

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
École Nationale Polytechnique  
Département d'Automatique



## Mémoire de Projet de Fin d'Études pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'État en Automatique

---

### Commande Tolérante aux Défauts des Systèmes Non Linéaires par l'Approche Multimodèle : Application à un Robot Mobile de type unicycle

---

Réalisé par  
M. BAKOUR Haroune

Encadré par  
M. ACHOUR Hakim  
M. BOUKHETALA Djamel

Présenté et soutenu le 09/10/2023, devant le jury composé de :

Président	Mr. Mohamed TADJINE	Professeur	ENP
Promoteurs	Mr. Hakim ACHOUR	MCB	ENP
	Mr. Djamel BOUKHETALA	Professeur	ENP
Examineur	Mr. Messaoud CHAKIR	MCA	ENP

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
École Nationale Polytechnique  
Département d'Automatique



## Mémoire de Projet de Fin d'Études pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'État en Automatique

---

### Commande Tolérante aux Défauts des Systèmes Non Linéaires par l'Approche Multimodèle : Application à un Robot Mobile de type unicycle

---

Réalisé par  
M. BAKOUR Haroune

Encadré par  
M. ACHOUR Hakim  
M. BOUKHETALA Djamel

Présenté et soutenu le 09/10/2023, devant le jury composé de :

Président	Mr. Mohamed TADJINE	Professeur	ENP
Promoteurs	Mr. Hakim ACHOUR	MCB	ENP
	Mr. Djamel BOUKHETALA	Professeur	ENP
Examineur	Mr. Messaoud CHAKIR	MCA	ENP

## ملخص

يتناول هذا العمل تطبيق نظام تحكم متحمل للخلل على أنظمة غير خطية وصفت بنماذج ضبابية من نوع *Takagi – Sugeno*. يهدف قانون التحكم إلى تعويض خلل المحرك والمستشعر ويسمح لحالات النظام بتتبع مرجع يقابل حالة خالية من الخلل. تصميم مثل هذا القانون التحكمي يتطلب معرفة الخلل، وتتم هذه العملية باستخدام مراقب تكاملي نسبي (*PI*). يتم تحليل الاستقرار المتين للنظام مع قانون التحكم المتحمل للخلل باستخدام نظرية *Lyapunov* و  $\mathcal{L}_2$  مثالية. يتم الحصول على شروط الاستقرار الكافية في شكل متراجحات مصفوفة خطية. يتم الحصول على مكاسب التحكم عن طريق حل هذه المتراجحات. وأخيراً، يتم استخدام نموذج لروبوت متحرك للتحقق من صحة نظام التحكم المستعمل

**كلمات مفتاحية:** التحكم المتحمل للخلل، تشخيص الخلل، نماذج *Takagi – Sugeno* الضبابية، متراجحة مصفوفة خطية، مراقب نسبي متكامل، مراقب نسبي متعدد التكامل، روبوت متحرك

---

### Abstract

This work focuses on the application of fault-tolerant control techniques for nonlinear systems described by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy multimodels. The control law aims to compensate the actuator and sensor faults and allows the system states to track a reference corresponding to a fault free situation. The design of such a control law requires the knowledge of the faults, this task is achieved with a proportional integral observer (PIO). The robust stability of the system with the fault tolerant control law is analyzed with the Lyapunov theory and the  $\mathcal{L}_2$  optimization. Sufficient stability conditions are obtained in terms of linear matrix inequalities (LMIs). The gains of the FTC are obtained by solving these LMIs. Finally, the model of a unicycle mobile robot is utilized to validate the utilised approach.

**Key words :** fault-tolerant control (FTC), Fault diagnosis, Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy models, linear matrix inequality (LMI), proportional integral observer (PIO), proportional multi-integral observer (PMIO), unicycle mobile robot.

---

### Résumé

Ce travail porte sur l'application de techniques de commande tolérante aux défauts pour des systèmes non linéaires décrits par les multimodèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S). La loi de commande vise à compenser les défauts des actionneurs et des capteurs et permet aux états du système de suivre une référence correspondant à une situation sans défaut. La conception d'une telle loi de commande nécessite la connaissance des défauts, cette tâche est réalisée à l'aide d'un observateur proportionnel intégral (PI). La stabilité robuste du système avec la loi de commande tolérante aux défauts est analysée à l'aide de la théorie de Lyapunov et de l'optimisation  $\mathcal{L}_2$ . Des conditions de stabilité suffisantes sont obtenues en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMIs). Les gains de la commande tolérante aux défauts sont obtenus en résolvant ces LMIs. Finalement, le modèle d'un robot mobile de type unicycle est utilisé pour valider l'approche utilisée.

**Mots clés :** commande tolérante aux défauts, diagnostic des défauts, modèles flous Takagi-Sugeno, inégalité matricielle linéaire, observateur proportionnel intégral (PI), observateur proportionnel multi-intégral (PMI), robot mobile unicycle.

# Dédicace

À ma chère mère,  
À mon chère père,

Qui n'ont jamais cessé, de formuler des prières à mon égard, de  
me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes  
objectifs.

À mes frères ,

À ma chère soeur et ses enfants,

À mes chères ami(e)s Moumen, Anis, Oussama, Nouri , Nassima  
et Khadidja,

Pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.

À toute ma famille,

À tous ceux qui me sont chers, à vous tous

Merci.

# Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude envers toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Tout d'abord, je souhaite remercier mon directeur de projet, **M. Hakim ACHOUR**, pour son soutien constant, ses précieux conseils et son expertise. Ses orientations ont grandement contribué à l'avancement de ce travail. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité et sa patience.

Je tiens également à remercier mes professeurs, **M. Dajmel BOUKHETALA** et **M. Mohamed TADJINE**, pour leurs enseignements de qualité qui m'ont permis d'acquérir les connaissances nécessaires à la réalisation de ce projet. Leurs encouragements et leur expertise ont été d'une grande aide tout au long de cette expérience.

Un grand merci à mes camarades de classe pour leur collaboration et leur soutien mutuel. Nous avons partagé des moments de travail intenses, mais aussi des moments de détente qui ont rendu cette aventure plus agréable. Leur présence et leur encouragement ont été d'une grande valeur pour moi.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers mes parents et ma famille pour leur amour inconditionnel, leur soutien indéfectible et leurs encouragements tout au long de mes études. Leur confiance en moi a été une source de motivation et de détermination.

Enfin, je voudrais remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ce projet, en particulier mes amis qui m'ont soutenu tout au long de cette période exigeante.

Ce projet de fin d'études a été une expérience enrichissante et passionnante, et je suis reconnaissant envers toutes les personnes qui ont contribué à sa réussite.

# Table des matières

Notations

Table des figures

<b>Introduction générale</b>	<b>12</b>
<b>1 Généralités et position du problème</b>	<b>14</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Représentation d'état d'un système non linéaire . . . . .	15
1.3 L'approche multi-modèle . . . . .	15
1.4 Structure des multi-modèles . . . . .	16
1.4.1 Multi-modèle couplé . . . . .	17
1.4.2 Multi-modèle découplé . . . . .	17
1.5 Modélisation floue type Takagi-Sugeno . . . . .	18
1.5.1 Techniques d'obtention de Multimodèles T-S . . . . .	19
1.5.2 Méthode des secteurs non linéaires . . . . .	19
1.5.3 Exemple 1 . . . . .	21
1.5.4 Stabilité des multimodèles T-S . . . . .	23
1.6 Estimation d'état . . . . .	24
1.7 Généralités sur la diagnostic . . . . .	25
1.7.1 Définitions et généralités . . . . .	25
1.7.2 Classification des défauts . . . . .	26
1.7.3 Détection et isolation des défauts (FDI) . . . . .	27
1.7.4 Différentes méthodes de diagnostic . . . . .	28
1.8 Commande tolérante aux défauts . . . . .	29
1.8.1 Classification des techniques de commande tolérante aux défauts . . . . .	29
1.8.2 Approche passive . . . . .	30
1.8.3 Approche active . . . . .	30
1.9 Motivations et position du problème . . . . .	34
1.10 Conclusion . . . . .	35
<b>2 Stabilisation et poursuite de trajectoire des modèles flous TS</b>	<b>36</b>
2.1 Introduction . . . . .	37
2.2 Notion de stabilité . . . . .	37
2.3 Stabilité d'un modèle flou de Takagi-Sugeno . . . . .	38
2.4 Stabilisation d'un multimodèles de type T-S . . . . .	38
2.4.1 Commande stabilisante par l'approche de la PDC avec retour d'état . . . . .	38
2.4.2 Commande stabilisante par l'approche PDC avec retour d'état reconstruit . . . . .	40

## TABLE DES MATIÈRES

---

2.4.3	Commande stabilisante par l'approche PDC avec retour de sortie . . .	41
2.4.4	Exemple 1 . . . . .	41
2.5	Suivi de trajectoire des modèles T-S . . . . .	43
2.5.1	Synthèse de loi de commande . . . . .	43
2.5.2	Loi de commande non linéaire . . . . .	45
2.5.3	Exemple 2 . . . . .	45
2.6	Conclusion . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Commande tolérante aux défauts des systèmes T-S</b>	<b>48</b>
3.1	Introduction . . . . .	49
3.2	Principe et structure de l'approche AFTC . . . . .	49
3.3	Le bloc FDI . . . . .	50
3.3.1	Diagnostic à base d'observateur à entrées inconnues . . . . .	51
3.3.2	Conception d'observateur PI . . . . .	52
3.3.3	Conception d'observateur PMI . . . . .	55
3.3.4	Diagnostic par observateurs PI et PMI . . . . .	57
3.3.5	Exemple : Comparaison entre l'estimation d'état avec un observa- teur PI et un observateur PMI . . . . .	58
3.4	Le bloc FTC . . . . .	65
3.4.1	Commande tolérante aux défauts par poursuite de trajectoire . . .	65
3.4.2	Exemple . . . . .	70
3.5	Conclusion . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Application à la commande tolérante aux défauts d'un robot mobile</b>	<b>82</b>
4.1	Introduction . . . . .	83
4.2	Définition d'un robot . . . . .	83
4.3	Les robots mobiles . . . . .	83
4.4	La holonomie et non-holonomie . . . . .	83
4.5	Modèle mathématique du robot mobile de type unicycle . . . . .	84
4.5.1	Le modèle cinématique . . . . .	84
4.5.2	Le modèle dynamique du robot . . . . .	85
4.6	Modèle T-S adopté pour le modèle dynamique du robot . . . . .	86
4.6.1	Représentation T-S . . . . .	86
4.6.2	La validation du modèle T-S . . . . .	87
4.7	Commande du robot . . . . .	89
4.7.1	Méthode de poursuite de trajectoire . . . . .	89
4.7.2	Le contrôleur cinématique . . . . .	90
4.7.3	Le contrôleur dynamique . . . . .	92
4.7.4	Simulation . . . . .	94
4.7.5	Influence des défauts . . . . .	105
4.8	Commande tolérante aux défauts . . . . .	108
4.8.1	Simulation . . . . .	108
4.9	Conclusion . . . . .	118
	<b>Conclusion générale</b>	<b>118</b>
	<b>Annexes</b>	<b>121</b>



## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>A</b>	<b>Inégalités matricielles linéaires</b>	<b>122</b>
A.1	Les inégalités matricielles linéaires (LMI) . . . . .	122
A.1.1	Principe des LMI . . . . .	122
A.1.2	Techniques d'analyse et de transformations matricielles . . . . .	123
<b>B</b>	<b>Régions LMIs</b>	<b>125</b>
B.1	Régions LMIs . . . . .	125
B.2	Exemples de régions LMI . . . . .	125
B.2.1	Placement de pôles par l'approche LMI . . . . .	126
	<b>Bibliographie</b>	<b>127</b>

# Notations

## Acronymes

LMI(s)	Inégalité(s) Matricielles(s) Linéaire(s)
LTI	Linéaire à Temps Invariant
MIMO	Entrée multiple sortie multiple (Multiple Input Multiple Output)
SISO	Mono-Entrée mono-sortie(Single Input Single Output)
T-S	Takagi-Sugeno
T-S à VDM	Takagi-Sugeno à Variable de Décision Mesurables
T-S à VDNM	Takagi-Sugeno à Variable de Décision Non Mesurables
PDC	Compensation parallèle distribuée (Parallel Distributed Compensation)
PI	Proportionnel-Intégrale
PMI	Proportionnel-Multi-Intégrale

## Ensembles

$\mathbb{N}$	Ensembles des nombres entiers naturels
$\mathbb{R}$	Ensembles des nombres réels
$\mathbb{R}_+$	Ensembles des nombres réels positifs
$\mathbb{R}^n$	Espace réel Euclidien de dimension $n$
$\mathbb{R}^{n \times q}$	Ensembles des matrices à éléments réels de dimension $(n \times q)$

## Vecteurs et matrices

$I_n$ ( $I$ )	Matrice identité de dimension $n$ (resp. de dimension appropriée)
$0_n$ ( $0$ )	Matrice nulle de dimension $n$ (resp. de dimension appropriée)
$P > 0$ ( $P < 0$ )	Matrice $P$ symétrique, définie positive (resp. symétrique, négative)
$P^T$	Transposée d'une matrice $P$
$P^{-1}$	Inverse d'une matrice $P$
$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ * & S_{22} \end{pmatrix}$	Matrice symétrique, le symbole (*) représente $S_{12}^T$

# Table des figures

1.1	Principe de l'approche multi-modèle. . . . .	16
1.2	Structure Multimodèle découplé . . . . .	17
1.3	Structure multimodèle T-S couplé . . . . .	19
1.4	Secteurs Non-Linéaire Global et Local . . . . .	20
1.5	Simulation du système réel et flou de l'exemple 1 . . . . .	23
1.6	Principe de l'estimation d'état en présence d'entrées inconnues . . . . .	24
1.7	Types de défauts dans le système de commande. . . . .	26
1.8	Principe du diagnostic . . . . .	28
1.9	Classification des techniques FTC . . . . .	30
1.10	Schéma de principe d'une loi de commande FTC passive. . . . .	30
1.11	Schéma de principe d'une loi de commande AFTC. . . . .	31
2.1	Principe de la commande PDC . . . . .	39
2.2	Représentation du système augmenté . . . . .	40
2.3	La réponse indicielle du système en boucle ouverte. . . . .	42
2.4	Evolution temporelle des états du système en boucle fermée avec une commande PDC. . . . .	43
2.5	Evolution temporelle des états du système en boucle fermée avec une commande PDC. . . . .	46
3.1	Structure AFTC . . . . .	50
3.2	Schéma de principe de la génération de résidus à base d'observateur. . . . .	50
3.3	Principe de l'observateur à entrée inconnue . . . . .	51
3.4	Erreurs d'estimation d'état . . . . .	59
3.5	Le défaut $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$ . . . . .	60
3.6	Erreurs d'estimation d'état . . . . .	61
3.7	Le défaut $d_1(t)$ et son estimé $\hat{d}_1(t)$ . . . . .	61
3.8	Le défaut $d_2(t)$ et son estimé $\hat{d}_2(t)$ . . . . .	62
3.9	Erreurs d'estimation d'état . . . . .	62
3.10	Le défaut $d_1(t)$ et son estimé $\hat{d}_1(t)$ . . . . .	63
3.11	Le défaut $d_2(t)$ et son estimé $\hat{d}_2(t)$ . . . . .	63
3.12	Erreurs d'estimation d'état . . . . .	64
3.13	Le défaut $d_1(t)$ et son estimé $\hat{d}_1(t)$ . . . . .	64
3.14	Le défaut $d_2(t)$ et son estimé $\hat{d}_2(t)$ . . . . .	65
3.15	Architecture de la commande tolérante par poursuite de trajectoire . . . . .	66
3.16	Le défaut $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$ . . . . .	72
3.17	Signal de commande sans défaut $u(t)$ et commande tolérante $u_f(t)$ . . . . .	72
3.18	Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire . . . . .	73

---

**TABLE DES FIGURES**

---

3.19 Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC . . . . .	74
3.20 Le défaut $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$ . . . . .	75
3.21 Signal de commande sans défaut $u(t)$ et commande tolérante $u_f(t)$ . . . . .	75
3.22 Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire . . . . .	76
3.23 Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC . . . . .	77
3.24 Le défaut $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$ . . . . .	78
3.25 Signal de commande sans défaut $u(t)$ et commande tolérante $u_f(t)$ . . . . .	78
3.26 Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire . . . . .	79
3.27 Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC . . . . .	80
4.1 Robot mobile unicycle . . . . .	84
4.2 Diagramme dissocié du corps . . . . .	85
4.3 Les états du robot mobile et du modèle T-S. . . . .	88
4.4 Architecture de commande . . . . .	89
4.5 Erreur de posture [20]. . . . .	90
4.6 Schéma de commande en boucle cinématique. . . . .	92
4.7 Boucle de régulation du sous-système dynamique . . . . .	94
4.8 Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	95
4.9 Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	96
4.10 Position en $x$ . . . . .	96
4.11 Position en $y$ . . . . .	97
4.12 L'angle d'orientation $\theta$ . . . . .	97
4.13 Erreurs de position et d'orientation . . . . .	98
4.14 Signaux de commande $u_1(t)$ et $u_2(t)$ . . . . .	98
4.15 Couples moteurs $\tau_L$ et $\tau_R$ . . . . .	99
4.16 Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot. . . . .	99
4.17 Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	100
4.18 Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	101
4.19 Position en $x$ . . . . .	101
4.20 Position en $y$ . . . . .	102
4.21 L'angle d'orientation $\theta$ . . . . .	102
4.22 Erreurs de position et d'orientation . . . . .	103
4.23 Signaux de commande $u_1(t)$ et $u_2(t)$ . . . . .	103
4.24 Couples moteurs $\tau_L$ et $\tau_R$ . . . . .	104
4.25 Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot. . . . .	104
4.26 Position en $x$ . . . . .	105
4.27 Position en $y$ . . . . .	106
4.28 L'angle d'orientation $\theta$ . . . . .	106
4.29 Erreurs de position et d'orientation . . . . .	107
4.30 Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot. . . . .	107
4.31 Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	109
4.32 Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	109
4.33 Erreurs de position et d'orientation . . . . .	110
4.34 Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot avec FTC. . . . .	110
4.35 Le défaut $f_1(t)$ et son estimé $\hat{f}_1(t)$ . . . . .	111

## TABLE DES FIGURES

---

4.36	Le défaut $f_2(t)$ et son estimé $\hat{f}_2(t)$ . . . . .	111
4.37	Commande nominale $u_1(t)$ et commande FTC $u_{1f}(t)$ . . . . .	112
4.38	Commande nominale $u_2(t)$ et commande FTC $u_{2f}(t)$ . . . . .	112
4.39	Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	113
4.40	Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot . . . . .	114
4.41	Position en $x$ . . . . .	114
4.42	Position en $y$ . . . . .	115
4.43	L'angle d'orientation $\theta$ . . . . .	115
4.44	Erreurs de position et d'orientation . . . . .	116
4.45	Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot avec et sans FTC. . . . .	116
4.46	Le défaut $f_1(t)$ et son estimé $\hat{f}_1(t)$ . . . . .	117
4.47	Le défaut $f_2(t)$ et son estimé $\hat{f}_2(t)$ . . . . .	117
B.1	Exemples de régions LMI. . . . .	126

# Introduction générale

L'automatique regroupe l'ensemble des théories et techniques permettant la commande automatique des systèmes dynamiques complexes. Son objectif principal est de déterminer les actions optimales à appliquer sur un procédé pour le faire évoluer vers un état désiré, et ce en respectant des critères de performance, de stabilité et de robustesse.

La modélisation d'un système sous forme d'équations différentielles traduisant des bilans de conservation de grandeurs physiques est une étape primordiale dans toute étude d'automatique. Elle doit refléter le comportement entrée-sortie du système réel avec le meilleur compromis possible entre simplicité et précision.

La plupart des systèmes physiques avec un comportement dynamique non linéaire sont approximés par des modèles flous Takagi-Sugeno (T-S). Ces derniers sont décrits par des règles floues SI-ALORS qui représentent les relations d'entrée-sortie linéaires locales d'un système non linéaire. La structure des modèles flous T-S permet de représenter la dynamique locale de chaque implication floue par un modèle linéaire. Ainsi, le comportement global du système non linéaire est obtenu en utilisant les fonctions d'activation non linéaires définissant la contribution de chaque modèle linéaire. Il existe deux types de variables de décision qui interviennent dans les fonctions d'activation, mesurables (dans le cas des variables d'entrée ou de sortie) ou non mesurables (dans le cas de variables d'état non disponibles). Il a été démontré dans [3] que si la variable d'état est utilisée comme variable de décision, les modèles flous obtenus représentent une large classe de systèmes non linéaires. Pour cette raison, il est préférable de considérer les modèles flous avec des variables de décision non mesurables. Ainsi, il est intéressant d'exploiter cette approche dans la synthèse d'observateurs pour l'estimation d'état en vue de la diagnostic et de la commande de systèmes réels.

La majorité des systèmes physiques tels que les robots, les avions, les voitures, les machines industrielles, etc. sont soumis à des perturbations qui peuvent provenir de diverses sources. Les bruits de mesure peuvent être causés par des capteurs imparfaits ou par des environnements bruyants. Les incertitudes de modélisation peuvent résulter de la difficulté à obtenir un modèle précis du système réel en raison de la complexité du système ou de l'impossibilité de mesurer certaines grandeurs. Les défauts de capteurs et d'actionneurs peuvent être causés par des dysfonctionnements ou une usure. Toutes ces perturbations sont considérées comme des entrées inconnues qui ont un impact négatif sur le comportement normal du système réel.

Pour compenser ces perturbations et maintenir le système dans un état de fonctionnement normal, il est important de concevoir des systèmes de diagnostic et de commande qui peuvent estimer les perturbations en temps réel. Les estimations des perturbations

peuvent être utilisées pour identifier les causes des dysfonctionnements et prendre des mesures correctives. Des observateurs robustes sont ensuite proposés pour estimer simultanément les états et les défauts d'actionneurs pour différentes classes de systèmes non linéaires.

La complexité croissante des systèmes d'ingénierie modernes correspondra à une augmentation de la possibilité de défaillances ou d'erreurs dans le système. L'occurrence de défaillances de capteurs, d'actionneurs ou de composants peut gravement dégrader les performances du système et même entraîner une collapse systématique catastrophique. En réponse aux exigences élevées de sécurité, de fiabilité et de survivabilité du système, la diagnostic des défauts et le contrôle tolérant aux défauts (FTC) pour les systèmes dynamiques sont des sujets attrayants d'études pour la communauté de contrôle et ont reçu une attention considérable au cours des dernières décennies.

Dans ce mémoire, on va aborder toutes ces notions, on propose d'exploiter l'approche multimodèle pour la représentation d'un système non linéaire, sa stabilisation, et ensuite, l'élaboration d'une commande tolérante aux défauts, après avoir fait le diagnostic de ces derniers. L'application étant faite sur un robot mobile de type unicycle.

## Organisation

Le mémoire est structuré de la manière suivante :

Le premier chapitre présente les principes généraux de la structure multimodèle, ainsi que les différents structures multimodèles existantes. Les modèles de Takagi-Sugeno sont alors introduits en précisant leur intérêt pour l'étude des systèmes non linéaires. Un bref rappel sur des résultats portant sur la stabilité et la conception d'observateurs pour systèmes T-S est présenté, en mettant en exergue deux classes de modèles T-S : les modèles à variables de décision mesurables et les modèles à variables de décision non mesurables. Cette dernière classe fera l'objet de la majeure partie des travaux qui seront présentés dans ce mémoire. Enfin quelque technique de commande tolérante aux défauts et de diagnostic à base de modèle sont décrite.

Le deuxième chapitre est consacré à la stabilisation des systèmes non linéaires, en particulier, les systèmes sous forme multimodèle, en effet il existe des méthodes intéressantes à appliquer qui seront présentées, notamment la méthode de stabilisation par retour d'état dite la méthode PDC.

Le problème de commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires par l'approche multimodèle en utilisant la structure T-S est abordé dans le chapitre 3. L'approche est basée sur la poursuite de trajectoire d'un modèle de référence décrivant le bon fonctionnement du système. Dans ce cas, la commande comprend un terme correspondant à la commande nominale du système à laquelle sont ajoutés des termes tenant compte l'estimation de l'état et des défauts.

Le dernier chapitre illustre l'efficacité des approches de modélisation, d'estimation d'état et de commande tolérante aux défauts grâce à l'application sur un modèle de robot mobile. Une structure multimodèle adaptée à ce processus est proposée, la synthèse de la commande tolérante aux défauts évoqués précédemment est achevée.

Enfin, une conclusion générale, suivie de la bibliographie et des annexes terminent ce manuscrit.

# Chapitre 1

## Généralités et position du problème



## 1.1 Introduction

Ce chapitre vise à présenter des travaux sur la modélisation, l'estimation et la commande tolérante aux défauts des modèles flous de type Takagi Sugeno (T-S). Le problème de la commande tolérante aux défauts des systèmes flous T-S incertains et perturbés, qui est abordé dans cette thèse, repose principalement sur les travaux et méthodes détaillés dans ce chapitre. Le chapitre est structuré de la manière suivante, premièrement on commence par une présentation des différentes techniques pour obtenir un modèle T-S, avec un exemple illustrant la méthode la plus efficace à partir d'un modèle dynamique non linéaire. Deuxièmement, on donne une introduction aux notions d'estimation d'état pour ce type de modèles, telles qu'elles sont traitées dans la littérature. Présentation d'une liste non exhaustive des approches utilisées pour la conception d'observateurs adaptés aux systèmes T-S à VDM et VDNM. Troisièmement, on présente quelques techniques de commande tolérante aux défauts pour les modèles T-S dans la dernière section du chapitre. L'ensemble des concepts présentés dans ce chapitre permettra de situer notre travail dans le domaine et d'aborder les problématiques traitées dans cette mémoire.

## 1.2 Représentation d'état d'un système non linéaire

Tout système physique à évolution continue peut s'écrire sous la forme d'une représentation d'état. Celle-ci permet de décrire des relations d'entrées sorties d'un système par le biais d'une modélisation sous la forme d'équations différentielles ordinaires (voir algébriques dans le cadre des systèmes implicites). La forme générale d'une représentation est donnée par :

$$\begin{cases} f(\dot{x}(t), x(t), u(t)) = 0 \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $x(t)$  est le vecteur d'état du système,  $u(t)$  le vecteur d'entrée et  $y(t)$  le vecteur de sortie. La première équation est appelée « équation d'état » et la seconde, « équation de sortie ». Notons que le système (1.1) est donné sous forme générale et inclut la classe des modèles écrit sous la forme d'une représentation d'état, dite « standard » affines en la commande donnée sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t))x(t) + g(x(t))u(t) = 0 \\ y(t) = h(x(t)) + m(x(t))u(t) \end{cases} \quad (1.2)$$

où  $f(x(t))$  est la fonction d'état,  $g(x(t))$  la fonction d'entrée,  $h(x(t))$  la fonction de sortie et  $m(x(t))$  est la matrice de couplage entrée-sortie. Ce type de systèmes, couramment rencontrés en automatique, sera étudié par la suite et constituerons l'objet principal des contributions apportées au long de ce manuscrit.

## 1.3 L'approche multi-modèle

L'approche multi modèle a connu un intérêt certain depuis la publication des travaux de Johansen et Foss [1].

Cette approche consiste, plus précisément, à réduire la complexité du système en décomposant son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement.

Le comportement du système étant de moindre complexité dans chaque zone, un sous-modèle de structure simple peut alors être utilisé. Ainsi, en fonction de la zone où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle est plus ou moins mise à contribution en vue d’approcher le comportement global du système. La contribution de chaque sous-modèle est quantifiée par une fonction de pondération associée à chaque zone de fonctionnement [2].

La figure 1.1 illustre ce principe dans un cas à deux dimensions, l’ensemble des points de fonctionnement du système de coordonnées  $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$  a été décomposé en quatre domaines de fonctionnements notés  $D_1, D_2, D_3$  et  $D_4$ . Le domaine globale de fonctionnement est alors défini par la réunion des domaines locaux  $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$ . Sur chacun des domaines locaux, ou sous domaines, peut être construit un modèle local. La sortie de chaque sous-modèle contribue plus ou moins à l’approximation du comportement global du système non linéaire. La contribution de chaque sous-modèle est définie par une fonction d’activation. Ces différents modèles locaux pourront alors être combinés au moyen d’une technique d’interpolation pour obtenir une représentation global, ou multimodèle, valable sur le domaine de fonctionnement global  $D$  [9].

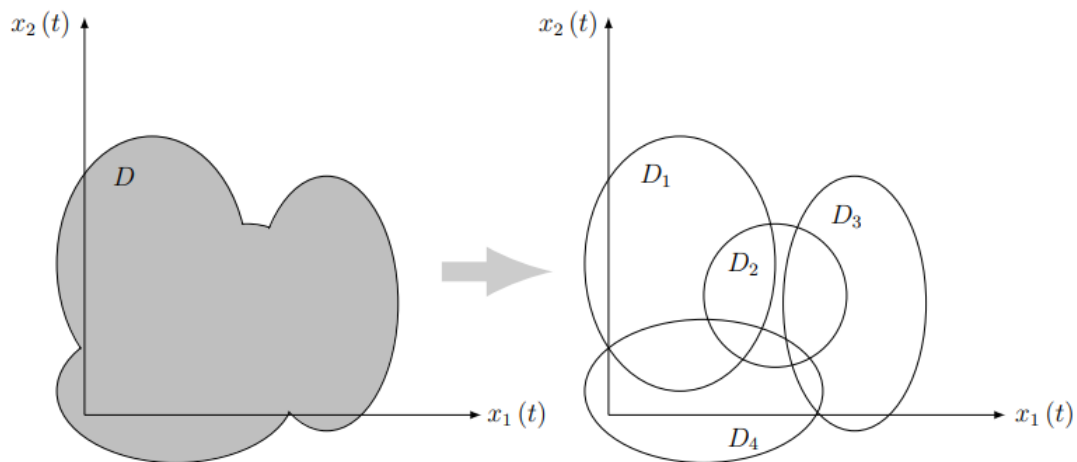


FIGURE 1.1 – Principe de l’approche multi-modèle.

Plusieurs structures permettent d’interconnecter les différents sous-modèles afin de générer la sortie globale du multi-modèle.

## 1.4 Structure des multi-modèles

Deux structures essentielles de multi-modèle peuvent être distinguées, leur différence provient de la façon dont les sous-modèles sont combinés. La première structure, connue sous l’appellation de multi-modèle de Takagi-Sugeno, est constituée de sous-modèles partageant un vecteur d’état unique (sous modèles homogènes), à l’heure actuelle, le plus couramment utilisé. Dans la seconde, connue sous l’appellation de multi-modèle découplé, les sous-modèles possèdent chacun un vecteur d’état indépendant (sous-modèles hétérogènes) [1]. Une structure de multi-modèle se présente sous la forme :

### 1.4.1 Multi-modèle couplé

La structure couplée, où le vecteur d'état étant une somme pondérée des états des modèles locaux, s'appelle aussi le modèle flou de Takagi-Sugeno (Fuzzy T-S model), dans cette situation la représentation multi-modèle est obtenue par interpolation de N modèles locaux linéaires [4].

### 1.4.2 Multi-modèle découplé

Une autre forme de multi-modèle, proposée par Filev (1991), résulte de l'agrégation de modèles locaux décrits d'une façon découplé. La différence entre cette structure et celle présentée au paragraphe précédent réside dans le fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres La représentation dans l'espace d'état de ce multi modèle est donnée par [3] :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i \\ y_i(t) = C_i x(t) + E_i u(t) + N_i \end{cases} \quad (1.3)$$

Dans cette structure, la notion d'état local, correspondant à un domaine de fonctionnement, apparait beaucoup clairement. Le multi-modèle (modèle global) est ainsi donné par [3] :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + D_i & i \in 1 \dots M \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) (C_i x(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (1.4)$$

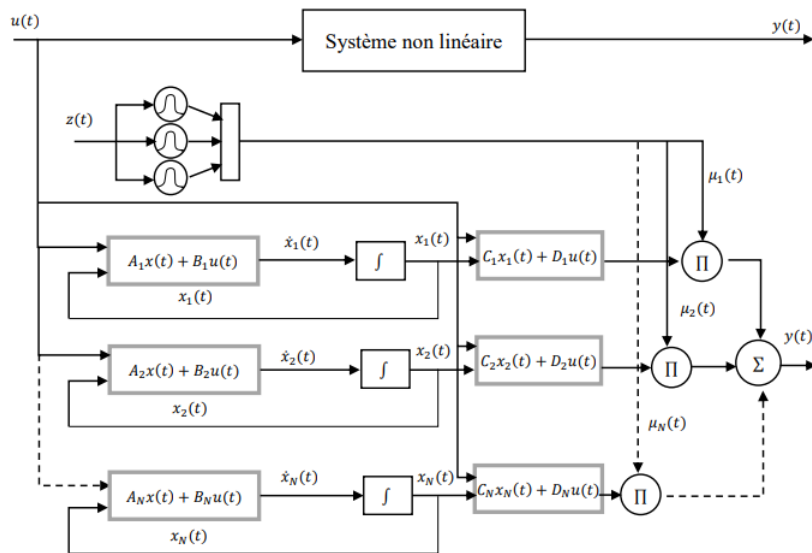


FIGURE 1.2 – Structure Multimodèle découplé

Dans notre travail nous sommes intéressés par le multi-modèle à états couplés (T-S) dans ce type de modèle flou, la dynamique locale dans différentes régions d'espace d'état est représentée par des modèles linéaires.

## 1.5 Modélisation floue type Takagi-Sugeno

Un modèle floue de type TS est constitué d'un ensemble de modèles (sous-modèle) linéaires liés par une structure d'interpolation représentée par des fonctions d'appartenance non linéaires. En effet, en 1985, sur la base du formalisme flou, Takagi et Sugeno ont proposé une approche de modélisation des systèmes non linéaires basée sur un ensemble de règles floues de type 'Si...Alors' dont les conclusions représentent un ensemble de dynamiques linéaires. Ainsi, si l'on note  $r$  le nombre de règles floues décrivant un modèle T-S, la  $i^{\text{ème}}$  règle  $R^i$  est donnée par [5]

$$\mathbf{Si} z_1 \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \mathbf{ET} z_2 \text{ est } F_2^i(z_2(t)) \dots z_p(t) \text{ est } F_p^i(z_p(t)) \mathbf{Alors} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}$$

Où, pour  $j = 1, \dots, p$ ,  $F_j^i(z_j(t))$  sont des sous ensemble flous réalisant une partition exacte de l'univers du discours,  $z_j(t)$  sont les variables de prémisses dépendantes des entrées et/ou de l'état du système.  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état du système,  $u \in R^m$  est le vecteur d'entrée et  $y(t) \in R^p$  est le vecteur de sortie,  $A_i, B_i$  et  $C_i$  sont les matrices décrivant la dynamique du système [5].

Pour chaque règle floue  $R^i$  une fonction de poids  $w_i(z_j(t))$  peut être attribuée, déterminant la contribution de chacune des dynamiques linéaires composant le multi-modèle dans sa globalité. Cette fonction de poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses  $z_j(t)$  aux sous-ensembles flous  $F_j^i(z_j(t))$  et du choix de l'opérateur ET [5]. Telles que :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)) \text{ pour } i = 1, \dots, r \quad (1.5)$$

Avec :  $\forall t, w_i(z(t)) \geq 0$ . On pose :

$$\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (1.6)$$

La fonction d'activation  $\mu_i(z(t))$  de la  $i$  ème règle du modèle flou vérifie les propriétés de sommes convexes :

$$\begin{cases} 0 < \mu_i(z(t)) < 1 \\ \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

Ainsi, après défuzzification, la représentation d'état d'un multi-modèle TS, vu dans sa globalité, peut s'écrire sous la forme [5] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

La figure 1.3 montre le schéma détaillé d'un modèle T-S standard. En effet, ils permettent de diminuer la complexité d'un problème non linéaire à traiter (stabilité, stabilisation, observation, diagnostic,...etc.) en le décomposant en un ensemble de problèmes linéaires locaux. L'ensemble des solutions locales correspondant à ces derniers constitue alors la solution globale du problème non linéaire initial.

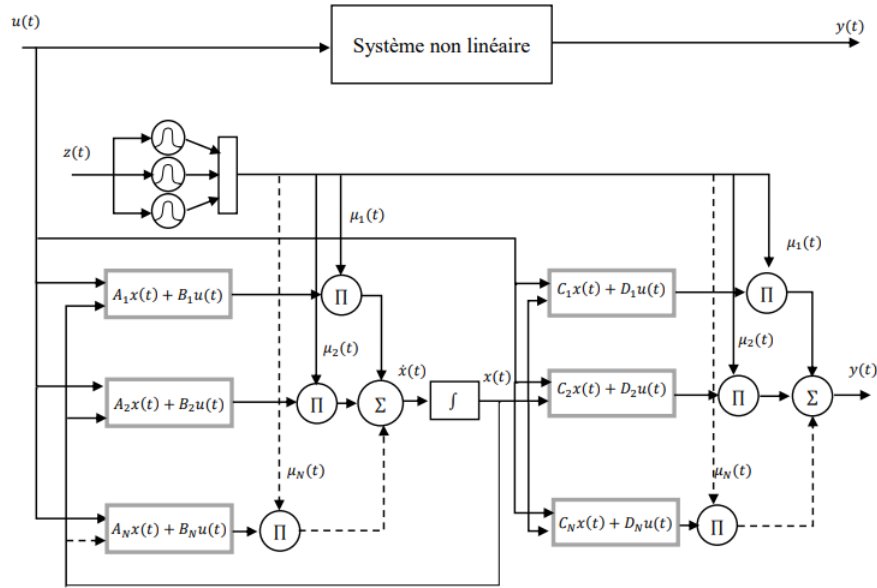


FIGURE 1.3 – Structure multimodèle T-S couplé

### 1.5.1 Techniques d'obtention de Multimodèles T-S

De nombreuses méthodes existent pour l'obtention d'un modèle TS. Le choix d'une méthode par rapport à une autre influence grandement le degré de précision du TS représentant le système non linéaire initial.

- La première approche repose sur les techniques d'identification. Cette technique est utilisée quand le modèle analytique n'est pas disponible ou que celui-ci très complexe à mettre en équations [6].
- La seconde approche repose sur la linéarisation du modèle non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement. Des sous – modèles linéaires sont alors obtenus pour chaque zone de fonctionnements [7].
- La troisième approche repose sur le formalisme des secteurs non linéaires. Cette technique est basée directement sur la connaissance analytique du modèle non linéaire. Contrairement aux deux approches précédentes qui donnent une approximation du modèle non linéaire, cette troisième méthode fournit un modèle TS représentant de manière exacte le modèle non linéaire initial [8].

Dans ce travail, nous avons choisis l'approche par secteurs non linéaires qui consiste à partir d'un modèle non linéaire à obtenir un modèle T-S qui représente exactement le comportement du modèle non linéaire dans un compact de l'espace d'état.

### 1.5.2 Méthode des secteurs non linéaires

La modélisation des systèmes flous de Takagi-Sugeno par l'approche des secteurs non linéaires, est introduite pour la première fois en 1992 par Kawamoto [4]. L'objectif de cette approche est de trouver un secteur global qui satisfait aux conditions du système non-linéaire  $\dot{x}(t) = f(x(t)) \in [a_1 a_2]$  dans la figure(1.4(a)), La conception d'un modèle flou

exacte est assurée par cette méthode. Mais, ce n'est pas évident toujours de trouver un secteur global pour n'importe quel système non-linéaire, pour ces raisons la proposition d'un secteur local été considérée comme une meilleure solution pour l'obtention d'un modèle flou. L'astuce est de présenter le SNL par plusieurs secteurs non-linéaires, donc chaque région " secteur local " est représenté par un modèle flou exacte avec  $x(t) \in [-d_i d_i]$  dans la figure(1.4(b)) [10].

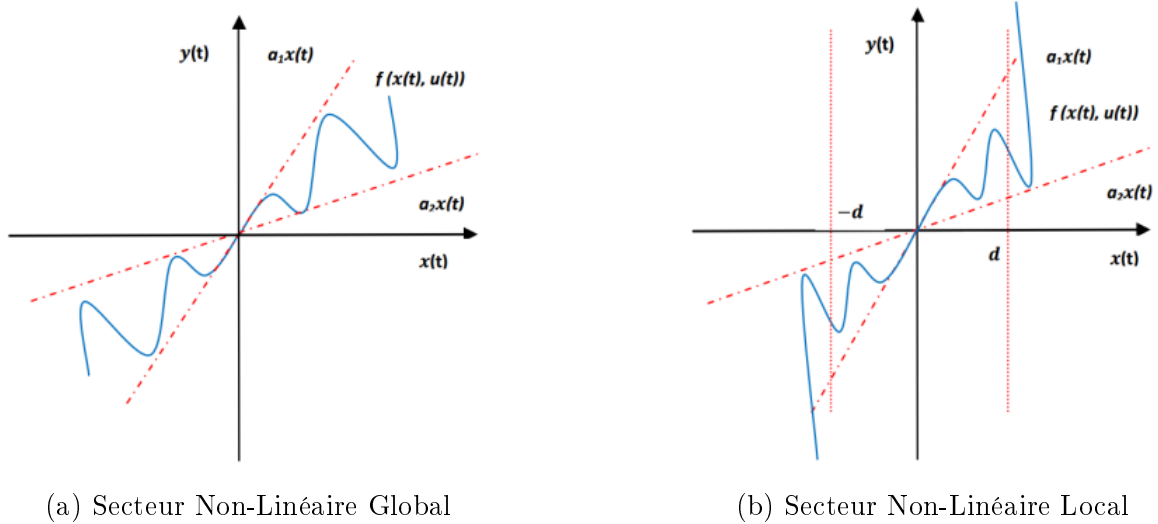


FIGURE 1.4 – Secteurs Non-Linéaire Global et Local

L'avantage d'une telle méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de réduire le nombre de modèles par rapport à la méthode de linéarisation [11].

Soit le système continu non linéaire [12] :

$$\dot{x} = f(x(t)) + g(x(t)) \cdot u(t) \quad (1.9)$$

Avec :  $x(.) \in R^n, u(.) \in R^m, f((x).) \in R^p, g \in R^{p \times m}$

**Lemme 1.1.** Soit  $z(x(t))$  une fonction bornée de  $[a, b] \rightarrow R$  pour tout  $x \in [a, b]$  avec  $[a, b] \in R^{+2}$ . Alors il existe deux fonctions  $F^1(x(t))$  et  $F^2(x(t))$  ainsi que, deux scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :

$$z(x(t)) = \alpha * F^1(x(t)) + \beta * F^2(x(t)) \quad (1.10)$$

Avec :  $F^1(x(t)) + F^2(x(t)) = 1, F^1(x(t)) \geq 0$  et  $F^2(x(t)) \geq 0$ . Une décomposition de  $z(x(t))$  est considérée sur  $[a, b]$  comme suivant :

$$\begin{cases} \beta = \min_{x \in [a, b]} z(x(t)) \\ \alpha = \max_{x \in [a, b]} z(x(t)) \end{cases} \quad (1.11)$$

$$\begin{cases} F^1(x(t)) = \frac{z(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta} \\ F^2(x(t)) = \frac{\alpha - z(x(t))}{\alpha - \beta} \end{cases} \quad (1.12)$$

Sous les hypothèses de continuité et bornitude des fonctions  $f(x(t))$  et  $g(x(t))$  dans le modèle (1.9) avec  $f(0) = 0$  et  $g(0) = 0$  elles peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} f(x(t)) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t))A_i x(t) \\ g(x(t)) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t))C_i x(t) \end{cases} \quad (1.13)$$

Le modèle (1.10) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (1.14)$$

Dans ce cas, la représentation multi-modèle obtenue correspond exactement au modèle non linéaire sur l'intervalle compact considéré.

### 1.5.3 Exemple 1

Afin d'illustrer la méthode d'obtention par décomposition en secteurs non linéaires des modèles T-S, nous proposons l'exemple suivant pour bien expliquer.

Considérons le système non linéaire décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{cases} \quad (1.15)$$

Pour la simplicité, nous supposons que  $x_1 \in [-1 \ 1]$  et  $x_2 \in [-1 \ 1]$ , le système (1.15) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.16)$$

où  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]$  et  $x_1(t)x_2^2(t)$ ,  $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$  sont les non linéaires du système, alors on définit les variables de prémisse suivantes :

$$\begin{cases} z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t) \\ z_2(t) \equiv (3 + x_2(t))x_1^2(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

En utilisant (1.17), le système peut être réécrit de la façon suivante :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.18)$$

On calcule les valeurs minimales et maximales de  $z_1$  et  $z_2$  :  
 $\text{Max}(z_1(t)) = 1$ ,  $\text{Min}(z_1(t)) = -1$ ,  $\text{Max}(z_2(t)) = 4$  et  $\text{Min}(z_2(t)) = 0$ . A partir de ces valeurs, on peut écrire :

$$\begin{cases} z_1(t) = F_{11}(z_1(t)) \cdot (1) + F_{12}(z_1(t)) \cdot (-1) \\ z_2(t) = F_{21}(z_2(t)) \cdot (4) + F_{22}(z_2(t)) \cdot (0) \end{cases} \quad (1.19)$$

où

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) + F_{12}(z_1(t)) = 1 \\ F_{21}(z_2(t)) + F_{22}(z_2(t)) = 1 \end{cases} \quad (1.20)$$

Par conséquent, les fonctions d'appartenance peuvent être calculées comme suit :

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) = \frac{z_1(t) + 1}{2} \\ F_{12}(z_1(t)) = \frac{1 - z_1(t)}{2} \\ F_{21}(z_2(t)) = \frac{z_2(t)}{4} \\ F_{22}(z_2(t)) = \frac{4 - z_2(t)}{4} \end{cases} \quad (1.21)$$

Le système non linéaire (1.15) peut être représenté par l'ensemble des règles floues suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Si } z_1 \text{ est } F_{11} \text{ et } z_2 \text{ est } F_{21} \text{ Alors } \dot{x}(t) &= A_1x(t) + B_1u(t) \\ \text{Si } z_1 \text{ est } F_{11} \text{ et } z_2 \text{ est } F_{22} \text{ Alors } \dot{x}(t) &= A_2x(t) + B_2u(t) \\ \text{Si } z_1 \text{ est } F_{12} \text{ et } z_2 \text{ est } F_{21} \text{ Alors } \dot{x}(t) &= A_3x(t) + B_3u(t) \\ \text{Si } z_1 \text{ est } F_{12} \text{ et } z_2 \text{ est } F_{22} \text{ Alors } \dot{x}(t) &= A_4x(t) + B_4u(t) \end{aligned}$$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L'inférence du système flou est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (1.22)$$

où

$$\begin{cases} \mu_1(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ \mu_2(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \\ \mu_3(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ \mu_4(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \end{cases} \quad (1.23)$$

Les résultats de la simulation des modèles flou et réel pour  $x(0) = [0.5 \ 0.5]$  et  $u = 0$  sont montrés dans les Figures. 1.5(a) et 1.5(b). Il est évident que les deux modèles sont identiques. Ce qui signifie que le modèle flou peut représenter exactement le système d'origine dans les domaines pré-spécifiés.

**Remarque 1.1.** *Le nombre de modèles linéaires augmente exponentiellement avec le nombre  $k$  de fonctions non-linéaires distinctes du modèle non-linéaire. Il est de  $2^k$*



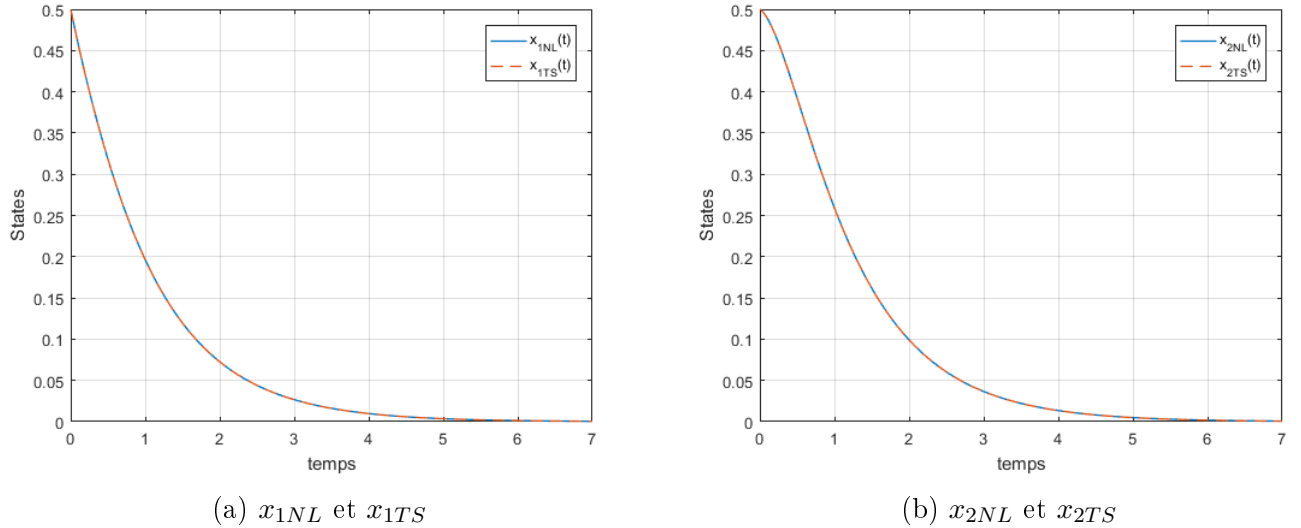


FIGURE 1.5 – Simulation du système réel et flou de l'exemple 1

### 1.5.4 Stabilité des multimodèles T-S

L'étude de la stabilité des modèles Takagi-Sugeno s'effectue principalement en utilisant la méthode directe de Lyapunov. Cette méthode implique le choix d'une fonction candidate de Lyapunov qui est le premier élément dans l'étude de la stabilité, il existe deux grandes familles des fonctions de Lyapunov (les fonctions quadratiques et non quadratiques). Dans ce chapitre, on s'intéresse à la stabilité par des fonctions de Lyapunov quadratiques [13].

#### Stabilité quadratique des systèmes flous de type T-S

Dans cette section, nous présentons les conditions suffisantes de stabilité quadratique utilisant l'approche de Lyapunov. Le modèle de T-S en régime libre dans le cas continu est défini comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (1.24)$$

La fonction candidate de Lyapunov la plus couramment utilisée est définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t), \quad P = P^T > 0 \quad (1.25)$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction (1.25) :

$$\frac{d}{dt} V(x(t)) = \frac{d}{dt} (x^T(t) P x(t)) = \dot{x}^T(t) + x^T P \dot{x}(t) \quad (1.26)$$

De (1.24) et (1.26) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(x(t)) &= \left( \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right)^T P x(t) + x^T(t) P \left( \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right) \\ &= x^T(t) \left( \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \{A_i P + P A_i\} \right) x(t) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Puisque les fonctions  $\mu_i$  sont toujours positives, l'étude de la stabilité quadratique revient donc à résoudre le problème résumé dans le théorème suivant [4] :

**Théorème 1.1.** *Le modèle flou continu (1.24) est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice commune définie positive  $P = P^T > 0$  telle que les LMIs suivantes soient vérifiées :*

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad i = 1 \dots r \quad (1.28)$$

## 1.6 Estimation d'état

Le comportement dynamique d'un système réel peut être représenté par un modèle mathématique composé d'équations différentielles reliant les variables internes d'état. La variation de ces variables dans le temps exprime l'évolution du système réel. Ce formalisme d'état est particulièrement bien adapté à la conception de lois de commande, dont la mise en œuvre nécessite la connaissance des variables d'état.

Cependant, il peut être difficile, voire impossible, de mesurer l'état complet du système en raison de diverses contraintes d'ordre physique, économique ou technologique. Dans de tels cas, les variables d'état non disponibles doivent être estimées. Cette estimation d'état est généralement réalisée à l'aide d'un capteur logiciel, souvent appelé observateur. Le principe de la reconstruction d'état est illustré à la figure 1.6.

L'objectif de la reconstruction d'état est de fournir des estimations des variables d'état en utilisant des quantités connues, telles que les entrées et les sorties du système. La structure de l'observateur est conçue en se basant sur un modèle du système réel.

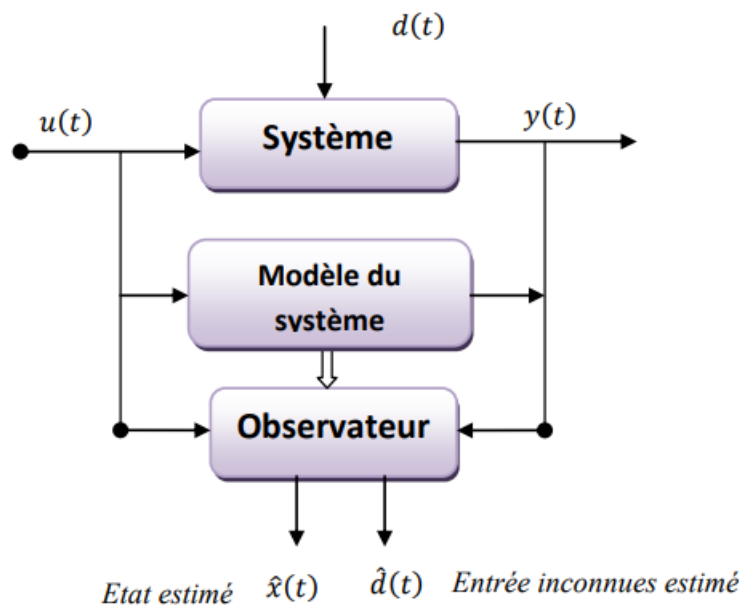


FIGURE 1.6 – Principe de l'estimation d'état en présence d'entrées inconnues

L'estimation d'état d'un système joue un rôle crucial dans la surveillance et le diagnostic des systèmes, car elle permet de générer des signaux de défaillance en comparant

les variables mesurées avec celles estimées. L'observateur est construit à partir d'un modèle représentant le bon fonctionnement du système. Lorsqu'une défaillance survient, les données mesurées ne respectent plus les relations du modèle, créant ainsi une incohérence entre les données mesurées et estimées.

Étant donné que de nombreux systèmes physiques présentent des dynamiques complexes et non linéaires, l'estimation d'état dans un contexte de diagnostic nécessite l'utilisation de modèles pouvant représenter le système sur une large plage de fonctionnement. Dans ces situations, l'utilisation de modèles non linéaires est conseillée. Cependant, l'estimation d'état pour les systèmes représentés par des modèles non linéaires pose un défi difficile à résoudre dans un cadre général.

Dans le cas des systèmes représentés par des multi-modèles, la conception d'un observateur suppose que les modèles locaux sont localement observables, c'est-à-dire que toutes les paires  $(A_i, C_i)$  sont observables. Différentes approches ont été développées pour la synthèse des observateurs pour des multi-modèles avec et sans incertitudes [30]. Des observateurs robustes pour une classe de systèmes représentés par des multi-modèles incertains et à entrées inconnues ont également été développés et appliqués pour le diagnostic des défauts, comme illustré dans [31], [32].

Malgré les principales méthodes pour construire un multi-modèle à partir d'un système non linéaire (telles que la transformation par secteur non linéaire ou la linéarisation autour de points de fonctionnement) qui conduisent à des multi-modèles avec des variables de prémisses non mesurables, seuls quelques résultats [33], [34], [35], [36] sont dédiés à l'exploitation de ces modèles pour le diagnostic, la commande ou l'observation.

## 1.7 Généralités sur la diagnostic

### 1.7.1 Définitions et généralités

Dans cette section, on présentera les définitions des terminologies les plus utilisées dans la théorie de la commande tolérante aux défauts.

#### Défaut

Un défaut est défini comme tout changement dans les paramètres d'un système en dehors de la plage acceptable / ou normale. Ce changement peut dégrader les performances du système comme il peut être tolérable.

#### Panne

La panne est un état de dysfonctionnement matériel ou logiciel d'un système ou d'une partie du système, généralement, elle est due à une défaillance. Le dispositif touché est incapable d'assurer la fonction requise, une panne peut être permanente ou intermittente [37].

## Dysfonctionnement

Le dysfonctionnement signifie que soit le système reste sans réponse soit il y a une exécution incomplète d'une tâche spécifique [39].

## Perturbations

Les perturbations sont des signaux d'entrées indésirables et non contrôlables mais restent tolérables [39].

## Diagnostic

Le diagnostic est défini comme l'ensemble des actions mises en œuvre afin de détecter et de localiser les défauts affectant le système.

## Détection

La détection concerne la mise en évidence d'événements qui affectent l'évolution d'un système. Elle consiste à comparer le fonctionnement réel du système avec ce qu'il devrait être sous l'hypothèse de fonctionnement nominal.

## Localisation ou isolation

La tâche de localisation consiste à analyser les événements de façon à pouvoir déterminer le type de défauts (capteur, actionneur, ...etc.) ainsi que les composants défectueux du système.

### 1.7.2 Classification des défauts

Dans la littérature, on trouve plusieurs classifications des défauts, dont chacune est basée sur un critère donné. Dans cette section on présentera la classification la plus utilisée des défauts, c'est la classification selon l'emplacement d'occurrence.

Comme l'occurrence de défaut est un événement soudain, et peut se produire dans n'importe quelle partie du système. Selon l'emplacement d'occurrence, le défaut peut être : un défaut d'actionneur, un défaut de capteur ou un défaut de composant (Figure 1.7).

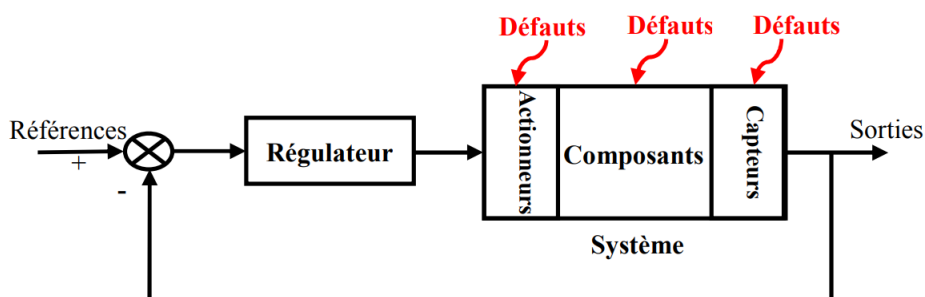


FIGURE 1.7 – Types de défauts dans le système de commande.

### Défauts actionnaires

Les actionneurs ont un rôle primordial dans un système de commande, ils exécutent les commandes du contrôleur en constituant une interface entre ce dernier et le système à commander. Donc tout défaut qui peut affecter l'efficacité d'un actionneur, dont il devient incapable d'exécuter correctement les commandes du contrôleur, va certainement affecter les performances du système soit en terme de temps de repense ou en terme de précision et il peut même provoquer son instabilité. Les défauts d'actionneur peuvent se produire en raison, par exemple, d'une perturbation de l'alimentation électrique, une résistance accrue, des fuites hydrauliques, etc.

### Défauts capteurs

Les capteurs sont utilisés pour transformer des grandeurs physiques mesurables en signal mesurable souvent électrique. L'importance de la mesure pour un système de contrôle, que ce soit pour la régulation ou pour la surveillance du bon fonctionnement du système, justifier l'ampleur de l'impact d'un défaut contaminant la précision ou la rapidité d'un capteur, sur les performances de ce système. Par conséquent, il est important de détecter et d'isoler les défauts des capteurs à un stade précoce.

### Défauts dans le système (Défauts composants)

Tous les défauts qui n'appartiennent pas à la catégorie des défauts d'actionneur ou des défauts de capteur, peuvent être considérés comme des défauts de composants. Ces défauts peuvent emporter une modification des paramètres physiques du système et peuvent réduire la performance globale de ce dernier.

### 1.7.3 Détection et isolation des défauts (FDI)

Lorsqu'un système dynamique présente un défaut, cela peut avoir des conséquences graves sur son fonctionnement. Il est donc important de mettre en place une procédure de diagnostic pour surveiller le système et détecter, localiser et estimer tout défaut qui pourrait survenir.

- La première étape de cette procédure de diagnostic est la détection. Elle permet de déterminer si un défaut existe ou non en observant les symptômes de défaillance présentés par le système. Cette étape génère des signaux porteurs de symptômes, appelés résidus, qui indiquent les anomalies présentes dans le système.
- Une fois que la détection a confirmé l'existence d'un défaut, la deuxième étape consiste à le localiser. Il s'agit de déterminer précisément la partie du système qui est affectée par le défaut. Cette étape permet d'identifier la source du problème et d'éviter des erreurs coûteuses lors des réparations.
- Enfin, la dernière étape de la procédure de diagnostic est l'estimation. Cette étape permet de connaître le signal de défaut en estimant son amplitude et son évolution dans le temps. Cette information est essentielle pour déterminer la gravité du défaut et établir un plan de réparation approprié.

En somme, la procédure de diagnostic des défauts est essentielle pour garantir le bon fonctionnement d'un système dynamique. Elle permet de détecter, localiser et estimer tout défaut potentiellement dangereux, afin d'assurer la sécurité et la fiabilité du système.

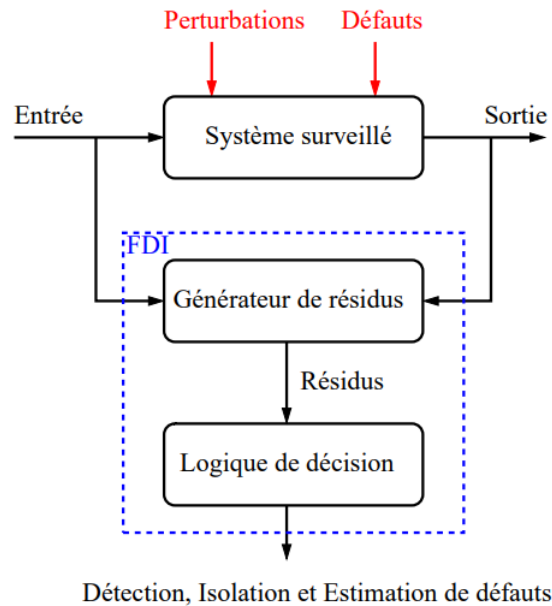


FIGURE 1.8 – Principe du diagnostic

### 1.7.4 Différentes méthodes de diagnostic

Les méthodes de diagnostic des défaillances utilisées dans les différents secteurs industriels sont très variées et peuvent être groupées en deux grandes familles : celles qui n'en utilisent pas les modèles mathématiques (sans modèle), et celles qui utilisent les modèles mathématiques du système (diagnostic à base modèle), ces dernières approches sont plus simples et moins coûteuses que la première approche figure .

#### Méthodes sans modèles mathématique :

Les approches de diagnostic sans modèles mathématiques sont utilisées lorsque la modélisation d'un système avec des défauts est difficile à obtenir. Ces approches comprennent la méthode de redondance matérielle, qui souffre de coûts élevés et de contraintes d'installation, ainsi que des méthodes telles que l'analyse en composantes principales, la reconnaissance de formes, le traitement statistique, l'analyse des signaux et le raisonnement logique. Ces méthodes sont toutes basées sur des algorithmes d'apprentissage et peuvent être mises en œuvre pour diagnostiquer des systèmes défectueux.

#### Méthodes avec modèles mathématiques :

Pour la deuxième classe, il y a différentes approches pour la surveillance et le diagnostic des systèmes dynamiques en utilisant des modèles adoptés. Plusieurs auteurs décomposent ces méthodes de diagnostic en trois approches : l'identification paramétrique, l'espace de parité et l'observation d'état.

- L'approche basée sur l'identification paramétrique consiste à estimer en continu les paramètres du système à partir des mesures d'entrée-sortie, générant des résidus à partir de l'erreur d'estimation. Cependant, le calcul pour estimer le vecteur de paramètres peut devenir difficile si le nombre de défauts augmente.
- L'approche basée sur l'espace de parité utilise des relations de redondance analytique entre les entrées et les sorties du système, en les projetant dans un espace particulier appelé espace de parité, pour engendrer des résidus par le test de cohérence entre les mesures obtenues et les équations de parité.
- L'approche basée sur les observateurs utilise des méthodes de détection et de localisation de défauts en reconstruisant l'état à l'aide d'observateurs ou de filtres. L'erreur d'estimation de sortie peut être utilisée comme résidu pour détecter les défauts. Différents types d'observateurs ont été proposés, tels que l'observateur à entrées inconnues, l'observateur à modes glissants, l'observateur adaptatif et l'observateur à grand gain.

Peu de travaux ont été effectués pour la synthèse d'observateurs à entrée inconnue pour les systèmes non linéaires, mais certaines approches linéaires ont été proposées pour l'estimation d'état des systèmes non linéaires, tels que les systèmes singuliers non linéaires, les systèmes de type Lipschitz et les systèmes de type multi-modèle de T-S. La théorie des valeurs moyennes a été introduite pour améliorer l'estimation dédiée aux systèmes multi-modèle de T-S.

## 1.8 Commande tolérante aux défauts

Dans la plupart des systèmes d'ingénierie pratiques, les défauts capteurs, actionneurs et composants sont des événements inévitables qui pourraient se produire à n'importe quel moment. Une fois que les défauts apparaissent, le système de contrôle peut se retrouver avec une dégradation de performance et même une instabilité. Donc, il est très important d'étudier la FTC et ses problèmes liés [39]. Depuis son introduction en 1971, Le but de la FTC a été de renforcer la sécurité des technologies industrielles modernes en préservant la stabilité du système et en assurant une performance de contrôle acceptable en cas de défaillance [40], avec la FTC, l'impact des défauts sera éliminé sans arrêter le processus de production.

### 1.8.1 Classification des techniques de commande tolérante aux défauts

La FTC a été classifiée dans les références [41][42][43] en deux approches : PFTC et AFTC, ce rangement a été fait selon la structure du design, la méthode mathématique utilisée, le rendement de la commande employée et la sévérité du défaut [44]. Comme indiqué sur la figure 1.9, l'approche active est la reconfiguration du système ou l'accommodation des défauts et l'approche passive est basée sur la commande robuste.

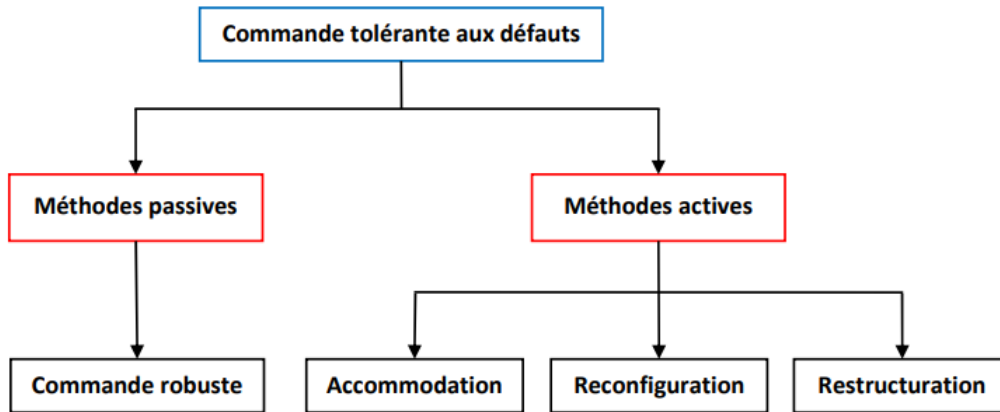


FIGURE 1.9 – Classification des techniques FTC

### 1.8.2 Approche passive

L'approche passive utilise des techniques de commande robustes telles que la commande  $H_\infty$  et la commande à mode glissant. La loi de commande est conçue de manière à ce que le système en boucle fermée soit robuste face à certains défauts spécifiques. Cette méthode repose sur l'idée simple que les défauts sont considérés comme des perturbations et/ou des incertitudes que la loi de commande doit prendre en compte dès sa conception initiale. Cette approche ne nécessite pas de module de diagnostic pour la détection des défauts ni de reconfiguration de la loi de commande ou des paramètres du système, mais sa capacité de tolérance est limitée à quelques défauts de faible amplitude.

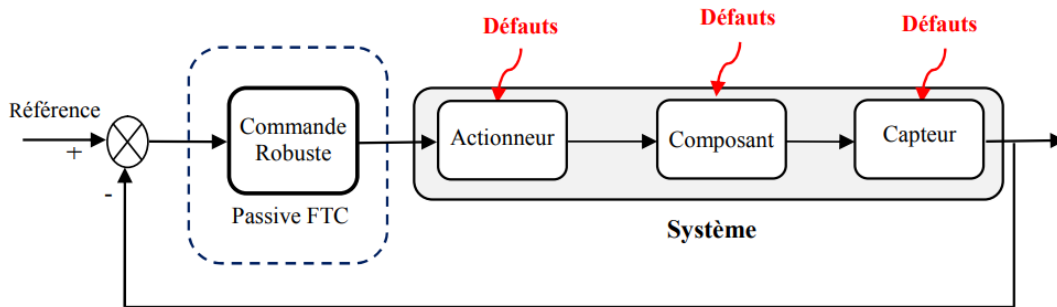


FIGURE 1.10 – Schéma de principe d'une loi de commande FTC passive.

### 1.8.3 Approche active

Les méthodes actives de tolérance aux défauts (AFTC) sont plus répandues dans la littérature que les méthodes passives en raison de leurs performances supérieures et de leur capacité à traiter une large gamme de défauts. Les techniques utilisées dans les approches AFTC sont présentées dans diverses publications. Les approches AFTC réagissent de manière proactive en reconfigurant la loi de commande pour maintenir la stabilité et les performances du système, même en présence de défauts imprévus. Cependant, cela nécessite une technique de détection et d'isolation des défauts (FDD) ainsi qu'une méthode de reconfiguration de la loi de commande. Un schéma typique d'un système AFTC



comprend un bloc de détection des défauts (FDD) fournissant des informations en temps réel, un mécanisme de reconfiguration et un régulateur reconfigurable. Le bloc FDD prend en compte différents types de défauts pour activer la reconfiguration du système dans les délais les plus courts possibles. Le régulateur reconfigurable est automatiquement synthétisé à partir des informations produites par le module FDD, afin de maintenir la stabilité, la dynamique et les performances initiales du système. De plus, un régulateur "feedback" reconfigurable est synthétisé pour permettre au système en boucle fermée de suivre la référence spécifiée en présence de défauts. En cas de dégradation des performances du système, la commande de référence peut ajuster automatiquement l'entrée de commande ou informer les opérateurs humains de la présence de défauts.

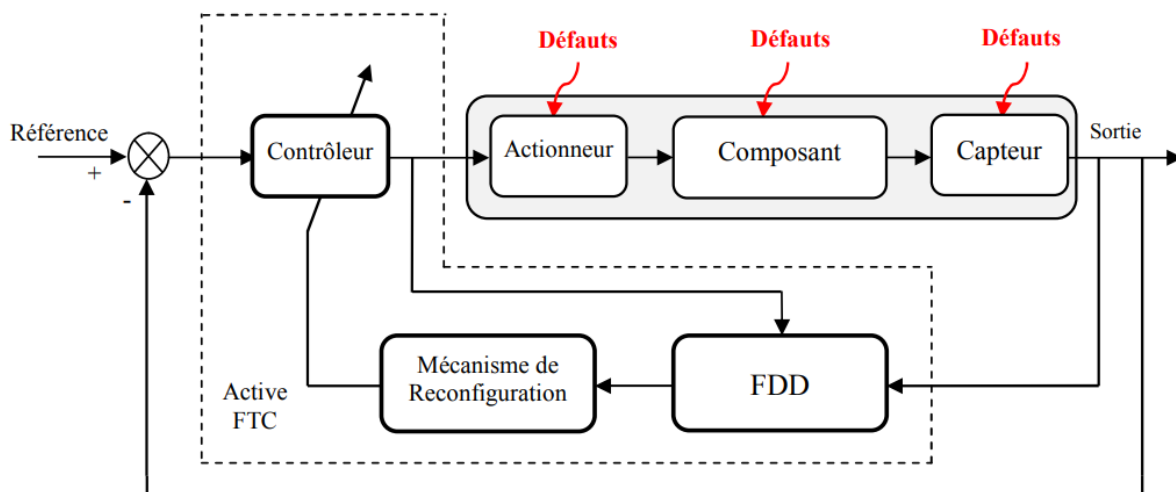


FIGURE 1.11 – Schéma de principe d'une loi de commande AFTC.

Les techniques actives sont généralement classées en trois types selon leur mécanisme d'action sur le système et selon le type de défaut qui intervient : l'accommodation au défaut, la reconfiguration et la restructuration du système de commande.

1. **Accommodation des défauts** : Dans cette classe, seuls les défauts de faibles amplitudes sont pris en compte. La nouvelle loi de commande est générée par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur, tandis que le système à contrôler reste inchangé.
2. **Reconfiguration du système** : Cette classe est utilisée lorsque les parties défaillantes ne peuvent pas être accommodées. Elle implique la modification de la structure du système pour compenser le défaut.
3. **Restructuration** : Dans cette classe, une nouvelle loi de commande est synthétisée en modifiant à la fois les paramètres du régulateur et la structure du système à commander. Elle est utilisée lorsque l'accommodation et la reconfiguration ne peuvent pas résoudre le problème de commande.

Ces techniques peuvent être combinées pour une meilleure tolérance aux défauts selon le système et le défaut.

Dans la section suivante, nous allons illustrer quelques exemples de méthodes et de stratégies utilisées dans le domaine de la commande tolérante aux défauts. Nous différencierons les méthodes conçues spécifiquement pour les systèmes linéaires de celles qui sont destinées aux systèmes non linéaires.

### Méthodes FTC active pour les système linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires, parmi les méthodes de FTC active les plus connues, nous pouvons citer :

#### 1. Méthode de pseudo inverse

L'approche par le calcul de la matrice pseudo-inverse est l'une des méthodes AFTC les plus citées grâce à sa simplicité et sa capacité de traiter une large classe de défauts pré-définis. Elle est utilisée dans le cas des systèmes linéaires et elle se base sur la minimisation de la norme de la distance entre le modèle en boucle fermée du système défectueux et le modèle de référence.

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.29)$$

L'équation 1.29 décrit la dynamique du système dans le cas nominal, afin de le stabiliser ou d'obtenir des performance spécifiques on considère que le système est commande par retour d'état  $u(t) = Kx(t)$  sous contrainte de commandabilité. En boucle fermée on a :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.30)$$

L'apparition d'un défaut, qui peut être un défaut sur le système, un défaut de capteur ou un défaut d'actionneur, conduit à une modification du modèle décrit maintenant par :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (1.31)$$

L'indice  $f$  indique la situation en défaut du système.

Le but alors est de déterminer une nouvelle matrice de gain  $K_f$  de telle sorte que la dynamique du système défaillant en boucle fermée soit approximativement égale à celle du système nominal, ce qui conduit à :

$$A + BK = A_f + B_f K_f \quad (1.32)$$

On veut alors minimiser le critère  $J$  donné par la norme de Frobenius suivante :

$$J = \| (A + BK) - (A_f + B_f K_f) \|_F \quad (1.33)$$

Une approximation au sens des moindres carrés est donnée par :

$$K_f = B_f^+ (A + BK - A_f) \quad (1.34)$$

où,  $B_f^+$  est la matrice pseudo-inverse de la matrice  $B_f$ .

Le grand avantage de cette méthode est sa simplicité et la facilité de son implantation, cependant, elle présente l'inconvénient de ne pas garantir la stabilité en

boucle fermée, des contraintes ont été imposées dans ce contexte mais ceci augmente considérablement le temps de calcul, un autre inconvénient réside dans le fait qu'elle exige une connaissance parfaite du modèle défectueux ( les matrices  $A_f$ ,  $B_f$  et  $C_f$  ), ce qui risque de conduire à des incertitudes de modélisation, l'extension de cette méthode vers le cas non linéaire représente aussi une limitation.

## 2. Méthode par placement de structure propre

cette méthode vise à faire coïncider les valeurs propres des matrices du système sans défauts en boucle fermée (la matrice  $A + BK$ ) avec celles du système défaillant (la matrice  $A_f + B_f K_f$ ), et ceci en minimisant la norme 2  $\| \cdot \|_2$  entre les différents vecteurs propres correspondants, l'objectif étant de trouver le gain  $K_f$  qui arrive à vérifier ceci, en effet, la structure propre (valeurs et vecteurs propres) déterminent la réponse temporelle du système, le but est donc d'imposer une dynamique au système en défaut la plus proche possible de celle du système nominal, c'est une forme de placement de pôles de telle sorte qu'ils coïncident les uns avec les autres. Contrairement à la méthode de la pseudo-inverse, celle-ci ne pose pas beaucoup de problème en ce qui concerne la garantie de la stabilité en boucle fermée ou la charge de calcul, cependant elle présente également l'inconvénient de la difficulté de la prise en considération des incertitudes de modélisation, puisqu'elle suppose ainsi la possession et la connaissance des matrices  $A_f$ ,  $B_f$  et  $C_f$ .

## Méthodes FTC active pour les systèmes non linéaires

Il existe plusieurs approches pour la commande FTC, dans ce qui suit nous citons quelques unes à titre d'exemple.

### 1. Méthode basée sur banc de régulateurs

L'approche AFTC implique de modifier uniquement les paramètres de commande après la détection d'une défaillance dans le système. Elle repose sur des régulateurs précalculés pour chaque mode de fonctionnement, également appelée "commande multi-modèle" (MMC). Cette méthode est basée sur une série de modèles décrivant le système dans différentes conditions, souvent considérés comme des modèles de défaillance représentant différents types de problèmes. Chaque modèle est associé à un régulateur spécifique.

L'objectif principal de cette approche est de créer dynamiquement la loi de commande à appliquer au système en utilisant une logique de commutation qui combine les différentes lois de commande des régulateurs en fonction du vecteur d'entrée, du vecteur de sortie, etc. Ces régulateurs sont pondérés à l'aide de fonctions d'activation dépendant des paramètres d'entrée et de sortie. Cette combinaison de lois de commande permet de créer une loi de commande globale pour l'ensemble du système.

### 2. Méthode basée sur les réseaux de neurones

Les stratégies d'AFTC basées sur les réseaux de neurones ont attiré une grande attention dans la communauté de la commande tolérante aux défauts. Des approches utilisant des réseaux de neurones pour estimer les défauts en ligne ont été développées, offrant à la fois des fonctions de diagnostic et d'accommodation des défauts. Une procédure systématique pour mettre en œuvre un algorithme d'estimation non

linéaire a été proposée (voir [47]) en se basant sur la théorie de Lyapunov. Cependant, la mise en œuvre de ces approches est difficile en raison des capacités de calcul requises et du manque d'outils de validation pour les algorithmes de commande et d'estimation par réseaux de neurones.

### 3. Méthode basée sur la logique floue

Des stratégies de commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires ont été développées en utilisant la logique floue. Une technique d'accommodation basée sur une commande floue adaptative permet l'apprentissage en ligne de nouvelles dynamiques inconnues causées par l'apparition des défauts. Cette approche traite également des systèmes non linéaires en utilisant des représentations multi-modèles avec des fonctions d'interpolation pour rapprocher la dynamique du modèle de celle du système.

Les méthodes AFTC basées sur la logique floue ont été appliquées à divers systèmes non linéaires tels qu'une chaudière à gaz, un système d'air conditionné, un moteur, une centrale nucléaire et un avion. Dans [29], une approche active de commande tolérante aux défauts reposant sur des modèles flous de type Takagi-Sugeno a été développée en utilisant des observateurs et des régulateurs Takagi-Sugeno.

Une autre approche intéressante consiste à utiliser un modèle de référence qui correspond au modèle représentant le bon fonctionnement du système. La commande est généralement composée de deux termes. Le premier terme est un retour d'état classique, tandis que le deuxième terme est lié à l'erreur de poursuite entre la trajectoire de référence et celle du système. L'objectif est alors de minimiser cette erreur de poursuite de trajectoire, ce qui conduit à contraindre le système en défaut à se comporter comme le système de référence sans défaut. Cette approche fera l'objet de chapitre 3.

## 1.9 Motivations et position du problème

Dans le contexte de la modélisation d'un système non linéaire à l'aide d'une structure multimodèle, le problème essentiel se trouve au niveau des techniques d'obtention d'une telle structure. La plupart des techniques existantes présentent des inconvénients, comme la perte d'information due par exemple à la linéarisation, ou la difficulté du choix des points de fonctionnement. Seule la méthode par transformation via des secteurs non linéaires permet d'obtenir un modèle équivalent au modèle non linéaire initial.

Dans le domaine du diagnostic, supposer que la variable de décision est mesurable oblige à concevoir des observateurs dont les fonctions d'activation dépendent de variables connues. Cela impose des contraintes fortes. Il est donc intéressant de considérer le cas où les fonctions d'activation dépendent de variables non mesurables, comme l'état du système. Cette hypothèse permet de représenter une large classe de systèmes non linéaires.

Les travaux décrits dans cette thèse concernent principalement les systèmes non linéaires décrits par des modèles de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables. L'objectif est d'étendre certains résultats connus pour les systèmes T-S à variables mesurables au cas des systèmes à variables non mesurables.

Ainsi, la problématique abordée dans ces travaux de thèse est la synthèse de lois de commande et d'observateurs pour les systèmes non linéaires représentés par des modèles flous de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables. L'originalité est d'étendre les méthodologies existantes au cas peu étudié des modèles dépendant de variables non mesurées.

### 1.10 Conclusion

Ce chapitre a commencé par introduire la structure multimodèle, en particulier les modèles de Takagi-Sugeno, en présentant brièvement trois méthodes pour les obtenir (identification et linéarisation des systèmes non linéaires). Une méthode utilisant des transformations par secteurs non linéaires a été rappelée en détail. Ensuite, un aperçu des méthodes de synthèse d'observateurs pour les systèmes T-S à VDM et à VDNM a été réalisé, suivi d'un rappel sur la commande tolérante aux défauts et des différentes stratégies existantes dans la littérature. Les motivations et la problématique abordées dans ce travail ont ensuite été exposées en détail, en définissant les objectifs à atteindre.

## Chapitre 2

# Stabilisation et poursuite de trajectoire des modèles flous TS

## 2.1 Introduction

La stabilisation et la poursuite de trajectoire sont des problématiques fondamentales dans la commande des systèmes. La théorie des systèmes flous de Takagi-Sugeno (TS) est une approche qui a montré son efficacité pour traiter ces problématiques, notamment pour les systèmes complexes et non-linéaires.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la synthèse des lois de commande par l'approche TS floue permettant d'assurer la stabilisation et la poursuite de trajectoire de référence pour un procédé donné. Après un bref rappel sur la notion de stabilité des systèmes dynamiques et surtout les multimodèles de Takagi-Sugeno, nous détaillerons les principales approches développées dans la littérature pour la stabilisation, comme le contrôle PDC (Parallel Distributed Compensation) par retour d'état et par retour de sortie, le contrôle par PDC avec un retour d'état statique ou bien avec un observateur. Nous verrons ensuite comment étendre ces approches pour réaliser un suivi de trajectoire de référence.

Nous appliquerons et comparerons ces différentes méthodes sur un exemple numérique, afin d'illustrer leurs avantages et inconvénients respectifs. L'objectif est de fournir une vue d'ensemble des outils disponibles pour la synthèse de lois de commande TS floue permettant d'assurer la stabilisation et la poursuite de trajectoire, et de guider le lecteur dans le choix de la méthode la plus adaptée à son application.

## 2.2 Notion de stabilité

La stabilité est un concept fondamental dans l'étude des systèmes dynamiques. Elle caractérise leur comportement une fois écartés de leur position d'équilibre. Formellement, un point d'équilibre est dit stable si le système qui en est légèrement éloigné initialement reste dans un voisinage proche, et asymptotiquement stable s'il converge de nouveau vers ce point.

L'analyse de la stabilité a beaucoup bénéficié des travaux de Lyapunov. Sa première méthode permet une conclusion locale sur la stabilité par linéarisation. Mais la seconde méthode, dite "directe", fournit des conditions suffisantes de stabilité basées sur l'évolution d'une fonction énergétique le long des trajectoires, sans résoudre les équations. Valable pour les systèmes linéaires et non-linéaires, elle évite de calculer explicitement les solutions.

Cette approche s'appuie sur une vision physique : si l'énergie d'un système se dissipe continûment, il rejoint un point d'équilibre. Il s'agit alors de trouver une fonction candidate vérifiant ce critère. Les fonctions quadratiques sont souvent utilisées. La méthode directe de Lyapunov offre un puissant cadre d'analyse, en particulier pour les systèmes non-linéaires.

## 2.3 Stabilité d'un modèle flou de Takagi-Sugeno

L'approche sur laquelle on se base pour établir et étudier la stabilité au sens du Lyapunov de ce type de systèmes repose sur les fonctions candidates quadratiques, il s'agit de trouver une matrice symétrique définie positive telles que certaines conditions garantissent la stabilité, chose qui semble intéressante et facile à mettre en œuvre d'un point de vue pratique.

Soit le système flou T-S suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.1)$$

avec :

$$\begin{cases} 0 < \mu_i(z(t)) < 1 \\ \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

En boucle ouverte, le système libre non contrôlé est donné par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (2.3)$$

D'après le théorème 1.1, le multimodèle 2.3 est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive  $P$  vérifiant pour tout  $i \in 1, \dots, r$  les inégalités matricielles linéaires suivantes :

$$P > 0, A_i^T P + P A_i < 0 \quad (2.4)$$

## 2.4 Stabilisation d'un multimodèles de type T-S

Pour garantir la stabilité d'un modèle de type T-S, nous avons recours à la synthèse d'une commande stabilisante. Pour ce faire, en s'inspirant des résultats d'analyse de stabilité des systèmes dynamiques, on aboutit à des conditions de synthèse de commande par retour d'état. Les conditions sur les gains de commande ainsi obtenues, ne sont pas nécessairement formulées directement en un problème LMI. En effet, dans certains cas, on obtient des inégalités matricielles non linéaires, ce qui nécessite un ensemble de transformations matricielles pour les rendre linéaires. Dans ce contexte, plusieurs formules de commande floue sont proposées dans la littérature, on ne citera ici que les plus utilisés, c'est la loi de commande basée sur le retour d'état et connue sous le nom de PDC [14].

### 2.4.1 Commande stabilisante par l'approche de la PDC avec retour d'état

L'idée principale de la conception du contrôleur PDC est basée essentiellement sur l'étude de la stabilité à partir de la fonction quadratique de Lyapunov. L'idée est d'attribuer une règle pour chaque contrôleur depuis la règle du modèle flou T-S correspondant, pour compenser le modèle. Donc on obtient un contrôleur flou, en plus il partage le même ensemble flou que le modèle flou. La figure (2.1) illustre le principe de fonctionnement de



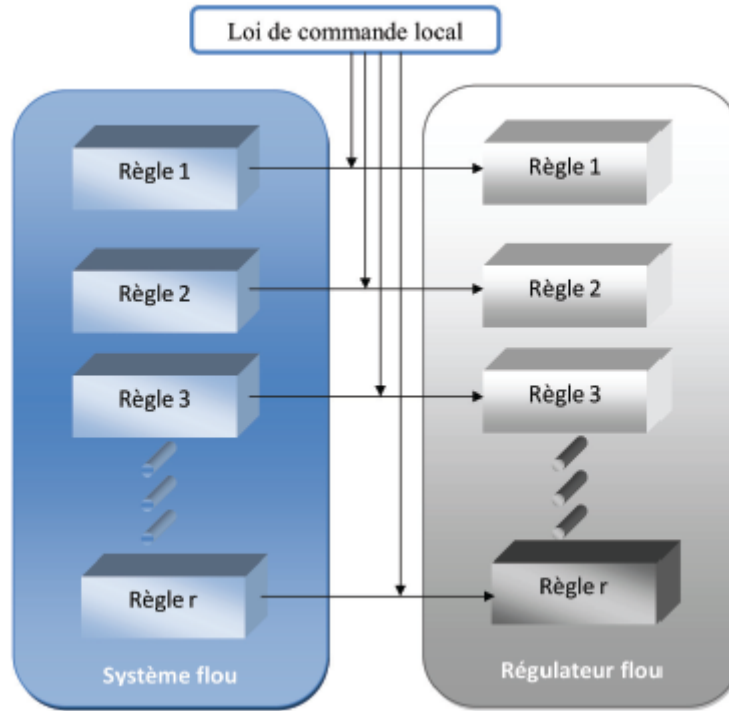


FIGURE 2.1 – Principe de la commande PDC

la commande PDC [15].

Soit le modèle T-S continu en boucle fermée [13] :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.5)$$

Les règles du contrôleur PDC peuvent être écrites sous la forme : Règle  $i$  :  $S_i z_1(t)$  et  $F_1^i$  et....et  $z_p(t)$  et  $F_p^i$  Alors  $u(t) = -K_i x(t)$   $i = 1, \dots, r$  qui est un contrôleur par retour d'état à la partie conséquence. Le contrôleur flou est représenté par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t) \quad (2.6)$$

Où  $K_i : i = 1, \dots, r$  est le gain de retour local relatif au  $i$ ème modèle, avec les mêmes  $\mu_i(z(t))$  que ceux du modèle flou [13].

En combinant (2.5) et (2.6) La représentation du modèle global en boucle fermée avec une loi de commande PDC est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (2.7)$$

On peut écrire (2.8) comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j G_{ij} x(t) \quad (2.8)$$

Avec :

$$G_{ij} = A_i - B_i K_j \quad (2.9)$$

**Théorème 2.1.** *Le modèle flou continu (2.5) est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC (2.6), s'il existe une matrice commune définie positive  $P = P^T > 0$  qui satisfait les inégalités matricielles suivantes :*

$$\begin{aligned} G_{ii}^T P + P G_{ii} &< 0 \quad \forall i = 1, \dots, r \\ \left( \frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right)^T P + P \left( \frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right) &\leq 0 \quad i < j \leq r \end{aligned} \quad (2.10)$$

On remarque que l'inégalité du théorème (2.6) n'est pas linéaire en les variables  $P$  et  $K_i$ , en multipliant l'inégalité (2.10) à gauche et à droite par  $P^{-1}$ , et en définissant une nouvelle variable  $X = P^{-1}$ , puis en utilisant le changement de variable  $M_i = K_i X, i = 1 \dots r$ , on obtient les LMIs suivantes par rapport aux variables  $X$  et  $M_i$  :

$$\begin{cases} X > 0 \\ X A_i^T + A_i X - B_i M_i - M_i^T B_i^T < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r \\ X (A_i + A_j)^T + (A_i + A_j) X - (B_i M_j + B_j M_i) - (B_i M_j + B_j M_i)^T < 0 \quad i < j \leq r \end{cases} \quad (2.11)$$

Les gains de retour d'état sont donnés par :

$$K_i = M_i X^{-1} \quad i = 1 \dots r \quad (2.12)$$

### 2.4.2 Commande stabilisante par l'approche PDC avec retour d'état reconstruit

Il arrive parfois que tous les états d'un système ne soient pas directement accessibles pour être mesurés. Dans de tels cas, on utilise des techniques de synthèse de commande basées sur des observateurs, ou dans le cas de systèmes à plusieurs modes, des multiobservateurs. Ces observateurs permettent d'estimer les états inaccessibles du système en se basant sur les mesures disponibles.

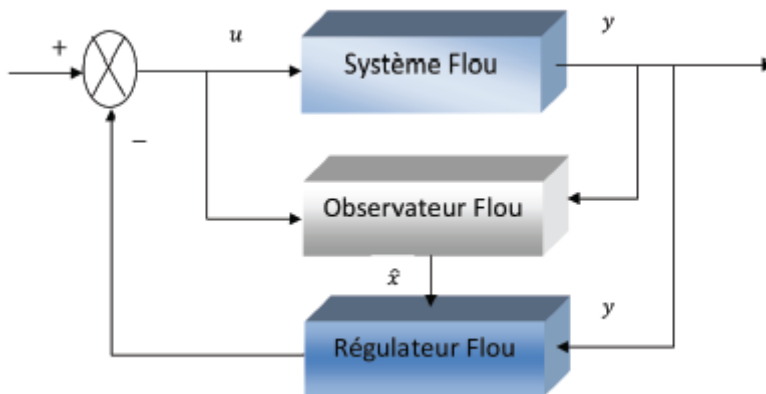


FIGURE 2.2 – Représentation du système augmenté

La structure de la loi de commande correspondante est donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu(z(t)) K_i \hat{x}(t) \quad (2.13)$$

Où  $\hat{x}$  est le vecteur d'état estimé. Les LMI obtenues servent à préciser des conditions suffisantes pour garantir la stabilité, on a besoin de calculer dans ce cas les gain  $K_i$  des régulateurs flous, et les gains  $L_i$  des observateurs, souvent on cherche à exploiter le principe de séparation pour le calcul des différents gains.

### 2.4.3 Commande stabilisante par l'approche PDC avec retour de sortie

De manière similaire, il arrive parfois que nous ne disposions pas de toutes les composantes du vecteur d'état d'un système. Nous pouvons seulement avoir accès aux grandeurs de sortie, qui forment le vecteur "y". Dans ce contexte, une approche est envisagée où la commande du système dépend uniquement des sorties mesurées. Ainsi, une loi de commande proposée, basée sur le retour de sortie, pourrait prendre la forme suivante :

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \mu(z(t)) F_i y(t) \quad (2.14)$$

De même, le système flou T-S 2.1 aura la même forme décrite par la relation 2.8, mais avec :

$$G_{ij} = A_i + B_i F_j C \quad (2.15)$$

L'objectif reste le même, on cherche toujours à déterminer les gains appropriés qui arrivent à stabiliser le système.

### 2.4.4 Exemple 1

Dans cette section, on va traiter un exemple pour appliquer la méthode PDC visant la synthèse d'une loi de commande stabilisante par retour d'état 2.6.

Soit le système non linéaire représenté par un multimodèle flou de type Takgi-Sugeno et défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

tels que :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}$$

Le vecteur initial  $x_0$  à  $t = 0$  est donné par :

$$x_0 = [ 3 \quad 4 \quad 1 ]^T$$

Les fonctions d'activation  $\mu_i, i = 1, 2$  sont données par :

$$\begin{cases} \mu_1(x) = \frac{1 - \tanh(x_1)}{2} \\ \mu_2(x) = 1 - \mu_1(x) \end{cases}$$

Il est facile de vérifier l'instabilité en boucle ouverte de ce système par la réponse indicielle, comme indiqué dans la figure 2.3 :

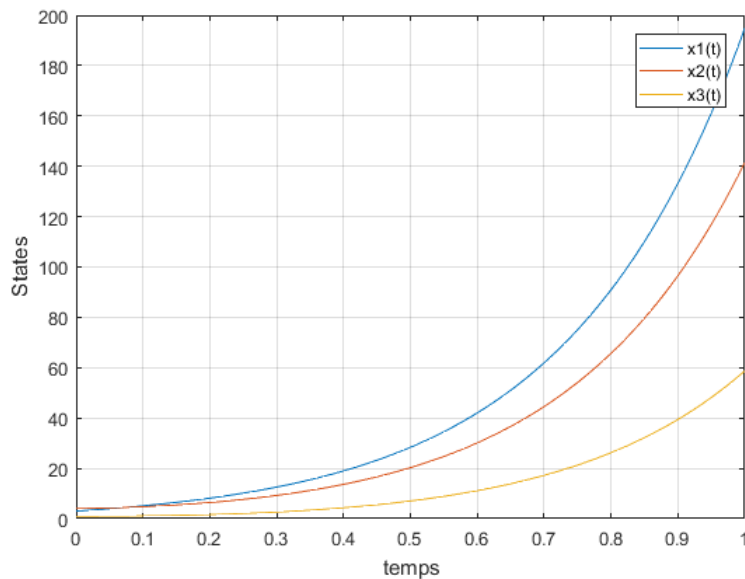


FIGURE 2.3 – La réponse indicielle du système en boucle ouverte.

Avant d'appliquer la méthode PDC au système, on vérifie préalablement sa commandabilité. Les matrices de commandabilité associées aux paires  $(A_1, B_1)$  et  $(A_2, B_2)$  ont toutes deux un rang complet ( $\text{rang} = n = 3$ ). Les résultats de la résolution des LMI 2.10 sont les suivants :

$$P = \begin{bmatrix} 0.0572 & 0.0132 & -0.0010 \\ 0.0132 & 0.0082 & -0.0004 \\ -0.0010 & -0.0004 & 0.0076 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [ 4.7472 \quad 0.9055 \quad 1.0249 ], K_2 = [ 5.7185 \quad 0.7939 \quad 0.0076 ]$$

La figure 2.4 illustre le résultat de la commande utilisé, on constate que la stabilisation du système est bien établie. On observe sur le graphique que après une période transitoire d'environ 1,5 secondes, les états du système se stabilise autour de l'origine. Ce résultat valide le bon fonctionnement du correcteur PDC implémenté puisque l'on atteint bien l'objectif de régulation et de stabilisation des états vers l'origine. On peut conclure que le réglage des gains du PDC est satisfaisant et permet d'obtenir la stabilisation et la précision souhaitées.

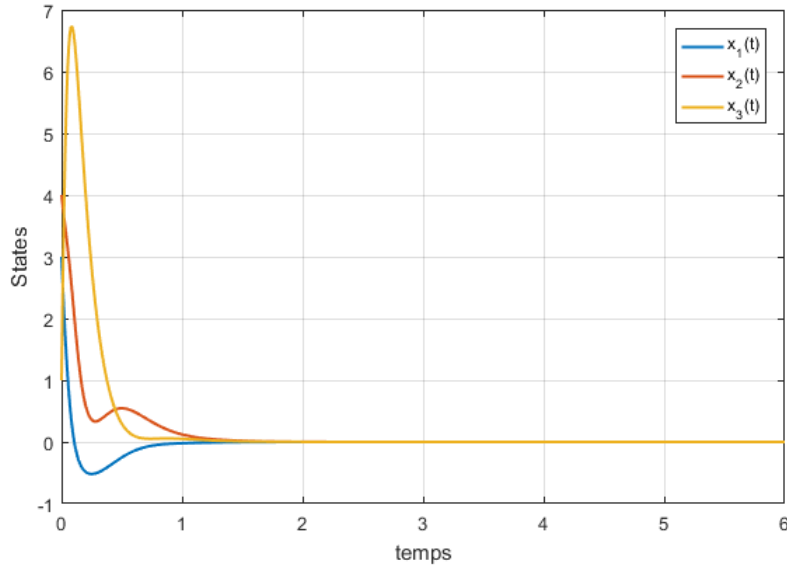


FIGURE 2.4 – Evolution temporelle des états du système en boucle fermée avec une commande PDC.

## 2.5 Suivi de trajectoire des modèles T-S

La commande des systèmes non linéaires peut être vue sous différentes facettes. En plus de la stabilisation, on distingue aussi le problème de régulation, ou le problème de poursuite d'un modèle de référence (suivi de trajectoire). Dans cette section, nous considérons le cas le plus général, celui du suivi d'une trajectoire désirée.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $x \in R^n$  est le vecteur d'état,  $y \in R^m$  est le vecteur de sortie mesurée,  $u \in R^m$  est le vecteur d'entrée,  $f(x), g(x), h(x)$  et  $\varphi(x)$  sont des fonctions non-linéaires avec des dimensions appropriées. Le système non linéaire (2.17) peut être exprimé par le modèle flou suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.18)$$

Le problème de suivi de trajectoire consiste à déterminer la loi de commande permettant au système de suivre une trajectoire désirée quelle sera générée par un modèle de référence.

### 2.5.1 Synthèse de loi de commande

La synthèse de la loi de commande consiste à déterminer  $u(t)$  assurant la poursuite entre le système à commander et le modèle de référence désiré. L'objectif recherché est de faire correspondre l'état du système  $x(t)$  (ou la sortie  $y(t)$ ) avec celui du modèle

## CHAPITRE 2. STABILISATION ET POURSUITE DE TRAJECTOIRE DES MODÈLES FLOUS TS

---

de référence  $x_d(t)$  ( ou  $y_d(t)$  ). [46] On définit  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$  qui désigne l'erreur de poursuite, la dérivée de  $\tilde{x}(t)$  s'écrit comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (2.19)$$

en remplaçant (2.18) dans (2.19) et en ajoutant le terme  $\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))A_i(x_d(t) - x_d(t))$ . l'équation (2.19) devient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z) (A_i \tilde{x}(t) + B_i u(t) + A_i x_d(t)) - \dot{x}_d(t) \quad (2.20)$$

Dans l'équation (2.20), on introduit une nouvelle variable  $\tau(t)$  satisfaisant la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))B_i \tau(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))B_i u(t) + \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))A_i x_d(t) - \dot{x}_d(t) \quad (2.21)$$

où  $\tau(t)$  est un nouveau régulateur flou qui sera synthétisé en se basant sur la technique PDC. En utilisant (2.21), la dérivée de l'erreur de poursuite (2.20) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i \tilde{x}(t) + B_i \tau(t)) \quad (2.22)$$

La sortie de régulateur flou est déterminée par la sommation suivante :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))K_i \tilde{x}(t) \quad (2.23)$$

en appliquant la commande (2.23) au modèle (2.22), le système en boucle fermée prend la forme suivant :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}. \quad (2.24)$$

en posant  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , l'équation (2.24) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))G_{ij} \tilde{x} \quad (2.25)$$

Le problème revient donc à un problème de stabilisation, il s'agit de calculer les gains  $K_i$  pour stabiliser  $\tilde{x}(t)$  à l'origine. Si on arrive à stabiliser  $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$  à l'origine, alors l'état  $x(t)$  a tendance à suivre la trajectoire du modèle de référence  $x_d(t)$ .

**Remarque 2.1.** *Les conditions de stabilité pour le suivi de trajectoire sont les mêmes que le problème de stabilisation des modèles flous T-S par une loi de commande type PDC. Cela signifie que les gains de retour d'état  $K_i$  peuvent être obtenus en faisant directement la résolution du problème de stabilisation.*

### 2.5.2 Loi de commande non linéaire

A fin de déterminer les variables désirées  $x_d(t)$  et la loi de commande  $u(t)$ , en utilisant l'équation (2.21) :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) B_i (u(t) - \tau(t)) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x_d(t) + \dot{x}_d(t). \quad (2.26)$$

En notant que :

$$A(x) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i, \quad g(x) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) B_i \quad (2.27)$$

Alors, l'équation (2.26) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$g(x)(u(t) - \tau(t)) = -A(x)x_d(t) + \dot{x}_d(t) \quad (2.28)$$

L'existence de la commande  $u(t)$  dépend de la forme de  $g(x)$ . La matrice d'entrée  $g(x)$  est supposée de plein rang colonne.

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x) \end{bmatrix}, \quad A(x) = \begin{bmatrix} A_{n-m} \\ \text{---} \\ A_m \end{bmatrix}, \quad x_d(x) = \begin{bmatrix} x_{d_{n-m}} \\ \text{---} \\ x_{d_m} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

L'équation (2.28) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0_{n-m} \\ \text{---} \\ B(x)(u - \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{d_{n-m}} - A(x)_{n-m} x_d(t) \\ \text{---} \\ \dot{x}_{d_m} - A(x)_m x_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A partir de la deuxième équation de (2.30), la loi de commande non linéaire est donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i \tilde{x}(t) + B^{-1}(x) (\dot{x}_{d_m}(t) - A_m(x)x_d(t)) \quad (2.31)$$

Les variables  $x_d(t)$  peuvent être extraire facilement à partir de la première équation de (2.30).

### 2.5.3 Exemple 2

Reprenons l'exemple précédent, on souhaite que les états du système suivent les trajectoires désirées suivantes :

$$\begin{cases} x_{1d}(t) = -\sin(a\pi t) + a\pi t \\ x_{2d}(t) = \cos(a\pi t) \\ x_{3d}(t) = 1 \end{cases}, \text{ avec } a = 1$$

Les résultats de la simulation sont donnés par la figure 2.5, qui montre bien que le système arrive à suivre la trajectoire désirée. On observe sur le graphique que la courbe représentant la trajectoire réelle du système (en blue) se superpose presque parfaitement avec la courbe de la trajectoire de référence (en rouge). Cela démontre l'efficacité de l'algorithme de commande utilisé puisque le système parvient à suivre une trajectoire complexe, tout en maintenant une précision remarquable.

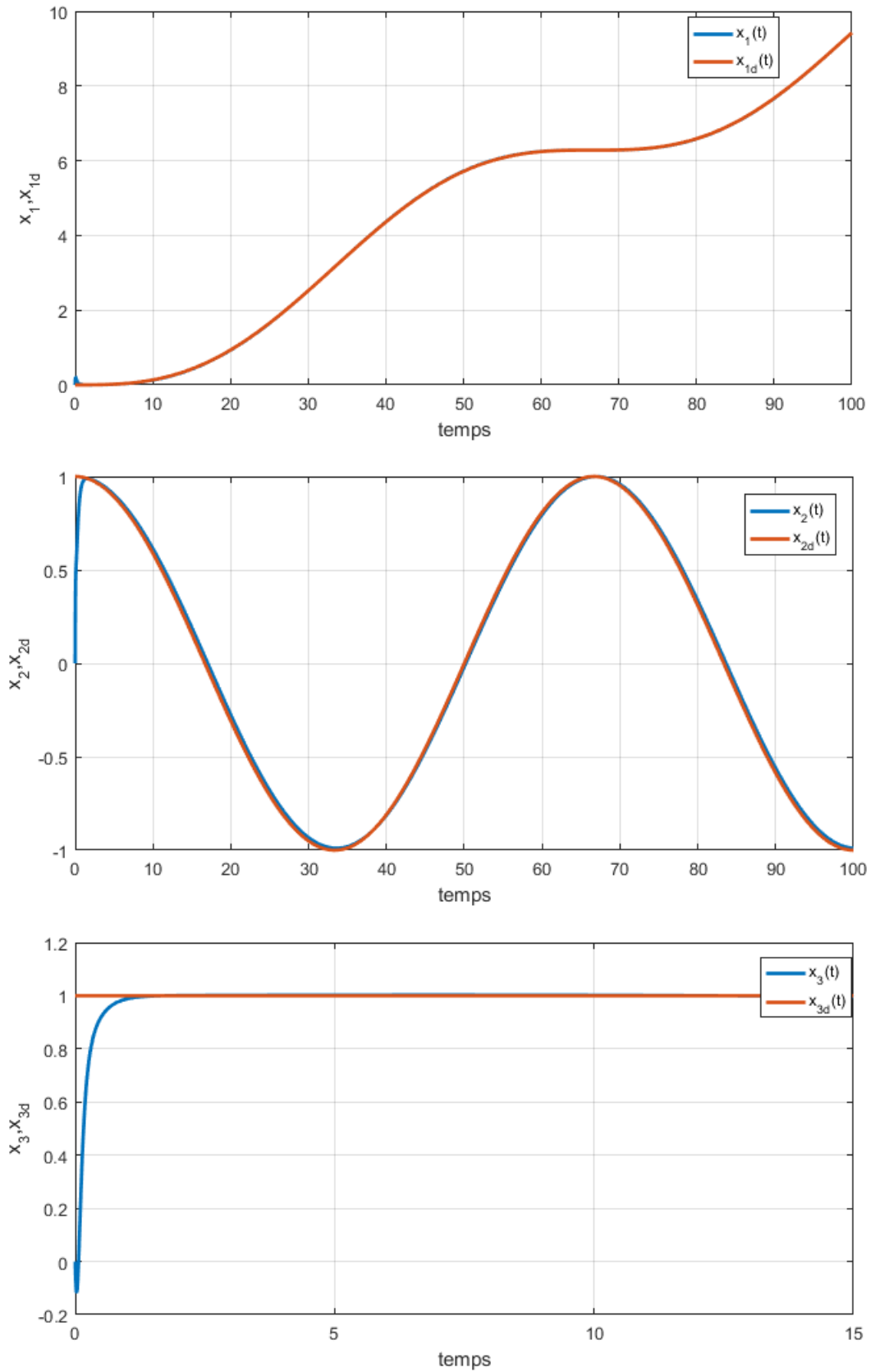


FIGURE 2.5 – Evolution temporelle des états du système en boucle fermée avec une commande PDC.



## 2.6 Conclusion

Au terme de ce chapitre, nous avons pu explorer les principales approches développées dans la littérature pour la synthèse de loi de commande par modèles flous TS permettant d'assurer la stabilisation et le suivi de trajectoire de référence.

Nous avons dans un premier temps introduit les concepts clés de la stabilité des systèmes non linéaires et spécialement les multi-modèles TS. Nous avons ensuite détaillé et comparé sur un exemple d'application les méthodes de PDC avec retour d'état et PDC avec retour d'état statique pour la stabilisation. Concernant la poursuite de trajectoire, nous avons montré comment étendre les résultats de stabilisation précédents dans le cadre du suivi de consigne, en considérant une erreur de poursuite.

Les résultats obtenus sont convaincants et montrent l'efficacité de l'approche TS floue pour répondre à ces problématiques importantes en automatique. Les outils présentés fournissent des bonnes performances pour la commande des systèmes non-linéaires.

## Chapitre 3

# Commande tolérante aux défauts des systèmes T-S

## 3.1 Introduction

La commande tolérante aux défauts est une technique de contrôle avancée qui vise à maintenir la stabilité et la performance d'un système malgré la présence de défauts ou de défaillances. La théorie des systèmes flous de Takagi-Sugeno (T-S) s'est avérée être un outil efficace pour la conception de systèmes de commande tolérants aux défauts. En utilisant des modèles T-S, la commande tolérante aux défauts peut être mise en œuvre en ajoutant des mécanismes de détection et de récupération de défauts dans la structure de commande. Ce chapitre présente une étude approfondie de la conception de la commande tolérante aux défauts des systèmes T-S, en présentant les différentes approches proposées dans la littérature pour garantir la robustesse et la fiabilité du système face aux perturbations induites par les défauts. Nous examinerons notamment les techniques de reconfiguration de la commande, d'identification des défauts, de diagnostic et de récupération de performances, ainsi que les méthodes de conception des lois de commande tolérantes aux défauts pour les systèmes T-S. Des exemples numériques seront utilisés pour illustrer l'efficacité des méthodes proposées.

## 3.2 Principe et structure de l'approche AFTC

Les méthodes de FTC (Fault Tolerant Control) sont utilisées pour compenser les défauts qui affectent un système, soit en sélectionnant des régulateurs pré-calculés selon une logique de commutation spécifique, soit en générant de nouvelles lois de commande en temps réel. Le processus de FTC implique généralement deux étapes :

1. Une étape de diagnostic et d'évaluation des performances du système.
2. Une étape de synthèse d'un mécanisme d'accommodation, de reconfiguration de la loi de commande ou de restructuration.

Pour traiter les défauts imprévus en utilisant ces deux étapes, deux blocs sont conçus : FDI (Fault Detection and Identification) et FTC. La figure 3.1 montre l'architecture d'une commande FTC active et explique son principe de fonctionnement.

En situation nominale, c'est-à-dire en l'absence de défaut, le bloc FDI ne détecte aucun problème, ce qui signifie qu'aucune intervention n'est activée. La commande " $u(t)$ " assure alors la stabilité et le bon fonctionnement du système. Cependant, lorsque qu'un défaut survient, il est immédiatement détecté et identifié par le module FDI, qui génère des résidus. Les informations fournies par ce bloc sont transmises à un autre bloc appelé FTC, qui a pour rôle d'élaborer une nouvelle loi de commande (notée " $u_f(t)$ ") permettant de tolérer le défaut observé. Le bloc FTC utilise le signal estimé du défaut et ajoute des termes à la loi de commande initiale pour concevoir cette nouvelle loi, assurant ainsi la compensation des défauts et le maintien du bon fonctionnement du système.

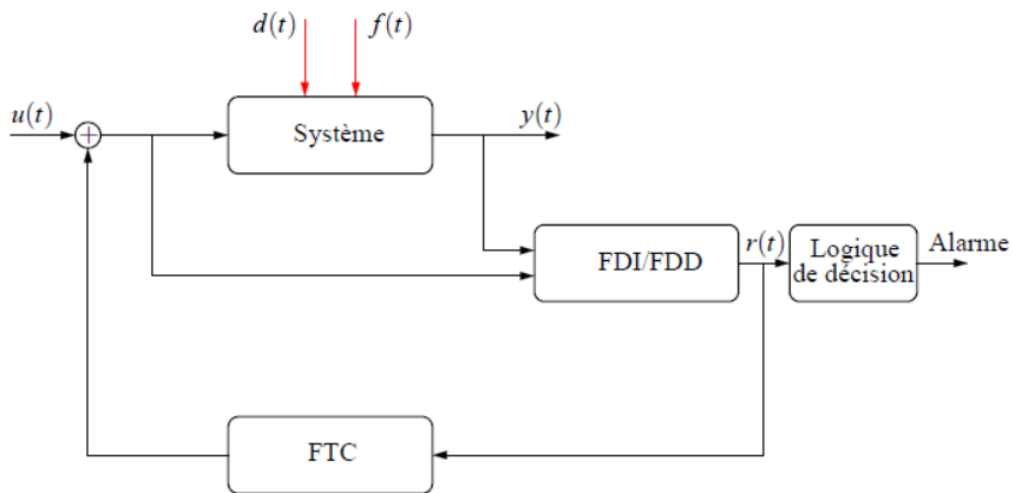


FIGURE 3.1 – Structure AFTC

### 3.3 Le bloc FDI

Le bloc FDI (Fault Detection and Isolation) joue un rôle central dans l'architecture d'une commande tolérante aux défauts active. Il est chargé de détecter, localiser et estimer les défauts affectant le système. Ainsi, le bloc FDI réalise toutes les opérations de surveillance nécessaires à la mise en œuvre de la commande tolérante aux défauts pour les systèmes T-S. La rapidité et la précision de ce diagnostic conditionnent directement les performances du système tolérant aux fautes. Comme mentionné dans la section 1.7.4, il existe plusieurs méthodes de diagnostic de défauts basées sur l'utilisation d'un modèle. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons plus particulièrement aux techniques reposant sur des observateurs, dont le principe est rappelé à la figure 3.3 :

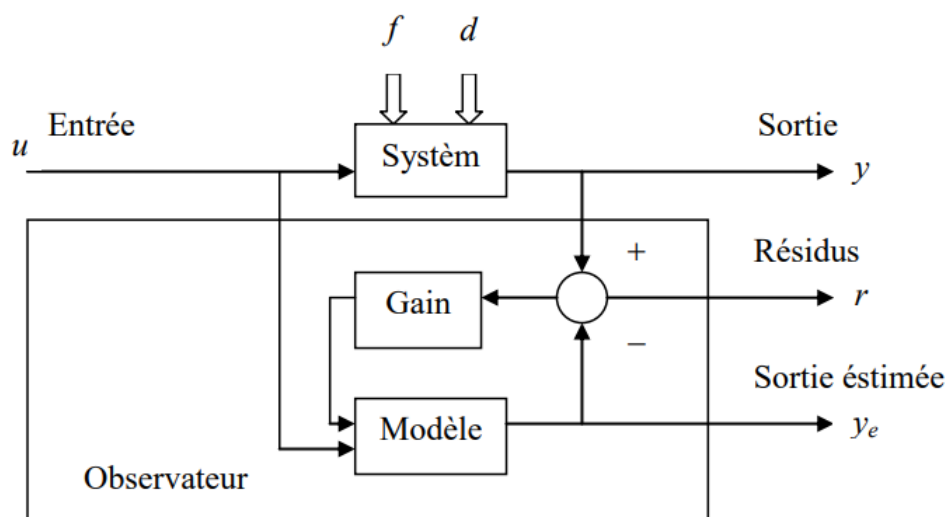


FIGURE 3.2 – Schéma de principe de la génération de résidus à base d'observateur.

### 3.3.1 Diagnostic à base d'observateur à entrées inconnues

Le développement des observateurs classique de Luenberger a pour objectif de reconstruire l'état du système. Mais en réalité, la majorité des systèmes physiques sont soumis à des perturbations pouvant provenir de bruits de mesure, d'incertitudes de modélisation, de défauts de capteurs et d'actionneurs. Ces perturbations, considérées comme des entrées inconnues, ont des effets néfastes sur le comportement normal du système réel et leurs estimations peuvent être utilisées pour concevoir des systèmes de diagnostic et de commande. Il est important de prendre en compte les entrées inconnues dans la phase de modélisation pour améliorer la qualité de l'estimation d'état et du diagnostic du système. Des techniques ont été développées pour la reconstruction de l'état du système ainsi que l'estimation de ces entrées inconnues. Dans ce contexte, les observateurs à entrées inconnues sont utilisés.

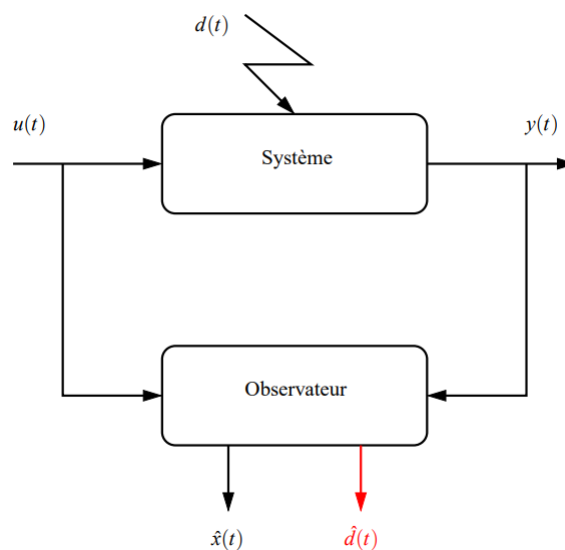


FIGURE 3.3 – Principe de l'observateur à entrée inconnue

Deux classes d'observateurs à entrées inconnues ont été proposées, l'une utilisant le principe de découplage pour rendre l'erreur d'estimation insensible aux entrées inconnues, et l'autre permettant une estimation simultanée de l'état du système et des entrées inconnues. Cependant, l'estimation des entrées inconnues est difficile en raison du bruit de mesure.

Contrairement à la première famille, les observateurs PI cherchent à estimer les entrées inconnues en utilisant une action intégrale. Ils ont été développés pour les systèmes linéaires SISO dans les années 1970 et généralisés aux systèmes MIMO. Les observateurs PI peuvent estimer des signaux ayant des dynamiques lentes, mais sont sensibles au bruit de mesure et nécessitent l'hypothèse d'entrées inconnues constantes pour la convergence de l'erreur d'estimation. Pour élargir l'ensemble des signaux estimables, l'observateur PI a été généralisé en utilisant plusieurs actions intégrales pour estimer simultanément les  $q$  premières dérivées de l'entrée inconnue. Cette extension est appelée Observateur Proportionnel Multi-Intégral (PMI) et permet d'estimer des signaux représentés par une forme polynomiale avec une  $q$ -ème dérivée nulle ou bornée.

Dans notre travail on s'intéresse uniquement aux observateurs PI et PMI.

Tout au long de ce chapitre, nous supposons que les hypothèses suivantes sont vérifiées :

**Hypothèse 3.1.** *Le système est stable.*

**Hypothèse 3.2.** *Les signaux  $u(t), d(t)$  et  $\omega(t)$  sont bornés.*

En pratique, ces hypothèses ne sont souvent pas restrictives.

### 3.3.2 Conception d'observateur PI

Cette section étend l'utilisation de l'observateur de type Proportionnel-Intégral aux systèmes T-S, qui avait été initialement développé pour les systèmes linéaires et les systèmes singuliers. L'étude sera réalisée pour les variables de décision non mesurables.

Dans cette section, il est supposé que les entrées inconnues  $d(t)$  sont constantes.

**Hypothèse 3.3.** *Les entrées inconnues  $d(t)$  sont supposées constantes.  $\dot{d} = 0$*

Considérez le système flou T-S suivant avec des fonctions de pondération  $\mu_i$  dépendant de l'état du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + W_i \omega(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Gd(t) + W\omega(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

L'observateur PI proposé est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{d}(t) + L_{Pi}(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + G\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Ii}(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (3.2)$$

où  $\hat{x}(t)$  et  $\hat{d}(t)$  sont les estimations de  $x(t)$  et  $d(t)$ . Afin de faciliter la comparaison entre le système et son observateur, le système (3.1) peut être écrit sous la forme d'un système perturbé avec des fonctions de pondération  $\mu_i$  dépendant de l'état estimé comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + W_i \omega(t) + v(t)) \quad (3.3)$$

où :

$$v(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t))) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + W_i \omega(t)) \quad (3.4)$$

Ce terme est considéré comme une perturbation bornée et décroissante à minimiser. En effet, en raison des hypothèses 3.1, 3.2 et de la définition des fonctions de pondération (1.7),  $v(t)$  est bornée et si  $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$  alors  $v(t) \rightarrow 0$ .

L'hypothèse 3.3 permet de mettre le système (3.3) sous une forme augmentée :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( \tilde{A}_i x_a(t) + \tilde{B}_i u(t) + \tilde{\Gamma}_i \tilde{\omega}(t) \right) \\ y(t) = \tilde{C} x_a(t) + \tilde{D} \tilde{\omega}(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i &= \begin{bmatrix} A_i & E_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} I & W_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\omega} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \\ \tilde{C} &= [C \quad G], \tilde{D} = [0 \quad W], x_a = \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Un raisonnement similaire permet de transformer l'observateur PI proposé (3.2) sous la forme augmentée suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( \tilde{A}_i \hat{x}_a(t) + \tilde{B}_i u(t) + \tilde{L}_i (y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C}_a \hat{x}_a(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

où :

$$\tilde{L}_i = \begin{bmatrix} L_{Pi} \\ L_{Ii} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Considérons l'erreur d'estimation de l'état augmenté :

$$e_a(t) = x_a(t) - \hat{x}_a(t) \quad (3.9)$$

dont la dynamique est donnée par :

$$\dot{e}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( (\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}) e_a(t) + (\tilde{\Gamma}_i - \tilde{L}_i \tilde{D}) \tilde{\omega}(t) \right) \quad (3.10)$$

L'objectif est de déterminer les matrices de gain  $\tilde{L}_i$  de l'observateur afin de stabiliser le système (3.10), c'est-à-dire garantir la convergence de l'erreur d'estimation de l'état vers zéro lorsque la perturbation  $\tilde{\omega}$  est nulle, et atténuer le gain de transfert de la perturbation bornée  $\tilde{\omega}(t)$  vers l'erreur d'estimation de l'état  $e_a(t)$  lorsque  $\tilde{\omega}(t)$  est différent de zéro ( $\tilde{\omega}(t)$  est bornée puisque les hypothèses 3.1 et 3.2 sont satisfaites).

Afin d'établir les conditions d'existence de l'observateur PI dans le théorème 3.1, introduisons d'abord le lemme suivant :

**Lemme 3.1.** [27] *Considérons le système TS continu défini par :*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

*Le système (3.11) est stable et vérifie la condition de gain  $\mathcal{L}_2$  :  $\|y(t)\|_2 < \gamma \|u(t)\|_2$  si une matrice symétrique définie positive  $P$  existe telle que (3.12) soit satisfaite pour  $i = 1, \dots, r$  :*

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i + C^T C & P B_i \\ B_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.12)$$

**Théorème 3.1.** *L'observateur PI (3.2) pour le système (3.1) est déterminé en minimisant  $\bar{\gamma}$  sous les contraintes LMI suivantes dans les variables  $P = P^T > 0$ ,  $M_i$  et  $\bar{\gamma}$  pour  $i = 1, \dots, r$  :*

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P + P \tilde{A}_i - M_i \tilde{C} - \tilde{C}^T M_i + I & P \tilde{\Gamma}_i - M_i \tilde{D} \\ \tilde{\Gamma}_i^T P - \tilde{D}^T M_i^T & -\bar{\gamma} I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.13)$$

*Les gains de l'observateur sont dérivés de  $\tilde{L}_i = P^{-1} M_i$  et le niveau d'atténuation est calculé par :  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$ .*

**Preuve :**

Selon les hypothèses 3.1 et 3.2,  $\tilde{\omega}(t)$  est bornée. Ensuite, en appliquant le lemme 3.1 avec  $\|e_a(t)\|_2 < \gamma \|\tilde{\omega}(t)\|_2$ , nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P + P \tilde{A}_i - P \tilde{L}_i \tilde{C} - \tilde{C}^T \tilde{L}_i^T P + I & P \tilde{\Gamma}_i - P \tilde{L}_i \tilde{D} \\ \tilde{\Gamma}_i^T P - \tilde{D}^T \tilde{L}_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.14)$$

La formulation LMI dans le théorème 3.1 est obtenue en utilisant les changements de variables suivants :

$$M_i = P \tilde{L}_i, \quad \bar{\gamma} = \gamma^2 \quad (3.15)$$

**Remarque 3.1.** *La minimisation de  $\gamma$  peut entraîner une dynamique lente de l'erreur d'estimation de l'état. Ce problème peut être résolu par l'assignation de pôles des matrices  $(\tilde{A}_i - \tilde{K}_i \tilde{C})$  dans le demi-plan complexe gauche défini par :*

$$\{z \mid \operatorname{Re}(z) < -\lambda\}, \quad \lambda > 0 \quad (3.16)$$

*Ainsi, les LMIs du théorème 1 sont résolus simultanément avec la contrainte suivante (pour imposer  $\operatorname{Re}(\lambda_i) < -\lambda$ , où  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de  $\tilde{A}_i$  et  $\lambda > 0$ ) :*

$$P (\tilde{A}_i + \lambda I) + (\tilde{A}_i + \lambda I)^T P - M_i \tilde{C} - \tilde{C}^T M_i^T < 0 \quad (3.17)$$

*Un regroupement plus précis des pôles peut être obtenu en ajoutant des contraintes LMI.*



Cette approche reste efficace dans les cas pratiques où l'hypothèse 1 n'est pas satisfaite. Cependant, les entrées inconnues doivent varier lentement. Sinon, une mauvaise estimation de l'état et des entrées inconnues est obtenue en utilisant cette méthode. Dans la prochaine section, une autre méthode pour estimer l'état et les entrées inconnues est proposée. Elle est basée sur l'observateur proportionnel multi-intégral. Cet observateur est intéressant car l'hypothèse 3.3 n'est pas requise dans la preuve théorique, il est donc possible d'estimer une classe plus large d'entrées inconnues.

### 3.3.3 Conception d'observateur PMI

Considérons le multi-modèle avec des variables de prémisses non mesurables décrit dans (3.1). L'entrée inconnue est supposée être un signal variant dans le temps borné avec une dérivée  $q$ -ème nulle :

**Hypothèse 3.4.** *L'entrée inconnue est supposée être un signal variant dans le temps borné avec une dérivée  $q$ -ème nulle  $d^{(q)}(t) = 0$*

En général, l'utilisation d'un observateur PI nécessite la condition que l'entrée inconnue soit constante (c'est-à-dire :  $\dot{d} = 0$ ), ainsi, les entrées inconnues qui satisfont **A4** ne peuvent pas être estimées avec une bonne précision. Alors, l'observateur PMI est plus adapté à ce problème, car l'observateur estime les dérivées  $(q-1)$ ème de l'entrée inconnue et donne une bonne précision des entrées inconnues estimées.

Considérons la généralisation de l'observateur proportionnel multi-intégral pour les systèmes T-S de l'observateur PMI proposé dans [7] pour les systèmes descripteurs linéaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{d}_0(t) + L_{Pi}(y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + G \hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}_0(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Ti}^0(y(t) - \hat{y}(t)) + \hat{d}_1(t) \\ \dot{\hat{d}}_1(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Ti}^1(y(t) - \hat{y}(t)) + \hat{d}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{\hat{d}}_{q-2}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Ti}^{q-2}(y(t) - \hat{y}(t)) + \hat{d}_{q-1}(t) \\ \dot{\hat{d}}_{q-1}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Ti}^{q-1}(y(t) - \hat{y}(t)) \end{array} \right. \quad (3.18)$$

où :  $\hat{d}_i, i = 1, 2, \dots, (q-1)$  sont les estimations des  $(q-1)$  premières dérivées de l'entrée inconnue  $d(t)$ . Les erreurs d'estimation de l'état et des entrées inconnues sont définies comme suit :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), e_0(t) = \dot{d}(t) - \dot{\hat{d}}_0(t), \dots, e_{q-1}(t) = \dot{d}_{q-1}(t) - \dot{\hat{d}}_{q-1}(t) \quad (3.19)$$

### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

Leur dynamique est donnée sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( (A_i - L_{P_i}C) e(t) + (\Gamma_i - L_{P_i}\bar{W}) \tilde{\omega}(t) + (E_i - L_{P_i}G) e_0(t) \right) \\ \dot{e}_0(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( -L_{I_i}^0 C e(t) + e_1(t) - L_{I_i}^0 \bar{W} \tilde{\omega}(t) - L_{I_i}^0 G e_0(t) \right) \\ \dot{e}_1(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( -L_{I_i}^1 C e(t) + e_2(t) - L_{I_i}^1 \bar{W} \tilde{\omega}(t) - L_{I_i}^1 G e_0(t) \right) \\ \vdots \\ \dot{e}_{q-2}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( -L_{I_i}^0 C e(t) + e_{q-1}(t) - L_{I_i}^{q-2} \bar{W} \tilde{\omega}(t) - L_{I_i}^{q-2} G e_0(t) \right) \\ \dot{e}_{q-1}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( -L_{I_i}^{q-1} C e(t) - L_{I_i}^0 \bar{W} \tilde{\omega}(t) - L_{I_i}^{q-1} G e_0(t) \right) \end{array} \right. \quad (3.20)$$

où :

$$\Gamma_i = [ I_n \quad W_i ], \bar{W} = [ 0 \quad W ] \quad (3.21)$$

Les équations (3.20) peuvent être réécrites sous la forme augmentée suivante :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( (\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}) \tilde{e}(t) + (\tilde{\Gamma}_i - \tilde{L}_i \bar{W}) \tilde{\omega}(t) \right) \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ e_0(t) \end{bmatrix} = \bar{C} \tilde{e}(t) \quad (3.23)$$

où :

$$\tilde{e}(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ e_0(t) \\ e_1(t) \\ \vdots \\ e_{q-2}(t) \\ e_{q-1}(t) \end{bmatrix}, \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & E_i & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_s & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{L}_i = \begin{bmatrix} L_{P_i} \\ L_{I_i}^0 \\ L_{I_i}^1 \\ \vdots \\ L_{I_i}^{q-2} \\ L_{I_i}^{q-1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = [ C \quad G \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 0 ]$$

$$\tilde{\Gamma}_i = [ \Gamma_i^T \quad 0 \quad \cdots \quad 0 ]$$

Par la suite, nous nous intéressons uniquement aux composantes particulières  $e(t)$  et  $e_0(t)$  de  $\tilde{e}(t)$  :

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ e_0(t) \end{bmatrix} = \bar{C} \tilde{e}(t) \quad (3.24)$$

où :

$$\bar{C} = \left[ \begin{array}{cc|ccc} I_n & 0 & & & \\ \hline 0 & I_s & & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right] \quad (3.25)$$

où 0 représente une matrice nulle de dimensions appropriées.

**Théorème 3.2.** *L'observateur PMI (3.18) pour le système (3.5), qui minimise le transfert de  $\tilde{\omega}(t)$  vers  $[e(t)^T e_0(t)^T]^T$ , est obtenu en trouvant les matrices  $P = P^T > 0$ ,  $M_i$  et  $\gamma$  qui minimisent  $\bar{\gamma}$  sous les contraintes LMI suivantes pour  $i = 1, \dots, r$*

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P + P \tilde{A}_i - M_i \tilde{C} - \tilde{C}^T M_i^T + \tilde{C}^T \tilde{C} & P \tilde{\Gamma}_i - M_i \tilde{W} \\ \tilde{\Gamma}_i^T P - \tilde{W}^T M_i^T & -\bar{\gamma} I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.26)$$

Les gains de l'observateur sont dérivés de :

$$\tilde{L}_i = P^{-1} M_i \quad (3.27)$$

et le niveau d'atténuation est calculé par :

$$\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}} \quad (3.28)$$

**Preuve :** La preuve du théorème 3.2 est similaire à la preuve du théorème 3.1 en utilisant le lemme 3.1 avec le système (3.22).

**Remarque 3.2.** *Lorsque la condition 3.3 n'est pas satisfaite, c'est-à-dire lorsque  $d^{(q)} \neq 0$  mais  $d^{(q)}$  est bornée, nous pouvons considérer la dérivée  $q_e$  de  $d(t)$  comme une perturbation. Le nouveau vecteur de perturbation est alors donné par :*

$$\tilde{\omega}(t) = \begin{bmatrix} v(t)^T & \omega(t)^T & d^{(q)}(t)^T \end{bmatrix}^T$$

Le composant supplémentaire  $d_q$  est ajouté au vecteur d'état. Les matrices  $\tilde{A}_i, \tilde{\Gamma}_i, \tilde{W}, \tilde{C}$  sont augmentées. Ensuite, le Théorème 3.2 peut être appliqué pour concevoir l'Observateur Proportionnel Multi-Intégrales en minimisant la nouvelle perturbation bornée  $\tilde{\omega}(t)$ .

### 3.3.4 Diagnostic par observateurs PI et PMI

Le problème de l'estimation de défauts est abordé en utilisant les observateurs PI et PMI développés dans ce chapitre. Outre l'intérêt de l'estimation de fautes pour la détection et la localisation de défaillances, cette approche trouvera sa suite logique dans les problèmes de tolérance aux défauts consistant à utiliser l'information sur le défaut afin de corriger la loi de commande et de permettre au système d'effectuer sa mission même en présence de défauts. Soit le système non linéaire décrit par la structure T-S à VDNM suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i f(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Gf(t) \end{cases} \quad (3.29)$$

L'objectif de cette section est d'utiliser les possibilités des observateurs proportionnel-intégral et proportionnel-multi-intégral pour l'estimation simultanée de l'état  $x(t)$  et des défauts  $f(t)$  affectant le système en minimisant l'influence des perturbations ou bien le bruit  $d(t)$ .

Un observateur PI pour le système (3.29) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \left( A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{f}(t) + L_{Pi}(y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + G \hat{f}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) L_{Fi}(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (3.30)$$

La convergence des erreurs d'estimation d'état et des entrées inconnues est étudiée en détails dans ce chapitre. L'un des avantages de ces observateurs réside dans la possibilité de réaliser la détection, la localisation et l'estimation des défauts avec un seul observateur tout en ayant également une estimation des états du système. Les résidus sont alors donnés par l'équation suivante :

$$r(t) = \hat{f}(t) \quad (3.31)$$

Un seuil de détection peut être défini grâce au taux d'atténuation  $\gamma$  obtenu lors de la synthèse de l'observateur. Ce seuil est obtenu par l'utilisation de la connaissance de la borne maximale des perturbations  $d(t)$ . Supposons que  $\rho$  est la borne maximale de  $d(t)$ , on définit alors le seuil de détection par :

$$J_{th} = \gamma \rho \quad (3.32)$$

On adopte la logique de décision suivante :

$$\begin{cases} r(t) < J_{th}, & \text{Pas de défaut} \\ r(t) \geq J_{th}, & \text{présence de défaut} \end{cases} \quad (3.33)$$

### 3.3.5 Exemple : Comparaison entre l'estimation d'état avec un observateur PI et un observateur PMI

Dans cette section, la méthode proposée est illustrée à travers un exemple académique. Considérons un système T-S en temps continu (3.1) défini par :

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -8 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 0 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \\ E_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_1 = W_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

et

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'entrée inconnu  $d(t)$  est composé de  $d_1(t)$  qui affecte les sorties du système et de  $d_2(t)$  qui affecte la dynamique du système (voir les matrices  $E_1$ ,  $E_2$  et  $G$ ). Par

## CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

exemple, nous pouvons considérer  $d_1$  comme un défaut du capteur et  $d_2$  comme un défaut de l'actionneur.

Les fonctions de pondération dépendent de la première composante  $x_1$  du vecteur d'état  $x$  et sont définies comme suit :

$$\begin{cases} \mu_1(x) = \frac{1 - \tanh(x_1)}{2} \\ \mu_2(x) = 1 - \mu_1(x) \end{cases}$$

La résolution des LMIs du théorème ,avec minimisation du gain du transfert de  $\omega(t)$  vers  $e(t)$ , fournit les résultats suivants :

$$L_{P1} = \begin{bmatrix} -225.6971 & 248.3086 \\ 10.4916 & 45.6319 \\ -80.7179 & 75.8812 \end{bmatrix}, L_{P2} = \begin{bmatrix} -48.4512 & 135.1075 \\ 5.9641 & -3.1248 \\ -18.7107 & 48.3634 \end{bmatrix}$$
$$L_{I1} = \begin{bmatrix} 27.7364 & -21.9229 \\ -3.1497 & 6.2092 \end{bmatrix}, L_{I2} = \begin{bmatrix} 6.4876 & -16.9689 \\ -0.3071 & 2.1574 \end{bmatrix}$$

Cela permet de construire l'observateur PI. La figure 3.4 représentés les erreurs d'estimation d'état données par l'observateur à entrées inconnues. L'estimation de défaut est illustrée sur la figure 3.5.

### Entrées inconnues constantes

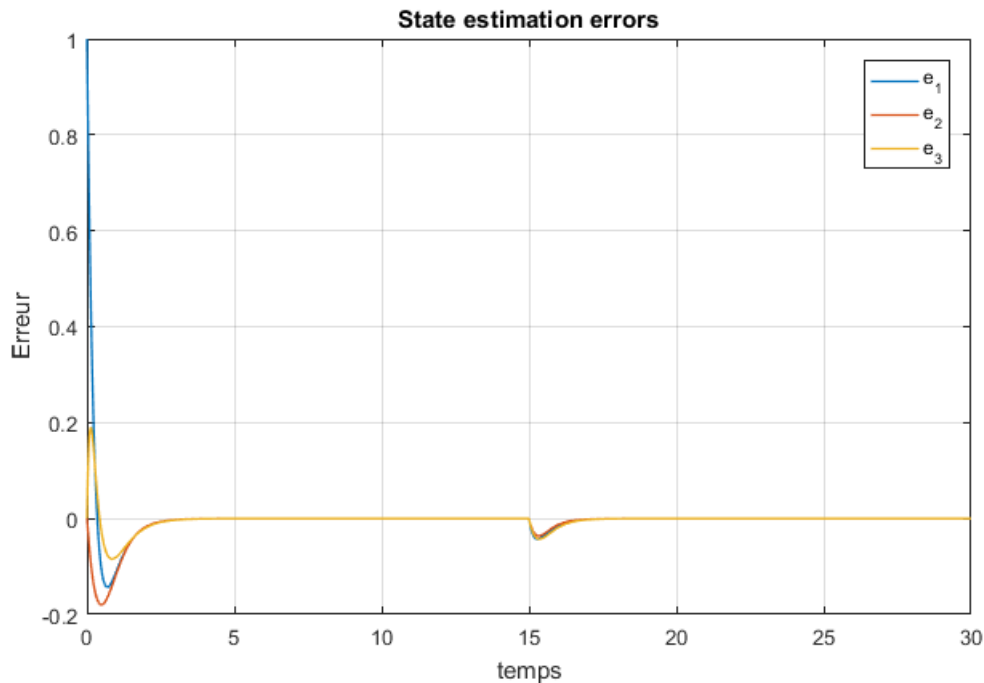


FIGURE 3.4 – Erreurs d'estimation d'état

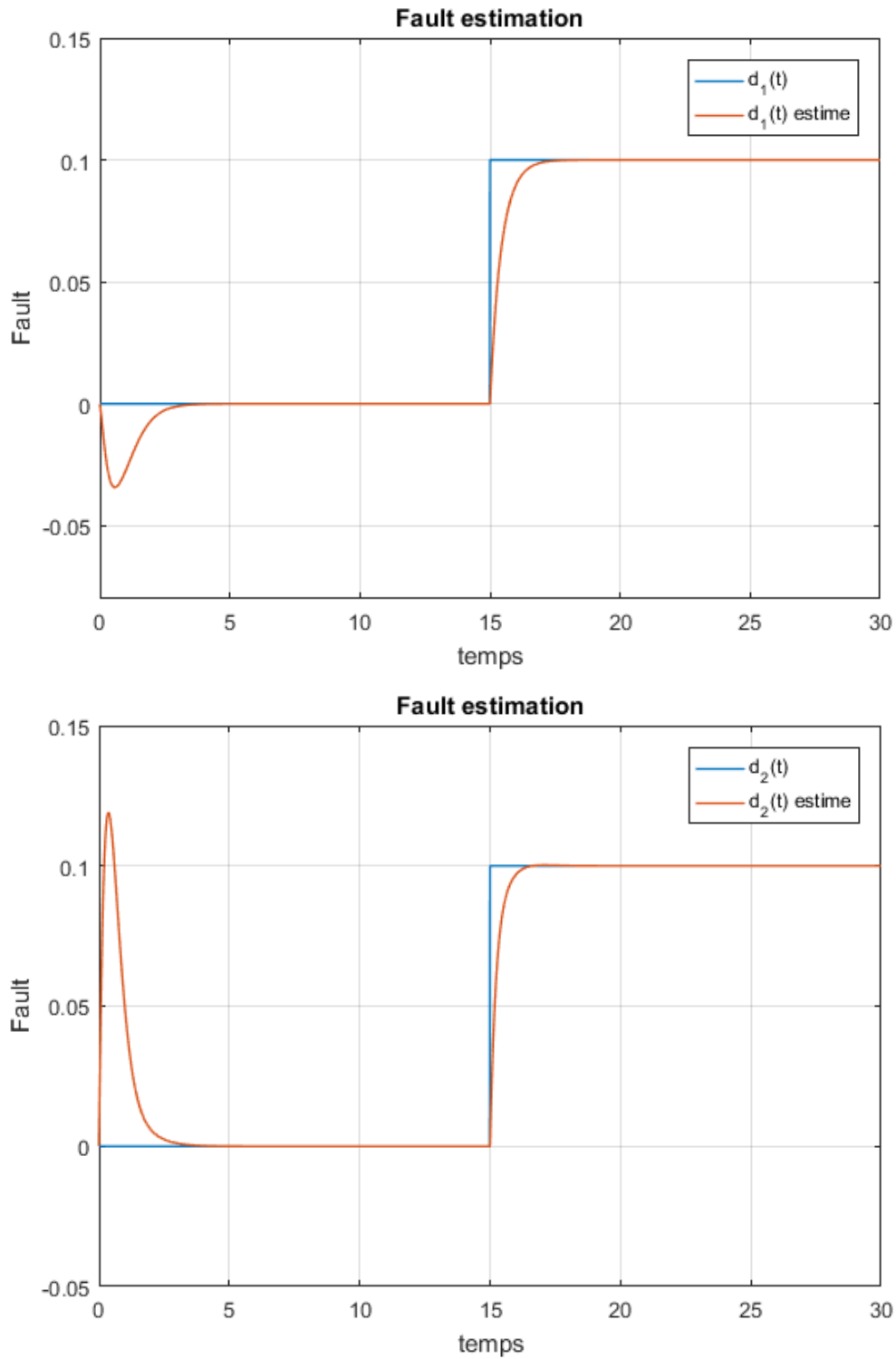


FIGURE 3.5 – Le défaut  $d(t)$  et son estimé  $\hat{d}(t)$

### Entrées inconnues lentement variables

Maintenant, on remplace les entrées inconnues constantes par des entrées inconnues lentement variables par rapport au système.

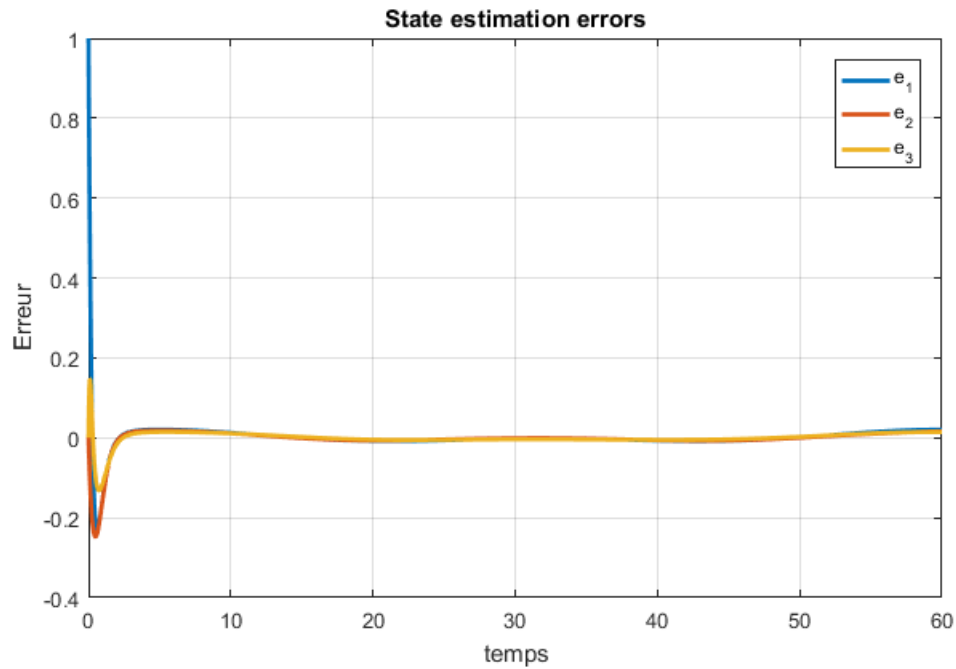


FIGURE 3.6 – Erreurs d'estimation d'état

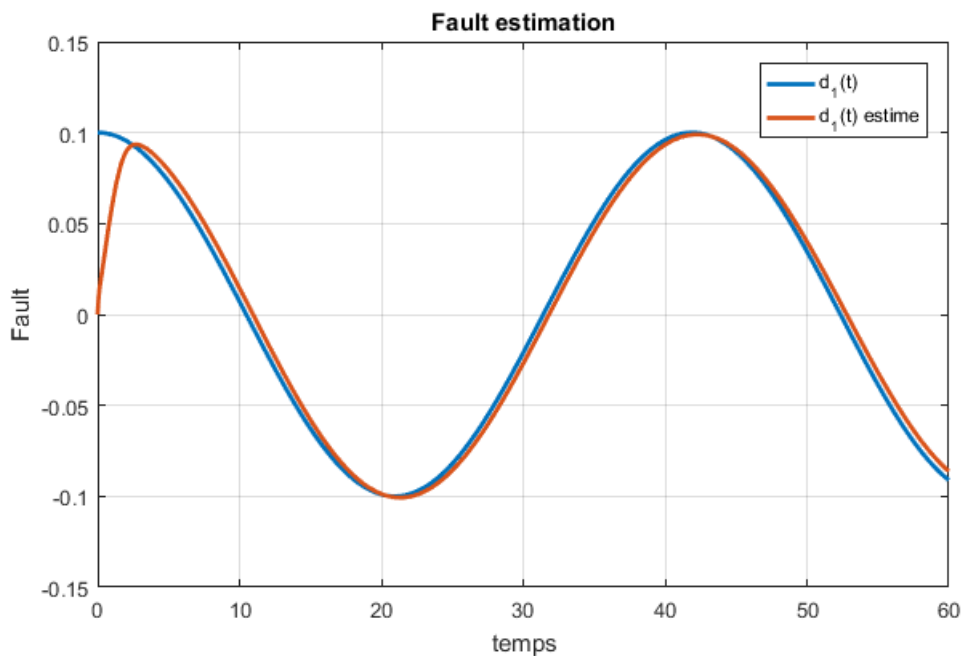


FIGURE 3.7 – Le défaut  $d_1(t)$  et son estimé  $\hat{d}_1(t)$

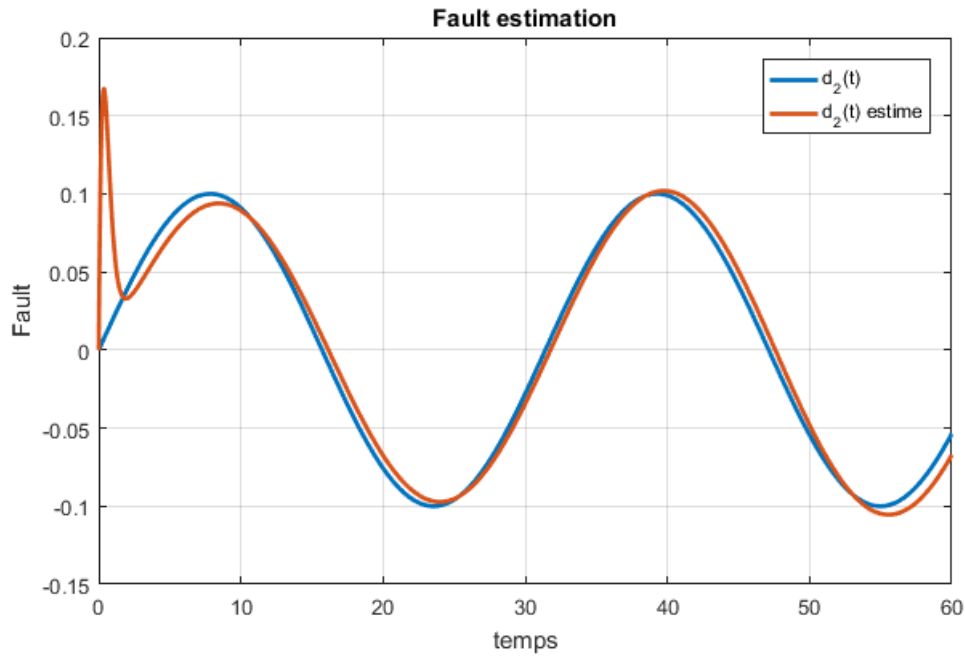


FIGURE 3.8 – Le défaut  $d_2(t)$  et son estimé  $\hat{d}_2(t)$

L'observateur PI parvient effectivement à estimer de façon satisfaisante les défauts constants ou lentement variables affectant le système. Le réglage des gains de l'observateur est un compromis délicat : l'augmentation des gains améliore la rapidité mais dégrade la robustesse, conduisant à des oscillations indésirables.

### Entrées inconnues variants plus rapidement

Maintenant, nous introduisons des entrées inconnues variants plus rapidement par rapport au système.

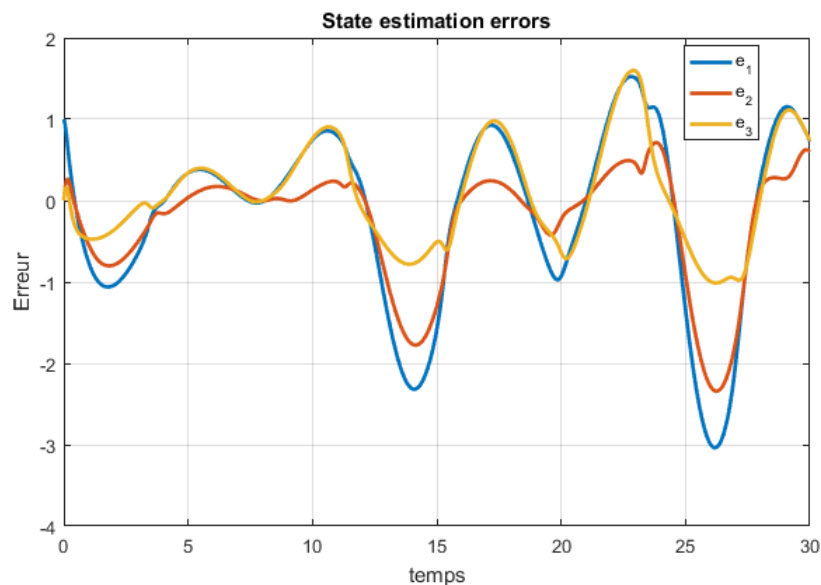


FIGURE 3.9 – Erreurs d'estimation d'état



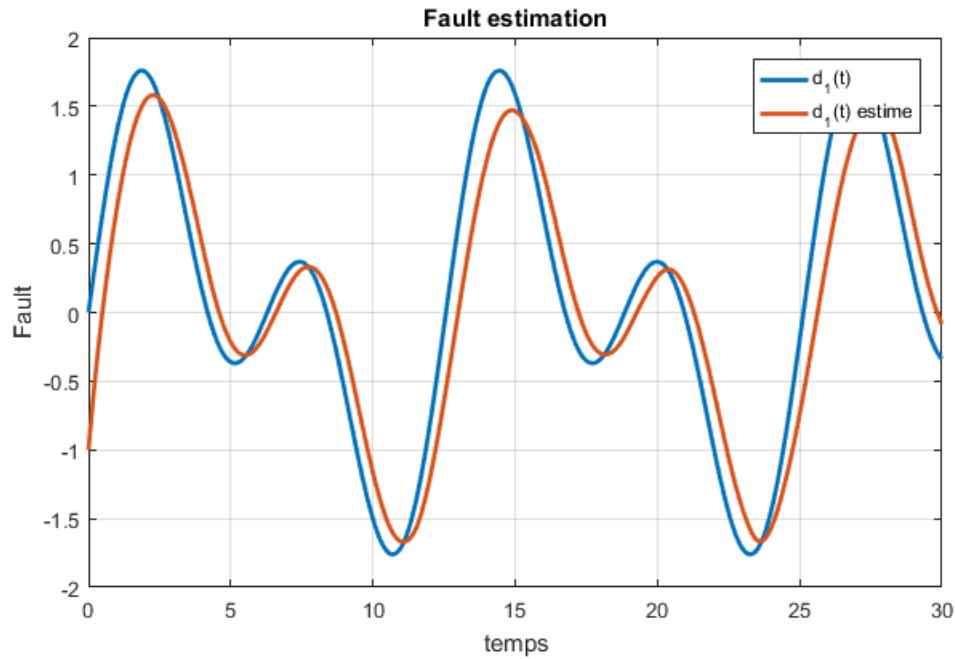


FIGURE 3.10 – Le défaut  $d_1(t)$  et son estimé  $\hat{d}_1(t)$

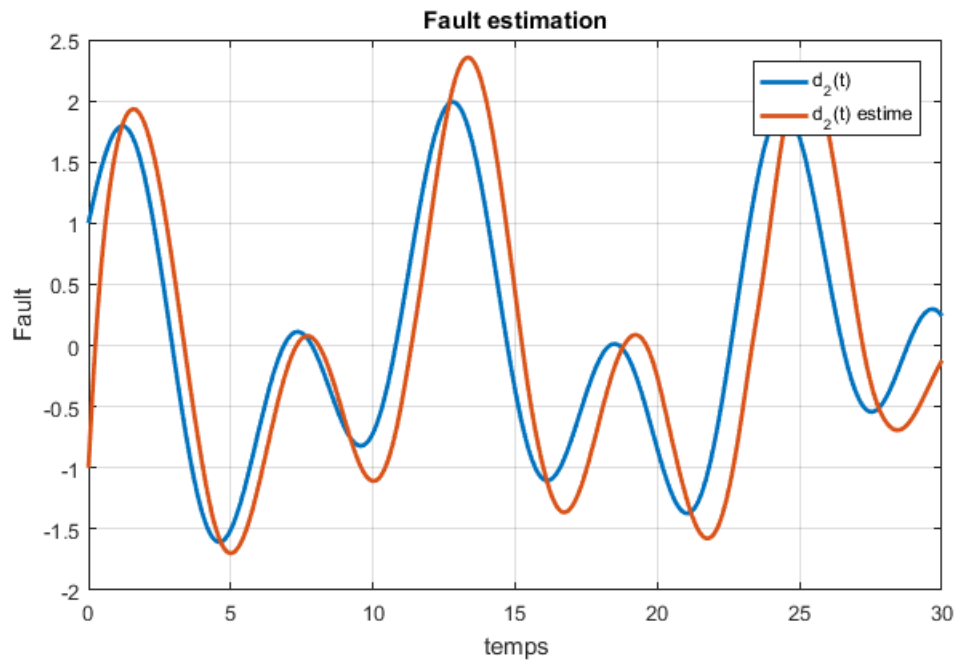


FIGURE 3.11 – Le défaut  $d_2(t)$  et son estimé  $\hat{d}_2(t)$

On constate que la précision de l'estimation décroît logiquement lorsque la dynamique du défaut augmente. Des écarts apparaissent pour les défauts rapides. Le passage à un banc d'observateurs et à des approches PMI permettrait probablement d'élargir le domaine de validité à des défauts plus dynamiques.

### Estimation avec un observateur PMI

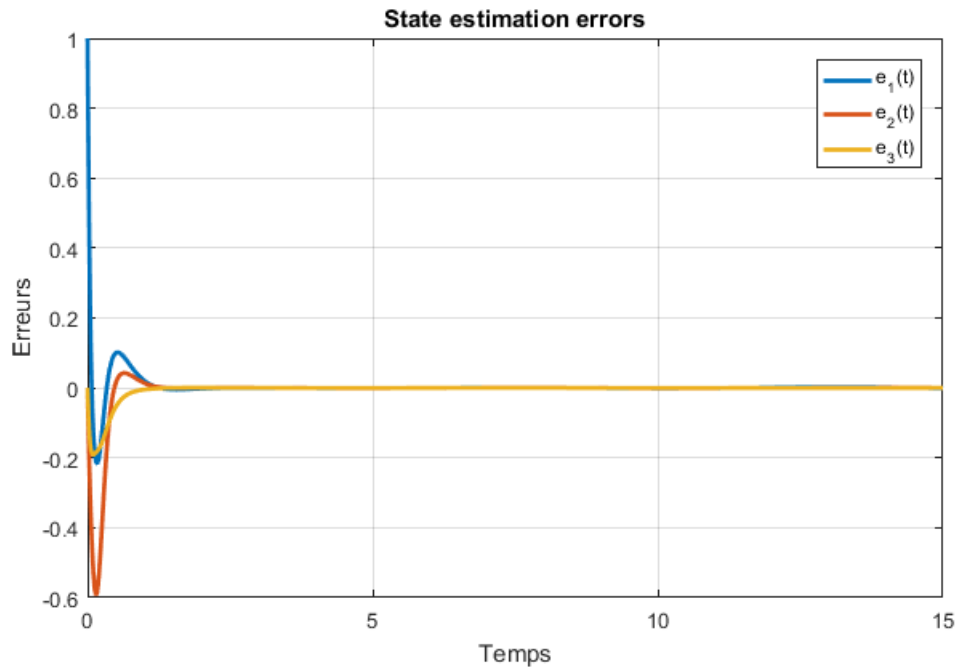


FIGURE 3.12 – Erreurs d'estimation d'état

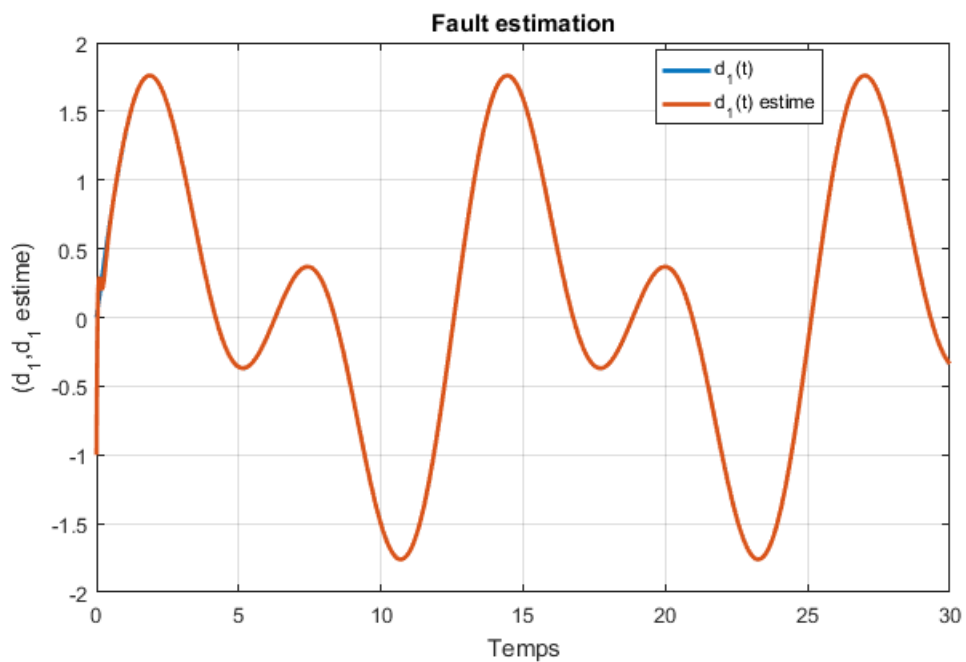


FIGURE 3.13 – Le défaut  $d_1(t)$  et son estimé  $\hat{d}_1(t)$

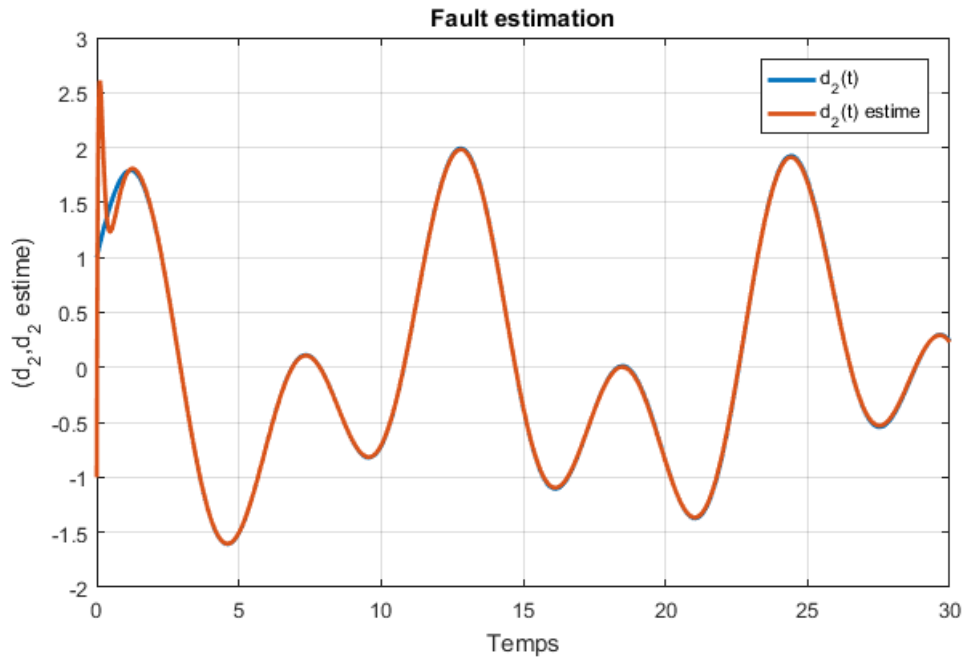


FIGURE 3.14 – Le défaut  $d_2(t)$  et son estimé  $\hat{d}_2(t)$

On remarque bien que l'observateur PMI donne une bonne estimation d'état et des entrées inconnues (Dans le cas des entrées inconnues variants rapidement) comparée à celles obtenues avec l'observateur PI.

Dans l'ensemble, ces résultats démontrent que les observateur PI et PMI sont des solutions simples et efficaces pour l'estimation des défauts, en vue de la mise en œuvre d'une commande tolérante aux défauts.

## 3.4 Le bloc FTC

Le bloc "FTC" se base sur les informations délivrées par le bloc "FDI". En fonction du mécanisme utilisé et du type du défaut survenu, il accomode ou reconfigure en ligne la loi de commande afin de maintenir la stabilité, la dynamique du système ainsi que ses performances initiales.

### 3.4.1 Commande tolérante aux défauts par poursuite de trajectoire

Dans cette section, la stratégie de commande tolérante aux défauts est présentée pour les systèmes T-S à VDNM.

Considérons le modèle de référence T-S sans défauts décrit par l'équation (3.34)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.34)$$

Le système avec le défaut  $f(t)$  est décrit par le modèle T-S suivant avec des variables de prémise non mesurables

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x_f(t)) (A_i x_f(t) + B_i(u_f(t) + f(t))) \\ y_f(t) = C x_f(t) + R f(t) \end{cases} \quad (3.35)$$

L'objectif est de concevoir la loi de commande  $u_f(t)$  de sorte que l'état du système  $x_f(t)$  converge vers l'état de référence  $x(t)$  donné par le modèle de référence (3.34), comme illustré par la figure 3.15.

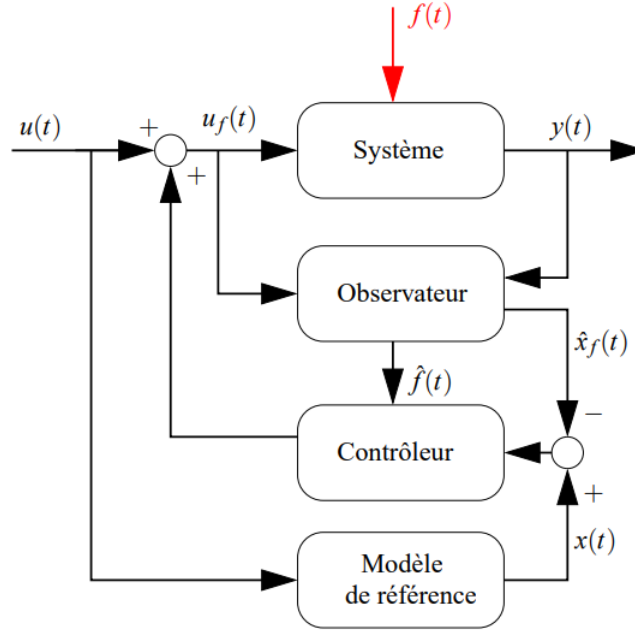


FIGURE 3.15 – Architecture de la commande tolérante par poursuite de trajectoire

La structure suivante est proposée par [18] pour la loi de commande tolérante aux défauts :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}_f(t)) \left( -\hat{f}(t) + K_{1i} (x(t) - \hat{x}_f(t)) + u(t) \right) \quad (3.36)$$

En analysant la structure de  $u_f(t)$  donnée dans (3.36), les estimations d'état et de défaut, à savoir  $\hat{x}_f(t)$  et  $\hat{f}(t)$ , sont nécessaires, tandis que l'état du système de référence  $x(t)$  est connu et peut donc être utilisé.

Il n'y a pas de perte de généralité à supposer que les systèmes de référence et défectueux (3.34) et (3.35) sont stables, par rapport à supposer qu'ils sont stabilisables. Si les systèmes (3.34) et (3.35) sont stabilisables, il existe une loi de commande de stabilisation  $u_{stab}(t)$ . Dans ce cas, l'entrée de commande  $u(t)$  dans (3.34) et (3.36) peut être remplacée par  $u(t) + u_{stab}(t)$  et les matrices  $A_\mu(t)$  et  $A_{\mu_f}(t)$  peuvent être remplacées par leurs matrices correspondantes en boucle fermée.

Les estimations d'état défectueux et de défaut sont fournies par l'observateur Proportionnel-Intégral (PI) suivant, qui peut être considéré comme une extension des PIO linéaires bien connus pour les systèmes T-S.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}) \left( A_i \hat{x} + B_i(u + \hat{f}) + H_{1i}(y - \hat{y}) \right) \\ \hat{y} = C\hat{x} + R\hat{f} \\ \dot{\hat{f}} = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}) H_{2i}(y - \hat{y}) \end{cases} \quad (3.37)$$

où les gains  $H_{1i}$  et  $H_{2i}$  doivent être déterminés afin de minimiser les erreurs d'estimation de l'état défectueux et de le défaut.

L'erreur de sortie entre le système (3.35) et l'observateur (3.37) est donnée par :

$$y_f(t) - \hat{y}_f(t) = \bar{C}e_a(t) \quad (3.38)$$

Où :

$$\bar{C} = ( C \quad R ), x_a(t) = \begin{pmatrix} x_f(t) \\ f(t) \end{pmatrix}, \hat{x}_a(t) = \begin{pmatrix} \hat{x}_f(t) \\ \hat{f}(t) \end{pmatrix}, e_a(t) = x_a(t) - \hat{x}_a(t) \quad (3.39)$$

La dynamique de l'erreur de suivi de trajectoire  $e(t) = x(t) - x_f(t)$  obéit à l'équation différentielle :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x)(A_i x(t) + B_i u(t)) - \mu_i(x_f)(A_i x_f(t) + B_i(u_f(t) - f(t))) \quad (3.40)$$

En tenant compte de la définition (3.36), (3.40) conduit à :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(x_f(t)) \mu_j(\hat{x}_f(t)) (A_i e(t) - B_j(f(t) - \hat{f}(t))) - B_i K_{1j} (x_f(t) - \hat{x}_f(t)) + \Delta_1(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(x_f(t)) \mu_j(\hat{x}_f(t)) (A_i - B_j K_{1j}) e(t) - \bar{L}_{ij} e_a(t) + \Delta_1(t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

où  $\bar{L}_{ij}, e_a$  et  $\Delta_1(t)$  sont définis par :

$$\bar{L}_{ij} = ( B_j K_{1j} \quad B_j ) \quad (3.42)$$

$$e_a(t) = x_a(t) - \hat{x}_a(t) \quad (3.43)$$

$$\Delta_1(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x(t)) - \mu_i(x_f(t))) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (3.44)$$

Notez que le terme de perturbation  $\Delta_1(t)$  est borné car il est supposé que le système (3.34) est stable et que son entrée est bornée.

La dynamique de l'erreur d'estimation de défaut est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}_f(t) &= \dot{f}(t) - \dot{\hat{f}}(t) \\ &= \dot{f}(t) - \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}_f(t)) H_{2i} \bar{C} e_a(t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

Pour analyser l'évolution des erreurs, deux cas sont considérés : dans le premier, les défauts sont supposés constants ; dans le second, ils sont supposés être sous forme polynomiale par rapport à la variable temporelle.

#### Défauts constants

Dans cette première approche, on suppose que  $\dot{f}(t) = 0$  et, avec la définition (3.39), le système (3.35) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x_f(t)) (\bar{A}_i x_a(t) + \bar{B}_i u_f(t)) \\ y_f(t) = \bar{C} x_a(t) \end{cases} \quad (3.46)$$

où  $\bar{C}$  est déjà défini et :

$$\bar{A}_i = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B}_i = \begin{pmatrix} B_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

De manière similaire, l'observateur (3.37) peut être écrit en utilisant le vecteur d'état augmenté  $\hat{x}_a(t)$ . Les erreurs d'estimation d'état et de défaut entre le système (3.46) et l'observateur (3.37), définies par  $e_a(t) = x_a(t) - \hat{x}_a(t)$ , sont régies par :

$$\dot{e}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}_f(t)) ((\bar{A}_i - H_i \bar{C}) e_a(t) + \Gamma \Delta_2(t)) \quad (3.47)$$

Où :  $\Gamma^T = ( I_n \ 0 )$ ,  $H_i^T = ( H_{1i}^T \ H_{2i}^T )$  et :

$$\Delta_2(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x_f(t)) - \mu_i(\hat{x}_f(t))) (A_i x_f(t) + B_i (u_f(t) + f(t))) \quad (3.48)$$

Comme expliqué précédemment, en ce qui concerne le terme  $\Delta_1(t)$  défini par (3.44), la perturbation  $\Delta_2(t)$  est bornée. À partir de (3.41) et (3.47), la concaténation de l'erreur de suivi de trajectoire d'état, des erreurs d'estimation d'état et de défaut permet d'écrire le système augmenté suivant :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu(x_f(t)) \mu(\hat{x}_f(t)) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) + \tilde{\Gamma} \Delta(t) \quad (3.49)$$

où :

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} x(t) - x_f(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix}, \quad \Delta(t) = \begin{pmatrix} \Delta_1(t) \\ \Delta_2(t) \\ f(t) \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{pmatrix} I_n & 0 \\ 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_{1j} & -B_i K_{1j} & -B_i \\ 0 & A_i - H_{1i} C_j & B_i - H_{1i} R_j \\ 0 & -H_{2i} C_j & -H_{2i} R_j \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

## CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

A partir de maintenant, le terme  $\Delta(t)$  regroupant le défaut et les écarts provenant des variables prémisses non mesurées (3.44)-(3.48), est considéré comme une perturbation externe, dont l'effet doit être atténué. Les gains  $K_{1i}$  et  $H_i^T = \begin{pmatrix} H_{1i}^T & H_{2i}^T \end{pmatrix}$  sont déterminés en résolvant un problème de minimisation sous des contraintes LMI, donné par le théorème 3.3 suivant.

**Théorème 3.3.** (Ichalal 2009,[18]) *La commande tolérante aux défauts (3.36) assurant la convergence de l'état  $x_f(t)$  du système (3.35) vers l'état de référence  $x(t)$  de (3.34) repose sur l'existence des matrices  $X_1 = X_1^T > 0$ ,  $P_2 = P_2^T > 0$ ,  $P_3 = I$ , des gains  $K_i$ ,  $\bar{H}_{1i}$  et  $H_{2i}$  et d'un scalaire positif  $\bar{\gamma}$  solutions du problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{X_1, P_2, K_{1j}, \bar{H}_{1i}, H_{2i}} \bar{\gamma} \text{ s.c.}$$

$$\begin{pmatrix} \Psi_i & -B_1 K_{1j} & -B_i & -B_1 K_{1j} & X_1 & X_1 & 0 \\ * & \Theta_{ij} & \Xi_{ij} & 0 & 0 & 0 & P_2 \\ * & * & \Phi_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I \end{pmatrix} < 0 \quad (3.53)$$

$$\Psi_i = A_i X_1 + X_1 A_i^T \quad (3.54)$$

$$\Theta_{ij} = P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{H}_{1i} C_j - C_j^T \bar{H}_{1i}^T \quad (3.55)$$

$$\Xi_{ij} = P_2 B_i - \bar{H}_{1i} R_j - C_j^T H_{2i}^T \quad (3.56)$$

$$\Phi_{ij} = -H_{2i} R_j - R_j^T H_{2i}^T \quad (3.57)$$

$$i, j = 1, \dots, r$$

Les gains du contrôleur et ceux de l'observateur PI sont donnés par :

$$K_{1j}, \quad H_{2i}, \quad H_{1i} = P_2^{-1} \bar{H}_{1i} \quad (3.58)$$

Le taux d'atténuation est obtenu par :

$$\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}} \quad (3.59)$$

**Preuve :** voir [18]

### Défauts variant dans le temps

L'hypothèse que le signal de défaut est constant dans le temps est restrictive, mais dans de nombreuses situations pratiques où les défauts sont des signaux lentement variables dans le temps, l'estimation des défauts est correcte et le schéma FTC proposé précédemment peut être appliqué. Dans le cas où les défauts ne sont pas lentement variables dans le temps ou constants, l'observateur proportionnel intégral (PI) peut être remplacé par un observateur proportionnel multi-intégral (PMI). Un tel observateur est capable d'estimer une large classe de signaux variables dans le temps satisfaisant l'hypothèse suivante :

$$f^{(q+1)} = 0 \quad (3.60)$$

### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

Le principe de cet observateur est basé sur l'estimation de toutes les  $q$  premières dérivées du signal  $f(t)$ . Cet observateur peut également être étendu au cas où  $f^{(q+1)}$  est borné.

Considérons le système (3.35) avec un défaut sous forme polynomiale générale :

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_q t^q \quad (3.61)$$

Considérons  $d_0(t) = \dot{f}(t), d_1(t) = \ddot{f}(t), \dots, d_{q-1}(t) = f^{(q)}(t)$ . Ainsi, le système peut être transformé en une forme augmentée :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x_f(t)) \left( \tilde{A}_i \tilde{x}_a(t) + \tilde{B}_i u_f(t) \right) \\ y(t) = \tilde{C} \tilde{x}_a(t) \end{cases} \quad (3.62)$$

où :

$$\tilde{x}_a(t) = \begin{pmatrix} x_f(t) \\ d_0(t) \\ \vdots \\ d_{q-2}(t) \\ d_{q-1}(t) \end{pmatrix}, \tilde{A}_i = \begin{pmatrix} A_i & B_i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \tilde{B}_i = \begin{pmatrix} B_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{C} = (C \quad R \quad 0 \quad \dots \quad 0)$$

L'observateur estimant simultanément l'état  $x_f(t)$ , les défauts  $f(t)$  et les dérivées successives est donné sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\tilde{x}}}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}_f(t)) \left( \tilde{A}_i \hat{\tilde{x}}_a(t) + \tilde{B}_i u_f(t) + \tilde{H}_i (y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{\tilde{x}}_a(t) \end{cases} \quad (3.63)$$

En utilisant (3.36), (3.62) et (3.63), l'erreur de poursuite  $e(t) = x(t) - x_f(t)$  et l'erreur d'estimation d'état augmentée  $e_a(t) = x_a(t) - \hat{\tilde{x}}_a(t)$  sont donnés par :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{e}_a(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(x_f(t)) \mu_j(\hat{x}_f(t)) \tilde{A}_{ij} \begin{pmatrix} e(t) \\ e_a(t) \end{pmatrix} + \tilde{\Gamma} \Delta(t) \quad (3.64)$$

où :

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_{1j} & -B_i K_j \\ 0 & \tilde{A}_i - \tilde{H}_i \tilde{C} \end{pmatrix}$$

Ainsi, la structure des équations d'état est la même que celles exprimées dans le cas de défauts constants. La synthèse des gains du régulateur et de ceux de l'observateur est obtenue en résolvant les LMI données dans le théorème 3.3.

#### 3.4.2 Exemple

Afin d'illustrer la méthode de commande tolérante aux défauts proposée pour les systèmes T-S à VDNM, considérons le modèle T-S :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(x_f(t)) (A_i x_f(t) + B_i (u_f(t) + d(t))) \\ y_f(t) = C x_f(t) + R d(t) \end{cases} \quad (3.65)$$



### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

avec les valeurs numériques :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -8 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

et

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'activation  $\mu_i, i = 1, 2$  sont données par :

$$\begin{cases} \mu_1(x_f) = \frac{1 - \tanh(x_{1f})}{2} \\ \mu_2(x_f) = 1 - \mu_1(x_f) \end{cases}$$

Afin d'appliquer la stratégie de commande tolérante aux défauts proposée, on considère le système de référence :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.66)$$

Les LMIs données par la théorème 3.3 sont résolues à l'aide de la boîte à outils YALMIP et du solveur de programmation semi-définie SeDuMi.

La résolution de ces LMIs donne les résultats suivants :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.9162 & -0.8925 & 0.3565 \\ -0.8925 & 1.3375 & -0.8757 \\ 0.3565 & -0.8757 & 1.4162 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 34.4774 & 22.6952 & 9.8063 \\ 22.6952 & 37.2070 & 19.4545 \\ 9.8063 & 19.4545 & 11.3058 \end{bmatrix}, \gamma = 4.5506$$

Les gains de l'observateur et du contrôleur conçus sont les suivants :

$$H_{11} = \begin{bmatrix} -14.3353 & 9.5168 \\ 96.3773 & -65.7945 \\ -167.3412 & 116.6319 \end{bmatrix}, H_{12} = \begin{bmatrix} -5.3366 & 3.9714 \\ 44.9003 & -37.1080 \\ -77.2382 & 66.9714 \end{bmatrix}$$

$$H_{21} = [ -0.0000 \quad 21.4758 ], H_{22} = [ 0.0798 \quad 29.5630 ]$$

$$K_{11} = [ 0.0086 \quad -0.0000 \quad 0.0137 ], K_{12} = [ 0.0086 \quad -0.0000 \quad 0.0137 ]$$

Le défaut  $d(t)$  est un échelon unité apparaissant à l'instant 15.

L'observateur fournit l'estimation des états dont les erreurs d'estimation sont illustrées sur la figure 3.26 ainsi que l'estimation du défaut (figure 3.24). La figure 3.26 présente, également, l'erreur de poursuite entre le système de référence (sans défaut) et le système en défaut avec la commande tolérante au défaut  $u_f(t)$ . Les figures 3.25 et 3.27 comparent, d'une part, l'entrée de commande du système sans défaut et la commande tolérante et,

### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

d'autre part, les états du système avec la commande tolérante au défaut, ceux du système avec défaut et sans commande tolérante, ainsi que ceux du système de référence.

On constate que la commande tolérante au défaut a compensé le défaut et a permis au système d'atteindre son objectif même en présence du défaut. Les résultats offerts par cette méthode sont très satisfaisants en vue de compensation de défaut et de maintien de performance et de robustesse.

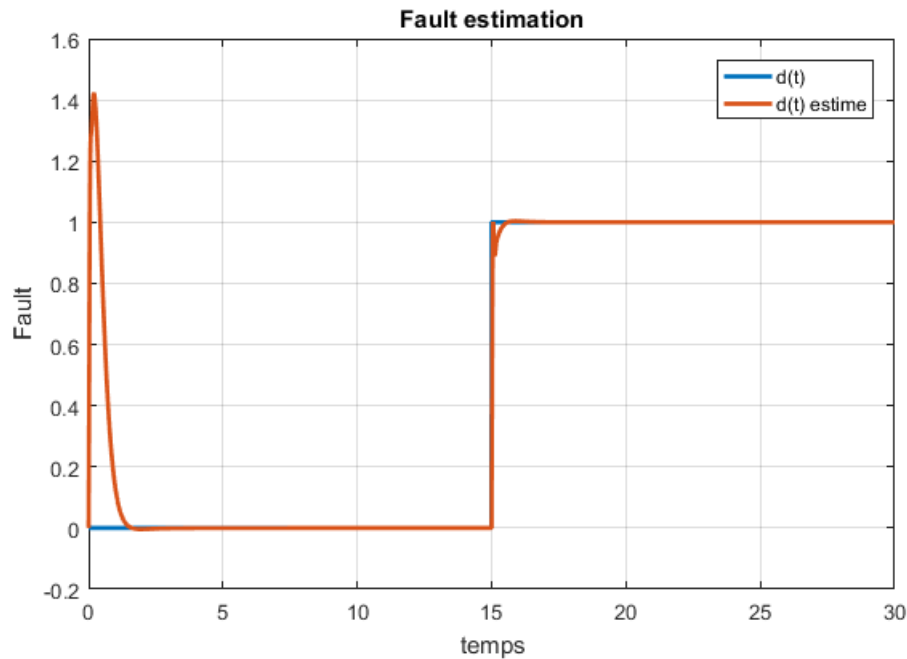


FIGURE 3.16 – Le défaut  $d(t)$  et son estimé  $\hat{d}(t)$

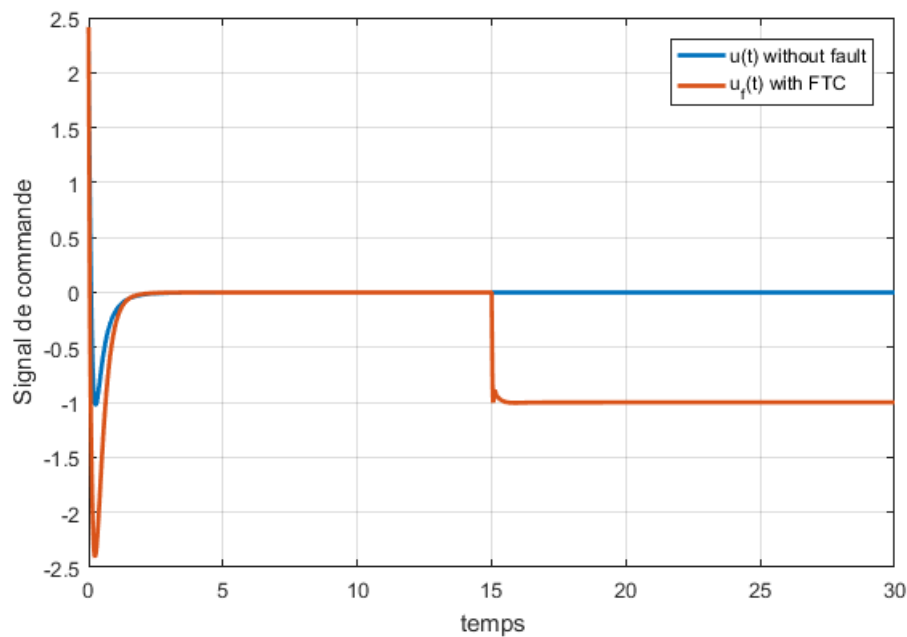
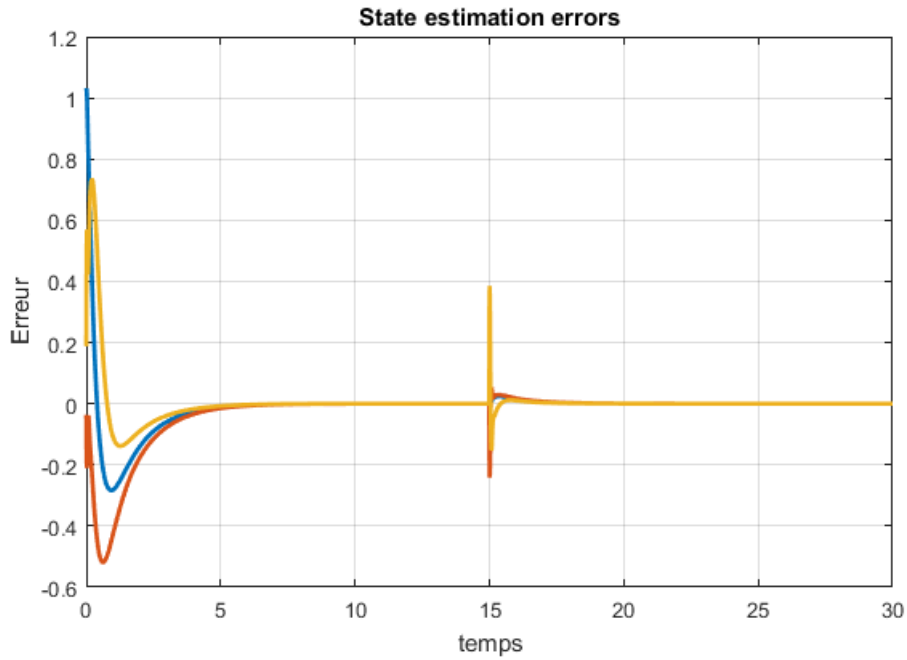
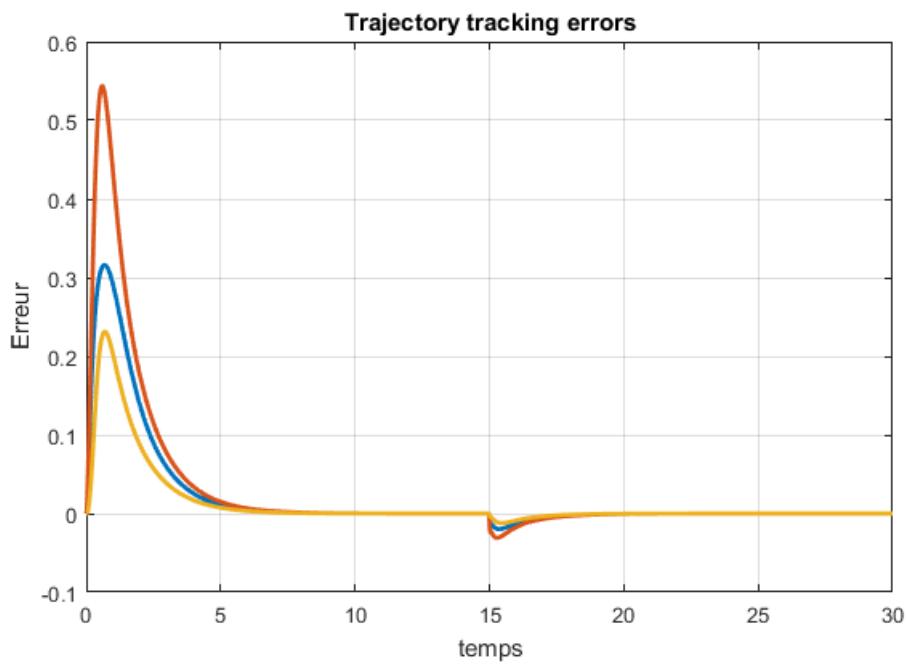


FIGURE 3.17 – Signal de commande sans défaut  $u(t)$  et commande tolérante  $u_f(t)$



(a) Erreurs d'estimation d'état



(b) Erreurs de poursuite de trajectoire

FIGURE 3.18 – Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire

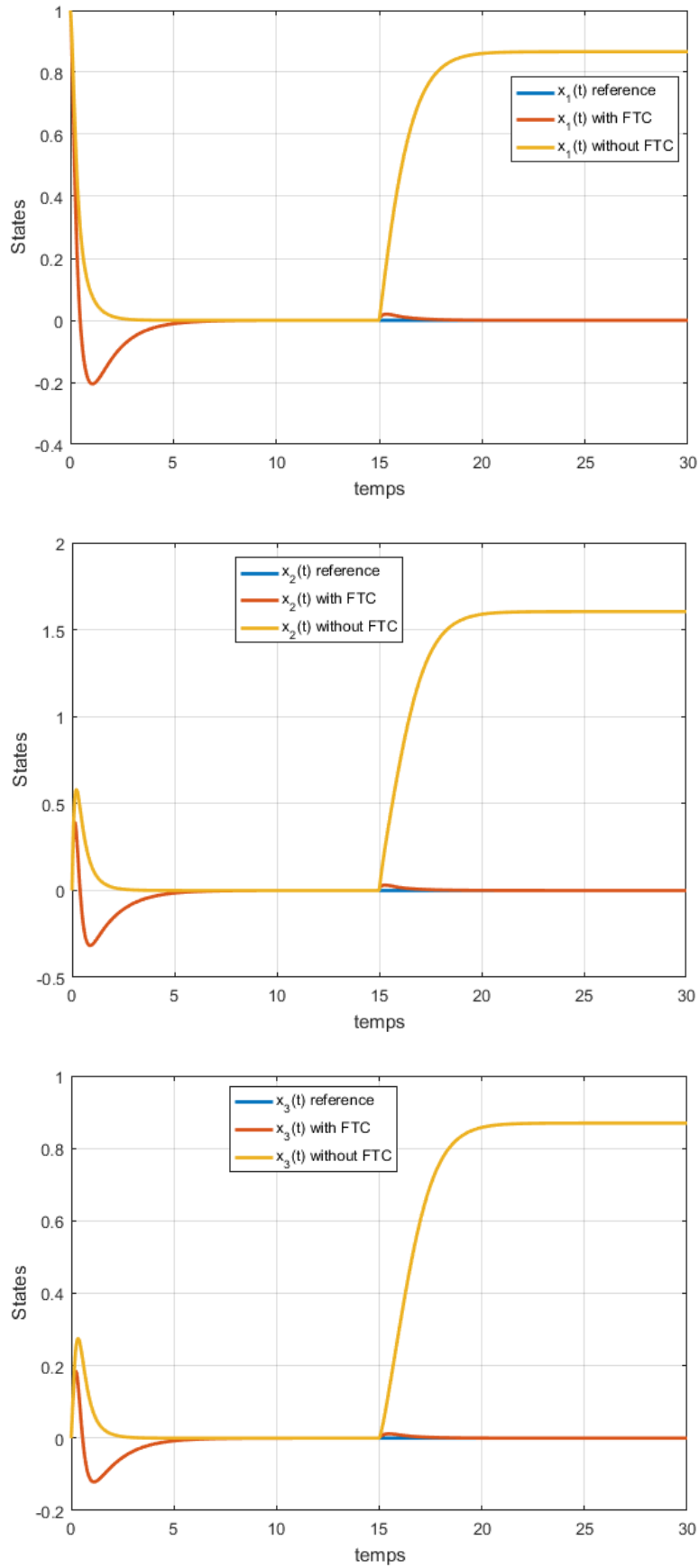


FIGURE 3.19 – Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC

### CHAPITRE 3. COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS DES SYSTÈMES T-S

---

Maintenant, on remplace le défaut constant par un autre défaut variant dans le temps.

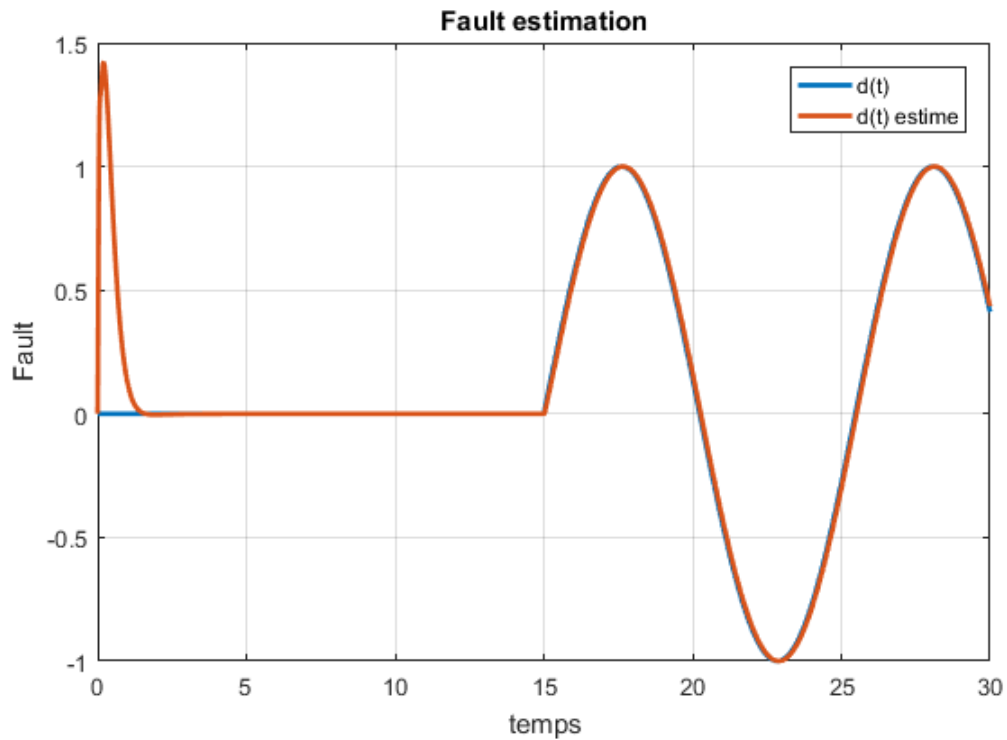


FIGURE 3.20 – Le défaut  $d(t)$  et son estimé  $\hat{d}(t)$

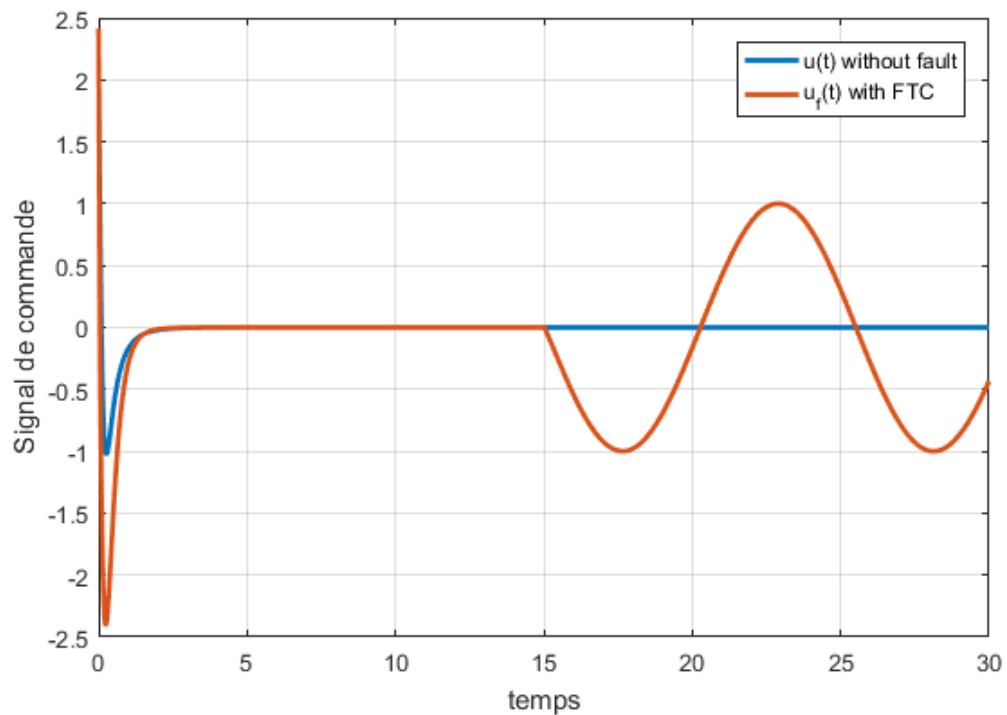
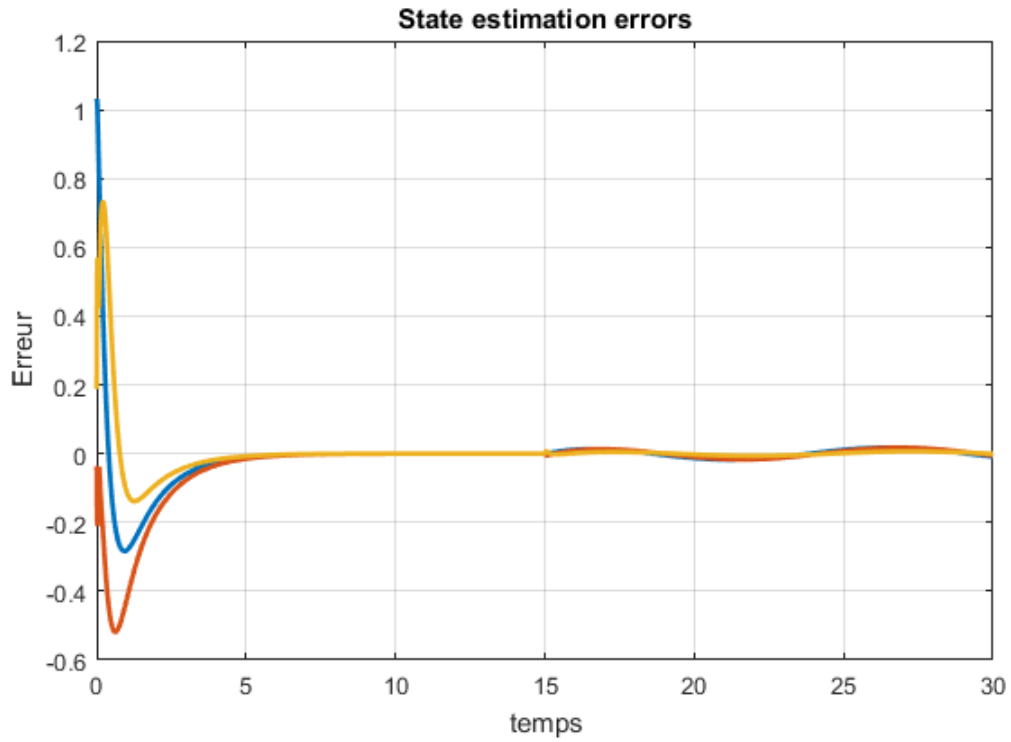
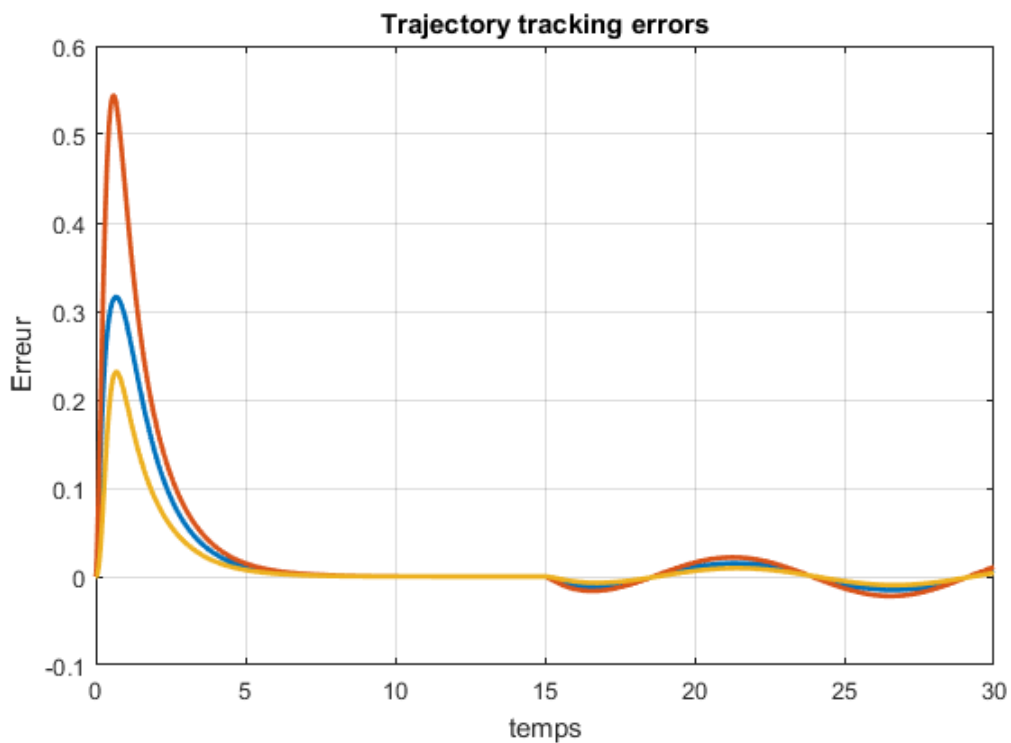


FIGURE 3.21 – Signal de commande sans défaut  $u(t)$  et commande tolérante  $u_f(t)$



(a) Erreurs d'estimation d'état



(b) Erreurs de poursuite de trajectoire

FIGURE 3.22 – Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire

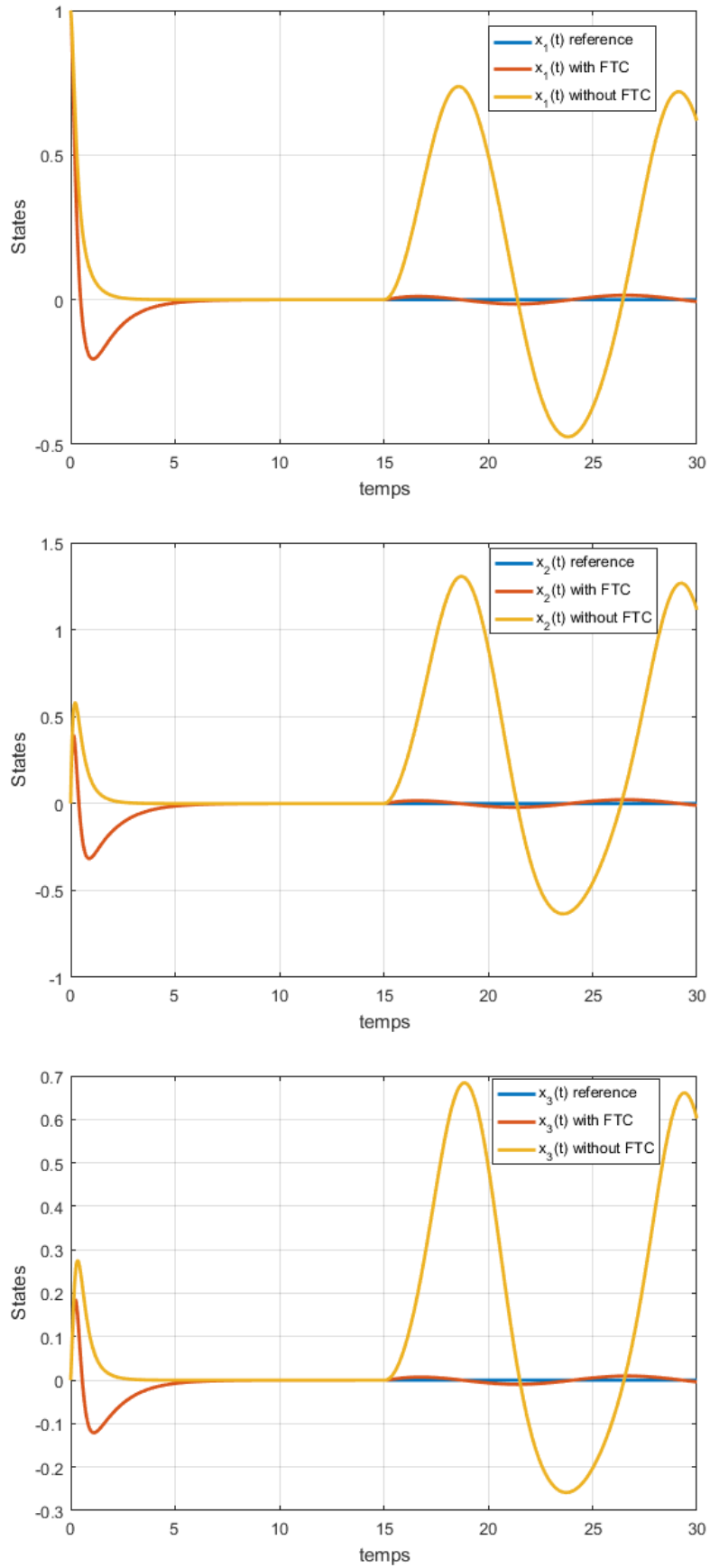


FIGURE 3.23 – Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC

Maintenant, on injecte un défaut variant plus rapidement par rapport au système.

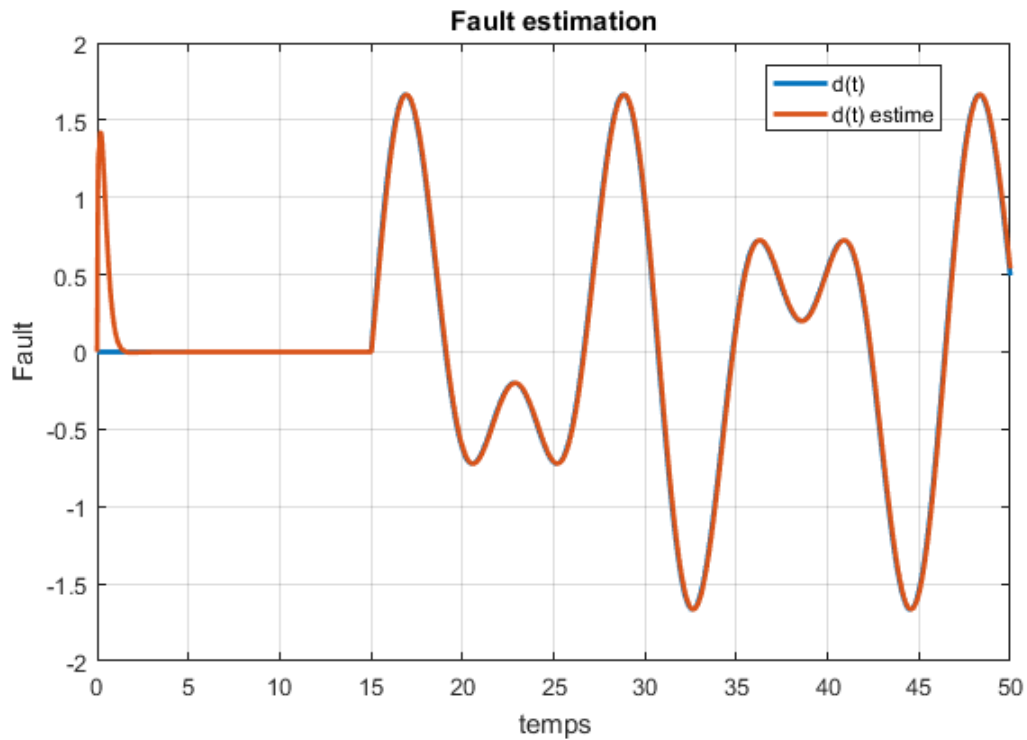


FIGURE 3.24 – Le défaut  $d(t)$  et son estimé  $\hat{d}(t)$

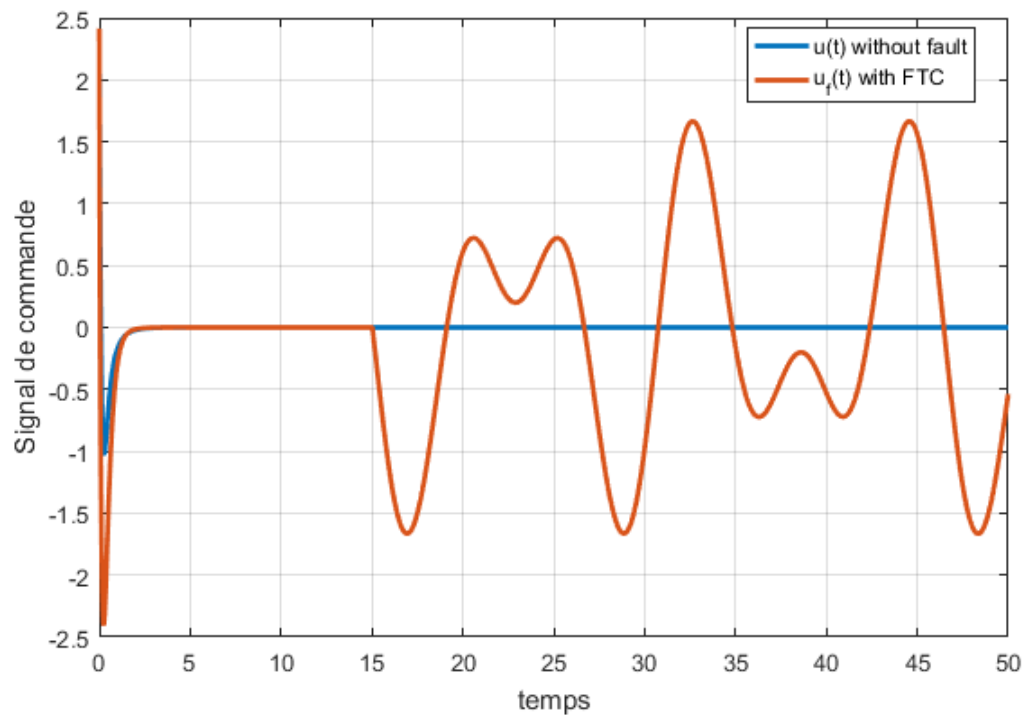
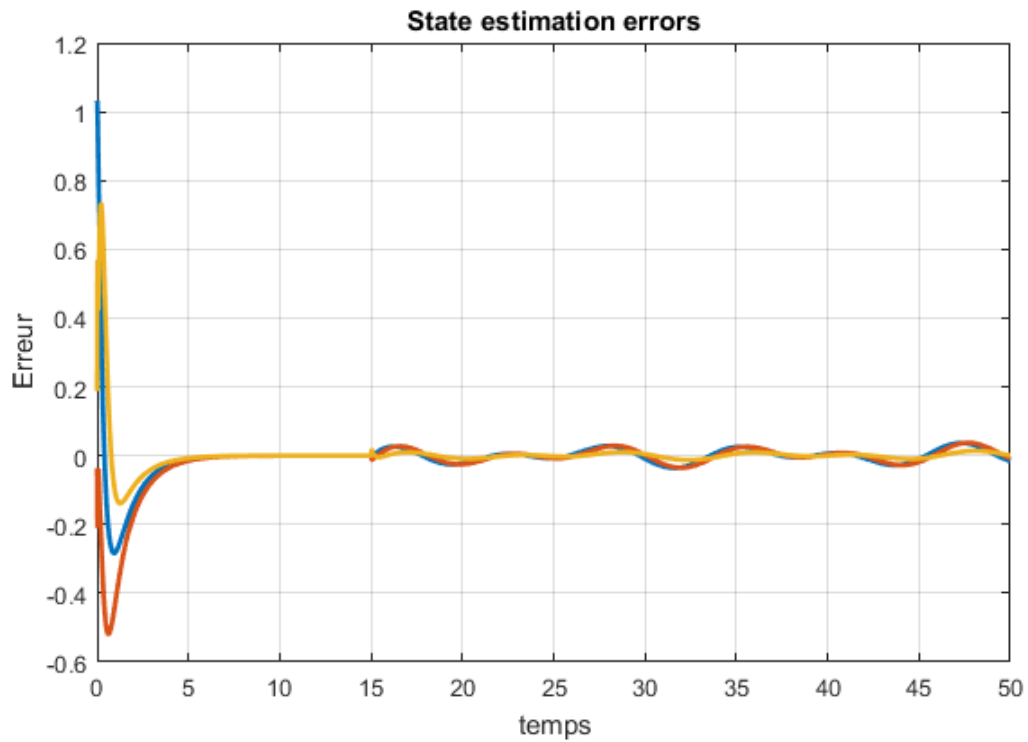
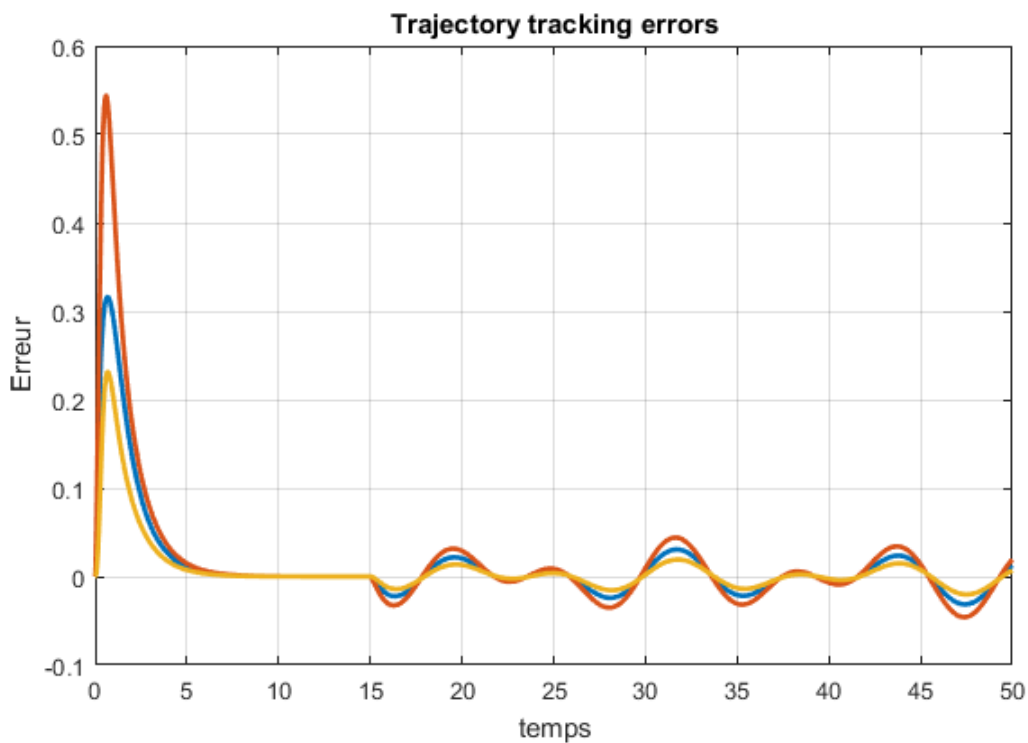


FIGURE 3.25 – Signal de commande sans défaut  $u(t)$  et commande tolérante  $u_f(t)$





(a) Erreurs d'estimation d'état



(b) Erreurs de poursuite de trajectoire

FIGURE 3.26 – Erreurs d'estimation d'état et de poursuite de trajectoire

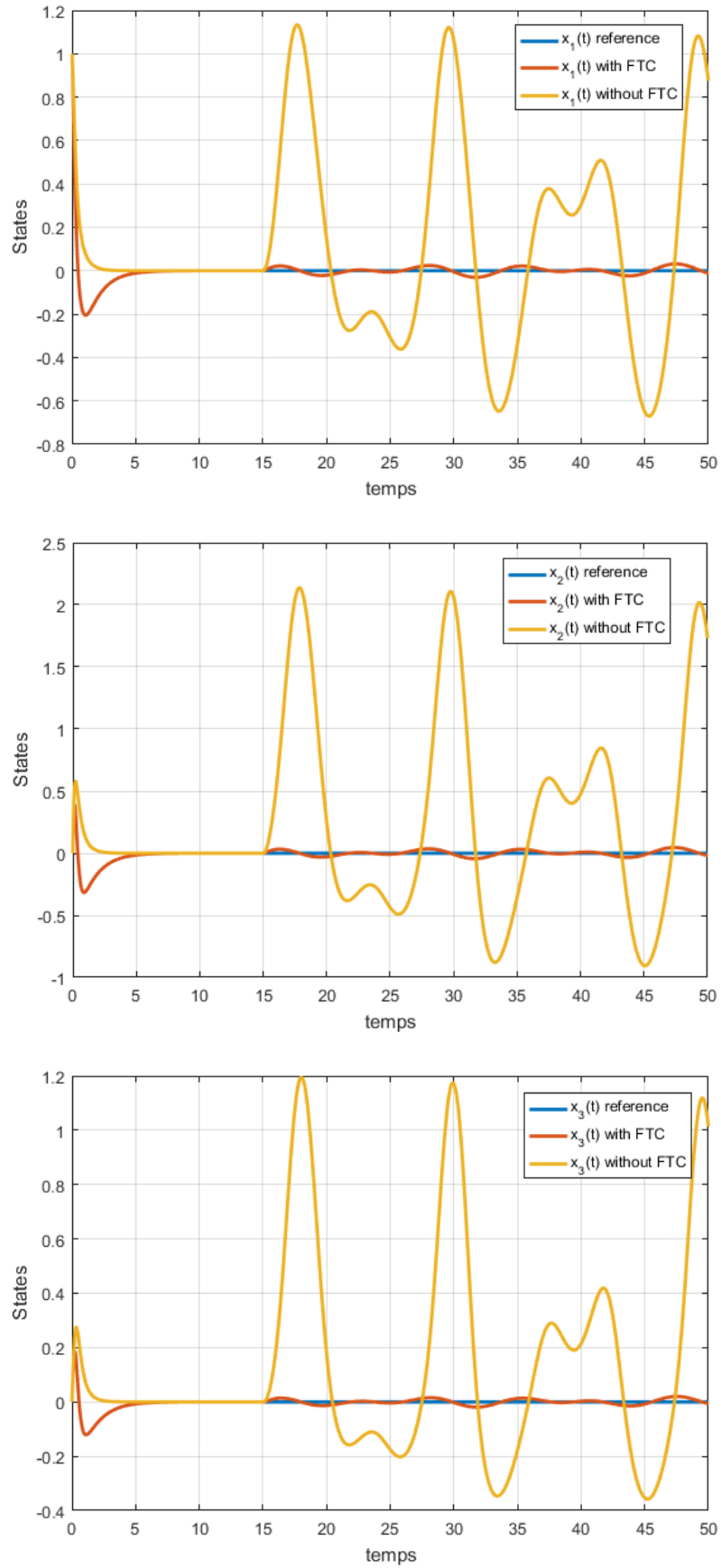


FIGURE 3.27 – Comparaison entre les états du système de référence (sans défaut), états du système avec défaut et sans FTC et états du système avec FTC

Les figures ci-dessus illustrent le cas des défauts variants dans le temps, plus ou moins rapidement, l'estimation peut être acceptable lorsqu'il s'agit d'un signal lentement variable, les résultats commencent à dégrader avec l'augmentation de la fréquence, l'approche utilisée s'avère un peu limitée en hautes fréquences, l'idée d'augmenter les gains peut servir à maintenir ou améliorer les performances, mais elle risque de provoquer l'instabilité, il est recommandé dans ce cas là de faire appel à des méthodes plus performantes et des observateurs plus robustes notamment l'observateur PMI développé pour un ensemble plus large des signaux. Cependant, le régulateur utilisé a pu garder une certaine robustesse, en outre, il s'agit d'une stabilisation, la consigne est toujours constante (stabilisation à l'origine), les états sont justes écartés ou déviés de leurs positions désirées lorsqu'un défaut est survenu.

### 3.5 Conclusion

En conclusion, ce chapitre a présenté une approche de commande tolérante aux défauts pour les systèmes T-S. Cette approche est basée sur la conception d'un observateur PI (ou bien PMI pour les défauts variants dans le temps) qui est capable de détecter et d'estimer les défauts de manière fiable. En utilisant l'information fournie par l'observateur, une reconfiguration de la loi de commande par la méthode du modèle de référence est conçue pour maintenir le comportement souhaité du système malgré la présence de défauts. Les résultats de simulation ont montré que l'approche proposée est efficace pour détecter et compenser les défauts dans les systèmes T-S, tout en maintenant des performances de contrôle acceptables. Cette approche peut être appliquée à une large classe de systèmes industriels pour améliorer leur fiabilité et leur sécurité opérationnelle.

## Chapitre 4

### Application à la commande tolérante aux défauts d'un robot mobile

## **4.1 Introduction**

Le chapitre qui suit est consacré à l'application de la commande tolérante aux défauts à un robot mobile. Les robots mobiles sont des systèmes dynamiques complexes qui nécessitent une commande précise et robuste pour assurer leur mouvement et leur navigation en toute sécurité. Cependant, en raison de l'environnement souvent hostile dans lequel ils évoluent et de leur utilisation prolongée, les robots mobiles sont sujets à des défaillances qui peuvent compromettre leur fonctionnement normal.

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode de commande tolérante aux défauts pour un robot mobile, basée sur les modèles de Takagi-Sugeno (T-S). Cette méthode repose sur l'utilisation d'un modèle T-S pour décrire la dynamique non linéaire du robot mobile et sur l'utilisation d'une commande par retour d'état linéaire pour assurer son contrôle. Nous présentons également un observateur de l'état pour estimer les états du système en présence de défauts.

## **4.2 Définition d'un robot**

Un robot est un dispositif mécatronique (alliant mécanique, électronique et informatique) doté de capteurs et d'effecteurs lui donnant une capacité d'adaptation et de déplacement proche de l'autonomie accomplissant automatiquement soit des tâches qui sont généralement dangereuses, pénibles, répétitives ou impossibles pour les humains, soit des tâches plus simples mais en les réalisant mieux que ce que ferait un être humain.

Un robot est une machine équipée de capacités de perception, de décision et d'action qui lui permet d'agir de manière autonome dans son environnement en fonction de la perception qu'il en a et de ses objectifs .

## **4.3 Les robots mobiles**

Un robot mobile est une machine automatique capable de se mouvoir dans un environnement donnée. On regroupe sous cette appellation tous les robots autonomes capables de se déplacer, par opposition aux robots attachés à un point fixe, comme les robots manipulateurs en industrie. Il existe plusieurs types de robots mobiles et ceux-ci sont, en général, classifiés selon leur type de locomotion. Les robots mobiles évolueront donc sur terre, dans les airs ou encore sur ou sous eau. Les robots terrestres sont, par exemple, actionnés par des roues, des chenilles ou encore des pattes.

## **4.4 La holonomie et non-holonomie**

Un robot mobile est dit "holonome" s'il peut se déplacer librement dans l'espace avec des degrés de liberté égaux à ses dimensions. En d'autres termes, un robot holonome peut se déplacer dans n'importe quelle direction sans contraintes particulières.

Un robot mobile est qualifié de "non-holonome" s'il ne peut pas se déplacer dans toutes les directions de manière indépendante en raison de contraintes cinématiques. Les robots non-holonomes ont des limitations sur leur mouvement, ce qui signifie qu'ils ne peuvent

pas réaliser certains déplacements latéraux ou rotations sans effectuer des manœuvres spécifiques.

Ces notions de holonomie et non-holonomie sont importantes dans la conception et le contrôle des robots mobiles, car elles affectent leur capacité à naviguer efficacement dans des environnements complexes.

## 4.5 Modèle mathématique du robot mobile de type unicycle

Dans ce document on utilise un robot mobile de type unicycle, car il est simple à modéliser et contrôler par rapport à les autres types. Afin de simplifier la lecture de ce chapitre, nous allons résumer dans ce qui suit les modèles cinématique et dynamique du robot mobile unicycle.

### 4.5.1 Le modèle cinématique

Le modèle cinématique d'un robot mobile non holonome unicycle dans le plan  $X - Y$  (figure 4.1) peut être présenté par la formule (4.1) dans le cas de roulement sans glissement :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $v$  et  $\omega$  sont les commandes du robot mobile, respectivement la vitesse linéaire et angulaire. Les variables de sortie sont  $x$  et  $y$  (les coordonnées du centre de gravité du robot) et  $\theta$  qui représente l'orientation du robot (angle entre l'axe  $X$  et le vecteur de vitesse du robot).

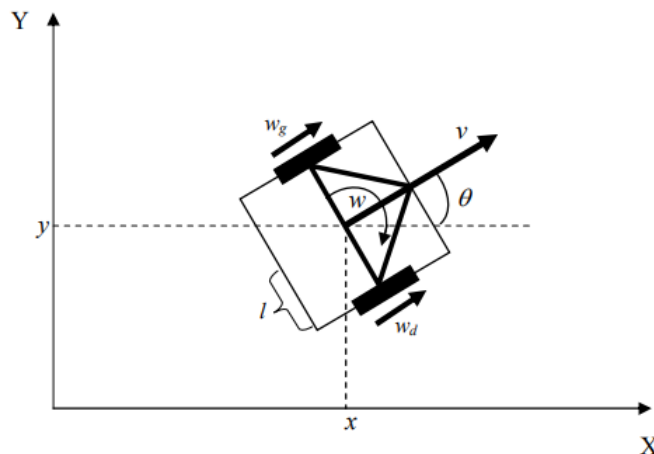


FIGURE 4.1 – Robot mobile unicycle

En notant  $r$  le rayon de la roue du robot et  $l$  la distance entre la roue et le centre du robot (voir figure 4.1).

### 4.5.2 Le modèle dynamique du robot

Le modèle dynamique est la partie du robot dans laquelle on développe les forces ou des couples qui sont appliquées au robot.

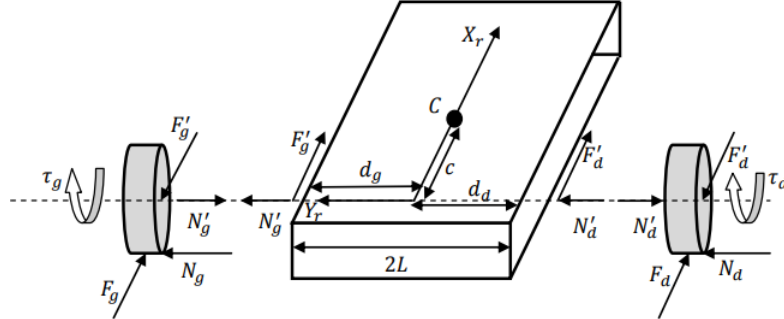


FIGURE 4.2 – Diagramme dissocié du corps

En utilisant la formalisme d'Euler-Lagrange avec certaines hypothèses ont été considérés, on obtient le modèle suivant [45] :

$$\begin{bmatrix} \left(m + \frac{2I_w}{R^2}\right) & 0 \\ 0 & \left(I + \frac{2L^2}{R^2}I_w\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -m_c d \omega \\ m_c d \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{R} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

avec

$$u = \begin{cases} u_1 = \tau_R + \tau_L \\ u_2 = \tau_R - \tau_L \end{cases} \quad (4.3)$$

où  $(\tau_R, \tau_L)$  : est le couple d'entrée exprimé en Newton mètres (N.m).

En remplaçant  $\left(m + \frac{2I_w}{R^2}\right)$  par  $m_0$  et  $\left(I + \frac{2L^2}{R^2}I_w\right)$  par  $I_0$ , on obtient modèle dynamique non linéaire simplifié suivant :

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = \frac{m_c d}{m_0} \omega^2 + \frac{1}{m_0 R} u_1(t) \\ \dot{\omega}(t) = -\frac{m_c d}{I_0} v \cdot \omega + \frac{L}{I_0 R} u_2(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

En posant :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} : \text{le vecteur d'état du système ;}$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} : \text{la dérivée de X ;}$$

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} : \text{la commande ;}$$

Le modèle dynamique 4.4 devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{m_c d}{m_0} x_2^2 + \frac{1}{m_0 R} u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{-m_c d}{I_0} x_1 \cdot x_2 + \frac{L}{I_0 R} u_2(t) \end{cases} \quad (4.5)$$

## 4.6 Modèle T-S adopté pour le modèle dynamique du robot

Le modèle non linéaire (4.5) peut être ré-écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c d}{m_0} x_2 \\ \frac{-m_c d}{I_0} x_2 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_0 R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_0 R} \end{bmatrix} u \end{cases} \quad (4.6)$$

Ce modèle peut être ré-écrit sous la forme suivante :

$$\dot{X}(t) = A(X)X(t) + B.u(t) \quad (4.7)$$

Avec :

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c d}{m_0} x_2 \\ \frac{-m_c d}{I_0} x_2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_0 R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_0 R} \end{bmatrix}$$

### 4.6.1 Représentation T-S

On remarque que le modèle (4.6) présente une seule non linéarité qu'on notera  $nl(x_2)$  tel que :

$$nl(x_2) = x_2 \quad (4.8)$$

Le système non linéaire de modèle dynamique du robot peut être représenté par une approche floue de Takagi-Sugeno, en utilisant un certain nombre de règles floues Si-Alors. Nous avons choisi la variable de prémisse suivante :

$$z_1 = x_2 \quad (4.9)$$

On suppose que ce variable de prémisse n'est pas mesurable car on n'a pas des capteurs qui mesure la vitesse angulaire du robot.

On utilisera les bornes suivantes pour la vitesse angulaire

$$-\omega_{max} \leq \omega \leq \omega_{max}$$

avec :  $\omega_{max} = 10 \text{ rad/s}$

Donc le terme non linéaire  $nl(x_2)$  est borné sur un compact défini par  $\in [-\omega_{max}, \omega_{max}]$  (secteur non linéaire local).



## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

---

En utilisant l'équation (1.10), on peut transformer le terme non linéaire  $nl(x_2)$  tel que :

$$nl(x_2) = (\omega_{max}) \cdot F_0^1(x_2) + (-\omega_{max}) \cdot F_1^1(x_2) \quad (4.10)$$

avec les fonctions d'appartenance données par :

$$F_0^1(x_2) = \frac{1 - \frac{x_2}{\omega_{max}}}{2}, F_1^1(x_2) = \frac{1 + \frac{x_2}{\omega_{max}}}{2} \quad (4.11)$$

On aboutit alors à deux modèles locaux, obtenus à partir des deux combinaisons possibles des bornes de terme non linéaire  $nl(x_2)$  ( $k = 2$ , i.e.  $r = 2$ ) décrits par les matrices des modèles locaux suivants :

**Règle 1 :** Si  $x_2(t)$  est  $F_0^1(x_1(t))$  Alors  $\dot{x} = A_1x + Bu$

**Règle 2 :** Si  $x_2(t)$  est  $F_1^1(x_1(t))$  Alors  $\dot{x} = A_2x + Bu$

où les matrices  $A_1, \dots$  sont déterminées comme suit :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c d}{m_0} \omega_{max} \\ -\frac{m_c d}{I_0} \omega_{max} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{m_c d}{m_0} \omega_{max} \\ \frac{m_c d}{I_0} \omega_{max} & 0 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'activations ( $k = 2$ ) sont données par l'équation suivante :

$$\mu_1(x_2(t)) = F_0^1(x_2) = \frac{1 - \frac{x_2(t)}{\omega_{max}}}{2}, \quad \mu_2(x_2(t)) = F_1^1(x_2) = \frac{1 + \frac{x_2(t)}{\omega_{max}}}{2} \quad (4.12)$$

On obtient à la fin le modèle T-S ci-dessous qui représente exactement le modèle non linéaire (4.5) dans le domaine  $\mathbb{R}^2$  :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(x_2(t)) A_i x(t) + Bu(t) \quad (4.13)$$

### 4.6.2 La validation du modèle T-S

Le modèle du robot utilisé dans notre simulation est un robot de type unicycle actionné par deux roues indépendantes, il possède éventuellement des roues folles pour assurer sa stabilité mécanique. Son centre de rotation est situé sur l'axe reliant les deux roues motrices. C'est un robot non-holonome. En effet, il est impossible de le déplacer dans une direction perpendiculaire aux roues de locomotion. Sa commande est simple, il est facile de le déplacer d'un point à un autre par une suite de rotations simples et de lignes droites.

Les différents paramètres du robot utilisé dans la simulation sont les suivants :

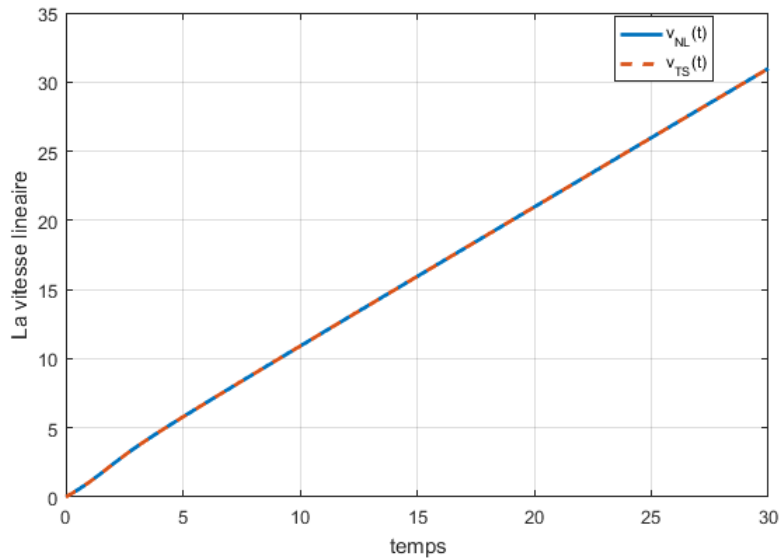
- Masse de la plate-forme :  $m_c = 30$  kg
- Masse de la roue :  $m_w = 1$  kg
- Rayon de la roue :  $r = 0.15$  m
- Mi-distance entre les deux roues :  $L = 0.75$  m

## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

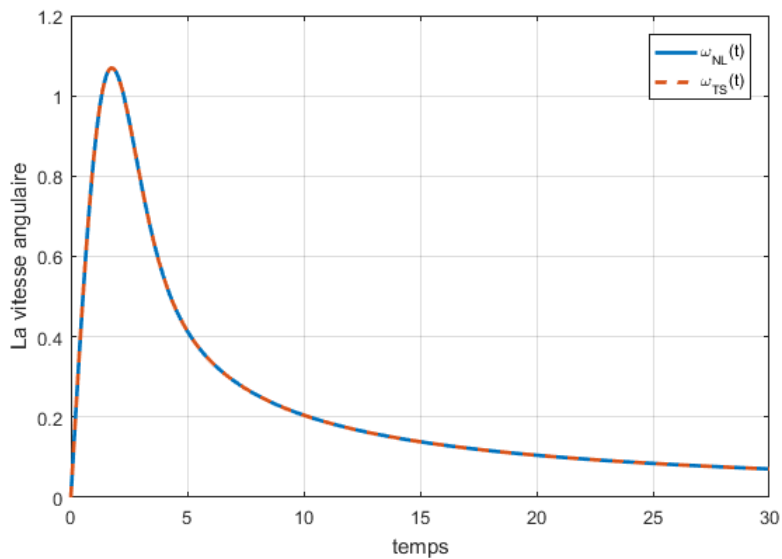
- Distance entre le point milieu des deux roues et le centre de gravité du robot :  $d = 0.3m$
- Inertie par rapport au centre de gravité :  $I_c = 15.625 \text{ kg.m}^2$
- Inertie par rapport au diamètre de la roue :  $I_m = 0.0025 \text{ kg.m}^2$
- Inertie par rapport à l'axe de la roue :  $I_w = 0.005 \text{ kg.m}^2$
- Masse totale du robot :  $m = m_c + 2 * m_w = 32 \text{ kg}$
- Inertie du robot :  $I = I_c + m_c * d^2 + 2 * m_w * L^2 + 2 * I_m = 19.46 \text{ kg.m}^2$

On simule le modèle non linéaire et le modèle T-S en boucle ouvert avec un échelon en entrée ensuite on compare les courbes obtenues.

La figure 4.3 représente la réponse du modèle dynamique réel du robot ainsi que celle du modèle flou T-S du modèle dynamique non linéaire du robot .



(a)  $x_{1NL}$  et  $x_{1TS}$



(b)  $x_{2NL}$  et  $x_{2TS}$

FIGURE 4.3 – Les états du robot mobile et du modèle T-S.

Les résultats de la figure 4.3 prouvent la qualité de l'approximation du modèle non linéaire par son modèle flou T-S. Aussi, la figure 4.3 montre que la vitesse linéaire du modèle non linéaire et du modèle T-S divergent, par contre la vitesse angulaire converge vers une valeur constante. Cela est dû à l'instabilité du système en boucle ouverte. Il est donc indispensable de stabiliser le système afin de pouvoir synthétiser une procédure de diagnostic et commande tolérante aux défauts.

## 4.7 Commande du robot

En se basant sur les mesures fournies par les différents capteurs, ainsi que les modèles du robot et des moteurs, il est possible de construire l'architecture de commande du robot. La commande du robot consiste à déterminer les tensions (en *Volts*) ou les couples (*N.m*) à appliquer aux deux moteurs des roues en fonction des mesures afin d'atteindre une consigne donnée. L'architecture de commande, adoptée ici, repose sur plusieurs fonctions imbriquées telles que présentées dans la figure 4.4. La transformation, le contrôleur cinématique et le contrôleur dynamique, sont les fonctions que nous présenterons.

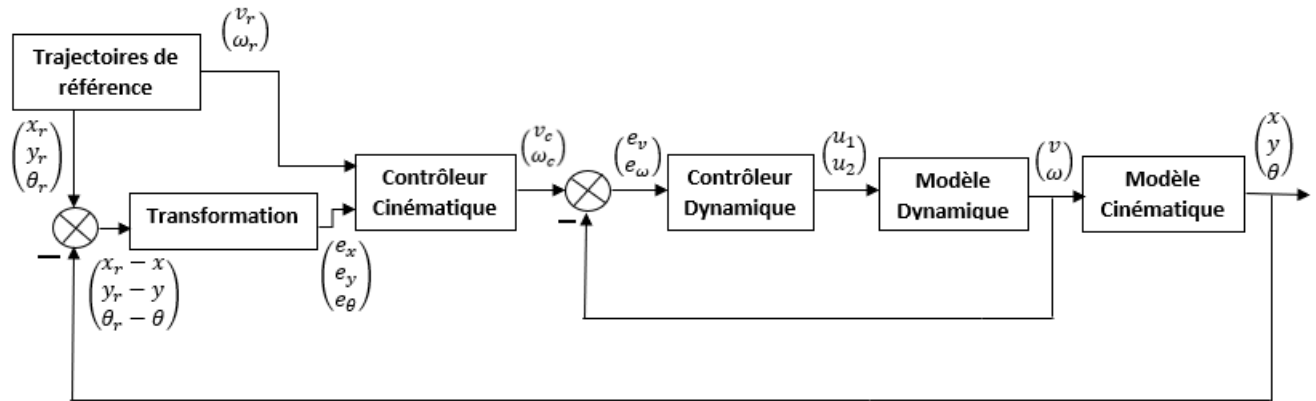


FIGURE 4.4 – Architecture de commande

Le contrôleur cinématique a pour objectif de minimiser les erreurs en position dans une boucle fermée extérieure; alors que le contrôleur dynamique a deux fonctions. Premièrement, il minimise les erreurs de vitesse dans une boucle interne, (Figure 4.4), où la dynamique du robot est considérée comme un sous-système. Deuxièmement, il calcule les couples moteurs ( $\tau_l, \tau_r$ ) qui agissent sur le robot mobile et assure les corrections de position et de vitesse.

La stabilité est assurée pour chaque boucle fermée de manière individuelle. Si la stabilité asymptotique de toutes les boucles est assurée, cela signifie que le système est asymptotiquement stable.

### 4.7.1 Méthode de poursuite de trajectoire

Pour formuler le problème de commande de poursuite de trajectoire, nous définissons un robot mobile de référence (virtuel) qui génère une trajectoire désirée à suivre par le robot réel, Cette trajectoire est donnée par [21] :

$$\dot{q}_r = S(\theta_r)v_r \quad (4.14)$$

## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

---

- $S(\theta_r)$  : est le jacobéen.
- $q_r(t) = [x_r(t) \ y_r(t) \ \theta_r(t)]^T \in \mathbb{R}^3$  : désigne le vecteur de coordonnées généralisées du robot de référence.
- $v_r(t) = [v_r(t) \ \omega_r(t)]^T$  représente le vecteur des vitesses de référence linéaire et de rotation.

Ainsi l'erreur de poursuite est dans le repère lié au châssis du robot :

$$q_e = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

On appelle  $T_e$  la matrice de transformation des coordonnées du repère fixe dans le repère lié au robot :

$$T_e = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En remplaçant la matrice  $T_e$  dans l'équation (4.15), nous obtenons :

$$q_e = T_e(q_r - q) \quad (4.17)$$

Le vecteur des variations d'erreurs est écrit sous forme :

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = v \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} e_y \\ e_x \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos e_\theta \\ v_r \sin e_\theta \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Le but des lois de commande à concevoir est de faire tendre le vecteur  $q_e$  à zéro.

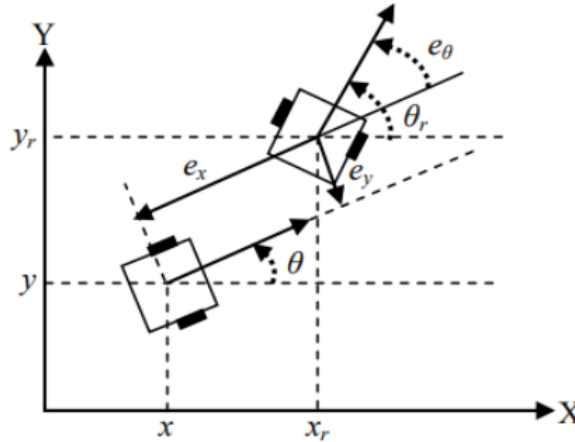


FIGURE 4.5 – Erreur de posture [20].

### 4.7.2 Le contrôleur cinématique

La commande des systèmes non-holonomes pose des défis particuliers liés à leur nature non-linéaire et aux contraintes non-intégrables qu'ils satisfont. Ces contraintes réduisent leur commandabilité et limitent les mouvements admissibles du système. De plus, un

résultat fondamental dû à Brockett [48] montre que ces systèmes ne peuvent pas être stabilisés par une commande continue avec retour d'état.

Différentes approches ont été explorées pour contourner ces limitations. On peut citer :

- La commande par retour d'état discontinu ou hybride, qui permet d'étendre le domaine d'attraction.
- La linéarisation entrée-sortie, qui linéarise le système autour d'une trajectoire de référence.
- Le backstepping, une technique récursive de synthèse de lois de commande non-linéaires.
- L'approche géométrique, basée sur l'analyse des propriétés différentielles du système.

Malgré ces progrès, la commande des systèmes non-holonomes demeure un sujet difficile, notamment pour les stabiliser globalement avec une loi de commande continue. Des techniques hybrides et échantillonnées sont souvent nécessaires en pratique. Dans notre travail on utilise la méthode de backstepping.

La loi de commande au niveau cinématique est basée sur la méthode de poursuite stable fréquemment utilisée et mentionnée dans la littérature traitant le problème de poursuite de trajectoire qui sera détaillée dans cette section [22]

L'équation 4.18 montre la relation entre les variables mesurées  $(x, y, \theta)$  et les variables décrivant la trajectoire désirée  $(x_r, y_r, \theta_r)$  représente le retour d'état appliqué sur le système réel, le but du contrôleur est d'élaborer une loi de commande  $(v_c, \omega_c)$  qui permet d'annuler la posture d'erreur  $(q_e \rightarrow 0)$  [23] et [24].

le contrôleur cinématique que nous avons utilisé est celui proposé dans [19], et est donné par :

$$\begin{cases} v_c = v_r \cos e_\theta + k_x e_x \\ w_c = w_r + k_y v_r e_y + k_\theta e_\theta \end{cases} \quad (4.19)$$

où,  $k_x, k_y$  et  $k_\theta$  sont des constantes positives.

Pour démontrer la stabilité de la boucle cinématique, soit la fonction de Lyapunov définie positive :

$$V = \frac{1}{2} (e_x^2 + e_y^2) + \frac{1 - \cos e_\theta}{k_y} > 0 \quad (4.20)$$

La dérivée de l'équation précédente est telle que :

$$\dot{V} = \dot{e}_x e_x + \dot{e}_y e_y + \frac{1}{k_y} (\dot{e}_\theta \sin e_\theta) \quad (4.21)$$

Par substitution dans l'équation ci-dessus on obtient :

$$\dot{V} = (-v + v_r \cos e_\theta) e_x + \left( v_r k_y e_y + \frac{w_r}{k_y} - \frac{w}{k_y} \right) \frac{\sin e_\theta}{k_y} \quad (4.22)$$

L'utilisation de (4.19) nous donne :

$$\dot{V} = -k_x e_x^2 - \frac{k_\theta \sin^2 e_\theta}{k_y} < 0 \quad (4.23)$$

L'origine  $(e_x, e_y, e_\theta) = 0$  est alors asymptotiquement stable.

La figure (4.6) présent le schéma-bloc de la commande cinématique de poursuite étudiée :

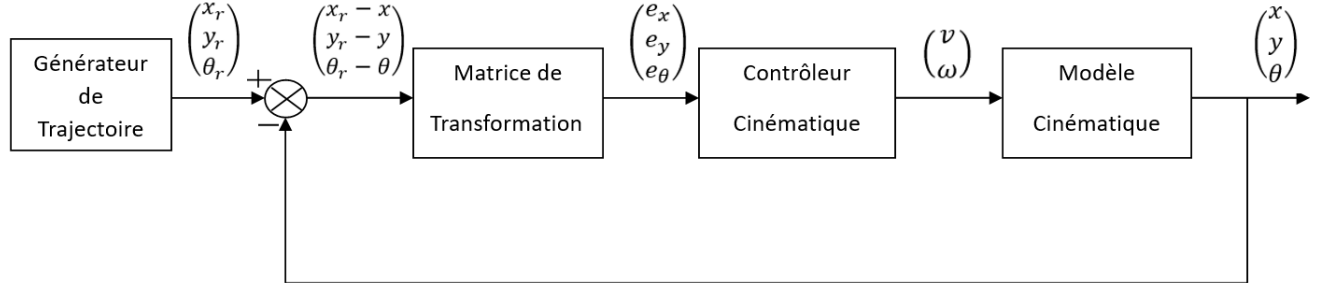


FIGURE 4.6 – Schéma de commande en boucle cinématique.

### 4.7.3 Le contrôleur dynamique

Le contrôleur dynamique utilisé dans notre travail a été conçu à partir de la technique de commande PDC. En utilisant le multi-modèle TS du modèle dynamique du robot, on élabore la loi de commande  $u(t)$  qui prend en entrée la vitesse linéaire  $v(t)$  et la vitesse angulaire  $\omega(t)$ . Cette loi de commande sera développée dans cette section .

#### Synthèse du régulateur flou T-S

L'objectif est de concevoir un régulateur flou capable de conduire l'état du sous-système dynamique  $X(t)$  à suivre un modèle de référence  $X_r(t)$ . Le contrôle est alors nécessaire pour satisfaire :

$$X(t) - X_r(t) \rightarrow 0 \quad \text{telle que} \quad t \rightarrow \infty \quad (4.24)$$

Soit  $\tilde{X}(t) = X(t) - X_r(t)$  défini comme l'erreur de poursuite et sa dérivation temporelle est donnée par :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \dot{X}(t) - \dot{X}_r(t) \quad (4.25)$$

en remplaçant l'équation (4.13) dans (4.25) et en ajoutant le terme  $\sum_{i=1}^2 \mu_i A_i (X_r - X_r)$ , l'équation (4.25) devient :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i (A_i \tilde{X}(t) + B_i u(t) + A_i X_r(t)) - \dot{X}_r(t) \quad (4.26)$$

en introduisant une nouvelle variable de contrôle  $\tau_u(t)$  qui satisfait la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^2 \mu_i B_i \tau_u(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i (A_i X_r(t) + B_i u(t)) - \dot{X}_r(t) \quad (4.27)$$

## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

---

et en utilisant l'équation (4.27), l'erreur de poursuite (4.26) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \left( A_i \tilde{X}(t) + B_i \tau_u(t) \right) \quad (4.28)$$

Les régulateurs sont conçus pour traiter le problème de contrôle de suivi de trajectoire comme suit :

Régulateur  $i$  : Si  $z_1(t)$  est  $F_{1i}$  et  $z_2(t)$  est  $F_{2i}$  Alors  $\tau_u(t) = -K_i \tilde{X}(t)$

La sortie finale du régulateur flou est donnée par la sommation suivante :

$$\tau_u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \tilde{X}(t) \quad (4.29)$$

en appliquant la loi de commande (4.29) au modèle (4.28), le système en boucle fermée prend la forme suivante :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \tilde{X}(t) \quad (4.30)$$

en posant  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , l'équation (4.30) peut être écrit comme suit :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) G_{ij} \tilde{X}(t) \quad (4.31)$$

On remarque que le système résultant (4.31) est similaire à celui trouvé en (2.25). Par conséquent, on peut utiliser les conditions de théorème (2.1) pour calculer les gains de commande.

### Régulateur non linéaire et modèle de référence

La loi de commande non linéaire  $u(t)$  et les variables de modèle de référence optimales  $X_r(t)$  peuvent être obtenues en utilisant l'équation (4.27) qui est réécrite comme suit :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i B_i (u(t) - \tau_u(t)) = - \sum_{i=1}^r \mu_i A_i X_r(t) + \dot{X}_r(t) \quad (4.32)$$

En notant que :

$$A_\mu = \sum_{i=1}^r \mu_i A_i, \quad B = \sum_{i=1}^r \mu_i B_i$$

Alors l'équation (4.32) peut être réécrite comme suit :

$$B(u(t) - \tau_u(t)) = -A_\mu X_r(t) + \dot{X}_r(t) \quad (4.33)$$

L'équation (4.33) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m_0 R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_0 R} \end{bmatrix} (u - \tau_u) = - \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c d}{m_0} x_2 \\ -\frac{m_c d}{I_0} x_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

---

La loi de commande non linéaire peut être obtenue à partir de la troisième équation de (4.34), comme suit :

$$u(X) = \tau_u + B^{-1} \left( -A_\mu X_r(t) + \dot{X}_r(t) \right) \quad (4.35)$$

La Figure 4.7 illustre la boucle de régulation du modèle dynamique du robot mobile et ses principaux composants. En fonction de l'erreur  $e(t)$  entre les états réel et les états de référence, le bloc de régulateur flou fournit le signal de contrôle flou en utilisant l'équation (4.29). Ce signal est exploité par le bloc de régulateur non linéaire (Eq. (4.35)) pour générer le signal de contrôle final.

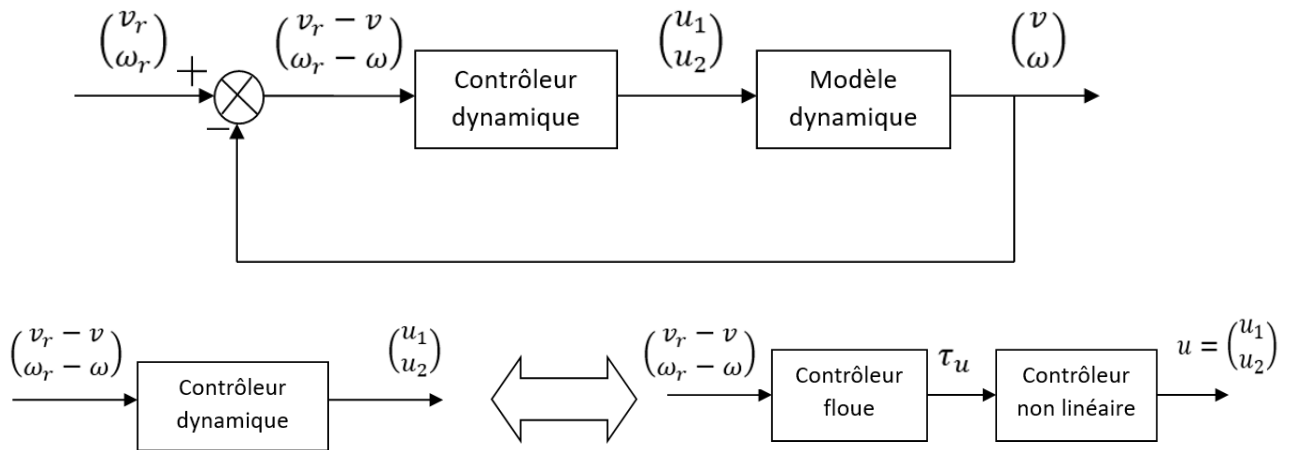


FIGURE 4.7 – Boucle de régulation du sous-système dynamique

### 4.7.4 Simulation

Les simulations ont été réalisées avec le logiciel Matlab/Simulink R2017a. Un schéma de commande ont été utilisé pour réaliser les simulations représenter par la figure 4.4 qui contient deux boucles imbriquées, une boucle cinématique (la boucle externe) et une boucle dynamique (la boucle interne) .

Tout au long de ce travail, plusieurs simulations ont été faites avec différentes trajectoires afin de mieux cerner les avantages et les défauts de la loi de commande élaborée. Les trajectoires sur lesquelles nous avons réalisées nos simulations sont les suivantes : une trajectoire rectiligne et une cercle.

A chaque résultat de la simulation, plusieurs grandeurs ont été enregistrées telles que : les vitesses linéaires et angulaires, et le couple appliqué aux roues.

#### 1. Les paramètres de contrôleur cinématique :

Les gains du contrôleur cinématique sont choisis de manière arbitraire comme suit :

$$k_x = 5 \quad ; k_y = 5 \quad ; k_\theta = 5$$



**2. Les paramètres de contrôleur dynamique :**

Les gains du régulateur flou sont calculés en résolvant les LMI 2.11, comme suit :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 12.8186 & -0.9953 \\ -0.9953 & 10.3830 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 12.8186 & 0.9953 \\ 0.9953 & 10.3830 \end{bmatrix}$$

Afin d'améliorer les performances de contrôleur dynamique, un placement des pôles dans région LMI est réalisé à gauche de la droite d'abscisse  $-1$  (voir l'annexe B) de manière à augmenter la vitesse de convergence de l'erreur de vitesse (vitesse linéaire et angulaire) vers zéro.

**Trajectoire rectiligne :**

Le trajectoire de référence est donné par :

$$\begin{cases} x_r(t) = t \\ y_r(t) = 1 \\ \theta_r(t) = 0 \end{cases}$$

La position initiale réelle du robot mobile est :  $P_0 = \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ \theta_0 = 0 \end{cases}$

Vitesse de référence :  $\begin{cases} v_r = 1 \text{ m/s} \\ \omega_r = 0 \text{ rad/s} \end{cases}$

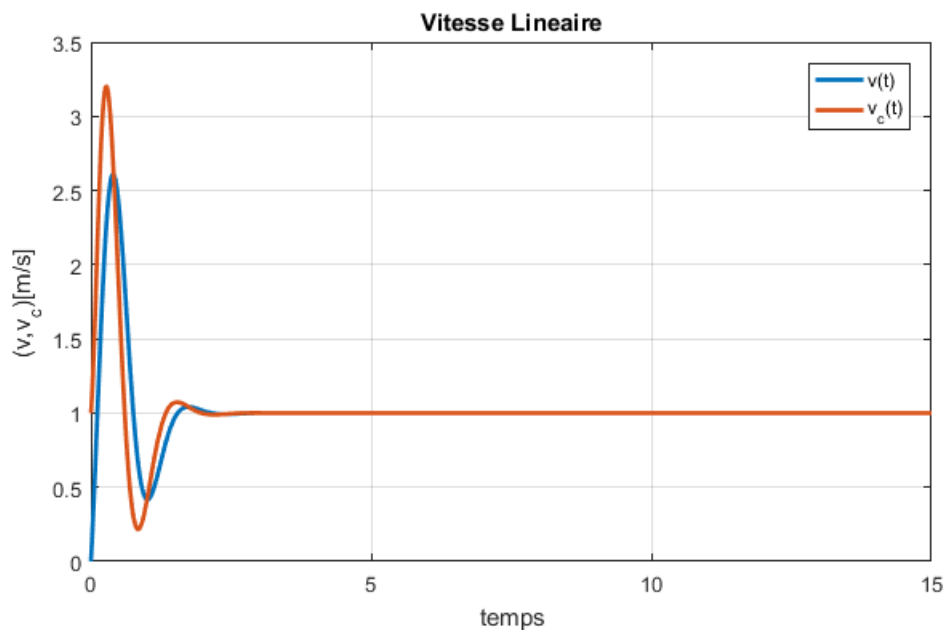


FIGURE 4.8 – Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot

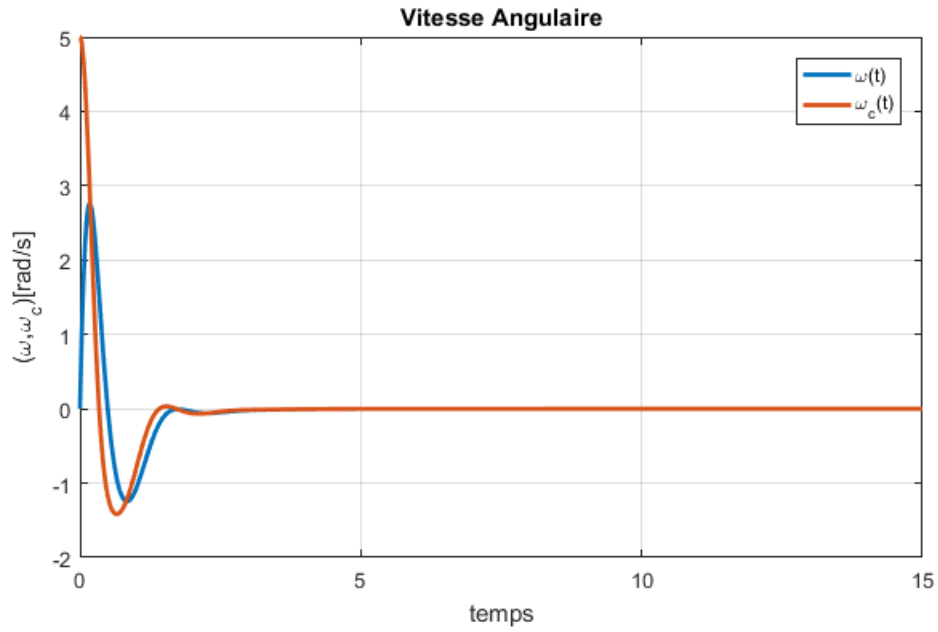


FIGURE 4.9 – Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot

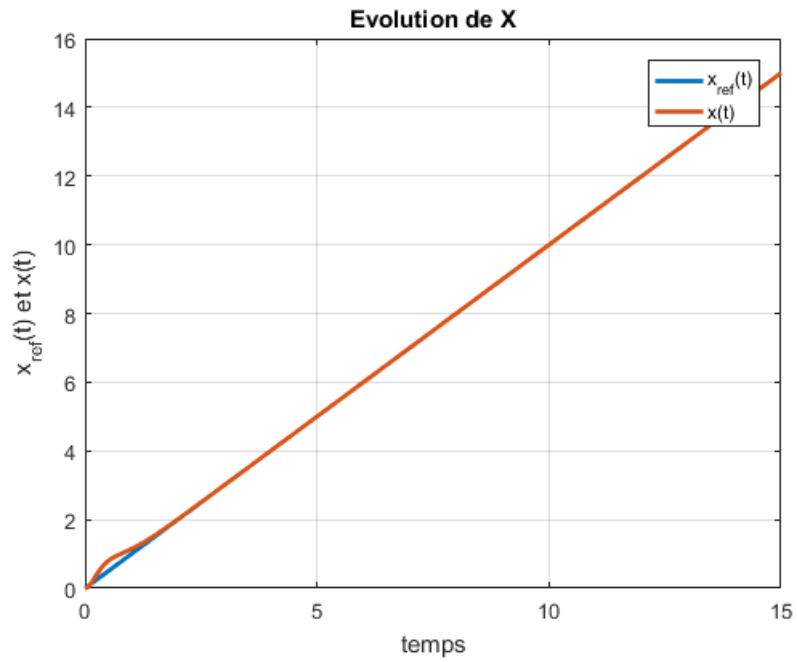


FIGURE 4.10 – Position en  $x$

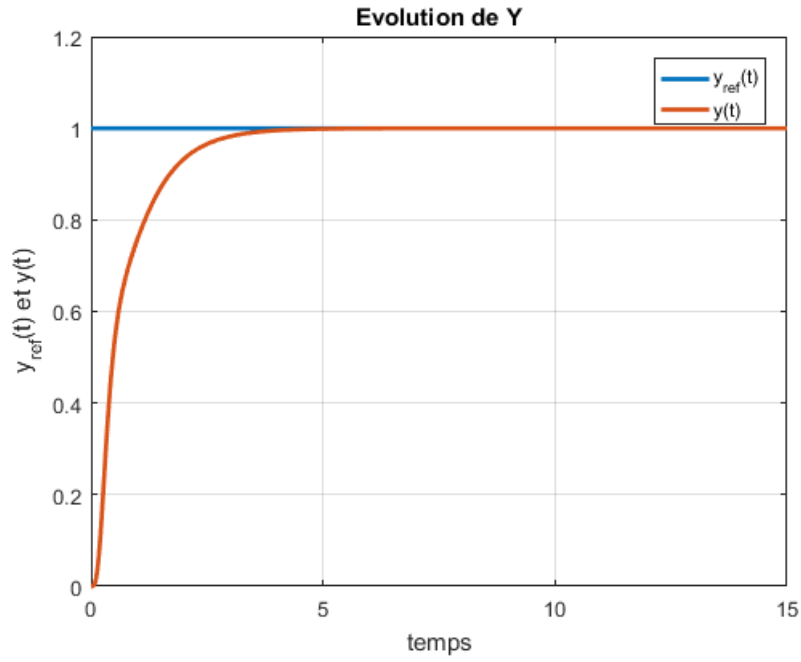


FIGURE 4.11 – Position en  $y$

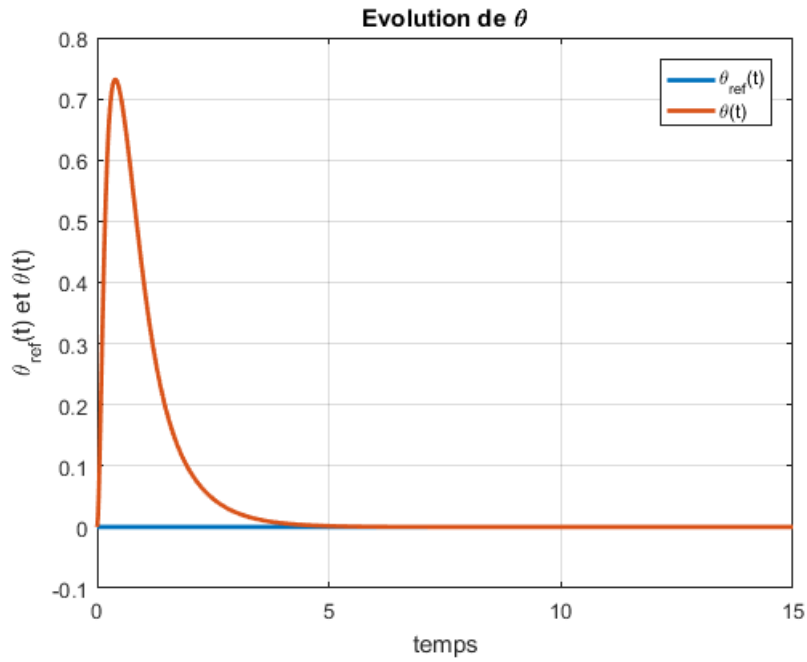


FIGURE 4.12 – L'angle d'orientation  $\theta$

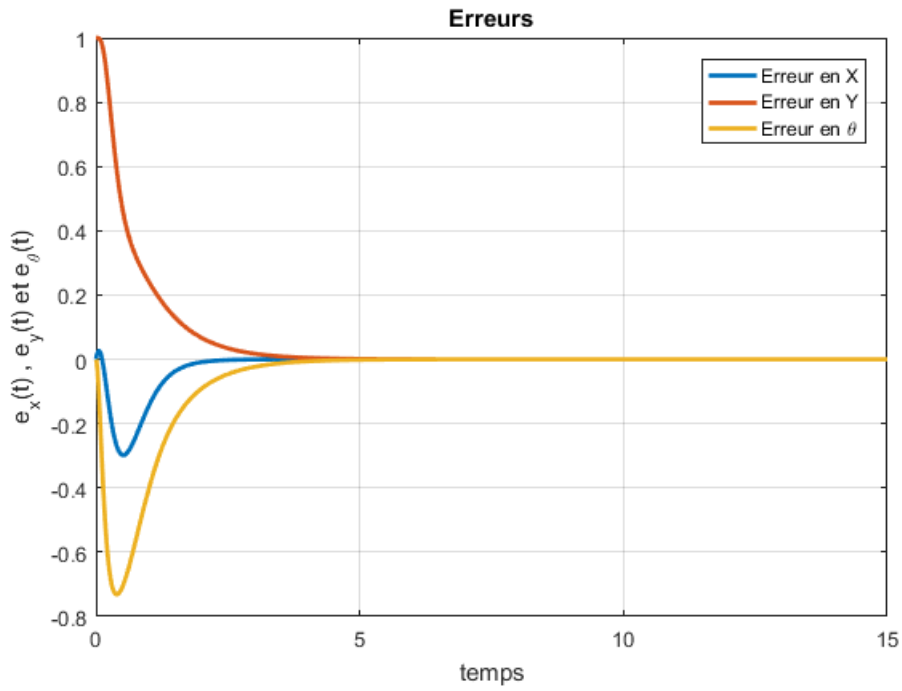


FIGURE 4.13 – Erreurs de position et d'orientation

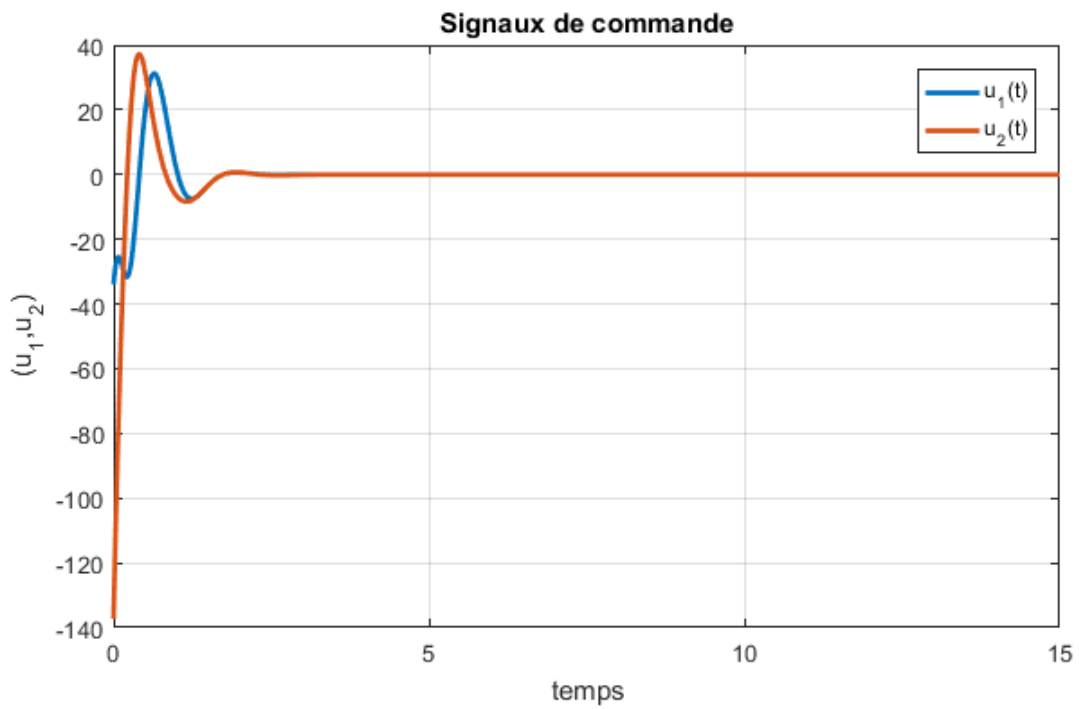


FIGURE 4.14 – Signaux de commande  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$

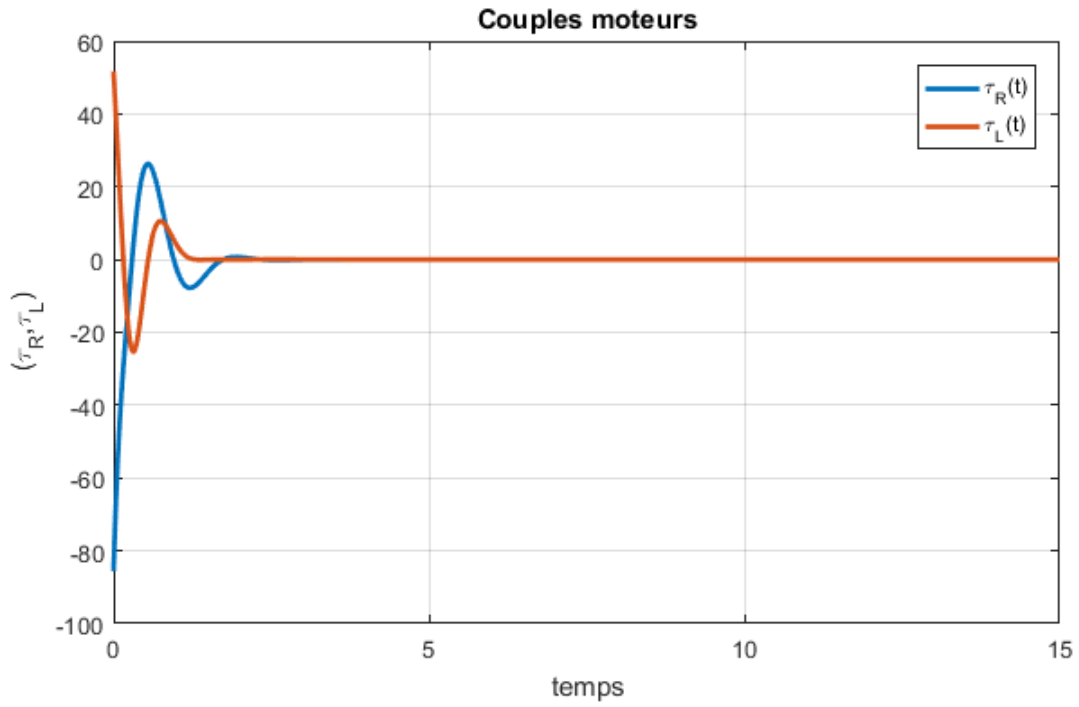


FIGURE 4.15 – Couples moteurs  $\tau_L$  et  $\tau_R$

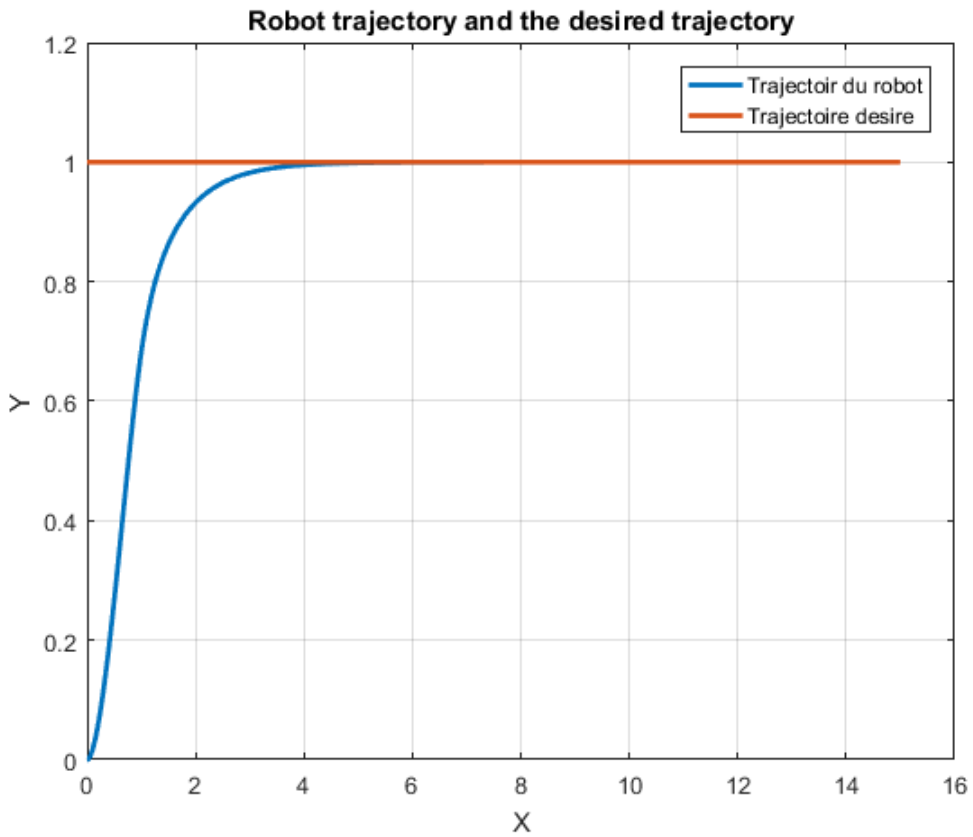


FIGURE 4.16 – Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot.

**Trajectoire circulaire :**

Le trajectoire de référence est donné par :

$$\begin{cases} x_r(t) = \left(\frac{v_r}{\omega_r}\right)\cos(\omega_r t - \frac{\pi}{2}) \\ y_r(t) = \left(\frac{v_r}{\omega_r}\right)\sin(\omega_r t - \frac{\pi}{2}) \\ \theta_r(t) = \omega_r t \end{cases}$$

La position initiale réelle du robot mobile est :  $P_0 = \begin{cases} x_0 = -0.5 \\ y_0 = -0.5 \\ \theta_0 = 0 \end{cases}$

Vitesse de référence :  $\begin{cases} v_r = 2 \text{ m/s} \\ \omega_r = 1 \text{ rad/s} \end{cases}$

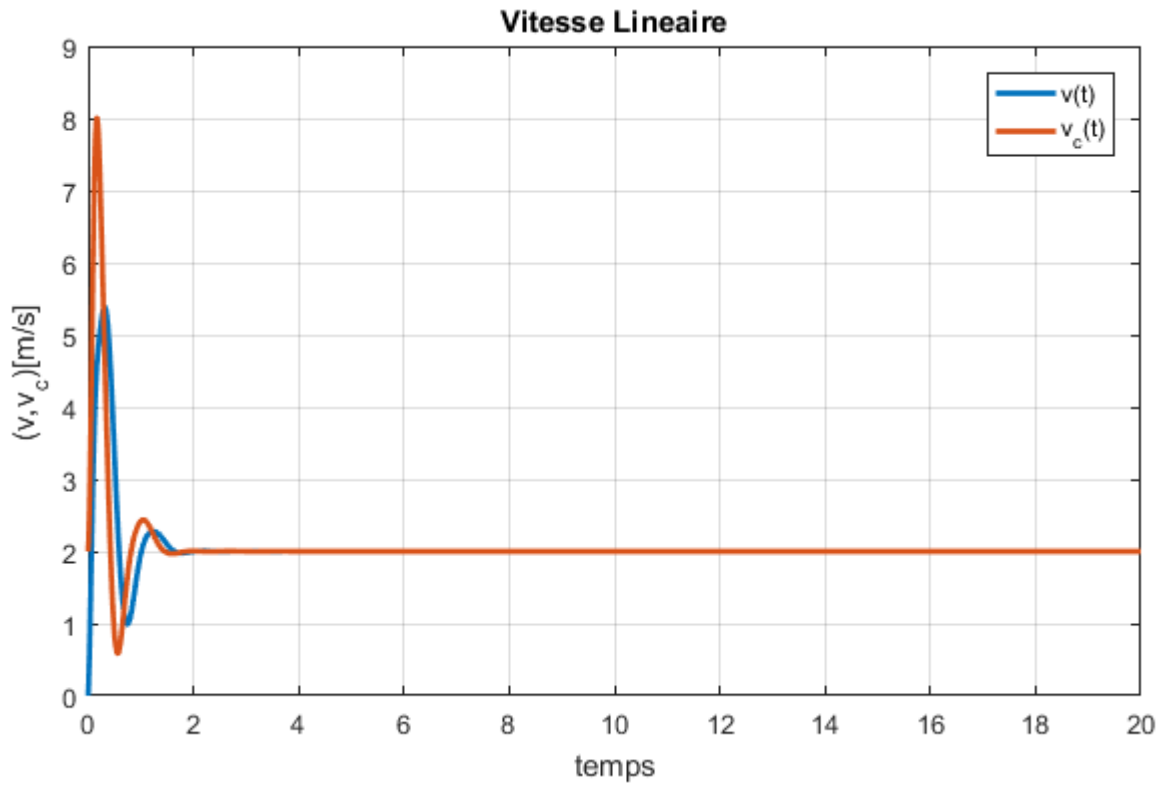


FIGURE 4.17 – Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot

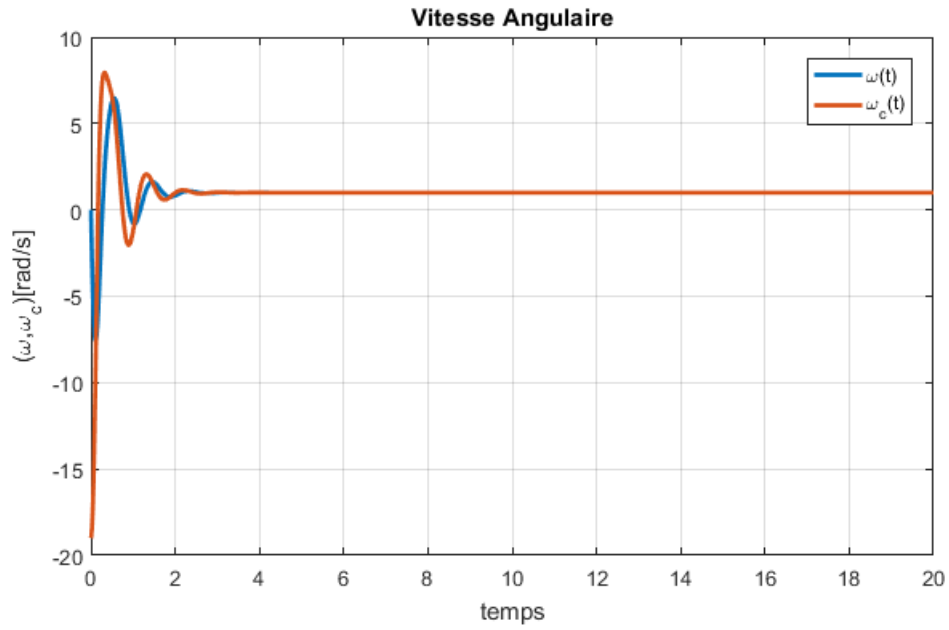


FIGURE 4.18 – Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot

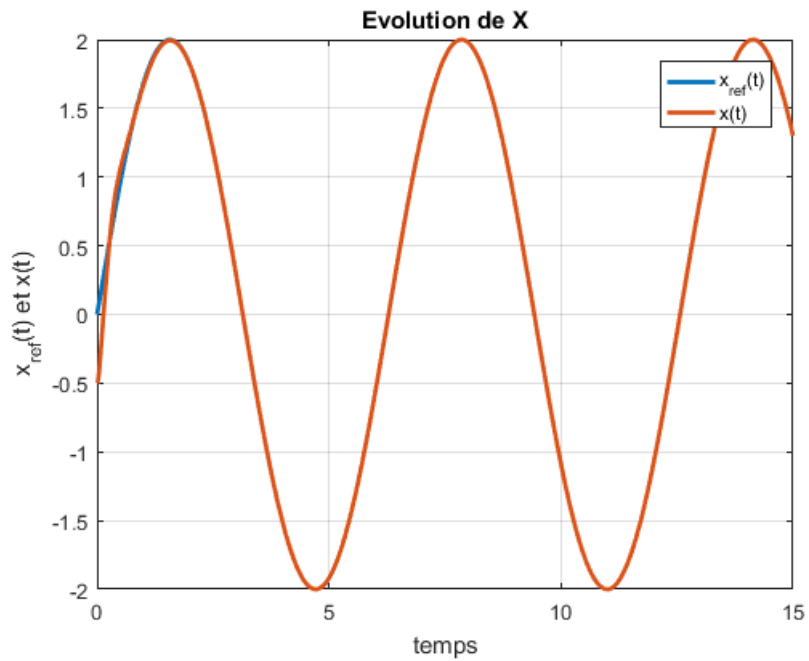


FIGURE 4.19 – Position en  $x$

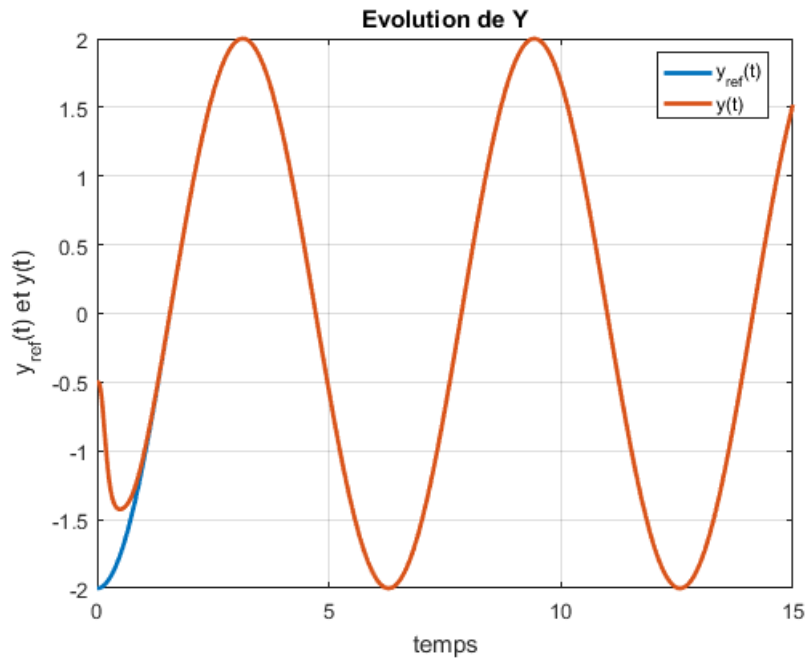


FIGURE 4.20 – Position en  $y$

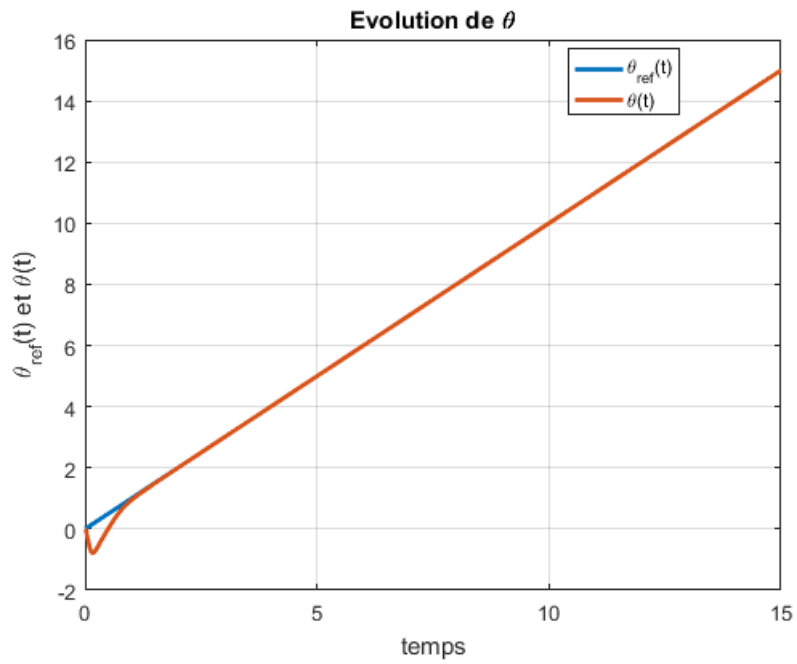


FIGURE 4.21 – L'angle d'orientation  $\theta$



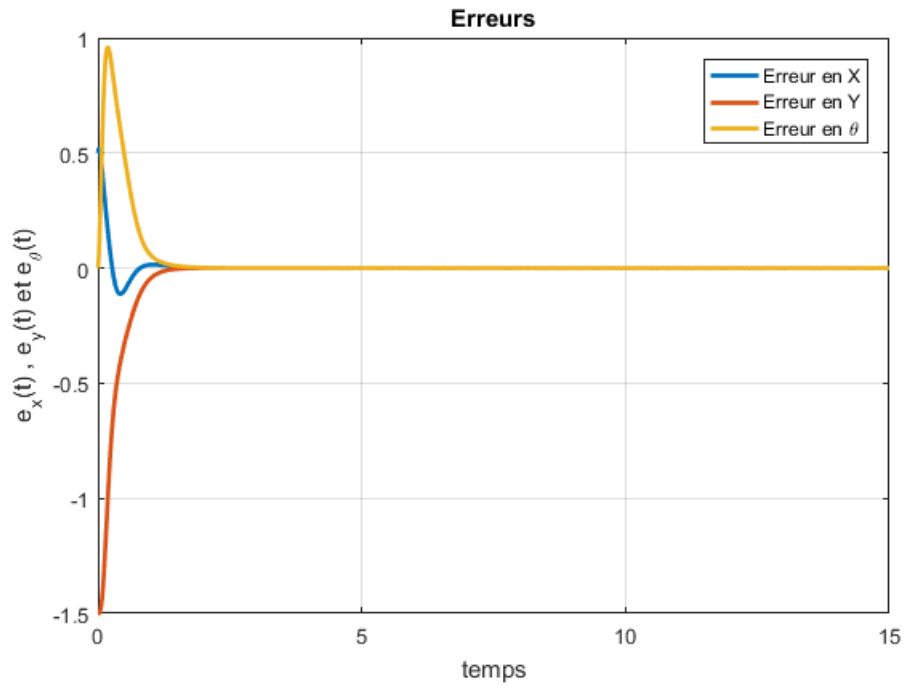


FIGURE 4.22 – Erreurs de position et d'orientation

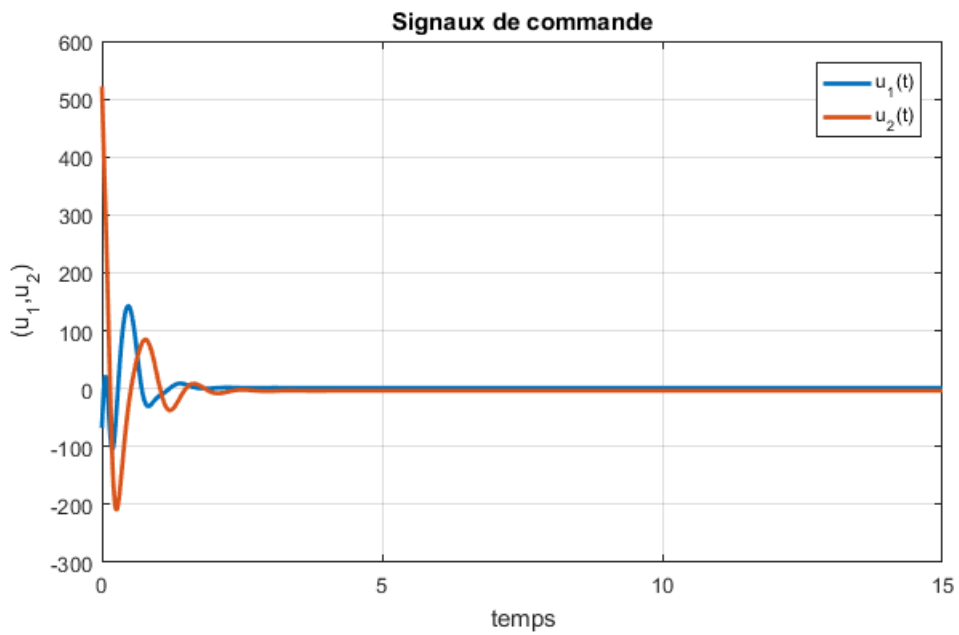


FIGURE 4.23 – Signaux de commande  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$

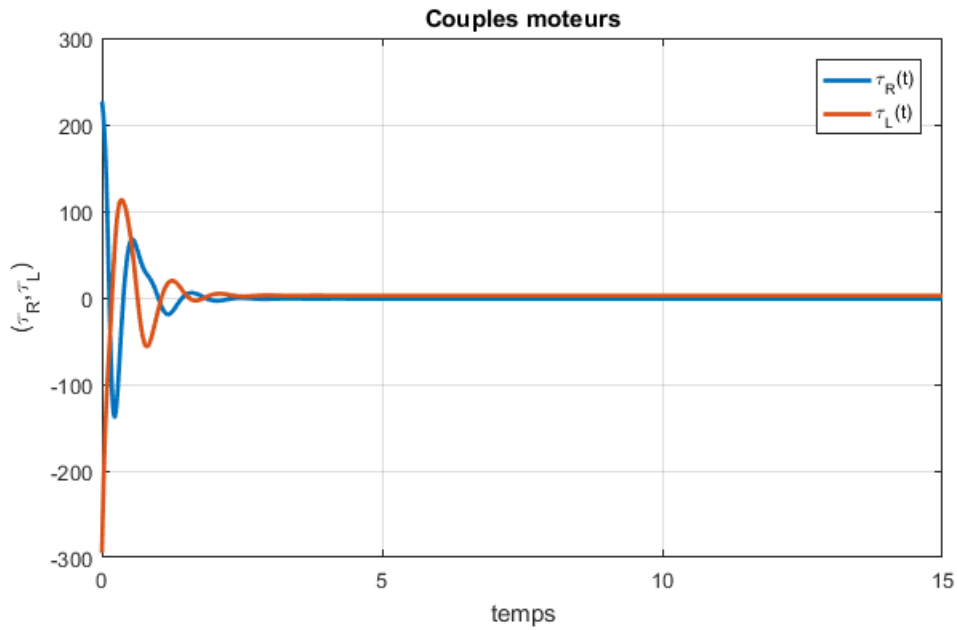


FIGURE 4.24 – Couples moteurs  $\tau_L$  et  $\tau_R$



FIGURE 4.25 – Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot.

La technique de commande utilisée assure un excellent suivi de trajectoire, avec des erreurs convergant vers zéro.

Les couples moteurs générés sont réalistes et bornés.

La vitesse linéaire du robot atteint la valeur désirée et sa vitesse angulaire atteint la valeur désirée pour les deux cas.

Les résultats valident le bon fonctionnement des contrôleurs conçus.

Ils démontrent la supériorité de l'approche utilisée pour le suivi de trajectoire. Ces contrôleurs temps-réel permettent un asservissement précis du robot.

En conclusion, les simulations confirment les bonnes propriétés de robustesse et des performances du contrôleurs utilisés pour la commande de robot mobile.

### 4.7.5 Influence des défauts

L'apparition d'un défaut à tout moment peut entraîner une dégradation des performances, voire provoquer l'instabilité du système, comme nous allons le démontrer dans cette partie.

Dans notre étude, nous considérons le modèle flou 4.13 du robot, qui est piloté par deux actionneurs générant les commandes  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ . En pratique, ces actionneurs correspondent à des moteurs.

Pour évaluer l'impact des défauts sur le système, nous appliquons la commande 4.35 tout en injectant des défauts au niveau des actionneurs. Ces défauts sont exprimés sous la forme de biais sur les signaux d'actionneurs  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ , tels que :

$$f_1(t) = \begin{cases} -50 & 5 < t < 15 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad f_2(t) = \begin{cases} -10 & 10 < t < 20 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Pour un trajectoire de référence circulaire on obtient les résultats suivants :

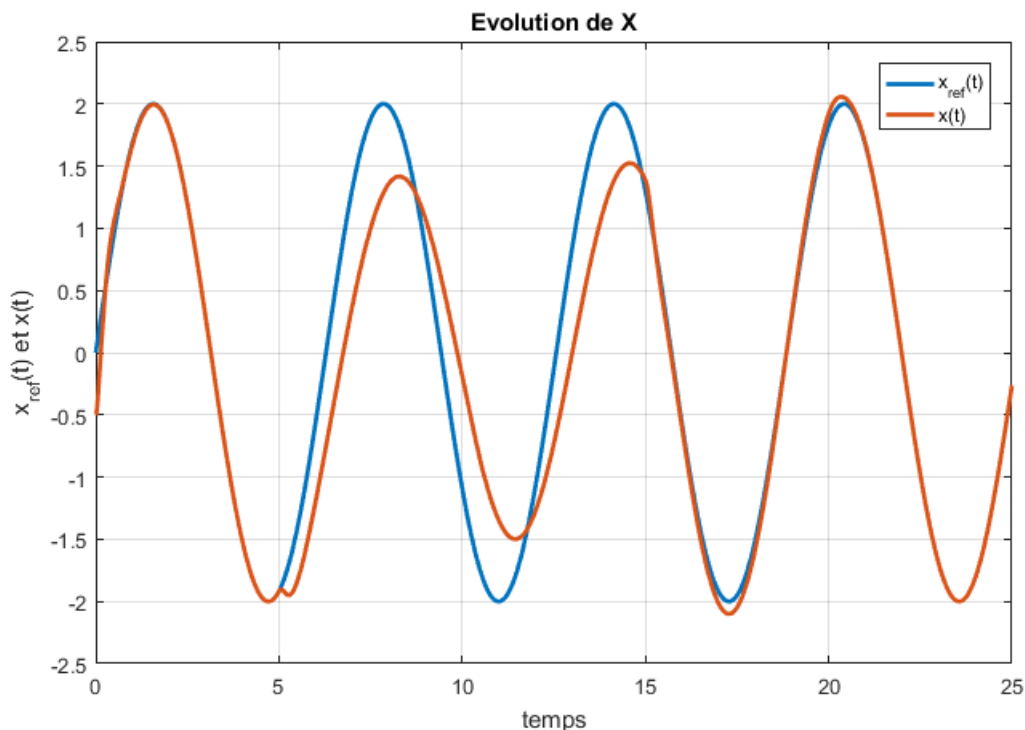


FIGURE 4.26 – Position en  $x$

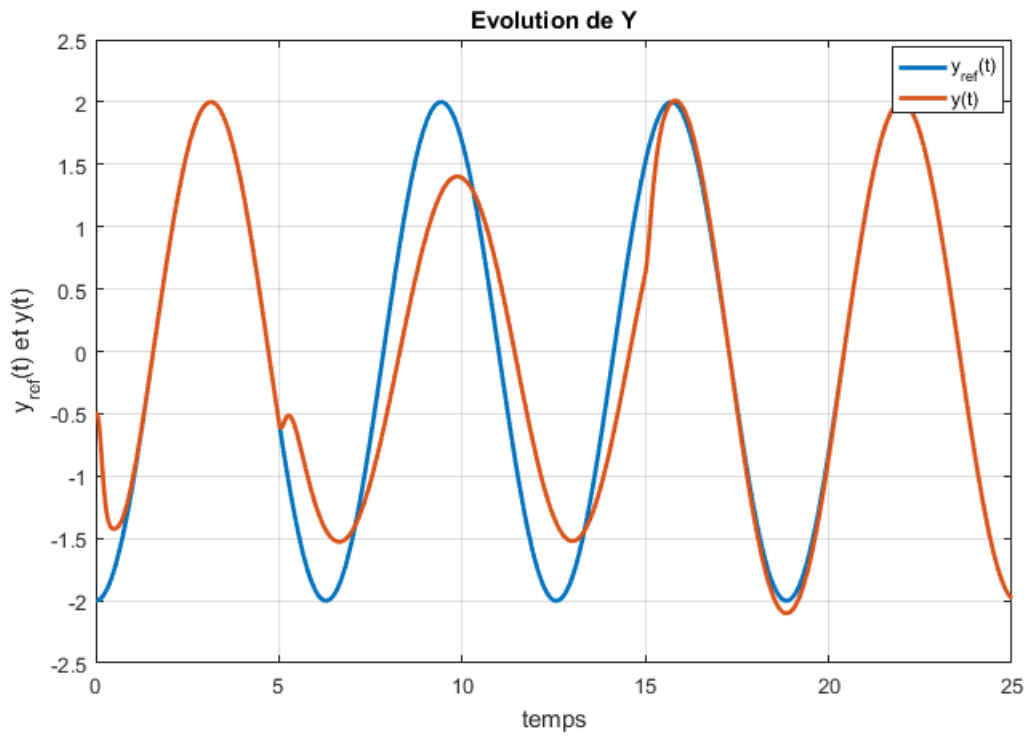


FIGURE 4.27 – Position en  $y$

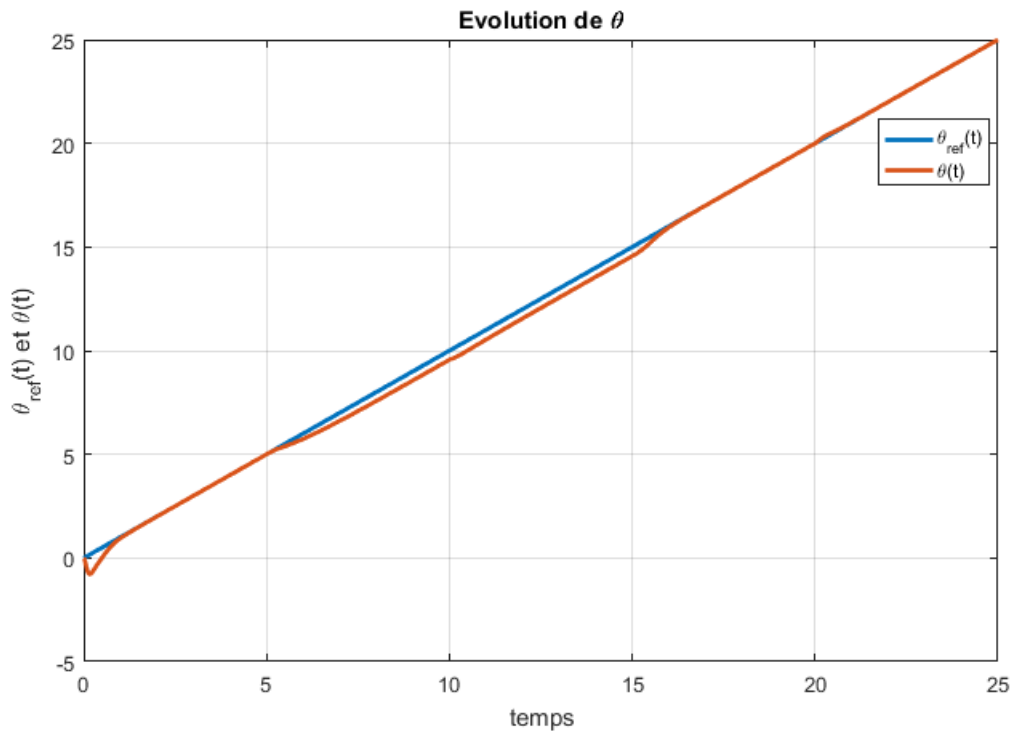


FIGURE 4.28 – L'angle d'orientation  $\theta$

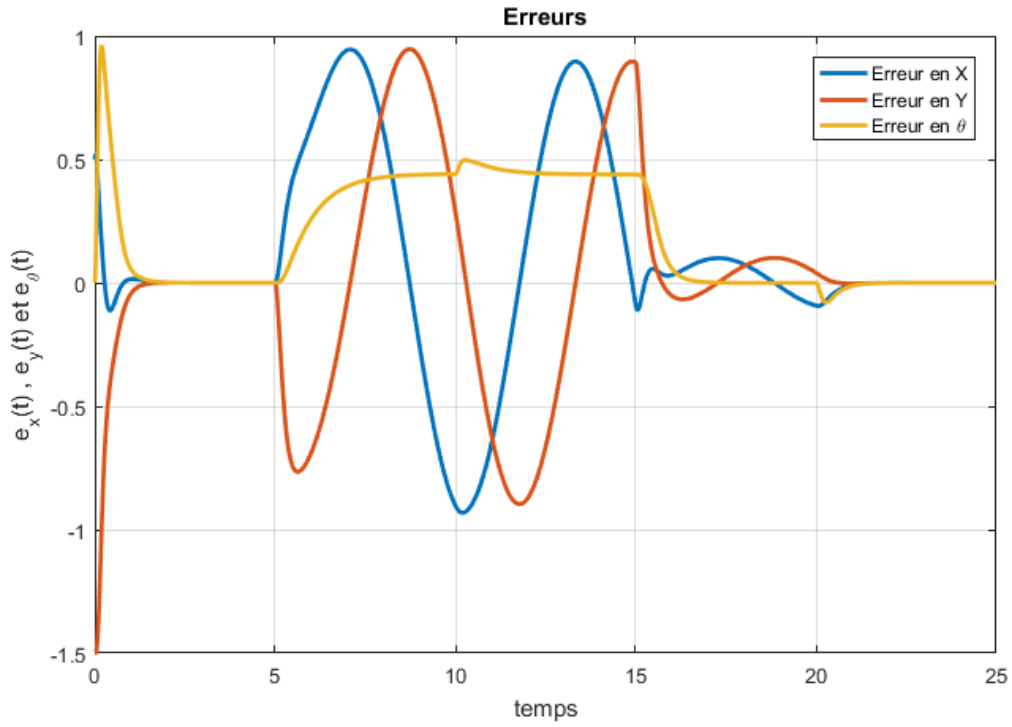


FIGURE 4.29 – Erreurs de position et d'orientation

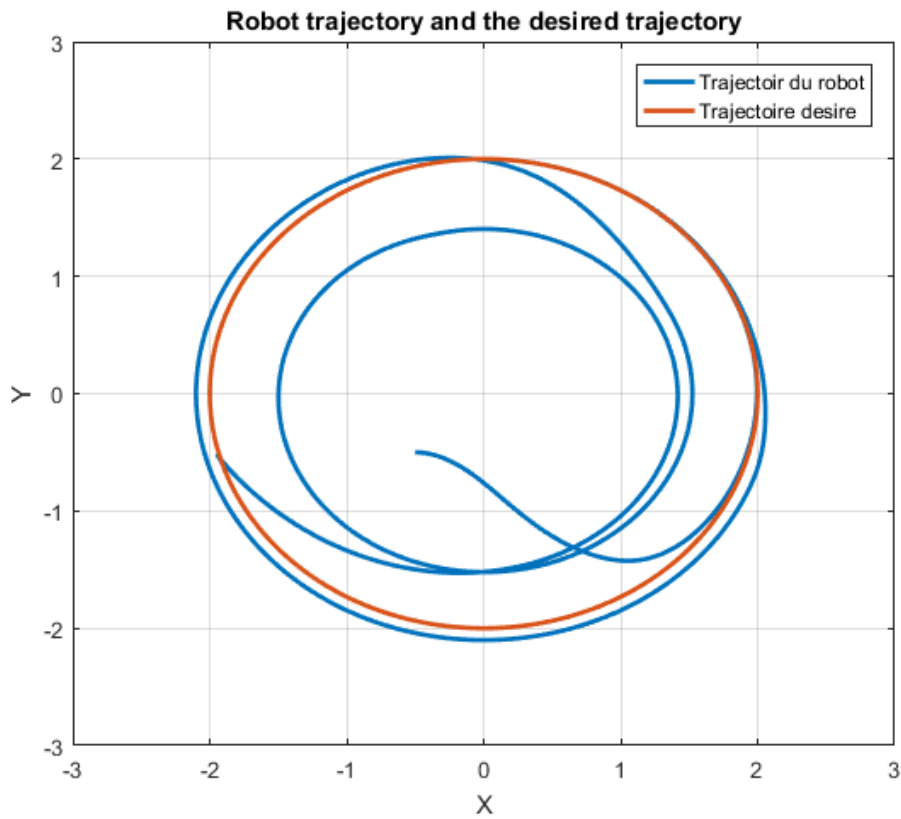


FIGURE 4.30 – Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot.

L'injection de défauts actionneurs, même d'amplitude limitée, a un effet notable sur le suivi de trajectoire du robot, conduisant à des écarts importants.

Les défauts se traduisent principalement par une incapacité à contrôler correctement l'orientation du robot, et donc à maintenir la trajectoire souhaitée.

Plus l'amplitude des défauts augmente, plus les performances se dégradent rapidement, jusqu'à une déviation totale de la trajectoire de référence.

La vitesse d'avance est elle aussi affectée, le robot ralentissant ou accélérant de manière non souhaitée sous l'effet des défauts.

Ces résultats mettent clairement en évidence la nécessité de prendre en compte les défauts actionneurs pour assurer les performances de la commande du robot mobile.

Dans un tel cas, il est essentiel de concevoir une stratégie de commande tolérante aux défauts. Le comportement face à une telle situation dépend à la fois des caractéristiques du système et de l'ampleur et de la nature du défaut. Lorsqu'il s'agit d'un faible défaut, il est souvent suffisant d'assurer une certaine robustesse pour remédier aux défauts, ce qui est appelé l'approche FTC passive. Cependant, dans des cas plus graves, cette approche peut ne plus être efficace. C'est à ce moment-là que l'approche active entre en jeu, ce qui sera discuté dans les parties suivantes. Ainsi, il est nécessaire d'adapter la stratégie de commande en fonction de la gravité du défaut et des besoins spécifiques du système pour garantir une réponse appropriée et une tolérance adéquate aux défauts.

## 4.8 Commande tolérante aux défauts

La sécurité et la fiabilité des robots mobiles sont importantes, surtout dans les situations dangereuses telles que les virages et les trajectoires complexes. À cette fin, cette section traite du problème de la commande tolérante aux défauts d'un robot mobile en différentes situations .

Prenons en considération un signal de défaut d'actionneur additif affectant le robot sous la forme :

$$f_1(t) = \begin{cases} -0.5u_1(t), & \text{si } 10 \leq t \leq 25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad f_2(t) = \begin{cases} -0.5u_2(t), & \text{si } 10 \leq t \leq 25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Alors le scénario de défauts simulés est une perte d'efficacité de 50% des actionneurs gauche et droit à  $t = 10s$ .

Le système défectueux est alors exprimé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(x_f(t)) (A_i x_f(t) + B_i (u_f(t) + f(t))) \\ y_f(t) = C x_f(t) \end{cases} \quad (4.36)$$

On peut noter que ce système correspond à (3.35) avec  $R = 0$ . La loi de commande de l'observateur de commande donnée par les équations (3.36) et (3.37) est conçue en résolvant le problème d'optimisation LMI défini dans le théorème 3.3.

### 4.8.1 Simulation

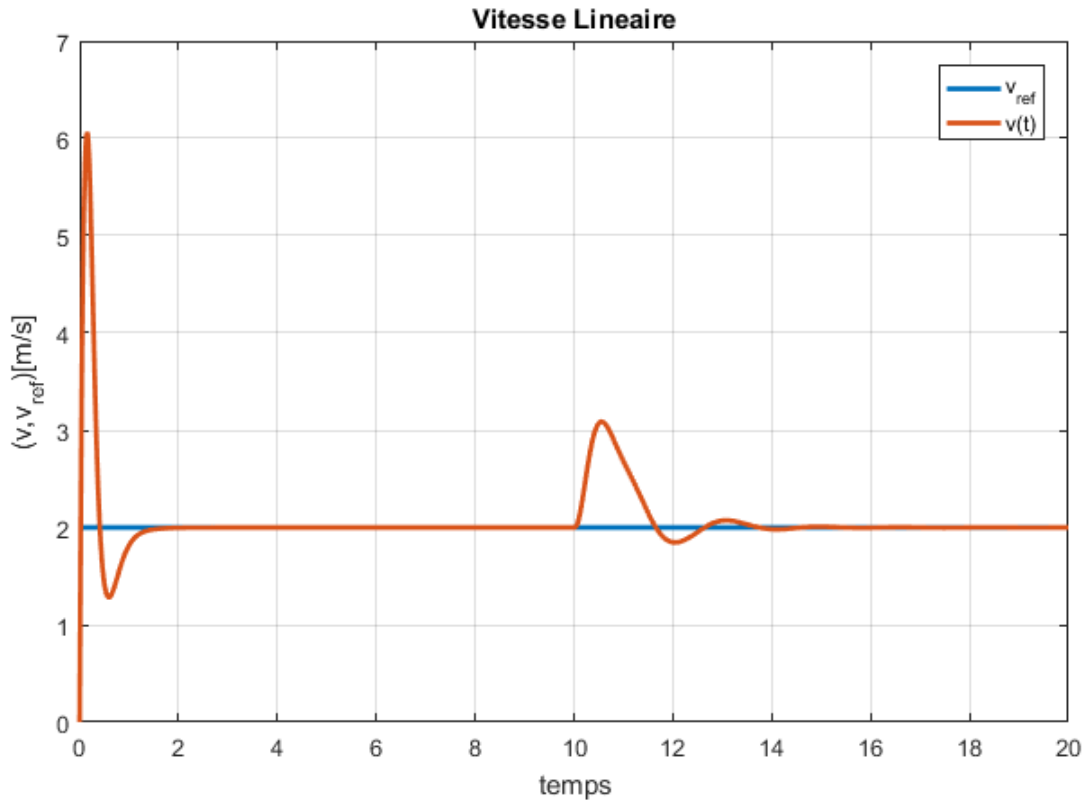


FIGURE 4.31 – Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot

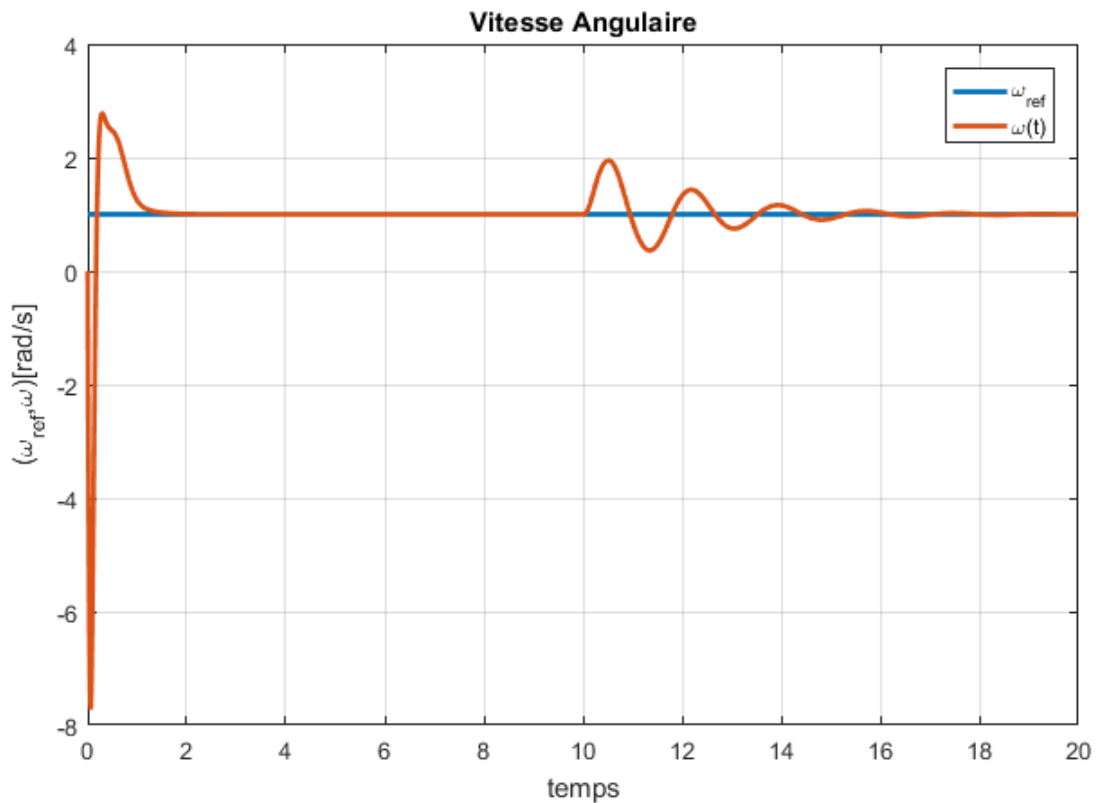


FIGURE 4.32 – Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot

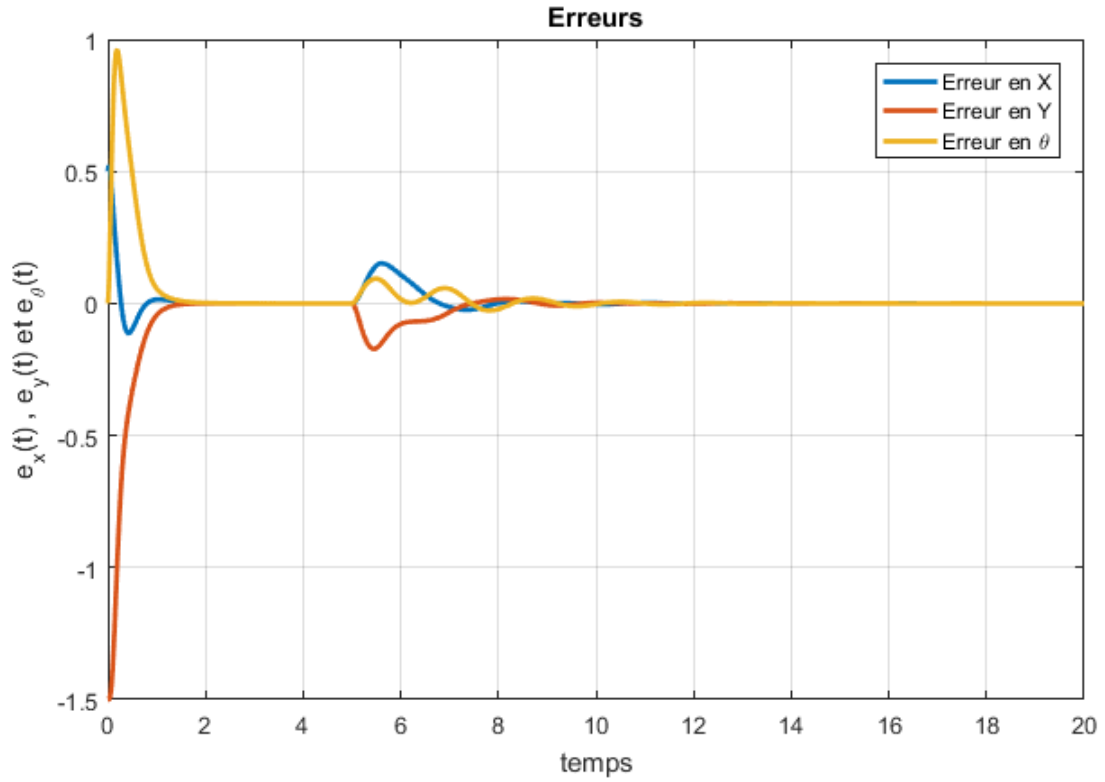


FIGURE 4.33 – Erreurs de position et d'orientation

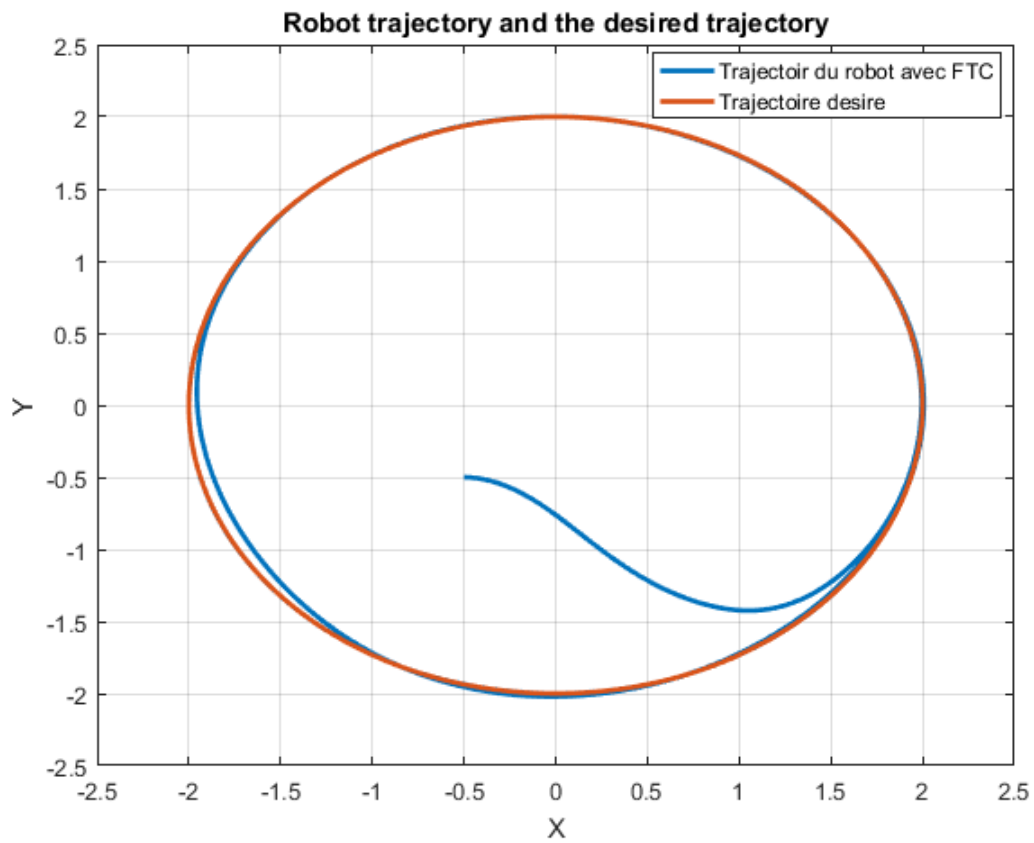


FIGURE 4.34 – Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot avec FTC.



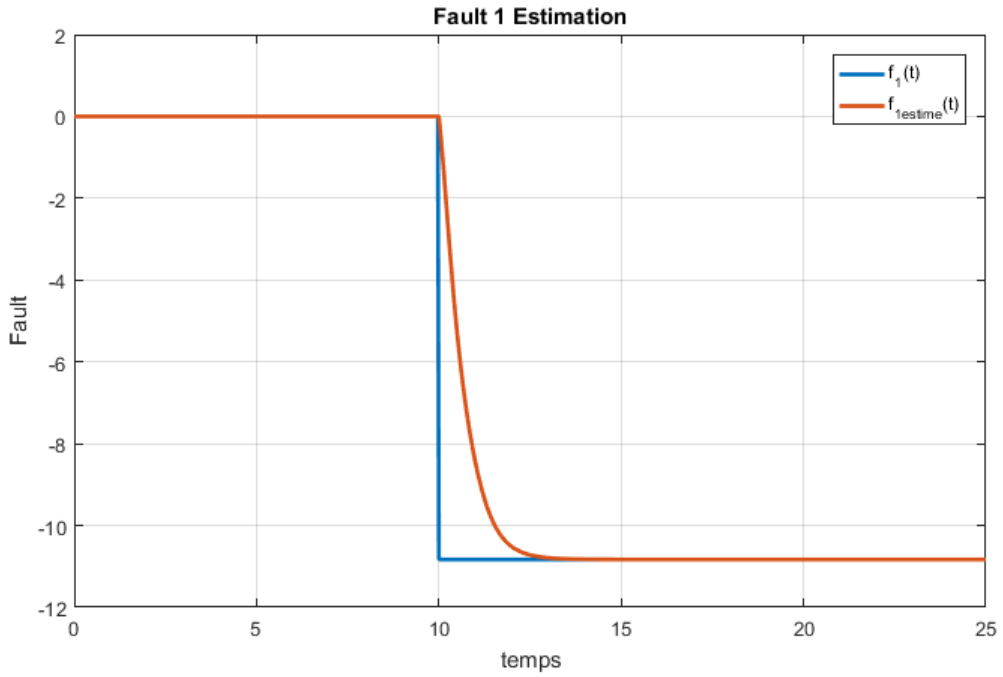


FIGURE 4.35 – Le défaut  $f_1(t)$  et son estimé  $\hat{f}_1(t)$

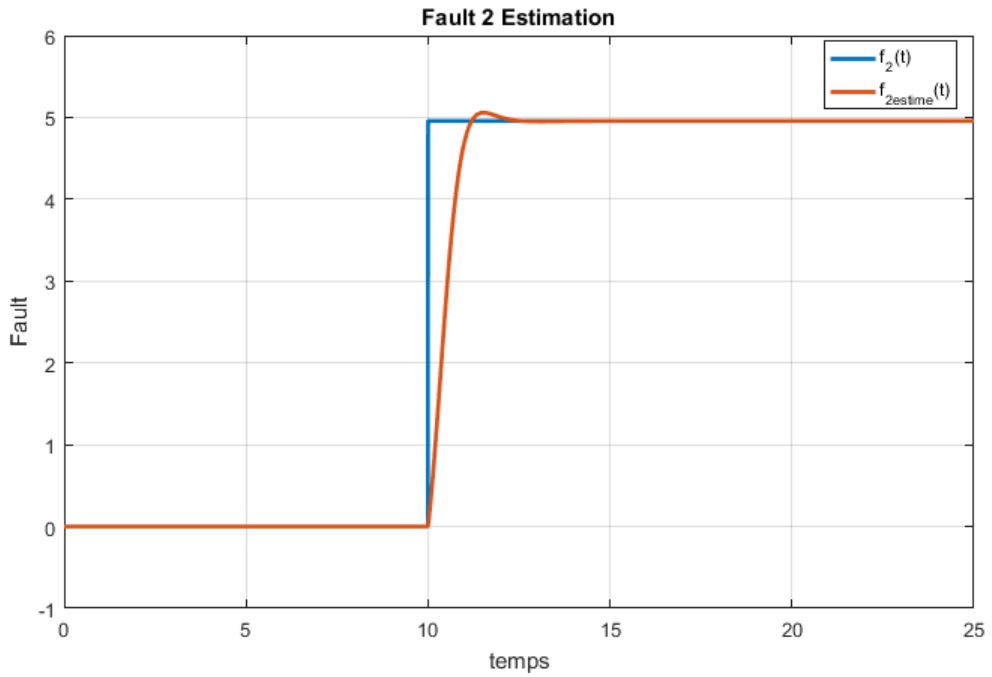


FIGURE 4.36 – Le défaut  $f_2(t)$  et son estimé  $\hat{f}_2(t)$

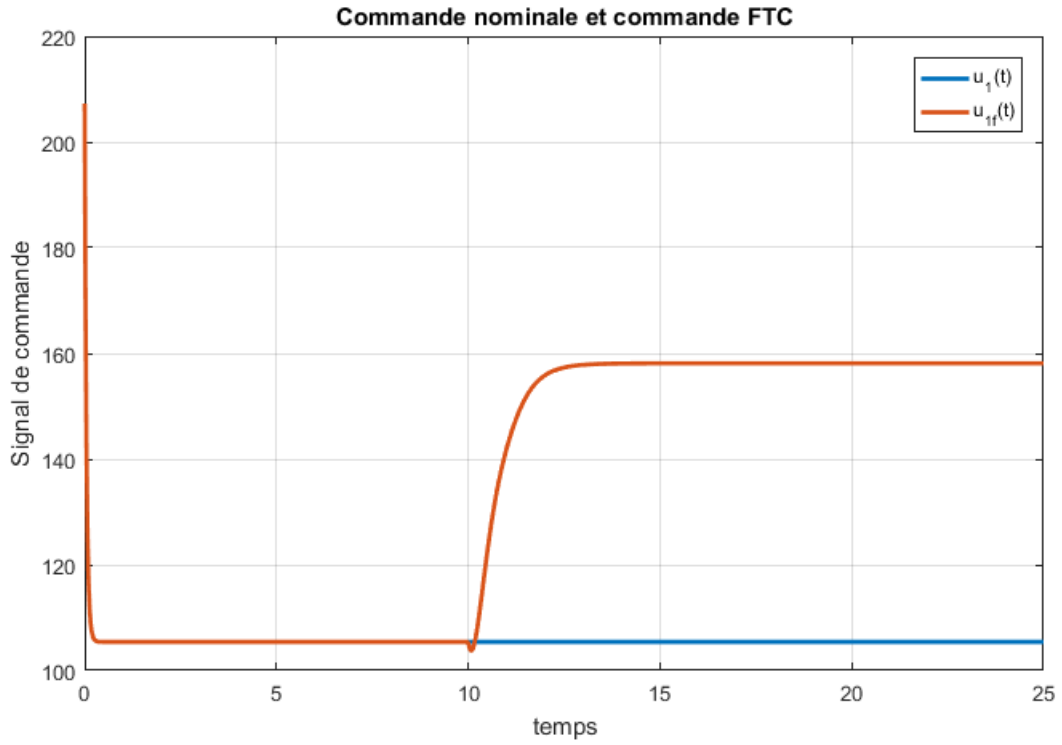


FIGURE 4.37 – Commande nominale  $u_1(t)$  et commande FTC  $u_{1f}(t)$

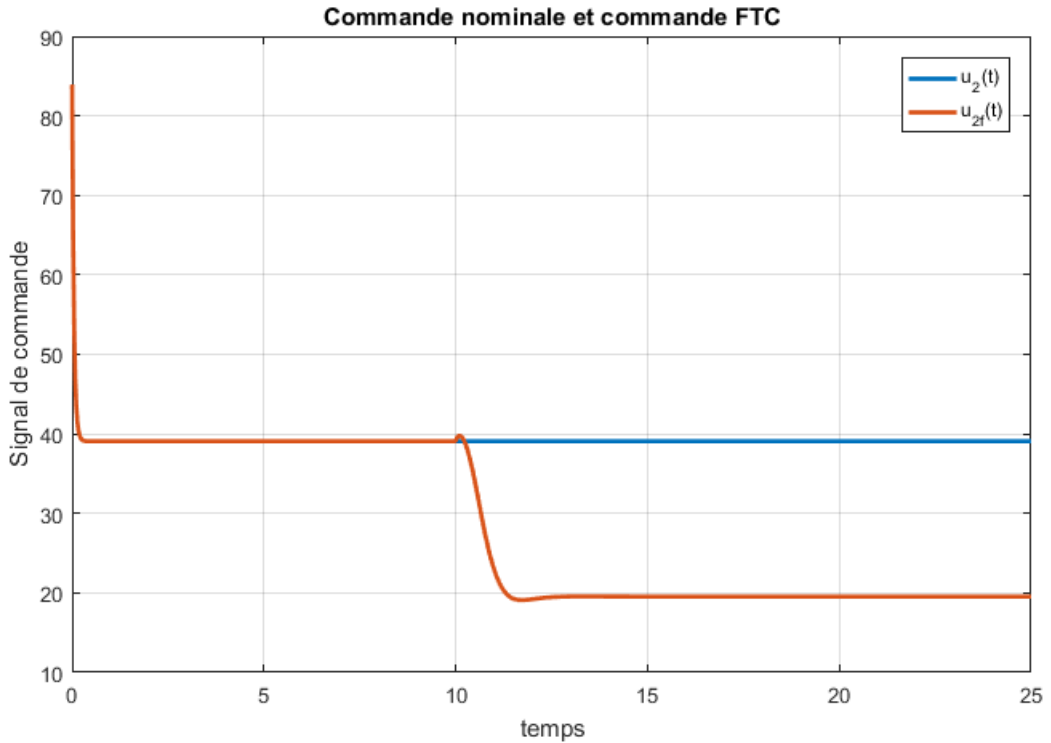


FIGURE 4.38 – Commande nominale  $u_2(t)$  et commande FTC  $u_{2f}(t)$

Le défaut, son estimation sont affichés sur les figures 4.35 et 4.36, et l'entrée avec et sans FTC sont affichés sur les figures 4.37 et 4.38. Le défaut est correctement estimé.

## CHAPITRE 4. APPLICATION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS D'UN ROBOT MOBILE

L'entrée de commande est clairement reconfigurée en fonction de l'estimation du défaut, comme le montre l'écart entre l'entrée de commande FTC et l'entrée de commande nominale.

D'après les figures 4.37 et 4.38, il est montré que la loi de commande nominale obtenue à l'aide de la stratégie FTC est égale à  $u_f(t)$  avant l'apparition de défaut.

La stratégie proposée est robuste par rapport au défaut d'addition d'actionneur  $f(t)$  car les trajectoires d'état du modèle de référence et celles du système avec FTC sont assez similaires.

À travers ces figures, les résultats de la simulation démontrent l'efficacité et l'applicabilité de la stratégie FTC utilisée, même en cas de défauts d'actionneurs.

Maintenant on suppose un autre scénario de défauts, les défauts simulés sont de type bias sur les actionneurs gauche et droit à  $t = 5s$ .

$$f_1(t) = \begin{cases} 40, & \text{si } 5 \leq t \leq 25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad f_2(t) = \begin{cases} -10, & \text{si } 5 \leq t \leq 25 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

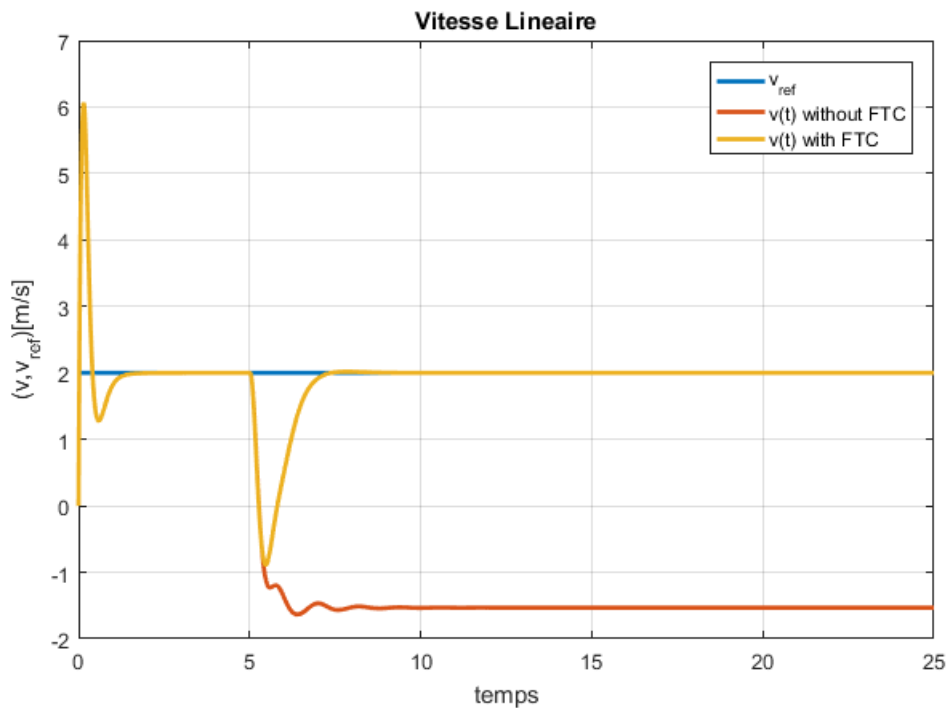


FIGURE 4.39 – Courbes des vitesses linéaires pour le modèle dynamique du robot

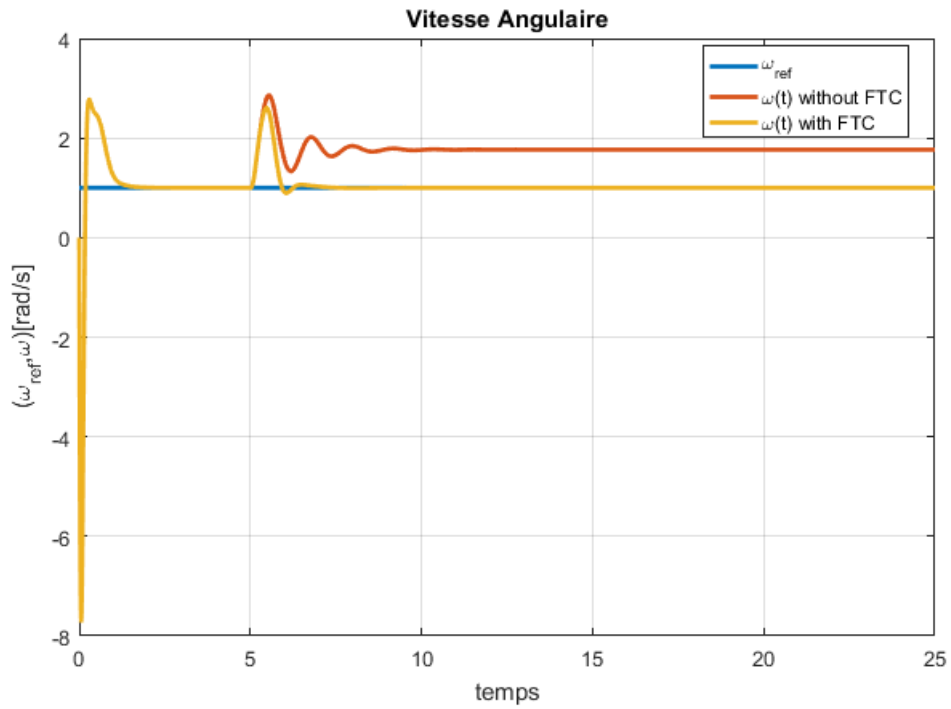


FIGURE 4.40 – Courbes des vitesses angulaires pour le modèle dynamique du robot

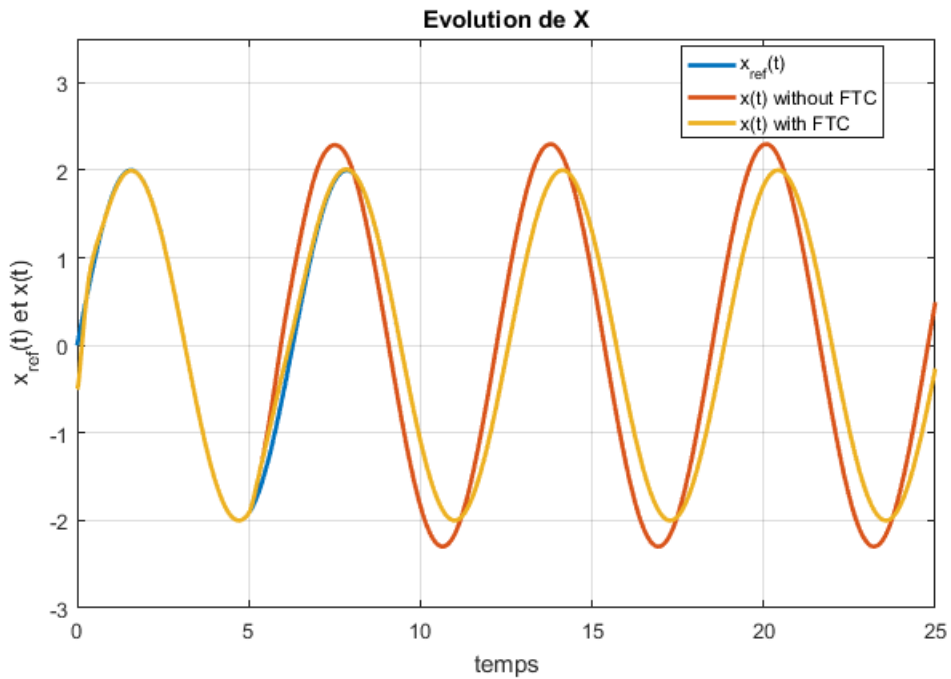


FIGURE 4.41 – Position en  $x$

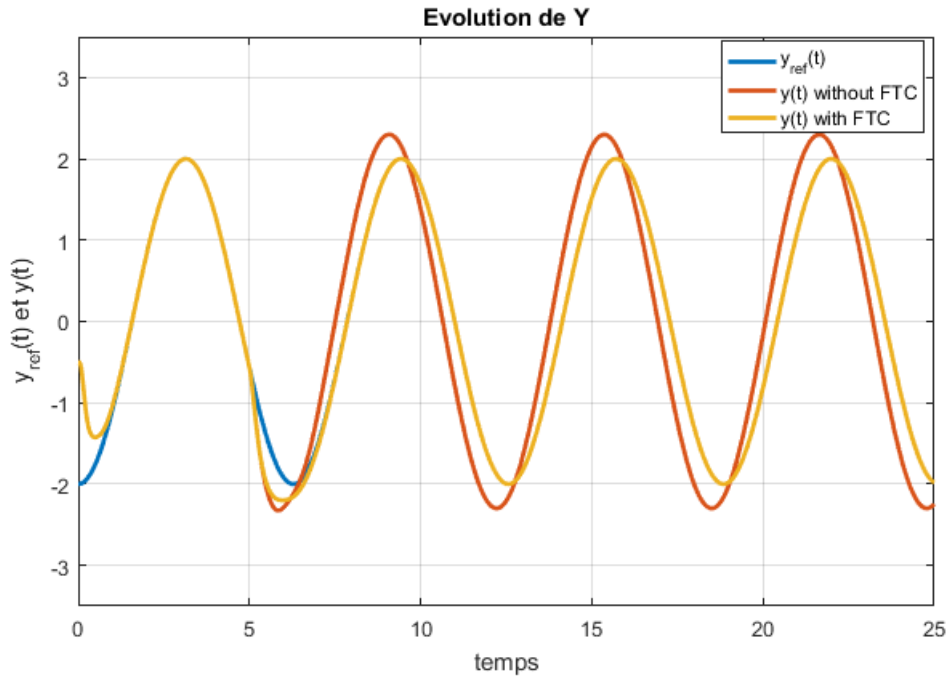


FIGURE 4.42 – Position en  $y$

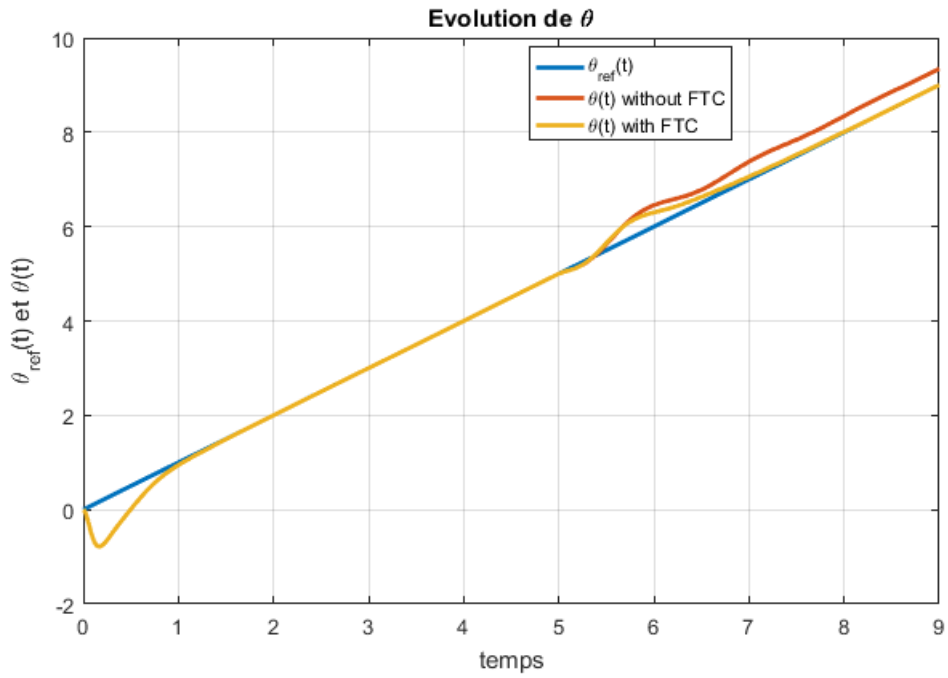


FIGURE 4.43 – L'angle d'orientation  $\theta$

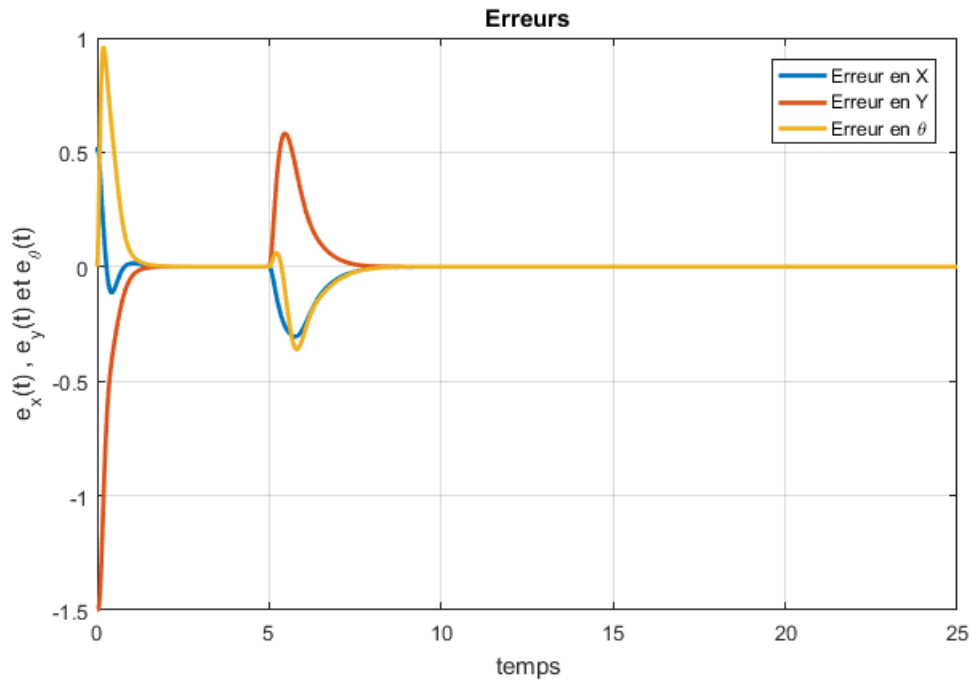


FIGURE 4.44 – Erreurs de position et d'orientation

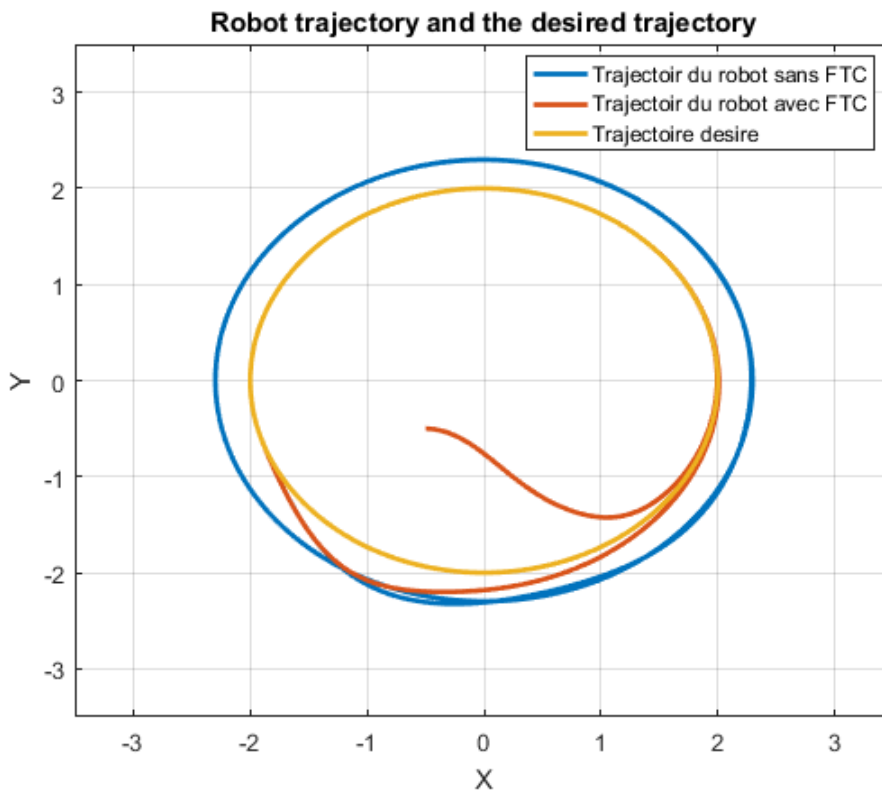


FIGURE 4.45 – Trajectoire de référence et trajectoire suivie par le robot avec et sans FTC.

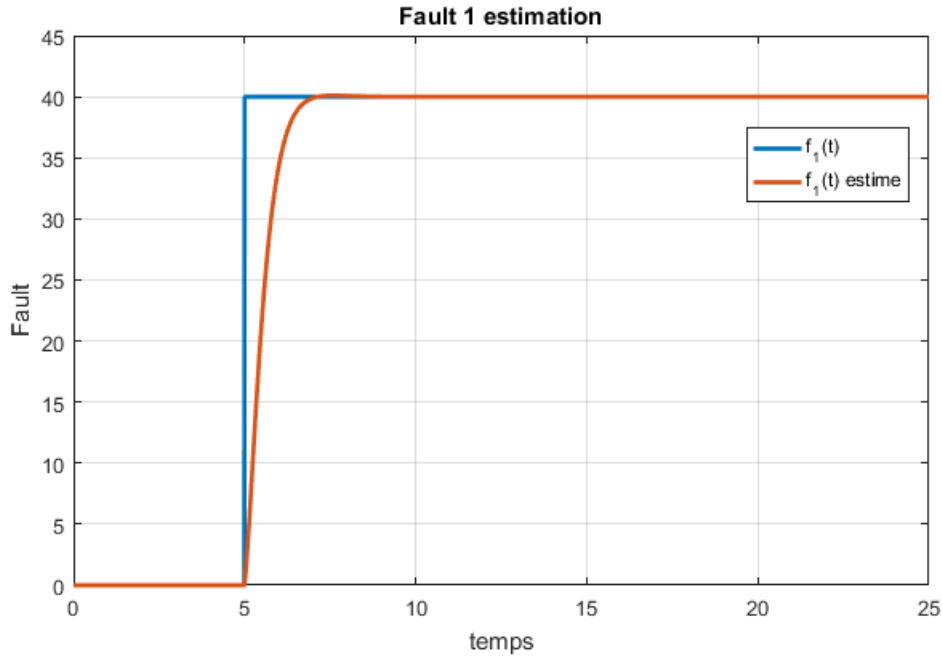


FIGURE 4.46 – Le défaut  $f_1(t)$  et son estimé  $\hat{f}_1(t)$

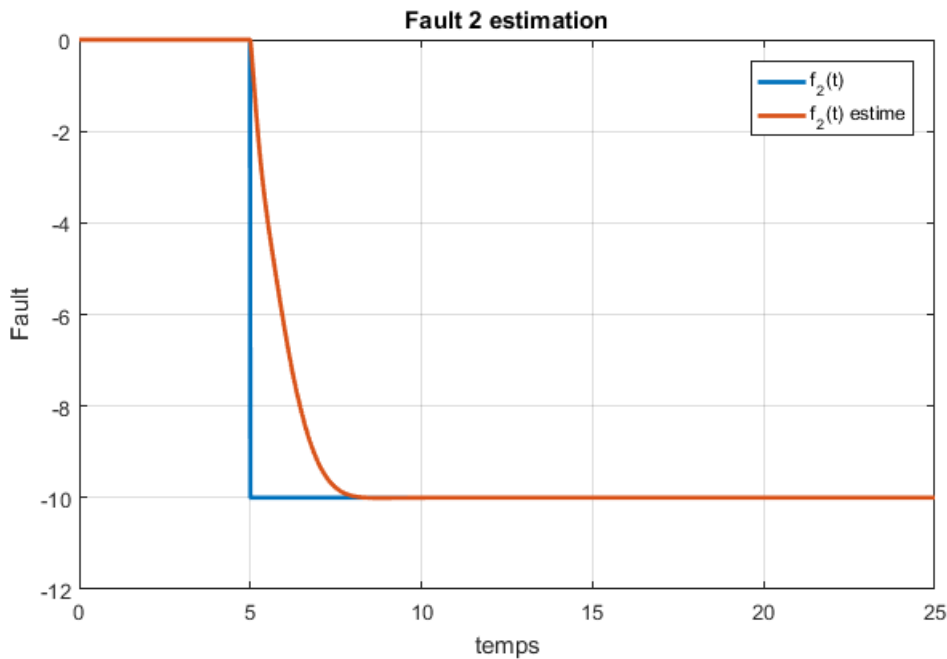


FIGURE 4.47 – Le défaut  $f_2(t)$  et son estimé  $\hat{f}_2(t)$

Les résultats de simulations de la commande tolérante aux défauts des actionneurs du robot mobile unicycle démontrent l'efficacité de cette approche dans la gestion des défauts des actionneurs et le maintien du contrôle du robot dans différentes situations.

Les simulations ont été réalisées en modélisant des défauts spécifiques au niveau des actionneurs, telles que des baisses de performance ou des arrêts partiels, pour évaluer les performances de la commande tolérante aux défauts dans ces scénarios.

Les résultats montrent que la commande tolérante aux défauts est capable de détecter rapidement les défauts des actionneurs et de réagir en conséquence en ajustant la commande pour compenser ces défauts.

Les résultats des simulations ont montré que la commande tolérante aux défauts permet de maintenir une poursuite de trajectoire avec des performances acceptables et une stabilité du robot, même en présence de défauts des actionneurs, assurant ainsi la sécurité et la fiabilité du système.

En conclusion, les résultats des simulations confirment l'efficacité de la commande floue tolérante aux défauts des actionneurs dans le maintien du contrôle et de la stabilité du robot mobile unicycle, renforçant ainsi sa fiabilité et sa capacité à opérer dans des environnements réels sujets à des défauts.

### 4.9 Conclusion

Ce chapitre consacré à l'application de la commande tolérante aux défauts à un robot mobile de type unicycle, nous pouvons affirmer que cette technique de commande avancée est particulièrement adaptée aux systèmes non linéaires, tels que les robots mobiles, qui présentent souvent des comportements complexes et difficiles à modéliser.

Les résultats de simulations ont montré que méthode de commande tolérante aux défauts utilisée permet de maintenir les performances du robot mobile en présence des défauts. Nous avons ainsi démontré l'efficacité de l'approche utilisée dans différents scénarios de défauts.

En conclusion, nous pouvons affirmer que la commande tolérante aux défauts est une technique de commande avancée essentielle pour assurer la sécurité et la fiabilité des robots mobiles. La méthode adoptée basée sur les modèles T-S offre une approche robuste et précise pour contrôler le mouvement et la navigation des robots mobiles en présence de défauts.



# Conclusion générale

En conclusion, notre projet de fin d'études s'est concentré sur la commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires décrits par les modèles de Takagi-Sugeno (T-S), en utilisant un robot mobile comme application pratique. Nous avons exploré les différentes approches de commande tolérante aux défauts, en nous concentrant sur la méthode T-S pour sa capacité à modéliser des systèmes non linéaires de manière précise et efficace. Nous avons proposé une stratégie de commande tolérante aux défauts basée sur les modèles T-S, qui permet de maintenir une performance acceptable même en présence de défauts.

Tout d'abord, nous avons constaté que les modèles T-S permettent de décrire de manière précise les systèmes non linéaires. Cette description est obtenue en approximant la fonction de la dynamique du système non linéaire par une combinaison linéaire de fonctions d'activation non linéaires. Cette approche permet une représentation plus simple et plus facilement exploitable des systèmes non linéaires.

Ensuite, nous avons vu que la commande tolérante aux défauts permet de maintenir les performances du système même en présence de défauts. Cette technique repose sur l'utilisation d'un modèle de référence pour générer la consigne de commande et sur l'utilisation d'un observateur de l'état pour estimer les défauts et les états du système en présence de défauts.

Dans notre étude, nous avons proposé une méthode de commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires décrits par des modèles T-S. La stratégie est basée sur l'utilisation d'un modèle de référence qui est donné par le modèle du système sans défaut. La loi de commande proposée est ensuite conçue pour minimiser la déviation de l'état du système par rapport à l'état de référence, même en présence de défaut(s). Cette loi de commande utilise l'entrée de commande nominale développée pour le système en l'absence de défaut et deux termes supplémentaires. Le premier terme est lié au défaut estimé et le second correspond à l'erreur de suivi de trajectoire. La stabilité du modèle d'erreur de suivi de trajectoire est étudiée avec la théorie de Lyapunov et une fonction quadratique qui permet de dériver des conditions assurant la convergence des erreurs d'estimation d'état et de défaut et de l'erreur de suivi de trajectoire vers zéro. Les conditions d'existence sont exprimées en termes de LMI qui peuvent être résolues avec des logiciels dédiés classiques.

Enfin, nous avons appliqué cette méthode à un robot mobile pour montrer son efficacité. Nous avons simulé différents scénarios de défaillance et montré que la commande tolérante aux défauts permet de maintenir le robot mobile en mouvement même en présence de défauts.

En conclusion, ce projet de fin d'études sur la commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires décrits par les modèles de Takagi-Sugeno (T-S), avec une application sur un robot mobile, a montré l'importance de cette technique dans le domaine de la robotique et de la commande des systèmes dynamiques. Cette méthode permet de maintenir les performances du système même en présence de défauts, ce qui est essentiel pour assurer la sécurité et la fiabilité des systèmes dynamiques.

A l'issue des travaux réalisés, cette thèse ouvre de nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons :

- Mise en oeuvre expérimentale de la loi de commande développées sur le robot mobile.
- Développement de la loi de commande FTC en tenant compte des incertitudes de modélisation, des défauts multiplicatifs et de certaines perturbations externes, et en considérant les sorties non linéaires des système.
- Explorer d'autres structures de la commande tolérante aux défauts.
- Utilisation d'une fonction de Lyapunov non quadratique .

# Annexes

# Annexe A

## Inégalités matricielles linéaires

### A.1 Les inégalités matricielles linéaires (LMI)

Depuis quelques années, de nombreux problèmes, concernant l'analyse et la synthèse des systèmes dynamiques, ont été résolus par l'intermédiaire de problèmes convexes, notamment, la programmation semi définie (SDP). Parmi ces méthodes, on distingue la méthode du point intérieur développée initialement par Karmakar (1984) pour la résolution de problèmes de programmation linéaire qui a été étendue ensuite par Nesterov et Nemirovski (1994) pour le cas de la programmation convexe dans l'espace des matrices définies positives. En automatique, cette approche est connue sous le nom de LMI (Linear Matrix Inequalities), cette méthode est l'une des méthodes les plus appliquées dans le domaine de la commande grâce à l'existence de méthodes de résolution numérique efficaces.

Dans les paragraphes suivants nous allons présenter le principe de base de cette approche, puis les différents lemmes permettant de manipuler les inégalités matricielles de les rendre linéaires par rapport aux inconnues quand cela est possible.

#### A.1.1 Principe des LMI

Une inégalité matricielle linéaire (LMI) est une inégalité de la forme :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (\text{A.1})$$

où  $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \in R^m$  est la variable et les matrices  $F_i, i = 1, \dots, m$  sont des matrices symétriques connues de dimension  $n \times n$ . La satisfaction de l'inégalité (A.1) signifie que la matrice  $F(x)$  est symétrique et définie positive, c'est-à-dire :

$$z^T F(x) z > 0, \quad \forall z \neq 0, \quad z \in R^n, (z \text{ non nul}) \quad (\text{A.2})$$

Notons que puisque le cône des matrices définies positives est convexe et que la matrice  $F(x)$  est une fonction affine de  $x$ , la contrainte  $F(x)$  est une contrainte convexe en  $x$  que l'on appelle aussi contrainte LMI.

L'équation (A.1) est une LMI stricte. Si  $F(x)$  est seulement semi définie positive (non négative) la LMI est dite non stricte. La LMI stricte est faisable si l'ensemble  $\{x : F(x) > 0\}$  n'est pas vide (une définition similaire s'applique aux LMIs non strictes). N'importe

quelle LMI non stricte faisable peut être réduite à une LMI stricte équivalente qui est faisable en éliminant les contraintes d'égalité et puis en réduisant la LMI résultante en enlevant n'importe quel espace nul constant. Notons que l'on peut regrouper plusieurs contraintes LMIs en une seule contrainte LMI bloc diagonale :

$$F(x) = \text{diag}(F^{(1)}(x), F^{(2)}(x), \dots, F^{(p)}(x)) > 0, \text{ avec } F^{(1)}(x) > 0, F^{(2)}(x) > 0, \dots, F^{(p)}(x) > 0 \quad (\text{A.3})$$

### A.1.2 Techniques d'analyse et de transformations matricielles

En général, les conditions sur la stabilité ne sont pas données sous forme de LMI directement. Pour cela, elles nécessitent quelques transformations matricielles pour permettre une mise en forme de LMI.

Certaines inégalités matricielles non linéaires peuvent être reformulées en terme de LMI à l'aide du complément de Schur d'écrit dans le lemme suivant.

**Lemme A.1** (Complément de Schur). *Soient trois matrices  $R(x) = R^T(x)$ ,  $Q(x) = Q^T(x)$  et  $S(x)$  affines par rapport à la variable  $x$ . Alors la condition LMI :*

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{A.4})$$

est équivalente à :

$$Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) > 0, \quad R(x) > 0 \quad (\text{A.5})$$

ou encore

$$R(x) - S^T(x)Q^{-1}(x)S(x) > 0, \quad Q(x) > 0 \quad (\text{A.6})$$

**Preuve :** La démonstration se fait facilement en multipliant (1.22) à droite par :

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ -R^{-1}(x)S^T(x) & I \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

et à gauche par la transposée de cette dernière matrice. On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) & 0 \\ 0 & R(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A.8})$$

**Remarque A.1.** *Le lemme est encore valide en changement le sens des inégalités .*

**Lemme A.2** (congruence). *Soient deux matrices  $P(x)$  et  $Q(x)$ , si  $P(x)$  est définie positive et si  $Q(x)$  est de rang plein en colonne alors la quantité  $Q(x)P(x)Q^T(x)$  est définie positive.*

**Lemme A.3.** *Soient  $A, P, X, Y$  et  $Q$  des matrices de dimensions appropriées. Les propriétés suivantes sont équivalentes :*

1.

$$A^T P A - Q < 0, \quad P > 0 \quad (\text{A.9})$$

2.

$$\begin{bmatrix} -Q & A^T P \\ P A & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A.10})$$

$$3. \quad \exists X \begin{bmatrix} -Q & A^T X \\ X^T A & -X - X^T + P \end{bmatrix} < 0, \quad P > 0 \quad (\text{A.11})$$

$$4. \quad \exists X, Y \begin{bmatrix} -Q + A^T Y^T + Y A & -Y + A^T X \\ -Y^T + X^T A & -X - X^T + P \end{bmatrix} < 0, \quad P > 0 \quad (\text{A.12})$$

**Preuve :**

(A.9)  $\Leftrightarrow$  (A.10) : Complément de Schur

(A.10)  $\Rightarrow$  (A.11) et (A.12) : Il suffit de choisir  $X = P$  et  $Y = 0$

(A.11) et (A.12)  $\Rightarrow$  (A.9) : Par congruence avec  $\begin{bmatrix} I & A^T \end{bmatrix}$

**Lemme A.4.** Soient  $A, P, X, Y$  et  $Q$  des matrices de dimensions appropriées. Les propriétés suivantes sont équivalentes :

$$1. \quad PA^T + AP + Q < 0, \quad P > 0 \quad (\text{A.13})$$

$$2. \quad \exists X, Y \begin{bmatrix} XA^T + AX^T + Q & P - X + AY \\ P - X^T + Y^T A^T & -Y - Y^T \end{bmatrix} < 0, \quad P > 0 \quad (\text{A.14})$$

Preuve : (A.14)  $\Rightarrow$  (A.13) : Par congruence avec  $\begin{bmatrix} I & A^T \end{bmatrix}$  (A.13)  $\Rightarrow$  (A.14) : Si  $PA^T + AP + Q < 0$  est vérifiée,  $\exists \varepsilon > 0$  tel que :

$$PA^T + AP + Q + \frac{\varepsilon}{2} A^T A < 0 \quad (\text{A.15})$$

En utilisant le complément de Schur, (A.15)  $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} PA^T + AP + Q & \varepsilon A \\ \varepsilon A & -2\varepsilon I \end{bmatrix} < 0$ .

Le résultat s'obtient en choisissant  $X = P$  et  $Y = \varepsilon I$ .

**Lemme A.5.** Soient  $X$  et  $Y$  deux matrices de dimensions appropriées, un scalaire  $\varepsilon > 0$ , et une matrice  $S = S^T > 0$  alors les deux propriétés suivantes sont vérifiées :

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y \quad (\text{A.16})$$

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S^{-1} X + Y^T S Y \quad (\text{A.17})$$

**Preuve :**

(A.16) :

$$\begin{aligned} (\sqrt{\varepsilon} X - (\sqrt{\varepsilon})^{-1} Y)^T (\sqrt{\varepsilon} X - (\sqrt{\varepsilon})^{-1} Y) &= \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y - Y^T X - X^T Y \geq 0 \\ &\Leftrightarrow X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y \end{aligned}$$

(A.17) :

$$\begin{aligned} S > 0 \Rightarrow (SX - Y)^T S^{-1} (SX - Y) &= X^T S^{-1} X + Y^T S Y - X^T Y - Y^T X \geq 0 \\ &\Leftrightarrow X^T Y + Y^T X \leq X^T S^{-1} X + Y^T S Y \end{aligned}$$

# Annexe B

## Régions LMIs

### B.1 Régions LMIs

La réponse temporelle d'un système linéaire est liée à la localisation des pôles de sa fonction de transfert dans le plan complexe et, dans le cas des systèmes de Takagi-Sugeno, la réponse dépend de la localisation des pôles des sous-modèles (sommets du polytope). En effet, les parties réelles des pôles ont un effet sur la vitesse de convergence des modes associés. Les parties imaginaires, quant à elles, influent sur la présence d'oscillations et de dépassements ainsi que le temps de réponse à 5%. Par conséquent, une des techniques permettant d'améliorer les performances d'une loi commande ou d'un observateur consiste à placer les pôles du système bouclé ou de l'observateur dans des régions du plan complexe ayant certaines propriétés intéressantes. Ces régions sont appelées régions LMI.

**Définition B.1.** Une région  $S$  du plan complexe est appelée une région LMI s'il existe une matrice symétrique  $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$  et une matrice  $N \in \mathbb{R}^{m \times m}$  telles que :

$$S = \{z \in \mathbb{C} : f_S(z) < 0\} \quad (\text{B.1})$$

avec :  $f_S(z) = M + zN + z^*N^T$ . La notation  $z^*$  désigne le conjugué de  $z$ .  $f_S(z)$  est appelée la fonction caractéristique de  $S$ .

En d'autres termes, une région LMI est une région du plan complexe qui est caractérisée par une LMI en fonction de  $z$  et  $z^*$ , ou de  $a = \Re(z)$  et  $b = \Im(z)$ . Les régions LMI sont donc des ensembles convexes

### B.2 Exemples de régions LMI

Supposons que  $a = \Re(z)$  et  $b = \Im(z)$ , on obtient donc :

$$a = \frac{z + z^*}{2} \text{ et } b = \frac{z - z^*}{2j} \quad (\text{B.2})$$

Le demi-plan gauche pouvant être caractérisé par  $a < 0$ , donc la fonction caractéristique du demi-plan gauche du plan complexe est comme suit :

$$f_S(z) = z + z^* \quad (\text{B.3})$$

Considérons les trois régions du demi-plan complexe gauche illustrées sur la figure suivante.

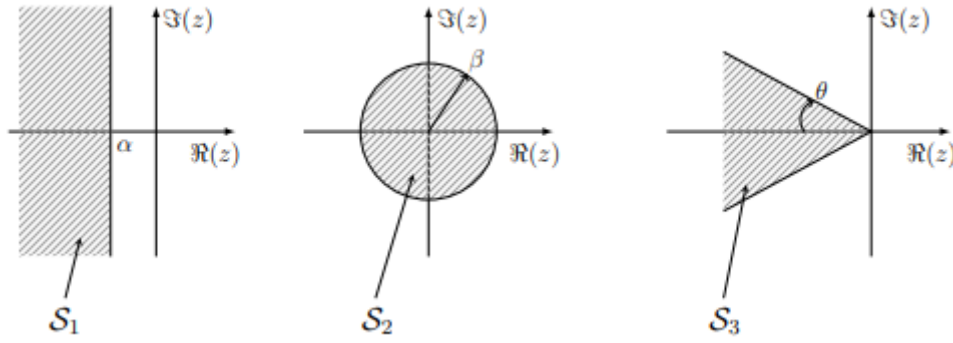


FIGURE B.1 – Exemples de régions LMI.

La région  $S_1$  du plan complexe,  $a < -\alpha$  est une région LMI caractérisée par la fonction  $f_{S_1}(z)$  suivante :

$$f_{S_1}(z) = z + z^* + 2\alpha \quad (\text{B.4})$$

Le disque centre à l'origine  $S_2$  du plan complexe est une région caractérisée par la relation suivante :

$$z^*z - \beta^2 \quad (\text{B.5})$$

En utilisant le complément de Schur on obtient :

$$f_{S_2}(z) = \begin{bmatrix} -\beta^2 & z \\ z^* & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

La région  $S_3$ ,  $\text{atan}(z) < -b$ , du plan complexe est une région LMI caractérisée par la fonction  $f_{S_3}(z)$  suivante (en utilisant le complément de Schur) :

$$f_{S_3}(z) = \begin{bmatrix} \sin \theta(z + z^*) & \cos \theta(z - z^*) \\ \cos \theta(z - z^*) & \sin \theta(z + z^*) \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

### B.2.1 Placement de pôles par l'approche LMI

**Théorème B.1.** (Chil, 1996 [28]) *les valeurs propres d'une matrice réelle  $M$  sont placées dans une région LMI  $\mathcal{S}$  (B.1) du plan complexe si, et seulement si, il existe une matrice symétrique  $X$  telle que :*

$$M_{\mathcal{S}}(M, X) = A \otimes X + B \otimes MX + B^T \otimes XM^T < 0 \quad (\text{B.8})$$

$\otimes$  dénote le produit matriciel de Kronecker.

En d'autres termes, les valeurs propres d'une matrice réelle  $M$  sont toutes dans une région du plan complexe, s'il existe une matrice  $X > 0$  telle que la LMI  $M_{\mathcal{S}}(M, X) < 0$  soit réalisable, où  $M_{\mathcal{S}}(M, X)$  est déterminée en effectuant la substitution suivante dans la fonction caractéristique  $\mathcal{S}$  :

$$(X, MX, XM^T) \leftrightarrow (1, z, z^*) \quad (\text{B.9})$$



Les valeurs propres de la matrice  $M$  sont donc toutes dans la région  $\mathcal{S}_1$  du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 \quad : \quad MX + XM^T + 2\alpha X < 0 \quad (\text{B.10})$$

De même, les valeurs propres de la matrice  $M$  sont toutes dans la région  $\mathcal{S}_2$  du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 \quad : \quad \begin{pmatrix} -\beta X & MX \\ XM^T & -\beta X \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{B.11})$$

Enfin, les valeurs propres de la matrice  $M$  sont toutes dans la région  $\mathcal{S}_3$  du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 : \begin{pmatrix} \sin \theta (MX + XM^T) & \cos \theta (MX - XM^T) \\ \cos \theta (XM^T - MX) & \sin \theta (MX + XM^T) \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{B.12})$$

**Théorème B.2.** (*Chil, 1996 [28]*). *soient deux régions LMI  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  du plan complexe. Les valeurs propres de la matrice  $M$  sont toutes dans la région  $\text{LMI } \mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2$  si et seulement si il existe une matrice symétrique  $X > 0$  solution du système :*

$$\begin{aligned} M_{\mathcal{S}_1}(M, X) &< 0 \\ M_{\mathcal{S}_2}(M, X) &< 0 \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

# Bibliographie

- [1] Merahi Kamel. "Estimation d'Etat et Diagnostic de Fonctionnement des Systèmes non Linéaires". Université Badji Mokhtar Annaba, 2010.
- [2] Mr. Hetatache Aboubakr. "Modélisation Floue de Type Takagi-Sugeno Appliquée à un bioprocédé". Université Ferhat Abbas– Setif-1, 2014.
- [3] Mohamed Yacine Hammoudi. "Modélisation et diagnostic de défauts par des multi-modèles entrées/sorties". Université Badji Mokhtar Annaba, 2010.
- [4] Mohamed Yacine Hammoudi. "Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine". Université Badji Mokhtar Annaba, 2015.
- [5] Mme. Dalel Jabri. "Contribution à la synthèse de lois de commande pour les systèmes de type Takagi-Sugeno et/ou hybrides interconnectés". Université de Gabès, 2011.
- [6] K. Gasso « Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi modèle ». Doctorat de l'institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, 2000.
- [7] Akhenak, A. « Conception d'observateurs non linéaires par approche multi modèle : application au diagnostic ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 2004.
- [8] Tanaka et Wang. « Fuzzy regulators and fuzzy observers Relaxed stability conditions and LMI-based designs ». IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 6(2) :250–265.
- [9] Kamel Merahi. Estimation d'état et diagnostic de fonctionnement des systèmes non linéaires. Thèse de magister, Université Badji Mokhtar Annaba, Algérie, 2010.
- [10] Zahaf Abdelmalek. "Commande Prédictive Floue Sous Contraintes : Application à des Systèmes non Linéaires". Université constantine 1, 2014.
- [11] Kamyar Mehran. "Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling for Process Control". Newcastle University, 2008.
- [12] Didier GEORGES Eric Jean Roy SAMBATRA et Jean Marie RAZAFIMAHENINA Liva Falisoa RAFANOTSIMIVA, Gildas BESANCON. "Modélisation multimodèle et commande par Compensation Parallèle Distribuée d'un système SMIB". Université d'Antsirananana, 2013.
- [13] Fayssal Ouagueni. "Stabilisation des Systèmes Non Linéaires via des Modèles Flous In certains de Type Takagi-Sugeno". Université Larbi Tebessi-Tebessa, 2010.
- [14] Kherkhare Abdelkrim. "Commande floue en poursuite et stabilisation des systèmes non linéaires incertains". Université Ferhat Abbas — Setif, 2010.
- [15] Taki Eddine Khediri and Brahim Salem Deidih. "Commande Flou sans Capteur de Vitesse d'une Machine synchrone à Aiment Permanents". Université Larbi Tebessi-Tebessa, 2015 / 2016.

- [16] Bergsten, P. et Palm, R. (2000). Thau-Luenberger observers for TS fuzzy systems. In 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ IEEE, San Antonio, TX, USA.
- [17] Thau, F. (1973). Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 18 :471–479.
- [18] D. Ichalal, Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires d'écrits par un modèle de Takagi-Sugeno. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine Spécialité Automatique, Traitement du Signal et des Images, Génie Informatique.
- [19] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot," in *Robotics and Automation, 1990. Proceedings.*, 1990 IEEE International Conference on, 1990, pp. 384-389.
- [20] K. Akka, "Contribution à l'optimisation de trajectoires des robots mobiles" Thèse Doctorat Sciences en Automatique, Université Sétif 1.
- [21] C. Angchen, T. H. Li, Y. Chienhyeh and C. C. Chang, "Design and implementation of an adaptive sliding mode dynamic controller for wheeled mobile robots", *Mechatronics*, pp.
- [22] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot", *Mechatronics*, pp 384-389, 1990.
- [23] M. Y. Hsiao, C. Y. Chen, S. H. Tsai and S. T. Liu, "Combined interval type-2 fuzzy kinematic and dynamic controls of the weeledmobile robot with adaptive sliding mode technique", *Fuzz-IEEE, Korea*, August 20-24, pp 706-711, 2009.
- [24] L. S. Wang, F. R. Chang and P. S. Tsai, "Continuation method of backstepping tracking control for car-like mobile robots", *IEEE International conference on systems, Man and cybernetics, Taipei, Taiwan*, October 8-11, pp 2018-2023, 2006.
- [25] H. Achour, Application des techniques modernes de l'automatique à l'automobile : Aspects motorisation et confort, Mémoire préparée au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'ENP, 2010.
- [26] T. Guerra et L. Vermeiren, «Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous.», IC2 Hermès.
- [27] K. Tanaka and H. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*, J. Wiley and Sons, Eds., 2001.
- [28] M. Chilali P. Gabinet.  $H_\infty$  design with pole placement constraints : an lmi approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 41(3) :358–367, 1996.
- [29] C.J. Lopez-Toribio, R.J. Patton, and S. Daley "A multiple model approach to fault-tolerant control using takagi-sugeno fuzzy modelling : real application to an induction motor drive system", *Proceedings of the 3rd European Control Conference*, 1999.
- [30] R. J. Patton, J. Chen, et C. J. Lopez-Toribio. "Fuzzy observer for nonlinear dynamic systems fault diagnosis," *IEEE Conference on Decision and Control*, Tampa, Florida, USA. 1998.
- [31] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, et D. Maquin. "State estimation of uncertain multiple model with unknown inputs," *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantic, Bahamas, 2004.

- [32] M. Chadli, A. Akhenak, D. Maquin, et J. Ragot. “ Fuzzy observer for fault detection and reconstruction of unknown input fuzzy models,” *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 3, 2008.
- [33] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, et D. Maquin, “ Multi-observateurs à entrées inconnues pour un système de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables,” In 5<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone d’Automatique, Bucarest, Roumanie. 2008.
- [34] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, et D. Maquin “State estimation of nonlinear systems using multiple model approach,”. In *American Control Conference*, St. Louis, Missouri, USA. 2009.
- [35] P. Bergsten, R. Palm, et D. Driankov, “ Observers for Takagi-Sugeno fuzzy systems,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 32 :114–121. 2002.
- [36] J. Yoneyama, “ $H_\infty$  filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables : An uncertain system approach,” *Fuzzy Sets and Systems*, 160(12) :1738-1748. 2009.
- [37] Salowa Methnani. “Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station dépurations des eaux usées”. Thèse de doct. Université de Toulon, France, 2012.
- [38] Eduardo Rocha Loures. “Surveillance et diagnostic des phases transitoires des systèmes hybrides basés sur l’abstraction des dynamiques continues par réseau de Petri temporel flou”. Thèse de doct. Université Paul Sabatier-Toulouse III, France, 2006.
- [39] Quan-Yong Fan et Guang-Hong Yang. “Event-based fuzzy adaptive fault tolerant control for a class of nonlinear systems”. In : *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 26.5 (2018), p. 2686-2698.
- [40] Xiao He et al. “Fault-tolerant control for an Internet-based three-tank system : Accommodation to sensor bias faults”. In : *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64.3 (2017), p. 2266-2275.
- [41] Ron J Patton. “Fault-tolerant control : the 1997 situation”. In : *IFAC Proceedings Volumes* 30.18 (1997), p. 1029-1051.
- [42] Youmin Zhang et Jin Jiang. “Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems”. In : *IFAC Proceedings Volumes* 39.13 (2006), p. 1437-1448.
- [43] Youmin Zhang et Jin Jiang. “Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems”. In : *Annual reviews in control* 32.2 (2008), p. 229-252
- [44] Brian González-Contreras. “Contribution à la Tolérance aux Défauts des Systèmes Linéaires : Synthèse de Méthodes d’Accommodation Fondée sur l’Information du Second Ordre”. Thèse de doct. Université Henri Poincaré-Nancy 1, France, 2009.
- [45] B. B. MEVO, “Contribution à la commande adaptative et robuste d’un robot mobile de type uni-cycle avec modèle non-linéaire”, Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en ingénierie, Université du Québec en Abitibi Témiscamingue, 2019.
- [46] Badr Mansouri. Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi Sugeno incertains. PhD thesis, Reims, 2005. (Cité en pages 6, 28 et 42.)
- [47] X. Zhang, T. Parisini, and M.M. Polycarpou “Adaptive Fault-Tolerant Control of Nonlinear Uncertain Systems : An Information-Based Diagnostic Approach”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No. 8, pp. 1259-1274, August 2004.

- [48] Tayebi,A., Tadjine,M., and Rashid.,A. "Invariant Manifold approach for stabilization of Non homonymic chaired Systems : Application to a Mobile robot". Non linear Dynamics. Vol.24 :167-181 ;2001.