu hors ligne. D'un point de vue FTC, lorsqu'un défaut est détecté, le modèle le plus approprié est sélectionné, et la loi de commande correspondante devient active, en permettant d'assurer la stabilité et les performances du système dans les différentes conditions de fonctionnement. Cette idée a été présentée d'abord dans [75], afin de concevoir un système de commande de vol doté des capacités reconfigurables permettant d'assurer les performances du système lorsqu'il est soumis à des défauts actionneurs et/ou capteurs simples et doubles. Une approche multi-modèles par filtrage de Kalman est proposée dans [76], pour obtenir une estimation du modèle d'un avion endommagé et de l'utiliser pour la reconfiguration du système de commande de vol, en se basant sur les performances réelles du système. Dans [77], des méthodes d'estimation multi-modèles adaptatives (MMAE) ont été incorporées dans la conception d'un système de commande de vol d'un avion de chasse F-16, permettant de détecter et de compenser des défaillances de capteurs et d'actionneurs. Un schéma de commande intelligent reconfigurable multi-modèles a été proposé par [78] pour un avion de chasse avancé sans queue (TAFA) en présence de dégâts d'aile, pour lequel la détection de défauts est effectuée en employant des observateurs multiples et les performances souhaitées en cas d'endommagement sont changées en utilisant des modèles de référence multiples, tout en assurant l'estimation en ligne du pourcentage de ces dégâts. Dans [79], un algorithme de commande reconfigurable adaptatif stable multi-modèles a été conçu pour plusieurs cas de complexité croissante, y compris le cas le plus compliqué, lorsque l'un des actionneurs subi un blocage et le reste perdent leurs efficacité. Une architecture complète de diagnostic et d'accommodation de défauts (FDA) est proposée dans [80], en intégrant une stratégie de commande intelligente avec un système de détection des défauts rentable et un processus de diagnostic de défauts basé sur les multi-modèles, afin de gérer efficacement les fausses alarmes, tout en accommodant en ligne des défauts prévus et imprévus. Dans [81], un système FTC est proposé

en combinant l'approche multi-modèles avec une commande adaptative reconfigurable, afin de compenser l'effet de défauts dans des actionneurs décrits par une dynamique de second ordre. Une approche de compensation adaptative est développée par [82] pour une classe de systèmes MIMO avec des défauts d'actionneurs, en utilisant des bornes avec performances prescrites (PPB) avec un schéma de groupement des actionneurs basé sur la méthode de commutation et de réglage multi-modèles (MMST), afin d'assurer la bornitude de tous les signaux en boucle fermée, la convergence asymptotique de sortie, ainsi que des bonnes performances transitoires, malgré la présence des défauts d'actionneurs.

1.4.2.7 Commande prédictive à base de modèle (Model predictive control, MPC)

L'idée de la méthode MPC consiste à résoudre en ligne et à chaque instant de temps un problème de commande optimale, i.e. la loi de commande MPC est déterminée en minimisant une fonction de coût. D'un point de vue FTC, son avantage principal est sa capacité à gérer facilement les différentes contraintes de commande (comme la saturation, la perte d'efficacité,..etc), avec un nombre limité des paramètres de conception, afin d'assurer un niveau de performance acceptable. Notant que cette technique nécessite une grande puissance de calcul pour générer les signaux de commande à la suite d'une optimisation, qui doit être effectuée à chaque pas de temps. Dans la littérature, cette approche est appliquée dans le contexte FTC initialement dans [83], où un système d'identification et d'optimisation en ligne est utilisé pour maximiser les performances de poursuite d'un avion avant et après l'occurrence des défauts d'actionneurs. Une approche de reconfiguration des systèmes de commande en cas des défauts majeurs a été proposée dans [84], en utilisant une combinaison de quatre techniques, à savoir : la commande prédictive à base de modèle restreint, la modélisation haute fidélité des systèmes complexes, la détection et l'identification de défauts et l'approximation et la simplification des modèles. Les auteurs de [85] ont présenté des formulations et des évaluations expérimentales des divers schémas MPC appliqués à un modèle non linéaire réaliste d'un avion de chasse, en explorant une variété de scénarios des combinaisons défauts/perturbations, avec des formulations d'optimisation en ligne modifiées et robustes. Dans [86], une stratégie FTC active est proposée en employant une commande prédictive robuste à base de modèle, avec un système de détection et d'isolation de défauts (FDI) basé sur la théorie des ensembles, pour faire face aux défauts de capteurs, où le contrôleur MPC robuste est utilisé pour commander le système en présence des perturbations de processus et des bruits de mesure, tout en mettant en œuvre un mécanisme pour tolérer les défauts de capteurs. Tandis que dans le schéma FDI, la détection de défaut (FD) se fait en utilisant des observateurs d'intervalles (interval observers) et l'isolation des défauts (FI) s'effectue au moyen du système MPC et des manipulations d'ensembles. En se basant sur l'idée de [86], un autre schéma FTC basé sur la commande prédictive robuste à base de modèle est développé dans [87] en présence des défauts de capteurs et d'actionneurs, où la détection de défauts (FD) est implémentée en employant un observateur avec ensemble valorisé (set-valued observer) et l'isolation de défauts (FI) est effectué par des manipulations d'ensembles, tout en utilisant la capacité de gestion des contraintes de la méthode MPC robuste. Dans [88], une implémentation expérimentale d'une stratégie FTC active est effectuée en cas de blocage de l'actionneur principal d'un échangeur de chaleur à deux tuyaux, où une commande prédictive multivariable à base de modèle (MIMO-MPC) est combinée avec un système FDI à base d'un observateur adaptatif.

1.4.2.8 Diagnostic et commande intégrées (Integrated diagnostics and control, IDC)

La méthode IDC est basée sur le fait que les deux modules de commande et de diagnostic sont conçus ensemble, au lieu d'être indépendants. Ce qui explique les interactions qui se produisent entre ces deux composants dans un système FTC actif [89]. Il a été montré dans [90], que la conception d'un module combiné de commande et de diagnostic peut assurer la poursuite des références, le rejet des perturbations d'une manière robuste, la commande du système afin que les défauts non détectés n'aient pas d'effets désastreux, la réduction du nombre de fausses alarmes et l'identification des défauts. Dans la littérature, l'application de cette méthode est effectuée avec succès sur plusieurs systèmes pratiques, par exemple : un moteur de fusée réutilisable [91], un échangeur de chaleur [92], un véhicule sous-marin autonome [93], un aéronef [94], un moteur à allumage par étincelle [95], une unité de commande électronique automobile [96], un satellite [97],...etc.

1.4.2.9 Commande adaptative (Adaptive control, AC)

Une façon pour faire face aux changements dans le système (y compris les défauts/défaillances) est par l'adaptation du contrôleur [98]. La commande adaptative est utilisée pour assurer l'ajustement automatique des gains du contrôleur, afin d'obtenir un système en boucle fermée avec des performances désirées [18]. Dans cette approche de commande, il existe deux méthodes d'adaptation : *directe* et *indirecte* [99]. Dans l'approche *directe*, le contrôleur est conçu directement sans estimer les paramètres du système. Tandis que dans l'approche *indirecte*, la conception du contrôleur doit être passée par deux étapes. Tout d'abord, en estimant les paramètres du système. Ensuite, en utilisant ces informations pour synthétiser le contrôleur. À cause de leurs capacité à s'adapter automatiquement aux changements des paramètres du système, les approches FTC adaptatives peuvent être appelées "auto-reconfigurables", où lors de la conception d'un système FTC adaptatif, l'existence des composants "FDD" et "mécanisme de reconfiguration" n'est pas forcément nécessaire [9]. Une approche FTC adaptative est proposée dans [100] pour accommoder les défaillances et maintenir de bonnes performances dans un avion de chasse F-16. Trois algorithmes FTC adaptatifs reconfigurables ont été développés et comparés dans [101], où leurs avantages/inconvénients concernant la complexité et les hypothèses exigées ont été discutés. Dans [102], une approche de commande adaptative directe reconfigurable est développée, où un contrôleur par inversion de dynamique (dynamic inversion) est conçu dans une architecture de poursuite de modèle (MF) explicite, avec l'utilisation en ligne des réseaux de neurones, d'un schéma d'allocation de commande et d'un module d'identification de système, afin d'avoir une tolérance aux défauts dans un avion de chasse sans queue. Pour faire face à des défaillances d'actionneurs caractérisées par certaines entrées inconnues bloquées à certaines valeurs fixes inconnues à des instants inconnus, deux schémas FTC adaptatifs ont été présentés dans [103,104], en utilisant respectivement un retour d'état et un retour de sortie. Les auteurs de [105] ont proposé une approche de commande reconfigurable de vol en utilisant la méthode de poursuite de modèle, avec des règles de mise à jour adaptatives directes, sans la nécessité d'un module de diagnostic FDD. Dans [106], une stratégie FTC adaptative robuste par inversion de dynamique est développée pour des véhicules de vol hypersoniques génériques en présence des défauts multiples, où un observateur adaptatif de défaut est ajouté dans le contrôleur nominal pour accommoder les défauts abrupts rapides, et une technique des données pilotées (data-driven) est employée pour assurer la robustesse contre les défauts lentement variables. Un schéma

de compensation adaptatif des défauts d'actionneurs basé sur la technique "feedback linearization" a été conçu dans [107] pour une classe de systèmes non linéaires multivariables, avec des actionneurs redondants soumis à des défaillances incertaines.

1.4.2.10 Commande intelligente (Intelligent Control, IC)

Cette approche utilise les systèmes experts, la logique floue, les réseaux de neurones et d'autres outils similaires pour détecter et accommoder les défauts. Son avantage est la possibilité d'utiliser facilement des connaissances heuristiques pour avoir la tolérance aux défauts. Cependant, elle exige une puissance de calcul très élevée et une connaissance très précise du défaut. Dans [108], les auteurs ont proposé un contrôleur qui utilise une approche de systèmes experts à base de règles pour transformer la tâche d'accommodation de défaut en un problème de recherche, qui permet d'améliorer les systèmes de gestion de la redondance existante. En employant les techniques d'apprentissage, une méthodologie pour accommoder aux défauts imprévus a été présentée dans [109]. Dans [110], un contrôleur d'apprentissage à modèle de référence flou a été conçu, afin de reconfigurer le contrôleur nominal dans un avion F-16 pour compenser des défauts d'actionneur, sans l'utilisation d'information explicite de défaut. Afin d'augmenter les performances de commande, une stratégie de supervision experte est développée en utilisant seulement des informations sur l'instant d'occurrence de défaut. Les auteurs de [111], ont proposé une approche basée sur la combinaison d'un schéma de détection et d'isolation de défauts, avec un algorithme de reconfiguration de commande (FDIR) en utilisant la logique floue, afin d'assurer des bonnes performances du système bouclé, en évitant l'arrêt immédiat en cas de défaillance comme dans les systèmes critiques (i.e. centrales nucléaires), avec une application sur une chaudière à gaz. Une méthode FTC active basée sur l'utilisation de contrôleurs d'apprentissage en ligne par réseaux de neurones (Neural-Network, NN) a été proposée par [112], cette approche a la capacité de ramener un système infecté par des dommages substantiels à une condition d'équilibre. Cet objectif a été réalisé grâce à l'utilisation d'un algorithme d'apprentissage spécifique, avec une bonne collection des architectures pour les contrôleurs par réseaux de neurones. Une méthodologie d'apprentissage pour la détection et l'accommodation de défauts en utilisant des approximateurs en ligne (i.e approximateurs de fonctions génériques avec paramètres ajustables), tels que des polynômes et des splines, ainsi que des topologies des réseaux de neurones (par exemple : réseaux multi-couches sigmoïdaux et réseaux de fonctions à base radiale) a été présentée dans [113]. Dans [92], une approche a été développée en intégrant la commande adaptative basée sur des modèles flous Takagi-Sugeno (T-S), avec une reconfiguration à base de détection/diagnostic de défauts, en utilisant une structure floue auto-organisée. Les auteurs de [114], ont synthétisés une méthode FTC à base de réseaux de neurones pour des systèmes non linéaires inconnus, où en plus d'un contrôleur à base de réseaux de neurones pour le système nominal, une boucle supplémentaire de compensation de défauts basée sur des réseaux de neurones est introduite en présence de défauts. Une approche FTC adaptative pour une classe des systèmes non linéaires discrets a été proposée dans [115] en utilisant deux contrôleurs : le premier est linéaire robuste, assurant la bornitude de tous les signaux du système bouclé, mais pas des performances satisfaisantes et le second est non linéaire à base de réseaux de neurones, donnant des bonnes réponses, mais il peut également conduire à l'instabilité. Afin d'améliorer simultanément la stabilité et les performances du système global en boucle fermée, une loi de commutation bien définie

est employée entre ces deux contrôleurs. Dans [116, 117], les capacités d'apprentissage en ligne par des réseaux de neurones et des systèmes flous ont été exploitées, afin de concevoir un système FTC, où la commande neuronale/floue adaptative stable basée sur l'approximation en ligne a été étudiée pour une classe de systèmes non linéaires. Notant que dans [117], un bloc de diagnostic de défauts est conçu en employant un interface multi-modèles avec un schéma de supervision expert, afin d'améliorer la capacité de tolérance aux défauts dans le contrôleur adaptatif.

1.4.2.11 Linéarisation par bouclage (Feedback linearization, FL)

Dans la littérature, l'application de la technique de linéarisation par bouclage (feedback linearization) pour concevoir des systèmes FTC est effectuée d'abord dans [118], où un système de commande de vol restructurable a été conçu, de telle sorte que les défauts sont identifiés indirectement, en utilisant un algorithme des moindres carrés récursifs. Ensuite, cette idée est étendue dans [119] pour des systèmes discrets avec une application sur un aéronef infecté par des défaillances, qui se produisant dans les effecteurs de commande. En se basant sur l'idée de [118, 119], un système de commande de vol restructurable (RFCS) est proposé dans [120] pour des grands avions de transport, en combinant une commande "feedback" adaptative avec une commande "feedforward". Afin de faire face aux perturbations causées par les surfaces de commande bloquées, la première technique est appliquée aux surfaces de commande rapides et la deuxième aux effecteurs lents. Dans [121], un système FTC actif est développé pour compenser les défauts agissant dans le système de commande, en combinant un contrôleur FL avec un observateur robuste, utilisé pour estimer simultanément les états du système, ainsi que les défauts d'actionneurs. Récemment, des techniques FTC sont développées pour des systèmes linéarisables par bouclage (FLS) dans [122, 123], pour lesquelles les effets dynamiques causés par les défauts d'actionneurs sur le modèle linéarisé par bouclage sont tout d'abord analysés. Ensuite, des stratégies de commande robustes sont combinées avec l'approche adaptative, afin de générer des schémas FTC adaptatifs robustes, permettant d'éviter le broutement des actionneurs, ainsi que la dérive de l'estimation adaptative des paramètres. Notant que les lois de commande FTC résultantes sont encore améliorées dans [123], pour atteindre la performance prescrite (prescribed performance) en présence des perturbations d'entrées plus sévères.

1.4.2.12 Commande à structure variable/Commande par mode glissant (Variable structure control/Sliding mode control, VSC/SMC)

Les systèmes de commande à structure variable (VSC) se caractérisent par une suite de lois de commande par bouclage, avec une règle de décision nommée "*fonction de commutation*" (switching function), cette fonction décide selon l'état du système, quel contrôleur doit être utilisé à un instant donné. Un système de commande à structure variable peut être considéré comme une combinaison de sous-systèmes, où chaque sous-système a une structure de commande fixe, qui se valide seulement pour un sous-ensemble spécifique d'états du système [124]. La commande par mode glissant (SMC) est un cas particulier de la commande à structure variable, où l'état du système est forcé à se situer dans un voisinage de la *fonction de commutation*. Ce qui permet de rendre le système en boucle fermée robuste et insensible à certains types de perturbations et d'incertitudes. À l'aide de cette propriété de robustesse, la technique SMC devient parmi les candidats les plus appropriés pour la FTC (passive et active). Dans [125, 126], un contrôleur de vol reconfigurable par mode glissant

est conçu, afin d'obtenir une poursuite d'angle de commande robuste, avec une haute précision avant et après un dommage dans un aéronef. Un contrôleur FTC qui possède des capacités de détection et d'isolation de défauts, ainsi qu'une propriété de tolérance aux défauts est développé dans [127], en utilisant une méthode de poursuite de modèle à base d'une commande à structure variable (VSC). Les auteurs de [128] ont suggéré que le commande par mode glissant (SMC) a le potentiel de devenir une alternative à la commande reconfigurable, avec la capacité de maintenir les performances du système bouclé, sans la nécessité d'un système FDI. Un contrôleur de vol reconfigurable a été proposé dans [129], en combinant la technique de commande par mode glissant avec une approche adaptative en présence des défauts d'actionneurs. Dans [130], une méthode de conception d'un système FTC est présentée pour les systèmes MIMO linéaires en utilisant la technique SMC, où un observateur linéaire standard est employé pour reconfigurer ce contrôleur en cas de détection des défauts du système. Une approche FTC active par mode glissant est développée dans [131] pour un avion civil en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs, en utilisant respectivement un contrôleur par mode glissant adaptatif pour faire face aux défauts d'actionneurs, et un schéma de reconstruction des défauts de capteurs à l'aide d'un observateur par mode glissant, afin de corriger les signaux endommagés, avant qu'ils soient utilisés par ce contrôleur. Les auteurs de [132] ont examiné comment les idées de la technique SMC peuvent être exploitées dans la détection et l'estimation des défauts, aussi bien que dans la commande tolérante aux défauts, avec une implémentation en temps réel du système FTC sur le simulateur du mouvement de vol SIMONA (SIMulation, MOTion and NAVigation), développé par l'université de technologie de Delft au Pays-Bas, où ce simulateur est configuré, afin de représenter un aéronef après l'occurrence des défaillances. Dans [133], un algorithme de commande reconfigurable par mode glissant est conçu, afin d'accommoder la perte d'efficacité partielle ou totale des actionneurs dans les systèmes de vol non linéaires, sans reconcevoir le contrôleur de base, où des actionneurs redondants sont combinés avec ceux réguliers, afin de reconfigurer le système de commande d'une façon autonome, en utilisant des informations sur l'efficacité des actionneurs réguliers. Récemment, une intégration de l'estimation de défauts avec la commande tolérante aux défauts (integrated FE/FTC) est proposée dans [134, 135], respectivement pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires Lipschitziennes en présence des incertitudes, des perturbations, des défauts d'actionneurs et de capteurs, où un schéma FTC par mode glissant adaptatif est construit à l'aide d'un observateur à entrées inconnues (UIO), sans exigence de rang. Ce dernier permet d'estimer simultanément les états du système et les défauts. Notant que pour avoir une conception optimale globale du système FTC, les gains de l'observateur et de contrôleur sont obtenus ensemble, via une optimisation H_∞ avec une formulation LMI.

1.4.2.13 Backstepping/Commande par surface dynamique/Backstepping filtré (Backstepping/Dynamic surface control/Command filtered backstepping, BS/DSC/CFB)

La technique de commande par backstepping est conçue en se basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov. L'idée fondamentale de cette méthode consiste à synthétiser d'une manière récursive une loi de commande stabilisante, afin d'assurer pour une certaine fonction de Lyapunov définie positive, que sa dérivée soit toujours négative. Ce qui permet de garantir la stabilité globale du

système en boucle fermée [136]. À cause de sa souplesse et de son application à une grande classe de systèmes non linéaires triangulaires (nonlinear strict-feedback systems), sans satisfaire la condition de recouvrement (matching condition), la commande par backstepping [137, 138] a atteint un développement exceptionnel au cours de ces dernières décennies. Cependant, l'inconvénient majeur de cette méthode est le problème d'explosion de la complexité, qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception du backstepping. Pour résoudre ce problème, des filtres du premier ordre passe-bas ont été introduits à chaque étape de conception. Cette idée a abouti à des nouvelles approches nommées : commande par surface dynamique (DSC) [139, 140] et commande par backstepping filtré (CFB) [141, 142], où une structure plus simple par rapport à celle du backstepping classique est apparait. En se basant sur les techniques backstepping/DSC/CFB, plusieurs systèmes FTC actifs ont été développés récemment dans la littérature. Dans [143, 144], une approche FTC active est développée pour une classe des systèmes non linéaires incertains en utilisant un observateur adaptatif, la linéarisation par bouclage et la théorie du backstepping. Afin de compenser l'effet des défauts d'actionneurs, des estimés de ces défauts sont construits d'abord à travers un observateur adaptatif, ensuite ils sont utilisés dans le contrôleur FTC par backstepping. Le problème de la commande tolérante aux défauts d'actionneurs pour une classe des systèmes non linéaires est discuté dans [145, 146], en utilisant respectivement des schémas d'accommodation à base des approches backstepping et DSC, où des observateurs flous adaptatifs sont conçus pour la détection, l'isolation et l'estimation des défauts. Un système de commande reconfigurable par backstepping filtré (CFB) est conçu dans [147] pour un véhicule près de l'espace (near space vehicle, NSV), en utilisant un observateur adaptatif par réseaux de neurones. Ce contrôleur permet également de garantir la stabilité du système bouclé en présence de dommages des effecteurs de commande, des incertitudes et des perturbations résultantes. Un système de détection et d'accommodation de défauts (FDA) indépendant du retard est développé dans [148], en utilisant l'approche DSC pour des systèmes non linéaires triangulaires vis-à-vis des défauts multiples retardés. Afin d'accommoder rapidement à ce type des défauts, un schéma de détection de défaut indépendant du retard est conçu en se basant sur un seuil de détection de défauts, permettant d'éviter les fausses alarmes. Dans [149], un système FDA à base d'un contrôleur flou adaptatif par backstepping est développé pour une classe de systèmes non linéaires incertains à retard, avec des défauts multiples retardés et des perturbations externes. Afin d'estimer les états non mesurables et détecter les défauts inconnus, un observateur à paramètres variants est conçu en employant la technique de performance prescrite, pour laquelle une limite de performance pré-définie est utilisée comme seuil de détection, permettant d'activer la tâche d'accommodation en cas de présence des défauts. En se basant sur des mécanismes d'estimation adaptatifs, des approches FTC adaptatives floues ont été conçues pour différentes classes des systèmes non linéaires en utilisant le backstepping [150–154], la DSC [155–159] et la CFB [160, 161], afin d'accommoder aux défauts d'actionneurs, sans avoir besoin d'un schéma de diagnostic FDD.

En donnant la classe, le type et les références correspondantes des techniques FTC déjà mentionnées, cette section se résume dans le tableau ci-dessous.

Classe FTC	Nom d'approche FTC	Références
Passive	LQ fiable	[20–25]
	H_∞ robuste	[21, 26–30, 34–38]
	FTC à base d'LMI	[31–38]
Active	PIM	[39–43]
	EA	[44–50]
	MF	[52–55]
	GS	[56–62, 67, 68]
	LPV	[58, 60, 65–74]
	MM	[75–82, 105, 127]
	MPC	[83–88]
	IDC	[89–91, 93–97, 134, 135]
	AC	[61, 62, 75, 77–79, 81, 82, 100–107, 115–117, 120], [122, 123, 129, 131, 132, 134, 135, 143–161]
	IC	[92, 102, 108–117, 145–161]
	FL	[107, 118–123, 143, 144]
	VSC/SMC	[125–135]
	BS/CFB/DSC	[143–161]

Tableau 1.1: Approches FTC existantes dans la littérature.

1.5 Conclusion

Ce chapitre concerne la présentation d'un bref état de l'art sur la commande tolérante aux défauts (FTC). Après avoir donné des définitions sur les termes utilisés dans la FTC, nous avons présenté une classification des défauts selon leur localisation (défauts d'actionneurs, de capteurs et de composants), leurs caractéristiques temporelles (défauts graduels, abrupts et intermittents) et leur effet (défauts additifs et multiplicatifs). Ensuite, les approches FTC les plus répandues dans la littérature ont été discutées selon leur version (passive ou active), tout en menant une synthèse bibliographique des travaux de recherche existants. Il apparaît notamment que les méthodes FTC passives se basent sur une structure fixe, en employant l'idée de la commande robuste. Tandis que la majorité des techniques FTC actives conduisent à la modification des paramètres et/ou de la structure du contrôleur, soit en sélectionnant des lois de commande pré-calculées ou, en synthétisant des nouvelles lois de commande en ligne. On constate aussi que la majorité des systèmes FTC actifs qui existent dans la littérature utilisent les concepts de la commande adaptative. Cette technique fait également l'objet des prochains chapitres, où elle est intégrée avec les techniques de commande par backstepping, par surface dynamique (DSC) et par backstepping filtré (CFB) pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains, afin de s'accommoder aux défauts actionneurs et/ou capteurs.

Commande robuste tolérante aux défauts actionneurs

2.1 Introduction

Un système de commande tolérant aux défauts (FTC) se caractérise par son aptitude à maintenir la stabilité et les performances du système en boucle fermée, non seulement en fonctionnement normal, mais aussi lors d'un fonctionnement défaillant.

Dans ce cadre, et afin d'obtenir des contrôleurs FTC simples à implémenter, avec une structure fixe, sans aucune modification ou réajustement en ligne, nous allons présenter dans ce chapitre deux approches de commande robustes tolérantes aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains en présence des perturbations externes, des erreurs de modélisation et des défauts d'actionneurs. La première approche est basée sur l'approche backstepping. Tandis que la deuxième emploie la technique de commande par surface dynamique (DSC) avec des filtres par mode glissant. Dans ces deux stratégies FTC, la compensation des dysfonctionnements (i.e. perturbations externes, erreurs de modélisation et défauts d'actionneurs) s'effectue par l'utilisation des termes robustes de type mode glissant. L'approche de Lyapunov est utilisée pour démontrer la stabilité exponentielle globale du système bouclé et la convergence asymptotique des erreurs de poursuite vers zéro. L'efficacité des systèmes FTCs proposés est illustrée à travers deux exemples de simulation.

Ce chapitre est structuré comme suit : dans la section 2.2, le problème FTC est formulé pour une classe des systèmes non linéaires MIMO incertains, pour lesquels deux types des défauts d'actionneurs sont introduits. La section 2.3 est consacrée à la présentation de la première approche de commande robuste tolérante aux défauts via le backstepping. Alors que, la section 2.4 expose la deuxième approche FTC robuste via la technique DSC avec des filtres non linéaires par mode glissant. Afin de montrer l'efficacité des méthodes FTC proposées, des résultats de simulation effectuée sur un pendule inversé et un quadrirotor sont donnés dans la section 2.5. Enfin, ce chapitre se termine par une conclusion dans la section 2.6.

2.2 Formulation du problème

On considère une classe des systèmes non linéaires MIMO composés de q sous-systèmes, où le $i^{\text{ème}}$ sous-système est décrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1}, & j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} = f_i(x) + g_i(x) u_i + d_i(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

où $x = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n_1}, \dots, x_{q,1}, x_{q,2}, \dots, x_{q,n_q}]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, n_i est l'ordre du $i^{\text{ème}}$ sous-système avec $n = \sum_{i=1}^q n_i$, $u = [u_1, u_2, \dots, u_q]^T \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de commande, $d(t) = [d_1(t), d_2(t), \dots, d_q(t)]^T \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur des perturbations externes, $f_i(x)$ et $g_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, q$ sont des fonctions non linéaires continues.

Dans la pratique, il existe plusieurs systèmes qui peuvent être exprimés selon le modèle (2.1), par exemple : un bras de robot à simple liaison [162, 163], un système masse-ressort-amortisseur [164, 165], un moteur à induction [166, 167], un aile d'avion [168, 169], un pendule inversé [170–172], des pendules inversés interconnectés [173–175], un véhicule spatial flexible [176, 177], un hélicoptère à 3 degrés de liberté (DDL) [178–181], un hélicoptère quadrirotor [171, 172, 182, 183], ...etc.

Les défauts d'actionneurs sont modélisés sous la forme [161, 184–186] :

$$u_i^f(t) = \kappa_{a_i}(t)u_i(t) + b_{a_i}(t) = u_i(t) + f_{a_i}(t, u_i(t)) \quad (2.2)$$

où $u_i(t)$ est l'entrée de commande appliquée, $\kappa_{a_i}(t) \in [\underline{\kappa}_{a_i}, 1]$ modélise la perte d'efficacité d'actionneurs, pour laquelle le coefficient $\underline{\kappa}_{a_i} > 0$ représente le minimum d'efficacité, $b_{a_i}(t)$ modélise à la fois, le biais et la dérive d'actionneurs, et $f_{a_i}(t, u_i(t)) = (\kappa_{a_i}(t) - 1)u_i(t) + b_{a_i}(t)$ est un résultat de défaut d'actionneurs, regroupant les deux types motionnés précédemment. Ainsi, les termes $\kappa_{a_i}(t)$ et $b_{a_i}(t)$ sont considérés inconnus avec des dérivées bornées, i.e. il existe des constantes positives inconnues $\kappa_{a_i}^*$ et $b_{a_i}^*$, tels que : $0 \leq |\dot{\kappa}_{a_i}(t)| < \kappa_{a_i}^*$ et $0 \leq |\dot{b}_{a_i}(t)| < b_{a_i}^*$.

En tenant compte des erreurs de modélisation et en remplaçant (2.2) dans (2.1), il vient

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1}, & j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} = \left(f_i^0(x) + \delta f_i(x) \right) + \left(g_i^0(x) + \delta g_i(x) \right) (u_i + f_{a_i}) + d_i(t) \end{cases} \quad (2.3)$$

où $f_i^0(x)$ et $g_i^0(x)$ sont respectivement les parties connues des fonctions $f_i(x)$ et $g_i(x)$, $\delta f_i(x) = f_i(x) - f_i^0(x)$ et $\delta g_i(x) = g_i(x) - g_i^0(x)$ représentent les erreurs de modélisation correspondantes.

Maintenant, les défauts d'actionneurs, les erreurs de modélisation et les perturbations externes sont regroupées dans un terme incertain Δ_i de la manière suivante

$$\Delta_i = \delta f_i(x) + \delta g_i(x) u_i + g_i(x) f_{a_i} + d_i(t) \quad (2.4)$$

Par conséquent, (2.3) devient

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1}, & j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} = f_i^0(x) + g_i^0(x) u_i + \Delta_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Hypothèse 2.1 ([98, 171, 172]). Il existe des constantes positives $g_{i,0}$, telles que : $0 < g_{i,0} \leq |g_i(x)|$, $i = 1, 2, \dots, q$.

Hypothèse 2.2. Les trajectoires désirées $y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}$ et $y_d^{(n)}$ sont supposées connues, continues et bornées.

Remarque 2.1. L'hypothèse 2.1 est employée pour assurer la commandabilité du système (2.1). Tandis que l'hypothèse 2.2 est utilisée pour garantir la bornitude des dérivées des commandes virtuelles, pendant l'analyse de stabilité dans le design du backstepping.

Hypothèse 2.3. Pour les termes incertains Δ_i , $i = 1, \dots, q$, il existe des constantes positives inconnues Δ_i^* , tels que : $0 \leq |\Delta_i| \leq \Delta_i^*$, $i = 1, \dots, q$.

2.3 Commande robuste tolérante aux défauts via le backstepping

Dans cette section, la conception d'un premier algorithme FTC robuste pour le système défaillant (2.5) est réalisée, en combinant l'approche de commande par backstepping avec la méthode de commande par mode glissant (SMC), comme décrit ci-dessous.

Étape 1. Considérons la première erreur de poursuite $S_{i,1}$, telle que

$$S_{i,1} = x_{i,1} - x_{i,1d} \quad (2.6)$$

La dérivée de (2.6) s'écrit

$$\dot{S}_{i,1} = x_{i,2} - \dot{x}_{i,1d} \quad (2.7)$$

La stabilisation de $S_{i,1}$ peut être obtenue, en choisissant $x_{i,2}$ comme commande virtuelle. Sa valeur désirée se donne par

$$x_{i,2d} = -k_{i,1} S_{i,1} + \dot{x}_{i,1d} \quad (2.8)$$

où $k_{i,1} > 0$ est un paramètre de conception.

En remplaçant (2.8) dans (2.7), on trouve

$$\dot{S}_{i,1} = -k_{i,1}S_{i,1} + S_{i,2} \quad (2.9)$$

où $S_{i,2} = x_{i,2} - x_{i,2d}$ représente la deuxième erreur de poursuite.

On considère la première fonction de Lyapunov

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q S_{i,1}^2 \quad (2.10)$$

La dérivée de (2.10) peut s'exprimer de la manière suivante

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^q S_{i,1} \dot{S}_{i,1} = \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1}S_{i,1}^2 + S_{i,1}S_{i,2} \right\} \quad (2.11)$$

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) La dérivée de la $j^{\text{ème}}$ erreur de poursuite $S_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,jd}$ peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,j} &= x_{i,j+1} - \dot{x}_{i,jd} \\ &= y_{i,j+1} - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_{i,jd}}{\partial x_{i,k}} x_{i,k+1} - \sum_{k=1}^j \frac{\partial x_{i,jd}}{\partial x_{i,1d}^{(k-1)}} x_{i,1d}^{(k)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

De même, afin d'assurer la stabilisation de $S_{i,j}$, on choisit $x_{i,j+1}$ comme commande virtuelle. Sa valeur désirée $x_{i,(j+1)d}$ peut être formulée comme suit

$$x_{i,(j+1)d} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_{i,jd}}{\partial x_{i,k}} x_{i,k+1} + \sum_{k=1}^j \frac{\partial x_{i,jd}}{\partial x_{i,1d}^{(k-1)}} x_{i,1d}^{(k)} \quad (2.13)$$

où $k_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i - 1$ sont des constantes positives.

En employant (2.13) dans (2.12), il vient

$$\dot{S}_{i,j} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + S_{i,j+1} \quad (2.14)$$

où $S_{i,j+1} = x_{i,j+1} - x_{i,(j+1)d}$ représente la $j^{\text{ème}} + 1$ erreur de poursuite.

Définissons la fonction de Lyapunov augmentée de la manière suivante

$$V_j = V_{j-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q S_{i,j}^2 \quad (2.15)$$

En tenant compte de (2.14), la dérivée de (2.15) peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_j &= \dot{V}_{j-1} + \sum_{i=1}^q S_{i,j} \dot{S}_{i,j} \\
 &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{k=1}^{j-1} k_{i,k} S_{i,k}^2 + S_{i,j-1} S_{i,j} + S_{i,j} \left(-S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} + S_{i,j+1} \right) \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{k=1}^j k_{i,k} S_{i,k}^2 + S_{i,j} S_{i,j+1} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Étape n_i . Définissons la $n_i^{\text{ème}}$ erreur de poursuite $S_{i,n_i} = x_{i,n_i} - x_{i,n_i d}$. Sa dérivée peut être formulée de la façon suivante

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_{i,n_i} &= f_i^0(x) + g_i^0(x) u_i + \Delta_i - \dot{x}_{i,n_i d} \\
 &= f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_i - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,j}} x_{i,j+1} - \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,1d}^{(j)}} x_{i,1d}^{(j)}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

La fonction de Lyapunov globale peut être définie comme suit

$$V_{n_i} = V_{n_i-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q S_{i,n_i}^2 \tag{2.18}$$

La dérivée de V_{n_i} peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n_i} &= \dot{V}_{n_i-1} + \sum_{i=1}^q S_{i,n_i} \dot{S}_{i,n_i} \\
 &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i-1} k_{i,j} S_{i,j}^2 + S_{i,n_i} \left(S_{i,n_i-1} + f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_i - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,j}} x_{i,j+1} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,1d}^{(j-1)}} x_{i,1d}^{(j)} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Afin de garantir la stabilité du système (2.5), on introduit une loi de commande u_i de la forme

$$u_i = - \frac{1}{g_i^0(x)} \left(S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} + f_i^0(x) - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,j}} x_{i,j+1} - \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial x_{i,n_i d}}{\partial x_{i,1d}^{(j-1)}} x_{i,1d}^{(j)} + \varrho_i \text{sign}(S_{i,n_i}) \right) \tag{2.20}$$

où k_{i,n_i} et ϱ_i sont des paramètres de conception positifs et $\text{sign}(\cdot)$ représente la fonction de signe.

En tenant compte de l'hypothèse 2.3 et (2.20), l'équation (2.19) se réduit à

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n_i} &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - S_{i,n_i} \left(\varrho_i \text{sign}(S_{i,n_i}) - \Delta_i \right) \right\} \\
 &\leq \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - |S_{i,n_i}| \left(\varrho_i - \Delta_i^* \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Si on choisit le paramètre ϱ_i suffisamment grand, de façon que $\varrho_i > \Delta_i^*$, $i = 1, \dots, q$, on obtient

$$\dot{V}_{n_i} \leq -\mu V_{n_i} \quad (2.22)$$

où $\mu = \min_{i=1, \dots, q} \{2k_{i,1}, \dots, 2k_{i,n_i}\}$ est une constante positive.

Maintenant, le résultat principal de cette partie se résume par le théorème suivant

Théorème 2.1. *Considérons le système défaillant (2.5), les lois de commande (2.8), (2.13) et (2.20). Supposons que les hypothèses 2.1-2.3 sont satisfaites. Donc, le système en boucle fermée est globalement exponentiellement stable et les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers zéro avec une vitesse de $e^{-\mu t}$.*

Preuve. D'après (2.22), il est facile de voir que : $V_{n_i}(t) \leq V_{n_i}(0)e^{-\mu t}$, par conséquent $\lim_{t \rightarrow \infty} V_{n_i}(t) = 0$. Ce qui montre que le système bouclé est globalement asymptotiquement stable et les erreurs de poursuite convergent exponentiellement vers zéro avec un taux de $e^{-\mu t}$. Ceci termine la preuve. \square

Le diagramme bloc de l'approche FTC robuste présentée dans cette section est donné dans le Figure 2.1.

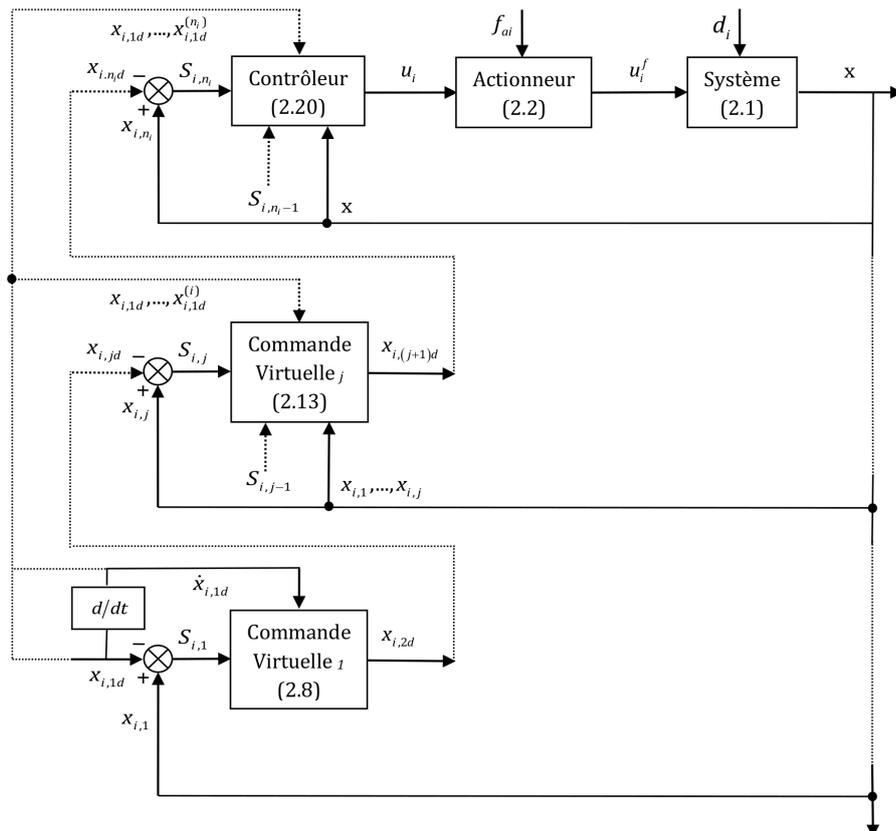


Figure 2.1: Schéma synoptique de l'approche FTC robuste via le backstepping.

2.4 Commande robuste tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres par mode glissant

Dans cette partie, un deuxième schéma FTC robuste est développé pour le système défaillant (2.5), par la combinaison de la méthode de commande par backstepping en utilisant le mode glissant (BSMC), avec la technique de commande par surface dynamique (DSC), comme indiqué ci-dessous.

Avant de commencer l'analyse, l'hypothèse 2.2 est relaxée ci-dessous.

Hypothèse 2.4 ([172]). La trajectoire désirée $y_d \in \mathbb{R}^q$ et sa dérivée \dot{y}_d sont supposées connues, continues et bornées. Tandis que la deuxième dérivée \ddot{y}_d est supposée lisse et bornée.

2.4.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. On considère la première surface $S_{i,1} = x_{i,1} - x_{i,1d}$. Sa dérivée peut s'écrire comme suit

$$\dot{S}_{i,1} = x_{i,2} - \dot{x}_{i,1d} \quad (2.23)$$

On choisit la variable $x_{i,2c}$ comme première commande virtuelle. Sa valeur est décrit sous la forme

$$x_{i,2c} = -k_{i,1}S_{i,1} + \dot{x}_{i,1d} \quad (2.24)$$

où $k_{i,1} > 0$ est un paramètre de conception.

Dans cette section, on adopte un filtre par mode glissant de la manière suivante [172]

$$\tau_{i,2}\dot{x}_{i,2d} + x_{i,2d} = x_{i,2c} - \tau_{i,2}\alpha_{i,2} \text{sign}(x_{i,2d} - x_{i,2c}) - \tau_{i,2}S_{i,1}, \quad x_{i,2d}(0) = x_{i,2c}(0) \quad (2.25)$$

où $\tau_{i,2}$ et $\alpha_{i,2}$ sont des constantes positives.

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) Considérons la $j^{\text{ème}}$ surface $S_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,jd}$. La dérivée de $S_{i,j}$ s'écrit

$$\dot{S}_{i,j} = x_{i,j+1} - \dot{x}_{i,jd} \quad (2.26)$$

De même, on choisit $x_{i,(j+1)c}$ comme $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle, telle que

$$x_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \dot{x}_{i,jd} \quad (2.27)$$

où $k_{i,j}$ est une constante positive.

Maintenant, on considère le filtre par mode glissant suivant [172]

$$\tau_{i,j+1}\dot{x}_{i,(j+1)d} + x_{i,(j+1)d} = x_{i,(j+1)c} - \tau_{i,j+1}\alpha_{i,j+1} \text{sign}(x_{i,(j+1)d} - x_{i,(j+1)c}) - \tau_{i,j+1}S_{i,j} \quad (2.28)$$

où $\tau_{i,j+1} > 0$ et $\alpha_{i,j+1} > 0$ sont des paramètres positifs avec $x_{i,(j+1)d}(0) = x_{i,(j+1)c}(0)$.

Étape n_i . On définit la $n_i^{\text{ème}}$ surface $S_{i,n_i} = x_{i,n_i} - x_{i,n_i d}$. La dérivée de S_{i,n_i} peut s'exprimer par

$$\dot{S}_{i,n_i} = f_i^0(x) + g_i^0(x) u_i + \Delta_i - \dot{x}_{i,n_i d} \quad (2.29)$$

La loi de commande u_i se donne sous la forme suivante

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(x)} (f_i^0(x) + S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} - \dot{x}_{i,n_i d} + \varrho_i \text{sign}(S_{i,n_i})) \quad (2.30)$$

où k_{i,n_i} et ϱ_i sont des constantes positives.

2.4.2 Analyse de la stabilité

Définissons les erreurs des filtres $\chi_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ comme suit

$$\chi_{i,j+1} = x_{i,(j+1)d} - x_{i,(j+1)c} \quad (2.31)$$

Ce qui implique que

$$x_{i,j+1} = S_{i,j+1} + x_{i,(j+1)d} = S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + x_{i,(j+1)c} \quad (2.32)$$

En remplaçant (2.24) et (2.32) dans (2.23), il vient

$$\dot{S}_{i,1} = -k_{i,1} S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2} \quad (2.33)$$

En employant (2.27), (2.32) dans (2.26), la dérivée de $S_{i,j}$ peut se mettre comme suit

$$\dot{S}_{i,j} = -S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} \quad (2.34)$$

À partir de (2.30), (2.31) et (2.32), \dot{S}_{i,n_i} se réécrit sous la forme suivante

$$\dot{S}_{i,n_i} = -S_{i,n_i-1} - k_{i,n_i} S_{i,n_i} \quad (2.35)$$

En utilisant (2.25) et (2.28), la dérivée de (2.31) peut être formulée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_{i,j+1} &= \dot{x}_{i,(j+1)d} - \dot{x}_{i,(j+1)c} \\ &= -\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \alpha_{i,j+1} \text{sign}(\chi_{i,j+1}) - S_{i,j} - \dot{x}_{i,(j+1)c}, \quad j = 1, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Remarque 2.2. En se basant sur la formule de $\dot{x}_{i,(j+1)d}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ dans (2.36), les lois de commande (2.27) et (2.30) peuvent être réécrites de la manière suivante

$$x_{i,(j+1)c} = -2S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} - \frac{1}{\tau_{i,j}} \chi_{i,j} - \alpha_{i,j} \text{sign}(\chi_{i,j}), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (2.37)$$

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(x)} \left(f_i^0(x) + 2S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} + \frac{1}{\tau_{i,n_i}} \chi_{i,n_i} + \alpha_{i,n_i} \text{sign}(\chi_{i,n_i}) + \varrho_i \text{sign}(S_{i,n_i}) \right) \quad (2.38)$$

Avant de poursuivre l'analyse, l'hypothèse ci-dessous est introduite.

Hypothèse 2.5 ([172]). Les dérivées des commandes virtuelles $\dot{x}_{i,(j+1)c}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ sont supposées bornées par des constantes positives $\bar{\alpha}_{i,j+1}$, i.e. $0 \leq |\dot{x}_{i,(j+1)c}| \leq \bar{\alpha}_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$.

Maintenant, considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1}^2 \right\} \quad (2.39)$$

La dérivée de V peut être écrite de la façon suivante

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1} (-k_{i,1} S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2}) + \sum_{j=2}^{n_i-1} S_{i,j} (-S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1}) \right. \\ \left. + S_{i,n_i} (-S_{i,n_i-1} - k_{i,n_i} S_{i,n_i} + \Delta_i - \varrho_i \operatorname{sign}(S_{i,n_i})) + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \left(-\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} \right. \right. \\ \left. \left. - \alpha_{i,j+1} \operatorname{sign}(\chi_{i,j+1}) - S_{i,j} - \dot{x}_{i,(j+1)c} \right) \right\} \quad (2.40) \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ -\sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 - S_{i,n_i} (\varrho_i \operatorname{sign}(S_{i,n_i}) - \Delta_i) \right. \\ \left. - \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} (\alpha_{i,j+1} \operatorname{sign}(\chi_{i,j+1}) + \dot{x}_{i,(j+1)c}) \right\} \\ \leq \sum_{i=1}^q \left\{ -\sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 - |S_{i,n_i}| (\varrho_i - \Delta_i^*) - \sum_{j=1}^{n_i-1} |\chi_{i,j+1}| (\alpha_{i,j+1} - \bar{\alpha}_{i,j+1}) \right\} \quad (2.41) \end{aligned}$$

Si on choisit $\varrho_i > \Delta_i^*$ et $\alpha_{i,j+1} > \bar{\alpha}_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, on assure que

$$\dot{V} \leq -\mu V \quad (2.42)$$

où $\mu = \min_{i=1, \dots, q} \left(2k_{i,1}, \dots, 2k_{i,n_i}, \frac{2}{\tau_{i,2}}, \dots, \frac{2}{\tau_{i,n_i}} \right)$.

Par conséquent, on peut annoncer le théorème suivant

Théorème 2.2. *Considérons le système défaillant (2.5), les lois de commande robustes (2.24), (2.37) et (2.38), avec les filtres par mode glissant (2.25) et (2.28). Supposons que les hypothèses 2.1 et 2.3-2.5 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont globalement exponentiellement stables.*

Preuve. La démonstration est similaire à celle du Théorème 2.1. \square

Remarque 2.3. En employant la technique DSC, il est important de noter que, malgré la dynamique du système en boucle fermée correspondante est plus compliquée par rapport à celle du backstepping, l'analyse de stabilité et les lois de commande résultantes sont plus simples.

La configuration de l'algorithme FTC robuste via la DSC avec des filtres par mode glissant est illustrée dans le Figure 2.2.

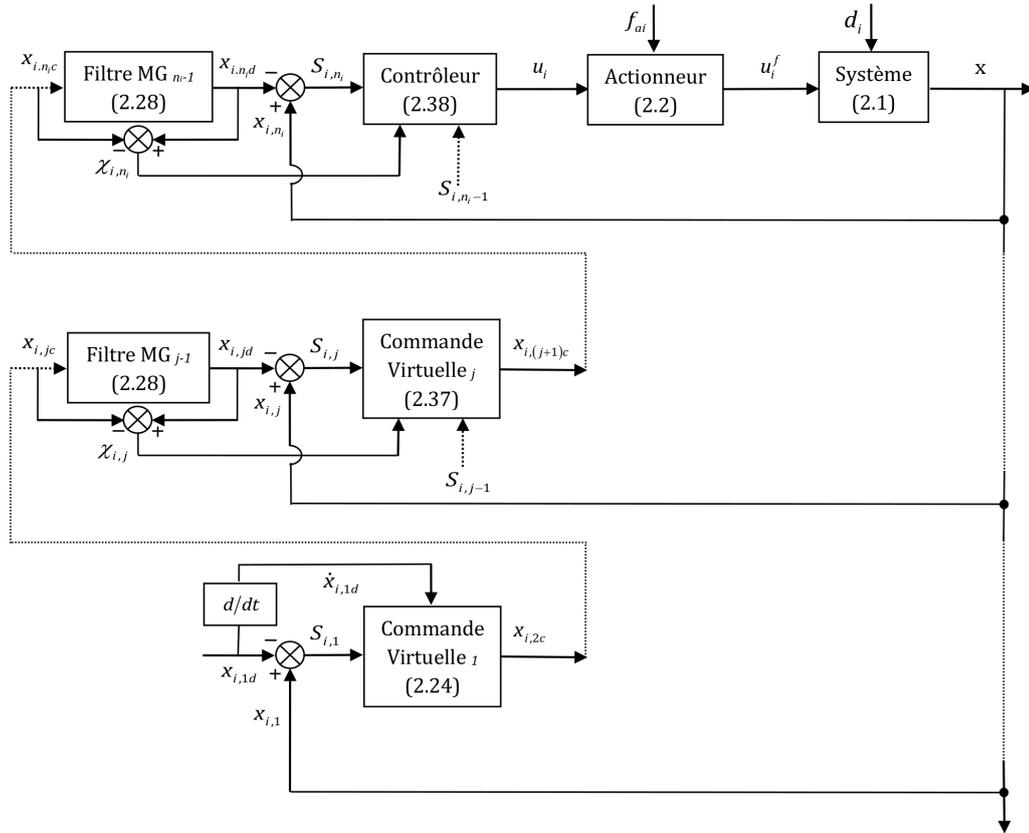


Figure 2.2: Schéma bloc de l'approche FTC robuste via la DSC avec des filtres par mode glissant.

Remarque 2.4. Afin d'éviter le phénomène de broutement (chattering) causé par l'utilisation de la fonction de "signe" dans les lois de commande (2.20) et (2.37)-(2.38) et dans les filtres par mode glissants (2.25) et (2.28), le terme discontinu "sign(\cdot)" est remplacé par un autre terme lisse, à savoir, la tangente hyperbolique "tanh(\cdot/ε_i)", où ε_i est une petite constante positive.

2.5 Exemples d'application

Pour montrer l'efficacité des commandes robustes proposées dans ce chapitre vis-à-vis des perturbations externes, les incertitudes paramétriques et les défauts d'actionneurs, deux exemples d'application sont considérés : un pendule inversé et un hélicoptère quadrirotor. Dans le but de comparaison, l'approche backstepping classique est aussi examinée, avec les mêmes conditions de simulation. De plus, afin d'obtenir des résultats plus réalistes, des bruits de mesure infectant les capteurs des vitesses angulaires sont considérés, durant toutes les simulations.

2.5.1 Pendule inversé

Soit $x_1 = \theta$ l'angle du pendule par rapport à la ligne verticale et $x_2 = \dot{\theta}$ la vitesse angulaire correspondante. Le modèle non linéaire du pendule inversé peut être écrit sous la forme suivante

[170–172]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u + d(t) \end{cases} \quad (2.43)$$

avec,

$$f(x_1, x_2) = \frac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 - (m_c + m)g \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}(m_c + m)l}$$

$$g(x_1, x_2) = \frac{\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}(m_c + m)l}$$

où m_c est la masse du chariot, m est la masse du pendule, l est la longueur effective du pendule, g est l'accélération due à la gravité et u est la force appliquée.

Il est considéré que :

- 1) Le paramètre m est incertain, de façon que $m = m_0 + \delta m$, où $\delta m = \begin{cases} 0 & t < 6s \\ 0.5m_0 & t \geq 6s \end{cases}$.
- 2) La perturbation externe $d(t)$ est représentée par une onde carrée, ayant une amplitude de ± 0.5 avec une fréquence de 0.5 Hz .

Le modèle défaillant, qui résulte de la prise en compte des défauts d'actionneurs et des erreurs de modélisation, peut s'écrire comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f^0(x_1, x_2) + g^0(x_1, x_2)u + \Delta \end{cases} \quad (2.44)$$

avec,

$$f^0(x_1, x_2) = \frac{m_0lx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 - (m_c + m_0)g \sin x_1}{m_0l \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}(m_c + m_0)l}$$

$$g^0(x_1, x_2) = \frac{\cos x_1}{m_0l \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}(m_c + m_0)l}$$

et

$$\Delta = (f(x_1, x_2) - f^0(x_1, x_2)) + (g(x_1, x_2) - g^0(x_1, x_2))u + g(x_1, x_2)f_a + d(t)$$

L'objectif de commande est de forcer la sortie $y_1 = \theta$ à suivre la trajectoire de référence $y_d = \sin(t)$ en présence des perturbations externes, des erreurs de modélisation et des défauts d'actionneurs.

Les paramètres du pendule sont sélectionnés, tels que : $m_c = 1 \text{ kg}$, $m_0 = 0.1 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$ et $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Les paramètres des contrôleurs sont choisis comme suit : $k_1 = 3$, $k_2 = 2$, $\tau = 0.1$, $\alpha = 0.8$, $\rho = 7$ et $\varepsilon = 0.05$. Les conditions initiales sont : $x(0) = (-0.5, 0) \text{ rad}$. Le bruit de mesure est modélisé comme une variable aléatoire gaussienne, de moyenne nulle et de variance $\nu = 0.02$. La forme du défaut d'actionneur est donnée dans la Tableau 2.1. Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure 2.3.

Défaut	Intervalle de temps	Type	Valeur	Unité
f_a	$t \geq 6s$	Biais	5	[N]
	$t \geq 12s$	Perte d'efficacité	70%	[N]

Tableau 2.1: Scénario du défaut d'actionneur dans le pendule inversé

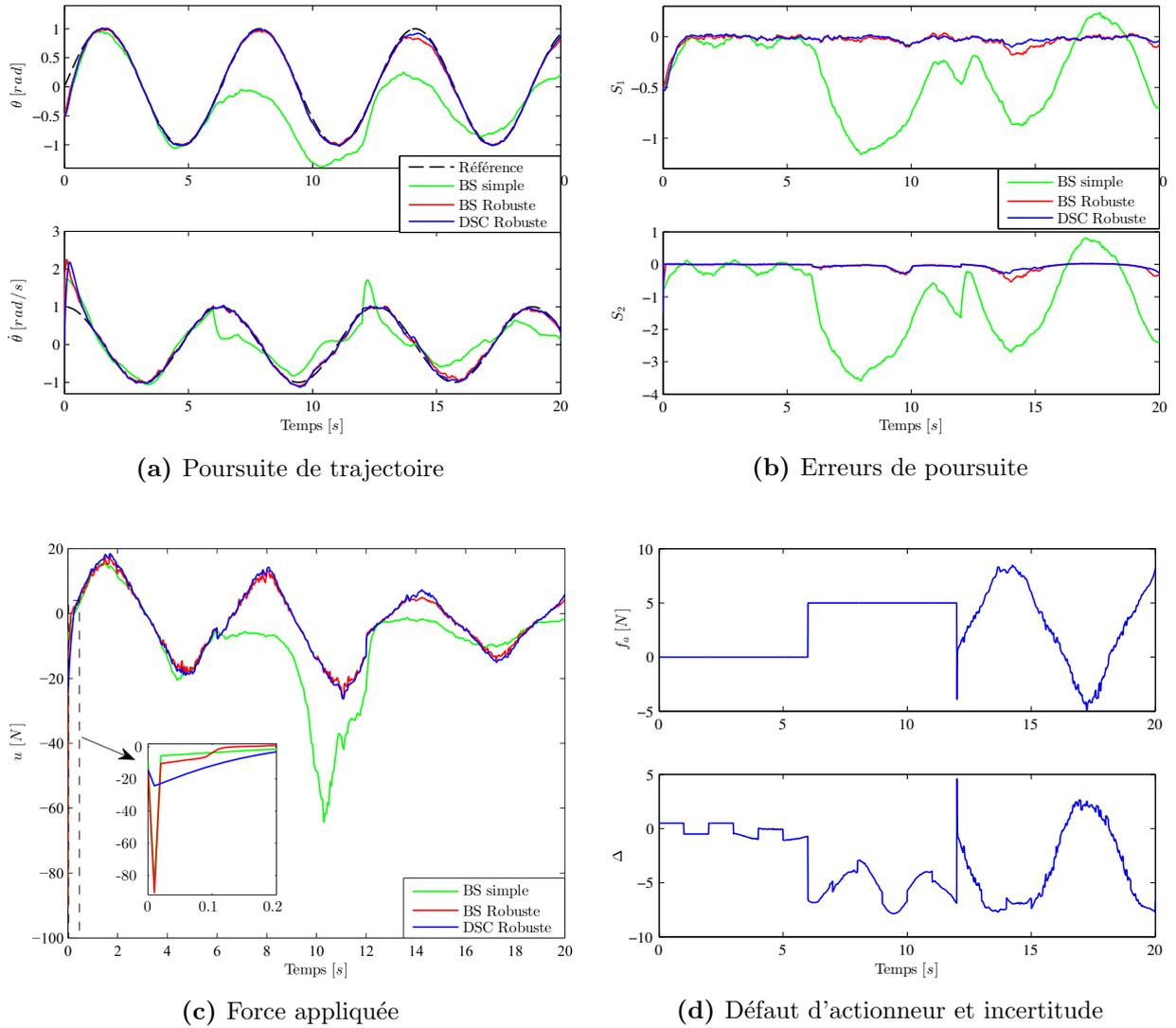


Figure 2.3: Évolution du pendule inversé en présence d'un défaut d'actionneur

2.5.2 Quadrirotor

Le modèle dynamique de l'attitude du quadrirotor est représenté par les angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) , dans les conditions : $(-\pi/2 < \phi < \pi/2)$ pour le roulis (rotation autour de l'axe x), $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$ pour le tangage (rotation autour de l'axe y), et $(-\pi \leq \psi < \pi)$ pour le lacet (rotation autour de l'axe z). On définit $x = [x_{1,1}, x_{1,2}, x_{2,1}, x_{2,2}, x_{3,1}, x_{3,2}]^T = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T$, $d(t) = [d_1(t), d_2(t), d_3(t)]^T = [d_{\dot{\phi}}(t), d_{\dot{\theta}}(t), d_{\dot{\psi}}(t)]^T$ et $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [u_{\phi}, u_{\theta}, u_{\psi}]^T$. Le modèle non linéaire de l'attitude du quadrirotor est donné sous la forme [171, 172, 183]

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} \\ \dot{x}_{1,2} = f_1(x) + g_1(x) u_1 + d_1(t) \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} \\ \dot{x}_{2,2} = f_2(x) + g_2(x) u_2 + d_2(t) \\ \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} \\ \dot{x}_{3,2} = f_3(x) + g_3(x) u_3 + d_3(t) \end{cases} \quad (2.45)$$

avec,

$$\begin{aligned} f_1(x) &= a_1 x_{2,2} x_{3,2} - a_2 \Omega_r x_{2,2} - a_3 x_{1,2}, & g_1(x) &= c_1, \\ f_2(x) &= a_4 x_{1,2} x_{3,2} - a_5 \Omega_r x_{1,2} - a_6 x_{2,2}, & g_2(x) &= c_2, \\ f_3(x) &= a_7 x_{1,2} x_{2,2} - a_8 x_{3,2}, & g_3(x) &= c_3, \end{aligned}$$

où $a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$, $a_2 = \frac{J_r}{I_x}$, $a_3 = \frac{k_\phi}{I_x}$, $a_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$, $a_5 = \frac{J_r}{I_y}$, $a_6 = \frac{k_\theta}{I_y}$, $a_7 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$, $a_8 = \frac{k_\psi}{I_z}$, $c_1 = \frac{d}{I_x}$, $c_2 = \frac{d}{I_y}$, $c_3 = \frac{1}{I_z}$ et $\Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$ est définie comme perturbation.

Les entrées de commande peuvent s'exprimer par

$$\begin{cases} u_1 = k_p (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ u_2 = k_p (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ u_3 = k_d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2.46)$$

où (I_x, I_y, I_z) , J_r , k_p , k_d , d et ω_i , $i = 1, \dots, 4$ sont respectivement : l'inertie du quadrirotor, l'inertie du rotor, le coefficient de portance, le coefficient de drag, la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor, et la vitesse angulaire de chaque rotor i . Il est à noter que : $I_x = I_{x0} + \delta I_x$, $I_y = I_{y0} + \delta I_y$, $I_z = I_{z0} + \delta I_z$ et $J_r = J_{r0} + \delta J_r$, où $\delta(\bullet) = \begin{cases} 0, & t < 5s \\ 0.3(\bullet)_0, & t \geq 5s \end{cases}$. Les perturbations externes sont sélectionnées comme dans [190, 191] : $d(t) = \text{diag}(a_3, a_6, a_8) \dot{\eta}_{air}(t)$, où $\dot{\eta}_{air}(t) = [\dot{\phi}_{air}(t), \dot{\theta}_{air}(t), \dot{\psi}_{air}(t)]^T$ représente des rafales de vent, définies comme étant la vitesse de rotation de l'air par rapport à la trame inertielle fixe à la terre. Ces rafales de vent sont modélisés par des ondes carrées, ayant des vitesses $\pm (30, 45, 60)^T \text{ deg/s}$ avec une fréquence de 0.1 Hz .

Le modèle défaillant, qui inclue les rafales de vents, les incertitudes paramétriques et les défauts d'actionneurs, s'écrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} \\ \dot{x}_{1,2} = f_1^0(x) + g_1^0(x) u_1 + \Delta_1 \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} \\ \dot{x}_{2,2} = f_2^0(x) + g_2^0(x) u_2 + \Delta_2 \\ \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} \\ \dot{x}_{3,2} = f_3^0(x) + g_3^0(x) u_3 + \Delta_3 \end{cases} \quad (2.47)$$

avec,

$$\begin{aligned} f_1^0(x) &= a_1^0 x_{2,2} x_{3,2} - a_2^0 \Omega_r x_{2,2} - a_3^0 x_{1,2}, & g_1^0(x) &= c_1^0, \\ f_2^0(x) &= a_4^0 x_{1,2} x_{3,2} - a_5^0 \Omega_r x_{1,2} - a_6^0 x_{2,2}, & g_2^0(x) &= c_2^0, \\ f_3^0(x) &= a_7^0 x_{1,2} x_{2,2} - a_8^0 x_{3,2}, & g_3^0(x) &= c_3^0, \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (a_1 - a_1^0) x_{2,2} x_{3,2} - (a_2 - a_2^0) \Omega_r x_{2,2} - (a_3 - a_3^0) x_{1,2} + (c_1 - c_1^0) u_1 + c_1 f_{a1} + a_3 \dot{\phi}_{air}(t), \\ \Delta_2 &= (a_4 - a_4^0) x_{1,2} x_{3,2} - (a_5 - a_5^0) \Omega_r x_{1,2} - (a_6 - a_6^0) x_{2,2} + (c_2 - c_2^0) u_2 + c_2 f_{a2} + a_6 \dot{\theta}_{air}(t), \\ \Delta_3 &= (a_7 - a_7^0) x_{1,2} x_{2,2} - (a_8 - a_8^0) x_{3,2} + (c_3 - c_3^0) u_3 + c_3 f_{a3} + a_8 \dot{\psi}_{air}(t), \end{aligned}$$

où a_i^0 , $i = 1, \dots, 8$ and c_j^0 , $j = 1, \dots, 3$ sont des paramètres nominaux résultants de l'utilisation de I_{x0} , I_{y0} , I_{z0} et J_{r0} .

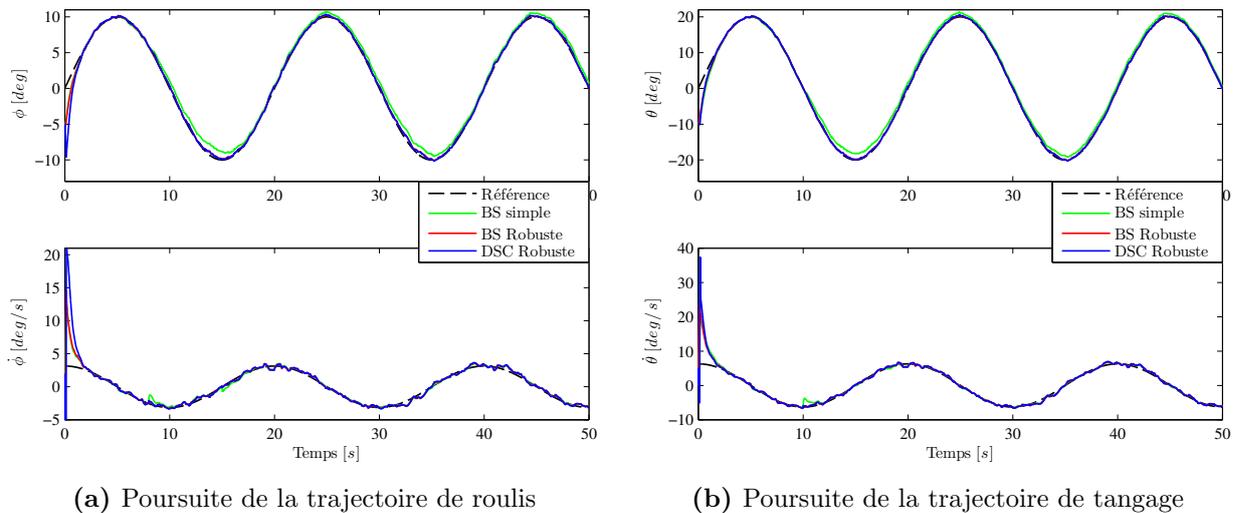
L'objectif de commande ici est de forcer la sortie $y_1 = [y_{1,1}, y_{2,1}, y_{3,1}]^T = [\phi, \theta, \psi]^T$ à suivre la trajectoire désirée $y_d = [y_{1d}, y_{2d}, y_{3d}]^T = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$ vis-à-vis les rafales de vent, les incertitudes paramétriques et les défauts d'actionneurs.

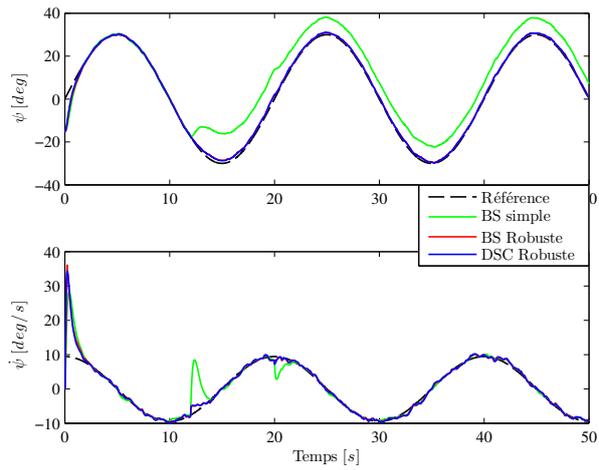
Les paramètres du quadrirotor utilisés dans la simulation sont : $d = 20.5 \text{ cm}$, $(I_{x0}, I_{y0}, I_{z0}) = (3.83, 3.83, 7.13) \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$, $J_{r0} = 2.83 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$, $k_p = 2,98 \times 10^{-5} \text{ N.s}^2/\text{rad}^2$ et $k_d = 3,23 \times 10^{-7} \text{ Nm.s}^2/\text{rad}^2$. Les trajectoires désirées sont choisies comme dans [192], avec une forme sinusoïdale et une amplitude égale à $\pi/18 \text{ rad}$ (10°) pour le roulis (ϕ_d), $\pi/9 \text{ rad}$ (20°) pour le tangage (θ_d) et $\pi/6 \text{ rad}$ (30°) pour le lacet (ψ_d). Les conditions initiales sont : $x(0) = (-5^\circ, 0, -10^\circ, 0, -15^\circ, 0)$. Les paramètres des contrôleurs sont : $k_{i,1}|_{i=1,2,3} = (2, 2, 2)$, $k_{i,2}|_{i=1,2,3} = (5, 5, 5)$, $\alpha_i|_{i=1,2,3} = (1.4, 2.2, 6.6)$, $\varrho_i|_{i=1,2,3} = (1, 1.5, 3)$ et $\varepsilon_i|_{i=1,2,3} = (0.05, 0.05, 0.05)$. Les bruits de mesure considérés sont des bruits blancs gaussiens, avec des moyennes nulles et des variances $\nu_i|_{i=1,2,3} = (0.01, 0.02, 0.03)$. La forme des défauts d'actionneurs est donnée dans la Tableau 2.2. Les résultats correspondants sont montrés sur la Figure 2.4.

Défaut	Intervalle de temps	Type	Valeur	Unité
f_{a_1}	$t \geq 8s$	Biais	0.012	[N.m]
	$t \geq 15s$	Perte d'efficacité	65%	[N.m]
f_{a_2}	$t \geq 10s$	Biais	0.02	[N.m]
	$t \geq 18s$	Perte d'efficacité	70%	[N.m]
f_{a_3}	$t \geq 12s$	Biais	0.02	[N.m]
	$t \geq 20s$	Perte d'efficacité	75%	[N.m]

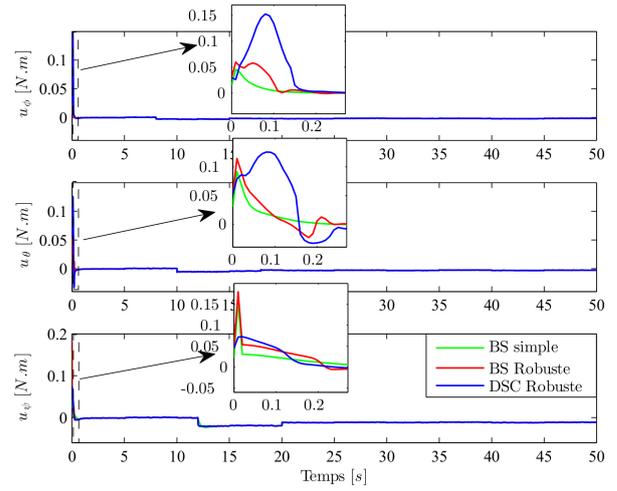
Tableau 2.2: Scénario des défauts d'actionneurs dans le Quadrirotor

À partir des Figures 2.3-2.4, on conclut que, contrairement à la technique backstepping classique (BS simple), qui rend le système incapable de suivre sa référence après l'apparition de défauts d'actionneurs, les techniques FTC robustes (BS robuste et DSC robuste) donnent des résultats satisfaisantes en terme de stabilité et de poursuite, même en présence de ces défauts.

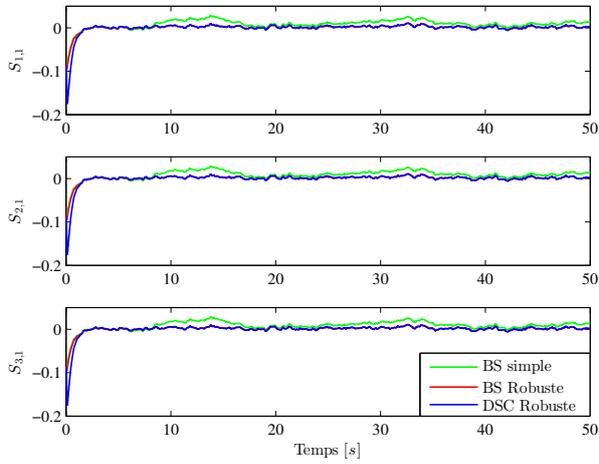




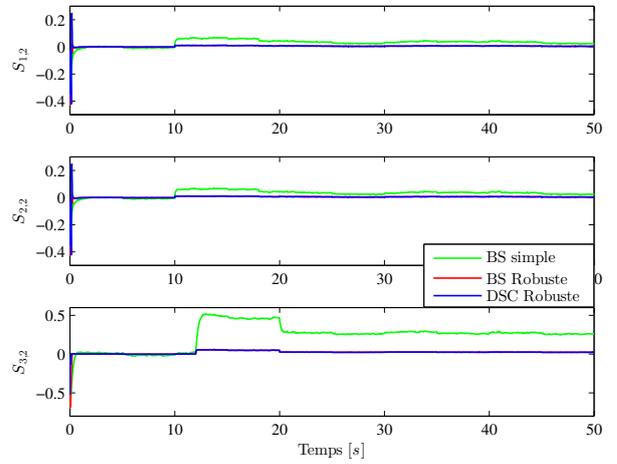
(c) Poursuite de la trajectoire de lacet



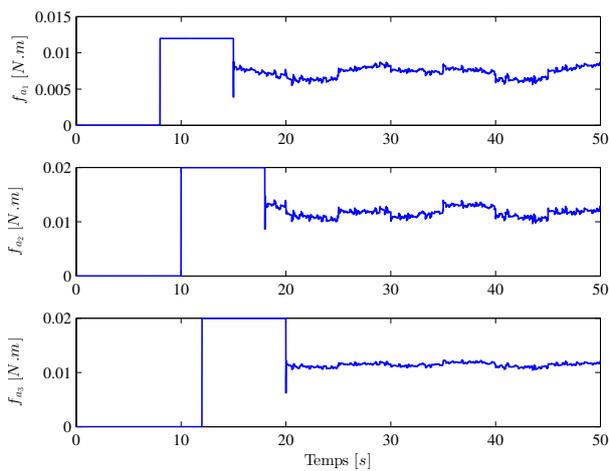
(d) Entrées de commande



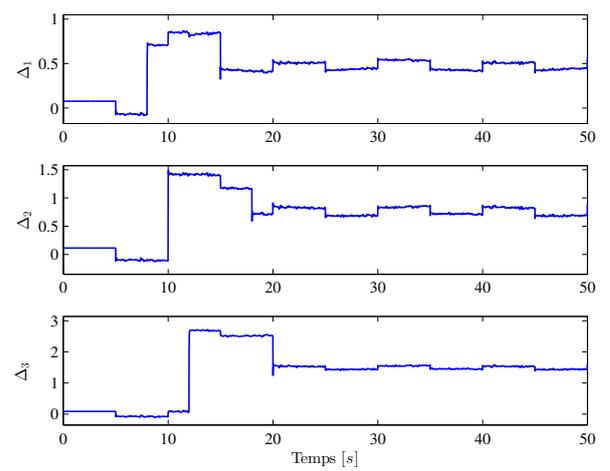
(e) Erreurs de poursuite $S_{i,1}$, $i = 1, 2, 3$



(f) Erreurs de poursuite $S_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



(g) Défauts d'actionneurs



(h) Incertitudes

Figure 2.4: Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité le problème de la commande tolérante aux défauts d'actionneurs pour une classe des systèmes non linéaires MIMO incertains. Après avoir donné une formulation de ce problème en présence des perturbations externes, des erreurs de modélisation et de deux types de défauts d'actionneurs, nous avons présenté deux structures de commande robustes tolérantes aux défauts. La première approche est basée sur la technique backstepping et la deuxième utilise les concepts de la commande par surface dynamique (DSC). Afin de maintenir la stabilité exponentielle globale du système en boucle fermée, tout en évitant le problème "d'explosion de complexité", qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de conception, des filtres par mode glissant ont été incorporés. Par conséquent, une synthèse avec des lois de commande plus simples a été fournie. Dans les deux schémas FTC proposés, des termes robustes par mode glissant ont été utilisés, afin de compenser l'effet des différents dysfonctionnements (i.e. perturbations externes, erreurs de modélisation et défauts d'actionneurs), affectant la dynamique du système commandé. Les résultats de simulation issus de l'application de ces deux approches FTC robustes sur un pendule inversé et un quadrirotor, dans des différentes conditions, montrent clairement leurs efficacités vis-à-vis des perturbations externes, des incertitudes de modélisation et des défauts d'actionneurs.

Bien qu'il existe des méthodes de commande plus simples à implémenter par rapport à celles proposées dans ce chapitre (e.g. mode glissant (SMC)). Cependant, ces méthodes deviennent inefficaces lors de l'apparition des défauts de capteurs et/ou des incertitudes, qui ne sont pas alignées avec la commande u_i (i.e. non matchées). Ainsi, dans les prochains chapitres, les deux approches proposées précédemment seront modifiées en utilisant des schémas d'estimation et de compensation adaptatifs en ligne, de façon qu'elles seront capables de surmonter tous ces dysfonctionnements (i.e. perturbations externes, incertitudes paramétriques, défauts d'actionneurs et défauts de capteurs).

Chapitre 3

Commande adaptative directe tolérante aux défauts actionneurs et capteurs

3.1 Introduction

Dans le but de renforcer les deux méthodes FTC proposées précédemment, et de les transformer sous une structure capable de tolérer et de réagir en ligne aux différents types de défauts, ce chapitre a pour objectif, la conception de deux nouvelles approches de commande adaptatives tolérantes aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains. En plus des dysfonctionnements considérés déjà dans le chapitre précédent (i.e. perturbations externes, erreurs de modélisation et deux types de défauts d'actionneurs), quatre types de défauts de capteurs (biais, dérive, perte de précision et perte d'efficacité) sont pris en compte dans ce chapitre. Les deux approches FTC sont développées, de telles sortes que les défauts d'actionneurs et de capteurs, aussi bien que les incertitudes du système (incluant des perturbations externes, des erreurs de modélisation et des fonctions non linéaires imprévues, dues à l'occurrence des défauts de capteurs), peuvent être estimées et compensées simultanément en ligne, à travers des schémas adaptatifs robustes, liés directement aux système de commande (i.e. aux erreurs de poursuite). Tout d'abord, un algorithme de commande par backstepping adaptatif avec fonctions de réglage est utilisé, afin de synthétiser une première stratégie FTC adaptative directe, qui permet d'assurer la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée, ainsi que la convergence des erreurs de poursuite vers un petit voisinage autour de zéro. Ensuite, afin d'éviter la complexité causée par l'utilisation du backstepping, tout en améliorant sa robustesse vis-à-vis des défauts de capteurs, des filtres non linéaires adaptatifs sont introduits dans le design de la commande par surface dynamique (DSC), où un deuxième algorithme FTC adaptatif direct est développé, sous une nouvelle structure, avec des lois d'estimation et de commande plus simples à implémenter. Les performances des approches FTC proposées sont évaluées dans un cadre de simulation, en utilisant deux exemples d'application.

Le présent chapitre est organisé de la façon suivante : le problème FTC du chapitre précédent (voir section 2.2) est reformulé dans la section 3.2, en ajoutant quatre défauts de capteurs. Le premier algorithme FTC est développé dans la section 3.3, en employant la technique de commande

par backstepping adaptatif avec fonctions de réglage. La section 3.4 est consacrée au deuxième algorithme FTC adaptatif direct via la méthode DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs. La section 3.5 présente des résultats de simulation issus de l'application de ces approches FTC sur un pendule inversé et un quadrirotor. À la fin de ce chapitre, une conclusion est donnée dans la section 3.6.

3.2 Formulation du problème

Reprenant le système (2.1) du chapitre précédent

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1}, & j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} = f_i(x) + g_i(x) u_i + d_i(t) \\ y = h(x, f_s) \end{cases} \quad (3.1)$$

où $y \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des sorties mesurées, $f_s \in \mathbb{R}^r$ ($r \leq p \leq n$) est le vecteur des défauts de capteurs.

Dans ce qui suit, on considère que le vecteur d'état est complètement mesuré (i.e. $p = n$), de façon que la première sortie des i sous-systèmes donne des mesures correctes et les autres sorties sont défaillantes, i.e.

$$y_{i,1}(t) = x_{i,1}(t) \quad (3.2)$$

$$y_{i,j+1}(t) = \begin{cases} x_{i,j+1}(t) + b_{s_{i,j}}, & \dot{b}_{s_{i,j}}(t) \equiv 0, \quad b_{s_{i,j}}(t_{F_{s_{i,j}}}) \neq 0, & \text{Biais} \\ x_{i,j+1}(t) + b_{s_{i,j}}(t), & |b_{s_{i,j}}(t)| = \lambda_{s_{i,j}} t, \quad 0 < \lambda_{s_{i,j}} \ll 1, & \text{Dérive} \\ x_{i,j+1}(t) + b_{s_{i,j}}(t), & |b_{s_{i,j}}(t)| < \bar{b}_{0s_{i,j}}, \quad \dot{b}_{s_{i,j}}(t) \rightarrow 0, & \text{Perte de précision} \\ \kappa_{s_{i,j}}(t) x_{i,j+1}(t), & 0 < \underline{\kappa}_{s_{i,j}} \leq \kappa_{s_{i,j}}(t) \leq 1, & \text{Perte d'efficacité} \\ & , j = 1, \dots, n_i - 1 \end{cases}$$

où $t_{F_{s_{i,j}}}$ représente l'instant d'occurrence de défaut du $j^{\text{ème}}$ capteur d' $i^{\text{ème}}$ sous-système, $\kappa_{s_{i,j}}(t) \in [\underline{\kappa}_{s_{i,j}}, 1]$ modélise la perte d'efficacité des capteurs, dont son minimum est noté par le coefficient $\underline{\kappa}_{s_{i,j}} > 0$, $b_{s_{i,j}}(t)$ modélise le biais, la dérive et la perte de précision des capteurs. De plus, comme dans le cas des défauts d'actionneurs, les variables $\kappa_{s_{i,j}}(t)$ et $b_{s_{i,j}}(t)$ sont considérées aussi inconnues avec des dérivées bornées. En d'autres termes, il existe des constantes positives inconnues $\kappa_{s_{i,j}}^*$ et $b_{s_{i,j}}^*$, telles que : $0 \leq |\dot{\kappa}_{s_{i,j}}(t)| < \kappa_{s_{i,j}}^*$ et $0 \leq |\dot{b}_{s_{i,j}}(t)| < b_{s_{i,j}}^*$.

On peut réécrire (3.2) sous la forme compacte suivante

$$f_{s_{i,j}}(t, x_{i,j+1}(t)) = \underbrace{(\kappa_{s_{i,j}}(t) - 1) x_{i,j+1}(t)}_{\text{perte d'efficacité}} + \underbrace{b_{s_{i,j}}(t)}_{\text{biais, dérive, perte de précision}} \quad (3.3)$$

À partir de (3.2) et (3.3), il en résulte que

$$\begin{cases} y_{i,1}(t) = x_{i,1}(t) \\ y_{i,j+1}(t) = x_{i,j+1}(t) + f_{s_{i,j}}(t, x_{i,j+1}(t)), \quad j = 1, \dots, n_i - 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

En utilisant (3.1) et prenant en compte les défauts d'actionneurs, la dérivée de (3.4) peut être formulée comme suit

$$\begin{cases} \dot{y}_{i,1} = (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) \\ \dot{y}_{i,2} = (y_{i,3} - f_{s_{i,2}}) + \dot{f}_{s_{i,1}} \\ \vdots \\ \dot{y}_{i,j} = (y_{i,j+1} - f_{s_{i,j}}) + \dot{f}_{s_{i,j-1}}, \quad j = 3, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{y}_{i,n_i} = f_i(y, f_s) + g_i(y, f_s) u_i^f + d_i(t) + \dot{f}_{s_{i,n_i-1}} \end{cases} \quad (3.5)$$

En employant (3.3) et (2.2), la dérivée de $f_{s_{i,l}}$ peut s'écrire

$$\begin{cases} \dot{f}_{s_{i,j}} = (\kappa_{s_{i,j}} - 1) \dot{x}_{i,j+1} + \dot{\kappa}_{s_{i,j}} x_{i,j+1} + \dot{b}_{s_{i,j}} \\ \quad = (\kappa_{s_{i,j}} - 1) (y_{i,j+2} - f_{s_{i,j+1}}) + \dot{\kappa}_{s_{i,j}} (y_{i,j+1} - f_{s_{i,j}}) \\ \quad \quad + \dot{b}_{s_{i,j}}, \quad j = 1, \dots, n_i - 2, \\ \vdots \\ \dot{f}_{s_{i,n_i-1}} = (\kappa_{s_{i,n_i-1}} - 1) (f_i(x) + g_i(x)(u_i + f_{a_i}) + d_i(t)) \\ \quad \quad + \dot{\kappa}_{s_{i,n_i-1}} (y_{i,n_i} - f_{s_{i,n_i-1}}) + \dot{b}_{s_{i,n_i-1}} \end{cases} \quad (3.6)$$

En remplaçant (3.3) et (3.6) dans (3.5), on obtient

$$\begin{cases} \dot{y}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} \\ \dot{y}_{i,2} = \kappa_{s_{i,1}} (y_{i,3} - f_{s_{i,2}}) + \dot{\kappa}_{s_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) + \dot{b}_{s_{i,1}} \\ \vdots \\ \dot{y}_{i,j} = \kappa_{s_{i,j-1}} (y_{i,j+1} - f_{s_{i,j}}) + \dot{\kappa}_{s_{i,j-1}} (y_{i,j} - f_{s_{i,j-1}}) \\ \quad \quad + \dot{b}_{s_{i,j-1}}, \quad j = 3, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \dot{y}_{i,n_i} = \kappa_{s_{i,n_i-1}} (f_i(y, f_s) + g_i(y, f_s) (u_i + f_{a_i}) + d_i(t)) \\ \quad \quad + \dot{\kappa}_{s_{i,n_i-1}} (y_{i,n_i} - f_{s_{i,n_i-1}}) + \dot{b}_{s_{i,n_i-1}} \end{cases} \quad (3.7)$$

ou encore

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} \\ \dot{y}_{i,2} = y_{i,3} + (\kappa_{s_{i,1}} - 1) y_{i,3} - \kappa_{s_{i,1}} f_{s_{i,2}} \\ \quad + \dot{\kappa}_{s_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) + \dot{b}_{s_{i,1}} \\ \quad \vdots \\ \dot{y}_{i,j} = y_{i,j+1} + (\kappa_{s_{i,j-1}} - 1) y_{i,j+1} - \kappa_{s_{i,j-1}} f_{s_{i,j}} \\ \quad + \dot{\kappa}_{s_{i,j-1}} (y_{i,j} - f_{s_{i,j-1}}) + \dot{b}_{s_{i,j-1}} \\ \quad \quad \quad , j = 3, \dots, n_i - 1, \\ \quad \vdots \\ \dot{y}_{i,n_i} = f_i^0(y) + \delta f_i(y, f_s) + \left(g_i^0(y) + \delta g_i(y, f_s) \right) (u_i + f_{a_i}) \\ \quad + \kappa_{s_{i,n_i-1}} d_i(t) + \dot{\kappa}_{s_{i,n_i-1}} (y_{i,n_i} - f_{s_{i,n_i-1}}) + \dot{b}_{s_{i,n_i-1}} \end{array} \right. \quad (3.8)$$

où $f_i^0(y)$ et $g_i^0(y)$ représentent les parties connues et libres des défauts de capteurs, $\delta f_i(y, f_s) = \kappa_{s_{i,n_i-1}} f_i(y, f_s) - f_i^0(y)$ et $\delta g_i(y, f_s) = \kappa_{s_{i,n_i-1}} g_i(y, f_s) - g_i^0(y)$ sont respectivement les parties inconnues des fonctions non linéaires défaillantes $f_i(y, f_s)$ et $g_i(y, f_s)$.

Maintenant, si on choisit les incertitudes $\Delta_{i,j}, j = 1, \dots, n_i$, telles que

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{i,2} = (\kappa_{s_{i,1}} - 1) y_{i,3} - \kappa_{s_{i,1}} f_{s_{i,2}} + \dot{\kappa}_{s_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) + \dot{b}_{s_{i,1}} \\ \quad \vdots \\ \Delta_{i,j} = (\kappa_{s_{i,j-1}} - 1) y_{i,j+1} - \kappa_{s_{i,j-1}} f_{s_{i,j}} + \dot{\kappa}_{s_{i,j-1}} (y_{i,j} - f_{s_{i,j-1}}) + \dot{b}_{s_{i,j-1}} \\ \quad \quad \quad , j = 3, \dots, n_i - 1, \\ \quad \vdots \\ \Delta_{i,n_i} = \delta f_i(y, f_s) + \delta g_i(y, f_s) u_i + \kappa_{s_{i,n_i-1}} (g_i(y, f_s) f_{a_i} + d_i(t)) \\ \quad + \dot{\kappa}_{s_{i,n_i-1}} (y_{i,n_i} - f_{s_{i,n_i-1}}) + \dot{b}_{s_{i,n_i-1}} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Donc, le système (3.8) peut se mettre sous la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} \\ \quad \vdots \\ \dot{y}_{i,j} = y_{i,j+1} + \Delta_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \quad \vdots \\ \dot{y}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_{i,n_i} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Remarque 3.1. Pour $\kappa_{a_i} = 1$, $b_{a_i} = 0$ (i.e. $u_i^f = u_i$) et $n_i = 2$, le système dynamique (3.10) est similaire à celui dans [171, 172].

Remarque 3.2. Avant l'occurrence des défauts, les termes incertains $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont donnés sous la forme

$$\begin{cases} \Delta_{i,j} = 0, j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \Delta_{i,n_i} = \delta f_i(x) + \delta g_i(x)u_i + d_i(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

où $\delta f_i(x) = \delta f_i(y, 0)$ et $\delta g_i(x) = \delta g_i(y, 0)$ représentent les erreurs de modélisation. Dans ce cas, les incertitudes du système se résument en un seul terme Δ_{i,n_i} , incluant des perturbations externes des erreurs de modélisation.

3.3 Commande adaptative directe tolérante aux défauts via le backstepping avec fonctions de réglage

Dans cette section, en se basant sur la technique de commande par backstepping adaptatif avec fonctions de réglage, une approche FTC adaptative directe est développée pour le système défaillant (3.10), avec la procédure suivante.

Étape 1. On définit la première erreur de poursuite $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$. Alors, sa dérivée peut s'écrire

$$\dot{S}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d} \quad (3.12)$$

Prenons $y_{i,2}$ comme commande virtuelle et définissons la 2^{ème} erreur de poursuite $S_{i,2}$, telle que

$$S_{i,2} = y_{i,2} - y_{i,2d} \quad (3.13)$$

Donc, il en résulte que

$$\dot{S}_{i,1} = y_{i,2d} + S_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d} \quad (3.14)$$

La première fonction de Lyapunov est choisie comme suit

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 \right\} \quad (3.15)$$

où $\gamma_{i,1}$ est une constante positive et $\tilde{f}_{s_{i,1}} = f_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}}$ est l'erreur d'estimation du défaut $f_{s_{i,1}}$.

La dérivée de (3.15) s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1} (y_{i,2d} + S_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d}) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1} (y_{i,2d} + S_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d}) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} (\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} S_{i,1}) \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Utilisant le fait que $S_{i,1}$ est connue, la commande virtuelle $y_{i,2d}$ et la fonction d'adaptation $\vartheta_{i,11}$ sont choisies de la manière suivante

$$y_{i,2d} = -k_{i,1} S_{i,1} + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (3.17)$$

$$\vartheta_{i,11} = -\gamma_{i,1} S_{i,1} \quad (3.18)$$

où $k_{i,1}$ est une constante positive et $\hat{f}_{s_{i,1}}$ représente l'estimé du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$. Notant que la loi d'estimation de $\hat{f}_{s_{i,1}}$ sera déterminée dans la dernière étape.

En remplaçant (3.17) et (3.18) dans (3.16), il vient

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 + S_{i,1} S_{i,2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,11} \right) \right\} \quad (3.19)$$

Étape 2. La dérivation de (3.13) nous donne

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,2} &= y_{i,3} + \Delta_{i,2} - \dot{y}_{i,2d} \\ &= y_{i,3} + \Delta_{i,2} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1d}} \dot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \dot{y}_{i,1d}} \ddot{y}_{i,1d} \end{aligned} \quad (3.20)$$

De même, prenons $y_{i,3}$ comme commande virtuelle et définissons $S_{i,3}$ comme suit

$$S_{i,3} = y_{i,3} - y_{i,3d} \quad (3.21)$$

Par conséquent, (3.20) devient

$$\dot{S}_{i,2} = y_{i,3d} + S_{i,3} + Q_{i,2} + \tilde{\Delta}_{i,2} + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \quad (3.22)$$

avec $Q_{i,2} = \hat{\Delta}_{i,2} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}) - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1d}} \dot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \dot{y}_{i,1d}} \ddot{y}_{i,1d}$ et $\hat{\Delta}_{i,2}$ est l'estimé de l'incertitude $\Delta_{i,2}$. La loi d'estimation correspondante sera définie dans la $n_i^{\text{ème}}$ étape.

La fonction de Lyapunov correspondante peut être définie comme suit

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,2}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2}^2 \right\} \quad (3.23)$$

où $\gamma_{i,2}$ est une constante positive et $\tilde{\Delta}_{i,2} = \Delta_{i,2} - \hat{\Delta}_{i,2}$ représente l'erreur d'estimation de $\Delta_{i,2}$.

En utilisant (3.22), la dérivée de (3.23) peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 + S_{i,2} \left(S_{i,1} + y_{i,3d} + S_{i,3} + Q_{i,2} + \tilde{\Delta}_{i,2} + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,11} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 + S_{i,2} \left(S_{i,1} + y_{i,3d} + S_{i,3} + Q_{i,2} - \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,11} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} S_{i,2} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \left(\dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,2} + \gamma_{i,2} S_{i,2} \right) \right\} \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

Tant que la variable $S_{i,2}$ est disponible, la commande virtuelle $y_{i,3d}$ et les fonctions d'adaptation $\vartheta_{i,12}$ et $\vartheta_{i,22}$ sont données par

$$y_{i,3d} = -S_{i,1} - k_{i,2} S_{i,2} - Q_{i,2} + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \vartheta_{i,12} \quad (3.25)$$

$$\begin{cases} \vartheta_{i,12} = \vartheta_{i,11} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} S_{i,2} \\ \vartheta_{i,22} = \gamma_{i,2} S_{i,2} \end{cases} \quad (3.26)$$

En remplaçant (3.25) et (3.26) dans (3.24), on obtient

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 - k_{i,2} S_{i,2}^2 + S_{i,2} S_{i,3} + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,2} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \left(\dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,2} + \vartheta_{i,22} \right) \right\} \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

Étape 3. La dérivée de $S_{i,3}$ peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_{i,3} &= y_{i,4} + \Delta_{i,3} - \dot{y}_{i,3d} \\
 &= y_{i,4} + \Delta_{i,3} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} (y_{i,3} + \Delta_{i,2}) - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \\
 &\quad - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,2} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1d}} \dot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \dot{y}_{i,1d}} \ddot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \ddot{y}_{i,1d}} \ddot{\ddot{y}}_{i,1d}
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Considérons la 4^{ème} erreur de poursuite $S_{i,4}$, telle que

$$S_{i,4} = y_{i,4} - y_{i,4d} \quad (3.29)$$

où $y_{i,4d}$ représente la 4^{ème} commande virtuelle.

Alors, l'équation (3.28) peut être exprimée comme suit

$$\dot{S}_{i,3} = y_{i,4d} + S_{i,4} + Q_{i,3} + \tilde{\Delta}_{i,3} + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} \quad (3.30)$$

avec $Q_{i,3} = \hat{\Delta}_{i,3} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}) - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} (y_{i,3} + \hat{\Delta}_{i,2}) - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1d}} \dot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \ddot{y}_{i,1d}} \ddot{y}_{i,1d} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \ddot{y}_{i,1d}} \ddot{y}_{i,1d}$ et $\hat{\Delta}_{i,3}$ représente l'estimé de $\Delta_{i,3}$. Notant aussi que sa loi d'estimation sera définie dans la dernière étape.

La nouvelle fonction de Lyapunov peut être donnée par

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,3}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,3}} \tilde{\Delta}_{i,3}^2 \right\} \quad (3.31)$$

où $\gamma_{i,3}$ est une constante positive et $\tilde{\Delta}_{i,3} = \Delta_{i,3} - \hat{\Delta}_{i,3}$ représente l'erreur d'estimation de $\Delta_{i,3}$.

En utilisant (3.30), la dérivée de V_3 peut être formulée de la façon suivante

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 - k_{i,2} S_{i,2}^2 + S_{i,3} \left(S_{i,2} + y_{i,4d} + S_{i,4} + Q_{i,3} + \tilde{\Delta}_{i,3} + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} \right) + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,2} \left(-\dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} - \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \left(\dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} - \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} + \vartheta_{i,22} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,3}} \tilde{\Delta}_{i,3} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,3} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^q \left\{ -k_{i,1} S_{i,1}^2 - k_{i,2} S_{i,2}^2 + S_{i,3} \left(S_{i,2} + y_{i,4d} + S_{i,4} + Q_{i,3} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} - \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,2} \left(-\dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} - \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,12} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} S_{i,3} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \left(\dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} - \dot{\tilde{\Delta}}_{i,2} + \vartheta_{i,22} - \gamma_{i,2} \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} S_{i,3} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,3}} \tilde{\Delta}_{i,3} \left(\dot{\tilde{\Delta}}_{i,3} - \dot{\tilde{\Delta}}_{i,3} + \gamma_{i,3} S_{i,3} \right) \right\} \quad (3.32) \end{aligned}$$

Encore, la commande virtuelle $y_{i,4d}$ et les fonctions d'adaptation $\vartheta_{i,13}$, $\vartheta_{i,23}$ et $\vartheta_{i,33}$ sont exprimées sous la forme

$$y_{i,4d} = -S_{i,2} - k_{i,3} S_{i,3} - Q_{i,3} + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \vartheta_{i,13} + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} \vartheta_{i,23} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} \left(\frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,2} \right) \quad (3.33)$$

$$\begin{cases} \vartheta_{i,13} = \vartheta_{i,12} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} S_{i,3} \\ \vartheta_{i,23} = \vartheta_{i,22} - \gamma_{i,2} \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} S_{i,3} \\ \vartheta_{i,33} = \gamma_{i,3} S_{i,3} \end{cases} \quad (3.34)$$

En tenant compte de (3.33)-(3.34), il vient

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \sum_{i=1}^q \left\{ & -k_{i,1}S_{i,1}^2 - k_{i,2}S_{i,2}^2 - k_{i,3}S_{i,3}^2 + S_{i,3}S_{i,4} + \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,2} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,13} \right) \right. \\ & + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,3} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,13} \right) + \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} S_{i,3} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,2} + \vartheta_{i,23} \right) \\ & + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,13} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,2}} \tilde{\Delta}_{i,2} \left(\dot{\Delta}_{i,2} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,2} + \vartheta_{i,23} \right) \\ & \left. + \frac{1}{\gamma_{i,3}} \tilde{\Delta}_{i,3} \left(\dot{\Delta}_{i,3} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,3} + \vartheta_{i,33} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Étape j . ($4 \leq j \leq n_i - 1$) La dérivée de la $j^{\text{ème}}$ erreur de poursuite $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$ peut s'exprimer par

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,j} &= y_{i,j+1} + \Delta_{i,j} - \dot{y}_{i,jd} \\ &= y_{i,j+1} + \Delta_{i,j} - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} (y_{i,k+1} + \Delta_{i,k}) - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \\ &\quad - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} - \sum_{k=1}^j \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1d}^{(k-1)}} y_{i,1d}^{(k)} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Définissons $S_{i,j+1}$ comme

$$S_{i,j+1} = y_{i,j+1} - y_{i,(j+1)d} \quad (3.37)$$

où $y_{i,(j+1)d}$ représente la $j^{\text{ème}} + 1$ commande virtuelle.

Donc, l'équation (3.36) peut être réécrite sous la forme

$$\dot{S}_{i,j} = y_{i,(j+1)d} + S_{i,j+1} + Q_{i,j} + \tilde{\Delta}_{i,j} + \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} \tilde{\Delta}_{i,k} - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} \quad (3.38)$$

avec $Q_{i,j} = \hat{\Delta}_{i,j} - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}) - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} (y_{i,k+1} + \hat{\Delta}_{i,k}) - \sum_{k=1}^j \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1d}^{(k-1)}} y_{i,1d}^{(k)}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$ représente l'estimé de l'incertitude $\Delta_{i,j}$. La loi d'estimation correspondante sera définie dans la dernière étape.

La fonction de Lyapunov augmentée est définie par

$$V_j = V_{j-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (3.39)$$

où $\gamma_{i,j} > 0$ est un paramètre de conception et $\tilde{\Delta}_{i,j} = \Delta_{i,j} - \hat{\Delta}_{i,j}$ représente l'erreur d'estimation de l'incertitude $\Delta_{i,j}$.

En tenant compte de (3.38), la dérivée de V_j s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V}_j = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{k=1}^{j-1} k_{i,k} S_{i,k}^2 + S_{i,j} \left(S_{i,j-1} + y_{i,(j+1)d} + S_{i,j+1} + Q_{i,j} + \tilde{\Delta}_{i,j} + \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right. \right. \\ - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} \tilde{\Delta}_{i,k} - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} \left. \right) + \sum_{k=1}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(k+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,k+1} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(j-1)} \right) \\ + \sum_{k=2}^{j-2} \left(\sum_{l=k}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} S_{i,l+1} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,k} + \vartheta_{i,k(j-1)} \right) \right) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(j-1)} \right) \\ \left. + \sum_{k=2}^{j-1} \frac{1}{\gamma_{i,k}} \tilde{\Delta}_{i,k} \left(\dot{\Delta}_{i,k} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} + \vartheta_{i,k(j-1)} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} \right\} \end{aligned} \quad (3.40)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{V}_j = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{k=1}^{j-1} k_{i,k} S_{i,k}^2 + S_{i,j} \left(S_{i,j-1} + y_{i,(j+1)d} + S_{i,j+1} + Q_{i,j} - \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} \right) \right. \\ + \sum_{k=1}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(k+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,k+1} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(j-1)} \right) + \sum_{k=2}^{j-2} \left(\sum_{l=k}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} S_{i,l+1} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,k} + \vartheta_{i,k(j-1)} \right) \right) \\ + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(j-1)} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,j} \right) \\ + \sum_{k=2}^{j-1} \frac{1}{\gamma_{i,k}} \tilde{\Delta}_{i,k} \left(\dot{\Delta}_{i,k} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,k} + \vartheta_{i,k(j-1)} - \gamma_{i,k} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} S_{i,j} \right) \\ \left. + \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \gamma_{i,j} S_{i,j} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

De même, la commande virtuelle $y_{i,(j+1)d}$ et les fonctions d'adaptation $\vartheta_{i,kj}$, $k = 1, \dots, j$ sont formulées de la manière suivante

$$\begin{aligned} y_{i,(j+1)d} = -S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} - Q_{i,j} + \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \vartheta_{i,1j} + \sum_{k=2}^{j-1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} \vartheta_{i,kj} \\ + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} \left(\sum_{k=1}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(k+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,k+1} \right) + \sum_{k=2}^{j-2} \gamma_{i,k} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} \left(\sum_{l=k}^{j-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} S_{i,l+1} \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{cases} \vartheta_{i,1j} = \vartheta_{i,1(j-1)} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,j} \\ \vdots \\ \vartheta_{i,kj} = \vartheta_{i,k(j-1)} - \gamma_{i,k} \frac{\partial y_{i,jd}}{\partial y_{i,k}} S_{i,j}, \quad k = 2, \dots, j-1 \\ \vdots \\ \vartheta_{i,jj} = \gamma_{i,j} S_{i,j} \end{cases} \quad (3.43)$$

En utilisant (3.42) et (3.43), l'équation (3.41) devient

$$\begin{aligned} \dot{V}_j = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{k=1}^j k_{i,k} S_{i,k}^2 + S_{i,j} S_{i,j+1} + \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial y_{i,(k+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,k+1} \left(-\hat{f}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1j} \right) \right. \\ \left. + \sum_{k=2}^{j-1} \left(\sum_{l=k}^{j-1} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,k}} S_{i,l+1} \left(-\hat{\Delta}_{i,k} + \vartheta_{i,kj} \right) \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1j} \right) + \sum_{k=2}^j \frac{1}{\gamma_{i,k}} \tilde{\Delta}_{i,k} \left(\dot{\Delta}_{i,k} - \hat{\Delta}_{i,k} + \vartheta_{i,kj} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Étape n_i . Considérons la $n_i^{\text{ème}}$ erreur de poursuite $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_id}$. Sa dérivée peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,n_i} &= f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_id} \\ &= f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_{i,n_i} - \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - f_{s_{i,1}}) - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,j}} (y_{i,j+1} + \Delta_{i,j}) \\ &\quad - \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} - \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,1d}^{(j)}} y_{i,1d}^{(j)} \\ &= g_i^0(y) u_i + Q_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} + \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \\ &\quad - \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} \end{aligned} \quad (3.45)$$

avec $Q_{i,n_i} = f_i^0(y) + \hat{\Delta}_{i,n_i} - \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,1}} (y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}) - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,j}} (y_{i,j+1} + \hat{\Delta}_{i,j}) - \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,n_id}}{\partial y_{i,1d}^{(j)}} y_{i,1d}^{(j)}$ et $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ représente l'estimé de Δ_{i,n_i} .

La fonction de Lyapunov finale est donnée comme suit

$$V_{n_i} = V_{n_i-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,n_i}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,n_i}} \tilde{\Delta}_{i,n_i}^2 \right\} \quad (3.46)$$

où $\gamma_{i,n_i} > 0$ est un paramètre de conception et $\tilde{\Delta}_{i,n_i} = \Delta_{i,n_i} - \hat{\Delta}_{i,n_i}$ représente l'erreur d'estimation de Δ_{i,n_i} .

À partir de (3.45), la dérivée de (3.46) peut être écrite comme suit

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n_i} = \sum_{i=1}^q \left\{ & - \sum_{j=1}^{n_i-1} k_{i,j} S_{i,j}^2 + S_{i,n_i} \left(S_{i,n_i-1} + g_i^0(y) u_i + Q_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} + \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right. \right. \\
 & - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} - \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} \left. \right) \\
 & + \sum_{j=1}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(n_i-1)} \right) \\
 & + \sum_{j=2}^{n_i-2} \left(\sum_{l=j}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,j(n_i-1)} \right) \right) \\
 & + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(n_i-1)} \right) + \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,j(n_i-1)} \right) \\
 & \left. + \frac{1}{\gamma_{i,n_i}} \tilde{\Delta}_{i,n_i} \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

ou de même

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n_i} = \sum_{i=1}^q \left\{ & - \sum_{j=1}^{n_i-1} k_{i,j} S_{i,j}^2 + S_{i,n_i} \left(S_{i,n_i-1} + g_i^0(y) u_i + Q_{i,n_i} - \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} \right) \right. \\
 & + \sum_{j=1}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(n_i-1)} \right) \\
 & + \sum_{j=2}^{n_i-2} \left(\sum_{l=j}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,j(n_i-1)} \right) \right) \\
 & + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1(n_i-1)} + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,1}} S_{i,n_i} \right) \\
 & + \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,j(n_i-1)} - \gamma_{i,j} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,j}} S_{i,n_i} \right) \\
 & \left. + \frac{1}{\gamma_{i,n_i}} \tilde{\Delta}_{i,n_i} \left(\dot{\Delta}_{i,n_i} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} + \gamma_{i,n_i} S_{i,n_i} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Maintenant, la loi de commande u_i est définie de la façon suivante

$$\begin{aligned}
 u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(& S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} + Q_{i,n_i} - \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \vartheta_{i,1n_i} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \vartheta_{i,jn_i} \right. \\
 & \left. + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,1}} \left(\sum_{j=1}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \right) + \sum_{j=2}^{n_i-2} \gamma_{i,j} \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial y_{i,j}} \left(\sum_{l=j}^{n_i-2} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

et les lois d'estimation de $\hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ sont données comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} = \vartheta_{i,1n_i} + \gamma_{i,1}\sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}} = \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,k} + \sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \\ \vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} = \vartheta_{i,jn_i} + \gamma_{i,j}\sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j} = \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} - \sum_{k=j+1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,j}} S_{i,k} + \sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j} \right), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} = \vartheta_{i,n_in_i} + \gamma_{i,n_i}\sigma_{i,n_i}\tilde{\Delta}_{i,n_i} = \gamma_{i,n_i} \left(S_{i,n_i} + \sigma_{i,n_i}\tilde{\Delta}_{i,n_i} \right) \end{array} \right. \quad (3.50)$$

où $\sigma_{i,j} > 0$, $j = 1, \dots, n_i$ sont des paramètres positifs de conception.

Remarque 3.3. Le problème d'existence des erreurs d'estimation $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ dans les lois adaptatives définies par (3.50) sera traité plus tard.

En remplaçant (3.49) et (3.50) dans (3.48), il en résulte que

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n_i} &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \left(-\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1n_i} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^{n_i-1} \left(\sum_{l=j}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \left(-\dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,jn_i} \right) \right) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} + \vartheta_{i,1n_i} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} + \vartheta_{i,jn_i} \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - \gamma_{i,1}\sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}} \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} - \sum_{j=2}^{n_i-1} \gamma_{i,j}\sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j} \left(\sum_{l=j}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} - \sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Remarque 3.4. D'après les quatre premières étapes de l'analyse, on trouve que

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} &= 1, & \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} &= -\frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} = k_{i,1}, & \frac{\partial y_{i,4d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} &= -\frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,1}} = 1 - \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} = 1 - \gamma_{i,1} \\ \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} &= -1, & \frac{\partial y_{i,4d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,2}} &= \frac{\partial y_{i,3d}}{\partial y_{i,2}} = -k_{i,2} + \left(1 + \gamma_{i,1} \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \right) \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial y_{i,1}} = -k_{i,2} - (1 + \gamma_{i,1}) k_{i,1} \\ \frac{\partial y_{i,4d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,3}} &= -1 \end{aligned}$$

Ce qui implique que les termes $\frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}}$, $j = 1, \dots, 3$, et $\frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}}$, $j = 2, 3$ et $l = j, \dots, 3$ sont des constantes.

Si on considère des termes constants $\zeta_{i,j} \geq 0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, tels que

$$\begin{aligned} \zeta_{i,1} &= \max \left\{ \left| \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \right|, \dots, \left| \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \right| \right\} \\ \zeta_{i,j} &= \max_{l=j, \dots, n_i-1} \left\{ \left| \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \right|, \dots, \left| \frac{\partial y_{i,n_i d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} \right| \right\}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (3.52)$$

Donc, il est facile de conclure que

$$\begin{aligned} 0 &\leq \left| \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \right| \leq \zeta_{i,1} \left| \sum_{j=1}^{n_i-1} S_{i,j+1} \right| \leq \zeta_{i,1} \sum_{j=1}^{n_i-1} |S_{i,j+1}| \\ 0 &\leq \left| \sum_{l=j}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \right| \leq \zeta_{i,j} \left| \sum_{l=j}^{n_i-1} S_{i,l+1} \right| \leq \zeta_{i,j} \sum_{l=j}^{n_i-1} |S_{i,l+1}|, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

En se basant sur (3.53), les inégalités suivantes sont toujours satisfaites

$$\gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(j+1)d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} S_{i,j+1} \leq \frac{\gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \zeta_{i,1}}{2} \left(\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} S_{i,j+1}^2 \right) \quad (3.54)$$

$$\sum_{j=2}^{n_i-1} \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\sum_{l=j}^{n_i-1} \frac{\partial y_{i,(l+1)d}}{\partial \hat{\Delta}_{i,j}} S_{i,l+1} \right) \leq \sum_{j=2}^{n_i-1} \frac{\gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \zeta_{i,j}}{2} \left(\tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \sum_{l=j}^{n_i-1} S_{i,l+1}^2 \right) \quad (3.55)$$

Afin de simplifier l'analyse de stabilité, on considère l'hypothèse ci-dessous.

Hypothèse 3.1 ([171, 172]). Les dérivées du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et des incertitudes $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ sont supposées bornées par des constantes positives $f_{s_{i,1}}^* > 0$ et $\Delta_{i,j}^* > 0$, telles que : $0 \leq |\dot{f}_{s_{i,1}}| \leq f_{s_{i,1}}^*$ et $0 \leq |\dot{\Delta}_{i,j}| \leq \Delta_{i,j}^*$, $j = 2, \dots, n_i$.

En utilisant l'hypothèse 3.1 et l'inégalité de Young, on obtient

$$\frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} \leq \frac{1}{2\gamma_{i,1}} \left(\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + f_{s_{i,1}}^{*2} \right) \quad (3.56)$$

$$\frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \leq \frac{1}{2\gamma_{i,j}} \left(\tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \Delta_{i,j}^{*2} \right) \quad (3.57)$$

En remplaçant (3.54)-(3.57) dans (3.51), il vient

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n_i} &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ -2k_{i,1} S_{i,1}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2k_{i,j} - \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{i,l} \sigma_{i,l} \zeta_{i,l} \right) S_{i,j}^2 - \left(2\sigma_{i,1} - \left(\frac{1}{\gamma_{i,1}} + \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \zeta_{i,1} \right) \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 \right. \\ &\quad - \sum_{j=2}^{n_i-1} \left(2\sigma_{i,j} - \left(\frac{1}{\gamma_{i,j}} + \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \zeta_{i,j} \right) \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 - \left(2\sigma_{i,n_i} - \frac{1}{\gamma_{i,n_i}} \right) \tilde{\Delta}_{i,n_i}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right\} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Si on choisit $k_{i,j} > \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{i,l} \sigma_{i,l} \zeta_{i,l}$, $j = 2, \dots, n_i$, $\sigma_{i,j} > \frac{1}{\gamma_{i,j}(2-\gamma_{i,j} \zeta_{i,j})}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ et $\sigma_{i,n_i} > \frac{1}{2\gamma_{i,n_i}}$,

il en résulte que

$$\dot{V}_{n_i} \leq -\mu V_{n_i} + \lambda \quad (3.59)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mu = \min_{i=1,\dots,q} \left\{ 2k_{i,1}, \left(2k_{i,2} - \gamma_{i,1}\sigma_{i,1}\zeta_{i,1} \right), \dots, \left(2k_{i,j} - \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{i,l}\sigma_{i,l}\zeta_{i,l} \right), \dots, \left(2k_{i,n_i} - \sum_{l=1}^{n_i-1} \gamma_{i,l}\sigma_{i,l}\zeta_{i,l} \right), \right. \\ \left. \left(2\gamma_{i,1}\sigma_{i,1} - (1 + \gamma_{i,1}^2\sigma_{i,1}\zeta_{i,1}) \right), \dots, \left(2\gamma_{i,n_i-1}\sigma_{i,n_i-1} - (1 + \gamma_{i,n_i-1}^2\sigma_{i,n_i-1}\zeta_{i,n_i-1}) \right), \right. \\ \left. (2\gamma_{i,n_i}\sigma_{i,n_i} - 1) \right\} > 0 \\ \lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right\} > 0 \end{aligned}$$

Maintenant, le résultat principal de cette section est résumé dans le théorème suivant

Théorème 3.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (3.17), (3.25), (3.33), (3.42) et (3.49) avec les lois d'estimation directes définies dans (3.50). Supposons que les hypothèses 2.1-2.2 et 3.1 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en BF sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro en choisissant convenablement les paramètres de conception.*

Preuve. En multipliant les deux côtés de l'inégalité (3.59) par $e^{\mu t}$, on trouve

$$\frac{d}{dt} (V_{n_i} e^{\mu t}) \leq \lambda e^{\mu t} \quad (3.60)$$

L'intégration de (3.60) sur l'intervalle $[0, t]$ donne

$$0 \leq V_{n_i}(t) \leq \left(V_{n_i}(0) - \frac{\lambda}{\mu} \right) e^{-\mu t} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.61)$$

Ce qui indique que les signaux d'erreurs $S_{i,j}$, $\tilde{f}_{s_{i,1}}$, $\tilde{\Delta}_{i,k}$, $j = 1, \dots, n_i$ et $k = 2, \dots, n_i$ sont uniformément bornés. Ainsi, les signaux $y_{i,j}$, $y_{i,kd}$, u_i , $\hat{f}_{s_{i,1}}$, $\hat{\Delta}_{i,k}$, $j = 1, \dots, n_i$ et $k = 2, \dots, n_i$ sont aussi bornés. Par conséquent, on peut conclure que tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément ultimement bornés (UUB).

À partir de (3.46), $V_{n_i}(0)$ peut être définie sous la forme

$$V_{n_i}(0) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}(0)^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2(0) + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2(0) \right\} \quad (3.62)$$

En employant (3.61), il est clair que

$$\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 \right)} = \sqrt{2 \left[\left(V_{n_i}(0) - \frac{\lambda}{\mu} \right) e^{-\mu t} + \frac{\lambda}{\mu} \right]} \quad (3.63)$$

Donc, il est facile de déduire que les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent exponentiellement vers l'ensemble résiduel Ω_{s1} , avec

$$\Omega_{s1} = \left\{ \|S\| \leq \sqrt{2\lambda/\mu} \right\} \quad (3.64)$$

Notant que cet ensemble peut être rendu aussi petit que possible, ce qui implique que les erreurs de poursuite peuvent être faites arbitrairement proches de zéro. Ceci termine la preuve. \square

La structure de l'approche FTC adaptative directe proposée dans cette partie est exprimée dans le Figure 3.1.

Remarque 3.5. Dans le cas ou $n_i = 2$, il a été prouvé dans [171], que pour le choix approprié

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,1} + k_{i,2}S_{i,2} - \ddot{y}_{i,1d} + k_{i,1} \left(-k_{i,1}S_{i,1} + S_{i,2} \right) + \gamma_{i,1} \left(S_{i,1} + k_{i,1}S_{i,2} \right) + \hat{\Delta}_{i,2} \right) \quad (3.65)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} = \gamma_{i,1} \left(- \left(S_{i,1} + k_{i,1}S_{i,2} \right) + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,2} = \gamma_{i,2} \left(S_{i,2} + \sigma_{i,2} \tilde{\Delta}_{i,2} \right) \end{cases} \quad (3.66)$$

avec $\zeta_{i,1} = \left| \frac{\partial y_{i,2d}}{\partial \hat{f}_{s_{i,1}}} \right| = 1$, $k_{i,2} > \frac{1}{2}\gamma_{i,1}\sigma_{i,1}$, $\sigma_{i,1} > \frac{1}{\gamma_{i,1}(2-\gamma_{i,1})}$ et $\sigma_{i,2} > \frac{1}{2\gamma_{i,2}}$, on aboutit au résultat du Théorème 3.1.

Remarque 3.6. À partir de (3.63), on a

$$\|S(0)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2(0) \right)} \leq \sqrt{2V_{n_i}(0)} \quad (3.67)$$

Donc, selon (3.62) et (3.67), les performances en régime transitoire dépendent aussi des erreurs d'estimation initiales $\hat{f}_{s_{i,1}}(0)$ et $\hat{\Delta}_{i,j}(0)$, $j = 2, \dots, n_i$ avec les paramètres de conception $\gamma_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$. Plus les estimés initiales $\hat{f}_{s_{i,1}}(0)$ et $\hat{\Delta}_{i,j}(0)$ sont proches de leurs valeurs exactes $f_{s_{i,1}}(0)$ et $\Delta_{i,j}(0)$, plus les performances transitoires sont bonnes. Bien que, l'augmentation des gains d'estimation $\gamma_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ peut aider à la réduction de l'effet des erreurs d'estimation initiales sur les performances en régime transitoire, ainsi que la valeur de λ . Cependant, un choix de $\gamma_{i,j}\zeta_{i,j} \geq 2$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, peut aboutir à un système bouclé non borné, en ne faisant pas $\mu > 0$. De l'autre part, l'augmentation de $k_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ pourrait conduire à une plus grande valeur de μ et donc, à une plus petite valeur de λ/μ . Ce choix peut se traduire par un système de commande avec des gains très élevés. Par conséquent, en utilisant (3.46), (3.62) et (3.67), et dans le but d'obtenir, à la fois, des performances transitoires appropriées avec une bonne action de commande, il est suggéré de fixer les termes $\gamma_{i,j}\sigma_{i,j}\zeta_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ à certaines valeurs acceptables et d'ajuster soigneusement les autres paramètres de conception. Cela explique bien que dans les applications pratiques, il existe un certain compromis entre le choix des paramètres de conception et la précision numérique des outils impliqués dans la conception des systèmes de commande multivariables [193–195].

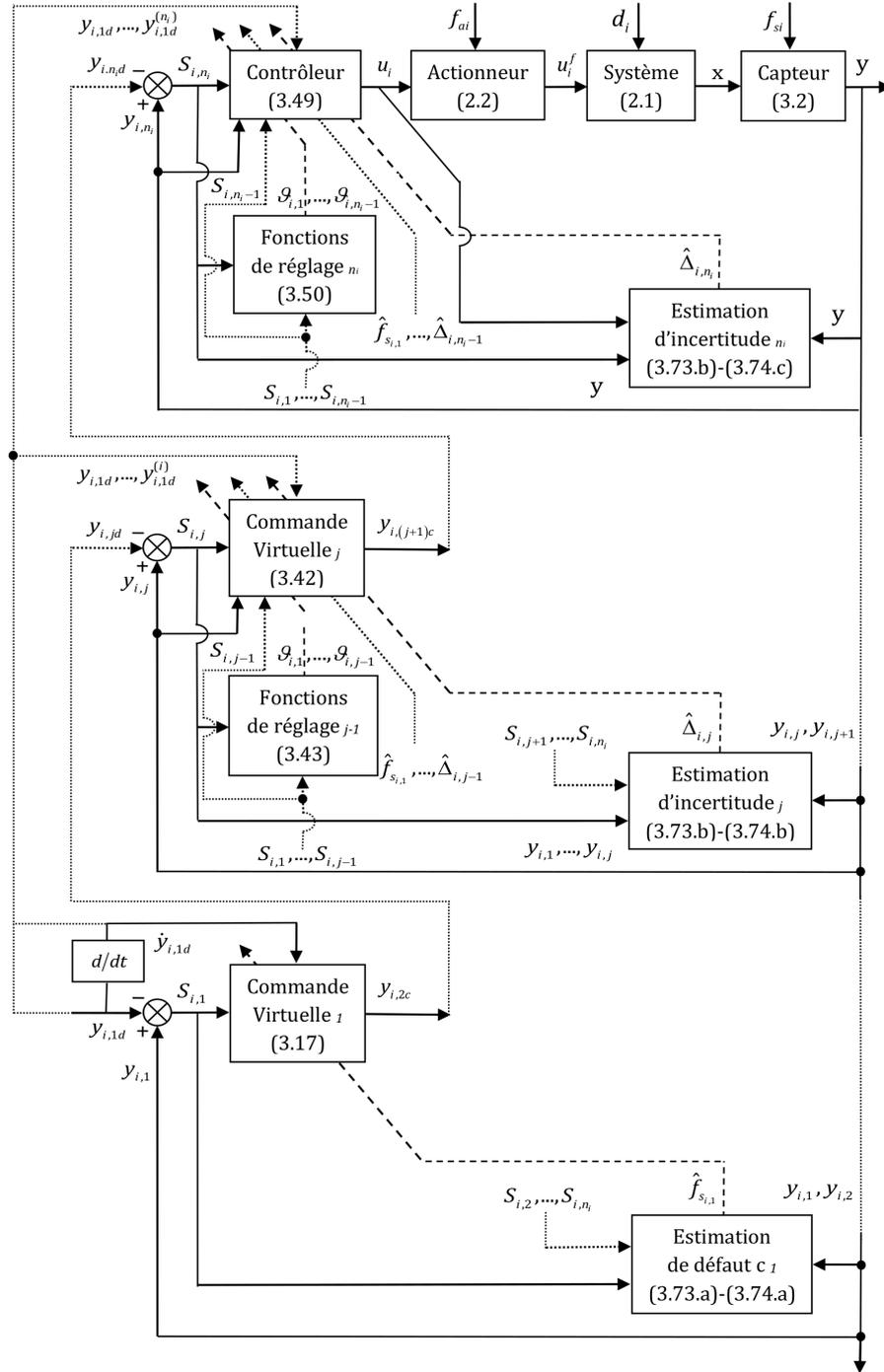


Figure 3.1: Diagramme bloc de l'algorithme FTC adaptatif directe via le backstepping avec fonctions de réglage.

Si nous prenons en compte le cas particulier de l'hypothèse 3.1, lorsque le défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et les incertitudes $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont lentement variables, le corollaire ci-dessous peut être annoncé.

Corollaire 3.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (3.17), (3.25), (3.33), (3.42) et (3.49), avec les lois d'estimation (3.50). Supposons que les hypothèses 2.1-2.2 sont satisfaites, et que le défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et les incertitudes $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont lentement*

variables. Donc, le système en boucle fermée est globalement exponentiellement stable.

Preuve. Utilisant le fait que $\dot{f}_{s_{i,1}} \approx 0$ et $\dot{\Delta}_{i,j} \approx 0$, $j = 2, \dots, n_i$, l'inégalité (3.58) peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n_i} \leq & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ -2k_{i,1} S_{i,1}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2k_{i,j} - \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{i,l} \sigma_{i,l} \zeta_{i,l} \right) S_{i,j}^2 - \sigma_{i,1} \left(2 - \gamma_{i,1} \zeta_{i,1} \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 \right. \\ & \left. - \sum_{j=2}^{n_i-1} \sigma_{i,j} \left(2 - \gamma_{i,j} \zeta_{i,j} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 - 2\sigma_{i,n_i} \tilde{\Delta}_{i,n_i}^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.68)$$

Si on pose $k_{i,j} > \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{i,l} \sigma_{i,l} \zeta_{i,l}$, $j = 2, \dots, n_i$ et $\gamma_{i,j} \zeta_{i,j} < 2$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, il est clair que

$$\dot{V}_{n_i} \leq -\mu' V_{n_i} \quad (3.69)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mu' = \min_{i=1, \dots, q} \left\{ 2k_{i,1}, \left(2k_{i,2} - \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \zeta_{i,1} \right), \dots, \left(2k_{i,n_i} - \sum_{l=1}^{n_i-1} \gamma_{i,l} \sigma_{i,l} \zeta_{i,l} \right), \right. \\ \left. \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \left(2 - \gamma_{i,1} \zeta_{i,1} \right), \dots, \gamma_{i,n_i-1} \sigma_{i,n_i-1} \left(2 - \gamma_{i,n_i-1} \zeta_{i,n_i-1} \right), 2\gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} \right\} > 0 \end{aligned}$$

En suivant le même raisonnement du Théorème 2.1, on peut facilement démontrer la stabilité exponentielle globale du système bouclé. Ceci termine la preuve. \square

Remarque 3.7. L'objectif derrière l'écriture des lois d'estimation définies dans (3.50) avec une telle forme, est de faciliter l'analyse de la stabilité, aussi bien que d'assurer la stabilité exponentielle globale du système en boucle fermée dans le cas des défauts de capteurs et d'incertitudes lentement variables (voir le Corollaire 3.1). Malheureusement, ces lois adaptatives ne peuvent pas être implémentées, à cause des erreurs d'estimation inconnues $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$. Donc, afin de rendre les estimés $\hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ dans une forme réalisable, la démarche ci-dessous doit être suivie.

Les lois d'estimation définies dans (3.50) peuvent être réécrites sous la forme

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} &= \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} f_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \hat{f}_{s_{i,1}} + \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,k} \right) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} &= \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \Delta_{i,j} - \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \hat{\Delta}_{i,j} + \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} - \sum_{k=j+1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,j}} S_{i,k} \right), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ &\vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} &= \gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} \Delta_{i,n_i} - \gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} \hat{\Delta}_{i,n_i} + \gamma_{i,n_i} S_{i,n_i} \end{aligned} \right. \quad (3.70)$$

À partir de (3.70), il est clair que les dynamiques $\hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ dépendent des termes inconnus $f_{s_{i,1}}$ et $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$. Ce qui donne des estimateurs irréalisables. Pour éviter ce problème, ces termes sont extraits à partir de (3.10) comme suit

$$\begin{cases} f_{s_{i,1}} = y_{i,2} - \dot{y}_{i,1} \\ \vdots \\ \Delta_{i,j} = \dot{y}_{i,j} - y_{i,j+1}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \vdots \\ \Delta_{i,n_i} = \dot{y}_{i,n_i} - f_i^0(y) - g_i^0(y) u_i \end{cases} \quad (3.71)$$

Alors, l'équation (3.70) devient

$$\begin{cases} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} = \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} (y_{i,2} - \dot{y}_{i,1}) - \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} \hat{f}_{s_{i,1}} + \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,k} \right) \\ \vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} = \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} (\dot{y}_{i,j} - y_{i,j+1}) - \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} \hat{\Delta}_{i,j} + \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} - \sum_{k=j+1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,j}} S_{i,k} \right), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} = \gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} (\dot{y}_{i,n_i} - f_i^0(y) - g_i^0(y) u_i) - \gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} \hat{\Delta}_{i,n_i} + \gamma_{i,n_i} S_{i,n_i} \end{cases} \quad (3.72)$$

En intégrant (3.72) sur l'intervalle $[0, t]$, on peut facilement montrer que

$$\begin{cases} \hat{f}_{s_{i,1}}(t) = \hat{f}_{s_{i,1}}(0) - \gamma_{i,1} \sigma_{i,1} (y_{i,1}(t) - y_{i,1}(0)) + \gamma_{i,1} \int_0^t H_{i,1}(\tau) d\tau \\ \hat{\Delta}_{i,j}(t) = \hat{\Delta}_{i,j}(0) + \gamma_{i,j} \sigma_{i,j} (y_{i,j}(t) - y_{i,j}(0)) + \gamma_{i,j} \int_0^t H_{i,j}(\tau) d\tau, \quad j = 2, \dots, n_i \end{cases} \quad (3.73)$$

avec,

$$\begin{cases} H_{i,1} = \left(-S_{i,1} + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,1}} S_{i,k} \right) + \sigma_{i,1} (y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}) \\ \vdots \\ H_{i,j} = \left(S_{i,j} - \sum_{k=j+1}^{n_i} \frac{\partial y_{i,kd}}{\partial y_{i,j}} S_{i,k} \right) - \sigma_{i,j} (y_{i,j+1} + \hat{\Delta}_{i,j}), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ \vdots \\ H_{i,n_i} = S_{i,n_i} - \sigma_{i,n_i} (f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \hat{\Delta}_{i,n_i}) \end{cases} \quad (3.74)$$

Donc, les estimés $\hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ peuvent être calculés, sans avoir besoin des signaux non mesurables.

3.4 Commande adaptative directe tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs

3.4.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. Définissons la première surface $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$. Sa dérivée s'écrit

$$\dot{S}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d} \quad (3.75)$$

On choisit $y_{i,2c}$ comme une première commande virtuelle, telle que

$$y_{i,2c} = -k_{i,1}S_{i,1} + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (3.76)$$

où $k_{i,1}$ est une constante positive et $\hat{f}_{s_{i,1}}$ est l'estimé du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

La loi d'estimation de $\hat{f}_{s_{i,1}}$ peut être exprimée de la manière suivante

$$\dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} = \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \quad (3.77)$$

où $\gamma_{i,1} > 0$ et $\sigma_{i,1} > 0$ sont des paramètres de conception et $\tilde{f}_{s_{i,1}} = f_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}}$ représente l'erreur d'estimation du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

Maintenant, un filtre non linéaire adaptatif est proposé comme suit [172]

$$\tau_{i,2}\dot{y}_{i,2d} + y_{i,2d} = y_{i,2c} - \tau_{i,2}\hat{\alpha}_{i,2} \tanh\left(\frac{y_{i,2d} - y_{i,2c}}{\varepsilon_{i,2}}\right) - \tau_{i,2}S_{i,1}, \quad y_{i,2d}(0) = y_{i,2c}(0) \quad (3.78)$$

où $\tau_{i,2} > 0$ représente sa constante de temps et $\hat{\alpha}_{i,2}$ est l'estimé de $\alpha_{i,2}^*$ (sera défini plus tard).

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_{i,2}$ s'écrit

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,2} = \delta_{i,2} \left((y_{i,2d} - y_{i,2c}) \tanh\left(\frac{y_{i,2d} - y_{i,2c}}{\varepsilon_{i,2}}\right) - \pi_{i,2}\hat{\alpha}_{i,2} \right) \quad (3.79)$$

où $\delta_{i,2}$ et $\pi_{i,2}$ sont des constantes positives de conception.

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) La dérivée de la $j^{\text{ème}}$ surface $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$ peut s'écrire

$$\dot{S}_{i,j} = y_{i,j+1} + \Delta_{i,j} - \dot{y}_{i,jd} \quad (3.80)$$

Choisissons la $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ comme suit

$$y_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j} \quad (3.81)$$

où $k_{i,j}$ est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,j}$ est l'estimé de l'incertitude $\Delta_{i,j}$.

La loi d'estimation de $\hat{\Delta}_{i,j}$ est définie sous la forme

$$\dot{\hat{\Delta}}_{i,j} = \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (3.82)$$

où $\gamma_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$ sont des constantes positives et $\tilde{\Delta}_{i,j} = \Delta_{i,j} - \hat{\Delta}_{i,j}$ est l'erreur d'estimation de $\Delta_{i,j}$.

De même, on adopte le filtre non linéaire adaptatif suivant [172]

$$\tau_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)d} + y_{i,(j+1)d} = y_{i,(j+1)c} - \tau_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}}{\varepsilon_{i,(j+1)}} \right) - \tau_{i,j+1} S_{i,j} \quad (3.83)$$

où $\tau_{i,j+1} > 0$ est la constante de temps du filtre et $\hat{\alpha}_{i,j+1}$ est l'estimé de $\alpha_{i,j+1}^*$ (sera conçu par la suite) avec $y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0)$.

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_{i,j+1}$ est donnée par

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = \delta_{i,j+1} \left((y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}) \tanh \left(\frac{y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}}{\varepsilon_{i,(j+1)}} \right) - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \quad (3.84)$$

où $\delta_{i,j+1}$ et $\pi_{i,j+1}$ sont des paramètres positifs de conception.

Étape n_i . On considère la $n^{\text{ème}}$ surface $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_i d}$. Sa dérivée peut être écrite sous la forme

$$\dot{S}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_i d} \quad (3.85)$$

On choisit la loi de commande u_i de la manière suivante

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_i d} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (3.86)$$

où k_{i,n_i} est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est l'estimé de Δ_{i,n_i} .

La loi d'estimation de $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est décrit par

$$\dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} = \gamma_{i,n_i} \left(S_{i,n_i} + \sigma_{i,n_i} \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right), \quad (3.87)$$

où γ_{i,n_i} et σ_{i,n_i} sont des constantes positives et $\tilde{\Delta}_{i,n_i} = \Delta_{i,n_i} - \hat{\Delta}_{i,n_i}$ représente l'erreur d'estimation de l'incertitude Δ_{i,n_i} .

3.4.2 Analyse de la stabilité

Définissons les erreurs des filtres $\chi_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ comme suit

$$\chi_{i,j+1} = y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \quad (3.88)$$

Donc,

$$y_{i,j+1} = S_{i,j+1} + y_{i,(j+1)d} = S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + y_{i,(j+1)c} \quad (3.89)$$

En utilisant (3.75), (3.76) et (3.89), la dérivée de $S_{i,1}$ peut être réécrite sous la forme

$$\dot{S}_{i,1} = -k_{i,1}S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \quad (3.90)$$

À partir de (3.80), (3.81) et (3.89), il est clair que

$$\dot{S}_{i,j} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \quad (3.91)$$

En employant (3.85), (3.86) et (3.89), la dérivée de S_{i,n_i} peut s'écrire de la manière suivante

$$\dot{S}_{i,n_i} = -S_{i,n_i-1} - k_{i,n_i}S_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \quad (3.92)$$

La dynamique de $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ peut se mettre comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \\ \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j} &= \dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right), \quad j = 2, \dots, n_i \end{aligned} \quad (3.93)$$

À partir de (3.78) et (3.83), la dérivée de $\chi_{i,j+1}$ peut être exprimée par

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_{i,j+1} &= \dot{y}_{i,(j+1)d} - \dot{y}_{i,(j+1)c} \\ &= -\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - S_{i,j} - \dot{y}_{i,(j+1)c}, \quad j = 1, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (3.94)$$

où $\dot{y}_{i,(j+1)c}$ est une fonction des variables $(S_{i,1}, \dots, S_{i,j+1}, \chi_{i,2}, \dots, \chi_{i,j+1}, \hat{\alpha}_{i,2}, \dots, \hat{\alpha}_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \dots, \tilde{\Delta}_{i,j}, y_{i,1d}, \dot{y}_{i,1d}, \ddot{y}_{i,1d})$, telle que

$$\begin{aligned} \dot{y}_{i,2c} &= -k_{i,1}\dot{S}_{i,1} + \ddot{y}_{i,1d} + \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} \\ \dot{y}_{i,(j+1)c} &= -\dot{S}_{i,j-1} - k_{i,j}\dot{S}_{i,j} + \ddot{y}_{i,jd} - \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (3.95)$$

Avant de poursuivre l'analyse, nous avons besoin d'introduire une hypothèse à propos de $\dot{y}_{i,(j+1)c}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$.

Hypothèse 3.2. Les dérivées des commandes virtuelles $\dot{y}_{i,(j+1)c}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ sont supposées bornées par des constantes positives $\alpha_{i,j+1}^*$, i.e. $0 \leq |\dot{y}_{i,(j+1)c}| \leq \alpha_{i,j+1}^*$, $j = 1, \dots, n_i - 1$.

Remarque 3.8. À partir de (3.95), il est clair que les dérivées des commandes virtuelles $\dot{y}_{i,(j+1)c}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ sont sensibles à l'occurrence des défauts de capteurs, de sorte que les bornes supérieures $\alpha_{i,j+1}^*$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ ne sont pas faciles à trouver. Ce qui justifie le choix des filtres non linéaires adaptatifs proposés dans (3.78)-(3.79) et (3.83)-(3.84).

Remarque 3.9. En tenant compte de (3.94), les lois de commande FTC (3.81) et (3.86) peuvent être reformulées de la manière suivante

$$y_{i,(j+1)c} = -2S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} - \frac{1}{\tau_{i,j}} \chi_{i,j} - \hat{\alpha}_{i,j} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}} \right) - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (3.96)$$

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + 2S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i}S_{i,n_i} + \frac{1}{\tau_{i,n_i}} \chi_{i,n_i} + \hat{\alpha}_{i,n_i} \tanh \left(\frac{\chi_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}} \right) + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (3.97)$$

Ce qui montre que les termes adaptatifs $\hat{\alpha}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ apparaissent explicitement dans les lois de commande FTC.

Remarque 3.10. Les lois d'estimation de $\hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ (i.e. (3.77), (3.82) et (3.87)) peuvent être données par (3.73)

$$\begin{cases} \hat{f}_{s_{i,1}}(t) = \hat{f}_{s_{i,1}}(0) - \gamma_{i,1}\sigma_{i,1}\left(y_{i,1}(t) - y_{i,1}(0)\right) + \gamma_{i,1} \int_0^t H_{i,1}(\tau) d\tau \\ \hat{\Delta}_{i,j}(t) = \hat{\Delta}_{i,j}(0) + \gamma_{i,j}\sigma_{i,j}\left(y_{i,j}(t) - y_{i,j}(0)\right) + \gamma_{i,j} \int_0^t H_{i,j}(\tau) d\tau, \quad j = 2, \dots, n_i \end{cases} \quad (3.98)$$

avec,

$$\begin{cases} H_{i,1} = -S_{i,1} + \sigma_{i,1}\left(y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}}\right) \\ \vdots \\ H_{i,j} = S_{i,j} - \sigma_{i,j}\left(y_{i,j+1} + \hat{\Delta}_{i,j}\right), \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ \vdots \\ H_{i,n_i} = S_{i,n_i} - \sigma_{i,n_i}\left(f_i^0(y) + g_i^0(y)u_i + \hat{\Delta}_{i,n_i}\right) \end{cases} \quad (3.99)$$

où $\gamma_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ sont des paramètres positifs de conception.

On définit les erreurs d'estimation de $\alpha_{i,j+1}^*$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ comme suit

$$\tilde{\alpha}_{i,j+1} = \alpha_{i,j+1}^* - \hat{\alpha}_{i,j+1} \quad (3.100)$$

En utilisant (3.79), (3.84) et (3.88), la dérivée de $\tilde{\alpha}_{i,j+1}$ peut s'écrire sous la forme

$$\dot{\tilde{\alpha}}_{i,j+1} = -\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = -\delta_{i,j+1} \left(\chi_{i,j+1} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}}\right) - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \quad (3.101)$$

Maintenant, on considère la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\delta_{i,j+1}} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (3.102)$$

La dérivée de (3.102) peut être exprimée par

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1} \left(-k_{i,1} S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) + \sum_{j=2}^{n_i-1} S_{i,j} \left(-k_{i,j} S_{i,j} - S_{i,j-1} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) \right. \\
 &\quad + S_{i,n_i} \left(-k_{i,n_i} S_{i,n_i} - S_{i,n_i-1} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right) \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \left(-\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - S_{i,j} - \dot{y}_{i,(j+1)c} \right) \\
 &\quad - \sum_{j=1}^{n_i-1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \left(\chi_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left(-S_{i,1} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \right) + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left(S_{i,j} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right) \right) \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^q \left\{ -\sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \left(\dot{y}_{i,(j+1)c} + \alpha_{i,j+1}^* \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \right) \right. \\
 &\quad - \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 - \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} \\
 &\quad \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.103}$$

À partir de l'hypothèse 3.2 et le fait que : $z \tanh \left(\frac{z}{\varepsilon} \right) \geq 0, \forall z \in \mathbb{R}$, on trouve

$$\begin{aligned}
 -\chi_{i,j+1} \left(\dot{y}_{i,(j+1)c} + \alpha_{i,j+1}^* \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \right) &\leq |\chi_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)c}| - \alpha_{i,j+1}^* \chi_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \\
 &\leq \alpha_{i,j+1}^* \left(|\chi_{i,j+1}| - \chi_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

Considérons l'inégalité suivante [196]

$$|z| - z \tanh \left(\frac{z}{\varepsilon} \right) \leq 0.2785\varepsilon \tag{3.105}$$

où ε est une constante positive.

En employant (3.105), l'inégalité (3.104) devient

$$-\chi_{i,j+1} \left(\dot{y}_{i,(j+1)c} + \alpha_{i,j+1}^* \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \right) \leq 0.2785\varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* \leq 0.5\varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* \tag{3.106}$$

En utilisant l'hypothèse 3.1 et l'inégalité de Young, on trouve

$$\frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} \leq \frac{1}{2\gamma_{i,1}} \left(\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + f_{s_{i,1}}^{*2} \right) \tag{3.107}$$

$$\frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \leq \frac{1}{2\gamma_{i,j}} \left(\tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \Delta_{i,j}^{*2} \right) \tag{3.108}$$

$$\pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* \leq \frac{\pi_{i,j+1}}{2} \left(\tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 + \alpha_{i,j+1}^{*2} \right) \tag{3.109}$$

En remplaçant (3.106)-(3.109) dans (3.103), il vient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} 2k_{i,j} S_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{2}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 - \left(2\sigma_{i,1} - \frac{1}{\gamma_{i,1}} \right) f_{s_{i,1}}^{*2} \right. \\ \left. - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} \right. \\ \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right\} \end{aligned} \quad (3.110)$$

Si on choisit $\sigma_{i,j} \gamma_{i,j} > \frac{1}{2}, j = 1, \dots, n_i$, on obtient

$$\dot{V} \leq -\mu V + \lambda \quad (3.111)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mu = \min_{i=1, \dots, q} \left(2k_{i,1}, \dots, 2k_{i,n_i}, \frac{2}{\tau_{i,2}}, \dots, \frac{2}{\tau_{i,n_i}}, \delta_{i,2} \pi_{i,2}, \dots \right. \\ \left. , \delta_{i,n_i} \pi_{i,n_i}, 2\gamma_{i,1} \sigma_{i,1} - 1, \dots, 2\gamma_{i,n_i} \sigma_{i,n_i} - 1 \right) > 0 \\ \lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i-1} \varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right) > 0 \end{aligned}$$

Maintenant, un théorème qui résume l'analyse de cette partie peut être annoncé comme suit

Théorème 3.2. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (3.76), (3.96) et (3.97), les lois d'estimation directes (3.73) et (3.99), avec les filtres non linéaires adaptatifs (3.78)-(3.79) et (3.83)-(3.84). Supposons que les hypothèses 2.1, 2.4 et 3.1-3.2 sont satisfaites. Alors, tous les signaux du système bouclé sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les surfaces $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro, en choisissant convenablement les paramètres de conception.*

Preuve. La preuve est similaire à celle du Théorème 3.1. □

Si les filtres non linéaires adaptatifs proposés dans (3.78)-(3.79) et (3.83)-(3.84) sont modifiés de la manière suivante

$$\dot{y}_{i,(j+1)d} = -\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \left(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \right) - \hat{\alpha}_{i,j+1} \operatorname{sign} \left(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \right) - S_{i,j} \quad (3.112)$$

$$\hat{\alpha}_{i,j+1} = \delta_{i,j+1} |y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}|, \quad y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0), \quad j = 1, \dots, n_i - 1 \quad (3.113)$$

alors, les lois de commande (3.96)-(3.97) deviennent

$$y_{i,(j+1)c} = -2S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} - \frac{1}{\tau_{i,j}} \chi_{i,j} - \hat{\alpha}_{i,j} \operatorname{sign}(\chi_{i,j}) - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (3.114)$$

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + 2S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} + \frac{1}{\tau_{i,n_i}} \chi_{i,n_i} + \hat{\alpha}_{i,n_i} \operatorname{sign}(\chi_{i,n_i}) + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (3.115)$$

Par conséquent, le corollaire suivant peut être déclaré.

Corollaire 3.2. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (3.76), (3.114) et (3.115), les lois d'estimation directes (3.73) et (3.99), avec les filtres adaptatifs par mode glissant (3.112)-(3.113). Supposons que les hypothèses 2.1, 2.4 et 3.2 sont satisfaites, et que le défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et les incertitudes $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont lentement variables. Donc, les signaux d'erreurs $(S_{i,j}, \chi_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ sont asymptotiquement stables.*

Preuve. Tant que $\dot{f}_{s_{i,1}} \approx 0$ et $\dot{\Delta}_{i,j} \approx 0, j = 2, \dots, n_i$, alors, l'inégalité (3.110) peut être réduite à

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (3.116)$$

Ce qui implique que $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = V(\infty)$ existe. De plus, en intégrant (3.116) de 0 à ∞ , on obtient

$$\int_0^\infty \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2(\tau) + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2(\tau) + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2(\tau) + \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2(\tau) \right\} d\tau \leq V(0) - V(\infty) < \infty \quad (3.117)$$

En utilisant le Lemme de Barbalat [98], on peut facilement montrer que tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément bornés, et que les signaux d'erreur $(S_{i,j}, \chi_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ convergent asymptotiquement vers zéro. Ceci termine la démonstration. \square

L'approche FTC adaptative directe via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs peut être synthétisée comme dans le schéma bloc de la Figure 3.2.

Remarque 3.11. Il est intéressant de noter que, si les filtres adaptatifs par mode glissant (3.112)-(3.113) sont remplacés par des filtres de premier ordre [139, 140], il n'est pas possible d'établir la stabilité asymptotique du système bouclé (comme indiqué dans le Corollaire 3.2), quelque soit les signaux $f_{s_{i,1}}$ et $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont considérés lentement variables ou non.

3.5 Exemples d'application

Afin de montrer l'efficacité des deux approches FTC adaptatives directes proposées face aux différents types des défauts, tout en examinant l'influence du bloc d'estimation en ligne sur les performances du système en BF, des tests de simulation sont effectués avec des différents gains d'estimation ($\gamma_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}, j = 1, 2$), pour chaque exemple d'application. Ainsi, pour illustrer la supériorité de ces approches de commande par rapport à celles du chapitre précédent, la technique FTC robuste via la DSC est implémentée aussi, avec les mêmes conditions de simulation.

3.5.1 Pendule inversé

Le modèle défaillant, qui résulte de la prise en compte simultanée des défauts d'actionneurs et de capteurs avec les erreurs de modélisation, peut s'écrire comme suit

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 - f_s \\ \dot{y}_2 = f^0(y_1, y_2) + g^0(y_1, y_2) u + \Delta \end{cases} \quad (3.118)$$

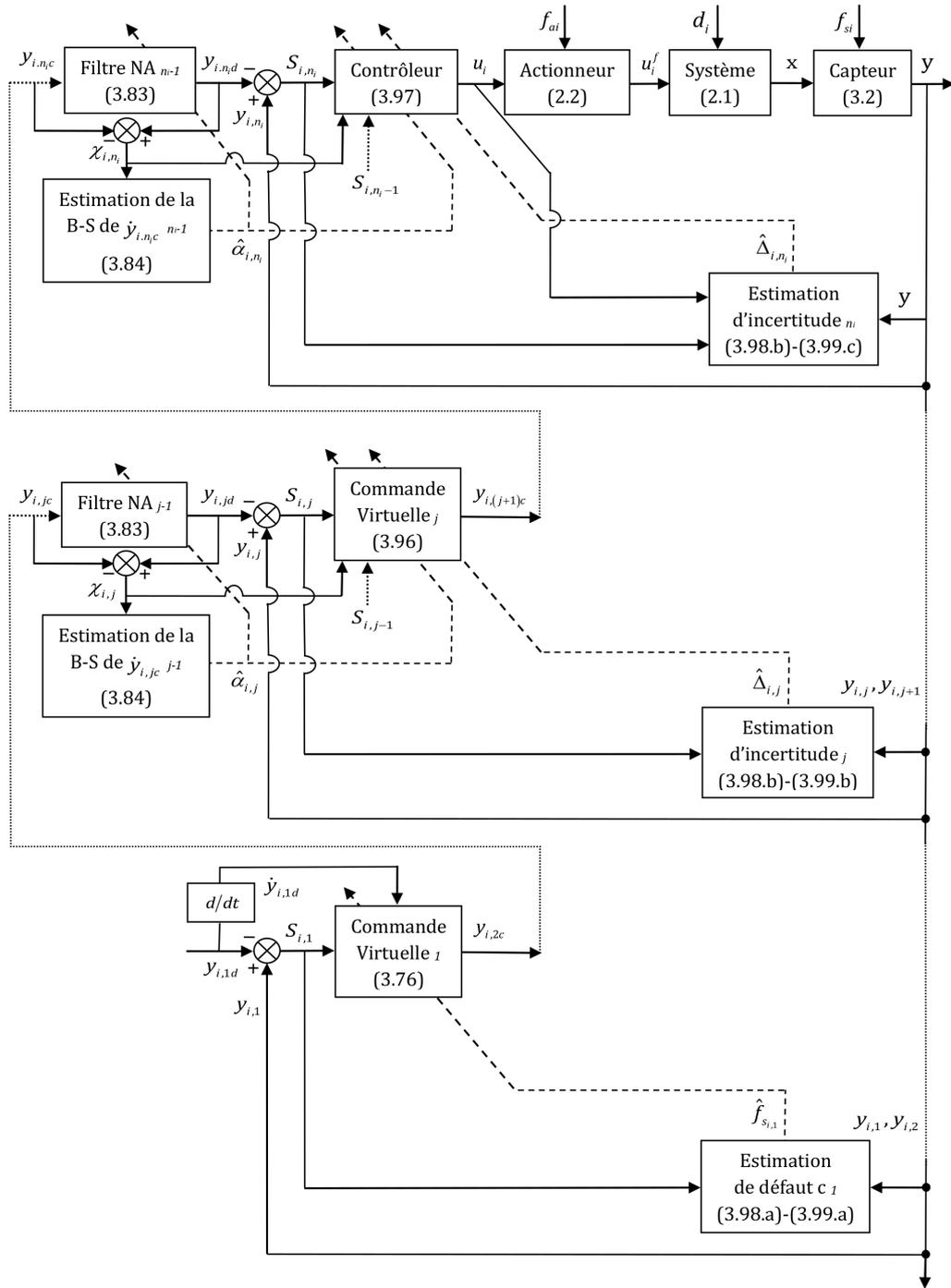


Figure 3.2: Schéma bloc de l'algorithme FTC adaptatif directe via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.

avec,

$$f^0(y_1, y_2) = \frac{m_0 l y_2^2 \cos y_1 \sin y_1 - (m_c + m_0) g \sin y_1}{m_0 l \cos^2 y_1 - \frac{4}{3} (m_c + m_0) l}$$

$$g^0(y_1, y_2) = \frac{\cos y_1}{m_0 l \cos^2 y_1 - \frac{4}{3} (m_c + m_0) l}$$

$$\Delta = \kappa \left(\frac{m l (y_2 - f_s)^2 \cos y_1 \sin y_1 - (m_c + m) g \sin y_1}{m l \cos^2 y_1 - \frac{4}{3} (m_c + m) l} \right) - f^0(y_1, y_2)$$

$$+ (g(y_1, y_2) - g^0(y_1, y_2)) \frac{1}{\gamma} g(y_1, y_2) f_a + \kappa d(t) + \dot{\kappa} (y_2 - f_s) + \dot{b}$$

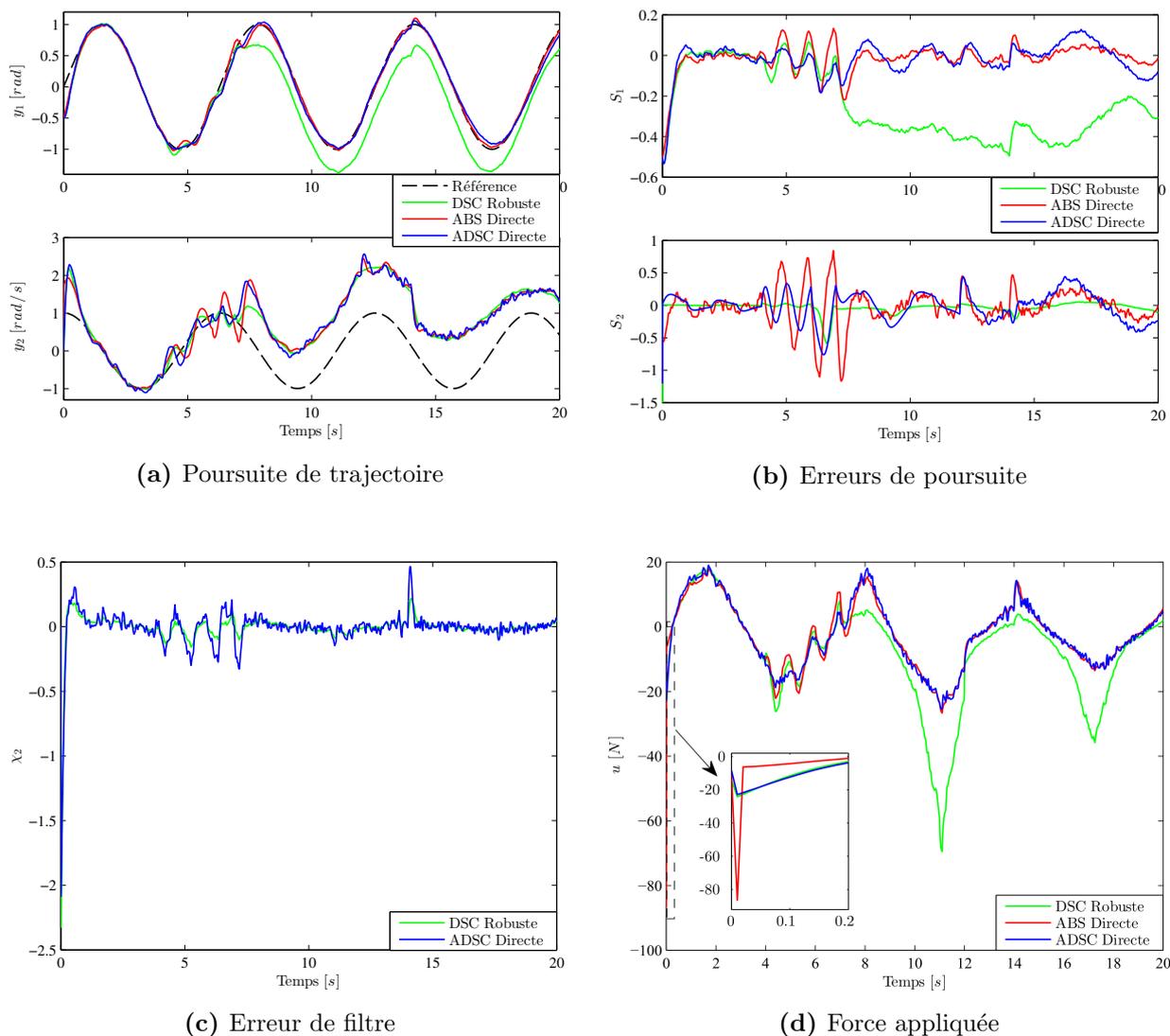
Les conditions initiales sont : $x(0) = (-0.5, 0) \text{ rad}$, $\hat{\alpha}(0) = -0.1$, $\hat{f}_s(0) = -0.3 \text{ rad/s}$ et $\hat{\Delta}(0) = -0.2$. Les paramètres d'estimation du filtre adaptatif sont : $\delta = 2.2$ et $\pi = 0.02$. Le défaut d'actionneur est modélisé comme dans le chapitre précédent (voir Tableau 2.1). La forme du défaut de capteur est donnée dans le Tableau 3.1.

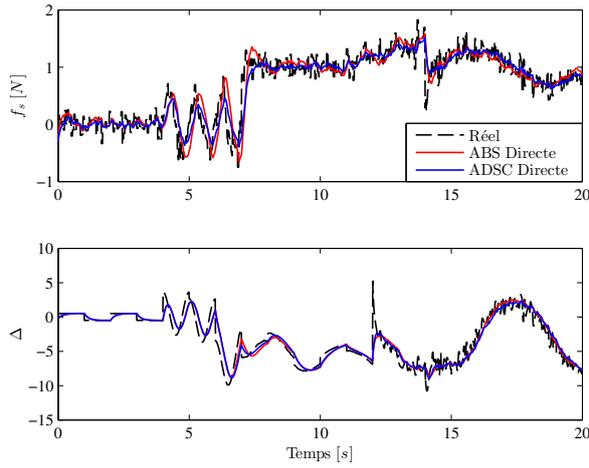
Défaut	Intervalle de temps	Type	Valeur	Unité
f_s	$4s \leq t < 7s$	Perte de précision	$0.5\sin(2\pi t)$	$[\text{rad/s}]$
	$7s \leq t < 10s$	Biais	1	$[\text{rad/s}]$
	$t \geq 10s$	Dérive	$0.1t$	$[\text{rad/s}]$
	$t \geq 14s$	Perte d'efficacité	75%	$[\text{rad/s}]$

Tableau 3.1: Scénario du défaut de capteur dans le pendule inversé

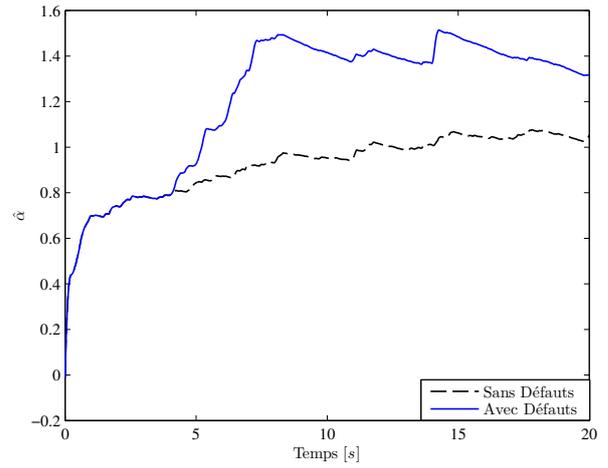
En choisissant $\gamma_1\sigma_1 = \gamma_2\sigma_2 = 6$, deux tests de simulation sont effectués.

Test 1 : Dans ce test, les gains d'estimation sont donnés comme suit : $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 1$, $\sigma_1 = 6$ et $\sigma_2 = 6$. Les résultats correspondants sont montrés dans la Figure 3.3.





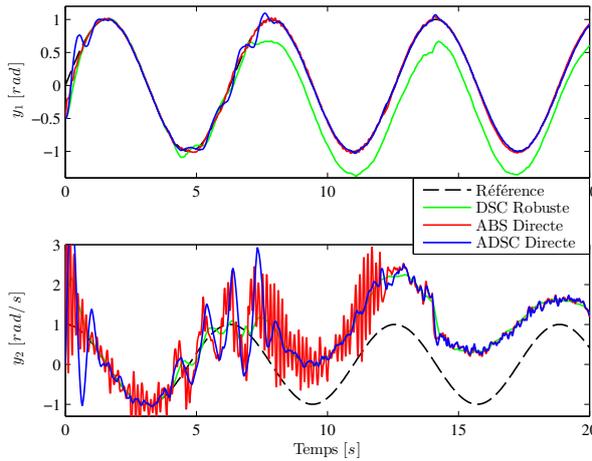
(e) Défaut de capteur et incertitude



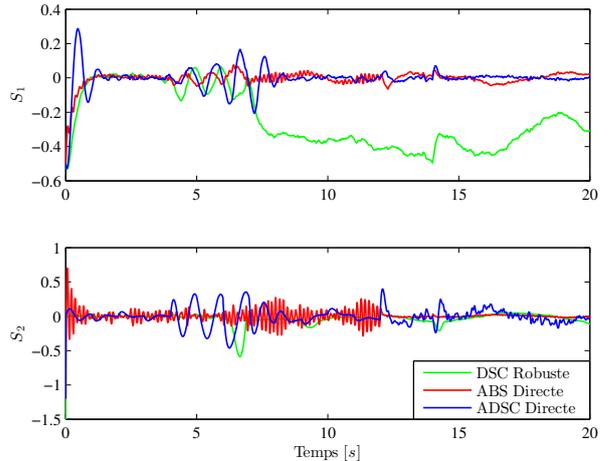
(f) Estimation de la borne supérieure α^*

Figure 3.3: Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur, Test 1

Test 2 : Dans cette partie, les gains d'estimation sont : $\gamma_1 = 60$, $\gamma_2 = 60$, $\sigma_1 = 0.1$ et $\sigma_2 = 0.1$. Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure 3.4.



(a) Poursuite de trajectoire



(b) Erreurs de poursuite

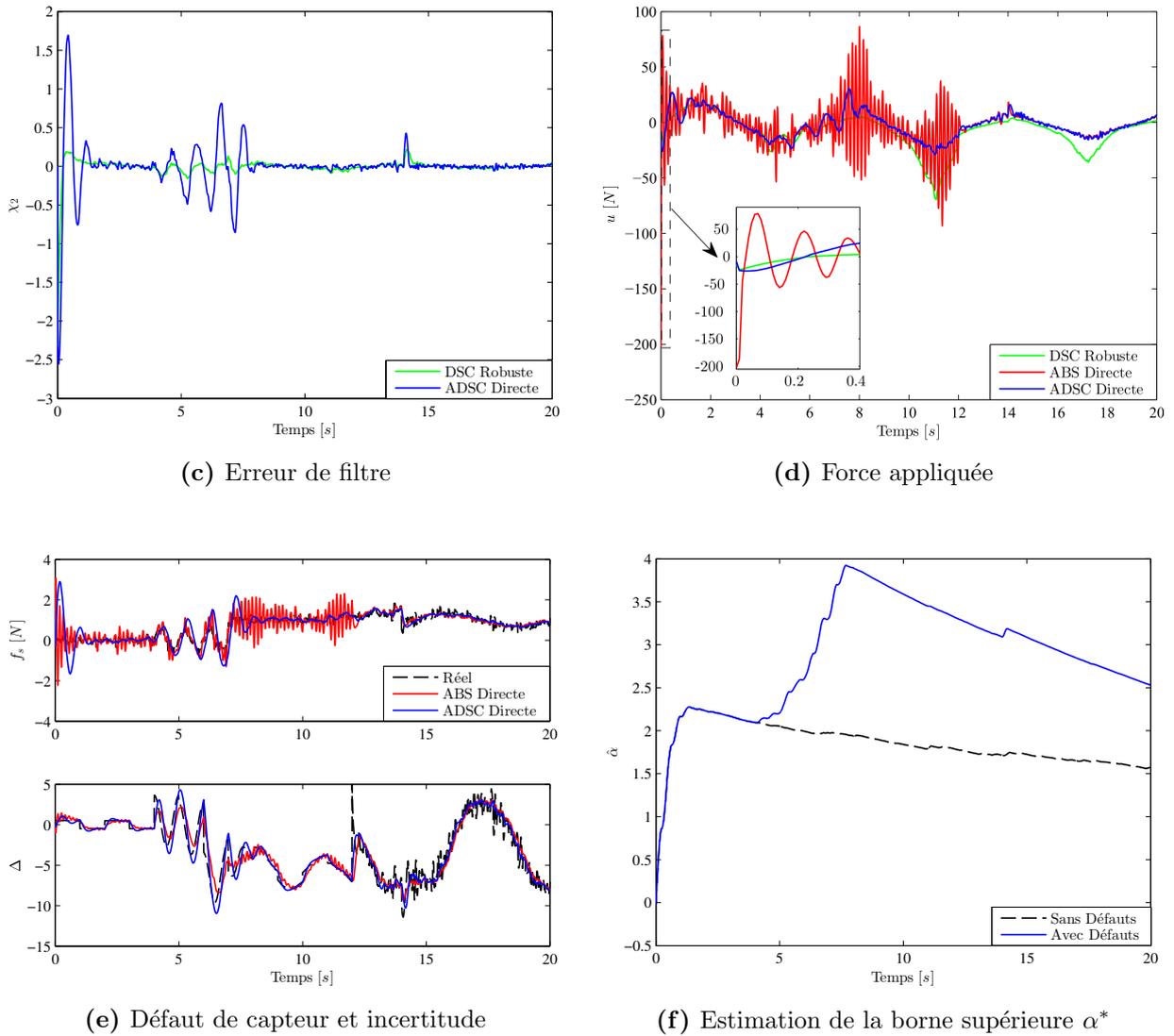


Figure 3.4: Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur, Test 2

3.5.2 Quadrirotor

Pour ce système, en plus de la présence des défauts d'actionneurs, il est considéré que les trois gyromètres intégrés dans l'unité inertielle de mesure (UMI), utilisés pour mesurer la vitesse d'attitude, sont soumis à un biais, une dérive, une perte de précision et une perte d'efficacité.

Le modèle défaillant, incluant tous ces défauts peut être exprimé comme suit

$$\begin{cases} \dot{y}_{1,1} &= y_{1,2} - f_{s1} \\ \dot{y}_{1,2} &= f_1^0(y) + g_1^0(y) u_1 + \Delta_1 \\ \dot{y}_{2,1} &= y_{2,2} - f_{s2} \\ \dot{y}_{2,2} &= f_2^0(y) + g_2^0(y) u_2 + \Delta_2 \\ \dot{y}_{3,1} &= y_{3,2} - f_{s3} \\ \dot{y}_{3,2} &= f_3^0(y) + g_3^0(y) u_3 + \Delta_3 \end{cases} \quad (3.119)$$

avec,

$$\begin{aligned} f_1^0(y) &= a_1^0 y_{2,2} y_{3,2} - a_2^0 \Omega_r y_{2,2} - a_3^0 y_{1,2}, & g_1^0(y) &= c_1^0, \\ f_2^0(y) &= a_4^0 y_{1,2} y_{3,2} - a_5^0 \Omega_r y_{1,2} - a_6^0 y_{2,2}, & g_2^0(y) &= c_2^0, \\ f_3^0(y) &= a_7^0 y_{1,2} y_{2,2} - a_8^0 y_{3,2}, & g_3^0(y) &= c_3^0, \end{aligned}$$

Les incertitudes Δ_i , $i = 1, 2, 3$ peuvent se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \kappa_1 \left[a_1 (y_{2,2} - f_{s2}) (y_{3,2} - f_{s3}) - a_2 \Omega_r (y_{2,2} - f_{s2}) - a_3 (y_{1,2} - f_{s1}) \right] - f_1^0(y) \\ &\quad + (c_1 - c_1^0) u_1 + \kappa_1 a_3 \dot{\phi}_{air}(t) + \dot{\kappa}_1 (y_{1,2} - f_{s1}) + \dot{b}_1, \\ \Delta_2 &= \kappa_2 \left[a_4 (y_{1,2} - f_{s1}) (y_{3,2} - f_{s3}) - a_5 \Omega_r (y_{1,2} - f_{s1}) - a_6 (y_{2,2} - f_{s2}) \right] - f_2^0(y) \\ &\quad + (c_2 - c_2^0) u_2 + \kappa_2 a_6 \dot{\theta}_{air}(t) + \dot{\kappa}_2 (y_{2,2} - f_{s2}) + \dot{b}_2, \\ \Delta_3 &= \kappa_3 \left[a_7 (y_{1,2} - f_{s1}) (y_{2,2} - f_{s2}) - a_8 (y_{3,2} - f_{s3}) \right] - f_3^0(y) \\ &\quad + (c_3 - c_3^0) u_3 + \kappa_3 a_8 \dot{\psi}_{air}(t) + \dot{\kappa}_3 (y_{3,2} - f_{s3}) + \dot{b}_3 \end{aligned}$$

Les conditions initiales sont : $x(0) = (-5^\circ, 0, -10^\circ, 0, -15^\circ, 0)$, $\hat{\alpha}(0) = (0, 0, 0)$, $\hat{f}_s(0) = (-6, -9, -12)^\circ/s$ et $\hat{\Delta}(0) = (-0.0375, -0.055, -0.0436)$. Les paramètres d'estimation des filtres non linéaires adaptatifs sont : $\delta_i|_{i=1,2,3} = (2, 1, 1.5)$ et $\pi_i|_{i=1,2,3} = (0.015, 0.015, 0.005)$. Les formes des défauts d'actionneurs et de capteurs sont données respectivement dans les Tableaux 3.2 et 3.3.

Défaut	Intervalle de temps	Type	Valeur	Unité
f_{a_1}	$t \geq 15s$	Perte d'efficacité	65%	[N.m]
f_{a_2}	$t \geq 18s$	Perte d'efficacité	70%	[N.m]
f_{a_3}	$t \geq 12s$	Biais	0.02	[N.m]
	$t \geq 20s$	Perte d'efficacité	75%	[N.m]

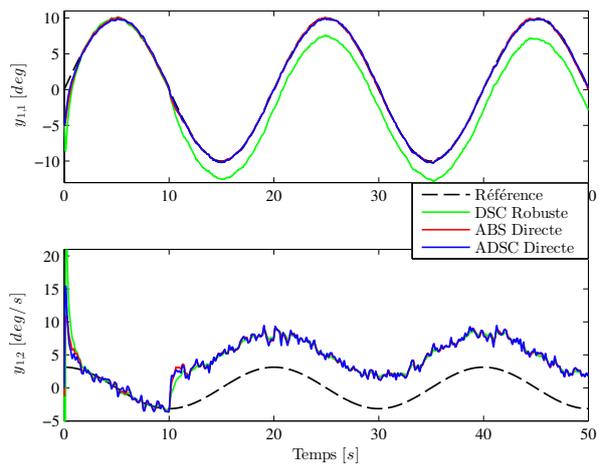
Tableau 3.2: Scénario des défauts d'actionneurs dans le Quadrirotor

Défaut	Intervalle de temps	Type	Valeur	Unité
f_{s_1}	$t \geq 10s$	Biais	5	[°/s]
f_{s_2}	$t \geq 12s$	Dérive	$0.005t$	[°/s]
f_{s_3}	$t \geq 15s$	Perte de précision	$4.5 \sin(0.3\pi t)$	[°/s]
	$t \geq 25s$	Perte d'efficacité	70%	[°/s]

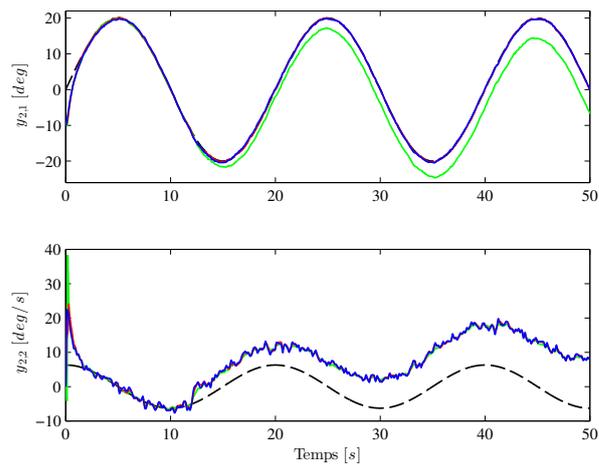
Tableau 3.3: Scénario des défauts de capteurs dans le Quadrirotor

En utilisant des différents gains d'estimation, les tests de simulation sont réalisés.

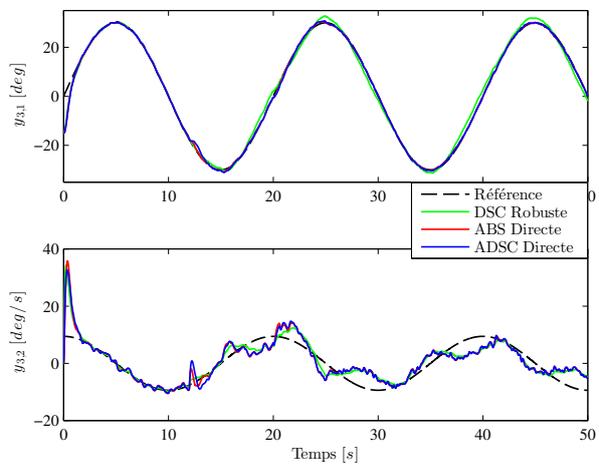
Test 1 : Ici, les gains d'estimation sont choisis, tels que : $\gamma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (1, 1, 1)$, $\gamma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (1, 1, 1)$, $\sigma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (3, 3, 3)$ et $\sigma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (3, 3, 3)$. La Figure 3.5 illustre les résultats de simulation correspondants.



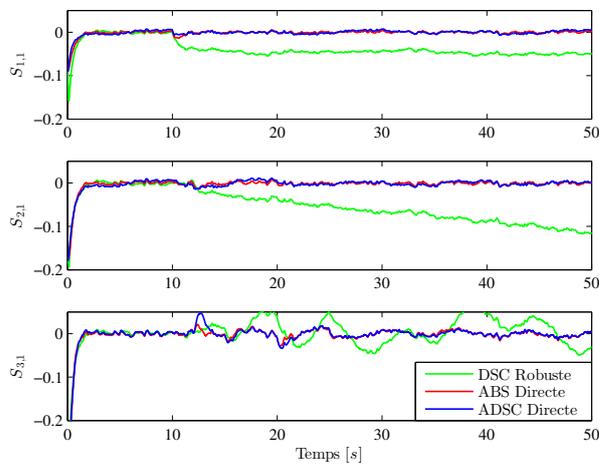
(a) Poursuite de la trajectoire de roulis



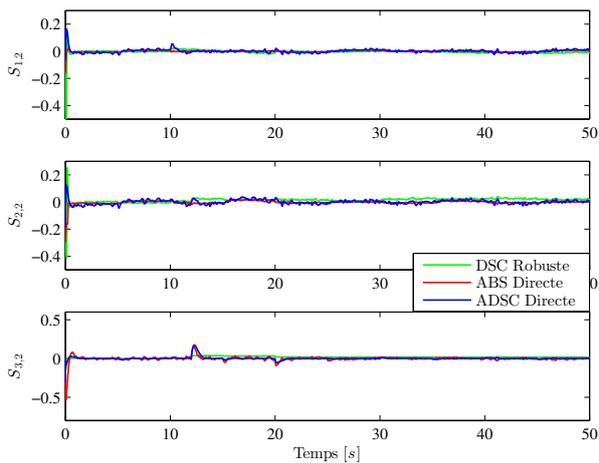
(b) Poursuite de la trajectoire de tangage



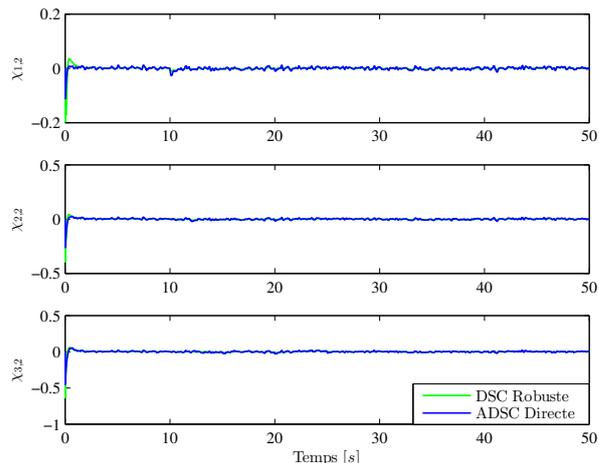
(c) Poursuite de la trajectoire de lacet



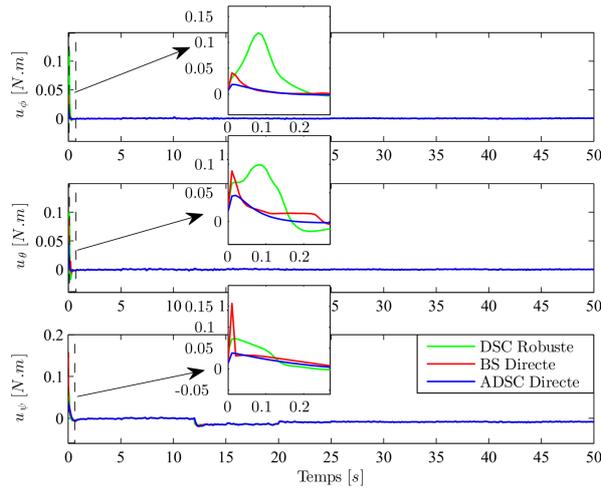
(d) Erreurs de poursuite $S_{i,1}$, $i = 1, 2, 3$



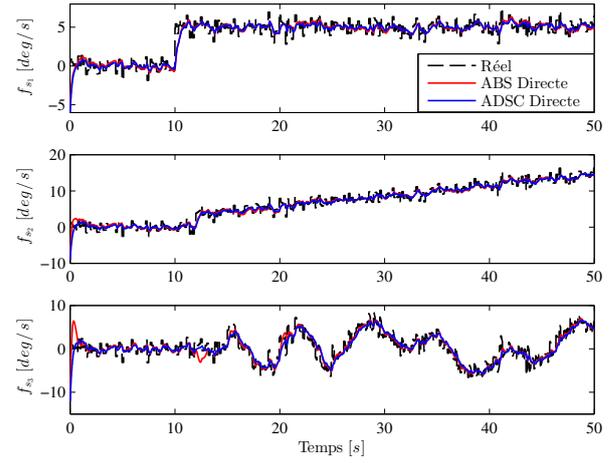
(e) Erreurs de poursuite $S_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



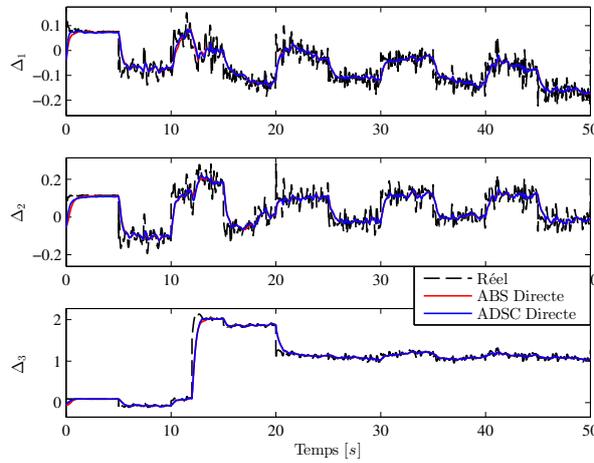
(f) Erreurs des filtres $\chi_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



(g) Entrées de commande



(h) Défauts de capteurs



(i) Incertitudes

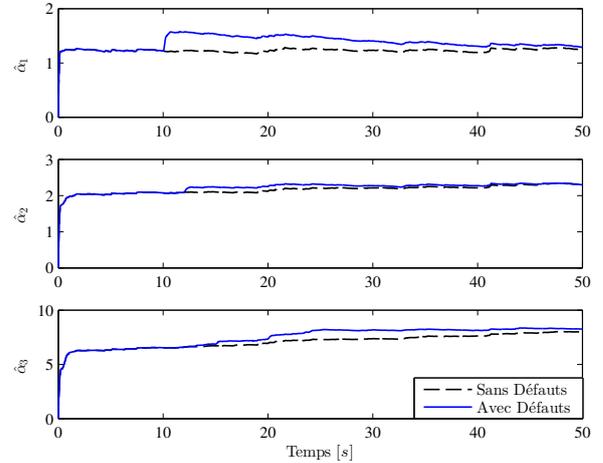
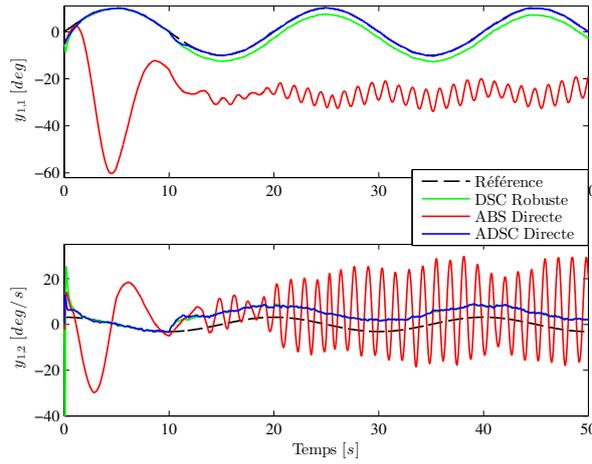
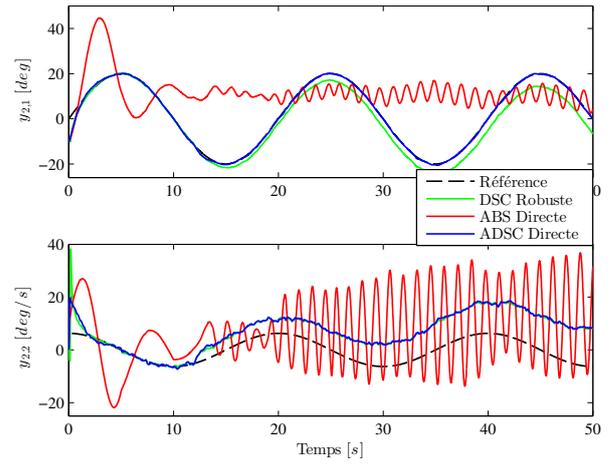
(j) Évolution de $\hat{\alpha}_i$, $i = 1, 2, 3$

Figure 3.5: Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs, Test 1

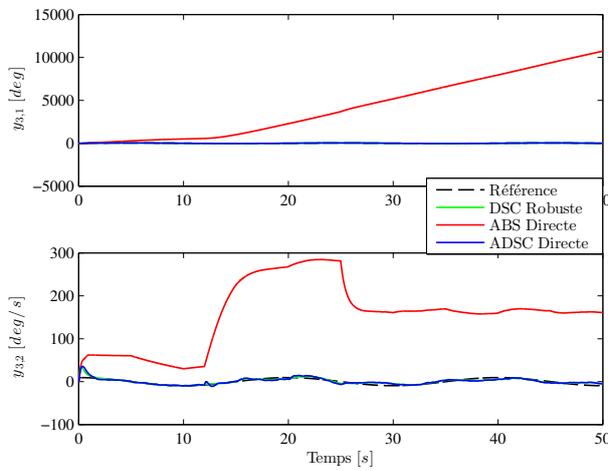
Test 2 : Dans ce test, les gains d'estimation sont : $\gamma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (2, 2, 2.9)$, $\gamma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (25, 25, 25)$, $\sigma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (0.1, 0.1, 0.1)$ et $\sigma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (0.1, 0.1, 0.1)$. Les résultats obtenus sont montrés dans la La Figure 3.6.



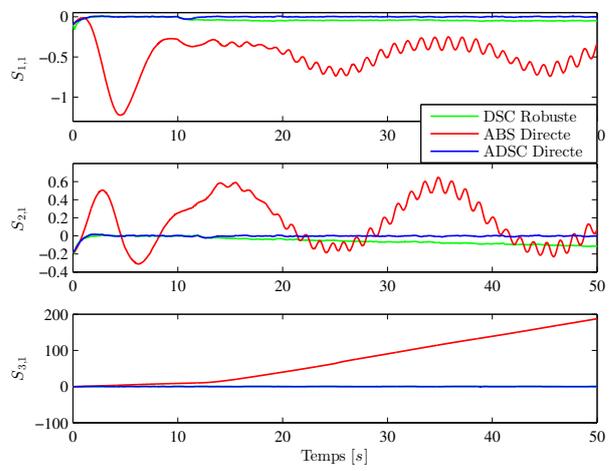
(a) Pursuite de la trajectoire de roulis



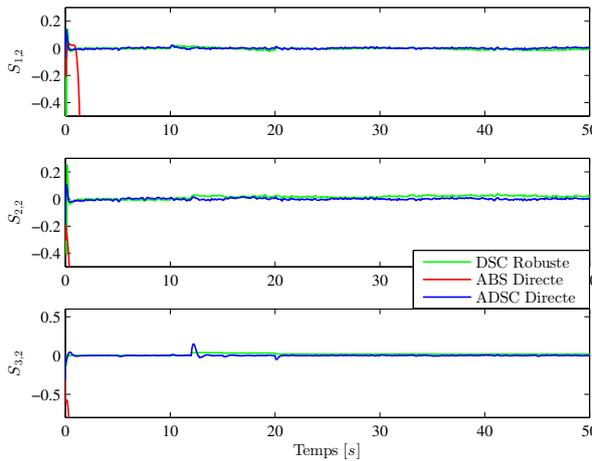
(b) Pursuite de la trajectoire de tangage



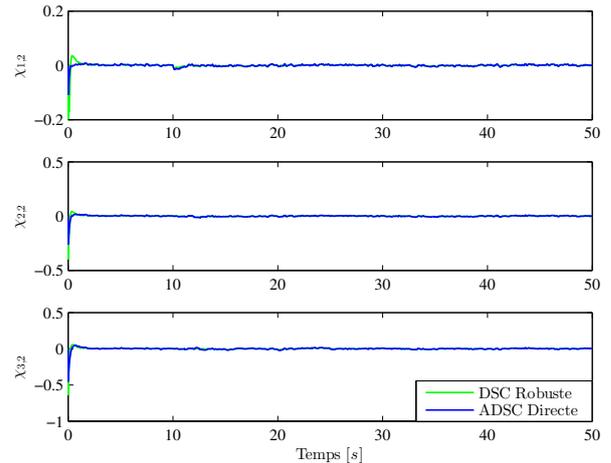
(c) Pursuite de la trajectoire de lacet



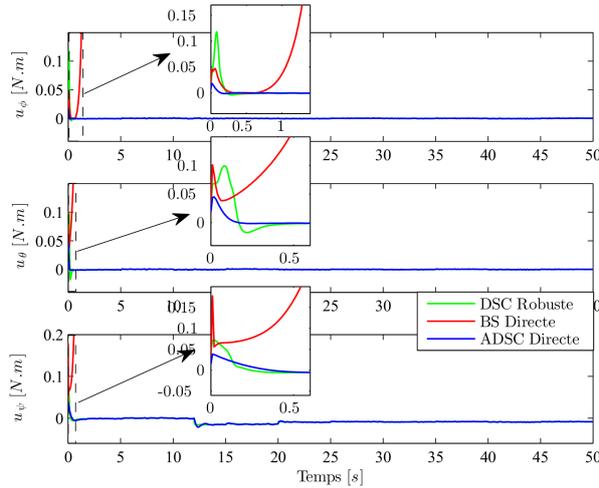
(d) Erreurs de poursuite $S_{i,1}$, $i = 1, 2, 3$



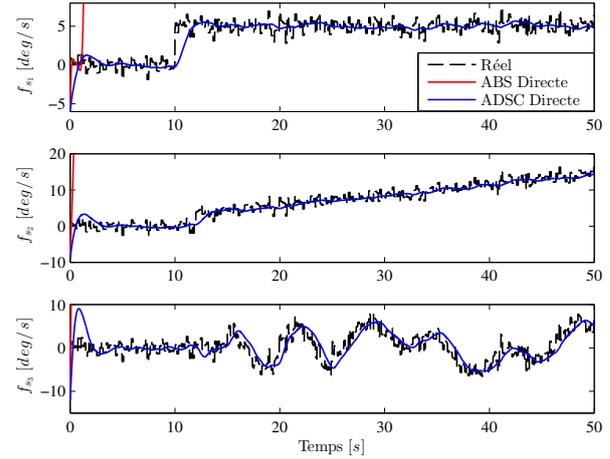
(e) Erreurs de poursuite $S_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



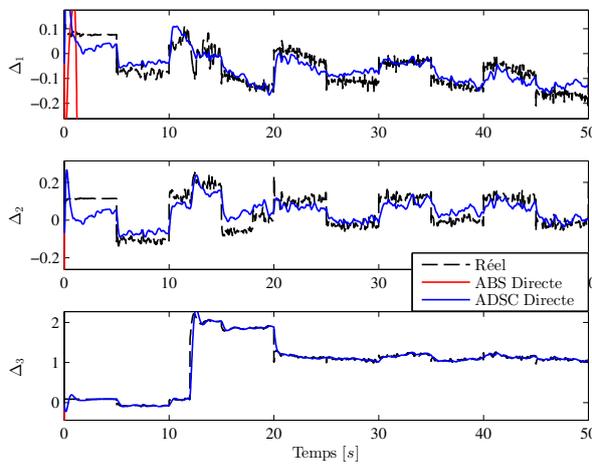
(f) Erreurs des filtres $\chi_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



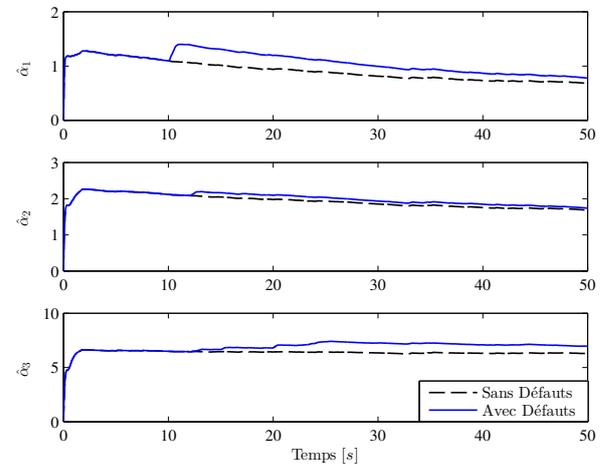
(g) Entrées de commande



(h) Défauts de capteurs



(i) Incertitudes


 (j) Évolution de $\hat{\alpha}_i$, $i = 1, 2, 3$
Figure 3.6: Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs, Test 2

Remarque 3.12. En référant aux gains d'estimation $\gamma_{i,1}$ et $\sigma_{i,1}$ du Test 1, il a été montré en simulation dans [171], que dans les deux exemples d'application (voir Figure 2 pour le pendule inversé et Figure 7 pour le quadrirotor), les résultats qui correspondent au choix : $\gamma'_{i,1} = 0.1\gamma_{i,1}$ et $\sigma'_{i,1} = 10\sigma_{i,1}$, sont presque les mêmes à ceux du Test 1. Donc, afin d'éviter la redondance, ce test est omis dans cette partie.

Les résultats des Figures 3.3-3.6 montrent que :

- Les techniques FTC adaptatives directes (ABS directe et ADSC directe) préservent les performances du système en présence des différents types de défauts. Par contre, même si la technique FTC robuste via la DSC (DSC robuste) peut compenser les défauts d'actionneurs, elle reste toujours incapable de faire face aux défauts de capteurs.
- Comme indiqué dans la remarque 3.6, pour un choix des gains d'estimation $\gamma_{i,1} \geq 2$, l'algorithme FTC adaptatif direct via le backstepping (ABS directe) peut conduire le système

vers l'instabilité (voir Figures 3.4 et 3.6). Ce qui rend cette approche de commande plus restreinte et moins performante par rapport à celle basée sur la DSC en cas des grands gains d'estimation.

- Deux dynamiques intéressantes, incluses dans la conception de la deuxième approche FTC (ADSC directe), devraient également être notées. La première concerne les erreurs des filtres ($\chi_{i,2}$), où leurs convergence autour de zéro est montrée, malgré l'apparition des différents types de défauts (voir Figures 3.3c, 3.4c, 3.5f et 3.6f). Tandis que la seconde s'exprime par l'estimation des bornes supérieures de la dérivée des commandes virtuelles $\dot{y}_{i,2c}$ (i.e. $\hat{\alpha}_{i,2}$), où il est facile de voir sa reconfiguration en fonction de l'instant d'apparition et de la nature des défauts de capteurs considérés (voir Figures 3.3f, 3.4f, 3.5j et 3.6j). Ce qui explique l'importance de ces deux termes dans la compensation des défauts, et par conséquent, la supériorité des performances de l'algorithme FTC adaptatif direct via la DSC par rapport à celui à base du backstepping.

3.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, deux schémas de commande adaptatifs directs tolérants aux défauts ont été développés pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains en présence des défauts d'actionneurs, des défauts de capteurs, des erreurs de modélisation et des perturbations externes. À l'aide des schémas d'estimation et de compensation adaptatifs robustes, conçus en employant des erreurs de poursuite, deux types de défauts d'actionneurs (biais et perte d'efficacité) et quatre types de défauts de capteurs (biais, dérive, perte de précision et perte d'efficacité) peuvent être tolérés simultanément par les approches de commande proposées. En synthétisant d'abord un schéma FTC adaptatif via le backstepping, un deuxième algorithme FTC est développé, en surmontant le problème d'explosion de complexité inhérent au premier schéma de commande, où des filtres non linéaires adaptatifs sont incorporés dans un cadre de commande par surface dynamique (DSC). Grâce à une analyse rigoureuse de la stabilité, la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée est établie, tout en assurant la convergence des erreurs de poursuite vers un petit voisinage autour de zéro. Par comparaison aux systèmes FTC déjà proposés, les avantages et les améliorations du schéma FTC adaptatif direct basé sur la DSC ont été présentées à la fois, en théorie et en simulation.

Commande adaptative composite tolérante aux défauts actionneurs et capteurs

4.1 Introduction

Afin d'améliorer les performances des schémas FTC adaptatifs proposés précédemment, dans ce chapitre, deux approches de commande adaptatives composites tolérantes aux défauts seront développées pour une classe des systèmes non linéaires MIMO incertains, avec l'utilisation des blocs d'estimation et de compensation adaptatifs modifiés conçus en intégrant des estimateurs avec le système de commande. Premièrement, un schéma FTC adaptatif sera synthétisé à base de l'approche DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, où des erreurs de poursuite sont combinées avec des erreurs de prédiction issues des estimateurs proposés, afin de concevoir les schémas d'estimation correspondants. En relaxant l'hypothèse 2.4, tout en évitant l'utilisation de l'hypothèse 3.2, un deuxième schéma FTC adaptatif sera développé via la technique backstepping filtré (CFB), où d'autres schémas d'estimation en ligne, qui emploient des erreurs de poursuite compensées avec des erreurs de prédiction fournies par ces estimateurs seront utilisés, afin d'obtenir une structure de commande plus simple, sans avoir besoin de la dérivée des commandes virtuelles. Les mêmes exemples d'application étudiés dans les chapitres précédents sont considérés ici, pour examiner l'efficacité et les performances des algorithmes FTC adaptatifs composites proposés.

Ce chapitre est présenté comme suit : la section 4.2 décrit la première approche FTC adaptative composite via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs. La deuxième approche FTC adaptative composite est présentée dans la section 4.3, en employant la technique CFB. Les résultats de simulation correspondants sont illustrés dans la section 4.4. On termine ce chapitre par une conclusion dans la section 4.5.

4.2 Commande adaptative composite tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs

4.2.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. Considérons la première surface $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$. Sa dérivée est donnée par

$$\dot{S}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d} \quad (4.1)$$

Choisissons la première commande virtuelle $y_{i,2c}$ comme suit

$$y_{i,2c} = -k_{i,1}S_{i,1} + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (4.2)$$

où $k_{i,1}$ est une constante positive et $\hat{f}_{s_{i,1}}$ est l'estimé du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

Définissons la première erreur de prédiction

$$e_{y_{i,1}} = y_{i,1} - \hat{y}_{i,1} \quad (4.3)$$

où $\hat{y}_{i,1}$ représente l'estimé de $y_{i,1}$. Ce signal est construit à partir de l'estimateur suivant

$$\dot{\hat{y}}_{i,1} = y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}} + \rho_{i,1}e_{y_{i,1}} \quad (4.4)$$

avec $\rho_{i,1}$ est une constante positive définie par l'utilisateur.

Dans cette partie, la loi d'estimation du défaut de capteur $\hat{f}_{s_{i,1}}$ est conçue, en combinant l'erreur de poursuite $S_{i,1}$ avec l'erreur de prédiction $e_{y_{i,1}}$ sous la forme

$$\begin{aligned} \hat{f}_{s_{i,1}}(t) = \hat{f}_{s_{i,1}}(0) + \gamma_{i,1} & \left[- \int_0^t \left(S_{i,1}(\tau) + \beta_{i,1}e_{y_{i,1}}(\tau) \right) d\tau \right. \\ & \left. + \sigma_{i,1} \left[\left(y_{i,1}(0) - y_{i,1}(t) \right) + \int_0^t \left(y_{i,2}(\tau) - \hat{f}_{s_{i,1}}(\tau) \right) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

où $\gamma_{i,1}$, $\beta_{i,1}$ et $\sigma_{i,1}$ sont des paramètres positifs de conception.

Maintenant, on considère le filtre non linéaire adaptatif suivant

$$\tau_{i,2}\dot{y}_{i,2d} + y_{i,2d} = y_{i,2c} - \tau_{i,2}\hat{\alpha}_{i,2} \tanh\left(\frac{y_{i,2d} - y_{i,2c}}{\varepsilon_{i,2}}\right), \quad y_{i,2d}(0) = y_{i,2c}(0) \quad (4.6)$$

avec

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,2} = \delta_{i,2} \left((y_{i,2d} - y_{i,2c}) \tanh\left(\frac{y_{i,2d} - y_{i,2c}}{\varepsilon_{i,2}}\right) - \pi_{i,2}\hat{\alpha}_{i,2} \right) \quad (4.7)$$

où $\tau_{i,2}$, $\delta_{i,2}$ et $\pi_{i,2}$ sont des constantes positives et $\hat{\alpha}_{i,2}$ est l'estimé de $\alpha_{i,2}^*$ (défini dans l'hypothèse 3.2).

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) La dérivée de la $j^{\text{ème}}$ surface $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$ peut s'exprimer par

$$\dot{S}_{i,j} = y_{i,j+1} + \Delta_{i,j} - \dot{y}_{i,jd} \quad (4.8)$$

Choisissons la $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ comme suit

$$y_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j} \quad (4.9)$$

où $k_{i,j}$ est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,j}$ est l'estimé de $\Delta_{i,j}$.

Définissons la $j^{\text{ème}}$ erreur de prédiction

$$e_{y_{i,j}} = y_{i,j} - \hat{y}_{i,j} \quad (4.10)$$

où $\hat{y}_{i,j}$ représente l'estimé du signal $y_{i,j}$, pour lequel sa dynamique est définie à travers l'estimateur suivant

$$\dot{\hat{y}}_{i,j} = y_{i,j+1} + \hat{\Delta}_{i,j} + \rho_{i,j}e_{y_{i,j}} \quad (4.11)$$

avec $\rho_{i,j}$ est une constante positive de conception.

La loi d'estimation de $\hat{\Delta}_{i,j}$ est synthétisée, en employant l'erreur de poursuite $S_{i,j}$ avec l'erreur de prédiction $e_{y_{i,j}}$ de la façon suivante

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{i,j}(t) = & \hat{\Delta}_{i,j}(0) + \gamma_{i,j} \left[\int_0^t \left(S_{i,j}(\tau) + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}(\tau) \right) d\tau \right. \\ & \left. + \sigma_{i,j} \left[\left(y_{i,j}(t) - y_{i,j}(0) \right) - \int_0^t \left(y_{i,j+1}(\tau) + \hat{\Delta}_{i,j}(\tau) \right) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

où $\gamma_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$ sont des paramètres positifs.

De même, on considère le filtre non linéaire adaptatif suivant

$$\tau_{i,j+1}\dot{y}_{i,(j+1)d} + y_{i,(j+1)d} = y_{i,(j+1)c} - \tau_{i,j+1}\hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh\left(\frac{y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}}{\varepsilon_{i,(j+1)}}\right) \quad (4.13)$$

avec

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = \delta_{i,j+1} \left(\left(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \right) \tanh\left(\frac{y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}}{\varepsilon_{i,(j+1)}}\right) - \pi_{i,j+1}\hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \quad (4.14)$$

où $\tau_{i,j+1}$, $\delta_{i,j+1}$ et $\pi_{i,j+1}$ sont des constantes positives et $\hat{\alpha}_{i,j+1}$ est l'estimé de $\alpha_{i,j+1}^*$ (défini dans l'hypothèse 3.2), notant que $y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0)$.

Étape n_i . Soit la $n^{\text{ème}}$ surface $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_id}$. Donc, sa dérivée s'écrit

$$\dot{S}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y)u_i + \Delta_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_id} \quad (4.15)$$

Choisissons la loi de commande u_i sous la forme

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_i d} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (4.16)$$

où k_{i,n_i} est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est l'estimé de Δ_{i,n_i} .

La $n^{\text{ème}}$ erreur de prédiction est définie par

$$e_{y_{i,n_i}} = y_{i,n_i} - \hat{y}_{i,n_i} \quad (4.17)$$

où le signal \hat{y}_{i,n_i} est obtenu à l'aide de l'estimateur suivant

$$\dot{\hat{y}}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \hat{\Delta}_{i,n_i} + \rho_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}} \quad (4.18)$$

avec $\rho_{i,n_i} > 0$ est un paramètre de conception.

Afin de concevoir une loi d'estimation pour $\hat{\Delta}_{i,n_i}$, l'erreur de poursuite S_{i,n_i} est combinée avec l'erreur de prédiction $e_{y_{i,n_i}}$ de la manière suivante

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{i,n_i}(t) = & \hat{\Delta}_{i,n_i}(0) + \gamma_{i,n_i} \left[\int_0^t \left(S_{i,n_i}(\tau) + \beta_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}}(\tau) \right) d\tau \right. \\ & \left. + \sigma_{i,n_i} \left[\left(y_{i,n_i}(t) - y_{i,n_i}(0) \right) - \int_0^t \left(f_i^0(y(\tau)) + g_i^0(y(\tau)) u_i(\tau) + \hat{\Delta}_{i,n_i}(\tau) \right) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

où $\gamma_{i,n_i} > 0$, $\beta_{i,n_i} > 0$ et $\sigma_{i,n_i} > 0$ sont des constantes positives.

4.2.2 Analyse de la stabilité

On définit les erreurs des filtres $\chi_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, tels que

$$\chi_{i,j+1} = y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \quad (4.20)$$

En utilisant (4.20) et le fait que $y_{i,j+1} = S_{i,j+1} + y_{i,(j+1)d}$, on trouve

$$y_{i,j+1} = S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + y_{i,(j+1)c} \quad (4.21)$$

À partir de (4.1), (4.2) et (4.21), la dérivée de $S_{i,1}$ peut s'écrire comme suit

$$\dot{S}_{i,1} = -k_{i,1} S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \quad (4.22)$$

où $\tilde{f}_{s_{i,1}} = f_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}}$ est l'erreur d'estimation du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

En employant (4.8), (4.9) et (4.21), on obtient

$$\dot{S}_{i,j} = -S_{i,j-1} - k_{i,j} S_{i,j} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \quad (4.23)$$

De même, en combinant (4.15), (4.16) et (4.21), la dérivée de S_{i,n_i} peut s'exprimer par

$$\dot{S}_{i,n_i} = -S_{i,n_i-1} - k_{i,n_i}S_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \quad (4.24)$$

où $\tilde{\Delta}_{i,j} = \Delta_{i,j} - \hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ représentent les erreurs d'estimation des incertitudes $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$.

À partir de (3.10), (4.4), (4.11) et (4.18), la dérivée des erreurs de prédiction $e_{y_{i,j}} = y_{i,j} - \hat{y}_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{e}_{y_{i,1}} &= -\rho_{i,1}e_{y_{i,1}} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \\ \dot{e}_{y_{i,j}} &= -\rho_{i,j}e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i \end{aligned} \quad (4.25)$$

En dérivant (4.5), (4.12) et (4.19), tout en extrayant $f_{s_{i,1}}$ et $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ à partir de (3.10), il en résulte que

$$\begin{aligned} \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} &= \gamma_{i,1} \left[- (S_{i,1} + \beta_{i,1}e_{y_{i,1}}) + \sigma_{i,1} \left((y_{i,2} - \dot{y}_{i,1}) - \hat{f}_{s_{i,1}} \right) \right] \\ &= \gamma_{i,1} \left[- (S_{i,1} + \beta_{i,1}e_{y_{i,1}}) + \sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} &= \gamma_{i,j} \left[(S_{i,j} + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j} \left((\dot{y}_{i,j} - y_{i,j+1}) - \hat{\Delta}_{i,j} \right) \right] \\ &= \gamma_{i,j} \left[(S_{i,j} + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j} \right], \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\ \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} &= \gamma_{i,n_i} \left[(S_{i,n_i} + \beta_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}}) + \sigma_{i,n_i} \left((\dot{y}_{i,n_i} - f_i^0(y) - g_i^0(y)u_i) - \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \right] \\ &= \gamma_{i,n_i} \left[(S_{i,n_i} + \beta_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}}) + \sigma_{i,n_i}\tilde{\Delta}_{i,n_i} \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Par conséquent, la dérivée de $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j}$ peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[- (S_{i,1} + \beta_{i,1}e_{y_{i,1}}) + \sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \\ \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j} &= \dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[(S_{i,j} + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j} \right], \quad j = 2, \dots, n_i \end{aligned} \quad (4.27)$$

Selon (4.6) et (4.13), la dérivée de (4.20) peut s'écrire comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_{i,j+1} &= \dot{y}_{i,(j+1)d} - \dot{y}_{i,(j+1)c} \\ &= -\frac{1}{\tau_{i,j+1}}\chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - \dot{y}_{i,(j+1)c}, \quad j = 1, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (4.28)$$

où $\dot{y}_{i,(j+1)c}$ est une fonction des variables $(S_{i,1}, \dots, S_{i,j+1}, \chi_{i,2}, \dots, \chi_{i,j+1}, \hat{\alpha}_{i,2}, \dots, \hat{\alpha}_{i,j+1}, e_{y_{i,1}}, \dots, e_{y_{i,j+1}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \dots, \tilde{\Delta}_{i,j}, y_{i,1d}, \dot{y}_{i,1d}, \ddot{y}_{i,1d})$, telle que

$$\begin{aligned} \dot{y}_{i,2c} &= -k_{i,1}\dot{S}_{i,1} + \ddot{y}_{i,1d} + \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} \\ \dot{y}_{i,(j+1)c} &= -\dot{S}_{i,j-1} - k_{i,j}\dot{S}_{i,j} + \ddot{y}_{i,jd} - \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Remarque 4.1. En tenant compte de (4.20) avec la formule de $\dot{y}_{i,(j+1)d}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ dans (4.28), les lois de commande (4.9) et (4.16) peuvent être réécrites sous la forme

$$y_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} - \frac{1}{\tau_{i,j}}\chi_{i,j} - \hat{\alpha}_{i,j} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}}\right) - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (4.30)$$

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i}S_{i,n_i} + \frac{1}{\tau_{i,n_i}}\chi_{i,n_i} + \hat{\alpha}_{i,n_i} \tanh\left(\frac{\chi_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}}\right) + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (4.31)$$

Définissons l'erreur d'estimation de $\alpha_{i,j+1}^*$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ comme suit

$$\tilde{\alpha}_{i,j+1} = \alpha_{i,j+1}^* - \hat{\alpha}_{i,j+1} \quad (4.32)$$

En employant (4.7), (4.14) et (4.20), la dérivée de (4.32) peut être exprimée par

$$\dot{\tilde{\alpha}}_{i,j+1} = -\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = -\delta_{i,j+1} \left(\chi_{i,j+1} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}}\right) - \pi_{i,j+1}\hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \quad (4.33)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\delta_{i,j+1}} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (4.34)$$

La dérivée de (4.34) peut s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ S_{i,1} \left(-k_{i,1}S_{i,1} + S_{i,2} + \chi_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) + \sum_{j=2}^{n_i-1} S_{i,j} \left(-k_{i,j}S_{i,j} - S_{i,j-1} + S_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) \right. \\ + S_{i,n_i} \left(-k_{i,n_i}S_{i,n_i} - S_{i,n_i-1} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right) - \beta_{i,1} e_{y_{i,1}} \left(\rho_{i,1} e_{y_{i,1}} + \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \\ + \sum_{j=2}^{n_i} \beta_{i,j} e_{y_{i,j}} \left(-\rho_{i,j} e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \left(-\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}}\right) \right) \\ - \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)c} - \sum_{j=1}^{n_i-1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \left(\chi_{i,j+1} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}}\right) - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \right) \\ + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[- (S_{i,1} + \beta_{i,1} e_{y_{i,1}}) + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \right) \\ \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[(S_{i,j} + \beta_{i,j} e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right] \right) \right\} \quad (4.35) \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} S_{i,j} \chi_{i,j+1} - \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} \rho_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 \right. \\ - \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)c} - \sum_{j=1}^{n_i-1} \alpha_{i,j+1}^* \chi_{i,j+1} \tanh\left(\frac{\chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}}\right) + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* \quad (4.36) \\ \left. - \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 - \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \right\} \end{aligned}$$

En tenant compte de (3.106)-(3.109) et le fait que : $S_{i,j}\chi_{i,j+1} \leq S_{i,j}^2 + \left(\chi_{i,j+1}^2/4\right)$, l'inégalité (4.36) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i-1} 2(k_{i,j} - 1) S_{i,j}^2 - 2k_{i,n_i} S_{i,n_i}^2 - \sum_{j=1}^{n_i} 2\beta_{i,j} \rho_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\frac{2}{\tau_{i,j+1}} - \frac{1}{2} \right) \chi_{i,j+1}^2 \right. \\ - \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 - \left(2\sigma_{i,1} - \frac{1}{\gamma_{i,1}} \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \\ \left. + \sum_{j=1}^{n_i-1} \varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right\} \end{aligned} \quad (4.37)$$

En mettant $\mu_{i1,j} = 2(k_{i,j} - 1) > 0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i1,n_i} = 2k_{i,n_i} > 0$, $\mu_{i2,j} = 2\rho_{i,j} > 0$, $j = 1, \dots, n_i$, $\mu_{i3,j+1} = \left(\frac{2}{\tau_{i,j+1}} - \frac{1}{2}\right) > 0$, $\mu_{i4,j+1} = \pi_{i,j+1} > 0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i5,j} = \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}}\right) > 0$, $j = 1, \dots, n_i$, il en résulte que

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i1,j} S_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} \mu_{i2,j} e_{y_{i,j}}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \mu_{i3,j+1} \chi_{i,j+1}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \mu_{i4,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 \right. \\ \left. + \mu_{i5,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \mu_{i5,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} + \lambda \end{aligned} \quad (4.38)$$

ou de même

$$\dot{V} \leq -\mu V + \lambda \quad (4.39)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mu = \min_{i=1, \dots, q} \left(\mu_{i1,1}, \dots, \mu_{i1,n_i}, \mu_{i2,1}, \dots, \mu_{i2,n_i}, \mu_{i3,2}, \dots, \mu_{i3,n_i}, \delta_{i,2} \mu_{i4,2}, \right. \\ \left. \dots, \delta_{i,n_i} \mu_{i4,n_i}, \gamma_{i,1} \mu_{i5,1}, \dots, \gamma_{i,n_i} \mu_{i5,n_i} \right) > 0 \\ \lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i-1} \varepsilon_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^* + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right) > 0 \end{aligned}$$

Maintenant, le résultat principal de cette section est récapitulé dans le théorème suivant

Théorème 4.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (4.2), (4.30) et (4.31), les estimateurs (4.4), (4.11) et (4.18), les lois d'estimation composites (4.5), (4.12) et (4.19), ainsi que les filtres non linéaires adaptatifs (4.6)-(4.7) et (4.13)-(4.14). Supposons que les hypothèses 2.1, 2.4 et 3.1-3.2 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système bouclé sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les surfaces $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro, en choisissant convenablement les paramètres de conception.*

Preuve. À partir de (4.39), on obtient

$$0 \leq V(t) \leq \left(V(0) - \frac{\lambda}{\mu} \right) e^{-\mu t} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.40)$$

En utilisant le fait que $\mu > 0$ et $\lambda > 0$, il vient

$$0 \leq V(t) \leq V(0) e^{-\mu t} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.41)$$

Selon (4.39), on peut conclure facilement que pour $V(t) \geq \lambda/\mu$, nous avons $\dot{V}(t) \leq 0$. Donc, en appliquant le théorème de Lyapunov, on peut déduire la bornitude des signaux d'erreurs $(S_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \chi_{i,j+1}, \tilde{\alpha}_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$. De plus, à partir de (4.34) et (4.41), on a $\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 \right)} = \sqrt{2V(0)e^{-0.5\mu t} + \sqrt{2\lambda/\mu}}$. Ce qui implique que $\|S\| \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ lorsque $t \rightarrow \infty$. De plus en plus, en augmentant la valeur de μ et en diminuant la valeur de λ , la borne ultime $\sqrt{2\lambda/\mu}$ peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, les surfaces $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ peuvent être faites arbitrairement proches de zéro. Ceci termine la preuve. \square

La structure du système FTC adaptatif composite proposé de cette section est illustrée dans la Figure 4.1.

4.3 Commande adaptative composite tolérante aux défauts via le backstepping filtré CFB

Avant de débiter cette section, l'hypothèse 2.4 est encore relaxée ci-dessous.

Hypothèse 4.1 ([142]). La trajectoire désirée y_d et sa dérivée \dot{y}_d sont supposées lisses, bornées et connues.

Remarque 4.2. Contrairement à l'hypothèse 2.4, aucune information sur le signal \ddot{y}_d n'est exigée, en utilisant l'approche backstepping filtré (CFB).

4.3.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. Considérons la première surface $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$, avec la première commande virtuelle $y_{i,2c}$ définie par (4.2)

$$y_{i,2c} = -k_{i,1}S_{i,1} + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (4.42)$$

Introduisons une nouvelle variable d'état $y_{i,2d}$ et supposons que $y_{i,2c}$ passe à travers un filtre du premier ordre, pour obtenir $y_{i,2d}$, i.e.

$$\tau_{i,2}\dot{y}_{i,2d} + y_{i,2d} = y_{i,2c}, \quad y_{i,2d}(0) = y_{i,2c}(0) \quad (4.43)$$

où $\tau_{i,2} > 0$ est la constante de temps du filtre.

Définissons $S_{i,2} = y_{i,2} - y_{i,2d}$, alors la dérivée de $S_{i,1}$ peut être écrite sous la forme

$$\dot{S}_{i,1} = -k_{i,1}S_{i,1} + S_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} + (y_{i,2d} - y_{i,2c}) \quad (4.44)$$

où $\tilde{f}_{s_{i,1}} = f_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}}$ représente l'erreur d'estimation du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

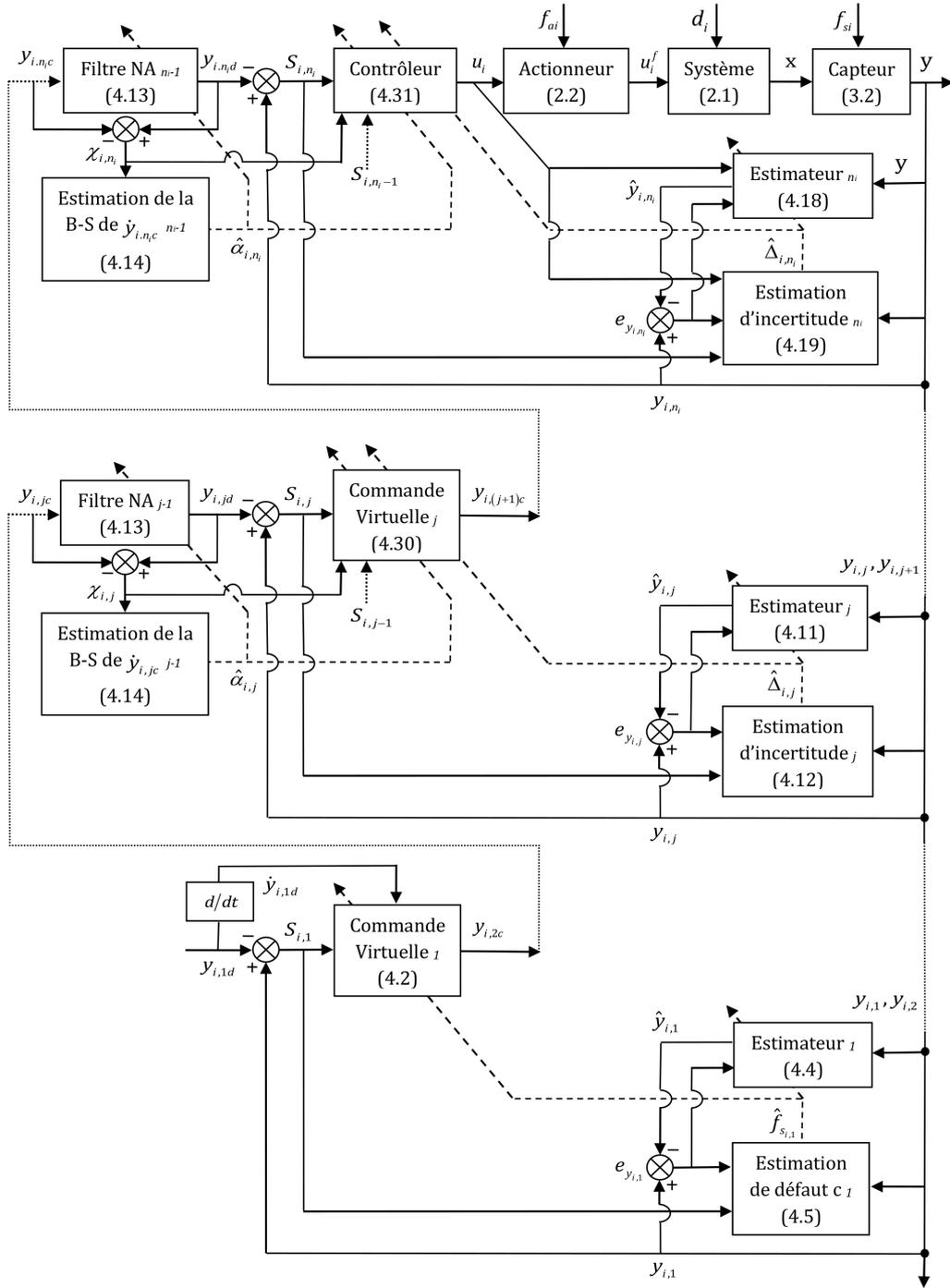


Figure 4.1: Schéma synoptique de la technique FTC adaptative composite via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.

Afin d'annuler l'effet de l'erreur connue $(y_{i,2d} - y_{i,2c})$, un signal de compensation $z_{i,1}$ est conçu comme suit

$$\dot{z}_{i,1} = -k_{i,1}z_{i,1} + z_{i,2} + (y_{i,2d} - y_{i,2c}), \quad z_{i,1}(0) = 0 \quad (4.45)$$

où $z_{i,2}$ sera défini dans l'étape suivante.

Maintenant, on définit des surfaces compensées de la manière suivante

$$v_{i,1} = S_{i,1} - z_{i,1}, \quad v_{i,2} = S_{i,2} - z_{i,2} \quad (4.46)$$

En employant (4.44) et (4.45), la dérivée de $v_{i,1}$ peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{v}_{i,1} &= \dot{S}_{i,1} - \dot{z}_{i,1} \\ &= -k_{i,1}v_{i,1} + v_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Dans cette section, le signal $\hat{f}_{s_{i,1}}$ est obtenu par la loi d'estimation composite suivante

$$\begin{aligned} \hat{f}_{s_{i,1}}(t) &= \hat{f}_{s_{i,1}}(0) + \gamma_{i,1} \left[- \int_0^t \left(v_{i,1}(\tau) + \beta_{i,1} e_{y_{i,1}}(\tau) \right) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{i,1} \left[\left(y_{i,1}(0) - y_{i,1}(t) \right) + \int_0^t \left(y_{i,2}(\tau) - \hat{f}_{s_{i,1}}(\tau) \right) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.48)$$

où $\gamma_{i,1}$, $\beta_{i,1}$ et $\sigma_{i,1}$ sont des paramètres positifs de conception et $e_{y_{i,1}} = y_{i,1} - \hat{y}_{i,1}$ représente la première erreur de prédiction. Notant que le signal $\hat{y}_{i,1}$ est construit à partir de l'estimateur (4.4).

En utilisant (4.48) et en extrayant $f_{s_{i,1}}$ à partir de (3.10), la dérivée de $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ peut être formulée par

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \\ &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[- \left(v_{i,1} + \beta_{i,1} e_{y_{i,1}} \right) + \sigma_{i,1} \left(\left(y_{i,2} - \dot{y}_{i,1} \right) - \hat{f}_{s_{i,1}} \right) \right] \\ &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[- \left(v_{i,1} + \beta_{i,1} e_{y_{i,1}} \right) + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \end{aligned} \quad (4.49)$$

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) De même, on considère la $j^{\text{ème}}$ surface $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$, avec la $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ définie par (4.9)

$$y_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j} \quad (4.50)$$

Comme dans la première étape, la commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ est passée à travers un filtre du premier ordre avec une constante de temps $\tau_{i,j+1} > 0$, pour avoir $y_{i,(j+1)d}$, i.e.

$$\tau_{i,j+1}\dot{y}_{i,(j+1)d} + y_{i,(j+1)d} = y_{i,(j+1)c}, \quad y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0) \quad (4.51)$$

Définissons la surface $S_{i,j+1} = y_{i,j+1} - y_{i,(j+1)d}$, donc la dérivée de $S_{i,j}$ peut être obtenue par

$$\dot{S}_{i,j} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + S_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} + \left(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \right) \quad (4.52)$$

où $\tilde{\Delta}_{i,j} = \Delta_{i,j} - \hat{\Delta}_{i,j}$ représente l'erreur d'estimation de l'incertitude $\Delta_{i,j}$.

Pour éliminer l'effet de l'erreur $(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c})$, un nouveau signal de compensation $z_{i,j}$ est

synthétisé de la manière suivante

$$\dot{z}_{i,j} = -k_{i,j}z_{i,j} - z_{i,j-1} + z_{i,j+1} + (y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}), \quad z_{i,j}(0) = 0 \quad (4.53)$$

Définissons la $j^{\text{ème}}$ surface compensée

$$v_{i,j} = S_{i,j} - z_{i,j} \quad (4.54)$$

À partir de (4.52) et (4.53), la dérivée de (4.54) peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{v}_{i,j} &= \dot{S}_{i,j} - \dot{z}_{i,j} \\ &= -v_{i,j-1} - k_{i,j}v_{i,j} + v_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \end{aligned} \quad (4.55)$$

Maintenant, la $j^{\text{ème}}$ surface compensée $v_{i,j}$ est combinée avec l'erreur de prédiction $e_{y_{i,j}} = y_{i,j} - \hat{y}_{i,j}$, afin d'obtenir une loi d'estimation de $\Delta_{i,j}$ de la forme

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{i,j}(t) &= \hat{\Delta}_{i,j}(0) + \gamma_{i,j} \left[\int_0^t (v_{i,j}(\tau) + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}(\tau)) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{i,j} \left[(y_{i,j}(t) - y_{i,j}(0)) - \int_0^t (y_{i,j+1}(\tau) + \hat{\Delta}_{i,j}(\tau)) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.56)$$

où $\gamma_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$ sont des constantes positives et le signal $\hat{y}_{i,j}$ est obtenu à partir de l'estimateur (4.11).

En employant (4.56) et en extrayant $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i - 1$ à partir de (3.10), la dérivée de $\tilde{\Delta}_{i,j}$ peut être écrite sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j} &= \dot{\Delta}_{i,j} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} \\ &= \dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[(v_{i,j} + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j} \left((\dot{y}_{i,j} - y_{i,j+1}) - \hat{\Delta}_{i,j} \right) \right] \\ &= \dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[(v_{i,j} + \beta_{i,j}e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right], \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \end{aligned} \quad (4.57)$$

Étape n_i . On définit la $n^{\text{ème}}$ surface $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_i d}$ et on choisit la loi de la commande finale u_i définie par (4.16)

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,n_i-1} + k_{i,n_i}S_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_i d} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (4.58)$$

Alors, la dérivée de S_{i,n_i} peut s'exprimer par

$$\dot{S}_{i,n_i} = -S_{i,n_i-1} - k_{i,n_i}S_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \quad (4.59)$$

où $\tilde{\Delta}_{i,n_i} = \Delta_{i,n_i} - \hat{\Delta}_{i,n_i}$ représente l'erreur d'estimation de l'incertitude Δ_{i,n_i} .

La dynamique du signal de compensation z_{i,n_i} est définie comme suit

$$\dot{z}_{i,n_i} = -k_{i,n_i} z_{i,n_i} - z_{i,n_i-1}, \quad z_{i,n_i}(0) = 0 \quad (4.60)$$

Définissons la $n^{\text{ème}}$ surface compensée v_{i,n_i} , telle que

$$v_{i,n_i} = S_{i,n_i} - z_{i,n_i} \quad (4.61)$$

Donc, à partir de (4.59) et (4.60), il en résulte que

$$\dot{v}_{i,n_i} = -v_{i,n_i-1} - k_{i,n_i} v_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \quad (4.62)$$

La loi d'estimation de $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est synthétisée, en employant l'erreur de poursuite compensée v_{i,n_i} avec l'erreur de prédiction $e_{y_{i,n_i}} = y_{i,n_i} - \hat{y}_{i,n_i}$ de la manière suivante

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{i,n_i}(t) = & \hat{\Delta}_{i,n_i}(0) + \gamma_{i,n_i} \left[\int_0^t \left(v_{i,n_i}(\tau) + \beta_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}}(\tau) \right) d\tau \right. \\ & \left. + \sigma_{i,n_i} \left[\left(y_{i,n_i}(t) - y_{i,n_i}(0) \right) - \int_0^t \left(f_i^0(y(\tau)) + g_i^0(y(\tau)) u_i(\tau) + \hat{\Delta}_{i,n_i}(\tau) \right) d\tau \right] \right] \end{aligned} \quad (4.63)$$

où γ_{i,n_i} , β_{i,n_i} et σ_{i,n_i} sont des paramètres positifs de conception et \hat{y}_{i,n_i} est construit à partir de l'estimateur (4.18).

En utilisant (3.10) et (4.63), la dérivée de $\tilde{\Delta}_{i,j}$ peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\Delta}}_{i,n_i} &= \dot{\Delta}_{i,n_i} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} \\ &= \dot{\Delta}_{i,n_i} - \gamma_{i,n_i} \left[\left(v_{i,n_i} + \beta_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}} \right) + \sigma_{i,n_i} \left(\left(\dot{y}_{i,n_i} - f_i^0(y) - g_i^0(y) u_i \right) - \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \right] \\ &= \dot{\Delta}_{i,n_i} - \gamma_{i,n_i} \left[\left(v_{i,n_i} + \beta_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}} \right) + \sigma_{i,n_i} \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right] \end{aligned} \quad (4.64)$$

Remarque 4.3. Prenons en compte les surfaces compensées définies par (4.46), (4.54) et (4.61), alors, les lois de commande (4.42), (4.50) et (4.58) peuvent être reformulées comme suit

$$y_{i,2c} = -k_{i,1} (v_{i,1} + z_{i,1}) + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (4.65)$$

$$y_{i,(j+1)c} = - (v_{i,j-1} + z_{i,j-1}) - k_{i,j} (v_{i,j} + z_{i,j}) + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (4.66)$$

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + (v_{i,n_i-1} + z_{i,n_i-1}) + k_{i,n_i} (v_{i,n_i} + z_{i,n_i}) + \dot{y}_{i,n_id} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (4.67)$$

Remarque 4.4. Contrairement à l'approche FTC via la DSC, où les erreurs des filtres $\chi_{i,j} = y_{i,jd} - y_{i,jc}$, $j = 2, \dots, n_i$ sont apparues explicitement dans les lois de commande (4.30)-(4.31), en employant (4.45), (4.53) et (4.60), les termes $\dot{y}_{i,jd}$, $j = 2, \dots, n_i$ dans (4.43) et (4.51) peuvent être exprimés en utilisant que des signaux de compensation $z_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$, i.e.

$$\dot{y}_{i,2d} = \frac{1}{\tau_{i,2}} \left(\dot{z}_{i,1} + k_{i,1} z_{i,1} - z_{i,2} \right) \quad (4.68)$$

$$\dot{y}_{i,jd} = \frac{1}{\tau_{i,j}} \left(\dot{z}_{i,j} + k_{i,j} z_{i,j} + z_{i,j-1} - z_{i,j+1} \right), \quad j = 3, \dots, n_i - 1 \quad (4.69)$$

$$\dot{y}_{i,n_id} = \frac{1}{\tau_{i,n_i}} \left(\dot{z}_{i,n_i} + k_{i,n_i} z_{i,n_i} + z_{i,n_i-1} \right) \quad (4.70)$$

Ce qui implique que les lois de commande FTC (4.66)-(4.67) correspondantes à l'approche CFB, peuvent être représentées indépendamment des termes $(y_{i,jd} - y_{i,jc})$, $j = 2, \dots, n_i$.

Remarque 4.5. Comme il est illustré dans (4.48), (4.56) et (4.63), on voit que les schémas d'estimation adaptatifs proposés dans cette partie, se diffèrent à ceux de la section précédente en utilisant la technique DSC. En effet, les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ dans (4.5), (4.12) et (4.19) ont été remplacées par des erreurs de poursuite compensées $v_{i,j} = S_{i,j} - z_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$.

4.3.2 Analyse de la stabilité

On considère la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} v_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (4.71)$$

La dynamique de (4.71) s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^q \left\{ v_{i,1} \left(-k_{i,1} v_{i,1} + v_{i,2} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) + \sum_{j=2}^{n_i-1} v_{i,j} \left(-v_{i,j-1} - k_{i,j} v_{i,j} + v_{i,j+1} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) \right. \\ &\quad + v_{i,n_i} \left(-v_{i,n_i-1} - k_{i,n_i} v_{i,n_i} + \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right) - \beta_{i,1} e_{y_{i,1}} \left(\rho_{i,1} e_{y_{i,1}} + \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) \\ &\quad + \sum_{j=2}^{n_i} \beta_{i,j} e_{y_{i,j}} \left(-\rho_{i,j} e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[- (v_{i,1} + \beta_{i,1} e_{y_{i,1}}) + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \right) \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[(v_{i,j} + \beta_{i,j} e_{y_{i,j}}) + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right] \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} v_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} \rho_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 - \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \right\} \end{aligned} \quad (4.72)$$

En utilisant les inégalités (3.107)-(3.108), l'équation (4.72) peut être simplifiée à

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} 2k_{i,j} v_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i} 2\beta_{i,j} \rho_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 - \left(2\sigma_{i,1} - \frac{1}{\gamma_{i,1}} \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \dot{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \end{aligned} \quad (4.73)$$

Si on choisit $\gamma_{i,j} \sigma_{i,j} > \frac{1}{2}$, $j = 1, \dots, n_i$, on trouve

$$\dot{V} \leq -\mu V + \lambda \quad (4.74)$$

avec,

$$\mu = \min_{i=1,\dots,q} \left(2k_{i,1}, \dots, 2k_{i,n_i}, 2\rho_{i,1}, \dots, 2\rho_{i,n_i}, 2\gamma_{i,1}\sigma_{i,1} - 1, \dots, 2\gamma_{i,n_i}\sigma_{i,n_i} - 1 \right) > 0$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left(\frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right) > 0$$

Avant de donner le résultat principal de cette section, le lemme suivant est présenté

Lemme 4.1 ([142]). *Si pour un interval de temps d'initialisation donné $t \in [0, T_1]$, les signaux de compensation sont définis par $z_{i,j} = 0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, alors pour $t \geq T_1$, lorsque les entrées bornées satisfaites $|y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}| \leq \lambda_0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, les états $z_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ définis dans (4.45), (4.53) et (4.60) sont aussi bornés par*

$$\|z\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \right)} \leq \frac{\lambda_0}{\mu_0} \left(1 - e^{-\mu_0(t-T_1)} \right) \quad (4.75)$$

où $T_1 > 0$, $\lambda_0 > 0$ sont des paramètres de conception de petites valeurs et $\mu_0 = \min_{i=1,\dots,q} (k_{i,1}, \dots, k_{i,n_i}) > 0$.

Preuve. La démonstration peut être trouvée dans [142]. Donc, elle est omise ici. \square

Théorème 4.2. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (4.65)-(4.67), les estimateurs (4.4), (4.11) et (4.18), les signaux de compensation définis par (4.45), (4.53) et (4.60), avec les lois d'estimation composites (4.48), (4.56) et (4.63). Supposons que les hypothèses 2.1, 3.1 et 4.1 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro.*

Preuve. La démonstration de la bornitude des signaux d'erreurs $(v_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ s'effectue de la même façon par rapport à celle du Théorème 4.1. De plus, en utilisant le Lemme 4.1, on peut facilement déduire la bornitude de $S_{i,j} = v_{i,j} + z_{i,j}$. Ainsi, à partir de (4.71), (4.74) et (4.75), il en résulte que $\|v\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} v_{i,j}^2 \right)} \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ et $\|z\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \right)} \leq \lambda_0/\mu_0$ quand $t \rightarrow \infty$. Ce qui implique que $\|S\| \leq \|v\| + \|z\| \leq \sqrt{2\lambda/\mu} + \lambda_0/\mu_0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. De plus en plus, en augmentant la valeur de (μ, μ_0) et en diminuant la valeur de (λ, λ_0) , la borne ultime $\sqrt{2\lambda/\mu} + \lambda_0/\mu_0$ peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ peuvent être faites arbitrairement proches de zéro. Ceci termine la preuve. \square

En tant que résultat du Théorème 4.2, on peut obtenir le corollaire suivant

Corollaire 4.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (4.65)-(4.67), les estimateurs (4.4), (4.11) et (4.18), les signaux de compensation définis dans (4.45), (4.53) et (4.60), avec les lois d'estimation composites (4.48), (4.56) et (4.63). Supposons que les hypothèses 2.1 et 4.1 sont satisfaites, et que le défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et les incertitudes $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ sont*

lentement variables. Donc, les signaux d'erreurs $(v_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ sont globalement exponentiellement stables et les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ convergent exponentiellement vers un ensemble résiduel Ω_{s2} , tel que

$$\Omega_{s2} = \left\{ S_{i,j} \left| \|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 \right)} \leq \lambda_0 / \mu_0 \right. \right\} \quad (4.76)$$

Preuve. En utilisant le fait que $\dot{f}_{s_{i,1}} \approx 0$ et $\dot{\Delta}_{i,j} \approx 0$, $j = 2, \dots, n_i$, l'inégalité (4.73) peut être réduite à

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} 2k_{i,j} v_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i} 2\beta_{i,j} \rho_{i,j} e_{y_{i,j}}^2 - 2\sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} 2\sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \\ &\leq -\mu' V \end{aligned} \quad (4.77)$$

où $\mu' = \min_{i=1, \dots, q} (2k_{i,1}, \dots, 2k_{i,n_i}, 2\rho_{i,1}, \dots, 2\rho_{i,n_i}, 2\gamma_{i,1}\sigma_{i,1}, \dots, 2\gamma_{i,n_i}\sigma_{i,n_i}) > 0$.

À partir de (4.77), on peut facilement déduire la convergence exponentielle des signaux d'erreurs $(v_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ vers zéro. De plus, tant que $\|v\| \rightarrow 0$ et $\|z\| \leq \lambda_0 / \mu_0$ lorsque $t \rightarrow \infty$, on conclue que $\|S\| \leq \|v\| + \|z\| \leq \lambda_0 / \mu_0$ quand $t \rightarrow \infty$. Ceci termine la démonstration. \square

Remarque 4.6. D'après (4.71), on remarque que le système en boucle fermée est moins complexe par rapport à celui de la section précédente (i.e. en employant la technique DSC). En effet, les signaux d'erreurs $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$, $\chi_{i,j}$ et $\tilde{\alpha}_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, dans (4.34) peuvent être remplacés par un seul signal d'erreur $v_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$.

Remarque 4.7. En examinant les valeurs des paramètres de conception dans les deux techniques de commande proposées dans ce chapitre, on constate que l'approche FTC adaptative via la CFB présente moins de contraintes sur le choix de ces paramètres, notamment pour $k_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$.

Remarque 4.8. Malgré que l'utilisation de l'approche CFB, ne conduit jamais à une convergence asymptotique vers zéro des erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$. Cependant, la méthode FTC correspondante est conçue, en relaxant l'hypothèse 2.4 et sans l'utilisation de l'hypothèse 3.2. Ce qui la rend plus souple et moins restrictive par rapport à celle basée sur la DSC.

Le schéma bloc qui correspond à la méthode FTC adaptative composite via la CFB est présenté dans la Figure 4.2.

4.4 Exemples d'application

Pour les deux exemples d'application, en plus d'une initialisation des états des estimateurs de la forme : $\hat{y}_{i,j}(0) = y_{i,j}(0)$, $j = 1, 2$, les autres conditions initiales, les paramètres des contrôleurs et les conditions de simulation restent les mêmes, que dans le chapitre précédent.

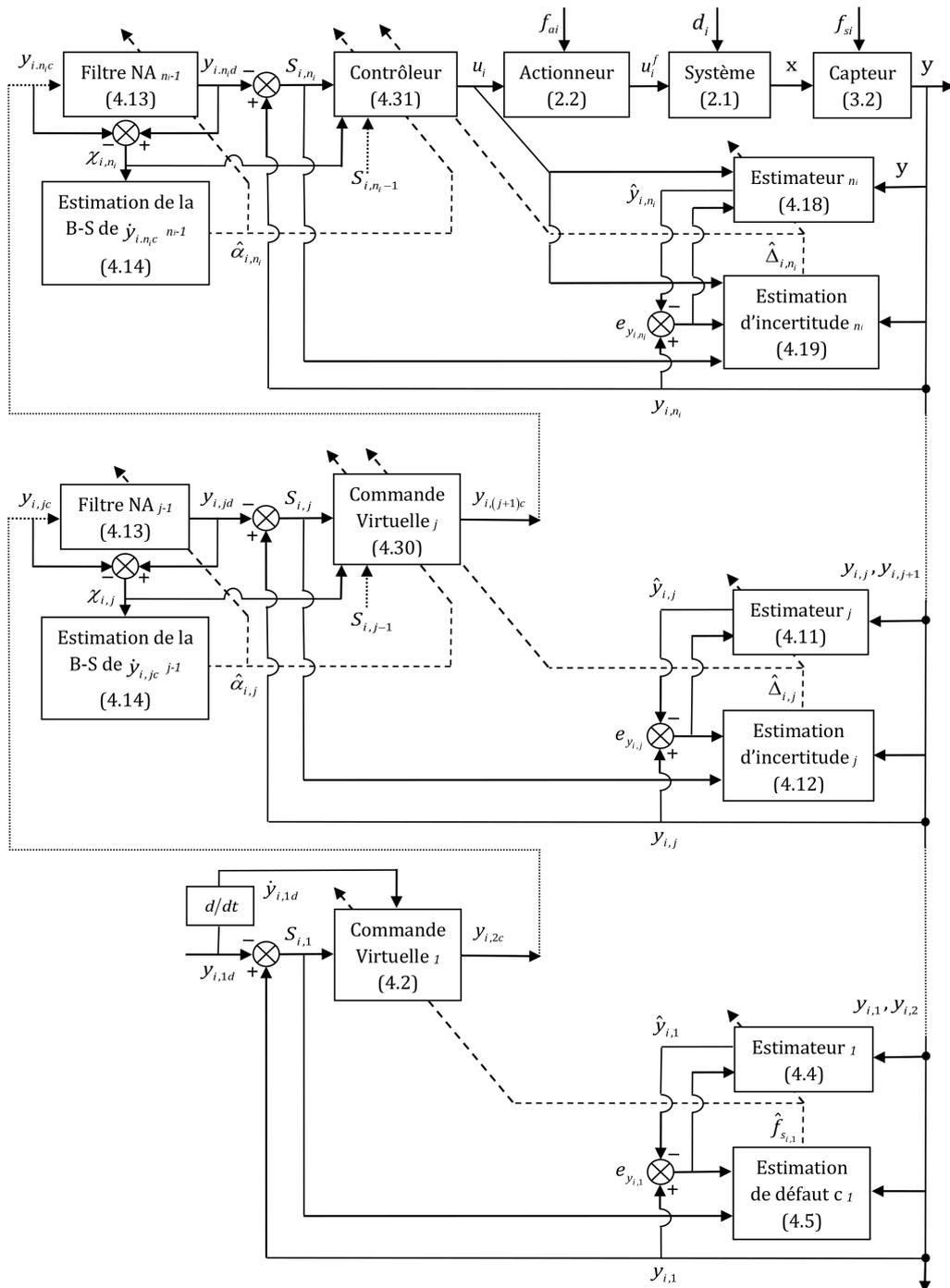
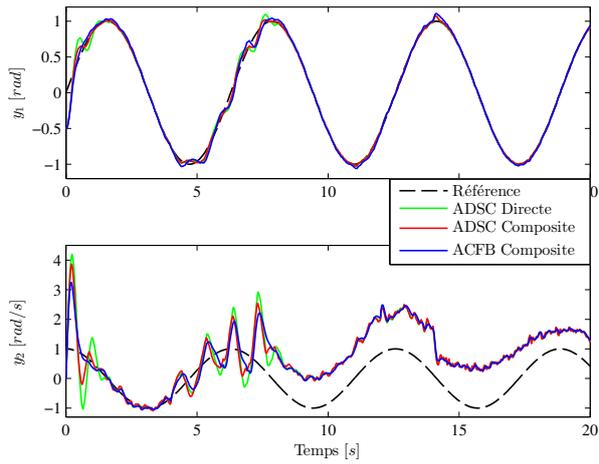


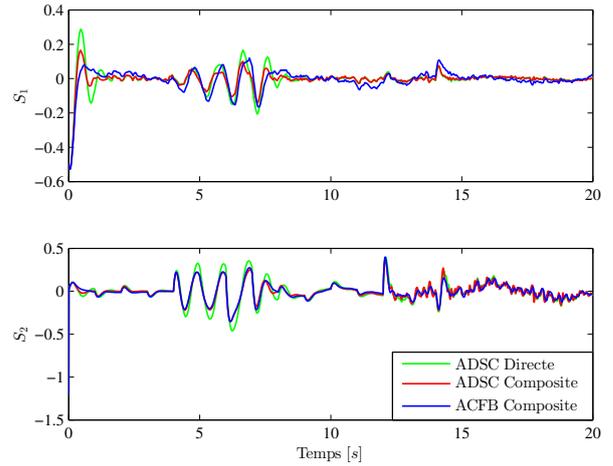
Figure 4.2: Schéma bloc de l'approche FTC adaptative composite via la CFB.

4.4.1 Pendule inversé

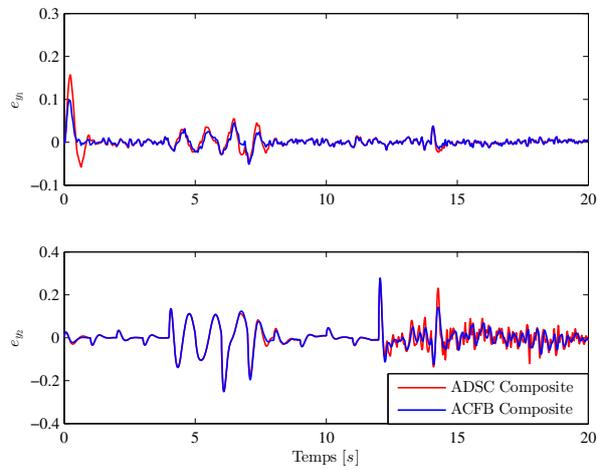
Pour ce système, les paramètres d'estimation sont choisis comme suit : $\gamma_1 = 60$, $\gamma_2 = 60$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\sigma_1 = 0.1$, $\sigma_2 = 0.1$, $\delta = 2.2$ et $\pi = 0.02$. Les gains de correction des estimateurs sont : $\rho_1 = 10$ et $\rho_2 = 10$. Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure 4.3.



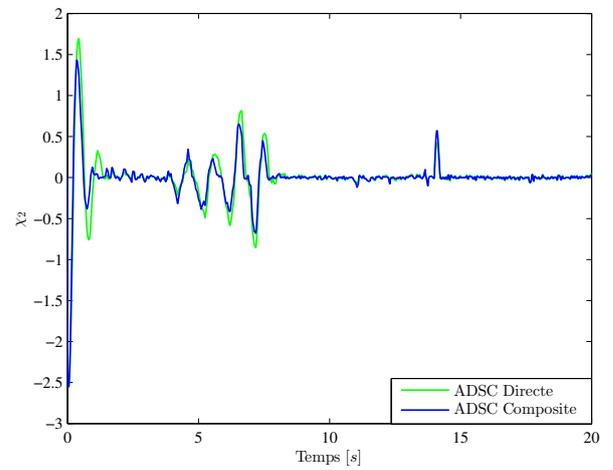
(a) Poursuite de trajectoire



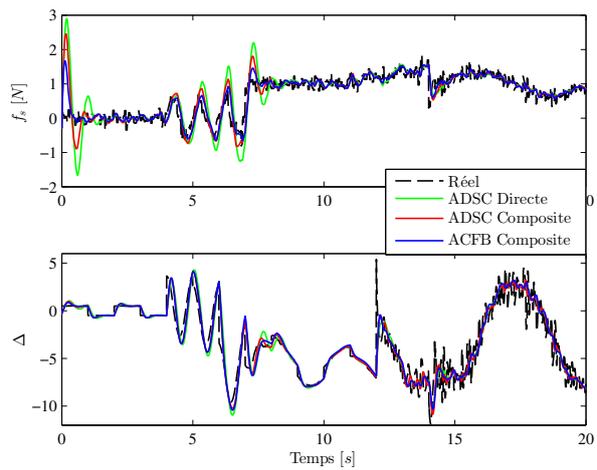
(b) Erreurs de poursuite



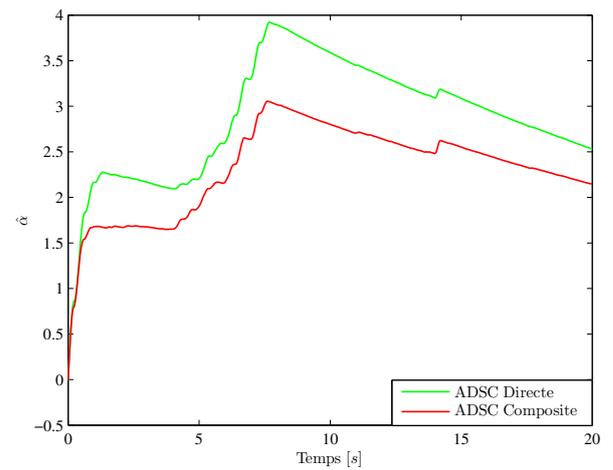
(c) Erreurs de prédiction



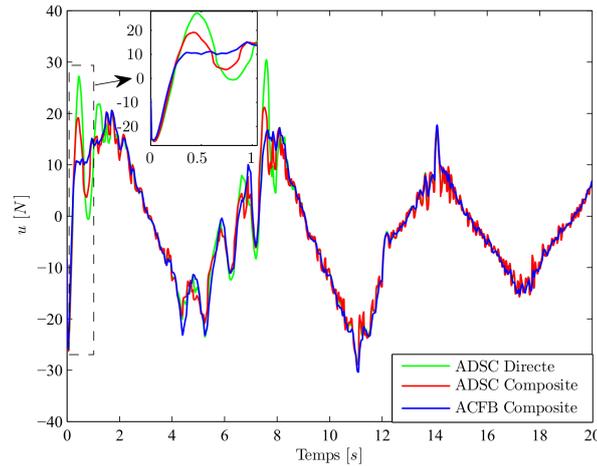
(d) Erreur de filtre



(e) Défaut de capteur et incertitude



(f) Estimation de la borne supérieure α^*

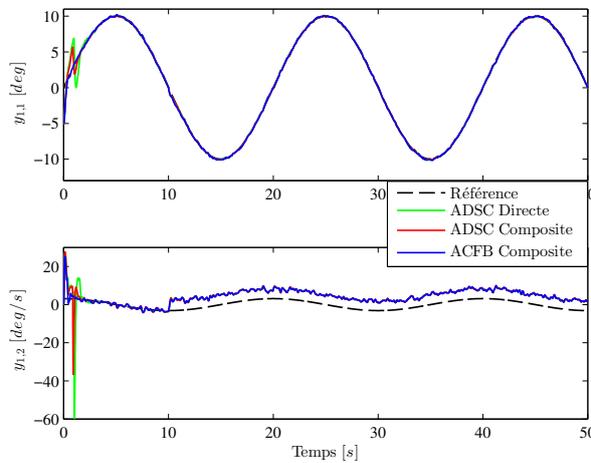


(g) Force appliquée

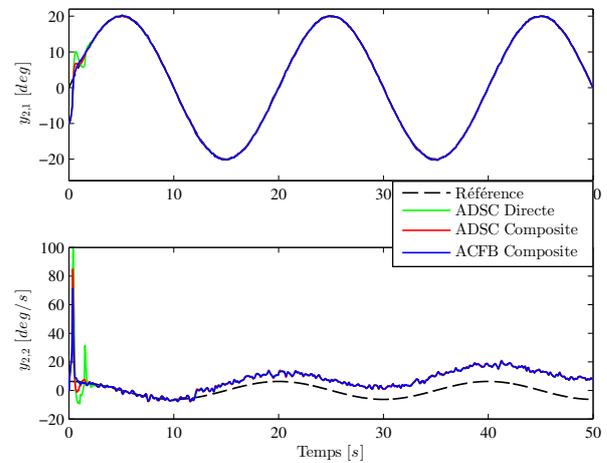
Figure 4.3: Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur

4.4.2 Quadrirotor

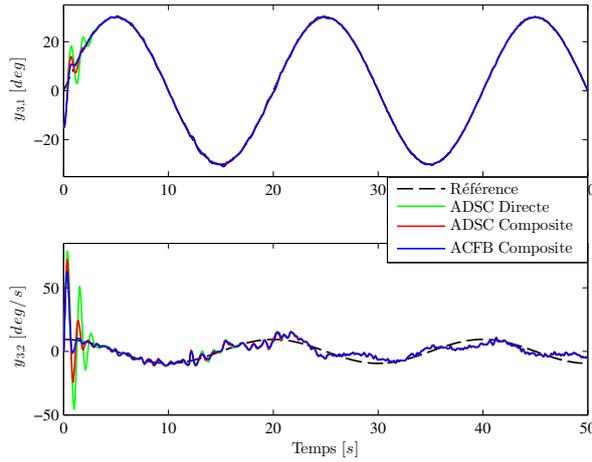
Dans cet exemple, les paramètres d'estimation sont : $\gamma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (25, 25, 25)$, $\gamma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (25, 25, 25)$, $\beta_{i,1}|_{i=1,2,3} = (1, 1, 1)$, $\beta_{i,2}|_{i=1,2,3} = (1, 1, 1)$, $\sigma_{i,1}|_{i=1,2,3} = (0.1, 0.1, 0.1)$, $\sigma_{i,2}|_{i=1,2,3} = (0.1, 0.1, 0.1)$, $\delta_i|_{i=1,2,3} = (2, 1, 1.5)$ et $\pi_i|_{i=1,2,3} = (0.015, 0.015, 0.005)$. Les gains de correction des estimateurs sont choisis, tels que : $\rho_{i,1}|_{i=1,2,3} = (10, 10, 10)$ et $\rho_{i,2}|_{i=1,2,3} = (10, 10, 10)$. Les résultats correspondants sont montrés dans la Figure 4.4.



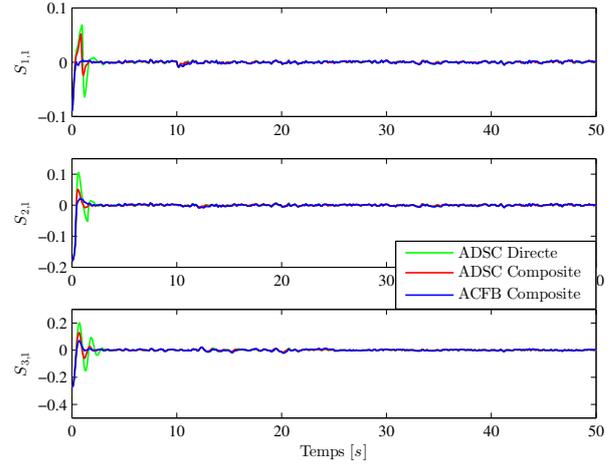
(a) Poursuite du trajectoire de roulis



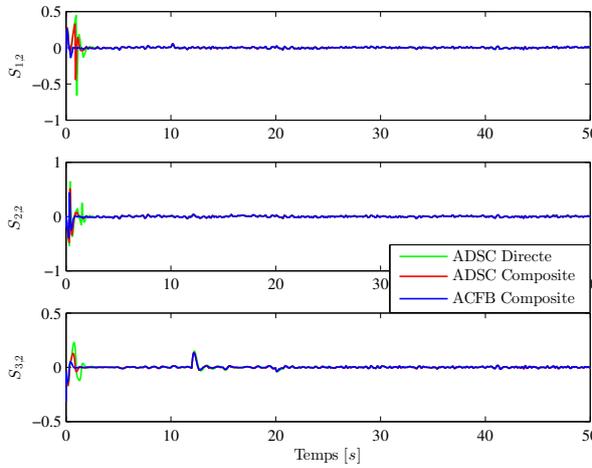
(b) Poursuite du trajectoire de tangage



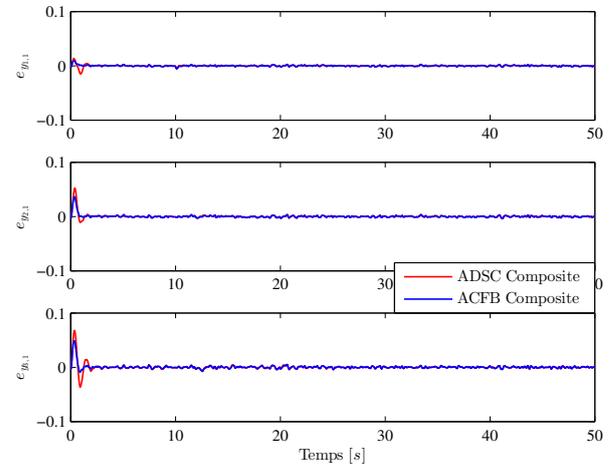
(c) Poursuite du trajectoire de lacet



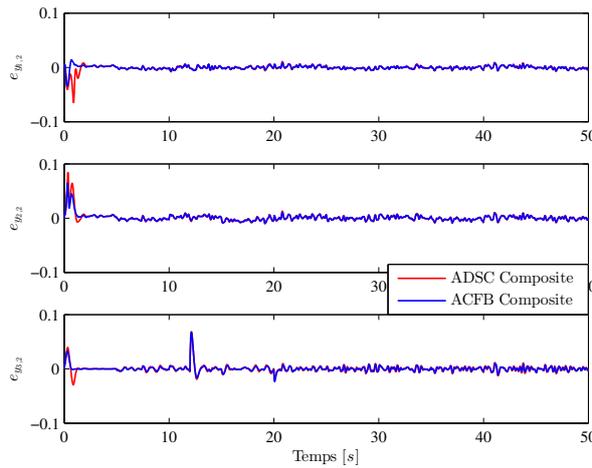
(d) Erreurs de poursuite $S_{i,1}$, $i = 1, 2, 3$



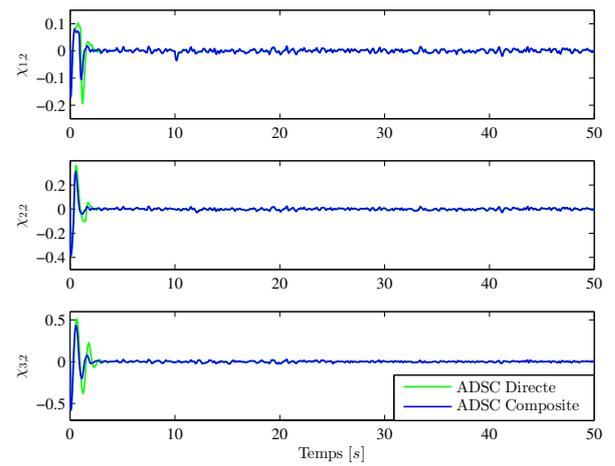
(e) Erreurs de poursuite $S_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



(f) Erreurs de prédiction $e_{y_{i,1}}$, $i = 1, 2, 3$



(g) Erreurs de prédiction $e_{y_{i,2}}$, $i = 1, 2, 3$



(h) Erreurs des filtres $\chi_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$

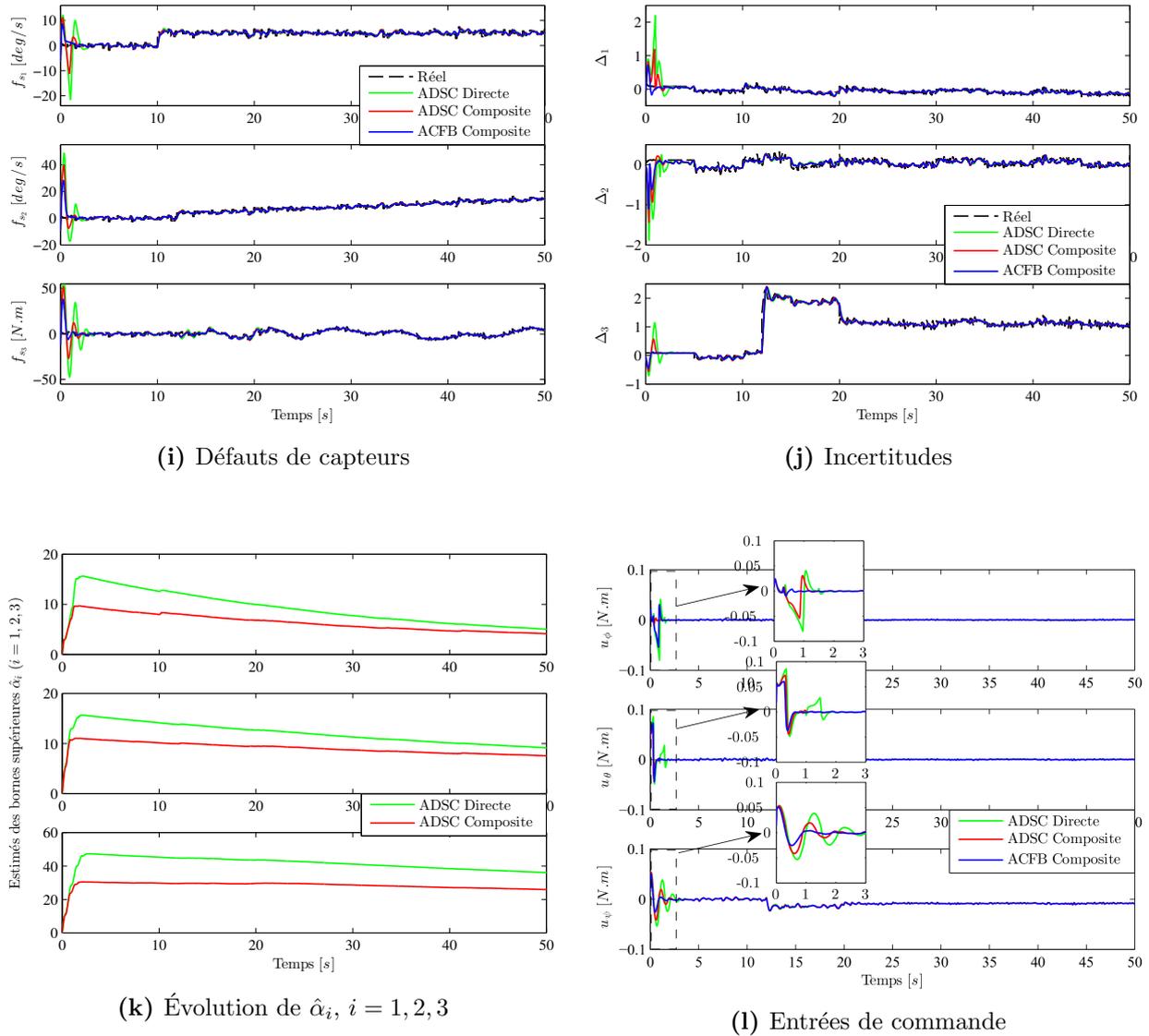


Figure 4.4: Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs

D'après les Figures 4.3-4.4, on remarque que :

- Les trois approches FTC adaptatives sont capables de compenser simultanément l'effet des défauts d'actionneurs et de capteurs, en assurant au même temps, la stabilité et la poursuite du système en boucle fermée.
- L'approche FTC adaptative directe (ADSC directe) se résulte par une estimation des bornes supérieures de la dérivée des commande virtuelles $\alpha_{i,2}^* \geq |\dot{y}_{i,2c}|$, plus sensible aux valeurs des gains d'adaptation $\gamma_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$, $j = 1, 2$, avec un régime transitoire plus oscillant par rapport à celui dans les approches FTC adaptatives composites (ADSC composite et ACFB composite). Ce qui montre que par rapport aux approches FTC présentées en simulation, cette approche de commande est la moins performante.
- Comparée aux approches FTC basées sur la DSC, les performances correspondantes à la méthode FTC adaptative composite via la CFB (ACFB composite) sont les meilleurs. En effet, cette méthode fournit les réponses les moins oscillants et les moins sensibles aux bruits de mesure.

4.5 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de proposer deux algorithmes de commande adaptatifs composites tolérants aux défauts d'actionneurs et de capteurs pour une classe des systèmes non linéaires multivariés incertains. L'estimation et la compensation de ces défauts s'effectuent en ligne, à travers des schémas adaptatifs composites robustes, conçus en incorporant des estimateurs dans le système de commande. Après avoir utilisé la technique DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, ainsi que des blocs d'estimation, en employant des erreurs de poursuite et des signaux de prédiction fournies à l'aide de ces estimateurs, un premier système FTC adaptatif composite a été développé, pour lequel la stabilité de la boucle fermée et la convergence des erreurs de poursuite à un petit voisinage autour de zéro sont garanties, en présence des différents types des incertitudes et des défauts. Notant que les performances correspondantes sont plus mieux par rapport à celles de l'approche FTC adaptative directe basée sur la même technique de commande (voir section 3.4). Dans le but de faciliter un peu le design, l'approche backstepping filtré (CFB) a été employée, afin de synthétiser un deuxième algorithme FTC adaptatif composite plus simple avec moins d'hypothèses, où d'autres schémas d'estimation ont été conçus, par l'intégration des mêmes signaux de prédiction avec des erreurs de poursuites compensées. Les résultats de simulation effectuée sur les deux exemples d'application considérés précédemment, ont montrés des meilleurs performances pour les approches FTC adaptatives composites proposées par rapport aux méthodes FTC adaptatives directes.

Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts actionneurs et capteurs

5.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent, que l'utilisation des schémas d'estimation et de compensation adaptatifs composites, conçus par l'incorporation des estimateurs avec le système de commande, peut améliorer les performances des systèmes FTC proposés. Cependant, la liaison de ces schémas aux erreurs de poursuite, peut forcer les réponses du système d'être oscillantes en régime transitoire et/ou après l'occurrence des défauts, notamment pour des grands gains d'adaptation. Ce qui dégrade un peu les performances globale du système bouclé.

Motivé par les observations ci-dessus, et dans l'objectif d'améliorer encore les performances en boucle fermée, deux nouvelles approches de commande adaptatives indirectes tolérantes aux défauts sont développées dans ce chapitre, pour une classe des système non linéaires MIMO incertains. La première approche FTC est synthétisée via la stratégie DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs. Tandis que la deuxième est basée sur la technique CFB. En employant des estimateurs adaptatifs, des nouveaux schémas d'estimation et de compensation sont conçus, indépendamment du système de commande. Pour une initialisation des états des estimateurs de la forme : $\hat{y}_{i,j}(0) = y_{i,j}(0)$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$, le régime transitoire indésirable, dû aux erreurs d'initialisation, peut être complètement évité. Ainsi, pour un choix approprié des gains de correction des estimateurs, la convergence des erreurs de prédiction peut être plus rapide par rapport à celle des erreurs de poursuite. Ce qui rend l'estimation correspondante plus lisse, même après l'apparition des défauts. En considérant les deux exemples de simulation déjà étudiés, une comparaison entre les approches FTC adaptatives indirectes et celles proposées précédemment est réalisée, afin de confirmer l'amélioration des performances de commande.

L'organisation de tout ce qui suit s'effectue comme dans le chapitre 4.

5.2 Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs

5.2.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. On considère la première surface $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$. Alors, sa dérivée peut s'écrire

$$\dot{S}_{i,1} = y_{i,2} - f_{s_{i,1}} - \dot{y}_{i,1d} \quad (5.1)$$

Choisissons comme première commande virtuelle $y_{i,2c}$, telle que

$$y_{i,2c} = -k_{i,1}S_{i,1} + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (5.2)$$

où $k_{i,1}$ est une constante positive et $\hat{f}_{s_{i,1}}$ est l'estimé du défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$.

Afin de concevoir une loi d'estimation pour le défaut du capteur $\hat{f}_{s_{i,1}}$, un estimateur adaptatif est construit de la manière suivante

$$\dot{\hat{y}}_{i,1} = y_{i,2} - \hat{f}_{s_{i,1}} + (k_{i,1} + \ell_{i,1}) e_{y_{i,1}} \quad (5.3)$$

$$\hat{f}_{s_{i,1}}(t) = \hat{f}_{s_{i,1}}(0) + \gamma_{i,1} \left[\sigma_{i,1} \left(y_{i,1}(0) - y_{i,1}(t) \right) + \int_0^t \left(-e_{y_{i,1}}(\tau) + \sigma_{i,1} \left(y_{i,2}(\tau) - \hat{f}_{s_{i,1}}(\tau) \right) \right) d\tau \right] \quad (5.4)$$

où $\ell_{i,1}$, $\gamma_{i,1}$, $\sigma_{i,1}$ sont des paramètres positifs de conception et $e_{y_{i,1}} = y_{i,1} - \hat{y}_{i,1}$ est la première erreur de prédiction.

Choisissons le filtre non linéaire adaptatif suivant

$$\tau_{i,2} \dot{y}_{i,2d} + y_{i,2d} = y_{i,2c} - \tau_{i,2} \hat{\alpha}_{i,2} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,2} (y_{i,2d} - y_{i,2c})}{\varepsilon_{i,2}} \right), \quad y_{i,2d}(0) = y_{i,2c}(0) \quad (5.5)$$

où $\tau_{i,2} > 0$ est la constante de temps correspondante et $\hat{\alpha}_{i,2}$ représente l'estimé de $\alpha_{i,2}^*$ (défini dans l'hypothèse 3.2).

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_{i,2}$ s'écrit sous la forme

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,2} = \delta_{i,2} (|y_{i,2d} - y_{i,2c}| - \pi_{i,2} \hat{\alpha}_{i,2}) \quad (5.6)$$

où $\delta_{i,2}$ et $\pi_{i,2}$ sont des constantes positives.

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) On définit la $j^{\text{ème}}$ erreur de poursuite $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$. Sa dérivée est décrite par

$$\dot{S}_{i,j} = y_{i,j+1} + \Delta_{i,j} - \dot{y}_{i,jd} \quad (5.7)$$

Choisissons la $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ comme suit

$$y_{i,(j+1)c} = -S_{i,j-1} - k_{i,j}S_{i,j} + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j} \quad (5.8)$$

où $k_{i,j}$ est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,j}$ est l'estimé de $\Delta_{i,j}$.

Afin de synthétiser une loi d'estimation pour $\hat{\Delta}_{i,j}$, un estimateur adaptatif est conçu de la façon suivante

$$\dot{\hat{\Delta}}_{i,j} = y_{i,j+1} + \hat{\Delta}_{i,j} + (k_{i,j} + \ell_{i,j}) e_{y_{i,j}} \quad (5.9)$$

$$\hat{\Delta}_{i,j}(t) = \hat{\Delta}_{i,j}(0) + \gamma_{i,j} \left[\sigma_{i,j} \left(y_{i,j}(t) - y_{i,j}(0) \right) + \int_0^t \left(e_{y_{i,j}}(\tau) - \sigma_{i,j} \left(y_{i,j+1}(\tau) + \hat{\Delta}_{i,j}(\tau) \right) \right) d\tau \right] \quad (5.10)$$

où $\ell_{i,j}$, $\gamma_{i,j}$, $\sigma_{i,j}$ sont des paramètres positifs et $e_{y_{i,j}} = y_{i,j} - \hat{y}_{i,j}$ est la $j^{\text{ème}}$ erreur de prédiction.

De la même manière, on considère le filtre non linéaire adaptatif suivant

$$\tau_{i,j+1} \dot{\hat{y}}_{i,(j+1)d} + y_{i,(j+1)d} = y_{i,(j+1)c} - \tau_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j+1} (y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c})}{\varepsilon_{i,(j+1)}} \right) \quad (5.11)$$

où $\tau_{i,j+1} > 0$ est la constante de temps du filtre et $\hat{\alpha}_{i,j+1}$ est l'estimé de $\alpha_{i,j+1}^*$ (défini dans l'hypothèse 3.2) avec $y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0)$.

La loi d'estimation de $\hat{\alpha}_{i,j+1}$ peut s'exprimer par

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = \delta_{i,j+1} (|y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}| - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1}) \quad (5.12)$$

où $\delta_{i,j+1} > 0$ et $\pi_{i,j+1} > 0$ sont des paramètres de conception.

Étape n_i . La dérivée de $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_id}$ peut s'écrire

$$\dot{S}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \Delta_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_id} \quad (5.13)$$

Choisissons la loi de commande u_i comme suit

$$u_i = -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + S_{i,n_{i-1}} + k_{i,n_i} S_{i,n_i} - \dot{y}_{i,n_id} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \quad (5.14)$$

où k_{i,n_i} est une constante positive et $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est l'estimé de Δ_{i,n_i} .

La loi d'estimation de $\hat{\Delta}_{i,n_i}$ est synthétisée, à partir de l'estimateur adaptatif suivant

$$\dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} = f_i^0(y) + g_i^0(y) u_i + \hat{\Delta}_{i,n_i} + (k_{i,n_i} + \ell_{i,n_i}) e_{y_{i,n_i}} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{i,n_i}(t) = \hat{\Delta}_{i,n_i}(0) + \gamma_{i,n_i} & \left[\sigma_{i,n_i} \left(y_{i,n_i}(t) - y_{i,n_i}(0) \right) \right. \\ & \left. + \int_0^t \left(e_{y_{i,n_i}}(\tau) - \sigma_{i,n_i} \left(f_i^0(y(\tau)) + g_i^0(y(\tau)) u_i(\tau) + \hat{\Delta}_{i,n_i}(\tau) \right) \right) d\tau \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

où ℓ_{i,n_i} , γ_{i,n_i} , σ_{i,n_i} sont des constantes positives et $e_{y_{i,n_i}} = y_{i,n_i} - \hat{y}_{i,n_i}$ est la $n^{\text{ème}}$ erreur de prédiction.

5.2.2 Analyse de la stabilité

Dans cette section, on considère les surfaces modifiées suivantes

$$\hat{S}_{i,j} = \hat{y}_{i,j} - y_{i,jd} = S_{i,j} - e_{y_{i,j}}, \quad j = 1, \dots, n_i \quad (5.17)$$

Définissons les erreurs des filtres $\chi_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ par

$$\chi_{i,j+1} = y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c} \quad (5.18)$$

À partir de (5.17)-(5.18) et en utilisant le fait que $y_{i,j+1} = S_{i,j+1} + y_{i,(j+1)d}$, il vient

$$y_{i,j+1} = \hat{S}_{i,j+1} + e_{y_{i,j+1}} + \chi_{i,j+1} + y_{i,(j+1)c} \quad (5.19)$$

En utilisant (5.1), (5.2), (5.3) et (5.19), la dérivée de $\hat{S}_{i,1}$ peut s'exprimer comme suit

$$\dot{\hat{S}}_{i,1} = -k_{i,1}\hat{S}_{i,1} + \hat{S}_{i,2} + \chi_{i,2} + \ell_{i,1}e_{y_{i,1}} + e_{y_{i,2}} \quad (5.20)$$

En combinant (5.7), (5.8), (5.9) et (5.19), on trouve

$$\dot{\hat{S}}_{i,j} = -\hat{S}_{i,j-1} - k_{i,j}\hat{S}_{i,j} + \hat{S}_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} - e_{y_{i,j-1}} + \ell_{i,j}e_{y_{i,j}} + e_{y_{i,j+1}} \quad (5.21)$$

De même, en employant (5.13), (5.14), (5.15) et (5.19), la dérivée de \hat{S}_{i,n_i} s'écrit sous la forme

$$\dot{\hat{S}}_{i,n_i} = -\hat{S}_{i,n_i-1} - k_{i,n_i}\hat{S}_{i,n_i} - e_{y_{i,n_i-1}} + \ell_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}} \quad (5.22)$$

Définissons les erreurs d'estimation $\tilde{f}_{s_{i,1}} = f_{s_{i,1}} - \hat{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j} = \Delta_{i,j} - \hat{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$, donc à partir de (3.10), (5.3), (5.9) et (5.15), la dérivée de $e_{y_{i,j}} = y_{i,j} - \hat{y}_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{e}_{y_{i,1}} &= -(k_{i,1} + \ell_{i,1}) e_{y_{i,1}} - \tilde{f}_{s_{i,1}} \\ \dot{e}_{y_{i,j}} &= -(k_{i,j} + \ell_{i,j}) e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i \end{aligned} \quad (5.23)$$

En dérivant (5.4), (5.10) et (5.16), tout en extrayant $f_{s_{i,1}}$ et $\Delta_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ à partir de (3.10), on trouve que

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} &= \gamma_{i,1} \left[-e_{y_{i,1}} + \sigma_{i,1} \left((y_{i,2} - \dot{y}_{i,1}) - \hat{f}_{s_{i,1}} \right) \right] \\
 &= \gamma_{i,1} \left[-e_{y_{i,1}} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \\
 \dot{\hat{\Delta}}_{i,j} &= \gamma_{i,j} \left[e_{y_{i,j}} + \sigma_{i,j} \left((\dot{y}_{i,j} - y_{i,j+1}) - \hat{\Delta}_{i,j} \right) \right] \\
 &= \gamma_{i,j} \left[e_{y_{i,j}} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right], \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \\
 \dot{\hat{\Delta}}_{i,n_i} &= \gamma_{i,n_i} \left[e_{y_{i,n_i}} + \sigma_{i,n_i} \left((\dot{y}_{i,n_i} - f_i^0(y) - g_i^0(y) u_i) - \hat{\Delta}_{i,n_i} \right) \right] \\
 &= \gamma_{i,n_i} \left[e_{y_{i,n_i}} + \sigma_{i,n_i} \tilde{\Delta}_{i,n_i} \right]
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Par conséquent, la dérivée des erreurs d'estimation $\tilde{f}_{s_{i,1}}$ et $\tilde{\Delta}_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$ peut s'exprimer par

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{f}}_{s_{i,1}} &= \dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} \left[-e_{y_{i,1}} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}} \right] \\
 \dot{\tilde{\Delta}}_{i,j} &= \dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} \left[e_{y_{i,j}} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j} \right], \quad j = 2, \dots, n_i
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

Selon (5.5) et (5.11), la dérivée de (5.18) peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{\chi}_{i,j+1} &= \dot{y}_{i,(j+1)d} - \dot{y}_{i,(j+1)c} \\
 &= -\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - \dot{y}_{i,(j+1)c}, \quad j = 1, \dots, n_i - 1
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

où $\dot{y}_{i,(j+1)c}$ est une fonction des variables $(\hat{S}_{i,1}, \dots, \hat{S}_{i,j+1}, e_{y_{i,1}}, \dots, e_{y_{i,j+1}}, \chi_{i,2}, \dots, \chi_{i,j+1}, \hat{\alpha}_{i,2}, \dots, \hat{\alpha}_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \dots, \tilde{\Delta}_{i,j}, y_{i,1d}, \dot{y}_{i,1d}, \ddot{y}_{i,1d})$, telle que

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_{i,2c} &= -k_{i,1} \dot{\hat{S}}_{i,1} - k_{i,1} \dot{e}_{y_{i,1}} + \ddot{y}_{i,1d} + \dot{\hat{f}}_{s_{i,1}} \\
 \dot{y}_{i,(j+1)c} &= -\dot{\hat{S}}_{i,j-1} - k_{i,j} \dot{\hat{S}}_{i,j} - \dot{e}_{y_{i,j-1}} - k_{i,j} \dot{e}_{y_{i,j}} + \ddot{y}_{i,jd} - \dot{\hat{\Delta}}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Remarque 5.1. En employant (5.18) avec la formule de $\dot{y}_{i,(j+1)d}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$ dans (5.26), les lois de commande (5.2), (5.8) et (5.14) deviennent

$$y_{i,2c} = -k_{i,1} \left(\hat{S}_{i,1} + e_{y_{i,1}} \right) + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \tag{5.28}$$

$$\begin{aligned}
 y_{i,(j+1)c} &= -\left(\hat{S}_{i,j-1} + e_{y_{i,j-1}} \right) - k_{i,j} \left(\hat{S}_{i,j} + e_{y_{i,j}} \right) - \frac{1}{\tau_{i,j}} \chi_{i,j} \\
 &\quad - \hat{\alpha}_{i,j} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j} \chi_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}} \right) - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

$$\begin{aligned}
 u_i &= -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + \left(\hat{S}_{i,n_i-1} + e_{y_{i,n_i-1}} \right) + k_{i,n_i} \left(\hat{S}_{i,n_i} + e_{y_{i,n_i}} \right) + \frac{1}{\tau_{i,n_i}} \chi_{i,n_i} \right. \\
 &\quad \left. + \hat{\alpha}_{i,n_i} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,n_i} \chi_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}} \right) + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right)
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

Définissons $\tilde{\alpha}_{i,j+1} = \alpha_{i,j+1}^* - \hat{\alpha}_{i,j+1}$, $j = 1, \dots, n_i - 1$. À partir de (5.6), (5.12) et (5.18), on obtient

$$\dot{\hat{\alpha}}_{i,j+1} = -\dot{\alpha}_{i,j+1} = -\delta_{i,j+1} (|\chi_{i,j+1}| - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1}) \quad (5.31)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \hat{S}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} e_{y_{i,j}}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\delta_{i,j+1}} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (5.32)$$

La dérivée de V peut être exprimée par

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ \hat{S}_{i,1} \left(-k_{i,1} \hat{S}_{i,1} + \hat{S}_{i,2} + \chi_{i,2} + l_{i,1} e_{y_{i,1}} + e_{y_{i,2}} \right) \right. \\ + \sum_{j=2}^{n_i-1} \hat{S}_{i,j} \left(-k_{i,j} \hat{S}_{i,j} - \hat{S}_{i,j-1} + \hat{S}_{i,j+1} + \chi_{i,j+1} + l_{i,j} e_{y_{i,j}} - e_{y_{i,j-1}} + e_{y_{i,j+1}} \right) \\ + \hat{S}_{i,n_i} \left(-k_{i,n_i} \hat{S}_{i,n_i} - \hat{S}_{i,n_i-1} + l_{i,n_i} e_{y_{i,n_i}} - e_{y_{i,n_i-1}} \right) \\ - e_{y_{i,1}} \left((l_{i,1} + k_{i,1}) e_{y_{i,1}} + \tilde{f}_{s_{i,1}} \right) + \sum_{j=2}^{n_i} e_{y_{i,j}} \left(-(k_{i,j} + l_{i,j}) e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j} \right) \\ + \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \left(-\frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1} - \hat{\alpha}_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) - \dot{y}_{i,(j+1)c} \right) \\ - \sum_{j=1}^{n_i-1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} (|\chi_{i,j+1}| - \pi_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1}) + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \left(\dot{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} [-e_{y_{i,1}} + \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}] \right) \\ \left. + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \left(\dot{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} [e_{y_{i,j}} + \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}] \right) \right\} \quad (5.33) \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} \hat{S}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{S}_{i,j} \chi_{i,j+1} + \sum_{j=1}^{n_i} l_{i,j} \hat{S}_{i,j} e_{y_{i,j}} - \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{S}_{i,j+1} e_{y_{i,j}} + \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{S}_{i,j} e_{y_{i,j+1}} \right. \\ - \sum_{j=1}^{n_i} (k_{i,j} + l_{i,j}) e_{y_{i,j}}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{\tau_{i,j+1}} \chi_{i,j+1}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \chi_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)c} - \sum_{j=1}^{n_i-1} \alpha_{i,j+1}^* |\chi_{i,j+1}| \\ + \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \left(|\chi_{i,j+1}| - \chi_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \right) + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \\ \left. - \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \right\} \quad (5.34) \end{aligned}$$

À partir des hypothèses 3.1-3.2, l'inégalité de Young et le fait que $|z| - z \tanh \left(\frac{z}{\varepsilon} \right) \leq 0.2785\varepsilon$ [196] avec ε est une constante positive, les inégalités suivantes sont toujours satisfaites : $\hat{S}_{i,j} \chi_{i,j+1} \leq \hat{S}_{i,j}^2 + \left(\chi_{i,j+1}^2 / 4 \right)$, $\hat{S}_{i,j+1} e_{y_{i,j}} \leq \left(\hat{S}_{i,j+1}^2 + e_{y_{i,j}}^2 \right) / 2$, $\hat{S}_{i,j} e_{y_{i,j+1}} \leq \left(\hat{S}_{i,j}^2 + e_{y_{i,j+1}}^2 \right) / 2$, $|\hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1}| - \hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1} \tanh \left(\frac{\hat{\alpha}_{i,j+1} \chi_{i,j+1}}{\varepsilon_{i,j+1}} \right) \leq \varepsilon_{i,j+1} / 2$, $|\chi_{i,j+1} \dot{y}_{i,(j+1)c}| \leq \alpha_{i,j+1}^* |\chi_{i,j+1}|$, $\tilde{\alpha}_{i,j+1} \hat{\alpha}_{i,j+1} \leq$

$$\left(-\tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 + \alpha_{i,j+1}^{*2}\right)/2, \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} \leq \left(\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + f_{s_{i,1}}^{*2}\right)/2 \text{ et } \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \leq \left(\tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \Delta_{i,j}^{*2}\right)/2.$$

Ce qui implique que

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ & - (2k_{i,1} - \ell_{i,1} - 3) \hat{S}_{i,1}^2 - \sum_{j=2}^{n_i-1} (2k_{i,j} - \ell_{i,j} - 4) \hat{S}_{i,j}^2 - (2k_{i,n_i} - \ell_{i,n_i} - 1) \hat{S}_{i,n_i}^2 \right. \\ & - (2k_{i,1} + \ell_{i,1} - 1) e_{y_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i-1} (2k_{i,j} + \ell_{i,j} - 2) e_{y_{i,j}}^2 - (2k_{i,n_i} + \ell_{i,n_i} - 1) e_{y_{i,n_i}}^2 \\ & - \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\frac{2}{\tau_{i,j+1}} - \frac{1}{2} \right) \chi_{i,j+1}^2 - \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 - \left(2\sigma_{i,1} - \frac{1}{\gamma_{i,1}} \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 \\ & \left. - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \varepsilon_{i,j+1} + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right\} \end{aligned} \quad (5.35)$$

En posant $\mu_{i1,1} = 2k_{i,1} - \ell_{i,1} - 3 > 0$, $\mu_{i1,j} = 2k_{i,j} - \ell_{i,j} - 4 > 0$, $j = 2, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i1,n_i} = 2k_{i,n_i} - \ell_{i,n_i} - 1 > 0$, $\mu_{i2,1} = 2k_{i,1} + \ell_{i,1} - 1 > 0$, $\mu_{i2,j} = 2k_{i,j} + \ell_{i,j} - 2 > 0$, $j = 2, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i2,n_i} = 2k_{i,n_i} + \ell_{i,n_i} - 1 > 0$, $\mu_{i3,j+1} = \left(\frac{2}{\tau_{i,j+1}} - \frac{1}{2} \right) > 0$, $\mu_{i4,j+1} = \pi_{i,j+1} > 0$, $j = 1, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i5,j} = \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) > 0$, $j = 1, \dots, n_i$, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i1,j} \hat{S}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i2,j} e_{y_{i,j}}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \mu_{i3,j+1} \chi_{i,j+1}^2 + \sum_{j=1}^{n_i-1} \mu_{i4,j+1} \tilde{\alpha}_{i,j+1}^2 \right. \\ \left. + \mu_{i5,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \mu_{i5,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} + \lambda \end{aligned} \quad (5.36)$$

ou de même

$$\dot{V} \leq -\mu V + \lambda \quad (5.37)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mu &= \min_{i=1, \dots, q} \left(\mu_{i1,1}, \dots, \mu_{i1,n_i}, \mu_{i2,1}, \dots, \mu_{i2,n_i}, \mu_{i3,2}, \dots, \mu_{i3,n_i}, \mu_{i4,2} \delta_{i,2}, \right. \\ & \quad \left. \dots, \mu_{i4,n_i} \delta_{i,n_i}, \mu_{i5,1} \gamma_{i,1}, \dots, \mu_{i5,n_i} \gamma_{i,n_i} \right) > 0 \\ \lambda &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left(\varepsilon_{i,j+1} + \sum_{j=1}^{n_i-1} \pi_{i,j+1} \alpha_{i,j+1}^{*2} + \frac{1}{\gamma_{i,1}} f_{s_{i,1}}^{*2} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \Delta_{i,j}^{*2} \right) > 0 \end{aligned}$$

L'analyse de cette section peut être résumée dans le théorème ci-dessous.

Théorème 5.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (5.28)-(5.30), les estimateurs adaptatifs (5.3)-(5.4), (5.9)-(5.10) et (5.15)-(5.16), avec les filtres non linéaires adaptatifs (5.5)-(5.6) et (5.11)-(5.12). Supposons que les hypothèses 2.1, 2.4 et 3.1-3.2 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les surfaces $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro, en choisissant convenablement les paramètres de conception.*

Preuve. La résolution de (5.37) nous donne

$$V(t) \leq V(0)e^{-\mu t} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (5.38)$$

Ce qui signifie que $V(t)$ est borné. Donc, les signaux d'erreurs $(\hat{S}_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \chi_{i,j+1}, \tilde{\alpha}_{i,j+1}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ sont uniformément bornés. Ainsi, la bornitude de $\hat{S}_{i,j}$ et $e_{y_{i,j}}$ implique la bornitude de $S_{i,j} = \hat{S}_{i,j} + e_{y_{i,j}}$. De plus, à partir de (5.32) et (5.38), il en résulte que $\|\hat{S}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} \hat{S}_{i,j}^2\right)} \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ et $\|e_y\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} e_{y_{i,j}}^2\right)} \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Ce qui montre que $\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2\right)} \leq \|\hat{S}\| + \|e_y\| \leq 2\sqrt{2\lambda/\mu}$ quand $t \rightarrow \infty$. De plus en plus, en augmentant la valeur de μ et en diminuant la valeur de λ , la borne ultime $2\sqrt{2\lambda/\mu}$ peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, les surfaces $S_{i,j}$ peuvent être faites arbitrairement proches de zéro. Ceci termine la preuve. \square

Le schéma FTC adaptatif indirecte via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs peut être présenté comme dans la Figure 5.1.

5.3 Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts via le backstepping filtré CFB

5.3.1 Synthèse du contrôleur

Étape 1. On considère respectivement la première surface $S_{i,1} = y_{i,1} - y_{i,1d}$, la première commande virtuelle $y_{i,2c}$ définie par (5.2), avec le premier estimateur adaptatif (5.3)-(5.4).

Maintenant, $y_{i,2c}$ est passée à travers un filtre linéaire passe-bas avec une constante de temps $\tau_{i,2} > 0$, pour obtenir $y_{i,2d}$, i.e.

$$\tau_{i,2}\dot{y}_{i,2d} + y_{i,2d} = y_{i,2c}, \quad y_{i,2d}(0) = y_{i,2c}(0) \quad (5.39)$$

Considérons la première surface modifiée $\hat{S}_{i,1} = \hat{y}_{i,1} - y_{i,1d}$. Sa dérivée est écrite sous la forme

$$\dot{\hat{S}}_{i,1} = -k_{i,1}\hat{S}_{i,1} + \hat{S}_{i,2} + \ell_{i,1}e_{y_{i,1}} + e_{y_{i,2}} + (y_{i,2d} - y_{i,2c}) \quad (5.40)$$

où $\hat{S}_{i,2} = \hat{y}_{i,2} - y_{i,2d}$ est la deuxième surface modifiée et $e_{y_{i,2}} = y_{i,2} - \hat{y}_{i,2}$ représente la deuxième erreur de prédiction.

On définit la première surface compensée modifiée comme suit

$$\hat{v}_{i,1} = \hat{S}_{i,1} - z_{i,1} \quad (5.41)$$

où $z_{i,1}$ est un signal de compensation, utilisé pour annuler l'effet de l'erreur connue $(y_{i,2d} - y_{i,2c})$.

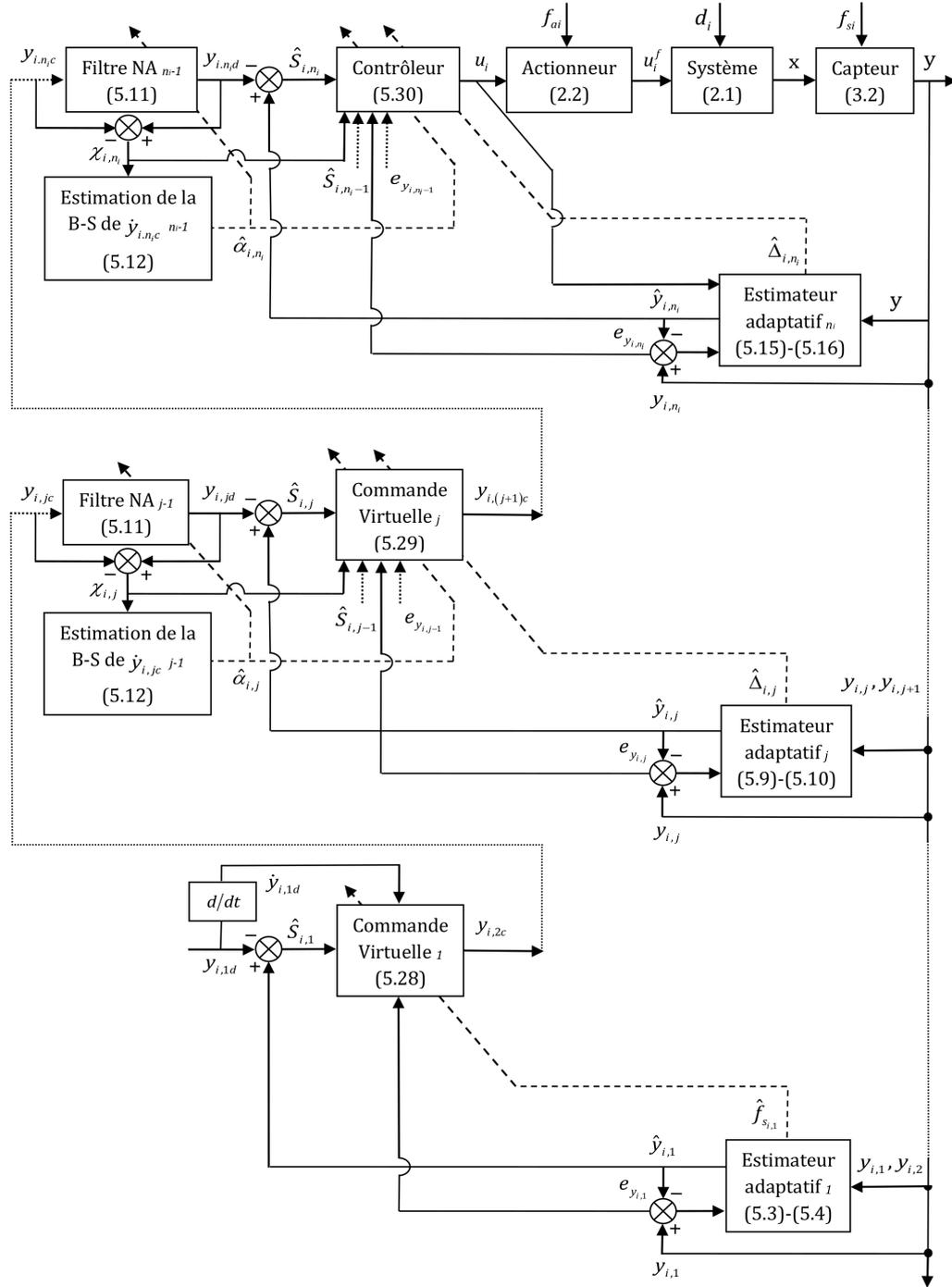


Figure 5.1: Schéma bloc de l'algorithme FTC adaptatif indirecte via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs.

La dynamique de $z_{i,1}$ est décrite par

$$\dot{z}_{i,1} = -k_{i,1}z_{i,1} + z_{i,2} + (y_{i,2d} - y_{i,2c}), \quad z_{i,1}(0) = 0 \quad (5.42)$$

Le deuxième signal de compensation $z_{i,2}$ sera défini dans l'étape suivante. À partir de (5.40) et (5.42), la dérivée de $\hat{v}_{i,1}$ est obtenue de la façon suivante

$$\begin{aligned}\dot{\hat{v}}_{i,1} &= \dot{\hat{S}}_{i,1} - \dot{z}_{i,1} \\ &= -k_{i,1}\hat{v}_{i,1} + \hat{v}_{i,2} + \ell_{i,1}e_{y_{i,1}} + e_{y_{i,2}}\end{aligned}\quad (5.43)$$

où $\hat{v}_{i,2} = \hat{S}_{i,2} - z_{i,2}$ est la deuxième surface compensée modifiée.

Étape j . ($2 \leq j \leq n_i - 1$) De même, on considère la $j^{\text{ème}}$ surface $S_{i,j} = y_{i,j} - y_{i,jd}$, la $j^{\text{ème}}$ commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ définie par (5.8), avec le $j^{\text{ème}}$ estimateur adaptatif (5.9)-(5.10).

Comme dans la première étape, la commande virtuelle $y_{i,(j+1)c}$ est passée à travers un filtre de premier ordre passe-bas avec une constante de temps $\tau_{i,j+1} > 0$, pour avoir $y_{i,(j+1)d}$, i.e.

$$\tau_{i,j+1}\dot{y}_{i,(j+1)d} + y_{i,(j+1)d} = y_{i,(j+1)c}, \quad y_{i,(j+1)d}(0) = y_{i,(j+1)c}(0) \quad (5.44)$$

Définissons la $j^{\text{ème}}$ surface modifiée $\hat{S}_{i,j} = \hat{y}_{i,j} - y_{i,jd}$, donc (5.21) est reformulée comme suit

$$\dot{\hat{S}}_{i,j} = -k_{i,j}\hat{S}_{i,j} - \hat{S}_{i,j-1} + \hat{S}_{i,j+1} + \ell_{i,j}e_{y_{i,j}} - e_{y_{i,j-1}} + e_{y_{i,j+1}} + (y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}) \quad (5.45)$$

Maintenant, la $j^{\text{ème}}$ surface compensée modifiée est définie par

$$\hat{v}_{i,j} = \hat{S}_{i,j} - z_{i,j} \quad (5.46)$$

où $z_{i,j}$ est le $j^{\text{ème}}$ signal de compensation, utilisé afin d'éliminer l'effet de l'erreur $(y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c})$.

La dynamique de $z_{i,j}$ s'écrit de la manière suivante

$$\dot{z}_{i,j} = -k_{i,j}z_{i,j} - z_{i,j-1} + z_{i,j+1} + (y_{i,(j+1)d} - y_{i,(j+1)c}), \quad z_{i,j}(0) = 0 \quad (5.47)$$

À partir de (5.45) et (5.47), la dérivée de $\hat{v}_{i,j}$ peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned}\dot{\hat{v}}_{i,j} &= \dot{\hat{S}}_{i,j} - \dot{z}_{i,j} \\ &= -k_{i,j}\hat{v}_{i,j} - \hat{v}_{i,j-1} + \hat{v}_{i,j+1} + \ell_{i,j}e_{y_{i,j}} - e_{y_{i,j-1}} + e_{y_{i,j+1}}\end{aligned}\quad (5.48)$$

Étape n_i . On définit la $n^{\text{ème}}$ surface $S_{i,n_i} = y_{i,n_i} - y_{i,n_id}$ et on choisit la loi de la commande u_i définie par (5.14), ainsi que d'estimateur adaptatif (5.15)-(5.16).

Considérons la $n^{\text{ème}}$ surface modifiée $\hat{S}_{i,n_i} = \hat{y}_{i,n_i} - y_{i,n_id}$. Sa dérivée est exprimée comme dans (5.22), telle que

$$\dot{\hat{S}}_{i,n_i} = -k_{i,n_i}\hat{S}_{i,n_i} - \hat{S}_{i,n_i-1} + \ell_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}} - e_{y_{i,n_i-1}} \quad (5.49)$$

La dynamique du signal de compensation correspondant est décrite par

$$\dot{z}_{i,n_i} = -k_{i,n_i}z_{i,n_i} - z_{i,n_i-1}, \quad z_{i,n_i}(0) = 0 \quad (5.50)$$

Soit $\hat{v}_{i,n_i} = \hat{S}_{i,n_i} - z_{i,n_i}$. Donc, il est clair que

$$\begin{aligned}\dot{\hat{v}}_{i,n_i} &= \dot{\hat{S}}_{i,n_i} - \dot{z}_{i,n_i} \\ &= -k_{i,n_i}\hat{v}_{i,n_i} - \hat{v}_{i,n_i-1} + \ell_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}} - e_{y_{i,n_i-1}}\end{aligned}\quad (5.51)$$

Remarque 5.2. En utilisant le fait que $\hat{v}_{i,j} = \hat{S}_{i,j} - z_{i,j} = S_{i,j} - e_{y_{i,j}} - z_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$, les lois de commande (5.2)-(5.8) et (5.14) peuvent être reformulées comme suit

$$y_{i,2c} = -k_{i,1}(\hat{v}_{i,1} + z_{i,1} + e_{y_{i,1}}) + \dot{y}_{i,1d} + \hat{f}_{s_{i,1}} \quad (5.52)$$

$$y_{i,(j+1)c} = -(\hat{v}_{i,j-1} + z_{i,j-1} + e_{y_{i,j-1}}) - k_{i,j}(\hat{v}_{i,j} + z_{i,j} + e_{y_{i,j}}) + \dot{y}_{i,jd} - \hat{\Delta}_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1 \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned}u_i &= -\frac{1}{g_i^0(y)} \left(f_i^0(y) + (\hat{v}_{i,n_i-1} + z_{i,n_i-1} + e_{y_{i,n_i-1}}) \right. \\ &\quad \left. + k_{i,n_i}(\hat{v}_{i,n_i} + z_{i,n_i} + e_{y_{i,n_i}}) + \dot{y}_{i,n_id} + \hat{\Delta}_{i,n_i} \right)\end{aligned}\quad (5.54)$$

où les termes $\dot{y}_{i,jd}$, $j = 2, \dots, n_i$ sont définis par (4.68)-(4.70).

Remarque 5.3. Les estimateurs (5.3)-(5.4), (5.9)-(5.10) et (5.15)-(5.16) peuvent être obtenus respectivement, à partir de ceux du chapitre précédent, c-à-d de (4.4) et (4.5)(ou (4.48)), (4.11) et (4.12)(ou (4.56)), ainsi que (4.18) et (4.19)(ou (4.63)), tout en éliminant les signaux $S_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$ (ou $v_{i,j}$, $j = 1, \dots, n_i$), avec un choix des paramètres $\beta_{i,j} = 1$, $j = 1, \dots, n_i$ et $\rho_{i,j} = (k_{i,j} + \ell_{i,j})$.

5.3.2 Analyse de la stabilité

Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \hat{v}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} e_{y_{i,j}}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \quad (5.55)$$

La dérivée de (5.55) peut s'écrire

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sum_{i=1}^q \left\{ \hat{v}_{i,1} (-k_{i,1}\hat{v}_{i,1} + \hat{v}_{i,2} + \ell_{i,1}e_{y_{i,1}} + e_{y_{i,2}}) \right. \\ &\quad + \sum_{j=2}^{n_i-1} \hat{v}_{i,j} (-k_{i,j}\hat{v}_{i,j} - \hat{v}_{i,j-1} + \hat{v}_{i,j+1} + \ell_{i,j}e_{y_{i,j}} - e_{y_{i,j-1}} + e_{y_{i,j+1}}) \\ &\quad + \hat{v}_{i,n_i} (-k_{i,n_i}\hat{v}_{i,n_i} - \hat{v}_{i,n_i-1} + \ell_{i,n_i}e_{y_{i,n_i}} - e_{y_{i,n_i-1}}) \\ &\quad - e_{y_{i,1}} ((\ell_{i,1} + k_{i,1})e_{y_{i,1}} + \tilde{f}_{s_{i,1}}) + \sum_{j=2}^{n_i} e_{y_{i,j}} (-(k_{i,j} + \ell_{i,j})e_{y_{i,j}} + \tilde{\Delta}_{i,j}) \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} (\tilde{f}_{s_{i,1}} - \gamma_{i,1} [-e_{y_{i,1}} + \sigma_{i,1}\tilde{f}_{s_{i,1}}]) + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} (\tilde{\Delta}_{i,j} - \gamma_{i,j} [e_{y_{i,j}} + \sigma_{i,j}\tilde{\Delta}_{i,j}]) \right\}\end{aligned}\quad (5.56)$$

ou de même

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^q \left\{ - \sum_{j=1}^{n_i} k_{i,j} \hat{v}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \ell_{i,j} \hat{v}_{i,j} e_{y_{i,j}} - \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{v}_{i,j+1} e_{y_{i,j}} + \sum_{j=1}^{n_i-1} \hat{v}_{i,j} e_{y_{i,j+1}} \right. \\ \left. - \sum_{j=1}^{n_i} (k_{i,j} + \ell_{i,j}) e_{y_{i,j}}^2 - \sigma_{i,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \sigma_{i,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \right\} \end{aligned} \quad (5.57)$$

À partir de l'hypothèse 3.1 et l'inégalité de Young, on a : $\hat{v}_{i,j} e_{y_{i,j}} \leq (\hat{v}_{i,j}^2 + e_{y_{i,j}}^2)/2$, $\hat{v}_{i,j+1} e_{y_{i,j}} \leq (\hat{v}_{i,j+1}^2 + e_{y_{i,j}}^2)/2$, $\hat{v}_{i,j} e_{y_{i,j+1}} \leq (\hat{v}_{i,j}^2 + e_{y_{i,j+1}}^2)/2$, $\tilde{f}_{s_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}} \leq (\tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \dot{f}_{s_{i,1}}^2)/2$, et $\tilde{\Delta}_{i,j} \dot{\Delta}_{i,j} \leq (\tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \dot{\Delta}_{i,j}^{*2})/2$.

Par conséquent, (5.57) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ - (2k_{i,1} - \ell_{i,1} - 1) \hat{v}_{i,1}^2 - \sum_{j=2}^{n_i-1} (2k_{i,j} - \ell_{i,j} - 2) \hat{v}_{i,j}^2 - (2k_{i,n_i} - \ell_{i,n_i} - 1) \hat{v}_{i,n_i}^2 \right. \\ \left. - (2k_{i,1} + \ell_{i,1} - 1) e_{y_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i-1} (2k_{i,j} + \ell_{i,j} - 2) e_{y_{i,j}}^2 - (2k_{i,n_i} + \ell_{i,n_i} - 1) e_{y_{i,n_i}}^2 \right. \\ \left. - \left(2\sigma_{i,1} - \frac{1}{\gamma_{i,1}} \right) \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 - \sum_{j=2}^{n_i} \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) \tilde{\Delta}_{i,j}^2 + \frac{1}{\gamma_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \dot{\Delta}_{i,j}^{*2} \right\} \end{aligned} \quad (5.58)$$

Si on choisit : $\mu_{i1,1} = 2k_{i,1} - \ell_{i,1} - 1 > 0$, $\mu_{i1,j} = 2k_{i,j} - \ell_{i,j} - 2 > 0$, $j = 2, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i1,n_i} = 2k_{i,n_i} - \ell_{i,n_i} - 1 > 0$, $\mu_{i2,1} = 2k_{i,1} + \ell_{i,1} - 1 > 0$, $\mu_{i2,j} = 2k_{i,j} + \ell_{i,j} - 2 > 0$, $j = 2, \dots, n_i - 1$, $\mu_{i2,n_i} = 2k_{i,n_i} + \ell_{i,n_i} - 1 > 0$, $\mu_{i3,j} = \left(2\sigma_{i,j} - \frac{1}{\gamma_{i,j}} \right) > 0$, $j = 1, \dots, n_i$ et $\lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left(\frac{1}{\gamma_{i,1}} \dot{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \frac{1}{\gamma_{i,j}} \dot{\Delta}_{i,j}^{*2} \right) > 0$, on obtient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i1,j} \hat{v}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i2,j} e_{y_{i,j}}^2 + \mu_{i3,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \mu_{i3,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} + \lambda \leq -\mu V + \lambda \quad (5.59)$$

avec,

$$\mu = \min_{i=1, \dots, q} (\mu_{i1,1}, \dots, \mu_{i1,n_i}, \mu_{i2,1}, \dots, \mu_{i2,n_i}, \mu_{i3,1} \gamma_{i,1}, \dots, \mu_{i3,n_i} \gamma_{i,n_i}) > 0$$

Théorème 5.2. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (5.52)-(5.54), les estimateurs adaptatifs (5.3)-(5.4), (5.9)-(5.10) et (5.15)-(5.16), avec les signaux de compensation définis dans (5.42), (5.47) et (5.50). Supposons que les hypothèses 2.1, 3.1 et 4.1 sont satisfaites. Donc, tous les signaux du système en boucle fermée sont uniformément ultimement bornés (UUB) et les erreurs de poursuite $S_{i,j}$, $i = 1, \dots, q$ et $j = 1, \dots, n_i$ convergent vers un petit voisinage autour de zéro.*

Preuve. En suivant le même raisonnement, que dans la preuve du Théorème 5.1, on peut facilement démontrer que les signaux d'erreurs $(\hat{v}_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ sont uniformément bornés. De plus, puisque la bornitude du signal de compensation $z_{i,j}$ est garantie par le Lemme 4.1 [142], on conclut que $\hat{S}_{i,j} = \hat{v}_{i,j} + z_{i,j}$ est borné. Par conséquent, $S_{i,j} = \hat{S}_{i,j} + e_{y_{i,j}}$ est aussi borné. Ainsi, à partir de (5.55) et (5.59), il en résulte que $\|\hat{v}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} \hat{v}_{i,j}^2 \right)} \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ et

$\|e_y\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} e_{y_{i,j}}^2 \right)} \leq \sqrt{2\lambda/\mu}$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Donc, en employant (4.75), il est facile de déduire que $\|S\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\sum_{j=1}^{n_i} S_{i,j}^2 \right)} \leq \|\hat{v}\| + \|z\| + \|e_y\| \leq \lambda_0/\mu_0 + 2\sqrt{2\lambda/\mu}$ quand $t \rightarrow \infty$. De plus en plus, en augmentant la valeur de (μ_0, μ) et en diminuant la valeur de (λ_0, λ) , la borne ultime $\lambda_0/\mu_0 + 2\sqrt{2\lambda/\mu}$ peut être rendue aussi petite que possible, et par conséquent, les erreurs de poursuite $S_{i,j}, j = 1, \dots, n_i$ peuvent être rendues arbitrairement proches de zéro. Ceci termine la démonstration. \square

Comme résultat du Théorème 5.1, on peut obtenir le corollaire suivant

Corollaire 5.1. *Considérons le système défaillant (3.10), les lois de commande FTC (5.52)-(5.54), les estimateurs adaptatifs (5.3)-(5.4), (5.9)-(5.10) et (5.15)-(5.16), avec les signaux de compensation définis dans (5.42), (5.47) et (5.50). Supposons que les hypothèses 2.1 et 4.1 sont satisfaites, et que le défaut de capteur $f_{s_{i,1}}$ et les incertitudes $\Delta_{i,j}, j = 2, \dots, n_i$ sont lentement variables. Donc, les signaux d'erreurs $(\hat{v}_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ sont globalement exponentiellement stables et les erreurs de poursuite $S_{i,j}, j = 1, \dots, n_i$ convergent exponentiellement vers l'ensemble résiduel Ω_{s_2} défini dans (4.76).*

Preuve. En utilisant le fait que $\dot{f}_{s_{i,1}} \approx 0$ et $\dot{\Delta}_{i,j} \approx 0, j = 2, \dots, n_i$, (5.59) devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i1,j} \hat{v}_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{i2,j} e_{y_{i,j}}^2 + \mu'_{i3,1} \tilde{f}_{s_{i,1}}^2 + \sum_{j=2}^{n_i} \mu'_{i3,j} \tilde{\Delta}_{i,j}^2 \right\} \leq -\mu' V \quad (5.60)$$

où $\mu'_{i3,j} = 2\sigma_{i,j} > 0$ et $\mu' = \min_{i=1, \dots, q} (\mu_{i1,1}, \dots, \mu_{i1,n_i}, \mu_{i2,1}, \dots, \mu_{i2,n_i}, \mu'_{i3,1}\gamma_{i,1}, \dots, \mu'_{i3,n_i}\gamma_{i,n_i}) > 0$.

En employant (5.60), on peut facilement conclure que les signaux d'erreurs $(\hat{v}_{i,j}, e_{y_{i,j}}, \tilde{f}_{s_{i,1}}, \tilde{\Delta}_{i,j})$ convergent exponentiellement vers zéro. Ainsi, tant que $\|\hat{v}\| \rightarrow 0$ et $\|e_y\| \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Donc, à partir de (4.75), il est facile de voir que $\|S\| \leq \|\hat{v}\| + \|z\| + \|e_y\| \leq \lambda_0/\mu_0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. Ceci termine la démonstration. \square

Le diagramme bloc qui correspond à l'approche FTC adaptative indirecte via la CFB est donné dans la Figure 5.2.

Remarque 5.4. L'objectif derrière le choix des gains de correction des estimateurs adaptatifs (5.3)-(5.4), (5.9)-(5.10) et (5.15)-(5.16) de la forme $(k_{i,j} + \ell_{i,j})$ avec $\ell_{i,j} > 0, j = 1, \dots, n_i$ est d'un coté, de simplifier l'analyse, tout en relaxant le choix des paramètres de design et de l'autre coté, de garantir une dynamique des erreurs de prédiction plus rapide par rapport à celle des erreurs de poursuite. En effet, plus la valeur du paramètre positif $\ell_{i,j}$ devient plus grande, plus l'estimateur devient plus rapide. Ce qui conduit à une estimation plus performante.

Remarque 5.5. Bien que les lois d'estimation indirectes sont plus simples par rapport aux lois d'estimation composites. Cependant, l'analyse de la stabilité correspondante est un peu compliquée et le choix des paramètres de conception est plus restreint par rapport à ceux du chapitre précédent.

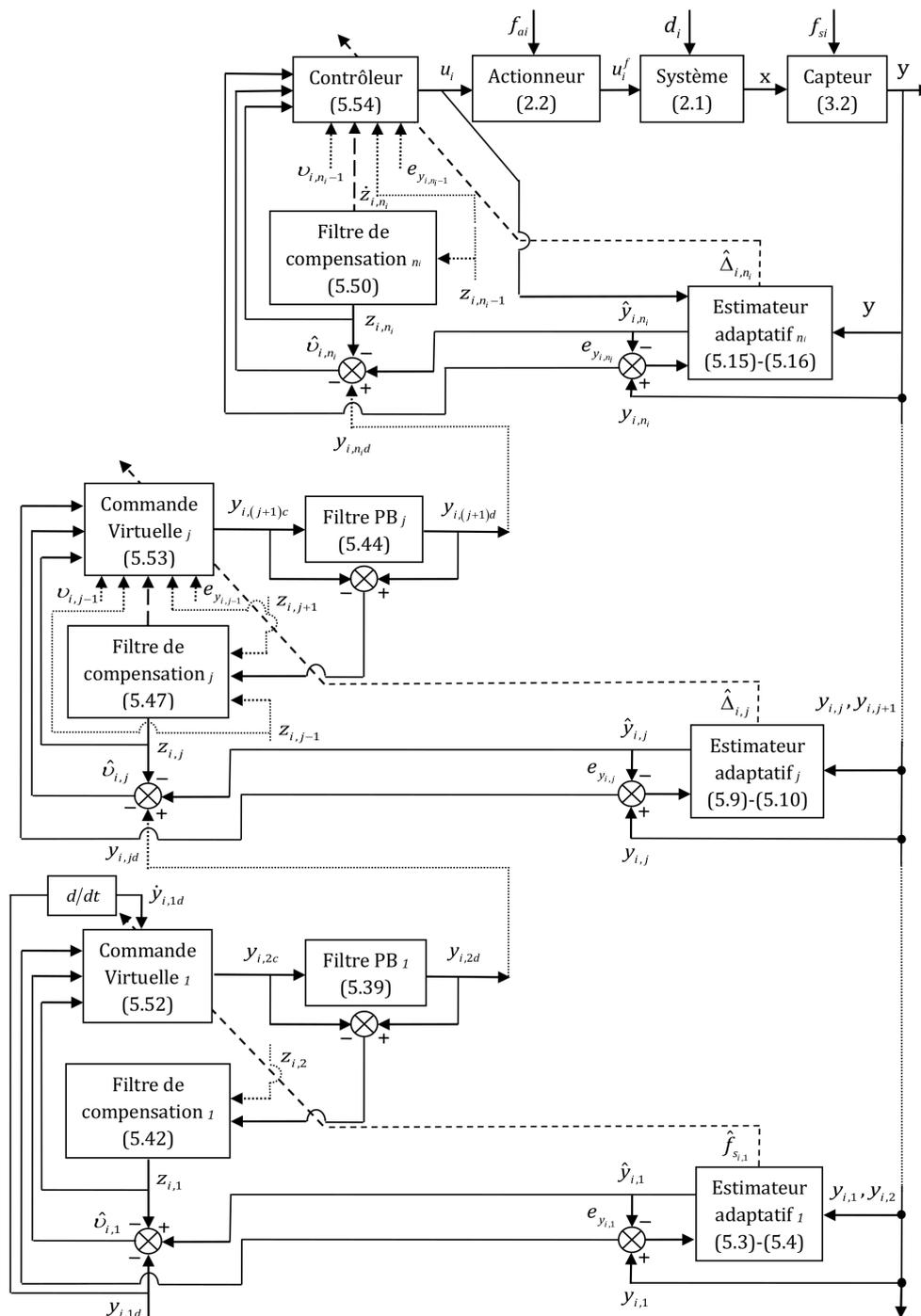


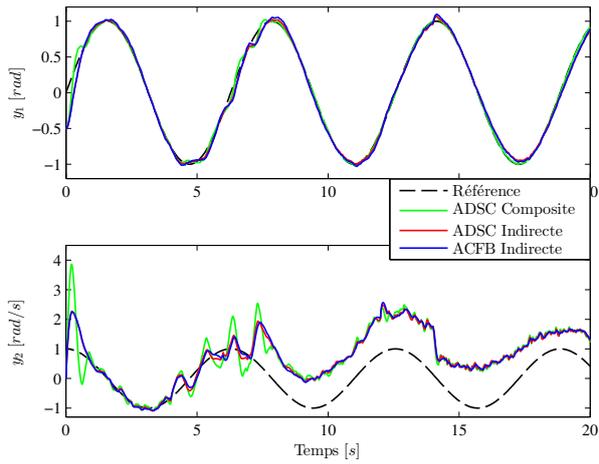
Figure 5.2: Schéma synoptique de la méthode FTC adaptative indirecte via la CFB.

5.4 Exemples d'application

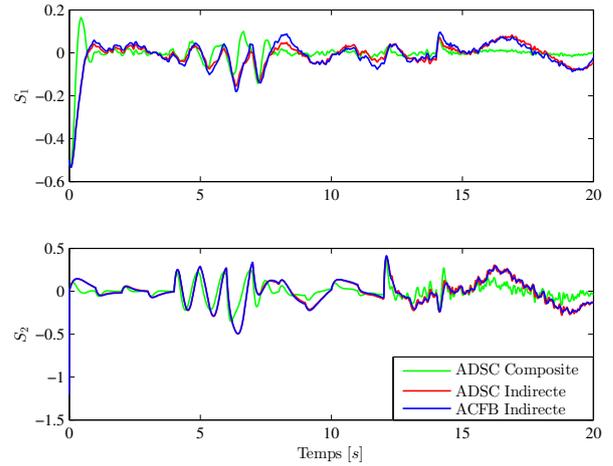
Dans cette partie, les paramètres et les conditions de simulation sont les mêmes, que celles du chapitre précédent, pour les deux exemples d'application.

5.4.1 Pendule inversé

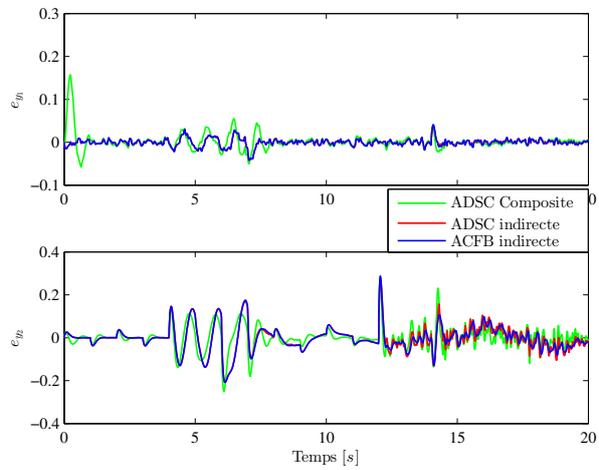
Les résultats obtenus sont illustrés dans la Figure 5.3.



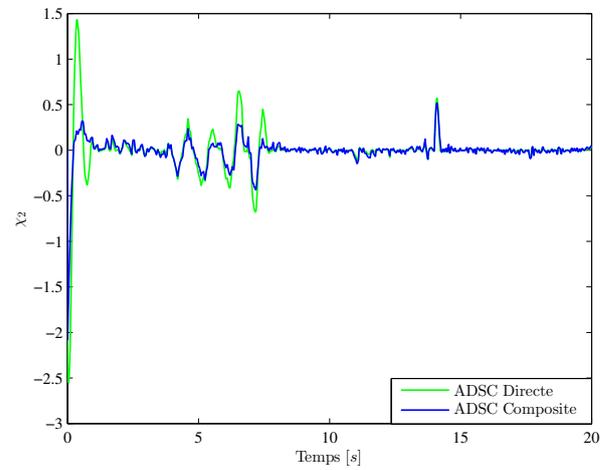
(a) Poursuite de trajectoire



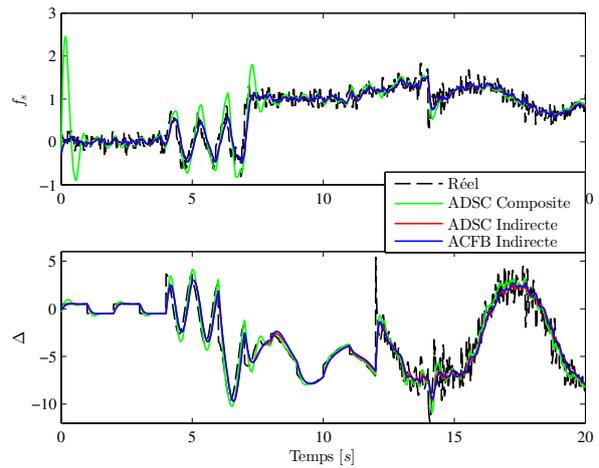
(b) Erreurs de poursuite



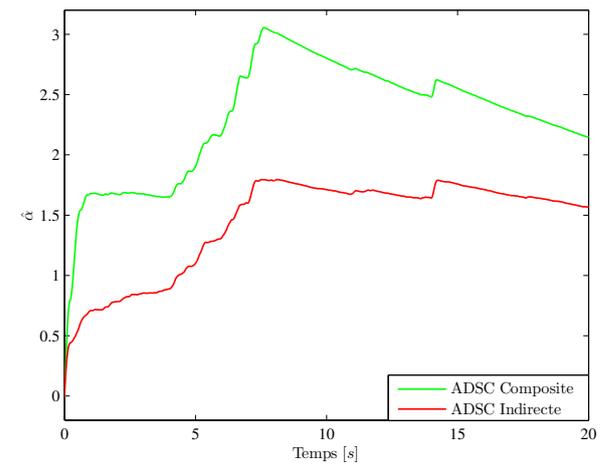
(c) Erreurs de prédiction



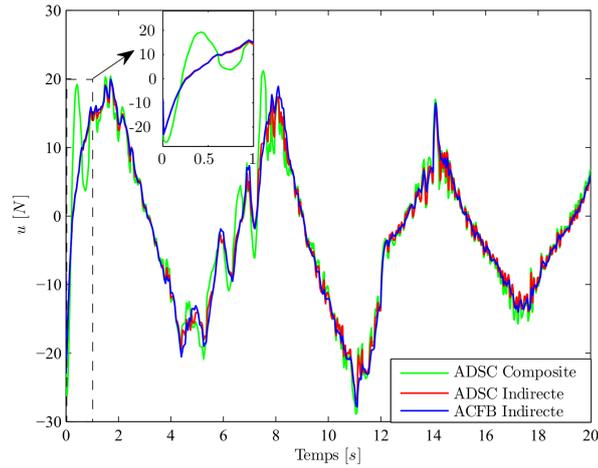
(d) Erreur de filtre



(e) Défaut de capteur et incertitude



(f) Estimation de la borne supérieure α^*

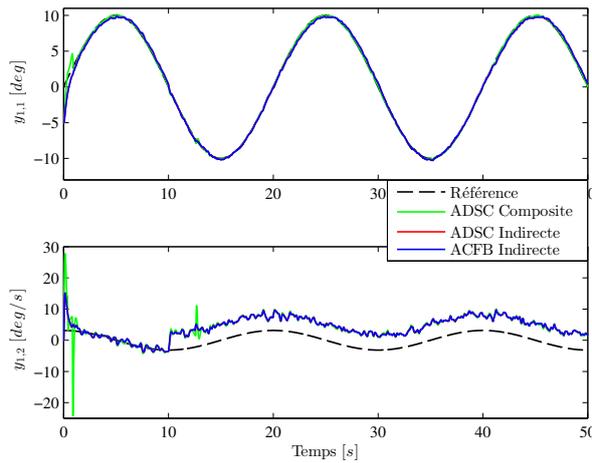


(g) Force appliquée

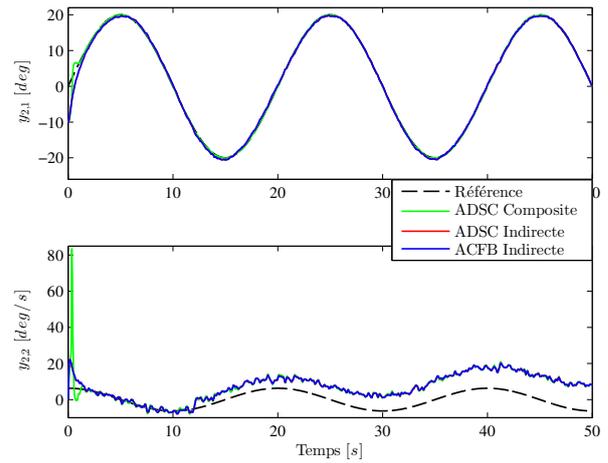
Figure 5.3: Évolution du pendule inversé en présence des défauts d'actionneur et de capteur

5.4.2 Quadrirotor

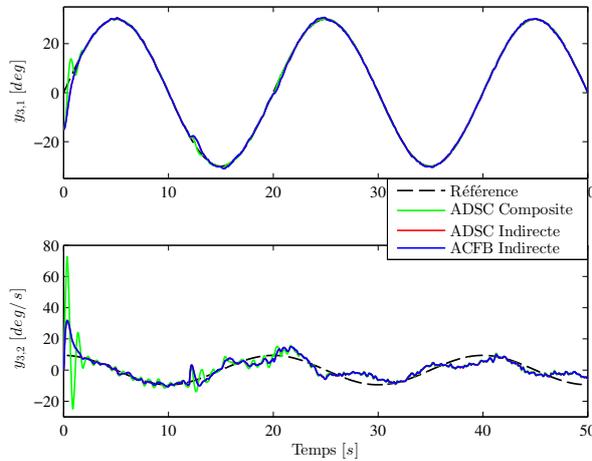
Les résultats correspondants sont montrés dans la Figure 5.4.



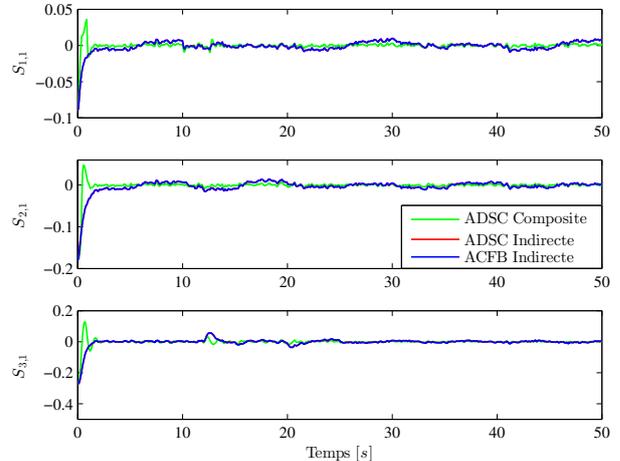
(a) Poursuite de la trajectoire de roulis

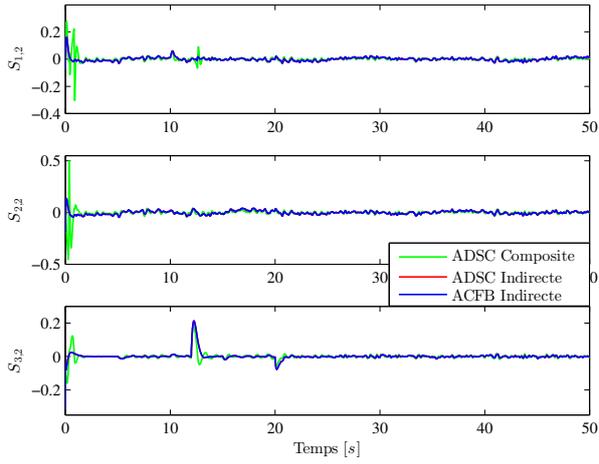


(b) Poursuite de la trajectoire de tangage

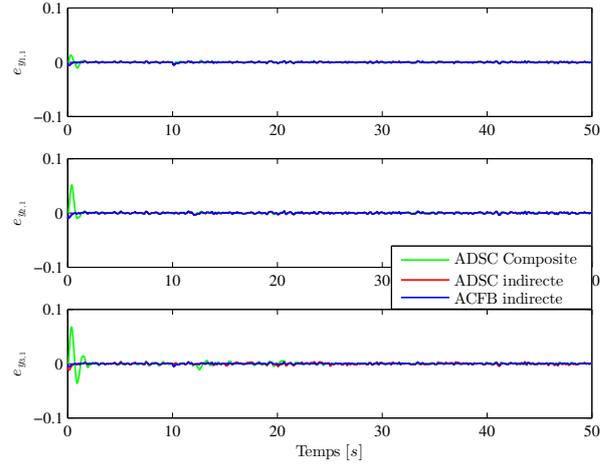


(c) Poursuite de la trajectoire de lacet

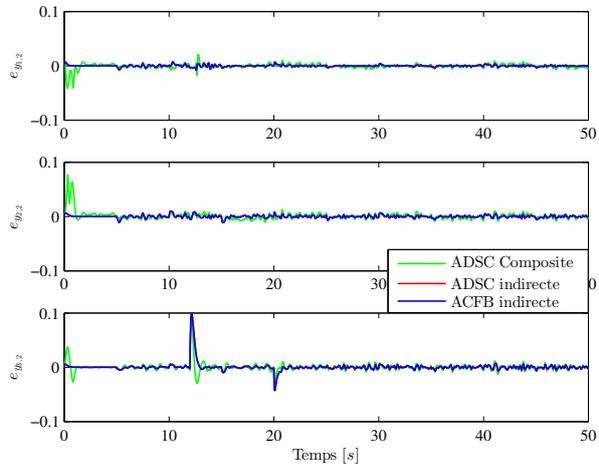

 (d) Erreurs de poursuite $S_{i,1}$, $i = 1, 2, 3$



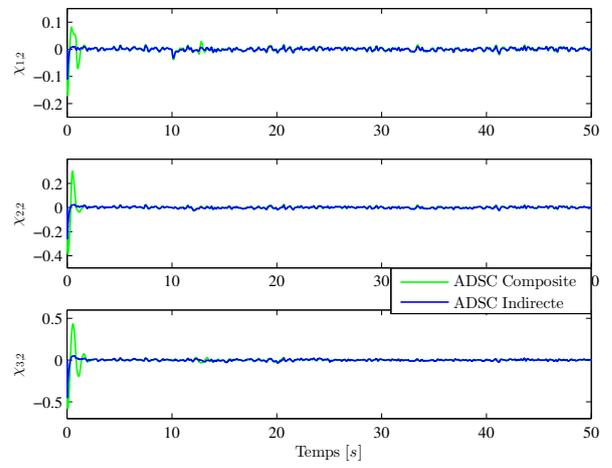
(e) Erreurs de poursuite $S_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



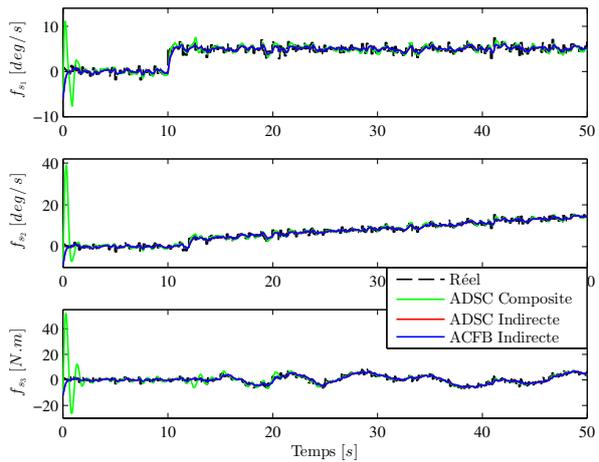
(f) Erreurs de prédiction $e_{y_{i,1}}$, $i = 1, 2, 3$



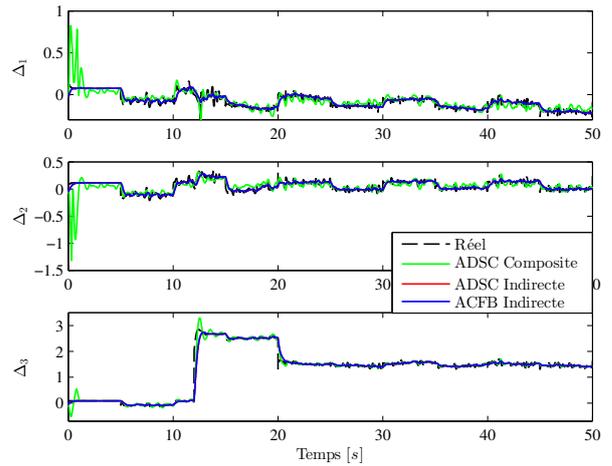
(g) Erreurs de prédiction $e_{y_{i,2}}$, $i = 1, 2, 3$



(h) Erreurs des filtres $\chi_{i,2}$, $i = 1, 2, 3$



(i) Défauts de capteurs



(j) Incertitudes

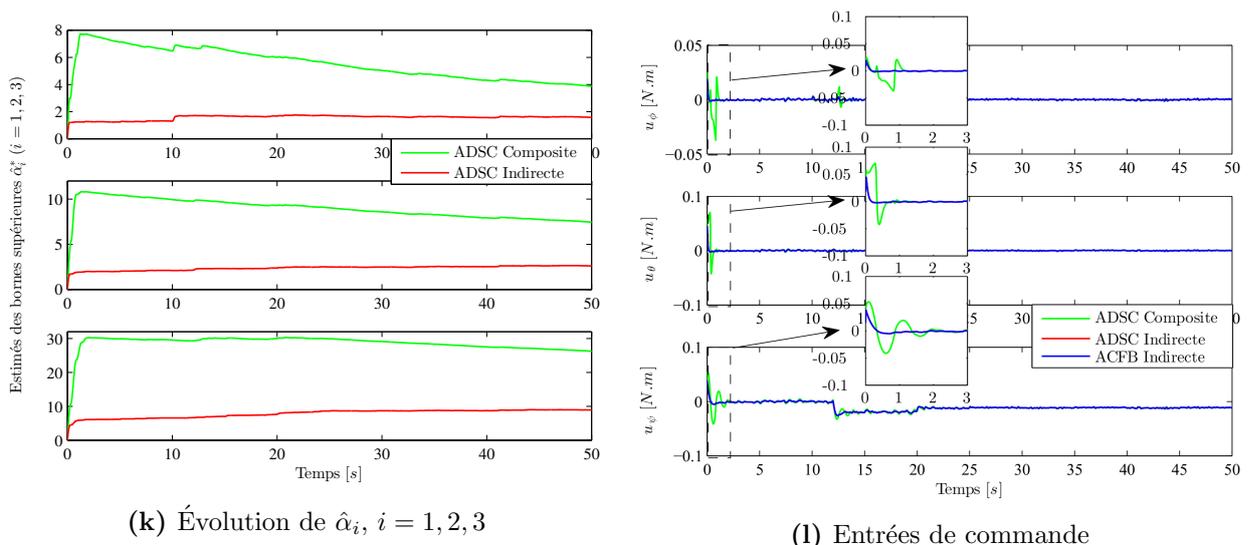


Figure 5.4: Évolution du Quadrirotor en présence des défauts d'actionneurs et de capteurs

Pour les deux exemples d'application (voir Figures 5.3 et 5.4), il est bien clair que :

- Pour une initialisation à zéro des erreurs de prédiction (i.e. $e_{y_{i,j}}(0) = 0, j = 1, 2$), les stratégies FTC adaptatives indirectes proposées (ADSC indirecte et ACFB indirecte), fournissent des résultats plus performants, avec des régimes transitoires plus lisses, notamment pour l'approche FTC adaptative indirecte via la CFB.
- En se basant sur la technique DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, et contrairement aux approches FTC adaptatives proposées précédemment (ADSC directe et ADSC composite), l'estimation de la borne supérieure de $\dot{y}_{i,2c}$ (i.e. $\alpha_{i,2}^*$), qui correspond à l'approche FTC adaptative indirecte (ADSC indirecte), est insensible aux valeurs des gains d'adaptation $\gamma_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}, j = 1, 2$.

On remarque également que, pour des différents gains d'adaptation, les résultats qui correspondent à l'approche ADSC directe du chapitre 3 (voir Figure 3.3), sont presque les mêmes par rapport à ceux de l'approche ADSC indirecte.

5.5 Conclusion

La conception de deux méthodes de commande adaptatives indirectes tolérantes aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains, en employant respectivement l'approche DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs et la technique CFB, a fait l'objet de ce chapitre. En traitant le même problème FTC considéré dans les chapitres 3 et 4, des schémas d'estimation et de compensation en ligne plus performants ont été construits, à travers des estimateurs adaptatifs. En effet, pour une initialisation quelconque des états du système, et contrairement aux schémas d'estimation adaptatifs *directes* et *composites* déjà proposés, un choix approprié des états initiaux et des gains de correction de ces estimateurs adaptatifs, permet d'avoir une dynamique des erreurs de prédiction plus rapide par rapport à celle du système de commande, avec une estimation plus lisse et un régime transitoire sans oscillation, même en utilisant des grands gains d'adaptation. Dans les deux approches de commande proposées, la stabilité pratique du système en boucle

fermée a été rigoureusement prouvée, en utilisant une approche de Lyapunov. Par rapport aux algorithmes FTC adaptatifs composites, bien que les techniques indirectes sont plus performantes et les lois d'estimation correspondantes sont plus simples. Cependant, ces approches de commande se résultent par une analyse de stabilité un peu compliquée, avec plus de contraintes sur le choix des paramètres de conception. En simulation, la supériorité de performances des approches FTC adaptatives indirectes a été clairement montrée, pour les deux exemples d'application (le pendule inversé et le quadrirotor), notamment pour des grands gains d'adaptation.

Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans cette thèse se situe dans le contexte de la commande tolérante aux défauts (FTC) pour une classe des systèmes non linéaires multivariables incertains. Prenons en considération les défauts d'actionneurs, les défauts de capteurs, les erreurs de modélisation et les perturbations externes, l'étape primordiale avant la conception d'un système FTC consiste à disposer le modèle défaillant correspondant, qui représente la classe des systèmes à commander. Afin de pouvoir développer des stratégies de commande tolérantes aux défauts simples et efficaces, qui sont capables d'assurer la stabilité, ainsi que les performances du système bouclé en présence de tous ces dysfonctionnements, les techniques de commande par backstepping, par surface dynamique (DSC) et par backstepping filtré (CFB) ont été adoptés, en employant les concepts de la commande adaptative.

Après avoir donné une formulation du problème en présence des perturbations externes, des incertitudes de modélisation et des défauts d'actionneurs (biais et perte d'efficacité), nous avons présenté deux approches de commande robustes tolérantes aux défauts, la première est conçue via le backstepping en utilisant des termes robustes de type mode glissant. Cependant, le problème d'explosion de complexité, qui résulte des dérivations successives des commandes virtuelles à chaque étape de design, est apparaît. Pour résoudre ce problème, tout en conservant la stabilité exponentielle du système en boucle fermée, une deuxième approche FTC robuste est synthétisée via la DSC, où des filtres par mode glissant ont été utilisés à chaque étape de conception.

La considération de quatre types des défauts de capteurs (biais, dérive, perte de précision et perte d'efficacité) en plus, nous a conduit à une nouvelle formulation plus générale. Pour laquelle, plusieurs algorithmes FTC adaptatifs ont été développés.

À l'aide des schémas d'estimation adaptatifs robustes liés aux erreurs de poursuite (i.e. au système de commande), deux stratégies de commande adaptatives directes tolérantes aux défauts ont été synthétisées. En premier temps, la technique de commande par backstepping adaptatif avec fonctions de réglage est employée, afin de concevoir un système FTC, qui permet de garantir la stabilité et les performances du système bouclé en présence des perturbation externes, des erreurs de modélisation, des défauts d'actionneurs et de capteurs. Malheureusement, cette approche résulte par des lois de commande et des schémas d'estimation un peu compliquées, avec des contraintes sur le choix des paramètres de conception. En intégrant des filtres non linéaires adaptatifs dans la méthode DSC, un nouvel algorithme FTC adaptatif est développé ensuite, avec une plus simple

structure et moins de contraintes sur le choix des paramètres de design.

Afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée, deux stratégies FTC adaptatives composites ont été synthétisées par la suite. La première approche est conçue via la DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs, en utilisant des schémas d'estimation qui combinent des erreurs de poursuite avec des erreurs de prédiction fournies à travers des estimateurs. La deuxième approche est développée via la technique CFB, sans la dérivation des commandes virtuelles, où des erreurs de poursuite compensées sont employées avec des erreurs de prédiction, afin de synthétiser les schémas d'estimation correspondants.

La conception des nouveaux blocs d'estimation à l'aide des estimateurs adaptatifs, indépendamment du système de commande, nous a permis de développer deux approches de commande adaptatives indirectes tolérantes aux défauts, plus performantes et moins sensibles aux grands gains d'adaptation, la première est conçue en utilisant la technique DSC avec des filtres non linéaires adaptatifs. Tandis que la deuxième exploite les concepts de l'approche CFB.

Les performances de toutes les stratégies de commande FTC proposées dans ce manuscrit ont été examinées à travers deux exemples d'application (un pendule inversé et un quadricoptère), sous des différentes conditions de simulation (i.e. perturbations externes, erreurs de modélisation, défauts d'actionneurs, défauts de capteurs et bruits de mesure).

A l'issue de l'étude comparative, la supériorité des approches FTC adaptatives a été clairement illustrée par rapport à celles robustes en cas de présence des défauts de capteurs. Ainsi, il a été montré que les techniques FTC adaptatives indirectes sont les plus performantes en terme d'estimation, de régime transitoire et d'insensibilité aux grands gains d'adaptation. De plus, on constate que les résultats correspondants à la technique CFB sont les moins sensibles aux bruits de mesure.

Les développements effectués et les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse offrent des perspectives intéressantes, qui méritent d'être soulignées, à savoir :

- Le travail présenté dans ce mémoire est réalisé en considérant une classe particulière des systèmes non linéaires triangulaires (strict-feedback systems) avec $f_{i,j}(x_i) = 1$ et $g_{i,j}(x_i) = 0$, $i = 1, 2, \dots, q$ et $j = 1, 2, \dots, n_i - 1$, où $x_i = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n_1}, \dots, x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n_i}]^T$. Il s'agit alors de faire une extension de tous les algorithmes FTC adaptatifs proposés pour une classe des systèmes non linéaires plus étendue, prenons en considération ces dynamiques.
- En traitant les défauts de capteurs, toutes les méthodes FTC adaptatives présentées dans ce rapport de thèse sont développées en utilisant le fait que, la première sortie $y_{i,1}$ est libre des défauts, tandis que les autres mesures (i.e. $y_{i,j}$, $j = 2, \dots, n_i$) sont défaillantes. Il serait également très intéressant d'approfondir l'étude et de proposer une solution dans le cas où le vecteur de mesure devient complètement infecté par des défauts de capteurs.
- Bien que les schémas d'estimations adaptatifs proposés dans cette thèse peuvent assurer la stabilité du système bouclé après l'occurrence des perturbations externes, des erreurs de modélisation, des défauts d'actionneurs et de capteurs. Cependant, leurs performances se dégradent un peu en présence des bruits de mesure, et en utilisant des grands gains d'adaptation. Il serait donc très évident d'effectuer quelques modifications dans ces schémas adaptatifs, afin d'obtenir une estimation lisse, rapide et sans oscillation, même en présence des bruits

hautes fréquences, tout en maintenant la stabilité asymptotique du système en boucle fermée dans certains cas de défauts (e.g. lorsque les défauts de capteurs et les incertitudes du système sont considérés lentement variables).

- Les approches FTC adaptatives proposées dans les chapitres 3, 4, et 5 sont conçues d’une façon que les défauts d’actionneurs et de capteurs sont dérivables et leurs dérivées sont supposées bornées (voir Hypothèse 3.1). Dans le cas général, ces considérations sont un peu sévères, car il existe d’autres types des défauts, qui sont de nature discontinue et qui présentent une évolution *on-off* (e.g. défauts intermittents, voir Figure 1.5). La relaxation de cette hypothèse peut donner au système de commande un sens plus réaliste, en permettant de couvrir la plupart des défauts qui existent dans la pratique.
- Contrairement aux filtres passe-bas classiques, l’incorporation des filtres non linéaires adaptatifs dans la technique DSC peut aider à compenser l’effet des défauts de capteurs, et permet même d’obtenir une stabilité asymptotique de la boucle fermée, notamment pour des filtres par mode glissant adaptatifs. Cependant, les filtres proposés sont un peu difficiles à implémenter. Pour répondre à cette problématique, il serait préférable de proposer d’autres types de filtres plus réalisables, et qui sont capables d’assurer les mêmes performances de commande.
- En employant la simplicité et l’efficacité des approches FTC robustes présentées dans le chapitre 2 vis-à-vis des incertitudes et des défauts d’actionneurs, et dans l’objectif d’optimiser, à la fois, l’énergie, le coût et les performances du système de commande, il serait très intéressant de concevoir des schémas de supervision qui permettent d’effectuer, selon la nature de défaut (i.e. défaut actionneur et/ou capteur), une commutation entre les lois de commande FTC robustes et celles adaptatives, tout en assurant la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la convergences des erreurs de poursuite vers zéro (ou vers un voisinage autour de zéro), pour n’importe quelle situation de défaut.

Bibliographie

- [1] H. ALWI, *Fault tolerant sliding mode control schemes with aerospace applications*. Thèse doctorat, University of Leicester, 2008.
- [2] C.-S. LIU et B. JIANG, « H_2 fault tolerant controller design for a class of nonlinear systems with a spacecraft control application », *Acta Automatica Sinica*, vol. 39, no. 2, p. 188–196, 2013.
- [3] P. MHASKAR, J. LIU et P. CHRISTOFIDES, *Fault-Tolerant Process Control : Methods and Applications*. Springer-Verlag London, 2012.
- [4] N. HASSAN, T. DIDIER, P. JEAN-CHRISTOPHE et C. ABBAS, *Fault-Tolerant Control Systems : Design and Practical Applications*. Advances in Industrial Control, Springer-Verlag London, 2009.
- [5] M. BLANKE, M. KINNAERT, J. LUNZE et M. STAROSWIECKI, *Diagnosis and Fault-tolerant Control*. Springer Verlag, 1st éd., 2003.
- [6] R. ISERMANN et P. BALLÉ, « Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes », *Control Engineering Practice*, vol. 5, no. 5, p. 709 – 719, 1997.
- [7] M. T. HAMAYUN, C. EDWARDS et H. ALWI, *Fault Tolerant Control Schemes Using Integral Sliding Modes*, vol. 61. Springer, 2016.
- [8] H. ALWI, C. EDWARDS et C. P. TAN, *Fault detection and fault-tolerant control using sliding modes*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [9] C. EDWARDS, T. LOMBAERTS et H. SMAILI, *Fault tolerant flight control - A Benchmark Challenge*, vol. 399. Springer, 2010.
- [10] J. D. BOŠKOVIĆ et R. K. MEHRA, *Failure detection, identification and reconfiguration in flight control*, p. 127–167. Springer, 2003.
- [11] J. D. BOŠKOVIĆ et R. K. MEHRA, « Stable adaptive multiple model-based control design for accommodation of sensor failures », *in Proceedings of the American Control Conference (ACC)*, p. 2046–2051, 2002.

- [12] M. A. DEMETRIOU et M. M. POLYCARPOU, « Incipient fault diagnosis of dynamical systems using online approximators », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 11, p. 1612–1617, 1998.
- [13] M. M. POLYCARPOU et A. B. TRUNOV, « Learning approach to nonlinear fault diagnosis : detectability analysis », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 4, p. 806–812, 2000.
- [14] A. B. TRUNOV et M. M. POLYCARPOU, « Automated fault diagnosis in nonlinear multi-variable systems using a learning methodology », *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 11, no. 1, p. 91–101, 2000.
- [15] X. ZHANG, M. M. POLYCARPOU et T. PARISINI, « A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 4, p. 576–593, 2002.
- [16] M. M. MAHMOUD, J. JIANG et Y. ZHANG, *Active Fault Tolerant Control Systems : Stochastic Analysis and Synthesis*. Springer-Verlag New York, Inc., 2003.
- [17] R. F. STENGEL, « Intelligent failure-tolerant control », *IEEE Control Systems*, vol. 11, no. 4, p. 14–23, 1991.
- [18] R. J. PATTON, « Fault-tolerant control systems : The 1997 situation », in *IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS)*, p. 1033–1054, 1997.
- [19] J. JIANG, « Fault-tolerant control systems—an introductory overview », *Acta Automatica Sinica*, vol. 31, no. 1, p. 161–174, 2005.
- [20] J. ACKERMANN, « Robustness against sensor failures », *Automatica*, vol. 20, no. 2, p. 211 – 215, 1984.
- [21] R. J. VEILLETTE, J. B. MEDANIC et W. R. PERKINS, « Design of reliable control systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 3, p. 290–304, 1992.
- [22] R. J. VEILLETTE, « Reliable linear-quadratic state-feedback control », *Automatica*, vol. 31, no. 1, p. 137–143, 1995.
- [23] Q. ZHAO et J. JIANG, « Reliable state feedback control system design against actuator failures », *Automatica*, vol. 34, no. 10, p. 1267 – 1272, 1998.
- [24] G.-H. YANG, J. L. WANG et Y. C. SOH, « Reliable LQG control with sensor failures », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 147, no. 4, p. 433–439, 2000.
- [25] Y.-W. LIANG, D.-C. LIAW et T.-C. LEE, « Reliable control of nonlinear systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 4, p. 706–710, 2000.
- [26] J. C. DOYLE, K. GLOVER, P. P. KHARGONEKAR et B. A. FRANCIS, « State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, p. 831–847, 1989.
- [27] G.-H. YANG, J. L. WANG et Y. C. SOH, « Reliable H_∞ controller design for linear systems », *Automatica*, vol. 37, no. 5, p. 717–725, 2001.

- [28] H. WANG, B. ZHOU, C. C. LIM, R. LU et A. XUE, « H_∞ fault-tolerant control of networked control systems with actuator failures », *IET Control Theory Applications*, vol. 8, no. 12, p. 1127–1136, 2014.
- [29] Y. WANG, G. ZHUANG, S. ZHANG et Z. SHAN, « Reliable H_∞ control for a class of nonlinear networked control systems with random delays », *Asian Journal of Control*, vol. 17, no. 5, p. 1821–1830, 2015.
- [30] F. LIAO, J. L. WANG et G.-H. YANG, « Reliable robust flight tracking control : an LMI approach », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 1, p. 76–89, 2002.
- [31] J. CHEN, R. J. PATTON et Z. CHEN, « An LMI approach to fault-tolerant control of uncertain systems », in *Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC) held jointly with IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA) Intell*, p. 175–180, 1998.
- [32] J.-S. YEE, G.-H. YANG et J. L. WANG, « Reliable output-feedback controller design for discrete-time linear systems : an iterative LMI approach », in *Proceedings of the 2001 American Control Conference (ACC)*, p. 1035–1040, 2001.
- [33] J. LIU, J. L. WANG et G.-H. YANG, « Reliable guaranteed variance filtering against sensor failures », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 5, p. 1403–1411, 2003.
- [34] D. ZHANG, H. SU, J. CHU et Z. WANG, « Satisfactory reliable H_∞ guaranteed cost control with d-stability and control input constraints », *IET Control Theory and Applications*, vol. 2, no. 8, p. 643–653, 2008.
- [35] X.-Z. JIN, G.-H. YANG et D. YE, « Insensitive reliable H_∞ filtering against sensor failures », *Information Sciences*, vol. 224, p. 188–199, 2013.
- [36] H.-N. WU et H.-Y. ZHANG, « Reliable mixed L_2/H_∞ fuzzy static output feedback control for nonlinear systems with sensor faults », *Automatica*, vol. 41, no. 11, p. 1925–1932, 2005.
- [37] J. DONG et G. H. YANG, « Reliable state feedback control of T-S fuzzy systems with sensor faults », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 23, no. 2, p. 421–433, 2015.
- [38] Y. GAO, H. LI, M. CHADLI et H.-K. LAM, « Static output-feedback control for interval type-2 discrete-time fuzzy systems », *Complexity*, vol. 21, no. 3, 2016.
- [39] Z.-Q. GAO et P. J. ANTSAKLIS, « Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems », *International Journal of Control*, vol. 53, no. 3, p. 717–729, 1991.
- [40] M. STAROSWIECKI, « Fault tolerant control : The pseudo-inverse method revisited », *{IFAC} Proceedings Volumes*, vol. 38, no. 1, p. 418 – 423, 2005. 16th {IFAC} World Congress.
- [41] B. CIUBOTARU, M. STAROSWIECKI et C. CHRISTOPHE, « Fault tolerant control of the boeing 747 short-period mode using the admissible model matching technique », *{IFAC} Proceedings Volumes*, vol. 39, no. 13, p. 819 – 824, 2006. 6th {IFAC} Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes.
- [42] B. D. CIUBOTARU et M. STAROSWIECKI, « Extension of modified pseudo-inverse method with generalized linear quadratic stabilization », in *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, p. 6222–6224, 2010.

- [43] B. D. CIUBOTARU, M. STAROSWIECKI et N. D. CHRISTOV, « Modified pseudo-inverse method with generalized linear quadratic regulator for fault tolerant model matching with prescribed stability degree », in *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, p. 1583–1588, 2011.
- [44] J. JIANG, « Design of reconfigurable control systems using eigenstructure assignments », *International Journal of Control*, vol. 59, no. 2, p. 395–410, 1994.
- [45] Y. ZHANG et J. JIANG, « Design of proportional-integral reconfigurable control systems via eigenstructure assignment », in *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC*, vol. 6, p. 3732–3736, 2000.
- [46] Y. M. ZHANG et J. JIANG, « Active fault-tolerant control system against partial actuator failures », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 149, no. 1, p. 95–104, 2002.
- [47] Y. ZHANG et J. JIANG, « Integrated active fault-tolerant control using IMM approach », *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, p. 1221–1235, 2001.
- [48] G.-S. WANG, B. LIANG et G.-R. DUAN, « Reconfiguring second-order dynamic systems via PD feedback eigenstructure assignment : A parametric method », *International Journal of Control Automation and Systems*, vol. 3, no. 1, p. 109–116, 2005.
- [49] A. E. ASHARI, A. K. SEDIGH et M. J. YAZDANPANAHI, « Reconfigurable control system design using eigenstructure assignment : static, dynamic and robust approaches », *International Journal of Control*, vol. 78, no. 13, p. 1005–1016, 2005.
- [50] C. NIETO-WIRE et K. SOBEL, « Delta operator eigenstructure assignment for reconfigurable control of a tailless aircraft », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 37, no. 6, p. 1824–1839, 2014.
- [51] R. H. MIDDLETON et G. C. GOODWIN, *Digital Control and Estimation : A Unified Approach*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1990.
- [52] R. F. STENGEL et C. Y. HUANG, « Restructurable control using proportional-integral implicit model following », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 2, p. 303–309, 1990.
- [53] Z.-Q. GAO et P. J. ANTSAKLIS, « Reconfigurable control system design via perfect model following », *International Journal of Control*, vol. 56, no. 4, p. 783–798, 1992.
- [54] E. M. CIMPOEȘU, B. D. CIUBOTARU et D. POPESCU, « Model following with output feedback for fault tolerant control », in *15th International Conference on System Theory, Control and Computing*, p. 1–6, 2011.
- [55] X. WANG, S. WANG, Z. YANG et C. ZHANG, « Active fault-tolerant control strategy of large civil aircraft under elevator failures », *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 28, no. 6, p. 1658 – 1666, 2015.
- [56] D. D. MOERDER, N. HALYO, J. R. BROUSSARD et A. K. CAGLAYAN, « Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraftflight control system », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 3, p. 325–333, 1989.

- [57] R. van der SLUIS, J. MULDER, S. BENNANI et G. SCHRAM, *Stability analysis of nonlinearly scheduled fault tolerant control system with varying structure*. Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [58] S. GANGULI, A. MARCOS et G. BALAS, « Reconfigurable lpv control design for boeing 747-100/200 longitudinal axis », in *Proceedings of the 2002 American Control Conference (ACC)*, vol. 5, p. 3612–3617, 2002.
- [59] J.-Y. SHIN, N. E. WU et C. BELCASTRO, « Adaptive linear parameter varying control synthesis for actuator failure », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 27, no. 5, p. 787–794, 2004.
- [60] J. Y. SHIN et I. GREGORY, « Robust gain-scheduled fault tolerant control for a transport aircraft », in *2007 IEEE International Conference on Control Applications*, p. 1209–1214, 2007.
- [61] G. FERRERES, G. HARDIER et C. SEREN, « Adaptive control of a civil aircraft through on-line parameter estimation », in *2016 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, p. 798–804, 2016.
- [62] G. HARDIER, G. FERRERES et C. SEREN, « A recursive estimation algorithm to track aircraft model parameters », in *2016 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, p. 790–797, 2016.
- [63] D. J. LEITH et W. E. LEITHEAD, « Survey of gain-scheduling analysis and design », *International Journal of Control*, vol. 73, no. 11, p. 1001–1025, 2000.
- [64] G. J. BALAS, « Linear, parameter-varying control and its application to a turbofan engine », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 12, no. 9, p. 763–796, 2002.
- [65] P. GASPAR, I. SZASZI et J. BOKOR, « Reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles », *Control Engineering Practice*, vol. 13, no. 6, p. 699–711, 2005.
- [66] P. GASPAR et J. BOKOR, « A fault-tolerant rollover prevention system based on an LPV method », *International Journal of Vehicle Design*, vol. 42, no. 3-4, p. 392–412, 2006.
- [67] Z. WENG, R. J. PATTON et P. CUI, « Active fault-tolerant control of a double inverted pendulum », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 221, no. 6, p. 895–904, 2007.
- [68] C. PING, W. ZHENGXIN et P. RON, « Novel active fault-tolerant control scheme and its application to a double inverted pendulum system », *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 19, no. 1, p. 134–140, 2008.
- [69] A. ABDULLAH et M. ZRIBI, « Sensor-fault-tolerant control for a class of linear parameter varying systems with practical examples », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 11, p. 5239–5251, 2013.
- [70] S. Montes de OCA, S. TORNIL-SIN, V. PUIG et D. THEILLIOL, « Fault-tolerant control design using the linear parameter varying approach », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, no. 14, p. 1969–1988, 2014.

- [71] M. M. SERON et J. A. DE DONÁ, « Robust fault estimation and compensation for LPV systems under actuator and sensor faults », *Automatica*, vol. 52, p. 294–301, 2015.
- [72] D. ROTONDO, F. NEJJARI et V. PUIG, « A virtual actuator and sensor approach for fault tolerant control of LPV systems », *Journal of Process Control*, vol. 24, no. 3, p. 203–222, 2014.
- [73] S. M. TABATABAEIPOUR, J. STOUSTRUP et T. BAK, « Fault-tolerant control of discrete-time LVP systems using virtual actuators and sensors », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, no. 5, p. 707–734, 2015.
- [74] D. ROTONDO, J.-C. PONSART, D. THEILLIOL, F. NEJJARI et V. PUIG, « A virtual actuator approach for the fault tolerant control of unstable linear systems subject to actuator saturation and fault isolation delay », *Annual Reviews in Control*, vol. 39, p. 68–80, 2015.
- [75] P. S. MAYBECK et R. D. STEVENS, « Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control methods », *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 27, no. 3, p. 470–480, 1991.
- [76] M. R. NAPOLITANO et R. L. SWAIM, « New technique for aircraft flight control reconfiguration », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 1, p. 184–190, 1991.
- [77] P. S. MAYBECK, « Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failures in aircraft flight control systems », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 9, no. 14, p. 1051–1070, 1999.
- [78] J. D. BOŠKOVIC et R. K. MEHRA, « Intelligent adaptive control of a tailless advanced fighter aircraft under wing damage », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 5, p. 876–884, 2000.
- [79] J. D. BOŠKOVIC et R. K. MEHRA, « Multiple-model adaptive flight control scheme for accommodation of actuator failures », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, no. 4, p. 712–724, 2002.
- [80] G. G. YEN et L.-W. HO, « Online multiple-model-based fault diagnosis and accommodation », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 50, no. 2, p. 296–312, 2003.
- [81] « Multiple model-based adaptive reconfiguration control for actuator fault », *Acta Automatica Sinica*, vol. 35, no. 11, p. 1452 – 1458, 2009.
- [82] S.-J. ZHANG, X.-W. QIU, B. JIANG et C.-S. LIU, « Adaptive actuator failure compensation control based on MMST grouping for a class of MIMO nonlinear systems with guaranteed transient performance », *International Journal of Control*, vol. 88, no. 3, p. 593–601, 2015.
- [83] M. PACTER, P. R. CHANDLER et M. MEARS, « Reconfigurable tracking control with saturation », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 5, p. 1016–1022, 1995.
- [84] J. M. MACIEJOWSKI, « Modelling and predictive control : Enabling technologies for reconfiguration », *Annual Reviews in Control*, vol. 23, p. 13–23, 1999.
- [85] M. M. KALE et A. J. CHIPPERFIELD, « Stabilized MPC formulations for robust reconfigurable flight control », *Control Engineering Practice*, vol. 13, no. 6, p. 771–788, 2005.
- [86] F. XU, S. OLARU, V. PUIG, C. OCAMPO-MARTINEZ et S.-I. NICULESCU, « Sensor-fault tolerance using robust MPC with set-based state estimation and active fault isolation », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016.

- [87] F. XU, V. PUIG, C. OCAMPO-MARTINEZ et X. WANG, « Set-valued observer-based active fault-tolerant model predictive control », *Optimal Control Applications and Methods*, 2016.
- [88] R. F. ESCOBAR-JIMENEZ, D. A. CARBOT-ROJAS, J. F. GÓMEZ-AGUILAR, V. M. ALVARADO-MARTÍNEZ, A. C. TÉLLEZ-ANGUIANO et J. A. HERNANDEZ-PEREZ, « Actuator fault tolerant control based on a MIMO-MPC : Application in a double-pipe heat exchanger », *Chemical Engineering Communications*, vol. 204, no. 1, p. 86–96, 2017.
- [89] C. A. JACOBSON et C. N. NETT, « An integrated approach to controls and diagnostics using the four parameter controller », *IEEE Control Systems*, vol. 11, no. 6, p. 22–29, 1991.
- [90] J. STOUSTRUP, M. GRIMBLE et H. NIEMANN, « Design of integrated systems for the control and detection of actuator/sensor faults », *Sensor Review*, vol. 17, no. 2, p. 138–149, 1997.
- [91] J. L. MUSGRAVE, T.-H. GUO, E. WONG et A. DUYAR, « Real-time accommodation of actuator faults on a reusable rocket engine », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 1, p. 100–109, 1997.
- [92] P. BALLE, M. FISCHER, D. FUSSEL, O. NELLES et R. ISERMANN, « Integrated control, diagnosis and reconfiguration of a heat exchanger », *IEEE Control Systems*, vol. 18, no. 3, p. 52–63, 1998.
- [93] M. R. KATEBI et M. J. GRIMBLE, « Integrated control, guidance and diagnosis for reconfigurable autonomous underwater vehicle control », *International Journal of Systems Science*, vol. 30, no. 9, p. 1021–1032, 1999.
- [94] C. M. HAJIYEVY et F. CALISKAN, « Integrated sensor/actuator FDI and reconfigurable control for fault-tolerant flight control system design », *The Aeronautical Journal*, vol. 105, no. 1051, p. 525–533, 2001.
- [95] Y.-W. KIM, G. RIZZONI et V. I. UTKIN, « Developing a fault tolerant power-train control system by integrating design of control and diagnostics », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 11, no. 11, p. 1095–1114, 2001.
- [96] C. JEFFREY, R. CUTAJAR, A. RICHARDSON, S. PROSSER, M. LICKESS et S. RICHES, « The integration of on-line monitoring and reconfiguration functions into a safety critical automotive electronic control unit », *Journal of Electronic Testing*, vol. 21, no. 4, p. 405–416, 2005.
- [97] C. XUEQIN, W. FENG, Z. YINGCHUN et G. YUNHAI, « Application of effectiveness factors to integrated FDD and FTC of satellite attitude control systems », *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, vol. 30, no. 3, p. 476–483, 2009.
- [98] J. SLOTINE et W. LI, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1991.
- [99] K. ÅSTRÖM et B. WITTENMARK, *Adaptive Control*. Addison-Wesley series in electrical and computer engineering : Control engineering, Addison-Wesley, 1989.
- [100] F. AHMED-ZAID, P. IOANNOU, K. GOUSMAN et R. ROONEY, « Accommodation of failures in the F-16 aircraft using adaptive control », *IEEE Control Systems*, vol. 11, no. 1, p. 73–78, 1991.
- [101] M. BODSON et J. E. GROSZKIEWICZ, « Multivariable adaptive algorithms for reconfigurable flight control », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 2, p. 217–229, 1997.

- [102] K. A. WISE, J. S. BRINKER, A. J. CALISE, D. F. ENNS, M. R. ELGERSMA et P. VOULGARIS, « Direct adaptive reconfigurable flight control for a tailless advanced fighter aircraft », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 9, no. 14, 1999.
- [103] G. TAO, S. M. JOSHI et X. MA, « Adaptive state feedback and tracking control of systems with actuator failures », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 1, p. 78–95, 2001.
- [104] G. TAO, S. CHEN et S. M. JOSHI, « An adaptive actuator failure compensation controller using output feedback », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 3, p. 506–511, 2002.
- [105] K.-S. KIM, K.-J. LEE et Y. KIM, « Reconfigurable flight control system design using direct adaptive method », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26, no. 4, p. 543–550, 2003.
- [106] F. CHEN, Z. WANG, G. TAO et B. JIANG, « Robust adaptive fault-tolerant control for hypersonic flight vehicles with multiple faults », *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 28, no. 4, p. 04014111, 2014.
- [107] X. YAO, G. TAO et B. JIANG, « Adaptive actuator failure compensation for multivariable feedback linearizable systems », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 2, p. 252–285, 2016.
- [108] R. F. STENGEL et D. A. HANDELMAN, « Combining expert system and analytical redundancy concepts for fault-tolerant flight control », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 1, p. 39–45, 1989.
- [109] J. FARRELL, T. BERGER et B. D. APPLEBY, « Using learning techniques to accommodate unanticipated faults », *IEEE Control Systems*, vol. 13, no. 3, p. 40–49, 1993.
- [110] W. A. KWONG, K. M. PASSINO, E. G. LAUKONEN et S. YURKOVICH, « Expert supervision of fuzzy learning systems for fault tolerant aircraft control », *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 3, p. 466–483, 1995.
- [111] C. AUBRUN, D. SAUTER, H. NOURA et M. ROBERT, « Fault diagnosis and reconfiguration of systems using fuzzy logic : application to a thermal plant », *International Journal of Systems Science*, vol. 24, no. 10, p. 1945–1954, 1993.
- [112] M. R. NAPOLITANO, S. NAYLOR, C. NEPPACH et V. CASDORPH, « On-line learning nonlinear direct neurocontrollers for restructurable control systems », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 1, p. 170–176, 1995.
- [113] M. M. POLYCARPOU et A. T. VEMURI, « Learning methodology for failure detection and accommodation », *IEEE Control Systems*, vol. 15, no. 3, p. 16–24, 1995.
- [114] H. WANG et Y. WANG, « Neural-network-based fault-tolerant control of unknown nonlinear systems », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 146, no. 5, p. 389–398, 1999.
- [115] L. CHEN et K. S. NARENDRA, « Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models », *Automatica*, vol. 37, no. 8, p. 1245 – 1255, 2001.

- [116] Y. DIAO et K. M. PASSINO, « Stable fault-tolerant adaptive fuzzy/neural control for a turbine engine », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 9, no. 3, p. 494–509, 2001.
- [117] Y. DIAO et K. M. PASSINO, « Intelligent fault-tolerant control using adaptive and learning methods », *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 8, p. 801 – 817, 2002.
- [118] Y. OCHI et K. KANAI, « Design of restructurable flight control systems using feedback linearization », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, p. 903–911, 1991.
- [119] Y. OCHI, « Application of feedback linearization method in a digital restructurable flight control system », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 1, p. 111–117, 1993.
- [120] Y. OCHI et K. KANAI, « Application of restructurable flight control system to large transport aircraft », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, p. 365–370, 1995.
- [121] Y. TANG et R. J. PATTON, « Active FTC for non-linear aircraft based on feedback linearization and robust estimation », *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 20, p. 210–215, 2012.
- [122] G. GAO, J. WANG et X. WANG, « Adaptive fault-tolerant control for feedback linearizable systems with an aircraft application », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, no. 9, p. 1301–1326, 2015.
- [123] G. GAO, J. WANG et X. WANG, « Prescribed-performance fault-tolerant control for feedback linearisable systems with an aircraft application », *International Journal of Control*, vol. 0, no. 0, p. 1–18, 2016.
- [124] C. EDWARDS et S. SPURGEON, *Sliding Mode Control : Theory And Applications*. Series in Systems and Control, Taylor & Francis, 1998.
- [125] Y. SHTESSEL, J. BUFFINGTON et S. BANDA, « Multiple timescale flight control using reconfigurable sliding modes », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 6, p. 873–883, 1999.
- [126] Y. SHTESSEL, J. BUFFINGTON et S. BANDA, « Tailless aircraft flight control using multiple time scale reconfigurable sliding modes », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 2, p. 288–296, 2002.
- [127] D. KIM et Y. KIM, « Robust variable structure controller design for fault tolerant flight control », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 3, p. 430–437, 2000.
- [128] R. A. HESS et S. R. WELLS, « Sliding mode control applied to reconfigurable flight control design », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26, no. 3, p. 452–462, 2003.
- [129] D. SHIN, G. MOON et Y. KIM, « Design of reconfigurable flight control system using adaptive sliding mode control : Actuator fault », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, vol. 219, no. 4, p. 321–328, 2005.
- [130] U. DEMIRCI et F. KERESTECIOĞLU, « Fault tolerant control with re-configuring sliding-mode schemes », *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 13, no. 1, p. 175–187, 2005.
- [131] H. ALWI et C. EDWARDS, « Fault detection and fault-tolerant control of a civil aircraft using a sliding-mode-based scheme », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, no. 3, p. 499–510, 2008.

- [132] C. EDWARDS, H. ALWI et C. TAN, « Sliding mode methods for fault detection and fault tolerant control with application to aerospace systems », *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 22, no. 1, p. 109–124, 2012.
- [133] T. WANG, W. XIE et Y. ZHANG, « Sliding mode reconfigurable control using information on the control effectiveness of actuators », *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 27, no. 3, p. 587–596, 2014.
- [134] J. LAN et R. J. PATTON, « A new strategy for integration of fault estimation within fault-tolerant control », *Automatica*, vol. 69, p. 48–59, 2016.
- [135] J. LAN et R. J. PATTON, « Integrated fault estimation and fault-tolerant control for uncertain lipschitz nonlinear systems », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016.
- [136] A. R. BENASKEUR, *Aspects de l'application du Backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes nonlinéaires*. Thèse doctorat, Université du Laval, 2000.
- [137] I. KANELLAKOPOULOS, P. V. KOKOTOVIC et A. S. MORSE, « Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 11, p. 1241–1253, 1991.
- [138] M. KRSTIĆ, I. KANELLAKOPOULOS et P. KOKOTOVIĆ, *Nonlinear and adaptive control design*. New York : Wiley, 1995.
- [139] P. P. YIP et J. K. HEDRICK, « Adaptive dynamic surface control : A simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems », *International Journal of Control*, vol. 71, no. 5, p. 959–979, 1998.
- [140] D. SWAROOP, J. K. HEDRICK, P. P. YIP et J. C. GERDES, « Dynamic surface control for a class of nonlinear systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 10, p. 1893–1899, 2000.
- [141] J. A. FARRELL, M. POLYCARPOU, M. SHARMA et W. DONG, « Command filtered backstepping », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, no. 6, p. 1391–1395, 2009.
- [142] W. DONG, J. A. FARRELL, M. M. POLYCARPOU, V. DJAPIC et M. SHARMA, « Command filtered adaptive backstepping », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 3, p. 566–580, 2012.
- [143] L. MENG et B. JIANG, « Backstepping-based active fault-tolerant control for a class of uncertain SISO nonlinear systems », *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 20, no. 6, p. 1263–1270, 2009.
- [144] L. MENG et B. JIANG, « Robuste active fault-tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems with actuator faults », *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 6, no. 6, p. 2637–2644, 2010.
- [145] Q. SHEN, B. JIANG et V. COCQUEMPOT, « Adaptive fault-tolerant backstepping control against actuator gain faults and its applications to an aircraft longitudinal motion dynamics », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 23, no. 15, p. 1753–1779, 2013.
- [146] Q. SHEN, B. JIANG et V. COCQUEMPOT, « Adaptive fuzzy observer-based active fault-tolerant dynamic surface control for a class of nonlinear systems with actuator faults », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 2, p. 338–349, 2014.

- [147] B. JIANG, D. XU, P. SHI et C. C. LIM, « Adaptive neural observer-based backstepping fault tolerant control for near space vehicle under control effector damage », *IET Control Theory Applications*, vol. 8, no. 9, p. 658–666, 2014.
- [148] S. J. YOO, « Delay-independent fault detection and accommodation for non-linear strict-feedback systems with unknown time-varying delays », *IET Control Theory Applications*, vol. 9, no. 2, p. 293–299, 2015.
- [149] D. ZHAI, L. AN, J. DONG et Q. ZHANG, « Observer-based fault detection and accommodation for nonlinear time-delay systems with a prescribed performance mechanism », *Applied Mathematical Modelling*, vol. 40, no. 19–20, p. 8377–8390, 2016.
- [150] P. LI et G. YANG, « Backstepping adaptive fuzzy control of uncertain nonlinear systems against actuator faults », *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 7, no. 3, p. 248–256, 2009.
- [151] P. LI et G. YANG, « An adaptive fuzzy design for fault-tolerant control of MIMO nonlinear uncertain systems », *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 9, no. 2, p. 244–250, 2011.
- [152] B. HUO, Y. LI et S. TONG, « Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback control of multi-input and multi-output non-linear systems in strict-feedback form », *IET Control Theory Applications*, vol. 6, no. 17, p. 2704–2715, 2012.
- [153] B. HUO, S. TONG et Y. LI, « Observer-based adaptive fuzzy fault-tolerant output feedback control of uncertain nonlinear systems with actuator faults », *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 10, no. 6, p. 1119–1128, 2012.
- [154] S. TONG, B. HUO et Y. LI, « Observer-based adaptive decentralized fuzzy fault-tolerant control of nonlinear large-scale systems with actuator failures », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 1, p. 1–15, 2014.
- [155] Y. XU, S. TONG et Y. LI, « Adaptive fuzzy fault-tolerant output feedback control of uncertain nonlinear systems with actuator faults based on dynamic surface technique », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 7, p. 1768–1786, 2013.
- [156] Y. XU, Y. LI et S. TONG, « Fuzzy adaptive actuator failure compensation dynamic surface control of multi-input and multi-output nonlinear systems », *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 9, no. 12, p. 4875–4888, 2013.
- [157] K. AMEZQUITA S, L. YAN et W. A. BUTT, « Adaptive dynamic surface control for a class of MIMO nonlinear systems with actuator failures », *International Journal of Systems Science*, vol. 44, no. 3, p. 479–492, 2013.
- [158] Y. XU, S. TONG et Y. LI, « Adaptive fuzzy fault-tolerant decentralized control for uncertain nonlinear large-scale systems based on dynamic surface control technique », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 1, p. 456–472, 2014.
- [159] K. A. SEMPRUN, L. YAN, W. A. BUTT et P. C. Y. CHEN, « Dynamic surface control for a class of nonlinear feedback linearizable systems with actuator failures », *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, p. 1–6, 2016.

- [160] B. XU, Y. GUO, Y. YUAN, Y. FAN et D. WANG, « Fault-tolerant control using command-filtered adaptive back-stepping technique : Application to hypersonic longitudinal flight dynamics », *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 30, no. 4, p. 553–577, 2016.
- [161] H. ZHANG, Y. CUI et W. Y, « Hybrid fuzzy adaptive fault-tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems with unmeasured states », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016.
- [162] R. MARINO et P. TOMEI, « Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 7, p. 1300–1304, 1995.
- [163] X. J. LI et G. H. YANG, « Fault diagnosis for non-linear single output systems based on adaptive high-gain observer », *IET Control Theory Applications*, vol. 7, no. 16, p. 1969–1977, 2013.
- [164] J. H. PARK et G. T. PARK, « Adaptive fuzzy observer with minimal dynamic order for uncertain nonlinear systems », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 150, no. 2, p. 189–197, 2003.
- [165] A. BOULKROUNE, M. TADJINE, M. M'SAAD et M. FARZA, « Design of a unified adaptive fuzzy observer for uncertain nonlinear systems », *Information Sciences*, vol. 265, p. 139–153, 2014.
- [166] F. J. LIN, P. H. SHEN et S. P. HSU, « Adaptive backstepping sliding mode control for linear induction motor drive », *IEE Proc.-Electr. Power Appl*, vol. 149, no. 3, p. 184–194, 2002.
- [167] F. J. LIN, C. K. CHANG et P. K. HUANG, « FPGA-based adaptive backstepping sliding-mode control for linear induction motor drive », *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 4, p. 1222–1231, 2007.
- [168] S. N. SINGH, W. YIRN et W. R. WELLS, « Direct adaptive and neural control of wing-rock motion of slender delta wings », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 1, p. 25–30, 1995.
- [169] C. F. HSU, C. M. LIN et T. Y. CHEN, « Neural-network-identification-based adaptive control of wing rock motions », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 152, no. 1, p. 65–71, 2005.
- [170] L. WANG, *Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1994.
- [171] **H. Khebbache**, M. TADJINE, S. LABIOD et A. BOULKROUNE, « Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of multivariable uncertain nonlinear systems », *ISA Transactions*, vol. 55, p. 100–115, 2015.
- [172] **H. Khebbache**, M. TADJINE et S. LABIOD, « Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems : Adaptive nonlinear filter-based dynamic surface control », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 353, no. 6, p. 1313–1338, 2016.
- [173] P. PANAGI et M. M. POLYCARPOU, « Distributed fault accommodation for a class of interconnected nonlinear systems with partial communication », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 12, p. 2962–2967, 2011.

- [174] C. WANG, C. WEN et Y. LIN, « Decentralized adaptive backstepping control for a class of interconnected nonlinear systems with unknown actuator failures », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 352, no. 3, p. 835–850, 2015.
- [175] H. YANG, B. JIANG, M. STAROSWIECKI et Y. ZHANG, « Fault recoverability and fault tolerant control for a class of interconnected nonlinear systems », *Automatica*, vol. 54, p. 49–55, 2015.
- [176] Q. HU, B. XIAO et Y. ZHANG, « Robust fault tolerant attitude stabilization control for flexible spacecraft under partial loss of actuator effectiveness », in *Proceeding of the Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, p. 263–268, 2010.
- [177] B. XIAO, Q. HU et Y. ZHANG, « Adaptive sliding mode fault tolerant attitude tracking control for flexible spacecraft under actuator saturation », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 6, p. 1605–1612, 2012.
- [178] B. ZHENG et Y. ZHONG, « Robust attitude regulation of a 3-DOF helicopter benchmark : Theory and experiments », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 2, p. 660–670, 2011.
- [179] A. Ferreira de LOZA, H. RÍOS et A. ROSALES, « Robust regulation for a 3-DOF helicopter via sliding-mode observation and identification », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, p. 700–718, 2012.
- [180] A. BOUBAKIR, S. LABIOD, F. BOUDJEMA et F. PLESTAN, « Design and experimentation of a self-tuning PID control applied to the 3DOF helicopter », *Archives of Control Sciences*, vol. 23, no. 3, p. 311–331, 2013.
- [181] M. MEZA-SÁNCHEZ, L. T. AGUILAR et Y. ORLOV, « Output sliding mode-based stabilization of underactuated 3-DOF helicopter prototype and its experimental verification », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 352, no. 4, p. 1580–1594, 2015.
- [182] **H. Khebbache** et M. TADJINE, « Robust fuzzy backstepping sliding mode controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle », *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 15, no. 2, p. 3–11, 2013.
- [183] Y. M. ZHANG, A. CHAMSEDDINE, C. A. RABBATH, B. W. GORDON, C. Y. SU, S. RAKHEJA, C. FULFORD, J. APKARIAN et P. GOSSELIN, « Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 9, p. 2396–2422, 2013.
- [184] X. WANG et G.-H. YANG, « Distributed fault-tolerant control for a class of cooperative uncertain systems with actuator failures and switching topologies », *Information Sciences*, vol. 370–371, p. 650–666, 2016.
- [185] L.-B. WU et G.-H. YANG, « Decentralized adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control of large-scale nonlinear systems with actuator failures », *Neurocomputing*, vol. 179, p. 307–317, 2016.
- [186] Q.-Y. FAN et G.-H. YANG, « Adaptive fault-tolerant control for affine non-linear systems based on approximate dynamic programming », *IET Control Theory Applications*, vol. 10, no. 6, p. 655–663, 2016.

- [187] Y.-G. LEU, T.-T. LEE et W.-Y. WANG, « Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems », *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 29, no. 5, p. 583–591, 1999.
- [188] W.-Y. WANG, Y.-G. LEU et T.-T. LEE, « Output-feedback control of nonlinear systems using direct adaptive fuzzy-neural controller », *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 140, no. 2, p. 341 – 358, 2003.
- [189] J.-H. PARK, G.-T. PARK, S.-H. KIM et C.-J. MOON, « Output-feedback control of uncertain nonlinear systems using a self-structuring adaptive fuzzy observer », *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 151, no. 1, p. 21 – 42, 2005.
- [190] Z. ZUO, « Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor », *IET Control Theory Applications*, vol. 4, no. 11, p. 2343–2355, 2010.
- [191] Z. ZUO, « Adaptive trajectory tracking control design with command filtered compensation for a quadrotor », *Journal of Vibration and Control*, vol. 19, no. 1, p. 94–108, 2013.
- [192] L. DERAFA, A. BENALLEGUE et L. FRIDMAN, « Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, p. 685 – 699, 2012.
- [193] F. POZO, F. IKHOUANE et J. RODELLAR, « Numerical issues in backstepping control : Sensitivity and parameter tuning », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 345, no. 8, p. 891 – 905, 2008.
- [194] Y. CHANG, « Block backstepping control of MIMO systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 5, p. 1191–1197, 2011.
- [195] Z. CHEN, S. S. GE, Y. ZHANG et Y. LI, « Adaptive neural control of MIMO nonlinear systems with a block-triangular pure-feedback control structure », *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 25, no. 11, p. 2017–2029, 2014.
- [196] M. POLYCARPOU et P. IOANNOU, « A robust adaptive nonlinear control design », *Automatica*, vol. 32, no. 3, p. 423 – 427, 1996.