



Ecole Nationale Polytechnique



Département de l'Electronique

Laboratoire Signal et Communications

Thèse de Doctorat
en Electronique

Extraction de la ligne centrale à partir d'objets tubulaires 3D

Bahia YAHYA-ZOUBIR

Sous la direction de Mme Latifa HAMAMI Professeur

Présentée et soutenue publiquement le 04/07/2017

Composition du Jury :

Président	Mr. Daoud BERKANI,	Professeur	ENP
Rapporteur	Mme. Latifa HAMAMI,	Professeur	ENP
Examineurs	Mme. Mhania GUERTI,	Professeur	ENP
	Mme. Nadjia BENBLIDIA,	Professeur	USDB Blida
	Mme. Fella HACHOUF,	Professeur	U. Des Frère Mentouri Constantine 1
	Mr. Mouloud ADEL,	Professeur	U. Aix-Marseille

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique



Département de l'Electronique

Laboratoire Signal et Communications

Thèse de Doctorat
en Electronique

Extraction de la ligne centrale à partir d'objets tubulaires 3D

Bahia YAHYA-ZOUBIR

Sous la direction de Mme Latifa HAMAMI Professeur

Présentée et soutenue publiquement le 04/07/2017

Composition du Jury :

Président	Mr. Daoud BERKANI,	Professeur	ENP
Rapporteur	Mme. Latifa HAMAMI,	Professeur	ENP
Examineurs	Mme. Mhania GUERTI,	Professeur	ENP
	Mme. Nadjia BENBLIDIA,	Professeur	USDB Blida
	Mme. Fella HACHOUF,	Professeur	U. Des Frère Mentouri Constantine 1
	Mr. Mouloud ADEL,	Professeur	U. Aix-Marseille

ENP 2017

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier de tout mon cœur mes parents qui m'ont encouragée à poursuivre mes études et qui m'ont toujours soutenue dans les bons et les mauvais moments...je leur dédie ce travail.

Je tiens à remercier profondément, à travers cette page, toutes les personnes qui ont contribué à l'accomplissement de ce travail.

J'adresse mes remerciements à ma Directrice de Thèse, Professeur Latifa Hamami, pour ses orientations et ses encouragements continus tout au long de mes travaux et aussi pour la confiance qu'elle a eu en moi.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du jury qui ont bien voulu donner de leur temps précieux pour lire et évaluer ce travail. Le président du jury le Professeur Daoud Berkani et les examinateurs : Professeur Mhania Guerti, Professeur Nadja Benblidia, Professeur Fella Hachouf et le Professeur Mouloud Adel.

Un grand merci aux enseignants qui m'ont accordé une aide inestimable durant ma thèse, il s'agit de monsieur Llies Sâadaoui de l'école nationale polytechnique d'Alger, et du Dr. Rafik Ouared de l'Université de Genève.

Merci à tous mes enseignants de l'École Nationale Polytechnique et à mes camarades du Laboratoire Signal et Communications, tout particulièrement Samira.

Merci à ma famille, à mes amis et à tous ceux qui m'ont accompagné au quotidien et qui m'ont soutenue depuis le début de cette thèse.

À la douce mémoire de ma chère grand-mère et de ma tante, je leur adresse, à travers ce travail, un vibrant hommage.

Enfin, je remercie mon pays l'Algérie, qui à travers l'accès gratuit aux études, m'a permis d'arriver là aujourd'hui.

ملخص - نقدم في هذه الأطروحة، خوارزمية جديدة للاستخراج التلقائي لخط الوسط من شبكة 3D اسمها 3D-MCE، هذه الخوارزمية تمكن من استخراج دقيق، وبطريقة آلية خط الوسط 3D من شكل أنبوبي الهندسة. 3D-MCE لا يتطلب أي معلومات الإدخال ويعمل على قمم الشبكة لإنتاج خط مركزي متصل، و الذي يبلغ سمكه فوكسل واحد، من دون الحاجة إلى خطوات ما قبل الاستخراج أو بعد الاستخراج. لاستخراج خطوط الوسط بواسطة خوارزمية 3D-MCE العديد من الأسطح المنتظمة وغير المنتظمة المستخرجة من البيانات الفعلية CT للقولون أو رقميا استعملوا. تم المصادقة على خوارزمية 3D-MCE باستعمال نماذج من أشكال حلزونية انبوبية الهندسة، حيث استعملت معايير مختلفة: انحناء الأنبوب، سمك الأنبوب وكثافة العقد من سطح 3D. تظهر النتائج أن خوارزمية 3D-MCE تستخرج بدقة وكفاءة خط الوسط للهيكل بالهندسة الأنبوبية، بغض النظر عن كثافة سطح العقد، وانحناء وسمك النموذج. تم تأكيد دقة الخوارزمية 3D-MCE عن طريق مقارنة مع طريقة معروفة لاستخراج خط الوسط على أساس مخطط فورونوي Voronoi.

الكلمات الدالة: 3D؛ محور؛ محور وسطي؛ شبكة المضلع؛ هيكل؛ الهندسة الأنبوبية.

Abstract - This thesis present a new automatic 3D mesh-based centerline extraction (3D-MCE) algorithm, which allows an accurate extraction of 3D centerline from a tubular geometry form, without manned intervention. The 3D-MCE does not require any input parameters and works on polygon mesh vertices producing a thin, connected and centered centerline, without needing pre or post-processing stages. In order to extract the centerlines by 3D-MCE algorithm, several regular and irregular 3D surface meshes of medical anatomy models, generated either from real CT colonoscopy datasets or numerically, have been processed. The validation of the 3D-MCE has been done on models of generic helical tubular geometry forms, where several parameters have been varied: curvature, thickness of tubes and density of surface nodes. Results show that 3D-MCE algorithm statistically extracts accurately and efficiently the centerline of the tubular geometry structures, independently from the density of surface nodes, curvature and thickness. The precision of 3D-MCE algorithm is con-firmed by a comparison with the well-known Voronoi diagram centerline extraction method.

Keywords: 3D; Centerline; Medial axis; Polygon Mesh; Skeleton; Tubular geometry.

Résumé - Un nouvel algorithme automatique d'extraction de la ligne centrale (3D-MCE) à partir de maillage 3D fait l'objet de cette thèse. Cet algorithme, permet une extraction précise et automatique de la ligne centrale 3D à partir d'une forme de géométrie tubulaire. Le 3D-MCE ne nécessite pas de paramètres d'entrée et fonctionne sur les sommets maillés produisant une ligne centrale connectée, centrée et qui présente une épaisseur égale à un point, sans passer par des étapes de prétraitement ou de post-traitement. Afin d'extraire les lignes centrales par l'algorithme 3D-MCE, plusieurs maillages surfaciques 3D réguliers et irréguliers de modèles d'anatomie médicale, générés soit à partir de données réelles de CT coloscopie ou numériquement, ont été traitées. La validation de l'algorithme 3D-MCE a été faite sur des modèles de formes génériques hélicoïdales de géométrie tubulaires, où plusieurs paramètres ont été variés: la courbure, l'épaisseur des tubes et de la densité des nœuds de la surface 3D. Les résultats obtenus montrent que l'algorithme 3D-MCE extrait avec précision et efficacité la ligne médiane des structures de géométrie tubulaire, indépendamment de la densité des nœuds de surface, de la courbure et de l'épaisseur de la forme. La précision de l'algorithme 3D-MCE est confirmée par une comparaison avec la méthode très connue d'extraction de la ligne centrale basée sur le diagramme de Voronoi.

Mots clés : 3D; Ligne centrale; Axe médian; maillage polygonale; squelette; Formes tubulaires.

TABLE DES MATIERES

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des abreviations

Introduction générale..... 10

Chapitre 1: Notions de base sur la modélisation 3D

1.1 Introduction	14
1.2 Principe de base des objets 3D	14
1.2.1 Modèle 3D.....	14
1.2.2 Modélisation 3D.....	15
1.3 Génération du maillage 3D.....	20
1.3.1 Les éléments du maillage 3D	22
1.3.2 Contenant du maillage.....	26
1.3.3 Structure du maillage.....	27
1.3.4 Techniques de génération de maillage	29
1.4 Conclusion.....	32

Chapitre 2: Maillage triangulaire

2.1 Introduction	34
2.2 Maillage triangulaire	34
2.3 Structure de maillage basée sur les faces	36
2.4 Structure de maillage basée sur les bords.....	37
2.5 Structure de maillage basée sur les demi-bords	37
2.6 Structure de données dirigée par les bords	38
2.7 Paramétrage du maillage triangulaire.....	39
2.8 Remaillage (Remeshing)	40
2.8.1 Structure locale.....	41
2.8.2 Structure globale.....	42
2.8.3 Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay.....	43
2.8.4 Remaillage basé sur les triangles.....	44
2.9 Format du fichier de stockage du maillage triangulaire	45
2.10 Conclusion.....	48

Chapitre 3: Squelettisation et lignes centrales

3.1 Introduction	50
3.2 Définitions et propriétés	50
3.2.1 Les Boules maximales.....	51
3.2.2 L'analogie du feu de prairie.....	52
3.2.3 Définition de Maxwell.....	52

3.2.4 Définition basée sur la symétrie	53
3.3 Travaux antérieurs	54
3.3.1 Amincissement topologique	54
3.3.2 Transformation de distance	56
3.3.3 Diagrammes de Voronoï	58
3.4 Applications	62
3.4.1 Domaine médical.....	62
3.4.2 Animation et analyse de formes	63
3.4.3 Traitement géométrique	64
3.4.4 Métrologie de forme	65
3.5 Conclusion.....	66
Chapitre 4: Présentation de l'algorithme 3D-MCE	
4.1 Introduction	68
4.2 Description de la méthode proposée (3D-MCE)	69
4.2.1 Extraction des sommets externes.....	70
4.2.2 Classification des sections de la forme tubulaire.....	71
4.2.3 Progression de la section mobile	72
4.2.4 Extraction de la ligne centrale	73
4.3 Résultats de l'algorithme 3D-MCE	75
4.4 Comparaisons et interprétations	77
4.5 Conclusion.....	82
Conclusion générale	83
Bibliographie.....	85
Glossaire Français-Anglais.....	95

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4. 1 : Comparaison des rayons obtenus par les méthodes 3D-MCE et Voronoï.....	79
Tableau 4. 2 : Comparaison des pentes obtenues par les méthodes 3D-MCE et Voronoï.....	80

LISTE DES FIGURES

Figure 1. 1 : Models 3D.....	14
Figure 1. 2 : Types de modélisation, de gauche à droite : modélisation filaires, modélisation solide et modélisation surfacique.....	16
Figure 1. 3 : Exemple de subdivision de surface.....	16
Figure 1. 4 : Arbre de construction d'un objet 3D.....	17
Figure 1. 5 : Projection de points.....	18
Figure 1. 6 : Scanner avec contact.....	19
Figure 1. 7 : Maillage hybride triangulaire/quadrilatère.....	22
Figure 1. 8 : Élément d'un maillage 3D.....	22
Figure 1. 9 : Élément triangulaire d'un maillage.....	23
Figure 1. 10 : Quadrilatère.....	23
Figure 1. 11 : Tétraèdre.....	24
Figure 1. 12 : Pentaèdre.....	25
Figure 1. 13 : Hexaèdre.....	26
Figure 1. 14 : Correspondances de la méthode par extrusion.....	30
Figure 1. 15 : Exemples de dégénérescences.....	30
Figure 1. 16 : Différents types de patches.....	32
Figure 2. 1 : Genre de la surface, de gauche à droite : une sphère avec $g = 0$, un torus avec $g = 1$ et un double torus avec $g = 2$ [40].....	35
Figure 2. 2 : Représentation face-sommets (vertices) [39].....	36
Figure 2. 3 : Structure de maillage basée sur les bords [39].....	37
Figure 2. 4 : Connectivité dans une structure de données à demi-bords [39].....	38
Figure 2. 5 : Paramétrage d'une surface triangulée.....	40
Figure 2. 6 : Conversion quadrilatère/triangles.....	41
Figure 2. 7 : Isotropie vs Anisotropie.....	42
Figure 2. 8 : Sommets réguliers et irréguliers.....	43
Figure 2. 9 : De gauche à droite, triangulation de Delaunay, diagramme de Voronoï, superposition des deux.....	43
Figure 2. 10 : Suppression et division de bords et relocalisation de sommets [39].....	45
Figure 2. 11 : Un tétraèdre et sa représentation STL.....	46
Figure 2. 12 : Orientation des facettes.....	46
Figure 2. 13 : à gauche la règle sommet à sommet n'est pas respectée, à droite la règle est respectée.....	47
Figure 2. 14: STL ASCII.....	47
Figure 2. 15 : STL binaire.....	48
Figure 3. 1 : Squelette à gauche et ligne centrale à droite [47].....	51
Figure 3. 2 : Axe central d'un objet 2D qui n'est autre que les centres de cercles maximaux.....	51
Figure 3. 3 : Squelettisation par analogie du feu de prairie.....	52
Figure 3. 4 : Points les plus proches sur la frontière de l'objet [48].....	53
Figure 3. 5 : Axes de symétrie [48].....	53
Figure 3. 6 : Voisinage du point x : (a) : 6-voisins (triangles), 18-voisins (diamant) et 26-voisins (croix). (b) : axes et orientations [50].....	54

Figure 3. 7 : Les points noirs représentent l'objet X et les points blancs représentent X . (a) : x est 26-simple pour X . (b) : x n'est pas 26-simple pour X . Dans (c) et (d), les carrés noirs représentent P et les disques noirs représentent $X \setminus P$. (c) : x est P-simple pour X . (d) : x n'est pas P-simple pour X . [50].....	55
Figure 3. 8 : Approximation du squelette : (a) Forme continue, (b) Échantillonnage de la frontière et diagramme de Voronoï correspondant, (c) triangles de Delaunay internes. Le squelette approximatif est défini comme : (e) sommets de Voronoï inclus dans la forme, (f) éléments de Voronoï inclus dans la forme, (g) intersection du diagramme de Voronoï avec la forme, (h) triangle de Delaunay internes duaux. (f) la ligne centrale définie comme l'union des boules représentées dans (d). [60]	59
Figure 3. 9 : Coloscopie virtuelle. (a) : le colon ainsi que sa ligne centrale, (b) : navigation virtuelle.[67]	62
Figure 3. 10 : Animation basée sur le squelette.	63
Figure 3. 11 : Génération de maillage polygonale : (a) squelette avec une information d'épaisseur pour chaque point, (b) forme obtenu avec différents rayons de boules, (c) maillage polygonale qui décrit la surface de l'objet.[91].....	65
Figure 3. 12 : Applications de métrologie de forme. (a) détection des parties tubulaires, (b) calcul de l'épaisseur de la forme. [48].....	65
Figure 4. 1 : Maillage triangulaire.....	69
Figure 4. 2 : Organigramme de l'algorithme 3D-MCE.....	69
Figure 4. 3 : Maillage triangulaire 3D : en rouge les bords externes et en vert les bords internes.....	70
Figure 4. 4 : Sommets externes (en violet).....	71
Figure 4. 5 : Section de référence et section mobile de la forme tubulaire.	72
Figure 4. 6 : Progression de la section mobile.	72
Figure 4. 7 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'un modèle générique 3D.....	75
Figure 4. 8 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'un modèle générique 3D.....	76
Figure 4. 9 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'une reconstruction 3D d'un colon humain réel.	76
Figure 4. 10 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'une reconstruction 3D d'un colon humain réel.	77
Figure 4. 11 : Modèle tubulaire hélicoïdal 3D avec une surface irrégulière (en vert) et sa ligne central 3D-MCE (en bleu).....	78
Figure 4. 12 : Interpolation circulaire.....	78
Figure 4. 13 : Interpolation sinusoïdale.....	79
Figure 4. 14 : Sensibilité du rayon de la forme tubulaire au nombre de triangles du maillage.	81
Figure 4. 15 : Sensibilité de la pente de la forme tubulaire au nombre de triangles du maillage.....	82

LISTE DES ABBREVIATIONS

1D	One dimensional
2D	Two dimensional
3D	Three dimensional
3D-MCE	3D Mesh based Centerline Extraction
3DS	3D Studio Max
ASCII	American Standard Code for Information Interchange
ASE	ASCII Scene Exporter
CAD	Computer Aided Design
DT	Distance transform
NURBS	Non Uniform Rational Basic Spline
OBJ	Object File
OFF	Object file format
STL	STereoLithography
VRML	Virtual Reality Modeling Language

Introduction générale

La forme des objets est la caractéristique la plus importante en analyse de formes. De nos jours, la visualisation et l'analyse des modèles 3D sont devenues très importantes dans la vie de tous les jours. La technologie 3D est en train d'émerger rapidement au fil du temps. En conséquence, la nécessité de développer de nouveaux algorithmes de traitement de ces données est en continuelle augmentation.

En raison de la grande quantité de données contenues dans les objets 3D, leur traitement devient difficile et la nécessité de travailler avec de plus petits ensembles qui gardent les principales caractéristiques des données devient cruciale. Les algorithmes d'extraction de la ligne centrale fournissent des solutions qui peuvent gérer ce défi. La ligne centrale, également connue sous le nom d'axe médian, est définie par Blum [1] comme étant le centre de disques maximaux en 2D ou de balles en 3D contenues dans la forme. Elle fournit ainsi une description compacte, de l'information géométrique et topologique significative des objets 3D. La ligne centrale est utilisée dans un grand nombre d'applications telles que la planification de chemin pour la navigation virtuelle 3D [2, 3], la génération de maillage [4, 5], l'animation [6, 7], la compression [8, 9], la reconnaissance de formes [10, 11] et la segmentation d'images [12, 13],... etc.

Plusieurs algorithmes ont été proposés pour extraire la ligne centrale 3D; la plupart d'entre eux peuvent être classés en trois catégories: l'amincissement topologique, la transformée en distance, et le diagramme de Voronoï.

- L'amincissement topologique est défini comme étant un épluchage itératif des bords (couche par couche). Cette procédure identifie et supprime les points simples [14] qui satisfont certaines contraintes particulières, de manière séquentielle [15, 16] ou parallèle [17-19], et les convertit en des points de fond. Une procédure d'amincissement ne cesse pas jusqu'à ce qu'aucun point simple ne puisse être trouvé. Le résultat de l'amincissement est une ligne centrale qui préserve la topologie de l'objet, mais qui n'est pas nécessairement centrée. En plus, ces méthodes sont très gourmandes en temps de calcul.
- La transformée en distance est appliquée à l'ensemble de la forme géométrique pour déterminer les cartes de distance [20-23]. La ligne centrale est extraite des maxima locaux de la carte de distance. Ces méthodes nécessitent des étapes de post-traitement pour produire une ligne centrale d'un point d'épaisseur, car elles ne génèrent pas une

ligne centrale mince directement et ont l'inconvénient de ne pas préserver la topologie de la forme 3D.

- Les diagrammes de Voronoï impliquent que les bords internes et les faces du maillage triangulaire 3D soient extraits puis traités selon certains critères [24-28]. Cependant, les objets avec des surfaces irrégulières sont susceptibles d'avoir des diagrammes de Voronoï denses, et donc, une densité importante du maillage de la surface est nécessaire pour produire une ligne centrale d'un point d'épaisseur. Ajouté à cela, cette méthode a une complexité algorithmique élevée.

Toutes les techniques décrites ci-dessus s'appliquent à n'importe quelle forme géométrique, et ont besoin de paramètres d'entrée pour extraire la ligne centrale, car elles ne produisent pas directement une ligne centrale continue avec un point d'épaisseur. La plupart d'entre elles ont besoin d'étapes de post-traitement pour affiner la ligne centrale.

Dans cette thèse, nous allons présenter un nouvel algorithme spécialisé utilisant des conditions restrictives sur la forme de l'objet 3D. Cette nouvelle méthode ayant comme objectif l'extraction de la ligne centrale à partir de maillage triangulaire 3D (3D-MCE) est dédiée aux formes géométriques tubulaires 3D. Elle est simple à mettre en œuvre et s'applique directement sur le maillage 3D. Les coordonnées de la ligne centrale sont mesurées uniquement à partir de l'analyse de la connectivité du maillage 3D, ce qui produit directement une ligne centrale continue avec un point d'épaisseur sans avoir besoin d'étapes supplémentaires de prétraitement ou de post-traitement.

Cette thèse est organisée comme suit :

Le premier chapitre donne des notions de base sur la modélisation des objets 3D, ces notions sont indispensables pour la compréhension de l'algorithme proposé 3D-MCE. Dans le second chapitre nous présentons des généralités sur les maillages triangulaires qui représentent l'entrée de l'algorithme 3D-MCE.

Le troisième chapitre est consacré aux méthodes d'extraction de la ligne centrale qui existent dans la littérature, et décrit leurs principes de fonctionnement.

Dans le quatrième chapitre nous présentons la méthode d'extraction de la ligne centrale proposée, cette nouvelle méthode exploite la connectivité du maillage triangulaire pour produire la ligne centrale. La précision de l'algorithme 3D-MCE est confirmée par une comparaison avec

la méthode très connue et largement utilisée d'extraction de la ligne centrale basée sur les diagrammes de Voronoï.

Enfin, nous présentons dans la conclusion une synthèse des résultats obtenus et les éventuelles perspectives de ce travail.

Chapitre 1

1.1 Introduction

Dans ce chapitre sont présentés des notions de base sur la modélisation des objets 3D. Les objets 3D sont plus complexes à manipuler que les autres données multimédia, tels que les signaux audio ou les images 2D, car il existe de nombreuses représentations différentes pour ces objets. Les différentes représentations des modèles 3D, couramment utilisés en modélisation 3D seront détaillées dans ce chapitre.

1.2 Principe de base des objets 3D

1.2.1 Modèle 3D

Un modèle 3D représente un objet 3D à l'aide d'un ensemble de points dans l'espace 3D, reliés par diverses entités géométriques tels que des triangles, des lignes, des surfaces courbes,...etc. comme le montre l'exemple de la Figure 1.1. À partir d'une collection de données (points et autres informations), les modèles 3D peuvent être créés manuellement ou algorithmiquement (procédure de modélisation). Les modèles 3D sont largement utilisés, dans une grande variété de domaines telle que l'industrie médicale afin de modéliser les organes, l'industrie du film pour la création des personnages et des objets pour l'animation, l'industrie de l'architecture pour créer des modèles architecturaux, ainsi qu'une multitude d'autres utilisations.

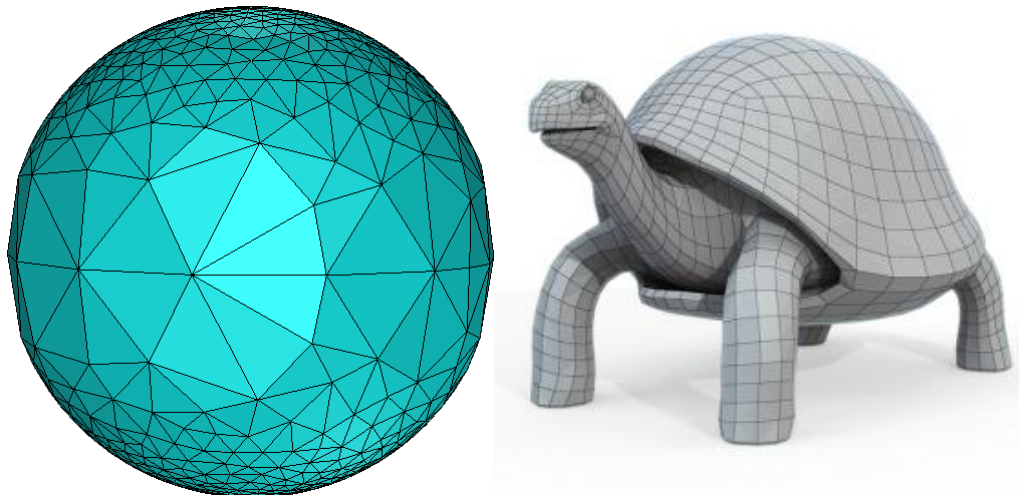


Figure 1. 1 : Modèles 3D.

Les modèles 3D peuvent être classés en deux catégories : les modèles volumiques, et les modèles surfaciques. Les modèles volumiques définissent l'objet 3D comme un volume solide, ils permettent une représentation de l'objet 3D dans l'espace, avec la notion de matière. Ces modèles ont l'avantage d'améliorer la visualisation de l'objet en déterminant les intersections de

volumes et les perspectives (extérieures et intérieures), mais ont l'inconvénient d'être très difficile à modéliser. Les modèles surfaciques définissent l'objet 3D par sa surface, ces modèles sont les plus utilisés car ils sont plus faciles à traiter numériquement et parce que l'apparence des objets dépend largement de leurs formes extérieures.

Les Modèles 3D apportent deux informations : l'information géométrique et l'information topologique. L'information géométrique représente la forme, la location et la taille dans l'espace Euclidien. L'information topologique représente la connectivité entre les différentes parties du modèle 3D [29].

1.2.2 Modélisation 3D

La modélisation 3D est le processus de génération du modèle 3D en utilisant des programmes informatiques. Les techniques actuelles de modélisation 3D peuvent être classés en trois catégories : la modélisation géométrique, la modélisation à partir de scanners 3D et la modélisation à partir d'images.

1.2.2.1 La modélisation géométrique

La modélisation géométrique est une branche des mathématiques appliquées et de l'informatique qui s'intéresse à l'étude des méthodes et algorithmes qui font la description mathématique des formes. Elle se base sur des méthodes d'analyse numérique, de géométrie analytique, projective et différentielle ainsi que d'informatique pour décrire les formes géométriques à l'aide d'équations mathématiques. La modélisation géométrique implique le développement de la modélisation filaire à travers la modélisation de surface vers la modélisation solide.

a) La modélisation filaire

Un modèle filaire est une présentation visuelle d'un objet 3D. L'objet est décrit en spécifiant chaque bord de l'objet physique où deux surfaces lisses mathématiquement continues se rencontrent, ou en connectant les sommets constitutifs d'un objet en utilisant des lignes droites ou courbes. L'objet est projeté sur l'écran d'ordinateur en traçant des lignes à l'emplacement de chaque bord. Les modèles filaires sont simples à calculer, c'est pourquoi ils sont largement utilisés dans les systèmes temps réel (voir Figure 1.2).

b) La modélisation surfacique

C'est une représentation plus complexe que la modélisation filaire, elle est largement utilisée dans les systèmes CAD. L'objet peut être modélisé avec différentes approches:

- Modélisation polygonale: la modélisation polygonale est une approche pour la modélisation des objets 3D en représentant ou se rapprochant de leurs surfaces en utilisant des polygones.
- Modélisation par courbe NURBS (Non Uniform Rational Basic Spline \ Spline Basique rationnelle non Uniforme): Le modèle est un réseau de courbes créées grâce à l'interpolation des points de contrôles selon un algorithme NURBS [29]. C'est une représentation mathématique des objets 3D qui permet de les décrire avec une très grande précision ce qui offre une grande flexibilité pour la manipulation des formes. Grâce à leur flexibilité et à leur précision, les modèles NURBS peuvent être utilisés dans n'importe quels processus, tels que l'illustration, l'animation ou la fabrication.
- Modélisation par subdivision de surface : elle regroupe la modélisation polygonale ainsi que la modélisation par courbes NURBS, le modèle est généré par un processus de subdivision automatique d'une partie de la surface afin d'y ajouter certains détails (voir Figure 1.3). C'est en quelque sorte un schéma de raffinement appliqué au maillage 3D.

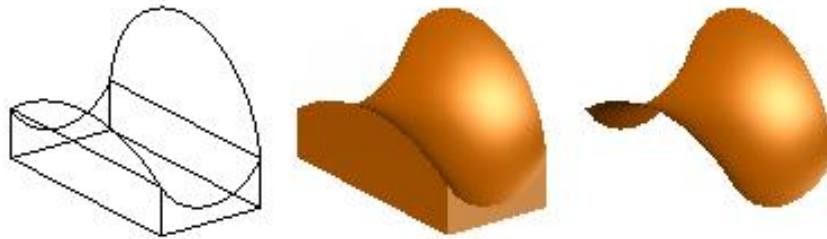


Figure 1. 2 : Types de modélisation, de gauche à droite : modélisation filaire, modélisation solide et modélisation surfacique.

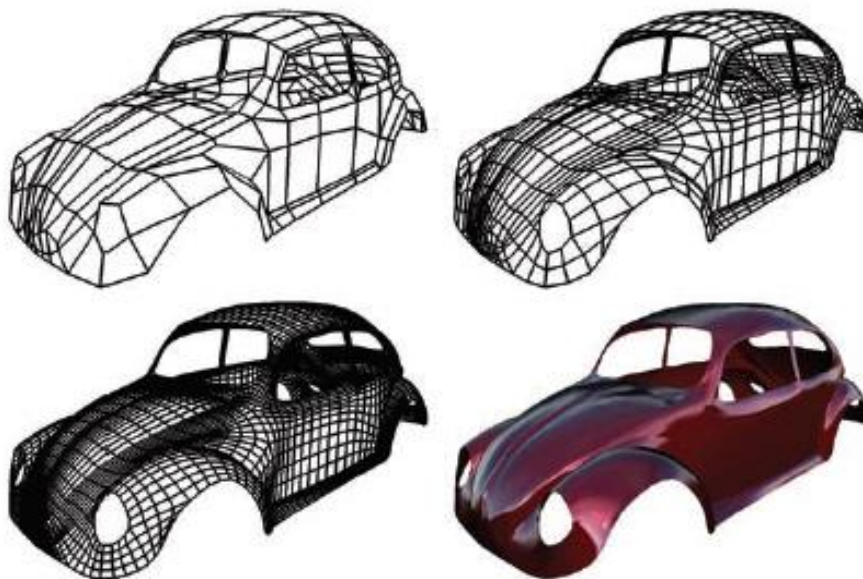


Figure 1. 3 : Exemple de subdivision de surface.

c) La modélisation volumique

C'est la modélisation la plus complète car elle englobe les deux précédentes modélisations. Elle permet la représentation de l'objet 3D dans l'espace avec la notion de matière. Le modèle est construit à partir d'un ensemble de primitives géométriques volumiques simples comme des polyèdres, des sphères, des cylindres et des cônes [30]. Les opérations booléennes, union, intersection et soustraction permettent de décrire le processus de construction de l'objet. Ce processus est conservé sous la forme d'un arbre dans lequel chaque feuille correspond à une primitive volumique simple et où chaque nœud définit une opération entre deux étapes de construction de l'objet. La Figure 1.4 présente l'arbre de construction d'un objet à partir d'un cube, d'une sphère et de deux cylindres en utilisant les opérations intersection, union et soustraction.

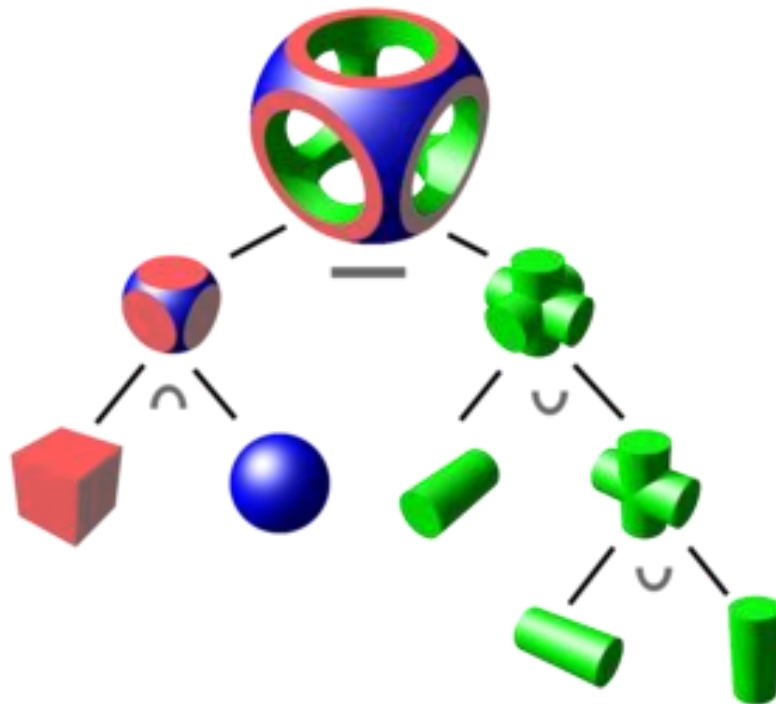


Figure 1. 4 : Arbre de construction d'un objet 3D.

1.2.2.2 Modélisation à partir d'images

Les techniques de modélisation à partir d'images utilisent uniquement un ensemble d'images 2D prises sous différents points de vue de l'objet ou de la scène pour créer de nouvelles vues. Les points visibles sur les images sont les projections des points réels qu'on peut alors situer sur des droites (voir Figure 1.5). Si deux ou plusieurs vues de l'objet sont prises, la position dans l'espace

des points réels peut alors être obtenue par intersection de ces droites : c'est le principe de triangulation fondamental de toute reconstruction 3D à partir d'images 2D [31].

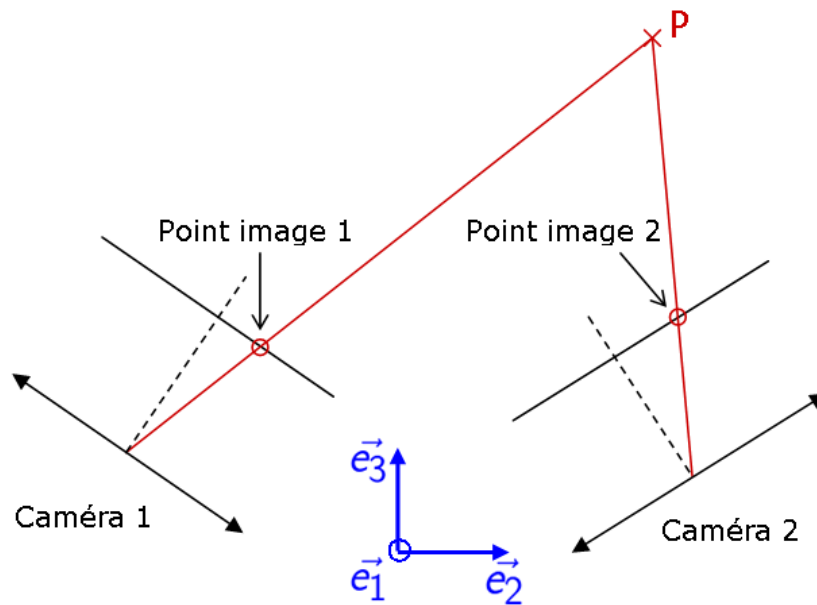


Figure 1.5 : Projection de points.

1.2.2.3 Modélisation à partir de scanner

Les scanners 3D permettent généralement de créer un nuage de points d'échantillons géométriques à la surface de l'objet. Ces points sont utilisés pour extrapoler la forme de l'objet (un processus appelé reconstruction). Si l'information de couleur est recueillie à chaque point, les couleurs sur la surface de l'objet peuvent également être déterminées. Les scanners 3D sont très analogues aux caméras. Comme les caméras, ils ont un champ de vision en forme de cône, et ils ne peuvent pas recueillir des informations sur les surfaces qui ne sont pas obscurcies. Une caméra recueille des informations de couleur sur les surfaces dans son champ de vision, tandis qu'un scanner 3D recueille des informations de distance sur les surfaces dans son champ de vision. L'image produite par un scanner 3D décrit la distance à une surface à chaque point de l'image.

Il existe deux types de scanners 3D : les scanners avec et sans contact. Les scanners 3D sans contact peuvent être classés en deux grandes catégories: les scanners actifs et les scanners passifs.

- 1) Scanners avec contact : ils sondent l'objet grâce à un contact physique et ont une bonne précision (voir Figure 1.6). Cependant, leur principe basé sur un contact physique, peut détruire ou altérer les objets fragiles tels que les objets historiques par exemple. Un autre

inconvenient de cette technologie est sa relative lenteur par rapport aux autres méthodes. Ce type de scanner est utilisé dans l'industrie pour leur précision. Ils permettent de mesurer des distances, des courbes avec une haute précision, ce sont des outils de métrologie.



Figure 1. 6 : Scanner avec contact.

- 2) Scanners sans contact actifs : ils émettent une sorte de rayonnement ou de lumière et détectent leur réflexion afin de sonder un objet ou un environnement. Différents types de source de rayonnement sont utilisés : laser, lumière, ultrason ou rayon X. Les scanners 3D à technologie laser peuvent être divisés en trois catégories : les scanners par triangulation, les scanners par temps de vol et les scanners par décalage de phase [29].
- 3) Les scanners sans contact passifs: ils n'émettent aucun rayonnement ou lumière vers l'objet, ils ne font que détecter les réflexions des rayonnements ambiants (la lumière visible dans la plupart des cas). Ne nécessitant que des capteurs d'appareils photos ordinaires, ces solutions restent les moins coûteuses. Il existe différentes technologies de scan passif : a) Photogrammétrie [32], cette technologie était d'abord utilisée pour numériser des objets de grande taille, comme les constructions ou les bâtiments. Comme son nom l'indique, c'est une technique basée sur la prise de photos multiples de l'objet à scanner sous différents angles et en suivant une trajectoire précise; les points communs sont ensuite référencés et identifiés dans chaque image, manuellement ou

automatiquement. b) Les scanners stéréoscopiques basés sur la vision humaine, ce type de scanner pointe deux caméras vidéos, légèrement espacées, vers le sujet. En analysant les petites différences entre les images prises par chacune des caméras, il est possible de calculer la position de chaque point. c) le scanner à silhouette, sa technique consiste à prendre une série d'images du sujet contre un arrière-plan contrasté, d'où son nom. Un logiciel d'édition d'image permet ensuite de détacher les silhouettes du fond contrasté et de les réunir pour former un modèle 3D de la surface extérieure de l'objet.

1.3 Génération du maillage 3D

La génération de maillage est définie comme le processus de fragmentation d'un objet physique en petits éléments, afin d'effectuer une solution numérique pour une équation différentielle partielle ou intégrale. Les domaines de surface peuvent être subdivisés en formes triangulaires ou quadrilatérales, tandis que les volumes peuvent être subdivisés principalement en formes tétraédriques ou hexaédriques. Les algorithmes de maillage définissent idéalement la forme et la distribution de ses éléments.

La génération du maillage est généralement considérée comme l'étape de prétraitement des techniques numériques de calcul. Les maillages utilisés dans les algorithmes de résolution numérique doivent satisfaire plusieurs conditions en fonction du problème. Certaines de ces conditions peuvent être résumées comme suit [33] :

- Le maillage doit être suffisamment fin pour produire une approximation de la géométrie d'origine,
- Les éléments constituant le maillage doivent être de bonne qualité, car les éléments mal formés peuvent causer des matrices mal conditionnées,
- Le nombre d'éléments dans le maillage ne doit pas être trop important, car plus la taille de ces éléments augmente plus la complexité algorithmique augmente.

Un maillage d'un domaine φ est défini par un ensemble Γ_h constitué d'un nombre fini de segments en une dimension, segments, triangles et quadrilatères en deux dimensions et des tétraèdres, pentaèdres et hexaèdres dans trois dimensions. Les éléments, désignés par K , sont les éléments du maillage.

Définition 1.1 : Γ_h est un maillage conforme du domaine φ si les conditions suivantes sont satisfaites :

- 1) $\bar{\varphi} = \bigcup_{K \in \Gamma_h} K$,
- 2) tous les éléments K de Γ_h ont un intérieur non vide,
- 3) l'intersection de deux éléments de Γ_h est réduite à un sommet d'élément, un bord d'élément ou une face d'élément.

Définition 1.2 : La connectivité d'un maillage 3D définit la connexion entre ses sommets.

Deux grands types de maillage sont actuellement utilisés dans les simulations numériques, ils correspondent à une connectivité particulière:

Définition 1.3 : Un maillage est appelé structuré si sa connectivité utilise la méthode des différences finies [29].

Et contrairement,

Définition 1.4 : Un maillage est appelé non structuré si sa connectivité est de tout autre type différent de la définition 1.3.

Définition 1.5 : La topologie d'un élément est sa description (y compris celle de ses arêtes et faces) en termes de ses sommets.

Un maillage peut être mixte ou hybride selon la nature de ses éléments et suivant les définitions suivantes :

Définition 1.6 : un maillage est dit mixte s'il contient des éléments de nature géométrique différente.

Définition 1.7 : Un maillage est dit hybride s'il contient des éléments avec des dimensions spatiales différentes (voir Figure 1.7).

Un maillage mixte, en deux dimensions, est composé de triangles et de quads. Un maillage hybride, à nouveau en deux dimensions, est clairement un maillage mixte, mais inclut par exemple certains triangles avec certains segments [34].

Un maillage surfacique peut être *Manifold*¹ ou pas suivant les définitions suivantes :

Définition 1.8 : un maillage surfacique est *Manifold* si ses bords internes sont partagés par exactement deux éléments (un élément dans le cas d'un bord externe pour une surface ouverte). Sinon, le maillage est dit non-*Manifold*.

¹ Un espace topologique qui ressemble localement à l'espace euclidien près de chaque point.

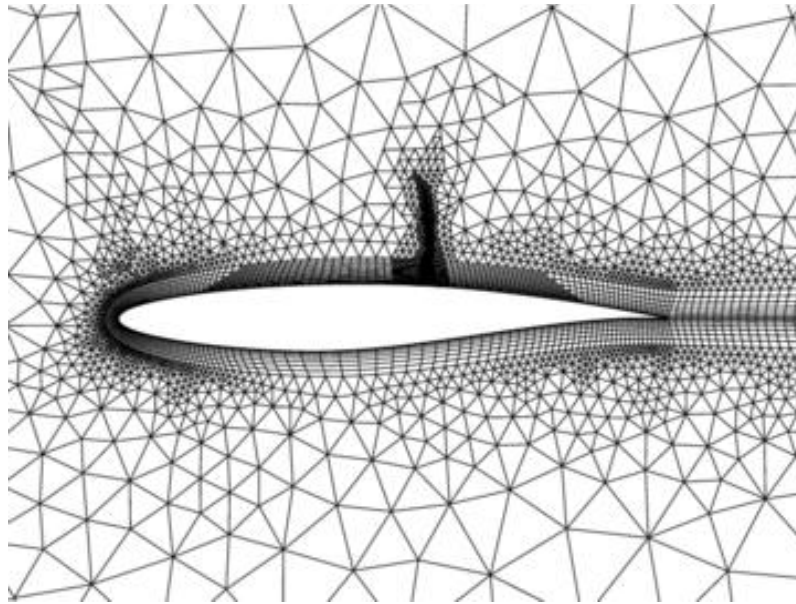


Figure 1.7 : Maillage hybride triangulaire/quadrilatère.

1.3.1 Les éléments du maillage 3D

Les éléments sont les composants de base d'un maillage 3D. Un élément est défini par sa nature géométrique (triangle, quadrilatère, etc.) et une liste de sommets. Cette liste permet la définition complète d'un élément, y compris la définition de ses bords et faces (en trois dimensions).

Définition 1.9 : La connectivité d'un élément de maillage est la définition des connexions entre ses sommets (appelé aussi vertex). Cette connectivité rend possible la description de la topologie de l'élément.

Définition 1.10 : La topologie d'un élément du maillage 3D est la définition de cet élément en termes de ses faces et arêtes, ces deux dernières étant définies en termes de sommets de l'élément (voir Figure 1.8).

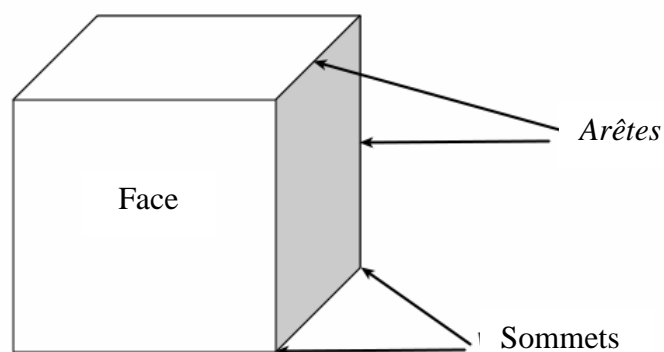


Figure 1.8 : Élément d'un maillage 3D.

1.3.1.1 Connectivité et topologie d'un élément triangulaire

La numérotation des sommets et des arêtes est prédéfinie de telle sorte que certaines propriétés sont implicitement respectées. La numérotation orientée des sommets nous permet de calculer la surface d'un triangle avec un sens positif, ou directionnel. Elle nous permet également d'évaluer les normales directionnelles pour chaque arête.

Dans le cas d'un triangle $\in R^2$ avec une connectivité [1,2,3] (voir Figure 1.9), la numérotation des sommets est déduite du premier sommet ayant été choisi en suivant le sens inverse des aiguilles d'une montre. La topologie peut être bien définie au moyen de la définition des arêtes:

- L'arrête [1] relie le sommet (1) au sommet (2),
- L'arrête [2] relie le sommet (2) au sommet (3),
- L'arrête [3] relie le sommet (3) au sommet (1),

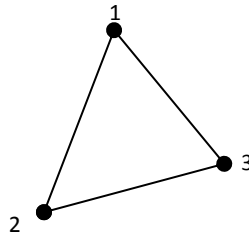


Figure 1. 9 : Élément triangulaire d'un maillage.

1.3.1.2 Autres connectivités et topologies

Les éléments autres que les triangles sont définis comme suit :

- **Les quadrilatères :** une connectivité [1, 2, 3,4] avec une numérotation semblable à celle des éléments triangulaires (voir Figure 1.10).

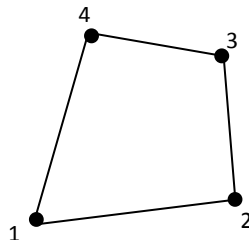


Figure 1. 10 : Quadrilatère..

- L'arrête [1] relie le sommet (1) au sommet (2),
- L'arrête [2] relie le sommet (2) au sommet (3),
- L'arrête [3] relie le sommet (3) au sommet (4),

- L'arrête [4] relie le sommet (4) au sommet (1),
- **Les tétraèdres** : une connectivité [1, 2, 3, 4] avec quatre faces (voir Figure 1.11), la topologie est définie comme suit :
 - L'arrête [1] relie le sommet (1) au sommet (2),
 - L'arrête [2] relie le sommet (2) au sommet (3),
 - L'arrête [3] relie le sommet (3) au sommet (1),
 - L'arrête [4] relie le sommet (1) au sommet (4),
 - L'arrête [5] relie le sommet (2) au sommet (4),
 - L'arrête [6] relie le sommet (3) au sommet (4),

Et pour les faces :

- La face [1] formée par les sommets (1) (3) (2),
- La face [2] formée par les sommets (1) (4) (3),
- La face [3] formée par les sommets (1) (2) (4),
- La face [4] formée par les sommets (2) (3) (4),

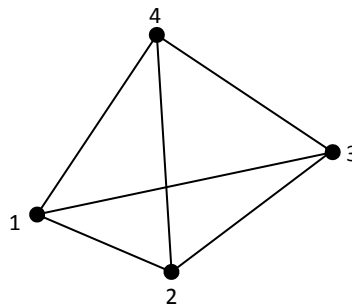


Figure 1. 11 : Tétraèdre.

- **Les pentaèdres** : une connectivité [1, 2, 3, 4, 5, 6] avec cinq faces (voir Figure 1.12), la topologie est définie comme suit :
 - L'arrête [1] relie le sommet (1) au sommet (2),
 - L'arrête [2] relie le sommet (2) au sommet (3),
 - L'arrête [3] relie le sommet (3) au sommet (1),
 - L'arrête [4] relie le sommet (1) au sommet (4),
 - L'arrête [5] relie le sommet (2) au sommet (5),
 - L'arrête [6] relie le sommet (3) au sommet (6),
 - L'arrête [7] relie le sommet (4) au sommet (5),
 - L'arrête [8] relie le sommet (5) au sommet (6),
 - L'arrête [9] relie le sommet (6) au sommet (4),

Et pour les faces :

- La face [1] formée par les sommets (1) (3) (2),
- La face [2] formée par les sommets (1) (4) (6) (3),
- La face [3] formée par les sommets (1) (2) (5) (4),
- La face [4] formée par les sommets (4) (5) (6),
- La face [5] formée par les sommets (2) (3) (5) (6),

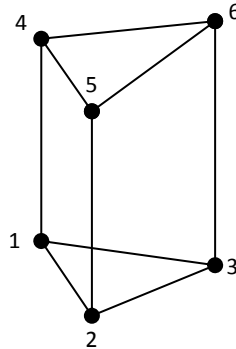


Figure 1. 12 : Pentaèdre.

- **Les hexaèdres :** une connectivité [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] avec six faces (voir Figure 1.13),

La topologie est définie comme suit :

- L'arrête [1] relie le sommet (1) au sommet (2),
- L'arrête [2] relie le sommet (2) au sommet (3),
- L'arrête [3] relie le sommet (3) au sommet (4),
- L'arrête [4] relie le sommet (4) au sommet (1),
- L'arrête [5] relie le sommet (1) au sommet (5),
- L'arrête [6] relie le sommet (2) au sommet (6),
- L'arrête [7] relie le sommet (3) au sommet (7),
- L'arrête [8] relie le sommet (4) au sommet (8),
- L'arrête [9] relie le sommet (5) au sommet (6),
- L'arrête [10] relie le sommet (6) au sommet (7),
- L'arrête [11] relie le sommet (7) au sommet (8),
- L'arrête [12] relie le sommet (8) au sommet (5),

Et pour les faces :

- La face [1] formée par les sommets (1) (4) (3) (2),
- La face [2] formée par les sommets (1) (5) (8) (4),

- La face [3] formée par les sommets (1) (2) (6) (5),
- La face [4] formée par les sommets (5) (6) (7) (8),
- La face [5] formée par les sommets (2) (3) (7) (6),
- La face [6] formée par les sommets (3) (4) (8) (7),

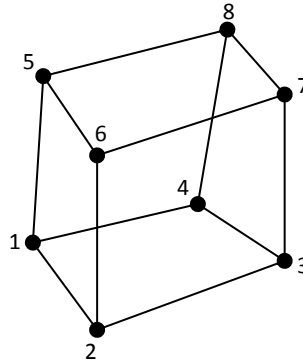


Figure1. 13 : Hexaèdre.

1.3.2 Contenant du maillage

La structure choisie pour stocker un maillage doit être pratique en vue des calculs possibles. Elle doit évidemment inclure toutes les informations précédemment définies (coordonnées, connectivités et topologies) afin que les données physiques puissent être facilement appliquées selon le problème à résoudre. Il n'y a pas de manière unique pour stocker ces valeurs. Le choix entre une structure de maillage et une autre dépend fortement de l'utilisation requise du maillage lors du calcul. Au cours de cette étape, différentes actions doivent être possibles, telles que :

- Accéder facilement aux sommets, arêtes et faces d'un élément donné,
- Pouvoir appliquer les prescriptions physiques,
- Calculer les normales, les dérivées, les volumes, les surfaces...etc. qui sont nécessaires,
- Obtenir la liste des voisins d'un sommet quelconque.

Ainsi, la structure de maillage la plus simple peut être conçue de telle sorte qu'elle contienne les informations suivantes:

- Le nombre de sommets dans le maillage,
- Leurs coordonnées,
- Le nombre d'éléments dans le maillage,

- La liste des éléments comprenant, pour chacun, sa nature géométrique (cette information est nécessaire lorsque le maillage contient des éléments qui sont géométriquement différents, par exemple triangles et quadrilatères).

La caractérisation de tout objet (point, bord, face, élément) avec respect de ses valeurs physiques qui doivent être appliquées peut être déterminée en valeur entière ou attribut. Pour construire cette structure, il est nécessaire d'utiliser des matrices, des listes, des listes chaînées, des arbres et d'autres structures de base qui sont décrites dans [35].

Pour construire une structure de maillage, plusieurs méthodes peuvent être utilisées, le schéma suivant définit une structure différente de celle qui a été décrite précédemment. Elle est conçue de telle sorte qu'elle contienne les données suivantes:

- Le nombre d'éléments dans le maillage,
- La liste de ces éléments comprenant, pour chacun d'entre eux, le nombre et la liste de ses faces et sa matière constitutive,
- Le nombre de faces dans le maillage,
- La liste de ces faces, y compris, pour chacune, le nombre et la liste de ses arêtes et sa caractérisation physique,
- Le nombre de sommets dans le maillage,
- La liste de ces sommets comprenant, pour chacun, ses coordonnées et sa caractérisation.

Il est clair que la seconde structure de maillage comprend exactement les mêmes informations que la première, mais l'accès à ces valeurs est fondamentalement différent.

1.3.3 Structure du maillage

La structure du maillage est l'implémentation réelle conçue pour que les données du maillage définies dans la section 1.3.2 puissent être organisées facilement. Ainsi, la structure du maillage doit être définie avec soin en fonction de son utilisation. A l'étape de génération de maillage, elle doit être conçue de telle sorte que les algorithmes puissent être mis en œuvre efficacement tandis qu'à l'étape de calcul elle doit être commode pour réaliser les opérations souhaitées.

La première structure de maillage, à savoir la structure interne, peut être différente de la structure externe. Les algorithmes traitent la structure interne et produisent la structure externe comme sortie. Dans les deux cas, les structures (internes ou externes) doivent être conçues pour faciliter les différentes opérations requises.

Lors de l'étape de génération de maillage, la structure interne repose sur les structures de base déjà mentionnées dans la section 1.3.2. Elle se compose de tableaux, de listes chaînées et d'arbres appropriés pour que l'information soit facilement accessible et puisse être facilement manipulée. Les opérations nécessaires incluent des calculs (longueur, surface, volume, normal,...etc.), et construction de piles,...etc.

Lorsque le maillage est généré, les informations nécessaires à sa création peuvent devenir inutiles et ne doivent pas être stockées dans la structure externe. Par conséquent, ce dernier est constitué d'informations extraites de la structure interne qui seront nécessaires à l'étape de calcul. A titre d'exemple, la structure de maillage externe connue sous le nom de NOPO, utilisée par le logiciel Modulef [36] correspond à une description élément par élément des maillages et fournit un accès séquentiel à l'information. La structure de données NOPO est écrite en Fortran. Elle est composée de six tableaux d'une organisation prédéfinie, les premières tables, avec un nombre fixe de variables, contiennent la description générale du maillage ce qui permet de dimensionner dynamiquement les autres tables de la structure. La structure NOPO est décrite ci-dessous:

- Tableau NOP0: informations générales. Ce tableau contient une description générale.
- Tableau NOP1: descripteur de tables supplémentaires, si elles existent.
- Tableau NOP2: description générale du maillage. Ce tableau contient les valeurs décrivant le maillage. Il comprend par exemple la dimension de l'espace (2D ou 3D), le nombre de numéros de référence (attribut physique), le nombre de numéros de sous-domaine (attribut physique), le nombre d'éléments dans le maillage, le nombre de points, le nombre d'arêtes, le nombre de triangles, le nombre de quadrilatères, le nombre de tétraèdres, le nombre de pentaèdres, le nombre d'hexaèdres, ...etc.
- Tableau NOP3: pointeur facultatif si la table suivante est segmentée.
- Tableau NOP4: coordonnées des sommets.
- Tableau NOP5: description de l'élément séquentiel. Ce tableau décrit chaque élément du maillage de façon séquentielle en spécifiant pour chacun son code géométrique, son numéro de sous-domaine, le nombre de nœuds et leur liste, le nombre de points et leur liste puis les attributs physiques associés à ses points, les arêtes et faces.

Actuellement, il existe de nombreux logiciels pour la génération, la conception et le traitement de modèles 3D. Les plus célèbres incluent AutoCAD, 3ds Max, Maya, ngPlant, Multigen, SketchUp, ainsi que d'autres. Les données 3D peuvent être stockées dans divers formats, y compris 3DS, OBJ, STL, VRML, OFF...etc.

1.3.4 Techniques de génération de maillage

Il existe plusieurs méthodes de génération de maillage, qui peuvent être classées comme suit:

1.3.4.1 Les méthodes manuelles

Ces méthodes consistent simplement à énumérer, de façon appropriée, tous les éléments du maillage à construire. Plus précisément, il est de la responsabilité de l'utilisateur de définir:

- Le nombre d'éléments à créer en spécifiant pour chacun:
 - Sa nature géométrique,
 - La liste de ses sommets de manière appropriée,
 - Les attributs physiques associés à l'élément et à ses éléments constitutifs (faces, arêtes et sommets),
- Le nombre de sommets et leurs coordonnées.

Il est clair que seuls les maillages simples, ou les sections simples de maillages plus complexes, peuvent être créées en utilisant cette approche. Ces maillages peuvent être utilisés dans des créations plus compliquées via des procédés de modification de maillage (transformations géométriques de ces maillages initiaux (par exemple par translation, rotation, symétrie, ...) ou des méthodes de combinaison (création d'un maillage par juxtaposition de deux maillages existants partageant une zone commune)).

1.3.4.2 Les méthodes d'extrusion

Le principe de ces méthodes consiste à créer des éléments de dimension $d + 1$ à partir d'éléments de dimension d d'une part et d'une ligne maillée servant de ligne de génération d'autre part. Comme illustré dans la Figure 1.14, un point (c'est-à-dire un élément réduit en un point, un élément de dimension 0) défini dans l'espace d dimensionnel, produit une série de segments (élément d'une dimension) définis dans l'espace $d + 1$ dimensionnel. Un segment (élément d'une dimension) défini dans l'espace d dimensionnel produit des quadrilatères dans l'espace $d + 1$ dimensionnel. Un triangle sert de support à la création de pentaèdres, tandis qu'un quadrilatère produit un hexaèdre.

Des dégénérescences d'éléments peuvent être rencontrées pour certaines positions spéciales de la ligne de génération par rapport au maillage (voir Figure 1.15). Dans ce cas, les segments peuvent produire non seulement des quadrilatères, mais aussi des triangles. Les triangles peuvent produire des pentaèdres dégénérés et des quadrilatères peuvent produire des hexaèdres

dégénérés. Selon la situation, les éléments dégénérés sont valides, ou non, dans le contexte des éléments finis habituels.

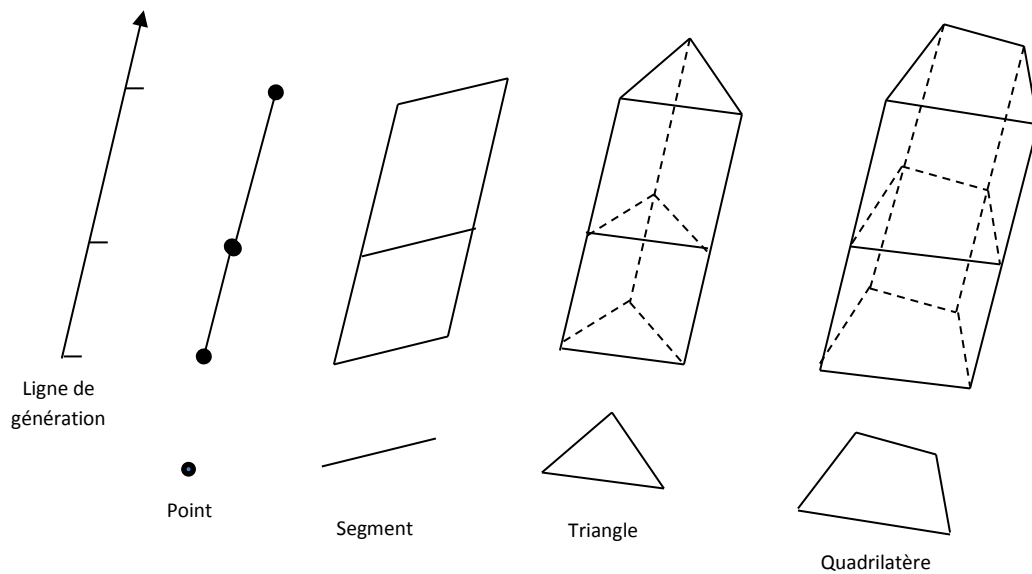


Figure 1. 14 : Correspondances de la méthode par extrusion.

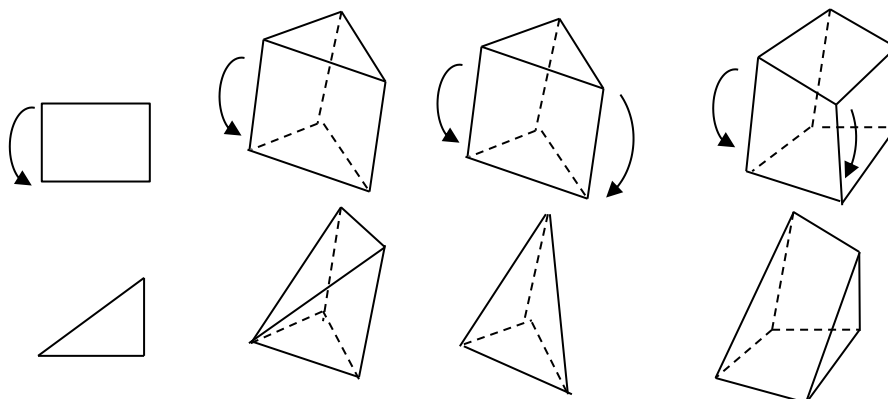


Figure 1. 15 : Exemples de dégénérescences.

1.3.4.3 Les méthodes semi-automatiques

Une méthode est dite semi-automatique si, tout en utilisant des opérations automatiques, elle nécessite une certaine interaction de l'utilisateur. Les méthodes semi-automatiques typiques sont celles basées sur l'approche multi-blocs [37].

Ces méthodes représentent une solution pour la création de maillages pour les géométries complexes, un procédé multi-blocs consiste essentiellement à diviser le domaine en plusieurs blocs ayant une forme quadrilatérale en deux dimensions ou une forme hexaédrique en trois dimensions. Plusieurs schémas de méthode multi-blocs existent, ils peuvent être résumés comme suit:

- Tout partitionner en blocs :
 - Numéroté les sommets des blocs requis,
 - Définir les bords et les faces qui forment les interfaces entre différents blocs.
- Discrétiser ces interfaces avec les objectifs suivants:
 - Capturer la géométrie aussi bien que possible,
 - Assurer un montage correct des différents maillages lors de la création du maillage global,
 - S'assurer que chaque bloc est bien défini par rapport à la génération de maillage local.
- Appliquer la méthode de génération de maillage localement pour créer les points internes pour chaque bloc.
- Construire le maillage final en ajoutant les maillages des différents blocs. Cette phase peut être faite facilement si la connexion d'un bloc à un autre est bien définie.

1.3.4.4 Les méthodes automatiques

Une méthode est dite automatique si elle ne nécessite aucune intervention de l'utilisateur qui ne doit fournir que les données nécessaires. En général, les données correspondent à une discrétisation de la frontière du domaine considéré et, dans certains cas, incluent les données de tous les points internes (ou certains).

1.3.4.5 Génération de maillage surfacique

La création d'un maillage surfacique est un problème délicat, la principale difficulté réside dans le fait que la description de surface et la génération de maillage superficiel sont deux problèmes distincts. Ils sont fortement liés mais ils n'ont pas les mêmes contraintes et les mêmes buts. Les systèmes les plus populaires pour la description de surface fournissent une description d'une surface constituée de patchs reposant sur différents types d'interpolation (Splines, Bezier, NURBS, etc ...). Les patchs sont définis uniquement en termes d'approximation de surface: cela signifie que pour certaines raisons géométriques, les patchs peuvent être très différents en taille et type d'interpolation [38]. Un patch peut être un quadrilatère généralisé avec des lignes ou des points désignés comme support géométrique qui doivent être conservés dans le maillage de surface (voir Figure 1.16).

La génération de maillage de surface est un problème complexe qui ne peut pas être réduit à une boucle sur des patches la décrivant. Il existe plusieurs algorithmes qui font la génération de maillage surfacique tel que :

- Algorithmes locaux conçus pour traiter un patch donné,
- Algorithmes globaux capables de traiter une collection de patches.

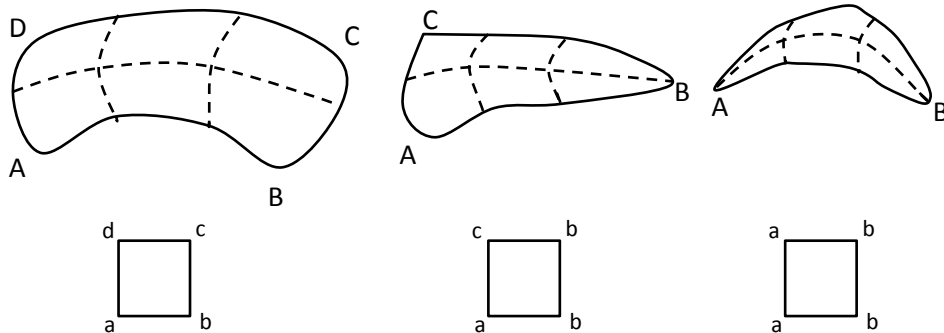


Figure 1. 16 : Différents types de patches.

Les logiciels CAD qui proposent des options de maillage de surface n'incluent pas les générateurs de maillage automatique, mais une grande liste d'algorithmes que l'utilisateur doit utiliser pour générer et ajuster le maillage surfacique de façon interactive jusqu'à ce que le maillage de surface complet soit correctement exécuté. Parmi ces algorithmes, nous trouvons des outils de regroupement de plusieurs patches, des méthodes de génération de maillage local et global, des processus de projection, des transformations topologiques et géométriques et de puissants outils de visualisation pour aider l'utilisateur à vérifier les différentes étapes du processus de génération de maillage [38].

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté brièvement les différentes structures et techniques de génération de maillages d'objets 3D. Les objets 3D sont largement utilisés dans plusieurs disciplines telles que la vision par ordinateur, le génie mécanique, la biologie moléculaire et la chimie...etc. Récemment, un grand nombre de problèmes spécifiques à la représentation et l'analyse des formes 3D ont été étudiés, leur but étant de décrire de manière quantitative et qualitative les objets présents dans une image en vue de leurs interprétations et d'une prise de décision. Dans le chapitre suivant le cas particulier du maillage triangulaire sera présenté.

Chapitre 2

2.1 Introduction

Les maillages triangulaires sont largement utilisés par les systèmes de modélisation graphique, en raison de leur simplicité, de leur flexibilité et du fait qu'ils soient largement supportés par le matériel graphique. L'efficacité et la consommation de mémoire des algorithmes de modélisation géométrique dépendent en grande partie des structures de données du maillage.

L'évaluation d'une structure de données nécessite de mesurer différents critères tels que le temps de construction pendant le prétraitement, le temps d'exécution d'une opération spécifique et la consommation de mémoire et la redondance. Bien qu'il ne soit pas rare de concevoir une structure de données spécialisée pour un algorithme particulier, il existe un certain nombre de structures de données communes à plusieurs algorithmes de traitement de géométrie 3D, qui seront examinés dans ce chapitre.

2.2 Maillage triangulaire

Dans de nombreux algorithmes de traitement géométrique, les maillages triangulaires sont considérés comme une collection de triangles sans structure mathématique particulière. Tout point P à l'intérieur d'un triangle $[a, b, c]$ peut-être écrit d'une manière unique comme une combinaison barycentrique des points d'angle :

$$P = \alpha a + \beta b + \gamma c \quad (2.1)$$

Avec : $\alpha + \beta + \gamma = 1$ et $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$

En choisissant un triangle arbitraire $[u, v, w]$ dans les paramètres, on peut définir une fonction linéaire $f: R^2 \rightarrow R^3$ avec :

$$\alpha u + \beta v + \gamma w \rightarrow \alpha a + \beta b + \gamma c \quad (2.2)$$

Un maillage triangulaire M se compose d'une composante géométrique et d'une composante topologique, cette dernière peut être représentée par un ensemble de sommets V et un ensemble de faces triangulaires F les reliant.

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_V\} \quad (2.3)$$

$$F = \{f_1, f_2, \dots, f_F\}, f_i \in V \times V \times V \quad (2.4)$$

Il est parfois plus simple de représenter la connectivité d'un maillage triangulaire en fonction de ses bords E :

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_E\}, \quad e_i \in V \times V \quad (2.5)$$

L'assemblage géométrique d'un maillage triangulaire dans R^3 est spécifié en associant une position P_i à chaque sommet $v_i \in V$:

$$P = \{P_1, \dots, P_V\}, \quad P_i = P(v_i) = \begin{pmatrix} x(v_i) \\ y(v_i) \\ z(v_i) \end{pmatrix} \in R^3 \quad (2.6)$$

Chaque face $f \in F$ correspond à un triangle dans l'espace 3D défini par ses trois positions de sommet.

La connectivité peut être représentée par une table d'incidence triangle-sommet, qui associe chaque triangle à trois étiquettes entières qui font référence à ses sommets de délimitation. La formule d'Euler [39] établit une relation intéressante entre le nombre de sommets V , les bords E , et les faces F du maillage :

$$V - E + F = 2(1 - g) \quad (2.7)$$

Où g est le genre de la surface (voir Figure 2.1).

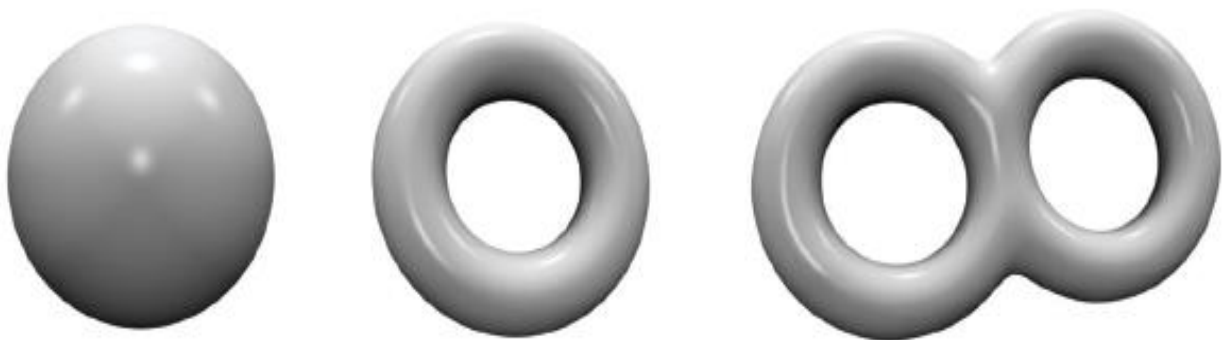


Figure 2. 1 : Genre de la surface, de gauche à droite : une sphère avec $g = 0$, un torus avec $g = 1$ et un double torus avec $g = 2$ [40].

Comme c'est le cas pour la plupart des applications pratiques, le genre g est petit par rapport au nombre d'éléments, donc on peut supposer que le côté droit de l'équation (2.7) est négligeable. Compte tenu de cela et du fait que chaque triangle est limité par trois arêtes et que chaque bord

du collecteur intérieur est incident à deux triangles, on peut obtenir les statistiques de mailles intéressantes qui sont :

- Le nombre de triangles est deux fois le nombre de sommets : $F \approx 2V$.
- Le nombre d'arêtes est trois fois le nombre de sommets : $E \approx 3V$.
- La valence moyenne des sommets (nombre d'arêtes incidentes) est 6.

2.3 Structure de maillage basée sur les faces

La manière la plus simple de représenter un maillage surfacique consiste à stocker un ensemble de faces polygonales individuelles représentées par leurs positions de sommets. Pour le cas plus simple des maillages triangulaires, cela nécessite de stocker trois positions de sommet par face (voir Figure 2.2). En utilisant des nombres simples de 32 bits pour représenter les coordonnées des sommets, cela nécessite $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$ octets par triangle. Puisque, en raison de la formule d'Euler (équation (2.7)), le nombre de faces F est environ deux fois le nombre de sommets V , cette structure de données consomme en moyenne 72 octets / sommet. Certains formats d'échange de données, comme le STL (STereoLithography), utilisent cette représentation de données.

Ces relations deviendront importantes lors de l'estimation de la complexité de l'exécution des algorithmes de traitement des maillages et lors de l'analyse des structures de données ou le format des maillages triangulaires.

Triangles								
x_{11}	y_{11}	z_{11}	x_{12}	y_{12}	z_{12}	x_{13}	y_{13}	z_{13}
x_{21}	y_{21}	z_{21}	x_{22}	y_{22}	z_{22}	x_{23}	y_{23}	z_{23}
...				
...				
...				
x_{F1}	y_{F1}	z_{F1}	x_{F2}	y_{F2}	z_{F2}	x_{F3}	y_{F3}	z_{F3}

Vertices		
x_1	y_1	z_1
...		
x_v	y_v	z_v

Triangles		
i_{11}	i_{12}	i_{13}
...		
...		
...		
i_{F1}	i_{F2}	i_{F3}

Figure 2. 2 : Représentation face-sommets (vertices) [39].

Cette structure est simple et efficace en stockage, elle est utilisée dans de nombreux formats de fichiers tels que OFF, OBJ et VRML. Cependant, sans informations de connectivité supplémentaires, cette structure de données nécessite des recherches coûteuses pour récupérer

l'information d'adjacence locale d'un sommet et n'est donc pas suffisamment efficace pour la plupart des algorithmes.

2.4 Structure de maillage basée sur les bords

Les structures de données pour les maillages polygonaux sont en général basées sur les bords, puisque la connectivité est principalement décrite par les bords du maillage. Les structures de données à base de bords bien connues sont les structures de données à bords ailés (en anglais *winged-edges*) et quad-bords (en anglais *quad-edges*) dans différentes variantes [39].

La structure de données à bords ailés est décrite dans la Figure 2.3. Chaque bord stocke des références à ses sommets d'extrémité, à ses deux faces d'incidence, et au bord suivant et précédent à l'intérieur des faces gauche et droite, respectivement. Les sommets et les faces enregistrent une référence à l'un de ses bords incidents. Au total, cela conduit à une consommation de mémoire de 16 *octets* par sommet, et de 32 *octets* par bord, ainsi que 4 *octets* par face, ce qui donne un total de 120 *octets* par sommet (car selon la formule d'Euler décrite dans l'équation (2.7) : $F \approx 2V$ et $E \approx 3V$).

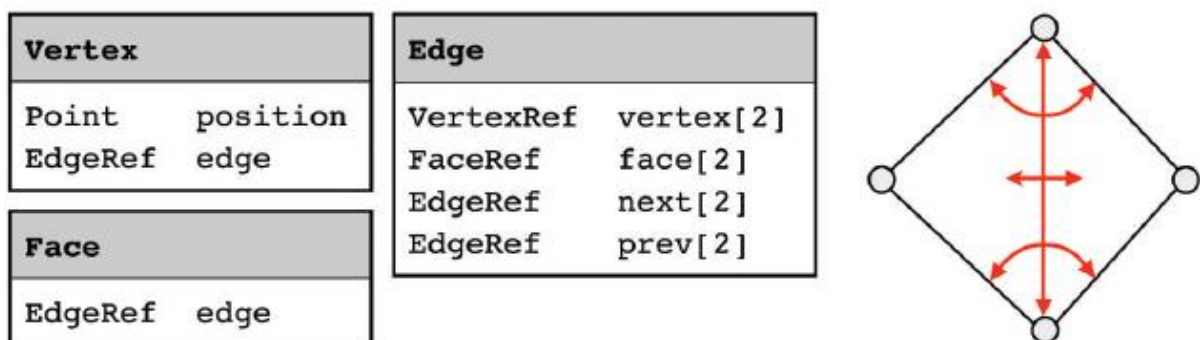


Figure 2. 3: Structure de maillage basée sur les bords [39].

2.5 Structure de maillage basée sur les demi-bords

Les structures de données à demi-bords (*en anglais halfedge*), divisent chaque bord en deux demi-bords [39]. Dans une structure de données à demi-bords les demi-bords sont orientés de façon constante dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour de chaque face et le long de chaque limite (voir Figure 2.4). Chaque demi-bord désigne un coin unique (un sommet non partagé dans une face) et, par conséquent, des caractéristiques tels que des coordonnées de texture ou des normales peuvent être mémorisées.

Pour chaque demi-bord les caractéristiques suivantes sont mémorisées :

- Le sommet vers lequel il pointe,
- Son côté adjacent (un pointeur zéro s'il s'agit d'un demi-bord d'extrémité),
- Le demi-bord suivant de la face ou de l'extrémité (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre),
- Le demi-bord précédent de la face, et
- Le demi-bord opposé (ou inverse).

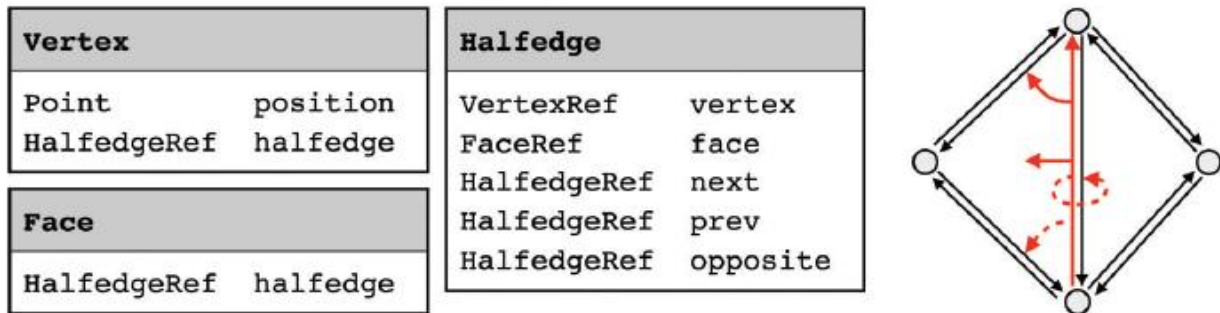


Figure 2.4 : Connectivité dans une structure de données à demi-bords [39].

Le nombre de demi-bords H est environ six fois le nombre de sommets V , la consommation totale de mémoire est de 16 *bytes* par sommet, 20 *bytes* par demi-bord, et 4 *bytes* par face ce qui donne un total de 144 *bytes* par sommet.

2.6 Structure de données dirigée par les bords

La structure de données dirigée par les bords est une variante de la structure de données à demi-bords qui est particulièrement conçue pour des maillages triangulaires [39]. Elle est basée sur des indices qui font référence à chaque élément du maillage (sommet, face ou demi-bord). L'indexation suit certaines règles qui encodent implicitement certaines informations de connectivité du maillage triangulaire. Au lieu de jumeler les demi-bords qui sont opposés, cette structure de données regroupe les trois demi-bords appartenant à un triangle commun.

Supposons que f représente l'indice d'une face, les indices des trois demi-bords sont donnés comme suit :

$$\text{demi-bord}(f, i) = 3f + i \quad \text{avec } i = 0, 1, 2. \quad (2.8)$$

Supposons aussi que h représente l'indice d'un demi-bord. Alors, les indices de sa face adjacente et son indice à l'intérieur de cette face sont donnés par :

$$face(h) = h/3 \quad (2.9)$$

$$face_{indice}(h) = h \text{ modulo } 3 \quad (2.10)$$

L'index du demi-bord suivant de h peut être calculé par $(h + 1) \text{ modulo } 3$. Les parties restantes de la connectivité doivent être stockées comme suit : chaque sommet mémorise sa position et l'index d'un demi-bord sortant, chaque demi-bord mémorise l'index de son demi-bord opposé ainsi que l'index de son sommet. Ceci conduit à une consommation de mémoire de seulement 16 octets par sommet, et de 8 octets par demi-bord, ce qui donne un total de 64 octets par sommet.

La structure de données dirigée par les bords peut représenter tous les maillages triangulaires qui peuvent être représentés par une structure de données en demi-bord. Le principal avantage de cette structure est son efficacité en termes de mémoire. Ses inconvénients sont :

- a) La restriction aux maillages triangulaires,
- b) L'absence de représentation explicite des arêtes.

2.7 Paramétrage du maillage triangulaire

Le paramétrage d'une surface 3D est une fonction mettant cette surface en correspondance avec un domaine 2D. Cette notion joue un rôle important dans le traitement géométrique puisqu'elle permet de transformer des problèmes complexes de modélisation 3D en un espace 2D où ils sont plus simples à traiter. Le paramétrage est indispensable à de nombreuses applications telles que l'ajustement de surface, la cartographie des textures, et le remaillage [41].

Le maillage triangulaire de surface est défini par des sommets $v_1, \dots, v_n \in V$, des positions p_1, \dots, p_n , et un ensemble de faces triangulaires F qui sont naturellement paramétrés à l'aide de fonctions linéaires par morceaux dont les morceaux correspondent aux triangles de la surface [39]. Ainsi, il est possible de représenter le paramétrage par l'ensemble de toutes les coordonnées (u_i, v_i) associées à chaque sommet (x_i, y_i, z_i) . De plus, ces coordonnées doivent être telles que l'image de la surface dans l'espace paramétré ne s'auto-intersecte pas. Cela signifie que l'intersection de deux triangles quelconques dans l'espace paramétré est soit un bord commun, soit un sommet commun, soit vide (voir Figure 2.5).

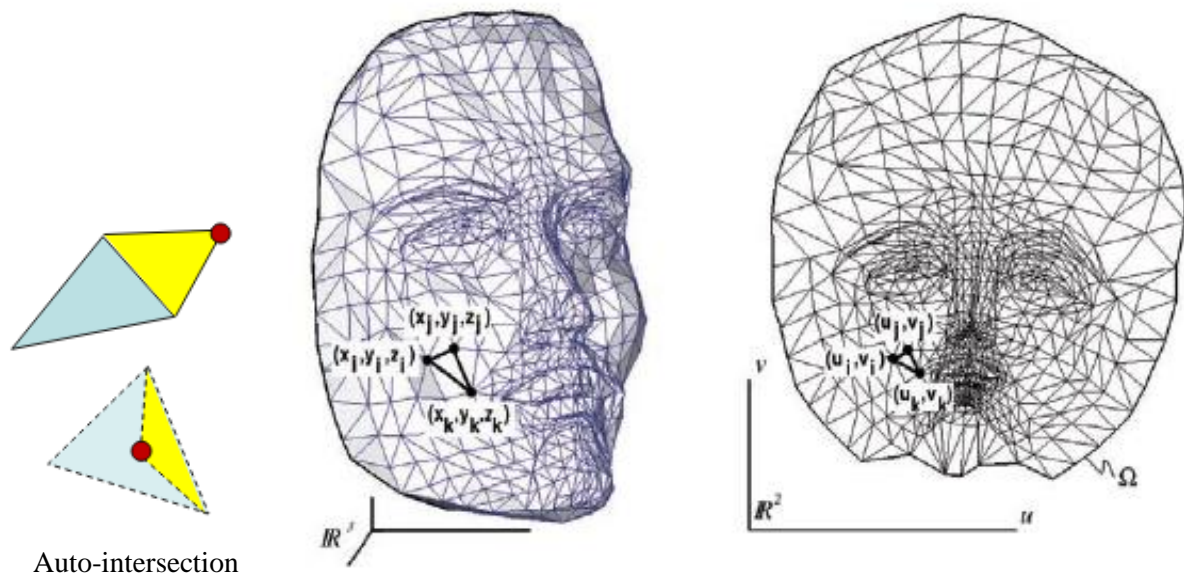


Figure 2.5 : Paramétrage d'une surface triangulée.

Soit (u, v) un point donné appartenant à l'espace Ω , le paramétrage x est donné par :

$$x(u, v) = \alpha p_i + \beta p_j + \gamma p_k \quad (2.11)$$

Où (i, j, k) représentent les indices tel que le triangle $[(u_i, v_i), (u_j, v_j), (u_k, v_k)]$ dans l'espace paramétré contienne le point (u, v) . Le triplet (α, β, γ) représente les coordonnées barycentriques au point (u, v) du triangle.

2.8 Remaillage (Remeshing)

Le remaillage est une technique importante pour l'amélioration de la qualité du maillage, il est utilisé dans de nombreuses applications industrielles telles que la simulation numérique, la modélisation géométrique, etc. Les techniques de remaillage ont connu une avancée considérable ces dernières années, et plusieurs algorithmes ont été développés. Le premier objectif du remaillage consiste à réduire la complexité d'un maillage d'entrée, sous réserve de certains critères de qualité. Le deuxième objectif du remaillage consiste à améliorer la qualité d'un maillage, de sorte qu'il puisse être utilisé comme entrée pour diverses applications. La qualité du maillage est contrôlée par des propriétés non topologiques, telles que la densité d'échantillonnage, la régularité, la taille, l'orientation, l'alignement et la forme des éléments du maillage.

2.8.1 Structure locale

La structure locale d'un maillage est décrite par le type, la forme, l'orientation et la distribution des éléments du maillage.

- Les types d'éléments les plus courants sont les triangles et les quadrilatères. Les maillages triangulaires sont généralement plus faciles à produire que les quadrilatères. La conversion d'un maillage quadrilatère en un maillage triangulaire peut être effectuée tout simplement en insérant une diagonale dans chaque quadrilatère (voir Figure 2.6).

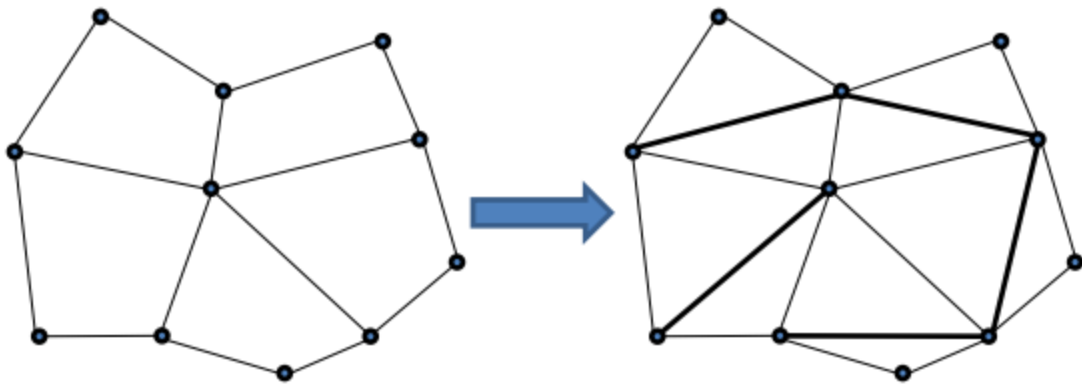


Figure 2. 6 : Conversion quadrilatère/triangles.

- Les éléments du maillage peuvent être isotropes ou anisotropes. La forme des éléments isotropes est localement uniforme dans toutes les directions. Idéalement, un triangle est isotrope s'il est proche d'un équilatéral (voir Figure 2.7). Les éléments isotropes sont favorisés dans les applications numériques car la forme uniforme locale de leurs éléments conduit souvent à de meilleurs résultats [39]. Quant à la forme des éléments anisotropes, elle varie localement selon l'orientation de la surface. Les maillages anisotropes sont préférés pour l'approximation des formes car ils ont généralement besoin de moins d'éléments que les maillages isotropes pour obtenir la même qualité d'approximation de la surface.
- Dans une distribution uniforme, les éléments du maillage sont uniformément répartis sur l'ensemble du modèle. Dans une distribution non uniforme, le nombre d'éléments varie; par exemple, des éléments plus petits sont affectés à des zones à courbure élevée. Lorsqu'ils sont soigneusement conçus, les maillages non uniformes ont besoin de beaucoup moins d'éléments pour obtenir une qualité d'approximation comparable à celle des maillages uniformes.

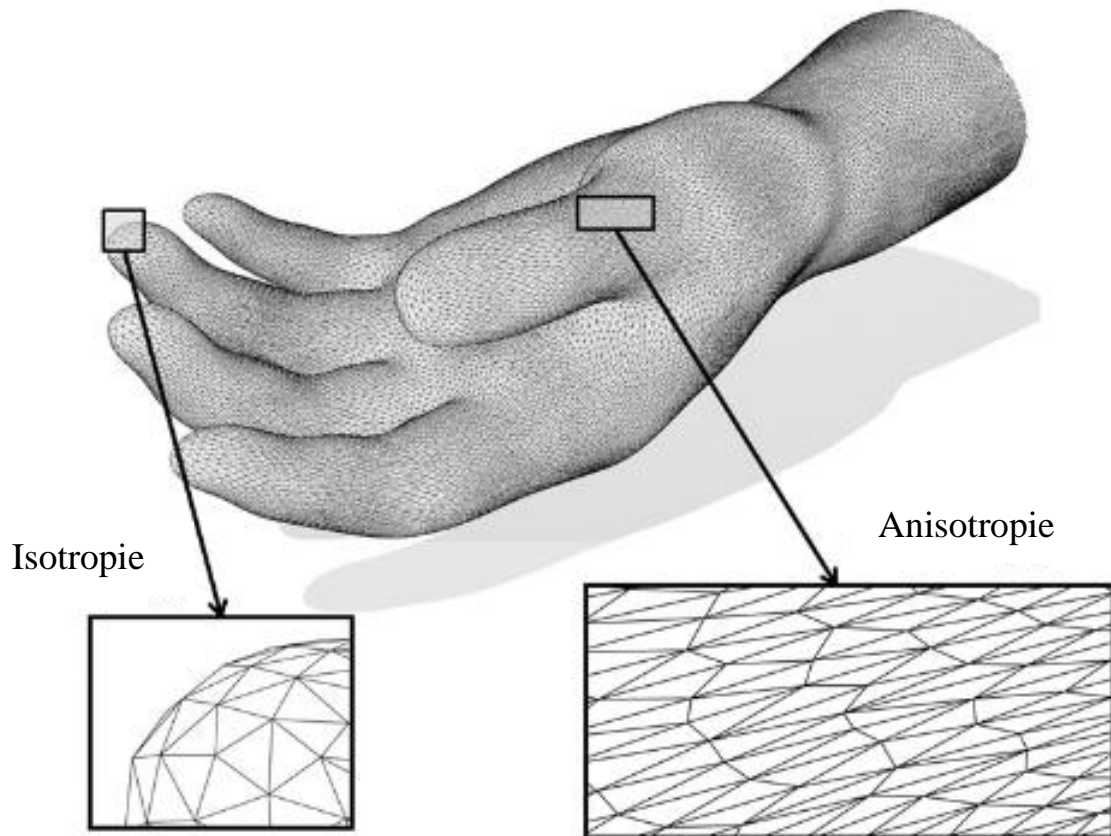


Figure 2.7 : Isotropie vs Anisotropie.

2.8.2 Structure globale

Un sommet dans un maillage triangulaire est appelé régulier si sa valence, c'est-à-dire, le nombre de ses sommets voisins est égal à six pour les sommets intérieurs ou à quatre pour les sommets extérieurs (voir Figure 2.8). Les sommets qui ne sont pas réguliers sont appelés irréguliers ou extraordinaires. La structure globale d'un maillage peut être classée comme étant irrégulière, semi-régulière, régulière ou très régulière :

- Les structures de maillages irrégulières ne présentent aucune sorte de régularités dans leur connectivité,
- Les structures semi-régulières sont produites par la subdivision régulière d'un maillage initial irrégulier. Ainsi, le nombre de sommets irréguliers dans un maillage semi-régulier est petit et constant [39],
- Dans les structures très régulières, la plupart des sommets sont réguliers,
- Dans une structure régulière, tous les sommets sont réguliers. Un maillage régulier peut être représenté de façon compacte sous la forme d'un tableau 2D qui peut être utilisé pour le rendu 3D.

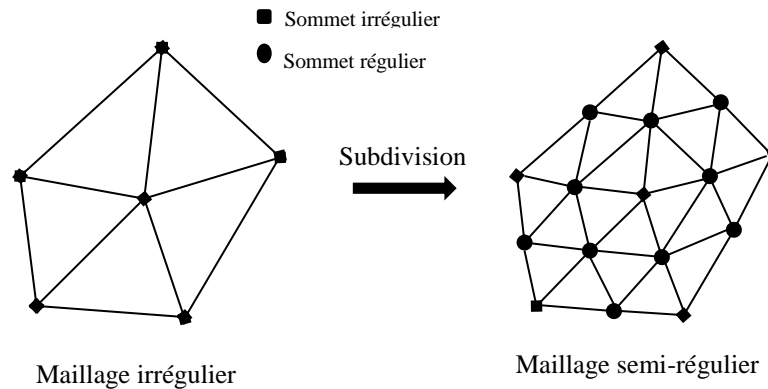


Figure 2. 8 : Sommets réguliers et irréguliers.

2.8.3 Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay

Les diagrammes de Voronoï et les triangulations de Delaunay sont des structures de données géométriques importantes pour le maillage et le remaillage [39].

Soit $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ des points qui sont appelés sites dans l'espace R^d . Une région de Voronoï $V(p_i)$ est associée à chaque site p_i de telle sorte que :

$$V(p_i) = \{x \in R^d : \|x - p_i\| \leq \|x - p_j\|, \forall i \neq j\} \quad (2.12)$$

La collection des régions de Voronoï non vides et leurs faces, ainsi que leurs relations d'incidence, constitue un complexe cellulaire appelé le diagramme de Voronoï de P . Un exemple en deux dimensions est présenté dans la Figure 2.9.

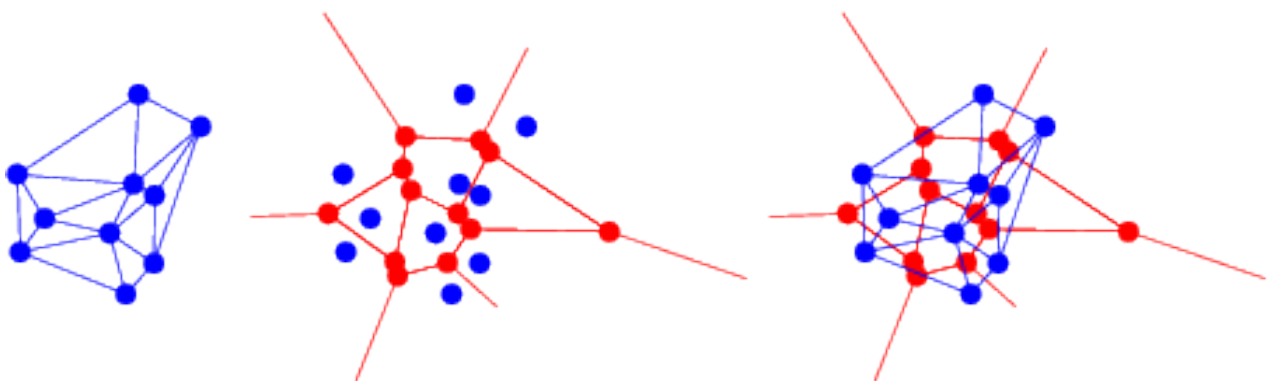


Figure 2. 9 : De gauche à droite, triangulation de Delaunay, diagramme de Voronoï, superposition des deux.

Le diagramme de Voronoï de P est une partition de R^d parce que n'importe quel point de R^d appartient au minimum à une région de Voronoï. Le locus des points qui sont équidistants à deux sites p_i et p_j est appelé bissectrice, et toutes les bissectrices sont des sous-espaces affines de R^d

(lignes en deux dimensions, plans en trois dimensions). Une cellule de Voronoï du site p_i est également définie comme l'intersection de demi-espaces fermés délimités par des bissectrices. Ceci implique que toutes les cellules de Voronoï sont convexes puisque l'intersection des ensembles convexes reste convexe. Les cellules de Voronoï ont des faces de dimensions variables. En deux dimensions, une face de dimension k est l'intersection de $3 - k$ cellules de Voronoï, un sommet de Voronoï est généralement équidistant à trois points, et un bord de Voronoï est équidistant à deux points [42].

La structure duale au diagramme de Voronoï est appelée la triangulation de Delaunay (voir Figure 2.9). Plus précisément, la triangulation de Delaunay d'un ensemble de sites P est un complexe simplicial tel que $k + 1$ points dans P forment un simplexe Delaunay si leurs cellules Voronoï ont une intersection non vide. En deux dimensions, chaque triangle de Delaunay (p, q, r) est dual à un sommet de Voronoï quand $V(p)$, $V(q)$ et $V(r)$ se rencontrent, Chaque bord de Delaunay (p, q) est dual à un bord de Voronoï quand $V(p)$ et $V(q)$ se rencontrent, et chaque sommet de Delaunay p est dual à sa face de Voronoï $V(p)$.

La triangulation de Delaunay est appréciée pour ses propriétés locales et globales en raison de sa dualité avec le diagramme de Voronoï. La triangulation de Delaunay 3D à une surface S est l'ensemble des triangles de Delaunay dont les bords duaux de Voronoï se rencontrent avec la surface S . La notion de triangulation de Delaunay restreinte a été introduite pour les maillages de surface par [43] et a ensuite été formalisée par [44] et utilisée par de nombreux algorithmes de reconstruction et de génération de maillage et de remaillage [39].

2.8.4 Remaillage basé sur les triangles

Dans un maillage isotrope, tous les triangles sont idéalement équilatéraux. Il peut être exigé que la densité des sommets soit globalement uniforme ou permettre un changement régulier des dimensions des triangles, qui est appelé une gradation lisse. Il existe un certain nombre d'algorithmes pour le remaillage isotrope des maillages triangulaires [45]. Ces algorithmes, peuvent être classés en trois catégories :

- Les algorithmes gloutons (en anglais Greedy), performant un changement local à la fois, tel que l'insertion des sommets par exemple, jusqu'à ce que l'objectif de remaillage initialement fixé soit satisfait.

- Les algorithmes variationnels performant le remaillage en minimisant une énergie fonctionnelle de telle sorte que de faibles niveaux de cette énergie correspondent à des solutions optimales du problème [46].
- Les algorithmes dits incrémentaux, prennent comme entrée une longueur de bord cible, ensuite ils divisent plusieurs fois les bords longs, suppriment les bords courts et relocalisent les sommets jusqu'à ce que tous les bords soient approximativement de la même longueur de bord ciblée au départ (voir Figure 2.10).



Figure 2.10 : Suppression et division de bords et relocalisation de sommets [39].

2.9 Format du fichier de stockage du maillage triangulaire

Les objets créés avec des maillages polygonaux doivent stocker différents types d'éléments. Il s'agit des sommets, des bords, des faces, des polygones et des surfaces. Dans de nombreuses applications, seuls les sommets, les bords et les faces ou les polygones sont stockés. Les maillages polygonaux peuvent être représentés de diverses manières, en utilisant différentes méthodes pour stocker les données de sommets, de bords et de faces. La forme la plus simple des éléments polygonaux est le triangle, c'est ce qui explique l'utilisation accrue du maillage triangulaire dans différentes applications. Le maillage triangulaire peut être facilement stocké sous le format de fichier STL (STereoLithography). Les fichiers STL ne décrivent que la géométrie de surface d'un objet tridimensionnel sans représentation de couleur, de texture ou d'autres attributs courants des modèles CAD. Un fichier STL est constitué d'une séquence de définitions de facettes (triangles). Chaque définition de facette fournit les coordonnées de ses trois sommets ainsi que sa normale (voir Figure 2.11).

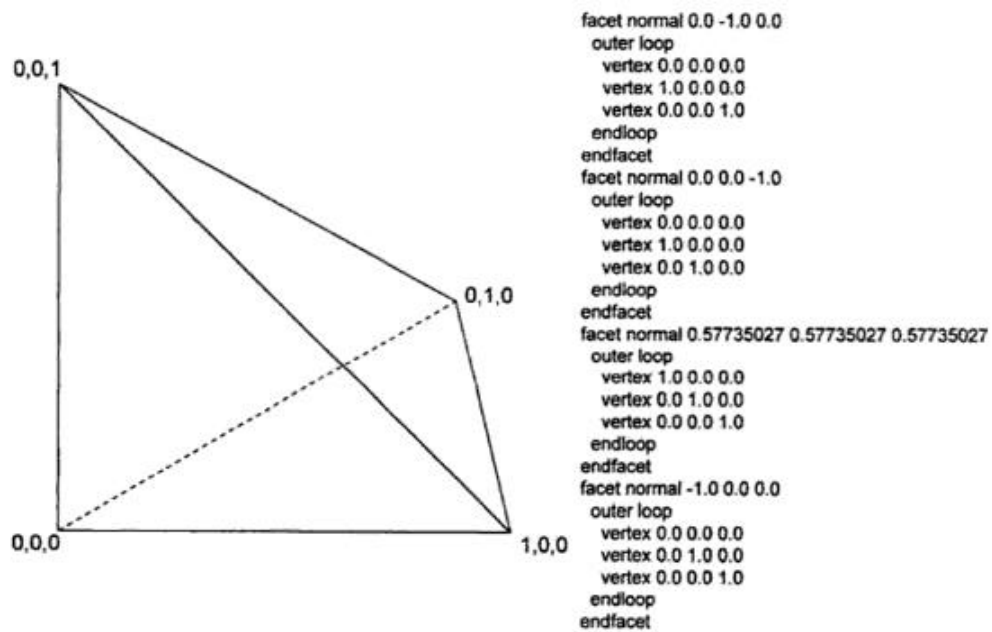


Figure 2.11 : Un tétraèdre et sa représentation STL.

Un fichier STL se compose d'une liste de facettes. Chaque facette est identifiée de façon unique par une normale (une ligne perpendiculaire au triangle) et par trois sommets. La normale et chaque sommet sont spécifiés par trois coordonnées chacun, de sorte qu'il y ait un total de 12 numéros stockés pour chaque facette.

- a) **L'orientation de la facette :** chaque facette fait partie de la frontière entre l'intérieur et l'extérieur de l'objet. L'orientation des facettes, est spécifiée de deux manières qui doivent être cohérentes. Tout d'abord, la direction de la normale est vers l'extérieur. Deuxièmement, les sommets sont répertoriés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre en regardant l'objet de l'extérieur (règle de droite). Ces règles sont illustrées dans la Figure 2.12.

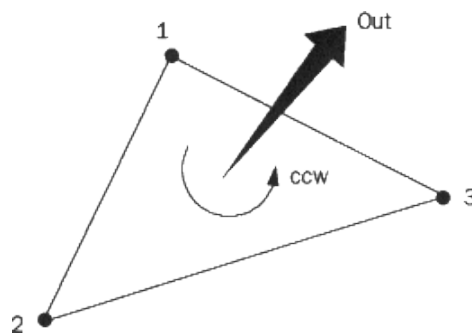


Figure 2.12 : Orientation des facettes.

- b) **Règle sommet à sommet** : Chaque triangle doit partager deux sommets avec chacun de ses triangles voisins. En d'autres termes, un sommet d'un triangle ne peut pas se trouver sur le côté d'un autre triangle comme illustré dans la Figure 2.13.

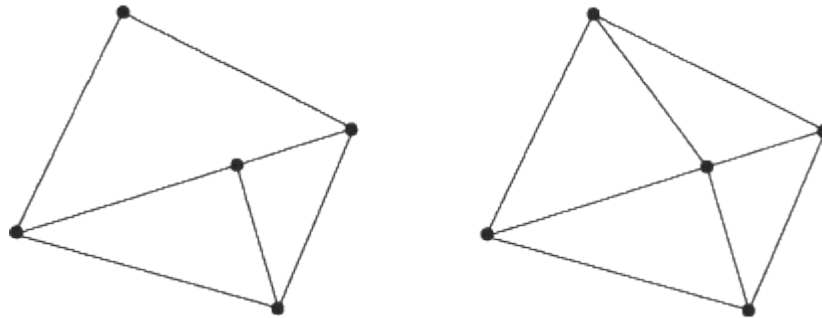


Figure 2.13 : à gauche la règle sommet à sommet n'est pas respectée, à droite la règle est respectée.

Toutes les coordonnées du fichier STL sont positives et strictement supérieures à zéro, Le standard STL comprend deux formats de données, ASCII et binaire. Ces derniers sont décrits séparément ci-dessous :

- **STL ASCII**: la première ligne de ce format de données est une ligne de description qui doit commencer par le mot «*solid*» en minuscules, suivi du nom du fichier. La dernière ligne doit contenir le mot-clé «*endsolid*». Les lignes entre la première et la dernière ligne contiennent des descriptions de trois facettes de sommets, ainsi que leurs normales (voir Figure 2.14).

```

solid
:
:
facet normal 0.0 0.0 1.0
outer loop
  vertex 1.0 1.0 0.0
  vertex -1.0 1.0 0.0
  vertex 0.0 -1.0 0.0
endloop
endfacet
:
:
endsolid

```

Figure 2.14: STL ASCII.

- **STL binaire** : L'entête se compose de 80 octets, les quatre premiers sont utilisés pour les informations sur le fichier, tel que le nom et d'autres commentaires, les quatre derniers octets représentent le nombre de facettes triangulaires. Ensuite, pour chaque facette, 50

octets sont utilisés pour représenter les composantes de la normale, puis les coordonnées de chaque sommet du triangle. Quatre octets sont utilisés pour chaque coordonnée, ce qui donne un total de 48 octets par facette. Les deux derniers octets ne sont pas utilisés (voir Figure 2.15).

Bytes	Data type	Description
80	ASCII	Header. No data significance.
4	unsigned long integer	Number of facets in file
4	float	i for normal
	float	j
	float	k
4	float	x for vertex 1
	float	y
	float	z
4	float	x for vertex 2
	float	y
	float	z
4	float	x for vertex 3
	float	y
	float	z
2	unsigned integer	Attribute byte count

Figure 2. 15 : STL binaire.

La notation {...} signifie que le contenu entre les crochets peut être répété une ou plusieurs fois.

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre les notions théoriques et pratiques nécessaires pour générer et manipuler le maillage triangulaire ont été rassemblées. Les maillages triangulaires servent à représenter et à approximer les surfaces à l'aide de triangles, ils sont représentables par différentes structures et différents formats de fichier. En raison de sa simplicité, de sa flexibilité et du fait qu'il soit largement supporté par le matériel graphique, le maillage triangulaire représente l'entrée de l'algorithme d'extraction de la ligne centrale proposée 3D-MCE, plus de détails seront fournis dans le chapitre 4.

Chapitre 3

3.1 Introduction

La squelettisation est une classe d'algorithmes utilisée en analyse de forme. Elle consiste à réduire une forme en un ensemble de courbes, appelées lignes centrales, centrées dans la forme d'origine. La squelettisation est un outil d'analyse de forme non scalaire, qui conserve les propriétés topologiques de la forme d'origine ainsi que les propriétés géométriques, selon la méthode employée.

Il existe plusieurs algorithmes de squelettisation. Ce chapitre propose une description de ces algorithmes.

3.2 Définitions et propriétés

Les lignes centrales ou axes médians sont étroitement liées aux squelettes. Un axe médian est une courbe 3D, qui capture les axes de symétrie d'un objet 3D, mais ne contient pas d'informations détaillées sur la limite de l'objet, tandis qu'un squelette 3D est, en général, une collection de points, de lignes et de surfaces (voir Figure 3.1). Les lignes centrales fournissent une description compacte, efficace et simple pour analyser des structures de forme tubulaires. Les squelettes et les lignes centrales sont devenus de plus en plus populaires dans un certain nombre d'applications telles que la navigation virtuelle 3D [2, 3], la génération de maillage [4, 5], l'animation [6, 7], la compression des données [8, 9], la reconnaissance des formes [10, 11] et la segmentation d'images [12, 13], etc.

La ligne centrale ou plus généralement le squelette doit satisfaire un certain nombre de propriétés:

- Connectée: la ligne centrale d'un objet compact 3D doit être un ensemble de points (points 3D) connectés.
- Centrée: les points de la ligne centrale doivent être localement centrés par rapport à la frontière de l'objet.
- Un point d'épaisseur: les lignes centrales, représentées sous forme de courbes voxélisées, doivent être aussi fines que possible, idéalement, pas plus épaisses qu'un voxel.
- Insensible au bruit de bordure: les petits détails de surface ne devraient pas produire de grandes torsions ou de nombreuses petites branches sur l'axe médian.
- Efficacité de calcul: l'extraction des lignes centrales doit se faire de la façon la plus robuste et rapide possible sur de grands volumes.

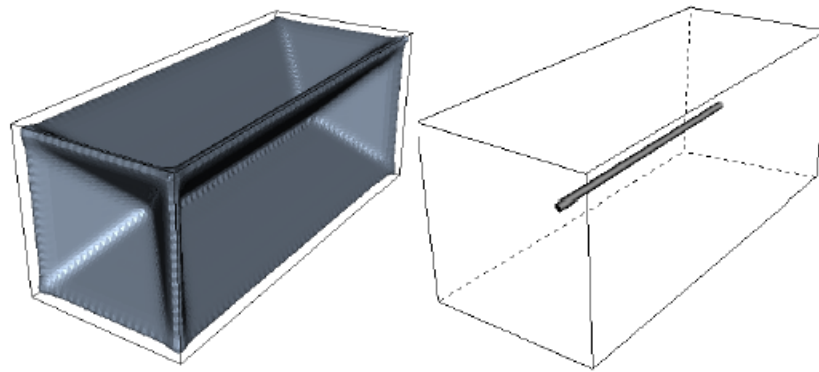


Figure 3.1 : Squelette à gauche et ligne centrale à droite [47].

Il existe plusieurs définitions de squelettes et lignes centrales; malgré leur multitude, elles sont toutes équivalentes.

3.2.1 Les Boules maximales

Les courbes-squelettes sont définies comme les chemins médians d'une forme 3D, La ligne centrale est définie par Blum [1] comme le centre des disques maximaux en 2D ou des boules en 3D contenus dans la forme. Elle fournit avec une description compacte, l'information géométrique et topologique significative sur les objets 3D.

Définition 3.1 : Le squelette $S(X)$ d'un objet $X \in R^N$ est le lieu des centres des boules maximales comprises dans X (voir Figure 3.2). Une boules B incluse dans X est dite maximale s'il n'existe aucune autre boules incluse dans X et contenant B .

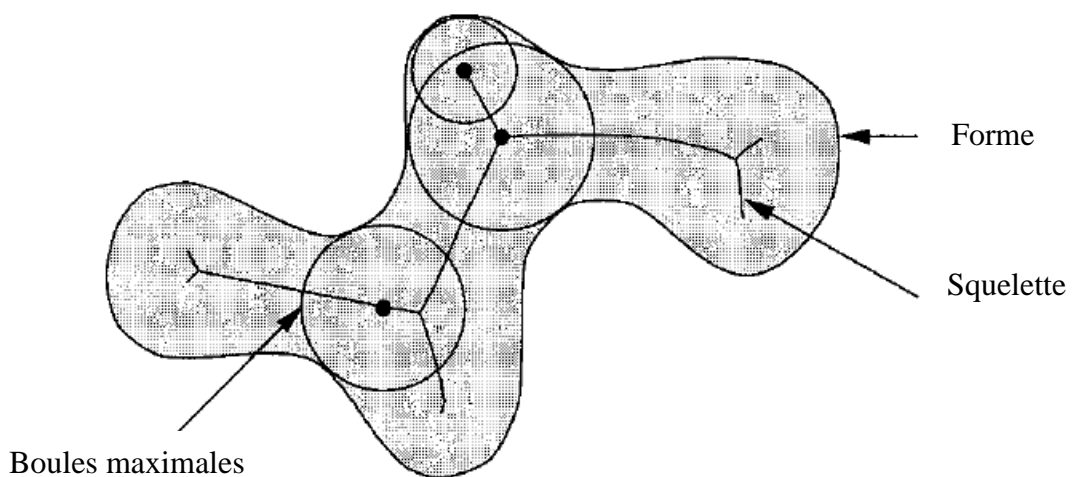


Figure 3.2 : Axe central d'un objet 2D qui n'est autre que les centres de cercles maximaux.

L'union de toutes les boules B du squelette $S(X)$ permet de reconstruire l'objet X .

3.2.2 L'analogie du feu de prairie

Dans cette définition, l'objet X est supposé être une prairie couverte de manière homogène par de l'herbe sèche et dont la limite S est mise à feu à $t = 0$. Le feu se propage de manière isotrope de S vers l'intérieur de X avec une vitesse uniforme à l'intérieur des normales intérieures n de S . À certains endroits, les fronts d'incendie provenant de différentes parties de S se rencontrent et s'éteignent, et forment ainsi un ensemble de points appelé graphe de choc [48].

Définition 3.2 : L'axe médian $S(X)$ d'un objet $X \in R^N$ est l'ensemble des points formés par le graphe de choc en un temps t (voir Figure 3.3).

Cette définition permet de comprendre pourquoi les squelettes sont appelés axes médians: comme les différentes parties de S se déplacent à la même vitesse, leurs points de rencontre sont à égale distance de S , donc dans le centre local de la forme X .

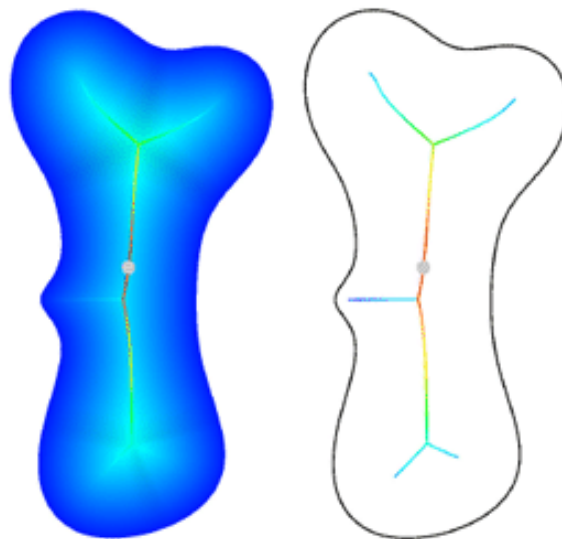


Figure 3.3 : Squelettisation par analogie du feu de prairie.

3.2.3 Définition de Maxwell

Comme le feu de prairie se propage de manière isotrope, les points de rencontre sont toujours équidistants de S . Par conséquent, les points médians sont associés à au moins deux points (Euclidiens) les plus proches sur S : cette propriété est au cœur de la définition de Maxwell [48].

Définition 3.3 : L'axe médian $S(X)$ d'un objet $X \in R^N$ est l'ensemble des points $M \in X$ qui ont au moins deux points les plus proches sur la frontière de X (voir Figure 3.4).

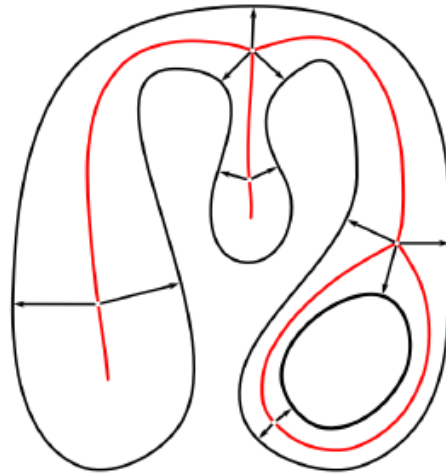


Figure 3.4 : Points les plus proches sur la frontière de l'objet [48].

3.2.4 Définition basée sur la symétrie

Dans un objet, la symétrie est présente à différents niveaux. Pour les formes simples (voir Figure 3.5 a), un seul axe de symétrie capture la symétrie globale de la forme, en effectuant quelques changements sur cette forme, l'axe de symétrie unique devient insuffisant (voir Figure 3.5 b). Ce problème peut être résolu en considérant que chaque paire de points de la frontière de la forme est liée par une relation de symétrie infinitésimale; leurs centres de symétrie peuvent être reliés entre eux pour former un axe de symétrie curviligne, communément appelé squelette de forme.

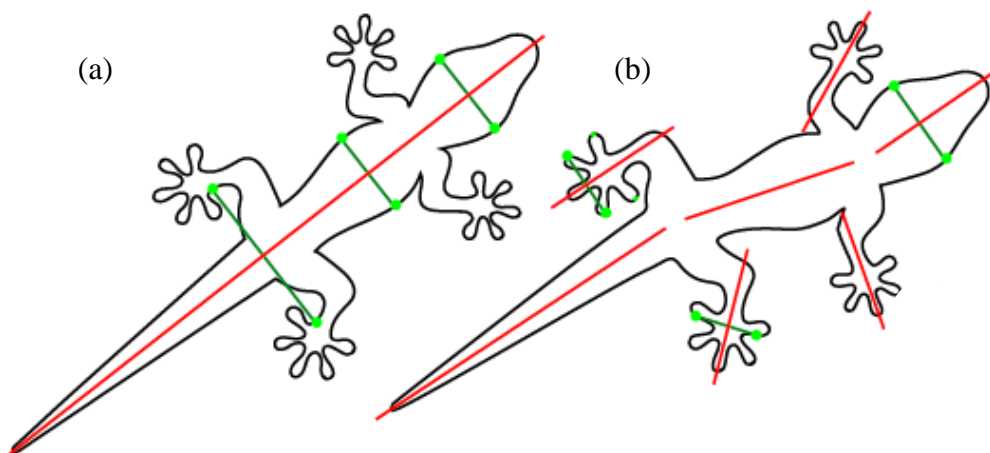


Figure 3.5 : Axes de symétrie [48].

Définition 3.4 : L'axe médian $S(X)$ d'un objet $X \in R^N$ est l'ensemble des centres des boules qui touchent la frontière de l'objet X en deux endroits ou plus [49]. Cette définition garantit que les points du squelette sont équidistants de la limite de forme et est mathématiquement équivalente à la transformation d'axe médian de Blum.

3.3 Travaux antérieurs

Plusieurs algorithmes ont été proposés pour extraire la ligne centrale, la plupart d'entre eux peuvent être classés en trois catégories:

- L'amincissement topologique,
- Transformation de distance,
- Diagrammes de Voronoï.

3.3.1 Amincissement topologique

L'amincissement topologique est défini comme un pelage itératif des bords (couche par couche). Cette procédure identifie et supprime les points appelés points P-simples [14] qui satisfont certaines conditions (voir sous-sections suivantes), de manière séquentielle [15, 16] ou parallèle [17-19]. Une procédure d'amincissement ne s'arrête pas jusqu'à ce qu'aucun point P-simple ne puisse être trouvé.

3.3.1.1 Voisinage et connections

Soit $x \in Z^3$ un point défini avec ses trois composantes (x_1, x_2, x_3) avec $x_i \in Z$. Les 6-voisins, 18-voisins, et 26-voisins de x (voir Figure 3.6) sont définis comme suit [50] :

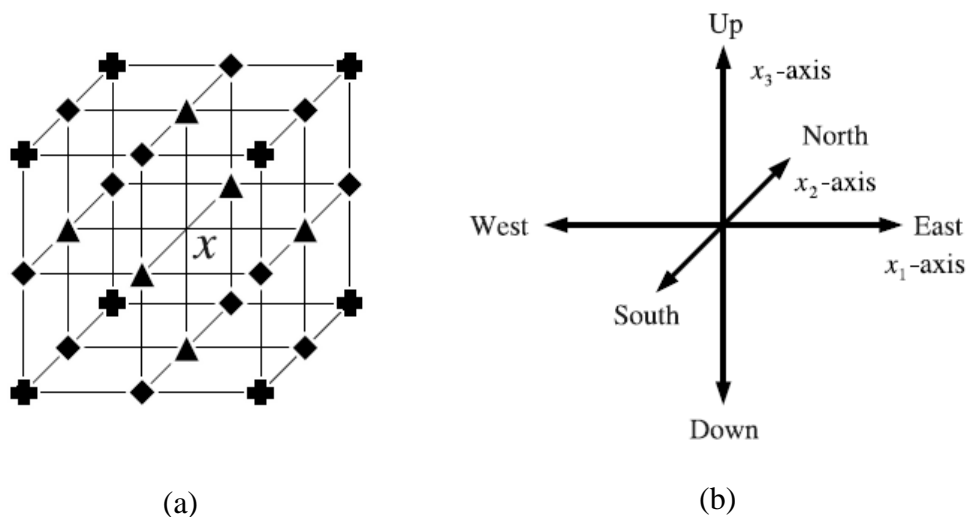


Figure 3.6 : Voisinage du point x : (a) : 6-voisins (triangles), 18-voisins (diamant) et 26-voisins (croix). (b) : axes et orientations [50].

$$N_6(x) = \{x' \in Z^3 : |x_1 - x'_1| + |x_2 - x'_2| + |x_3 - x'_3| \leq 1\} \quad (3.1)$$

$$N_{26}(x) = \{x' \in Z^3 : \max[|x_1 - x'_1|, |x_2 - x'_2|, |x_3 - x'_3|] \leq 1\} \quad (3.2)$$

$$N_{18}(x) = \{x' \in Z^3 : |x_1 - x'_1| + |x_2 - x'_2| + |x_3 - x'_3| \leq 2\} \cap N_{26}(x) \quad (3.3)$$

Soit $N_n^*(x) = N_n(x) \setminus \{x\}$, les deux points x et y sont dits n -voisin si $y \in N_n^*(x)$ avec ($n = 6, 18, 26$).

Un n -chemin est une séquence de points x_0, \dots, x_k , avec x_i le n -adjacent de x_{i-1} et $1 \leq i \leq k$. Dans le cas où $x_0 = x_k$, le chemin est dit *fermé*.

Soit $X \in Z^3$, les deux points $x \in X$ et $y \in Y$ sont n -connectés s'ils sont liés par un n -chemin inclus dans X .

3.3.1.2 Points simples et nombres topologiques

Soit $X \subseteq Z^3$, le point $x \in X$ est dit n -simple pour X si sa suppression ne change pas la topologie de l'objet. Dans la Figure 3.7 (b), X est un objet connecté, $X \setminus \{x\}$ est composé de deux composantes connectées ($\{a, c\}$ et $\{b\}$), la topologie de X n'est pas préservée par la suppression de x , donc x n'est pas un point simple.

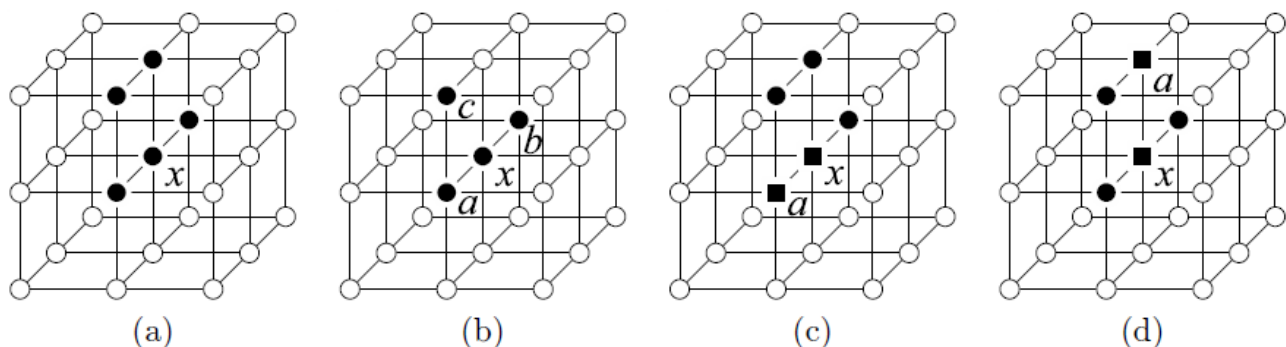


Figure 3.7 : Les points noirs représentent l'objet X et les points blancs représentent \bar{X} . (a) : x est 26-simple pour X . (b) : x n'est pas 26-simple pour X . Dans (c) et (d), les carrés noirs représentent P et les disques noirs représentent $X \setminus P$. (c) : x est P -simple pour X . (d) : x n'est pas P -simple pour X . [50]

L'ensemble composé de toutes les composantes n -connectées de X est noté $C_n(X)$. L'ensemble de toutes les composantes n -connectées de X et n -adjacente à un point x est noté $C_n^x(X)$. Soit $\#X$ le nombre d'éléments qui appartiennent à X . Les nombres topologiques relatifs à X et x sont les deux nombres $T_6(x, X)$ et $T_{26}(x, X)$ [51] :

$$T_6(x, X) = \#C_6^x(N_{18}^*(x) \cap X) \quad (3.4)$$

$$T_{26}(x, X) = \#C_{26}^x(N_{26}^*(x) \cap X) \quad (3.5)$$

Ces deux nombres permettent une caractérisation des points simples 3D [51, 52] :

$x \in X$ est 26-simple si et seulement si $T_{26}(x, X) = 1$ et $T_6(x, \bar{X}) = 1$. (\bar{X} est le complément de X dans Z^3).

Dans la Figure 3.7 (b), $N_{26}^*(x) \cap X$ est constitué de deux composantes 26-connectées ($\{a, c\}$ et $\{b\}$). $N_{18}^*(x) \cap \bar{X}$ est constitué d'une seule composante 6-connectée et 6-adjacente à x . Ainsi, $(T_{26}(x, X), T_6(x, \bar{X})) = (2, 1)$, donc x n'est pas simple

3.3.1.3 P-points simples

Soient : $X \in Z^3$, un sous ensemble $P \in X$, et x un point de P .

Définition 3.5 : Le point x est P-simple pour X , si pour chaque sous ensemble S de $P \setminus \{x\}$, x est 26-simple pour $X \setminus S$ (voir Figure 3.7).

Les conditions suivantes permettent de caractériser localement les points *P-simples* [53], le point x est *P-simple* si et seulement si :

$$\begin{cases} T_{26}(x, X \setminus P) = 1, \\ T_6(x, \bar{X}) = 1, \\ \forall y \in N_{26}^*(x) \cap P, \exists z \in X \setminus P \text{ tel que } z \text{ est } 26\text{-adjacent à } x \text{ et } y, \\ \forall y \in N_6^*(x) \cap P, \exists z \in \bar{X} \text{ et } \exists t \in \bar{X} \text{ tel que } \{x, y, z, t\} \text{ est un carré unitaire.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Dans la Figure 3.7 (c), x est *P-simple* parce qu'il vérifie les quatre conditions de l'équation (3.6). Dans la Figure 3.7 (d), x n'est pas *P-simple* parce que la première condition n'est pas satisfaite ($T_{26}(x, X \setminus P) = 2$).

3.3.2 Transformation de distance

La transformée de distance (DT) est appliquée à l'ensemble du volume géométrique pour évaluer les cartes de distance [20-23]. La ligne centrale est extraite des maxima locaux de la carte de distance. Cependant, cette méthode nécessite un post-traitement supplémentaire pour produire l'axe médian car elle ne génère pas une ligne centrale fine directement et ne conserve pas la topologie de la forme.

La DT peut être définie en termes de métriques qui sont utilisées pour mesurer la distance entre deux voxels. La distance Euclidienne est souvent requise dans de nombreuses applications. Cependant, la plupart des métriques non-Euclidiennes sont beaucoup plus faciles à mettre en œuvre et entraînent moins de complexité de calcul. La distance Euclidienne entre deux voxels (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) est définie par :

$$d_{Euclidienne} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (3.7)$$

La distance Euclidienne peut être approximée par deux métriques qui sont la distance de *Manhattan* et celle de *Chess-board* qui permettent de diminuer sa complexité de calcul, elles se calculent comme suit :

$$d_{Manhattan} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1| \quad (3.8)$$

$$d_{Chess\ board} = \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|, |z_2 - z_1|) \quad (3.9)$$

Définition 3.6 : La DT est une transformation qui génère une carte des distances D , dont la valeur de chaque voxel p est la distance minimale entre p et O^c :

$$D(p) = \min\{d(p, q) | q \in O^c\} = \min\{d(p, q) | F(q) = 0\} \quad (3.10)$$

Avec D la carte des distances de F et O^c contient au minimum un voxel autrement la transformation de distance ne peut être définie.

Soit \mathcal{M} l'ensemble des hyper-sphères (boules) maximales vraies et \mathcal{L} l'ensemble de toutes les hyper-sphères localement maximales.

Proposition 3.1 : Si c est une hyper-sphère maximale vraie alors c est également une hyper-sphères localement maximale : si $c \in \mathcal{M}$ cela implique que $c \in \mathcal{L}$.

Proposition 3.2 : Si une hyper-sphère $c \in \mathcal{L}$ est couverte par une autre hyper-sphère d , alors soit $c \in \mathcal{L}$, soit il existe une autre hyper-sphère $d' \in \mathcal{L}$ telle que c soit couverte par d' .

Ces propriétés garantissent qu'il suffit de faire des comparaisons entre les éléments de \mathcal{L} pour déterminer le véritable ensemble d'hyper-sphères maximales. Ainsi, le problème est maintenant réduit à la détection des hyper-sphères dans \mathcal{L} qui ne sont pas de véritables disques maximaux.

L'algorithme le plus simple d'extraction de la ligne centrale en utilisant la carte des distances doit obligatoirement suivre les étapes suivantes:

- a) Calculer la DT pour chaque voxel de l'image F .
- b) Trouver l'ensemble de toutes les hyper-sphères localement maximales \mathcal{L} .

- c) Soit \mathcal{M} l'ensemble des hyper-sphères maximales vraies. L'ensemble \mathcal{M} représente le squelette initial de O qui est généralement une collection de parties discontinues du squelette.
- d) Étendre le squelette initial basé sur les valeurs DT des voxels pour obtenir un squelette continu et complet de O .

Le squelette obtenu en utilisant l'algorithme ci-dessus peut être un squelette de surface. Un post-traitement supplémentaire pour produire l'axe médian est nécessaire, car l'algorithme ne génère pas une ligne centrale fine directement.

3.3.3 Diagrammes de Voronoï

De nombreux algorithmes utilisant le diagramme de Voronoï de points échantillonnés le long de la frontière des formes sont devenus intéressants pour calculer le squelette. Le but de cette section est de présenter différentes façons d'utiliser le diagramme de Voronoï afin d'approximer le squelette.

Soit E un ensemble de points appartenant à R^N et soit p un point de E . La région de Voronoï du point p est définie comme l'ensemble de points appartenant à R^N qui sont plus proches de p qu'à n'importe quel autre élément de E :

$$V(p) = \{m \in R^N, d(m, p) \leq d(m, E)\} \quad (3.11)$$

Les régions de Voronoï sont des polygones convexes en 2D et des polyèdres convexes en 3D. Le graphe de Voronoï $Vor(E)$ de E se compose des limites des régions de Voronoï de E :

$$Vor(E) = \bigcup_{p \in E} \partial V(p) \quad (3.12)$$

Le graphe dual de Voronoï est une triangulation de l'enveloppe convexe de E nommé la triangulation de Delaunay. Elle peut facilement être déduite du diagramme de Voronoï. Les sommets du diagramme de Voronoï sont les centres des cercles circonscrits des triangles de la triangulation de Delaunay. Les arêtes du diagramme de Voronoï sont sur les médiatrices des arêtes de la triangulation de Delaunay, Chaque région du diagramme de Voronoï constitue un sommet dans la triangulation de Delaunay. Ces sommets sont reliés entre eux par une arête si et seulement si les cellules sont adjacentes :

$$DEL(p) = \{(a, b) \in P^2 / Vor(a) \cap Vor(b) \neq \emptyset\} \quad (3.13)$$

Afin d'extraire la ligne centrale d'un objet, X désigne une forme continue et P_w une approximation polygonale de X . Les sommets E_w de P_w échantillonnent la frontière de X avec la densité d'échantillonnage w (l'espace considéré peut être 2D ou 3D).

Les méthodes existantes sont toutes basées sur le même schéma général. Tout d'abord, le diagramme de Voronoï $Vor(E_w)$ est calculé. Puis, un sous-diagramme du diagramme de Voronoï est extrait afin d'approximer le squelette de X . La différence entre les différentes méthodes apparaît lors du choix du sous-diagramme qui doit correspondre au mieux au squelette. Le squelette approximatif est défini avec (voir Figure 3.8):

- Les sommets de Voronoï inclus dans X [54]
- Les éléments de Voronoï inclus dans X [55, 56]
- L'intersection du diagramme de Voronoï avec la forme [57]
- Approximation polygonale duale P_w [58] [59]

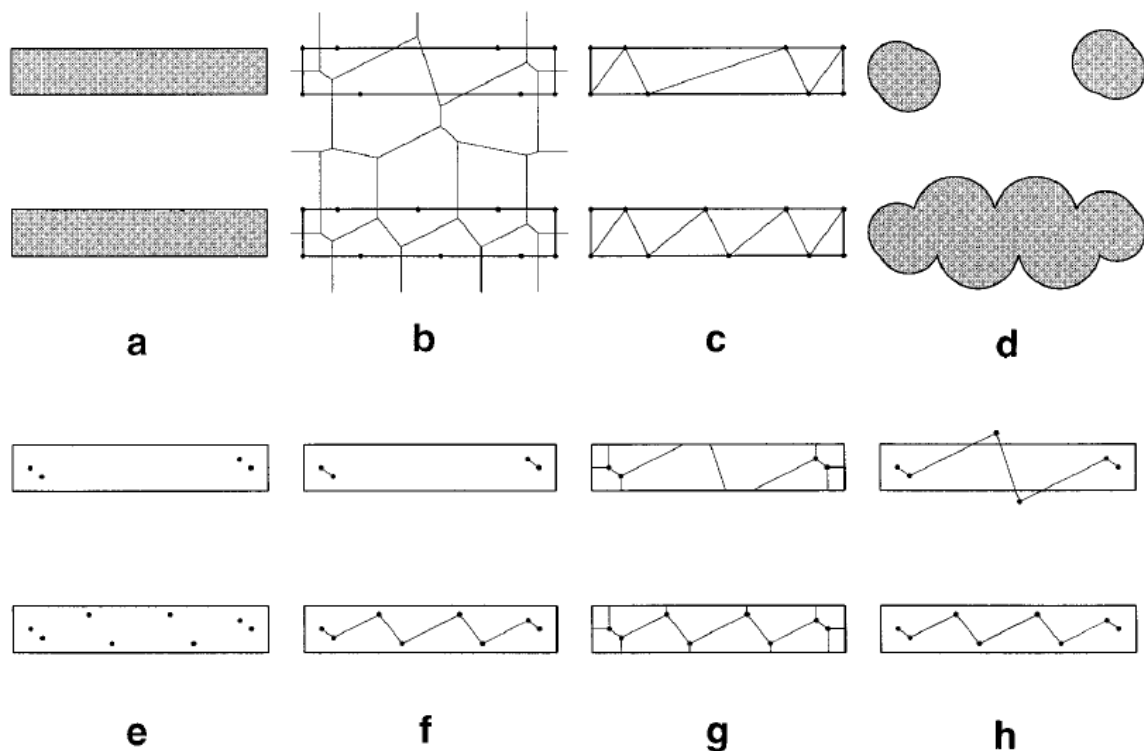


Figure 3.8 : Approximation du squelette : (a) Forme continue, (b) Échantillonnage de la frontière et diagramme de Voronoï correspondant, (c) triangles de Delaunay internes. Le squelette approximatif est défini comme : (e) sommets de Voronoï inclus dans la formes, (f) éléments de Voronoï inclus dans la forme, (g) intersection du diagramme de Voronoï avec la forme, (h) triangle de Delaunay internes duaux. (f) la ligne centrale définie comme l'union des boules représentées dans (d). [60]

Une bonne approximation de la ligne centrale doit vérifier les conditions suivantes [60] :

1. La convergence : Comme la densité d'échantillonnage tend vers l'infini, le squelette approximatif devrait converger vers le squelette exact.
2. L'homotopie : La forme approximative et le squelette approximatif doivent avoir la même classe d'homotopie. Dans l'espace 2D, cela signifie qu'ils doivent avoir le même nombre de composants connectés et pour chaque composant, le même nombre de trous.
3. Réversibilité : Il doit être possible de récupérer la forme approximative en utilisant le squelette approximatif.

3.3.3.1 Méthode basée sur les sommets de Voronoï

[54] ont introduit un cadre mathématique dans lequel il a été prouvé que si X est Manifold, alors les sommets de Voronoï de $Vor(E_w)$ tendent vers le squelette de la forme et de son complément. En raison de ce résultat, un moyen naturel d'approcher le squelette S_1 est de prendre l'ensemble des sommets Voronoï inclus dans la forme (voir Figure 3.8 (e)):

$$S_1(X, E_w) = \bigcup_{v \in X, v \text{ sommet de } Vor(E_w)} \{v\} \quad (3.14)$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} S_1(X, E_w) = S_1(x) \quad (3.15)$$

Cette méthode montre la relation entre les diagrammes de Voronoï et le squelette dans un espace de n'importe quelle dimension. Mais, en pratique, le squelette S_1 décrit mal les formes, car il s'agit d'un ensemble de points déconnectés. Par conséquent, il ne contient aucune information sur la topologie de X . Afin de surmonter ce problème, une solution possible consiste à ajouter à S_1 certains éléments qui relient les sommets de Voronoï internes, la méthode suivante décrit le principe.

3.3.3.2 Méthode basée sur les éléments internes de Voronoï

Le squelette S_2 est défini comme étant les éléments de Voronoï qui sont complètement inclus dans la forme (voir Figure 3.8 (f)) [61] :

$$S_2(X, E_w) = \bigcup_{F \subset X, F \text{ élément de } Vor(E_w)} F \quad (3.16)$$

L'élément de Voronoï peut être un point ou un segment de droite en 2D et un point, un segment de droite ou un polygone en 3D. Le squelette calculé peut être interprété comme le squelette exact d'une union finie de boules Y_w . Cette union de boules est une approximation de la forme continue X , construite à partir des points d'échantillonnage E_w . Soit une boule de Delaunay, une

boule circonscrite à un simplexe de Delaunay (Structure de base de construction). Y_w est constitué des boules de Delaunay de E_w dont les centres appartiennent à X (voir Figure 3.8(d)).

$$S_2(X, E_w) = S(Y_w) \quad (3.17)$$

3.3.3.3 Méthode basée sur l'intersection du diagramme de Voronoï avec la forme

L'axe médian du diagramme de Voronoï est défini par ([57] comme étant l'intersection du diagramme de Voronoï avec la forme (voir Figure 3.8 (g)) :

$$S_3(X, E_w) = X \cap Vor(E_w) \quad (3.18)$$

La seule différence entre S_3 et S_2 est que certains segments périphériques sont ajoutés artificiellement à S_2 . Ces segments sont terminés par des points situés sur la frontière de X qui n'ont aucune signification dans le calcul du squelette [60].

3.3.3.4 Méthode basée sur l'approximation polygonale duale

La méthode décrite dans cette section travaille sur l'approximation polygonale de la forme P_w . [58] ont été les premiers à remarquer que si la condition $\partial P_w \subset Del(E_w)$ est vérifiée en 2D alors, deux types de triangles de Delaunay peuvent être distingués, des triangles intérieurs situés à l'intérieur de P_w et des triangles extérieurs situés à l'extérieur de P_w (voir Figure 3.8 (c)). Une extension en 3D est simple. En 3D, si $P_w \subset Del(E_w)$, il n'existe alors que deux types de tétraèdres de Delaunay: les tétraèdres intérieurs situés à l'intérieur de P_w et les tétraèdres externes situés à l'extérieur de P_w . En d'autres termes, un élément de Delaunay (segment droit, triangle ou tétraèdre) ne peut pas traverser la frontière (voir Figure 3.8 (h)):

$$S_4(P_w) = Dual(P_w) \quad (3.19)$$

En 2D, le dual est constitué de sommets de Voronoï qui sont connectés par des segments si leurs simplexe associés sont adjacents. En 3D, le dual est composé de sommets de Voronoï, de segments de droites et de polygones. Les segments de droites relient les sommets de Voronoï dont les tétraèdres de Delaunay associés sont adjacents. Les polygones sont associés à des tétraèdres internes qui partagent un bord intérieur de Delaunay commun [60].

3.4 Applications

Les squelettes et les lignes centrales sont omniprésents dans un grand nombre d'applications. Une brève liste de certains des domaines les plus importants dans lesquels les squelettes et lignes centrales sont employés est présentée dans cette section.

3.4.1 Domaine médical

Les squelettes et les lignes centrales sont largement utilisés dans l'analyse médicale pour décrire, naviguer ou enregistrer les organes humains. En effet, certains de nos organes (par exemple, les vaisseaux, les nerfs, le côlon) ont une forme tubulaire qui peut être décrite par une ligne centrale d'une manière très efficace [62].

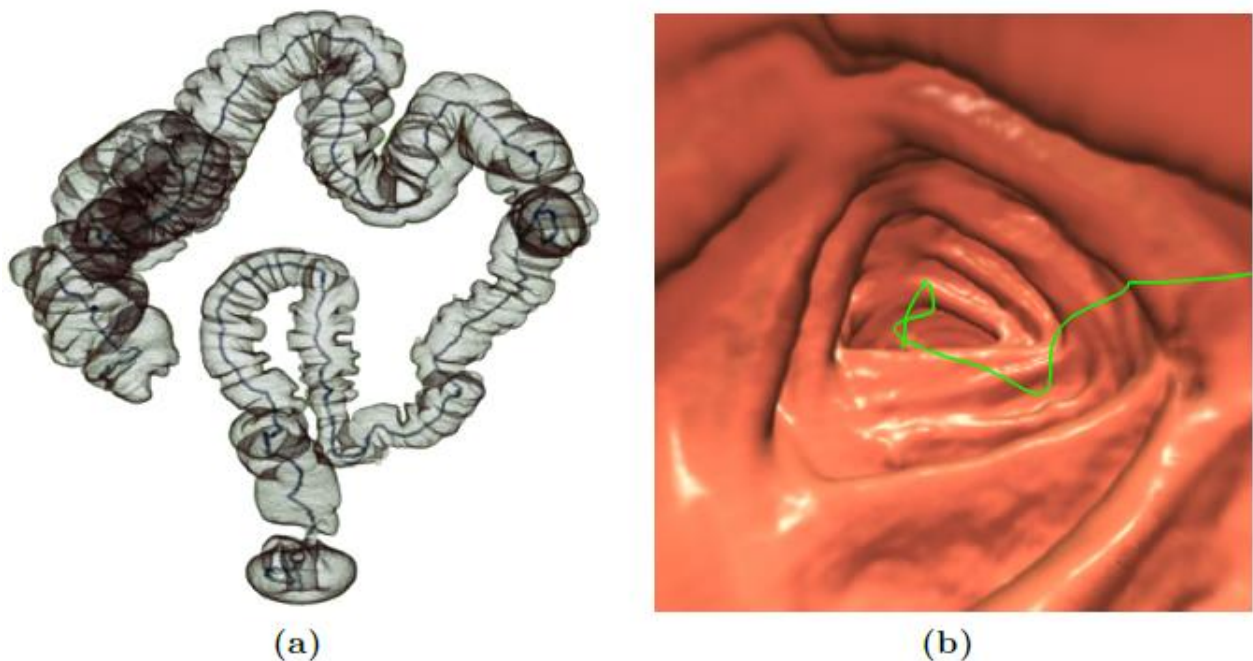


Figure 3. 9 : Coloscopie virtuelle. (a) : le colon ainsi que sa ligne centrale, (b) : navigation virtuelle. [67]

Les squelettes et les lignes centrales sont très bien adaptés pour décrire des structures anatomiques semblables à des tubes, par exemple : les vaisseaux, les nerfs et certains muscles [62, 63]. L'information que procure les squelettes et les lignes centrales peut aider à détecter des anomalies dans les structures vasculaires, comme la sténose [64] et les anévrismes [65]. Dans la navigation virtuelle, les lignes centrales sont utilisées pour générer des chemins de survol des caméras pour l'inspection du colon appelée coloscopie virtuelle (voir Figure 3.9) elle permet une navigation virtuelle flexible en temps réel à l'intérieur d'un colon 3D modélisé à partir d'un système continu de séquences d'images 2D acquises par un scanner CT et qui vise à détecter les

polypes du colon au stade précoce [66, 67], la navigation virtuelle peut aussi se faire pour l'inspection des poumons [68] et des vaisseaux sanguins [69]. Les lignes centrales et squelettes peuvent être utilisés pour déployer les structures tubulaires afin de créer des représentations planes 2D de celles-ci, qui sont beaucoup plus faciles à visualiser [70]. Des squelettes de surface peuvent être utilisés pour détecter les plis superficiels subtils séparant les dents des gencives environnantes pour la segmentation de la coulée orthodontique [71]. D'autres applications notables de squelettes dans la segmentation d'images médicales sont présentées dans [72, 73].

3.4.2 Animation et analyse de formes

L'animation basée sur le squelette et la ligne centrale est très naturelle, pour obtenir une animation souhaitée, un ensemble de transformations géométriques sont appliqués aux nœuds du squelette d'une manière hiérarchique, ces transformations sont alors mappées sur la surface de l'objet (voir Figure 3.10).

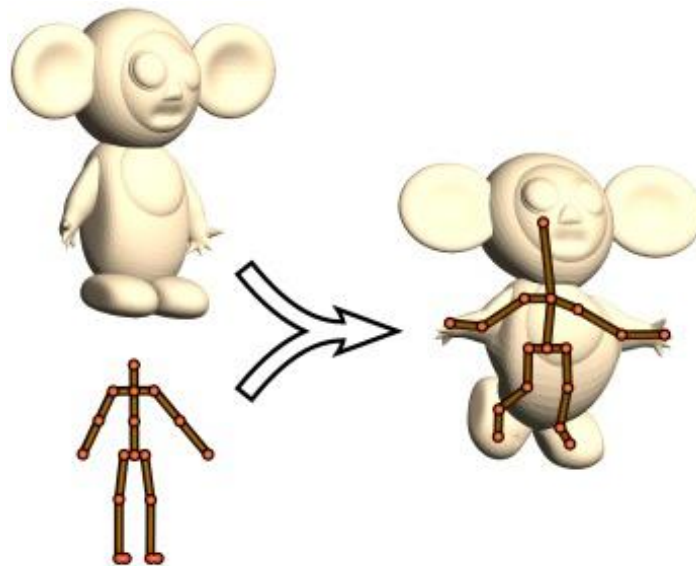


Figure 3. 10 : Animation basée sur le squelette.

Chaque élément de la surface est associé à une combinaison pondérée de transformations [74]. La ligne centrale offre une alternative à la modélisation de forme basée sur le squelette [75]. Intuitivement, la forme peut être manipulée en changeant la position et le rayon de quelques points de l'axe médian, puis en reconstruisant la surface de l'objet. Suivant une idée similaire, [76] relient l'utilisation des lignes centrales pour l'animation de formes ou pour transférer des animations entre différentes formes [77]. Bien que de telles opérations soient généralement définies par des artistes à l'aide d'essais qui sont assez coûteux, la ligne centrale peut être utilisée pour créer un schéma de convolution pour créer et produire des animations de surface naturelles

[78]. Extraire des squelettes d'une séquence de maillage pré-animés permet de calculer des poids de découpage, qui décrivent comment des points de contrôle spécifiques influencent la synthèse de formes, de manière entièrement automatique [79]. Plutôt que de modifier directement la ligne centrale, une déformation de forme libre de surfaces médianes peut également être utilisée pour supporter la déformation de forme [80, 81]. Les lignes centrales permettent des déformations plus naturelles à grande échelle avec conservation de l'épaisseur locale et correction des auto-intersections [48].

3.4.3 Traitement géométrique

L'application la plus connue des squelettes et lignes centrales dans le traitement de la géométrie est la segmentation partielle des formes organiques comme les plantes, les êtres humains, les animaux et les parties anatomiques [82-84]. De façon similaire, des squelettes sont utilisés pour la segmentation par patch des formes riches en bordures, comme les objets synthétiques [85-87]. Les méthodes de segmentation basées sur le squelette peuvent produire d'assez bons résultats. Comme les squelettes codent de façon compacte la topologie, ils ont été utilisés pour corriger automatiquement les problèmes topologiques dans les isosurfaces² à fonction implicite [88] et les modèles de surface de mauvaise qualité [89]. La puissance approximative de reconstruction des squelettes a été utilisée pour modéliser les formes organiques [90, 91] ainsi que pour corriger la géométrie dans les données de nuage de points [92-94].

Les lignes centrales représentent de façon compacte une forme, c'est une description graphique de ses composantes, la relation entre eux et, dans certains cas, une description grossière de leur géométrie [11, 95]. Comme ces graphes sont beaucoup plus petits que les autres représentations de formes par des maillages ou des voxels, ils peuvent être utilisés pour supporter efficacement la comparaison entre les formes, et la récupération, ou plus généralement de trouver des correspondances entre les formes, par le biais de correspondance graphique [96]. Lorsque les formes présentent une grande variation dans les poses et les détails de surface, les représentations graphiques obtenues à partir des squelettes capturent mieux la structure globale de la forme que les mesures géométriques locales, comme la courbure par exemple [48]. Enfin, les squelettes et lignes centrales peuvent être utilisés pour générer des maillages polygonaux de haute qualité (voir Figure 3.11), qui sont essentielles pour des simulations numériques précises [97, 98].

² Une isosurface est comme l'analogue en 3D d'une courbe de niveau.

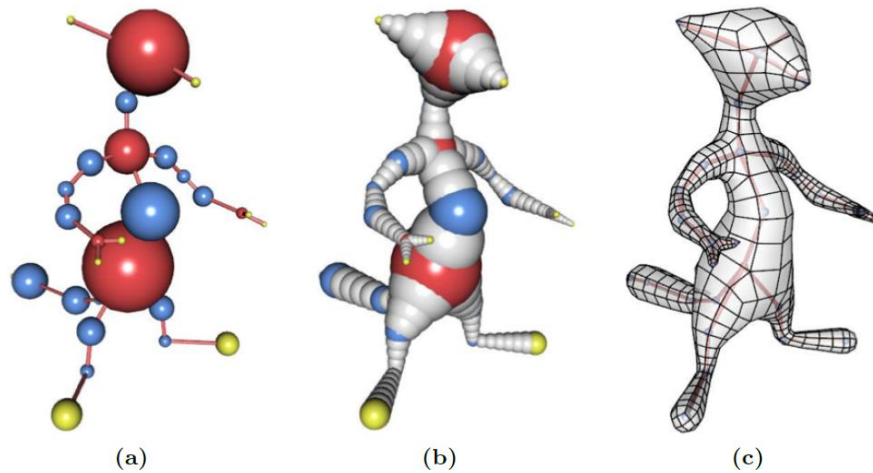


Figure 3. 11 : Génération de maillage polygonale : (a) squelette avec une information d'épaisseur pour chaque point, (b) forme obtenu avec différents rayons de boules, (c) maillage polygonale qui décrit la surface de l'objet.[91]

3.4.4 Métrologie de forme

Les squelettes et lignes centrales peuvent être utilisés pour mesurer de nombreuses propriétés géométriques des formes (voir Figure 3.12). Ils peuvent être utilisés pour mesurer la distance à la frontière qui fournit directement un moyen de définir et d'estimer l'épaisseur de la forme [48], ils sont utilisés également pour estimer l'impressionnabilité et la résistance mécanique des formes 3D [99, 100], la résistance anatomique des tissus [101], dans la caractérisation des forme anatomique [102], pour trouver des pièces de forme tubulaire [103]. La recherche de pièces de forme d'épaisseur similaire permet une segmentation de forme de haute qualité [104] ainsi que la classification des formes [87].

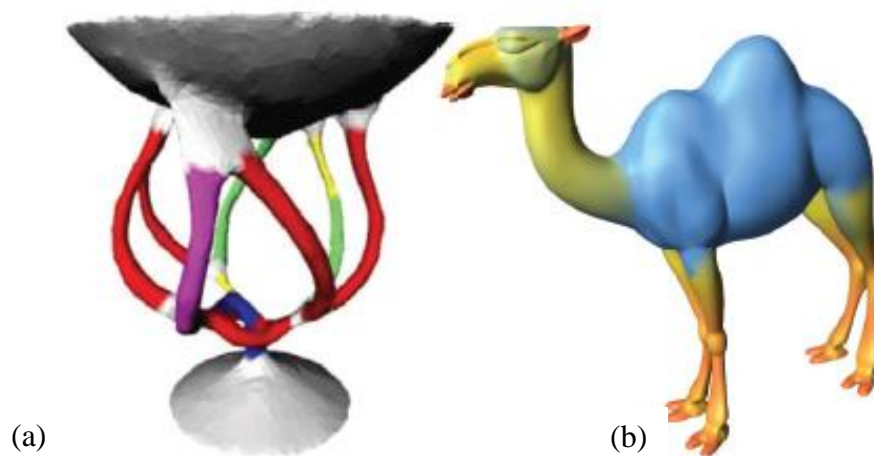


Figure 3. 12 : Applications de métrologie de forme. (a) détection des parties tubulaires, (b) calcul de l'épaisseur de la forme. [48]

3.5 Conclusion

Les algorithmes de squelettisation présentés dans ce chapitre possèdent différentes approches mathématiques pour l'extraction du squelette et des lignes centrales, mais ont tous un point commun, se sont tous des algorithmes généraux qui travaillent sur n'importe quelle forme 3D. Afin de traiter n'importe quelle forme 3D, ces algorithmes ont besoin de paramètres d'entrées, des prétraitements, des post traitements et de ce fait ils sont gourmands en temps de calcul et parfois imprécis.

Pour que les squelettes 3D deviennent des outils faciles à utiliser et efficaces, une des solutions possibles serait de les rendre plus spécialisés. Dans le chapitre suivant une nouvelle méthode d'extraction de la ligne centrale sera présentée, cette méthode est dédiée exclusivement aux objets 3D de forme tubulaire.

Chapitre 4

4.1 Introduction

Comme indiqué dans le Chapitre précédent, toutes les techniques d'extraction du squelette et de la ligne centrale nécessitent des paramètres d'entrée pour extraire la ligne centrale, car elles ne produisent pas directement une ligne centrale continue avec un point d'épaisseur. La plupart d'entre elles ont besoin d'étapes de post-traitement pour affiner la ligne centrale. Dans ce chapitre, nous allons démontrer que le fait de restreindre le domaine d'action des algorithmes d'extraction de la ligne centrale 3D, amène à des résultats meilleurs, en supprimant les paramètres d'entrée, les étapes de prétraitements et de post-traitements et augmenterait la simplicité des algorithmes.

Dans ce chapitre un nouvel algorithme automatique d'extraction de la ligne centrale (3D-MCE) à partir de maillage triangulaire 3D est présenté ; cet algorithme est dédié exclusivement aux objets de formes tubulaires, et il permet une extraction précise et automatique de la ligne centrale 3D à partir d'une forme de géométrie tubulaire. Le 3D-MCE ne nécessite pas de paramètres d'entrée et fonctionne sur les sommets du maillage produisant une ligne centrale connectée, centrée et qui a une épaisseur égale à un point, sans avoir besoin d'étapes de prétraitement ou de post-traitement.

Les objets de formes tubulaires apparaissent dans divers domaines d'application d'imagerie. Ils sont naturellement présents dans le domaine médical avec par exemple l'identification et la mesure des vaisseaux sanguins, le calcul de l'épaisseur de la paroi bronchique et dans la colonoscopie. Les objets tubulaires apparaissent également dans des images tomographiques de troncs d'arbres. En dehors des images volumiques, les objets tubulaires apparaissent dans le contexte industriel avec par exemple la production de pièces métalliques tubulaires à partir de machines-outils. Le contrôle qualité de telles pièces est généralement effectué après acquisition 3D par un scanner laser avec pour objectif le calibrage pour des tâches de rétro-ingénierie. Les propriétés géométriques des structures tubulaires sont extraites avec différentes approches selon le type de données et le contexte du domaine d'application, mais de façon générale, l'extraction classique de la ligne centrale paraît être une solution raisonnable pour l'analyse de formes tubulaires. Cependant, de telles extractions peuvent être sensibles au bruit et à la présence de petits défauts sur l'objet.

4.2 Description de la méthode proposée (3D-MCE)

L'algorithme proposé, 3D-MCE, exploite la connectivité du maillage triangulaire afin d'extraire la ligne médiane. Comme indiqué dans le chapitre 2, La représentation la plus courante de surfaces 3D est le maillage triangulaire, dans lequel les faces sont des triangles reliés par leurs bords ou sommets communs (Voir Figure 4.1).

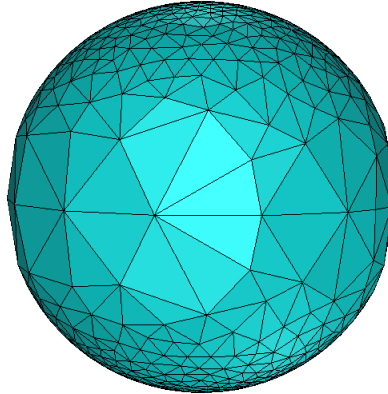


Figure 4. 1 : Maillage triangulaire.

Les sommets sont des coordonnées dans un espace tridimensionnel Euclidien réel R^3 , les bords sont les connexions entre les sommets, chaque arête relie deux sommets. Une face triangulaire est un ensemble fermé de trois bords. Un groupe de n sommets V avec leurs k bords correspondant E caractérise un maillage d'un modèle $M = \{V, E\}$

$$V = \{(v_i^x, v_i^y, v_i^z) \in R^3, 1 \leq i \leq n\} \quad (4.1)$$

$$E = \{e_{ij}^q, 1 \leq q \leq k\} \quad (4.2)$$

Où e_{ij}^q représente le $q^{\text{ème}}$ bord qui relie le $i^{\text{ème}}$ sommet avec le $j^{\text{ème}}$ sommet.

En utilisant le maillage triangulaire comme entrée, l'algorithme 3D-MCE nécessite plusieurs étapes pour extraire la ligne centrale, ces étapes sont illustrées dans l'organigramme de la Figure 4.2.

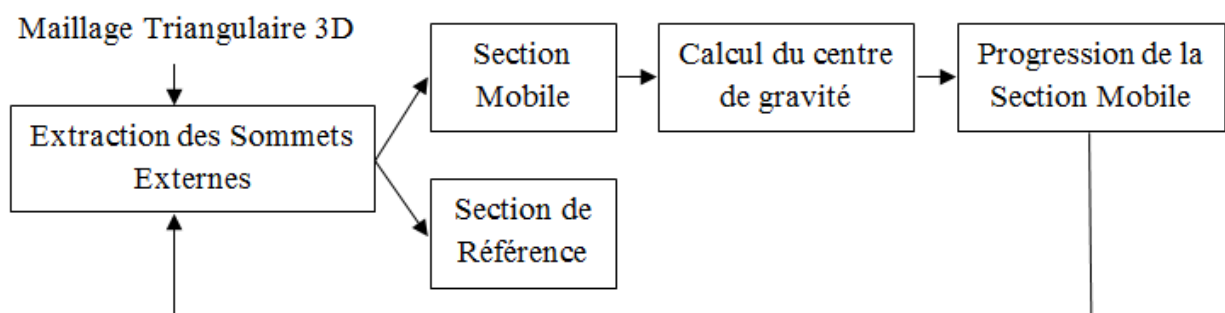


Figure 4. 2 : Organigramme de l'algorithme 3D-MCE.

4.2.1 Extraction des sommets externes

L'extraction des sommets externes du maillage triangulaire qui représente la surface de l'objet tubulaire 3D est une étape essentielle pour l'algorithme 3D-MCE. Elle permet la mise en évidence de tous les sommets externes de la forme tubulaire 3D sur le maillage M en exploitant seulement la connectivité entre ses points.

Considérons un maillage triangulaire M avec $M = \{V, E\}$, où V représente l'ensemble de tous les sommets du maillage et E la liste de tous les bords du maillage. Le bord $e_{ij} \in E$, qui relie le sommets v_i avec le sommets v_j peut être classé en deux catégories distinctes en fonction de son emplacement :

- Les bords qui sont communs à deux triangles sont appelés bords internes. Par exemple les triangles $\Delta_{(v_1, v_2, v_3)}$ et $\Delta_{(v_1, v_3, v_4)}$ du maillage triangulaire représenté sur la Figure 4.3 partagent le même bord interne e_{13} ; les triangles $\Delta_{(v_1, v_5, v_6)}$ et $\Delta_{(v_1, v_6, v_7)}$ partagent le même bord interne e_{16} .
- Les bords qui appartiennent à un seul triangle du maillage triangulaire sont appelés bords externes. par exemple le bord externe e_{82} du maillage triangulaire représenté sur la Figure 4.3 appartient seulement au triangle $\Delta_{(v_1, v_8, v_2)}$, et le bord externe e_{56} , appartient seulement au triangle $\Delta_{(v_1, v_5, v_6)}$.

En utilisant les deux définitions données ci-dessus, l'ensemble de tous les bords E du maillage M peut être divisé en deux sous-ensembles: le sous-ensemble des bords internes E_{int} et le sous-ensemble des bords externes E_{ext} :

$$E = \{E_{int} \cup E_{ext}\} \quad (4.3)$$

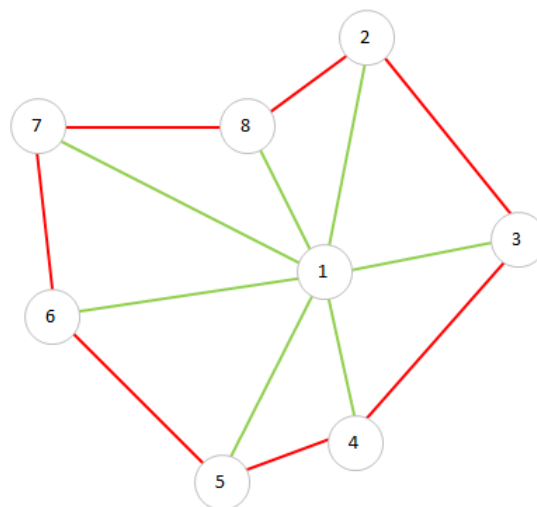


Figure 4.3 : Maillage triangulaire 3D : en rouge les bords externes et en vert les bords internes.

Le bord externe $e_{ij} \in E_{ext}$ du maillage triangulaire M relie le sommet externe v_i au sommet externe v_j . Chaque bord externe connecte deux sommets externes. L'étape d'extraction des sommets externes de l'algorithme 3D-MCE a pour objectif de trouver tous les sommets externes V_{ext} du maillage M , qui relie tous les bords externes E_{ext} (voir Figure 4.4).

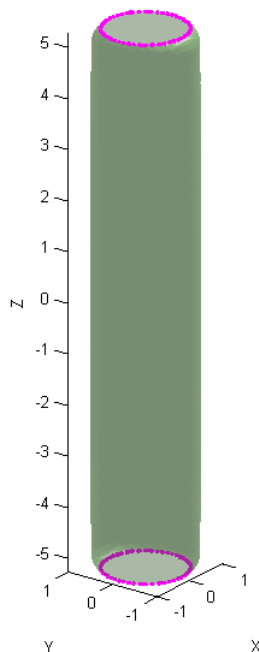


Figure 4. 4 : Sommets externes (en violet).

4.2.2 Classification des sections de la forme tubulaire

L'objectif de cette étape est de diviser les sommets externes V_{ext} extraits dans l'étape précédente, en deux catégories. Le but est de faire une distinction entre l'entrée et la sortie de la forme géométrique tubulaire 3D. Pour le faire, les sommets externes V_{ext} sont répartis en deux groupes exclusifs en utilisant la méthode de classification ascendante hiérarchique [105-109]. La méthode de classification ascendante hiérarchique est initialisée avec chaque sommet externe dans son propre cluster puis procède progressivement en joignant les grappes les plus proches jusqu'à ce que deux groupes différents soient formés. Le premier groupe représente les sommets de la section de référence V_{ref} , et le second représente les sommets de la première section mobile V_{mov_1} (voir Figure 4.5) :

$$V_{ext} = \{V_{mov_1} \cup V_{ref}\} \quad (4.4)$$

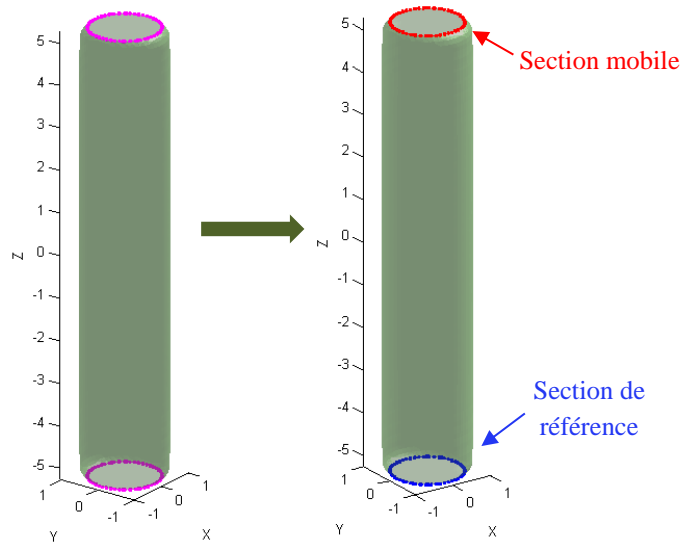


Figure 4.5 : Section de référence et section mobile de la forme tubulaire.

4.2.3 Progression de la section mobile

Une fois que la première section mobile est détectée, elle doit se déplacer tout le long de la forme tubulaire, jusqu'à ce qu'elle atteigne la section de référence (voir Figure 4.6). Cette progression est réalisée en cherchant les sommets adjacents à la section mobile actuelle dans le but de trouver la section la plus proche. Cette tâche peut être réalisée en calculant la distance entre les sommets de la section mobile actuelle V_{mov} et tous les autres sommets du maillage triangulaire M puis de ne garder que les sommets qui minimisent cette distance. Cette approche peut s'avérer utile mais son inconvénient majeur est son temps d'exécution trop élevé, voilà pourquoi une autre approche est utilisée par l'algorithme 3D-MCE pour trouver la section la plus proche.

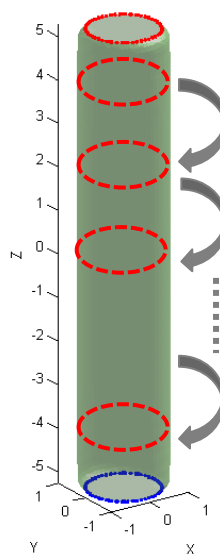


Figure 4.6 : Progression de la section mobile.

Supposons que la différence entre deux groupes de sommets $A \in R^3$ et $B \in R^3$ soit notée $||$, avec $a \in R^3$ les sommets qui appartiennent à A et n'appartiennent pas à B :

$$A||B = \{a \in R^3, a \in A, a \notin B\} \quad (4.5)$$

La première section mobile V_{mov_1} et la section de référence V_{ref} , sont utilisées afin d'extraire les nouvelles sections mobiles $V_{mov_{1,\dots,\varphi}}$ en respectant les étapes suivantes décrites dans l'Algorithme 4.1.

Algorithme 4.1 SecMob

Entrée(s) : Maillage triangulaire M , Première Section mobile V_{mov_1} , Section de référence V_{ref}

Sortie(s) : Les φ sections mobiles du Maillage triangulaire : $V_{mov_{1,\dots,\varphi}}$

Début

Initialisation : $\varphi = 1$

Répéter

1. Marquer tous les sommets de la section mobile V_{mov_φ} comme des sommets déjà visités V_{mov}^\cup .
2. Ignorer les sommets visités V_{mov}^\cup dans la liste des sommets du maillage triangulaire M . De cela résulte une nouvelle liste de sommets en utilisant l'équation (4.5) qui formera le nouveau maillage :

$$M^{new} = M||V_{mov}^\cup.$$
3. Extraire les nouvelles listes de bords externes E_{ext}^{new} et de sommets externes V_{ext}^{new} à partir du nouveau maillage M^{new} .
4. $\varphi = \varphi + 1$
5. La nouvelle section mobile est obtenue en utilisant l'équation (4.5):

$$V_{mov_\varphi} = V_{ext}^{new}||V_{ref}.$$

Jusqu'à : $M^{new} = V_{ext}^{new}$

Fin

4.2.4 Extraction de la ligne centrale

Après l'identification de toutes les sections mobiles tout au long de la forme tubulaire par l'Algorithme 4.1, le centre de gravité C de chaque section mobile est calculé en utilisant

l'équation (4.7). Finalement, la ligne centrale est définie comme étant l'union de tous les centres de gravité des φ sections mobiles $V_{mov_{1,\dots,\varphi}}$ de la forme tubulaire:

$$V_{mov_k} = \{(v_i^{x,k}, v_i^{y,k}, v_i^{z,k}) \in R^3, 1 \leq i \leq m\} \quad (4.6)$$

Avec m le nombre de points de la section mobile V_{mov_k} .

$$C_k = \begin{cases} c_{x,k} = \overline{v^{x,k}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m v^{x,k} \\ c_{y,k} = \overline{v^{y,k}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m v^{y,k} \\ c_{z,k} = \overline{v^{z,k}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m v^{z,k} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$3D - MCE \text{ centerline} = C_{3D-MCE} = \{\cup_{k=1}^{\varphi} C_k\} \quad (4.8)$$

L'Algorithme 4.2 regroupe toutes les étapes d'extraction de la ligne centrale en utilisant l'algorithme 3D-MCE.

Algorithme 4.2 3D-MCE

Entrée(s) : Maillage triangulaire M

Sortie(s) : La ligne centrale C_{3D-MCE}

Début

Initialisation : $\varphi = 1$

1. Extraction des sommets externe V_{ext}
2. Classification des sommets externe $V_{ext} = \{V_{mov_1} \cup V_{ref}\}$

Répéter

1. Calculer le centre de gravité C_{φ} de la section mobile $V_{mov_{\varphi}}$ en utilisant l'équation (4.7)
2. Marquer tous les sommets de la section mobile $V_{mov_{\varphi}}$ comme des sommets déjà visités V_{mov}^{\cup} .
3. Ignorer les sommets visités V_{mov}^{\cup} dans la liste des sommets du maillage triangulaire M . De cela résulte une nouvelle liste de sommets en utilisant l'équation (4.5) qui formera le nouveau maillage :

$$M^{new} = M \setminus V_{mov}^{\cup}.$$

4. Extraire les nouvelles listes de bords externes E_{ext}^{new} et de sommets

externes V_{ext}^{new} à partir du nouveau maillage M^{new} .

5. $\varphi = \varphi + 1$

6. La nouvelle section mobile est obtenue en utilisant l'équation (4.5):

$$V_{mov_k} = V_{ext}^{new} \parallel V_{ref}.$$

Jusqu'à : $M^{new} = V_{ext}^{new}$

3. 3D – MCE centerline = $C_{3D-MCE} = \{U_{k=1}^{\varphi} C_k\}$

Fin

4.3 Résultats de l'algorithme 3D-MCE

L'algorithme 3D-MCE a été testé sur des modèles génériques tubulaires 3D où différents paramètres ont été variés : la courbure, l'épaisseur des tubes ainsi que la densité des nœuds de la surface 3D, les lignes centrales obtenues sont illustrées dans les Figures 4.7 et 4.8.

L'algorithme 3D-MCE été testé également sur des modèles de côlons humain 3D construit à partir de colonoscopie CT assistée par ordinateur, téléchargées à partir de l'archive d'imagerie du cancer [110], les lignes centrales obtenues à partir de ces modèles sont représentées dans les Figures 4.9 et 4.10.

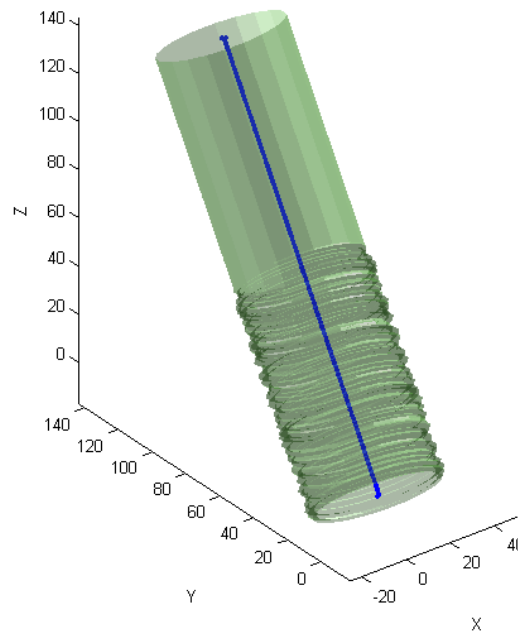


Figure 4.7 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'un modèle générique 3D.

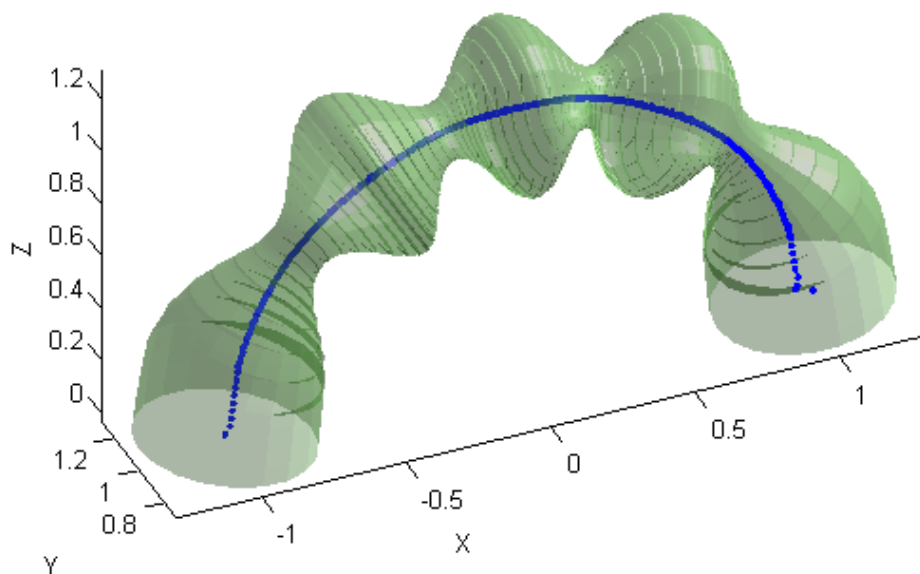


Figure 4.8 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'un modèle générique 3D.

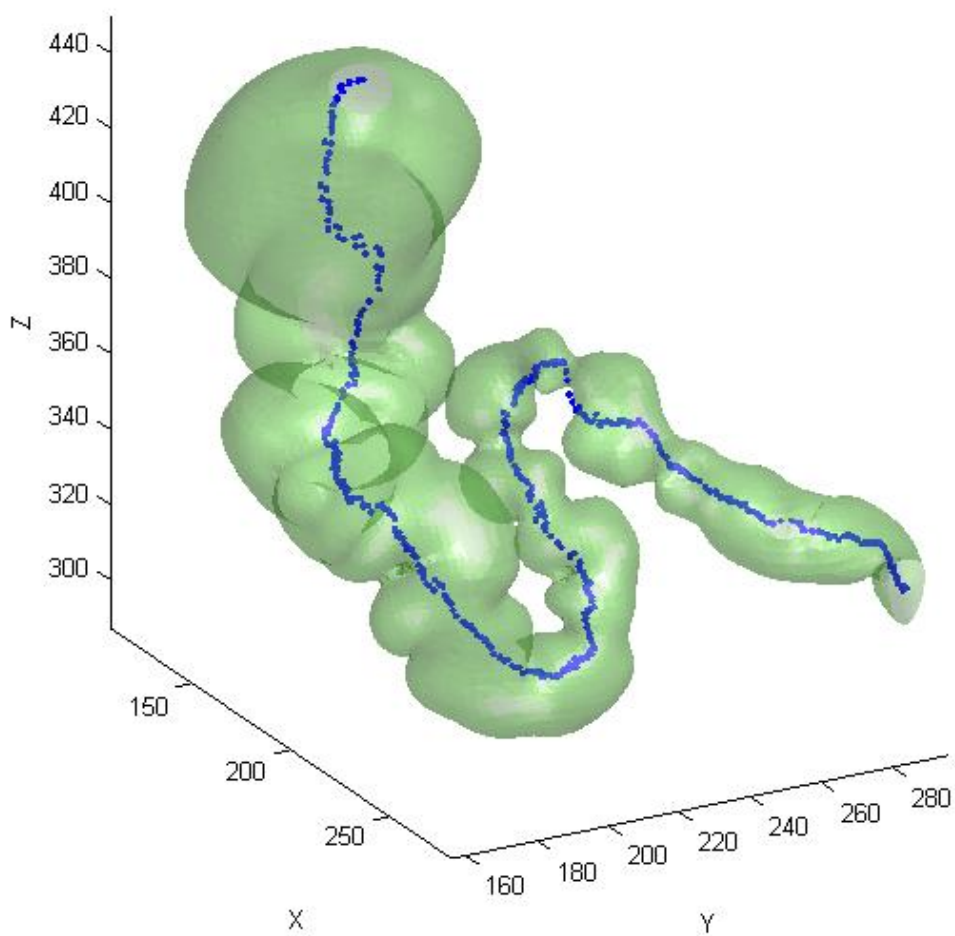


Figure 4.9 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'une reconstruction 3D d'un colon humain réel.

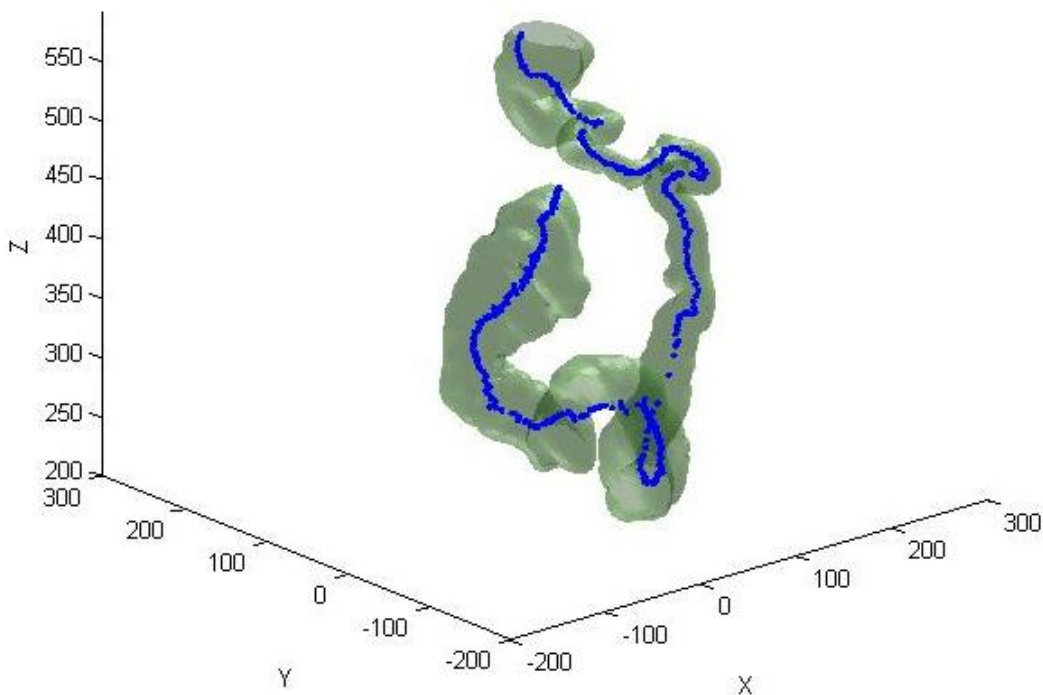


Figure 4.10 : Ligne centrale 3D-MCE (en bleu) d'une reconstruction 3D d'un colon humain réel.

4.4 Comparaisons et interprétations

Une comparaison entre l'algorithme 3D-MCE et l'algorithme d'extraction de la ligne central basée sur le diagramme de Voronoï proposé par [27, 28] intégrée dans le logiciel open source Vascular Modeling Toolkit (VMTK) [111] est effectuée.

Dix modèles tubulaires 3D de forme hélicoïdale sont générés afin de comparer les deux algorithmes, les dix modèles tubulaires ont une surface irrégulière et sont construits en utilisant l'équation paramétrique (4.9), ces modèles ont un rayon a et une pente $2\pi b$ (voir Figure 4.11).

$$r(t) = (x(t), y(t), z(t)) = \begin{cases} x(t) = a \cos(t) \\ y(t) = a \sin(t) \\ z(t) = bt \end{cases} \quad (4.9)$$

Comme le montrent les Tableaux 1 et 2, les dix modèles tubulaires 3D de forme hélicoïdale ont été générés avec différents rayons a , pentes b et une densité de triangles contenus dans le maillage différente.

Pour évaluer les lignes centrales produites par les algorithmes : 3D-MCE et diagramme de Voronoï sur les dix modèles 3D créés, deux interpolations dans deux sous-espaces de dimension ont été réalisées:

1. Interpolation non linéaire de forme circulaire qui utilise les moindres carrés [112, 113] afin d'estimer le rayon a sur le plan $\{X, Y\}$ de la ligne centrale 3D (voir Figure 4.12).
2. Sur le plan $\{Y, Z\}$ de la ligne centrale 3D, la distance entre deux points qui font une révolution complète est utilisée pour trouver la pente b (voir Figure 4.13).

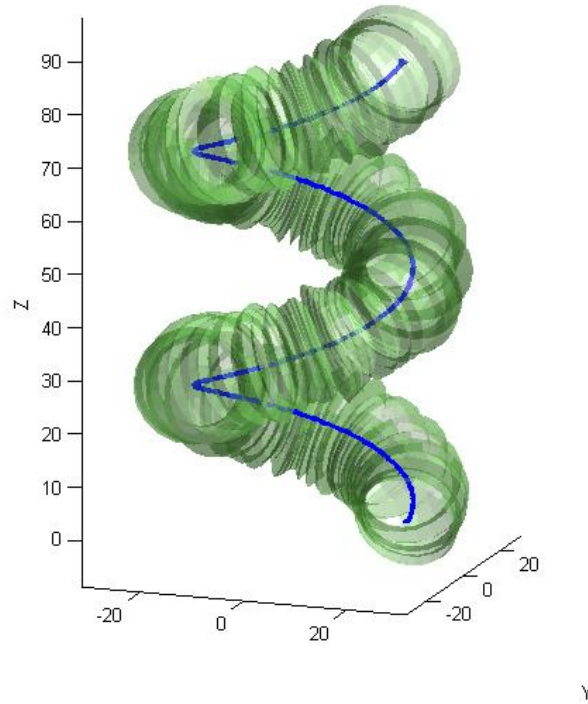


Figure 4.11 : Modèle tubulaire hélicoïdal 3D avec une surface irrégulière (en vert) et sa ligne central 3D-MCE (en bleu).

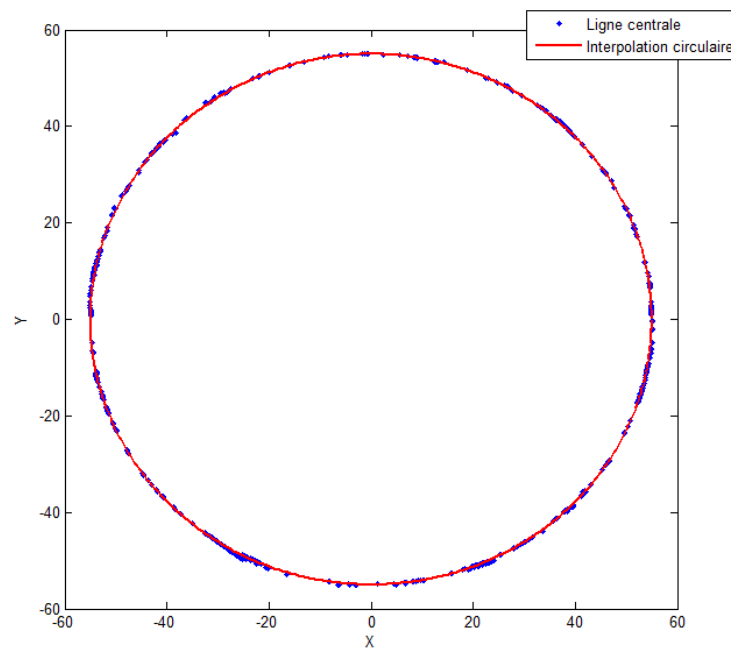


Figure 4.12 : Interpolation circulaire.

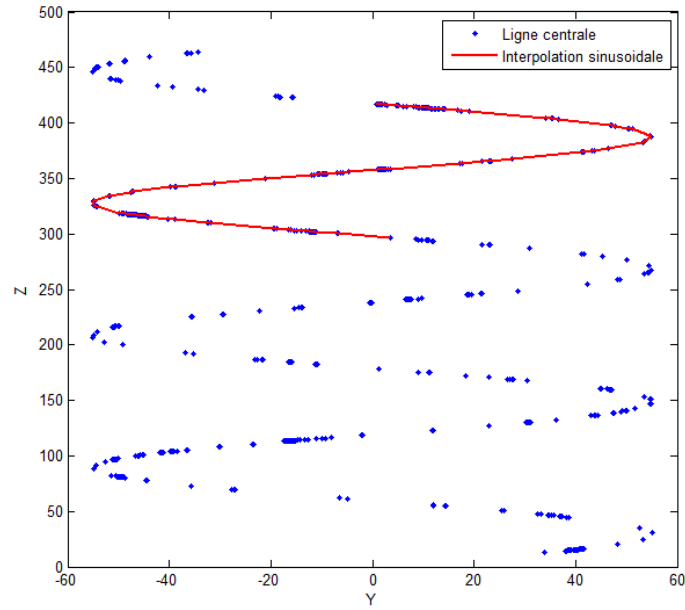


Figure 4.13 : Interpolation sinusoidale.

Tableau 4.1 : Comparaison des rayons obtenus par les méthodes 3D-MCE et Voronoï

Modèle	a	b	Nombre de triangles	Estimation du rayon							
				3D-MCE				Voronoï			
				\hat{a}	σ	\hat{a}_{max} at 95%	\hat{a}_{min} at 95%	\hat{a}	σ	\hat{a}_{max} at 95%	\hat{a}_{min} at 95%
M1	20	9	20040	19,9779	0,0138	20,0049	19,9509	20,1038	0,1284	20,3556	19,8521
M2	10	6	13320	9,9863	0,0379	10,0606	9,9121	10,1695	0,1359	10,4358	9,9033
M3	43	7	9960	42,81	0,0154	42,8402	42,7798	42,902	0,036	42,9726	42,8314
M4	30	15	22280	29,9737	0,0136	30,0003	29,9471	30,0466	0,0923	30,2274	29,8657
M5	20	35	25080	19,9907	0,0371	20,0634	19,918	20,014	0,0443	20,1008	19,9271
M6	9	15	18200	8,9896	0,0384	9,0649	8,9143	9,0832	0,0868	9,2532	8,9131
M7	60	70	28680	59,9678	0,0134	59,9942	59,9415	59,9119	0,0205	59,9521	59,8717
M8	27	11	33400	26,9891	0,0134	27,0154	26,9628	27,0633	0,1047	27,2686	26,858
M9	100	11	40120	99,9729	0,0138	100	99,9459	99,8626	0,0309	99,9232	99,8019
M10	55	19	50200	54,9994	0,0402	55,0781	54,9207	55,0264	0,1157	55,2532	54,7995

Tableau 4.2 : Comparaison des pentes obtenues par les méthodes 3D-MCE et Voronoï

Modèle	a	b	Nombre de triangles	Estimation des pentes							
				3D-MCE				Voronoï			
				\hat{b}	σ	\hat{b}_{max} at 95%	\hat{b}_{min} at 95%	\hat{b}	σ	\hat{b}_{max} at 95%	\hat{b}_{min} at 95%
M1	20	9	20040	8,9934	0,0542	9,0997	8,8871	9,0163	0,25	9,5062	8,5263
M2	10	6	13320	5,9953	0,034	6,0619	5,9288	6,0357	0,1878	6,4038	5,6677
M3	43	7	9960	6,9917	0,0656	7,1203	6,8631	6,9916	0,0353	7,0608	6,9224
M4	30	15	22280	15,0157	0,0432	15,1003	14,9311	14,9858	0,094	15,17	14,8016
M5	20	35	25080	34,9873	0,0158	35,0183	34,9564	34,9715	0,5022	35,9558	33,9871
M6	9	15	18200	15,0093	0,0705	15,1475	14,8711	14,9133	0,7154	16,3155	13,5111
M7	60	70	28680	69,9275	0,2579	70,4329	69,422	69,9724	0,0896	70,1479	69,7969
M8	27	11	33400	10,9947	0,0344	11,0621	10,9273	10,9807	0,1292	11,2339	10,7275
M9	100	11	40120	11,0592	0,029	11,0592	10,9455	10,9743	0,0073	10,9886	10,9599
M10	55	19	50200	18,9933	0,0012	18,9933	18,9887	19,2071	0,3941	19,9796	18,4347

Les principaux avantages de l'algorithme 3D-MCE sont son autonomie et sa précision; la ligne centrale est générée automatiquement sans avoir besoin de paramètres d'entrée, l'algorithme 3D-MCE produit une ligne centrale bien centrée, sans aucune discontinuité et qui a une épaisseur d'un point même en présence de bruit dans les modèles 3D (voir Figures 4.7, 4.8 , 4.9, 4.10 et 4.11), car il calcule de manière itérative, pour chaque section de la forme tubulaire 3D, un centre de gravité, ce qui donne directement une ligne centrale avec un point d'épaisseur sans avoir besoin d'étapes de post-traitement.

Comparé à l'algorithme 3D-MCE, la procédure d'extraction de la ligne centrale qui utilise le diagramme de Voronoï n'est pas automatique; en effet, dans cette méthode, l'utilisateur doit définir deux points: un point où le début de ligne centrale est souhaité, et un autre point où la fin de cette ligne est souhaitée. Un petit changement dans la position de ces deux points peut produire un effet important sur la ligne centrale générée. Bien que le niveau de précision de l'algorithme 3D-MCE soit proche de l'algorithme basé sur le diagramme de Voronoï, la méthode proposée 3D-MCE est entièrement automatique et elle est facile à implémenter.

Les résultats présentés dans les Tableaux 1 et 2, montrent que l'algorithme 3D-MCE donne un intervalle de confiance à 95% plus petit par rapport à celui obtenu par la méthode basée sur le diagramme de Voronoï, ce qui signifie que la zone autour de la valeur vraie est plus petite pour le 3D-MCE, par rapport à la méthode du diagramme de Voronoï. Les résultats montrent aussi que, pour les deux paramètres estimés (rayon et pente), l'approche proposée, 3D-MCE, donne un intervalle de confiance à 95% plus petit par rapport à la méthode de diagramme de Voronoï.

Afin d'évaluer la sensibilité de la méthode 3D-MCE à la densité des triangles contenus dans le maillage, quatorze modèles hélicoïdaux ont été générées en utilisant l'équation (4.9), avec un rayon constant $a = 25$ et une pente constante $b = 12$ et avec des nombres de triangles contenus dans le maillage 3D différents. Pour tous les modèles, la ligne centrale a été extraite avec l'algorithme 3D-MCE, sur chaque ligne centrale obtenue, deux interpolations dans deux sous-espaces de dimension ont été réalisées: une interpolation non linéaire de forme circulaire et une interpolation sinusoïdale pour estimer le rayon et la pente du modèle respectivement (voir Figures 4.12 et 4.13). Les rayons et les pentes obtenues sont représentés sur les Figures 4.14 et 4.15 respectivement. Les résultats montrent que la précision de 3D-MCE est peu sensible à la densité des triangles du modèle 3D, et elle augmente avec l'augmentation de la densité du maillage 3D.

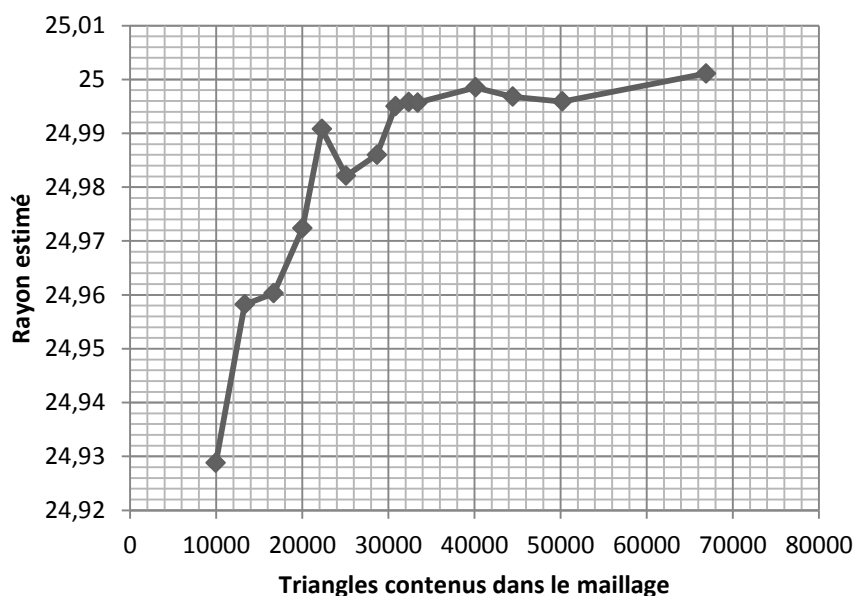


Figure 4. 14 : Sensibilité du rayon de la forme tubulaire au nombre de triangles du maillage.

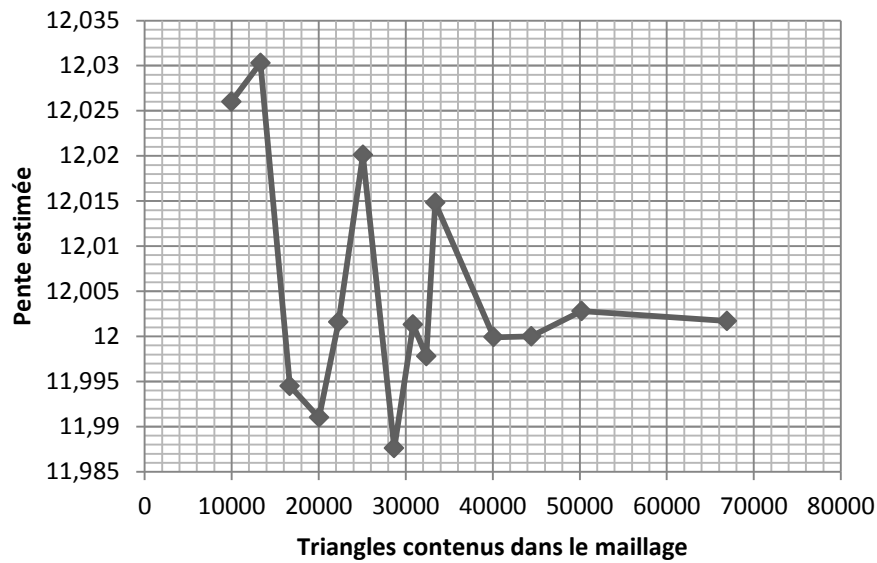


Figure 4. 15 : Sensibilité de la pente de la forme tubulaire au nombre de triangles du maillage.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la nouvelle méthode 3D-MCE d'extraction de la ligne centrale développée dans cette thèse est présentée, cette nouvelle méthode a le principal avantage d'être automatique et spécialisée pour les formes de géométrie tubulaire, elle est facile à implémenter et elle donne directement une épaisseur de la ligne centrale égale à un point sans nécessiter des étapes de prétraitement ou de post-traitement.

L'algorithme 3D-MCE utilise uniquement le maillage triangulaire de la forme géométrique tubulaire 3D pour calculer la ligne centrale. L'expérimentation effectuée montre que la ligne centrale est centrée, connectée et a un point d'épaisseur même si les modèles 3D présentent des irrégularités à la surface. Les résultats montrent également que les performances du 3D-MCE sont indépendantes de la densité du maillage.

Nos futurs travaux porteront sur l'extension de l'algorithme 3D-MCE aux formes géométriques tubulaires avec branchement, et sur son adaptation aux différents types de maillage qui sont différents du maillage triangulaire

CONCLUSION GENERALE

Les lignes centrales sont des descripteurs de formes géométriques de dimension inférieure à la forme qu'elles décrivent. Elles sont centrées dans la forme, capturent la symétrie de la forme, et décrivent la topologie de la forme d'une manière compacte. Ces qualités font de l'extraction de la ligne centrale une étape souhaitable dans une variété d'applications, allant de la segmentation et de la récupération de forme 3D, à l'estimation et à la planification des mouvements de la forme 3D.

L'objectif de notre travail était d'étudier les algorithmes d'extraction de la ligne centrale à partir d'objets 3D afin d'explorer de nouvelles possibilités d'extraction de la ligne centrale qui peuvent satisfaire certaines applications. La difficulté résidait essentiellement dans la nécessité d'améliorer le compromis entre la simplicité de l'algorithme, sa précision et son autonomie.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressées aux méthodes d'extraction du squelette et de la ligne centrale existantes dans la littérature. Nous avons remarqué que ces techniques nécessitent des paramètres d'entrée pour extraire la ligne centrale, et la plupart d'entre elles ont besoin d'étapes de post-traitement pour affiner la ligne centrale car elles ne produisent pas directement une ligne centrale continue avec un point d'épaisseur.

Nous avons présenté dans cette thèse, une nouvelle méthode, que nous avons nommé 3D-MCE, d'extraction de la ligne centrale ; cette nouvelle méthode a le principal avantage d'être automatique. La méthode 3D-MCE est spécialisée pour les formes 3D de géométrie tubulaire, elle est facile à implémenter et elle donne directement une épaisseur de la ligne centrale égale à un point sans avoir besoin d'étapes de prétraitements ou de post-traitements.

Nous avons pu montrer dans ce travail de thèse, que le fait de restreindre le domaine d'action des algorithmes d'extraction de la ligne centrale 3D, amènerait à des résultats meilleurs, permettrait d'automatiser les algorithmes en supprimant les paramètres d'entrées, ainsi que les étapes de prétraitements et de post-traitements et augmenterait la simplicité des algorithmes.

Enfin, nous constatons qu'il est possible d'améliorer l'algorithme 3D-MCE, ce qui va permettre d'envisager diverses perspectives de ce travail, parmi lesquelles :

- L'extension de l'algorithme 3D-MCE, afin de traiter les formes de géométrie tubulaire qui présentent des branchements.

- L'adaptation de l'algorithme 3D-MCE aux différents types de maillage qui sont différents du maillage triangulaire.
- L'évaluation et l'amélioration de la méthode proposée en termes de précision et de complexité algorithmique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. Blum, "A transformation for extracting new descriptors of shape," *Models for the perception of speech and visual form*, vol. 19, pp. 362-380, 1967.
- [2] J. Wang, T. Ohya, H. Liao, I. Sakuma, T. Wang, I. Tohnai, and T. Iwai, "Intravascular catheter navigation using path planning and virtual visual feedback for oral cancer treatment," *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, vol. 7, pp. 214-224, 2011.
- [3] J. D. Gibbs, M. W. Graham, and W. E. Higgins, "3D MDCT-based system for planning peripheral bronchoscopic procedures," *Computers in biology and medicine*, vol. 39, pp. 266-279, 2009.
- [4] E. Marchandise, C. Geuzaine, and J. Remacle, "Cardiovascular and lung mesh generation based on centerlines," *International journal for numerical methods in biomedical engineering*, vol. 29, pp. 665-682, 2013.
- [5] W. R. Quadros, V. Vyas, M. Brewer, S. J. Owen, and K. Shimada, "A computational framework for automating generation of sizing function in assembly meshing via disconnected skeletons," *Engineering with Computers*, vol. 26, pp. 231-247, 2010.
- [6] C. Wang, Q. Ma, D. Zhu, H. Chen, and Z. Yang, "Real-time control of 3D virtual human motion using a depth-sensing camera for agricultural machinery training," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 58, pp. 782-789, 2013.
- [7] E. De Aguiar, C. Theobalt, S. Thrun, and H. P. Seidel, "Automatic Conversion of Mesh Animations into Skeleton-based Animations," in *Computer Graphics Forum*, 2008, pp. 389-397.
- [8] A. Firouzmanesh, I. Cheng, and A. Basu, "Perceptually guided fast compression of 3-d motion capture data," *Multimedia, IEEE Transactions on*, vol. 13, pp. 829-834, 2011.
- [9] H. Peng, Z. Ruan, F. Long, J. H. Simpson, and E. W. Myers, "V3D enables real-time 3D visualization and quantitative analysis of large-scale biological image data sets," *Nature biotechnology*, vol. 28, pp. 348-353, 2010.
- [10] A. W. Vieira, E. R. Nascimento, G. L. Oliveira, Z. Liu, and M. F. Campos, "Stop: Space-time occupancy patterns for 3d action recognition from depth map sequences," in *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications*, ed: Springer, 2012, pp. 252-259.

- [11] H. Sundar, D. Silver, N. Gagvani, and S. Dickinson, "Skeleton based shape matching and retrieval," in *Shape Modeling International, 2003*, 2003, pp. 130-139.
- [12] C. Bauer, T. Pock, E. Sorantin, H. Bischof, and R. Beichel, "Segmentation of interwoven 3d tubular tree structures utilizing shape priors and graph cuts," *Medical image analysis*, vol. 14, pp. 172-184, 2010.
- [13] S. Worz, H. von Tengg-Kobligk, V. Henninger, F. Rengier, H. Schumacher, D. Bockler, H.-U. Kauczor, and K. Rohr, "3-D quantification of the aortic arch morphology in 3-D CTA data for endovascular aortic repair," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 57, pp. 2359-2368, 2010.
- [14] M. Couprie and G. Bertrand, "New characterizations of simple points in 2D, 3D, and 4D discrete spaces," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 31, pp. 637-648, 2009.
- [15] P. Kardos, "Sufficient Conditions for Order-Independency in Sequential Thinning," *Acta Cybern.*, vol. 20, pp. 87-100, 2011.
- [16] K. Palágyi, "A Sequential 3D Curve-Thinning Algorithm Based on Isthmuses," in *Advances in Visual Computing*, ed: Springer, 2014, pp. 406-415.
- [17] K. Palágyi, G. Németh, and P. Kardos, "Topology preserving parallel 3D thinning algorithms," in *Digital Geometry Algorithms*, ed: Springer, 2012, pp. 165-188.
- [18] K. Palágyi, "Parallel 3D 12-Subiteration Thinning Algorithms Based on Isthmuses," in *Advances in Visual Computing*, ed: Springer, 2013, pp. 87-98.
- [19] P. Kardos and K. Palágyi, "On topology preservation for triangular thinning algorithms," in *Combinatorial Image Analysis*, ed: Springer, 2012, pp. 128-142.
- [20] C. Arcelli, G. Sanniti di Baja, and L. Serino, "Distance-driven skeletonization in voxel images," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 33, pp. 709-720, 2011.
- [21] W. Liu, H. Jiang, X. Bai, G. Tan, C. Wang, W. Liu, and K. Cai, "Distance transform-based skeleton extraction and its applications in sensor networks," *Parallel and Distributed Systems, IEEE Transactions on*, vol. 24, pp. 1763-1772, 2013.
- [22] C. Arcelli, G. Sanniti di Baja, and L. Serino, "A parallel algorithm to skeletonize the distance transform of 3D objects," *Image and Vision Computing*, vol. 27, pp. 666-672, 2009.

- [23] E. Žitkevičius, D. Grigaitis, and D. Navakauskas, "On skeletonization of blood vessels in angiographic MRI images of human brain," *Information Technology and Control*, vol. 36, pp. 372-376, 2007.
- [24] T. K. Dey and W. Zhao, "Approximating the medial axis from the Voronoi diagram with a convergence guarantee," *Algorithmica*, vol. 38, pp. 179-200, 2004.
- [25] Y. jin Liu, Z. Chen, and K. Tang, "Construction of iso-contours, bisectors, and Voronoi diagrams on triangulated surfaces," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 33, pp. 1502-1517, 2011.
- [26] F. Aurenhammer, R. Klein, and D.-T. Lee, *Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulations*: World Scientific, 2013.
- [27] M. Piccinelli, A. Veneziani, D. A. Steinman, A. Remuzzi, and L. Antiga, "A framework for geometric analysis of vascular structures: application to cerebral aneurysms," *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, vol. 28, pp. 1141-1155, 2009.
- [28] L. Antiga, M. Piccinelli, L. Botti, B. Ene-Iordache, A. Remuzzi, and D. A. Steinman, "An image-based modeling framework for patient-specific computational hemodynamics," *Medical & biological engineering & computing*, vol. 46, pp. 1097-1112, 2008.
- [29] F. Yu, Z. Lu, H. Luo, and P. Wang, *Three-dimensional model analysis and processing*: Springer Science & Business Media, 2011.
- [30] D. H. Laidlaw, W. B. Trumbore, and J. F. Hughes, "Constructive solid geometry for polyhedral objects," in *ACM SIGGRAPH computer graphics*, 1986, pp. 161-170.
- [31] M. Pollefeys, "Visual [3D Modeling from Images] University of North Carolina–ChapelHill," ed: USA, 2002.
- [32] M. Kalantari and M. Kasser, "Photogrammétrie et vision par ordinateur," *Revue XYZ*, pp. 49-54, 2008.
- [33] Ö. YILDIZ, "IMPLEMENTATION OF MESH GENERATION ALGORITHMS," MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY, 2001.
- [34] J. F. Pascal and G. Paul-Louis, "Mesh Generation application to finite elements," *Hermes Science, Oxford*, 2000.
- [35] J. E. Hopcroft, *Data structures and algorithms* vol. 175: Addison-Wesley Boston, MA, USA:, 1983.

- [36] M. Bernadou, P.-L. George, and A. Hassim, *MODULEF: A modular library of finite elements*: Inria, 1986.
- [37] A. Ecer, J. Spyropoulos, and J. Maul, "A three-dimensional, block-structured finite element grid generationscheme," *AIAA journal*, vol. 23, pp. 1483-1490, 1985.
- [38] P. George, "Automatic mesh generation and finite element computation," *Handbook of numerical analysis*, vol. 4, pp. 69-190, 1996.
- [39] M. Botsch, L. Kobbelt, M. Pauly, P. Alliez, and B. Lévy, *Polygon mesh processing*: CRC press, 2010.
- [40] M. Botsch, M. Pauly, C. Rossl, S. Bischoff, and L. Kobbelt, "Geometric modeling based on triangle meshes," in *ACM SIGGRAPH 2006 Courses*, 2006, p. 1.
- [41] K. Hormann, U. Labsik, and G. Greiner, "Remeshing triangulated surfaces with optimal parameterizations," *Computer-Aided Design*, vol. 33, pp. 779-788, 2001.
- [42] A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, and S. N. Chiu, *Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams* vol. 501: John Wiley & Sons, 2009.
- [43] L. P. Chew, "Guaranteed-quality mesh generation for curved surfaces," in *Proceedings of the ninth annual symposium on Computational geometry*, 1993, pp. 274-280.
- [44] H. Edelsbrunner and N. R. Shah, "Triangulating topological spaces," in *Proceedings of the tenth annual symposium on Computational geometry*, 1994, pp. 285-292.
- [45] P. Alliez, G. Ucelli, C. Gotsman, and M. Attene, "Recent advances in remeshing of surfaces," in *Shape analysis and structuring*, ed: Springer, 2008, pp. 53-82.
- [46] D. Eppstein, "Global optimization of mesh quality," *Tutorial at the 10th Int*, 2001.
- [47] A. Telea and A. Vilanova, "A robust level-set algorithm for centerline extraction," in *Proceedings of the symposium on Data visualisation 2003*, 2003, pp. 185-194.
- [48] A. Tagliasacchi, T. Delame, M. Spagnuolo, N. Amenta, and A. Telea, "3D Skeletons: A State-of-the-Art Report," in *Computer Graphics Forum*, 2016, pp. 573-597.
- [49] R. Gonzalez, "e Woods, Richard E. 2001. Digital Image Processing," ed: Addison Wesley Pub.
- [50] C. Lohou and J. Dehos, "An automatic correction of Ma's thinning algorithm based on P-simple points," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 36, pp. 54-62, 2010.

- [51] G. Bertrand, "Simple points, topological numbers and geodesic neighborhoods in cubic grids," *Pattern recognition letters*, vol. 15, pp. 1003-1011, 1994.
- [52] G. Malandain and G. Bertrand, "Fast characterization of 3D simple points," in *Proceedings., 11th IAPR International Conference on Pattern Recognition. Vol. III. Conference C: Image, Speech and Signal Analysis*, 1992, pp. 232-235.
- [53] G. Bertrand, "Sufficient conditions for 3D parallel thinning algorithms," in *SPIE's 1995 International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, 1995, pp. 52-60.
- [54] J. Mattioli and M. Schmitt, "Morphologie mathématique," ed: Masson Paris, 1993.
- [55] J. W. Brandt, "Convergence and continuity criteria for discrete approximations of the continuous planar skeleton," *CVGIP: Image Understanding*, vol. 59, pp. 116-124, 1994.
- [56] D. Attali, P. Bertolino, and A. Montanvert, "Using polyballs to approximate shapes and skeletons," in *Pattern Recognition, 1994. Vol. 1-Conference A: Computer Vision & Image Processing., Proceedings of the 12th IAPR International Conference on*, 1994, pp. 626-628.
- [57] R. Ogniewicz and M. Ilg, "Voronoi skeletons: Theory and applications," in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1992. Proceedings CVPR'92., 1992 IEEE Computer Society Conference on*, 1992, pp. 63-69.
- [58] J.-D. Boissonnat and B. Geiger, *Three dimensional reconstruction of complex shapes based on the Delaunay triangulation*: Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 1992.
- [59] L. Antiga, "Patient-specific modeling of geometry and blood flow in large arteries," *Politecnico di Milano*, 2002.
- [60] D. Attali and A. Montanvert, "Computing and simplifying 2D and 3D continuous skeletons," *Computer vision and image understanding*, vol. 67, pp. 261-273, 1997.
- [61] J. W. Brandt and V. R. Algazi, "Continuous skeleton computation by Voronoi diagram," *CVGIP: Image Understanding*, vol. 55, pp. 329-338, 1992.
- [62] Y. Fridman, S. M. Pizer, S. Aylward, and E. Bullitt, "Extracting branching tubular object geometry via cores," *Medical image analysis*, vol. 8, pp. 169-176, 2004.

- [63] I. Nystrom, G. S. di Baja, and S. Svensson, "Representing volumetric vascular structures using curve skeletons," in *Image Analysis and Processing, 2001. Proceedings. 11th International Conference on*, 2001, pp. 495-500.
- [64] E. Sorantin, C. Halmai, B. Erdohelyi, K. Palágyi, L. G. Nyúl, K. Ollé, B. Geiger, F. Lindbichler, G. Friedrich, and K. Kiesler, "Spiral-CT-based assessment of tracheal stenoses using 3-D-skeletonization," *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 21, pp. 263-273, 2002.
- [65] M. Straka, M. Cervenansky, A. La Cruz, A. Kochl, M. Sramek, E. Groller, and D. Fleischmann, *The VesselGlyph: Focus & context visualization in CT-angiography: IEEE*, 2004.
- [66] L. Hong, S. Muraki, A. Kaufman, D. Bartz, and T. He, "Virtual voyage: Interactive navigation in the human colon," in *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 1997, pp. 27-34.
- [67] M. Wan, F. Dacheille, and A. Kaufman, "Distance-field based skeletons for virtual navigation," in *Proceedings of the conference on Visualization'01*, 2001, pp. 239-246.
- [68] D. Perchet, C. I. Fetita, and F. J. Preteux, "Advanced navigation tools for virtual bronchoscopy," in *Electronic Imaging 2004*, 2004, pp. 147-158.
- [69] D. Bartz, W. Straßer, M. Skalej, and D. Welte, "Interactive exploration of extra-and intracranial blood vessels (case study)," in *Proceedings of the conference on Visualization'99: celebrating ten years*, 1999, pp. 389-392.
- [70] A. V. Bartrolí, R. Wegenkittl, A. König, and E. Gröller, "Nonlinear virtual colon unfolding," in *Proceedings of the conference on Visualization'01*, 2001, pp. 411-420.
- [71] J. Kustra, A. Jalba, and A. Telea, "Shape segmentation using medial point clouds with applications to dental cast analysis," in *Computer Vision Theory and Applications (VISAPP), 2014 International Conference on*, 2014, pp. 162-170.
- [72] A. D. Ward and G. Hamarneh, "The groupwise medial axis transform for fuzzy skeletonization and pruning," *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 32, pp. 1084-1096, 2010.
- [73] G. Hamarneh, R. ABU-GHARBIEH, and T. McInerney, "Medial profiles for modeling deformation and statistical analysis of shape and their use in medical image segmentation," *International Journal of Shape Modeling*, vol. 10, pp. 187-209, 2004.

- [74] J. P. Lewis, M. Cordner, and N. Fong, "Pose space deformation: a unified approach to shape interpolation and skeleton-driven deformation," in *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 2000, pp. 165-172.
- [75] A. Angelidis and M.-P. Cani, "Adaptive implicit modeling using subdivision curves and surfaces as skeletons," in *Proceedings of the seventh ACM symposium on Solid modeling and applications*, 2002, pp. 45-52.
- [76] J. Bloomenthal and C. Lim, "Skeletal methods of shape manipulation," in *Shape Modeling and Applications, 1999. Proceedings. Shape Modeling International'99. International Conference on*, 1999, pp. 44-47.
- [77] I. Baran and J. Popović, "Automatic rigging and animation of 3d characters," in *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2007, p. 72.
- [78] A. Jacobson, I. Baran, J. Popovic, and O. Sorkine, "Bounded biharmonic weights for real-time deformation," *ACM Trans. Graph.*, vol. 30, p. 78, 2011.
- [79] S. Schaefer and C. Yuksel, "Example-based skeleton extraction," in *Symposium on Geometry Processing*, 2007, pp. 153-162.
- [80] S. Yoshizawa, A. G. Belyaev, and H.-P. Seidel, "Free-form skeleton-driven mesh deformations," in *Proceedings of the eighth ACM symposium on Solid modeling and applications*, 2003, pp. 247-253.
- [81] S. Yoshizawa, A. Belyaev, and H. P. Seidel, "Skeleton-based Variational Mesh Deformations," in *Computer Graphics Forum*, 2007, pp. 255-264.
- [82] Y. Xiao, P. Siebert, and N. Werghi, "A discrete Reeb graph approach for the segmentation of human body scans," in *3-D Digital Imaging and Modeling, 2003. 3DIM 2003. Proceedings. Fourth International Conference on*, 2003, pp. 378-385.
- [83] N. Werghi, Y. Xiao, and J. P. Siebert, "A functional-based segmentation of human body scans in arbitrary postures," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 36, pp. 153-165, 2006.
- [84] L. Shapira, A. Shamir, and D. Cohen-Or, "Consistent mesh partitioning and skeletonisation using the shape diameter function," *The Visual Computer*, vol. 24, p. 249, 2008.
- [85] D. Reniers and A. Telea, "Patch-type Segmentation of Voxel Shapes using Simplified Surface Skeletons," in *Computer Graphics Forum*, 2008, pp. 1837-1844.

- [86] M.-C. Chang, F. F. Leymarie, and B. B. Kimia, "Surface reconstruction from point clouds by transforming the medial scaffold," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 113, pp. 1130-1146, 2009.
- [87] J. Kustra, A. Jalba, and A. Telea, "Computing refined skeletal features from medial point clouds," *Pattern Recognition Letters*, vol. 76, pp. 13-21, 2016.
- [88] Z. Wood, H. Hoppe, M. Desbrun, and P. Schröder, "Removing excess topology from isosurfaces," *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 23, pp. 190-208, 2004.
- [89] Q.-Y. Zhou, T. Ju, and S.-M. Hu, "Topology repair of solid models using skeletons," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 13, 2007.
- [90] A. Angelidis, P. Jepp, and M.-P. Cani, "Controlled blending in contact situations," in *Shape Modeling International, 2002. Proceedings, 2002*, pp. 137-144.
- [91] Z. Ji, L. Liu, and Y. Wang, "B-Mesh: A Modeling System for Base Meshes of 3D Articulated Shapes," in *Computer Graphics Forum*, 2010, pp. 2169-2177.
- [92] A. Tagliasacchi, H. Zhang, and D. Cohen-Or, "Curve skeleton extraction from incomplete point cloud," in *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2009, p. 71.
- [93] J. Cao, A. Tagliasacchi, M. Olson, H. Zhang, and Z. Su, "Point cloud skeletons via laplacian based contraction," in *Shape Modeling International Conference (SMI), 2010*, 2010, pp. 187-197.
- [94] Q. Zheng, A. Sharf, A. Tagliasacchi, B. Chen, H. Zhang, A. Sheffer, and D. Cohen-Or, "Consensus Skeleton for Non-rigid Space-time Registration," in *Computer Graphics Forum*, 2010, pp. 635-644.
- [95] S. Biasotti, B. Falcidieno, and M. Spagnuolo, "Extended Reeb graphs for surface understanding and description," in *International conference on discrete geometry for computer imagery*, 2000, pp. 185-197.
- [96] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Kohmura, and T. L. Kunii, "Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes," in *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 2001, pp. 203-212.
- [97] M. A. Price and C. G. Armstrong, "Hexahedral mesh generation by medial surface subdivision: Part II. Solids with flat and concave edges," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 40, pp. 111-136, 1997.

- [98] K.-F. Tchon, M. Khachan, F. Guibault, and R. Camarero, "Constructing anisotropic geometric metrics using octrees and skeletons," in *in: Proceedings of the 12th International Meshing Roundtable*, 2003.
- [99] R. Dougherty and K.-H. Kunzelmann, "Computing local thickness of 3D structures with ImageJ," *Microscopy and Microanalysis*, vol. 13, pp. 1678-1679, 2007.
- [100] A. C. Jalba, J. Kustra, and A. C. Telea, "Surface and curve skeletonization of large 3D models on the GPU," *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 35, pp. 1495-1508, 2013.
- [101] A. J. Yezzi and J. L. Prince, "An Eulerian PDE approach for computing tissue thickness," *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 22, pp. 1332-1339, 2003.
- [102] M. Näf, G. Székely, R. Kikinis, M. E. Shenton, and O. Kübler, "3D Voronoi skeletons and their usage for the characterization and recognition of 3D organ shape," *Computer vision and image understanding*, vol. 66, pp. 147-161, 1997.
- [103] M. Mortara, G. Patané, M. Spagnuolo, B. Falcidieno, and J. Rossignac, "Plumber: a method for a multi-scale decomposition of 3D shapes into tubular primitives and bodies," in *Proceedings of the ninth ACM symposium on Solid modeling and applications*, 2004, pp. 339-344.
- [104] C. Feng, A. C. Jalba, and A. C. Telea, "Part-based segmentation by skeleton cut space analysis," in *International Symposium on Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, 2015, pp. 607-618.
- [105] Z. Bar-Joseph, D. K. Gifford, and T. S. Jaakkola, "Fast optimal leaf ordering for hierarchical clustering," *Bioinformatics*, vol. 17, pp. S22-S29, 2001.
- [106] M. B. Eisen, P. T. Spellman, P. O. Brown, and D. Botstein, "Cluster analysis and display of genome-wide expression patterns," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 95, pp. 14863-14868, 1998.
- [107] J. L. DeRisi, V. R. Iyer, and P. O. Brown, "Exploring the metabolic and genetic control of gene expression on a genomic scale," *Science*, vol. 278, pp. 680-686, 1997.
- [108] T. R. Golub, D. K. Slonim, P. Tamayo, C. Huard, M. Gaasenbeek, J. P. Mesirov, H. Coller, M. L. Loh, J. R. Downing, and M. A. Caligiuri, "Molecular classification of cancer: class discovery and class prediction by gene expression monitoring," *Science*, vol. 286, pp. 531-537, 1999.

- [109] M. Goncalves, M. Netto, J. Costa, and J. Zullo Junior, "An unsupervised method of classifying remotely sensed images using Kohonen self-organizing maps and agglomerative hierarchical clustering methods," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 29, pp. 3171-3207, 2008.
- [110] K. Clark, B. Vendt, K. Smith, J. Freymann, J. Kirby, P. Koppel, S. Moore, S. Phillips, D. Maffitt, and M. Pringle, "The Cancer Imaging Archive (TCIA): maintaining and operating a public information repository," *Journal of digital imaging*, vol. 26, pp. 1045-1057, 2013.
- [111] The Vascular Modeling Toolkit. Available: <http://www.vmtk.org/>
- [112] J. J. Moré, "The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory," in *Numerical analysis*, ed: Springer, 1978, pp. 105-116.
- [113] T. F. Coleman and Y. Li, "An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds," *SIAM Journal on optimization*, vol. 6, pp. 418-445, 1996.

Glossaire Français-Anglais

A

Algorithmes gloutons	Greedy Algorithm
Analogie du feu de prairie	Grassfire analogy

B

Bords	Edge
Bord ailé	Winged-edge

C

Carré unitaire	Unit square
Coloscopie virtuelle	Virtual colonoscopy
Combinaison barycentrique	Barycentric combination
Complexe simplicial	Simplicial complex

D

Demi-bords	Halfedge
------------	----------

I

Intervalle de confiance	Confidence interval
Inversion des bords	Edge flip

L

Ligne centrale	Centerline
----------------	------------

M

Métriologie de forme	Shape metrology
Maillage	Mesh
Modélisation volumique	Solid Modeling

Q

Quad-bord	Quad-edge
-----------	-----------

S

Sommet	Vertex
--------	--------

T

Traitement géométrique	Geometric processing
------------------------	----------------------

V

Variété	Manifold
---------	----------