

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**  
**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



Département d'Automatique  
Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire de Projet de Fin d'Etude  
pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état et de Master en Automatique

**Commande non linéaire et diagnostic  
d'une colonne de distillation en vue  
d'une application en pétrochimie**

Présenté par :

**BOUCHAMA Fawzia Hiba**

**HASSOUN Melissa**

Sous la direction de Mr **M.S. BOUCHERIT**

Présenté et soutenu publiquement le 23/06/2018 à l'amphi A2 devant le jury composé de :

<b>Président :</b>	L. ABDELOUEL	Ecole Nationale Polytechnique
<b>Rapporteurs :</b>	M.S. BOUCHERIT	Ecole Nationale Polytechnique
	M. GUENOUNE	Institut Algérien du Pétrole
<b>Examineur :</b>	M. CHAKIR	Ecole Nationale Polytechnique

**ENP 2018**

*Laboratoire de Commande des Processus*  
*Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV. Hassen Badi, El-Harrach, Alger, Algérie*



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**  
**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



Département d'Automatique  
Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire de Projet de Fin d'Etude  
pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état et de Master en Automatique

**Commande non linéaire et diagnostic  
d'une colonne de distillation en vue  
d'une application en pétrochimie**

Présenté par :

**BOUCHAMA Fawzia Hiba**

**HASSOUN Melissa**

Sous la direction de Mr **M.S. BOUCHERIT**

Présenté et soutenu publiquement le 23/06/2018 à l'amphi A2 devant le jury composé de :

<b>Président :</b>	L. ABDELOUEL	Ecole Nationale Polytechnique
<b>Rapporteurs :</b>	M.S. BOUCHERIT	Ecole Nationale Polytechnique
	M. GUENOUNE	Institut Algérien du Pétrole
<b>Examineur :</b>	M. CHAKIR	Ecole Nationale Polytechnique

**ENP 2018**

*Laboratoire de Commande des Processus*  
*Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV. Hassen Badi, El-Harrach, Alger, Algérie*

# *Dédicaces*

*A mes chers parents qui ont consacré leurs vies pour bâtir la mienne. Pour leur soutien, leur patience, leur présence, leur tendresse et leurs sacrifices qui ont fait de moi ce que je suis. Aucune dédicace ne saurait exprimer ma gratitude envers eux. Que Dieu vous accorde la santé et la prospérité.*

*A mes chères sœurs, Zohra et sa petite famille, Loudmilla et Aniesse qui illuminent ma vie. A la sœur que m'a offerte la vie Camélia qui m'est très précieuse. Je vous souhaite la réussite, la joie et la sérénité dans votre vie. Que Dieu vous protège.*

*A mes grands parents maternels et ma grand-mère paternelle*

*A toute ma famille de près et de loin.*

*A celle qui a accompli ce modeste travail avec moi dans une ambiance très agréable et mémorable, mon binôme et chère amie Hiba.*

*A tous mes enseignants et toute l'équipe ENP.*

*A mes amies les plus chères, Kahina, Massylia, Feryal et Lydia, et à toutes mes amies.*

*A ma chère enseignante, mon exemple à qui je dois énormément, celle qui m'a considéré comme sa fille, Mme Touhar.*

*A toute personne qui m'est chère.*

*Melissa.*

# *Dédicaces*

*A mes parents, qui ont toujours cru en moi et qui m'ont accompagné moralement tout au long de ce parcours. L'éducation, soin et conseils qu'ils m'ont prodigués, m'ont toujours guidé pour faire les bons choix dans ma vie. Ils m'ont appris comment réaliser mes rêves. Sans leur soutien, encouragement et prières, rien n'aurait été possible.*

*Je dédie ce travail également,*

*A ma sœur et mes trois frères : Raoudha, Mustapha, Hicham et Houssam pour leur aide, soutien et encouragement, je vous souhaite la joie, le bonheur et la réussite que Dieu vous protège.*

*A la mémoire de mes regrettés grands-parents maternels.*

*A mes grands-parents paternels.*

*A toute ma famille de près et de loin.*

*A toi chère binôme Melissa, je te remercie pour tes encouragements, et je remercie Dieu pour ton amitié. Que dieu te protège.*

*A tous mes enseignants.*

*A toutes mes amies de l'ENP.*

*A toute personne qui porte de l'estime pour moi.*

*Fawzia Hiba.*

# *Remerciements*

*Ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'École Nationale Polytechnique. Nous tenons à remercier notre promoteur Mr Mohamed Seghir BOUCHERIT pour ses conseils et orientations.*

*Nous adressons nos remerciements à Mr Mohamed GUENOUNE pour son aide et à tous ses collègues de l'Institut Algérien de Pétrochimie de Boumerdes. Qu'ils trouvent ici notre sincère gré pour leur accueil et leurs conseils.*

*Nous tenons à exprimer ici notre profonde gratitude à Mr Mohamed TADJINE pour ses conseils, sa disponibilité et ses orientations.*

*Notre indéfectible reconnaissance va à Mr Messaoud CHAKIR pour la disponibilité dont il a fait preuve, sa patience et son aide précieuse le long de notre travail.*

*Nous tenons à remercier également Mr le président du jury Lahcene ABDELOUEL, notre promoteur et notre examinateur qui ont accepté d'évaluer notre travail.*

*Nos remerciements pour l'ensemble des enseignants du département d'Automatique qui ont toujours donné de leur meilleur pour les étudiants. Daignez de trouver ici notre profond respect.*

*Enfin, nous tenons à remercier nos familles, nos amis et toutes les personnes qui nous ont apporté du soutien durant tout notre cursus universitaire, et pour l'achèvement de ce modeste travail.*

*Veillez trouver ici l'expression de notre respect.*

## ملخص :

الهدف من هذا العمل هو التحكم القوي في عمود التقطير الثنائي الصناعي. وفي إطار تشخيصي ، تطوير نظام تحكم يتحمل العيوب.

بعد نمذجة عمود التقطير ، نطبق نظام التحكم برد فعل الحالة المثالي، ثم نظام التحكم الانزلاقي. النظام التحكمي الرئيسي المختار هو نظام التحكم التكيفي على النموذج المرجعي (MRAC)، المصمم وفقا لنهجين للتكيف: الميل المتدرج والتحكم الانزلاقي؛ القوية ضد أخطاء النمذجة والمحافظة على الأداء في وجود اضطرابات.

وأخيرًا ، نقوم بتفصيل نظام تحكم ناشط (AFTC) يتحمل العيوب على أساس مراقبين: المراقب PI والمراقب التكيفي التقليدي، حيث نقوم بإعادة تكوين قانون التحكم برد فعل الحالة المثالي لتعويض العيوب والسماح للنظام بالعمل بشكل طبيعي في ظروف متدهورة.

**الكلمات الدالة :** عمود التقطير، التحكم القوي، نظام التحكم برد فعل الحالة المثالي، نظام التحكم التكيفي على النموذج المرجعي، نظام تحكم يتحمل العيوب.

## Abstract:

The goal of this work is the robust control of an industrial binary distillation column. And in a diagnostic framework, development of a fault-tolerant control.

After modeling the distillation column, we apply the optimal state feedback control, then a control by sliding modes. The main control chosen is the model reference adaptive control (MRAC), designed according to two adaptation approaches: gradient descent and sliding modes; which is robust against modeling errors and keeps performance at the presence of disturbances.

Finally, we conceptualize an active fault tolerant control (AFTC) based on observers: PI observer and conventional adaptive observer, where we reconfigure the state-return control law to compensate faults and allow the system to function naturally under degraded conditions.

**Key words:** distillation column, robust control, optimal state feedback control, model reference adaptive control, fault tolerant control.

## Résumé :

L'objectif de ce travail est la commande robuste d'une colonne de distillation binaire industrielle. Dans un cadre de diagnostic, l'élaboration d'une commande tolérante aux défauts.

Après la modélisation de la colonne de distillation, nous appliquons la commande par retour d'état optimal, puis une commande par modes glissants. La commande principale choisie est la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), conçue selon deux approches d'adaptation : descente de gradient et modes glissants ; qui est robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation et maintient les performances à la présence des perturbations.

Finalement, nous conceptualisons une commande tolérante aux défauts active (AFTC) à bases d'observateurs : observateur PI et observateur adaptatif conventionnel, où nous reconfigurons la loi de commande par retour d'état afin de compenser les défauts et permettre au système de fonctionner naturellement dans des conditions dégradées.

**Mots clés :** colonne de distillation, commande robuste, commande par retour d'état optimal, commande adaptative à modèle de référence, commande tolérante aux défauts

## Table des matières

LISTE DES TABLEAUX

LISTES DES FIGURES

LISTE DES SIGLES

LISTE DES ABREVIATIONS

**Introduction générale** .....16

**Chapitre I : Etat de l'art sur la colonne de distillation** .....19

1.1. Introduction .....20

1.2. Généralités sur la distillation .....20

1.2.1. Définition de la distillation .....20

1.2.2. Principe de la distillation .....20

1.2.3. Types de la distillation .....21

1.2.3.1. La composition du mélange .....21

1.2.3.2. Le mode de traitement .....22

1.2.4. But de la distillation .....22

1.2.5. Définition de la colonne de distillation .....22

1.2.6. Types des colonnes .....23

1.2.6.1. Les colonnes à plateaux .....23

1.2.6.2. Les colonnes à garnissage .....24

1.2.7. Principe de fonctionnement d'une colonne de distillation .....25

1.2.8. Problèmes rencontrés dans une colonne de distillation .....25

1.2.9. Nécessité de la commande des colonnes de distillation .....26

1.3. Quelques travaux réalisés pour la commande des colonnes .....27

1.4. Comparaison récapitulative des commandes utilisées .....32

1.5. Conclusion .....35

**Chapitre II : Modélisation de la colonne de distillation** .....36

2.1. Introduction .....37

2.2. Modélisation d'une colonne de distillation .....37

2.2.1. Les différents modèles de la colonne de distillation .....37

2.2.2. Les configurations de commande de la colonne de distillation .....38

2.2.3. Modélisation dynamique de la colonne de distillation .....39

2.2.3.1. Hypothèses .....40

2.2.3.2. Le modèle dynamique de la colonne .....41

2.2.3.3. Modèle dans l'espace d'état .....45

2.2.4. Simulation en boucle ouverte .....48

2.3. Conclusion .....52

**Chapitre III : Commande de la colonne de distillation** .....53

3.1. Introduction .....54

---



3.2. La commande par retour d'état optimal .....	54
3.2.1. Synthèse de la loi de commande par retour d'état optimal pour la colonne .....	57
3.3. Commande par modes glissants .....	62
3.3.1. Choix de la surface de glissement .....	62
3.3.2. Condition de convergence (attractivité) .....	63
3.3.3. Calcul de la commande pour la colonne .....	63
3.4. Commande adaptative à modèle de référence (MRAC) .....	66
3.4.1. Présentation de la commande adaptative à modèle de référence .....	66
3.4.2. Avantages de la CAMR (MRAC) .....	67
3.4.3. Commande adaptative directe à modèle de référence .....	67
3.4.3.1. MRAC par l'approche de Lyapunov .....	67
3.4.3.2. Application à la colonne de distillation .....	69
3.4.4. MRAC avec prédicteur d'état .....	73
3.4.4.1. Application à la colonne de distillation .....	74
3.4.5. MRAC par l'approche des modes glissants .....	89
3.4.5.1. Application à la colonne de distillation .....	80
3.5. Analyse de robustesse de la commande MRAC .....	83
3.5.1. Choix des erreurs de modélisation .....	84
3.6. Conclusion .....	88
<b>Chapitre IV : Commande tolérante aux défauts (FTC) .....</b>	<b>89</b>
4.1. Introduction .....	90
4.2. Définitions et concepts .....	90
4.2.1. Commande tolérante aux défauts .....	90
4.2.2. La différence entre défaut et défaillance .....	90
4.2.3. Classification des défauts .....	90
4.2.3.1. Classification selon la localisation .....	90
4.2.3.2. Classification selon la modélisation .....	91
4.2.3.3. Classification selon les caractéristiques temporelles .....	92
4.2.4. Classification des méthodes tolérantes aux défauts .....	93
4.3. Synthèse d'une commande FTC pour la colonne de distillation .....	95
4.3.1. Observateur proportionnel intégral (OPI) .....	95
4.3.2. FTC par retour d'état à base d'OPI pour les défauts actionneurs .....	96
4.3.3. Observateur d'état adaptatif conventionnel (OAC) .....	100
4.3.4. FTC par retour d'état à base d'OAC pour les défauts capteurs .....	101
4.4. Conclusion .....	105
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>107</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>110</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>113</b>

---

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 1.1 : Comparaison entre colonne à plateaux et à garnissage.....24

Tableau 1.2 : Comparaison des commandes appliquées sur les colonnes.....33

Tableau A.1 : Valeurs nominales des paramètres de la colonne de distillation.....114

Tableau A.2 : Le point nominal (de fonctionnement) de la colonne de distillation.....114

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Schéma des plateaux.....	23
Figure 1.2 : Schéma d'un garnissage.....	24
Figure 1.3 : Schéma de principe d'une colonne de distillation.....	25
Figure 1.4 : Domaine de fonctionnement dans une colonne de distillation.....	26
Figure 2.1 : Représentation des entrées-sorties de la colonne de distillation binaire.....	39
Figure 2.2 : Schéma descriptif de la colonne de distillation binaire.....	41
Figure 2.3 : Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur R et V autour du point nominal.....	49
Figure 2.4 : Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur R et V autour du point nominal.....	50
Figure 2.5 : Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur F et $x_f$ autour du point nominal.....	51
Figure 3.1 : Schéma bloc du retour d'état.....	55
Figure 3.2 : Commande par retour d'état et action intégrale.....	56
Figure 3.3 : Réponse du système en BF commandé par retour d'état.....	58
Figure 3.4 : Loi de commande par retour d'état.....	58
Figure 3.5 : Erreur de poursuite sur les sorties.....	58
Figure 3.6 : La réponse du système en BF pour $\rho=20$ .....	59
Figure 3.7 : La réponse du système en BF pour $\rho=100$ .....	59
Figure 3.8 : Réponse du système commandé par retour d'état en présence des perturbations de type échelon.....	60
Figure 3.9 : Erreur de poursuite après la perturbation du type échelon.....	60
Figure 3.10 : Réponse du système par retour d'état en présence des perturbations de type sinusoïdal.....	60
Figure 3.11 : Erreur de poursuite après la perturbation du type sinusoïdal.....	61
Figure 3.12 : Schéma représentatif du principe des modes glissants.....	62
Figure 3.13 : Réponse du système en boucle fermée commandé par modes glissants.....	64
Figure 3.14 : Fonction de commutation sign et la fonction de saturation.....	65

---

Figure 3.15 : La réponse du système en boucle fermée commandé par modes glissants en utilisant la fonction saturation.....	65
Figure 3.16 : Structure de MRAC.....	66
Figure 3.17 : L'architecture de la CAMR directe en boucle fermée.....	69
Figure 3.18 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe.....	70
Figure 3.19 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe.....	70
Figure 3.20 : Erreur d'estimation sur les deux sorties par la CAMR directe.....	71
Figure 3.21 : Erreur de poursuite sur les deux sorties par la CAMR directe.....	71
Figure 3.22 : Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe.....	72
Figure 3.23 : Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe.....	72
Figure 3.24 : Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe.....	72
Figure 3.25 : Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe.....	73
Figure 3.26 : L'architecture de la CAMR avec prédicteur d'état en boucle fermée.....	74
Figure 3.27 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	75
Figure 3.28 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état.....	75
Figure 3.29 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état avec filtre passe-bas.....	76
Figure 3.30 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état avec filtre passe-bas.....	76
Figure 3.31 : Erreur de prédiction sur les deux sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	77
Figure 3.32 : Erreur de poursuite sur les sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	77
Figure 3.33 : Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	78
Figure 3.34 : Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	78
Figure 3.35 : Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	78
Figure 3.36 : Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état.....	79

---

Figure 3.37 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	80
Figure 3.38 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	80
Figure 3.39 : Erreur de prédiction sur les deux sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	81
Figure 3.40 : Erreur de poursuite par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	81
Figure 3.41 : Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	82
Figure 3.42 : Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	82
Figure 3.43 : Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants....	82
Figure 3.44 : Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.....	83
Figure 3.45 : Diagramme fréquentiel de la MFT en boucle ouverte.....	84
Figure 3.46 : Erreurs de modélisation multiplicative.....	85
Figure 3.47 : Diagramme fréquentiel des erreurs de modélisation.....	85
Figure 3.48 : Robustesse du système vis-à-vis des erreurs de modélisations avec la commande MRAC par l'approche de Lyapunov.....	86
Figure 3.49 : erreur de poursuite à la présence des erreurs de modélisation par l'approche de Lyapunov.....	86
Figure 3.50 : robustesse du système vis-à-vis des erreurs de modélisations avec la commande MRAC par l'approche des modes glissants.....	87
Figure 3.51 : erreur de poursuite à la présence des erreurs de modélisation par l'approche des modes glissants.....	87
Figure 4.1 : Répartition des défauts dans un système.....	91
Figure 4.2 : Défaut additif et défaut multiplicatif.....	92
Figure 4.3 : Evolution temporelle d'un défaut.....	92
Figure 4.4 : Structure générale des méthodes FTC actives.....	94
Figure 4.5 : Système en boucle fermée avec observateur PI.....	97
Figure 4.6 : Erreur d'estimation d'état par l'observateur PI.....	98
Figure 4.7 : Défauts régis sur les actionneurs.....	98

---

Figure 4.8 : Estimation des défauts régis sur les actionneurs.....99

Figure 4.9 : Réponse du système en BF à la présence des défauts actionneur au régime permanent.....99

Figure 4.10 : Réponse du système en BF à la présence des défauts actionneur au régime transitoire.....99

Figure 4.11 : Système en BF avec observateur adaptatif.....102

Figure 4.12 : Erreur d'estimation d'état par l'observateur adaptatif conventionnel.....103

Figure 4.13 : Estimation des défauts de type biais régis sur les capteurs.....103

Figure 4.14 : Réponse du système en BF à la présence des défauts capteur de type biais....104

Figure 4.15 : Défaut de type dérive régis sur les capteurs.....104

Figure 4.16 : Estimation des défauts de type dérive régis sur les capteurs.....104

Figure 4.17 : Réponse du système en BF à la présence des défauts de type dérive.....105

---

## LISTE DES SIGLES

$Q_B$ :	la puissance du rebouilleur.
$Q_C$ :	la puissance de condensation.
B :	le débit de résidu.
V :	le débit de vapeur.
D :	le débit de distillat.
R :	le débit du reflux.
$x_d$ :	la composition du composant léger dans le condenseur.
$x_b$ :	la composition du composant léger dans le rebouilleur.
$M_d$ :	la rétention du liquide dans le condenseur
$M_b$ :	la rétention du liquide dans le rebouilleur.
$P_N$ :	la pression de la tête de la colonne de distillation.
$M_i$ :	les retentions liquide
$M_{owi}$ :	les retentions liquide au-dessus du plateau d'alimentation.
$M_{uwi}$ :	les retentions liquide au-dessous du plateau d'alimentation.
$L_i$ :	les débits du liquide.
$N_t$ :	nombre de plateaux.
K :	matrice gain du retour d'état.
F :	débit d'alimentation.
$y_i$ :	composition molaire du composant léger dans la vapeur.
$\alpha$ :	coefficient de volatilité.
$x_i, i = \overline{1,10}$ :	composition liquide du constituant léger dans le plateau $i$ .
$U$ :	vecteur de commande
$Y$ :	vecteur de sortie.
$k(xi)$ :	relation d'équilibre liquide-vapeur
$X$ :	vecteur d'état
$s(x), \sigma(t)$ :	surfaces de glissement
$e$ :	erreur de poursuite.

---

$A_m$ :	matrice en boucle fermée.
$\hat{\theta}$ :	estimateur des paramètres.
$K_g$ :	matrice de pré-compensateur.
$\tilde{\theta}, \tilde{f}$ :	estimation de paramètres inconnus.
$\Gamma$ :	gain d'adaptation
$P$ :	matrice de Lyapunov.
$V_p$ :	valeurs propres.
$\hat{x}$ :	vecteur d'état prédit.
$\tilde{x}$ :	erreur de prédiction.
$T$ :	constante de temps.
$\lambda, A, B, C, E$ :	matrices.
$\Delta G$ :	erreur de modélisation.
$\hat{f}$ :	défaut estimé.



## **LISTE DES ABREVIATIONS**

AFTC:	Active Fault Tolerant Control
ARGA:	Average Relative Gain Array.
C :	modèle basé sur le bilan composant.
DRMA :	Dynamic Relative Magnitude Array.
EMC :	modèle basé sur les bilans énergétique, massique et composant.
FDD:	Fault Detection and Diagnosis.
FTC :	Fault Tolerant Control.
LMI :	Linear Matrix Inequalities
LPV:	Linear Parameter Varying.
LQR:	Linear Quadratic Regulator.
MC :	modèle basé sur les bilans massique et composant.
MPC:	Model Predictive Control.
MRAC:	Model Reference Adaptive Control.
OAC :	Observateur Adaptatif Conventionnel
OPI :	Observateur Proportionnel Intégral
PFTC :	Passive Fault Tolerant Control
PID :	Proportionnel Intégral Dérivé.
RDA:	Relative Dynamic Array.
RDGA:	Relative Dynamic Gain Array.
RGA:	Relative Gain Array.

---

# *Introduction générale*

La distillation est une opération très courante dans les industries pétrochimiques. Plus de 95% des processus de séparation sont réalisés par distillation. Elle consiste en la séparation des composants d'un mélange en utilisant la différence entre leurs températures d'ébullition. Cette dernière est traduite par la différence de volatilité (capacité à s'évaporer dépendant de la température) entre les constituants [9] [16].

Chaque opération de séparation fait appel à l'exploitation des propriétés des milieux multiphasiques pour lesquelles la température et la pression fixent les concentrations des constituants du mélange qui sont différentes à l'intérieur de chaque phase. Ce qui rend ce processus chimique très difficile à modéliser et à contrôler en raison des grands retards, des non linéarités et des fortes interactions entre les entrées et les sorties [16].

Généralement, dans les industries, les colonnes de distillation sont commandées par des régulateurs PID classiques. Cependant, ces derniers s'avèrent limités lorsque le processus s'éloigne de son point de fonctionnement nominal, lors d'un changement brusque dans l'un des paramètres ou même en la présence de perturbations.

Afin de remédier à ces problèmes, et dans le but d'assurer la stabilité du processus et lui permettre d'atteindre les performances désirées, il serait incontournable de faire appel à des commandes robustes qui accordent au système une résistance aux variations paramétriques et une insensibilité aux dynamiques non modélisées. Ce domaine est traité intensivement dans la littérature pour les systèmes à plusieurs E/S.

L'objectif de ce projet de fin d'étude comporte deux points principaux : *i*) la modélisation et la commande robuste d'une colonne de distillation binaire continue industrielle (exemple traité pour le mélange acétone/benzène), dans le but d'avoir une séparation dans les limites du parfait, avec des taux de pureté désirés des constituants en tête et en bas de la colonne. La commande doit garantir la stabilité, les performances en la présence de perturbations et la robustesse face aux erreurs de modélisation. *ii*) le développement d'une commande tolérante aux défauts (FTC), dans le cadre du diagnostic, qui sera capable de détecter des défauts physiques du système qui peuvent surgir à des instants inconnus afin de pouvoir les compenser et assurer un comportement du système tolérable.

Pour présenter notre travail, nous avons organisé ce mémoire en quatre chapitres :

**Le premier chapitre** est divisé en deux parties : *i*) dans la première partie, nous présentons le phénomène de distillation d'une façon générale afin de nous familiariser avec quelques concepts chimiques et nous faciliter la modélisation dynamique de la colonne. *ii*) La seconde partie est consacrée à la présentation de quelques travaux sur la colonne de distillation effectués par différents chercheurs dans le but de comparer entre les approches de commande utilisées. Etudier l'état de l'art de la commande des colonnes de distillation nous permet d'avoir une idée sur les commandes appliquées au système et de choisir une nouvelle approche de non citée dans la littérature.

**Le second chapitre** traite la modélisation dynamique de la colonne de distillation sous des hypothèses fondées, afin de faciliter l'étude du système et la synthèse de la commande. A la fin

de ce chapitre, nous présentons des simulations en boucle ouverte du système pour mettre en avant ses caractéristiques.

**Dans le troisième chapitre**, nous nous intéressons à synthétiser des lois de commande pour la colonne à distiller. Nous commençons par une commande linéaire qui est la commande par retour d'état optimal. Puis nous passerons à la commande par modes glissants. Finalement, nous développons une commande non linéaire robuste qui est la commande adaptative à modèle de référence (MRAC). Cette dernière est abordée par deux approches ; l'approche d'adaptation par descente du gradient et l'approches d'adaptation par modes glissants. Des tests de performances et de robustesse sont effectués afin de mettre en valeur l'approche MRAC.

**Le dernier chapitre** est consacré à la commande tolérante aux défauts FTC qui comporte une partie diagnostic du système. Pour ce faire, quelques observateurs sont abordés dans le but d'estimer les états du système et les défauts qui les affectent, puis les compenser dans la commande.

Les algorithmes appliqués ont été simulés sous environnement Matlab Simulink.

# *Chapitre I*

## **Etat de l'art sur la colonne de distillation**

## **1.1. Introduction :**

La commande des colonnes de distillation n'est pas un sujet d'actualité, de nombreuses recherches et avancements ont été faits dans ce cadre. La nécessité des usines de raffinage et de pétrochimie à avoir des produits de qualité a poussé les automaticiens à synthétiser diverses commandes afin de satisfaire des spécifications précises.

Afin d'obtenir des coupes de composants utilisables dans plusieurs applications (ex : coupe des Gasoil) ou des composants individuels (ex : ségrégation du Propane et Butane) il a fallu très tôt dans le développement de l'industrie « pétrolière et gazière » faire appel à un procédé différent de la séparation dans lequel on se contente de séparer les différentes phases liquides et gazeuses dans des conditions de pression et de température fixées. Ce procédé se nomme la distillation, elle relève du domaine du génie chimique [27].

Ce chapitre contient deux grandes parties :

Dans la première partie, nous nous limitons à introduire quelques définitions en ce qui concerne la distillation ainsi que son fonctionnement et ses types. Ensuite, nous introduisons des généralités sur la colonne à distiller dont la commande est notre thème majeur dans ce projet.

Dans la deuxième partie, quelques travaux effectués par des chercheurs et scientifiques en ce qui concerne la commande des colonnes de distillation industrielles sont présentés. A la fin du chapitre, nous récapitulons avec une étude comparative des commandes déjà utilisées.

## **1.2. Généralités sur la distillation :**

### **1.2.1. Définition de la distillation :**

La distillation est une technique de séparation qui exploite la différence de volatilité entre les constituants d'un mélange, sous l'effet de la chaleur (bouilleur) à porter le mélange à ébullition, il s'établit un équilibre entre les deux phases liquide et vapeur, qui sont recueillies à des compositions différentes: une fraction légère appelée : 'distillat' et une fraction lourde appelée 'résidus', on parle alors de distillation simple ou flash qui peut être vue comme une opération qui se passe au niveau de chaque plateau d'une colonne de distillation.

Il y aura donc une augmentation en concentration du composé le plus volatil dans le mélange condensé. Lorsque la séparation par un simple flash est insuffisante, on procède donc à une séparation dans une colonne de distillation, qui permettra une meilleure séparation grâce à la succession de vaporisations et de condensations à l'intérieur d'une colonne. Cette distillation peut également être appelée distillation fractionnée ou rectification [16].

### **1.2.2. Principe de la distillation :**

En distillation, un mélange de deux ou plusieurs composants est séparé en deux ou plusieurs produits. Elle est souvent limitée à un distillat et un résidu, dont les compositions sont différentes de celle de l'alimentation.

Le plus souvent, l'alimentation est un liquide ou un mélange de liquide-vapeur, mais le distillat peut être liquide, vapeur ou les deux.

La séparation nécessite :

- Une formation d'une deuxième phase de sorte que le liquide et la vapeur soient présents en même temps et en contact, mais ils coulent en contre-courant dans la colonne.
- Les composants ont différentes volatilités.
- Les deux phases sont séparables par l'effet de la gravité ou par des moyens mécaniques (le dégrillage, la centrifugation, la filtration...etc.).

La colonne de distillation est alimentée en continu avec un mélange liquide qu'on désire distiller. Le liquide dans le rebouilleur est partiellement converti en vapeur par la chaleur transférée de l'élément chauffant à l'intérieur du rebouilleur.

Le flux de vapeur montant du rebouilleur est en contact et en contre-courant avec le flux du liquide descendant dans la colonne, un tel liquide peut être obtenu simplement par une condensation de la vapeur de tête de la colonne et un retour d'une partie du liquide au sommet de la colonne, ce dernier est appelé reflux.

Le reflux est souvent au point d'ébullition, mais s'il ne l'était pas alors il est réchauffé immédiatement à son point d'ébullition par la vapeur.

Dans le reste de la colonne, la vapeur est à tout moment à la même température que le liquide qui est à son point d'ébullition.

La température augmente en descendant dans la colonne à cause de l'augmentation de la pression et de la concentration du composant chaud.

Le plateau sur lequel rentre l'alimentation est appelé plateau d'alimentation, tous les plateaux au dessus du plateau d'alimentation constituent la section de rectification et tous les autres plateaux constituent la section d'épuisement.

La vapeur montante à travers la rectification est complètement condensée dans un condenseur, le condensat est stocké dans un accumulateur, dans lequel le niveau du liquide est maintenu.

La séparation des composants qui ont presque le même point d'ébullition est très difficile même si le mélange est idéal, donc la séparation complète est impossible. Pour se faire, on ajoute un troisième composant qui peut modifier la volatilité relative des composants d'origine, ce composant peut être liquide à son point d'ébullition ou un solvant miscible avec les deux composants clés. Ce processus est appelé « Distillation Extractive » [25].

### **1.2.3. Types de distillation :**

La distillation peut être classée en différentes catégories selon [16] :

#### **1.2.3.1. La composition du mélange :**

Les deux types de distillation sont : la distillation binaire et la distillation à plusieurs composants.

##### **➤ La distillation binaire :**

Le mélange est séparé en deux produits liquides seulement.

➤ **La distillation multi-composante :**

C'est une distillation commerciale où le mélange est séparé en plusieurs produits liquides, comme le raffinage du pétrole.

**1.2.3.2. Le mode de traitement :**

La distillation peut être effectuée d'une manière continue ou discontinue avec une colonne à plateaux ou à garnissage.

➤ **Distillation continue :**

Le mélange liquide à traiter est introduit en permanence sur le plateau d'alimentation de la colonne. Le produit le plus volatil est extrait continuellement en tête de colonne (distillat) alors que le produit le moins volatil est éliminé sans interruption en pied de colonne (résidu).

La plupart des distillations sont conduites en mode opératoire continu, adaptées pour les forts tonnages des industries de la chimie lourde et pétrochimique.

➤ **Distillation discontinue ou (distillation batch) :**

Le mélange liquide à traiter est introduit dans le bouilleur de façon transitoire. Pendant la distillation, la composition du distillat peut varier et le distillat est souvent séparé en plusieurs fractions. L'opération discontinue présente l'avantage de pouvoir séparer plusieurs produits avec un appareillage relativement simple mais l'inconvénient d'être grosse consommatrice en temps et en énergie.

Elle est utilisée pour les produits à forte valeur ajoutée dans l'industrie pharmaceutique, agroalimentaire et régénération de solvant.

**1.2.4. But de la distillation :**

La distillation est très utilisée dans l'industrie pétrochimique, ceci pour des raisons précises [16]:

- Élimination d'un produit en cours de réaction chimique.
- Isolement de plusieurs composés obtenus après réaction chimique.
- Élimination d'un solvant.
- Isolement d'un composé naturel.
- Purification d'un composé.

**1.2.5. Définition de la colonne de distillation :**

La distillation est la méthode de séparation la plus populaire et la plus importante dans les industries pétrolières pour la purification des produits finis. Les colonnes de distillation sont composées de plusieurs composants, chacun d'entre eux est utilisé soit pour transférer l'énergie thermique ou pour améliorer le transfert de masse. Une typique colonne de distillation contient une colonne verticale où des plateaux ou des plaques sont utilisées pour améliorer la séparation de composants, un rebouilleur pour fournir de la chaleur pour la vaporisation nécessaire du fond de la colonne, un condenseur pour refroidir et condenser la vapeur du haut de la colonne, et un



tambour de reflux pour maintenir la vapeur condensée de sorte que le reflux liquide peut être recyclé du haut de la colonne [18].

### 1.2.6. Types des colonnes :

Les colonnes les plus utilisées sont équipées de plateaux (ils peuvent être de plusieurs types) ; mais il existe aussi des colonnes à garnissage (là aussi plusieurs types de garnissage sont disponibles sur le marché). Dans le cas des colonnes à plateaux on dispose régulièrement entre les plateaux des accès appelés « trou de poing » et « trou d'homme », qui permettent d'entretenir le matériel sans avoir à démonter l'ensemble de la colonne. Il en va de même pour les colonnes à garnissage [28].

Les matériaux utilisés pour les colonnes peuvent être : l'acier inoxydable ; le cuivre ; le verre ; ou encore des matières plastiques (pour les faibles températures).

Les colonnes peuvent être classées selon leur composition mécanique comme suit :

#### 1.2.6.1. Les colonnes à plateaux :

Les colonnes à plateaux ont à l'origine été inventées pour la distillation, mais elles peuvent également être utilisées comme absorbeur. Les plateaux munis de déversoirs sont particulièrement bien adaptés pour l'absorption, mais en fait, tous les types de plateaux peuvent être utilisés.

Les plateaux, éléments actifs d'une colonne, sont en fait conçus pour assurer la dispersion de la phase gazeuse au sein du liquide en utilisant directement l'énergie de pression de cette phase gazeuse. Les dispositifs de dispersion divisent la vapeur en jets indépendants et augmentent la surface de contact avec le liquide.

Au sein des colonnes à plateaux, le mouvement de la phase liquide a toujours lieu du haut vers le bas.

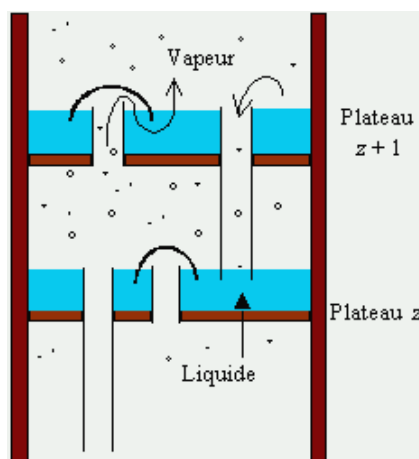


Figure 1.1 : Schéma des plateaux.

### 1.2.6.2. Les colonnes à garnissage :

Une colonne à garnissage est une colonne qui est remplie d'éléments permettant d'augmenter la surface de contact entre la phase gazeuse et la phase liquide. Ce sont ces éléments qui constituent le garnissage.

Dans les colonnes à garnissage, le liquide est pulvérisé sur le garnissage placé entre des grilles. La phase liquide qui contient l'absorbant, forme un film sur les éléments de garnissage (zone de mouillage).

Le garnissage qui crée une série d'obstacles sur le parcours du liquide et du gaz au sein de la colonne permet :

- D'augmenter la surface de contact entre les deux phases.
- D'augmenter le temps de séjour des deux phases dans la colonne et donc leur durée de contact.
- De créer un régime turbulent de la phase gaz.

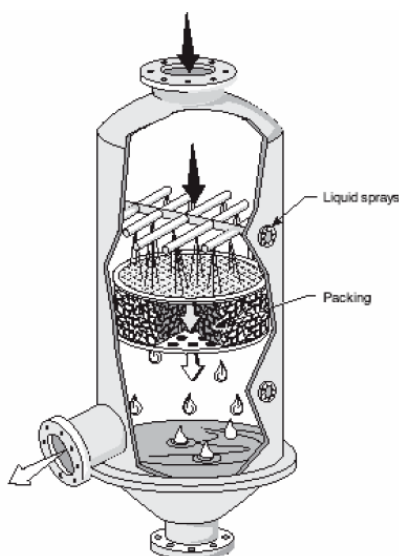


Figure 1.2 : Schéma d'un garnissage.

- **La différence entre les colonnes à plateaux et à garnissage :**

Le tableau ci-dessous représente une comparaison récapitulative entre les deux colonnes [16].

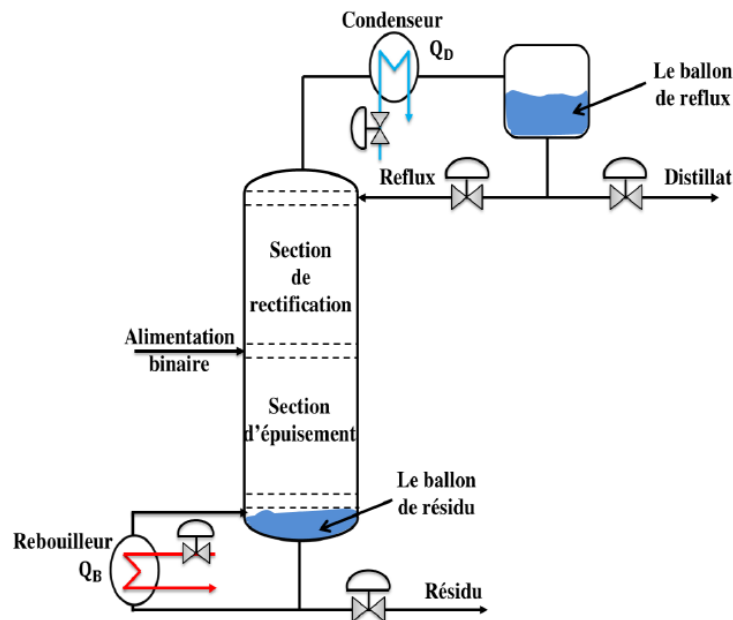
Type de colonne	A plateaux	A garnissage
Coût	Coût élevé	A moindre coût
Rétention	Elevée	Faible
Perte de charge	Faible	Elevée
Nombre d'étages	Grand	Petit

Tableau 1.1 : Comparaison entre colonne à plateaux et à garnissage.

### 1.2.7. Principe de fonctionnement d'une colonne de distillation :

Le principe de fonctionnement d'une colonne de distillation consiste à déplacer à pression constante, les équilibres de phases à l'aide d'un gradient de température crée par une source froide (le condenseur ( $Q_D$ )) qui génère un flux de liquide froid descendant dans la colonne et une source chaude (bouilleur ( $Q_B$ )), générant un flux montant de vapeur chaude (figure 1.3) [16].

Pour assurer le transfert de chaleur et de matière, des éléments de contact sont placés à l'intérieur d'une virole. Ils sont constitués soit de plateaux dont le principe de base est de mettre en contact le flux de vapeur montant vers la tête de la colonne et la phase liquide se trouvant à la surface de l'aire active du plateau, soit par des garnissages dispersant les deux phases et assurant une bonne surface d'échange. A chaque contact la vapeur s'enrichit en constituants légers et le liquide se concentre en produits lourds.



*Figure 1.3 : Schéma de principe d'une colonne de distillation.*

Le bouilleur fonctionne à l'aide d'un fluide extérieur (vapeur, huile chaude).

Le condenseur travaille dans des conditions différentes, selon que l'on cherche à obtenir une coupe légère, distillat sous forme liquide ou sous forme vapeur.

### 1.2.8. Problèmes rencontrés dans les colonnes de distillation :

Plusieurs problèmes sont rencontrés dans les colonnes à distiller, ils sont dus au mauvais dimensionnement des débits de vapeur et de liquide. On cite les quatre problèmes suivants :

- **Assèchement** : le débit de liquide est insuffisant pour maintenir une rétention suffisante de liquide, la colonne se remplit complètement de vapeur.
- **Engorgement** : le débit vapeur est trop élevé, la colonne se remplit complètement de liquide.

- **Entrainement** : le débit vapeur est trop important par rapport à celui de liquide. Des gouttes sont donc entraînées, ce qui crée un recyclage de produits lourds vers les zones supérieures.
- **Pleurage** : l'énergie apportée par la vapeur n'est plus suffisante pour maintenir la rétention liquide. Le liquide s'écoule très rapidement vers le bas de la colonne sans rentrer en contact avec la phase vapeur.

Les conditions de fonctionnement de marche dans une colonne de distillation doivent être maintenues d'une manière constante dans les limites présentées dans la figure [16].

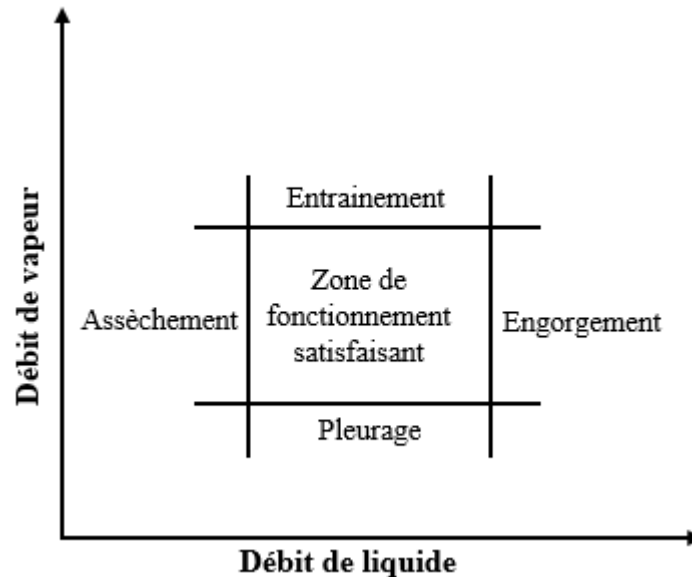


Figure 1.4 : Domaine de fonctionnement dans une colonne de distillation.

### 1.2.9. Nécessité de la commande des colonnes de distillation :

La distillation est utilisée dans de nombreuses industries de transformation pour séparer les aliments flux et pour la purification des flux de produits finaux et intermédiaires. De nombreuses raisons expliquent l'intérêt pour la commande de la distillation. D'un point de vue académique, la commande de la distillation est un problème multivariable intéressant, et d'un point de vue industriel, une régulation améliorée a un potentiel d'augmenter sensiblement le bénéfice. La distillation compte pour environ 95% des systèmes de séparation utilisés pour le raffinage et dans les industries chimiques. Elle a un impact majeur sur la qualité du produit et la consommation d'énergie. Elle consomme d'énormes quantités d'énergie, à la fois en termes d'exigences de refroidissement et de chauffage. Elle peut contribuer à plus de 50% des coûts d'exploitation de l'usine. Le besoin en énergie peut être réduit considérablement grâce à l'optimisation des boucles de régulation. Ceci est réalisé non seulement par la conception et le dimensionnement de colonne optimales, mais nécessite, en outre, un système de commande qui est capable de maintenir les conditions optimales.

Par conséquent, la disponibilité de techniques pratiques pour le développement de systèmes de commande robustes vis-à-vis des perturbations (débit et composition de l'alimentation, température ambiante ...) pour un fonctionnement efficace et sûr de la distillation est très importante [14].

Les colonnes de distillation présentent un défi pour les problèmes de commande. Elles sont hautement multivariable et généralement assez non linéaire. Elles ont de nombreuses contraintes et sont soumises à de nombreuses perturbations. Par conséquent, leur commande n'est pas une tâche triviale [14].

Une commande stricte des colonnes de distillation est par conséquent importante pour la réduction de consommation d'énergie. Ceci permettra de produire également des bénéfices accrus grâce à l'amélioration du produit récupéré en sortie. Les principaux avantages du contrôle amélioré de la distillation sont réduits à la consommation d'énergie, rendement accru et débit supérieur.

Plusieurs commandes de la colonne sont possibles :

- Commande en qualité du résidu et du distillat (produits finaux).
- Commande du niveau du liquide.
- Commande de la pression.
- Commande de la température.

### 1.3. Quelques travaux réalisés pour la commande des colonnes :

Avant toute étude, une recherche bibliographique est nécessaire. Nous présentons ici une synthèse de quelques travaux réalisés par des chercheurs en vue de la commande des colonnes à distiller.

Dans son travail, Rouchon [24] s'est intéressé à la commande en qualité des colonnes de distillation. Il s'est basé sur la méthode d'agrégation pour réduire le système et ne conserver que les phénomènes lents. Il a considéré une colonne de distillation standard où il s'apprêtait à commander 4 sorties qui sont les rétentions molaires partielles ( $N_1$  et  $N_n$ ) et les fractions molaires dans la vapeur dans le rebouilleur et le condenseur ( $y_1$  et  $y_2$ ), à travers 4 commandes qui sont le débit de vapeur de fond ( $V$ ), le débit de reflux ( $L$ ), le débit du résidu ( $R$ ) et le débit du distillat ( $D$ ). Deux régulateurs PI agissant respectivement sur ( $D$ ,  $L$ ) et ( $V$ ,  $R$ ) maintiennent les rétentions molaires partielles autour de leurs consignes. Le problème le plus important alors se repose sur les systèmes à deux entrées et deux sorties de régulation  $y_1$  et  $y_2$  qui représentent des couplages importants.

L'auteur a cité deux difficultés dans la commande qui sont :

- La structure du système ; non linéaire est de grande dimension et existence de couplages commande-sortie.
- Application industrielle ; perturbations de composition de l'alimentation inconnues, les mesures de sortie ont un retard parfois important.

Après analyse de plusieurs approches de commande, la technique de rejet de perturbations semblait plus prometteuse car elle :

- Repose sur un modèle dynamique de connaissance réputé fiable.
- Prend en considération les non linéarités et les couplages.
- Fait intervenir l'état du système.

L'objectif de ce travail était de proposer une loi de retour d'état calculable en temps réel à partir de mesures disponibles et suffisamment robuste vis-à-vis des erreurs de modèle et de mesures, en particulier, des retards dans les mesures des sorties.

La commande a été appliquée, en premier lieu, sur une colonne binaire en utilisant la méthode de réduction qui préserve les comportements qualitatifs. Une loi non linéaire de retour d'état a été synthétisée qui a permis d'avoir un système bouclé asymptotiquement stable autour de n'importe quel point de fonctionnement. Les simulations ont donné les résultats suivants :

- Rejet des perturbations asymptotique.
- Loi de commande très robuste face à des retards dans les mesures de sortie.
- Correspond à un compromis acceptable entre la robustesse vis-à-vis des retards et la précision.

Ensuite, l'application des commandes sur une colonne multi-composés (débutaniseur) ont donné presque les mêmes résultats.

Dans son étude, Creff [7] s'est intéressé à comparer des approches appliquées pour commander les colonnes, et il a abouti au constat suivant :

*Pour commander correctement en qualité une colonne, il est nécessaire de se baser sur un modèle réduit de sa dynamique et d'utiliser des variables caractérisant son état interne.*

Les quatre problèmes principaux rencontrés sont :

- (P1) les couplages.
- (P2) la grande dimension des modèles dynamiques.
- (P3) les non-linéarités.
- (P4) la position des capteurs.

La régulation des niveaux et de la pression se fait par des régulateurs proportionnels-intégraux. Or, l'application de telles boucles pour la régulation en qualité entraîne le problème (P1). Les chercheurs ont essayé d'y remédier en modifiant les commandes utilisées, et une mesure de couplage statique (RGA) fut développée dans ce but. Les résultats décevants ont amené à la prise en compte des couplages explicites ce qui implique l'utilisation du modèle dynamique des colonnes, c'est là qu'apparaît le problème (P2). Partant, deux voies existent : commander le modèle de grande dimension ou un modèle réduit.

La première voie est représentée par les modèles (L, V) complets, linéarisés ou non. Il a été constaté que si le problème (P3) peut être évité en non-linéaire, les deux approches se heurtent au problème (P4) via (P2). Ses travaux en non-linéaire se situent dans la seconde voie.

Une commande non linéaire a été appliquée au modèle (L, V) par la méthode de rejet de perturbations, et il a été constaté qu'elle est moins robuste comparée à celle calculée à partir du modèle réduit. La mauvaise représentativité des faibles constantes de temps du modèle (L, V) a été mentionnée. Ceci se traduit en boucle fermée par une mauvaise précision des gains de la commande. Ces variations plus brutales et moins précises de la commande ne sont pas sensibles quand il n'y a qu'un très faible retard à l'acquisition des mesures et au passage des commandes.

Dans le cas contraire, la dynamique de la colonne est beaucoup plus excitée, et l'ensemble de ces différents phénomènes tend à déstabiliser l'ensemble colonne-commande.

Devant ces difficultés, il a restreint son travail aux colonnes pseudo-binaires. Sa contribution concerne une plus fine caractérisation de la dynamique du flash. En conclusion, il faut accorder une place fondamentale à la modélisation pour la commande, et qui s'est traduite par la nécessité de ne pas prendre en compte les phénomènes rapides et stables.

Dans son travail de fin d'étude, Allouche [1] avait pour but d'identifier et de commander un procédé pilote de distillation.

Pour l'identification de son système, les fonctions de transfert ont été évaluées approximativement par un système du 1<sup>er</sup> ordre en utilisant la méthode des moindres carrés ou par un modèle de référence de Strejc. Pour la synthèse d'un régulateur PID, la méthode de Ziegler Nicols a été utilisée d'une part, et la méthode par imposition du modèle en boucle fermée d'une autre part. Le travail a été appliqué sur un système de chauffage qui a abouti à des résultats satisfaisants.

Dans sa thèse, Mekki [16] s'est penché vers la commande robuste des colonnes de distillation pour avoir une certaine qualité de pureté désirée des produits finaux. Dans le but d'améliorer les résultats obtenus avec les régulateurs PI décentralisés, la commande  $H_\infty$  a permis, d'une part, de gérer les compromis entre la robustesse en stabilité et les performances nominales ; et d'autre part de réduire l'influence de l'effet de couplage sur le rejet de perturbations.

La commande MPC a été appliquée sous la forme d'état basée sur l'observateur prédictif dans le but d'assurer une excellente poursuite, et d'optimiser l'énergie thermique utilisée dans le rebouilleur et le condenseur.

Une étude comparative entre les trois commandes (PI décentralisés, MPC et  $H_\infty$ ) a été faite :

- La commande MPC a donné de meilleurs résultats de performances dans le cas où le système est certain (nominal) par rapport aux deux autres régulateurs.
- Le couplage a été réduit et il n'y a aucun effet sur les deux concentrations de distillat et de résidu.
- Le contrôleur robuste  $H_\infty$  a un avantage dans le maintien de l'indice de performance. Ces performances sont interprétées par la robustesse du contrôleur  $H_\infty$  vis-à-vis des variations des gains et des variations des gains et des retards simultanément par rapport aux deux autres commandes : IMC-PI et MPC sans utilisation d'un découplage inversé.

En pratique, les régulateurs d'ordres réduits sont souvent exigés pour réduire la redondance dynamique et faciliter l'implémentation pratique. Afin de réduire les incertitudes de modélisation et d'assurer une bonne régulation, il est naturel de s'orienter vers une méthode de synthèse robuste, a ajouté l'auteur. Il a réalisé une comparaison quantitative des différents modèles réduits en utilisant la norme  $H_\infty$  comme indicateur de performance.

Un régulateur robuste de dimension restreinte basé sur l'approche  $H_\infty$  puis calculé par la technique des LMIs a été mis en œuvre. Les conditions auxquelles doit répondre la commande envisagée sont :

- La robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation.
- Le rejet de perturbation.

L'idée était de synthétiser un compensateur permettant de minimiser la norme  $H_\infty$  entre les perturbations et les grandeurs contrôlées, et d'assurer une bonne précision vis-à-vis des consignes et des perturbations lentement variables. Cette dernière performance a été assurée par l'insertion d'une action intégrale dans la structure de commande. Il a été constaté, comme résultat, qu'un régulateur réduit donne des résultats globalement meilleurs [9].

L'objectif principal de l'étude de Benabdellah [4] est de faire une recherche bibliographique sur le découplage explicite et implicite des systèmes multivariables. Ces méthodes ont été appliquées sur la colonne de distillation binaire vu leur importance dans l'affaiblissement des interactions et leur utilisation dans la commande multi-boucle.

Dans sa thèse, elle a présenté les méthodes d'analyse des interactions suivantes :

- Méthode de RGA (Relative Gain Array).
- Méthode de RDGA (Relative Dynamic Gain Array).
- Méthode RDA (Relative dynamic Array).
- Méthode de ARGA (Average Relative Gain Array).
- Méthode du modèle interne.
- Méthode de DRMA (Dynamic Relative Magnitude Array).

Il a été conclu que la DRMA est la méthode la plus efficace pour l'analyse des interactions car elle donne une information sur le niveau d'interaction pour chaque fréquence, elle vérifie l'adéquation de la configuration issue de l'application de la RGA, et aussi elle ajoute une information sur l'effet d'une boucle sur l'autre. Puis, la procédure de découplage qui a pour but d'affaiblir les interactions a été abordée.

Il existe deux types de découplage :

- Découplage explicite ; et elle a cité les méthodes suivantes :
  - Découplage LPV (Linear Parameter Varying).
  - Méthode de découplage inversé.
  - Découplage basé sur la matrice de transformation.
  - Découplage par mode de glissement.
- Découplage implicite : méthode de « Sum and Difference ».

Les résultats de découplage explicite par la méthode LPV ou par la méthode de découplage inversé affaiblit considérablement les interactions, tandis que le découplage par la méthode de « Sum and difference » déstabilise le système.



Alvarez [3] a constaté que le fait de fermer la boucle directement après les mesures de la composition induit un offset, ce qui ne permet pas d'avoir un contrôle rapide, et donne de mauvais résultats de contrôle contre les perturbations de charge ; la commande en cascade peut être une solution : une boucle composition externe, et une boucle de température interne. Les résultats sont :

- Conception plus facile de la boucle de contrôle.
- Protection contre les surcharges les plus rapides.

La construction du contrôleur a été faite suivant la méthode de « Backstepping » associée à la méthode constructive non linéaire.

Le Backstepping est la solution naturelle du problème de la colonne de distillation en exploitant les mesures de la température en ligne en temps réel dans l'objectif de :

- Déterminer une entrée virtuelle manipulée afin de rendre le régulateur inactif pour approximer le modèle non linéaire par un ensemble de systèmes linéaires simples et d'ordre réduit.
- Avoir des estimations rapides des erreurs de modélisation.
- Concevoir un régulateur intégral pour compenser les déviations de la valeur désirée (set point deviation) et les erreurs de modélisation.

Une commande par mode glissant a été développée par Raji et Binu [23]. Les auteurs se sont intéressés à ce type de commande qui a été largement reconnu en raison de ses diverses caractéristiques uniques. La plus importante des caractéristiques est l'aboutissement à un système de commande très robuste complètement insensible aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes. Ce régulateur convient pour les installations industrielles pour ses propriétés comme la robustesse, l'invariance, la réduction d'ordre et le contrôle de vibration.

L'objectif majeur de la commande était la commande du haut et du bas de la colonne, et les variables manipulées sont le taux d'ébullition  $V$  et le taux de reflux  $R$ .

La méthode de commande équivalente a été adoptée après la construction d'une surface de glissement. La stabilité a été assurée en choisissant une fonction de Lyapunov, la 2<sup>ème</sup> méthode de Lyapunov a été suivie à cet effet. Le régulateur équivalent résultant a été appliqué à la colonne de distillation de haute pureté simulée. Il a été constaté que le régulateur donne non seulement une sortie de haute pureté, mais montre également un rejet complet de perturbation.

Durant une étude comparative entre les résultats du régulateur avec mode glissant et le régulateur PI, il a été constaté que les temps de réponse réalisés par le 1<sup>er</sup> sont beaucoup plus petits que ceux donnés par le 2<sup>nd</sup>.

Les PID ne peuvent fournir une action de régulation stricte à cause de leurs temps de réponse lents. Les commandes avancées (logique floue, réseaux de neurones...) ont été appliquées dans diverses recherches concernant les colonnes à distiller. Cependant, tous ces scénarios n'ont pu fournir aucune portée sur les techniques d'optimisation.

La séparation entre les compositions chimique qui se fait dans la colonne nécessite évidemment une grande énergie, c'est pour cela qu'une commande optimale est nécessaire.

Une commande par les algorithmes MPC, qui sont largement utilisés pour de nombreuses applications industrielles car ils considèrent les contraintes appliquées aux variables d'entrées et de sortie par rapport à d'autres techniques de commande, a été proposée. Ce régulateur a joué un rôle important dans l'optimisation de l'énergie utilisée par le process.

Une étude comparative entre un régulateur PID et un régulateur MPC montre que le MPC offre des performances et des temps de réponse meilleurs que le PID [15].

Les résultats de l'utilisation d'un contrôleur de logique floue de type PD pour la colonne de distillation, en utilisant l'optimisation de l'essaim de particules PSO (particule swarm optimisation) comme syntoniseur pour choisir les valeurs optimales des facteurs d'échelle (gains), ont été discutés.

Cet algorithme consiste à calculer la nouvelle vitesse de la particule en fonction de sa vitesse précédente et les distances de sa position actuelle à partir de sa propre meilleure position (Pb) et de la meilleure position globale (GB). Ensuite, la particule se déplace vers une nouvelle position. La performance de chaque particule est mesurée selon une fonction objective prédéfinie (indice de performance).

Comme fonction objective de la PSO, l'intégrale de l'erreur quadratique entre les compositions de produits désirés et les sorties a été utilisée. Plusieurs points de réglage ont été appliqués afin de tester la robustesse des contrôleurs.

En conséquence, il a été constaté que le contrôleur PD synthétisé par la logique floue réglé par PSO peut obtenir de bonnes performances et une réponse rapide avec une bonne gestion des perturbations externes pour contrôler les deux compositions des produits de la colonne.

De plus, la mise en œuvre de ce contrôleur est beaucoup plus facile que les approches traditionnelles pour la raison qu'il n'y a pas besoin de connaissance des dérivées ni d'équations mathématiques complexes [2].

#### **1.4. Comparaison récapitulative des commandes appliquées :**

Le tableau suivant présente une comparaison récapitulative des différentes commandes déjà appliquées. Nous y citerons les avantages et les inconvénients de chacune relativement à la colonne de distillation.

Régulateur	Avantages	Inconvénients
<b>PID</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Matériel standardisé.</li> <li>- Conception et méthode de calcul standards et simples.</li> <li>- Souvent empiriques.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Jamais utilisable pour les systèmes fortement non-linéaires ou pour les systèmes multivariables (non découplés). Ce qui est le cas des colonnes à distiller.</li> </ul>
<b>MPC</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Concept simple, réglage intuitif et aisé.</li> <li>- S'applique aux systèmes instables, avec retards, multivariables, non-linéaires (cas de la colonne).</li> <li>- Numériquement stable.</li> <li>- Optimise l'échange thermique utilisé dans le rebouilleur et le condenseur.</li> <li>- Capable de compenser les retards.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Obtention du régulateur plus complexe que pour les correcteurs de type PID.</li> <li>- Problème des temps de calculs.</li> </ul>
<b>Retour d'état</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Repose sur un modèle dynamique fiable.</li> <li>- Prend en compte les non-linéarités et les couplages.</li> <li>- Fait intervenir l'état du système.</li> <li>- Suffisamment robuste vis-à-vis des erreurs de modèle et de mesure.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Commande linéaire.</li> <li>- Considère les paramètres fixes.</li> <li>- Fonctionne autour d'un point de fonctionnement.</li> </ul>
<b>H<sub>∞</sub></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Commande robuste vis-à-vis des variations des gains.</li> <li>- Réduit l'influence de l'effet de couplage sur le rejet de perturbations.</li> </ul>	
<b>Logique floue</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Temps de réponse meilleurs que les PID.</li> <li>- Permet de raisonner non pas sur des variables numériques, mais sur des variables linguistiques (PG, PP, Z, NP, NG).</li> <li>- Utile pour les systèmes difficilement modélisables.</li> <li>- Permet de contrôler des systèmes complexes de façon intuitive.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Impossible de prédire les performances du système.</li> <li>- Cette méthode ne peut pas garantir que le système soit stable, précis ou optimal.</li> <li>- Le manque de directives précises pour la conception du réglage.</li> </ul>
<b>RGA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cette méthode indique s'il existe des interactions dans le système ou pas.</li> <li>- Elle indique aussi si le niveau d'interaction est faible ou fort.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elle suppose que les régulateurs sont parfaits.</li> <li>- Elle ne donne des prédictions que pour le cas statique.</li> </ul>

		- Elle n'est applicable que pour les systèmes qui fonctionnent autour de la fréquence zéro.
<b>DRMA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculée à base de contrôleurs non parfaits.</li> <li>- Donne des prédictions pour n'importe quelle fréquence de travail d'un système dynamique.</li> <li>- Ajoute une information sur la quantification des interactions.</li> </ul>	
<b>LPV</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prévoit une famille de contrôleurs linéaires et garantit la stabilité et les performances pour tout point de l'intervalle de fonctionnement.</li> <li>- Les matrices de découpleur sont adaptatives et actualisées en temps réel.</li> <li>- Méthode robuste face aux erreurs de modélisation.</li> </ul>	- Elle concerne les systèmes dont les paramètres varient linéairement dans le temps.
<b>Méthode de découplage inversé</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evite les inconvénients de découplage conventionnel.</li> <li>- Structure simple qui donne un système découplé simple, donc la synthèse du contrôleur sera aussi simple.</li> </ul>	- Méthode proposée pour les systèmes stables.
<b>Méthode de Sum and Difference</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dans cette méthode, les variables à commander changent : commande de la somme et la différence des sortie <math>Y_1</math> et <math>Y_2</math>.</li> </ul>	- Cette méthode déstabilise la colonne d'une structure LV, donc elle n'affaiblit pas les interactions existantes.
<b>Backstepping</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conception rapide des erreurs de modélisation.</li> <li>- Convergence robuste.</li> <li>- Corroborer le contrôle par sa mise en œuvre en un point, deux points ou en plusieurs points de température d'une colonne de distillation simulée avec un modèle détaillé.</li> </ul>	

*Tableau 1.2 : Comparaison des commandes appliquées sur les colonnes.*

## **1.5. Conclusion :**

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté brièvement la distillation et les colonnes à distiller. Nous avons constaté qu'il y a deux types de distillation (continue et discontinue). Il a été noté aussi que les colonnes de distillation peuvent être classées selon leurs structures en deux types ; des colonnes à plateaux et des colonnes à garnissage. Nous avons cité les problèmes rencontrés dans les colonnes durant la distillation et les conditions nécessaires pour un bon fonctionnement. Finalement nous avons abordé l'importance de la distillation dans les industries chimiques et pétrolières, et le besoin de leur commande.

Dans la deuxième partie, nous avons effectué une recherche bibliographique afin de donner un aperçu sur les différentes commandes qui ont été appliquées aux modèles de la colonne de distillation. Nous avons présenté les travaux de quelques chercheurs et les résultats auxquels ils ont abouti. Ensuite, nous avons résumé un tableau comparatif des commandes en présentant leurs avantages et inconvénients. Cependant, il reste encore des développements à faire dans le but d'améliorer en meilleurs les résultats.

# *Chapitre II*

## *Modélisation de la colonne de distillation*

## 2.1. Introduction :

L'étude et la commande de la colonne de distillation nécessite une modélisation mathématique qui permet de représenter les aspects importants du système en décrivant une relation entre les différents paramètres qui caractérisent son fonctionnement. Autrement dit, la modélisation c'est la conversion des constituants du processus en un flux d'informations utiles représenté par les valeurs des variables qui sont inclus dans la conception comme la température, la pression, le flux de composition, le flux d'enthalpie...etc.

Pour commencer, on doit bien observer le fonctionnement de base du processus de distillation et l'objectif de commande, les degrés de liberté de contrôle (entrées), et les variables qui doivent être contrôlées (sorties). Donc la modélisation du système nécessite une connaissance des relations entre les entrées et les sorties de la colonne de distillation.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord présenter les différents modèles de la colonne de distillation et les configurations de contrôle existantes pour pouvoir en choisir une qui répond à notre objectif. Puis nous allons aborder une série d'équations physico-chimiques non linéaires décrivant le fonctionnement du système tout en se basant sur des hypothèses fiables. Enfin, nous allons réaliser des simulations pour le système en boucle ouverte afin de divulguer les caractéristiques du système.

## 2.2. Modélisation d'une colonne de distillation :

### 2.2.1. Les différents modèles de la colonne de distillation :

Afin de commander une colonne de distillation, il est nécessaire de comprendre le comportement de la colonne. Ceci pourrait être obtenu par des expériences sur le fonctionnement de la colonne ou à travers un modèle mathématique du processus.

Une grande variété de modèles pour la colonne de distillation a été proposée : modèle stationnaire ou dynamique, simplifié ou rigoureux, où le terme rigoureux est généralement référé à un modèle qui comprend : la masse, le bilan énergétique dans chaque étage, la dynamique du flux de liquide (changements de la rétention de liquide) et la dynamique de pression dans chaque étage [22].

Dans la littérature, le modèle de distillation se décompose en trois principaux modèles, qui intègrent les équations différentielles dans chaque plateau de :

- Bilan énergétique (enthalpique) (E).
- Bilan massique (M).
- Bilan des espèces chimique (composants) (C).

Ils sont généralement nommés : EMC, MC, C.

Le modèle EMC est un modèle rigoureux où le bilan énergétique est inclus, dont l'hypothèse est : les retentions de vapeur sont négligée ou une pression constante est utilisée.

Le modèle MC désigne un modèle avec des retentions de vapeur négligeables, une pression constante et des débits molaires constants, de sorte que le bilan énergétique n'est pas nécessaire.

Le modèle C correspond à un modèle où l'on suppose des rétentions de liquide constantes, de sorte que l'équilibre global de composants n'est pas nécessaire [22].

### 2.2.2. Les configurations de commande de la colonne de distillation :

Généralement, dans les colonnes de distillation, les variables à réguler sont les compositions du produit dans le rebouilleur et dans le condenseur. En général, une colonne de distillation peut être régulée par un système de contrôle 5x5, avec 5 entrées et 5 sorties. Un contrôleur optimal doit manipuler les 5 entrées pour garder toutes les sorties proches de leurs consignes. Le problème du contrôle de colonne pourrait être résolu par un contrôleur multivariable 5x5 prenant en compte toutes les interactions possibles entre les variables.

En réalité, peu de colonnes sont contrôlées en utilisant un contrôleur 5x5 complet dont les cinq entrées (vecteur U) et les cinq sorties (vecteur Y) qui sont représentées dans la figure 2.1 [24]

$$U = \begin{pmatrix} R \\ V \\ D \\ L \\ Q_C \end{pmatrix} ; \quad Y = \begin{pmatrix} x_b \\ x_d \\ M_d \\ M_b \\ P_N \end{pmatrix}$$

Avec :

B : le débit de résidu.

V : le débit de vapeur.

D : le débit de distillat.

R : le débit du reflux.

$Q_C$  : la puissance de condensation.

$x_d$  : la composition du composant léger dans le condenseur.

$x_b$  : la composition du composant léger dans le rebouilleur.

$M_d$  : la rétention du liquide dans le condenseur

$M_b$  : la rétention du liquide dans le rebouilleur.

$P_N$  : la pression de la tête de la colonne de distillation.



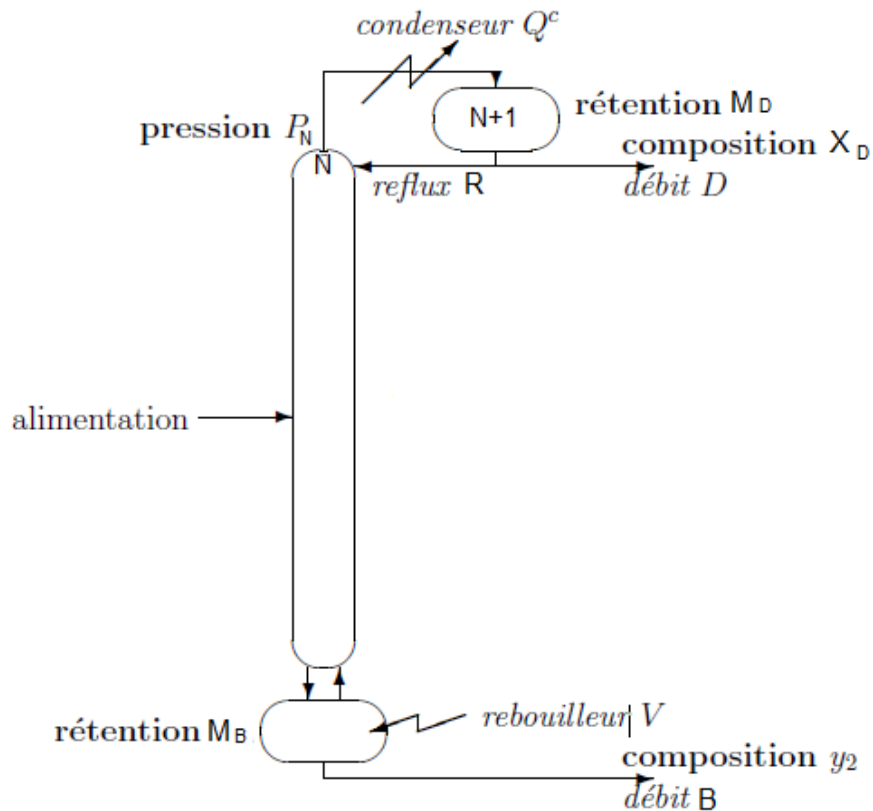


Figure 2.1 : Représentation des entrées-sorties de la colonne de distillation binaire.

La pression de tête  $P_N$  peut-être régulée par la puissance de condensation  $Q_C$  avec un régulateur simple, en général à grand gain. Alors, nous la supposons constante, ce qui est raisonnable car en pratique la régulation de la pression ne pose aucun problème particulier.

Nous avons aussi une certaine linéarité de premier ordre de la dynamique des rétentions  $M_d$  et  $M_b$  qui sont en fonction des quatre degrés de liberté restants ( $B$ ,  $V$ ,  $D$  et  $R$ ), donc elles peuvent être régulées sans difficulté.

Un régulateur proportionnel-intégral (PI) qui agit sur  $R$ ,  $D$  ou sur leur somme  $R+D$  et (respectivement sur  $V$ ,  $B$  ou leur somme  $V+B$ ) maintient  $M_d$  (respectivement  $M_b$ ) autour de leurs consignes.

Donc le système qui reste à commander est de dimension  $2 \times 2$  ; la régulation de  $x_b$  et  $x_d$  par les deux commandes restantes  $R$  et  $V$  [24].

### 2.2.3. Modélisation dynamique de la colonne de distillation :

D'un point de vue rigoureux, il est préférable de présenter des équations détaillées, contenant le maximum de facteurs influant le système, afin de rapprocher le comportement réel du procédé (colonne de distillation). Cependant, l'établissement de toutes ces équations présente l'inconvénient de la mise en œuvre de variables difficile voire impossible à mesurer.

De ce fait, nous allons adapter une représentation permettant de mettre en jeu des variables faciles à mesurer en essayant de garder une représentation assez bonne du vrai système.

Pour ce faire, nous devons poser quelques hypothèses simplificatrices que nous allons présenter dans ce qui suit. Il est à noter que le type de colonne considéré dans ce travail est une colonne binaire, et le modèle approprié est un modèle MC à entrées (R et V) et sorties ( $x_b$  et  $x_d$ ) car le but de notre commande est de garantir la pureté des produits finaux (distillat et résidu).

### 2.2.3.1. Hypothèses : [16] [5]

- a) La pression est constante.
- b) Le mélange à séparer est une solution idéale.
- c) Les deux constituants (mélange binaire) ont des chaleurs latentes de vaporisation du même ordre.

Des deux hypothèses (a) et (b), il en déduit que le coefficient de volatilité relative  $\alpha$  est constant.

- d) La colonne est formée de  $N_t$  plateaux théoriques dont l'efficacité est de 100%.

Des trois hypothèses citées on tire la relation d'équilibre liquide-vapeur suivante :

$$y_i = \frac{\alpha x_i}{1 + (\alpha - 1)x_i}, i = \overline{1, N_t} \quad (2.1)$$

Avec :

$x_i$  : la composition liquide du composant i.

$y_i$  : la composition vapeur du composant i.

$\alpha$  : le coefficient de volatilité relative.

- e) Alimentation unique de liquide saturé ( $q_F = 1$ ) introduite au plateau  $N_s$ .
- f) Les rétentions vapeur sont nulles (faible pression), ce qui induit :

$$V = V_1 = \dots = V_{nt} = C^{te} \quad (2.2)$$

- g) Les rétentions liquides des plateaux, du rebouilleur et du condenseur sont considérées de compositions et de températures uniformes.
- h) Le condenseur est total.
- i) Les temps de retard dû au transfert dans la conduite sont négligés.
- j) Les rétentions molaires dans le rebouilleur et le condenseur sont constantes :  
 $M_b = M_d = C^{te}$ .
- k) Les pertes de chaleur de la colonne sont négligées.
- l) Nous considérons une relation qui relie le débit liquide aux rétentions liquide, appelée relation de Francis

$$L_i = K M_{ow_i}^{3/2} \quad (2.3)$$

Où le débit liquide dépend seulement de la rétention liquide au-dessus du plateau

Hold-up total = hold-up au-dessus du plateau + hold-up en-dessous du plateau, c'est-à-dire :

$$M_i = M_{ow_i} + M_{uw_i}$$

Avec :

$K$  : constante qui prend deux valeurs différentes (au-dessus et en-dessous du plateau de l'alimentation).

$M_{ow_i}$  : rétention liquide sous le plateau.

### 2.2.3.2. Le modèle dynamique de la colonne :

L'indice  $i$  indique les plateaux numérotés de la base, le plateau au-dessus du rebouilleur est le plateau ( $i = 1$ ), vers le sommet de la colonne ( $i = N_t$ ) avec le condenseur total comme le montre la figure 2.2

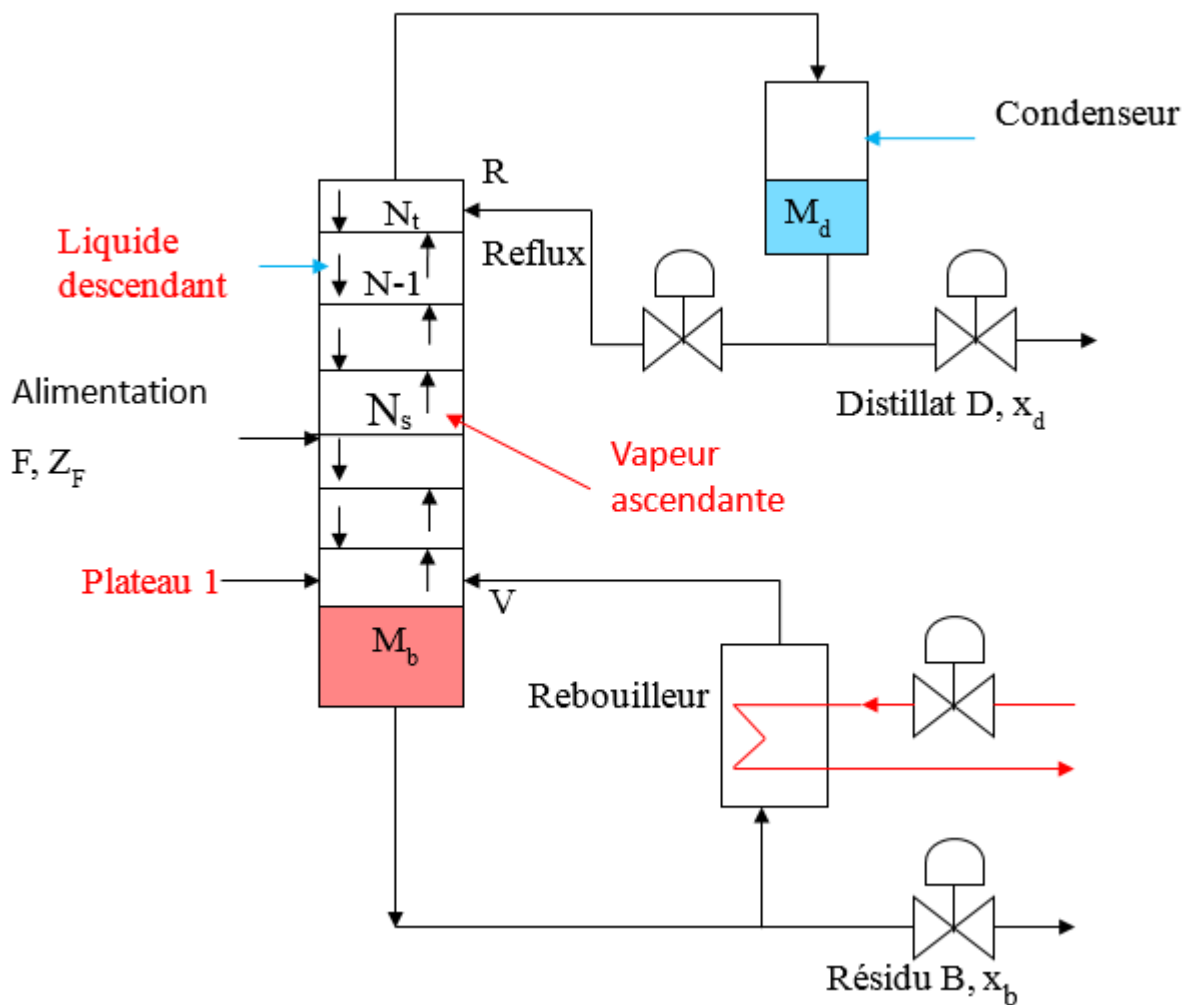
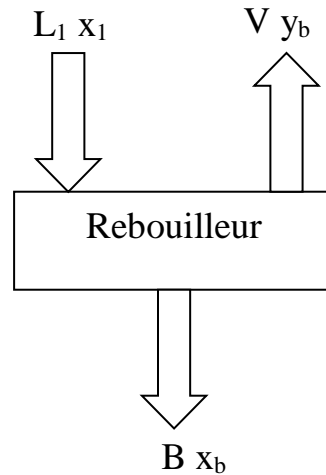


Figure 2.2 : Schéma descriptif de la colonne de distillation binaire.

Pour établir le modèle de la colonne, il suffit d'utiliser les hypothèses précédentes en se basant sur les deux principes suivants : [5]

- L'équation de continuité totale (bilan de matière total).
- L'équation de continuité sur le composant le plus volatil (bilan de matière du composant léger).

**a. Au niveau du rebouilleur :**



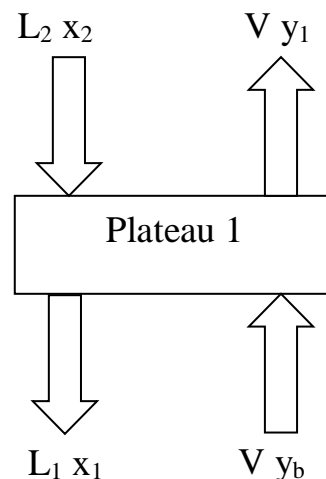
- Equation de continuité totale :

$$L_1 = V + B \quad (2.4)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatil :

$$\frac{dM_b x_b}{dt} = L_1 x_1 - B x_b - V y_b \quad (2.5)$$

**b. Au niveau du premier plateau :**



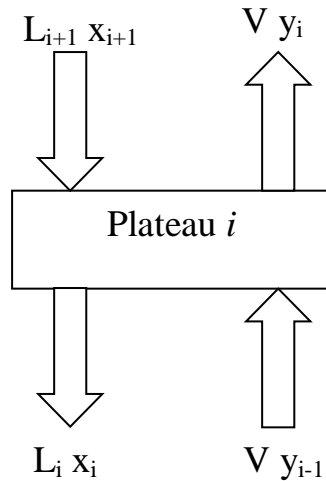
- Equation de continuité totale :

$$\frac{dM_1}{dt} = L_2 - L_1 \quad (2.6)$$

- Equation de continuité du composant le plus volatil :

$$\frac{dM_1 x_1}{dt} = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V(y_b - y_1) \quad (2.7)$$

**c. Au niveau des plateaux de rectification et d'épuisement :**



$$i = \overline{2, N_s - 1} \text{ et } \overline{N_s + 1, N_t - 1}$$

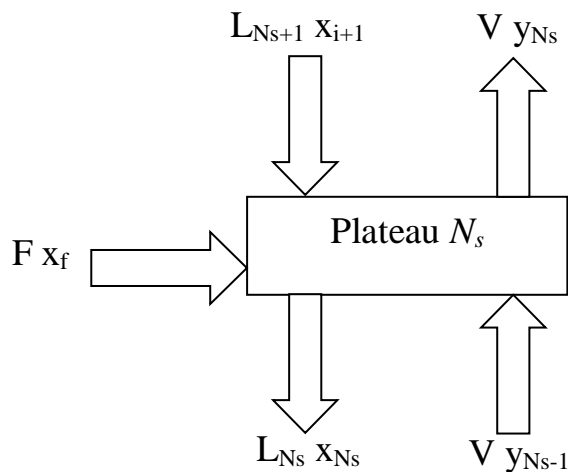
- Equation de continuité totale :

$$\frac{dM_i}{dt} = L_{i+1} - L_i \quad (2.8)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatil :

$$\frac{dM_i x_i}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V(y_{i-1} - y_i) \quad (2.9)$$

**d. Au niveau du plateau de l'alimentation :**



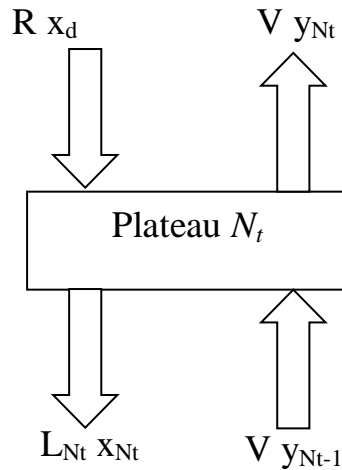
- Equation de continuité totale :

$$\frac{dM_{N_s}}{dt} = L_{N_s+1} - L_{N_s} + F \quad (2.10)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatil :

$$\frac{dM_{N_s}x_{N_s}}{dt} = L_{N_s+1}x_{N_s+1} - L_{N_s}x_{N_s} + V(y_{N_s-1} - y_{N_s}) + Fx_f \quad (2.11)$$

**e. Au niveau du dernier plateau :**



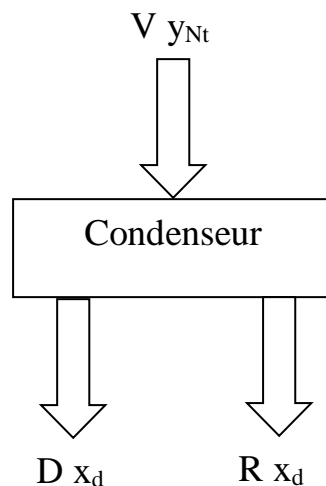
- Equation de continuité totale :

$$\frac{dM_{N_t}}{dt} = R - L_{N_t} \quad (2.12)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatil :

$$\frac{dM_{N_t}x_{N_t}}{dt} = Rx_d - L_{N_t}x_{N_t} + V(y_{N_t-1} - y_{N_t}) \quad (2.13)$$

**f. Au niveau du condenseur :**



- Equation de continuité totale :

$$V = D + R \quad (2.14)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatil :

$$\frac{dM_d x_d}{dx} = V y_d - (R + D) x_d \quad (2.15)$$

Le modèle dynamique obtenu est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = V + B \\ \frac{dM_b x_b}{dt} = L_1 x_1 - B x_b - V y_b \\ \frac{dM_1}{dt} = L_2 - L_1 \\ \frac{dM_1 x_1}{dt} = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V(y_b - y_1) \\ \frac{dM_i}{dt} = L_{i+1} - L_i \\ \frac{dM_i x_i}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V(y_{i-1} - y_i) \quad i = \overline{2, N_s - 1} \text{ et } \overline{N_s + 1, N_t - 1} \\ \frac{dM_{N_s}}{dt} = L_{N_s+1} - L_{N_s} + F \\ \frac{dM_{N_s} x_{N_s}}{dt} = L_{N_s+1} x_{N_s+1} - L_{N_s} x_{N_s} + V(y_{N_s-1} - y_{N_s}) + F x_f \\ \frac{dM_{N_t}}{dt} = R - L_{N_t} \\ \frac{dM_{N_t} x_{N_t}}{dt} = R x_d - L_{N_t} x_{N_t} + V(y_{N_t-1} - y_{N_t}) \\ V = D + R \\ \frac{dM_d x_d}{dx} = V y_d - (R + D) x_d \\ y_i = \frac{\alpha x_i}{1 + (\alpha - 1) x_i} \quad i = \overline{1, N_t} \\ L_i = K M_{ow_i}^{3/2} \quad i = \overline{1, N_t} \\ M_b = M_d = C^{te} \end{array} \right. \quad (2.16)$$

### 2.2.3.3. Modèle dans l'espace d'état :

En ce qui concerne notre travail, nous avons choisi une colonne binaire d'un mélange *Acétone-Benzène*. Nous nous intéressons à la commande en qualité de la colonne à distiller, c'est-à-dire, la pureté du résidu et du distillat.

La colonne de distillation qui nous intéresse est composée de 10 plateaux théoriques, d'un rebouilleur de type thermosiphon et d'un condenseur total.

En se basant sur le modèle dynamique précédemment défini accompagné des différentes valeurs numériques, du régime nominal, présentées dans l'**annexe (A)**, nous élaborons, dans ce qui suit, le système dans l'espace d'état [5].

On considère le vecteur d'état de dimension (22×1), comportant les rétentions liquides suivies des compositions en liquide dans les différents plateaux :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{10} \\ X_{11} \\ X_{12} \\ \vdots \\ X_{21} \\ X_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{10} \\ x_b \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{10} \\ x_d \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Avec :

$M_i, i = \overline{1,10}$  : les rétentions liquides dans les plateaux.

$x_b$  : composition liquide du constituant léger dans le rebouilleur.

$x_d$  : composition liquide du constituant léger dans le condenseur.

$x_i, i = \overline{1,10}$  : composition liquide du constituant léger dans le plateau  $i$ .

Les sorties de notre système sont :

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_b \\ x_d \end{pmatrix}$$

Les entrées sont :

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ R \end{pmatrix}$$

Notons la relation d'équilibre liquide-vapeur entre les compositions liquides et les compositions vapeur comme suit :

$$y_i = \frac{\alpha x_i}{1 + (\alpha - 1)x_i} = k(x_i)$$

Dans ce qui suit, nous allons remplacer les valeurs  $y_i$  par la fonction  $k(x_i)$  tout en considérant les états du système. Cette méthode est adoptée car nous nous intéressons dans notre commande à la composition liquide du composant léger.



Le modèle d'état est donc donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_1 = L_2 - L_1 \\ \vdots \\ \dot{X}_4 = L_5 - L_4 \\ \dot{X}_5 = L_6 - L_5 + F \\ \dot{X}_6 = L_7 - L_6 \\ \vdots \\ \dot{X}_9 = L_{10} - L_9 \\ \dot{X}_{10} = U_2 - L_{10} \\ \dot{X}_{11} = \frac{1}{M_b} [L_1 X_{12} - B X_{11} - U_1 k(X_{11})] \\ \dot{X}_{i+11} = \frac{1}{X_i} [L_{i+1} X_{i+12} - L_i X_{i+11} + U_1 (k(X_{i+10}) - k(X_{i+11})) - X_{i+11} \dot{X}_i] \quad i = \overline{1,4} \quad (2.18) \\ \dot{X}_{16} = \frac{1}{X_5} [L_6 X_{17} - L_5 X_{16} + U_1 (k(X_{15}) - k(X_{16})) + F x_f - X_{16} \dot{X}_5] \\ \dot{X}_{i+11} = \frac{1}{X_i} [L_{i+1} X_{i+12} - L_i X_{i+11} + U_1 (k(X_{i+10}) - k(X_{i+11})) - X_{i+11} \dot{X}_i] \quad i = \overline{6,9} \\ \dot{X}_{21} = \frac{1}{X_{10}} [U_2 X_{22} - L_{10} X_{21} + U_1 (k(X_{20}) - k(X_{21})) - X_{21} \dot{X}_{10}] \\ \dot{X}_{22} = \frac{1}{M_d} [U_1 k(X_{22}) - (U_2 + D) X_{22}] \end{array} \right.$$

**Remarque 2.1 :**

Nous pouvons remarquer que les dérivées des rétentions liquides ne dépendent que des débits liquides. Etant donné que ces derniers sont constants à chaque plateau, et selon les hypothèses (g) et (l) nous pouvons déduire que les  $M_i$  peuvent être considérées comme des constantes. Néanmoins, elles prennent une certaine valeur en-dessous du plateau d'alimentation et une autre valeur au-dessus.

Finalement, le système d'état se réduit à 12 équations prenant en considération les variations des compositions liquides dans les plateaux.

Le vecteur d'état de dimension (12×1) s'écrit alors comme suit :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{11} \\ X_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_b \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{10} \\ x_d \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Le nouveau système d'équations obtenu est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_1 = \frac{1}{M_b} [L_1 X_2 - B X_1 - U_1 k(X_1)] \\ \dot{X}_{i+1} = \frac{1}{M_i} [L_{i+1} X_{i+2} - L_i X_{i+1} + U_1 (k(X_i) - k(X_{i+1}))] \quad i = \overline{1,4} \\ \dot{X}_6 = \frac{1}{M_5} [L_6 X_7 - L_5 X_6 + U_1 (k(X_5) - k(X_6)) + F x_f] \\ \dot{X}_{i+1} = \frac{1}{M_i} [L_{i+1} X_{i+2} - L_i X_{i+1} + U_1 (k(X_i) - k(X_{i+1}))] \quad i = \overline{6,9} \\ \dot{X}_{11} = \frac{1}{M_{10}} [U_2 X_{12} - L_{10} X_{11} + U_1 (k(X_{10}) - k(X_{11}))] \\ \dot{X}_{12} = \frac{1}{M_d} [U_1 k(X_{12}) - (U_2 + D) X_{12}] \end{array} \right. \quad (2.20)$$

**Remarque 2.2 :**

En premier lieu, le premier modèle (celui de 22 équations) a été utilisé pour les simulations en boucle ouverte afin d'extraire les valeurs des  $M_i$  et des  $L_i$  dans chaque plateau, pour pouvoir par la suite les utiliser dans la commande à base du deuxième modèle.

**2.2.4. Simulation en boucle ouverte :**

Pour la conception de l'algorithme de simulation du modèle de la colonne, on s'est basé sur les travaux réalisés par SKOGESTAD où il a conçu des programmes standards pour les colonnes à distiller, il y a eu lieu de changer uniquement les valeurs des paramètres.

Afin d'aboutir à des résultats assez proches de la réalité nous avons suivi les étapes suivantes :

- 1- Calcul des compositions vapeurs au niveau de chaque plateau et au niveau du rebouilleur et du condenseur.
- 2- Calcul des débits liquides au niveau de chaque plateau.
- 3- Evaluation des dérivées des compositions et des rétentions.
- 4- Intégration par la méthode de Runge-Kutta.

Nous avons effectué des essais sur le système, autour du point nominal, en variant les entrées (V et R) afin de voir leurs effets sur les sorties ( $x_b$  et  $x_d$ ).

Ce modèle a été validé par des gens spécialistes en process.

Résultats de simulation :

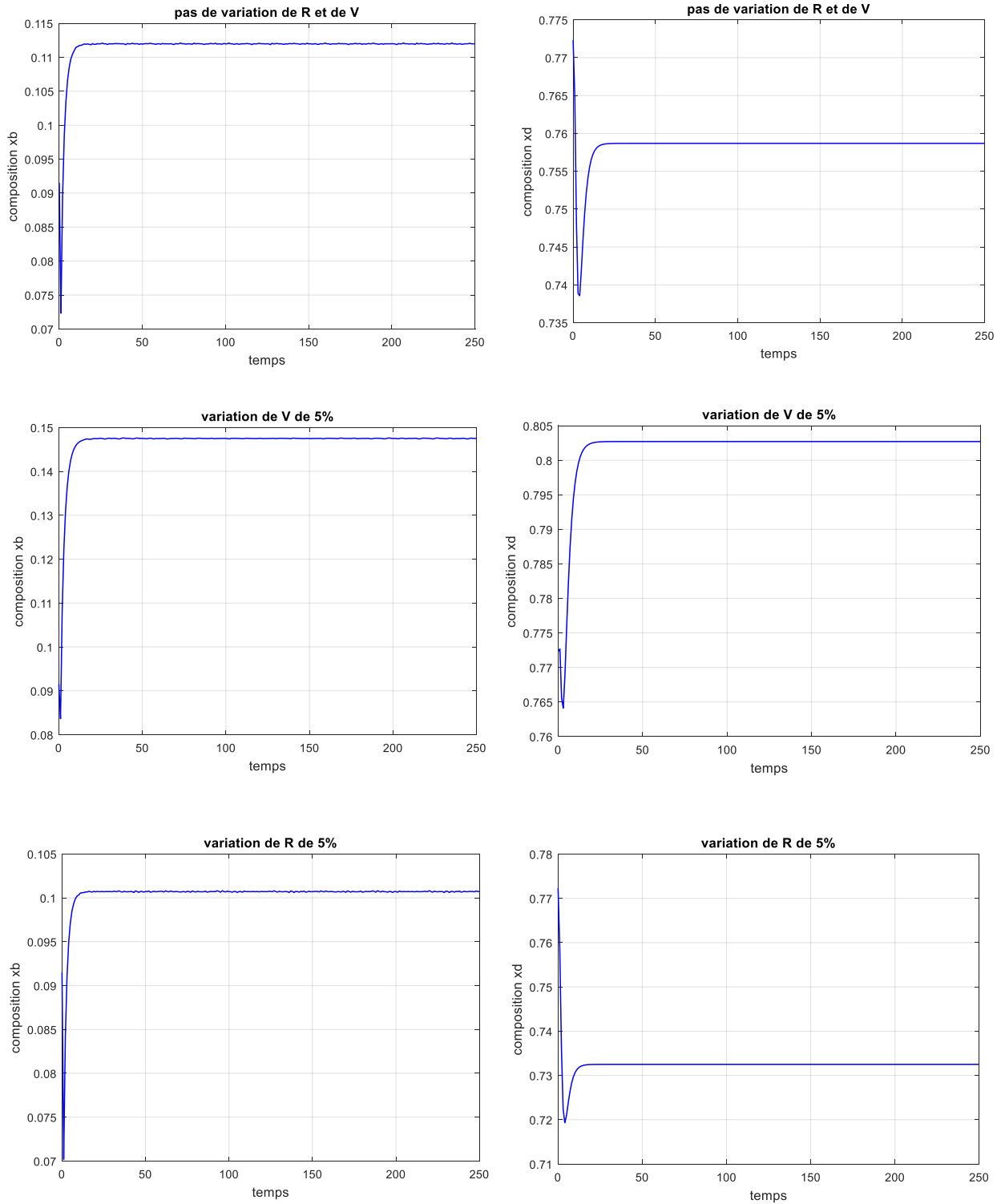
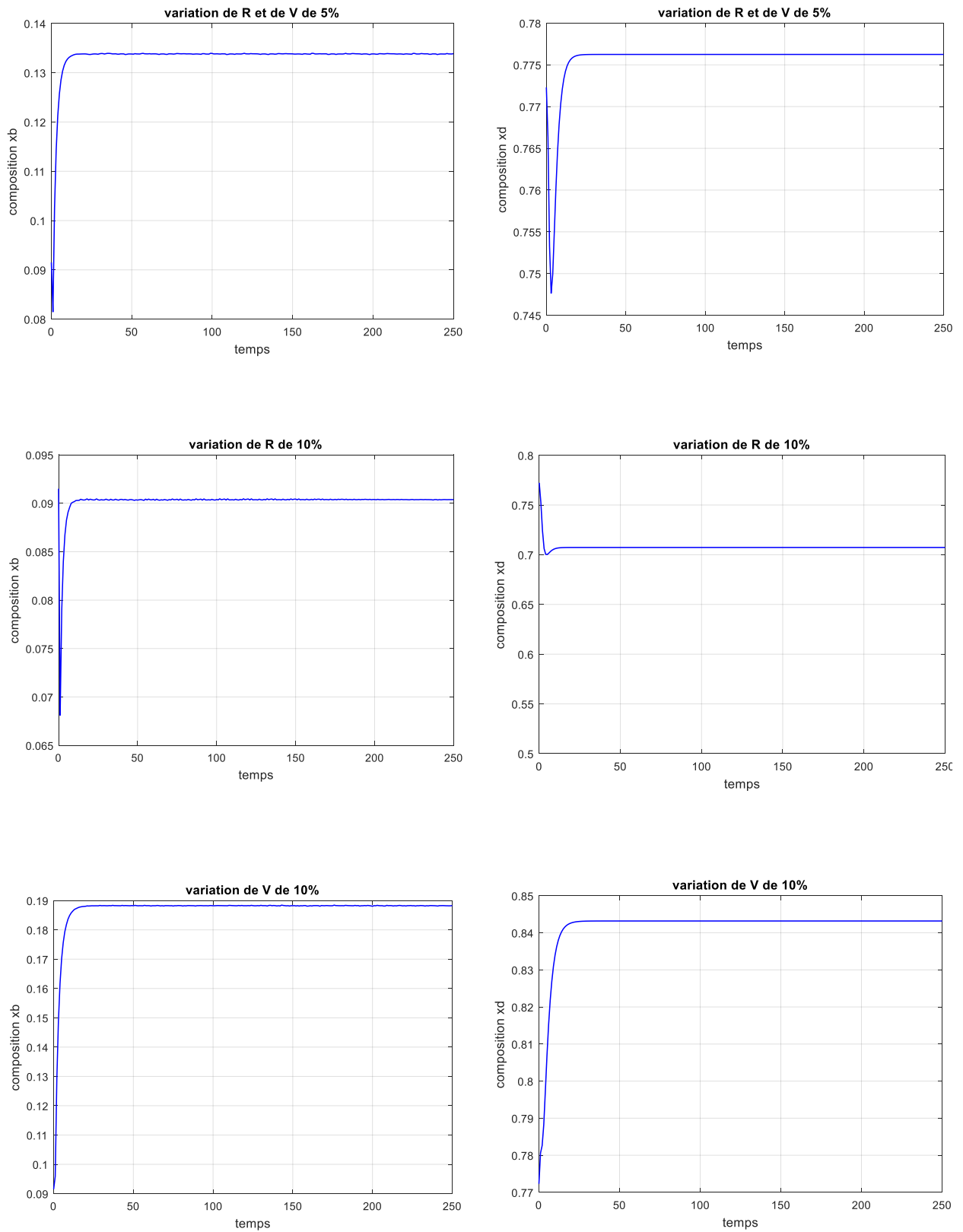
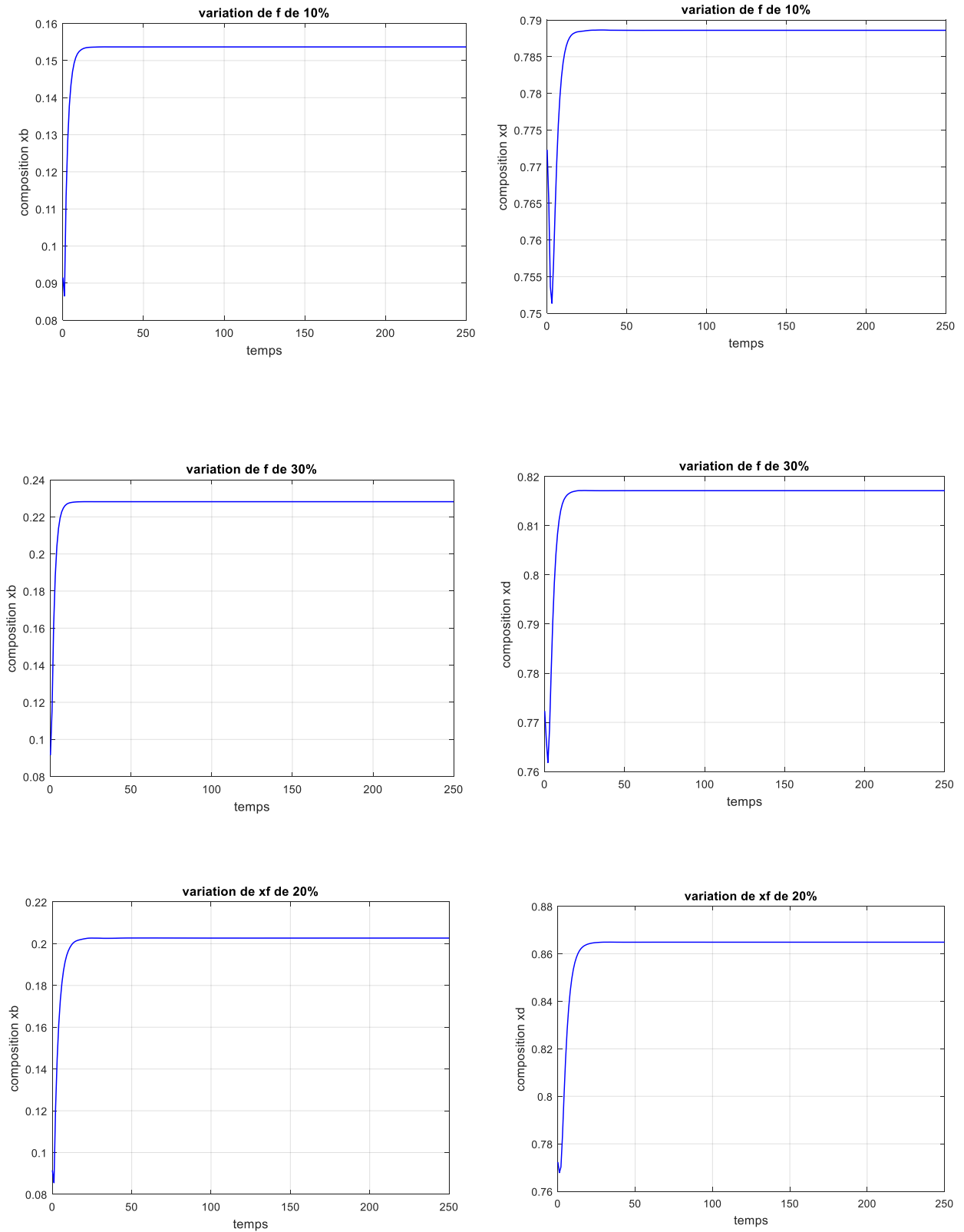


Figure 2.3 : Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur  $R$  et  $V$  autour du point nominal.



**Figure 2.4 :** Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur  $R$  et  $V$  autour du point nominal.



**Figure 2.5 :** Simulation du modèle de la colonne en boucle ouverte pour des variations sur  $F$  et  $x_f$  autour du point nominal.

## Interprétation des résultats de simulation :

D'après les résultats de simulation, nous avons pu déduire les résultats suivants :

- Le système est stable en boucle ouverte.
- L'influence des entrées perturbatrices propres au système ( $f$  et  $x_f$ ).
- La variation de l'entrée  $R$  (respectivement  $V$ ) a une influence directe sur la sortie  $x_b$  (respectivement  $x_d$ ) tout en modifiant la valeur de la sortie  $x_d$  (respectivement  $x_b$ ), ceci est dû au grand couplage qu'il existe entre les sorties du système.

### 2.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons mis en place le modèle dynamique de la colonne de distillation auquel nous nous sommes intéressées dans notre étude, en se basant sur des hypothèses bien définies et divers modèles présentés par des auteurs et des spécialistes. Ensuite, nous sommes passées à la représentation d'état qui sera utile pour la conception de la commande par la suite.

Nous avons présenté, à la fin, les résultats de simulations en boucle ouverte afin de comprendre la dynamique du système et tous les paramètres influant sur ce dernier. Cette étude nous a permis de tirer quelques caractéristiques propres au système telles que sa dynamique et son temps de réponse.

## *Chapitre III*

### *Commande de la colonne de distillation*

### 3.1. Introduction :

L'objectif de la commande de façon générale, est d'améliorer les performances d'un système automatisé en minimisant le temps de réponse, annulant l'erreur statique et assurant le rejet de perturbations.

Les techniques de commande classiques comme le PI, peuvent s'avérer suffisants si les exigences sur la précision et les performances des systèmes ne sont pas trop strictes. Néanmoins, dans le cas contraire et particulièrement lorsque la partie commandée est soumise à de fortes non linéarités et à des variations temporelles, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant la robustesse du processus vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations [20].

Dans ce chapitre nous allons élaborer quelques techniques de commande non linéaire dans le but de comparer les résultats obtenus par chaque commande : les performances et la robustesse du système commandé.

En premier lieu, nous allons aborder de la commande par retour d'état. Cette commande est basée sur un placement de pôles au système linéaire, puis nous allons l'étendre sur le système non linéaire de la colonne de distillation. Ensuite, nous allons passer à des commandes plus robustes telles que la commande par modes glissants et la commande adaptative. Dans cette dernière, nous allons utiliser des approches différentes et nous allons voir comment changent les réponses du système en changeant la formulation du problème.

Finalement, nous allons établir une comparaison entre les différentes commandes utilisées pour en tirer des conclusions concernant la robustesse et les performances.

### 3.2. La commande optimale par retour d'état :

La recherche d'une loi de commande optimale nous fait penser à la minimisation d'un critère. En effet le critère quadratique permet la synthèse dans l'espace d'état, comme il permet aussi de respecter les performances désirées.

La loi de commande optimale recherchée doit minimiser le critère quadratique suivant :

$$J = \int [U^T R U + e^T Q e] \quad (3.1)$$

Où  $e$  est l'erreur entre la référence et la sortie, et  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est une matrice semi-définie positive avec  $Q = Q^T$  et  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  est une matrice définie positive, elles sont choisies selon les objectifs de commande [19].

Soit le système linéarisé définie par sa représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases} \quad (3.2)$$

Où  $X \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $U \in \mathbb{R}^m$  est la commande et  $Y \in \mathbb{R}^p$  est la sortie mesurée du système.

Avec :  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  des matrices connues.



L'objectif de commande est de :

- Stabiliser le système à une référence.
- Imposer la dynamique du régime transitoire.
- Maintenir une erreur nulle en régime permanent.

On impose un vecteur d'état à l'instant  $t$  suivant :

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La loi de commande s'écrit alors :

$$u(t) = -Kx(t) + r(t) \quad (3.4)$$

Où  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est une matrice appelée gain du retour d'état dont le calcul est présenté à l'annexe (A.3), et  $r(t)$  est la consigne [11].

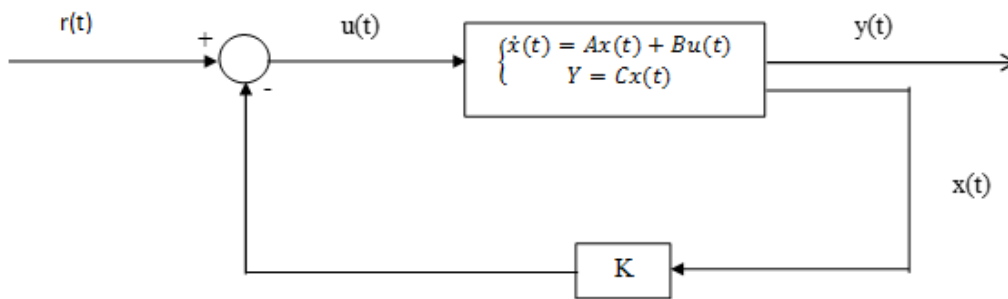


Figure 3.1 : Schéma bloc du retour d'état.

Les inconvénients de cette commande sont : [19]

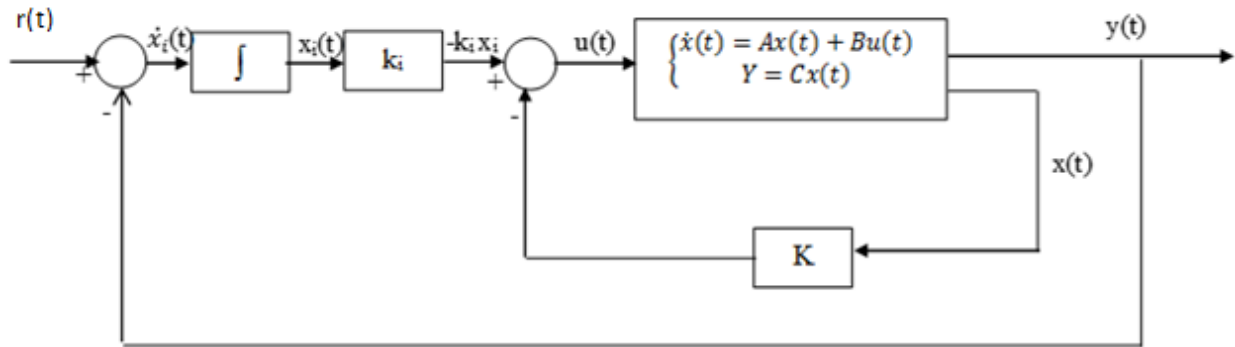
- Erreurs statiques non nulles.
- Très sensible au changement paramétrique et à la mauvaise connaissance du procédé.

Pour remédier à ces problèmes, on présente deux solutions : [12]

- L'ajout du gain pré-compensateur assurant un gain statique à la BF.
- L'ajout d'un intégrateur dans la chaîne directe.

Nous avons opté pour la deuxième solution car notre système contient des non linéarités.

La structure de la commande est représentée par le schéma suivant :



**Figure 3.2 :** Commande par retour d'état et action intégrale.

Le correcteur est défini par la commande suivante :

$$u(t) = -K x(t) + r(t)$$

Où  $r(t)$  est la consigne.

Le signe moins est ajouté pour obtenir une homogénéité de la loi de commande.

L'équation de la boucle fermée s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ \dot{x}_i(t) = y(t) - r(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

La loi de commande est :

$$u(t) = -k_i x_i(t) - Kx(t) = -[K \quad k_i] \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Pour le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times m} \\ -C & 0_{m \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{m \times m} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ -I_{m \times m} \end{bmatrix} r(t) \quad (3.7)$$

Donc :

$$\dot{X}_e = A_e X_e + B_e u + D_e r(t) \quad (3.8)$$

Avec :

$$\dot{X}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix}; X_e = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix};$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times m} \\ -C & 0_{m \times m} \end{bmatrix};$$

$$B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0_{m \times m} \end{bmatrix}; D_e = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ -I_m \end{bmatrix}.$$

La commande LQR est une commande robuste qui possède plusieurs avantages pour les systèmes mal identifiés ou à paramètres variables. La dynamique du système reste inchangée par rapport aux variations paramétriques du système, aux erreurs de modélisation, et certaines perturbations.

Elle a pour objectif :

- Assurer la stabilité du système augmenté en BF
- Annuler l'erreur statique en régime permanent.

En outre, cette commande est locale, elle ne réagit qu'autour du point de fonctionnement.

### 3.2.1. Synthèse de la loi de commande par retour d'état avec intégrateur pour la colonne de distillation :

Soit le système d'état de la colonne de distillation linéarisé autour du point de fonctionnement qui est le point nominal cité dans l'**annexe (A.1)** comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases}$$

Telles que  $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$  ;  $B \in \mathbb{R}^{12 \times 2}$  et  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 12}$  . Les résultats de linéarisation sont présentés dans l'**annexe (A.2)**.

Le système augmenté devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{12 \times 2} \\ C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0_{12 \times 2} \\ -I_2 \end{bmatrix} e(t)$$

Posant les matrices de pondération R et Q comme suit :  $R = I_2$  ;  $Q = I_{12}$ .

Donc

$$Q_e = \begin{bmatrix} Q & 0_{12 \times 2} \\ 0_{2 \times 12} & 10 \times I_2 \end{bmatrix}.$$

La matrice du gain  $K$  minimisant le critère  $J$  cité auparavant et qui permet de réaliser les performances désirées est calculée par la commande LQR (Linear Quadratic Regulator). Les résultats numériques sont donnés dans l'**annexe (A.3)**.

### Résultats de simulation :

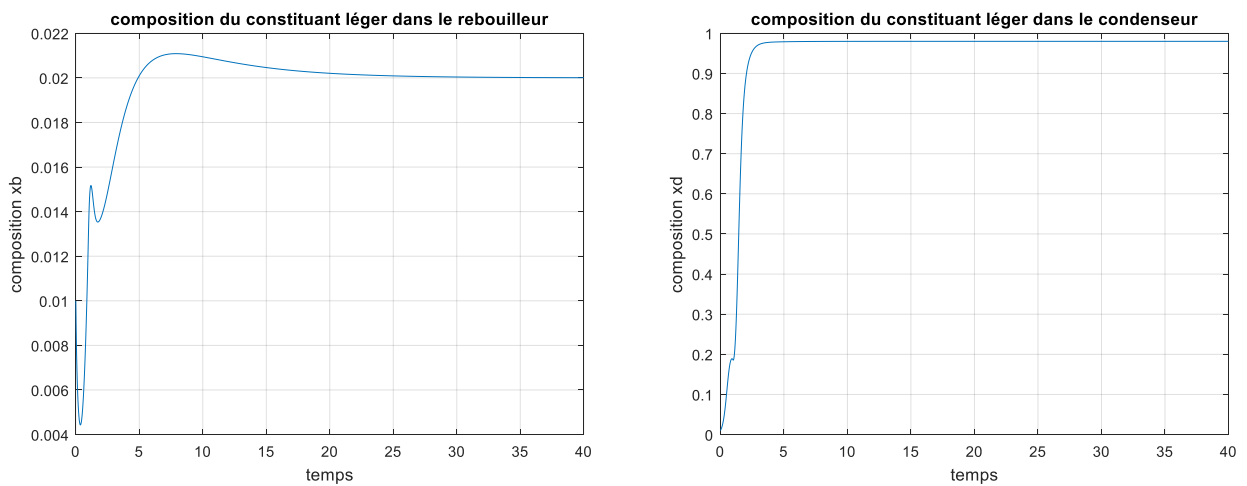


Figure 3.3 : Réponse du système en BF commandé par retour d'état.

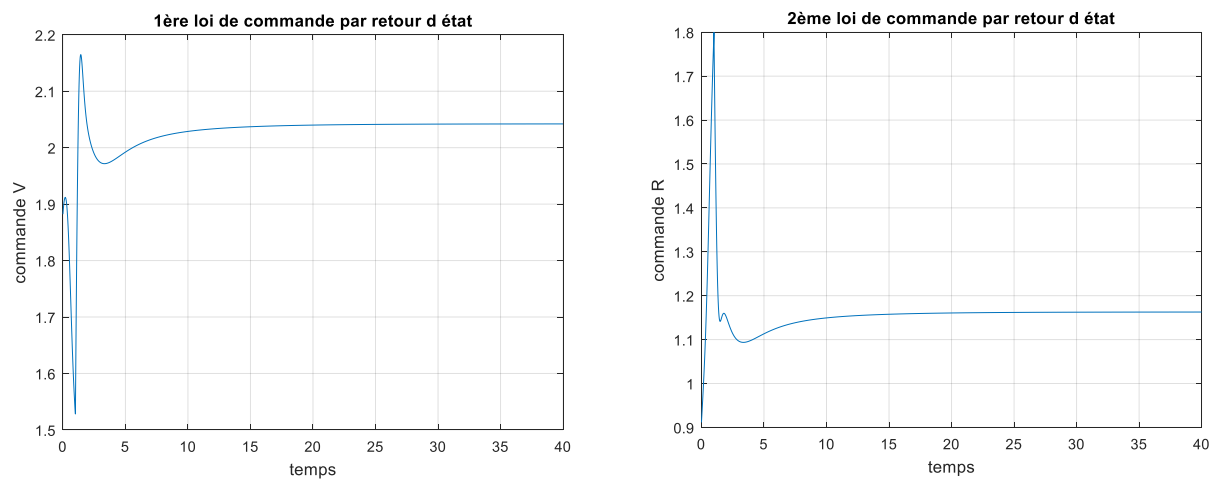


Figure 3.4 : Loi de commande par retour d'état.

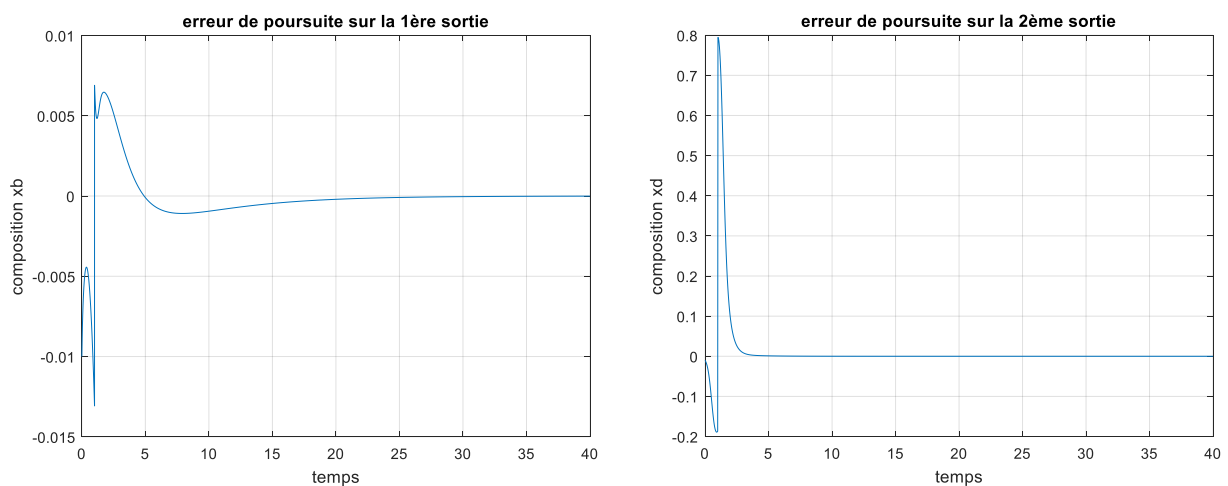


Figure 3.5 : Erreur de poursuite sur les sorties.

Le rapport entre les matrices de pondération  $\rho = \left\| \frac{Q}{R} \right\|$  a un effet direct sur le temps de réponse et le régime transitoire et même le régime stationnaire comme le montre les figures suivantes. Nous avons montré le résultat pour  $\rho = 2.5$  dans la figure 3.5, nous allons maintenant prendre  $\rho = 20$  puis  $\rho = 100$ .

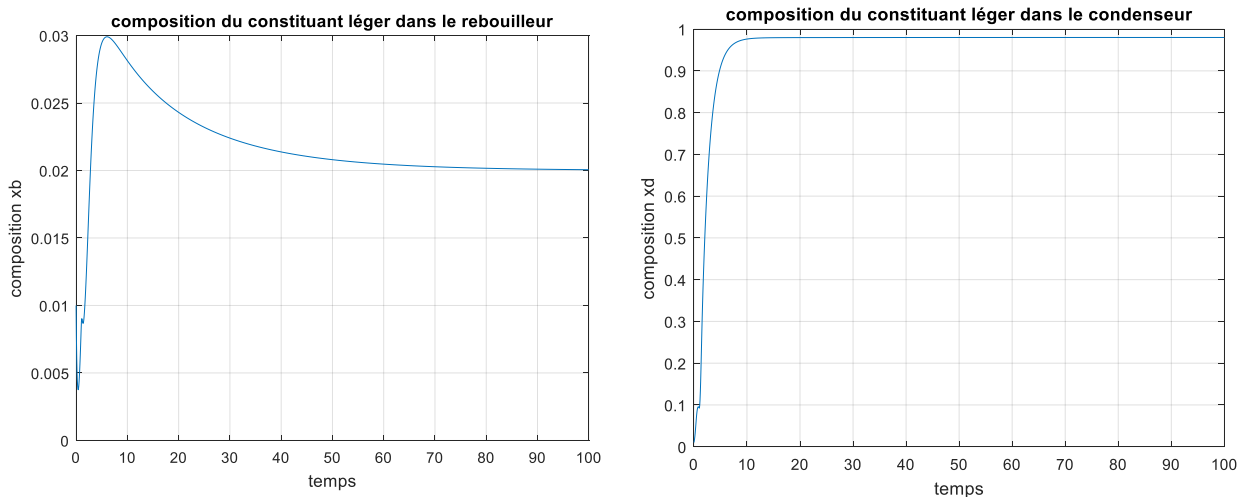


Figure 3.6 : La réponse du système en BF pour  $\rho = 20$ .

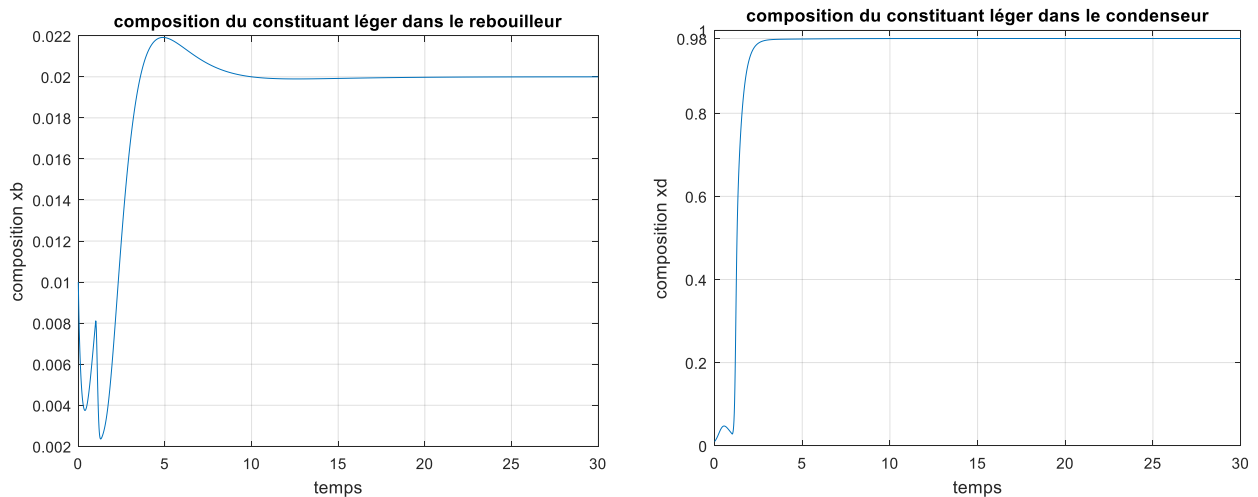


Figure 3.7 : La réponse du système en BF pour  $\rho = 100$ .

### Tests de performances :

Nous allons dans ce qui suit appliquer des perturbations sur le système afin de tester ses performances.

- Perturbation à la sortie du système de type échelon d'amplitude 10% par rapport aux références à l'instant 30s.
- Perturbation à la sortie du système de type sinusoïdal d'amplitude 10% par rapport aux références et de fréquence 2rad/s.

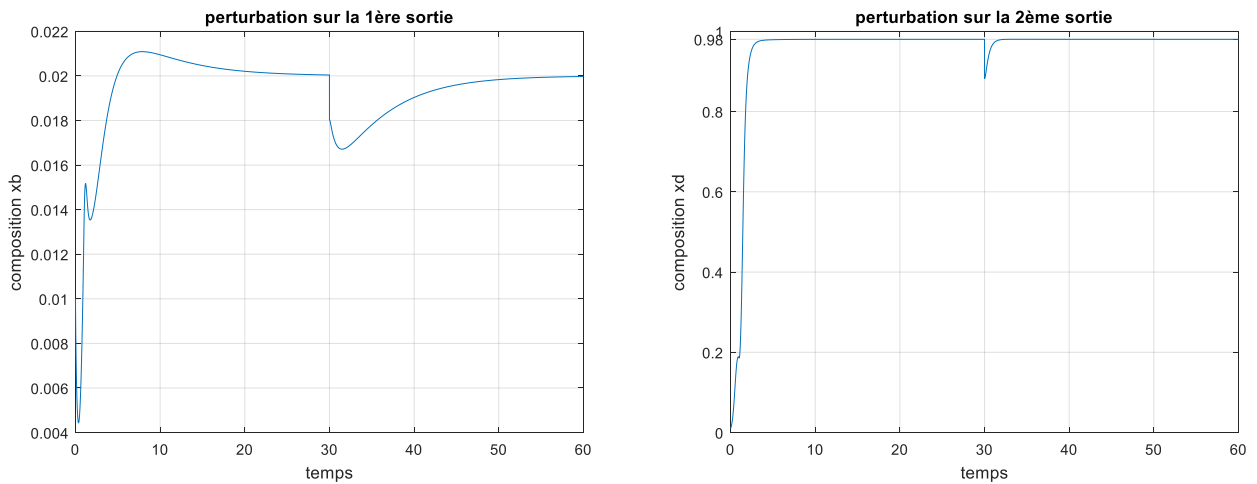


Figure 3.8 : Réponse du système commandé par retour d'état en présence des perturbations de type échelon.

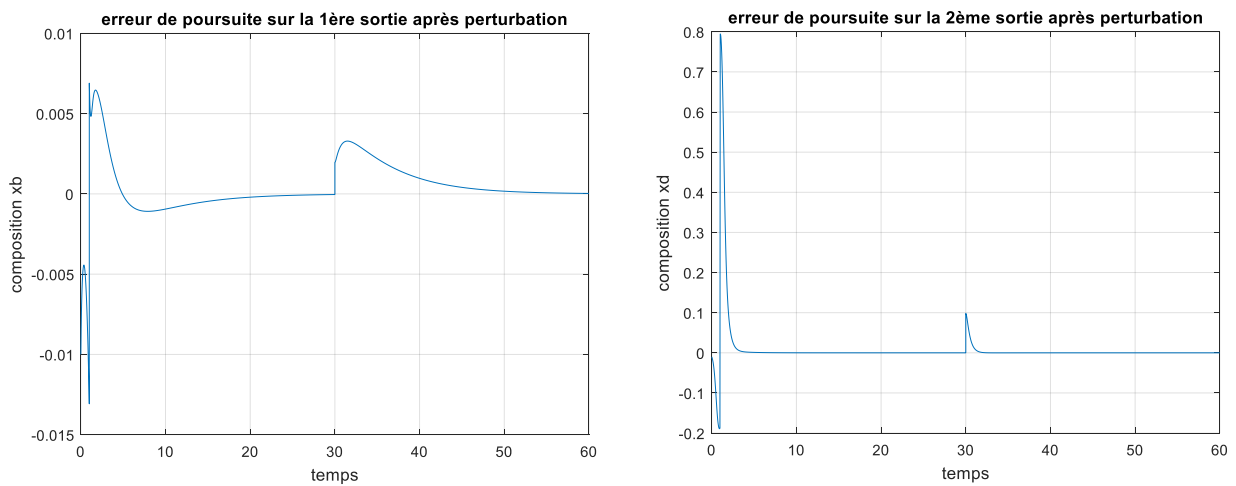


Figure 3.9 : Erreur de poursuite après la perturbation du type échelon.

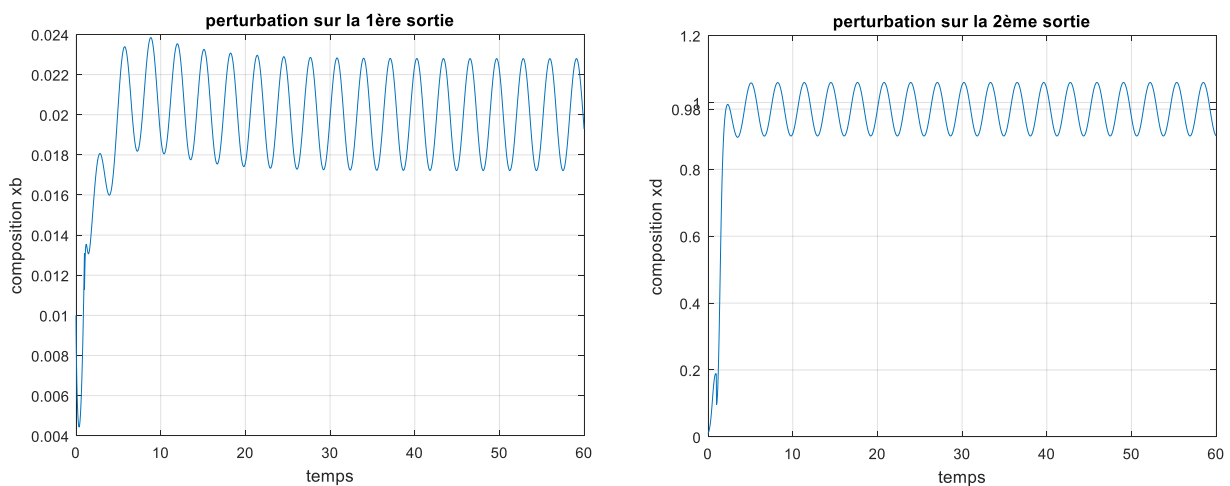
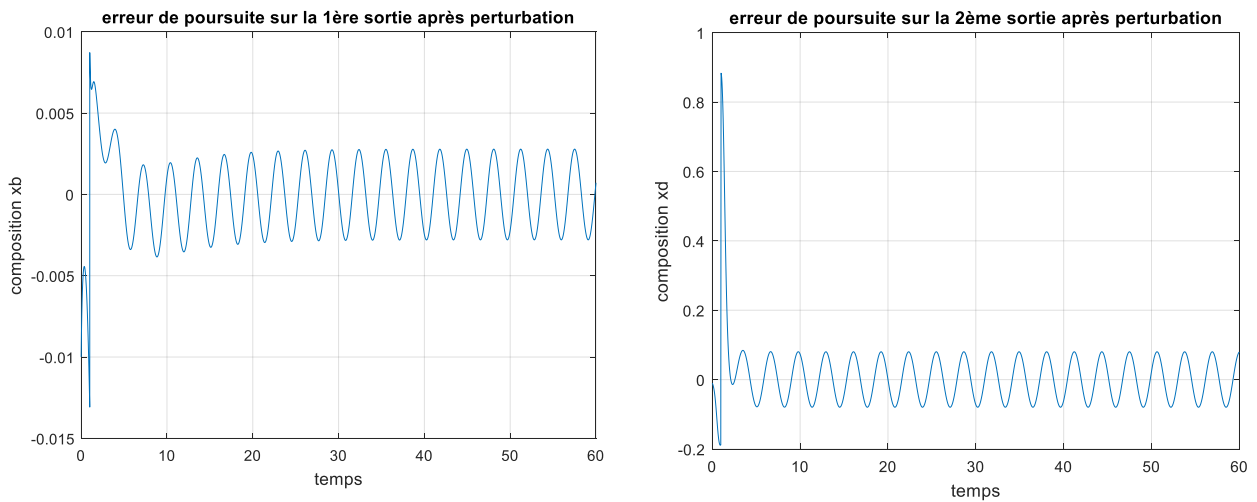


Figure 3.10 : Réponse du système commandé par retour d'état en présence des perturbations de type sinusoïdal.



**Figure 3.11** : Erreur de poursuite après la perturbation du type sinusoïdal.

### Interprétation des résultats :

- Le système se stabilise en un temps de réponse admissible, la composition du constituant léger est autour de 98% dans le condenseur, et de 2% dans le rebouilleur, et donc le système poursuit parfaitement les références imposées.
- L'erreur de poursuite est quasiment nulle pour les deux sorties du système.
- Le changement de la matrice  $Q$  influe sur le temps de réponse du système en bf, où l'augmentation de son gain rend le système plus lent et la réponse moins lisse, ainsi la diminution du gain de la matrice  $R$ .
- D'après les résultats obtenus on constate que le bon compromis du choix des matrices de pondération est de prendre  $R = 0.4 \times I_2$  et  $Q = I_{12}$ .
- La loi de commande régie par le retour d'état est réaliste et physiquement implémentable, car elle représente une bonne image pour les débits.
- Le comportement du système en la présence des perturbations de type échelon est très bon, il les rejette parfaitement et se stabilise rapidement à la référence.

### 3.3. Commande par modes glissants :

La technique de modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état du système vers une surface de glissement imposée et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [20].

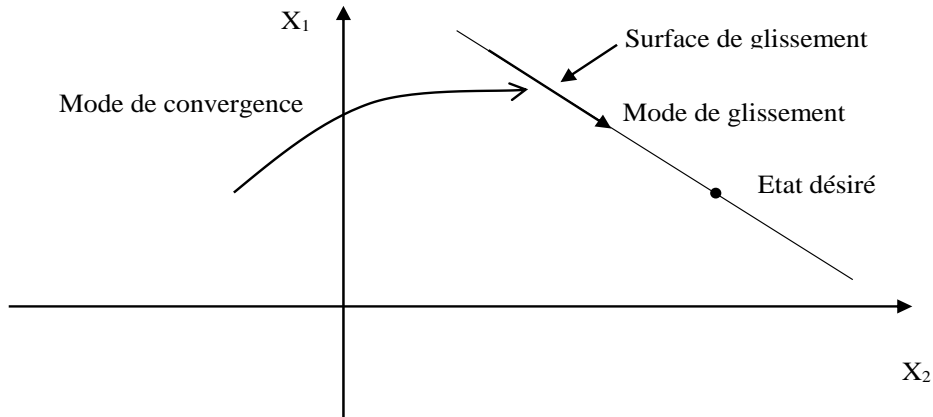


Figure 3.12 : Schéma représentatif de principe de modes glissants.

Pour synthétiser une loi de commande par modes glissants il faut d'abord choisir une surface de glissement sur laquelle les états doivent se déplacer et y demeurer. Puis on doit établir les conditions de convergences pour déterminer une loi de commande réalisant les performances désirées [8].

La commande par modes glissant fait partie des commandes dites à structure variable, elle s'applique aux systèmes linéaires ainsi qu'aux non linéaires, caractérisée par une discontinuité de la commande au passage d'une surface de commutation nommée surface de glissement. C'est une commande relativement simple à implémenter et très robuste par rapport aux perturbations externes et par rapport aux variations paramétriques.

#### 3.3.1. Choix de la surface du mode glissant :

Soit le système non linéaire régi par l'équation différentielle suivante : [8]

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t)U \quad (3.9)$$

Où  $f$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires ;  $X$  est le vecteur d'état et  $U$  est le vecteur des commandes.

Si on désire imposer au système une référence  $x_d$ , l'erreur de poursuite sera définie comme suit :

$$e = x - x_d \quad (3.10)$$

On choisit une surface qui a pour but d'annuler l'erreur statique afin de garantir de bonnes performances du système.



### 3.3.2. Condition de convergence (attractivité) :

Parmi les conditions d'existence et de convergence qui assurent la convergence des différentes dynamiques vers la surface de glissement et d'y rester même en présence des perturbations, celle proposée par Utkin et Emilianov qui donne à la surface une dynamique convergente vers zéros. Elle est donnée par : [8]

$$\begin{cases} \dot{s}(x) < 0 & \text{si } s(x) > 0 \\ \dot{s}(x) > 0 & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Cette condition est appelée condition d'attractivité, elle peut être formulée de cette façon :

$$\dot{s}(x) s(x) < 0 \quad (3.12)$$

L'existence du mode glissant est due à la commutation de la commande entre deux valeur  $U_{\min}$  et  $U_{\max}$  de façon continue.

La commande qui maintient les états commandés sur la surface de glissement est obtenue par la condition d'invariance de surface :

$$s(x) = 0 \quad (3.13)$$

Si on pose :

$$u = u_{eq} + u_{dis} \quad (3.14)$$

De sorte que  $u_{eq}$  est la commande équivalente qui présente la valeur moyenne de la commande  $u$ , mais elle ne force pas le système à converger vers la surface de commande. C'est pour cela qu'on rajoute un terme de discontinuité  $u_{dis}$  qui assure le régime glissant avec : [20]

$$u_{dis} = -K \text{sign}(s) \quad (3.15)$$

$K \in \mathbb{R}^+$ .

### 3.3.3. Calcul de la commande pour la colonne :

Afin de commander la composition du composant léger dans la vapeur  $x_d$  et la composition du composant léger dans le liquide on prend le vecteur  $e$  des erreurs de poursuite comme suit :

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_b - x_{b \text{ ref}} \\ x_d - x_{d \text{ ref}} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La surface de glissement considérée est la suivante :

$$\begin{cases} s_1 = (x_b - x_{b \text{ ref}}) \\ s_2 = (x_d - x_{d \text{ ref}}) \end{cases} \quad \text{Et} \quad \begin{cases} u_1 = u_{1 \text{ eq}} + u_{1 \text{ dis}} \\ u_2 = u_{2 \text{ eq}} + u_{2 \text{ dis}} \end{cases} \quad (3.17)$$

Les commandes équivalentes se calculent en annulant les dérivées des surfaces.

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = \lambda_1(x_b - x_{b \text{ ref}}) = 0 \\ \dot{s}_2 = \lambda_2(x_d - x_{d \text{ ref}}) = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 \left[ \frac{1}{M_b} [L_1 x_2 - B x_1 - u_{1 \text{ eq}} k(x_b)] \right] = 0 \\ \lambda_2 \left[ \frac{1}{M_d} [u_1 k(x_d) - (u_{2 \text{ eq}} + D) x_d] \right] = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

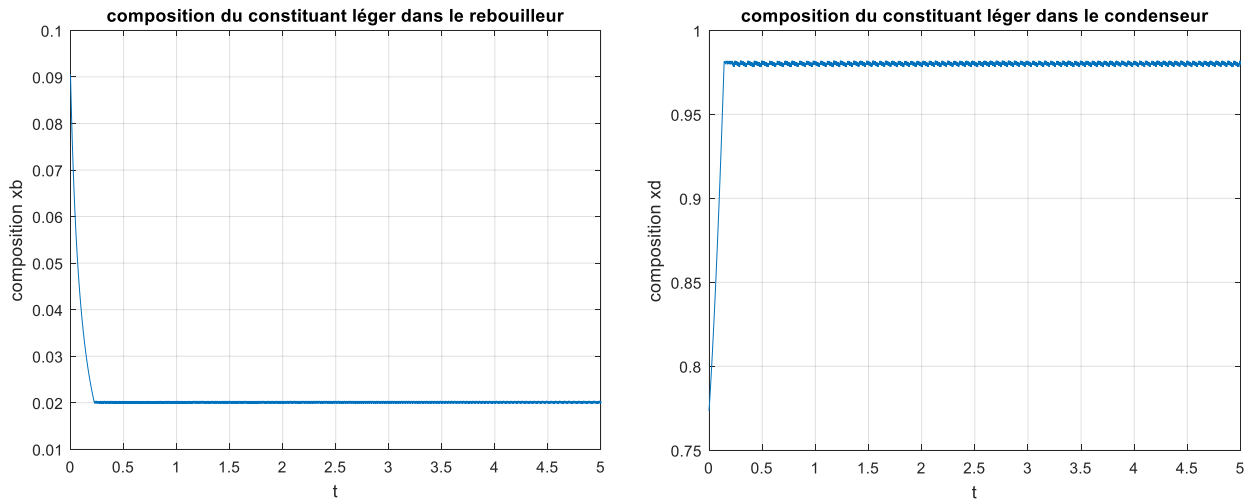
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_{1 \text{ eq}} = \frac{M_b}{y_b} \left[ \frac{L_1 x_1}{M_b} - \frac{B x_b}{M_b} - x_{b \text{ ref}} - \frac{u_{1 \text{ dis}}}{\lambda_1} \right] \\ u_{2 \text{ eq}} = \frac{M_d}{y_d} \left[ \frac{u_1 y_d}{M_d} - \frac{D x_d}{M_d} - x_{d \text{ ref}} - \frac{u_{2 \text{ dis}}}{\lambda_2} \right] \end{cases} \quad (3.20)$$

Nous choisissons les commandes discontinuités suivantes :

$$\begin{cases} u_{1 \text{ dis}} = -k_1 \text{sign}(s_1) \\ u_{2 \text{ dis}} = -k_2 \text{sign}(s_2) \end{cases} \quad (3.21)$$

Où  $k_1, k_2$  sont des gains positifs.

L'application de cette commande nous donne les résultats suivants :



**Figure 3.13 :** Réponse du système en boucle fermée commandé par modes glissant.

On voit bien que le système suit parfaitement les références désirées : la composition du constituant léger est autour de 98% dans le condenseur, de 2% dans le rebouilleur. On remarque que le système est stable mais la réponse n'est pas lisse, elle oscille jusqu'à l'infinie, ce phénomène est appelé « broutement » (chattering).

Pour remédier à ce problème et réduire les oscillations à hautes fréquences, nous allons remplacer la loi de discontinuité en une loi continue en  $x$  à l'intérieur d'une bande étroite située au voisinage des surfaces tout en gardant la discontinuité à l'extérieur de cette bande au lieu d'utiliser une loi de commande discontinue comme il est présenté dans les figures suivantes :

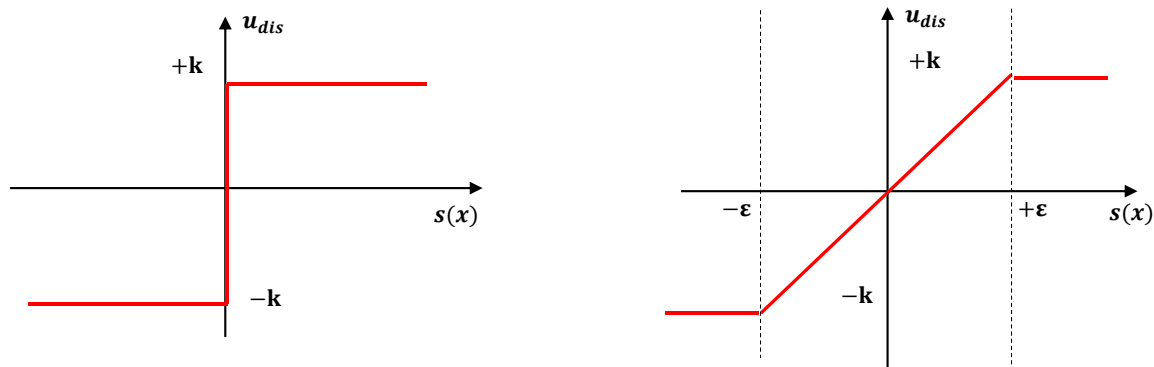


Figure 3.14 : Fonction de commutation sign et la fonction saturation.

En utilisant la loi de commande discontinue  $sat(s)$  la réponse de système sera comme suit :

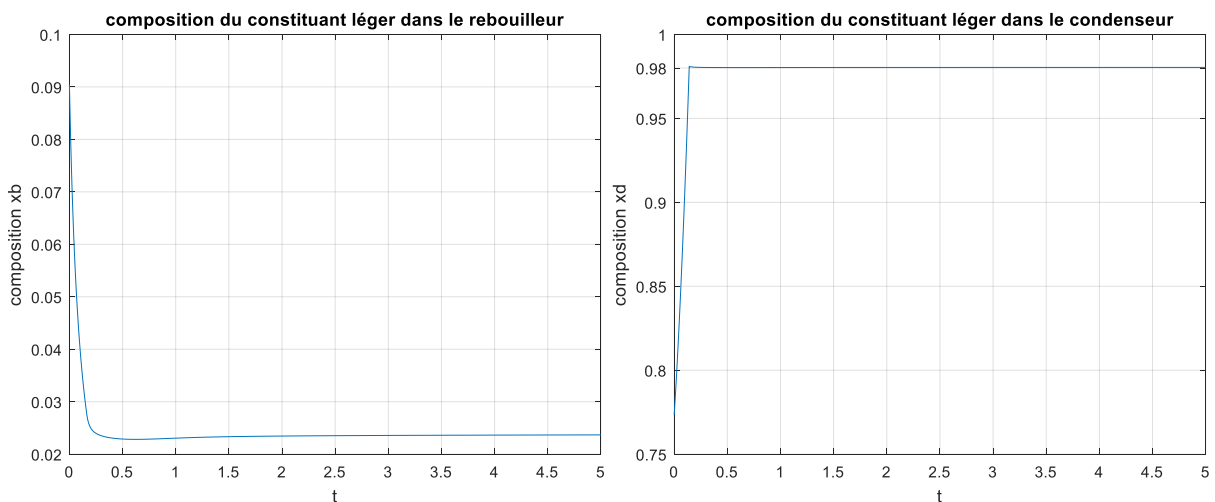


Figure 3.15 : La réponse du système en boucle fermée commandé par modes glissants en utilisant la fonction saturation.

L'application de la fonction saturation dans la commande nous permet d'éliminer les oscillations en hautes fréquences, le système se stabilise et réalise la poursuite mais avec une erreur de l'ordre de 1% donc on gagne en robustesse vis-à-vis les perturbations et on perd en performance.

**Remarque 3.1 :**

Les tests de performance et de robustesse n'ont pas été mentionné pour cette commande. Nous avons rencontré des contraintes d'ordre numérique que nous n'avons pas pu régler par manque de temps.

### 3.4. Commande adaptative à modèle de référence (MRAC) :

#### 3.4.1. Présentation de la commande adaptative à modèle de référence :

Le système de commande adaptative à modèle de référence (MRAC) peut être représenté par le schéma de la figure 3.16.

Il est composé de quatre parties :

- *Le système* est considéré à structure connue et à paramètres inconnus.
- *Le modèle de référence* est utilisé pour spécifier la réponse idéale du système de commande. Il définit le comportement parfait du système que la loi d'adaptation doit rechercher en ajustant les paramètres. Le choix du modèle de référence doit répondre à deux exigences : i) il doit refléter les spécifications de performance dans l'objectif de commande, comme le temps de montée, le temps d'établissement, le dépassement, etc. ii) il devrait être réalisable pour le système de commande adaptative avec ses caractéristiques structurelles, comme son ordre, degré relatif de la sortie régulée, etc.
- *Le régulateur* est généralement paramétré par un certain nombre de paramètres ajustables. Il devrait avoir une capacité de suivi parfaite. Autrement dit, lorsque les paramètres du système sont exactement connus, les paramètres du régulateur correspondant doivent rendre la sortie du système identique à celle du modèle de référence. Lorsque les paramètres du système ne sont pas connus, la loi d'adaptation ajustera les paramètres du régulateur de sorte que le suivi parfait est asymptotiquement atteint. Si la loi de commande est linéaire en termes de paramètres ajustables, on dit qu'elle est paramétrée linéairement.
- *La loi d'adaptation* est utilisée pour ajuster les paramètres dans la loi de commande. L'objectif de l'adaptation consiste à faire converger l'erreur de poursuite vers zéro. Le problème principal est de synthétiser un mécanisme d'adaptation qui garantira que le système de contrôle reste stable et l'erreur de suivi converge vers zéro sachant que les paramètres sont variables.

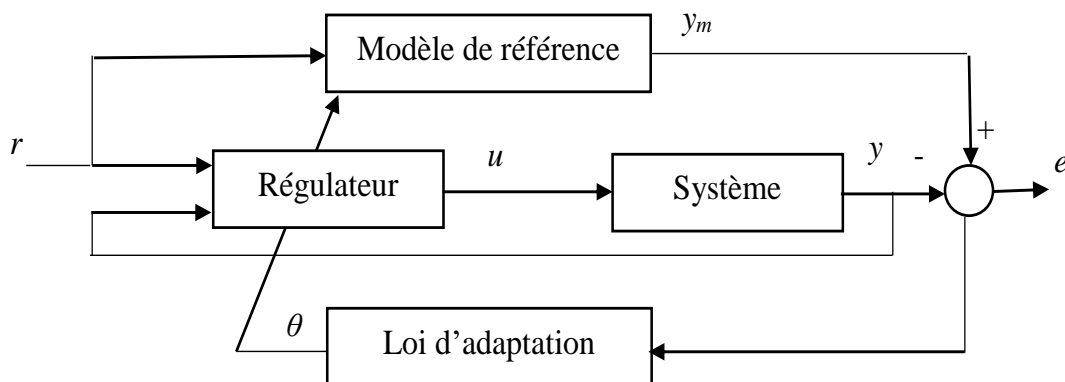


Figure 3.16 : Structure de MRAC.

### 3.4.2. Avantages de la CAMR (MRAC) :

Tout choix d'une commande se base sur des objectifs bien précis, ces derniers doivent être réalisés après l'implémentation de la loi de commande.

Pour notre cas, nous tenons à ce que le système soit :

- Stable en boucle fermée.
- Capable de réaliser la poursuite.
- Capable de rejeter les perturbation (en entrées et en sortie).

C'est pour cela que nous avons fait appel à la commande adaptative qui est une commande non linéaire robuste vis-à-vis des variations paramétriques. Et qui a pour but d'estimer les non linéarités du système qui sont considérées comme des erreurs de modélisation dans la synthèse adaptative.

Parmi les structures de la commande adaptative qui existent, nous avons adopté la commande adaptative directe à modèle de référence, ceci en élaborant deux différentes approches ; l'approche par Lyapunov (descente du gradient) et l'approche par modes glissants. La première nous permet de gagner en énergie de la commande, tandis que la seconde nous assure une meilleure robustesse. Ces deux approches assurent la stabilité du système en boucle fermée.

Le prédicteur d'état nous permet de rapprocher le système à la réalité, car il offre une sortie du modèle à chaque itération, et il est basé sur l'estimateur et la loi de commande en temps réel, ce qui renforce les résultats obtenus.

Cette méthode est aussi bénéfique en ce qui concerne le calcul de ses paramètres, elle est construite d'éléments qui sont facilement calculables par des méthodes basiques telles que le placement des pôles, le calcul de la matrice de Lyapunov et les surfaces de glissement.

### 3.4.3. Commande adaptative directe à modèle de référence :

Pendant que la commande adaptative indirecte estime les paramètres propres au système, la commande adaptative directe par contre, estime les paramètres du régulateur.

Dans ce qui suit, nous allons élaborer la formulation nécessaire afin de calculer la loi de commande adaptative directe à modèle de référence (Direct MRAC ou CAMR directe) [10].

#### 3.4.3.1. MRAC par l'approche de Lyapunov :

En premier lieu, nous allons nous contenter du modèle de référence déduit de certains paramètres qui seront calculés par la suite. Ensuite, nous passerons à la structure MRAC avec prédicteur qui sera calculé en utilisant les résultats de l'adaptation.

On considère la représentation d'état du système suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_m x(t) + B(u(t) + \theta^T x(t)) & x(0) = x_0 \\ y(t) = C^T x(t) \end{cases} \quad (3.22)$$

Avec :

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du système.

$A_m = A - BK$ ,  $A_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice Hurwitz qui assure la stabilité en boucle fermée, où  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  sont des matrices connues déduites de la linéarisation. Et  $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est la matrice de gain.

$\theta \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est un vecteur de paramètres inconnus.

$u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées (commandes).

$C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est une matrice connue déduite de la linéarisation.

$y(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur des sorties (mesures).

L'objectif est de définir une loi de commande adaptative permettant de faire converger la sortie  $y(t)$  vers la référence  $r(t) \in \mathbb{R}^p$ .

La commande nominale avec laquelle procède MRAC est la suivante :

$$u_{nom}(t) = -\theta^T x(t) + k_g r(t) \quad (3.23)$$

Où on considère la matrice  $k_g \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est une matrice de pré-compensateur calculée comme suit :  $k_g = (C(-A_m)^{-1}B)^{-1}$ .

Ceci nous conduit vers le modèle de référence suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B k_g r(t) & x_m(0) = x_0 \\ y_m(t) = C^T x_m(t) \end{cases} \quad (3.24)$$

Avec :

$x_m(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du modèle de référence.

La loi de commande adaptative directe est donnée par :

$$u(t) = -\hat{\theta}^T x(t) + k_g r(t) \quad (3.25)$$

Où  $\hat{\theta}(t) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est l'estimateur de  $\theta(t)$ .

En remplaçant dans l'équation dynamique du système on retrouve :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_m - B\tilde{\theta}^T(t))x(t) + B k_g r(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = C^T x(t) \end{cases} \quad (3.26)$$

Où  $\tilde{\theta}(t) \triangleq \hat{\theta}(t) - \theta$  signifie l'erreur d'estimation paramétrique.

On considère  $e(t) \triangleq x_m(t) - x(t)$  l'erreur de modélisation, sa dynamique est donnée par :

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) + B\tilde{\theta}^T(t)x(t), \quad e(0) = 0 \quad (3.27)$$

La loi de l'estimation paramétrique est donnée par :

$$\hat{\theta}(t) = -\Gamma \int x(t)e^T(t)PB dt, \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \quad (3.28)$$

Où  $\Gamma$  est le gain d'adaptation, et  $P = P^T > 0$  est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov :

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (3.29)$$

Avec  $Q = Q^T > 0$  est une matrice arbitraire. La démonstration qui vérifie la stabilité est donnée dans l'annexe (B.1).

Le schéma bloc du système en boucle fermée suivant cette configuration est donné par la figure 3.17 [10].

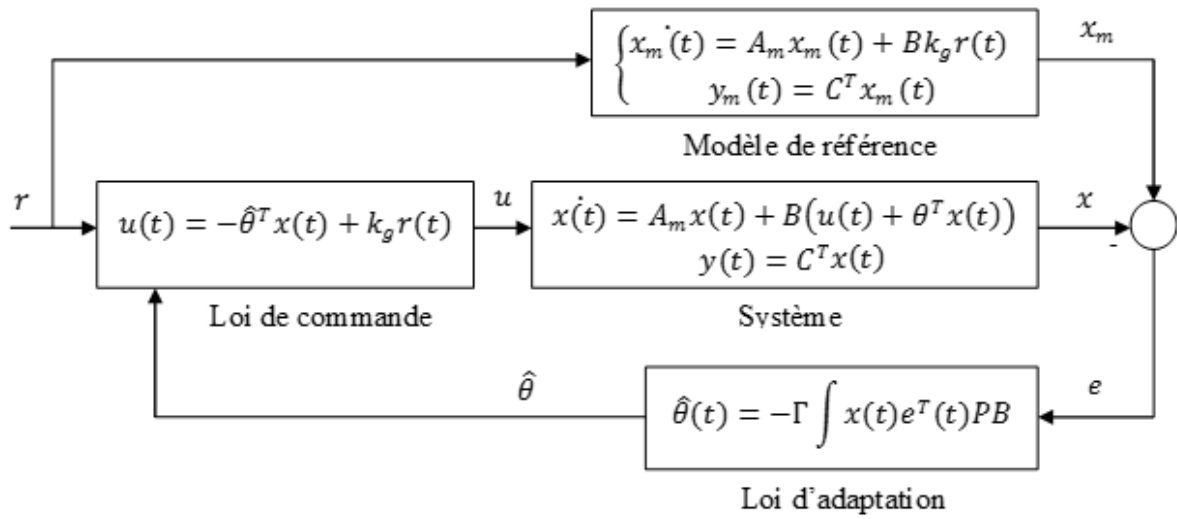


Figure 3.17 : L'architecture de la CAMR directe en boucle fermée.

### 3.4.3.2. Application à la colonne de distillation :

Dans les paragraphes précédents, nous avons présenté les résultats de la linéarisation du système. Nous allons alors les exploiter pour appliquer la commande sur la colonne de distillation.

On suppose que notre système est représenté par la forme (3.22)

Etant donné que notre système est de dimension 12 à 2 entrées et 2 sorties, les éléments sont des dimensions suivantes :

$$x(t) \in \mathbb{R}^{12}, A_m \in \mathbb{R}^{12 \times 12}, B \in \mathbb{R}^{12 \times 2}, K \in \mathbb{R}^{2 \times 12}, \theta \in \mathbb{R}^{2 \times 12}, u(t) \in \mathbb{R}^2, C \in \mathbb{R}^{2 \times 12} \text{ et } y(t) \in \mathbb{R}^2.$$

On propose le modèle de référence présenté dans (3.24).

La matrice  $A_m = A - BK$  a été calculée par placement de pôles. Nous avons choisi des valeurs propres stabilisant le système en boucle fermée qui sont :

$$V_p = \{-21, -13, -12, -11, -10, -9, -7, -1, -0.5, -3, -1, -1.5\}$$

Nous avons obtenu une matrice de gain  $K$ , et depuis la matrice  $A_m$ .

Ensuite, nous avons calculé la matrice du pré-compensateur  $k_g = (C(-A_m)^{-1}B)^{-1}$  à travers les résultats obtenus.

L'estimateur est donné par (3.28).

Où  $P$  est calculée par l'équation de Lyapunov avec  $Q = 100 \times I_{12}$ .

Le gain d'adaptation est  $\Gamma = 100$ .

Et finalement la loi de commande est donnée par (3.25).

La commande contient deux variables :

$$u = \begin{pmatrix} V \\ R \end{pmatrix}$$

La sortie est la composition du constituant léger dans le rebouilleur et dans le condenseur

$$y = \begin{pmatrix} x_b \\ x_d \end{pmatrix}$$

La référence (le cahier de charge à satisfaire) est :

$x_b \rightarrow 0.02$  et  $x_d \rightarrow 0.98$

### Résultats de simulation :

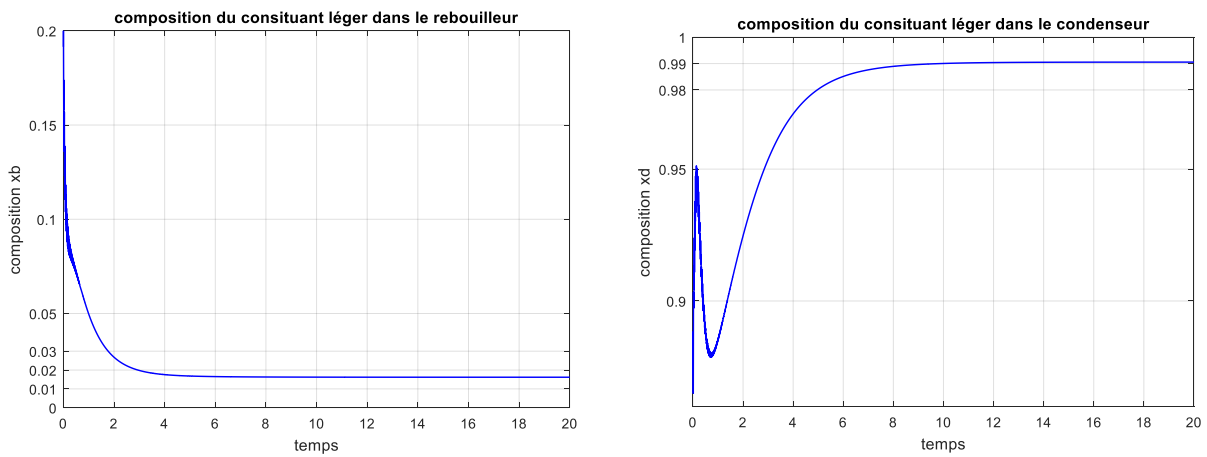


Figure 3.18 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe.

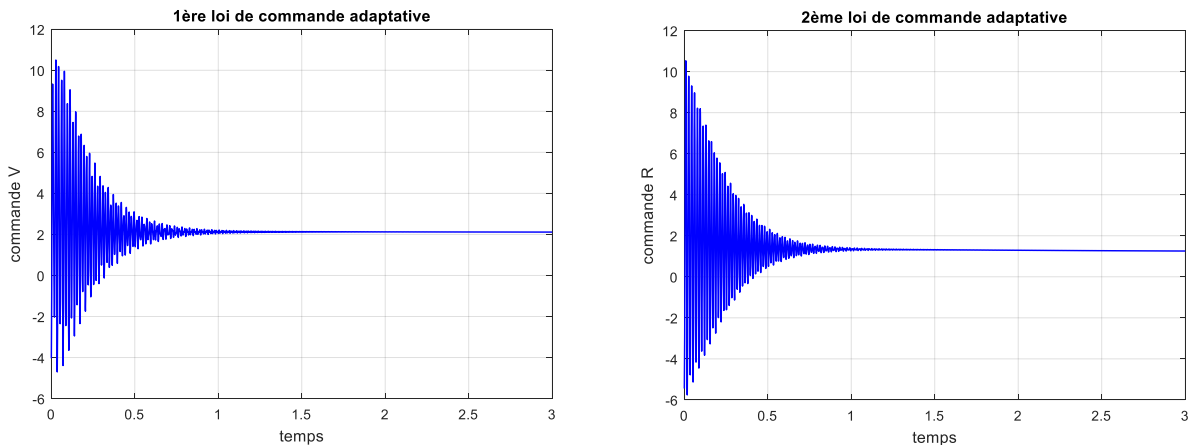


Figure 3.19 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe.



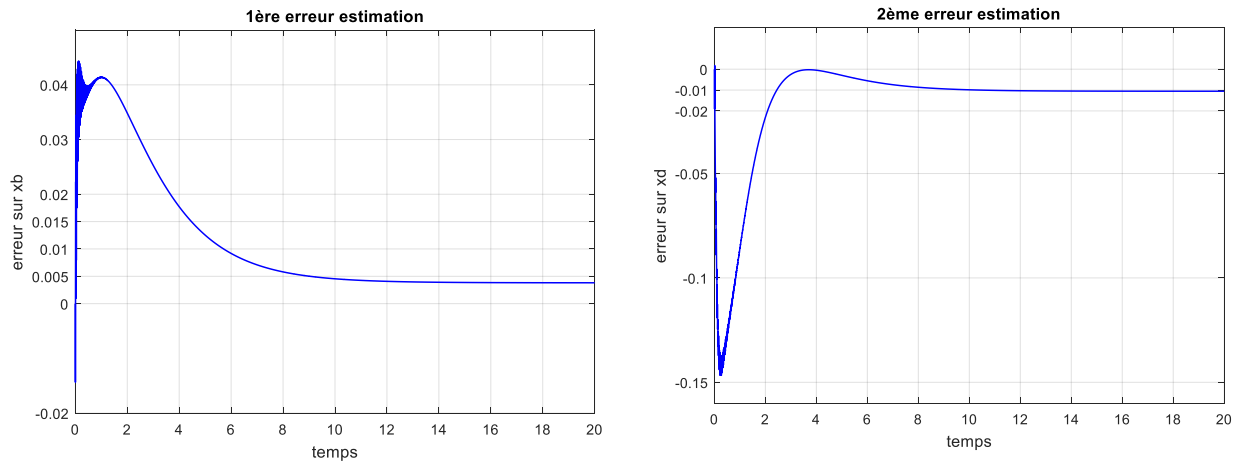


Figure 3.20 : Erreur d'estimation sur les deux sorties par la CAMR directe.

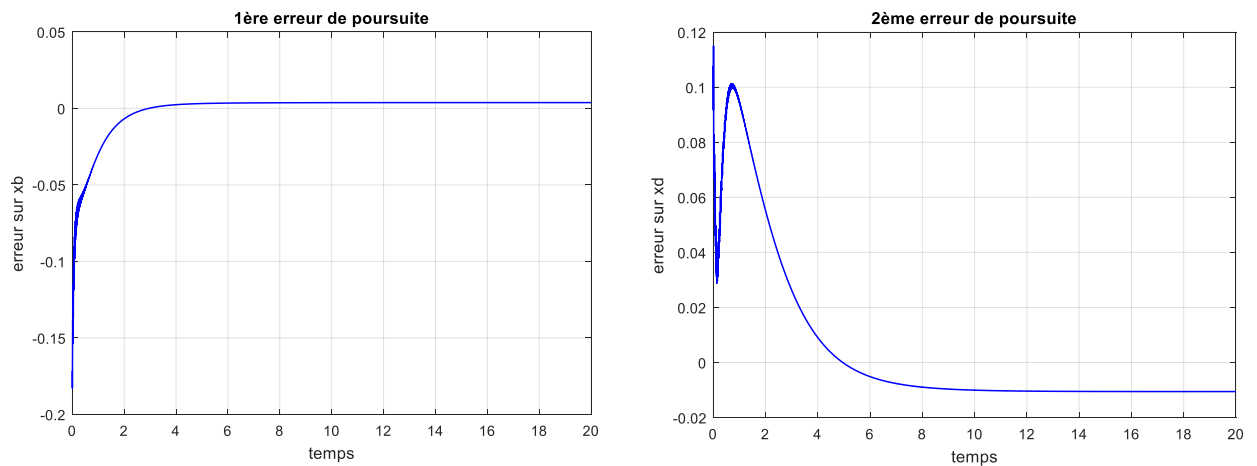


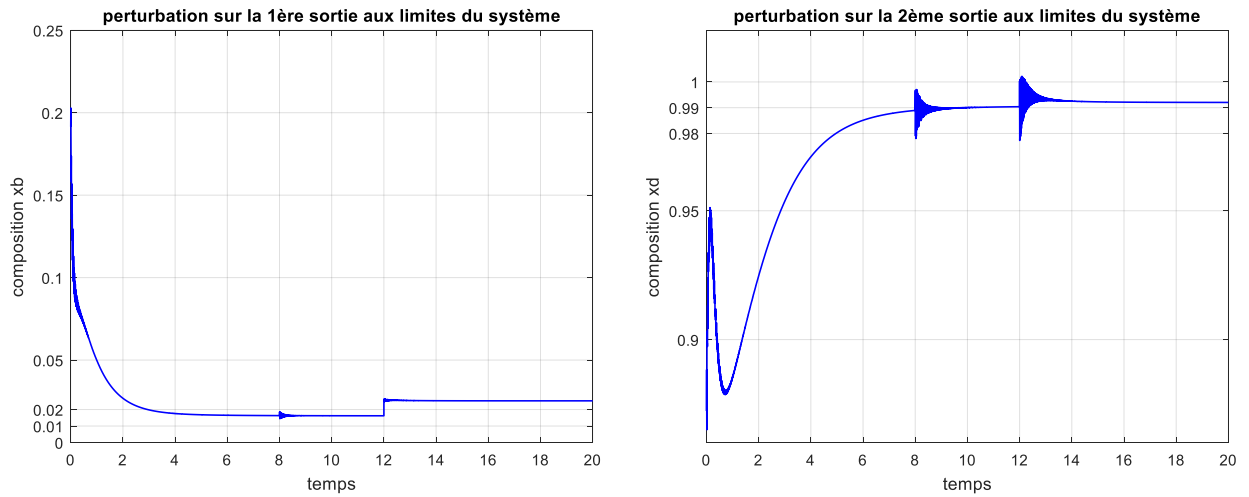
Figure 3.21 : Erreur de poursuite sur les deux sorties par la CAMR directe.

### Tests de performance :

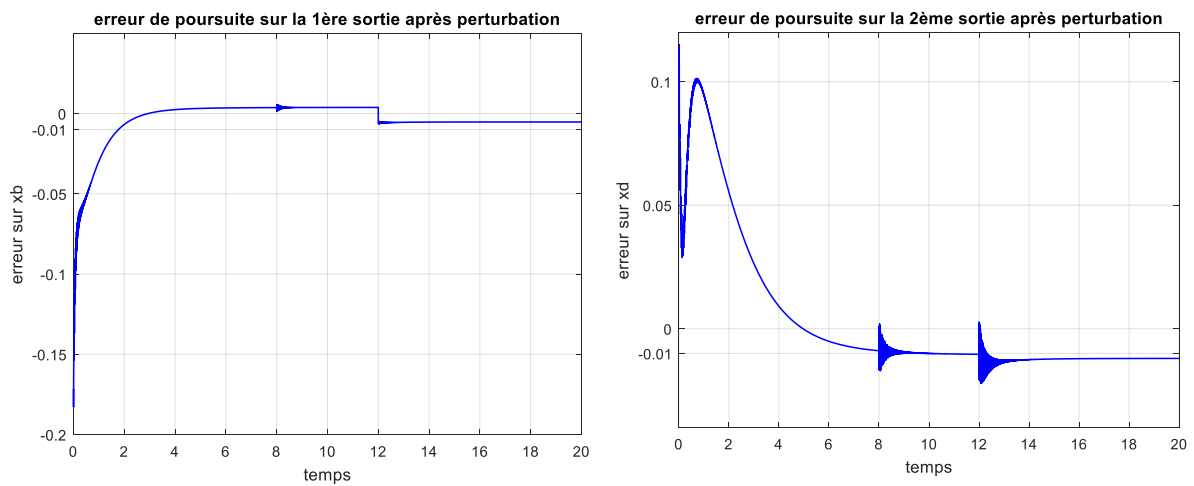
Après les simulations, nous allons appliquer des tests performance sur la commande en insérant des perturbations aux limites du système (entrée et sortie).

Nous appliquons :

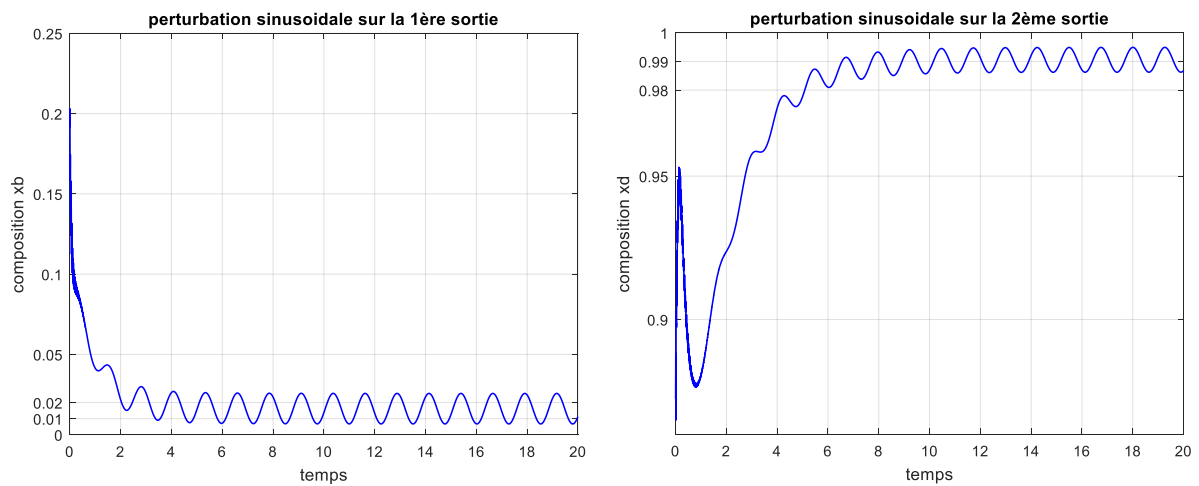
- Une perturbation de type échelon et d'amplitude 10 à l'entrée du système à l'instant 8s.
- Une perturbation de type échelon et d'amplitude 0.01 à la sortie du système à l'instant 12s.
- Une perturbation de type sinusoïdal d'amplitude 0.01 et de fréquence 5rad/s sur les sorties du système.



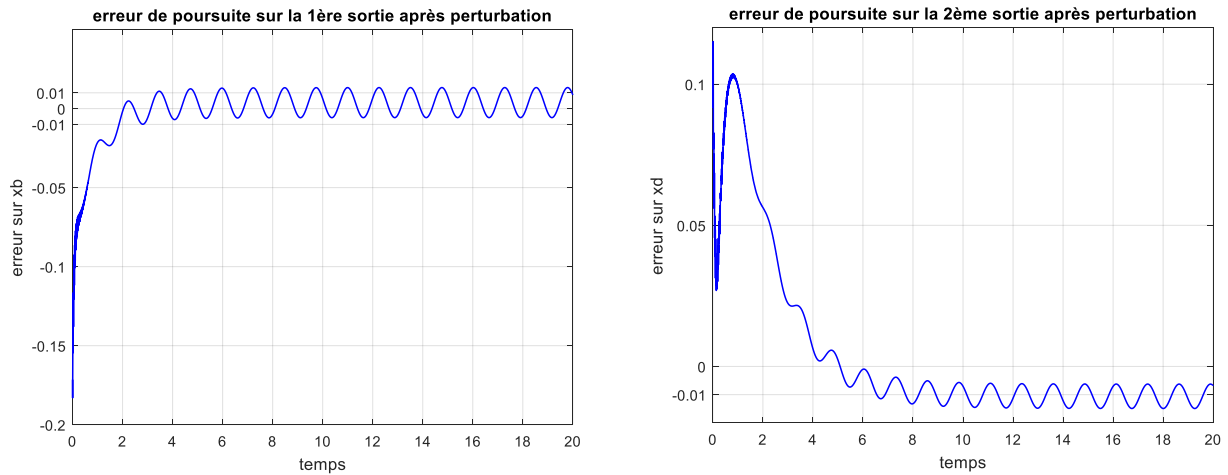
**Figure 3.22 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe.



**Figure 3.23 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe.



**Figure 3.24 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe.



**Figure 3.25 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe.

### Interprétation des résultats :

- On remarque que la première réponse du système, sans perturbation, a donné de bons résultats vis-à-vis la poursuite, les sorties coïncident pratiquement avec les références. On observe que l'erreur de poursuite pour la première sortie est nulle, et pour la deuxième elle est de l'ordre de 1%.
- L'erreur d'estimation, entre le modèle de référence et le système non linéaire, est de l'ordre de 0.5% pour la 1<sup>ère</sup> sortie et de 1% pour la 2<sup>ème</sup> sortie. On constate que le modèle de référence qui a été adopté est proche du système réel.
- Lorsque nous avons appliqué des perturbations, nous avons remarqué que l'erreur de poursuite a légèrement augmenté. Néanmoins, le système reste stable et très proche de la consigne.
- Le système réalise un rejet de perturbations en entrée mais pas en sortie. Lors de la perturbation sinusoïdale, le système oscille autour de la référence sans diverger.
- La loi de commande présente de grands dépassements durant le régime transitoire (ça n'a pas de sens physique car il est question de débits qui doivent être logiques), ce qui la rend difficile à implémenter, voire impossible. Ceci peut détériorer le système.

En premier lieu, pour essayer de remédier à ces problèmes, nous allons remplacer le modèle de référence par un prédicteur d'état et nous allons comparer les résultats obtenus.

### 3.4.4. MRAC avec prédicteur d'état :

Dans ce qui suit, nous allons reparamétriser la structure précédemment définie en utilisant un prédicteur d'état donné par : [10]

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_m \hat{x}(t) + B \left( u(t) + \hat{\theta}^T(t) x(t) \right), & \hat{x}(0) = x_0 \\ y(t) = C^T \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.30)$$

Où  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'état du prédicteur.

On considère  $\tilde{x}(t) \triangleq \hat{x}(t) - x(t)$  l'erreur de prédiction.

La loi d'adaptation s'écrit alors :

$$\hat{\theta}(t) = -\Gamma \int x(t)\tilde{x}^T(t)PB dt, \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \quad (3.31)$$

$A_m, B, C, P$  et  $\Gamma$  ont la même signification que dans la partie précédente.

La démonstration de stabilité est dans l'annexe (B.2).

Le schéma bloc du système en boucle fermée suivant cette configuration est donné par la figure 3.26 [10].

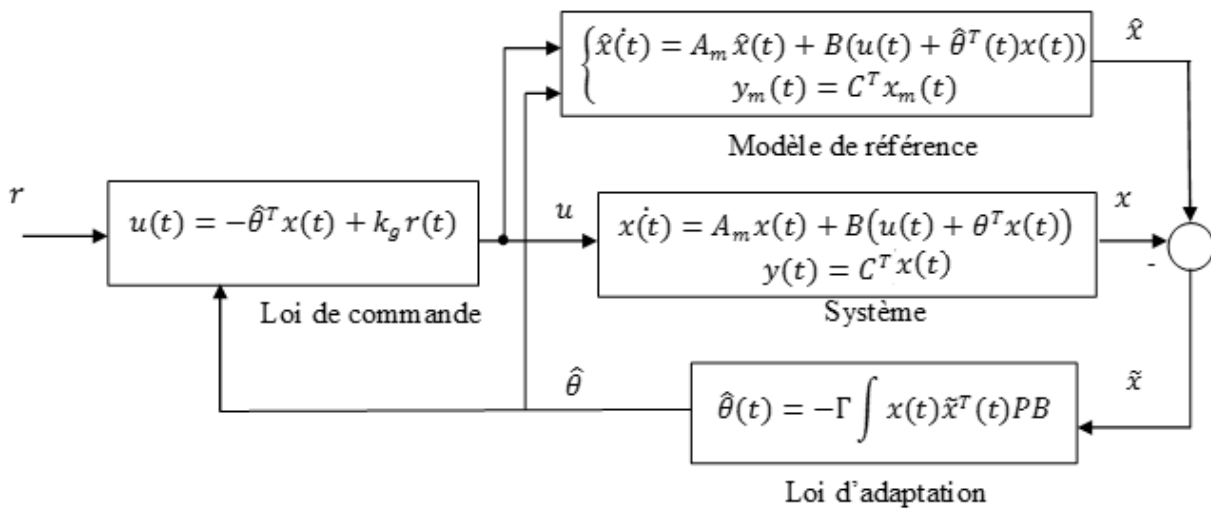


Figure 3.26 : L'architecture de la CAMR avec prédicteur d'état en boucle fermée.

### 3.4.4.1. Application à la colonne de distillation :

Nous allons élaborer l'architecture de la CAMR avec prédicteur d'état de (3.30).

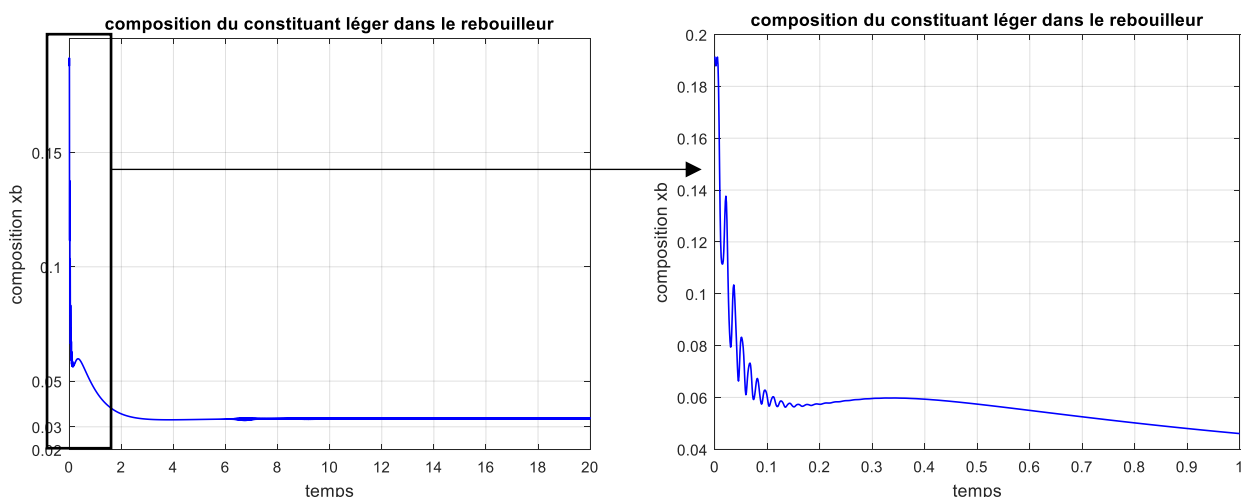
La matrice  $A_m = A - BK$  a été calculée par la méthode de LQR. Nous avons pris les pondérations suivantes :  $Q = 200 \times I_{12}$  et  $R = 0.4 \times I_2$ .

La loi d'adaptation est celle de (3.28).

Les éléments sont calculés de la même façon que précédemment, avec  $\Gamma = 10000$ .

La loi de commande (3.25) ne change pas.

### Résultats de simulation :



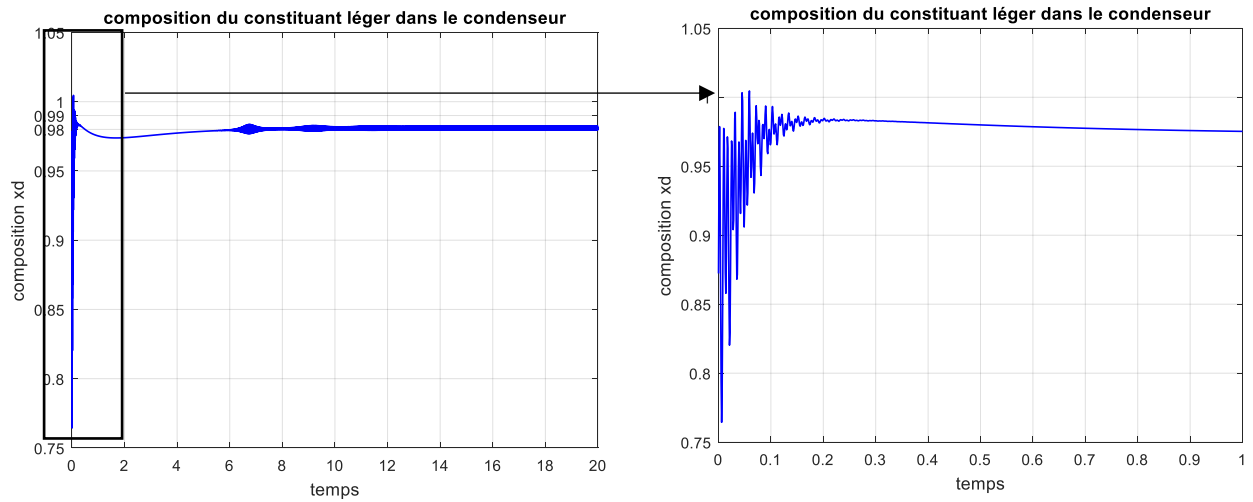


Figure 3.27 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état.

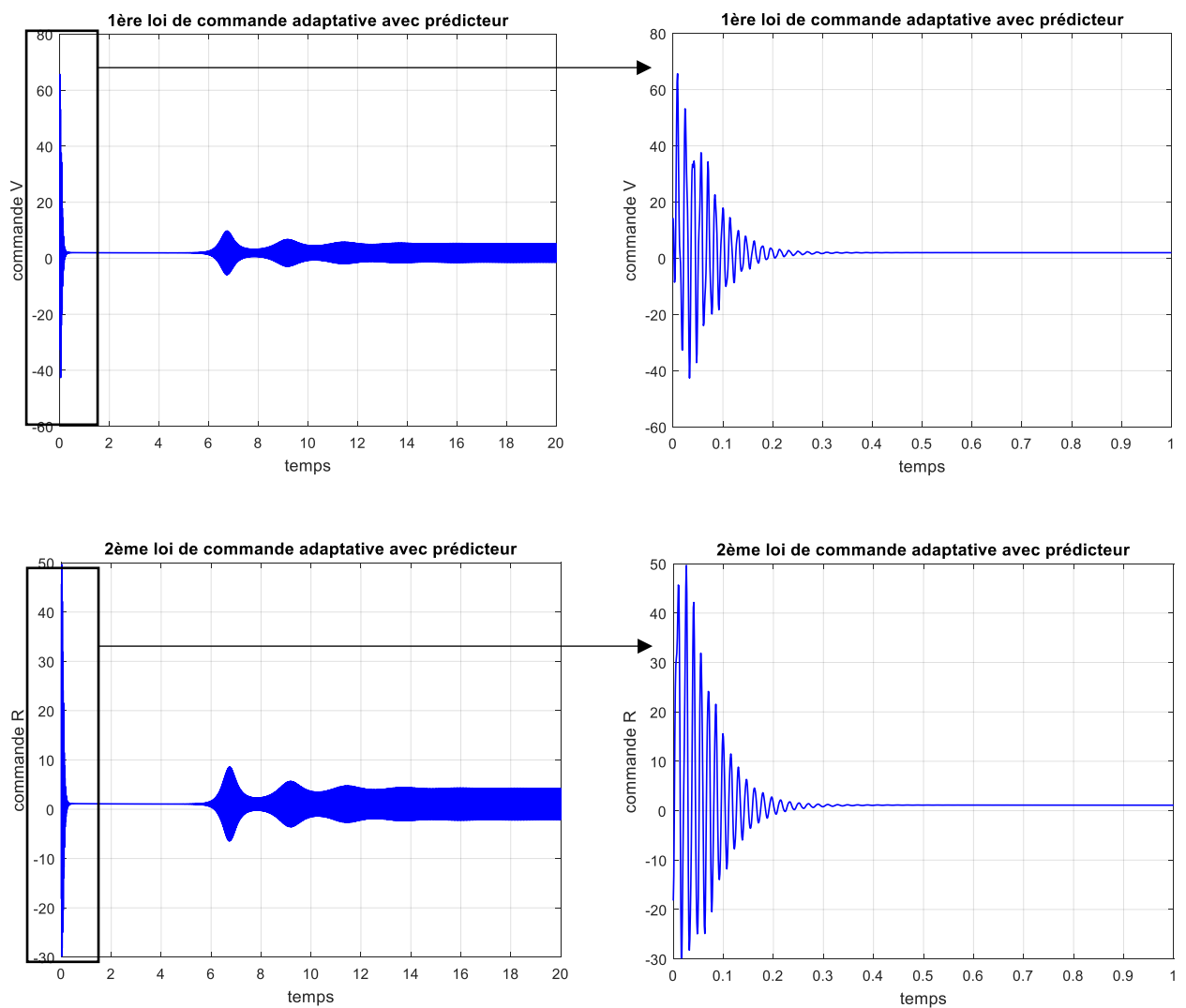


Figure 3.28 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état.

**Remarque 3.2 :**

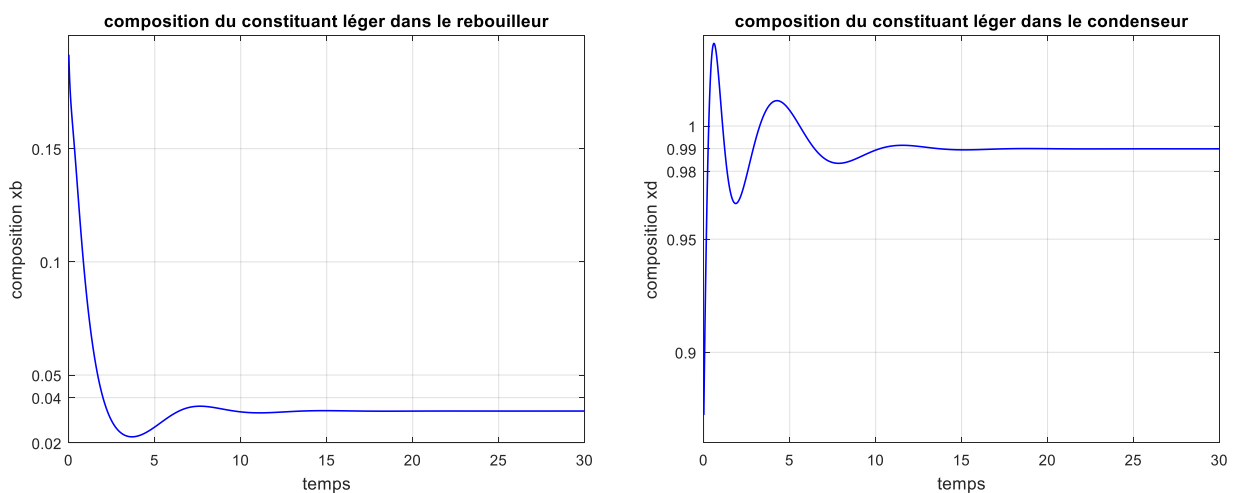
La loi de commande a une forme irréalisable qu'on ne peut pas implémenter à cause de ses oscillations à grandes amplitudes. Ceci a induit des réponses à grandes oscillations également. Ce problème est dû au grand gain d'adaptation qui cause des non linéarités qui peuvent parfois déstabiliser le système.

Pour y remédier, nous allons placer un filtre passe-bas stable strictement propre qui va nous éliminer les oscillations qui sont en hautes fréquences, tout en diminuant le gain adaptatif.

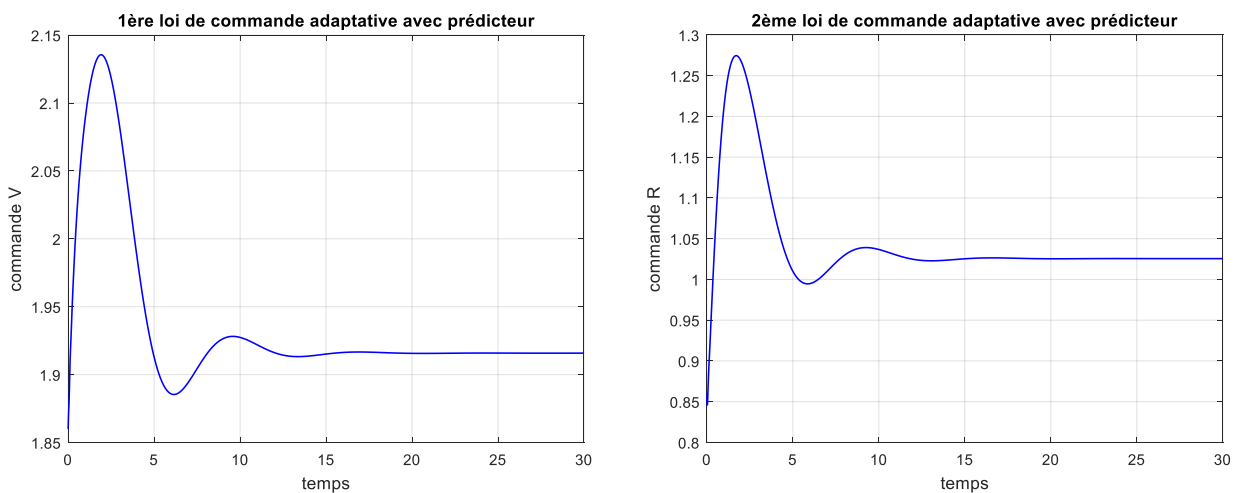
Le filtre va être placé après la commande, et va avoir la forme suivante :

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{Ts + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Ts + 1} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

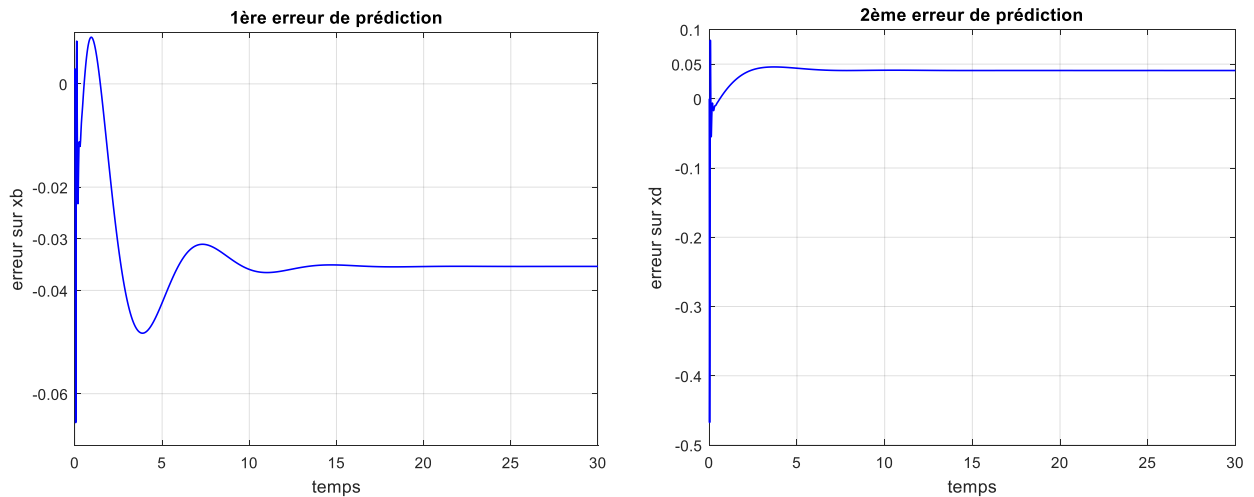
**Résultats de simulation :**



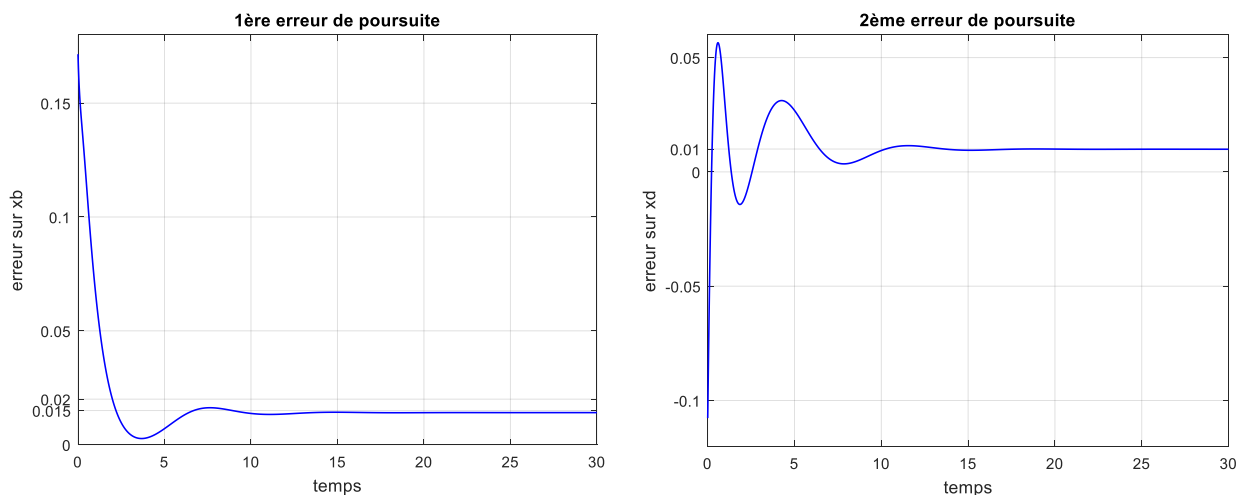
*Figure 3.29 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état avec filtre passe-bas.*



*Figure 3.30 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état avec filtre passe-bas.*



**Figure 3.31 :** Erreur de prédiction sur les deux sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état.



**Figure 3.32 :** Erreur de poursuite sur les deux sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état.

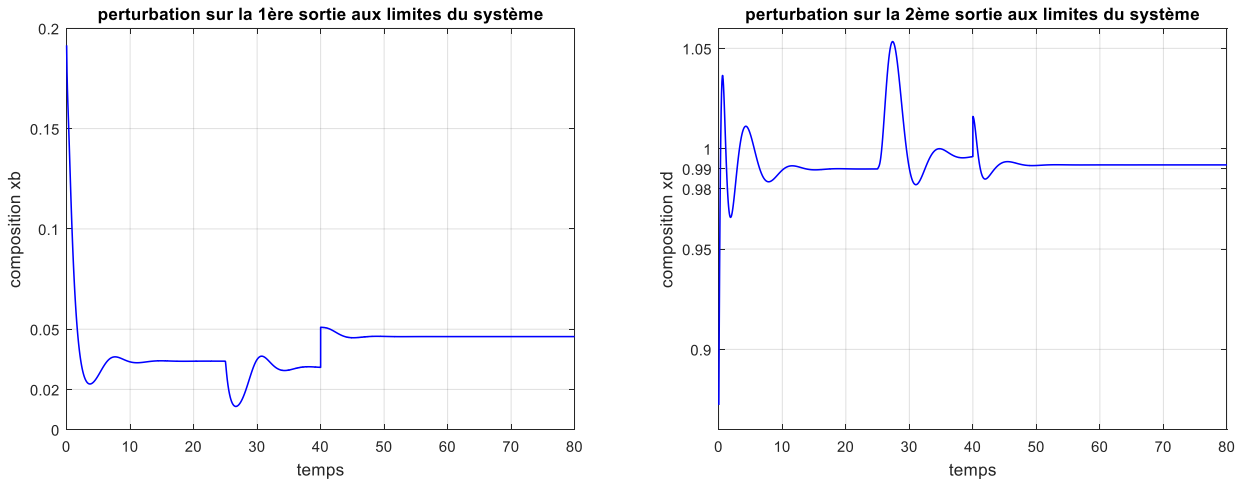
### Tests de performance :

Maintenant, nous allons appliquer des tests de performance sur la commande en insérant des perturbations aux limites du système (entrée et sortie).

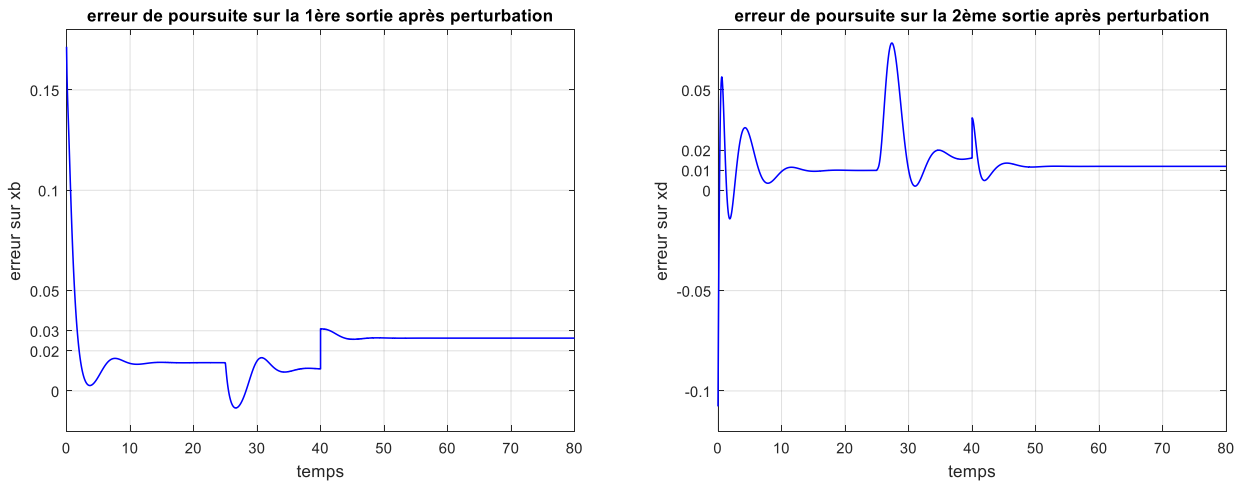
Nous appliquons :

- Une perturbation de type échelon et d'amplitude 0.5 à l'entrée du système à l'instant 25s.
- Une perturbation de type échelon et d'amplitude 0.02 à la sortie du système à l'instant 20s.

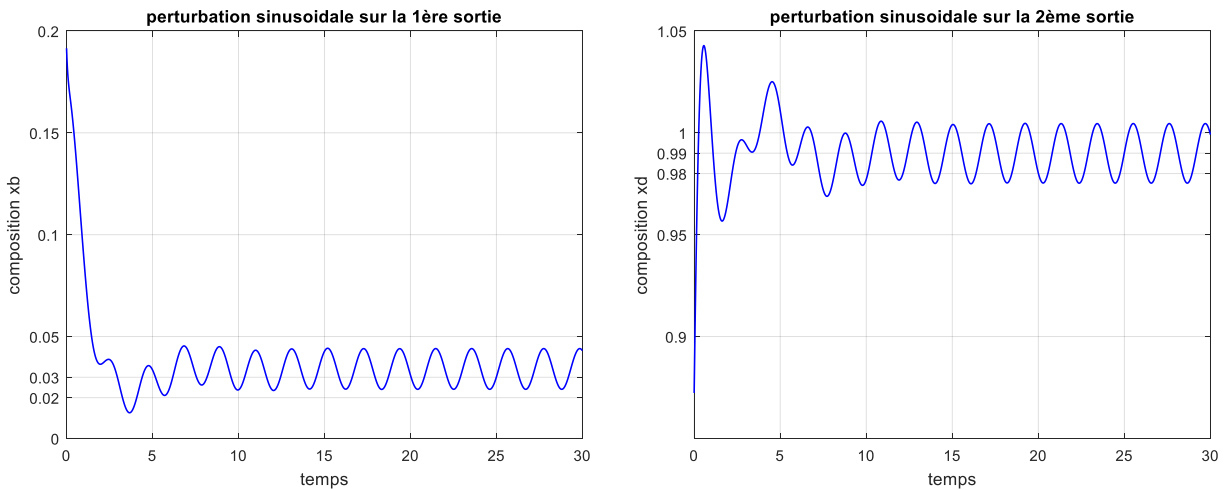
Une perturbation de type sinusoïdal d'amplitude 0.01 et de fréquence 3rad/s sur les sorties du système.



**Figure 3.33 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état.

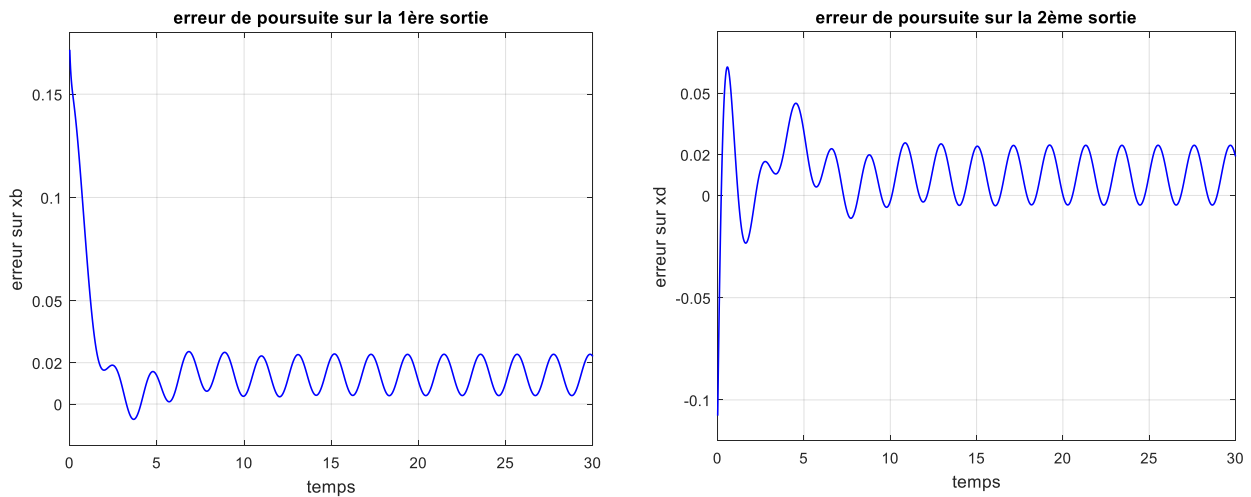


**Figure 3.34 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état.



**Figure 3.35 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état.





**Figure 3.36 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état.

### Interprétation des résultats :

- La réponse du système sans perturbation est tolérable, la poursuite est réalisée avec une erreur de 1.5% pour la première sortie et de 1% pour la deuxième.
- L'erreur de prédiction est de l'ordre de  $10^{-2}$ . Le prédicteur est donc fiable.
- La loi de commande résultante après le filtre passe-bas, est admissible. Elle ne présente aucune oscillation et ses dépassements sont dans les limites physiques du système (débits de vapeur et de reflux tolérables).
- Après application des perturbations à l'entrée et à la sortie du système, l'erreur de poursuite a légèrement augmenté mais le système reste stable. Or, le système est incapable de rejeter quelques perturbations à la sortie.
- Le système supporte les perturbations sinusoïdales, il oscille autour de la consigne avec une erreur toujours admissible.

Nous constatons que le problème de rejet de perturbations persiste malgré la présence du prédicteur d'état. Nous allons donc appliquer une autre approche permettant d'éliminer ces perturbations. Néanmoins, nous avons pu régler la loi de commande et rapprocher l'estimateur d'état au système réel.

### 3.4.5. MRAC par l'approche des modes glissants :

Comme il a été montré dans la partie précédente, nous avons utilisé l'approche de Lyapunov (descente du gradient) dans le calcul de l'estimateur pour garantir la stabilité du système en boucle fermée. Nous avons remarqué que cette approche est limitée en ce qui concerne le rejet de perturbations en sortie. Dans cette partie, en revanche, nous allons procéder par mode glissant pour montrer sa robustesse et son maintien de performance malgré les perturbations.

Nous devons, d'abord, définir la surface de glissement  $\sigma(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  adéquate. Elle est donnée par [26] :

$$\sigma(t) = \lambda \tilde{x}(t) \tag{3.33}$$

Avec :  $\lambda \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est une matrice constante choisie telle que  $\lambda B \neq 0$ .

$\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t)$  est l'erreur de prédiction.

La loi d'adaptation devient alors :

$$\hat{\theta}(t) = -\Gamma \int x(t)\sigma(t)^T \lambda B dt, \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \quad (3.34)$$

Démonstration dans l'annexe (B.3).

### 3.4.5.1. Application à la colonne de distillation :

Nous allons appliquer la loi de commande (3.25) avec la loi d'adaptation (3.34) qui contient la surface de glissement (3.33) au système à la présence du prédicteur d'état (3.30).

#### Résultats de simulation :

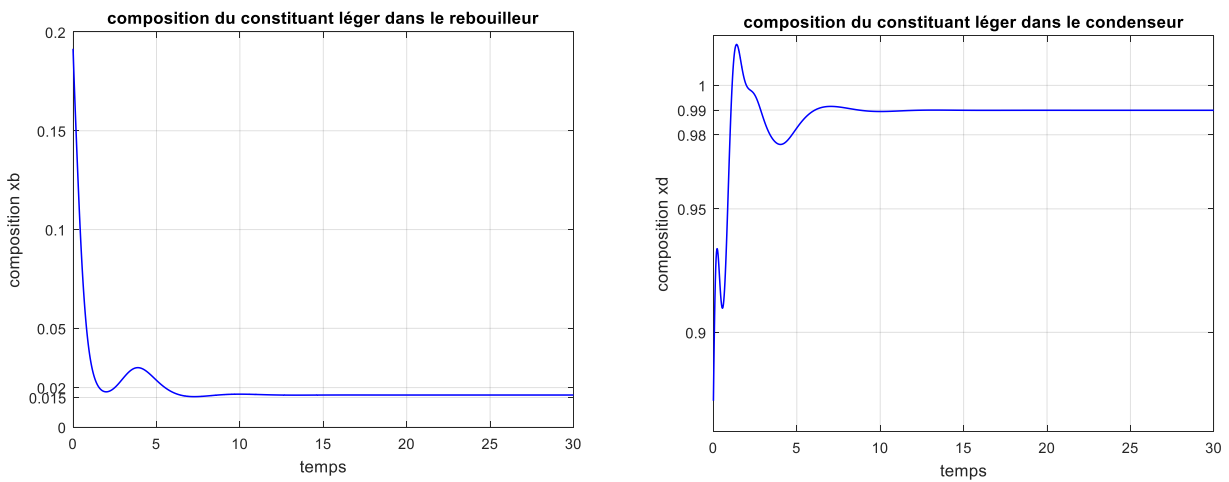


Figure 3.37 : Réponse du système en boucle fermée par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.

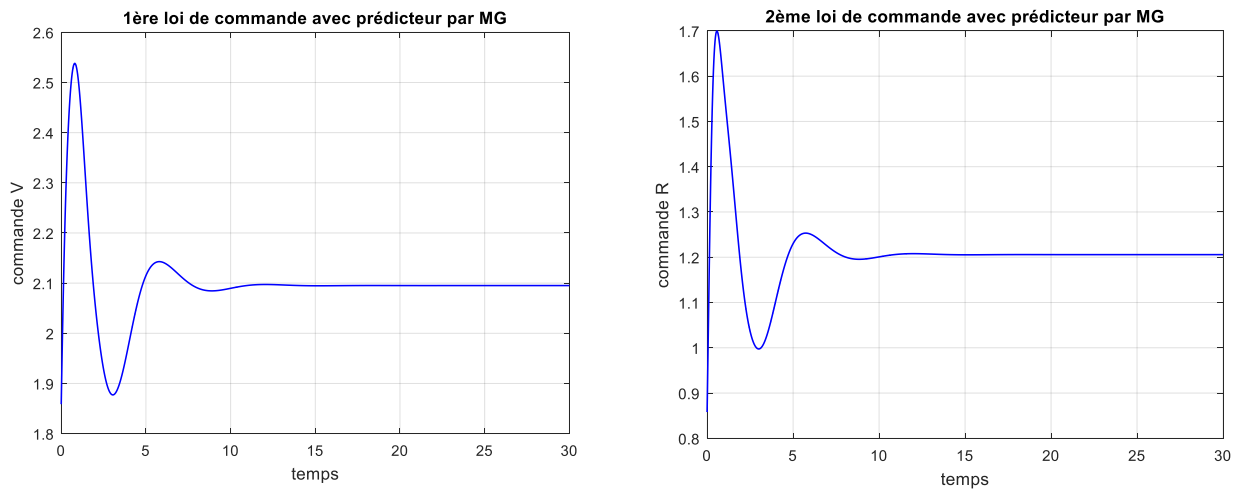
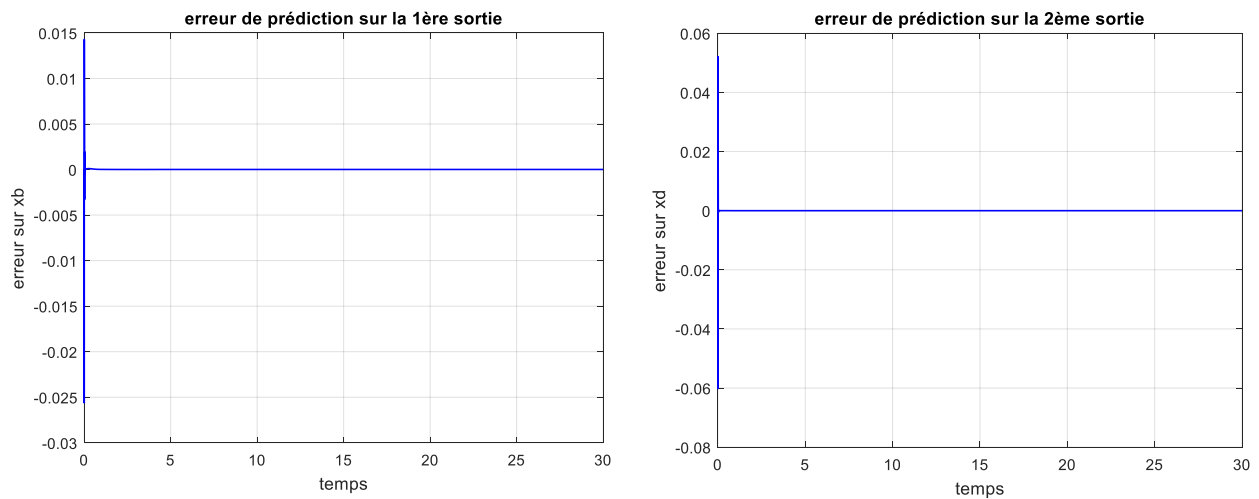
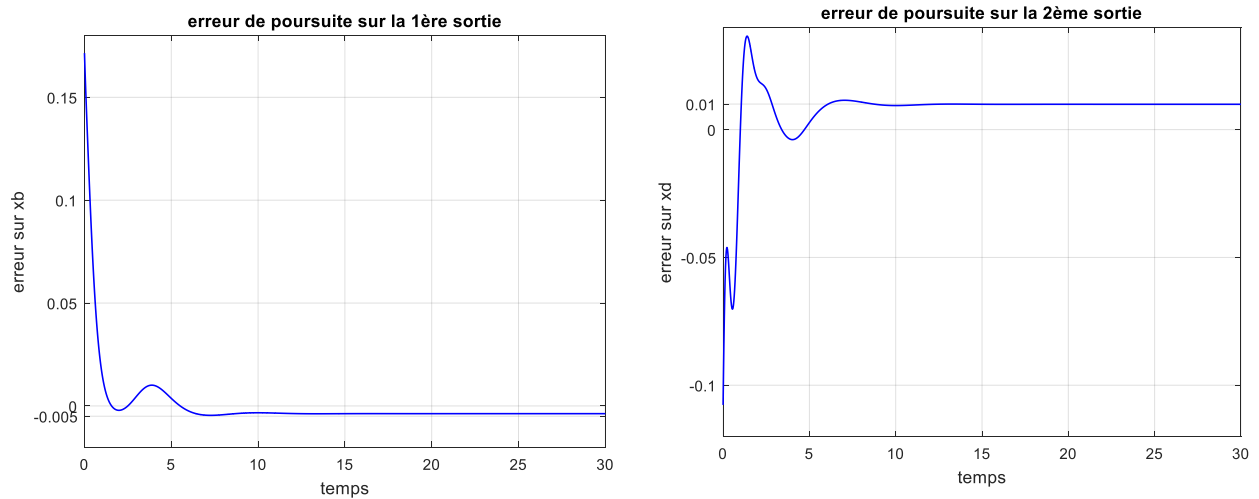


Figure 3.38 : Loi de commande adaptative à modèle de référence directe avec prédicteur d'état par modes glissants.



**Figure 3.39 :** Erreur de prédiction sur les deux sorties par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants .

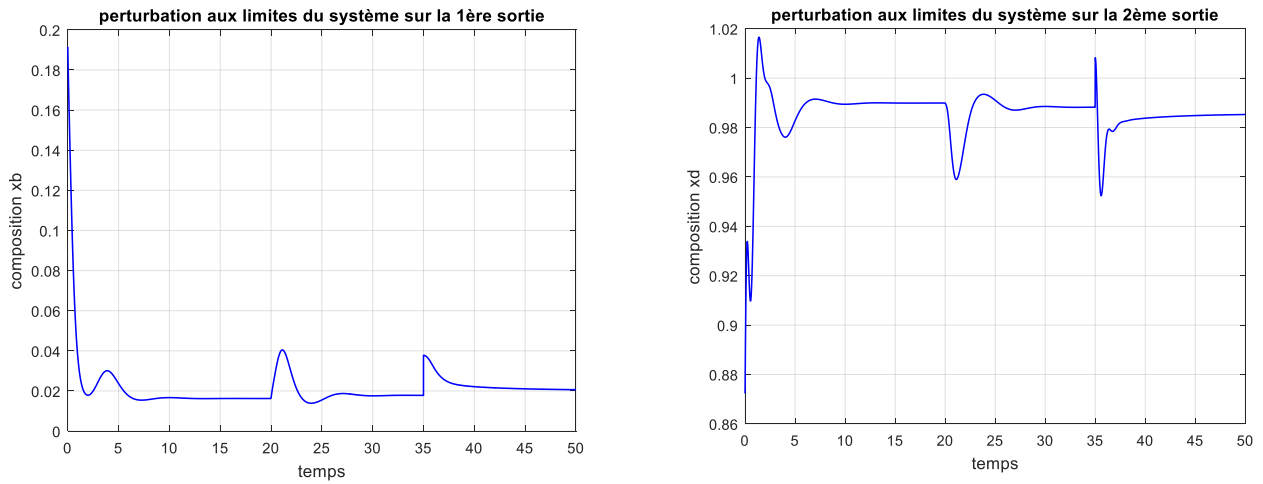


**Figure 3.40 :** Erreur de poursuite par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.

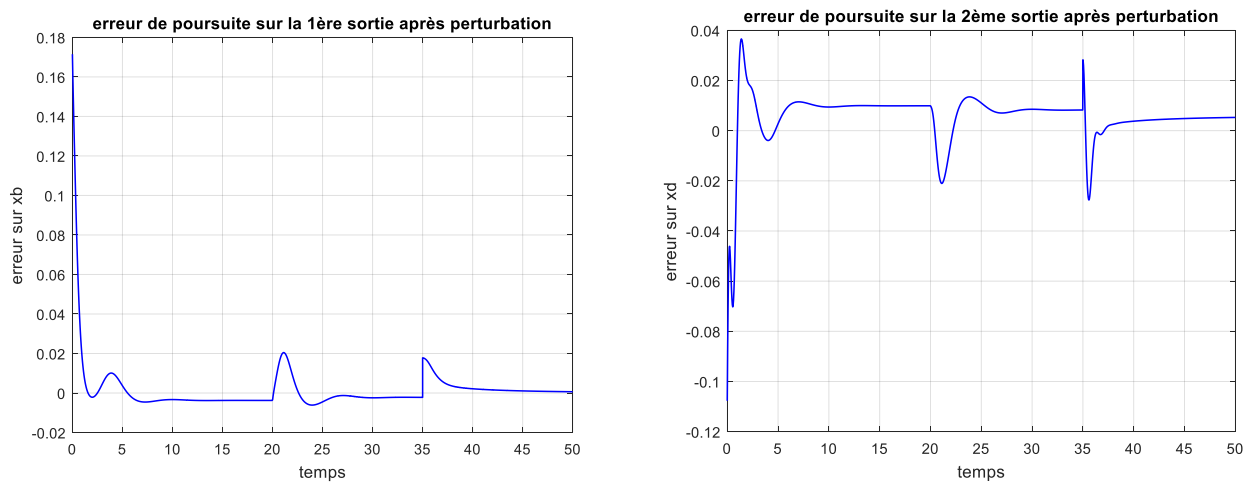
### Tests de performance :

Nous allons appliquer quelques perturbations sur le système pour évaluer sa performance.

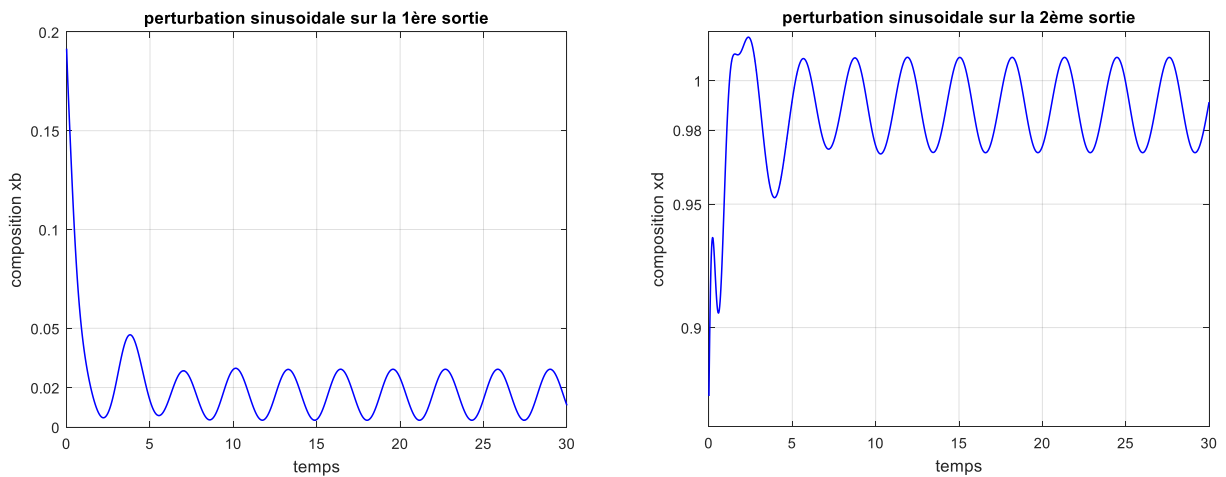
- Une perturbation à l'entrée de type échelon et d'amplitude 0.5 à l'instant 20s.
- Une perturbation à la sortie de type échelon et d'amplitude 0.02 à l'instant 35s.
- Une perturbation à la sortie de type sinusoïdal d'amplitude 0.01 et de fréquence 2rad/s.



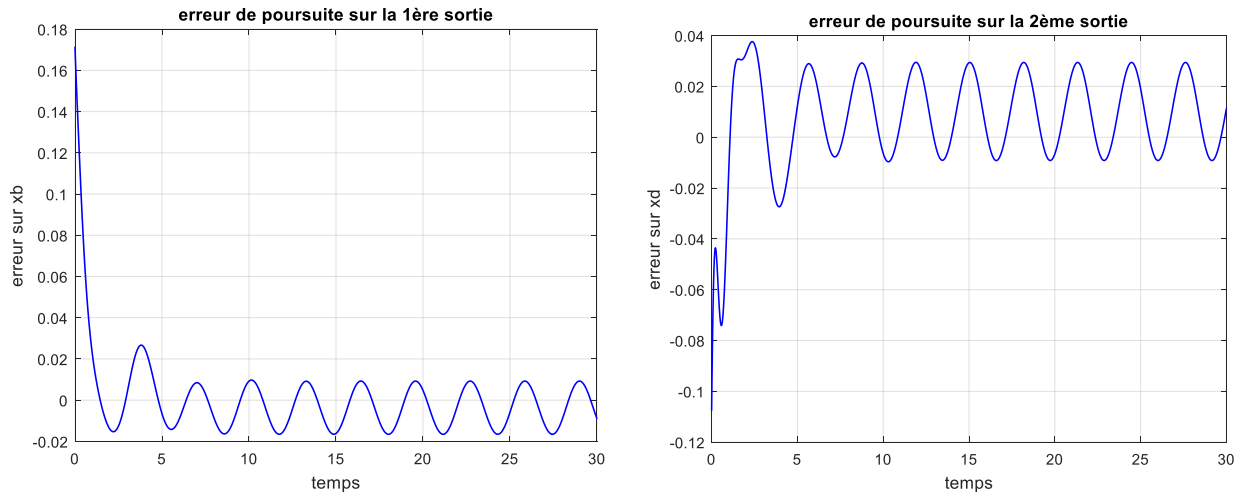
**Figure 3.41 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à l'entrée et à la sortie du système de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.



**Figure 3.42 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type échelon par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.



**Figure 3.43 :** Test de performance du système à la présence des perturbations à la sortie du système de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.



**Figure 3.44 :** Erreur de poursuite après les perturbations de type sinusoïdal par la CAMR directe avec prédicteur d'état par modes glissants.

### Interprétation des résultats :

- La loi de commande résultante est plus réaliste, son implémentation est plus ou moins possible car elle ne présente pas de fortes oscillations et les dépassements sont tolérables (les valeurs ont un sens physique, elles signifient bien des débits)
- Cette approche nous a permis d'améliorer les performances en réalisant des rejets de perturbations en entrée et en sortie avec une erreur statique pratiquement nulle.
- La commande supporte les perturbations sinusoïdales, et l'erreur de poursuite est très petite.

### 3.5. Analyse de robustesse de la commande MRAC :

Dans cette partie, nous allons élaborer quelques tests de robustesse des commandes présentées dans les paragraphes précédents.

Nous rappelons que nous avons synthétisé, en premier lieu, la commande par retour d'état, ensuite la commande par modes glissants, et à la fin la commande adaptative. La comparaison dans ce paragraphe se fera entre les différentes approches de la commande adaptative.

Pour ce qui est de MRAC sans prédicteur, d'après les simulations, elle n'est pas robuste vis-à-vis des erreurs de modélisations rajoutés au système. Ceci est dû au modèle de référence, car ce dernier n'est valable que pour le régime statique tandis que les erreurs de modélisation apparaissent dans le régime transitoire. Autrement dit, l'erreur de modélisation doit converger vers zéro, mais ceci n'est valide que lorsque le modèle de référence est stable, ce que nous ne pouvons assurer dans le régime transitoire (i.e. en haute fréquence).

Finalement nous allons nous contenter d'appliquer des tests de robustesse sur le système avec la commande MRAC avec prédicteur d'état pour les deux approches : descente du gradient et modes glissants.

### 3.5.1. Choix des erreurs de modélisation :

Il est clair que la robustesse des commandes est évaluée en haute fréquence. Il nous faut donc connaître la bande passante du système pour pouvoir choisir des erreurs en haute fréquence.

Pour ce faire, nous allons tracer le diagramme fréquentiel du système linéarisé en boucle ouverte.

La MFT du système est calculé comme suit :

$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B \quad (3.35)$$

La linéarisation a déjà été faite dans ce qui précède. Le système étant MIMO à deux entrées et deux sorties, la MFT sera de la forme suivante :

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Le calcul de la sélection du système au régime statique a donné le résultat suivant :

$$\lambda = G^{-T}(0) \times G(0) \quad (3.37)$$

Le signe  $\times$  signifie la multiplication élément par élément.

A.N :

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0.9921 & 0.0079 \\ 0.0079 & 0.9921 \end{bmatrix}$$

Donc, on considère la première sélection où  $u_1$  commande  $y_1$  et  $u_2$  commande  $y_2$ .

D'après ces résultats, les erreurs de modélisation seront comme suit :

$$\Delta G(s) = \begin{bmatrix} \Delta g_1(s) & 0 \\ 0 & \Delta g_2(s) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

On trace le diagramme de Bode des valeurs singulières de la MFT résultante, le résultat est le suivant :

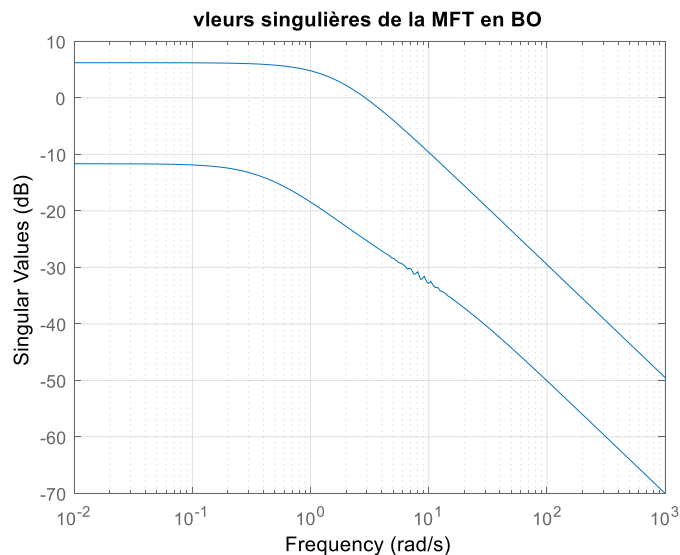


Figure 3.45 : Diagramme fréquentiel de la MFT en boucle ouverte.

On remarque que la fréquence de coupure est dans les environs de  $w_c \approx 3 \text{ rad/s}$ . Nous allons donc choisir des erreurs de modélisation qui agiront au-delà de cette fréquence.

On considère des erreurs de modélisation de type multiplicatif du 2<sup>ème</sup> ordre représentant une résonance :

$$\Delta G(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_1 w_{n1}}{s^2 + 2\xi_1 w_{n1} s + w_{n1}^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_2 w_{n2}}{s^2 + 2\xi_2 w_{n2} s + w_{n2}^2} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Le coefficient d'amortissement  $\xi$  est pris de telle sorte que la résonance apparaisse. Si on le prend dans le cas idéal le pic de résonance n'apparaît pas. Il est choisi tel que  $\xi_1 = \xi_2 = 0.1$ .

Le gain  $k$  est pris inférieur à 1 :  $k_1 = 0.2$  et  $k_2 = 0.01$ .

Les fréquences de résonances sont prises en hautes fréquence :

$$w_{n1} = 10 \text{ rad/s} \text{ et } w_{n2} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\text{A.N : } \Delta G(s) = \begin{bmatrix} \frac{20}{s^2 + 2s + 100} & 0 \\ 0 & \frac{4}{s^2 + 4s + 400} \end{bmatrix}$$

Etant donné que les erreurs sont du type multiplicatif, la structure est donnée par la figure 3.46.

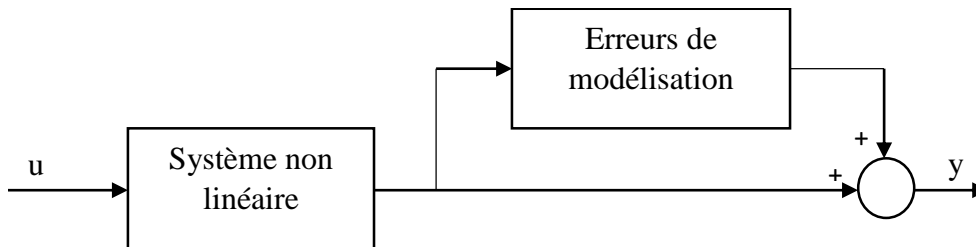


Figure 3.46 : Erreurs de modélisation multiplicative.

Le diagramme fréquentiel comportant le système en boucle ouverte et les erreurs de modélisation est le suivant :

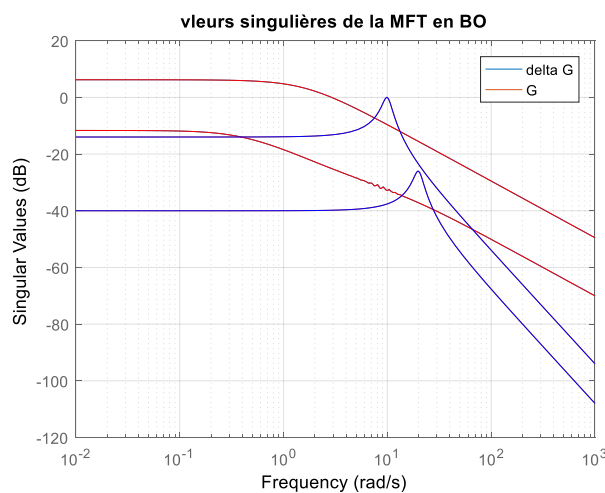
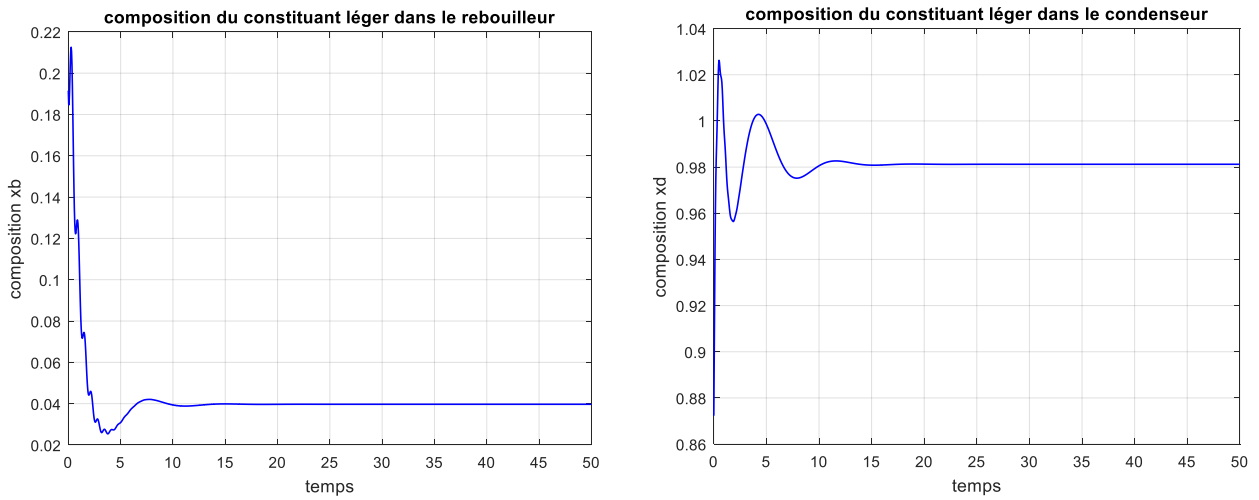


Figure 3.47 : Diagramme fréquentiel des erreurs de modélisation.

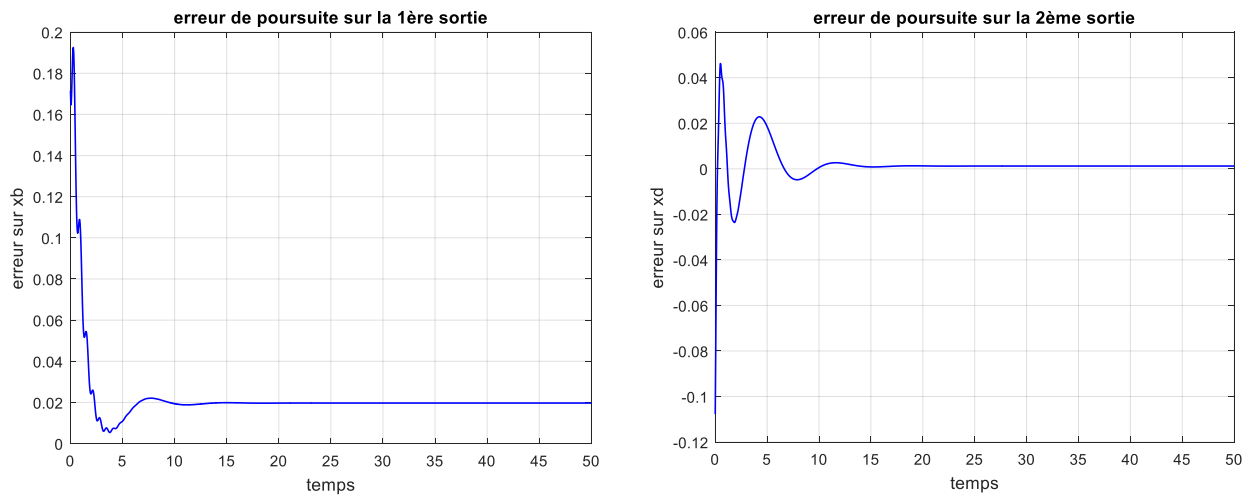
D'après le diagramme de Bode, on voit bien que l'erreur de modélisation apparaît en hautes fréquences et avec une résonance.

### Résultats de simulation :

Nous allons visualiser les réponses du système avec les erreurs de modélisations en appliquant la commande MRAC avec prédicteur selon les deux approches : Lyapunov et modes glissants.

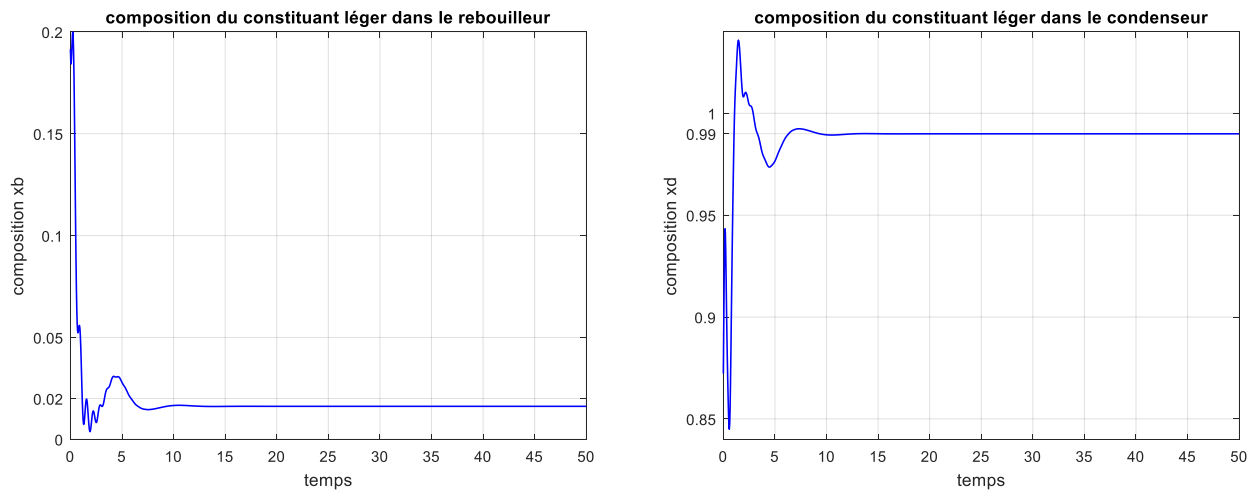


*Figure 3.48 : Robustesse du système vis-à-vis des erreurs de modélisations avec la commande MRAC par l'approche de Lyapunov.*

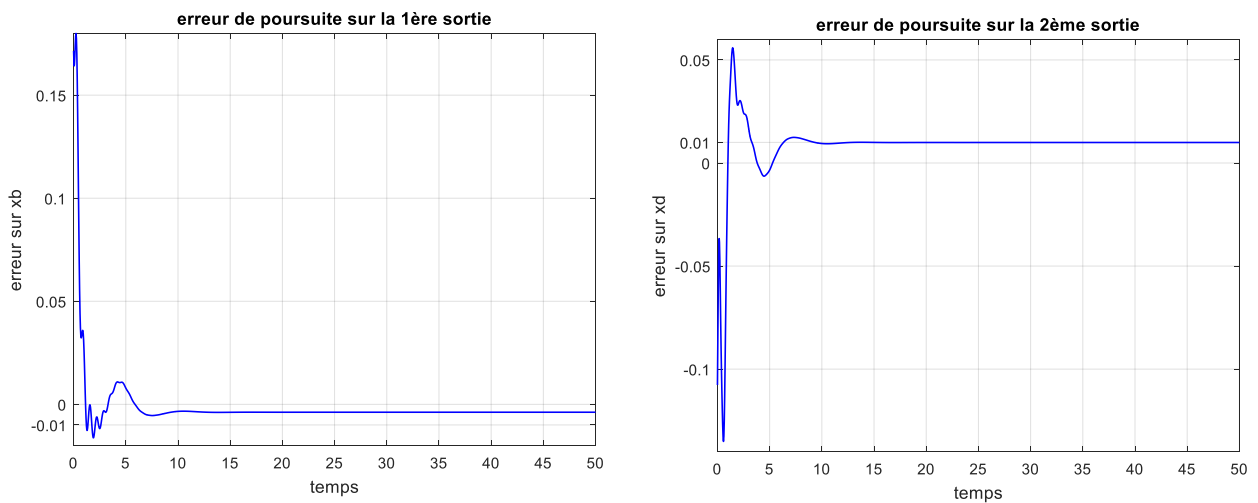


*Figure 3.49 : Erreur de poursuite à la présence des erreurs de modélisation par l'approche de Lyapunov.*





**Figure 3.50 :** Robustesse du système vis-à-vis des erreurs de modélisations avec la commande MRAC par l'approche des modes glissants.



**Figure 3.51 :** Erreur de poursuite à la présence des erreurs de modélisation par l'approche des modes glissants.

**Remarque 3.3 :**

La robustesse de la commande MRAC avec prédicteur d'état conçue par les deux approches, Lyapunov et modes glissants, est confirmée d'après les résultats de simulation. Le régime transitoire reste stable et l'erreur de poursuite est négligeable.

### 3.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons appliqué au système différentes commandes afin de réaliser une comparaison. En premier lieu, nous avons synthétisé une commande linéaire par retour d'état optimale qui s'est avérée assez performante et capable de réaliser des rejets de perturbation. Cependant, sa robustesse est limitée lorsqu'il s'agit d'erreurs de modélisation en hautes fréquences.

Ensuite, nous avons élaboré une commande par modes glissants qui a pu réaliser la poursuite de la référence mais en présence de légères oscillations en régime statique. Pour éliminer le phénomène de broutement qui a pris place, nous avons remplacé la loi discontinue de commutation par la une fonction de saturation, et la sortie est lissée.

Par la suite, nous avons développé une commande non linéaire qui est la commande adaptative. Cette dernière a été conçue selon deux approches (descente du gradient et modes glissants). La configuration avec modèle de référence a montré que la commande est limitée à la présence des perturbations en sortie. Le passage vers la configuration avec prédicteur a mis en évidence l'importance de ce dernier à travers les lois de commandes régies. Néanmoins, l'ajout du prédicteur n'a pas suffi pour maintenir les performances du système. Pour cela, nous sommes passées à l'approche par modes glissants qui a pu minimiser l'erreur statique à la présence des perturbations, où est apparu sa robustesse. En outre, il faut noter que la commande par modes glissants est une commande gourmande en énergie, ce qui peut induire à sa dispense.

Finalement, des tests de robustesse de la commande adaptative avec prédicteur selon les deux approches a été faite dans le but de renforcer notre choix et mettre en évidence la robustesse de cette commande. Des erreurs de modélisation ont été ajoutée dans les hautes fréquences, et les résultats ont pu prouver la robustesse de la commande adaptative.

## *Chapitre IV*

# *Commande tolérante aux défauts (FTC)*

## **4.1. Introduction :**

L'objectif de la commande des systèmes en général est d'atteindre des niveaux de performances élevés et de répondre aux exigences de sécurité. Cependant, les systèmes technologiques sont souvent sujets à des problèmes techniques qui peuvent être nommés défauts. Ces derniers peuvent surgir à des moments inattendus, et à leur apparition, ils peuvent engendrer un niveau de performance insuffisant. Pour remédier à ces problèmes, de nouvelles approches pour la conception des systèmes de commande ont été développées afin de tolérer les dysfonctionnements des éléments tout en maintenant un niveau de performance acceptable. Ces types de systèmes de commande sont qualifiés de commande tolérante aux défauts [17] [13].

Dans ce chapitre nous allons présenter une classification des défauts, les différentes méthodes de la commande tolérante aux défauts et leurs classifications. Par la suite, nous allons élaborer des observateurs qui seront capables d'estimer les défauts qui peuvent nuire au système tels que les défauts actionneurs ou capteurs. Et dans ce cadre, nous allons synthétiser une commande qui sera apte à compenser ces défauts afin de préserver les performances du système.

## **4.2. Définitions et concepts :**

### **4.2.1. Commande tolérante aux défauts :**

L'objectif de la commande tolérante aux défauts est de s'accommoder automatiquement de l'effet des défauts tout en maintenant la stabilité et les performances nominales du système. Elle empêche aussi l'arrêt immédiat du système en lui permettant de fonctionner en mode dégradé [6].

### **4.2.2. La différence entre défaut et défaillance :**

Une défaillance est généralement une situation plus grave qu'un défaut, car la présence d'un défaut dans un système le rend plus lent ou moins efficace, contrairement à la défaillance qui nécessite une reconfiguration dans le système de commande où une redondance matérielle doit être disponible afin de produire l'effet désiré [12].

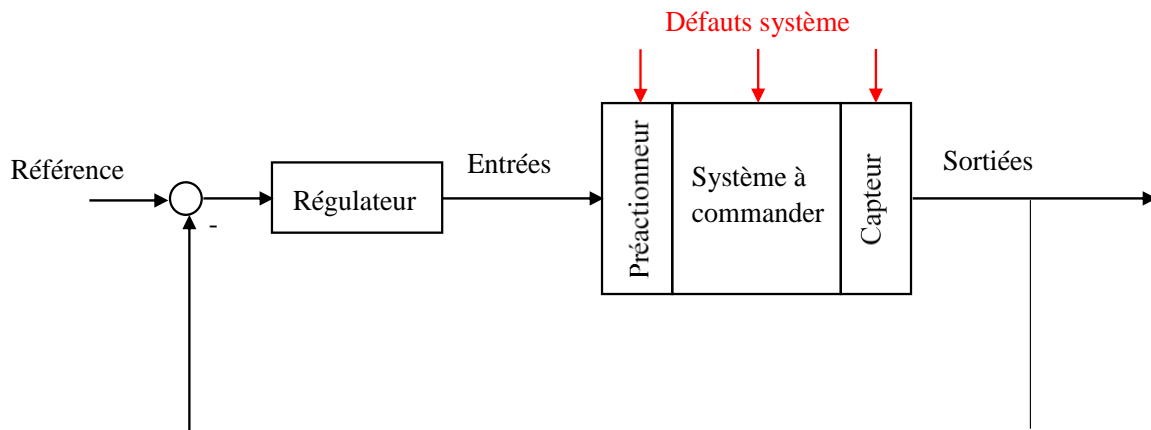
### **4.2.3. Classification des défauts :**

#### **4.2.3.1. Classification selon la localisation :**

Les défauts apparaissent dans des différentes parties d'un système, ils sont classés selon leur emplacement en trois catégories comme le montre la figure 4.1 [17].

#### **Les défauts actionneurs :**

Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détériorent le signal d'entrée du système. Ils représentent une perte totale (défaillance) ou partielle d'un actionneur agissant sur le système. On peut citer comme exemple de défaillance, un actionneur qui est resté "collé" sur une position, ceci le rend incapable de commander les systèmes. Les défauts actionneurs partiels sont des actionneurs réagissant de manière similaire au régime nominal mais avec une certaine dégradation dans leur action sur le système [6].



*Figure 4.1 : Répartition des défauts dans un système.*

### **Les défauts capteurs :**

Ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit une valeur réduite de la variable mesurée par rapport à la vraie valeur, cela se traduit par un biais ou un bruit qui empêche la bonne lecture. Un défaut capteur total produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur mesurée [6].

### **Les défauts composants ou système :**

Ce type de défaut provient du système lui-même, il résulte de la casse ou de l'altération d'un composant du système réduisant ses capacités à effectuer une tâche. En d'autres termes, c'est une modification des caractéristiques du système [6].

### **4.2.3.2. Classification selon la modélisation :**

D'un point de vue modélisation, les défauts se classent en défauts additifs et défauts multiplicatifs comme le montre la figure 4.2 [12].

#### **Défaut additif :**

Les défauts additifs sont des signaux externes supplémentaire, qui correspondent à des changements indépendants des entrées connues. Ces défauts représentent les défauts de composants dans le système à commander.

#### **Défaut multiplicatif :**

Les défauts multiplicatifs correspondent à des changements paramétriques qui affectent l'évolution des entrées/sorties, où l'amplitudes de ces entrées dépend des entrées connues. Ces défauts représentent les défauts de capteurs et d'actionneurs.

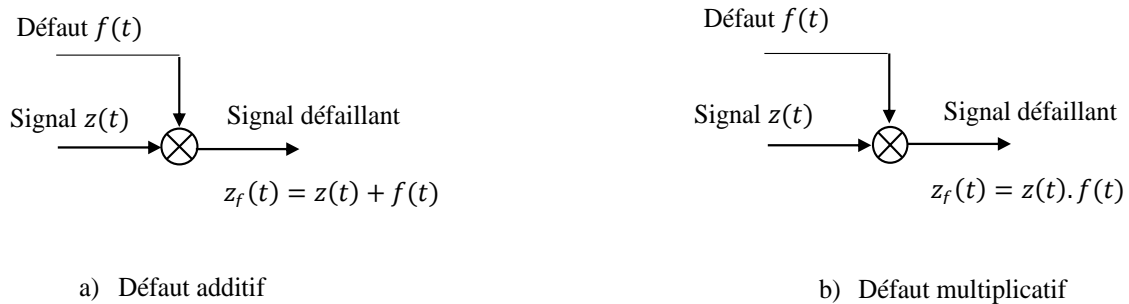


Figure 4.2 : Défaut additif et défaut multiplicatif.

### 4.2.3.3. Classification selon les caractéristiques temporelles :

Ainsi, en fonction de leurs caractéristiques temporelles, les défauts peuvent être classés comme graduels, abrupt et intermittents comme le montre la figure 4.3 [12].

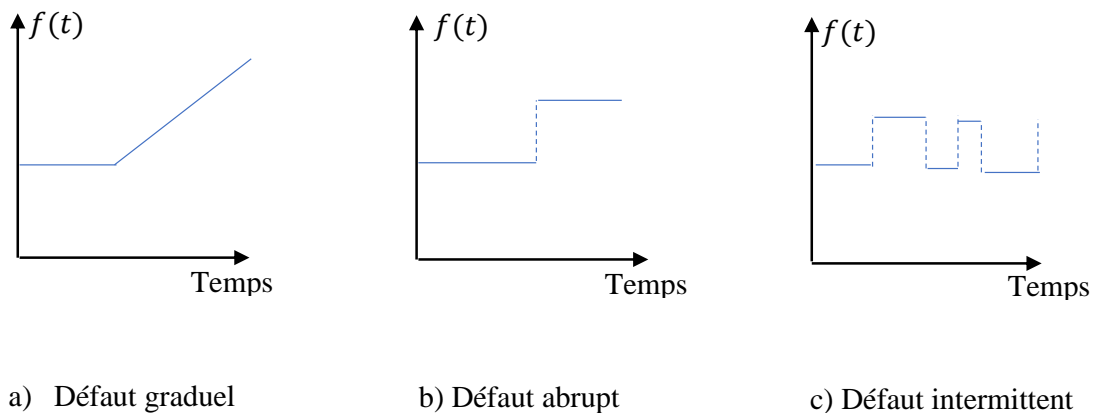


Figure 4.3 : Evolution temporelle d'un défaut.

#### Défauts graduels ou dérives :

Ces défauts sont dus aux vieillissements du matériels qui induisent des changements paramétriques lents. Ils sont difficiles à détecter mais pas sévères, mais s'ils ne sont pas détectés rapidement, ils peuvent conduire à des situations graves.

#### Défauts abrupts ou biais :

Ils se produisent instantanément souvent à la suite d'un dommage matériel. Ces défauts peuvent être très sévères car, s'ils affectent les performances et/ ou la stabilité du système en boucle fermée, une réaction rapide du système FTC est nécessaire.

### **Défauts intermittents ou valeurs aberrantes :**

Ce sont des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises. Ils représentent également un cas particulier de défauts abrupts, avec la propriété particulière qu'ils reviennent d'une façon aléatoire à leurs valeurs normales. Ces défauts peuvent être causés par un contact intermittent ou un câblage partiellement endommagé.

### **4.2.4. Classification des méthodes tolérantes aux défauts :**

La commande tolérante aux défauts est classée en deux catégories : approche passive et approche active où la distinction entre les deux approches dépend de la méthode de synthèse, le type de défauts et du comportement du système [13].

#### **Systèmes FTC passifs :**

Ces systèmes ne nécessitent pas une utilisation en ligne des informations sur les défauts, mais simplement une robustesse vis-à-vis les défauts.

Les méthodes passives supposent une connaissance à priori des défauts affectant le système, elles les prennent en considération dans la synthèse de la loi de commande ce qui fait que le régulateur conçu est fixe et il peut stabiliser le système sans et avec défauts.

Les techniques utilisées dans l'approche passive sont des techniques de commande robuste tel que : la synthèse LQG,  $H_\infty$ , les inégalités matricielles linéaires (LMI).

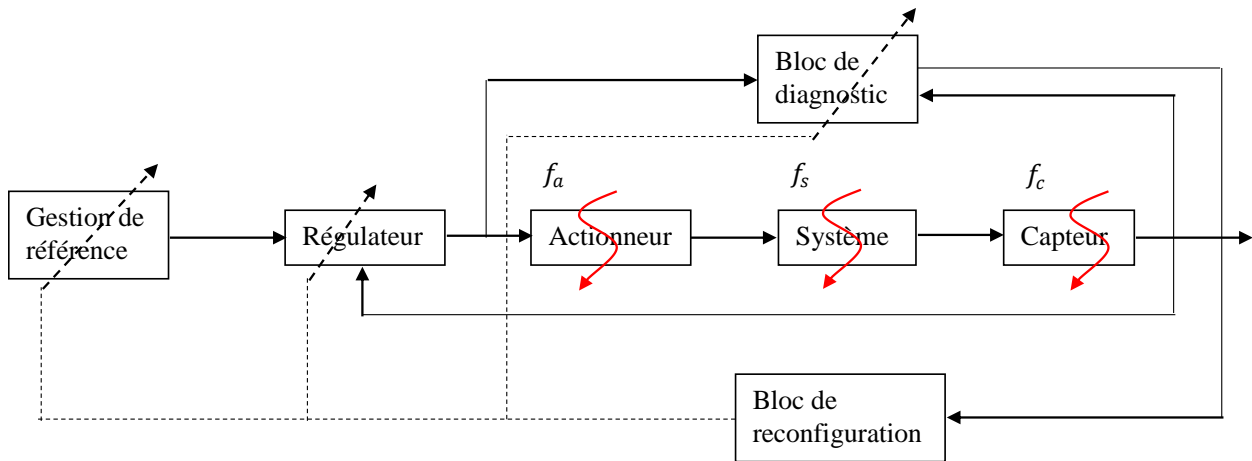
Ainsi les systèmes FTC passifs garantissent un niveau de performances faible et ceci représente un inconvénient majeur.

#### **Systèmes FTC actifs :**

Afin de maintenir la stabilité et les performances de régulation du système, l'approche active utilise des techniques améliorées pour identifier les différentes caractéristiques des défauts affectant le système pour ajuster les paramètres du régulateur, et tous cela se fait en temps réel.

La FTC active est constituée de quatre blocs essentiels :

- *Le bloc de diagnostic FDD* : ce bloc doit détecter les défauts intervenant sur le système et fournir des informations fiables qui sont nécessaire pour la reconfiguration en un temps minimal.
- *Le bloc de reconfiguration* : ce bloc utilise les informations fournies par le bloc précédent pour reconfigurer le régulateur afin de maintenir la stabilité et les performances du système.
- *Un régulateur reconfigurable* doit être synthétisé pour réaliser l'asservissement.
- *Une référence appliquée au système* que la commande peut réajuster en cas de dégradation de performances du système.



**Figure 4.4 :** Structure générale des méthodes FTC actives.

Parmi les différentes méthodologies utilisées pour la conception de stratégies d'accommodation des défauts, on cite les méthodologies suivantes :

- La méthode pseudo-inverse.
- Méthode de placement de structure propre.
- Commande adaptative.
- Commande prédictive.
- Commande multi-modèle.
- Commande par modèle de référence.
- Commande à structure variable (mode glissant).

#### Remarque 4.1 :

Parmi les défauts qui peuvent exister dans une colonne de distillation industrielle nous mettons l'accent sur les défauts capteurs et les défauts actionneurs. Les capteurs utilisés dans l'industrie sont des thermocouples.

Or, dans notre étude nous avons considéré que la composition molaire est une image de la température en vue d'existence de corrélation entre les deux. Nous allons considérer que les défauts capteurs sont traduits par une mauvaise image de la sortie réelle (celle-ci peut être un biais ou une dérive).

Les actionneurs dans une colonne de distillation sont des vannes. Durant le fonctionnement du système, une vanne peut se bloquer ou s'avérer incapable de s'ouvrir complètement, sur ce, elle sera inapte d'offrir la commande conventionnelle conçue pour le système. Il y a des industries qui utilisent le principe de redondance pour les vannes, où l'arrêt ou la défaillance d'une provoque le démarrage de l'autre. Pour notre étude, nous allons considérer que le défaut est un biais dans la valeur de l'action (commande).



### 4.3. Synthèse d'une commande FTC pour la colonne de distillation :

#### 4.3.1. Observateur proportionnel intégral (OPI) :

En plus du terme de correction proportionnel, l'observateur PI contient un terme de correction intégrale qui sert à annuler le biais dans l'erreur d'estimation d'état dû aux imperfections du modèle [21].

On considère la classe des systèmes suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + \Phi(x, u) + Ef \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (4.1)$$

Avec  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du système,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée de commande,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.  $\Phi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'une fonction non linéaire connue et  $f \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur contenant les défauts des actionneurs ou système.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $E$  sont des matrices constantes connues de dimensions appropriées.

L'observateur proportionnel intégral conventionnel correspondant au système (4.1) est donné par :

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E \int_0^t L_2(y - C\hat{x}) dt + L_1(y - C\hat{x}) \quad (4.2)$$

En posant :

$$\hat{f} = \int_0^t L_2(y - C\hat{x}) dt \quad (4.3)$$

On peut réécrire (4.2) de la forme suivante :

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L_1(y - C\hat{x}) \quad (4.4)$$

$$\hat{\dot{f}} = L_2(y - C\hat{x}) \quad (4.5)$$

Afin de simplifier la procédure de calcul de cet observateur, on le met sous la forme suivante :

$$\hat{\dot{\mathcal{X}}} = \mathcal{A}\hat{\mathcal{X}} + \Phi(\hat{\mathcal{X}}, u) + \mathcal{L}(y - C\hat{\mathcal{X}}) \quad (4.6)$$

Où

$$\hat{\mathcal{X}} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{f} \end{bmatrix}, \mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0_{q \times n} & 0_{q \times q} \end{bmatrix}, \mathcal{C} = [C \quad 0_{p \times q}], \Phi(\hat{\mathcal{X}}, u) = \begin{bmatrix} \Phi(\hat{x}, u) \\ 0_{q \times 1} \end{bmatrix}, \mathcal{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Soit  $\tilde{\mathcal{X}} = \mathcal{X} - \hat{\mathcal{X}}$  où  $\mathcal{X} = [x^T \quad f^T]^T$  et on suppose que  $\dot{f} = 0$ . L'équation dynamique de l'erreur est  $\tilde{\mathcal{X}}$  est obtenue en soustrayant (4.6) de (4.1) :

$$\dot{\tilde{\mathcal{X}}} = (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\tilde{\mathcal{X}} + \tilde{\Phi} \quad (4.8)$$

Où  $\tilde{\Phi} = \Phi - \Phi(\hat{\mathcal{X}}, u)$ . Ainsi, la synthèse de l'observateur (4.2) n'est possible que si la paire  $(\mathcal{A}, \mathcal{C})$  est au moins détectable. Les détails de la détectabilité dans l'annexe (C.1).

### 4.3.2. FTC par retour d'état à base d'OPI pour les défauts actionneurs :

Dans le chapitre précédent, nous avons synthétisé une commande par retour d'état avec intégrateur. La loi de commande est présentée dans (3.17). Nous allons garder la même loi de commande et lui rajouter un observateur PI afin de rendre la commande tolérante aux défauts.

On considère que notre système est de la forme (4.1), ou peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x, u, f) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour la synthèse de l'observateur (4.2), nous allons supposer que le terme  $\Phi(\hat{x}, u)$  est représenté par une matrice  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  qui est constante et connue. L'observateur sera donc de la forme suivante :

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + Bu + E \int_0^t L_2(y - C\hat{x}) dt + L_1(y - C\hat{x}) \quad (4.10)$$

La forme combinée (4.6) devient :

$$\hat{\dot{\mathcal{X}}} = \mathcal{A}\hat{\mathcal{X}} + \mathcal{B}u + \mathcal{L}(y - \mathcal{C}\hat{\mathcal{X}}) \quad (4.11)$$

Avec :

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0_{q \times m} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

On peut l'écrire aussi de la forme suivante :

$$\hat{\dot{\mathcal{X}}} = F(\hat{\mathcal{X}}, u, \hat{f}) + \mathcal{L}(y - \mathcal{C}\hat{\mathcal{X}}) \quad (4.13)$$

On suppose que le nombre de défauts dans les actionneurs est équivalent au nombre d'entrées, c'est-à-dire que  $f \in \mathbb{R}^m$ .

*Détectabilité :*

Pour appliquer cet observateur, il faut vérifier la détectabilité de la paire  $(\mathcal{A}, \mathcal{C})$  de notre système.

Rappelons que :  $x \in \mathbb{R}^{12}$  ,  $f \in \mathbb{R}^2$  ,  $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$  ,  $B \in \mathbb{R}^{12 \times 2}$  ,  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 12}$  ,  $E \in \mathbb{R}^{12 \times 2}$  ,  $L_1 \in \mathbb{R}^{12 \times 2}$  et  $L_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

D'où, nous obtenons pour le système augmenté :  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{14}$  ,  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$  ,  $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{14 \times 2}$  ,  $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 14}$  et  $\mathcal{L} \in \mathbb{R}^{14 \times 2}$ .

On considère que  $E = B$ , nous pouvons ainsi vérifier facilement que :

$$\text{rank} \left( \begin{bmatrix} sI_{14} - \mathcal{A} & -E \\ 0_{2 \times 14} & sI_2 \\ \mathcal{C} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \right) = 16 = 14 + \text{rank}(E) \quad (4.14)$$

L'observateur  $\mathcal{L}$  est calculé par la méthode LQR en prenant  $Q \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$  et  $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

Le but de cette méthode est de pouvoir compenser les défauts qui sont supposés inconnus, et qui peuvent surgir à n'importe quel moment. Cette formulation est dédiée pour les défauts actionneurs. Ces derniers sont représentés par une FT dans l'annexe (C.3)

Pour ce faire, nous devons reconfigurer la loi de commande présentée dans le chapitre 3 de façon qu'elle puisse éliminer les défauts du système.

L'observateur (4.11) a pour rôle d'estimer les sorties mesurées et les défauts actionneur.

L'état du système d'après (4.9) va contenir les défauts, donc la loi de commande (3.6) doit les compenser.

Si  $x$  contient les défauts  $f$  c'est-à-dire  $x_M = x + f$  alors (3.6) devient :

$$u = -k_i x_i - K(x_M - E\hat{f}) \quad (4.15)$$

Lorsque  $\tilde{f} = f - \hat{f}$  tend vers zéro, nous aurons les défauts compensés et l'état  $x$  de nouveau pur. Ce qui nous assure la convergence et la stabilité du système.

Le schéma bloc du système en boucle fermée par retour d'état optimal contenant l'observateur PI est donné par la figure 4.5.

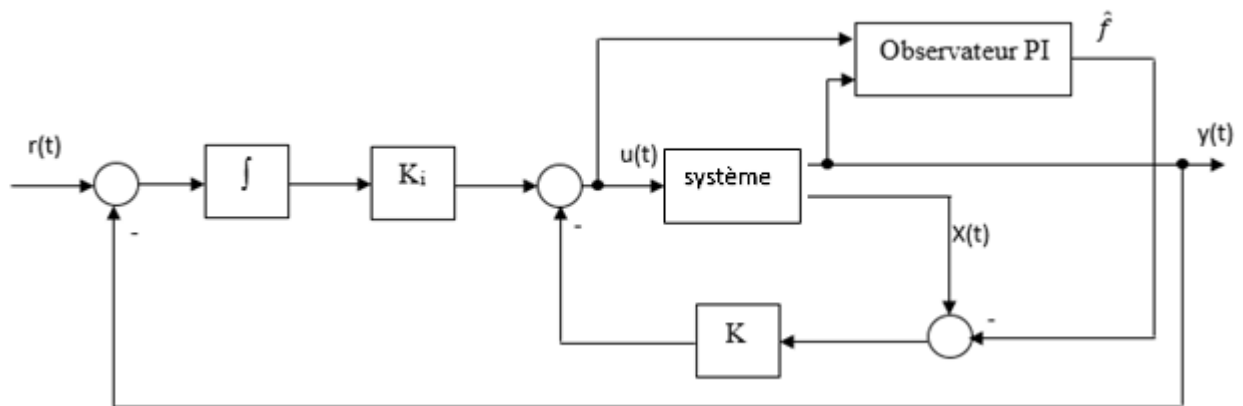


Figure 4.5 : Système en boucle fermée avec observateur PI

Nous allons appliquer cette approche pour le système linéarisé défini par la représentation d'état dans (3.2). L'utilisation du système non linéaire a engendré des problèmes durant les simulations, ceci est dû aux non linéarités du système et aux gains d'adaptation.

Le but est d'analyser l'observateur PI (sa stabilité et sa convergence), son fonctionnement et son aptitude à estimer les états et les défauts en parallèle.

Nous allons ajouter des défauts additifs de type biais aux actionneurs à l'instant 60s puis à l'instant 5s, et nous allons devoir les estimer pour pouvoir les compenser.

Les valeurs numériques des gains d'adaptation et de l'observateur sont dans l'**annexe (C.3)**.

Les résultats de simulations sont présentés dans ce qui suit.

### Résultats de simulations :

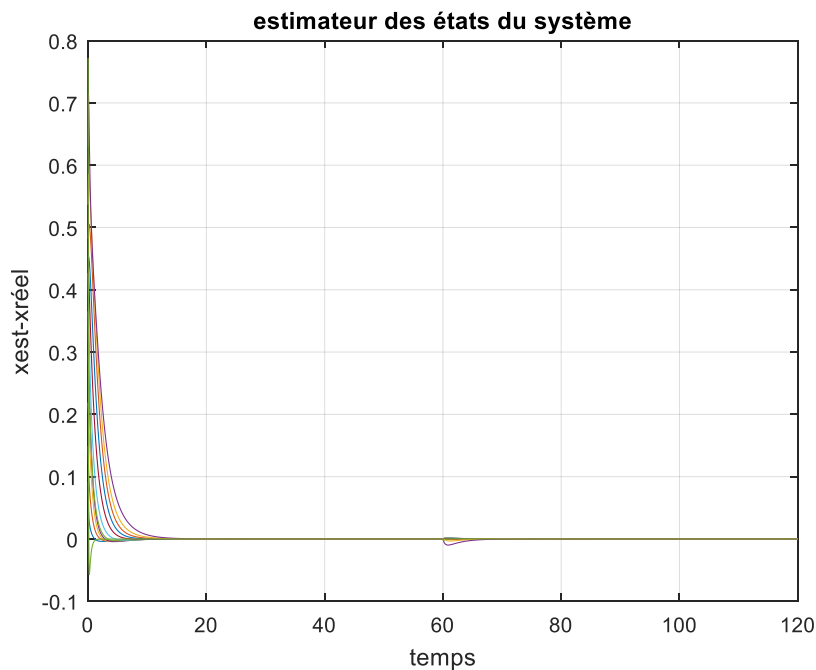


Figure 4.6 : Erreur d'estimation d'état par l'observateur PI.

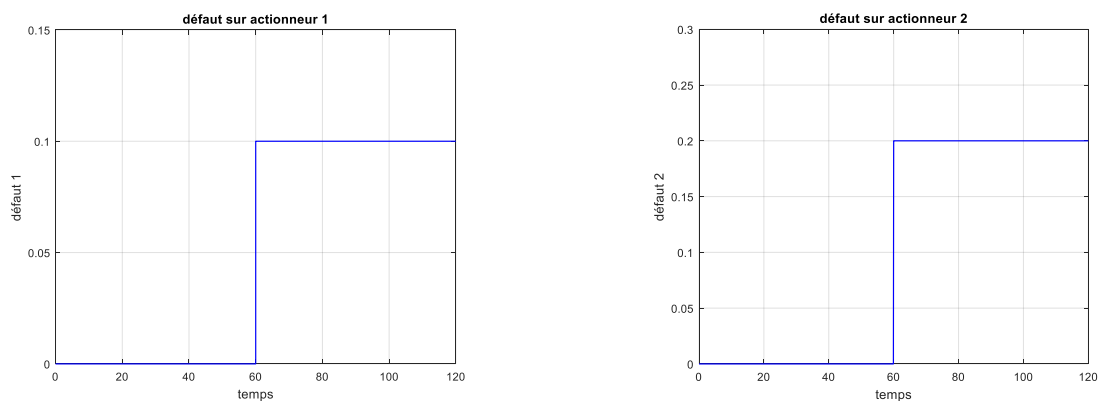


Figure 4.7 : Défauts régis sur les actionneurs.

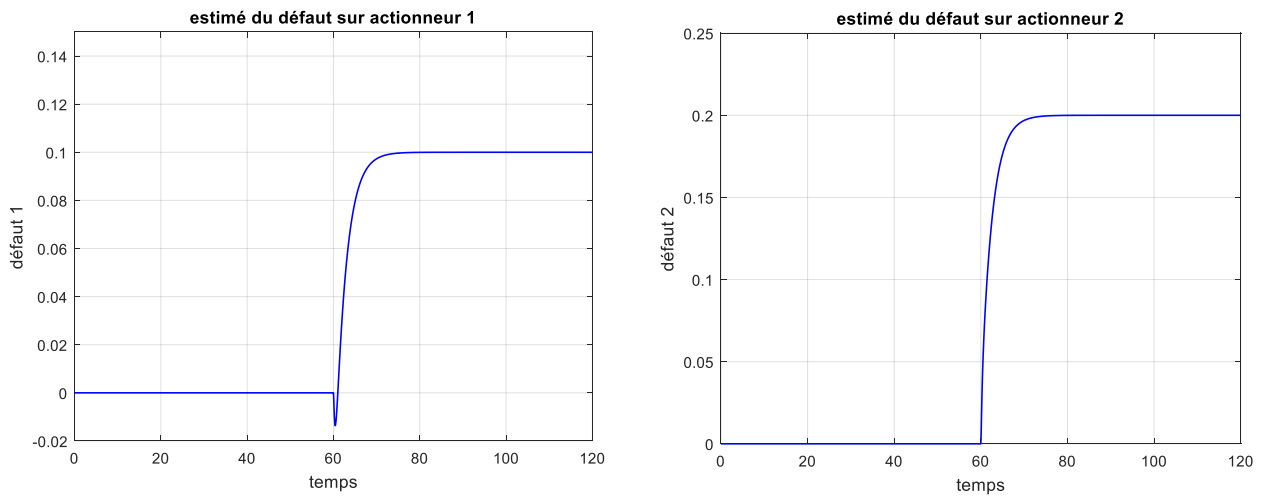


Figure 4.8 : Estimation des défauts régis sur les actionneurs.

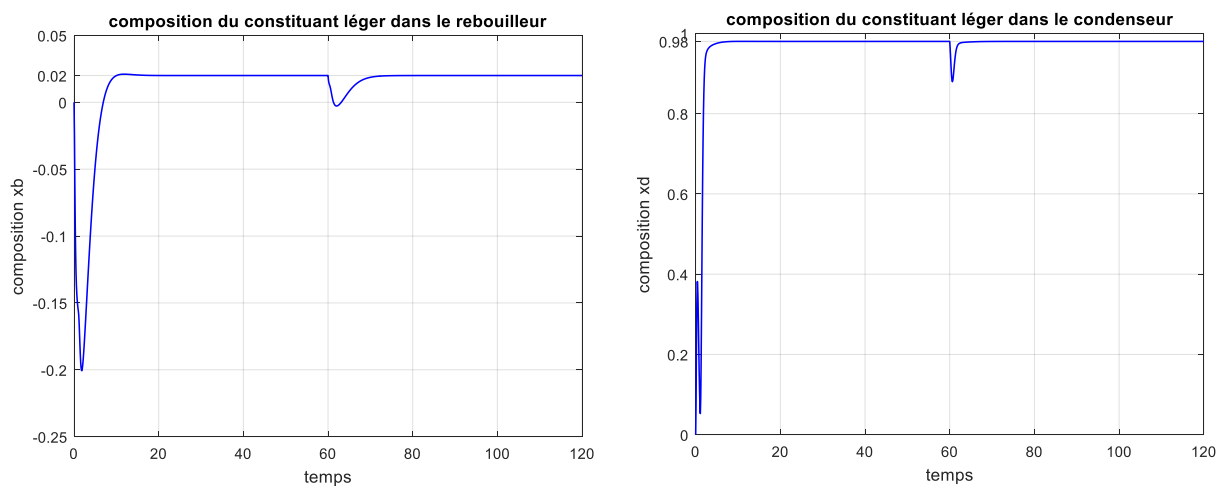


Figure 4.9 : Réponse du système en BF à la présence des défauts actionneur au régime permanent.

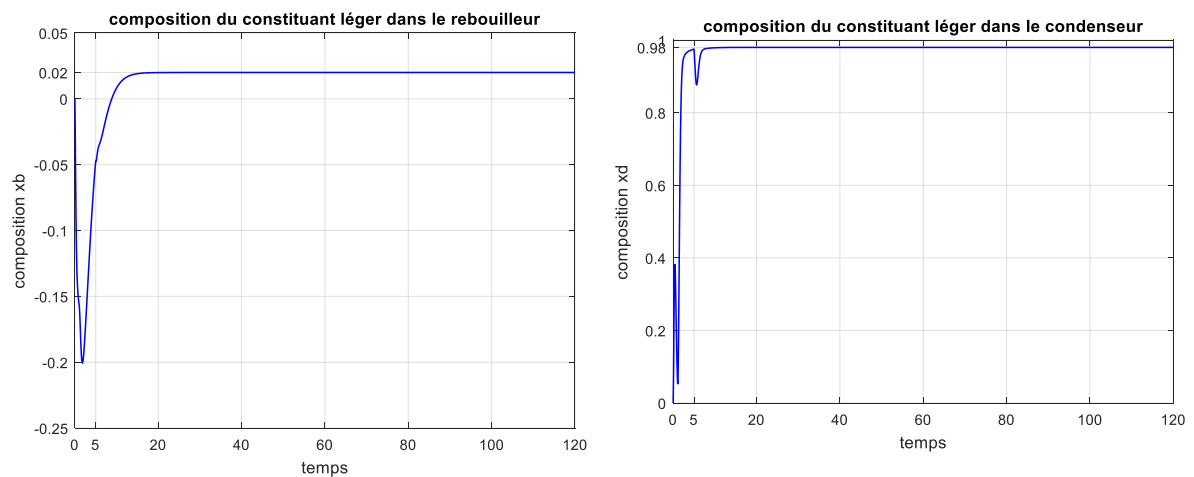


Figure 4.10 : Réponse du système en BF à la présence des défauts actionneur au régime transitoire.

### Interprétation des résultats :

L'observateur PI est non seulement capable d'estimer les états du système mais aussi les défauts actionneur qui peuvent se présenter à n'importe quel moment (régime permanent ou transitoire).

L'observateur est stable et converge vers l'état réel du système. Les défauts sont bien estimés et sont compensés.

### 4.3.3. Observateur d'état adaptatif conventionnel (OAC):

L'observateur d'état adaptatif conventionnel correspondant au système (4.1) est donné par [21] :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L(y - C\hat{x}) \quad (4.16a)$$

$$\dot{\hat{f}} = \Gamma F(y - C\hat{x}) \quad (4.16b)$$

Où  $\hat{x}$  et  $\hat{f}$  sont les estimés de  $x$  et de  $f$ ,  $L$  le gain de l'observateur,  $F$  une matrice à déterminer et  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  la matrice du taux d'apprentissage.

D'après (4.1) et (4.16), les dynamiques des erreurs d'estimation  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  et  $\tilde{f} = f - \hat{f}$  sont données par les équations suivantes :

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} + E\tilde{f} \quad (4.17a)$$

$$\dot{\tilde{f}} = \tilde{f} - \Gamma FC\tilde{x} \quad (4.17b)$$

Où  $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$ . La démonstration de la stabilité asymptotique du système des erreurs est donnée à l'**annexe C.2**.

Pour notre cas, on ne tient compte que des défauts capteurs. Le système (4.1) se réécrit de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \Phi(x, u) \\ y &= Cx + E_s f_s \end{aligned} \quad (4.18)$$

Où le vecteur  $f_s \in \mathbb{R}^s$  modélise l'effet des défauts capteur et  $E_s \in \mathbb{R}^{p \times s}$  est sa matrice de distribution qui est supposée de plein rang.

Pour pouvoir appliquer l'observateur (4.16) afin d'estimer  $x$  et  $f_s$ , on reprend une technique proposée auparavant qui consiste en la transformation du problème de reconstruction des défauts capteur en un problème de reconstruction des défauts actionneurs [29]. Le système suivant, qui représente en fait le capteur dans l'espace d'état, a été considéré :

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= -A_s x_s + A_s y \\ y_s &= x_s \end{aligned} \quad (4.19)$$

Où  $y_s \in \mathbb{R}^p$  et la matrice  $A_s \in \mathbb{R}^{p \times p}$  est Hurwitz. L'association des deux systèmes (4.18) et (4.19) en un seul système augmenté donne :

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{\Phi}(\bar{x} + u) + \bar{E}f_s \\ y_s &= \bar{C}\bar{x}\end{aligned}\quad (4.20)$$

$$\text{Où } \bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times p} \\ A_s C & -A_s \end{bmatrix}, \bar{\Phi}(\bar{x}, u) = \begin{bmatrix} \Phi(x, u) \\ 0_{p \times 1} \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 0_{n \times s} \\ E_s = A_s \end{bmatrix}, \bar{C} = [0_{p \times n} \quad I_p]$$

L'estimateur de défauts adaptatif conventionnel de l'équation (4.16) est conçu pour les défauts constant  $\dot{f} = 0$  (de type biais).

Afin de généraliser l'étude, une sorte d'estimation rapide des défauts a été développée pour les défauts qui varient dans le temps  $\dot{f} \neq 0$  (de type dérive). Satisfaisant quelques conditions citées dans la référence [29], l'estimateur de défaut s'écrit

$$\hat{f} = \Gamma F \left( \sigma(y - C\hat{x}) + (\dot{y} - C\dot{\hat{x}}) \right) \quad (4.21)$$

#### 4.3.4. FTC par retour d'état à base d'observateur adaptatif conventionnel pour les défauts capteurs :

On considère que notre système est de la forme (4.18). Pour la synthèse de l'observateur (4.16), de même que pour l'observateur PI, nous allons remplacer la fonction  $\Phi(\hat{x}, u)$  par la matrice  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  qui est constante est connue. L'observateur s'écrit alors comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = \bar{A}\hat{x} + \bar{B}u + E\hat{f} + L(y - \bar{C}\hat{x}) \quad (4.22)$$

En appliquant la technique de reconstruction sur notre système, nous aurons la forme (4.20) où les matrices sont des dimensions suivantes :

Pour notre cas, nous avons deux sorties à mesurer, donc  $x_s \in \mathbb{R}^2$  d'où  $\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{14}$ .

On considère que  $A_s$  représente la dynamique du capteur et est de dimension  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ .  
 $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{12 \times 2} \\ A_s C & -A_s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$ ,  $\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{14 \times 2}$ ,  $\bar{E} = \begin{bmatrix} 0_{12 \times 2} \\ E_s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{14 \times 2}$ ,  
 $\bar{C} = [0_{2 \times 12} \quad I_2] \in \mathbb{R}^{2 \times 14}$ .

Pour un premier temps, nous allons considérer que les défauts qui surgissent à la sortie du capteur sont de type biais. Dans ce cas de figure, le système (4.19) est considéré comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{x}_s &= -A_s x_s + A_s y \\ y_s &= x_s + f_s\end{aligned}\quad (4.23)$$

Il y a lieu, alors, de synthétiser une commande qui serait capable de compenser ce défaut et qui assurerait la stabilité et la convergence du système.

Nous gardons toujours la loi de commande (3.6). Partant du principe de la reconstruction du problème actionneur, et en appliquant la technique du paragraphe 4.2, il est possible de garder la forme (4.15) de la loi de commande par retour d'état optimale.

Afin d'assurer une compensation du défaut à la sortie réelle du système, nous allons soustraire le terme du défaut de la sortie dans le retour en sortie, c'est-à-dire

$$e = r - (y - \hat{f}) \quad (4.24)$$

Le schéma bloc qui contient l'observateur adaptatif conventionnel est représenté dans la figure (4.11).

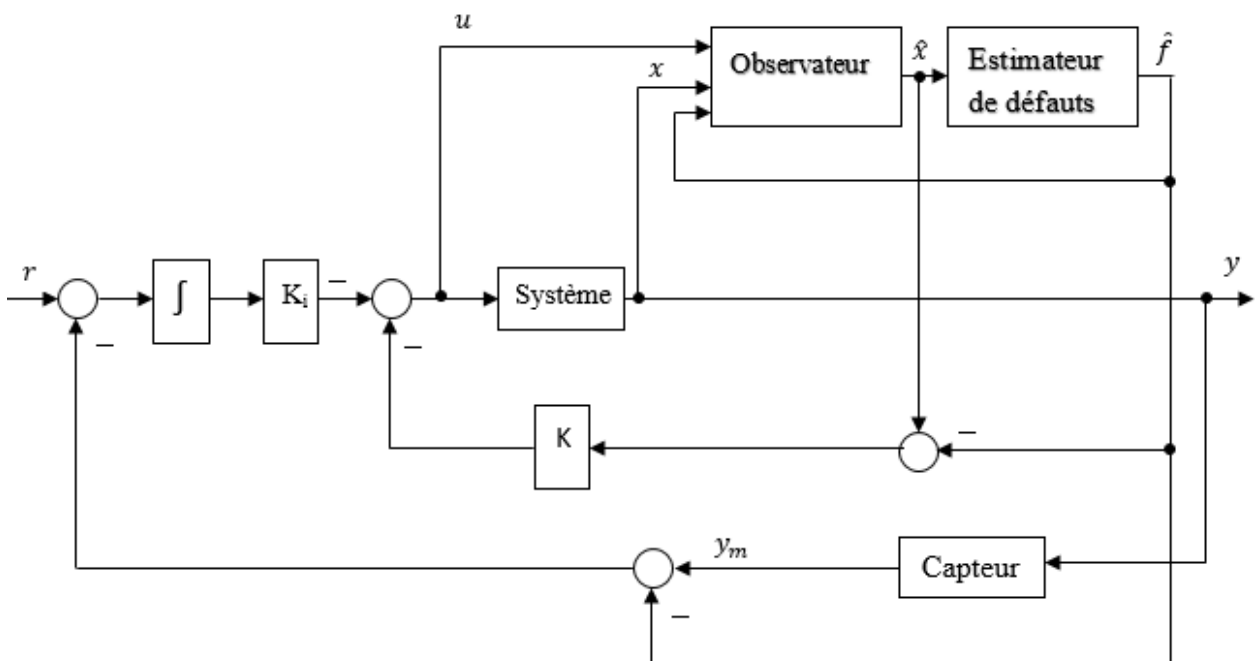


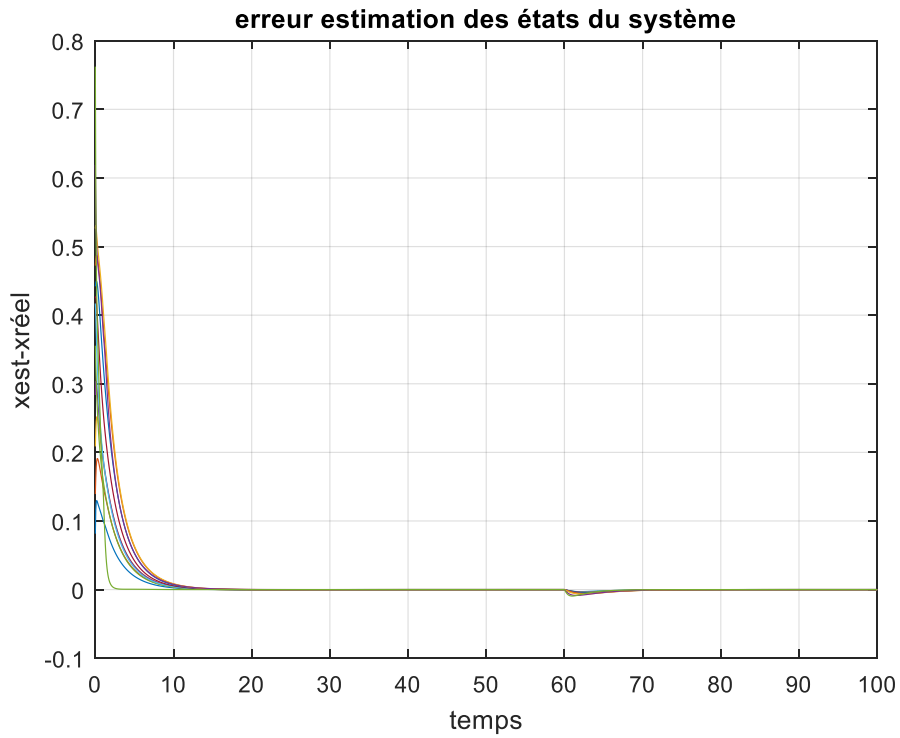
Figure 4.11 : Système en BF avec observateur adaptatif.

Dans un premier lieu, nous allons ajouter au capteur des défauts additifs de type biais, et nous allons utiliser la formulation (4.16b) de l'estimateur. Par la suite, nous mettrons des défauts dérivés et nous utiliserons la formulation (4.21).

Les valeurs numériques des matrices et des gains sont données à l'annexe (C.3).

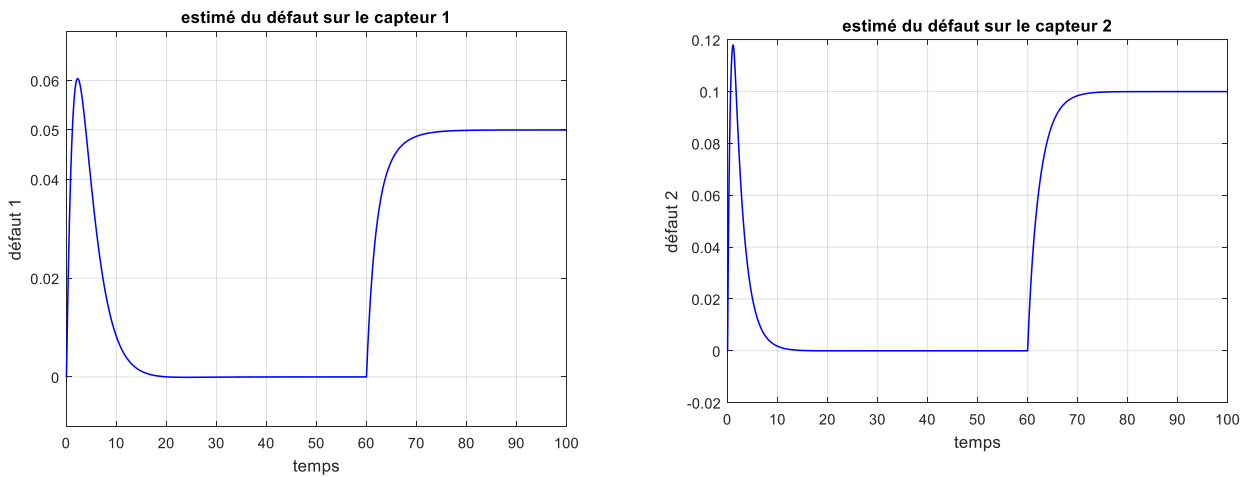


**Simulations :**



*Figure 4.12 : Erreur d'estimation d'état par l'observateur adaptatif conventionnel.*

Les défauts appliqués en premier sont des défauts abrupts (de type biais), où la valeur du premier est de 0.05 et celle du second est de 0.1. Leur estimation est donnée par la figure suivante :



*Figure 4.13 : Estimation des défauts de type biais régis sur les capteurs.*

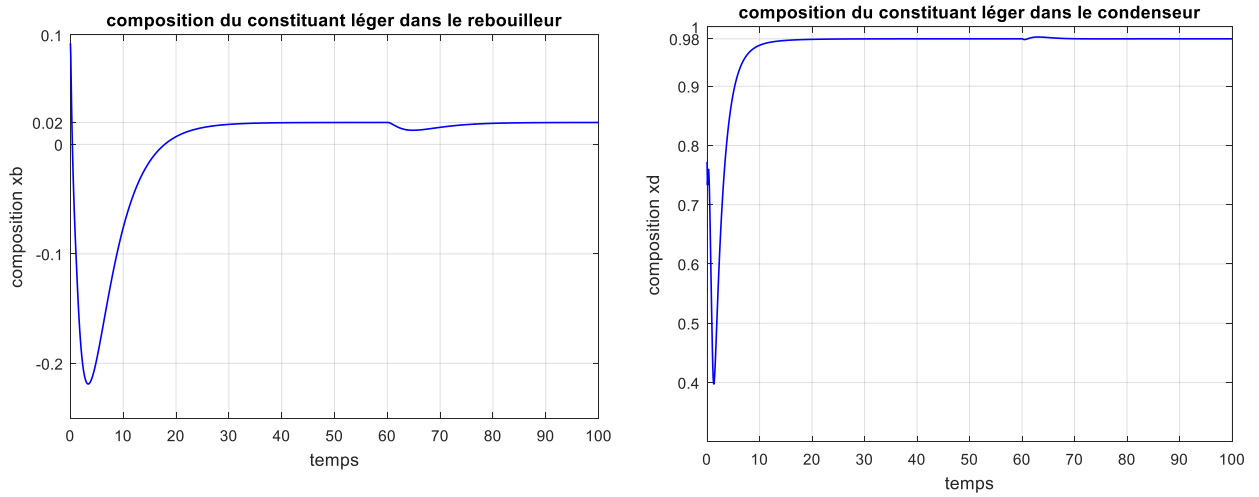


Figure 4.14 : Réponse du système en BF à la présence des défauts capteur de type biais.

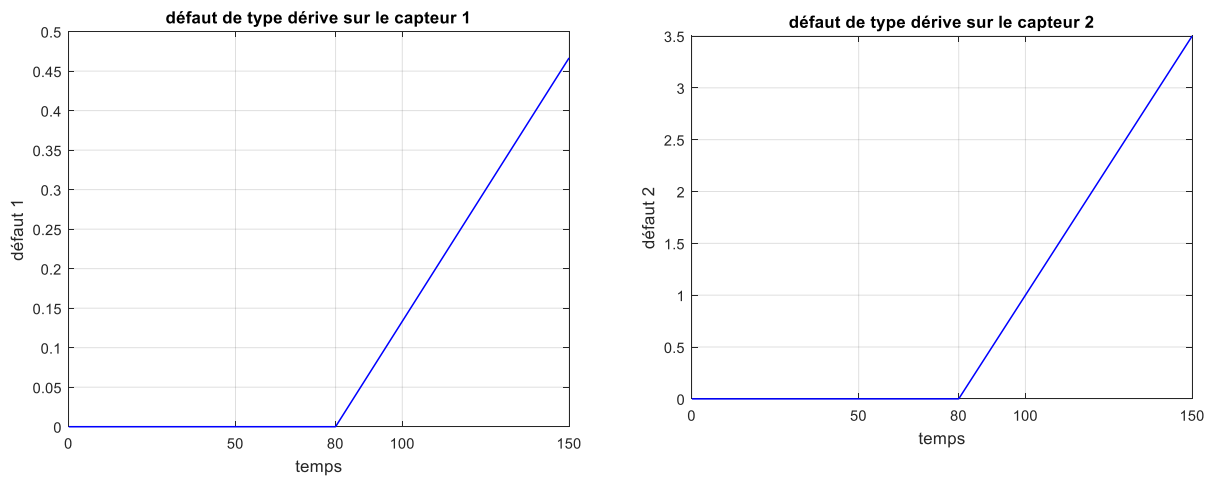


Figure 4.15 : Défaut de type dérive régis sur les capteurs.

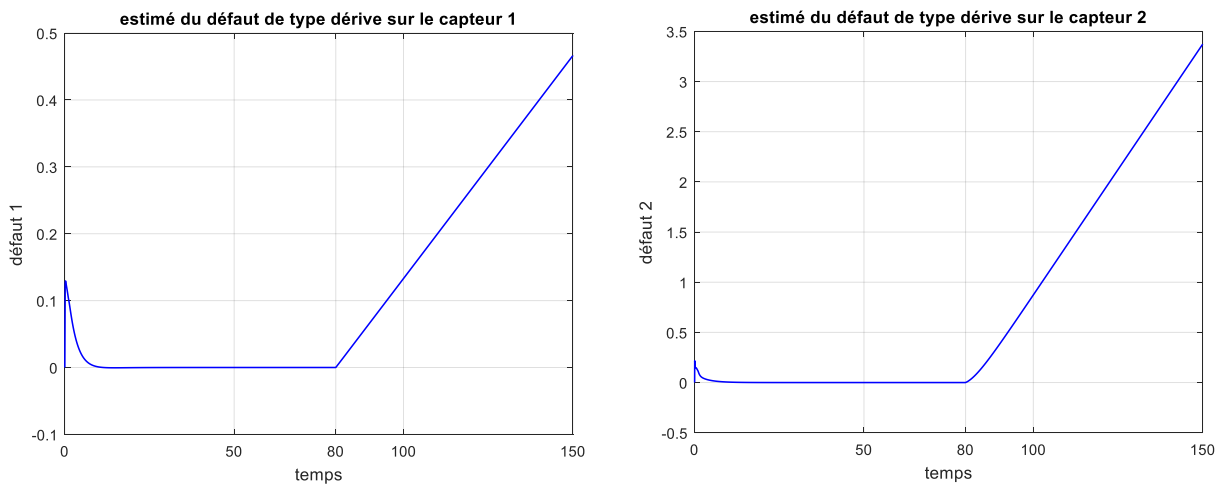
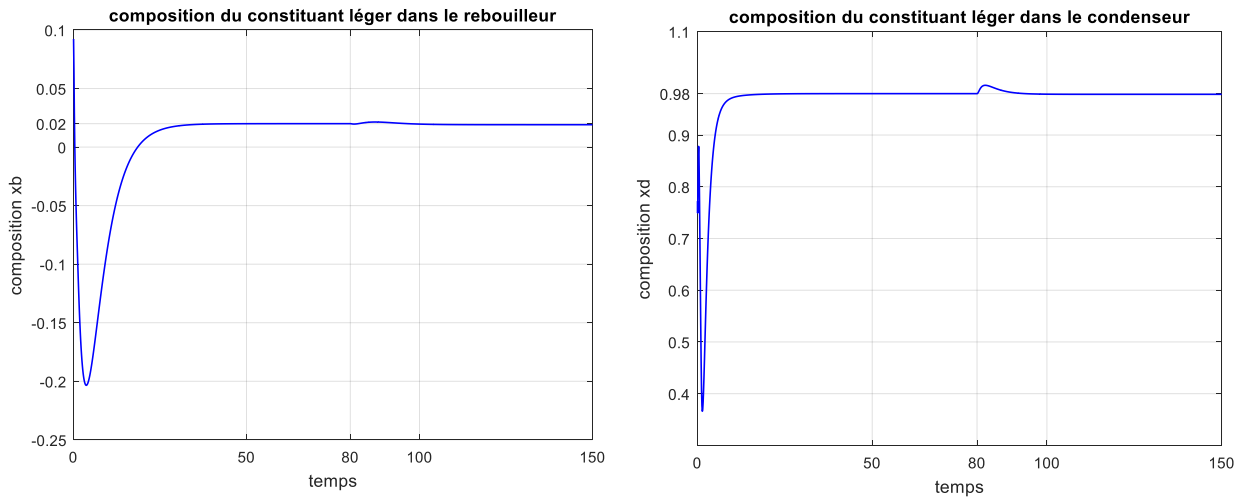


Figure 4.16 : Estimation des défauts de type dérive régis sur les capteurs.



*Figure 4.17 : Réponse du système en BF à la présence des défauts de type dérive.*

### Interprétation des résultats :

L'observateur adaptatif conventionnel est stable et converge vers l'état réel du système.

Les défauts de type biais sont bien estimés, et sont compensés grâce à la présence du terme contenant le défaut dans la loi de commande.

La formulation de l'estimateur de défaut (4.21) nous a permis d'estimer les défauts de type dérive et de les compenser.

### 4.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'approche FTC qui se révèle très utile pour le maintien des performances des systèmes à la présence des défauts tout en contenant une partie diagnostic. Nous avons d'abord présenté quelques définitions afin d'éclairer la vue sur cette approche. Ensuite, nous avons mis au point des observateurs qui ont été développés dans le but de venir en aide à la commande tolérante aux défauts. Leur principe est d'estimer les défauts qui apparaissent dans le système afin de pouvoir les compenser. Ces observateurs sont utilisés pour des FTC actives.

En premier lieu, nous avons synthétisé un observateur PI, et nous avons constaté qu'il est capable d'estimer les états du système et les défauts en parallèle. Son action intégrale sert à éliminer les biais de l'erreur d'estimation, nous l'avons utilisé pour modéliser les défauts actionneurs. Les résultats offerts par cette méthode sont très satisfaisants en vue de compensation de défaut et de maintien de performance et de robustesse.

Ensuite, nous avons mis au point un observateur adaptatif conventionnel qui contient un estimateur de défauts fondé sur des gains d'adaptation choisis rigoureusement en se basant sur des conditions imposées par la convergence et la stabilité de l'observateur. Dans cette partie, une technique d'augmentation de système a été adoptée afin de pouvoir reconstruire le problème pour les défauts actionneurs en un problème pour les défauts capteurs. Un estimateur conventionnel est suffisant pour estimer les défauts invariants dans le temps. Cependant, afin de pouvoir estimer des défauts dont la dérivée temporelle est non nulle, il est indispensable de remplacer cet estimateur par un autre basé sur l'estimation rapide qui fait appel à la dynamique de l'erreur d'estimation. Les résultats de simulation sont approuvables, les défauts des deux types (abrupt et graduel) ont été estimés et compensés.

La commande sur laquelle nous nous sommes basées pour la compensation des défauts est une commande par retour d'état optimal qui est connue par sa robustesse et sa simplicité. Le choix de cette dernière est justifié par le type des défauts qui est additif. Afin de les compenser, il a suffi de soustraire le terme contenant le défaut de la loi de commande calculée.

Ces approches ont été conçues pour les systèmes généralement linéaires. Ainsi, leur application au système non linéaire a échoué à cause de la présence des non linéarités et de la mauvaise adaptation des gains. Nous avons donc utilisé le système linéarisé afin de mettre en valeur l'utilité des observateurs dans les industries. Ceci n'exclue pas la possibilité de leur exécution sur le système non linéaire que nous laissons comme perspective.

*Conclusion générale  
& perspectives*

## **Conclusion générale :**

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la modélisation et la commande robuste d'une colonne de distillation binaire. L'objectif est de concevoir une commande robuste qui assure la stabilité et les performances en présence des perturbations et des incertitudes d'une part, et une commande tolérante aux défauts qui sont inconnus et inattendus d'une autre part.

La commande des compositions molaires des constituants en tête et en bas de colonne est très importante dans les procédés de distillation. Afin de répondre aux spécifications de pureté, il est nécessaire d'exploiter la colonne d'une manière précise.

Pour atteindre notre objectif, nous avons besoin de modéliser le système. Afin de simplifier la modélisation, une étude basique de la théorie de fonctionnement de la colonne à distiller et ses constituants, ainsi que des définitions de quelques concepts chimiques et thermodynamiques ont été élaborés. Ensuite, nous avons présenté un état de l'art sur les commandes existantes dans la littérature afin d'avoir une idée globale sur le thème et des différentes techniques de commande de la colonne.

Par la suite, nous avons élaboré les équations dynamiques de la colonne en se basant sur des hypothèses simplificatrices pour concevoir le modèle non linéaire du bilan de matière du composant léger dans la colonne.

Le modèle réel de la colonne de distillation binaire continue est un modèle non linéaire couplé. Il s'est avéré relativement compliqué à concevoir et à commander. Nous sommes donc passées à une représentation dans l'espace d'état dans le but de simplifier la commande.

Après avoir exprimé le modèle non linéaire dans l'espace d'état, nous sommes passées à la commande du système. Nous avons d'abord synthétisé une commande linéaire : la commande par retour d'état optimal en minimisant un critère quadratique. Pour ce faire, on a dû linéariser le système autour de son point de fonctionnement nominal. Les résultats obtenus ont été satisfaisants, le système est stable, réalise une poursuite acceptable et maintient les performances à la présence des perturbations.

Nous avons calculé une commande par modes glissants, où le choix des surfaces été fondé sur l'objectif de la commande qui est la réalisation de la poursuite (erreur de poursuite nulle). Nous avons constaté que l'utilisation de la fonction saturation est utile pour avoir des réponses plausibles. Cependant, nous n'avons pas pu établir des tests de performance et de robustesse pour des raisons d'ordre numérique dont la résolution nécessite davantage de temps.

Comme commande principale, nous avons opté pour une commande adaptative à modèle de référence (MRAC) qui est connue pour sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et des incertitudes du système. Elle a pour but d'estimer les non linéarités du système. Elle offre une insensibilité au système face aux variations paramétriques en se basant sur un algorithme d'adaptation paramétrique et un modèle de référence. Dans un premier temps, nous avons abordé cette commande par l'approche d'adaptation de descente de gradient, où nous avons discerné qu'elle génère une loi de commande qui ne répond pas aux attentes, et s'est révélée incapable de rejeter toutes les perturbations. C'est ainsi que nous avons pensé à remplacer le modèle de référence par un prédicteur d'état afin d'améliorer l'estimation. Les résultats ont

montré son importance pour avoir une loi de commande admissible, mais le problème de rejet de perturbation persiste.

C'est alors que nous avons fait appel à une deuxième approche qui est l'adaptation par modes glissants. La modification a eu lieu dans l'algorithme d'adaptation paramétrique où le terme de Lyapunov est remplacé par une surface de glissement. La robustesse des modes glissants a permis au système de maintenir ses performances à la présence des perturbations et de générer des lois de commande satisfaisantes.

Afin d'étayer nos choix, nous avons réalisé quelques tests de robustesse où la commande MRAC s'est avéré très robuste par rapport à la commande par retour d'état optimal.

A force de leurs fonctionnements répétitifs, les processus industriels ont tendance à rencontrer des problèmes techniques. Ces derniers peuvent être interprétés par des défauts physiques qui peuvent heurter des parties du système et qui sont parfois néfastes. Dans une colonne de distillation, nous avons constaté que les défauts qui peuvent surgir sont des défauts capteurs ou des défauts actionneurs. Il était donc inéluctable de réaliser une commande qui a permis au système de fonctionner normalement malgré les conditions défavorables. L'estimation des défauts a été faite par le biais d'observateurs, et sont compensé par la loi de commande du retour d'état reconfigurée. Néanmoins, l'application de cette approche pour le système non linéaire a échoué à cause des grandes non linéarités du système et des gains d'adaptation inappropriés qui ont empêché la convergence des estimateurs. Nous nous sommes contentés de l'appliquer pour le système linéaire dans le but d'analyser les observateurs et leur capacité à estimer les défauts.

### **Perspectives :**

A partir de nos résultats, une panoplie de perspectives s'ouvrent à nous pour la continuité de ce travail dans le futur :

- Finalisation de la commande par modes glissants, régler les problèmes numériques et mettre en évidence la performance et la robustesse de la commande.
- Développement d'une approche FTC pour le système non linéaire, et modélisation davantage de défauts existants dans une colonne de distillation pour une étude plus approfondie.
- Réaliser le lien entre Matlab et le logiciel de simulation des procédés industriels Hysys afin de mettre la colonne commandée dans un environnement industriel complet et étudier son comportement.
- Tester les régulateurs étudiés sur un banc expérimental de la colonne de distillation qui est une étape intermédiaire entre l'étude théorique et la pratique sur un système réel.

*Références  
bibliographiques*



- [1] AL-LOUCH, R.M., Automatisation d'une installation de distillation, Travail de fin d'étude, ECAM, Haute Ecole LEONARD de VINCI, 2005.
- [2] AL-DUNAINAWI, Y. et ABBOD, M.F., Pso-pd fuzzy control of distillation column. In: SAI Intelligent Systems Conference (IntelliSys), 2015. IEEE, 2015.
- [3] ALVAREZ-RAMIREZ, J., ALVAREZ, J., et MONROY-LOPERENA, R., Backstepping design of composition cascade control for distillation columns. AICHE, vol. 48, no 8, 2002.
- [4] BENABDALLAH, T., Les techniques de découplage explicite et implicite des systèmes multivariables : application sur un modèle d'une colonne de distillation binaire. Mémoire de Magister, Université de Boumerdes, 2012.
- [5] BENMEBAREK, A., GHEZALI, B., commande adaptative directe d'une colonne de distillation binaire. Projet de fin d'étude en Automatique, Alger, Ecole Nationale Polytechnique, Juillet 1997.
- [6] BENZINEB, O., Diagnostic et commande tolérante aux défauts de la machine asynchrone et des convertisseurs multicellulaires séries, Thèse de Doctorat, Alger Ecole Nationale Polytechnique, 2010
- [7] CREFF, Y., Sur la dynamique et la commande des colonnes multicomposées, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992.
- [8] DEGHBOUDJ, I., Commande des systèmes non linéaires par mode glissant d'ordre supérieur, Mémoire de Magister, Université Constantine 1, 2013.
- [9] El Hendouzi, A.H., Modélisation et commande avancée d'une unité de distillation, Thèse, National School of Applied Sciences Kénitra, Sur internet : <URL : <http://www.researchgate.net/publication/273258620> >, juin 2013.
- [10] HOVAKIMYAN, N. et CAO, C., L1 adaptive control theory: guaranteed robustness with fast adaptation. SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [11] <https://homepages.laas.fr/fgouaisb/donnees/observateur4.pdf> retour d'état et observateur.
- [12] KHEBBACHE, H., Contribution à la commande tolérante aux défauts : théorie et application, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, 2017.
- [13] LOUIBA, M. et OUBELLIL, R., Diagnostic et commande tolérante aux défauts d'une machine asynchrone, Projet de fin d'étude, Ecole Nationale Polytechnique, 2012
- [14] LUYBEN, William L., Practical distillation control, Springer Science & Business Media, 2012.
- [15] MANIMARAN, M., ARUMUGAM, A., BALASUBRAMANIAN, G., et al, Optimization and composition control of Distillation column using MPC. International Journal of engineering and Technology (IJET), vol. 5, no 2, 2013.

- [16] MEKKI, I.K., Modélisation et commande robuste d'une colonne de distillation, Thèse de Doctorat LMD en Automatique, USTO\_MB, 2014.
- [17] MESSAOUD, CHAKIR. Commande robuste tolérante aux défauts : Application à la MSAP, Thèse de doctorat. Ecole nationale polytechnique, 2006.
- [18] MINH, V.T., RANI, A., et MAJDI, A., Modeling and control of distillation column in a petroleum process. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009.
- [19] MOHSEN, Ghribi. Commande optimale de vitesse d'une machine à courant continu, Thèse de doctorat. Université du Québec à Trois-Rivières, 1989.
- [20] NOUADJA, M., et CHACHA, L., Commande par mode glissant appliquée à un système électro-énergétique, Thèse de doctorat, Université de KASDI MERBAH Ouargla, 2017.
- [21] OUCIEF, N., Contribution à la synthèse d'observateurs adaptatifs pour l'estimation des défauts dans une classe de systèmes non linéaires. Thèse de Doctorat en Automatique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2016.
- [22] PULIS, A., Soft sensor design for distillation columns, Thèse de doctorat, Università degli Studi di Cagliari, 2007.
- [23] RAJI, P. et BINU, L. S. Sliding mode control of a binary distillation column. 2010.
- [24] ROUCHON, P., Simulation dynamique et commande non linéaire des colonnes à distiller, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.
- [25] SIYED MUJAHED A.R., An efficient design of multicomponent distillation column by approximate & rigorous method, *IJMETMR*, vol. 2, no 11, Novembre 2015
- [26] SOUANEF, T., BOUBAKIR, A., et FICHTER, W., Adaptive Control of Systems with Disturbances of Unknown Bounds. In : *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control*. Springer, Cham, 2015.
- [27] Total, Le process la distillation. [En ligne]. 2007, 77 p. Sur internet :<URL : [http://197.14.51.10:81/pmb/opac\\_css/doc\\_num.php?explnum\\_id=21322](http://197.14.51.10:81/pmb/opac_css/doc_num.php?explnum_id=21322) >
- [28] Total, les équipements les colonnes. [En ligne]. 2007, 91 p. Sur internet :<URL : [http://197.14.51.10:81/pmb/opac\\_css/doc\\_num.php?explnum\\_id=21382](http://197.14.51.10:81/pmb/opac_css/doc_num.php?explnum_id=21382) >
- [29] ZHANG, K., JIANG, B., et COCQUEMPOT, V., Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 6, no 3, 2008.

# *Annexes*

**Annexe A :****1. Données numériques de la colonne de distillation :**

Données de la colonne de distillation binaire au régime nominal, et conditions de fonctionnement en régime stationnaire. [5]

Nombre de plateaux	$N_t = 10$	
Plateau d'alimentation	$N_s = 5$	
Débit d'alimentation	$F = 1.5$	mol/min
Composition d'alimentation	$x_f = 0.5$	
Débit du distillat	$D = 0.9$	mol/min
Débit du résidu	$B = 0.6$	mol/min
Débit du reflux	$R = 0.96$	mol/min
Débit de vapeur	$V = 1.86$	mol/min
Rétention liquide des plateaux	$M_i = 0.35$	mol
Rétention liquide du rebouilleur	$M_b = 0.35$	mol
Rétention liquide du condenseur	$M_d = 0.35$	mol
Coefficient de volatilité	$\alpha = 2$	

**Tableau A.1 :** Valeurs nominales des paramètres de la colonne de distillation.

Numéro du plateau	Composition liquide
Rebouilleur	0.0915
1	0.14921
2	0.2186
3	0.2936
4	0.3655
5	0.4271
6	0.4357
7	0.4520
8	0.4822
9	0.5365
10	0.6291
Condenseur	0.7723

**Tableau A.2 :** Le point nominal (de fonctionnement) de la colonne de distillation.

- Rétention liquide utilisée pour la formule de Francis  $M_{uw} = 0.25$  mol.
- Constante K pour la formule de Francis :
  - $K_{uf} = 21.65032$  au-dessus du plateau d'alimentation.
  - $K_{bf} = 29.65032$  en-dessous du plateau d'alimentation.

## 2. Linéarisation du système :

La méthode de linéarisation standard pour les systèmes non linéaires est connue, elle peut se faire autour du point d'équilibre ou autour de n'importe quel point de fonctionnement.

Pour notre cas, nous allons linéariser le système autour du point nominal présenté dans les tableaux qui précédent.

Notre système dans la représentation d'état est de la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \quad (\text{A.1})$$

Le système linéarisé autour du point  $x_n$  s'écrit de la forme :

$$\sum_L x_n = \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice dynamique du système donnée par :

$$A = \left. \frac{df(x(t))}{dx} \right|_{x_n} \quad (\text{A.3})$$

$$A = \begin{bmatrix} -10.6356 & 7.0286 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.0933 & -11.9871 & 5.5872 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.3987 & -11.2780 & 5.5872 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.6908 & -10.6372 & 5.5872 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.0500 & -10.1194 & 2.9875 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.3160 & -8.3710 & 2.5587 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.8669 & -7.3675 & 2.5587 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.8088 & -7.2601 & 2.5587 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.7014 & -7.0705 & 2.5587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.5118 & -6.7572 & 2.2915 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.1985 & -6.0263 & 2.2915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.6448 & 0 \end{bmatrix}$$

$B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice d'entrée par rapport à la commande donnée par :

$$B = \left. \frac{dg(x(t))}{du} \right|_{u_0} \quad (\text{A.4})$$

$$B_1 = B_{i,j} = \begin{bmatrix} -0.4790 & 0 \\ -0.2090 & 0 \\ -0.2251 & 0 \\ -0.2162 & 0 \\ -0.1849 & 0 \\ -0.1685 & 0 \end{bmatrix}, i = \overline{1,6} \quad j = \overline{1,2} \quad ; \quad B_2 = B_{i,j} = \begin{bmatrix} -0.0224 & 0 \\ -0.0417 & 0 \\ -0.0748 & 0 \\ -0.1271 & 0 \\ -0.1971 & 2.0578 \\ 2.4901 & -2.2066 \end{bmatrix}, i = \overline{7,12} \quad j = \overline{1,2}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

### 3. Calcul du gain de retour d'état optimal :

La matrice de gain  $K$  est calculée en minimisant le critère (3.1) selon la procédure qui suit :

$$K = R^{-1}B^T P \quad (\text{A.5})$$

Où  $P = P^T \geq 0$  est la solution de l'équation de Lyapunov

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Pour le système augmenté (3.6), les matrices  $A, B, Q, R$  et  $P$  sont remplacées par  $A_e, B_e, Q_e, R_e$  et  $P_e$  respectivement pour enfin avoir le gain optimal du retour d'état par intégrateur  $K_e = R_e^{-1}B_e^T P_e$  qui s'écrit comme suit :

$$K_e = [K \quad k_i] \quad (\text{A.7})$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.6105 & -0.5915 & -0.4653 & -0.3634 & -0.2695 & -0.1451 & -0.0779 & -0.0360 & -0.0003 & 0.0358 & 0.0613 & 0.8745 \\ -0.5911 & -0.5888 & -0.4687 & -0.3674 & -0.2713 & -0.1414 & -0.0803 & -0.0475 & -0.0236 & 0.0105 & 0.0957 & -0.9855 \end{bmatrix}$$

$$k_i = \begin{bmatrix} 2.3043 & -2.1657 \\ 2.1657 & 2.3043 \end{bmatrix}$$

## Annexe B : Démonstrations de stabilité de la commande MRAC

### 1. MRAC sans prédicteur :

Démonstration de la stabilité et la convergence du système par Lyapunov : [10]

L'auteur a considéré la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V(e(t), \tilde{\theta}(t)) = e^T(t)Pe(t) + \frac{1}{\Gamma} \tilde{\theta}^T(t)\tilde{\theta}(t) \quad (\text{B.1})$$

Avec  $\tilde{\theta}^T(t) \triangleq \hat{\theta}(t) - \theta(t)$

Sa dérivée par rapport au temps, et d'après les équation (III.30) et (III.31), est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -e^T(t)Qe(t) + 2e^T(t)PB\tilde{\theta}^T(t)x(t) + \frac{2}{\Gamma} \tilde{\theta}^T(t)\dot{\tilde{\theta}}(t) \\ &= -e^T(t)Qe(t) + 2\tilde{\theta}^T(t) \left( \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}}(t) + x(t)e^T(t)PB \right) \\ &= -e^T(t)Qe(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

D'où l'on assure la stabilité de (III.30) et (III.31) par Lyapunov, les signaux  $e(t)$  et  $\tilde{\theta}(t)$  sont bornés.

Lorsque  $x(t) = x_m(t) - e(t)$  et  $x_m(t)$  est l'état d'un modèle de référence stable, alors  $x(t)$  est borné.

Pour montrer que l'erreur de modélisation converge asymptotiquement vers zéro, il y a lieu de calculer la 2<sup>nde</sup> dérivée de  $V(e(t), \tilde{\theta}(t))$  :

$$\dot{V}(t) = -2e^T(t)Q\dot{e}(t) \quad (\text{B.3})$$

Il vient que, par (III.30),  $\dot{e}(t)$  est uniformément bornée, alors  $\dot{V}(t)$  est bornée, ce qui implique que  $\dot{V}(t)$  est uniformément continue. L'application du Lemme de Barbalat donne :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Qui prouve  $e(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ , d'où  $x(t)$  converge asymptotiquement vers  $x_m(t)$ . Ce qui implique que  $y(t) = C^T x(t)$  converge asymptotiquement vers  $y_m(t) = C^T x_m(t)$ , qui suit  $r(t)$  avec les spécifications désirées.

Il faut noter que la convergence de l'erreur de l'estimation paramétrique vers le zéro n'est pas assurée. Il est juste garanti que ces erreurs soient bornées.

### 2. MRAC avec prédicteur :

La démonstration est typiquement la même, sauf que l'erreur de modélisation est remplacée par l'erreur de prédiction  $\tilde{x}(t) \triangleq \hat{x}(t) - x(t)$ . Le choix de la fonction candidate de Lyapunov :

$$V(\tilde{x}(t), \tilde{\theta}(t)) = \tilde{x}^T(t)P\tilde{x}(t) + \frac{1}{\Gamma} \tilde{\theta}^T(t)\tilde{\theta}(t) \quad (\text{B.5})$$

$$\text{Induit à} \quad \dot{V}(t) = -\tilde{x}^T(t)Q\tilde{x}(t) \leq 0 \quad (\text{B.6})$$

## Annexe C :

### 1. Détectabilité de la paire (A, C) :

D'après [21], avant d'utiliser l'observateur PI, il faut tester la détectabilité du système, ceci se fait en satisfaisant la condition de déphasage minimale du système suivante :

$$\text{rank} \left( \begin{bmatrix} sI_n - A & E \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = n + \text{rank}(E) \quad (\text{C.1})$$

$\forall s \in \mathbb{C}$  tel que  $\text{Re}(s) \geq 0$ , est vérifiée, alors la paire  $(C, \mathcal{A})$  du système est détectable.

*Démonstration* : En utilisant le critère de détectabilité de PBH, la paire  $(\mathcal{A}, C)$  est détectable si :

$$\text{rank} \left( \begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ 0_{n \times p} & sI_q \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = n + \text{rank}(E) \quad (\text{C.2})$$

$\forall s \in \mathbb{C}$  tel que  $\text{Re}(s) \geq 0$ . Si l'égalité (C.1) est satisfaite alors (C.2) est satisfaite.

*Théorème* : Soit l'observateur présenté précédemment, pour  $\dot{f} = 0$ , l'erreur d'estimation du système augmenté  $\tilde{\mathcal{X}}$  donnée par l'équation (IV.8) est asymptotiquement stable s'il existe une constante réelle positive  $\varepsilon$  et deux matrices  $P \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$  symétrique et définie positive, et  $M \in \mathbb{R}^{(n+q) \times p}$  tel que :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}^T P + P \mathcal{A} - C^T M^T - M C + \varepsilon I_\phi I_{n+q} & P \\ * & -\varepsilon I_{n+q} \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{C.3})$$

Une fois ce problème est résolu, le gain de l'observateur est calculé comme suit :

$$\mathcal{L} = P^{-1} M \quad (\text{C.4})$$

*Démonstration* : l'auteur a considéré l'équation de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{\mathcal{X}}^T P \tilde{\mathcal{X}} \quad (\text{C.5})$$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V} = \tilde{\mathcal{X}}^T [(\mathcal{A} - \mathcal{L}C)^T P + P(\mathcal{A} - \mathcal{L}C)] \tilde{\mathcal{X}} + 2\tilde{\mathcal{X}}^T P \tilde{\phi} \quad (\text{C.6})$$

De (IV.8) il a constaté que  $\phi(\mathcal{X}, u)$  est Lipschitzienne avec la constante de Lipschitz  $I_\phi$  tel que :

$$\|\tilde{\phi}\| \leq I_\phi \|\tilde{\mathcal{X}}\| \quad (\text{C.7})$$

D'où

$$I_\phi^2 \varepsilon \tilde{\mathcal{X}}^T \tilde{\mathcal{X}} - \varepsilon \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} \geq 0 \quad (\text{C.8})$$



De (C.5), (C.6) et (C.7) il a obtenu :

$$\dot{V} \leq \xi^T Z \xi \quad (\text{C.9})$$

Avec

$$\xi = [\tilde{\mathcal{X}}^T \tilde{\phi}^T] \quad (\text{C.10})$$

et

$$Z = \begin{bmatrix} \mathcal{A}^T P + P\mathcal{A} - \mathcal{C}^T M^T - MC + \varepsilon I_\phi I_{n+q} & P \\ * & -\varepsilon I_{n+q} \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

Ainsi si (C.3) est vérifiée,  $\tilde{\mathcal{X}}$  tend asymptotiquement vers l'origine.

## 2. Stabilité asymptotique du système des erreurs pour l'observateur adaptatif :

Dans sa thèse, [21] a présenté un théorème qui fournit les conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique du système d'erreurs (IV.17) qui sont les suivantes :

S'il existe une constante réelle positive  $\varepsilon$  et eux matrices  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symétrique définie positive, et  $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$  telles que :

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + \varepsilon^{-1} P P + \varepsilon l_\Phi^2 I_n < 0 \quad (\text{C.12})$$

$$E^T P = FC \quad (\text{C.13})$$

Alors si  $\dot{f} = 0$ , les erreurs d'estimation données par (IV.17) sont asymptotiquement stables.

*Démonstration* : l'auteur a considéré la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T \bar{P} \tilde{x} + \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \tilde{f} \quad (\text{C.14})$$

Sa dérivée tout au long des trajectoires du système (IV.17) est :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T P E \tilde{f} - 2\tilde{f}^T F C \tilde{x} \quad (\text{C.15})$$

Compte tenu de (C.13), (C.15) se réduit à

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} \quad (\text{C.16})$$

En appliquant l'inégalité de Young au dernier terme à droite de (C.16),  $\dot{V}$  vérifie

$$\dot{V} \leq \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + \varepsilon^{-1} \|\tilde{x}^T P\|^2 + \varepsilon \|\tilde{\Phi}\|^2 \quad (\text{C.17})$$

Où  $\varepsilon$  est un réel positif. En utilisant maintenant la condition de Lipschitz, on obtient

$$\dot{V} \leq -\tilde{x}^T Q \tilde{x} \quad (\text{C.18})$$

Où

$$Q = -[(A - LC)^T P + P(A - LC) + \varepsilon^{-1} P P + \varepsilon l_\Phi^2 I_n] \quad (\text{C.19})$$

Ce qui satisfait l'inégalité (C.12), alors  $\dot{V}$  est semi-définie négative, ce qui implique que  $\tilde{x} \in L_\infty$  et  $\tilde{f} \in L_\infty$ . Par ailleurs, puisque la fonction  $\Phi(x, u)$  est Lipschitzienne, il découle de (IV.17a) que  $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$ .

Pour prouver la stabilité asymptotique de  $\tilde{x}$  et  $\tilde{f}$ , l'auteur a intégré les deux côtés de (C.18) de  $t = 0$  à  $t = t_f$ , ce qui donne

$$V(t_f) - V(0) \leq - \int_0^{t_f} \tilde{x}^T Q \tilde{x} dt \quad (\text{C.20})$$

Puisque  $V > 0$  et bornée, on déduit que le terme  $\int_0^{t_f} \tilde{x}^T Q \tilde{x} dt$  l'est également indépendamment de la valeur de  $t_f$ . Cela revient à conclure que  $\tilde{x} \in L_2$  (car  $Q > 0$ ). Par conséquent,  $\tilde{x} \in L_\infty \cap L_2$  et  $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$ . L'application du lemme de Barbalat permet donc d'affirmer que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$ .

Pour prouver que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f} = 0$ , l'auteur a d'abord démontré que  $\dot{\tilde{x}}$  est uniformément continue. Etant donné que  $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$ , donc  $\tilde{x}$  est uniformément continue. Cela conduit également à la continuité uniforme de  $\tilde{\Phi}$  par rapport au temps (puisque  $\Phi(x, u)$  est Lipschitzienne). En outre, de (IV.17a) il a pu confirmer que  $\tilde{f}$  est uniformément continue puisque  $\tilde{x} \in L_\infty$ . Finalement, de ce qui précède, il a déduit de (IV.17a) que  $\dot{\tilde{x}}$  est uniformément continue. Par ailleurs, on a

$$\int_0^\infty \dot{\tilde{x}} dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) - \tilde{x}(0) = -\tilde{x}(0) \quad (\text{C.21})$$

Qui est fini. Il a appliqué encore une fois le lemme de Barbalat, et il a conclu que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{x}} = 0$ . Par conséquent, de (IV.17a) quand  $t \rightarrow \infty$ , il a déduit que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \tilde{f} = 0 \quad (\text{C.22})$$

Ainsi, puisque  $E$  est de plein rang,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f} = 0$ .

### 3. Calculs numériques :

#### 3.1. MFT des actionneurs :

Dans la colonne à distillation, les actionneurs sont des vannes. Il y a coutume de les représenter par des systèmes d'ordre 1. Pour notre cas, les vannes utilisées dans les industries possèdent des temps de réponse relativement petits pour leur rapidité.

Dans cette étude, nous avons supposé que nos deux actionneurs sont présentés par la FT suivante :

$$A_c(s) = \frac{1}{1 + 0.1s} \quad (\text{C.23})$$

### 3.2. Matrices numériques :

L'observateur PI est calculé par la méthode *LQR* précédemment définie. Le résultat du calcul est donné par :

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 17.3147 & 10.8440 & 8.1421 & 6.1779 & 4.0679 & 3.4099 & 2.6258 & 1.8264 & 0.7461 & -1.1860 & -5.5090 & -0.3147 \\ -0.3147 & -0.2864 & -0.3700 & -0.4237 & -0.3776 & -0.3643 & -0.1861 & -0.2571 & -0.6578 & -1.6726 & -3.4814 & 23.8626 \end{bmatrix}^T$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -16.4531 & -15.1425 \\ 15.1425 & -16.4531 \end{bmatrix}$$

De la même manière, nous avons calculé l'observateur adaptatif conventionnel du système augmenté pour les défauts capteur. Le résultat est le suivant :

$$l_1 = L_{i,j} = \begin{bmatrix} 0.1400 & 0 \\ 0.1487 & 0 \\ 0.1384 & 0 \\ 0.1118 & 0.0001 \\ 0.0740 & 0.0001 \\ 0.0643 & 0.0004 \\ 0.0601 & 0.0012 \end{bmatrix}, i = \overline{1,2}; j = \overline{1,7}. \quad l_2 = L_{i,j} = \begin{bmatrix} 0.0553 & 0.0037 \\ 0.0492 & 0.0110 \\ 0.0399 & 0.0319 \\ 0.0263 & 0.0989 \\ 0 & 0.2756 \\ 0.1449 & 0 \\ 0 & 0.2802 \end{bmatrix}, i = \overline{1,2}; j = \overline{8,14}.$$

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

Le gain  $A_s$  du capteur est pris de sorte que le capteur ait une dynamique assez rapide, nous avons choisi

$$A_s = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

La matrice de gain d'adaptation :

$$F = \begin{bmatrix} 0.4998 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.4977 \end{bmatrix}$$

Pour les défauts de type biais ( $\dot{f} = 0$ ) nous avons choisi  $\Gamma = 1$ .

En ce qui concerne les défauts de type dérive ( $\dot{f} \neq 0$ ), nous avons utilisé un gain en plus qui est :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Et le gain  $\Gamma = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0.92 \end{bmatrix}$ .