



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
Ecole Nationale Polytechnique

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de Génie Civil
Laboratoire Construction & Environnement (LCE)

Thèse de Magister

Présentée par

ZORKANE Omar
Ingénieur Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil

Thème

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ETAT DE FISSURATION
DES POUTRES HYPERSTATIQUES EN BETON ARME
EN UTILISANT DIFFERENTES CLASSES DE BETON**

Soutenue publiquement en Mai 2011, devant le jury composé de:

Président	: Mr B. TILIOUINE	Professeur	ENP
Rapporteurs	: Mr A. BALI Mr W. KUCZYNSKI	Professeur Professeur	ENP EP de Varsovie
Examineurs	: Mr M. HAMOUTENE Mme R. KETTAB Mr A. NECHNECH	Professeur Maitre de Conférence A Maitre de Conférence A	ENP ENP FGC /USTHB

Ecole Nationale Polytechnique
10, Avenue Hassen Badi El Harrach, Alger.

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur W. Kuczynski Professeur à l'EP de Varsovie pour m'avoir proposé ce sujet et de l'avoir suivi durant ses deux premières années de progression.

Je remercie mon directeur de thèse, Monsieur A. Bali, Professeur à l'ENP pour m'avoir aidé dans la continuation de ce travail de recherche. Je lui suis reconnaissant pour avoir été tous les instants présent à mes côtés, en me soutenant par sa grande disponibilité, ses encouragements permanents, sa confiance, son aide ainsi que pour les critiques qu'il a formulées dans le cadre de l'élaboration de cette thèse de Magister et enfin sa finalisation.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur B. Tiliouine, Professeur à l'ENP, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de soutenance, ainsi qu'à:

Mr M. Hammoutène, Professeur, Enseignant à l'ENP,

Mme R. Kettab, Maître de Conférence A, Enseignant à l'ENP et

Mr A. Nechnech, Maître de Conférence A, Enseignant à l'USTHB/FGC.

qui ont accepté de faire partie du jury d'examen de cette thèse.

Ma reconnaissance va également à Monsieur F. Chalah, Maître Assistant A à l'USTHB/FGC, pour sa perpétuelle aide et ses nombreux conseils qu'il m'a prodigués sans jamais ménager ses efforts. Je tiens vivement à le remercier.

De même, je tiens à exprimer mes remerciements à Mme L. Chalah, Maître Assistante A à l'USTB/FGC pour m'avoir aidé dans sa finalisation et la préparation de sa présentation finale.

Et Monsieur Chikhaoui M., Doctorant à la FGC/Usthb, pour son aide.

Mes remerciements sont adressés aussi à Messieurs M. N. Oudjit et F. Kaoua, Maîtres de conférence A à l'USTHB/FGC, pour leur encouragement.

Je remercie tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont apporté leur aide pour l'élaboration de ce travail, en particulier les collègues de l'ENP sans oublier Ammi Rabah (que Dieu ait son âme) et ceux de la FGC/USTHB.

Je tiens aussi à adresser mes remerciements :

A la SNMC, sous la direction de Monsieur Gharnaout, pour l'aide matériel qu'elle nous a apportée lors de l'élaboration des éléments d'essai.

A la SONATRO, en citant particulièrement Monsieur SASSI, Technicien supérieur au Laboratoire central, pour sa précieuse collaboration.

Au CNERIB, aux laboratoires de résistance de matériaux des universités des sciences et de la technologie d'Oran et de Tizi- Ouzou sans oublier le Laboratoire d'Electronique de l'ENP pour le matériel de mesure qu'ils ont bien voulu mettre à notre disposition.

De même j'exprime ma reconnaissance au personnel du laboratoire de l'université de Liège, sous la direction du Professeur Dehousse, ainsi qu'aux professeurs Plumier et Dotreppe, pour leur accueil et les remarques qu'ils nous ont formulées lors du stage effectué en Belgique.

O. Zorkane

DEDICACE

Je dédie ce travail à

*ma mère,
mon défunt père,
ma femme et mes enfants.*

O. Zorkane

ملخص

إن الهدف من العمل هو دراسة حالة التشقق للعوارض المكونة من الخرسانة المسلحة و الغير محددة سكونيا مستعملين مختلف أقسام الخرسانة. إن حساب و تبرير المنشآت من الخرسانة المسلحة يجريان وفق ثلاثة حالات حدية (الحالة الحدية القصوى (الإنهيار)، الحالة الحدية للتشوه، و الحالة الحدية للتشقق).

إن وجود الشقوق في المنشآت الخرسانية يعتبر مقبولا في الطور II (مقاطع مشقوقة).

يمكن أن نعالج ظاهرة وجود التشقق كحالة عادية بشرط أن تكون فتوحات التشقق محددة، ومن جهة أخرى فإن التشققات تكون خطرا على ديمومة المنشآت.

هذه الأطرحة تنقسم إلى ثلاثة أقسام وهي :

- الدراسة التجريبية المنجزة بمخبر الهندسة المدنية بالمدرسة الوطنية المتعددة التقنيات - الحراش.
- عرض نظري للموضوع من خلال النظرية المستمرة لكزنسكي، و طريقة الحساب المعتمدة من طرف اللجنة الأوروبية للخرسانة.
- حوصلة و مقارنة النتائج التجريبية بالنتائج النظرية.

تكم أهمية عملنا هذا في التجارب المنجزة في المخبر المذكور أعلاه، و تحتل هذه الأخيرة الطليعة في مجال المنشآت الخرسانية الغير المحددة سكونيا على مستوى القطر الوطني.

إعتمدنا في تجاربنا على عينات ذات أبعاد حقيقية، و تتكون من جيزان غير محددة سكونيا ذات مديين خاضعة لحمولات مركزة متزايدة تتراوح من الصفر إلى حمولة الإنهيار.

حدد ثلاث ثوابت بخصوص حالة التشقق (عزم التشقق، التباعد بين الشقوق، و انفتاح التشقق).

المفاتيح : التشقق، العوارض غير محددة سكونيا، حالة حدية، عزم التشقق، التباعد بين الشقوق، و انفتاح التشقق، خرسانة مسلحة.

ABSTRACT

The aim of this work is to study the cracking of reinforced concrete continuous beams, using different classes of concrete.

The design of reinforced concrete structures includes three limit states (limit state of collapse, limit state of strain and limit state of cracking).

The cracks in reinforced concrete structures are admitted in the phase II (cracked sections).

We can treat the phenomenon of cracks as a normal state only when their openings are limited; durability of structures.

This thesis is divided in three parts:

- Our present experimental study realised in the civil engineering laboratory (E.N.P) ;
- The theoretical aspect of the problem using the continuum theory of KUCZYNSKI and the C.E.B design method ;
- Conclusions and comparisons of the experimental and theoretical results.

The importance of this work is described by the tests made in the (E.N.P) laboratory which represent the first experiments of reinforced concrete systems in Algeria. In our experiments, reinforced concrete continuous beams of real scale, under concentrated loads increasing from zero up to collapses were studied.

Three parameters of the state of cracking have been studied (bending moment of cracking, spacing of cracks and their openings).

Keys words: Cracking, continuous beams, limit state, spacing between cracks, moment cracking, cracks openings, concrete.

RESUME

Le but de ce travail est d'étudier l'état de fissuration des poutres hyperstatiques en béton armé en utilisant différentes classes de béton.

Le calcul et justification des structures en béton armé contient trois états limites (état limite de rupture, état limite de déformation et état limite de fissuration).

L'existence des fissures dans les structures en béton armé est admise dans la phase II₀ (sections fissurées).

On peut traiter le phénomène d'existence des fissures comme un état normal à condition que leurs ouvertures soient limitées; d'autre part les fissures présentent un danger pour la durabilité des structures.

Cette thèse est divisée en trois parties :

- Notre propre étude expérimentale réalisée au laboratoire de Génie Civil (E.N.P) ;
- Présentation théorique du problème d'après la théorie continue de KUCZYNSKI et la méthode de calcul C.E.B " Comité Européen du Béton " ;
- Comparaison et conclusion des résultats expérimentaux avec les résultats obtenus théoriquement.

L'importance de notre travail est décrite par les essais réalisés au laboratoire (E.N.P), qui représentent la première expérience sur les problèmes des systèmes hyperstatiques en béton- armé effectués en Algérie. Dans notre expérimentation, les corps d'épreuves sont des poutres hyperstatiques en béton armé à deux travées de grandeur nature, soumises à des charges concentrées croissantes de zéro jusqu'à la rupture.

Trois paramètres de l'état de fissuration ont été élaborés ; moment de fissuration, espacement entre fissures et ouverture des fissures.

Mots clés : Fissuration, poutre hyperstatique, état limite, espacement entre fissures, moment de fissuration, ouverture des fissures, béton armé.

NOTATIONS

A, F_a	: Aire des aciers tendus
A', F'_a	: Aire des aciers comprimés
b	: Largeur de la poutre
B_0	: Rigidité initiale de flexion d'une poutre
d	: Enrobage généralisé
E_a	: Module d'élasticité acier
B'_{bt}	: Module d'élasticité initial du béton
B_b	: Module d'élasticité final du béton
(ej)	: Rigidité réduite
F_b	: Aire su béton comprimé
h	: Hauteur utile de la poutre
h_t	: Hauteur totale de la poutre
K	: Coefficient de souplesse
l	: Longueur de la travée de poutre
l_f, S_{rm}	: Distance moyenne entre fissures
m	: Degré de l'avancement de charge
m_f	: Degré d'avancement de charge au niveau de la première fissure
M_f	: Moment fissuration
M	: Moment fléchissant
M_U, M_r	: Moment ultime (de rupture)
n, n'_t	: Coefficient d'équivalence
N	: Effort normal de traction
P_u	: Périmètre de la barre d'acier
R_a	: Résistance de l'acier
R_{bt}	: Résistance du béton à la traction
R'_c	: Résistance du béton à la compression
R	: Rayon de courbure
τ_u	: Contrainte d'adhérence en un point quelconque
τ_l, τ_d	: Contrainte d'adhérence maximale
W_a	: Moment résistant acier
W_b	: Moment résistant Béton
W'_0	: Indice réduit de la résistance de section
$W_f, \Delta l$: Ouverture moyenne des fissures
X	: Position de l'axe neutre
X_U	: Position ultime de l'axe neutre
z	: Coefficient de répartition du béton entre fissures
x	: Courbure moyenne
$\bar{\chi}, \bar{\Phi}, \bar{Y}$: Fonctions de base
Ψ	: Coefficient de fissuration et de plastification du béton
γ	: Coefficient de correction au début du chargement
$\bar{\omega}, \bar{\omega}'$: Pourcentage géométrique de toute la section
ω, ω'	: Pourcentage géométrique de la section utile

λ_c, λ'_c : Coefficient caractérisant l'état de plastification de la zone comprimée du béton
 λ_r : Coefficient caractérisant l'état de plastification de la zone tendue du béton
 λ_b : Coefficient caractérisant l'état de plastification du béton non armé soumis à la traction
 λ_a, λ'_a : Coefficients caractérisant l'état de plastification de l'armature principale
 μ'_r : Indice du moment réduit de fissuration
 μ_r : Indice du moment réduit de rupture
 β : Pourcentage mécanique de la section
 $\mathcal{E}'_{b, cm}$: Déformation relative moyenne du béton comprimé
 \mathcal{E}_b : Déformation relative moyenne du béton tendu
 $\mathcal{E}_{éc}$: Déformation élastique du béton à compression
 $\mathcal{E}_{ét}$: Déformation élastique du béton à traction
 $\mathcal{E}'_0, \mathcal{E}_m, \mathcal{E}_{smv}$: Déformation relative moyenne de l'armature tendue
 \mathcal{E}'_0 : Déformation relative moyenne de l'armature comprimée
 \mathcal{E}_u : Allongement ultime de l'acier
 $\mathcal{E}_r, \mathcal{E}_f$: Allongement du béton à la fissuration
 \mathcal{E}_{s1} : Déformation relative de l'armature calculée en stade I
 \mathcal{E}_{s2} : Déformation relative de l'armature calculée en stade II-nu
 σ_b, σ_{bt} : Contrainte de traction du béton
 σ_b : Contrainte de compression du béton
 σ_a : Contrainte moyenne de l'armature tendue
 σ_{a1}, σ_{at} : Contrainte de l'acier calculé en phase I
 σ_{af} : Contrainte fissurante

Sommaire

		Page
	Introduction	2
Chapitre I	Problématique de la fissuration	5
1.1	Objet du calcul à la fissuration	5
1.2	Etat limite de fissuration	5
1.3	Hypothèse de base de détermination de la fissuration	6
1.3.1	Définition de référence de l'ouverture de fissure	7
1.3.2	Répartition des contraintes de liaison béton-acier	7
1.3.3	Evaluation de la résistance de traction du béton	7
1.3.4	Effet de variation de température	7
1.3.5	Observations	8
1.4	Observations pratiques	8
1.5	Plan de présentation de la recherche	8
Chapitre II	Fissurations des poutres en béton armé sous charges de courte durée	10
2.1	Introduction	10
2.2	Théorie de Saliger (Bond – Slip theory)	10
2.2	Théorie de Broms (No Slip theory)	20
2.3	Théorie de Ferry-Borges	20
Chapitre III	Théorie continue de Kuczynski et méthode du CEB	24
3.1	Théorie continue appliquée à l'état de fissuration des poutres en béton armé	24
3.1.1	Principe	24
3.1.2	Equation générale d'une section rectangulaire	28
3.1.3	Moment de fissuration	32
3.1.4	Moments de rupture	34
3.1.5	Distance entre les fissures	36
3.1.6	Ouverture des fissures	36
3.2	Méthode CEB	46
3.2.1	Généralités	46
3.2.2	Hypothèses de base	46
3.2.2.1	Déformation relative moyenne de l'armature	47
3.2.2.2	Modèle de calcul	50
3.2.3	Calcul de l'ouverture des fissures	53
3.2.3	Calcul de la distance entre les fissures (l_f)	54
Chapitre IV	Expérimentation	58
4.1	But et limites d'essais	58
4.2	Programme d'essais	58
4.2.1	Dimensions et mode de chargement	59
4.2.2	Ferraillage des poutres d'essais	60
4.2.3	Confection des poutres d'essai	61
4.2.3.1	Armatures des poutres	61

4.2.3.2	Coffrage des poutres	62
4.2.3.3	Coulage des poutres	63
4.3	Caractéristiques mécaniques des matériaux	63
4.3.1	Les bétons	63
4.3.2	L'acier	64
4.4	Exécution des essais	64
4.4.1	Machine d'essai	64
4.4.2	Contact vérin – répartiteur	65
4.4.3	Répartiteur de charges	66
4.4.4	Les appuis	67
4.4.5	Appareil et méthodes de mesures	68
4.4.5.1	Réaction d'appui central	68
4.4.5.2	Flèches	68
4.4.5.3	Rotation	69
4.4.5.4	Support des comparateurs	69
4.4.5.5	Contact comparateur – poutre	69
4.4.5.6	Déformations unitaires	69
4.4.5.7	Fissuration	69
4.4.6	Conditions d'exécution des essais	71
4.5	Résultats des mesures	71
4.5.1	Espacement entre fissures	72
4.5.2	Moment de fissuration	76
4.5.3	Ouvertures des fissures	77
Chapitre V	Calcul des poutres d'essais	80
5.1	Introduction	80
5.2	Schémas statiques – Diagramme des moments	80
5.3	Relations de base	80
5.4	Moments ultimes, capacités portantes des poutres étudiées	81
5.4.1	Résultats théoriques	81
5.4.2	Résultats expérimentaux	81
5.5	Résultats de calcul théoriques	84
5.5.1	Moment de fissuration	84
5.5.1.1	Moment de fissuration d'après la méthode du C.E. B	84
5.5.1.2	Moment de fissuration d'après la méthode de Kuczynski	87
5.5.2	Calcul de l'espacement entre les fissures l_f	94
5.5.2.1	Espacement entre les fissures d'après la méthode du CEB	94
5.5.2.2	Espacement entre les fissures d'après la méthode de Kuczynski	94
5.5.3	Ouverture des fissures	95
5.5.3.1	Calcul de l'ouverture des fissures d'après la méthode de Kuczynski	95
5.5.3.2	Calcul de l'ouverture des fissures d'après la méthode du C.E.B	99
Chapitre VI	Interprétation des résultats	102
Conclusions		118
Perspective		119
Bibliographie		

Annexes

Annexe A	Caractéristiques mécaniques des matériaux	2
Annexe B	Etalonnage de la presse (dalle d'essais)	11
Annexe C	Relevé et schématisation des fissures	14
Annexe D	Tableaux des espacements entre fissures l_f	25
Annexe E	Tableaux des ouvertures des fissures	31
Annexe F	Courbes : Ouverture de fissure W_f en fonction du degré d'avancement de charge $m_i=M_i/M_r$	42

Liste des figures

	Page
Figure 2.1	12
Figure 2.2	14
Figure 2.3	15
Figure 2.4	16
Figure 2.5	17
Figure 2.6	19
Figure 3.1	24
Figure 3.2	26
Figure 3.3	27
Figure 3.4	28
Figure 3.5	34
Figure 3.6	35
Figure 3.7	37
Figure 3.8	39
Figure 3.9	40
Figure 3.10	47
Figure 3.11	48
Figure 3.12	48
Figure 3.13	49
Figure 3.14	51
Figure 3.15	52
Figure 3.16	53
Figure 3.17	55
Figure 4.1	60
Figure 4.2	60
Figure 4.3	61
Figure 4.4.a	62
Figure 4.4.b	62
Figure 4.5	66
Figure 4.6.a	67
Figure 4.6.b	67
Figure 4.7	74
Figure 4.8	79
Figure 5.1	80
Figure 5.2	87

Figure 5.3	Abaque donnant μ en fonction de $\bar{\omega}$ (%)	88
Figure 5.4	Abaque donnant K_1 pour $\varnothing=10$ mm	89
Figure 5.5	Abaque donnant K_1 pour $\varnothing=14$ mm	89
Figure 5.6	Abaque donnant K_1 pour $\varnothing=20$ mm	89
Figure 5.7	Abaque donnant K_1 pour $\varnothing=30$ mm	89
Figure 5.8	Abaque donnant β en fonction de ω en %	90
Figure 5.9	Schéma simplifié d'une poutre type du modèle élasto conforme	90
Figure 5.10	Section droite d'une dalle fléchie en béton armé	91
Figure 5.11	Présentation idéalisée du principe de l'ouverture moyenne des fissures	95
Figure 5.12	Section droite d'une poutre en béton armé soumise à la flexion	96

Liste des photographies

		Page
Photo 4.1	Vue du ferrailage des poutres	61
Photo 4.2	Vue du ferrailage des poutres élasto-conforme avec détail des cadres soudés	62
Photo 4.3	Vue des poutres après décoffrage	63
Photo 4.4	Coulage des poutres avec les éprouvettes témoins	63
Photo 4.5	Vue d'ensemble de la dalle d'essai	65
Photo 4.6	Dispositif de transmission de charge (répartiteur)	65
Photo 4.7	Vue d'ensemble des dispositifs d'essai avec mise en charge de la poutre et contact vérin-répartiteur	66
Photo 4.8	Déroulement de l'essai avec positionnement des deux répartiteurs sur la poutre	67
Photo 4.9	Déroulement de l'essai et positionnement des appuis extrêmes	67
Photo 4.10	Appui central (capteur de force)	68
Photo 4.11	Détail de l'appui central avec son capteur de force	68
Photo 4.12	Fissuromètre muni d'une loupe éclairante avec pile d'alimentation	70
Photo 4.13	Fissures relatives à différent pas de chargement	70

Liste des tableaux

	Page
Tableau 3.1	Tableau donnant les valeurs intermédiaires de K_1 en fonction de $\bar{\omega}$ 36
Tableau 3.2	Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}, \bar{\Phi}, \bar{Y}$, en fonction de (m) pour $\psi = 1,6$ 43
Tableau 3.3	Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}, \bar{\Phi}, \bar{Y}$, en fonction de (m) pour $\psi = 2$ 44
Tableau 3.4	Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}, \bar{\Phi}, \bar{Y}$, en fonction de (m) pour $\psi = 3$ 45
Tableau 4.1	Désignation des poutres et classes des bétons 59
Tableau 4.2	Dosage en ciment et résistances moyenne obtenues sur éprouvettes. cylindriques 16/32 64
Tableau 4.3	Valeurs expérimentales des espacements entre fissures pour les Poutres A I (conformes) 75
Tableau 4.4	Valeurs expérimentales des moments de fissuration 76
Tableau 4.5	Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AI1 78
Tableau 5.1	Résultats théoriques des charges et moments pour les deux séries 81
Tableau 5.2	Résultats expérimentaux des charges et moments pour les séries élasto-non- conformes 81
Tableau 5.3	Résultats expérimentaux des charges et des moments pour séries élasto- conformes 82
Tableau 5.4	Valeurs des caractéristiques mécaniques des poutres en termes de résistances et modules d'élasticité des bétons et aciers 83
Tableau 5.5	Valeurs des inerties et rigidités initiales 83
Tableau 5.6	Coefficients de souplesse et de plastification pour les séries élasto-non conformes 83
Tableau 5.7	Coefficients de souplesse et de plastification pour les séries élasto-conformes 83
Tableau 5.8	Résistances du béton à la compression et à la traction 85
Tableau 5.9	Position de l'axe neutre, coefficient d'équivalence, moment d'inertie des poutres 85
Tableau 5.10	Valeurs du moment d'inertie, module de résistance du béton, moment ultime, moment de fissuration et degré d'avancement de fissuration (m_{fth}) pour chaque poutre par la méthode du CEB 86
Tableau 5.11	Donnant le coefficient K_1 pour le calcul du moment de fissuration d'une section rectangulaire en béton –armé 92
Tableau 5.12	Calcul du moment de fissuration ($M_{f,m}$) par la méthode de Kuczynski 93
Tableau 5.13	Résultats des valeurs des espacements des fissures calculés par les méthodes de CEB et de Kuczynski 95
Tableau 5.14	Caractéristiques, mécaniques et ouvertures des fissures calculées par la méthode de kuczynski, $R_a = 5620 \text{ kg/cm}^2$, $E_b = 3,8.10^5$, $E_a = 2,1.10^6$. $\psi=2$ 98
Tableau 5.15	Ouvertures des fissures (W_f) calculées selon la méthode du C.E.B 101
Tableau 6.1	Comparaison des moments de fissuration obtenus expérimentalement avec ceux calculés selon les méthodes de Kuczynski et du CEB 107
Tableau 6.2	Résultats des valeurs des espacements des fissures mesurées 108
Tableau 6.3	Comparaison des espacements des fissures mesurés avec ceux calculés selon les méthodes de CEB et Kuczynski 110
Tableau 6.4	Ouvertures des fissures W_f (mm) mesurées et calculées selon les deux 111

Tableau 6.5	méthodes de Kuczynski et C.E.B Comparaison des ouvertures de fissures en (mm) mesurées avec celles calculées selon la méthode du C.E.B.	112
Tableau 6.6	des ouvertures de fissures W_f (mm) mesurées avec celles calculées par la méthode de Kuczynski	113
Tableau 6.7	Variation de l'ouverture de fissures selon la disposition des armatures et de la classe du béton.	116

INTRODUCTION

Introduction

L'étude de la fissuration du béton armé prend de nos jours dans le monde de la construction une importance particulière car elle nécessite la prise en considération de la sécurité vis à vis de l'apparition ou des ouvertures excessives des fissures dans les structures.

En effet, en béton armé ordinaire, on utilise actuellement les armatures dont la limite d'élasticité est de plus en plus élevée. Bien que leurs caractéristiques d'adhérence et les dispositions constructives soient choisies de manière à limiter les ouvertures des fissures dans le béton, les performances de ces armatures ne peuvent pas être exploitées si la fissuration développée n'est pas acceptée en service.

Il est donc nécessaire d'adopter les valeurs limites des ouvertures des fissures et les méthodes de vérification de la sécurité pour s'assurer que ces valeurs ne soient pas dépassées en exploitation.

En ce qui concerne les conditions d'exploitation, l'étude de la fissuration a pour but d'assurer :

a) en général

1. l'expertise des structures,
2. l'étanchéité des constructions,
3. la protection des armatures et du béton contre : la corrosion, effets de gel et du délavage, etc...

b) en particulier

4. l'intégrité des éléments contre la séparation des membrures,
5. la sécurité de l'ancrage des armatures ordinaires,
6. la sécurité du béton comprimé.

Comme conséquences de la fissuration sur le comportement des structures en service, il y a lieu de prendre en considération :

1. la modélisation de leur rigidité statique et dynamique,
2. la redistribution des efforts internes dans les éléments,
3. les accroissements des contraintes dans les matériaux constitutifs après fissuration.

Ces conséquences peuvent par ailleurs conduire aux limitations de la fissuration suivant leur influence sur la sécurité ultime et les conditions d'exploitation des éléments.

La sécurité à prendre vis à vis de la fissuration et la manière de l'envisager dépend de l'objectif visé.

Trois conditions, appelées états limites de la fissuration sont proposées au choix suivant le cas, pour assurer la sécurité exigée en service; il s'agit de :

1. la décompression : où il n'y a pas de traction dans le béton et la probabilité de fissuration est pratiquement nulle (à appliquer dans les cas où la fissuration est préjudiciable).
2. la formation des fissures : où la traction dans le béton et dans les armatures est limitée donc la probabilité d'apparition d'une fissure ouverte est très faible (à appliquer dans le cas où la fissuration n'est pas préjudiciable mais est indésirable).
3. les ouvertures des fissures sont limitées où les valeurs probables des ouvertures des fissures sont limitées (à appliquer dans le cas où la fissuration est acceptable).

Ces conditions peuvent être combinées le cas échéant, en adoptant pour une même section d'un élément, la condition la plus sévère à respecter sous une partie des sollicitations et la condition la moins sévère pour la totalité des charges de service.

CHAPITRE I

1.1. Objet du calcul à la fissuration

Dans les constructions en béton armé, on essaie de limiter les ouvertures des fissures à certaines valeurs déterminées *a priori*. Car l'excès de fissuration constitue un danger pour la durabilité de l'ouvrage à réaliser et peut être nuisible au comportement et à l'aspect du béton.

Ces dernières décades, on a vu se répandre de plus en plus l'utilisation d'acier à haute adhérence dont les contraintes de travail, relativement élevées, augmentent le danger de fissuration du béton par rapport à l'utilisation des aciers ordinaires. Ce danger a été reconnu par toutes les normes de construction et a mené à l'introduction de vérifications de l'état limite de fissuration.

Il s'avère donc indispensable d'expliquer et de clarifier le comportement complexe du béton armé sous l'effet des charges. Cette complexité provient de la double hétérogénéité du béton armé.

- La première est due à la nature même du béton, qui est un matériau constitué de plusieurs composants et présente par sa constitution une faible résistance à la traction;
- La seconde est due à la structure propre du béton armé qui est ainsi formé de deux matériaux dont les comportements élastiques et viscoélastiques sont totalement différents.

En effet, la faible résistance du béton à la traction permet l'apparition des fissures avec des espacements variables tout au long des poutres. Les ouvertures de celles-ci dépendent entre autre, de la contrainte dans les armatures tendues, tandis que les accroissements de ces ouvertures, sous l'application de charges, résultent des phénomènes rhéologiques dont le béton est le siège.

Le retrait et le fluage du béton changent l'état initial des contraintes et des déformations dans les éléments en béton armé et modifient ainsi l'évolution de la fissuration. Ces déformations différées dans le temps n'ont pas été considérées dans notre présente étude.

Les théories de fissuration du béton armé ont pour but essentiel de prévoir *a priori*, compte tenu de l'action du retrait et des effets extérieurs, l'évolution de la répartition et de l'ouverture des fissures des divers éléments constitutifs de la structure. Plus généralement, elles doivent permettre de déterminer et de vérifier selon une précision compatible avec le caractère aléatoire du phénomène *l'état limite de fissuration* de ces éléments structuraux.

1.2. Etat limite de fissuration

La fissuration est un phénomène spécifique au béton armé, car les éléments des structures, sollicités en traction ou en flexion sont normalement fissurés dans leurs conditions usuelles de service.

Toutefois, la durabilité des ouvrages exige que certaines des limites de fissuration, plus précisément, les valeurs maximales des ouvertures des fissures, ne soient dépassées. Ces dernières définissent, dans chaque cas, compte tenu des conditions d'ambiance et

d'exploitation normale des ouvrages, *l'état limite de fissuration* de la pièce ou de la structure considérée.

Dans cette perspective, le rôle des armatures dans le béton armé est de suppléer à la faible résistance du béton à la traction. Leur module élastique étant égal à 200.000 MPa, il en résulte un allongement de l'ordre de 10^{-3} par contre celui du béton seul est de l'ordre de 10^{-4} . Comme le béton ne peut supporter un tel allongement sans se rompre ; il est donc évident que les pièces de béton armé tendues ou fléchies soient fissurées. Ainsi on peut conclure que la fissuration est inévitable.

Les conséquences du caractère inéluctable de la fissuration du béton sont multiples :

- a- L'existence de la fissuration justifie tout d'abord l'hypothèse de la non prise en compte du béton tendu lors du calcul des armatures.
- b- L'existence des fissures dans une structure en béton armé ne constitue pas un indice de malfaçon, puisqu'elle résulte du fonctionnement normal du matériau.
- c- Il est extrêmement difficile de réaliser un réservoir en béton armé qui soit étanche, dont les parois sont simplement tendues ou tendues et fléchies. Pour sa réalisation, il faudra donc recourir à des précautions particulières :
 - Limitation de la contrainte de traction du béton,
 - Mise en place d'un enduit d'étanchéité, etc...
- d- Enfin et surtout, l'acier est sensible à l'oxydation et le béton qui l'entoure, grâce à son alcalinité, joue un rôle passivant vis-à-vis de la corrosion. L'ouverture d'une fissure constitue une brèche dans le rempart de protection, et dans certains cas la fissuration nuire à la durabilité de l'ouvrage.

L'état limite de fissuration peut être décrit par trois paramètres :

- 1- M_f : Le moment de fissuration (moment répondant à la valeur où le béton tendu est rompu).
 - $M > M_f$: Le moment fléchissant de service qui répond à l'avancement de charge de service.
- 2- L_f : Distance entre fissures, comme étant la valeur auxiliaire qui nous permet de calculer l'ouverture de fissure.
- 3- W_f : Ouverture des fissures, valeur mesurée au niveau de l'armature principale, qui doit être inférieure à certaines valeurs admissibles qui sont imposées par le règlement.

Nous voyons du point de vue pratique, parmi les paramètres cités ci-dessus qu'il n'y a que deux paramètres importants à considérer qui sont : M_f et W_f .

1.3. Hypothèse de base de détermination de la fissuration

Ces hypothèses de base concernent :

1.3.1. Définition de référence de l'ouverture de fissure

Le tracé d'une fissure est généralement sinueux, il est donc difficile de se référer pour la définition et la mesure de celle-ci à une direction précise. Les seules hypothèses raisonnables consistent à considérer ces fissures, parallèlement aux barres d'armatures principales, au niveau de leur centre de gravité et cela, sur la surface extérieure du béton. Ces hypothèses arbitraires constituent autant de sources d'imprécision qui accentuent le caractère aléatoire du phénomène.

1.3.2. Répartition des contraintes de liaison béton-acier

La loi de répartition des contraintes de liaison $\tau(x)$ le long de l'armature présente a priori une importance fondamentale dans le développement des théories de la fissuration du béton armé.

Les diverses lois envisagées par les théoriciens se classent pour la plupart en deux types principaux : les lois de variations sinusoïdales (théorie du Professeur Saliger) [38] et les lois de frottement uniforme (Théorie de Brice L.) [4]. Certains ont envisagé une loi de variation linéaire, et d'autres s'en sont tenus à l'adoption de formules d'origine expérimentale sans développements théoriques.

Pratiquement, les essais semblent montrer, du moins dans les zones médianes, que :

- a- La loi de répartition des contraintes de liaison béton-acier peut être interprétée comme ayant une variation (sinusoïdale) si : $\sigma_a < \frac{3}{4} \sigma_{en}$.
- b- La loi de répartition des contraintes de liaison béton-acier peut être assimilée progressivement à une loi de frottement constant si : $\sigma_a > \frac{3}{4} \sigma_{en}$.

L'évolution de ces idées est présentée dans le chapitre 2.

1.3.3. Evaluation de la résistance de traction du béton

On sait que la résistance à la traction du béton est très sensible à la moindre déficience locale de fabrication et que la valeur minimale σ_b en un point donné de la structure détermine l'apparition de la première fissure. Mais comme la distribution réelle de ces résistances locales de traction du béton présente un caractère parfaitement aléatoire, et donc la seule hypothèse possible du calcul de la fissuration, consistera à prendre en considération une valeur uniforme et minimale pour cette valeur qui sera définie à partir des éprouvettes normalisées.

1.3.4. Effet de variation de température

Cet effet peut être négligé dans les calculs de la fissuration, car pour des écarts de température ne dépassant pas $\pm 20^\circ C$, il correspond pratiquement à l'erreur d'évaluation du retrait du béton.

1.3.5. Observations

Les méthodes théoriques de calcul de l'état limite de fissuration en traction ou en flexion ne sont pas un domaine tout à fait général, car elles n'envisagent que les fissures perpendiculaires aux armatures principales. Elles ne considèrent ni celles parallèles aux armatures principales (que peuvent provoquer dans une poutre les actions tangentes entre l'âme et la zone de l'armature principale de traction), ni celles obliques (qui peuvent se développer dans l'âme sous l'action de l'effort tranchant combiné ou non avec celles des autres sollicitations). Pourtant, ces fissures longitudinales et obliques sont souvent plus dangereuses en ce qui concerne la corrosion que les fissures transversales de la zone d'enrobage de l'armature principale de traction.

1.4. Observations pratiques

Il est donc extrêmement important de connaître le mécanisme de la formation des fissures et celui de la corrosion des aciers. En effet, en soumettant des éprouvettes de béton armé à l'action d'un milieu plus ou moins agressif, de nombreuses expérimentations ont montré que la détérioration des armatures par la corrosion était d'autant plus rapide que les fissures du béton tendu étaient plus ouvertes. Pour obtenir une longévité suffisante des ouvrages, il est donc nécessaire de limiter l'ouverture des fissures. Les valeurs généralement admises pour la limite de cette ouverture, en fonction des conditions d'exploitation des ouvrages, sont les suivantes :

$W_f = 0.10 \text{ mm}$: Pour un ouvrage très exposé à la mer, actions de fumées ou atmosphère agressives.

$W_f = 0.20 \text{ mm}$: Pour un ouvrage extérieur soumis à des conditions normales d'exploitation.

$W_f = 0.30 \text{ mm}$: Pour un ouvrage protégé (intérieur d'un bâtiment par exemple).

Il est donc important, qu'au stade de la conception d'une construction, l'ouverture des fissures qui se formeront dans les conditions de service soit prévue. Et aussi il conviendra de déterminer la nature, la section ainsi les dispositions des armatures susceptibles de satisfaire aux conditions énoncées ci-dessus.

1.5. Plan de présentation de la recherche

Outre le chapitre 1 qui décrit la problématique de la fissuration, notre étude est scindée en 5 chapitres, traitant comme suit de :

- chapitre 2 les différentes méthodes de calcul des fissures, étude nécessaire à la détermination du domaine d'application de ces méthodes.
- chapitre 3 la théorie de la dégradation continue de la rigidité des éléments fléchis.
- chapitre 4 la partie expérimentale qui nous conduit à déterminer des résultats expérimentaux, nous permettant de les comparer aux valeurs calculées.
- chapitre 5 le calcul des poutres d'essais qui nous mène à la détermination des résultats théoriques (l'étude théorique des deux méthodes Kuczynski et CEB).

-chapitre 6 l'interprétation et comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus à ceux théoriques (Théorie de Kuczynski et celle du CEB). Ainsi que les conclusions avec les remarques et les perspectives.

Les six (6) annexes de A à F présentent :

Annexe A. Traite les Caractéristiques mécaniques des matériaux

- I. Formulation de béton pour la conception des poutres .
- II. Résultats d'essais de rupture en compression sur éprouvette de béton.
- III. Essais de traction sur l'acier utilisé.

Annexe B Etalonnage de la presse (dalle d'essais).

Annexe C Relevée et schématisation des fissures pour l'ensemble des poutres.

Annexe D Tableaux des espacements des fissures l_f .

Annexe E Tableaux des ouvertures des fissures.

Annexe F Graphes.

CHAPITRE II

Chapitre II Fissurations des poutres en béton armé

Sous charges de courte durée

2.1 Introduction

On se propose dans ce chapitre d'étudier le phénomène des fissures sous l'effet de charges concentrées croissantes jusqu'à la rupture (l'application de la charge est de courte durée). Généralement, c'est la faible capacité d'allongement du béton qui est à l'origine de la fissuration des éléments en béton armé. La déformation limite de traction du béton peut atteindre des valeurs de l'ordre de 100 à $200 \cdot 10^{-6}$ dans les poutres armées. A l'état de service, l'allongement limite du béton est dépassé dans les zones où l'acier travaille à un taux de contrainte élevé auquel correspond un allongement beaucoup plus grand que l'allongement limite du béton en traction. C'est à cause de cette différence entre l'allongement limite du béton et celui de l'acier que les fissures prennent naissance dans les poutres en béton armé en service.

Dans ce chapitre, on traitera les théories de la fissuration, dues respectivement à :

1. Saliger (Bond – Slip theory),
2. Broms (NO – Slip theory),
3. Ferry – Borges, qui est la combinaison des deux premières théories,
4. Théorie continue de Kurczynski,
5. Méthode du Comité Européen du Béton (CEB).

2. 2 Théorie de Saliger (Bond – Slip théorie)

Pour mieux comprendre le mécanisme de la fissuration dans les poutres fléchies, on a étudié ce phénomène sur les tirants. Car il existe une certaine analogie entre la fissuration dans la poutre fléchie d'une part et la fissuration dans le tirant soumis à une charge axiale de traction d'autre part.

Cette théorie s'applique aux prismes armés symétriquement et soumis à une charge de traction. Les principales hypothèses de cette théorie sont :

- a- l'armature se comporte élastiquement.
- b- la contrainte dans le béton est uniforme dans chaque section, c'est à dire qu'on conserve l'hypothèse de la planéité des sections,
- c- toutes les armatures sont continues le long du tirant et ont les mêmes caractéristiques géométriques.
- d- les contraintes dans le béton sont proportionnelles aux déformations.
- e- une rupture d'adhérence se produit entre les armatures et le béton ce qui provoque un glissement entre les deux matériaux.
- f- les contraintes d'adhérence le long des armatures après fissuration sont exprimées en fonction de sa contrainte maximale notée τ_u .

Le développement de la théorie de Saliger [38] peut être synthétisé de la façon suivante : Lorsque l'on exerce une charge de traction croissante aux deux extrémités d'une barre enrobée figure 2.1, la fissuration se produit quand on dépasse f_{ct} (valeur de la résistance du béton en traction).

Après fissuration, la contrainte dans le béton s'annule au droit des fissures à cause de la rupture d'adhérence qui se produit entre le béton et l'acier. Le béton entre fissures sera alors tendu par les contraintes d'adhérence qui lui transmettent une partie de la charge de traction P . Le développement théorique qui suit est basé sur l'étude de Wastein et Parsons [37].

Si on appelle S_{max} la distance maximale entre fissures, une nouvelle fissure se produit entre deux fissures préexistantes si leur entre-distance dépasse S_{max} .

On trouve ainsi que la résistance de traction du béton est atteinte à une distance égale à $S_{max}/2$, à partir d'une fissure existante.

A une distance x de la fissure, la contrainte de traction dans le béton est égale à la force transmise par adhérence divisée par l'aire du béton :

$$\sigma_{cx} = \frac{N\pi D}{A_c} \int_0^x \tau_x dx = \frac{4p}{D} \int_0^x \tau_x dx \quad (2.1)$$

avec :

N : Nombre de barres.

D : Diamètre de la barre.

A_c : Aire de la section du béton.

τ_x : La contrainte d'adhérence à une distance x de la fissure.

p : Le pourcentage d'armatures.

D'autre part, la contrainte dans l'armature à une distance x s'écrit :

$$\sigma_{sx} = \sigma_s - \frac{N\pi D}{A_s} \int_0^x \tau_x dx = \sigma_s - \frac{4p}{D} \int_0^x \tau_x dx \quad (2.2)$$

On atteint la résistance du béton à la traction f_{ct} à une distance $x = S_{max}/2$; en remplaçant f_{ct} dans (2.1), on obtient :

$$f_{ct} = \frac{4p}{D} \int_0^{S_{max}/2} \tau_x dx \quad (2.3)$$

Si on connaît la fonction de répartition des contraintes d'adhérence entre fissures, on pourra alors déterminer la valeur de S_{max} (distance maximale entre fissures). Pour trouver une solution générale au problème, on écrit comme suit la fonction de répartition des contraintes d'adhérence sous la forme qui suit :

$$\tau_x = \tau_\mu f\left(\frac{x}{S_{\max}}\right) = \tau_\mu f(\eta)$$

où : $\eta = x/S_{\max}$

avec : τ_μ : contrainte maximale d'adhérence

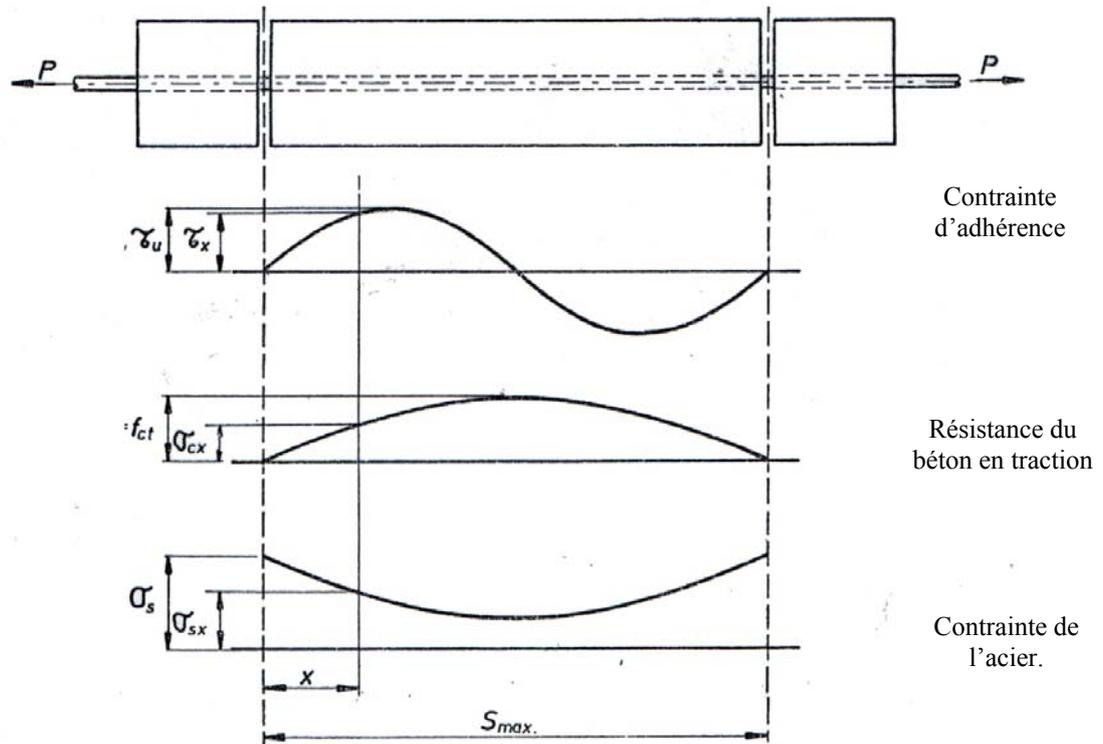


Figure 2.1 : Barre enrobée : rupture d'adhérence béton acier entre deux fissures.

On aura alors :

$$\int_0^{S_{\max}/2} \tau_x dx = \tau_\mu \int_0^{S_{\max}/2} f\left(\frac{x}{S_{\max}}\right) dx = \tau_\mu S_{\max} \int_0^{1/2} f(\eta) d\eta \tag{2.4}$$

En introduisant (2.4) dans (2.3), on trouve la valeur de S_{\max} , la distance maximale entre fissures :

$$S_{\max} = \frac{c_1 f_{ct} D}{4\tau_\mu p} \tag{2.5}$$

$$C_1 = \frac{1}{\int_0^{1/2} f(\eta) d\eta} \tag{2.6}$$

Cette solution générale montre que l'espacement S_{\max} est proportionnel au diamètre et inversement proportionnel au pourcentage d'armature.

On peut exprimer la distance entre fissures S sous une forme plus simple :

$$S = K_1 \frac{D}{p} \quad \text{avec} \quad K_1 = \frac{c_1 f_{ct}}{4\tau_\mu} \tag{2.7}$$

Pour le calcul de l'ouverture maximale, on calcule le glissement relatif entre le béton et l'armature sur la longueur S_{\max} . La déformation de glissement est donnée par la relation :

$$g_x = \frac{\sigma_{sx} - n \cdot \sigma_{cx}}{E_s} \quad (2.8)$$

avec : $n = E_s/E_c$

où :

n : Coefficient d'équivalence,

E_s : Module d'élasticité de l'acier (désigné aussi par E_a)

E_c : Module d'élasticité du béton (désigné aussi par E_b)

L'ouverture maximale d'une fissure est la somme de tous ces glissements unitaires sur la distance S_{\max} et ainsi :

$$W_{\max} = 2 \int_0^{S_{\max}/2} g \cdot x dx \quad (2.9)$$

En remplaçant (2.1) et (2.2) dans (2.9), on obtient :

$$W_{\max} = \frac{S_{\max}}{E_s} \left[\sigma_s - C_2 f_{ct} \left(\frac{1}{p} + n \right) \right] \quad (2.10)$$

$$C_2 = 8 \cdot C_1 \int_0^{1/2} d\eta \int_0^{\eta} f(\eta) d\eta \quad (2.11)$$

Il reste à connaître la distribution des contraintes d'adhérence entre fissures. Plusieurs chercheurs ont émis des hypothèses relatives à la forme de la fonction qui montre la distribution des contraintes d'adhérence dans la partie qui se trouve entre deux fissures. On donne à la figure (2.2) quelques représentations graphiques de cette fonction.

Dans son exposé, Odman [35] donne une méthode expérimentale pour le calcul d'une valeur globale de la contrainte d'adhérence en testant des tirants en béton armé à la traction.

On peut écrire sous une autre forme l'équation (2.10) :

$$\sigma_s = \frac{E_s W_{\max}}{S_{\max}} + C_2 f_{ct} \left(\frac{1}{p} + n \right) \quad (2.12)$$

Avant la fissuration, les ouvertures des fissures sont nulles, on aura :

$$\sigma_{so} = C_2 f_{ct} \left(\frac{1}{p} + n \right) \quad (2.13)$$

Pour déterminer la valeur de $C_2 f_{ct}$, on étudie la déformation d'une barre enrobée sous l'application d'une charge de traction croissante, fig.(2.3).

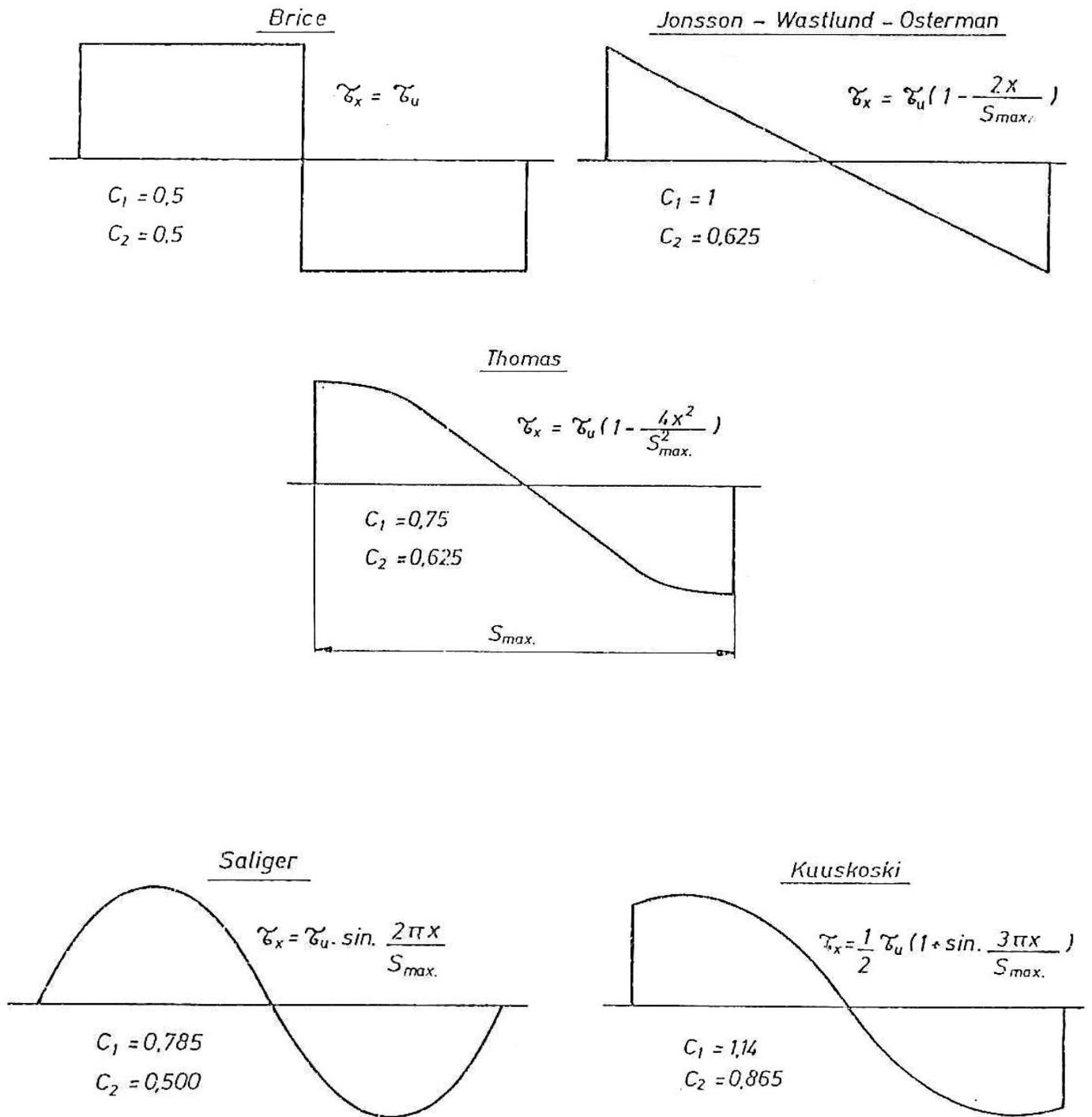


Figure 2.2 : Diagrammes de distribution des contraintes d'adhérence entre deux fissures.

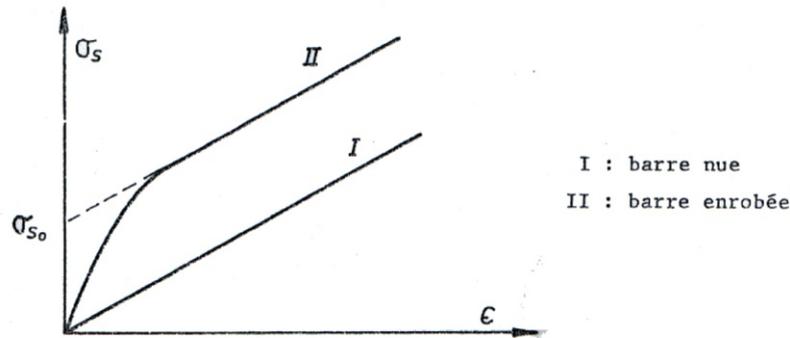


Figure 2.3 : Diagramme contrainte-déformation d'une barre nue et enrobée.

où :

- σ_s : Contrainte appliquée
 ε : Déformation totale de la barre enrobée.

Au début, la barre enrobée se comporte élastiquement jusqu'au moment où la résistance du béton à la traction est atteinte. Il y a alors fissuration du béton et le module de déformation de la barre enrobée est à peu près égal à celui de la barre nue.

On peut déduire par extrapolation dans la courbe II fig.(2.3), la valeur de la contrainte dans la barre avant fissuration et ainsi calculer une valeur approchée de $C_2 f_{ct}$ à l'aide de l'équation (2.13). Odman définit $C_2 f_{ct}$, comme étant la valeur maximale de la contrainte moyenne de traction du béton f_m .

En utilisant f_m , on déduit que la valeur moyenne des ouvertures des fissures peut s'écrire comme suit :

$$W_{moy} = \frac{S_{moy}}{E_s} \left[\sigma_s - f_m \left(\frac{1}{p} + m \right) \right] \quad (2.14)$$

De même, la distance moyenne entre fissures s'écrit :

$$S_{moy} = \frac{1}{2} \frac{D}{p} \frac{f_m}{\tau_m} \quad (2.15)$$

Avec :

- D : Diamètre de la barre.
p : Pourcentage d'armature.
 f_m : Résistance moyenne du béton à la traction.
 τ_m : Valeur moyenne de la contrainte d'adhérence.

Ainsi, on pourra déterminer, à l'aide des essais réalisés sur des tirants, la valeur du coefficient f_m/τ_m pour chaque type de barre.

En réalité, la courbe II de la figure (2.3) n'est pas continue, car l'apparition de chaque fissure se traduit par un glissement relatif entre le béton et l'acier.

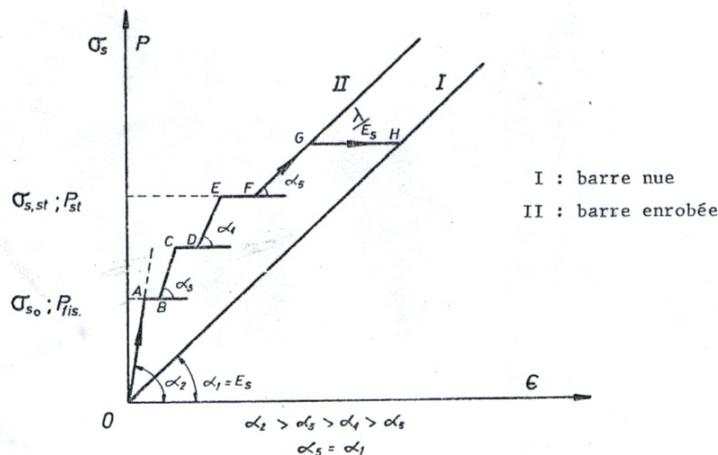


Figure 2.4 : Courbe de déformation dans le cas d'une barre nue et enrobée.

La figure 2.4 représente le comportement réel d'une barre enrobée. On observe qu'au début, cette barre se déforme élastiquement suivant la droite OA de pente α_2 . Le point A marque l'instant de l'apparition de la première fissure, on déduit alors la charge de fissuration P_{fiss} . Cette fissure se traduit par un glissement AB. Si on augmente la charge de traction qui agit sur la barre enrobée, celle-ci se déforme suivant la droite BC de pente α_3 , d'une valeur intermédiaire entre α_2 qui est le module élastique de la barre enrobée avant fissuration, et α_1 le module élastique E_s de la barre nue.

L'apparition d'une deuxième fissure se traduit par un deuxième glissement CD.

Pour une charge plus grande, la barre se déforme suivant DE, jusqu'à l'apparition d'une nouvelle fissure. On peut arriver à une charge P_{st} au-delà de laquelle le nombre des fissures reste constant. On appelle cette charge la charge de stabilisation.

Au-delà de la charge de stabilisation, la barre enrobée se déforme suivant une droite parallèle à la droite I qui représente la déformation de la barre nue.

Ainsi, on peut dire qu'au-delà de la charge de stabilisation, la contribution du béton dans la reprise des efforts de traction reste constante et elle se présente sous forme de frottement.

Si λ/E_s est la déformation empêchée de la barre due à la présence du béton entre fissures, la déformation moyenne de la barre enrobée est donnée comme suit :

$$\varepsilon_{smoy} = (\tau_s - \lambda) \frac{1}{E_s} \quad (2.16)$$

Avec :

σ_s : Contrainte dans la barre nue, en même temps la contrainte dans l'armature au droit des fissures dans la barre enrobée.

λ : Effet de la contribution du béton entre fissures à reprendre des efforts de traction.

Si on compare l'équation (2.16) à l'équation (2.10), on trouve :

$$\lambda \approx C_2 f_{ct} \left(\frac{1}{\rho} + n \right) \quad (2.17)$$

Ainsi, suivant cette méthode expérimentale, on peut évaluer la valeur de λ (qui donne la contribution du béton entre fissures à reprendre les efforts de traction).

La collaboration du béton λ peut être annulée suite aux effets de répétition des charges et aux effets des charges de longue durée.

Cela est dû à la détérioration de l'interface acier-béton qui annule toute adhérence en même temps que tout frottement entre les deux matériaux. Des glissements successifs ramenant le point G au point H fig. (2.4) où la contribution du béton entre fissures à la reprise des efforts de traction sera complètement annulée. D'autre part, si on représente sur un diagramme la distance moyenne entre fissures S_{moy} , en fonction de la charge P , fig. (2.5), on trouve que S_{moy} diminue en fonction de P . La charge de stabilisation P_{st} , détermine le stade de fissuration limite où pour des charges supérieures à P_{st} , le nombre de fissures reste constant.

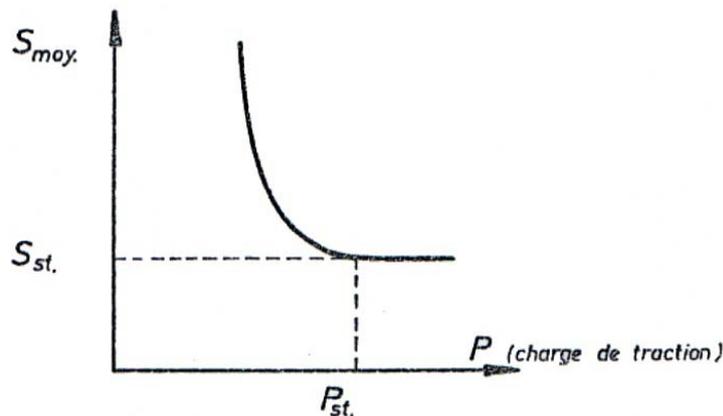


Figure 2.5 : Variation de l'espacement moyen en fonction de la charge P .

Toutes les formules de fissuration sont élaborées pour la charge de stabilisation Pst. Ces formules supposent que les contraintes d'adhérence restent constantes à des charges plus élevées que Pst, et ainsi la contribution du béton entre fissures reste constante et se traduit sous forme de frottement.

La théorie qui vient d'être résumée concerne la fissuration des tirants ; plusieurs chercheurs ont tenté d'appliquer cette théorie à la fissuration des poutres fléchies.

Cela consiste à admettre que la zone tendue de la poutre se comporte comme un tirant soumis à une charge de traction uni axiale. Le problème consiste à déterminer quelle partie de la poutre peut être équivalente à un tirant.

Dans le développement qui suit, on tient compte des hypothèses suivantes :

- a) la contrainte de l'acier n'atteint pas la limite élastique.
- b) les armatures sont continues sur la partie tendue de la poutre et ont le même diamètre et les mêmes caractéristiques.
- c) les déformations dans le béton sont proportionnelles aux contraintes.
- d) le moment de flexion est constant dans la zone fissurée.
- e) la position de l'axe neutre reste constante sur la longueur S, (distance entre fissures).

Comme dans le cas des tirants, la théorie de la fissuration dans les poutres fléchies, est élaborée au stade de stabilisation. On admet encore dans la théorie de fissuration de la poutre que la contrainte qui existe dans le béton entre deux fissures peut atteindre mais ne dépasse pas la résistance du béton en traction. On détermine par S_{\max} , la distance maximale entre fissures, fig. (2.6).

La contrainte de traction dans l'acier à une distance x d'une fissure s'écrit :

$$\sigma_{sx} = \sigma_s - \frac{N\pi D}{A_s} \int_s^x \tau_x dx \quad (2.18)$$

Dans une section fissurée, on peut exprimer le moment résistant par :

$$M = A_s \sigma_s J_d \quad (2.19)$$

D'autre part, à une distance x d'une fissure :

$$M = A_s \sigma_{sx} \cdot J_{xd} + \sigma_{cx} \cdot I / h \quad (2.20)$$

avec :

I : Moment d'inertie de la section non fissurée.

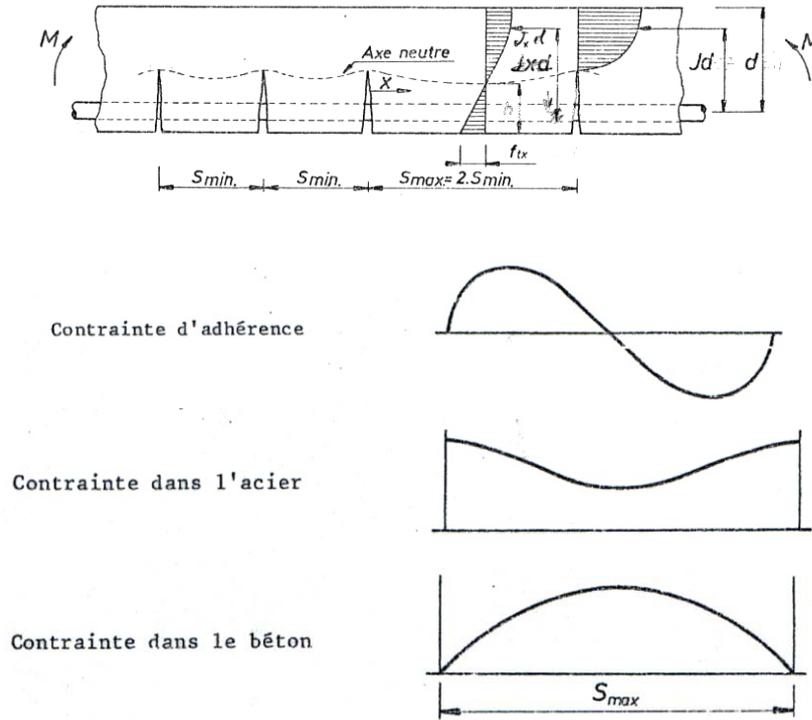


Figure 2.6 : Evolution des diagrammes des contraintes en fonction de la position de la fissure.

Selon l'hypothèse (e), $j=j_x$, on trouve la contrainte dans le béton en égalisant les équations (2.19) et (2.20) :

$$\sigma_{cx} = \frac{N \cdot \pi \cdot D}{I} \cdot h \cdot j_d \int_0^x \tau_x \cdot dx \tag{2.21}$$

Si on admet, comme dans le cas de la fissuration des tirants, que la résistance du béton en traction est atteinte à la distance $x=S_{max}/2$ d'une part, et que l'adhérence τ_x dans une section x est fonction de l'adhérence maximale τ_u , on peut trouver la valeur de S_{max} en intégrant l'équation (2.21) entre zéro et $S_{max} / 2$:

$$S_{max} = \frac{C_1 \cdot I \cdot D \cdot f_{ct}}{h \cdot A_s \cdot j_d \cdot \tau_u} \tag{2.22}$$

C_1 : a été défini par l'équation (2.6).

Pour trouver W_{max} , il suffit de remplacer les équations (2.19) et (2.21) dans (2.9), on obtient :

$$W_{max} = \frac{S_{max}}{E_s} \left[\sigma_s - C_2 f_{ct} \left(\frac{I}{h A_s j_d} + n \right) \right] \tag{2.23}$$

C_2 : est défini par l'équation (2.11)

Si on compare les équations (2.10) et (2.23), on constate qu'il y a une grande similitude entre elles et en déduit que la section du béton prise en considération dans le cas de la poutre fléchie est égale à :

$$A_c = \frac{I}{h \cdot j_d} \quad (2.24)$$

Toutes les autres théories de fissuration diffèrent de la théorie classique discutée plus précédemment par la manière de calculer la distance entre fissures. Car si on admet une répartition quelconque des contraintes d'adhérence, on pourra estimer la déformation moyenne des armatures et ainsi les ouvertures des fissures sont fonction de la distance qui les sépare.

2. 3 Théorie de Broms (No Slip theory) :

La théorie de Broms [5] peut être appelée la théorie du « non glissement », dans le sens qu'elle est basée sur l'hypothèse principale que l'adhérence n'est pas rompue entre le béton et les armatures au droit des fissures.

Cette théorie suppose qu'il existe une relation linéaire entre la distance entre fissures et l'épaisseur de l'enrobage. De même l'ouverture d'une fissure en un point donné est proportionnelle à la distance qui se trouve entre le point où on mesure la fissure et la barre la plus proche.

Broms trouve que la distance moyenne entre fissures peut être exprimée par :

$$S_{moy} = K_1 C \quad (2.25)$$

où C : est l'enrobage mesuré à partir du centre de gravité de la barre.

D'autre part, l'ouverture moyenne des fissures s'écrit :

$$W_{moy} = K_1 C \cdot \varepsilon_{sm} \quad (2.26)$$

où ε_{sm} : est la déformation moyenne de l'armature.

Broms donne pour K_1 une valeur égale à 2.

Les essais ont montré [3] que la théorie de Saliger est plus correcte dans le cas des tirants que dans le cas des poutres, tandis que la théorie de Broms est plus correcte dans le cas des poutres que dans le cas des tirants.

2. 4 Théorie de Ferry-Borges

Cette troisième théorie est la combinaison des deux précédentes. Celle – ci se différencie par la manière de déterminer S ; la distance entre fissures.

On a vu que, dans la théorie de Saliger (cfr.:2.1), la distance entre fissures est proportionnelle au diamètre D et inversement proportionnelle au pourcentage d'armature P :

$$S = K_1 D / P \quad (2.7)$$

Par ailleurs, selon la théorie de Broms (cfr. :2.2), la distance entre fissures est proportionnelle à l'épaisseur d'enrobage du béton :

$$S = K_2 C \quad (2.25)$$

Ferry-Borges [15] propose une théorie dans laquelle la distance entre fissures est proportionnelle à la fois au coefficient D/P et à l'enrobage C .

Ainsi l'espacement moyen entre fissures est donné sous la forme :

$$S_{moy} = K_1 D / P + K_2 C \quad (2.27)$$

où K_1 et K_2 sont des constantes.

L'ouverture moyenne des fissures s'écrit :

$$W_{moy} = S_{moy} (\varepsilon_{s moy} - \varepsilon_{c moy}) \quad (2.28)$$

Avec : $\varepsilon_{s moy}$ = déformation moyenne des armatures entre fissures.

$\varepsilon_{c moy}$ = déformation moyenne du béton entre fissures.

Généralement, la déformation du béton entre fissures est négligeable par rapport à la déformation de l'armature, et l'équation (2.28) se ramène à :

$$W_{moy} = S_{moy} \cdot \varepsilon_{s moy} \quad (2.29)$$

La déformation moyenne de l'armature est prise à partir de la déformation de la section fissurée et cela en lui soustrayant une déformation qui correspond à la contribution du béton entre fissures.

Cette contribution a été définie dans le paragraphe précédent par le facteur λ / E_s (cfr. :2.1. fig. 2. 4).

Si σ_{cm} , est la contrainte moyenne dans le béton entre fissures, la contrainte moyenne de l'acier est obtenue comme suit:

$$\sigma_{sm} = \sigma_s - \sigma_{cm} / P \quad (2.30)$$

avec P : Pourcentage des armatures.

On peut exprimer la contrainte moyenne du béton en fonction de f_{ct} (résistance du béton à la traction) par :

$$\sigma_{cm} = K_3 f_{ct}. \quad \text{où } K_3 \text{ est une constante.}$$

Ainsi, l'équation (2.28) s'écrit en remplaçant S_{moy} par la valeur donnée en (2.27).

$$W_{moy} = (K_1 \cdot D / p + K_2 \cdot C) \left(\sigma_s - \frac{K_3 F_{ct}}{p} \right) \frac{1}{E_s} \quad (2.31)$$

Dans cette méthode, on admet également que la distribution des distances entre fissures suit une loi normale et que la distance moyenne entre fissures est égale à :

$$S_{moy} = 1.5 S_{min} = 0.75 S_{max}.$$

Dans le cadre de notre travail, on appliquera cette méthode qui est également celle adoptée par le Comité Européen du Béton pour le calcul des ouvertures des fissures à l'instant de la mise en charge [31].

CHAPITRE III

Chapitre III Théorie continue de Kuczynski et méthode du CEB

3.1. Théorie continue appliquée a l'état de fissuration des poutres en béton armé

3.1.1. Principe

D'après la théorie continue découverte par W. Kuczynski [22], méthode Ψ , en partant de la théorie des variations continues de rigidité des éléments en béton armé fléchis [20], on considère que la continuité du phénomène de transmission d'une phase de réflexion à l'autre se produit graduellement sous l'effet de la charge croissante.

D'où la fonction entre le moment et la courbure, ou entre le moment et la flèche porte un caractère de courbe lisse monotone et croissante. Pour la détermination des formules de base, nous considérons un tronçon de poutre en béton armé soumis à un moment fléchissant (fig.3.1).

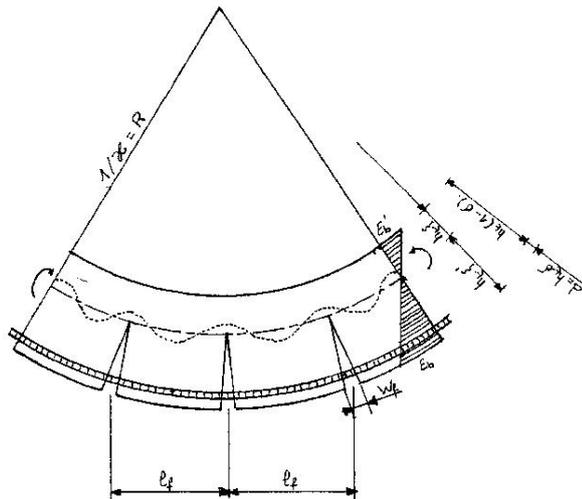


Figure 3.1 : Courbe d'un tronçon de poutre fissurée sous la flexion

L'équation présentant la courbure moyenne s'écrit:

$$\chi = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_b' + \varepsilon_b}{h_t} = \frac{\varepsilon_b'}{h_t \cdot \xi} = \frac{\varepsilon_b}{h_t \xi'} \quad (3.1)$$

où :

$$\begin{aligned} h_t \cdot \xi &= x \\ h_t \cdot \xi' &= h_t - x \\ h &= h_t(1 - \delta) \\ \delta &= \frac{d}{h_t} \end{aligned}$$

On doit respecter les conditions suivantes :

- Le principe de Bernoulli relatif aux sections planes reste valable pour toutes les phases du béton armé.
- Dans la phase initiale de travail, la déformation de la poutre obéit à la loi de Hooke.
- L'état limite de la rupture de la section apparaît quand la contrainte dans l'acier tendu atteint la valeur de la limite de plasticité, et que la contrainte dans le béton comprimé est égale à la valeur de la résistance à la compression par flexion ; cet état est équivalent à la formation de l'articulation plastique, en conséquence l'état de contrainte de la section atteint alors la valeur maximale.
- L'apparition de la première fissure, liée au moment de fissuration correspond au deuxième état limite de la poutre, sans provoquer cependant sur le diagramme « moment-courbure » (fig.3.2) de perturbation.
- La courbure de la poutre est mesurée par rapport à l'axe neutre idéalisé, donc on ne tient pas compte du caractère ondulé de l'axe neutre, ni des changements de sa position au fur et à mesure du passage de la phase I aux phases II et III.

L'influence de ces phénomènes est prise en considération dans le paramètre expérimental Ψ .

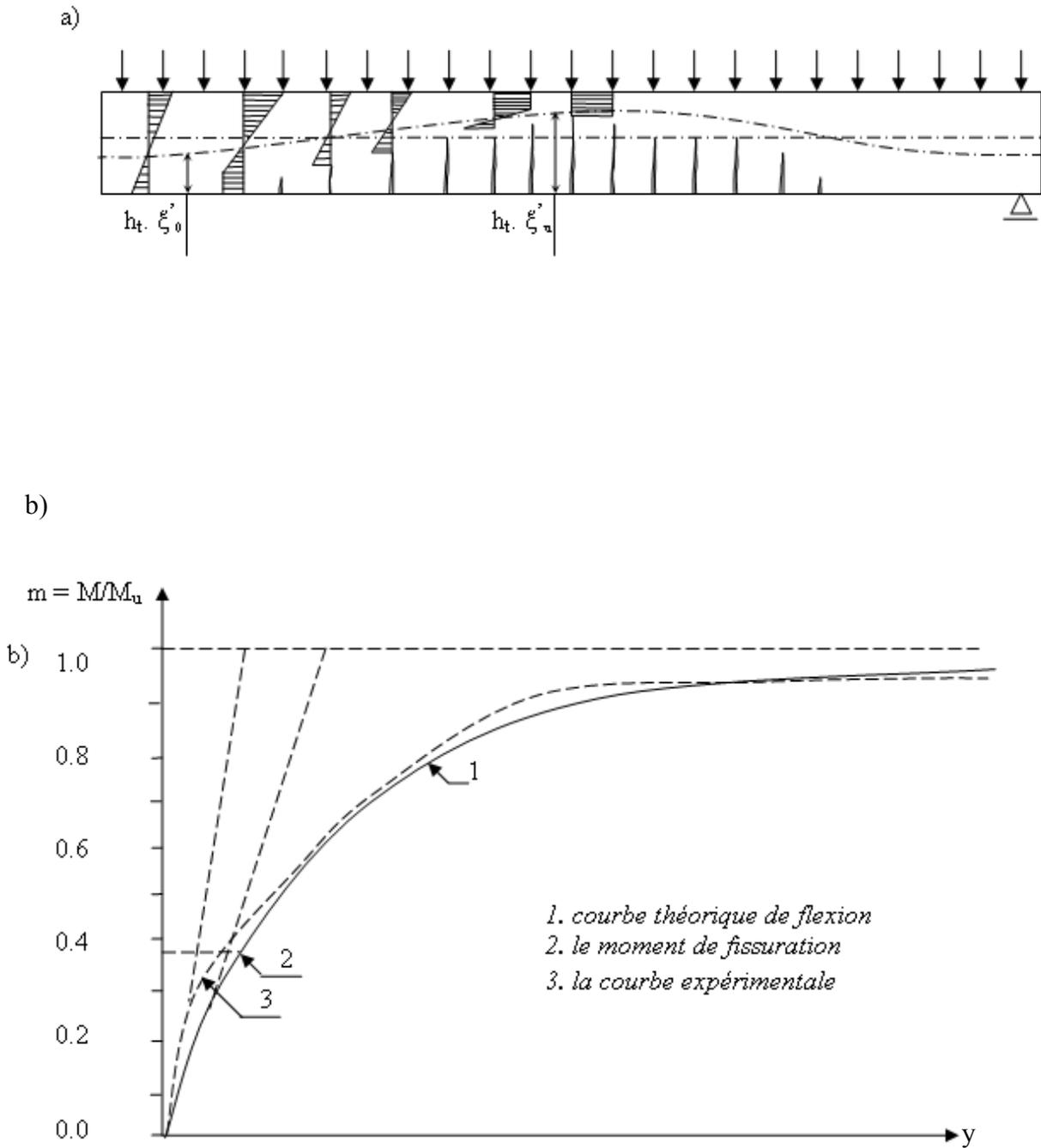


Figure 3.2 : Flexion d'une poutre.

a) Les phases de flexion

b) La courbe de la flèche en fonction de $m=M / M_u$

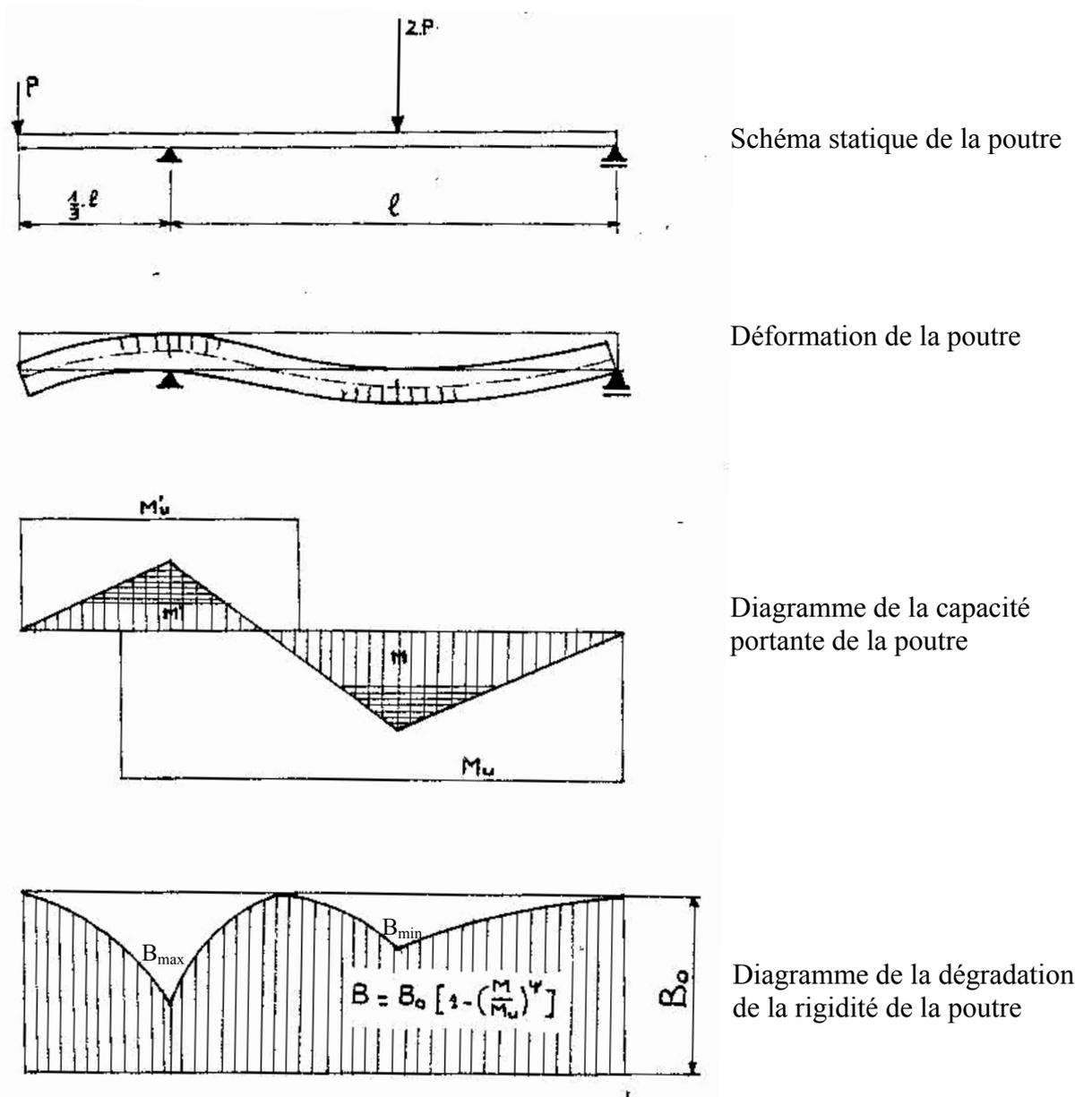


Figure 3.3 : Etude d'une poutre en encorbellement.

La poutre en béton-armé est analysée en tant que modèle de poutre qui se caractérise par une diminution de la rigidité $B=B_0.(1-m^\psi)$ de la section proportionnellement à l'accroissement du moment. Comme illustré par l'exemple d'une poutre en encorbellement (fig .3.3).

D'où on déduit l'équation de la courbure suivante :

$$l \cdot \chi_m = \frac{d^2 y}{d\xi^2} = \frac{M_f \cdot l}{B_0(1-m^\psi)} = \frac{M_u \cdot l}{B_0} \cdot \frac{m}{(1-m^\psi)} = K \cdot \bar{\chi} \quad (3.2)$$

où :

K : Coefficient de souplesse qui donne les caractéristiques mécaniques d'une section.

χ : Courbure réduite (signifie pour notre étude la fonction fondamentale de la rigidité).

Avec :

$$K = \frac{M_u \cdot l}{B_0} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{m}{1 - m^\Psi}$$

Les autres symboles ont la signification suivante :

M_u : Moment ultime de la section qui présente la même valeur que M_R (moment de rupture) pour les systèmes isostatique, mais pour les systèmes hyperstatique, en général on prend $M_u > M_R$.

L : Longueur de la travée de la poutre.

$B_0 = \gamma E_b I_0$: Rigidité initiale de flexion d'une section où :

γ : Coefficient de correction au début de la charge (schéma statique) et du modèle de préfabrication

$m = \frac{M}{M_u}$: Rapport du moment de flexion dans une section au moment ultime de cette section

(degré d'avancement de charge).

Ψ : Coefficient de plastification et de fissuration du béton (paramètre expérimental qui dépend de la résistance du béton et de l'armature, compris entre 1.4 et 6. Valeurs plus courantes utilisées $\Psi = 2.0$).

L'équation (3.2) décrit d'une façon uniforme, tout le processus non linéaire de flexion d'une poutre en béton armé. L'état de fissuration de la poutre précède notamment l'état de sa rupture et peut être décrit par la même équation. Le calcul de la distance entre fissures sera fait à l'aide des formules du C. E. B.

3.1.2 Equation générale d'une section rectangulaire

Conformément à la figure 3.2a, la figure 3.4 présente une section analysée d'une poutre en béton armé, ainsi que la répartition admise des déformations et des contraintes (la répartition des contraintes se rapporte à une section quelconque non fissurée).

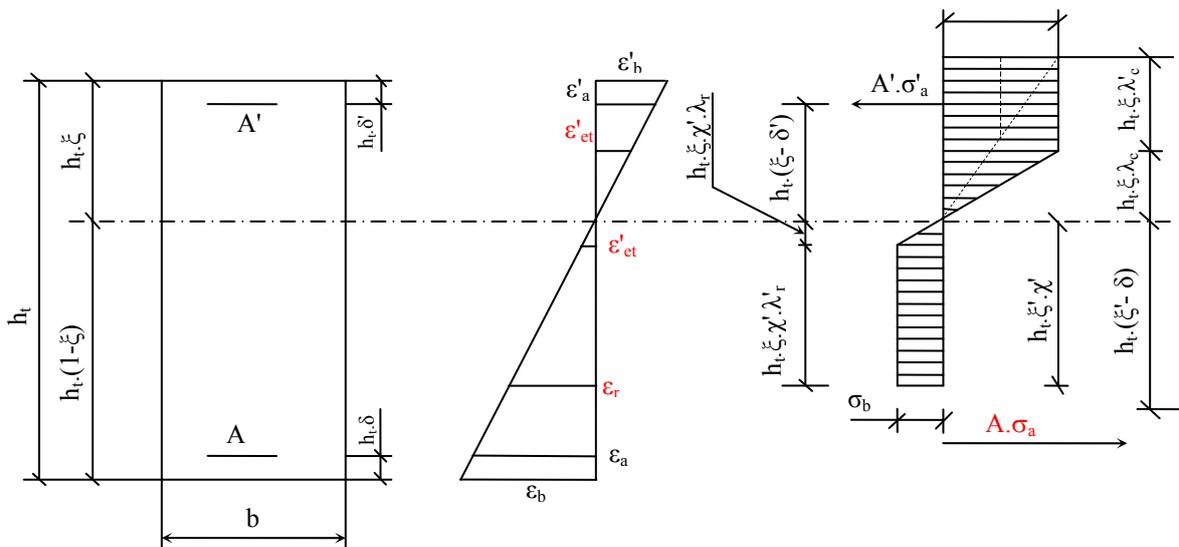


Figure 3.4 : Diagrammes des déformations et des contraintes.

Ayant recours à la première condition d'équilibre $\Sigma \vec{X}_i = \vec{0}$, nous obtenons :

$$\frac{1}{2} \sigma'_b b h_t \xi \lambda_c + \sigma'_b b h_t \xi \lambda'_c + A' \sigma'_a - \frac{1}{2} \sigma'_b b h_t \xi' \chi \lambda_r - \sigma_b b h_t \xi' \chi \lambda_r - A \sigma_a = 0$$

et en divisant par $b h_t$, nous obtenons :

$$\sigma'_b \xi \left(\frac{1}{2} \lambda_c + \lambda'_c \right) + \bar{\omega}' \sigma'_a - \sigma_b \xi' \chi \left(\frac{1}{2} \lambda_r + \lambda'_r \right) - \bar{\omega} \sigma_a = 0 \quad (3.3)$$

Il en résulte que toutes les relations géométriques de la section de béton armé sont en fonctions de la hauteur totale et (non de la hauteur utile qui est égale):

$$h = h_t (1 - \delta) ; \text{ avec } \delta = \frac{d}{h_t} ;$$

une telle présentation de la formule permet d'appliquer une très grande généralisation.

Dans la formule (2.3) nous avons :

$$\bar{\omega} = \frac{A}{b h_t} \quad \text{et} \quad \bar{\omega}' = \frac{A'}{b h_t}$$

Ainsi que :

$$\begin{aligned} \varepsilon'_b \leq \varepsilon_{éc} = \frac{R_b}{E_b} &\rightarrow \lambda_c = 1.0 \\ \sigma'_b = E_b \varepsilon'_b \lambda_c, \text{ lorsque :} & \\ \varepsilon'_b > \varepsilon_{éc} &\quad \lambda_c = \frac{\varepsilon_{éc}}{\varepsilon'_b} \end{aligned}$$

λ_c, λ'_c : Coefficients caractérisant l'état de plastification de la zone comprimée du béton.

avec :

$\sigma_b = E_b \varepsilon_b \chi \lambda_r$, lorsque :

$$\varepsilon_b < \varepsilon_{ét}, \chi = 1.0, \lambda_r = 1.0$$

$$\varepsilon_{ét} < \varepsilon_b < \varepsilon_r, \chi = 1.0, \lambda_r = \frac{\varepsilon_{ét}}{\varepsilon_b}$$

$$\varepsilon_b > \varepsilon_r, \chi = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_b}, \lambda_r = \frac{\varepsilon_{ét}}{\varepsilon_r}$$

χ : Coefficient déterminant la part du béton travaillant à la traction.

λ_r : Coefficient caractérisant l'état de plastification de la zone tendue du béton.

$\sigma_a = E_a \varepsilon_a \lambda_a$, lorsque :

$$\varepsilon_a \leq \varepsilon_u = \frac{R_a}{E_a}, \lambda'_a = 1.0 \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_a > \varepsilon_u, \lambda_a = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_a}$$

$$\sigma'_a = E_a \varepsilon'_a \lambda'_a, \text{ lorsque :}$$

$$\varepsilon'_a \leq \varepsilon_u = \frac{R_a}{E_a}, \lambda'_a = 1.0$$

$$\varepsilon'_a > \varepsilon_u, \lambda'_a = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon'_a}$$

λ_a, λ'_a : Coefficients caractérisant l'état de plastification de l'armature principale.

Evidemment ; nous avons :

$$\lambda'_c = 1 - \lambda_c \quad \text{et} \quad \lambda'_r = 1 - \lambda_r$$

En introduisant ces relations dans l'équation (3.3) nous obtenons :

$$E_b \varepsilon'_b \lambda_c \xi \left(1 - \frac{1}{2} \lambda_c\right) + E_a \varepsilon'_a \lambda'_a \bar{\omega}' - E_b \varepsilon_b \chi^2 \lambda_r \xi' \left(1 - \frac{1}{2} \lambda_r\right) - E_a \varepsilon_a \lambda_a \bar{\omega} = 0$$

Et en divisant par E_b et après une transformation simple, cela aboutit à :

$$\begin{aligned} & \frac{\varepsilon'_b}{\xi} \xi^2 \left(\lambda_c - \frac{1}{2} \lambda_c^2\right) + \frac{\varepsilon'_a}{\xi - \delta'} (\xi - \delta') n \bar{\omega}' \lambda'_a - \frac{\varepsilon_b}{\xi'} \xi'^2 \chi^2 \left(\lambda_r - \frac{1}{2} \lambda_r^2\right) \\ & - \frac{\varepsilon_a}{\xi' - \delta} (\xi' - \delta) n \bar{\omega} \lambda_a = 0 \end{aligned} \quad (3.3. a)$$

$$\text{tel que :} \quad n = \frac{E_a}{E_b}; \delta' = \frac{d'}{h_t}; \delta = \frac{d}{h_t}$$

$$\text{avec :} \quad \frac{\varepsilon'_b}{\xi} = \frac{\varepsilon'_a}{\xi - \delta'} = \frac{\varepsilon_b}{\xi} = \frac{\varepsilon_a}{\xi' - \delta} \quad (3.5)$$

La relation (3.5) présente la courbure par unité de la hauteur de la section. En ayant recours à cette relation, nous obtenons l'équation de la position de l'axe neutre en divisant les deux termes de l'équation (3.3) par celui de (3.5) ;

$$\xi^2 \left(\lambda_c - \frac{1}{2} \lambda_c^2\right) + n \bar{\omega}' \lambda'_a (\xi - \delta') - \xi'^2 \chi^2 \left(\lambda_r - \frac{1}{2} \lambda_r^2\right) - n \bar{\omega} \lambda_a (\xi' - \delta) = 0$$

Après avoir remplacé ξ' par $1 - \xi$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \xi^2 \left[(\lambda_c - \frac{1}{2} \lambda_c^2) - \chi^2 (\lambda_r - \frac{1}{2} \lambda_r^2) \right] + \xi \left[n\bar{\omega} \lambda_a + n\bar{\omega}' \lambda'_a + 2\chi^2 (\lambda_r - \frac{1}{2} \lambda_r^2) \right] \\ & - \left[\delta n\bar{\omega}' \lambda'_a + (1 - \delta) n\bar{\omega} \lambda_a + \chi^2 (\lambda_r - \frac{1}{2} \lambda_r^2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

En partant de la deuxième condition d'équilibre, nous obtenons :

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \sigma'_b \lambda_c \xi h_t \frac{2}{3} \xi h_t b + \sigma'_b b \lambda_c' \xi h_t (\xi h_t - \frac{1}{2} \xi h_t \lambda'_c) + A' \sigma'_a h_t (\xi - \delta') + \\ & \frac{1}{2} \sigma_b b \chi \lambda_r \xi \frac{2}{3} \chi \lambda_r \xi h_t + \sigma_b b \chi \lambda_r' \xi h_t (\chi \xi h_t - \frac{1}{2} \chi \xi h_t \lambda'_r) + A \sigma_a h_t (\xi' - \delta), \end{aligned}$$

En divisant par bh_t^2 ; et après simple transformation nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{M}{bh_t^2} &= \sigma'_b \xi^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \lambda_c^2 \right) + \sigma_b \xi'^2 \chi^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \lambda_r^2 \right) \\ & + \sigma'_a \bar{\omega}' (\xi - \delta') + \sigma_a \bar{\omega} (\xi' - \delta) \end{aligned} \quad (3.7)$$

En remplaçant, $\sigma'_b, \sigma_b, \sigma'_a, \sigma_a$ et la relation (3.5) dans l'équation (3.7) nous obtenons :

$$\frac{M}{bh_t^2 E_b} = \frac{\varepsilon_b}{\xi'} \left[\left(\frac{1}{2} \lambda_r - \frac{1}{6} \lambda_r^3 \right) \xi^3 + \chi^3 \left(\frac{1}{2} \lambda_r - \frac{1}{6} \lambda_r^3 \right) \xi'^3 + n\bar{\omega}' \lambda_a (\xi - \delta')^2 + \right. \\ \left. n\bar{\omega} \lambda_a (\xi' - \delta)^2 \right] \quad (3.8)$$

Ensuite, nous introduisons la notion de rigidité réduite (e_j) qui tient compte non seulement de la forme de la section, mais également de la répartition non linéaire des contraintes le long de la section :

$$(e_j) = \left(\frac{1}{2} \lambda_r - \frac{1}{6} \lambda_r^3 \right) \xi^3 + \chi^3 \left(\frac{1}{2} \lambda_r - \frac{1}{6} \lambda_r^3 \right) \xi'^3 + n\bar{\omega}' \lambda_a (\xi - \delta')^2 + n\bar{\omega} \lambda_a (\xi' - \delta)^2 \quad (3.9)$$

La notion de rigidité

(e_j) exprimée par la formule (3.9) peut être appelée (Rigidité Réduite), étant donné qu'après multiplication par $bh_t E_b$; nous obtenons la rigidité de flexion de la poutre pour différents niveaux de contraintes.

Nous transformons la relation (3.8) pour lui donner la forme correspondant aux formules (3.1) et (3.2) ; soit :

$$\frac{M}{bh_t^2 E_b} = \frac{\varepsilon_b}{\xi'}(e_j)$$

En divisant par h_t ; cela devient :

$$\frac{M}{bh_t^3 E_b(e_j)} = \frac{\varepsilon_b}{\xi' h_t} = \frac{1}{R} = \chi \quad (3.10)$$

La relation (3.8), peut être également transformée en une formule analogue aux formules connues appliquées en résistance des matériaux ; en introduisant l'indice réduit de la résistance de la section.

Pour des contraintes de traction sollicitées dans les fibres inférieures de la poutre, nous avons :

$$\frac{M}{bh_t^2} = \frac{E_b \varepsilon_b(e_j)}{\xi'} = \frac{\sigma_b(e_j)}{\xi'} = \sigma_b W'$$

où :

$$\frac{M}{bh_t^2 W'} = \sigma_b \quad (3.11)$$

σ_b : Contraintes conventionnelle (fictive) à l'arête inférieure,

W' : Indice réduit de résistance de la section.

Remarque : Les formules (3.11), se rapportent à toute la gamme de travail du béton armé depuis la phase I jusqu'à la phase III.

3.1.3. Moment de fissuration

La valeur moyenne de fissuration pourrait être déterminée, en prenant en compte la valeur moyenne de la déformation ultime du béton en traction (ε_b).

En se basant sur l'équation (3.10), nous avons :

$$\varepsilon_b = \frac{h_t \xi'}{R} = \frac{M h_t \xi'}{b h_t^3 E_b(e_j)}, \quad \text{avec : } M = b h_t^2 R'_c \mu'$$

$$\text{d'où : } \varepsilon_b = \frac{b h_t^2 R'_c \mu' h_t \xi'}{b h_t^3 E_b(e_j)} = \frac{\mu' R'_c}{W' E_b} \quad (3.12)$$

$$\text{Tel que : } \mu' = \frac{M}{b h_t^2 R'_c}, \quad \text{et } W' = \frac{(e_j)}{\xi'}$$

De l'équation (3.12), on tire μ' par la transformation suivante :

$$\varepsilon_b = \frac{\mu' R'_c}{W' E_b} \Rightarrow \mu' = \varepsilon_b W' \frac{E_b}{R'_c}$$

$$\text{on a : } \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ét}} = \frac{1}{\lambda_r} \Rightarrow \lambda_r = \frac{\varepsilon_{ét}}{\varepsilon_b}$$

$$\mu' = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ét}} W' \frac{E_b \varepsilon_{ét}}{R'_c} = \frac{W'}{\lambda_r} \frac{R'_t}{R'_c} = \frac{W'}{\lambda_r} K'$$

avec $K' = \frac{R'_t}{R'_c}$: l'indice de fiabilité.

D'où la valeur finale du moment réduit de fissuration suivante :

$$\mu'_r = \frac{M_r}{b h_t^2 \sigma'_b} = K' \frac{W'_r}{\lambda_r} \quad (3.13)$$

La figure 3.5. présente un abaque pour la détermination de la valeur μ' en fonction de $\bar{\omega}.n$ et K' . On a admis pour les calculs que $\bar{\omega} = 0$ et $\delta = 0.1$, ce qui correspond aux cas de sections en béton armé les plus fréquents. La grandeur ε_r (Déformation ultime du béton à la traction), peut être déterminée à l'aide de la formule de "Ciskrel's "

$$\varepsilon_r = \varepsilon_b \left(1 + 100 \bar{\omega} \frac{\phi_0}{\phi}\right) \quad (3.14)$$

En divisant l'équation (3.14) par $\varepsilon_{ét}$ nous obtenons :

$$\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{ét}} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ét}} \left(1 + 100 \bar{\omega} \frac{\phi_0}{\phi}\right), \quad (3.15)$$

$$\text{d'où : } \frac{1}{\lambda_r} = \frac{1}{\lambda_b} \left(1 + 100 \bar{\omega} \frac{\phi_0}{\phi}\right)$$

$$\text{avec : } \lambda_r = \frac{\varepsilon_{ét}}{\varepsilon_r} \quad \text{et } \lambda_b = \frac{\varepsilon_{ét}}{\varepsilon_b}$$

où λ_b caractérise l'état de plastification du béton non armé soumis à la traction. Sur la base de l'équation (3.15) nous obtenons :

$$\lambda_r = \frac{\lambda_b}{1 + 100\bar{\omega} \frac{\phi_0}{\phi}} \tag{3.16}$$

En admettant que : $\varepsilon_b = 10^{-4}$, $E_b = 21000\sqrt{R_s}$

Et d'après la formule de Feret $R_t = 0.5\sqrt[3]{R_w^2}$

Et compte tenu de la relation expérimentale suivante : $R_s = \frac{1300 + R_w}{1450 + 3R_w} \cdot R_w$

Nous obtenons pour des classes de béton variant de 100 à 400 les valeurs suivantes de :

$$\varepsilon_{ét} = (0.58 \div 0.81)10^{-4}, \text{ et } \lambda_b = 0.58 \div 0.81,$$

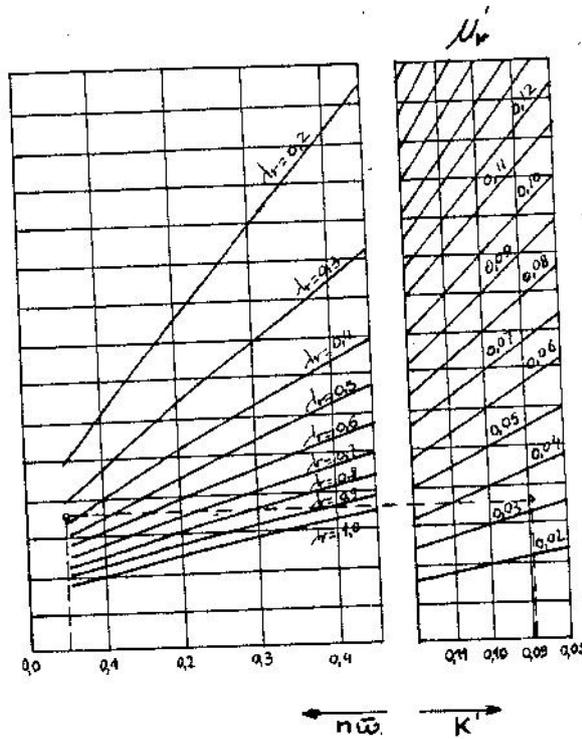


Figure 3.5 : Abaque donnant μ_r en fonction $\bar{\omega} \cdot n$ et K .

3.1.4. Moments de rupture

L'équation relative à l'état limite de rupture est obtenue directement à partir des équations (3.3) et (3.7), en admettant que :

$$\varepsilon_b \rightarrow \infty, \text{ et } \varepsilon_a \rightarrow \infty$$

Nous obtenons alors :

$$\lambda_c \rightarrow 0, \quad \chi \rightarrow 0, \quad \sigma_c = R_b, \quad \sigma_a = R_a$$

En admettant comme 3^{ème} condition que $\delta = 0.1$ et $\bar{\omega}' = 0$, nous obtenons l'équation de la position de l'axe neutre sous la forme suivante :

$$R_b \bar{\xi}'_u - \bar{\omega} R_q = 0, \rightarrow \bar{\xi}'_u = \frac{\bar{X}_u}{h_t} = \bar{\omega} \cdot \frac{R_a}{R_b} = \bar{\omega} \cdot \beta \tag{3.17}$$

Ainsi que les équations du moment de rupture :

$$\frac{M_R}{bh_t^2} = \frac{1}{2} R_b \bar{\xi}'_u^2 + \bar{\omega} R_a (\bar{\xi}'_u - \delta) \tag{3.18}$$

$$\mu_u = \frac{M_R}{bh_t^2 R_b} = \frac{1}{2} \bar{\xi}'_u^2 + \bar{\omega} \beta (\bar{\xi}'_u - \delta)$$

Nous pouvons dresser un tableau nous permettant de lire directement les valeurs de μ_u en fonction de $\bar{\omega} \beta$, et de W'_0 en fonction de $n \bar{\omega}$ pour $\delta = 0.1$ et $\bar{\omega}' = 0$; (Fig. 3.4).

Remarque : D'après les prescriptions et normes internationales ; la position de l'axe neutre dans la phase de la rupture ne peut être supérieure à 0.5h dans le cas envisagé, nous avons : $h = 0.9h_t$; soit : $x = 0.5h = 0.45h_t$.

D'où : $\bar{\xi}'_{u \max} = 0,5 \cdot 0,9 = 0.45$ (3.19)

Ce qui correspond à : $\bar{\omega} \beta \leq 0.45$ (fig.3.4).

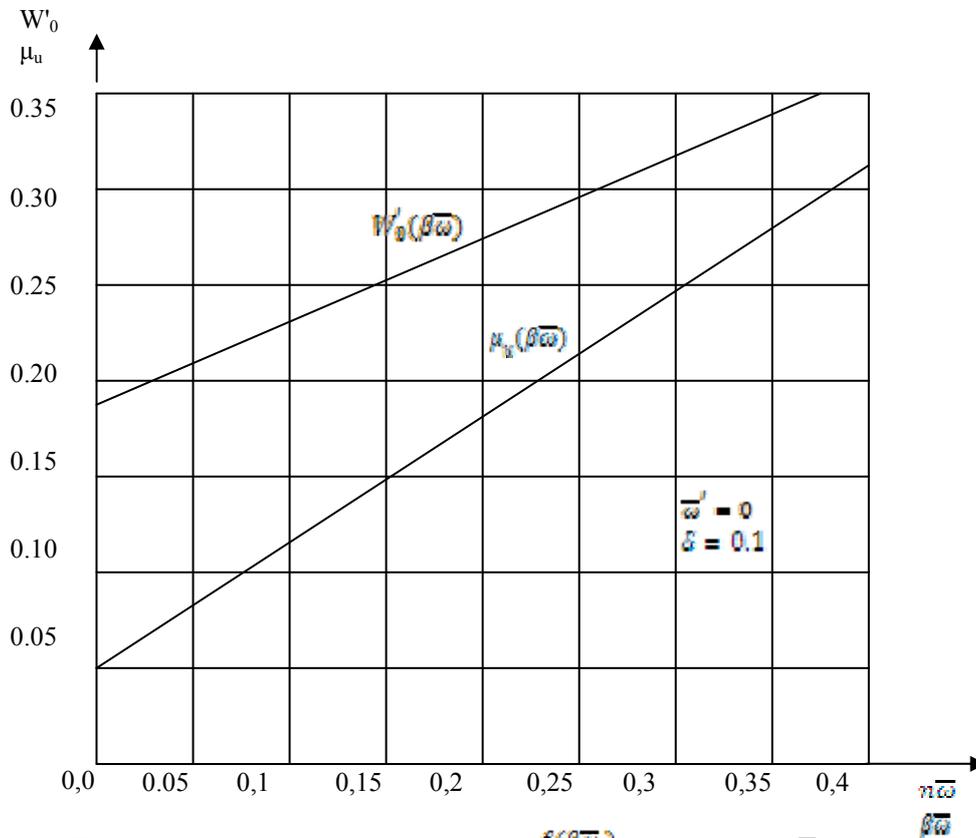


Figure 3.4 : Abaque donnant $\mu_u = f(\beta\bar{\omega})$ et $W'_0 = f(n\bar{\omega})$.

3.1.5. Distance entre les fissures

Conformément aux recommandations du C.E.B.; nous pouvons admettre que l'écartement moyen des fissures est donné par la formule suivante :

$$l_f = 1.5d + K_1 \frac{\phi}{\bar{\omega}}, \quad (3.20)$$

où : d : étant l'épaisseur de l'enrobage de l'armature en (cm).

ϕ : le diamètre des barres en (cm).

$\bar{\omega}$: le pourcentage d'armatures.

K_1 : coefficient numérique donné par le tableau suivant : qui est fonction du pourcentage d'armature.

Tableau 3.1. Tableau donnant les valeurs intermédiaires de K_1 en fonction de $\bar{\omega}$.

K_1	$\bar{\omega}$
0.04	0.01
0.07	0.02
0.16	0.03

Pour les valeurs de K_1 intermédiaires, on peut faire une interpolation linéaire.

A l'aide de la formule (3.15), on peut calculer l'influence de la dispersion des barres sur l'écartement des fissures, mesurée au moyen du rapport du diamètre de la barre au pourcentage d'armature.

$$\frac{\phi}{\bar{\omega}} = \frac{\lambda_r \cdot \phi_0}{\lambda_b - \lambda_r} \cdot 100 \quad (3.21)$$

En remplaçant, l'expression (3.21) dans (3.20), nous obtenons :

$$l_f = 1.5d + K_1 \frac{\lambda_r \cdot \phi_0}{\lambda_b - \lambda_r} \cdot 100 \quad (3.22)$$

pour $K_1 = 0.04$

$$l_f = 1.5d + \frac{4\lambda_r \cdot \phi_0}{\lambda_b - \lambda_r}$$

3.1.6. Ouverture des fissures

Les méthodes actuelles de détermination de la largeur des fissures admettent la déformation de l'acier et son influence sur l'allongement ultime du béton constants dans la section fissurée.

Dans les sections fissurées, le facteur essentiel est la déformation de l'acier qui est proportionnelle à sa contrainte ; par contre dans les sections entre deux fissures, la contrainte et

l'allongement du béton qui sont d'ailleurs variables et dépendent des distances entre la section et la fissure. Les formules existantes relatives à la déformation du béton tendu portent un caractère empirique et sont basées principalement sur les poutres testées avec le moment constant sur le tronçon déterminé.

A titre d'exemple, on considère une poutre isostatique sur deux appuis soumise à deux charges identiques concentrées (P).

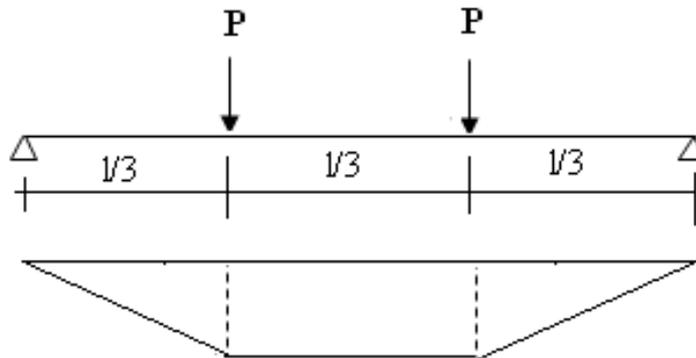


Figure 3.5 : Diagramme du moment fléchissant constant entre deux charges concentrées

En principe, ces formules sont absolument indépendantes du procédé de flexion de la poutre et du degré d'avancement de la charge.

Dans la présente étude, nous présentons le problème d'une manière générale qui englobe l'ensemble des cas liés à l'état de fissuration à savoir :

- 1 – Le moment de fissuration.
- 2 – Les distances entre les fissures.
- 3 – L'ouverture des fissures.

Nous avons adopté la théorie de la flexion qui traite le processus de flexion continu des poutres en béton armé depuis la phase I jusqu'à la phase III ; autrement dit jusqu'au moment de la formation de l'articulation plastique. Cette théorie mise en évidence par W. Kuczynski [20] offre la possibilité de tenir compte de plusieurs facteurs en utilisant un seul paramètre qui est introduit dans l'équation différentielle de la loi moment courbure des poutres en béton armé. Ce paramètre résulte directement de la détermination de la courbure d'équation (3.1) précédemment citée à savoir :

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_b}{h_t \xi'} = \frac{M}{B}$$

Nous admettons comme base, l'équation de la déformation (3.2), résultant de la théorie des variations de la rigidité, comme indiquée ci-après :

$$B = B_0(1 - m^\Psi) \quad (3.23)$$

En se basant sur les équations (3.1) et (3.2), nous obtenons la relation entre les déformations des fibres tendues ε_b et la fonction de la courbure de la flèche, χ soit :

$$\frac{\varepsilon_b}{h_t \xi'_u} = \frac{M}{B_0(1-m^\psi)} = \frac{M_u}{B_0} \cdot \frac{m}{1-m^\psi} = \frac{M_u}{B_0} \chi \quad (3.24)$$

Compte tenu de la notion de rigidité (3.9), on peut déterminer la rigidité initiale, c'est à dire la rigidité d'une poutre vierge, à l'aide de la formule suivante :

$$B_0 = bh_t^3 E_b (e_j)_0, \quad (3.25)$$

Où : $(e_j)_0$ représente la grandeur résultant de la formule (3.9), après l'avoir remplacée par les valeurs aux limites telles que :

$$\lambda_c = \lambda_r = 1, \quad \chi = 1, \quad \lambda_a = \lambda' = 1$$

$$(e_j)_0 = \frac{1}{3} \xi^3 + \frac{1}{3} \xi'^3 + n\bar{\omega}(\xi' - \delta)^2 + n\bar{\omega}'(\xi - \delta')^2$$

A partir de la formule (3.24), nous déterminons les déformations des fibres inférieures (tendues) de la poutre; soit :

$$\varepsilon_{bsr} = \frac{M_u h_t \xi'_{sr}}{B_0} \bar{\chi}(m) = \frac{M_u}{bh_t^2 R_b} \cdot \frac{R_b}{E_b} \cdot \frac{\xi'_{sr}}{(e_j)_0} \bar{\chi}(m) = \mu_u \varepsilon_{sc} \frac{\xi'_{sr}}{(e_j)_0} \bar{\chi}(m) \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_{bsr} = K \bar{\chi}(m) \xi'_m d$$

Dans cette formule, il nous reste à déterminer la position de l'axe neutre (ξ'_{sr}). Les caractères ondulés de l'axe neutre proposé par Saliger [38] sont très difficiles à interpréter. Ce qui est réduit à dire qu'on procède à la position moyenne de l'axe neutre (fig.3.1). En nous servant d'une simplification analogue, nous désirons cependant tenir compte du fait qu'au fur et à mesure de l'accroissement de la charge, l'axe neutre se déplace en faisant diminuer la hauteur de la zone comprimée (Fig.3.2); on dit qu'il y a dislocation de l'axe neutre, ce qui entraîne une augmentation de la profondeur de la fissure.

Conformément à la proposition de W. Kuczynski [22], nous considérons une variation linéaire de la position de l'axe neutre qui dépend du degré d'avancement de charge (m).

Tous les résultats proposés sont des valeurs moyennes.

$$m = \frac{M}{M_R} = \frac{M}{M_u}$$

D'où :

$$\xi'_{sr} = \xi'_0 + m(\xi'_u - \xi'_0) \quad \text{Tel que : } \xi'_u < \xi'_0 \quad (3.27)$$

Une telle supposition montre que:

- dans la phase initiale (m=0), $\xi'_{sr} = \xi'_0$: position de l'axe neutre pour l'état élastique (phase I).
- dans la phase finale (m=1), $\xi'_{sr} = \xi'_u$: position de l'axe neutre pour l'état limite ultime (Phase III).

Après transformation de l'équation (3.27), nous obtenons :

$$\xi'_{sr} = \xi'_0 \left(1 + m \frac{\xi'_u - \xi'_0}{\xi'_0} \right)$$

En posant : $\delta_\xi = \frac{\xi'_u - \xi'_0}{\xi'_0}$ (3.28)

Nous avons : $\xi'_{sr} = \xi'_0 (1 + m\delta_\xi)$ (3.29)

Les valeurs calculées de δ_ξ suivant le rapport β/n et le produit $n\bar{\omega}$ sont représentés sur la fig.3.6.

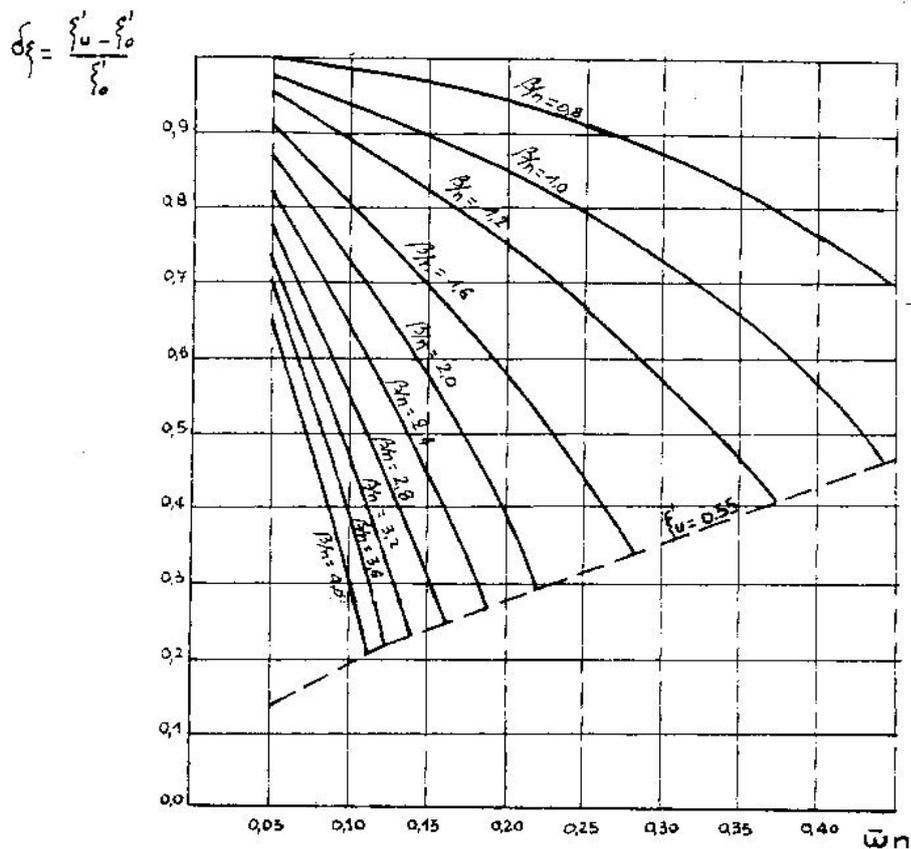


Figure 3.6 : Abaque donnant $\delta_\xi = f(\bar{\omega}n)$

Les valeurs de δ_ξ peuvent également être calculées directement par la formule :

$$\delta_\xi = \frac{\xi'_u - \xi'_0}{\xi'_0} = \frac{\xi'_u}{\xi'_0} - 1$$

Après avoir remplacé l'expression (3.29) dans l'équation (3.26), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= \mu_u \varepsilon_{\acute{e}c} \frac{\xi'_0}{(e_j)_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) \\ \varepsilon_b &= \frac{\mu_u \varepsilon_{\acute{e}c}}{W'_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) \end{aligned} \tag{3.30}$$

La valeur $W'_0 = \frac{(e_j)_0}{\xi'_0}$ est représentée sur la fig. 3.4.

Les figures suivantes, nous présentent la disposition idéalisée des fissures sur la longueur d'une travée.

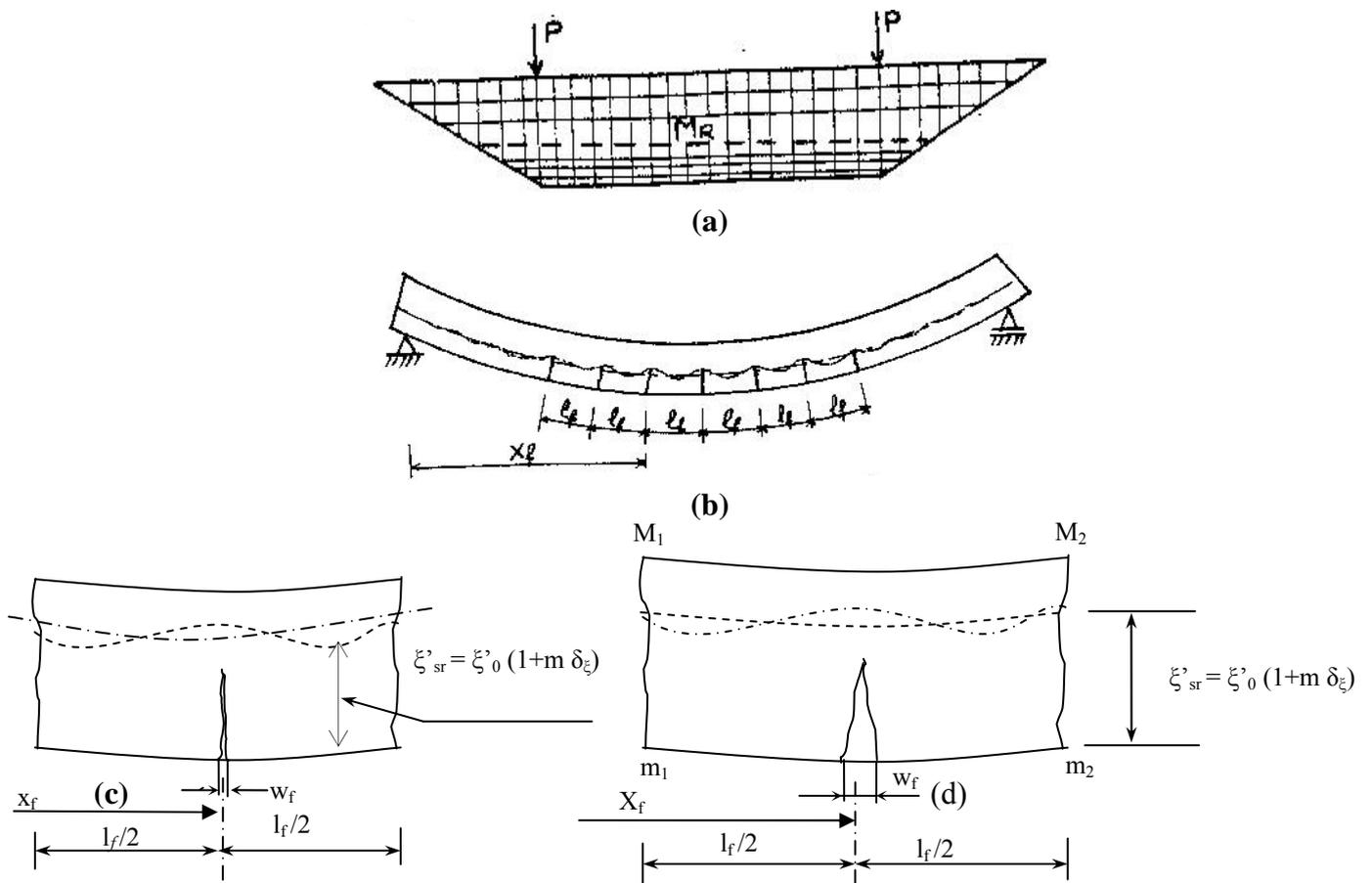


Figure 3.7 : Représentation de la disposition des fissures sur la longueur d'une travée de la poutre.

- a) Schéma de la poutre
- b) Présentation schématique de l'ensemble des fissures.
- c) Présentation idéalisée de l'ouverture moyenne des fissures pour un moment constant.
- d) Présentation idéalisée de l'ouverture moyenne des fissures pour un moment variable.

La largeur des fissures est déterminée à l'aide de la formule approximative suivante :

$$W_f = \int_{x_f - \frac{l_f}{2}}^{x_f + \frac{l_f}{2}} \varepsilon_b dx \quad (3.31)$$

où : x_f : signifie la position de la fissure sur la longueur de la poutre.

l_f : l'écartement moyen des fissures.

En supposant une bonne adhérence acier - béton, l'allongement moyen de l'acier peut s'écrire comme suit : $\Delta l_f = l_f \cdot \varepsilon_b$

Sachant que la déformation totale de l'acier et du béton est concentrée dans la fissure ceci entraîne une diminution réelle de l'ouverture de celle-ci.

A cet effet, la détermination de l'ouverture de la fissure peut être déduite selon les deux cas :

- Cas où le moment est constant dans l'intervalle entre deux fissures voisines :

$$\left[X_f - l_f / 2; X_f + l_f / 2 \right] , m = \frac{M}{M_u} = \text{constant}$$

$$W_f = \int_{X_f - l_f / 2}^{X_f + l_f / 2} \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{W'_0} (1 + m \delta_\xi) \cdot \bar{\chi}(m) dx \quad (3.32)$$

$$W_f = \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{W'_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) l_f$$

- Cas où le moment varie linéairement : $\frac{dM}{dX} = T = \text{constant}$,

$$W_f = \int_{X_f - l_f / 2}^{X_f + l_f / 2} \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{W'_0} (1 + m \delta_\xi) \cdot \bar{\chi}(m) dx,$$

$$T = \frac{M_{(X_f + l_f / 2)} - M_{(X_f - l_f / 2)}}{l_f} = \frac{\Delta M}{l_f}$$

$$\frac{T}{M_u} = \frac{d}{dx} \left(\frac{M}{M_u} \right) = \frac{dm}{dx}$$

$$dx = \frac{M_u}{T} \cdot dm = \frac{M_u l_f}{(\Delta M)} \cdot dm = \frac{l_f}{(\Delta m)} \cdot dm,$$

En introduisant le changement de variable dans l'équation (3.32), on obtient :

$$\begin{aligned}
W_f &= \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \int_{m_1}^{m_2} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) dm = \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \left[\int_{m_1}^{m_2} \bar{\chi}(m) dm + \delta_\xi \int_{m_1}^{m_2} m \bar{\chi}(m) dm \right] \\
W_f &= \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \left\{ \bar{\Phi} \Big|_{m_1}^{m_2} + \delta_\xi \left[m \bar{\Phi} \Big|_{m_1}^{m_2} - \int_{m_1}^{m_2} \bar{\Phi} dm \right] \right\} \\
W_f &= \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \left\{ \bar{\Phi} \Big|_{m_1}^{m_2} + \delta_\xi \left[m \bar{\Phi} \Big|_{m_1}^{m_2} - \bar{Y} \Big|_{m_1}^{m_2} \right] \right\} \\
W_f &= \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \left[\Delta \bar{\Phi} \delta_\xi \Delta(m \bar{\Phi}) - \delta_\xi \Delta \bar{Y} \right] \\
W_f &= \frac{\mu_u \varepsilon_{sc} l_f}{W_0'(\Delta m)} \left\{ \Delta(m \bar{\Phi}) + \delta_\xi \left[\Delta(m^2 \bar{\Phi}) + \Delta(m^2 \bar{Y}) \right] \right\} \tag{3.33}
\end{aligned}$$

$$\text{où : } m_1 = \frac{M_{(xf-lf/2)}}{M_u}, \quad m_2 = \frac{M_{(xf+lf/2)}}{M_u},$$

avec :

$$\begin{aligned}
\Delta m &= m_2 - m_1 \\
\Delta(m \bar{\Phi}) &= m_2 \bar{\Phi}(m_2) - m_1 \bar{\Phi}(m_1), \\
\Delta(m^2 \bar{\Phi}) &= m_2^2 \bar{\Phi}(m_2) - m_1^2 \bar{\Phi}(m_1), \\
\Delta(m^2 \bar{Y}) &= m_2^2 \bar{Y}(m_2) - m_1^2 \bar{Y}(m_1),
\end{aligned}$$

Les valeurs de fonction de base $\bar{\chi}$, $\bar{\Phi}$, \bar{Y} , sont présentées dans les tableaux (3.2 à 3.4) en fonction de m pour les différentes valeurs de « ψ ».

Ces valeurs ont été calculées par intégration de suites géométriques, obtenues par le développement des fonctions $\bar{\chi}$, $\bar{\Phi}$, \bar{Y} ; désignant respectivement la courbure, la rotation et la flèche :

$$\begin{aligned}
\bar{\chi} &= \frac{m}{1 - m^\psi} = \sum_{i=0}^{\infty} m^{i\psi+1}, \\
\bar{\Phi} &= \int \bar{\chi} dm = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m^{i\psi+2}}{i\psi+2} = m \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m^{i\psi+1}}{i\psi+2} = m \bar{\Phi}, \\
\bar{Y} &= \int \bar{\Phi} dm = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m^{i\psi+3}}{(i\psi+2)(i\psi+3)} = m^2 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m^{i\psi+1}}{(i\psi+2)(i\psi+3)} = m^2 \bar{Y}
\end{aligned}$$

Tableau 3.2 : Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}$, $\bar{\Phi}$, \bar{Y} , en fonction de (m) pour $\psi = 1,6$.

m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}	m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}
+0.050	+0.0504	+0.0251	+0.0084	+0.800	+2.6637	+0.7285	+0.1892
+0.100	+0.1026	+0.0507	+0.0168	+0.805	+2.7452	+0.7407	+0.1914
+0.150	+0.1576	+0.0771	+0.0254	+0.810	+2.8301	+0.7533	+0.1936
+0.200	+0.2165	+0.1044	+0.0343	+0.815	+2.9197	+0.7664	+0.1959
+0.250	+0.2805	+0.1332	+0.0434	+0.820	+3.0142	+0.7797	+0.1981
+0.300	+0.3511	+0.1635	+0.0528	+0.825	+3.1141	+0.7936	+0.2004
+0.350	+0.4302	+0.1958	+0.0627	+0.830	+3.2197	+0.8078	+0.2030
+0.400	+0.5200	+0.2306	+0.0730	+0.835	+3.3318	+0.8224	+0.2054
+0.450	+0.6239	+0.2684	+0.0838	+0.840	+3.4508	+0.8378	+0.2078
+0.500	+0.7461	+0.3098	+0.0954	+0.845	+3.5774	+0.8535	+0.2103
+0.510	+0.7733	+0.3186	+0.0978	+0.850	+3.7125	+0.8700	+0.2128
+0.520	+0.8015	+0.3276	+0.1002	+0.855	+3.8568	+0.8868	+0.2155
+0.530	+0.8308	+0.3369	+0.1026	+0.860	+4.0114	+0.9046	+0.2182
+0.540	+0.8614	+0.3463	+0.1051	+0.865	+4.1774	+0.9231	+0.2209
+0.550	+0.8932	+0.3559	+0.1077	+0.870	+4.3562	+0.9421	+0.2236
+0.560	+0.9263	+0.3658	+0.1102	+0.875	+4.5492	+0.9622	+0.2264
+0.570	+0.9609	+0.3759	+0.1128	+0.880	+4.7581	+0.9830	+0.2294
+0.580	+0.9970	+0.3862	+0.1155	+0.885	+4.9852	+1.0050	+0.2324
+0.590	+1.0348	+0.3970	+0.1181	+0.890	+5.2329	+1.0277	+0.2354
+0.600	+1.0744	+0.4079	+0.1209	+0.895	+5.5041	+1.0519	+0.2386
+0.610	+1.1160	+0.4191	+0.1237	+0.900	+5.8026	+1.0775	+0.2418
+0.620	+1.1597	+0.4307	+0.1266	+0.905	+6.1321	+1.1043	+0.2450
+0.630	+1.2056	+0.4426	+0.1294	+0.910	+6.4986	+1.1328	+0.2483
+0.640	+1.2539	+0.4550	+0.1324	+0.915	+6.9082	+1.1630	+0.2519
+0.650	+1.3049	+0.4676	+0.1353	+0.920	+7.3687	+1.1954	+0.2554
+0.660	+1.3589	+0.4806	+0.1384	+0.925	+7.8907	+1.2297	+0.2592
+0.670	+1.4160	+0.4941	+0.1415	+0.930	+8.4868	+1.2669	+0.2630
+0.680	+1.4766	+0.5082	+0.1446	+0.935	+9.1744	+1.3073	+0.2670
+0.690	+1.5409	+0.5226	+0.1480	+0.940	+9.9774	+1.3506	+0.2710
+0.700	+1.6095	+0.5376	+0.1513	+0.945	+10.9259	+1.3985	+0.2753
+0.710	+1.6826	+0.5532	+0.1546	+0.950	+12.0644	+1.4509	+0.2799
+0.720	+1.7609	+0.5694	+0.1581	+0.955	+13.4557	+1.5094	+0.2843
+0.730	+1.8449	+0.5862	+0.1616	+0.960	+15.1954	+1.5753	+0.2892
+0.740	+1.9352	+0.6039	+0.1652	+0.965	+17.4323	+1.6504	+0.2943
+0.750	+2.0326	+0.6222	+0.1690	+0.970	+20.4166	+1.7375	+0.2997
+0.760	+2.1381	+0.6415	+0.1728	+0.975	+24.5935	+1.8410	+0.3053
+0.770	+2.2525	+0.6615	+0.1767	+0.980	+30.8676	+1.9687	+0.3115
+0.780	+2.3772	+0.6828	+0.1807	+0.985	+41.3221	+2.1333	+0.3178
+0.790	+2.5137	+0.7049	+0.1848	+0.990	+62.2979	+2.3636	+0.3249

Tableau 3.3 : Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}$, $\bar{\Phi}$, \bar{Y} , en fonction de (m) pour $\psi = 2$.

m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}	m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}
+0.050	+0.0501	+0.0250	+0.0083	+0.800	+2.2216	+0.6380	+0.1716
+0.100	+0.1010	+0.0502	+0.0167	+0.805	+2.2871	+0.6481	+0.1735
+0.150	+0.1535	+0.0759	+0.0252	+0.810	+2.3553	+0.6585	+0.1755
+0.200	+0.2083	+0.1020	+0.0337	+0.815	+2.4272	+0.6691	+0.1774
+0.250	+0.2667	+0.1291	+0.0425	+0.820	+2.5031	+0.6799	+0.1793
+0.300	+0.3297	+0.1572	+0.0514	+0.825	+2.5832	+0.6913	+0.1812
+0.350	+0.3988	+0.1867	+0.0606	+0.830	+2.6680	+0.7029	+0.1832
+0.400	+0.4762	+0.2179	+0.0701	+0.835	+2.7579	+0.7148	+0.1852
+0.450	+0.5642	+0.2514	+0.0800	+0.840	+2.8534	+0.7274	+0.1873
+0.500	+0.6666	+0.2876	+0.0904	+0.845	+2.9550	+0.7401	+0.1893
+0.510	+0.6893	+0.2953	+0.0926	+0.850	+3.0633	+0.7534	+0.1916
+0.520	+0.7127	+0.3030	+0.0947	+0.855	+3.1790	+0.7673	+0.1938
+0.530	+0.7370	+0.3110	+0.0969	+0.860	+3.3029	+0.7815	+0.1959
+0.540	+0.7623	+0.3192	+0.0991	+0.865	+3.4359	+0.7965	+0.1982
+0.550	+0.7885	+0.3274	+0.1014	+0.870	+3.5792	+0.8120	+0.2005
+0.560	+0.8158	+0.3359	+0.1037	+0.875	+3.7338	+0.8282	+0.2028
+0.570	+0.8443	+0.3446	+0.1059	+0.880	+3.9012	+0.8452	+0.2053
+0.580	+0.8740	+0.3534	+0.1083	+0.885	+4.0832	+0.8628	+0.2078
+0.590	+0.9050	+0.3625	+0.1107	+0.890	+4.2816	+0.8815	+0.2103
+0.600	+0.9374	+0.3717	+0.1131	+0.895	+4.4989	+0.9010	+0.2128
+0.610	+0.9714	+0.3814	+0.1155	+0.900	+4.7378	+0.9216	+0.2156
+0.620	+1.0071	+0.3911	+0.1180	+0.905	+5.0018	+0.9431	+0.2183
+0.630	+1.0445	+0.4012	+0.1205	+0.910	+5.2951	+0.9664	+0.2210
+0.640	+1.0839	+0.4115	+0.1231	+0.915	+5.6228	+0.9908	+0.2238
+0.650	+1.1254	+0.4221	+0.1257	+0.920	+5.9914	+1.0167	+0.2269
+0.660	+1.1693	+0.4332	+0.1283	+0.925	+6.4091	+1.0445	+0.2299
+0.670	+1.2156	+0.4445	+0.1310	+0.930	+6.8864	+1.0745	+0.2330
+0.680	+1.2647	+0.4562	+0.1337	+0.935	+7.4371	+1.1066	+0.2363
+0.690	+1.3169	+0.4682	+0.1366	+0.940	+8.0794	+1.1417	+0.2396
+0.700	+1.3724	+0.4807	+0.1394	+0.945	+8.8388	+1.1803	+0.2432
+0.710	+1.4315	+0.4937	+0.1423	+0.950	+9.7496	+1.2223	+0.2467
+0.720	+1.4948	+0.5071	+0.1453	+0.955	+10.8633	+1.2695	+0.2506
+0.730	+1.5626	+0.5210	+0.1483	+0.960	+12.2549	+1.3223	+0.2546
+0.740	+1.6354	+0.5357	+0.1514	+0.965	+14.0450	+1.3827	+0.2586
+0.750	+1.7139	+0.5508	+0.1545	+0.970	+16.4322	+1.4527	+0.2630
+0.760	+1.7988	+0.5665	+0.1578	+0.975	+19.7756	+1.5362	+0.2677
+0.770	+1.8910	+0.5832	+0.1612	+0.980	+24.7936	+1.6386	+0.2726
+0.780	+1.9913	+0.6005	+0.1646	+0.985	+33.1649	+1.7704	+0.2781
+0.790	+2.1011	+0.6189	+0.1680	+0.990	+49.9486	+1.9570	+0.2836

Tableau 3.4 : Tableau des fonctions de base $\bar{\chi}$, $\bar{\Phi}$, \bar{Y} , en fonction de (m) pour $\psi = 3$.

m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}	m	$\bar{\chi}$	$\bar{\Phi}$	\bar{Y}
+0.050	+0.0500	+0.0250	+0.0083	+0.800	+1.6389	+0.5246	+0.1509
+0.100	+0.1001	+0.0500	+0.0167	+0.805	+1.6829	+0.5317	+0.1523
+0.150	+0.1505	+0.0751	+0.0250	+0.810	+1.7287	+0.5389	+0.1538
+0.200	+0.2016	+0.1003	+0.0334	+0.815	+1.7769	+0.5463	+0.1553
+0.250	+0.2540	+0.1258	+0.0418	+0.820	+1.8278	+0.5539	+0.1567
+0.300	+0.3083	+0.1516	+0.0503	+0.825	+1.8815	+0.5619	+0.1582
+0.350	+0.3657	+0.1781	+0.0588	+0.830	+1.9383	+0.5700	+0.1597
+0.400	+0.4273	+0.2053	+0.0675	+0.835	+1.9986	+0.5783	+0.1612
+0.450	+0.4951	+0.2337	+0.0764	+0.840	+2.0625	+0.5868	+0.1627
+0.500	+0.5714	+0.2636	+0.0855	+0.845	+2.1305	+0.5959	+0.1642
+0.510	+0.5880	+0.2697	+0.0874	+0.850	+2.2029	+0.6051	+0.1658
+0.520	+0.6051	+0.2760	+0.0892	+0.855	+2.2803	+0.6146	+0.1674
+0.530	+0.6227	+0.2824	+0.0911	+0.860	+2.3632	+0.6244	+0.1690
+0.540	+0.6409	+0.2889	+0.0930	+0.865	+2.4522	+0.6348	+0.1708
+0.550	+0.6598	+0.2954	+0.0949	+0.870	+2.5479	+0.6454	+0.1725
+0.560	+0.6793	+0.3021	+0.0968	+0.875	+2.6512	+0.6565	+0.1742
+0.570	+0.6995	+0.3089	+0.0988	+0.880	+2.7631	+0.6682	+0.1759
+0.580	+0.7206	+0.3158	+0.1008	+0.885	+2.8846	+0.6803	+0.1777
+0.590	+0.7425	+0.3229	+0.1027	+0.890	+3.0171	+0.6931	+0.1795
+0.600	+0.7653	+0.3300	+0.1047	+0.895	+3.1622	+0.7063	+0.1814
+0.610	+0.7891	+0.3374	+0.1068	+0.900	+3.3217	+0.7205	+0.1834
+0.620	+0.8139	+0.3448	+0.1088	+0.905	+3.4979	+0.7353	+0.1854
+0.630	+0.8400	+0.3525	+0.1109	+0.910	+3.6937	+0.7508	+0.1874
+0.640	+0.8673	+0.3603	+0.1129	+0.915	+3.9124	+0.7675	+0.1894
+0.650	+0.8960	+0.3683	+0.1151	+0.920	+4.1584	+0.7852	+0.1915
+0.660	+0.9262	+0.3766	+0.1172	+0.925	+4.4370	+0.8041	+0.1938
+0.670	+0.9581	+0.3850	+0.1194	+0.930	+4.7554	+0.8244	+0.1960
+0.680	+0.9918	+0.3937	+0.1215	+0.935	+5.1227	+0.8462	+0.1982
+0.690	+1.0274	+0.4025	+0.1238	+0.940	+5.5509	+0.8698	+0.2006
+0.700	+1.0653	+0.4117	+0.1260	+0.945	+6.0575	+0.8958	+0.2032
+0.710	+1.1056	+0.4212	+0.1283	+0.950	+6.6648	+0.9244	+0.2057
+0.720	+1.1486	+0.4310	+0.1306	+0.955	+7.4072	+0.9560	+0.2085
+0.730	+1.1946	+0.4412	+0.1330	+0.960	+8.3353	+0.9915	+0.2112
+0.740	+1.2440	+0.4516	+0.1355	+0.965	+9.5291	+1.0323	+0.2140
+0.750	+1.2971	+0.4625	+0.1379	+0.970	+11.1203	+1.0789	+0.2172
+0.760	+1.3544	+0.4738	+0.1404	+0.975	+13.3493	+1.1353	+0.2205
+0.770	+1.4165	+0.4857	+0.1430	+0.980	+16.6977	+1.2040	+0.2240
+0.780	+1.4841	+0.4980	+0.1456	+0.985	+22.2778	+1.2930	+0.2275
+0.790	+1.5579	+0.5109	+0.1482	+0.990	+33.4622	+1.4182	+0.2317

3.2. Méthode CEB

3.2.1 Généralités

La vérification séparée de la résistance et de la serviabilité des structures en béton armé devient de plus en plus importante.

Le code modèle CEB-FIP « Comité Européen du Béton – Fédération Internationale de la Précontrainte » [6] définit les principes généraux et les théories relatives à l'état de service, en particulier ceux concernant la fissuration et les déformations.

Les principes fondamentaux des théories de la fissuration du béton structural furent établis depuis plusieurs années. Ces théories comprennent un grand nombre de paramètres qui, pour la plupart sont décrits au moyen de variables aléatoires avec de grands coefficients de variation. Il en résulte que les résultats tant théoriques qu'expérimentaux montrent une grande dispersion.

En effet, le but de cette théorie est de présenter une méthode de calcul, permettant au-delà de simples règles constructives ou empiriques, de mieux étudier le comportement des structures en béton à l'état de service sans vouloir minimiser les préoccupations de l'ingénieur face aux problèmes liés à l'état de ruine, nous savons que la qualité d'emploi ou serviabilité accapare de plus en plus maîtres d'ouvrage, ingénieurs projeteurs et entrepreneurs. En effet, étant donnée la liberté accrue accordée aux modes d'exécution juxtaposant des parties de structure en béton d'âge et de cure très différents, on crée a priori une situation défavorable pour la qualité d'un ouvrage. Par ailleurs, en poussant toujours plus les calculs et le taux de travail des matériaux, on réduit les épaisseurs des structures augmentant par cela le risque de fissuration et déformations excessives.

3.2.2. Hypothèses de base

Les principes et les règles du code-modèle CEB-FIP/1978 [6] sont la base de toutes les considérations de cette méthode et celles-ci sont limitées aux conditions normales d'utilisation.

Les structures en béton armé ont tendance à se fissurer et sont sujettes aux effets différés (fluage, retrait et relaxation). Il en résulte un comportement discontinu selon que l'on considère la section fissurée ou les sections voisines. C'est la raison pour laquelle nous sommes obligés de définir :

- La valeur moyenne de la déformation relative de l'armature tendue pour estimer la fissuration.
- La valeur moyenne de la courbure pour calculer les déformations.

Ces valeurs moyennes s'obtiennent à partir des valeurs extrêmes correspondant respectivement aux stades I et II suivants :

- Stade **I** : Sections non fissurées, en considérant le béton tendu, le béton comprimé et l'armature.
- Stade **II-nu** : Sections fissurées, en ne considérant que le béton comprimé et l'armature.

Ces valeurs peuvent être définies à l'aide de coefficients de répartition indiquant les contributions respectives du stade I et du stade II-nu.

Afin d'expliquer la courbure moyenne pour différents types de sollicitations, il est impératif de définir au préalable la déformation moyenne de l'armature qui nous permettra d'établir les modèles de calcul y afférent.

3.2.2.1. Déformation relative moyenne de l'armature

Selon la méthode CEB, la déformation relative moyenne de l'armature est liée à plusieurs mécanismes :

- Apparition des fissures,
- sauts de contraintes,
- stabilisation des fissures.

Dans notre étude nous nous sommes référé particulièrement à l'apparition des fissures décrite par cette méthode.

Soit un tirant soumis à une force de traction N croissante, dès que la résistance à la traction du béton f_{ct} est atteinte, la première fissure apparaît (Fig.3.8).

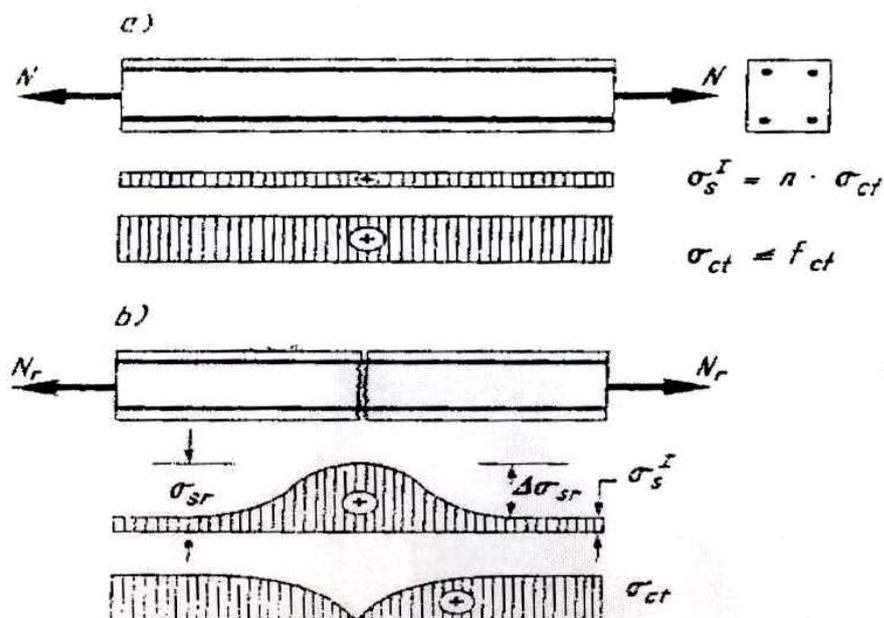


Figure 3.8 : Diagramme des contraintes dans un élément soumis à la traction
a) Avant fissuration. b) Après apparition de la première fissure.

A l'endroit où le béton se fissure, l'acier doit reprendre les efforts de traction supportés jusque-là par le béton. Il se produit alors un saut de contrainte dans l'acier, provoquant des allongements différents entre l'acier et le béton, ceci se traduit par une ouverture de fissure (le béton et l'armature sont complètement désolidarisés dans la section fissurée qui se trouve donc en stade II-nu.).

- Le béton s'oppose aux allongements excessifs de l'acier et les contraintes d'adhérence τ apparaissent entre l'acier et le béton et transmettent la force de traction de l'acier au béton (fig. 3.9).
- A une certaine distance de la fissure S_r , la compatibilité des allongements acier- béton est rétablie. Théoriquement, c'est à partir de cette distance S_r , où la résistance à la traction du béton est de nouveau atteinte, qu'une nouvelle fissure peut se produire. Pratiquement, lorsque la charge est légèrement augmentée, elle apparaît à l'endroit où la résistance à la traction du béton est la plus faible.

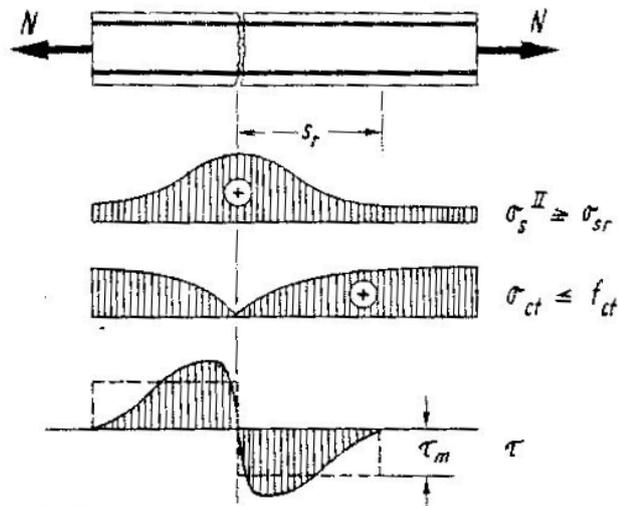


Figure 3.9 : Répartition des contraintes d'adhérence τ à l'endroit d'une fissure.

La déformation relative de l'armature ϵ_s pour une force de traction N donnée, varie entre le stade I (ϵ_{s1}) et le stade II-nu (ϵ_{s2}), d'où sa valeur moyenne est (ϵ_{sm}) (fig. 3.10).

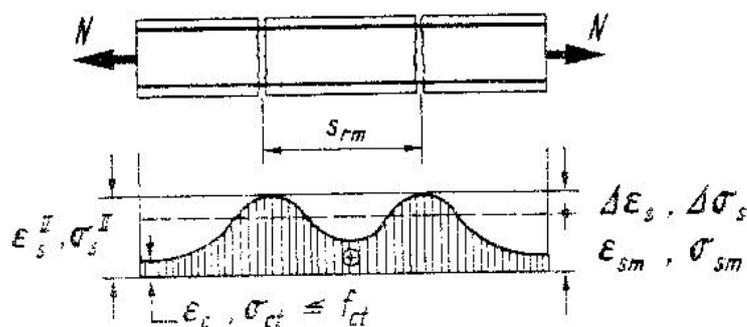


Figure. 3.10 : Répartition des allongements relatifs ϵ_s , en fonction des contraintes σ_s entre deux fissures.

Soit Δl l'allongement total d'un élément tendu (cas d'un tirant) en béton armé de longueur l , soumis à une force centrée de traction N qui croît au delà de la force N_r provoquant la fissuration (fig. 3.10).

La déformation relative moyenne de l'armature pour $N \geq N_r$ est :

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_{s2} - \Delta \varepsilon_s \quad ; \quad \varepsilon_s^{\text{II}} = \varepsilon_{s2} \tag{3.34}$$

Rostarsf [18], Rao [36], et d'autres chercheurs ont montré sur la base d'essais que la réduction de l'allongement de l'acier à l'état nu au dessus de σ_{sr} suit une loi hyperbolique fig.(3.11) en fonction de la contrainte dans l'acier σ_s de la forme :

$$\Delta \varepsilon_m = \max \Delta \varepsilon_s \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}}$$

$$\max \Delta \varepsilon_s = \varepsilon_{sr} - \varepsilon_c \cong \frac{\sigma_{sr}}{E_s} \quad ; \quad (\varepsilon_c \rightarrow 0 \text{ négligé devant } \varepsilon_{sr})$$

$$\text{Alors } \Delta \varepsilon_s = \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} = \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} = \varepsilon_{s2} \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \quad \text{d'où } \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s2} \frac{\sigma_{sr}^2}{\sigma_{s2}^2} = \varepsilon_{s2} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right]$$

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right]$$

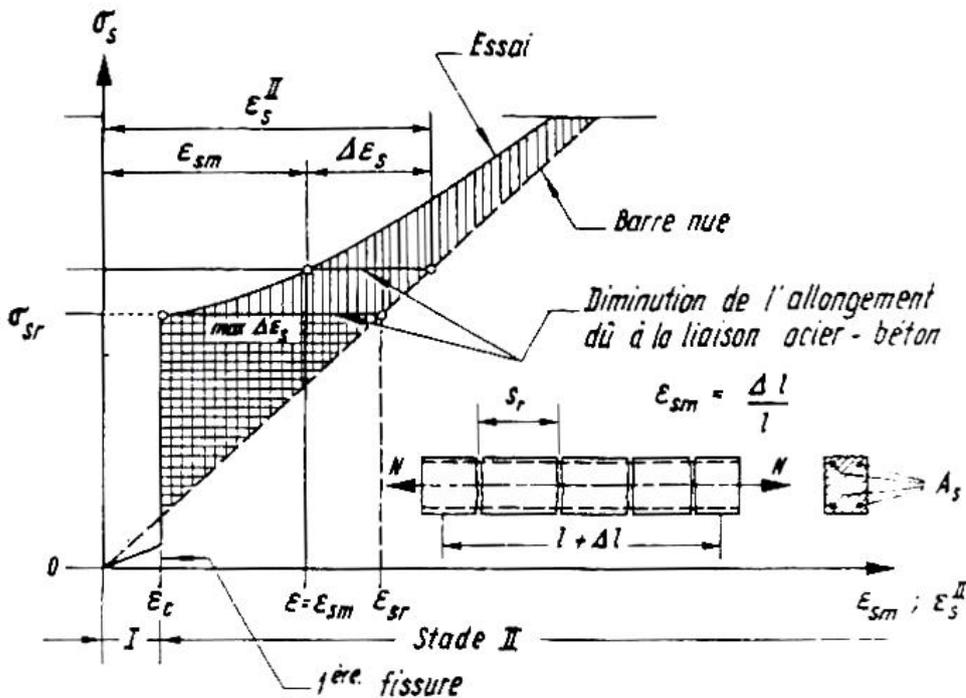


Figure 3.11 : Diagramme idéalisé $\sigma_s - \varepsilon_s$ d'une barre d'acier solidarifiée au béton et d'une barre nue.

Comme l'adhérence béton-acier est essentielle pour la contribution du béton à la traction, la valeur $\Delta\varepsilon_s$ est plus grande pour les aciers à haute adhérence que pour les aciers lisses.

Le code modèle CEB-FIP [6], propose deux coefficients β_1 et β_2 qui tiennent compte de ce qui précède et la formule pour l'allongement moyen de l'acier, devient alors:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

Avec :

β_1 : Coefficient caractérisant les qualités d'adhérence des barres

$$\beta_1 = 1/2,5k_1 = \begin{cases} 1.0 & \text{barres à HA} \\ 0.5 & \text{barres lisses} \end{cases}$$

β_2 : Coefficient représentant l'influence de la durée de l'application ou de la répétition des charges.

$\beta_2 = 1.00$ est pris égal à 1.00 au premier chargement.

$\beta_2 = 0.50$ pour les charges appliquées pour une longue durée ou pour un grand nombre de cycles de chargements.

D'après le code-modèle CEB-FIP [6], la valeur de ε_{sm} ne peut pas être inférieure à une valeur limite égale à $0.4 \sigma_s / E_s$, d'où :

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \geq 0.4 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (3.35a)$$

3.2.2.2 Modèle de calcul

Le long de l'élément réel (fig.3.12 a) le comportement des sections varie progressivement et alternativement entre les stades II-nu et I. L'élément réel peut être représenté par un modèle constitué de deux parties de longueur l_1 et l_2 variables en fonction des sollicitations.

L'une travaillant en stade I, l'autre en stade II-nu. Le modèle est défini si nous connaissons le comportement dans ces deux stades (I et II-nu) et leurs longueurs respectives l_1 et l_2 . Ces dernières fixent la participation des stades extrêmes à la valeur moyenne. Cette participation est donnée par le coefficient de répartition ζ qui définit les longueurs $l_1 = (1 - \zeta) \cdot l$ et $l_2 = \zeta \cdot l$.

a. Cas de la traction pure

L'élément réel de longueur l , le long duquel on suppose la force de traction N constante, est remplacé par un modèle composé de deux parties (fig.3.12 b)

- l'une travaillant en stade I (sections non fissurées)
- l'autre travaillant en stade II-nu (sections fissurées en ne considérant que l'armature)

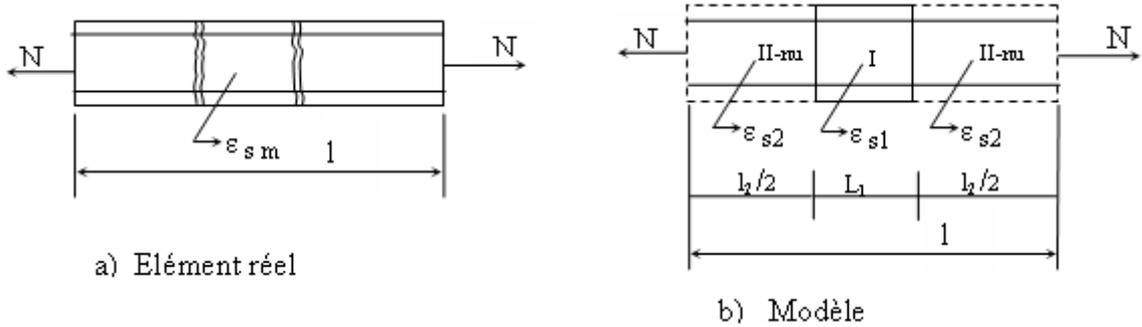


Figure 3.12 : Représentation de l'élément réel et du modèle de calcul pour la traction simple.

D'où l'égalité des déformations relatives moyennes de l'armature tendue pour l'élément réel

$$\text{soit : } \varepsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{l} = \frac{l_1 \cdot \varepsilon_{s1} + l_2 \cdot \varepsilon_{s2}}{l} \quad (3.36)$$

En faisant intervenir le coefficient ζ l'équation devient :

$$\varepsilon_{sm} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{s1} + \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.37)$$

D'où la déformation relative moyenne du béton est :

$$\varepsilon_{cm} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{c1} \quad (3.38)$$

et la déformation relative moyenne de l'armature par rapport à celle du béton est :

$$\varepsilon_{sm,r} = \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.39)$$

ζ : étant le coefficient de répartition tenant compte de l'influence du béton entre deux fissures successives, défini comme suit :

$$\begin{cases} \zeta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{N_r}{N} \right)^2 \\ \zeta = 0 \text{ pour } \sigma_{s2} \leq \sigma_{sr} \text{ ou } N \leq N_r \end{cases}$$

où $N_r = A_1 f_{ct} = A_c f_{ct}$: est l'effort normal lors de la fissuration du béton.

A_1 et A_c représente les aires des sections en stade I et du béton seul.

β_1 et β_2 sont les coefficients définis précédemment.

b. Cas de la flexion simple

L'élément réel de longueur l , le long duquel on suppose le moment de flexion constant est remplacé par un modèle composé de deux parties (Fig.3.13).

- l'un travaillant en stade I (sections non fissurées)

- l'autre travaillant en stade II-Nu, dénommé par la flexion simple II₀. (sections fissurées, en ne considérant que le béton comprimé et l'armature).

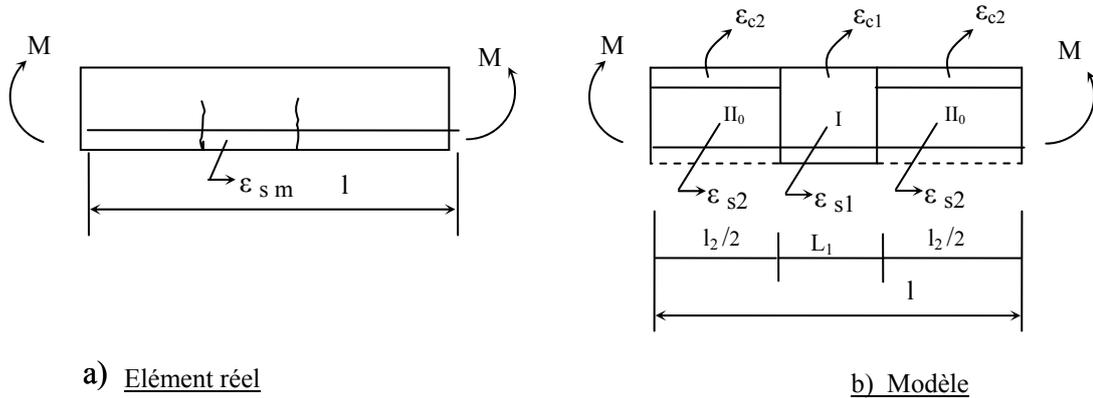


Figure 3.13 : Représentation de l'élément réel et du modèle de calcul pour la flexion simple.

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{l} = \frac{l_1 \cdot \varepsilon_{s1} + l_2 \cdot \varepsilon_{s2}}{l} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{s1} + \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.40)$$

(Déformation relative moyenne de l'armature tendue pour l'élément réel et le modèle)

La déformation relative moyenne du béton situé à la fibre extrême comprimée.

$$\varepsilon_{cm} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{c1} + \zeta \cdot \varepsilon_{c2} \quad (3.41)$$

Et par analogie au tirant, le coefficient de répartition ξ intervenant dans ces équations est admis égal à celui défini précédemment :

$$\begin{cases} \zeta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_f}{M} \right)^2 \\ \zeta = 0 \text{ pour } \sigma_{s2} \leq \sigma_{sr}, \text{ soit : } M \leq M_f \end{cases} \quad (3.42)$$

M_f est le moment de fissuration

M est le moment sollicitant

β_1 et β_2 les coefficients définis précédemment.

On remarque que la déformation relative moyenne de l'armature est définie dans le Code-Modèle CM [8] par l'équation (15.5) du paragraphe 15.2.3 soit :

$$\varepsilon_{sm} = \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.43)$$

Celle-ci ne représente que la déformation relative moyenne de l'armature par rapport à celle du béton adjacent. Lors du calcul de l'ouverture des fissures, on ne considère, en effet, que cet accroissement.

Afin d'éviter toute confusion, cet accroissement sera désigné comme suit :

$$\varepsilon_{sm,r} = \zeta \cdot \varepsilon_{s2} \quad (3.44)$$

où $\varepsilon_{s2} = \sigma_s/E_s$: déformation relative de l'acier en admettant les sections entièrement fissurées (stade II-nu) .

3.2.3. Calcul de l'ouverture des fissures

Rappelons tout d'abord que cette ouverture est en relation avec l'espacement des fissures et la déformation relative de l'armature. Il est alors possible de considérer les deux cas limites suivants du comportement d'un élément de béton armé sollicité à la traction ou à la flexion:

- Stade I : non fissuré.
- Stade II-nu : complètement fissuré ou "nu " (stade IIo) ; dans lequel le béton tendu ne participe aucunement à la résistance.

Un élément se trouve en stade I, s'il n'a jamais été sollicité par des actions qui égalent ou dépassent le niveau correspondant à des contraintes de traction atteignant la résistance à la traction du béton. Dès que l'action appliquée dépasse cette valeur, la fissuration commence et l'apparition de chaque nouvelle fissure entraîne désormais une réduction de la rigidité de l'élément.

L'augmentation de la charge provoque un accroissement du nombre de fissures, jusqu'à ce qu'une **fissuration stabilisée** soit obtenue d'une part et une diminution de la participation du béton tendu dans les zones non fissurées d'autre part. Ce qui entraîne également une diminution de la rigidité.

La fissuration stabilisée correspond à un état, où la rigidité est relativement proche de celle du stade II-nu, pour lequel une augmentation de la charge n'entraînera aucune formation de nouvelle fissure (fig.3.14).

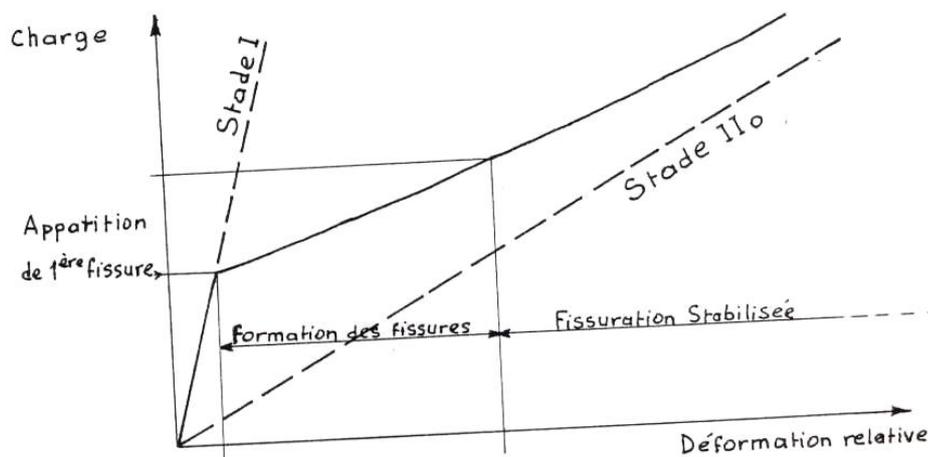


Figure 3.14 : Diagramme idéalisé charge- déformation relative.

Des contraintes suffisamment élevées pour provoquer la fissuration peuvent se développer au sein des éléments selon deux voies différentes qu'il est important de distinguer.

En premier lieu, la fissuration peut résulter d'une entrave aux déformations (actions indirectes). Dans ce cas, il en résulte l'apparition d'une force de traction qui dépend de la rigidité de l'élément ainsi que celle des liaisons entravant sa déformation. Etant donné que la rigidité de l'élément diminue lors de la formation des fissures, une entrave aux déformations ne provoque l'apparition que d'un faible nombre de fissures, généralement bien inférieur au nombre correspondant à la fissuration stabilisée.

En second lieu, la fissuration peut résulter des charges extérieures (actions directes). Dans ce cas, les sollicitations sont indépendantes de la rigidité de l'élément et la fissuration est probablement plus proche de l'état stabilisé.

Donc à l'état de fissuration stabilisé, l'ouverture moyenne des fissures est égale au produit de leur distance moyenne par la déformation relative moyenne de l'armature.

$$W_m = S_{rm} \cdot \varepsilon_{sm,r} \quad (3.45)$$

Avec :

w_m : valeur moyenne de l'ouverture des fissures

S_{rm} : distance moyenne entre les fissures

$\varepsilon_{sm,r}$: déformation relative moyenne de l'armature par rapport à celle du béton adjacent.

La formation des fissures est par nature un processus aléatoire dépendant des caractéristiques des matériaux lesquelles présentent une certaine dispersion. Il en résulte une variation importante aussi bien dans la distance entre les fissures que l'ouverture des fissures. De plus, en tenant compte de l'effet du retrait sur l'ouverture des fissures, on obtient la relation suivante :

$$W_m = S_{rm} (\varepsilon_{sm,r} + \varepsilon_{cs}) \quad (3.46)$$

Dans laquelle ε_{cs} représente la déformation relative due au retrait du béton.

3.2.4 Calcul de la distance entre les fissures (l_f)

Lors de la formation d'une fissure, les contraintes dans le béton situé au voisinage immédiat de la fissure s'anulent et la contrainte dans l'acier augmente à une valeur correspondante au stade entièrement fissuré (stade II-nu). Les contraintes dans le béton croissent au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la fissure et l'effort de traction est transféré par adhérence de l'acier au béton, ceci jusqu'à une distance S_{r0} de la fissure à laquelle les contraintes dans le béton atteignent de nouveau la valeur de la résistance à la traction du béton (fig. 3.15).

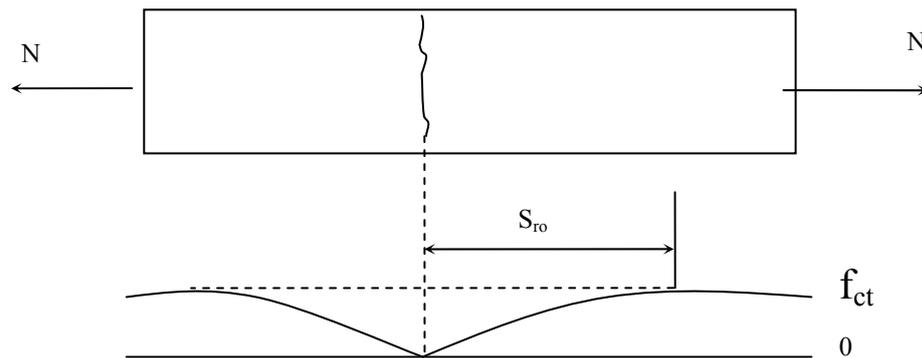


Figure 3.15 : Distribution des contraintes près d'une fissure.

On constate que S_{ro} définit la plus petite distance à partir d'une fissure existante où une fissure voisine peut se former.

Par conséquent, la distance S_{ro} constitue la distance minimale moyenne entre les fissures, soit :

$$S_{rmo} = \frac{K_{2,0} \cdot f_{ct}}{f_{bm}} \cdot \frac{A_{ct}}{\sum u} \quad (3.47)$$

où : S_{rmo} : distance minimale moyenne entre les fissures.

$K_{2,0}$: Coefficients représentant l'influence de la forme du diagramme des contraintes de traction dans la section.

- $K_{2,0} = 1.0$ pour la traction pure.

- $K_{2,0} = 0.5$ pour la flexion simple.

f_{ct} : résistance à la traction du béton,

f_{bm} : contrainte moyenne d'adhérence dans la zone près des fissures.

A_{ct} : aire de la section du béton tendue.

$\sum u$: somme des périmètres des barres d'armatures situées dans la zone tendue.

Il a été montré expérimentalement, que la résistance à l'adhérence, est proportionnelle à la résistance à la traction du béton pour un type donné de barres d'armature.

Par conséquent, le rapport f_{ct}/f_{bm} peut être égal à une constante K_1 qui est un coefficient ne dépendant que des caractéristiques d'adhérence des barres d'armature utilisées.

On peut facilement montrer que :

$$\frac{A_{ct}}{\Sigma u} \equiv \frac{\phi}{4 \cdot \rho_r} \quad (3.48)$$

où : ϕ est le diamètre des barres,

$$\rho_r = A_s / A_{ct}$$

A_s : aire de la section d'armature tendue,

De plus si l'on définit K_2 comme étant égal à $K_{2,0}/4.1$, l'équation (3.47) peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$S_{rmo} = K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_r}, \quad (3.49)$$

Bien que l'équation (3.49), indique correctement la tendance générale, de nombreuses recherches expérimentales ont montré qu'elle n'est pas idéale.

Il a en particulier été constaté que l'enrobage et l'espacement des barres ont une influence considérable et l'équation (3.49) a par conséquent été modifiée empiriquement de la manière suivante :

$$s_{rm} = 2 \cdot \left(c + \frac{s}{10} \right) + K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_r} \quad (3.50)$$

dans laquelle :

S_{rm} : distance moyenne entre les fissures (en mm),

C : enrobage de béton (en mm),

S : espacement des barres ou groupements de barres ou groupements (en mm), dans le cas des poutres, il est pris égal à la largeur de l'âme divisée par le nombre de barres ou de groupements de barres sur un même niveau,

K_1 : Coefficient définissant l'influence des caractéristiques d'adhérence des barres :

$K_1 = 0.4$ pour les barres à haute adhérence,

$K_1 = 0.8$ pour les barres lisses.

K_2 : coefficient dépendant de la distribution des contraintes de traction dans la section :

$K_2 = 0.125$ pour la flexion simple,

$K_2 =$ pour la traction pure.

ϕ : Diamètre d'une barre (en mm), pour un groupement de barres, il doit être pris égal à $n \cdot \phi$

ρ_r : Rapport de l'aire de la section d'armature tendue à l'aire de la section d'enrobage.

CHAPITRE IV

Chapitre IV Expérimentation

4.1 But et limites d'essais

Le but de notre travail est d'étudier le comportement, vis-à-vis de l'état de fissuration, des poutres hyperstatiques en béton armé sollicitées par des charges concentrées croissantes de zéro à la rupture.

Nous nous sommes limités dans ce mémoire à la mise en évidence de l'influence de deux paramètres essentiels:

- La classe du béton
- Le pourcentage (%) des armatures principales sur l'état limite de fissuration exprimé par :
 - le moment de fissuration, M_f
 - l'espacement entre fissures, l_f
 - l'ouverture des fissures. w_f

Les essais ont été effectués au laboratoire de structure du département génie civil de l'Ecole Nationale Polytechnique

4.2 Programme d'essais

Le programme que nous avons élaboré, comporte dix huit (18) poutres hyperstatiques en béton armé en vraie grandeur (Echelle :1/1) identiques du point de vue du coffrage ainsi que du chargement.

Ces corps d'essais sont classés en trois (03) séries (A, B, C) selon différentes classes de béton (dosage en ciment) respectivement (Fort, Moyen et Faible), chaque série étant subdivisée en deux catégories (I et II) selon la disposition de l'armature principale.

Catégorie I : disposition conforme au diagramme des moments fléchissants en phase élastique

Catégorie II : disposition non conforme au diagramme des moments fléchissants en phase élastique

La désignation des poutres est donnée dans le tableau suivant :

Tableau 4.1. Désignation des poutres et classes des bétons.

Séries Résistance du béton	Disposition d'armature	Désignation des poutres testées	
		Poutres élasto-conformes	Poutres Elasto- non-conformes
A Béton Fort	I	AI 1, AI 2, AI 3	
	II		AII 1, AII 2, AII 3
B Béton moyen	I	BI 1, BI 2, BI 3	
	II		BII 1, BII 2, BII 3
C Béton Faible	I	CI 1, CI 2, CI 3	
	II		CII 1, CII 2, CII 3

Les poutres dites élasto-conformes correspondent à des poutres ferrillées selon la disposition I et sont réalisées respectivement avec les bétons A, B et C.

Les poutres dites élasto-non-conformes correspondent à des poutres ferrillées selon la disposition II et sont réalisées respectivement avec les bétons A, B et C.

Seules les poutres 1 et 2 ont servi pour les essais ; les poutres N°3 ont été utilisées pour le réglage des appareils ou gardées en réserve.

4. 2.1. Dimensions et mode de chargement

Le modèle choisi pour nos essais est le modèle de Monnier [32] ; les dimensions géométriques des poutres et le mode de chargement y sont respectés. La différence entre les deux types d'essais réside dans le choix des matériaux utilisés : alors que Monnier n'a travaillé qu'avec une seule catégorie de béton, les essais présentés ont été effectués pour différentes classes de béton. De plus, l'acier utilisé présente une limite d'élasticité supérieure à celle des armatures de ses essais.

Les poutres étudiées sont donc du point de vue des dimensions et mode de chargement identiques à celles de Monnier. Ce sont des poutres continues à deux travées d'égales dimensions, de deux mètres (02 mètres) de portée et 20 cm de débord. La section droite est rectangulaire de 15 cm de base et de 26 cm de hauteur.

Les travées sont chargées par deux forces concentrées, égales, espacées de 50 cm et disposées symétriquement par rapport aux milieux des travées fig 4.1.

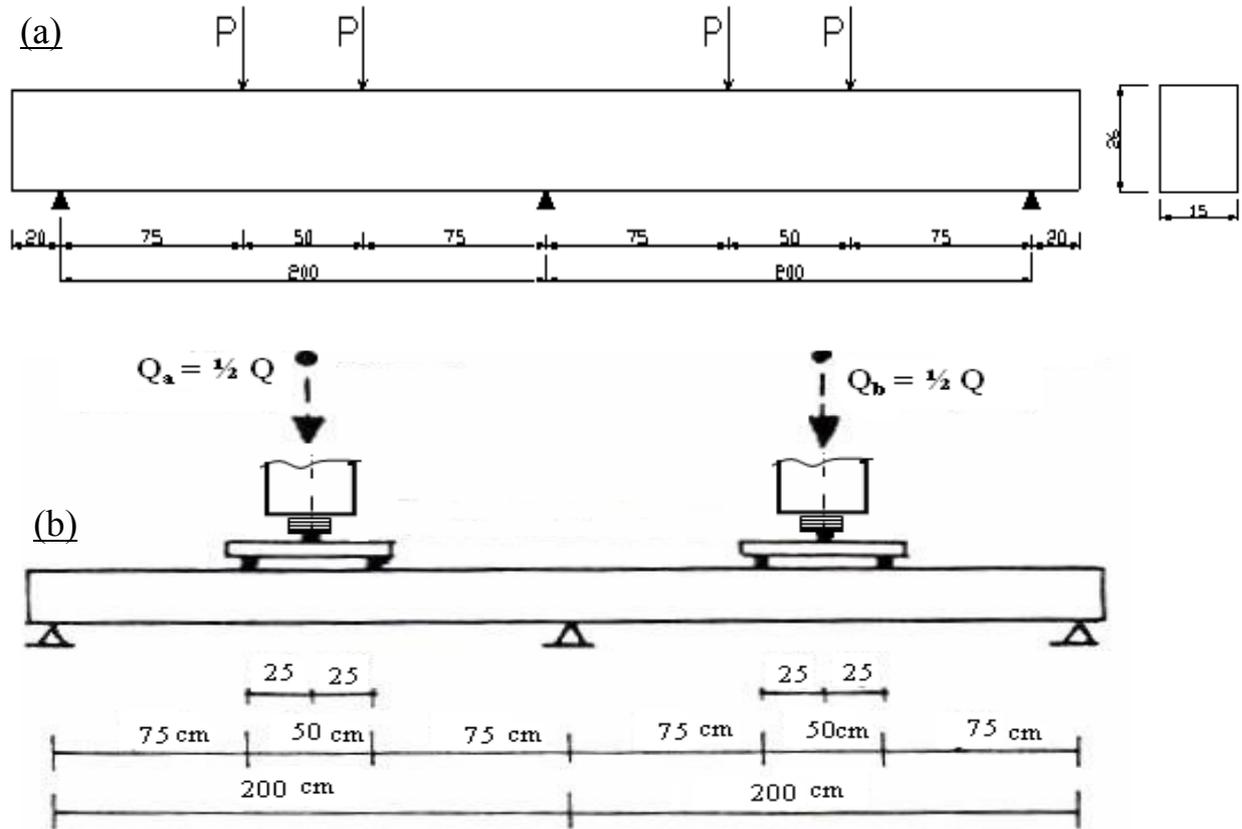


Figure 4.1 : Représentation schématique des poutres testées :

- a) Mode de chargement et dimensions
- b) Dispositif de chargement

4.2.2. Ferrailage des poutres d'essais

Le pourcentage ainsi que la disposition des armatures longitudinales et transversales correspondent également au modèle de Monnier.

Les armatures principales sont des barres filantes en acier Tor de 12 mm de diamètre (T 12).

Les armatures transversales sont en acier doux de 8 mm de diamètre et sont disposées tous les 15 cm (ϕ 8.0, $e=$ 15 cm).

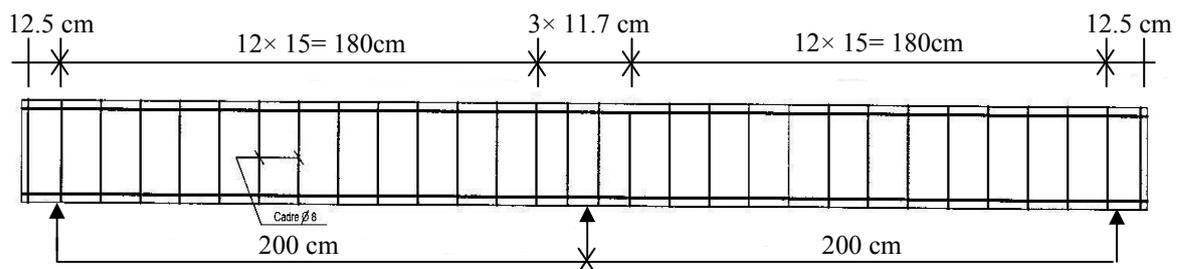


Figure. 4.2 : Disposition du ferrailage des poutres d'essais.

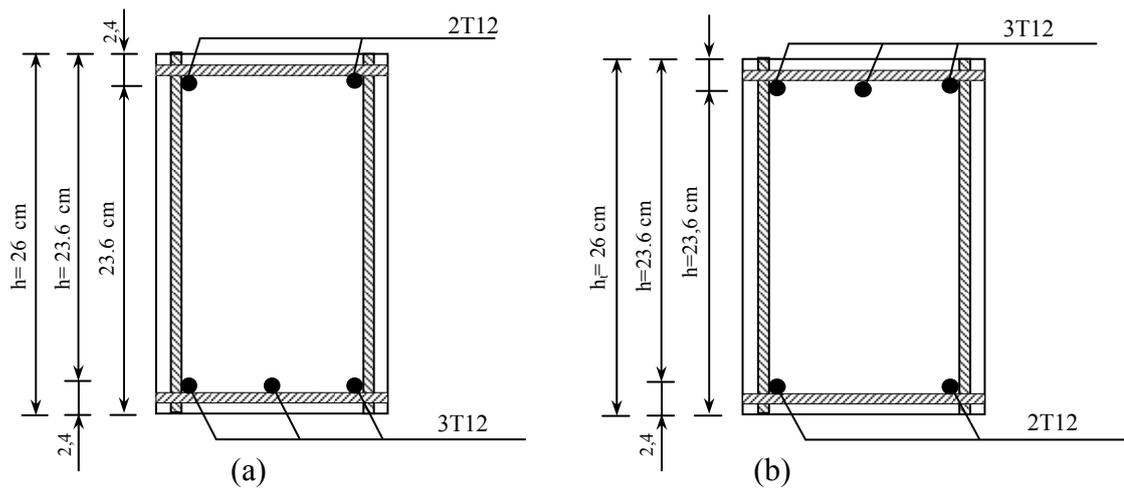


Figure 4.3 : Sections des poutres en travée et en appui.

(a) poutres élasto-non conformes

(b) poutres élasto conformes

La figure 4.2, représente le ferrailage transversal de toutes les poutres d'essai. La figure 4.3, illustre deux sections, en appui et en travée des poutres ferrillées selon la disposition conforme avec 3 T 12 en appui (partie supérieure) et 2 T 12 en travée (partie inférieure), le ferrailage des poutres non conformes (II) étant inversé (2 T 12 en appuis (partie supérieure) et 3 T 12 en travée (partie inférieure)).

4.2.3. Confection des poutres d'essai

Dans la présentation suivante, nous montrons pour les poutres testées, les dispositions de ferrailage utilisées ; leur montage (soudure des cadres) ainsi qu'une vue du coffrage réalisé à l'identique pour l'ensemble des épreuves d'essai.

4.2.3.1. Armatures des poutres :

Dans la photo 4.1, nous montrons le ferrailage envisagé des poutres.



Photo 4.1 : Vue du ferrailage des poutres.

Remarques :

- Toutes les barres longitudinales ont été nettoyées à l'aide d'une brosse métallique de sorte à dégager les nervures de l'acier tor et favoriser ainsi une bonne adhérence acier-béton.
- Les cadres soudés, ont été conçus de manière à garder la distance d'enrobage - d - constante sur toute la longueur de la poutre (fig 4.4.b). Pour réaliser ces cadres, un gabarit rectangulaire a été confectionné par assemblage de plaques métalliques ayant pour dimensions selon ses faces internes celles de la section des poutres (fig 4.4.a); les quatre barres de chaque cadre sont alors limées à la meule mécanique de façon à pouvoir les inscrire dans le gabarit et réaliser ainsi des cadres identiques.

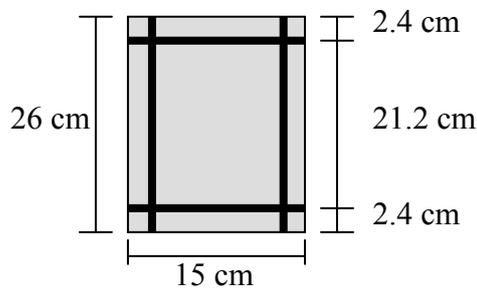


Figure 4.4.a : gabarit rectangulaire donnant la forme de la section de la poutre

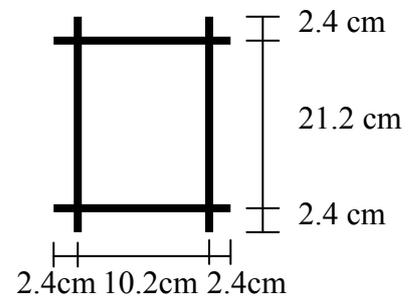


Figure 4.4.b : cadre soudé



Photo 4.2 : Vue du ferrailage des poutres élasto-conforme avec détail des cadres soudés.

4.2.3.2. Coffrage des poutres :

Le coffrage a été prévu pour le coulage de 06 poutres à la fois, il correspond au nombre de poutres à réaliser avec un même béton (03 exemplaires pour le ferrailage I et 03 autres pour le type II).



Photo 4.3 : *Vue des poutres après décoffrage.*

A l'intérieur du coffrage du contre plaqué a été mis en place afin d'obtenir des poutres à faces lisses pour faciliter le relevé de fissures.

4.2.3.3. Coulage des poutres

Les compositions des différents bétons ont été réalisées avec beaucoup de soins (voir annexe -A-). Tous les agrégats ont été lavés à la main et séchés. Le malaxage du béton s'est fait à la pelle, ce qui a conduit, malgré la disponibilité du coffrage à limiter le nombre de poutres coulées à la fois (une gâchée de trois poutres représente environ 1300 Kg de béton). Le compactage du béton est assurée par vibration à l'aide d'une aiguille vibrante, des éprouvettes normalisées 16x32 ont été prélevées lors du coulage.



Photo 4.4 : *Coulage des poutres avec les éprouvettes témoins.*

4.3. Caractéristiques mécaniques des matériaux

4.3.1. Les bétons

La résistance du béton est un des principaux paramètres étudiés dans ce mémoire, de ce fait, nous avons donné un soin particulier à la formulation de la composition des différents bétons. Nous avons procédé à une étude complète au laboratoire central de la Sonatro (voir annexe -A-) et avons abouti aux compositions suivantes :

Proportions pondérales des agrégats secs, sauf ciment :

- Gravier concassé : 15/25 ————— 25 %.
- 8/15 ————— 33 %.
- 3/8 ————— 12 %.
- Sable : 0/3 ————— 30 %.

Dosage en ciment et résistances :

Le tableau de la page suivante, donne le dosage en ciment et les résistances obtenues sur des éprouvettes :

Tableau 4.2. *Dosage en ciment et résistances moyennes obtenues sur éprouvettes cylindriques 16x32.*

Classe de béton	Dosage en ciment (kg/m ³)	Résistance moy. sur éprouvette (kg/cm ²)
A	400	400
B	300	300
C	250	150

Ces valeurs de résistance moyennes, correspondent aux résistances moyennes obtenues après écrasement des éprouvettes à l'âge de 28 jours, prélevées lors du coulage des poutres (voir annexe A, Tableaux A.11a à A.11c).

4.3.2. L'acier

La limite d'élasticité apparente moyenne obtenue après essais de traction sur éprouvettes d'acier est de $\sigma_{en} = 5620 \text{ Kg/cm}^2$. (Voir annexe A Tableau A.12).

4.4. Exécution des essais**4.4.1. Machine d'essai**

La machine utilisée est une dalle d'essai équipée de trois portiques en charpente métallique déplaçables dans le sens longitudinal de la dalle. Chaque portique comporte un vérin hydraulique, coulissant sur sa traverse (perpendiculairement au déplacement des portiques); (photo 4.5). On appliquait aux éléments d'essai deux charges égales concentrées et symétriques ; le dispositif de transmission de charges comportait un linteau de répartition en profilé métallique reposant sur deux appuis supérieurs et recevant les efforts appliqués par le vérin par l'intermédiaire d'une rotule sphérique (bille),(Photo 4.6).

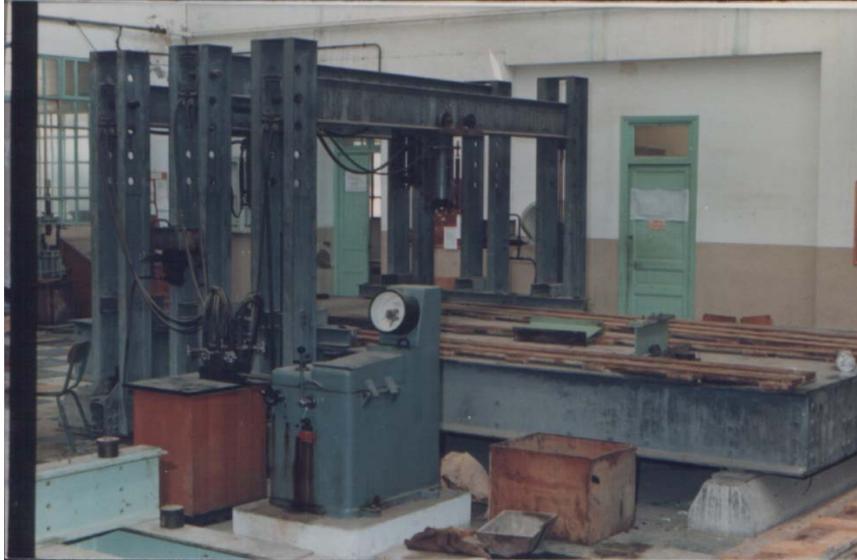


Photo 4.5 : *Vue d'ensemble de la dalle d'essai.*

Cette machine a été étalonnée (voir annexe - B -) et adaptée aux présents essais.

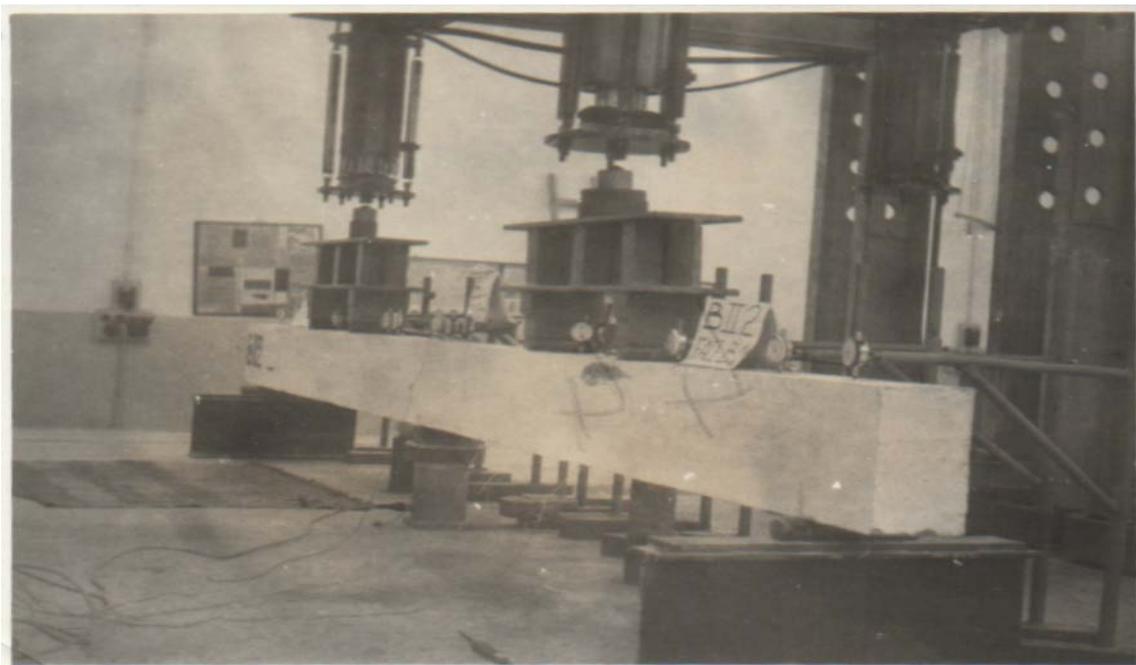


Photo 4.6 : *Dispositif de transmission de charge (répartiteurs).*

4.4.2. Contact vérin – répartiteur

La face inférieure de chaque vérin comporte un creux où vient se loger une bille pour la transmission de la charge au répartiteur.

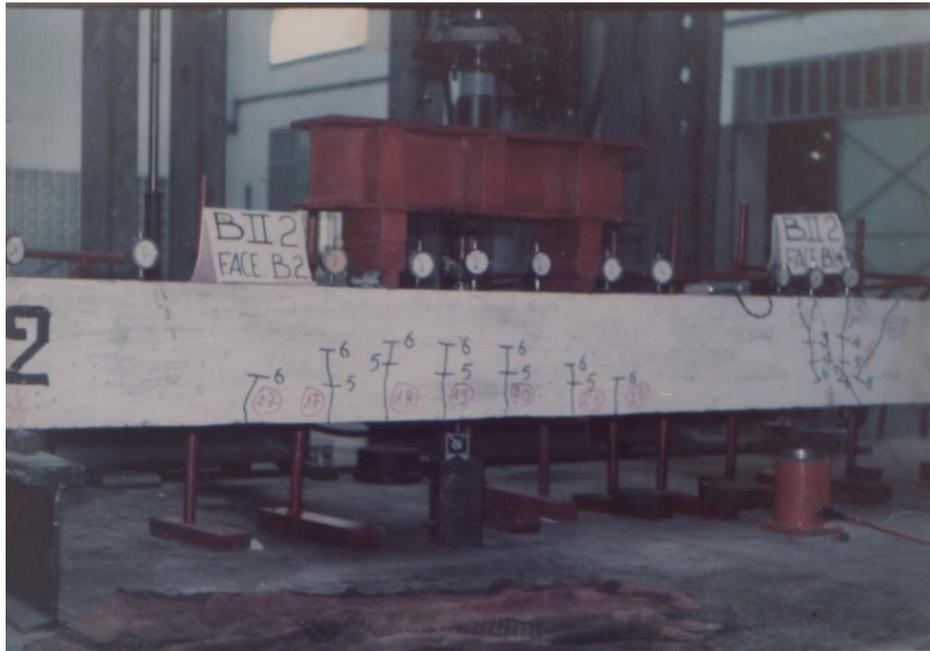


Photo 4.7 : *Vue d'ensemble des dispositifs d'essai avec mise en charge de la poutre et contact vérin-répartiteur*

Le répartiteur a pour rôle de décomposer la charge en deux charges égales.

4.4.3. Répartiteur de charges

Les deux répartiteurs présentés sur la photo 4.8 et qui sont schématisés à la fig. 4.4 ont été réalisés et adoptés pour ces essais.

Deux poutrelles de 80 cm de longueur ont été découpées à partir d'un profilé métallique AIP fig 4.5. A 25 cm de part et d'autre du milieu de chaque poutrelle sont disposés des pieds qui serviront à décomposer en deux forces égales la charge communiquée par le vérin et les transmettre uniformément sur la largeur de la poutre au droit de la section désirée.

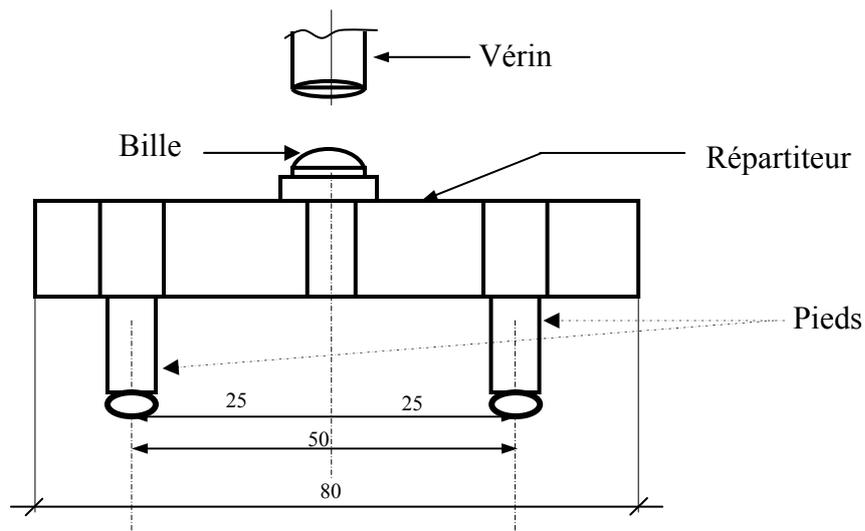


Figure 4.5 : *Répartiteur de charges.*

L'âme du profilé est renforcée dans les zones de transmission par des plaques de fer soudées.

La hauteur des pieds est conçue de façon à laisser suffisamment de place entre la face inférieure du répartiteur et la face supérieure de la poutre pour placer les appareils de mesure.



Photo 4.8 : Déroulement de l'essai avec positionnement des deux répartiteurs sur la poutre.

4.4.4. Les appuis

Les deux appuis extrêmes sont des appuis simples réalisés à partir d'un IPN 260 surmonté d'un fer rond (figure 4.6.a et figure 4.6.b). Leur contact avec la poutre se fait via des rouleaux qui libèrent le degré de liberté de translation horizontale. (Photo 4.9).

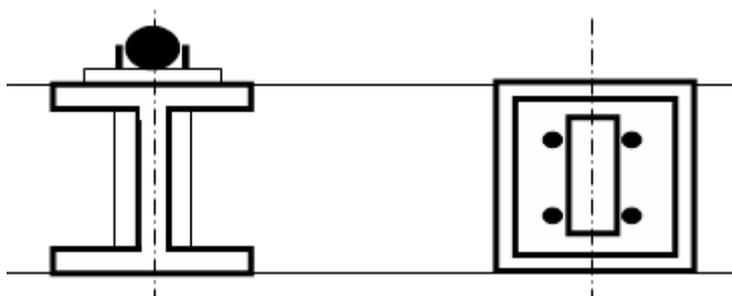


Figure 4.6.a. Schématisation de l'appui extrême avec vue de dessus.

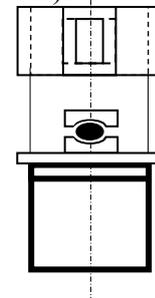


Figure 4.6.b. Schématisation de l'appui central avec vue de dessus.



Photo 4.9 : Déroulement de l'essai et positionnement des appuis extrêmes.

L'appui central est un capteur de force surmonté d'un sommier d'appui (photo 4.10) schématisé en figure 4.6.b.

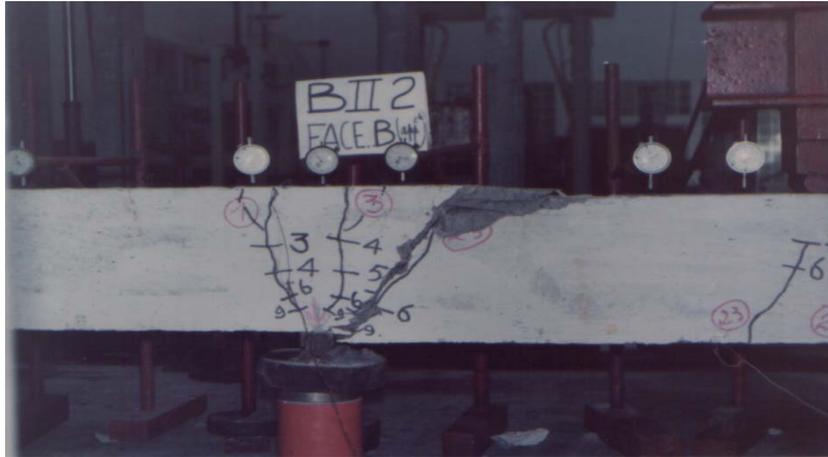


Photo 4.10 : Appui central (capteur de force).

La photo 4.10 montre une poutre après l'épuisement au niveau de son appui central.

4.4.5. Appareil et méthodes de mesures

4.4.5.1. Réaction d'appui central

Le capteur de force (photo 4.11) est relié à une alimentation stabilisée et à un millivoltmètre.



Photo 4.11 : Détail de l'appui central avec son capteur de force.

A chaque pas de chargement, le millivoltmètre affiche une valeur qui est relevée, et d'où grâce à une courbe d'étalonnage préalablement établie (voir annexe B) la réaction d'appui centrale qui est exprimée en fonction de la charge globale.

4.4.5.2. Flèches

Les flèches sont mesurées à l'aide de comparateurs ayant une précision de 10^{-2} , 10^{-3} et 10^{-4} mm. Les plus sensibles ont été placés dans les zones de faibles déformations. Le nombre 19 et l'espacement des comparateurs ont été choisis de telle sorte à pouvoir définir les déformations sous charge avec précision.

- Les comparateurs 1 et 10 sont placés comme témoins (au cas où il y aurait affaissement d'appui).
- Les comparateurs 2 et 9 sont prévus pour déterminer les rotations d'appui.
- Le comparateur 8 est placé au point de moment nul.
- Les autres comparateurs d'une précision moindre sont placés dans la zone des grandes flèches.

4.4.5.3. Rotation

Les rotations au voisinage des appuis des deux rives et de celui central sont déterminées, respectivement, par les couples de comparateurs (1 et 2) et (9 et 10) disposés de façon à former des clinomètres :

Le comparateur 1 donne la lecture a_1 , le comparateur 2 donne la lecture a_2 d'où la rotation d'appui est déterminée par $\theta \approx \frac{a_2 - a_1}{d}$ qui sera ensuite convertie en radians, d étant la distance entre deux comparateurs

4.4.5.4. Support des comparateurs

Chaque comparateur est supporté par un socle pesant en acier, muni de béquilles réglables formant un système indépendant de la poutre. Les supports ont été également conçus et réalisés pour ces essais.

4.4.5.5. Contact comparateur-poutre

En tout point de contact comparateur-poutre, nous avons prévu une plaque de Plexiglas pour avoir une surface de contact lisse et parer ainsi à toute erreur de mesure due au déplacement local du comparateur.

4.4.5.6. Déformations unitaires

Les allongements de l'acier et les raccourcissements du béton au voisinage des sections critiques sont déterminés à l'aide de jauges ohmiques. Les valeurs sont lues directement en 1 m/m sur un pont d'extensomètre à 10 voies. Les paramètres K (facteur de sensibilité des jauges) et R (résistance en Ω) sont introduits directement dans le pont.

- Pour l'acier : Les jauges sont collées directement sur l'armature après polissage de la surface de contact.
- Pour le béton : Elles sont placées au niveau de la fibre la plus comprimée.

4.4.5.7. Fissuration

a – Ouverture : L'ouverture de la fissure est mesurée au niveau du centre de gravité des aciers à l'aide d'un fissuromètre muni d'une lampe d'éclairage et permettant d'apprécier le 1/100 mm (photo 4.12)



Photo 4.12 : Fissuromètre muni d'une loupe éclairante avec pile d'alimentation.

b – Position et hauteur des fissures

Les fissures sont notées et retracées à chaque pas de chargement. Elles sont repérées par deux numéros : un numéro encerclé, il correspond à l'ordre d'apparition de la fissure et le deuxième au pas de chargement (photo 4.13).



Photo 4.13 : Fissures relatives à différent pas de chargement.

4.4.6. Conditions d'exécution des essais

La mise en charge de chaque poutre se fait par paliers successifs sans déchargement. Chaque pas est défini comme un pourcentage de la charge limite ultime du système. Ces pourcentages appelés aussi degré d'avancement de charge ($m = \frac{Q}{Q_U}$), sont de 10, 20, 30, ..., 90% ,avec un palier supplémentaire de 15% , 25% et 35% respectivement pour le béton faible, moyen et fort.

A chaque étape de chargement et après stabilisation de tous les appareils de mesures, nous procédons aux relevés de mesures; opération nécessitant environ 30min par pallier de chargement. L'enregistrement de l'ensemble des résultats par poutre dure 7 heures.

Pour maintenir la charge désirée constante afin de conserver une déformation instantanée identique, nous avons été obligés d'immobiliser le levier actionnant les vérins d'une manière manuelle durant 30 minutes pour nous permettre de relever les différentes mesures (fissures, déformations et charge) et de plus pour palier aux fuites d'huile.

Au début de l'essai, la poutre est chargée par palier de faible importance jusqu'à l'apparition de la première fissure.

Les mesures ont été enregistrées d'une manière continue jusqu'à la rupture de la poutre. Néanmoins, dans certains cas afin d'éviter la détérioration des comparateurs l'essai est arrêté.

4.5. Résultats des mesures

Dans la présente recherche, seules les mesures concernant les trois états de la fissuration ont été pris en considération à savoir:

- Ouvertures des fissures,
- espacement entre fissures,
- moment de fissuration.

Pour déceler plus facilement l'apparition des fissures, les poutres étaient, avant essai, enduites de lait de chaux sur leurs faces latérales. La détection des fissures se faisait à l'œil nu. Chaque ouverture était ensuite mesurée au moyen d'un oculaire micrométrique (fissuromètre) et ce au niveau du centre de gravité présumé des aciers. La visualisation au fissuromètre a permis une appréciation de la mesure au centième de millimètre près. A chaque position d'une fissure, le numéro d'ordre de son apparition et le pas de chargement lui correspondant ont été relevés.

Les relevés des fissures pour chaque poutre figurent dans l'annexe C. Les tracés des fissures pendant la phase de chargement (avant rupture) sont représentés en trait continu et ceux correspondant au moment de la rupture le sont en discontinu.

Ces schémas (annexe C) comportent les numéros des fissures et leur écartement, ainsi que leur progression. Les schémas mettent en évidence le sommet de la fissure qui est repéré sur le dessin à l'aide de deux numéros d'ordre correspondants respectivement à la charge (ou au pas de chargement) et à l'ordre d'apparition de la fissure (numéro encerclé).

Nous nous intéressons seulement aux fissures se trouvant dans la zone où le moment prend une valeur plus ou moins constante (cela consiste à admettre que la zone tendue de la poutre se comporte comme un tirant soumis à une charge de traction uni axiale). Dans notre cas, cette zone correspond à l'intervalle entre deux points d'application des charges concentrées en travée; et plus exactement la zone entre les deux points d'application des charges concentrées en travée.

A cet effet, les fissures à prendre en compte, sont celles qui se trouvent dans cet intervalle. Pour les fissures voisines au point de passage des charges, elles ne sont prises en considération que si elles se trouvent à une distance inférieure ou égale à la moitié de la moyenne des espacements de l'ensemble des fissures qui peuvent y exister. Le cas échéant, celles-ci sont rejetées.

Dès lors que l'on a passé l'étape de sélection des fissures, nous avons limités en première approximation, l'analyse statistique véritable à l'étude de la variation des grandeurs telles que résistances ainsi que l'intensité des charges et autre actions et ce conformément à la conception semi probabiliste, adoptée par le Comité Européen du Béton.

Pour ces grandeurs, la dispersion des données est prise en compte par l'introduction de valeurs caractéristiques G_e évaluées selon l'expression de la forme suivant :

$$G_e = G_m(1 \pm k \cdot \delta)$$

où

G_m : valeur moyenne de la grandeur considérée.

δ : écart quadratique moyen relatif.

k : coefficient valable dont la valeur dépend de la probabilité, acceptée à priori, que les données sortent de l'intervalle (G_m , G_e).

4.5.1. Espacement entre les fissures

Notre cas concerne l'espacement entre les fissures l_f :

$$l_e = l_m(1 \pm k \cdot \delta) \Leftrightarrow l_f = l_{f,m}(1 \pm k \cdot \delta) = \bar{l}_f(1 \pm k \cdot \delta)$$

La valeur caractéristique de l'espacement des fissures est celle correspondant à la probabilité d'avoir dans une distribution normale des résultats d'essais de mesure de l'espacement ; 5% des résultats inférieurs ou supérieurs à la valeur ainsi fixée. Cette probabilité de 5% entraîne $k=1,64$.

$$\delta = \frac{s}{\bar{l}_f} ; \quad s = \text{écart type} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{l}_f - l_{fi})^2}{n-1}}$$

$$\bar{l}_f = \text{valeur moyenne de l'espacement} = \frac{\sum_{i=1}^n l_{fi}}{n}$$

l_{fi} = espacement entre deux fissures
 n = nombre d'espacement entre fissures

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \delta) = \bar{l}_f \cdot \alpha$$

$\alpha = (1 \pm 1,64 \delta)$; coefficient d'homogénéité du phénomène d'espacement avec la probabilité prise *a priori* pour $p = 0,95$.

Autrement dit avec la probabilité de 0,95 on peut espérer l'espacement max de

$$l_f^{\max} = (1+1,64\delta), \text{ et avec la même probabilité l'espacement min de } l_f^{\min} = (1-1,64 \delta).$$

Exemple :

Prenons la poutre élasto - conforme **AI1** : (figure 4.7)

Poutre: AI1

Travée 1 : (Travée A1 +Travée B1)

$$\frac{16,5+15,5+15+14,5+15+15,5}{6} = \frac{92}{6} = 15,33 \text{ cm}$$

$\Delta 50\% = 7,6$ cm et comme la fissure N° 21 se trouve à 5cm du point d'application de la charge donc, on tient compte de la fissure N° 21 d'où de l'espacement de 15 cm.

$$\frac{16,5+15,5+15+15+14,5+15+15,5}{7} = \frac{107}{7} = 15,28 \text{ cm}$$

Travée 2 : (Travée A2 +Travée B2)

$$\frac{15+15+16+16+15,5+14}{6} = \frac{91,5}{6} = 15,25 \text{ cm}; \quad \Delta 50\% = 7,62 \text{ cm}$$

La moyenne globale des valeurs moyennes obtenues pour les deux travées :

$$(92+107) / (6+7) = 15,27 \text{ cm} = \text{valeur moyenne.}$$

D'où l_f en travée = 15,27 cm.

Les fissures dans les faces A1, B1, A2 et B2 des travées 1 et 2 qui ont été considérées sont respectivement les séries de numéros de fissures 2 -4 -20- 21 ; 1- 3- 16- 17- 36 ; 5- 6 -7- 25 ; 2- 8- 9- 10- 11. Elles sont représentées dans la figure (4.7.b).

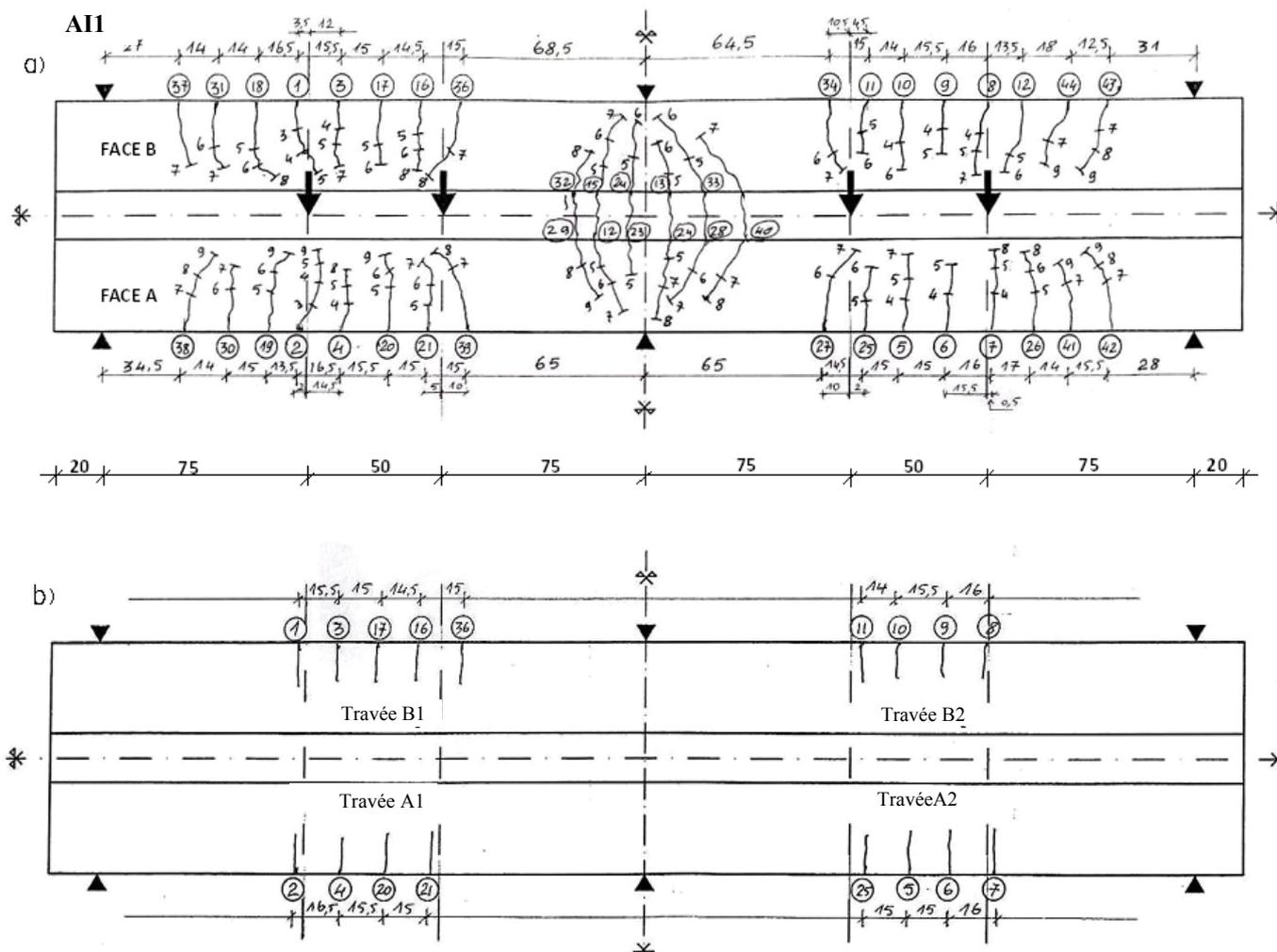


Figure 4.7 : Représentation schématique de la poutre testée.

a) Relevé de l'ensemble des fissures obtenues.

b) Fissures sélectionnées pour l'étude.

Dans le tableau 4.3 sont sériées les valeurs des espacements mesurés ainsi que la valeur moyenne, l'écart type, l'écart quadratique moyen relatif et le coefficient d'homogénéité des résultats des poutres: AI1+AI2.

Tableau 4.3 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures pour les Poutres A I (conformes)

Poutre	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
AI1 n =13	16,5	15,27	- 1,45	2,10	0,702	0,0459	0,924
	15,5		- 0,45	0,20			
	15		- 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	14,5		+ 0,55	0,30			
	15		+ 0,05	0,003			
	15,5		+ 0,45	0,20			
	15		+ 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	16		+ 0,05	0,90			
	16		+ 0,05	0,90			
	15,5		- 0,45	0,20			
	14		+ 1,05	1,10			
AI2 n =13	19,3	14,82	+ 4,25	18,06	2,701	0,18	0,701
	11,2		+ 3,85	14,82			
	13,9		+ 1,15	1,32			
	16		+ 0,95	0,90			
	10,6		+ 4,45	19,80			
	18,9		+ 3,85	14,82			
	15,2		+ 0,15	0,023			
	16,1		+ 1,05	1,10			
	14,9		+ 0,15	0,020			
	15,6		+ 0,55	0,30			
	15		+ 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	11		+ 0,05	16,403			
$\Sigma n =26$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 15,05 (cm)				1,93	0,128	0,790
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f/min}^{max} = \bar{l}_f(1 \pm 1,64\bar{\delta}) = \begin{cases} 1,21\bar{l}_f = 18,21 \text{ cm} \\ 0,79\bar{l}_f = 11,89 \text{ cm} \end{cases}$$

Pour le reste des poutres voir annexe D.

4.5.2. Moment de fissuration

On définit le moment de fissuration expérimentalement M_f , comme le moment sous lequel apparaît la première fissure dans la zone tendue de la poutre.

Connaissant la charge Q , qui provoque l'apparition (la naissance) de la première fissure pour un pas de chargement (m), et la charge de rupture (Q_u) ou éventuellement juste avant la rupture (ruine) de la poutre en question, on pourra alors déterminer le degré d'avancement de charge

$m_c = Q/Q_{U,e} \Leftrightarrow m_{fc} = \frac{Q_{fc}}{Q_U}$, on appelle aussi m_f l'état d'avancement de fissuration

$$m_{f,exp} = \frac{Q_{f,exp}}{Q_{u,exp}} = \frac{M_{f,exp}}{M_{u,exp}} = \frac{M_{f,exp}}{M_{R,exp}} \Rightarrow M_{f,exp} = m_{f,exp} \cdot M_{R,exp}$$

en posant : $\delta = \frac{Q_{u,exp}}{Q_{u,th}} = \frac{M_{u,exp}}{M_{u,th}} = \frac{M_{R,exp}}{M_{R,th}}$ on déduit $M_{u,exp} = \delta \cdot M_{u,th}$

avec δ (coefficient de corrélation) et $M_{u,th}$ (moment ultime théorique). Les valeurs de ces paramètres sont présentées dans le chapitre V (tableau 5.2. et tableau 5.3.).

Tableau 4.4. Valeurs expérimentales des moments de fissuration.

Classe du béton	Série de poutres	N° du pas	Charge de la 1ère fissure Q_f (KN)	Charge de rupture $Q_{U=R}$ (KN)	Moment de rupture M_R (KN.m)	Moment de fissuration M_f (KN.m)	$m_f = Q_f/Q_U = M_f/M_R$	
A	AI1	3	66	253,5	30,43	7,91	0,26	
	AI2	6	96	298,5	35,81	11,49	0,321	
	AII1	5	96	291	43,73	14,38	0,329	
	AII2	7	118,5	343,5	51,82	17,82	0,344	
B	BI1	4	66	268,5	32,31	7,91	0,245	
	BI2	Poutre endommagée						
	BII1	5	96	298,5	44,94	14,42	0,321	
	BII2	4	103,5	268,5	40,41	15,55	0,385	
C	CI1	5	73,5	253,5	30,43	8,79	0,289	
	CI2	?	43,5	226,5	27,18	5,21	0,192	
	CII1	4	66	283,5	42,51	9,86	0,232	
	CII2	6	96	246	36,84	14,36	0,390	

Remarque :

On remarque pour la poutre CII1 que le degré d'avancement de la fissuration $m_f = 0,232$ qui correspond à un moment de fissuration de $M_f = 9,86$ KN.m par rapport à la poutre CII2 est faible qui montre l'apparition de la fissure n° 6. Cette fissuration prématurée de la poutre est probablement due à une amorce de fissure préexistante induite par l'effet du retrait.

4.5.3. Ouvertures des fissures

L'ouverture des fissures est mesurée au niveau du centre de gravité des aciers du premier lit à l'aide d'un fissuromètre de précision de 1/100 de mm.

Une fois, la position et la hauteur de chaque fissure déterminées, on calcule la valeur moyenne de son ouverture à chaque pas de chargement. Ceci est répété pour chaque face.

Après cela, une seconde détermination de la moyenne est réalisée pour les faces latérales de chaque travée de la poutre. (Voir l'exemple concernant la poutre **AII** donnée dans le tableau 4.5). Pour le reste des poutres voir l'annexe E.

Tableau 4.5 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AII.

N° pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B										\bar{M}		
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂							
				2	4	20	21	M	5	6	7	25	M	1	3	16	17	36		M	8	9	10		11	M
1																										
2	20	36	0,142																							
3	40	66	0,260	0,04				0,04					0	0,04						0,04					0,04	
4	60	96	0,378	0,06	0,045			0,05	0,05	0,05	0,035		0,045	0,05	0,03					0,04	0,05	0,05	0,05		0,05	0,046
5	80	126	0,497	0,14	0,05	0,10		0,096	0,08	0,07	0,09	0,04	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06			0,055	0,10	0,07	0,08	0,04	0,07	0,072
6	100	156	0,615	0,15	0,11	0,14	0,12	0,13	0,12	0,14	0,12	0,08	0,115	0,15	0,11	0,15	0,10			0,127	0,15	0,14	0,12	0,10	0,12	0,12
7	120	186	0,733	0,15	0,25	0,18	0,19	0,193	0,15	0,20	0,15	0,12	0,15	0,20	0,24	0,15	0,17	0,20		0,19	0,20	0,20	0,15	0,12	0,16	0,16
8	140	216	0,852	0,15	0,30	0,22	0,24	0,22	0,16	0,20	0,23	0,10	0,17	0,25	0,30	0,15	0,25	0,30		0,25	0,20	0,20	0,16	0,15	0,17	0,20
9	160	246	0,970	0,30	0,30	0,36	0,38	0,33	0,25	0,30	0,30	0,10	0,23	0,30	0,30	0,20	0,35	0,45		0,32	0,30	0,30	0,25	0,10	0,23	0,27
10	165	253,5	1																							
11																										
12																										
13																										
14																										
15																										

La courbe moyenne expérimentale figure 4.8, met en évidence la valeur moyenne de l'ouverture des fissures pour une série donnée et un degré d'avancement fixé. (Les autres courbes sont données dans l'annexe F).

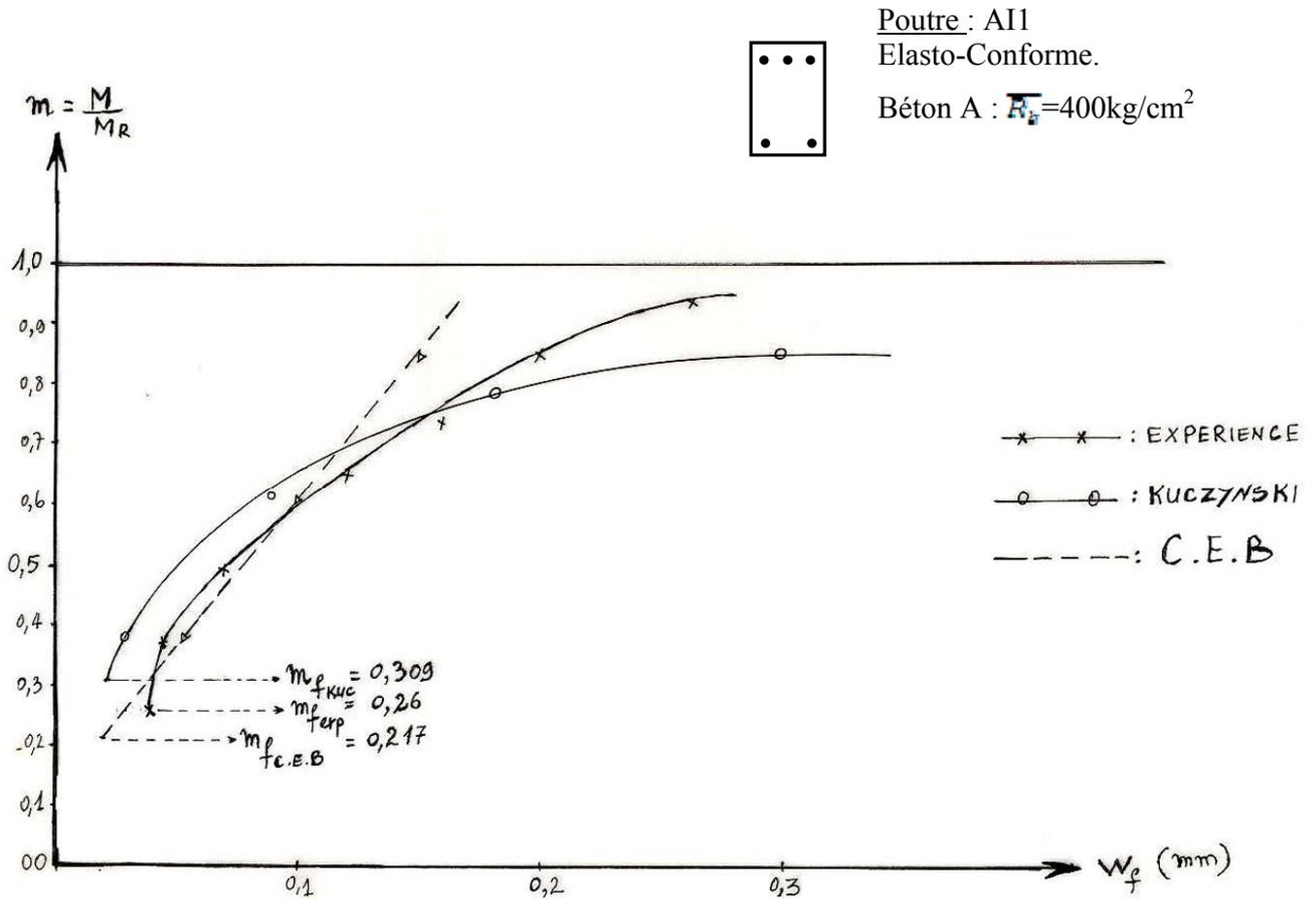


Figure 4.8 : Ouverture de fissure w_f , en fonction du degré d'avancement de charge $m_i = \frac{M_f}{M_R}$ pour les poutres Elasto-Conformes avec un Béton A. [$R_b = 400 \text{ kg/cm}^2$]

CHAPITRE V

Chapitre V Calcul des poutres d'essais

5.1. Introduction

Dans ce chapitre nous avons utilisé les données issues des résultats de calculs, relatifs à l'évaluation de la charge de rupture, effectués par des chercheurs [18] et [33] de notre laboratoire dans le cadre d'un protocole d'essais commun.

5.2. Schémas statiques – Diagramme des moments

La détermination des valeurs des réactions ainsi que des moments a été faite sur la base d'un calcul classique de résistance des matériaux appliqué à une poutre hyperstatique à deux travées égales (fig. 5.1). Le détail du calcul de la capacité portante est donné dans le tableau 5.1.

5.3. Relations de base

En appliquant la théorie de l'élasticité linéaire, pour le cas d'une poutre hyperstatique (*notre modèle d'essai*), nous trouvons le diagramme des moments à différentes abscisses (*notées M3, M5 et M8*); c.à.d. la détermination des moments en travées et sur l'appui intermédiaire. Ainsi, les valeurs de M3, M5 et M8 sont reportées sur le schéma statique en superposition avec les diagrammes du moment pour l'ensemble des poutres étudiées.

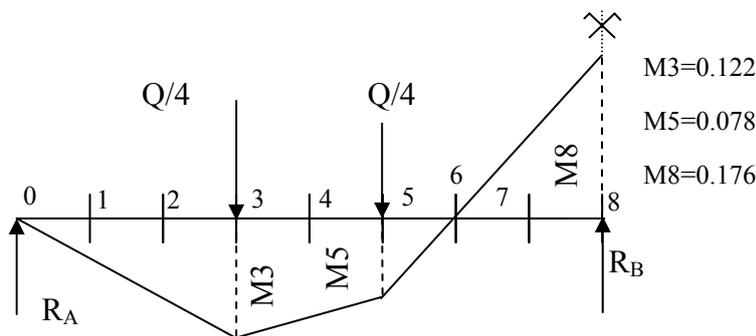


Figure 5.1 : Schéma statique et diagramme du moment des poutres étudiées.

Dans la formulation suivante, nous reprenons les expressions donnant la charge en fonction des moments unitaires d'après la méthode itérative de Kuczynski, basée sur la théorie de la plasticité.

-Charge Q en (KN),

$$Q = 4 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot M_3 + 0.5 \cdot M_8 \right) \quad (5.1)$$

-Capacité portante Q_u :

$$Q_u = 4 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot M_u + 0.5 \cdot M'_u \right)$$

avec : $M_u = A_s \bar{R}_a (h-d')$ et $M'_u = A'_s \bar{R}_a (h-d')$

Nota :

Mu et M'_{ut} sont respectivement les moments en travée et sur appui. Dans ces relations, les moments sont exprimés en (KN.m) et la charge en (KN). Ces valeurs sont déterminées à l'aide de la théorie de la plasticité (redistributions des efforts).

5.4. Moments ultimes, capacités portantes des poutres étudiées

Les résultats obtenus dans le cadre de cette recherche pour les charges et les moments, tant du point de vue théorique qu'expérimental, sont résumés dans les tableaux récapitulatifs 5.1 à 5.3.

5.4.1. Résultats théoriques

Les résultats théoriques sont donnés dans le tableau 5.1 pour les deux séries de poutres testées.

Tableau 5.1. Résultats théoriques des charges et moments pour les deux séries.

Séries élasto - non -conformes	Séries élasto conformes
$M_{ut} = 40.49$ KN.m	$M_{ut} = 26.93$ KN.m
$M'_{ut} = 26.93$ KN.m	$M'_{ut} = 40.39$ KN
$Q_{ut} = 269$ KN	$Q_{ut} = 224$ KN

5.4.2. Résultats expérimentaux

Les résultats repris dans les tableaux récapitulatifs ci-après ont fait l'objet d'une interprétation au préalable dans la partie expérimentale respectivement pour les séries élasto-non-conformes et les séries élasto- conformes.

Tableau 5.2. Résultats expérimentaux des charges et moments pour les séries élasto-non- conformes.

SERIES		SERIE A II (400)		SERIE BII (300)		SERIE C II (150)	
Résultats expérimentaux par poutre	POUTRES	A II 1	A II 2	B II 1	B II 2	C II 1	C II 2
	$Q_{u,exp}$ (KN)	291	343,5	298,5	268,5	283,5	246
	$\delta = \frac{Q_{u,exp}}{Q_{ut}}$	1.080	1.280	1.110	0.998	1.05	0.91
Résultats moyens par classe de béton	δ moyen	1.180		1.050		0.980	
	$Q_{u,exp, moy}$ (KN)	317		284		265	
	$M_{u,exp}$ (KN.m)	43,73	51,82	44,94	40,41	42,51	36,84
	$M_{u,exp, moy}$ (KN.m)	47,78		42,68		39,68	
	$M'_{u,exp}$ (KN.m)	29,09	34,47	29,89	26,87	28,27	24,50
	$M'_{u,exp, moy}$ (KN.m)	31.77		28.38		26.38	

Tableau 5.3. Résultats expérimentaux des charges et des moments pour séries élasto-conformes.

SERIES		SERIE A I		SERIE B I		SERIE C I	
Résultats expérimentaux par poutre	POUTRES	A I 1	A I 2	B I 1	B I 2	C I 1	C I 2
	$Q_{u,exp}$ (KN)	253,5	298,5	268,5	247	253,5	226,5
	$\delta = \frac{Q_{u,exp}}{Q_{ut}}$	1.130	1.330	1.190	1.100	1.130	1.010
Résultats moyens par classe de béton	δ moyen	1.230		1.190		1.070	
	$Q_{u,exp,moy}$ (KN)	276		268,5		240	
	$M_{u,exp}$ (KN.m)	30,43	35,81	32,31	/	30,43	27,18
	$M_{u,exp,moy}$ (KN.m)	33.12		32,31		28.81	
	$M'_{u,exp}$ (KN.m)	45,64	53,71	47,25	/	45,64	40,79
	$M'_{u,exp,moy}$ (KN.m)	49.68		4725		43.22	

Ci-après, nous donnons les relations de base des itérations successives ayant permis la détermination des valeurs des moments fléchissants sur appui et travée.

Les paramètres entrant dans les calculs de la méthode non linéaire, sont :

$$M_{ut} = A \bar{R}_a Z \quad K_i = \frac{M_{ui}}{B_{oi}} \cdot l$$

$$M'_{ut} = A' \bar{R}_a Z \quad K'i = \frac{M'_{ui}}{B'_{oi}} \cdot l$$

$$B_0 = \gamma E_b I_1 \quad \text{avec} \quad Eb = 19000 \sqrt{R_b} \quad (\text{Rilem})$$

$$I_1 = \frac{bX_1^3}{3} + \frac{b(ht - x_0)^3}{3} + n_1 A(h - x_0)^2 + nA'(X_1 - d')^2, \quad n_1 = \frac{E_a}{E_b}$$

$$X_1 = \frac{0.5bh^2 + n_1Ah + n_1A'd'}{bht + n_1A + n_1A'} \quad \text{position de l'axe neutre}$$

$$0.48 \leq \gamma \leq 0.58 \quad \text{en travée}$$

$$0.32 \leq \gamma \leq 0.38 \quad \text{en appui}$$

Ψ : le coefficient Ψ est déterminé expérimentalement.

Nous avons choisi la valeur de Ψ pour superposer la courbe théorique avec celle expérimentale. La formule empirique n'étant pas valable dans le cas des aciers à haute limite d'élasticité ($\sigma_{en} \geq 3600 \text{ Kg/cm}^2$).

Tableau 5.4. Valeurs des caractéristiques mécaniques des poutres en termes de résistances et modules d'élasticité des bétons et aciers.

Séries	\bar{R}_b (Kg/cm ²)	\bar{R}_a (Kg/cm ²)	$E_b \cdot 10^5$ (Kg/cm ²)	$E_c \cdot 10^5$ (Kg/cm ²)
AI, AII	400	5620	3.80	21
BI, BII	300	5620	3.29	21
CI, CII	150	5620	3.33	21

Tableau 5.5. Valeurs des inerties et rigidités initiales.

Séries	n_1	X_1 cm (I)	X_1 cm (II)	$I_1 \cdot 10^4$ cm ⁴	$E_b \cdot I_1 \cdot 10^9$ Kg.cm ²	γ	γ'	$Bo \cdot 10^9$ Kg.cm ²	$Bo' \cdot 10^9$ Kg.cm ²
A I A II	5.52	12.84	13.15	2.558	9.7204	0.53	0.35	5.152	3.400
B I B II	6.38	12.82	13.17	2.600	8.554	0.53	0.35	0.533	2.994
C I C II	9.02	12.75	13.24	2.766	6.444	0.53	0.35	3.415	2.255

Les valeurs des coefficients de souplesse et de plastification du béton, pour les séries élasto-non-conformes et séries élasto-conformes, sont résumées dans les tableaux ci-après

Tableau 5.6. Coefficients de souplesse et de plastification pour les séries élasto-non-conformes.

	Séries		
	AII (400)	B II (300)	C II (150)
Kt-10 ⁶	15.72	17.82	23.65
K't-10 ⁶	15.87	17.99	15.59
KE-10 ⁶	18.23	18.76	23.29
K'E-10 ⁶	18.42	18.94	19.30
ψ	2.2	2.1	2.0

Tableau 5.7. Coefficients de souplesse et de plastification pour les séries élasto-conformes.

	Séries		
	AI (400)	BI (300)	CI (150)
Kt-10 ⁶	10.48	11.87	15.55
K't-10 ⁶	23.81	26.87	35.81
KE-10 ⁶	12.89	13.47	16.52
K'E-10 ⁶	29.28	30.62	38.32
ψ	2.2	2.1	2.0

5. 5. Résultats des calculs théoriques

Cette partie concerne la détermination des trois paramètres de l'état limite de fissuration selon les deux méthodes de calcul (Méthode du CEB et méthode de Kuczynski) à savoir:

- M_f (Moment de fissuration).
- L_f (Espacements entre fissures).
- W_f (Ouvertures des fissures).

5.5.1. Moment de fissuration

Le moment de fissuration est par définition le moment qui donne une contrainte égale à la résistance à la traction de la fibre la plus tendue du béton.

5.5.1.1. Moment de fissuration d'après la méthode du C.E. B

Le moment de fissuration peut être déterminé à l'aide de la relation suivante :

$$\sigma(y) = (M / I_{\text{eff}}) \cdot y$$

on déduit alors, le moment de fissuration, tel que défini au §16.2.1 du code modèle (CM)[6], par la relation :

$$M_f = (I_{\text{eff}} / y) \cdot f_{\text{ctd}} = W_1 \cdot f_{\text{ct}} \cong W_c \cdot f_{\text{ct}} \quad (5.2)$$

Avec :

- $f_{\text{ct}} = f_{\text{ct}0,05}$: s'il s'agit d'éviter les dommages
- $f_{\text{ct}} = f_{\text{ctm}}$: s'il s'agit de calculer les contre flèches
- W_1 : Module d'inertie de la section au stade I (avec armatures)
- W_c : Module d'inertie de la section du béton seul

Pour cela, les paramètres entrant dans les calculs sont :

$$M_f = W_1 \cdot f_{\text{ctm}}$$

$$W_1 = \frac{I_1}{e_n}, \quad e_n = h_t - x_1$$

$$x_1 = \frac{\frac{bh_t^2}{2} + nAh + nA'd'}{bh_t + n(A + A')} \quad \text{Position de l'axe neutre ; } n = \frac{E_a}{E_b} \text{ coefficient d'équivalence}$$

$$I_1 = \frac{bx_1^3}{3} + \frac{b}{3}(h_t - x_1)^3 + nA(h - x_1)^2 + nA'(x_1 - d)^2$$

I_1 : moment d'inertie par rapport a l'axe neutre x_1

Pour la section de nos poutres : $b = 15\text{cm}$, $h_t = 26\text{cm}$, $h = 23,6\text{cm}$

$$I_1 = 5x_1^3 + 5(26 - x_1)^3 + nA(23,6 - x_1)^2 + nA'(x_1 - 2,4)^2$$

$f_{\text{ctm}} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{\text{ck}}}$: Résistance moyenne à la traction du béton

f_{ck} = Résistance caractéristique spécifiée

Comme rapporté à l'annexe 4.1.1 du code modèle du CEB [6], la résistance du béton dans les ouvrages réels est fortement dépendante des conditions de mise en œuvre ainsi que de la présence d'armatures qui peut diminuer la résistance apparente à cause des hétérogénéités qu'elle provoque. Une sollicitation de longue durée d'application diminue celle-ci d'environ 20%. ($\delta_s=20\%$)

$$f_{ck} = R_{ck} = R_{bm} (1 - \delta_s) ; \quad R_{bm} = \text{résistance moyenne à la compression du béton.}$$

Le code modèle (CM) indique au §2.5.2 le module de déformation longitudinal E_{cm} . Dans ce cas, une estimation de la valeur moyenne sécant E_{cm} peut être obtenue à partir de la résistance caractéristique du béton à la compression f_{ck}

$$E_{cm} = 9500(f_{ck} + 8)^{1/3} \text{ en (MPa)}$$

$$n = \frac{E_{am}}{E_{cm}} = \frac{E_a}{E_b} \quad \text{Coefficient d'équivalence}$$

Tableau 5.8. Résistances du béton à la compression et à la traction.

Classes de béton	R_{bm} (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)
A	40	31,36	2,98
B	30	23,52	2,46
C	15	11,76	1,55

Tableau 5.9. Position de l'axe neutre, coefficient d'équivalence, moment d'inertie des poutres.

Poutre	X_1	$5 X_1^3$	$5 (26-X_1)^3$	$nA (23,6-X_1)$	$nA'(X_1-2,4)^2$	$10^{-4} I_1 \text{ m}^4$	n	
A = 40 MPa	AI 1	12,83	10559,65	11421,60	1591,22	2238,50	2,58	6,07
	AI 2	12,83	10559,65	11421,60	1591,22	2238,50		
	AII 1	13,17	11421,60	10559,65	2238,50	1591,22		
	AII 2	13,17	11421,60	10559,65	2238,50	1591,22		
B = 30 MPa	BI 1	12,82	10534,99	11447,65	1747,97	2403,51	2,61	6,53
	BI 2	12,82	10534,99	11447,65	1747,97	2403,51		
	BII 1	13,18	11447,65	10534,99	2403,51	1714,97		
	BII 2	13,18	11447,65	10534,99	2403,51	1714,97		
C = 15 MPa	CI 1	12,79	10461,20	11526,00	2015,04	2792,25	2,68	7,63
	CI 2	12,79	10461,20	11526,00	2015,04	2792,25		
	CII 1	13,21	11526,00	10461,20	2792,25	2015,04		
	CII 2	13,21	11526,00	10461,20	2792,25	2015,04		

Tableau 5.10. Valeurs du moment d'inertie, module de résistance du béton, moment ultime, moment de fissuration et degré d'avancement de fissuration (m_{fth}) pour chaque poutre par la méthode du CEB.

Classe de béton		$I \cdot 10^{-4}$ (m ⁴)	$e_n = h_f - X_1$ (m)	$W_i = I / e_n \cdot 10^{-4}$ (m ³)	$f_{ctm} \times 10^3$ (KN/m ²)	$M_{f,C.E.B}$ (KN.m)	M_u (KN.m)	m_{fth}	m_{fexp}	$\Delta = \frac{m_{fth}}{m_{fesp}}$	Δ_{moy}
A = 40 MPa	AI 1	2,58	0,1317	19,589	2,98	5,84	26,93	0,217	0,26	0,83	0,76
	AI 2		0,1317	19,589		5,84	26,93	0,217	0,32	0,68	
	AII 1		0,1283	20,109		5,99	40,39	0,148	0,329	0,45	0,44
	AII 2		0,1283	20,109		5,99	40,39	0,148	0,344	0,43	
B = 30 MPa	BI 1	2,61	0,1318	19,803	2,46	4,87	26,93	0,18	0,245	0,73	0,73
	BI 2		0,1318	19,803		4,87	26,93	0,18	0,245	0,73	
	BII 1		0,1282	20,359		5,00	40,39	0,12	0,321	0,37	0,34
	BII 2		0,1282	20,359		5,00	40,39	0,12	0,385	0,31	
C = 15 MPa	CI 1	2,68	0,1321	20,288	1,55	3,14	26,93	0,117	0,289	0,40	0,51
	CI 2		0,1321	20,288		3,14	26,93	0,117	0,192	0,61	
	CH 1		0,1279	20,954		3,24	40,39	0,08	0,232	0,34	0,28
	CH 2		0,1279	20,954		3,24	40,39	0,08	0,39	0,21	

5.5.1.2. Moment de fissuration d' après la méthode de Kuczynski

Dans ce qui suit, nous développons une application simpliste de la théorie de Kuczynski, pour l'établissement de formules de base du moment de fissuration à mettre à la disposition des projeteurs dans la pratique. Nous présentons ici une méthode qui nous conduit à déterminer directement la valeur du moment de fissuration à l'aide d'abaques et tables numériques.

Pour cela, on se base sur tous les principes préalablement présentés au chapitre III .

Soit :

$$M_f = E_b \cdot \varepsilon_{bt} \cdot \mu \cdot \beta \cdot b \cdot h_t^2 \tag{5.3}$$

Avec : μ : indice de plastification de la section,

ε_{bt} : allongement ultime du béton à la traction ,

$$\varepsilon_{bt} = 10^{-4} (1 + 100 \omega \varnothing_o / 2 \varnothing) , \text{ ou } \omega = F_a / b h_t \tag{5.4}$$

Le calcul est basé sur la résistance moyenne du béton à la compression.

Soit :

$$E_b = 19600 \sqrt{R_b} \quad [\text{kg/cm}^2] \tag{5.5}$$

$$R_{bt} = 0,455 \sqrt[3]{R_b^2} \quad [\text{kg/cm}^2] \tag{5.6}$$

D'après la formule (3.6) du chapitre III, on détermine l'indice de la position de l'axe neutre de la section doublement armée au moment de la formation de fissure.

$$\xi = \frac{[0.9n(\varpi' + \varpi) + 2\rho] \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2(2\rho - 1) \{ \rho + 0.9n[\varpi' \delta' + \varpi(1 - \delta)] \}}{[0.9n(\varpi' - \varpi) + 2\rho]^2}} \right]}{2\rho - 1} \tag{5.7}$$

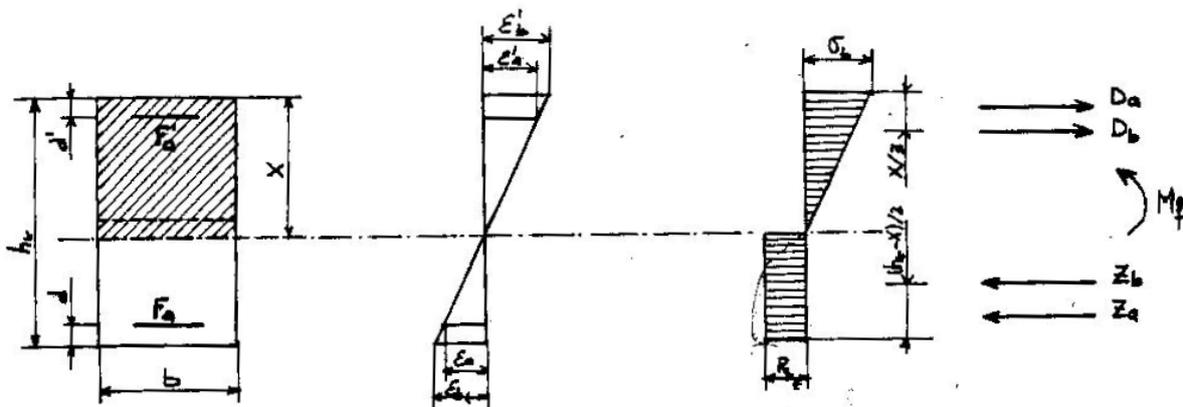


Figure 5.2 : Répartition admise des déformations et des contraintes dans une section rectangulaire.

on pose :
$$\mu = \frac{1}{1 - \xi} \left[0.9n\varpi'(\xi - \delta')^2 + \frac{\xi^3}{3} + 0.5(1 - \xi)^3 \cdot \rho + 0.9n\varpi(1 - \xi - \delta)^2 \right]$$

$$\text{où : } \xi = \frac{x}{h_t} \quad ; \quad \bar{\omega}' = \frac{F'_a}{bh_t} \quad ; \quad \bar{\omega} = \frac{F_a}{bh_t} \quad ; \quad \delta' = \frac{d'}{h_t} \quad ; \quad \delta = \frac{d}{h_t}$$

Admettons que :

$$\bar{\omega} = 0,9 \omega \quad ; \quad \delta = \delta' = 0,1 \quad ; \quad n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{2,1 \cdot 10^5}{19600 \sqrt{R_b}}$$

d'où la valeur du paramètre ρ :

$$\rho = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt} \cdot E_b} = \frac{0,445 \sqrt{R_b^2}}{\varepsilon_{bt} \cdot 19600 \sqrt{R_b}} = \frac{\sqrt[6]{R_b}}{44045 \cdot \varepsilon_{bt}} \quad (5.8)$$

L'ensemble des paramètres ci-dessus indiqués interviennent dans la relation (5.7).

Détermination de M_f en utilisant la méthode graphique proposée par W. Kuczynski [24]

Cette méthode consiste à déterminer les coefficient μ et β à l'aide des abaques.

A titre d'exemple pour $\varnothing 20$, la relation entre μ et R'_{bc} en fonction de $\bar{\omega}$ pour $\bar{\omega}' = 0,5$ est présentée sur la figure 5.3.

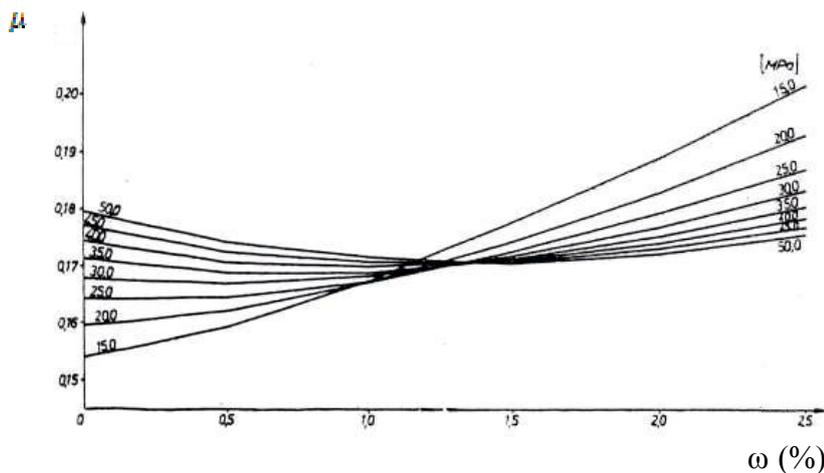


Figure 5.3 : Abaque donnant μ en fonction de $\bar{\omega}$ (%).

On constate que pour $1,2 < \bar{\omega} < 1,4$, la valeur μ reste pratiquement constante. Ce phénomène est indépendant de \varnothing .

$$M_f = K_1 \cdot \beta \cdot b \cdot h_t^2 \quad (5.9)$$

$$K_1 = E_b \cdot \varepsilon_{bt} \cdot \mu \quad (5.10)$$

Les valeurs du coefficient " K_1 " pour différents diamètres \varnothing , sont données dans les abaques présentées sur les figures (5.4 à 5.7); en fonction de la résistance à la compression moyenne du béton exprimée en MPa, et le pourcentage d'armature ω en%.

Pour les diamètres intermédiaires, on applique une interpolation linéaire.

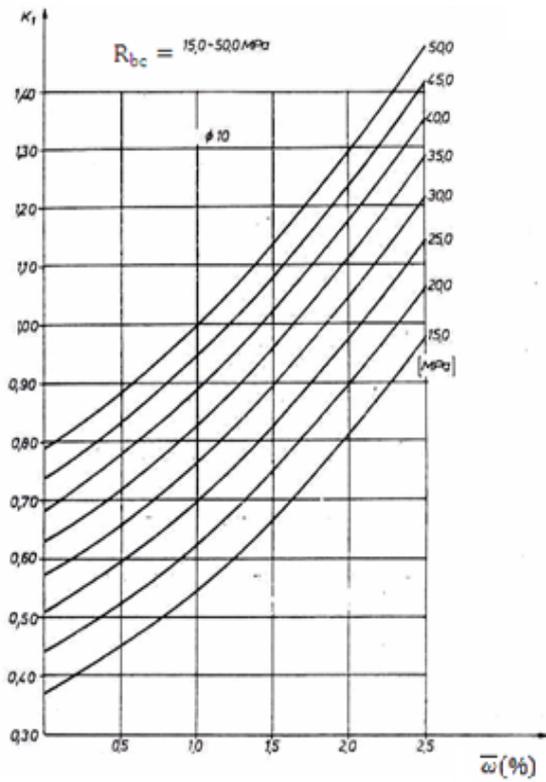


Figure 5.4 : Abaque donnant K_1 pour $\varnothing = 10$ mm

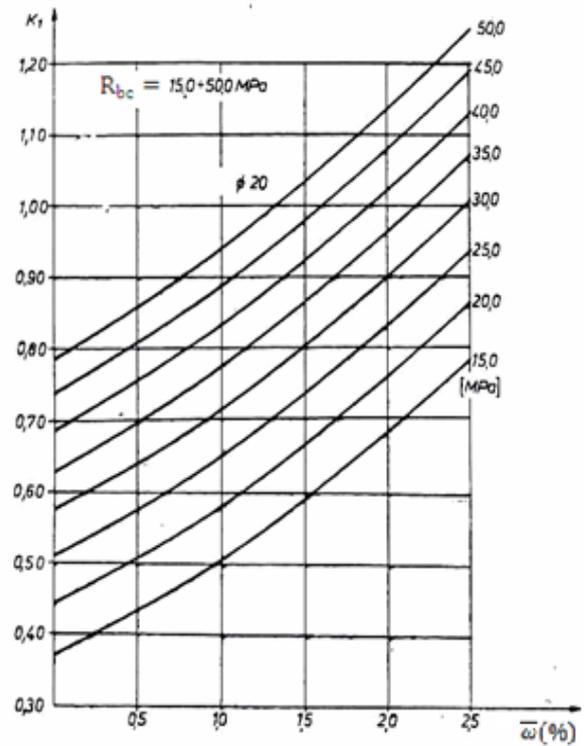


Figure 5.6 : Abaque donnant K_1 pour $\varnothing = 20$ mm

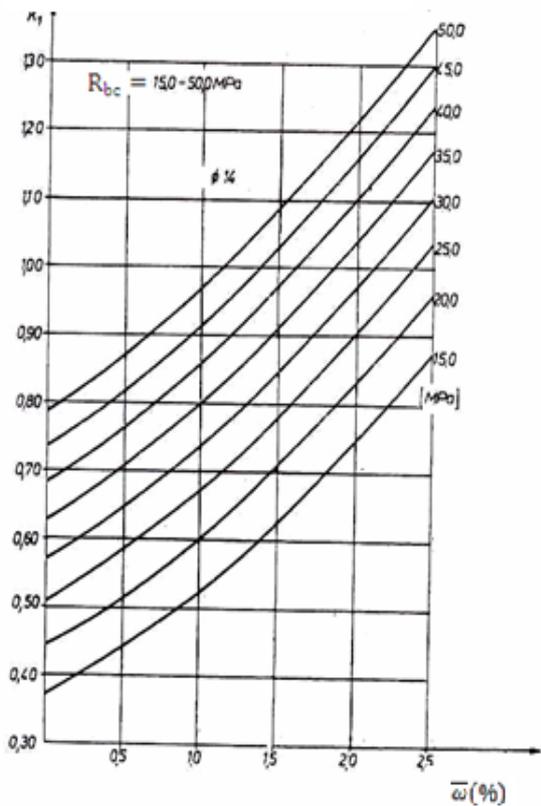


Figure 5.5 : Abaque donnant K_1 pour $\varnothing = 14$ mm

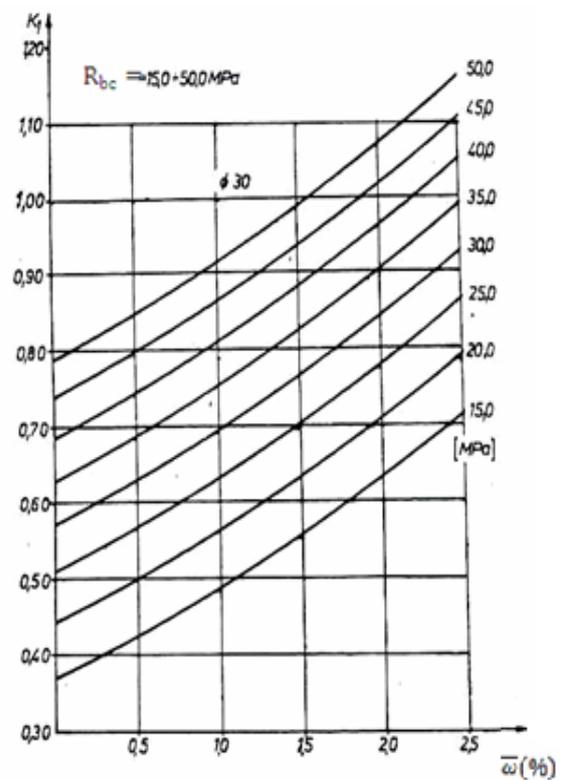


Figure 5.7 : Abaque donnant K_1 pour $\varnothing = 30$ mm

Les abaques qui suivent donnent les valeurs de β en fonction de $\omega\%$.

avec β : paramètre de correction présentant l'influence des armatures comprimées F_a' par le rapport : $\beta = \omega' / \omega$.

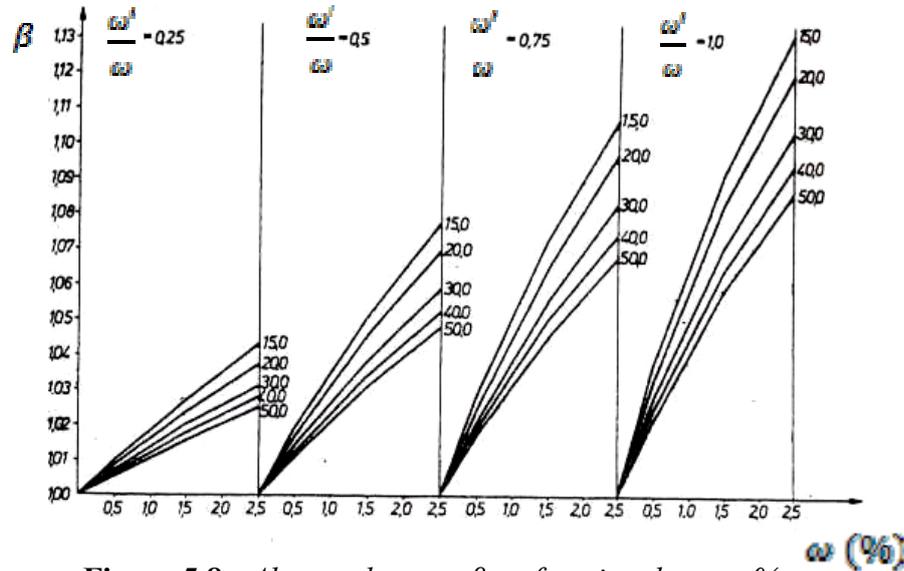


Figure 5.8 : Abaque donnant β en fonction de ω en %.

La valeur de β est déterminée par simple lecture sur la figure 5.8 en fonction de la résistance du béton en compression et le pourcentage d'armature ω en %.

L'interprétation de ces valeurs montre que l'influence de l'armature comprimée F_a' n'est pas importante, même dans le cas symétrique tel que $F_a = F_a'$; cette influence ne dépasse pas 10% en moyenne de la valeur β .

Nous donnons dans ce qui suit deux exemples relatifs à l'utilisation d'abaque et de calcul.

Exemple 1. Application à partir des abaques

A titre d'exemple on calcule le moment de fissuration de la poutre présentée sur la figure 5.9, tel que :

$R_{bc} = 26 \text{ MPa} ; M_u = 365 \text{ KN.m} ;$

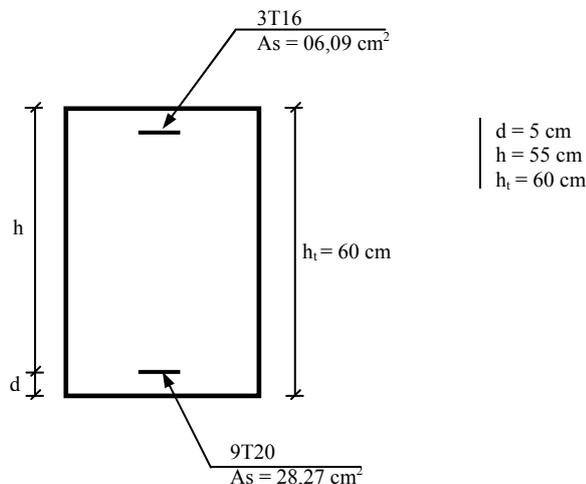


Figure 5.9 : Schéma simplifié d'une poutre type du modèle élasto conforme.

-Calcul des valeurs de ω , ω' , et ω'/ω :

$$\omega = F_a / bh = 28,27 \cdot 10^{-4} / 0,4 \cdot 0,55 = 1,28 \cdot 10^{-2}$$

$$\omega' = F_a' / bh = 6,03 \cdot 10^{-4} / 0,4 \cdot 0,55 = 0,27 \cdot 10^{-2}$$

$$\omega'/\omega = 0,27 \cdot 10^{-2} / 1,28 \cdot 10^{-2} = 0,21 < \omega'/\omega = 0,25$$

on a pour $\omega'/\omega = 0,25 \rightarrow \beta = 1$,

D'après l'exemple, on lit pour $\varnothing = 20$ mm, $\omega = 1,28\%$ et $R_{bc} = 26$ MPa ,

la valeur de K_1 est égale à 0,71 MPa.

On déduit donc le moment de fissuration $M_f = K_1 \cdot \beta \cdot b \cdot h_t^2 = 0,71 \cdot 1 \cdot 0,40 \cdot 0,6^2 \cdot 10^3 = 102,0$ KN.m .

Sachant que le moment de rupture $M_u = 365$ KN.m d'où le degré d'avancement de charge m_f est: $m_f = M_f / M_u = 102/365 = 0,279$.

Cette méthode graphique de calcul étant approximative, ce qui nous a conduit à proposer une méthode analytique de calcul du moment de fissuration [24], plus ou moins exacte, à partir du tableau 5.11.

Exemple 2. Application à partir du tableau 5.10

Comme exemple de calcul, on évalue le moment de fissuration d'une dalle présentant le fond d'un réservoir, telle que :

$R_{bc} = 26$ MPa; cette dalle est munie d'armature symétrique comme le montre la figure ci contre :

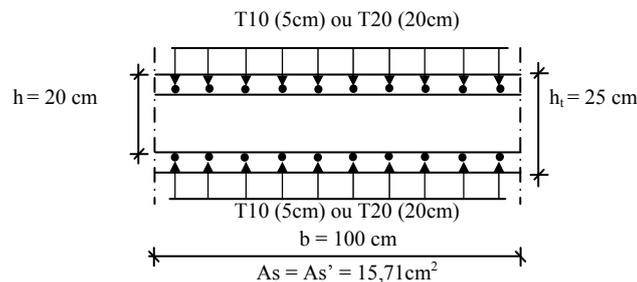


Figure 5.10. Section droite d'une dalle fléchie en béton armé.

Calcul de la valeur auxiliaire $\omega = \omega'$

$$\omega'/\omega = F_a' / bh = 15,71 / 1 \cdot 0,28 = 0,79 \cdot 10^2$$

Cas où $\varnothing = 10$ mm :

Si on utilise les $\varnothing 10$ tous les 15cm, tel que $F_a = 15,71$ cm²,

D'après le Tableau 5.11, on déduit par interpolation linéaire toutes les autres valeurs à savoir:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 0,79\% \\ R_{bc} = 26 \text{ MPa} \\ \omega'/\omega = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_1 = 0,606 \\ \beta = 1,042 \end{array} \right.$$

$$\text{d'où : } M_{f1} = K_1 \cdot \beta \cdot b \cdot h_t^2 = 0,606 \cdot 1,042 \cdot 1 \cdot 0,25^2 \cdot 10^2 = 43,37 \text{ KN.m .}$$

Cas où $\varnothing = 20$ mm :

Si on utilise les $\varnothing 20$ tous les 20cm, tels que $F_a = 15,71$ cm²,

D'après le Tableau 5.11, on déduit par interpolation linéaire toutes les autres valeurs à savoir:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 0,79\% \\ R_{bc} &= 26 \text{ MPa} \\ \omega' / \omega &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} k_1 &= 0,630 \\ \beta &= 1,042 \end{aligned} \right.$$

d'où : $M_{f2} = K_1 \cdot \beta \cdot b \cdot h_f^2 = 0,630 \cdot 1,042 \cdot 10,25^2 \cdot 10^2 = 41,03 \text{ KN.m}$.

Le rapport $M_{f1} / M_{f2} = 43,37 / 41,03 = 1,057$.

Nous remarquons après le calcul du rapport des moments de fissuration pour les deux cas traités que pour une armature de faible diamètre, une augmentation du moment de fissuration de l'ordre de 5,7%

Dans le cas de nos poutres d'essais, les résultats du moment de fissuration $M_{f,th,k}$, sont représentés dans le tableau 5.12 en utilisant les données du tableau 5.11.

Tableau 5.11. *Donnant le coefficient K_1 pour le calcul du moment de fissuration d'une section rectangulaire en béton armé.*

$$M_f = K_1 \cdot \beta \cdot b \cdot h_f^2 ; \text{ si } \omega' / \omega < 0,25 ; \beta = 1$$

R_{bc} [MPa]	ω [%]	K_1 [MPa]				β			
		$\varnothing 10 \text{ mm}$	$\varnothing 14 \text{ mm}$	$\varnothing 20 \text{ mm}$	$\varnothing 30 \text{ mm}$	$\frac{\omega'}{\omega} = 0,25$	$\frac{\omega'}{\omega} = 0,5$	$\frac{\omega'}{\omega} = 0,75$	$\frac{\omega'}{\omega} = 1$
15	0,0	0,3692	0,3692	0,3692	0,3692	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,4456	0,4369	0,4303	0,4250	1,010	1,020	1,029	1,037
	1,0	0,5446	0,5210	0,5028	0,4882	1,019	1,036	1,052	1,067
	1,5	0,6670	0,6215	0,5865	0,5588	1,027	1,051	1,073	1,092
	2,0	0,8125	0,7381	0,6813	0,6354	1,035	1,065	1,091	1,113
	2,5	0,9808	0,8708	0,7869	0,7209	1,043	1,078	1,107	1,132
20	0,0	0,4425	0,4425	0,4425	0,4425	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,5223	0,5127	0,5053	0,4994	1,009	1,017	1,025	1,033
	1,0	0,6243	0,5990	0,5793	0,5636	1,017	1,032	1,047	1,060
	1,5	0,7493	0,7015	0,6647	0,6353	1,024	1,046	1,065	1,083
	2,0	0,8977	0,8204	0,7612	0,7141	1,031	1,058	1,082	1,102
	2,5	1,0692	0,9555	0,8687	0,8000	1,037	1,070	1,100	1,120
25	0,0	0,5093	0,5093	0,5093	0,5093	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,5923	0,5818	0,5736	0,5671	1,008	1,015	1,023	1,030
	1,0	0,6968	0,6700	0,6491	0,6323	1,015	1,029	1,043	1,055
	1,5	0,8243	0,7744	0,7358	0,7049	1,022	1,042	1,060	1,078
	2,0	0,9750	0,8952	0,8338	0,7849	1,028	1,053	1,075	1,095
	2,5	1,1591	1,0323	0,9430	0,8720	1,034	1,063	1,088	1,111
30	0,0	0,5712	0,5712	0,5712	0,5712	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,6572	0,6458	0,6370	0,6300	1,007	1,014	1,021	1,028
	1,0	0,7842	0,7359	0,7133	0,6960	1,014	1,027	1,040	1,051
	1,5	0,9383	0,8421	0,8010	0,7696	1,020	1,038	1,055	1,071
	2,0	1,0487	0,9446	0,8912	0,8505	1,026	1,049	1,070	1,089
	2,5	1,2230	1,1034	1,0117	0,9386	1,031	1,059	1,083	1,104
35	0,0	0,6293	0,6293	0,6293	0,6293	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,7183	0,7061	0,6966	0,6889	1,007	1,013	1,020	1,028
	1,0	0,8276	0,7860	0,7747	0,7569	1,013	1,025	1,037	1,048
	1,5	0,9592	0,9057	0,8640	0,8303	1,019	1,038	1,052	1,067
	2,0	1,1140	1,0297	0,9645	0,9121	1,025	1,045	1,065	1,084
	2,5	1,2922	1,1701	1,0762	1,0012	1,029	1,055	1,078	1,098
40	0,0	0,6844	0,6844	0,6844	0,6844	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,7762	0,7632	0,7530	0,7449	1,008	1,012	1,019	1,025
	1,0	0,8877	0,8567	0,8324	0,8128	1,012	1,024	1,035	1,046
	1,5	1,0213	0,9660	0,9228	0,8830	1,018	1,034	1,050	1,064
	2,0	1,1778	1,0915	1,0245	0,9705	1,023	1,044	1,062	1,080
	2,5	1,3573	1,2333	1,1373	1,0604	1,028	1,052	1,074	1,094
45	0,0	0,7370	0,7370	0,7370	0,7370	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,8314	0,8177	0,8070	0,7984	1,006	1,012	1,018	1,023
	1,0	0,9451	0,9129	0,8875	0,8670	1,012	1,023	1,033	1,043
	1,5	1,0806	1,0236	0,9791	0,9430	1,017	1,033	1,047	1,061
	2,0	1,2387	1,1505	1,0817	1,0263	1,022	1,041	1,060	1,076
	2,5	1,4204	1,2937	1,1957	1,1170	1,026	1,050	1,071	1,090
50	0,0	0,7874	0,7874	0,7874	0,7874	1,0	1,0	1,0	1,0
	0,5	0,8844	0,8700	0,8587	0,8496	1,006	1,011	1,017	1,022
	1,0	1,0002	0,9668	0,9404	0,9191	1,011	1,022	1,032	1,042
	1,5	1,1374	1,0789	1,0330	0,9958	1,016	1,031	1,045	1,058
	2,0	1,2972	1,2071	1,1367	1,0798	1,021	1,040	1,057	1,073
	2,5	1,4804	1,3515	1,2516	1,1712	1,025	1,048	1,068	1,086

Tableau 5.12. Calcul du moment de fissuration ($M_{f,tn}$) par la méthode de Kuczynski.

Classe de Béton	Série de poutres	R_b (MPa)	A' (cm ²)	A (cm ²)	ω'	ω	ω' / ω	β	K_1	$bh_t^2 \cdot 10^{-4}$	$M_{f,tn}$ (kN.m)	$M_{u,tn}$ (kN.m)	$m_{f,th}$	$m_{f,exp}$	$\frac{m_{fth}}{m_{fex}}$	$\Delta = \frac{m_{fth}}{m_{fex}}$
A= 40 MPa	AI 1	40	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.030	0.7983	101,4	8.34	26.93	0.309	0.26	1,188	1,074
	AI 2	40	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.030	0.7983	101,4	8.34	26.93	0309	0.32	0,96	
	AII 1	40	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	1.029	0.8639	101,4	9.01	40.39	0.223	0.329	0,67	0,66
	AII 2	40	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	1.029	0.8639	101,4	9.01	40.39	0.223	0.344	0,65	
B= 30 MPa	BI 1	30	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.034	0.6790	101,4	7.12	26.93	0.264	0.245	1,07	1,07
	BI 2	30	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.034	0.6790	101,4	7.12	26.93	0.264	0.245	1,07	
	BII 1	30	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	10.33	0.7421	101,4	7.77	40.39	0.192	0.321	0,598	0,55
	BII 2	30	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	1.033	0.7421	101,4	7.77	40.39	0.192	0.385	0,498	
C= 15 MPa	CI 1	15	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.045	0.4668	101,4	4.95	26.93	0.184	0.289	0,636	0,80
	CI 2	15	3 ϕ 12 3.39	2 ϕ 12 2.26	0.96	0.64	1.5	1.045	0.4668	101,4	4.95	26.93	0.184	0.192	0,958	
	CII 1	15	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	1.044	0.5254	101,4	5.56	40.39	0.138	0.232	0,595	0,47
	CII 2	15	2 ϕ 12 2.26	3 ϕ 12 3.39	0.64	0.96	0.66	1.044	0.5254	101,4	5.56	40.39	0.138	0.39	0,354	

5.5.2. Calcul de l'espacement entre les fissures l_f

Lors de la formation d'une fissure, les contraintes dans le béton situé au voisinage immédiat de la fissure s'annulent et la contrainte dans l'acier augmente à une valeur correspondante au stade entièrement fissuré (stade II-nu). Les contraintes dans le béton croissent au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la fissure et l'effort de traction est transféré par adhérence de l'acier au béton, ceci jusqu'à une distance S_{ro} de la fissure à laquelle les contraintes dans le béton atteignent de nouveau la valeur de la résistance à la traction du béton (figure. 3.15).

Les espacements moyens calculés, conformément aux deux méthodes de calcul CEB et Kuczynski, pour l'état final de la fissuration en fonction du pourcentage d'acier, disposition du ferrailage et qualité du béton, sont sériés dans le tableau 5.13.

5.5.2.1. Espacements entre les fissures d'après la méthode du C.E. B

Le développement théorique de cette approche a déjà fait l'objet d'une présentation dans le chapitre III. Pour cette méthode, la formule suivante permet de tirer la valeur de l'espacement moyen S_{rm} , en tenant compte des paramètres précédemment définis :

$$s_{rm} = 2.(c + \frac{s}{10}) + K_1.K_2.\frac{\phi}{\rho_r}$$

5.5.2.2. Espacements entre les fissures d'après la méthode de Kuczynski

Pour le calcul des espacements entre les fissures, Kuczynski dans ces travaux relatifs au calcul de la fissuration dans les éléments de béton armé, admet pour le calcul de l'écartement moyen des fissures d'utiliser la formule empirique suivante proposée par Ferry-Borges J[15] et validée par le CEB :

$$l_f = 1.5d + K_1 \frac{\phi}{\omega},$$

Les résultats des valeurs des espacements des fissures calculés par les méthodes du CEB et de Kuczynski sont données dans le tableau 5.13.

Tableau 5.13. Résultats des valeurs des espacements des fissures calculés par les méthodes du CEB et de Kuczynski

Classes de béton	Catégories de poutres	$l_{f,théo}$ (CEB) (cm)	$l_{f,théo}$ (Kuczy) (cm)
A = 40 MPa	AI1	7,01	11,87
	AI2	7,01	11,87
	AII1	5,87	9,11
	AII2	5,87	9,11
B = 30 MPa	BI1	7,01	11,87
	BI2	/	11,87
	BII1	5,87	9,11
	BII2	5,87	9,11
C = 15 MPa	CI1	7,01	11,87
	CI2	7,01	11,87
	CII1	5,87	9,11
	CII2	5,87	9,11

5.5.3. Ouverture des fissures

5.5.3.1. Calcul de l'ouverture des fissures d'après la méthode de Kuczynski

Compte tenu de la méthode de calcul de l'ouverture de fissure développée au chapitre III, et illustrée ci-dessous par un exemple d'application; il s'avère que cette méthode donne des résultats exacts. Néanmoins, elle présente un inconvénient d'être assez longue (risque d'erreurs).

De par le nombre important de fissures à considérer, nous avons retenu pour le calcul, la formule simplifiée initialement exposée au chapitre III.

Cas du moment constant dans l'intervalle : $[x_f - l_f/2 ; x_f + l_f/2]$

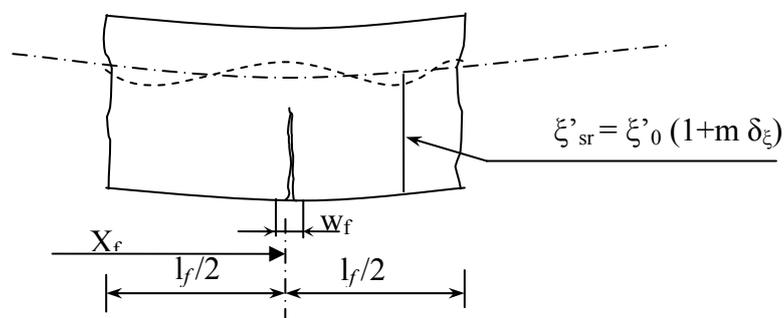


Figure 5.11 : Présentation idéalisée du principe de l'ouverture moyenne des fissures.

La largeur de fissure est déterminée à l'aide de la formule approximative suivante :

$$W_f = \int_{x_f - l_f/2}^{x_f + l_f/2} \varepsilon_b \cdot dx \quad (5.11)$$

$$m = \frac{M}{M_u}; \quad (\text{degré d'avancement relatif au moment}) \quad (5.12)$$

$$\text{Tel que : } \varepsilon_b = \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{w_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) \quad (5.13)$$

$$\text{Soit : } W_f = \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{w_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) l_f, \quad (5.14)$$

Exemple d'application

On prend comme exemple de calcul, une poutre fléchie de section rectangulaire 15×28 cm en béton armé figure 5.12 dont la résistance à la compression vaut : $R_b = 300 \text{ Kg/cm}^2$

Son ferrailage est constitué de barres d'aciers 6 $\phi 14$ de limite d'élasticité $R_a = 2660 \text{ kg/cm}^2$

La charge de rupture à atteindre est $P=12475 \text{ Kg}$

L'ouverture de fissure pour une charge P donnée égale à 9132 Kg sera calculée comme suit :

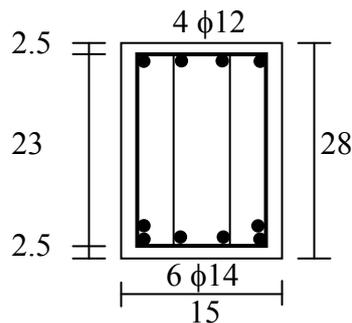


Figure 5.12 : Section droite d'une poutre en béton armé soumise à la flexion.

Paramètre entrant dans les calculs :

Résistance à la compression du béton :

$$R_{bc} = 300 \text{ kg/cm}^2; \quad E_b = 19000 \sqrt{R_{bc}} = 19000 \sqrt{300} = 329089 \approx 330000 \text{ kg/cm}^2$$

Constantes du matériau et paramètres caractéristiques:

$$R_a = 2660 \text{ kg/cm}^2, \quad E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{2,1 \cdot 10^6}{0,33 \cdot 10^6} = 6,36;$$

$$\beta = \frac{R_a}{R_b} = \frac{2660}{300} = 8,87$$

$$\frac{\beta}{n} = \frac{8,87}{6,36} = 1,39; \quad F_a = A_s = 9,24 \text{ cm}^2 \Rightarrow \bar{\omega} = \frac{F_a}{bh_t} = \frac{9,24}{15 \cdot 28} = 0,022$$

$$\bar{\omega} \cdot n = 0,139 \Rightarrow W'_0 = 0,268 \text{ et } \delta_\xi = 0,79$$

$$\bar{\omega} \cdot \beta = 0,022 \cdot 8,87 = 0,195$$

$$\psi = 28 \cdot \frac{\beta \cdot \varpi + 0,05}{\frac{\beta}{n} - 0,17 \cdot \beta \cdot \varpi + 1} = 28 \cdot \frac{0,195 + 0,05}{1,39 - 0,17 \cdot 0,195 + 1} = 2,91 \cong 3,0$$

Le moment réduit, ou l'indice de la capacité portante de la poutre :

$$\mu = \frac{M_u}{b \cdot h_t^2 \cdot R_b} = 0,166$$

D'après les figures 3.4 et 3.6, on détermine les coefficients suivants :

$$\bar{\omega} \cdot n = 0,139 \Rightarrow W'_0 = 0,268 \text{ et } \delta_\xi = 0,79$$

L'enrobage généralisé étant égal à :

$$d = \frac{1}{6} [4(2,5 + 0,7) + 2(2,5 + 1,4 + 0,7)] = 3,6 \text{ cm}$$

D'où la distance théorique entre deux fissures est la suivante :

$$l_f = 1,5d + \frac{0,04\phi}{\varpi} = 1,5 + \frac{0,04 \cdot 1,4}{0,022} = 7,94 \text{ cm}$$

Le degré d'avancement de charge m est :

$$m = \frac{p}{p_u} = \frac{9132}{12475} = 0,732$$

D'où l'ouverture de fissure pour $m=0,732$ d'après la formule (3.32) est :

$$W_f = \frac{\mu_u \varepsilon_{sc}}{w'_0} (1 + m \delta_\xi) \bar{\chi}(m) l_f ; \text{ et d'après le tableau 3.4 pour } \psi = 3,0$$

$$\text{on lit : } \bar{\chi}(m) = \bar{\chi}(0,732) = 1,2045$$

$$\text{soit : } W_{f.the} = \frac{0,166 \cdot 0,91 \cdot 10^{-3}}{0,268} \cdot 79,4 \cdot (1 + 0,732 \cdot 0,79) \cdot 1,2045 = 0,085 \text{ mm.}$$

Pour le reste des poutres, les résultats de calcul sont résumés dans le tableau 5.14.

NOTA : Le calcul des valeurs des ouvertures des fissures théoriques W_f , sont donnés selon trois paliers et pour des pas de chargement (m) respectivement pour des intervalles variants de [30% - 45%], [55% - 65%] et de [75% - 90%].

Tableau 5.14. Caractéristiques, mécaniques et ouvertures des fissures calculées par la méthode de *kuczynski* $R_a = 5620 \text{ kg/cm}^2$, $E_b = 3.8.10^5$, $E_a = 2.1.10^6$, $\Psi = 2$

Classe de béton				A = 40 MPa												B = 30 MPa												C = 15 MPa											
Série de Poutres		R_b'	μ	ρ	β/n	$A(\text{cm}^2)$	ω %	$\omega \cdot n \cdot 10^{-2}$	$\omega \cdot \beta \cdot 10^{-2}$	$\epsilon_{sc} \cdot 10^{-3}$	μ_U	W'_o	I_r (cm)	$\mu_U \frac{E_a \cdot I_a}{E_b \cdot I_b} - W'_o$	σ_{sn}	$\omega = A/bh$	$\beta \cdot \omega$	W_f (mm)																					
AI1		400	5.53	14.05	2.45	2.26	0.58	3.207	8.149	1.05	0.066	0.18	11.87	$5.87 \cdot 10^{-3}$	0.81	0.0064	0.089	m	0,38	0,615	0,85	$\bar{\chi}$	0,4452	0,9714	3,0633	W_f	0,026	0,069	0,220										
AI2		400	5.53	14.05	2.45	2.26	0.58	0.207	8.149	1.05	0.066	0.18	11.87	$5.70 \cdot 10^{-3}$	0.81	0.0064	0.089	m	0,45	0,75	0,85	$\bar{\chi}$	0,5642	1,7139	3,0633	W_f	0,034	0,125	0,235										
AII1		400	5.53	14.05	2.45	3.39	0.87	4.811	12.223	1.05	0.099	0.18	9.11	$8.69 \cdot 10^{-3}$	0.81	0.0096	0.134	m	0,381	0,58	0,79	$\bar{\chi}$	0,4467	0,8740	2,10	W_f	0,030	0,066	0,170										
AII2		400	5.53	14.05	2.45	3.39	0.87	4.811	12.223	1.05	0.099	0.18	9.11	$8.61 \cdot 10^{-3}$	0.81	0.0096	0.134	m	0,41	0,65	0,78	$\bar{\chi}$	0,4762	1,1254	1,9913	W_f	0,034	0,085	0,164										
BI1		300	6.56	18.73	2.85	2.26	0.58	3.805	10.863	0.93	0.088	0.18	11.87	$6.78 \cdot 10^{-2}$	0.78	0.0064	0.119	m	0,35	0,63	0,77	$\bar{\chi}$	0,3988	1,0445	1,8910	W_f	0,027	0,083	0,0159										
BI2		300	6.56	18.73	2.85	2.26	0.58	3.805	10.863	0.93	0.088	0.18	/	/	0.78	0.0064	0.119	Poutre endommagée																					
BII1		300	6.56	18.73	2.85	3.39	0.87	5.707	16.295	0.93	0.133	0.18	9.11	$1.029 \cdot 10^{-2}$	0.75	0.0096	0.179	m	0,40	0,62	0,82	$\bar{\chi}$	0,4762	1,0071	2,5031	W_f	0,036	0,090	0,187										
BII2		300	6.56	18.73	2.85	3.39	0.87	5.707	16.295	0.93	0.133	0.18	9.11	$1.046 \cdot 10^{-2}$	0.75	0.0096	0.179	m	0,38	0,63	0,86	$\bar{\chi}$	0,3988	1,0445	3,3029	W_f	0,031	0,095	0,297										
CI1		150	9.13	37.46	4.10	2.26	0.58	5.295	21.726	0.65	0.177	0.18	11.87	$9.568 \cdot 10^{-3}$	0.65	0.0064	0.239	m=	0,30	0,67	0,85	$\bar{\chi}$	0,3297	1,2156	3,0633	W_f	0,029	0,118	0,293										
CI2		150	9.13	37.46	4.10	2.26	0.58	5.295	21.726	0.65	0.177	0.18	11.87	$9.913 \cdot 10^{-3}$	0.65	0.0064	0.239	m	0,30	0,60	0,85	$\bar{\chi}$	0,3297	0,9374	3,0633	W_f	0,030	0,100	0,359										
CII1		150	9.13	37.46	4.10	3.39	0.87	7.943	32.59	0.65	0.265	0.20	9.11	$1.334 \cdot 10^{-2}$	0.45	0.0096	0.359	m	0,30	0,55	0,865	$\bar{\chi}$	0,3297	0,7885	3,4359	W_f	0,028	0,076	0,370										
CI2		150	9.13	37.46	4.10	3.39	0.87	7.943	32.59	0.65	0.265	0.20	9.11	$1.207 \cdot 10^{-2}$	0.45	0.0090	0.359	m	0,40	0,54	0,75	$\bar{\chi}$	0,4762	0,7623	1,7139	W_f	0,038	0,071	0,175										

5.5.3.2. Calcul de l'ouverture des fissures d'après la méthode du C.E.B

A l'état de fissuration stabilisée, l'ouverture moyenne des fissures peut être calculée selon la méthode exposée au chapitre 15 du code-modèle CEB-FIP[6] traitant les états limites de fissuration.

- L'ouverture caractéristique des fissures W_k est prise égale à :

$$W_k = 1,7 W_m \quad (5.15)$$

- L'ouverture moyenne des fissures W_m se calcule à partir de l'allongement relatif moyen de l'acier d'armature $\varepsilon_{sm,r}$ qui se produit sur la distance moyenne entre fissure S_{rm} :

$$W_m = S_{rm} \cdot \varepsilon_{sm,r} \quad (5.16)$$

W_m : valeur moyenne de l'ouverture des fissures.

S_{rm} : distance moyenne entre les fissures

$\varepsilon_{sm,r}$: déformation relative moyenne de l'armature par rapport à celle du béton adjacent.

- Dans le code-modèle, il est indiqué qu'après stabilisation de la fissuration, la distance moyenne entre fissures vaut :

$$S_{rm} = 2 \cdot \left(c + \frac{S}{10} \right) + K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_r} \quad (5.17)$$

S_{rm} : distance moyenne entre les fissures (en mm),

C : enrobage de béton (en mm),

S : espacement des barres ou groupements de barres (en mm), dans le cas des poutres, il est pris égal à la largeur de l'âme divisée par le nombre de barres ou de groupements de barres sur un même niveau,

K_1 : Coefficient définissant l'influence des caractéristiques d'adhérence des barres :

$K_1 = 0.4$ pour les barres à haute adhérence,

$K_1 = 0.8$ pour les barres lisses ;

K_2 : coefficient dépendant de la distribution des contraintes de traction dans la section :

$K_2 = 0.125$ pour la flexion simple,

$K_2 = 0.25$ pour la traction pure,

ϕ : diamètre d'une barre (mm), pour un groupement de barres, il doit être pris égal à $\phi \cdot n$,

ρ_r : rapport de l'aire de la section d'armature tendue à l'aire de la section d'enrobage,

Soit pour le calcul de la déformation moyenne de l'armature:

$$\varepsilon_{sm,r} = \zeta \cdot \varepsilon_s \quad (5.18)$$

calcul de $\varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_a}{E_a}$ déformation relative de l'acier en admettant les sections entièrement fissurées (stadeII-nu).

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_f}{M_u} \right)^2 \quad (5.19)$$

ζ : étant le coefficient de répartition qui joue le rôle de l'influence du béton tendu entre les fissures.

$\beta_1 = 1$ pour $K_1 = 0.4$ (H.A) ; $\beta_2 = 0.5$ (définis précédemment)

et $\frac{M_f}{M_u} = \frac{m_f}{m_{ci}}$; m_f désigne le degré de charge de fissuration ; m_{ci} = désigne le degré d'avancement de charge.

Exemple de calcul :

Cas de la poutre : AI1 on a $m_f = 0.217$

Prenons un pas d'avancement de charge $m_c = 0.38$

$$\zeta = 1 - 0.5 \left(\frac{m_f}{m_c} \right)^2 = 1 - \left(\frac{0.217}{0.38} \right)^2 = 0.837$$

$$\rho_r = \frac{F_a}{B_r} = \frac{A_s}{2.d.b} = \frac{2,26}{2.2,4.15} = 0,0314$$

$$S_{rm} = 2.(c + \frac{s}{10}) + K_1.K_2.\frac{\phi}{\rho_r} = 2\left(18 + \frac{75}{10}\right) + 0,4.0,125\frac{12}{0,0314} = 70,10mm = 7.10cm$$

$$\varepsilon_{sm,r} = \zeta . \varepsilon_{s2}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_a}{E_a} ; \sigma_a = \frac{M_i}{A_s.h\left(1 - \frac{0,24}{3}\right)}, \text{ et d'après } m_{ci} = \frac{M_i}{M_u} = 0,38 \Rightarrow M_i = 0,38M_u \text{ d'où}$$

$$\sigma_a = \frac{0,38.2,693.10^5}{2,26.23,6\left(1 - \frac{0,24}{3}\right)} = 2085,51kg/cm^2 \text{ et}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{2085,51}{2,1.10^6} = 9,93.10^{-4}$$

$$\varepsilon_{sm,r} = \zeta . \varepsilon_{s2} = 0,837.9,93.10^{-4} = 8,31.10^{-4} = 0,831\text{‰} \text{ et finalement}$$

$$W_f = S_{rm} . \varepsilon_{sm,r} = 70,10.8,31.10^{-4} = 582.10^{-4} mm = 0,058mm .$$

Pour le reste des poutres les résultats de calcul sont donnés dans le tableau 5.15 :

Tableau 5.15. Ouvertures des fissures (W_f) calculées selon la méthode du C.E.B.

Classe de béton	A (cm ²)	m_f	M_u (KN.m)	$S_{rm} = l_f$		S_{rm}	W_f (mm)					
				$2(C+S/10)$	ρ_r		m	ζ	ϵ_{smr}	W_f		
40 MPa	AI 1	2,26	0,217	26,93	5,1	0,0314	7,01	m	0,38	0,615	0,85	
								ζ	0,837	0,937	0,967	
								ϵ_{smr}	$0,831.10^{-3}$	$1,505.10^{-3}$	$2,146.10^{-3}$	
								W_f	0,058	0,105	0,150	
	AI 2	2,26	0,217	26,93	5,1	0,0314	7,01	m	0,45	0,75	0,85	
								ζ	0,884	0,958	0,967	
								ϵ_{smr}	$1,04.10^{-3}$	$1,87.10^{-3}$	$2,15.10^{-3}$	
								W_f	0,073	0,13	0,15	
	AII 1	3,39	0,148	26,93	5,1	0,047	5,87	m	0,381	0,58	0,79	
								ζ	0,924	0,967	0,982	
								ϵ_{smr}	$0,920.10^{-3}$	$1,46.10^{-3}$	$2,02.10^{-3}$	
								W_f	0,054	0,085	0,118	
AII 2	3,39	0,148	40,39	4,6	0,047	5,87	m	0,41	0,65	0,78		
							ζ	0,935	0,974	0,982		
							ϵ_{smr}	$1,00.10^{-3}$	$1,65.10^{-3}$	$2,00.10^{-3}$		
							W_f	0,058	0,097	0,12		
B= 30 MPa	BI 1	2,26	0,18	26,93	5,1	0,0314	7,01	m	0,35	0,63	0,77	
								ζ	0,867	0,959	0,972	
								ϵ_{smr}	$0,742.10^{-3}$	$1,58.10^{-3}$	$1,95.10^{-3}$	
								W_f	0,055	0,11	0,136	
	BI 2	2,26	0,18	26,93	5,1	0,0314		m	Poutre endommagée			
								ζ				
								ϵ_{smr}				
								W_f				
	BII 1	3,39	0,12	40,39	4,6	0,047	5,87	m	0,4	0,62	0,82	
								ζ	0,751	0,973	0,986	
								ϵ_{smr}	$0,612.10^{-3}$	$1,311.10^{-3}$	$1,86.10^{-3}$	
								W_f	0,035	0,077	0,109	
BII 2	3,39	0,12	40,39	4,6	0,047	5,87	m	0,38	0,63	0,86		
							ζ	0,941	0,982	0,99		
							ϵ_{smr}	$0,86.10^{-3}$	$1,62.10^{-3}$	$2,23.10^{-3}$		
							W_f	0,050	0,095	0,13		
C= 15 MPa	CI 1	2,26	0,117	26,93	5,1	0,0314	7,01	m	0,30	0,67	0,85	
								ζ	0,923	0,984	0,990	
								ϵ_{smr}	$0,724.10^{-3}$	$1,72.10^{-3}$	$2,19.10^{-3}$	
								W_f	0,050	0,12	0,15	
	CI 2	2,26	0,117	26,93	5,1	0,0314	7,01	m	0,30	0,6	0,85	
								ζ	0,924	0,981	0,99	
								ϵ_{smr}	$0,725.10^{-3}$	$1,54.10^{-3}$	$2,197.10^{-3}$	
								W_f	0,051	0,107	0,15	
	CII 1	3,39	0,08	40,39	4,6	0,047	5,87	m	0,30	0,55	0,865	
								ζ	0,964	0,989	0,995	
								ϵ_{smr}	$0,756.10^{-3}$	$1,41.10^{-3}$	$2,25.10^{-3}$	
								W_f	0,044	0,083	0,13	
CII 2	3,39	0,08	40,39	4,6	0,047	5,87	m	0,4	0,54	0,75		
							ζ	0,980	0,989	0,994		
							ϵ_{smr}	$1,024.10^{-3}$	$1,394.10^{-3}$	$1,95.10^{-3}$		
							W_f	0,06	0,082	0,114		

CHAPITRE VI

Interprétation des résultats

L'ensemble des concepteurs intervenant dans la réalisation d'ouvrages en béton armé sait que la fissuration constitue un phénomène spécifique du béton armé dans ses conditions normales d'exploitation. Comme, il est admis qu'en dehors de ses répercussions sur l'aspect esthétique des constructions, la fissuration peut exercer une grande influence sur leur durabilité en raison des risques de corrosion des armatures. Cette dernière, dépend en premier lieu, d'une part des conditions atmosphériques et des conditions d'ambiance et d'autre part de l'importance de l'ouverture des fissures et plus particulièrement, de leur ouverture maximale.

L'étude expérimentale, réalisée sur une douzaine de poutres hyperstatiques à deux travées identiques sous charges croissantes jusqu'à la rupture, a permis de confronter nos résultats avec les deux méthodes de calcul préconisées par Kuczynski et C.E.B. (*La comparaison ayant porté sur les résultats expérimentaux*)

La méthode de Kuczynski est basée sur l'adoption d'une courbe continue pour le diagramme réel « moment – courbure » ou ce qui revient au même, par la représentation de la variation de rigidité en fonction du moment de flexion.

Cette variation est supposée *a priori* satisfaire une loi exponentielle à partir des formules basées sur plusieurs hypothèses.

L'ouverture est obtenue à partir des valeurs des déformations résultant de l'application de la loi de variation de rigidité et des hypothèses sur la position de l'axe neutre. Quant aux espacements des fissures, ceux-ci sont déterminés d'après l'expression du C.E.B.

Le caractère non – linéaire résulte des phénomènes physiques qui se produisent dans le béton. Ceci est dû à la plastification du béton avant la fissuration (surtout dans les zones tendues). Après la fissuration dans la zone comprimée, il y a diminution de la valeur de la rigidité sur la travée de la poutre en fonction de la charge croissante. Ce phénomène est la cause de la redistribution des forces internes des systèmes hyperstatiques. Sous de très faibles charges, quand la réduction de la rigidité est négligeable, la répartition des moments est presque la même que pour les poutres élastiques. En phase finale, quand le système se transforme en mécanisme, on arrive à une solution d'après la théorie de la capacité portante.

L'étude donne une définition analytique de la réduction de la rigidité des poutres fléchies qui permet d'aboutir au calcul des courbures, des flèches et des angles de rotation et enfin à la redistribution des moments fléchissant. La comparaison des résultats théoriques à ceux expérimentaux montre que cette méthode d'analyse statique est valable en pratique.

Dans la méthode CEB et pour parfaire notre connaissance du comportement du matériau qu'est le (béton armé), tant dans les sections isolées que dans les pièces seules ou les structures, de nombreuses recherches expérimentales ont été développées, sous l'égide de diverses commissions spécialisées du C.E.B : (Comité Européen du Béton). C'est ainsi qu'un programme international, réalisant la coordination des travaux de quatorze laboratoires d'Europe et d'Amérique, a permis de déterminer les relations moments-courbures des pièces prismatiques fléchies et par là même, d'envisager l'analyse du comportement d'ensemble des structures hyperstatiques, dans les stades successifs de leur fonctionnement mécanique (élasticité, fissuration, plasticité, rupture). Ainsi, on y trouve que dans ces structures hyperstatiques, peuvent intervenir d'importantes redistributions de contraintes et de déformations, dont les méthodes classiques de calcul ne peuvent malheureusement pas tenir compte, en raison de leurs hypothèses élastiques.

Or les travaux du Comité Européen du Béton confirment que de tels (phénomènes d'adaptation) sont admissibles pour les charges et surcharges de service dans la mesure où la fissuration et les déformations se maintiennent dans les limites acceptables et où les déformations résultant de la répétition de ces surcharges n'affectent pas les conditions d'utilisation de l'ouvrage. Sous cette réserve, ces redistributions tendent à soulager les zones les plus fortement sollicitées et à en retarder la fissuration ; par la même, elles tendent à améliorer le comportement de la structure dans sa phase d'utilisation.

Au-delà de cette phase d'utilisation, pour une augmentation ultérieure des charges jusqu'à rupture, le comportement réel de la structure peut varier sensiblement, car de nouvelles zones entrent progressivement en phase non élastique. Le problème est particulièrement important dans le cas très fréquent où les constructions ont été dimensionnées d'après les valeurs élastiques des moments. Certes, il est de nombreuses circonstances, par exemple pour des sections courantes à pourcentage moyen d'armature, où la structure peut se comporter comme s'il y avait équivalence des déformations non-élastiques de signe contraire; dans ce cas favorable, les redistributions n'affectent pas la résistance limite de la structure et par là même, la marge de sécurité. Par contre, il peut ne pas être de même, si certaines zones ne disposent

que d'une moindre capacité d'adaptation ; c'est le cas, par exemple, lorsque certaines sections sont exagérément armées ou sollicitées en flexion composée, ou bien lorsque le constructeur essaie d'exploiter à fond la capacité de résistance de certaines sections très faiblement armées, dont les déformations très importantes risqueraient alors d'avoir des répercussions incompatibles avec la capacité d'adaptation limitée d'autres sections de la structure. Pour ces cas particuliers, les phénomènes de redistribution peuvent provoquer, directement ou indirectement, des ruptures localisées, lesquelles, du fait de leur caractère prématuré, risquent de réduire la résistance ultime ainsi que la marge de sécurité de la structure.

Les principes fondamentaux des théories de la fissuration et des déformations du béton structural furent établis il y a une quarantaine d'années; ces théories comprennent un grand nombre de paramètres, dont la plupart sont décrits au moyen de variables aléatoires à grands coefficients de variation. Il en résulte que les résultats tant théoriques qu'expérimentaux montrent une grande dispersion.

Le comportement d'une fissure pour une poutre hyperstatique (système hyperstatique) est par contre, un phénomène très peu connu, surtout du point de vue expérimentation ; d'où l'étude visée dans le présent travail. Il existe plusieurs méthodes pour calculer l'ouverture d'une fissure dans une poutre isostatique en béton armé, sous une charge de courte durée. Où pour faciliter les calculs, des simplifications pratiques ont été introduites.

Les études des résultats des mesures et des observations effectuées ont montré que les fissures apparaissent et se développent progressivement après la mise en charge des poutres.

Notre travail a consisté à interpréter les résultats théoriques et expérimentaux des trois paramètres de fissuration à savoir le moment de fissuration, l'espacement entre les fissures et l'ouverture des fissures et de mettre en évidence expérimentalement les éventuelles variations dans les distributions et ouvertures des fissures dues à une amélioration de la résistance du béton (Béton fort, Béton moyen et Béton faible) et d'acier d'armatures (pour les cas des dispositions conforme et non- conforme).

Dans l'Analyse comparative des résultats, nous résumons les comparaisons des résultats pour le moment de fissuration dans le cas expérimental, théorique et dus aux méthodes analytiques de Kuczynski ainsi que celle du C.E.B. Il en est de même pour l'espacement des fissures et l'ouverture des fissures, selon l'ordre suivant :

1. Moment de fissuration :
 - Résultats expérimentaux. (Tableau 4.4)
 - Résultats théoriques analytiques de Kuczynski (Tableau 5.12)
 - Résultats théoriques analytiques du C.E.B. (Tableau 5.10)

2. Espacement des fissures :
 - Résultats expérimentaux. (Tableaux Annexe D)
 - Résultats théoriques analytiques de Kuczynski (Tableau 5.13)
 - Résultats théoriques analytiques du C.E.B. (Tableau 5.13)

3. Ouvertures des fissures :
 - Résultats expérimentaux. (Tableaux Annexe E)
 - Résultats théoriques analytiques de Kuczynski (Tableau 5.14)
 - Résultats théoriques analytiques du C.E.B. (Tableau 5.15)

Cas du moment de fissuration :

Il existe plusieurs méthodes de calcul du moment de fissuration M_f , dont on peut faire les constats suivants :

- En général, ces méthodes donnent des résultats très dispersés.
- La valeur du moment de fissuration n'est pas exacte.
- L'apparition de la première fissure est aléatoire.

Ces constats rendent la détermination de M_f très aléatoire (du fait de l'hétérogénéité du matériau qu'est le béton).

Cependant pour la détermination du moment de fissuration (efficace) qui correspond au passage effectif de la phase élastique à la phase de fissuration avec la théorie continue de Kuczynski, nous obtenons des résultats proches de ceux donnés par l'expérience.

La méthode de calcul du C.E.B permet de traiter la valeur du moment de fissuration d'après deux possibilités de calcul de section.

- sans armatures (méthode approximative)
- avec armatures (méthode exacte).

Compte tenu d'une importante différence selon que le béton soit seul ou armé, nous avons utilisé seulement la valeur du moment de fissuration avec armatures ($M_f = W_a \cdot f_{ct}$).

Les rapports des moments de fissuration d'après les deux méthodes théoriques, aux valeurs expérimentales mesurées sont les suivantes (Tableau 6.1) :

- D'après Kuczynski (Tableau 5.12) :

- Pour les poutres élasto-conforme le rapport des moments de fissuration d'après la théorie aux valeurs expérimentales est : $\Delta m_{fc} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}} = 0,8 \div 1,074$ d'ou la valeur moyenne du rapport $\overline{\Delta m}_{fc} = 0,93$
- Pour les poutres élasto-non-conforme le rapport $\Delta m_{fn.c} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}} = 0,47 \div 0,66$ d'ou la valeur moyenne du rapport $\overline{\Delta m}_{fn.c} = 0,56$ avec un rapport final entre poutres elasto-conforme et poutres elasto- non-conforme $\Delta = \frac{\overline{\Delta m}_{fc}}{\overline{\Delta m}_{fn.c}} = 1,67$

- D'après C.E.B (Tableau 5.10):

- Pour les poutres élasto-conforme le rapport des moments de fissuration d'après la théorie aux valeurs expérimentales est : $\Delta m_{fc} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}} = 0,51 \div 0,76$ d'ou la valeur moyenne du rapport $\overline{\Delta m}_{fc} = 0,63$
- Pour les poutres élasto-non-conforme le rapport $\Delta m_{fn.c} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}} = 0,28 \div 0,44$ d'ou la valeur moyenne du rapport $\overline{\Delta m}_{fn.c} = 0,36$ avec un rapport final entre poutres elasto-conforme et poutres elasto- non-conforme $\Delta = \frac{\overline{\Delta m}_{fc}}{\overline{\Delta m}_{fn.c}} = 1,75$

Tableau 6.1. Comparaison des moments de fissuration obtenus expérimentalement avec ceux calculés selon les méthodes de Kuczynski et du CEB

	Méthode de Kuczynski		Méthode C.E.B	
	les poutres élasto-conforme	les poutres élasto-non-conforme	les poutres élasto -conforme	les poutres élasto-non-conforme
Δm_f	$\Delta m_{fc} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}}$ varie de 0.8 à 1.074	$\Delta m_{fn.c} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}}$ Varie de 0.47 à 0.66	$\Delta m_{fc} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}}$ Varie de 0.51 à 0.76	$\Delta m_{fn.c} = \frac{m_{f,thé}}{m_{f,exp}}$ Varie de 0.28 à 0.44
$\overline{\Delta m}_f$	$\overline{\Delta m}_{fc} = 0.93$	$\overline{\Delta m}_{fn.c} = 0.56$	$\overline{\Delta m}_{fc} = 0.63$	$\overline{\Delta m}_{fn.c} = 0.36$
$\Delta = \frac{\overline{\Delta m}_{fc}}{\overline{\Delta m}_{fn.c}}$	1.67		1.75	

On remarque que dans la plupart des cas, la méthode CEB donne des valeurs du moment de fissuration toujours inférieures à celles de l'expérience, ainsi que celles données par la méthode de Kuczynski. Donc cette méthode utilise une certaine marge de sécurité.

La valeur du moment de fissuration calculée d'après la méthode de Kuczynski donne des résultats plus proches des valeurs expérimentales que celles de CEB, ce qui explique que la formule de la théorie continue n'est valable que pour le cas des poutres hyperstatiques élasto-conformes.

A cet effet, on constate, que l'avancement de charge relatif au moment de fissuration et d'autant plus petit que le pourcentage d'armature est élevé.

Cas des espacements entre fissures

Les tableaux en annexe D, donnent l'espacement moyen mesuré entre deux fissures successives pour chaque poutre considérée, et ce, en fonction du pourcentage d'acier et la qualité du béton. Le tableau 6.2 donne le récapitulatif de ces résultats expérimentaux.

Tableau 6.2. Résultats des valeurs des espacements des fissures mesurées.

classes de béton	Catégories de poutres	$l_{f,exp}$ (cm)	$\bar{l}_{f,exp}$ (cm)
A = 40 MPa	AI1	15,27	15,05
	AI2	14,82	
	AII1	15,06	14,99
	AII2	14,91	
B = 30 MPa	BI1	14,92	14,92
	BI2	/	
	BII1	15,06	15,19
	BII2	15,32	
C = 15 MPa	CI1	14,97	15,22
	CI2	15,51	
	CII1	15,49	15,33
	CII2	15,18	

a) Influence de la classe du béton

Nous constatons qu'avec une grande probabilité (95%) que l'influence de la qualité du béton sur les valeurs des espacements des fissures est négligeable.

Pour le béton fort nous avons obtenu l'espacement $\bar{l}_f = 15,05-14,99$ cm avec une moyenne $\bar{l}_f = 15,02$ cm.

Pour le béton moyen: $\bar{l}_f = 14,92-15,19$ cm avec une moyenne $\bar{l}_f = 15,06$ cm.

Pour le béton faible: $\bar{l}_f = 15,22-15,33$ cm avec une moyenne $\bar{l}_f = 15,28$ cm.

Ces résultats donnent une valeur moyenne pour les trois classes de béton utilisé

$$\bar{l}_f = 15,11 \text{ cm.}$$

Cette moyenne \bar{l}_f est déduite à partir de :

$$\bar{l}_f = (15,05+14,99+14,92+15,19+15,22+15,33)/6 = 15,11 \text{ cm, avec une valeur de l'écart type } s = 0,155 \text{ cm et un écart quadratique relatif moyen } \delta = 0,0102$$

$$\text{d'où un coefficient d'homogénéité } \alpha = 1 - 1,64(0,0102) = 0,983.$$

De par l'invariance de la valeur α on confirme que l'influence de la qualité du béton sur l'espacement des fissures est négligeable.

b) Influence de la disposition des armatures

Nous constatons que la disposition des armatures n'a pas d'influence sur les valeurs des espacements des fissures.

Cas des poutres élasto- conformes avec des bétons différents :

$$\bar{l}_f = (15,27+14,82+14,92+14,97+15,51)/5 = 15,098 \cong 15,10 \text{ cm}$$

avec une valeur de l'écart type $s = 0,284$ cm et un écart quadratique relatif moyen

$$\delta = 0,0188$$

$$\text{d'où un coefficient d'homogénéité } \alpha = 1 - 1,64(0,0188) = 0,969$$

Cas des poutres élasto-non- conformes, bétons différents :

$$\bar{l}_f = (15,06+14,91+15,06+15,32+15,49+15,18)/6 = 15,17 \text{ cm avec une valeur de l'écart type } s = 0,208 \text{ cm et un écart quadratique relatif moyen } \delta = 0,0137$$

$$\text{d'où un coefficient d'homogénéité } \alpha = 1 - 1,64(0,0137) = 0,977$$

De par l'invariance de la valeur α on confirme que l'influence des deux dispositions du ferrailage sur l'espacement des fissures est négligeable.

Par contre, la résistance de l'acier joue un rôle considérable sur l'espacement des fissures., la formule empirique proposée par Ferry-Borges et validée par le C.E.B « Comite Européen du Béton » est donnée par : $l_f = 1,5 d + k_1 \frac{\phi}{\omega}$.

Cette formule a été établie expérimentalement sur la base d'une contrainte nominale empirique de l'acier de $\sigma_{en,emp,ceb} = 3600 \text{ kg/cm}^2$.

Dans notre cas, nous avons utilisé un acier de même contrainte nominale et de contrainte réelle $\sigma_{en,réelle} = 5620 \text{ kg/cm}^2$ (déterminée expérimentalement), nous avons constaté que les espacements des fissures étaient beaucoup plus importants que ceux donnés par la formule de Ferry Borges. Nous proposons alors la formule modifiée suivante :

$$l_f = 1,5 d + k_1 \frac{\phi}{\omega} \alpha_z \quad \text{avec} \quad \alpha_z = \frac{\sigma_{en,réelle}}{\sigma_{en,emp,ceb}} = \frac{5620}{3600} = 1,56$$

Tableau 6.3. Comparaison des espacements des fissures mesurés avec ceux calculés selon les méthodes de CEB et Kuczynski

$$\Delta\% = \frac{\bar{l}_{f,theo} - \bar{l}_{f,exp}}{\bar{l}_{f,exp}}$$

Classes de béton	Catégories de poutres	$l_{f,exp}$	$\bar{l}_{f,exp}$	$l_{f,theo}$ (CEB)	$\bar{l}_{f,theo}$ (CEB)	$\frac{\bar{l}_{f,theo}}{\bar{l}_{f,exp}}$ (CEB)	$\Delta\%$	$l_{f,theo}$ Kuczynski	$\bar{l}_{f,theo}$ Kuczynski	$\frac{\bar{l}_{f,theo}}{\bar{l}_{f,exp}}$ Kuczynski	$\Delta\%$
A = 40 MPa	A11	15,27	15,05	7,01	7,01	0,47	-53	11,87	11,87	0,79	-21
	A12	14,82		7,01				11,87			
	A111	15,06	14,99	5,87	5,87	0,39	-61	9,11	9,11	0,61	-39
	A112	14,91		5,87				9,11			
B = 30 MPa	B11	14,92	14,92	7,01	7,01	0,47	-53	11,87	11,87	0,80	-20
	B12	/		/				/			
	B111	15,06	15,19	5,87	5,87	0,39	-61	9,11	9,11	0,60	-40
	B112	15,32		5,87				9,11			
C = 15 MPa	C11	14,97	15,22	7,01	7,01	0,46	-54	11,87	11,87	0,78	-22
	C12	15,51		7,01				11,87			
	C111	15,49	15,33	5,87	5,87	0,38	-62	9,11	9,11	0,59	-41
	C112	15,18		5,87				9,11			

Compte tenu des écarts ($\Delta\%$) entre les valeurs théoriques issues des deux méthodes on conclut que les valeurs expérimentales obtenues se rapprochent plus de celles de la méthode de Kuczynski.

Cas des ouvertures des fissures

1. Etude comparative entre les résultats théoriques et expérimentaux

Les tableaux en annexe C, donnent les ouvertures moyennes des fissures obtenues expérimentalement. Le tableau 6.4 donne le récapitulatif des résultats expérimentaux, et théoriques calculés selon les deux méthodes de Kuczynski et CEB et ce, pour trois paliers de charges choisis de manière à suivre l'apparition des fissures et leurs progressions

Tableau 6.4. Ouvertures des fissures W_f (mm) mesurées et calculées selon les deux méthodes de Kuczynski et C.E.B

Classe de béton	Catégories de poutres	$W_{f,exp}$	$W_{f,théo}$ Kuczynski	$W_{f,théo}$ (C.E.B)	$W_{f,exp}$	$W_{f,théo}$ Kuczynski	$W_{f,théo}$ (C.E.B)	$W_{f,exp}$	$W_{t,héo}$ Kuczynski	$W_{f,théo}$ (C.E.B)
A=40 MPa	AI1	m = 0.380			m = 0.615			m = 0.850		
		0.040	0.034	0.058	0.120	0.09	0.105	0.200	0.300	0.150
	AI2	m = 0.45			m = 0.75			m = 0.85		
		0.090	0.043	0.073	0.19	0.157	0.13	0.28	0.294	0.15
	AII1	m = 0.381			m = 0.58			m = 0.79		
		0.060	0.051	0.054	0.09	0.11	0.085	0.13	0.29	0.118
AII2	m = 0.41			m = 0.65			m = 0.78			
	0.050	0.056	0.058	0.12	0.14	0.097	0.15	0.29	0.12	
B=30 MPa	BI1	m = 0.35			m = 0.63			m = 0.77		
		0.050	0.034	0.055	0.16	0.105	0.11	0.24	0.20	0.136
	BI2	m =			m =			m =		
		/	/	Poutre endommagée				/	/	/
	BII1	m = 0.40			m = 0.62			m = 0.82		
		0.045	0.06	0.058	0.10	0.15	0.077	0.18	0.41	0.109
BII2	m = 0.38			m = 0.63			m = 0.86			
	0.045	0.052	0.05	0.082	0.16	0.095	0.12	0.5	0.13	
C=15 MPa	CI1	m = 0.30			m = 0.67			m = 0.85		
		0.04	0.037	0.0507	0.20	0.15	0.12	0.31	0.37	0.153
	CI2	m = 0.30			m = 0.60			m = 0.85		
		0.06	0.046	0.051	0.113	0.13	0.107	0.25	0.47	0.15
	CII1	m = 0.30			m = 0.55			m = 0.867		
		0.04	0.049	0.044	0.08	0.13	0.083	0.13	0.63	0.13
CII2	m = 0.40			m = 0.54			m = 0.75			
	0.05	0.06	0.06	0.068	0.11	0.082	0.10	0.30	0.114	

Tableau 6.5. Comparaison des ouvertures de fissures en (mm) mesurées avec celles calculées selon la méthode du C.E.B

$$\Delta\% = \frac{W_{f,theo} - W_{f,exp}}{W_{f,exp}}$$

Classe de béton	Catégories de poutres	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ (C.E.B)	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ (C.E.B)	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ (C.E.B)	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$
		m = 0.38				m = 0.615				m = 0.85			
A=40 MPa	AI1	0.04	0.058	1,45	+45	0.12	0.105	0,87	-13	0.20	0.15	0,75	-25
	AI2	0.09	0.073	0,81	-19	0.19	0.13	0,68	-32	0.28	0.15	0,53	-47
	AI11	0.06	0.054	0,90	-10	0.09	0.085	0,94	-6	0.13	0.118	0,90	-10
	AI12	0.05	0.058	1,16	+16	0.12	0.097	0,81	-19	0.15	0.12	0,80	-20
B=30 MPa	BI1	0.05	0.055	1,1	+10	0.16	0.11	0,69	-31	0.24	0.136	0,57	-43
	BI2	/	/	Poutre endommagée				/	/	/	m =		
	BII1	0.045	0.058	1,29	+29	0.10	0.077	0,77	-23	0.18	0.109	0,60	-40
	BII2	0.045	0.05	1,11	+11	0.082	0.095	1,16	+16	0.12	0.13	1,08	+8
C=15 MPa	CI1	0.04	0.0507	1,26	+26	0.20	0.12	0,6	-40	0.31	0.153	0,49	-51
	CI2	0.06	0.051	0,85	-15	0.113	0.107	0,95	-5	0.25	0.15	0,6	-40
	CI11	0.04	0.044	1,10	+10	0.08	0.083	1,03	+3	0.13	0.13	1,00	0,0
	CI12	0.05	0.06	1,20	+20	0.068	0.082	1,20	+20	0.10	0.114	1,14	+14

Tableau 6.6. Comparaison des ouvertures de fissures W_f (mm) mesurées avec celles calculées par la méthode de Kuczynski

$$\Delta\% = \frac{W_{f,theo} - W_{f,exp}}{W_{f,exp}}$$

Classe de béton	Catégories de poutres	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ Kuczynski	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ Kuczynski	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$	$W_{f,exp}$	$W_{f,theo}$ Kuczynski	$\frac{W_{f,theo}}{W_{f,exp}}$	$\Delta\%$
A=40 MPa	AI1	m = 0.38				m = 0.615				m = 0.85			
		0.04	0.034	0,85	-15	0.12	0.09	0,75	-25	0.20	0.30	1,50	+50
	AI2	m = 0.45				m = 0.75				m = 0.85			
		0.09	0.043	0,47	-53	0.19	0.157	0,82	-18	0.28	0.294	1,05	+5
	AII1	m = 0.381				m = 0.58				m = 0.79			
		0.06	0.051	0,85	-15	0.09	0.11	1,22	+22	0.13	0.29	2,23	+123
	AII2	m = 0.41				m = 0.65				m = 0.78			
		0.05	0.056	1,12	+12	0.12	0.14	1,16	+16	0.15	0.29	1,80	+93
B=30 MPa	BI1	m = 0.35				m = 0.63				m = 0.77			
		0.05	0.034	0,68	-32	0.16	0.105	0,65	-35	0.24	0.20	0,83	-17
	BI2	m =				m =				m =			
		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	BII1	m = 0.40				m = 0.62				m = 0.82			
		0.045	0.06	1,33	+33	0.10	0.15	1,5	+50	0.18	0.41	2,27	+127
	BII2	m = 0.38				m = 0.63				m = 0.86			
		0.045	0.052	1,15	+15	0.082	0.16	1,95	+95	0.12	0.5	4,61	+316
C=15 MPa	CI1	m = 0.30				m = 0.67				m = 0.85			
		0.04	0.037	0,93	-7	0.20	0.15	0,75	-25	0.31	0.37	1,19	+19
	CI2	m = 0.30				m = 0.60				m = 0.85			
		0.06	0.046	0,76	-24	0.113	0.13	1,15	+15	0.25	0.47	1,88	+88
	CII1	m = 0.30				m = 0.55				m = 0.867			
		0.04	0.049	1,22	+22	0.08	0.13	1,62	+62	0.13	0.63	4,84	+384
	CII2	m = 0.40				m = 0.54				m = 0.75			
		0.05	0.06	1,20	+20	0.068	0.11	1,61	+61	0.10	0.30	3,00	+200

L'ouverture de fissure est également donnée en fonction de l'accroissement de la charge, conformément aux résultats obtenus précédemment.

Nous donnons également l'ouverture moyenne par charge appliquée dans la zone où le moment est sensiblement constant.

Nos résultats de recherche depuis la formation de la fissure et selon les charges de service et de rupture, montrent que :

a) Pour un faible avancement de charge immédiatement après la formation de fissure

La dispersion moyenne des ouvertures des fissures (%) calculées à partir des tableaux 6.5 et 6.6 sont les suivantes :

La méthode de CEB (Tableau 6.5): donne une valeur moyenne absolue

$$|\bar{\Delta}| = 19,18 \%$$

La méthode de Kuczynski (Tableau 6.6) : donne une valeur moyenne absolue

$$|\bar{\Delta}| = 22,54\%$$

La comparaison de ces résultats avec ceux trouvés expérimentalement montre des écarts respectivement de 19,18 % et de 22,54% selon la méthode du C.E.B et de Kuczynski.

Ceci traduit que les deux méthodes sont sensiblement identiques pour un faible chargement et s'écartent de l'ordre de 20% par rapport à l'expérimentation et ce quel que soit la poutre considérée et la classe du béton.

b) Au niveau de la charge de service :

La dispersion moyenne des ouvertures des fissures (%) calculées à partir des tableaux 6.5 et 6.6 sont les suivantes :

La méthode de CEB (Tableau 6.5): donne une valeur moyenne globale absolue

$$|\bar{\Delta}| = 19.19 \%$$

La méthode de Kuczynski (Tableau 6.6) : donne une valeur moyenne globale absolue

$$|\bar{\Delta}| = 38.54 \%$$

Selon le cas des poutres considérées élasto-conformes ou élasto- non-conformes, la méthode CEB donne des résultats identiques, par contre dans la méthode de Kuczynski, les écarts sont importants dans le cas des poutres élasto-non-conformes.

c) Au voisinage de la charge de rupture :

La dispersion moyenne des ouvertures des fissures (%) calculées à partir des tableaux 6.5 et 6.6 sont les suivantes :

La méthode de CEB (Tableau 6.5): donne une valeur moyenne globale absolue

$$|\bar{\Delta}| = 27 \%$$

La méthode de Kuczynski (Tableau 6.6) : donne une valeur moyenne globale absolue

$$|\bar{\Delta}| > 100\%$$

Selon le cas des poutres considérées élasto-conformes ou élasto- non-conformes, la méthode CEB donne des résultats légèrement supérieurs (27 au lieu de 19%), par contre dans la méthode de Kuczynski, les écarts à ce niveau de chargement sont très importants dans le cas des poutres élasto-non-conforme alors que pour les poutres élasto- conforme l'écart est moins important (de l'ordre de 36%).

D'une manière générale nous constatons que les ouvertures des fissures données par la théorie et par l'expérience sont du même ordre de grandeur jusqu'au niveau d'exploitation $m=0,50 \div 0,65$. Pour un avancement de charge $m > 0,50 \div 0,65$; les ouvertures données par la théorie sont plus importantes que celles mesurées. Dans nos essais les fissures ont été mesurées pendant (15 à 20 min), cependant pour un chargement proche de la ruine ($m > 0.8$) le phénomène de la plastification commence, et cet allongement plastique est en général lent ($t = 1$ à 2 heures).

De l'avis de Kuczynski; auteur de cette théorie le but final de sa proposition est d'attirer l'attention de l'ingénieur sur l'effet de l'ouverture des fissures fortement accentuée par un niveau de charge dangereux ($m > 0.65$) et cela provient du fait que l'acier atteint l'état de plastification.

En conclusion nos résultats expérimentaux montrent que :

- Les valeurs de nos essais et ceux de la méthode de calcul de Kuczynski présentent l'ouverture des fissures en fonction de la charge croissante comme ayant une allure curviligne (la méthode continue décrivant suffisamment bien le phénomène de la flexion dans le domaine d'exploitation), par contre la méthode CEB en donne une relation de forme linéaire.
- Les deux méthodes de calcul donnent des résultats assez proches de l'expérience à un niveau de charge d'exploitation $m = 0.5$.
- La théorie de la dégradation continue de la rigidité d'éléments fléchis, conduit à des résultats très proches des valeurs expérimentales par rapport à la méthode de calcul du C.E.B.

2. Influence de la disposition des armatures et de la classe du béton sur les ouvertures des fissures obtenues expérimentalement.

Dans ce qui suit nous présentons uniquement les résultats expérimentaux en mettant en relief l'influence de la disposition des armatures et de la classe du béton selon le palier de chargement considéré.

Les résultats sont donnés dans les tableaux 6.7

Tableau 6.7 : Variation de l'ouverture de fissures selon la disposition des armatures et de la classe du béton.

catégories de poutres		Classe de béton	0.38 ≤ m ≤ 0.40		0.54 ≤ m ≤ 0.75		0.75 ≤ m ≤ 0.90	
			W_f	\overline{W}_f	W_f	\overline{W}_f	W_f	\overline{W}_f
Poutre élasto – conformes	A	AI1	0.04	0.065	0.12	0.155	0.20	0.24
		AI2	0.09		0.19		0.28	
	B	BI1	0.05	0.05	0.16	0.160	0.24	0.24
		BI2	/		/		/	
	C	CI1	0.04	0.05	0.20	0.156	0.31	0.28
		CI2	0.06		0.113		0.25	
Poutre élasto non- conformes	A	AII1	0.06	0.055	0.09	0.105	0.13	0.14
		AII2	0.05		0.012		0.15	
	B	BII1	0.045	0.045	0.10	0.100	0.18	0.15
		BII2	0.045		0.082		0.12	
	C	CII1	0.04	0.045	0.08	0.07	0.13	0.115
		CII2	0.05		0.068		0.10	

Indépendamment de la classe du béton et de la disposition des armatures, l'ouverture des fissures augmente en fonction du palier de chargement ce qui est logique. Néanmoins dans le cas élasto-non- conforme, les ouvertures demeurent faibles.

Pour une disposition donnée des armatures, les fissures restent inférieures selon la classe du béton et augmentent pour le palier au voisinage de la rupture.

CONCLUSION

CONCLUSION

Le rôle du moment de fissuration est important non seulement pour constater le développement des fissures, mais aussi pour le calcul des flèches.

- Compte tenu de la remarque ci-dessus, désormais, il faut tenir compte du moment de fissuration dans les calculs sans hésitation.
- On remarque, dans la plupart des cas, que la méthode du C.E.B donne des valeurs du moment de fissuration toujours inférieures à celles de l'expérience ainsi que celles données par la méthode de Kuczynski. Donc cette méthode utilise une certaine marge de sécurité.
- La valeur du moment de fissuration calculée d'après la méthode de Kuczynski donne des résultats plus proches des valeurs expérimentales que celles du C.E.B.
- Pour le calcul de M_f , la formule de la théorie continue n'est valable que pour le cas des poutres hyperstatiques élasto-conformes.

Par suite d'analyse, on constate, que l'avancement relatif de la charge, ou le moment de fissuration, est d'autant plus faible que le pourcentage d'armatures est élevé.

On a confirmé le rôle de l'exposant Ψ (coefficient de plastification et de fissuration du béton) qui décrit le phénomène de non linéarité du système hyperstatique (poutres fléchies en béton armé).

Les courbes présentant l'ouverture des fissures en fonction de la charge décrivent le caractère non linéaire de ce phénomène, qui a été présenté par les formules du chapitre II. Les résultats les plus proches de ceux expérimentaux, sont obtenus d'après la méthode de calcul de la théorie continue.

La présente étude expérimentale a montré que l'allure générale des graphes (moment-flèche), (moment-courbure) et donc (moment-ouvertures) se présente sous l'aspect de courbes continues non linéaires peu régulières mais sans point de discontinuité. Donc l'interprétation classique qui distingue la phase I et la phase II d'une poutre fléchie n'est pas valable ; dans toutes les interprétations les diagrammes prenant en faveur la discontinuité du phénomène de flexion sont plus proches de la réalité.

Un coefficient d'adaptation du (α_z) a été introduit dans la formule donnant l'espacement

entre fissures l_f ($l_f = 1,5 d + k_1 \frac{\phi}{\sigma} \alpha_z$).

Il a été aussi constaté la formation de fissures au droit de l'armature transversale (cadres), mettant en évidence l'influence de la présence d'armature transversale. Cette présence constitue indéniablement un point de discontinuité de la liaison béton-acier, car d'une part elle équivaut localement à une réduction de la section et surtout à une diminution de la quantité du béton d'enrobage, d'autre part, elle présente un obstacle au déplacement relatif de la barre par rapport au béton. Cette déficience locale augmente donc dans une large mesure la probabilité de formation de fissure.

Ces essais ont, de plus, montré que l'espacement des fissures correspond systématiquement à celui de l'armature ou des étriers transversaux et qu'il n'apparaît aucune fissure intermédiaire même sous charge relativement élevée.

PERSPECTIVE

Dans les systèmes isostatiques, la fissuration change les rotations des sections et accentue les flèches des éléments fléchis du système.

Les travaux antérieurs étaient basés sur les tirants, par la suite étendus aux éléments fléchis (poutres). Pour le cas isostatique, ce domaine était restreint à la zone de moment maximal constant et ainsi notre travail a consisté à élargir l'approche aux éléments fléchis pour le cas hyperstatique.

Dans les systèmes hyperstatiques, sous chargement croissant, la fissuration provoque d'abord une redistribution des sollicitations, puis certaines zones entrent dans le domaine post élastique d'où l'apparition de rotules plastiques qui contribuent à la formation d'un mécanisme de rupture qui doit être statiquement stable pour être retenu comme représentant la capacité portante du système. A ce titre, on se propose de poursuivre cette recherche afin de mener à bien l'investigation en se basant sur la méthodologie que l'on a suivie dans ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **ANNALES. ITBTP.**, *Les fissurations des bétons*, N°398, Octobre 1981.
- [2] **BAUS R.**, *Compléments de béton armé, calcul aux états limites; Service des constructions du génie civil, Ponts et charpentes*, Université de Liège, 1983.
- [3] **BEEBY A.W.**, *The prediction of cracking in reinforced concrete members*, PhD thesis, University of LONDON, 1971.
- [4] **BRICE L.**, *Annales ITBTP.*, n°198 Juin 1964.
- [5] **BROMS B. B.**, *Crack width and crack spacing in reinforced concrete members*, A.C.I. JOURNAL, octobre 1965.
- [6] **C.E.B.**, *Comité Euro-International du Béton, Volume II, Code Modèle, C.E.B.-FIP pour les structures en béton*, Paris 1978.
- [7] **C.E.B.**, *Manuel de calcul, Fissuration*, bulletin d'information N°89. Mars 1973.
- [8] **C.E.B.**, *Manuel, Fissuration et déformation*, bulletin d'information N°158. F 10/1983.
- [9] **C.E.B.**, *Recommandations N°12*.
- [10] **C.E.B.**, " *Vérification de la fissuration en flexion du béton armé et du béton précontraint.* ", Par le Docteur :JULIO FERRY BORGES. Bulletin d'information N°70, Lausanne 22/27, Avril 1968,
- [11] **C.E.B.-FIP**, *Recommandations des ouvrages en béton, " principes et recommandations, 6ème congrès de la F.I.P., Prague 1978 "*.
- [12] **C.E.B.-F.I.P.**, *Recommandations internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton, 6^{ème} congrès de la F.I.P. Prague, 1970.*
- [13] **FAVRE R. , KOPRNA M. , ARADOJICIC** , *Effets différés, Fissuration et déformations des structures en béton armé. Lausanne, Aout 1979.*
- [14] **FERRY BORGES J.** , *Cracking and deformability of reinforced concrete beams*, Lisbon, Décembre, 1965.
- [15] **FERRY BORGES J.** , *Cracking and deformability of reinforced concrete beams*, Association Internationale des Ponts et Charpente, Mémoire, volume 26, 1966.
- [16] **FUENTES A.** , *Béton Armé « Fissuration-Flèche, Redistribution d'effort et formation des mécanismes de rupture ».* Office des Publications Universitaires (OPU), 03-2003.
- [17] **F. S. ROSTASY, R. KOCH, F. LEONHARDT:** *Zur Mindestbewehrung von Zwang von Aussenwänden aus Stahlleichtbeton DAfStb*, H. 267, Berlin, W. Ernst u. Sohn, 1976.
- [18] **KETTAB METICHE R.** , *Etude théorique et expérimentale de la capacité portante et mécanisme de ruine des poutres hyperstatiques en béton armé* , Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique , El harrach Alger, Mai, 1986.
- [19] **KUCZYNSKI W.** , *Experimental values of yielding and cracking parameters of concrete*, A.I.L. , cahier 1-2/1969, pp.217/234.
- [20] **KUCZYNSKI W.** , *Nouvelle théorie des variations de la rigidité des poutre en béton*, Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N°206/1965, Paris.
- [21] **KUCZYNSKI W.** , " *Quelques remarques sur la nouvelle interprétation du comportement plastique des structures en béton armé* ", (séminaire : " Évolutions et théories modernes en élasticité et plasticité "), Paris, Saint-Remy-les chevreuses, 1977.
- [22] **KUCZYNSKI W. , GOSZCZYNSKI S.** , *New cracking theory of reinforced concrete beams (Nouvelle théorie de fissuration de poutres en béton armé*, A.I.L. , Tome XIII, Cahier 3/1967, pp. 353/374.
- [23] **KUCZYNSKI W. , GOSZCZYNSKI S.** , *Behaviour of hyperstatic reinforced concrete beams, subject to increasing loads*, A.I.L. , Volume XXVI, 1/1980
- [24] **KUCZYNSKI W. , KRZAZANOWSKI** , *Abaques et tableaux de détermination directe du moment de fissuration d'une section en béton armé* (en polonais), 1980, cahier 7, pp.270/274.
- [25] **KUCZYNSKI W. , TKACZYK S.**, *Analyse du comportement des poutres hyperstatiques en béton armé de section en T* (en polonais) , A.I.L. , N°4/1981.

- [26] **KUCZYNSKI W. ,TKACZYK S.**, *Experimental investigation on reinforced concrete continous beams of, T-Cross-Section subject to increasing loads*, C.E.B., Bulletin d'information N°153, volume 1, Paris 1981.
- [27] **KORTAS J.** , *Étude de l'ouverture des fissures en fonction du temps dans les poutres en béton armé ou partiellement précontraint*, Thèse de Doctorat, Université de Liège 1975.
- [28] **LACROIX R., FUENTES A., THONIER,** : *Traité de béton armé*, Ed. Eyrolles 1982.
- [29] **LORIN. P.A** : *Comportement des structures dans le domaine plastique*. Ed. Eyrolles,1977.
- [30] **MALDAGUE J. C.** « *Détermination expérimentale des lois Moments-courbures* ». Annales ITBTP n°209/1965
- [31] Manuel on cracking, C.E.B., bulletin d' information n° 89, Mars 1973.
- [32] **MONNIER TH.** « *The moment –curvature relation of reinforced concrete* »heron volume 17/2, DELFT 1970.
- [33] **MORSLI OUHACHI M.** , *Etude théorique et expérimentale des déformations instantanées des poutre hyperstatiques en béton armé*, Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique , El harrach Alger, Mai,1986.
- [34] **MURACHOV W.J.**, Trieszczinoustroicziwost, Zestkost i procznost Zelezobétona. Maszstrojzdat. MOSCOU1950. (La fissuration, la rigidité,la résistance du béton armé).
- [35] **ODMAN S.T.A**, Stresses in axially reinforced concrete prisms subjected to tension and e exposed to dryng, Swedish Cemend and Concrete Reseach Ins titut, Stockholm1962.
- [36] **RAO P.S.**, Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen in plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkrafte DAfStb, h . 177, Berlin, W. Ernst u. Sohn, 1966.
- [37] **REIS et al.** Causes and Control of Cracking reinforced with high strength streel bars. A review of RESEARCH. Tand A.M .Report n° 261,University of Illinois, April 1964.
- [38] **SALIGER . R.** Die Neue théorie des STahlbetons anf Grund du Bildsamkeit im Bruchzustand, Vienne 1947.
- [39] **THONIER. H** : Comparaison pratique du code-modèle C.E.B.78 et des règles B.A.E.L 80, Annales ITBTP.N° 404 MAI 1982.
- [40] **TICHY-RAKOSNIK:** Calcul plastique des ossatures en béton armé Ed. Eyrolles 1975.

ANNEXES A à F

Annexe A.

Caractéristiques mécaniques des matériaux

I- Formulation de béton pour la conception des poutres :

En collaboration avec le laboratoire central de la Sonatro, nous avons procédé à la formulation de la composition du béton à différents dosages en ciment par m³ de béton, à savoir :

Béton A : dosé à 400 Kg

Béton B : dosé à 300 Kg

Béton C : dosé à 250 Kg

La formulation servira à la confection des poutres.

Les constituants (composants) ont été prélevés des chantiers SNMC pour les agrégats, chantier SONATRO pour le sable et le ciment.

Provenances :

Graviers concassés :

15/25 }
8/15 }
3/8 }

Carrière de **Keddara**

Sable de mer :0/3 :

sablière de **Cap Djenet**

Ciment CPA 325

SNMC Meftah

L'étude comprend notamment :

L'analyse granulométriques

Teneur en eau naturelle des agrégats

Poids spécifique des grains

Densité apparente

Teneur en éléments minéraux inertes (<à 0.08 m/m).

L'équivalent de sable, module de finesse

Dureté Los Angeles

Essai d'absorption

Recherche théorique de la composition :

Courbes de références et composition théorique

Mélanges pratiques

Gâchées d'essai

Confection des éprouvettes cylindriques

Densité apparente du béton frais

Teneur en eau du béton frais

Consistance (essai au cône d'Abrams)

Analyse granulométrique sans ciment

Ecrasements éprouvette à 3 et 7 jours à la compression.

ESSAIS D'ETUDE :

Granulométrie :

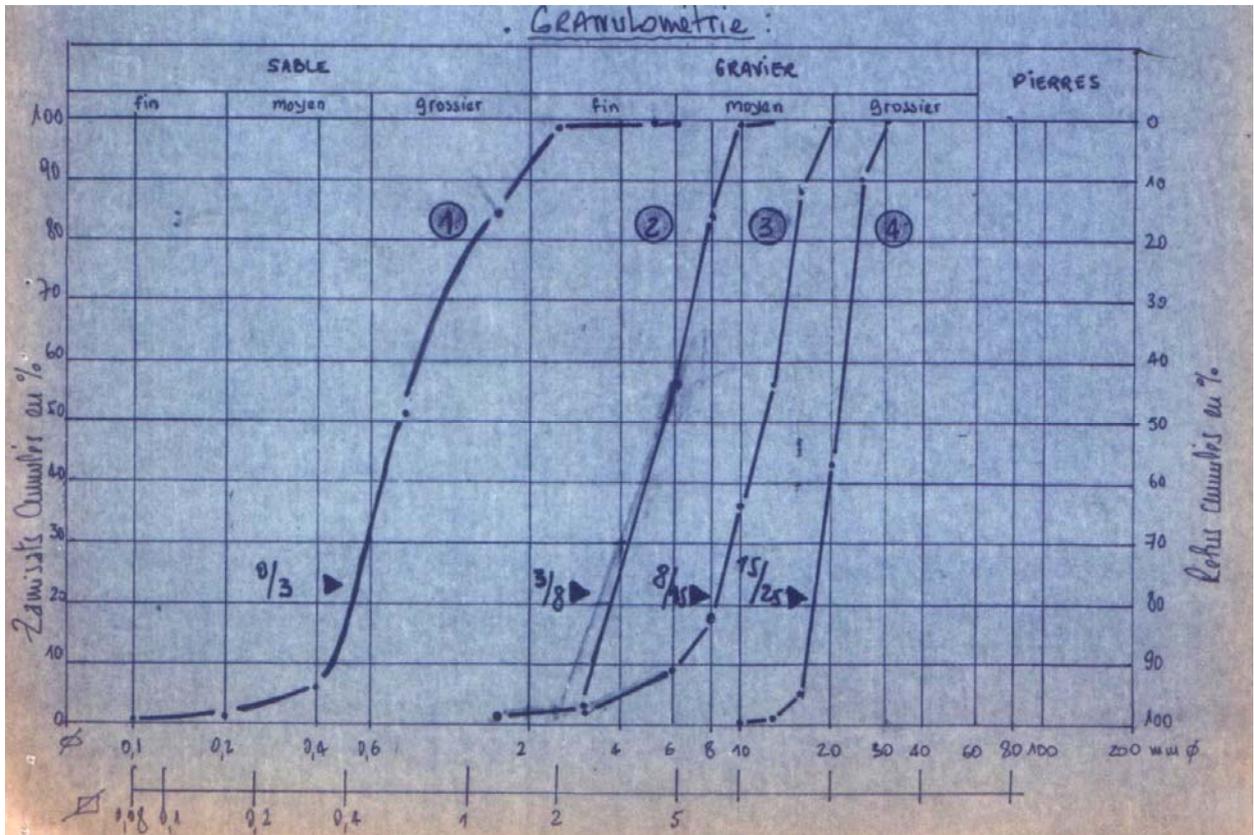


Figure A.1. Courbes granulométriques des différents granulats.

Teneur en eau agrégats :

La teneur en eau des agrégats est variable. Le tableau ci-après donne les valeurs moyennes et les fourchettes de variation qui permettront de corriger les poids partiels de chaque composant de la gâchée.

Tableau A.1. Teneur en eau agrégats

Classes	Teneur en eau naturelle (%) moyenne	Variation
0/3	8	6 - 10
3/8	4	2 - 6
8/15	2.5	1 - 4
15/25	1.5	0.5 - 2.5

Il est recommandé de mesurer la teneur en eau des agrégats tous les jours ou au début de chaque bétonnage.

Tableau A.2. *Origines et caractéristiques des différents composants.*

Provenance nature	Numéro courbes	Densité App kg/dm ³	Poids Spécif. kg/dm ³	Dureté Los-Angeles %	E. S. %
Sable de mer CAP DJENET 0/3					
Gravier concassé 3/8	1	1.61	2.69	/	97.8
8/15	2	1.30	2.71	/	
15/25	3	1.38	2.69	Granulométrie Adoptée « B »	
Ciment CPA 325 en vrac	4	1.40	2.68	29.23	
	/	/	Poids Spécifique adoptée 3,1	/	/

Module de finesse sable 0/3 CAP DJENET = 2.586

Compris dans la phase de bon sable à béton qui doit avoir un module de finesse de 2.2 à 2.8 ce qui permet d'obtenir une bonne résistance avec des risques de ségrégation limites.

• **Détermination des impuretés, des éléments minéraux inertes :**

- Sable de mer CAP DJINET		1.8 %
- Gravier concassé KEDDARA	3/8	7.3 %
	8/15	2.4 %
	15/25	2.5 %

Les pourcentages tolérés sont de :

2 % pour les sables.

1.5 % pour les graviers concassés.

Au vu des résultats obtenus, le lavage des différentes fractions d'agrégats (3/8, 8/15, 15/25) s'avère indispensable

• **Essais d'absorption :**

à 24 Heures

Gravier	3/8	1 %
	8/15	0.7 %
	15/25	1.4 %

Granulats à faible absorption.

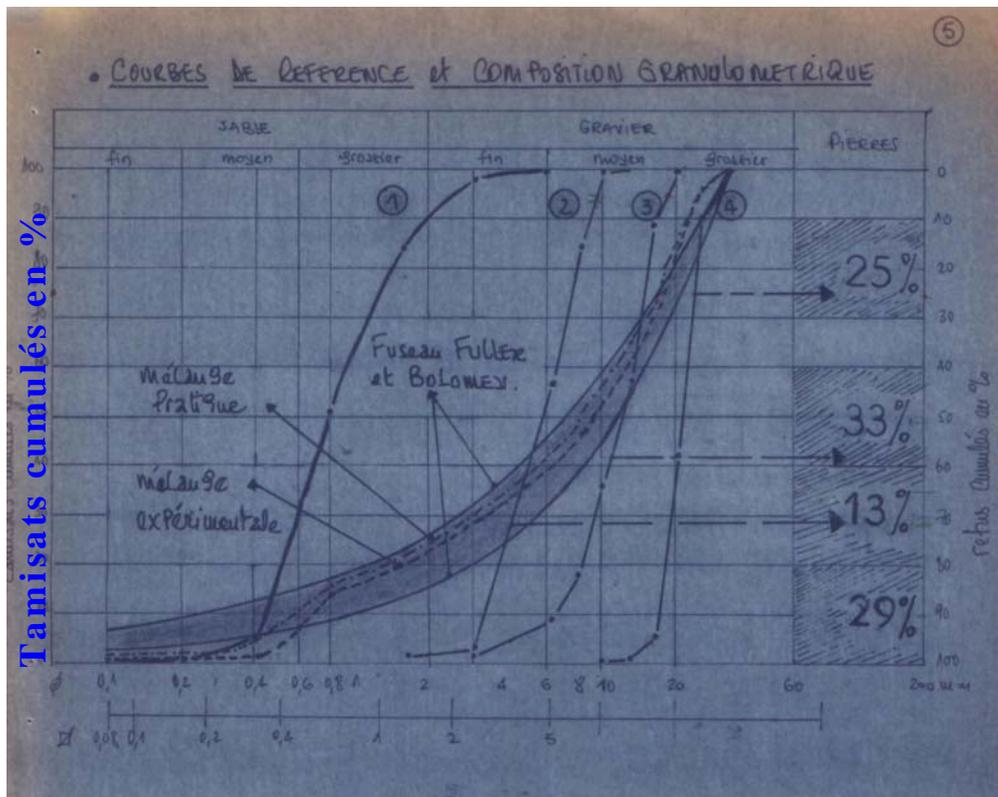


Figure A.2. Courbe de référence et composition granulométrique.

Fraction granulométrique

**Proportions pondérales
Sur agrégats secs sans ciment**

- Gravier concassé 15/25 25 %
- Gravier concassé 8/15 33 %
- Gravier concassé 3/8 13 %
- Sable de mer 0/3 29 %

Tableau A.3. Béton A : Dosé à 400kg de ciment /m de béton.

Composants	%	Poids /m ³ (kg)	Poids spécif. (kg/dm ³)	Volume (l)
Gravier concassé Carrière KEDDARA				
15/25	25	453	2.68	169
8/15	33	600	2.69	223
3/8	13	238	2.71	88
Sable de mer CAP DJINET 0/3	29	527	2.69	196
Ciment CPA/325	/	400	3.1	129
Eau (E/C = 0.48)	/	192	1.0	192
Air occlus	/	/	/	3
TOTAL	100 %	2410 kg/m³		1000 l
Densité théorique = 2.41 t/m³				

Tableau A.4. Béton B : dosé à 300 kg de ciment/m³ de béton.

Gravier concassé Carrière KEDDARA 15/25	25	506	2.68	189
8/15	33	670	2.69	249
3/8	13	266	2.71	98
Sable de mer CAP DINET 0/3				
Ciment C.P.A. 325	29	589	2.69	219
Eau (E/C = 0.48)	/	300	3.1	97
Air occlus	/	144	1.0	144
	/	/	/	4
TOTAL	100 %	2475 kg/m³		10001
Densité théorique = 2.475 t/m³				

Tableau A.5. Béton C : dosé à 250kg de ciment /m³ de béton.

Composants	%	Poids/m3 (kg)	Poids spécif. (kg/dm3)	Volume (l)
Gravier concassé Carrière KEDDARA 15/25	25	555	2.68	208
8/15	33	736	2.69	273
3/8	13	292	2.71	108
Sable de mer CAP DJINET 0/3	29	647	2.69	240
Ciment C.P.A.325	/	250	3.1	65
Eau(E/c = 0.51)	/	102	1.0	102
Air occlus	/	/	/	4
TOTAL :	100 %	2582 kg/m3		10001
Densité théorique = 2.53t/m3				

• **Contrôle sur béton frais :**

- Densité apparente

Tableau A.6.Densité apparente des bétons A,B,C.

Béton	A	B	C
Densité apparente	2.49 t/m ³	2.48 t/m ³	2.40 t/m ³

- Affaissement au cône d'ABRAMS

Tableau A.7. Affaissement au cône d'ABRAMS des bétons A,B,C.

Béton	A	B	C
Affaissement	1cm	1.5cm	4cm

- Confection d'éprouvettes cylindriques pour contrôle de résistance à la compression.

Trois gâchées d'essai de 451 ont été préparées au laboratoire, pour servir notamment à la confection de 18 éprouvettes cylindriques de 16 x 32. La teneur en eau a été définie expérimentalement.

• **Essais de rupture sur éprouvette de béton :**

Béton A :

Tableau A.8a. Résistances à la compression pour le béton fort A. - Age = 3 jours -

N° éprouvette	Densité apparente (Kg/dm ³)	Section (cm ³)	Compression sur éprouvettes Cylindriques 16 x 32	
			Charge (Kg)	Résist. Rupture (Kg/cm ²)
1	2.48 ⁶	201.06	49.500	246.2
2	2.49 ⁵	201.06	54.500	271
3	2.48	201.06	49.500	246.2
Moyenne	2.48 ⁷	201.06		254.5

Tableau A.8b. Résistances à la compression pour le béton fort A. - Age = 7 jours -

4	2.48 ⁷	201.06	88.000	437.7
5	2.47 ⁹	201.06	85.700	426.2
6	2.49 ⁵	201.06	83.000	412.8
Moyenne	2.487	201.06		425.6

Béton B :

Tableau A.9a. Résistances à la compression pour le béton moyen B. - Age = 3 jours -

N° éprouvette	Densité apparente (Kg/dm ³)	Section (cm ³)	Compression sur éprouvettes Cylindriques 16x32	
			Charge (Kg)	Résist. Rupture (Kg/cm ²)
A	2.49 ⁴	201.06	46.000	228.8
B	2.45 ⁵	201.06	48.000	238.7
C	2.47	201.06	46.500	231.3
Moyenne	2.47 ³	201.06		232.9

Tableau A.9b. Résistances à la compression pour le béton moyen B. - Age = 7 jours -

D	2.49 ⁵	201.06	80.500	400.4
E	2.47 ¹	201.06	79.000	392.9
F	2.48 ⁷	201.06	78.500	390.4
Moyenne	2.48 ⁴	201.06		394.6

Béton C :

Tableau A.10a. Résistances à la compression pour le béton faible C. - Age = 3 jours -

N° éprouvette	Densité apparente (Kg/dm ³)	Section (cm ²)	Compression sur éprouvettes cylindrique 16 x 32	
			Charge (Kg)	Résist. rupture (Kg/cm ²)
I	2.48 ⁶	201.06	32.000	159
II	2.47	201.06	33.500	166 ⁶
III	2.47	201.06	32.000	159
Moyenne	2.47 ⁵	201.06		161.5

Tableau A.10b. Résistances à la compression pour le béton faible C. - Age = 7 jours -

IV	2.48 ⁷	201.06	51.500	256
V	2.47 ⁹	201.06	56.500	281
VI	2.45 ⁶	201.06	55.500	276
Moyenne	2.47 ⁴	201.06		271

Observation :

- La teneur en eau obtenue pour les différents béton les classe dans la catégorie terre humide et pourrait être plastifiés en relevant la teneur en eau total de :

118 l/m³ ————— E/C = 0.59 pour le béton C

161 l/m³ ————— E/C = 0.53⁵ pour le béton B

L'excès de résistance obtenu permettra au chantier de jouer sur la teneur en eau afin d'obtenir un béton plus malléable.

II. Résultats d'essais de rupture en compression sur éprouvette de béton

- Les éprouvettes sont cylindriques (16 x 32).

- Les échantillons ont été prélevés lors du coulage des poutres et écrasés trois mois après.

II .1. Béton A :

Tableau A.11a. Résistances à la compression pour le béton fort A.

Résistances	(R _{bi})	(kg/cm ²)
238.70	422.2	399.0
422.10	404.8	379.0
393.4	328.7	469.0
288.5	379.0	445.2
298.4	388.5	349.7
435.6	398.4	328.3
409.0	408.9	335.9
358.6	446.2	351.1
437.4	441.3	474.8
370.0	485.2	493.4
447.3	545.9	485.2
388.5	365.5	438.5
438.9	439.2	

- n = 38, -Résistance moyenne :

- $\bar{R}_b = 400.65 \text{ kg} / \text{cm}^2$.

II .2. Béton B :

Tableau A.11b. Résistances à la compression pour le béton moyen B.

Résistances	(R_{bi})	(kg/cm^2)
209.0	290.5	379
358.6	238.5	306.1
308.4	279.0	288.5
298.0	349.7	288.5
297.9	241.0	319.2
320.0	270.0	278.5
288.5	288.5	335.0
328.8	312.1	315.5
305.2	340.0	293.4
264.0	266.1	246.2
328.3	337.2	340
319.3	305.2	298.4
285.7	273.2	

- n = 38,
- Résistance moyenne : $\bar{R}_b = 298.68kg / cm^2$,

II .3 Béton C :

Tableau A.11c. Résistances à la compression pour le béton faible C.

Résistances	(R_{bi})	(kg/cm^2)
99.5	155	107
151	127	160.7
126.8	158	121.9
162.3	133.5	164.2
125.2	165	135.9
161.5	138.0	172.1
141.3	174.9	145.2
176.5	147.9	168.4
147.5	171.6	148.3
179.2	149.2	184.7
150	186.6	157.3
200.8	157.5	

- n = 38
- Résistance moyenne $\bar{R}_b = 152.61kg / cm^2$

III. Essais de traction sur l'acier utilisé

Les résultats des essais de rupture en traction (avec des barres à haute adhérence en usage dans les pièces en béton armé) pour l'acier utilisé, figurent dans le tableau A.4. suivant:

Tableau A.12. Résistances à la traction de l'acier utilisé.

Numéro éprouvettes	Diamètre nominal en mm	Section nominale en mm ²	Masse métrique en kg/m	Limite apparente d'élasticité en kgf/mm ²	Résistance à la traction en kgf/mm ²	% d'allongement à la rupture
1	12	113.1	0.953	56	66	22.5
2	12	113.1	0.950	56	65	22.8
3	12	113.1	0.953	55	64	22.0
4	12	113.1	0.970	57	65	22.8
5	12	113.1	0.949	57	66	22.5

ANNEXE B

Étalonnage de la presse (dalle d'essais)

Dans le but de connaître avec précision la charge réelle appliquée à notre système, nous avons procédé à l'étalonnage de la presse.

I. Montage utilisé

Nous avons utilisé un capteur de force relié à un millivoltmètre.

II. Opérations réalisées

1. Le millivoltmètre indique une tension donnée par le capteur de force selon la charge appliquée, selon la relation $Q/y \text{ (mv)} = f(Q)$, d'où :

Eq. B1 = courbe B1.

2. Les deux vérins qui devaient servir lors de nos essais, ont été purgés avant l'essai.

3. Le schéma de chargement réalisé est équivalent à celui de nos essais et chaque vérin a été étalonné selon les deux schémas ci-dessous.

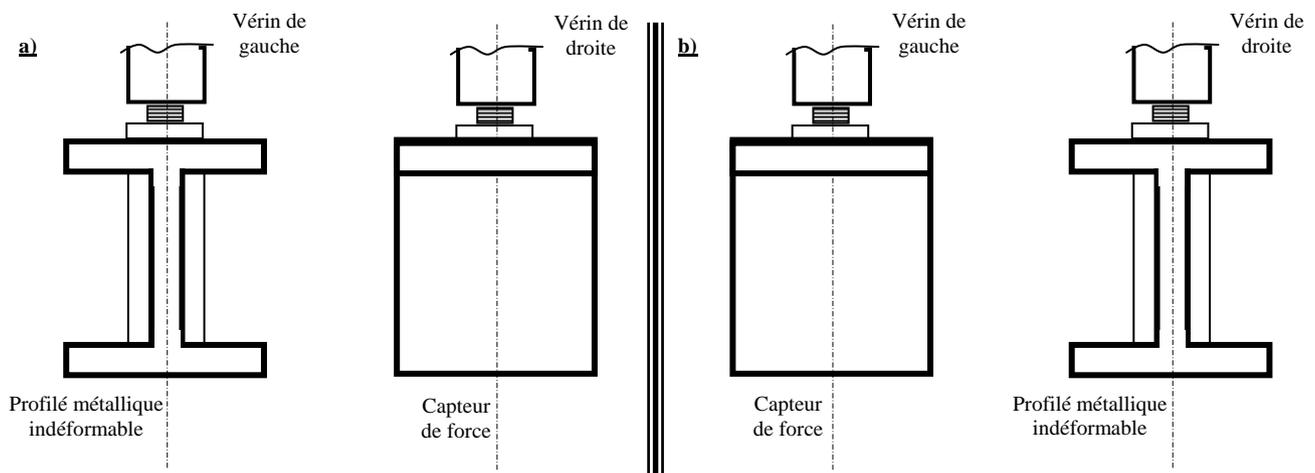


Figure B.1 : Schéma (a et b) de chargement pour étalonnage de la presse.

4. Nous avons ensuite tracé des courbes reliant les divisions de la presse aux millivolts affichées :
 $y \text{ (mv)} = (\text{Division du manomètre})$ Eq. B2 = courbe B2

5. Nous avons déduit la relation recherchée (passage direct des divisions de la presse à la charge réelle appliquée) par substitution des équations B1 et B2 l'équation B3.

III . Tableau de mesures

a. Capteur de force

Tableau B.1a. Tableau d'étalonnage donnant Q en fonction de mV .

Q (KN)	mv*	Q (KN)	mv*
100	1.80	180	3.25
110	1.95	190	3.40
120	2.15	200	3.60
130	2.30	220	3.90
140	2.40	240	4.30
150	2.60	260	4.75
160	2.85	280	5.00
170	3.00	300	5.37

b- Vérin de la presse en f(D) :

Tableau B.1b. *Tableau d'étalonnage donnant le nombre de divisions D en fonction de mV.*

D	Vérin. g (mv)*	Vérin.d (mv)*
100	1.30	1.25
110	1.49	1.50
120	1.60	1.55
130	1.75	1.70
140	1.85	1.90
150	2.00	2.00
160	2.12	2.15
170	2.25	2.20
180	2.35	2.37
190	2.55	2.49
200	2.70	2.62
210	2.75	2.92
220	2.90	2.95
230	3.00	3.10

Remarque : Les valeurs retenues sont la moyenne statistique de 04 mesures.

IV. Equation obtenues

A partir des courbes B1 et B2 des figures B1 et B2, relatives aux tableaux B.1a. et B.1.b, nous avons déduit les équations suivantes :

$$y(mv) = 0.0179 q \text{ (KN)} \quad \text{Eq. B1.}$$

$$y(mv) = 0.0135 D \quad \text{Eq. B2 relative à la courbe moyenne des vérins.}$$

A partir des équations B1 et B2, nous obtenons l'équation moyenne par vérin reliant les divisions D à la charge réelle Q.

$$Q = 0.75 D. \quad \text{Eq. B3.}$$

Soit pour les deux vérins fonctionnant en même temps, la charge globale Q correspondant aux divisions de la presse est : **Q = 1,5D KN** Eq. B4.

Et en tenant compte d'une charge supplémentaire (de 6 KN) due au poids des portiques de la dalle d'essai lors du début de chargement et la stabilisation du système et ce pour la mise de l'aiguille du manomètre à zéro.

Alors **Q = 1,5 D + 6 KN.**

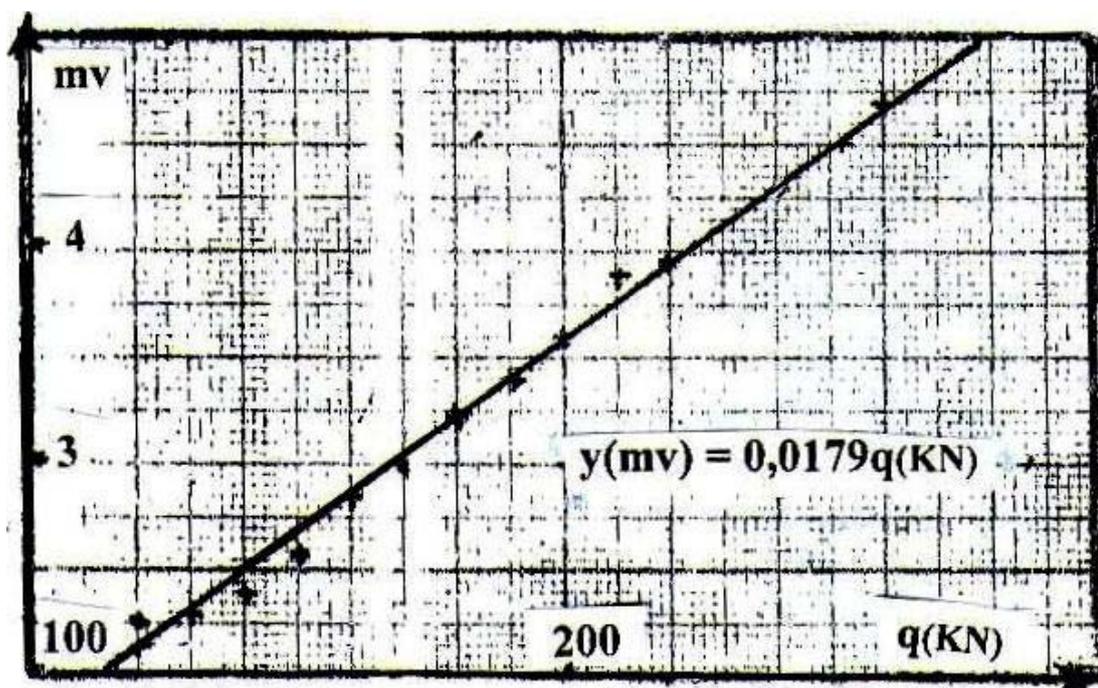


Figure B1. Courbe d'étalonnage $y(\text{mV})$ en fonction de la charge q .

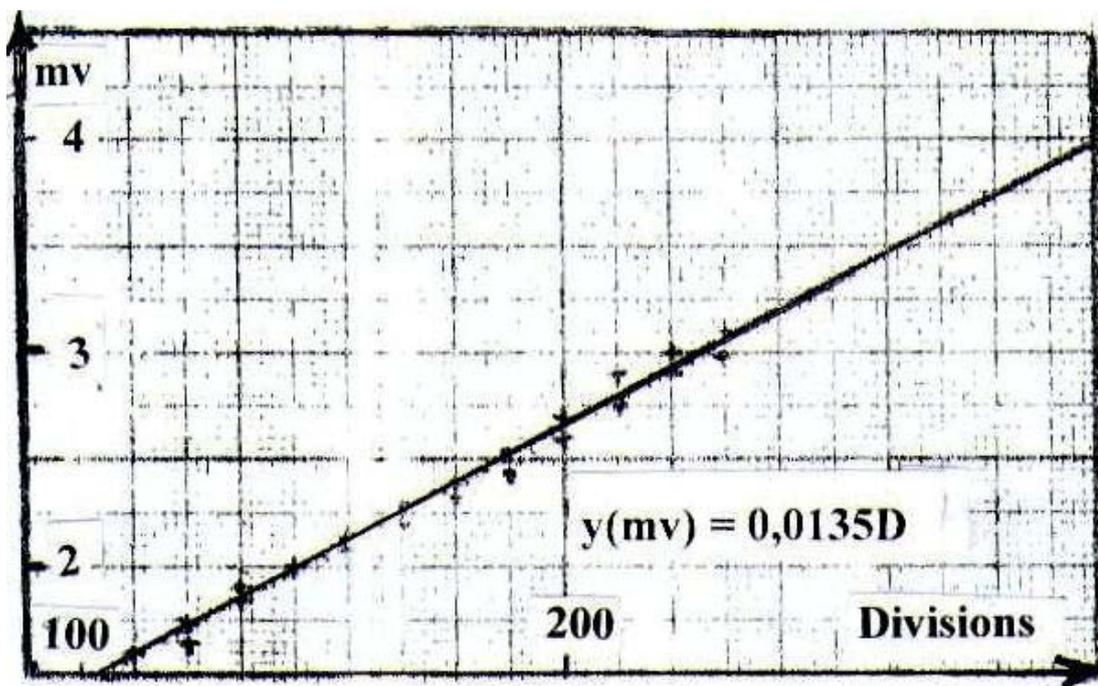


Figure B2. Courbe d'étalonnage $y(\text{mV})$ en fonction du nombre de divisions D .

ANNEXE C : -RELEVÉ ET SCHEMATISATION DES FISSURES.

Poutre AI1

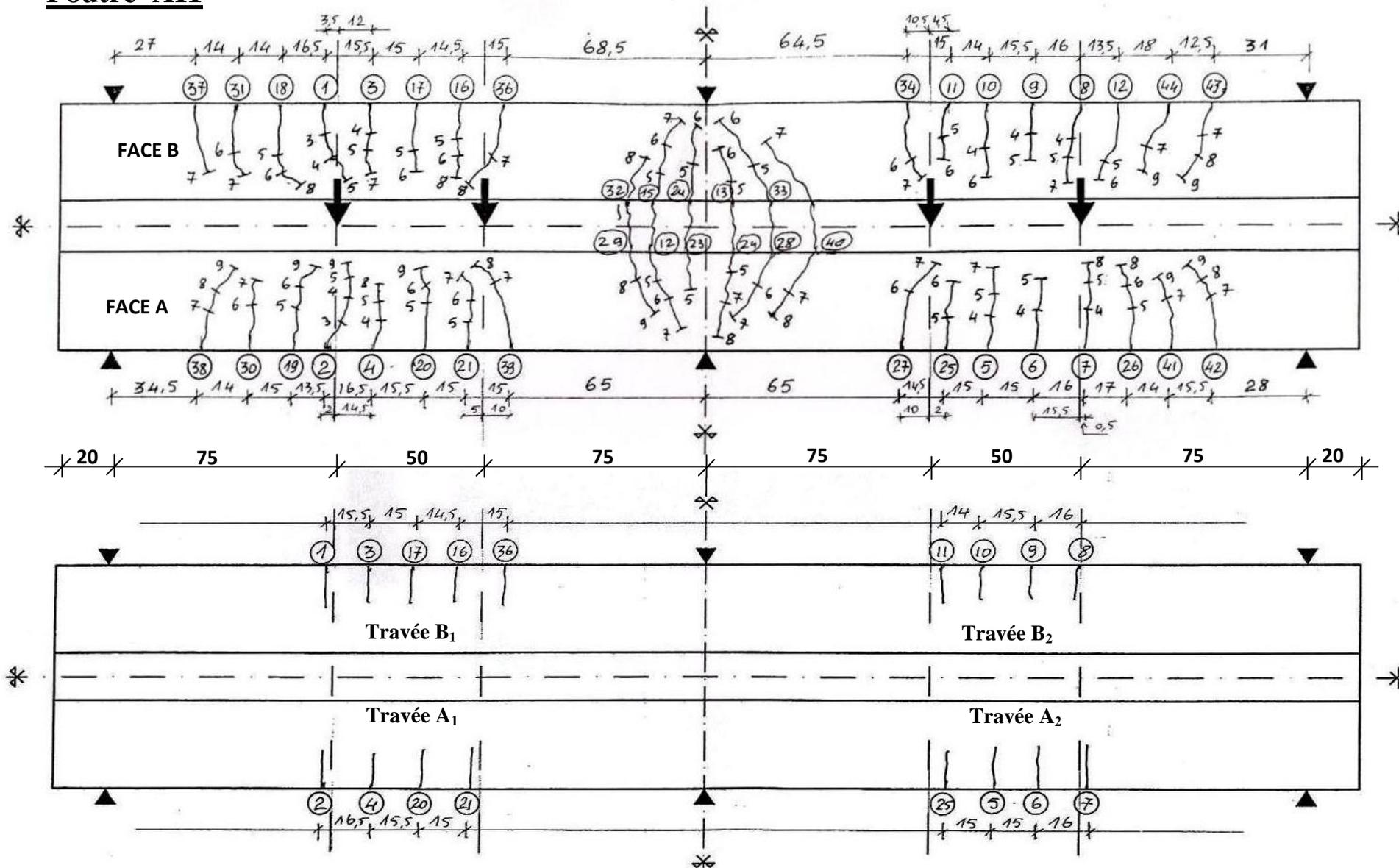


Figure C.1 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre AI1.

Poutre AI2

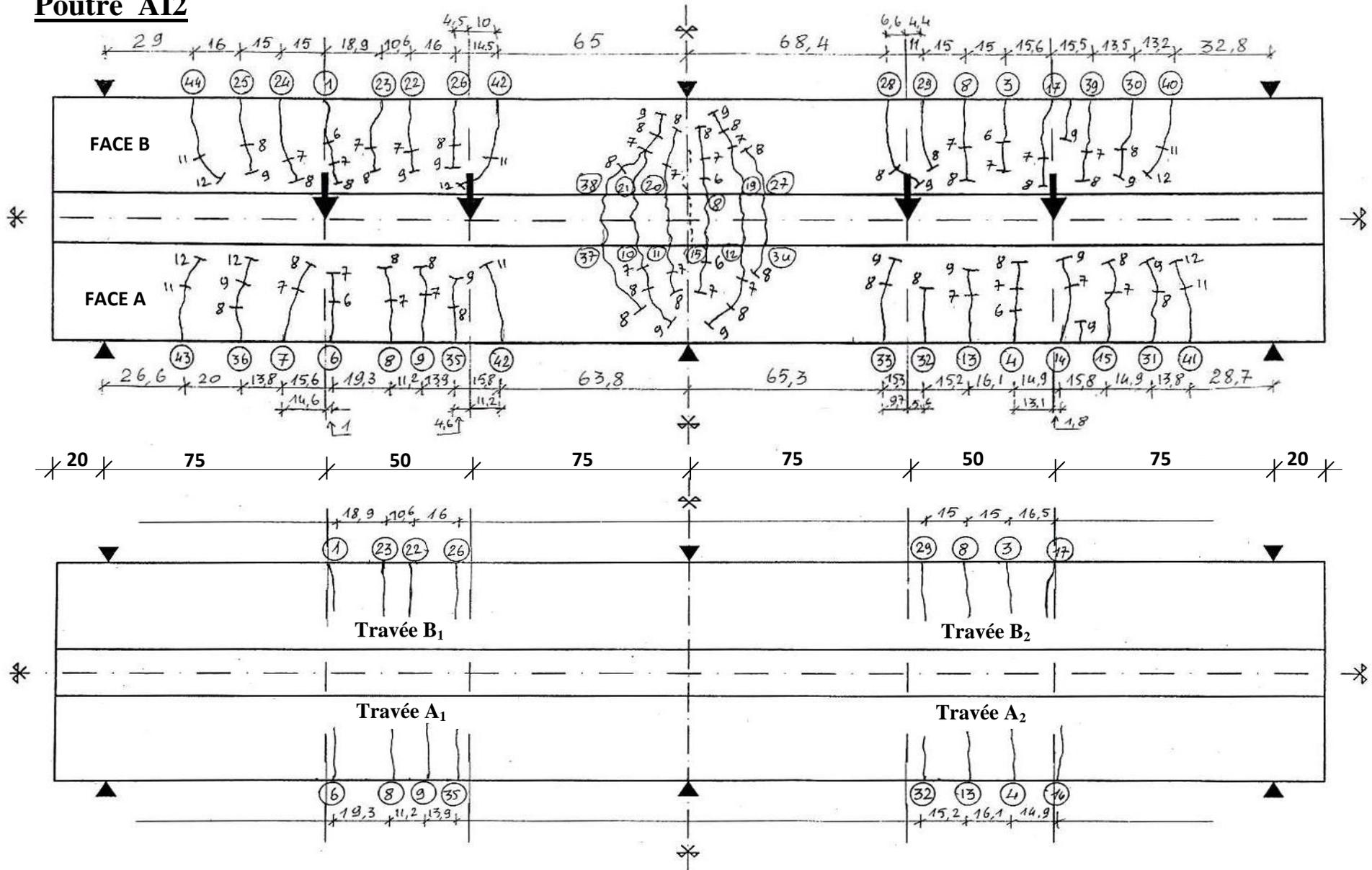


Figure C.2 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre AI2.

Poutre AIII

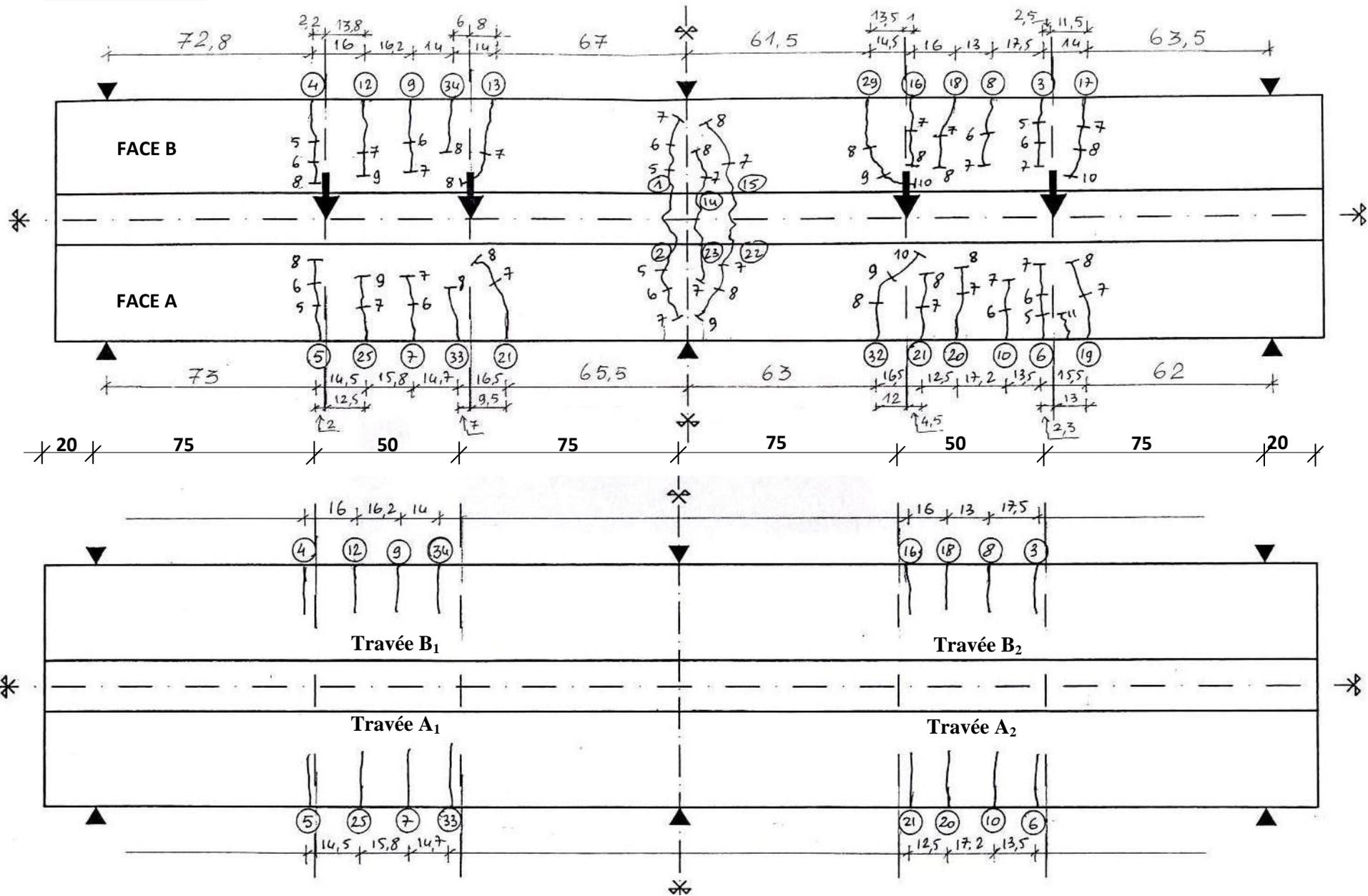


Figure C.3 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre AIII.

Poutre AII2

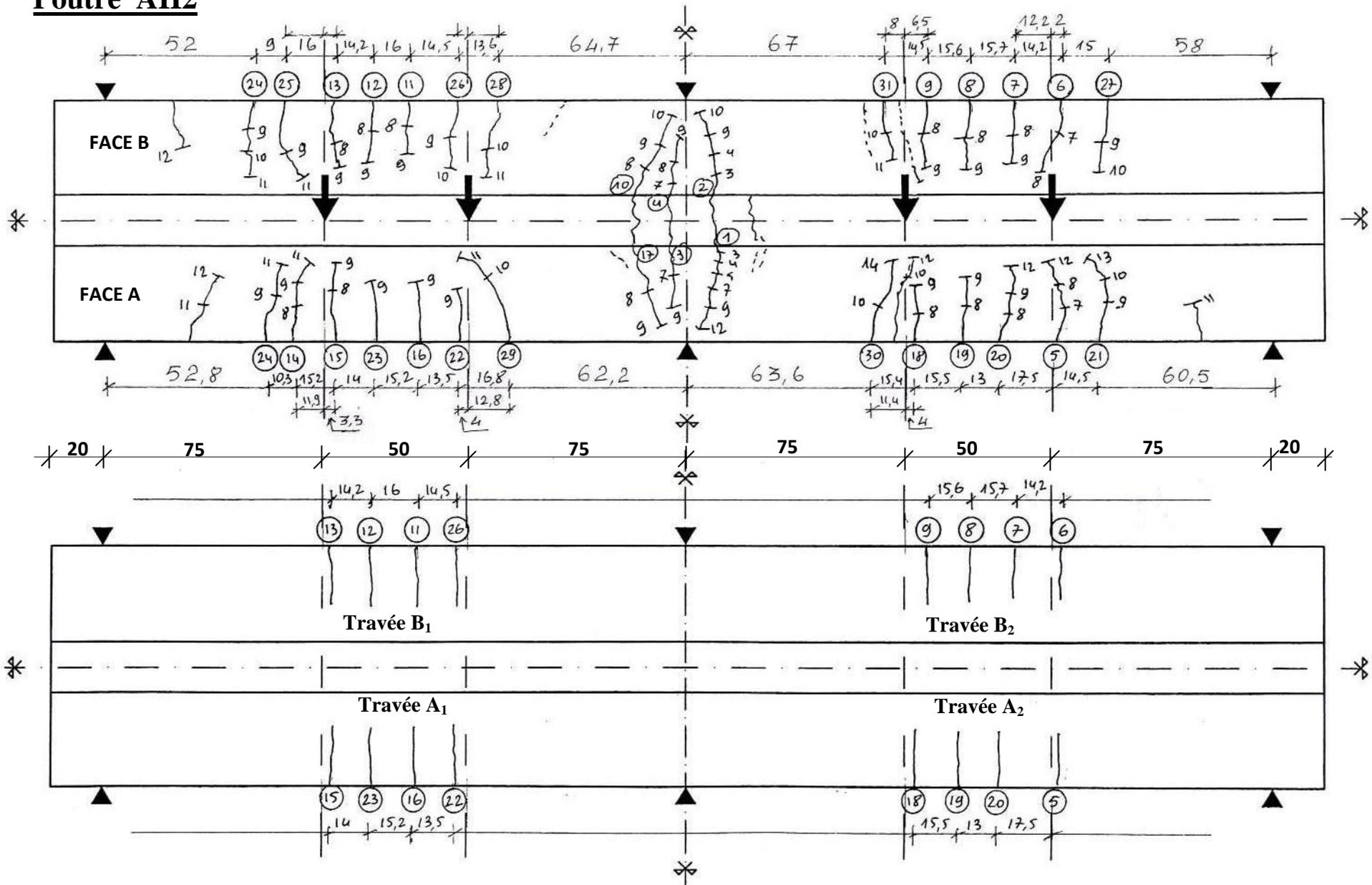


Figure C.4 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre AII2.

Poutre BI1

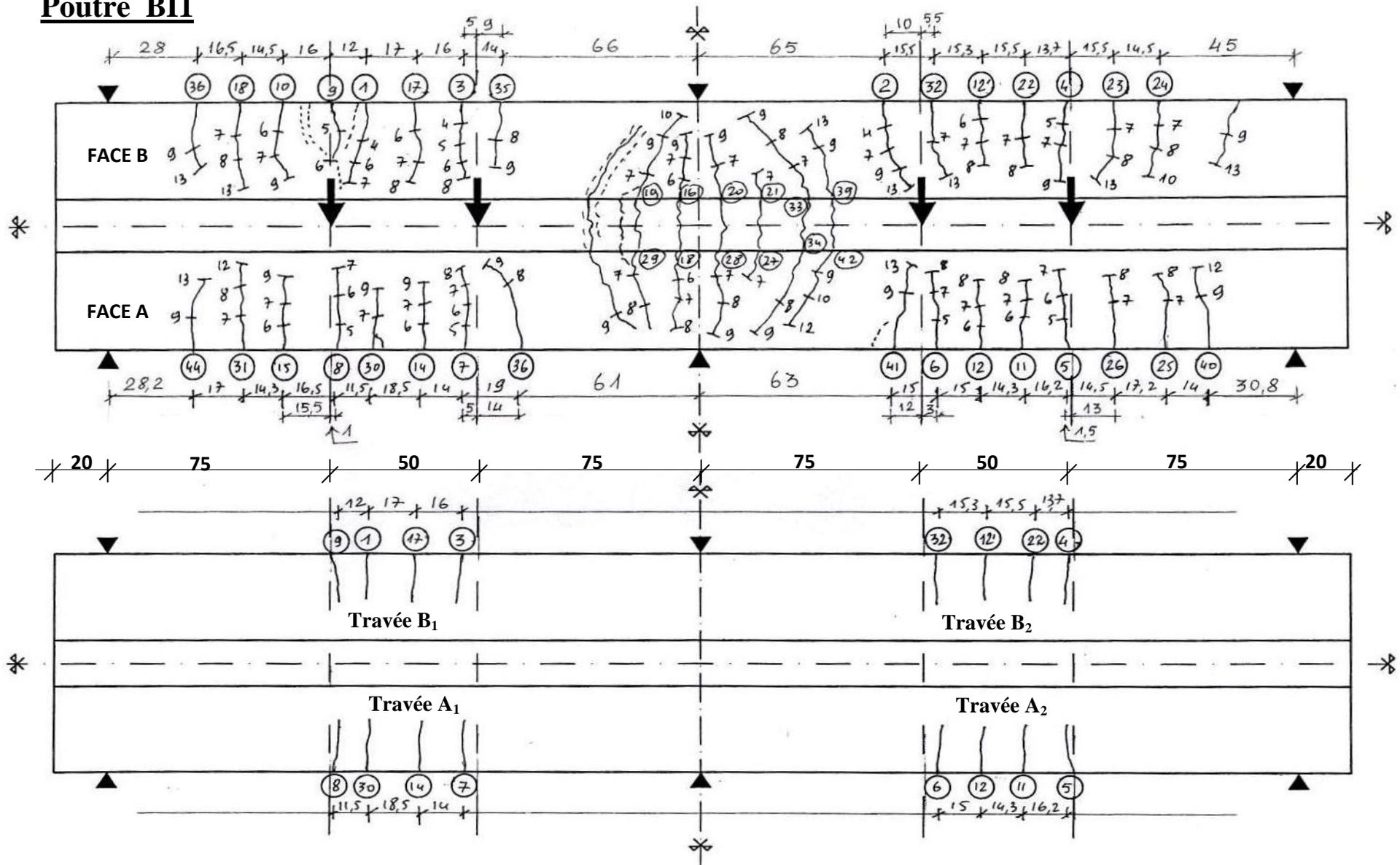


Figure C.5 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre BI1.

Poutre BIII1

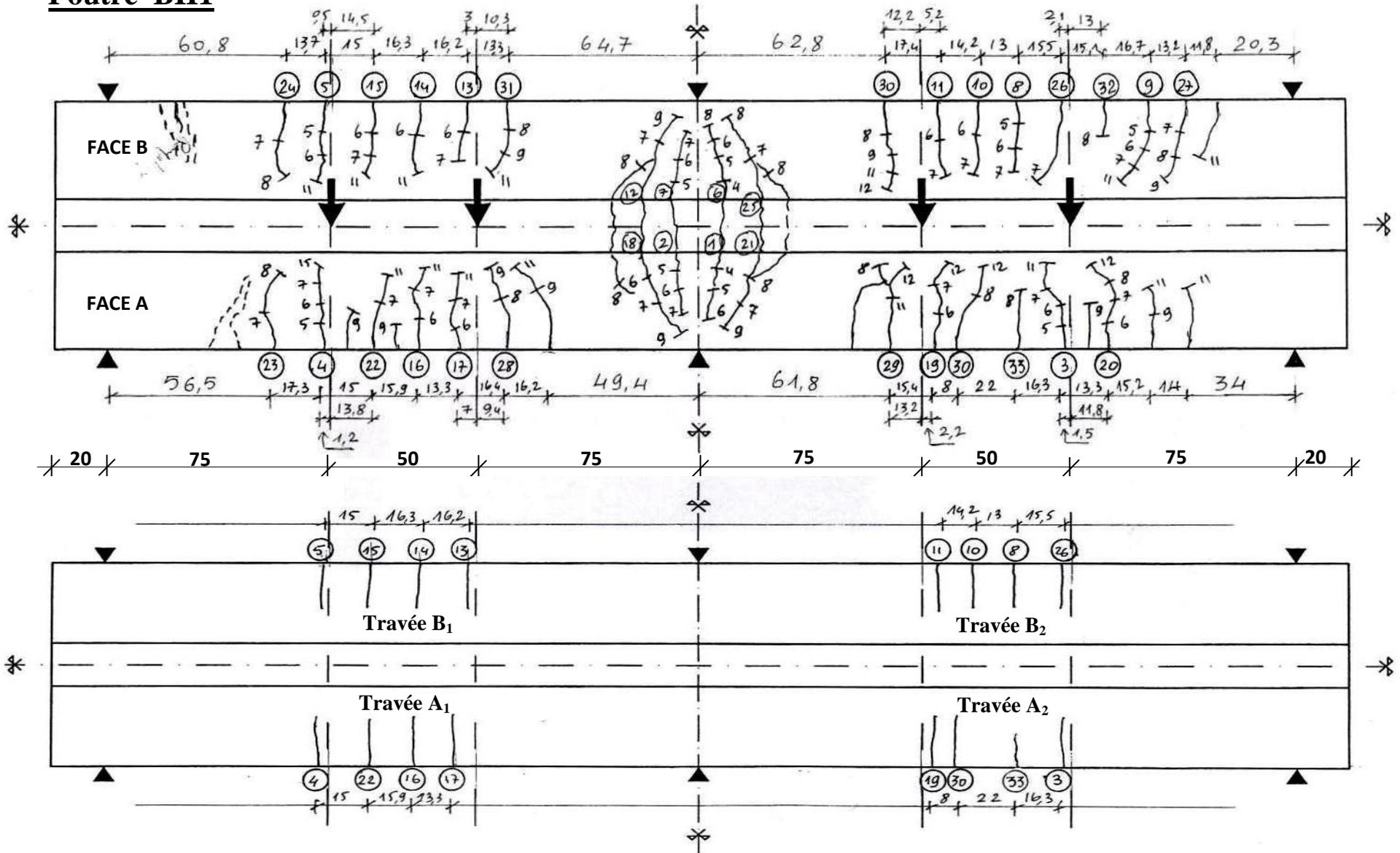


Figure C.6 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre BIII1.

Poutre BII2

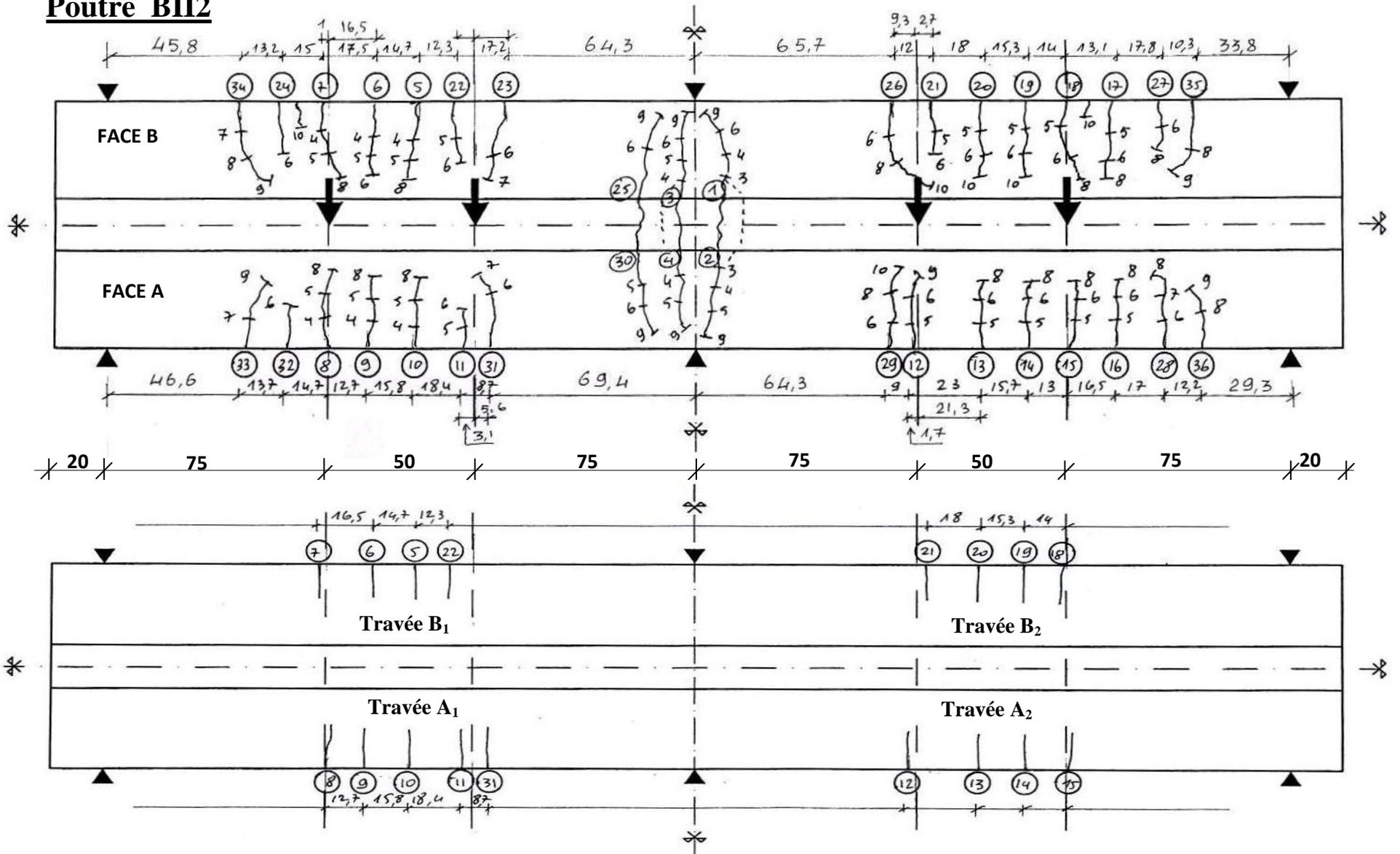


Figure C.7 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre BII2.

Poutre CI1

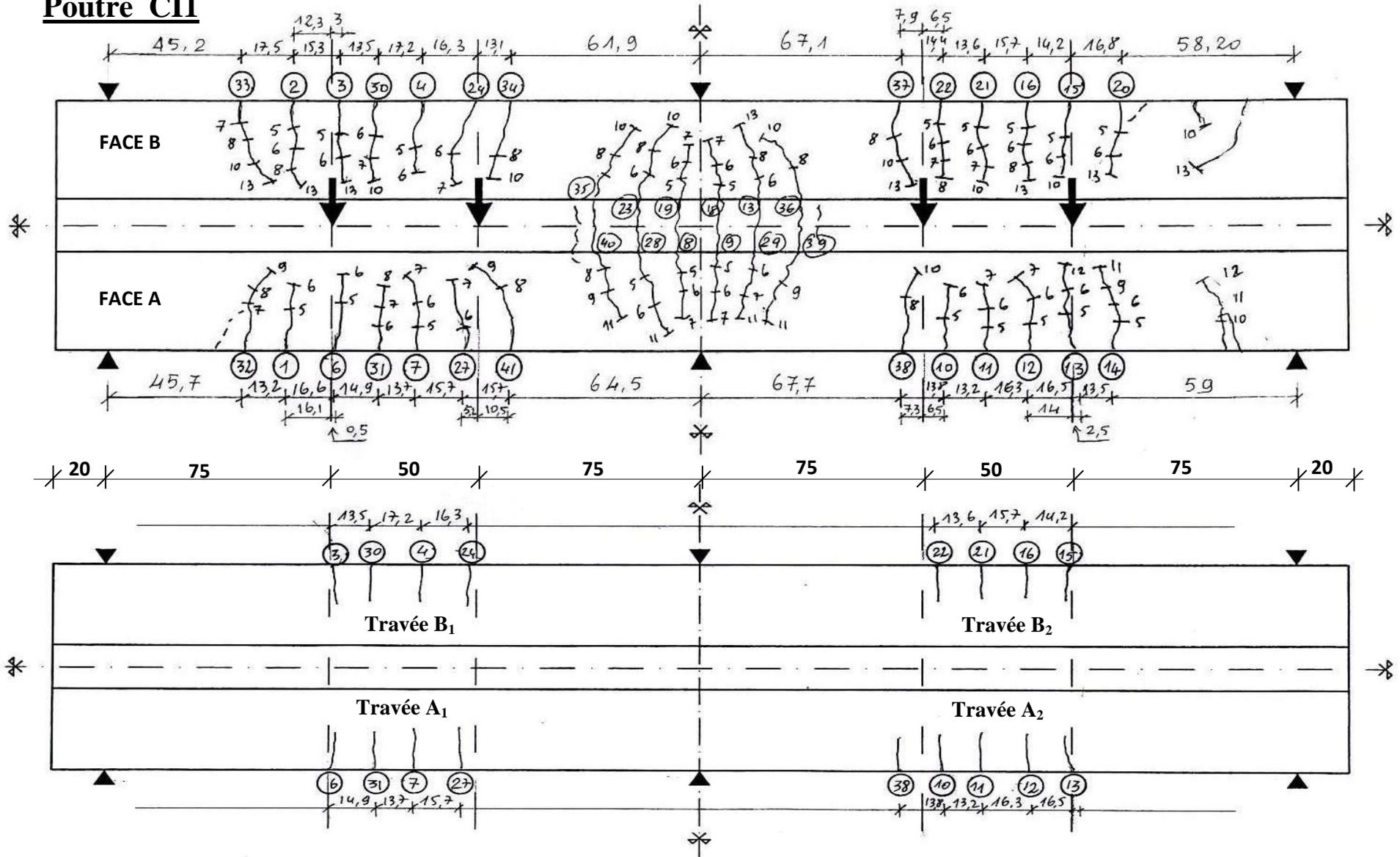


Figure C.8 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre CII

Poutre CI2

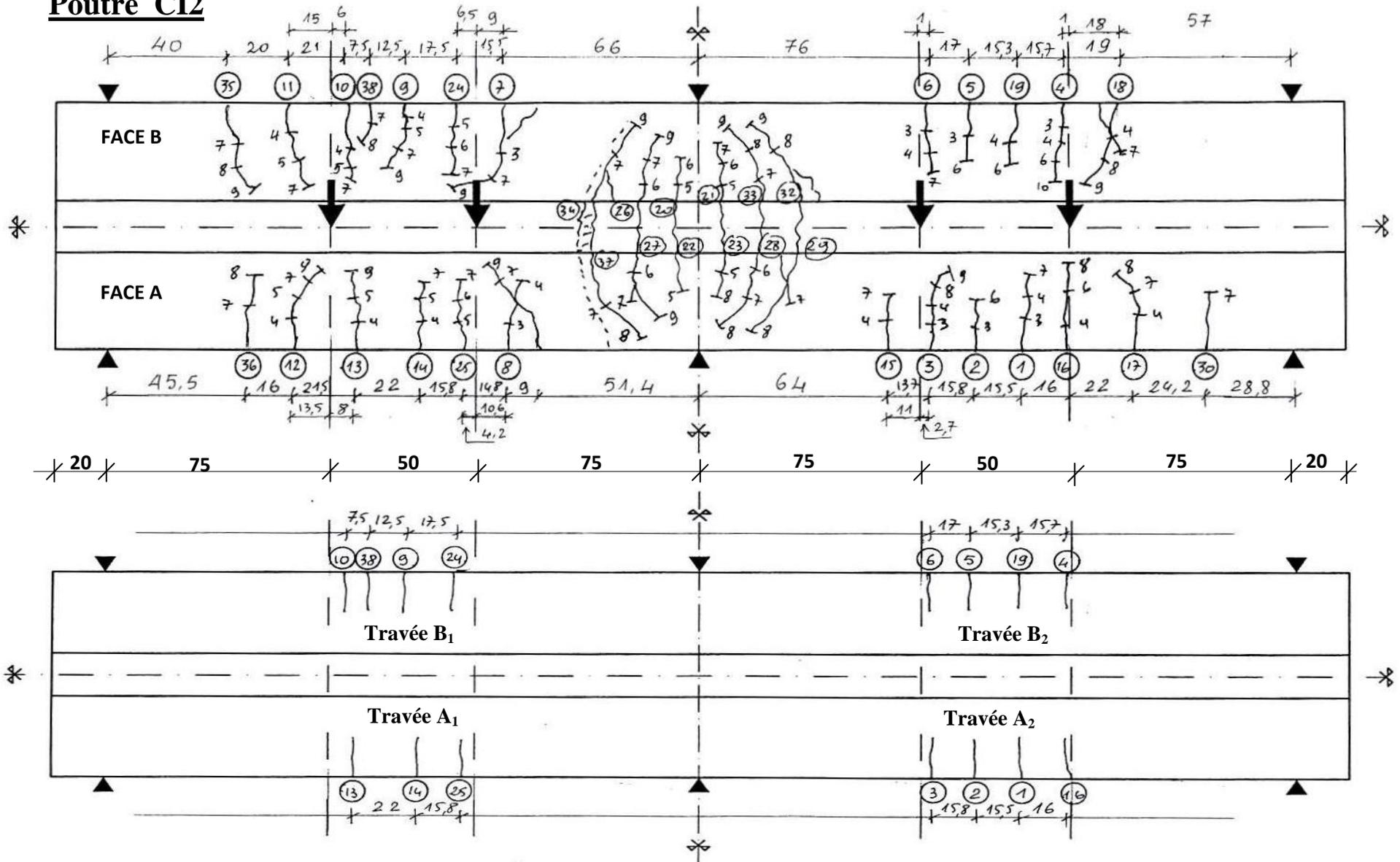


Figure C.9 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre CI2.

Poutre CII2

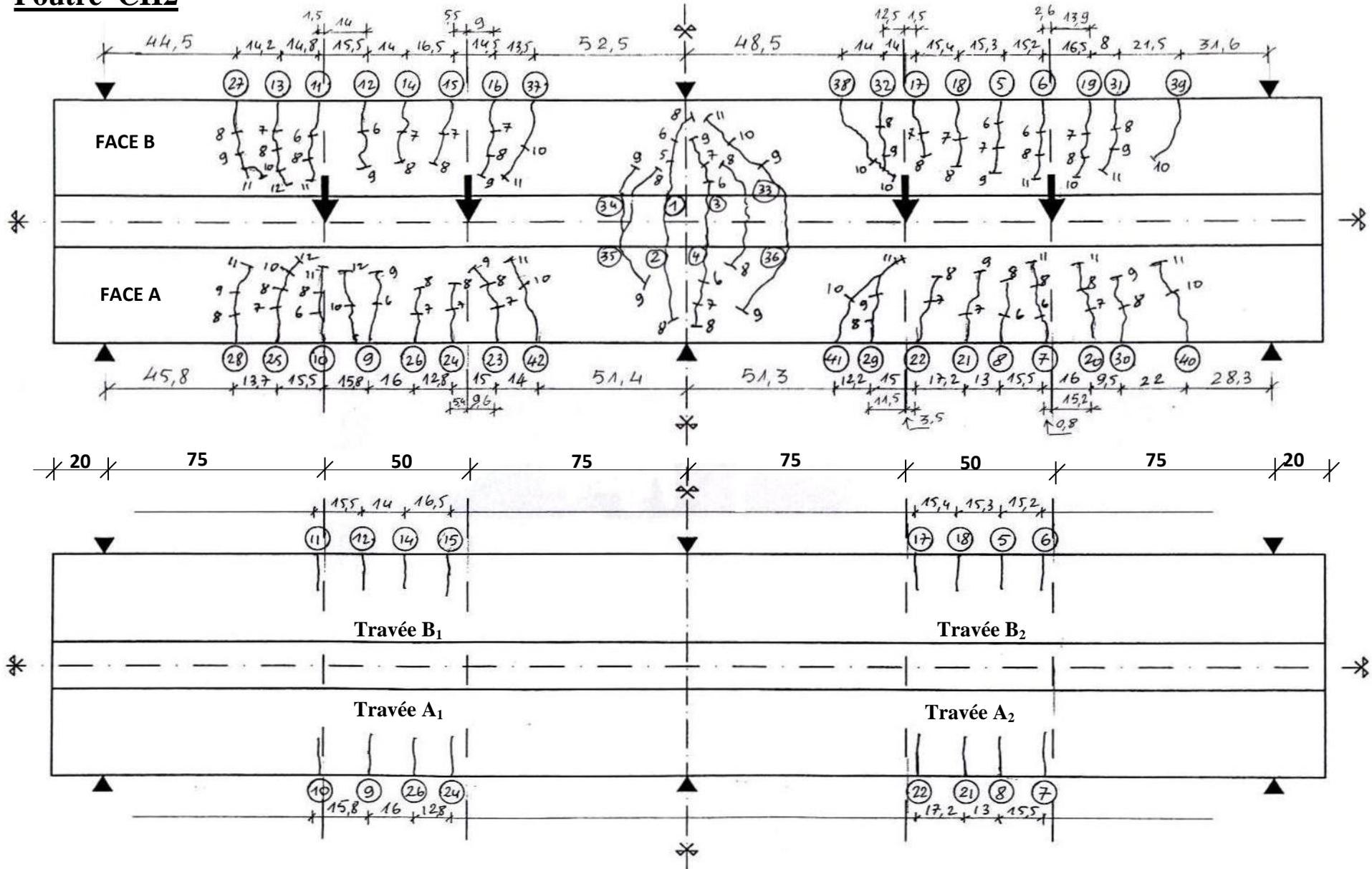


Figure C.11 : Relevé et schématisation des fissures pour la poutre CII2.

Annexe – D –

TABLEAUX DES ESPACEMENTS ENTRE FISSURES l_f

Tableau D.1 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les Poutres AI (conformes).

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
AI1 n = 13	16,5	15,27	- 1,45	2,10	0,702	0,0459	0,924
	15,5		- 0,45	0,20			
	15		+ 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	14,5		+ 0,55	0,30			
	15		+ 0,05	0,003			
	15,5		- 0,45	0,20			
	15		+ 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	16		- 0,95	0,90			
	16		- 0,95	0,90			
	15,5		- 0,45	0,20			
	14		+ 1,05	1,10			
AI2 n = 13	19,3	14,82	- 4,25	18,06	2,701	0,18	0,701
	11,2		+ 3,85	14,82			
	13,9		+ 1,15	1,32			
	16		- 0,95	0,90			
	10,6		+ 4,45	19,80			
	18,9		- 3,85	14,82			
	15,2		- 0,15	0,023			
	16,1		- 1,05	1,10			
	14,9		+ 0,15	0,020			
	15,6		- 0,55	0,30			
	15		+ 0,05	0,003			
	15		+ 0,05	0,003			
	11		+ 4,05	16,403			
$\sum n = 26$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 15,05 (cm)				1,93	0,128	0,790
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{fmin}^{max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64\bar{\delta}) = \begin{cases} 1,21\bar{l}_f - 18,21cm \\ 0,79\bar{l}_f - 11,89cm \end{cases}$$

Tableau D.2 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les *Poutres AII (non conformes)*.

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
AI11 n =12	12,5	15,06	+ 2,49	6,20	1,624	0,107	0,824
	17,2		- 2,21	4,884			
	13,5		+ 1,49	2,220			
	16,0		- 1,01	1,020			
	13,0		+ 1,99	3,960			
	17,5		- 2,51	6,300			
	15,8		- 0,81	0,656			
	14,7		+ 0,29	0,084			
	14,5		+ 0,49	0,240			
	16,0		- 1,01	1,020			
	16,2		- 1,21	1,464			
	14,0		+ 0,99	0,980			
AI12 n =12	14,0	14,91	+0,99	0,980	1,248	0,094	0,776
	15,2		- 0,21	0,044			
	13,5		+1,49	2,220			
	14,2		+0,79	0,624			
	16,0		- 1,01	1,020			
	14,5		+0,49	0,240			
	15,5		- 0,51	0,260			
	13,0		+1,99	3,960			
	17,5		- 2,51	6,300			
	15,6		- 0,61	0,372			
	15,7		- 0,71	0,504			
	14,2		- 0,79	0,624			
$\Sigma n = 24$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 14,99 (cm)				1,416	0,094	0,845
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \bar{\delta}) = \begin{cases} 1,15 \bar{l}_f = 17,30 \text{ cm} \\ 0,845 \bar{l}_f = 12,67 \text{ cm} \end{cases}$$

Tableau D.3 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les Poutres **BI** (*conformes*).

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
BI1 n =12	11,5	14,92	+3,42	11,696	1,985	0,133	0,781
	18,5		- 3,58	12,816			
	14		+ 0,92	0,846			
	12		+ 2,92	8,526			
	17		- 2,08	4,326			
	16		- 1,08	1,166			
	15		- 0,08	0,006			
	14,3		+ 0,62	0,384			
	16,2		- 1,28	1,638			
	15,3		- 0,38	0,144			
	15,5		- 0,58	0,336			
	13,7		+ 1,22	1,483			
BI2		Endommagée					
$\Sigma n = 12$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 14,92 (cm)				1,985	0,133	0,781
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \bar{\delta}) = \begin{cases} 1,21 \bar{l}_f = 18,05 \text{ cm} \\ 0,781 \bar{l}_f = 11,65 \text{ cm} \end{cases}$$

Tableau D.4 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les Poutres **BII** (non conformes).

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
BII1 n =12	15	15,06	+ 0,19	0,036	3,184	0,211	0,635
	15,9		- 0,71	0,504			
	13,3		+ 1,89	3,572			
	16,2		- 1,01	1,020			
	16,3		- 1,11	1,232			
	15		+0,19	0,036			
	08		+ 7,19	51,696			
	22		- 6,81	46,376			
	16,3		-1,11	1,232			
	15,5		- 0,31	0,096			
	13		+2,19	4,796			
	14,2		+ 0,99	0,980			
BII2 n =13	14	15,32	+1,19	1,416	3,515	0,229	0,624
	15,3		- 0,11	0,012			
	18		- 2,81	7,896			
	13		+ 2,19	4,796			
	15,7		- 0,51	0,260			
	23		- 7,81	60,996			
	12,3		+2,89	8,352			
	14,7		+0,49	0,240			
	17,5		- 2,31	5,336			
	8,7		+ 6,49	42,120			
	18,4		- 3,21	10,304			
	15,8		- 0,61	0,372			
	12,7		+ 2,49	6,200			
$\Sigma n = 28$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 15,190 (cm)				3,29	0,216	0,645
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \bar{\delta}) = \begin{cases} 1,35 \bar{l}_f = 20,50 \text{ cm} \\ 0,645 \bar{l}_f = 9,79 \text{ cm} \end{cases}$$

Tableau D.5 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les *Poutres CI (conformes)*.

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
CII n =13	14,9	14,97	+ 0,32	2,10	1,398	0,091	0,850
	13,7		+ 1,52	0,20			
	15,7		- 0,45	0,003			
	16,3		-1,08	0,003			
	17,2		- 1,98	0,30			
	13,5		+1,72	0,003			
	13,2		+2,02	0,20			
	16,3		- 1,08	0,003			
	16,5		- 1,28	0,003			
	14,2		+1,02	0,90			
	15,7		- 0,48	0,90			
	13,6		+1,62	0,20			
	13,8		+1,42	1,10			
CI2 n =11	22	15,51	-6,78	45,968	3,506	0,226	0,630
	15,8		-0,58	0,336			
	07,5		+7,72	59,598			
	12,5		+2,72	7,398			
	17,5		-2,28	5,198			
	15,8		-0,58	0,336			
	15,5		-0,28	0,078			
	16		-0,78	0,608			
	17		-1,78	3,168			
	15,3		-0,08	0,006			
	15,7		-0,48	0,230			
$\Sigma n = 24$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 15,22 (cm)				2,533	0,166	0,727
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \bar{\delta}) = \begin{cases} 1,27 \bar{l}_f = 19,33 \text{ cm} \\ 0,727 \bar{l}_f = 11,06 \text{ cm} \end{cases}$$

Tableau D.6 : Valeurs expérimentales des espacements entre fissures (en cm) pour les *Poutres CII (non conformes)*.

Poutre n°	$l_{f(c)}$	\bar{l}_f	$\bar{l}_f - l_{f_i}$	$(\bar{l}_f - l_{f_i})^2$	s	δ	α
CII1 n =12	16,3	15,49	- 1,58	2,496	1,228	0,079	0,870
	14,4		+ 0,32	0,102			
	15,2		- 0,48	0,230			
	17,0		- 2,28	5,198			
	14,0		+ 0,72	0,518			
	16,5		- 1,78	3,168			
	14,8		- 0,08	0,006			
	15,0		- 0,28	0,078			
	15,7		- 0,98	0,960			
	15,0		- 0,28	0,078			
	15,5		- 0,78	0,608			
	16,5		- 1,78	3,168			
CII2 n =12	15,8	15,18	-1,08	1,166	1,398	0,092	0,849
	16,0		-1,28	1,638			
	12,8		+1,92	3,686			
	15,5		- 0,76	0,608			
	14,0		+0,72	0,518			
	16,5		- 1,78	3,168			
	17,2		- 2,48	6,150			
	13,0		+ 1,72	2,958			
	15,5		- 0,78	0,608			
	15,4		- 0,68	0,462			
	15,3		- 0,58	0,336			
	15,2		- 0,48	0,230			
$\Sigma n = 24$	$\bar{l}_{f(1+2)}$ 15,33 (cm)				1,287	0,083	0,862
					\bar{s}	$\bar{\delta}$	$\bar{\alpha}$

$$l_{f \min}^{\max} = \bar{l}_f (1 \pm 1,64 \bar{\delta}) = \begin{cases} 1,136 \bar{l}_f = 17,41 \text{ cm} \\ 0,863 \bar{l}_f = 13,22 \text{ cm} \end{cases}$$

ANNEXE E : Tableaux des ouvertures des fissures

TABLEAU E.1 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AII.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B												
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂					\bar{M}		
				2	4	20	21	M	5	6	7	25	M	1	3	16	17	36		M	8	9	10		11	M
1																										
2	20	36	0,142																							
3	40	66	0,260	0,04				0,04					0	0,04						0,04						0,04
4	60	96	0,378	0,06	0,045			0,05	0,05	0,05	0,035		0,045	0,05	0,03					0,04	0,05	0,05	0,05		0,05	0,046
5	80	126	0,497	0,14	0,05	0,10		0,096	0,08	0,07	0,09	0,04	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06			0,055	0,10	0,07	0,08	0,04	0,07	0,072
6	100	156	0,615	0,15	0,11	0,14	0,12	0,13	0,12	0,14	0,12	0,08	0,115	0,15	0,11	0,15	0,10			0,127	0,15	0,14	0,12	0,10	0,12	0,12
7	120	186	0,733	0,15	0,25	0,18	0,19	0,193	0,15	0,20	0,15	0,12	0,15	0,20	0,24	0,15	0,17	0,20		0,19	0,20	0,20	0,15	0,12	0,16	0,16
8	140	216	0,852	0,15	0,30	0,22	0,24	0,22	0,16	0,20	0,23	0,10	0,17	0,25	0,30	0,15	0,25	0,30		0,25	0,20	0,20	0,16	0,15	0,17	0,20
9	160	246	0,970	0,30	0,30	0,36	0,38	0,33	0,25	0,30	0,30	0,10	0,23	0,30	0,30	0,20	0,35	0,45		0,32	0,30	0,30	0,25	0,10	0,23	0,27
10	165	253,5	1																							
11																										
12																										
13																										
14																										
15																										

TABLEAU E.2 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AI2.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A											FACE B											\bar{M}	
				Travée A ₁					Travée A ₂						Travée B ₁					Travée B ₂							
				6	8	9	35	M	4	13	14	32		M	1	22	23	26	M	3	8	17	28	29	M		
1																											
2	20	36	0,120																								
3	30	51	0,170																								
4	40	66	0,221																								
5	50	81	0,271																								
6	60	96	0,321	0,10				0,10	0,07					0,07	0,10					0,10	0,07					0,07	0,085
7	85	133,5	0,447	0,10	0,09	0,06		0,083	0,10	0,10	0,05			0,083	0,15	0,06	0,10		0,103	0,10	0,09	0,10			0,096	0,091	
8	110	171	0,572	0,16	0,12	0,15	0,15	0,145	0,10	0,10	0,10	0,10		0,10	0,18	0,15	0,12	0,05	0,125	0,10	0,12	0,15	0,13	0,15	0,13	0,125	
9	125	193,5	0,648	0,25	0,15	0,15	0,20	0,187	0,15	0,15	0,12	0,15		0,142	0,35	0,15	0,15	0,12	0,192	0,20	0,15	0,25	0,15	0,20	0,19	0,177	
10	135	208,5	0,698	0,30	0,17	0,15	0,20	0,20	0,15	0,15	0,17	0,20		0,167	0,35	0,15	0,15	0,10	0,187	0,30	0,17	0,27	0,16	0,20	0,22	0,193	
11	145	223,5	0,748	F	F	0,18	F	0,18	F	F	F	F		F	F	0,18	F	0,15	0,165	0,35	F	0,25	0,20	0,20	0,25	0,198	
12	155	238,5	0,798	0,40	0,25	0,15	0,25	0,26	0,15	0,20	0,20	0,15		0,175	0,45	0,15	0,20	0,15	0,237	0,40	0,25	0,25	0,20	0,23	0,266	0,234	
13	165	253,5	0,849	0,45	0,30	0,25	0,25	0,31	0,20	0,25	0,30	0,20		0,237	0,45	0,25	0,25	0,20	0,287	0,40	0,30	0,25	0,20	0,25	0,280	0,278	
14	175	268,5	0,899																								
15	195	298,5	1																								

TABLEAU E.3 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AIII.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B										
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂					\bar{M}
				5	7	25	33	M	6	10	20	21		M	4	9	12	34	M	3	8	16	18	
1																								
2	25	43,5	0,149																					
3	40	66	0,226																					
4	50	81	0,278																					
5	60	96	0,329	0,05				0,05	0,04				0,04	0,05				0,05	0,05				0,05	0,047
6	70	111	0,381	0,08	0,07			0,075	0,06	0,04			0,05	0,08	0,07			0,075	0,07	0,05			0,06	0,065
7	90	141	0,484	0,10	0,08	0,10		0,093	0,04	0,05	0,05	0,05	0,047	0,08	0,08	0,08		0,08	0,10	0,07	0,08	0,05	$\frac{0,07}{5}$	0,097
8	110	171	0,587	0,15	0,10	0,14	0,06	0,11	0,10	0,06	0,07	0,05	0,07	0,15	0,10	0,14	0,08	0,117	0,10	0,08	0,10	0,07	$\frac{0,08}{7}$	0,096
9	130	201	0,690	0,14	0,11	0,15	0,10	0,125	0,15	0,10	0,05	0,05	0,087	0,14	0,11	0,15	0,10	0,125	0,15	0,08	0,10	0,05	$\frac{0,09}{5}$	0,108
10	150	231	0,793	0,14	0,15	0,16	0,14	0,147	0,12	0,10		0,05	0,09	0,14	0,15	0,20	0,10	0,147	0,12	0,10	0,15		0,12	0,126
11	170	261	0,896	0,15	0,12	0,15	0,4	0,20	0,12	0,12	0,14	0,08	0,115	0,18	0,12	0,15	0,10	0,137	0,12	0,14	0,15	0,14	$\frac{0,13}{7}$	0,147
12	180	276	0,948																					
13	190	291	1																					
14																								
15																								

TABLEAU E.4 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre AII2.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B										\bar{M}	
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂						
				15	16	22	23	M	5	18	19	20		M	11	12	13	26	M	6	7	8	9		M
1																									
2	18	33	0,096																						
3	35	58,5	0,170																						
4	45	73,5	0,213																						
5	55	88,5	0,257																						
6	65	103,5	0,301																						
7	75	118,5	0,344						0,05				0,05						0,05						0,05
8	90	141	0,410	0,05				0,05	0,06	0,05	0,06	0,05		0,055	0,05	0,05	0,05		0,05	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
9	110	171	0,497	0,08	0,05	0,09	0,05	0,067	0,10	0,06	0,10	0,07		0,08	0,05	0,06	0,10	0,05	0,065	0,08	0,05	0,06	0,05	0,06	0,068
10	130	201	0,585	0,10	0,06	0,08	0,10	0,085	0,20	0,06	0,20	0,10		0,14	0,06	0,10	0,10	0,08	0,085	0,15	0,09	0,0,10	0,05	0,097	0,101
11	145	223,5	0,650	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,15	0,06	0,25	0,15		0,15	0,10	0,10	0,15	0,08	0,107	0,15	0,16	0,15	0,06	0,13	0,12
12	155	238,5	0,694	0,12	0,10	0,10	0,12	0,11	0,20	0,06	0,20	0,10		0,15	0,10	0,12	0,12	0,08	0,105	0,20	0,15	0,15	0,06	0,14	0,126
13	165	253,5	0,737	0,12	0,10	0,10	0,13	0,11	0,20	0,10	0,25	0,15		0,175	0,10	0,13	0,12	0,10	0,115	0,20	0,15	0,15	0,10	0,15	0,136
14	175	268,5	0,781	0,15	0,14	0,10	0,15	0,135	0,20	0,08	0,25	0,18		0,21	0,14	0,15	0,15	0,10	0,135	0,20	0,20	0,15	0,08	0,183	0,151
15	190	291	0,847	0,15	0,15	0,15	0,20	0,16	0,20	0,10	0,25	0,20		0,18	0,15	0,20	0,14	0,15	0,16	0,25	0,15	0,18	0,10	0,17	0,167
16	200	306	0,890	0,10	0,20	0,30	0,15	0,25	0,35	0,15	0,30	0,25		0,26	0,17	0,24	0,10	0,30	0,236	0,35	0,25	0,30	0,12	0,25	0,223
17	225	343,5	1					0,18																	

TABLEAU E.5 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre *BII*.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE B											FACE A											\bar{M}
				Travée B ₁					Travée B ₂						Travée A ₁					Travée A ₂						
				1	3	9	17	M	4	12'	22	32		M	7	8	14	30	M	5	6	11	12	M		
1																										
2	20	36	0,134																							
3	30	51	0,189																							
4	40	66	0,245	0,05	0,04			0,045																0,055		
5	50	81	0,301	0,05	0,04	0,05		0,046	0,04					0,04	0,04	0,05			0,045	0,04	0,04			0,04	0,043	
6	60	96	0,357	0,09	0,05	0,06	0,04	0,06	0,04	0,04				0,04	0,04	0,10	0,04		0,06	0,06	0,05	0,04	0,04	0,047	0,052	
7	85	133,5	0,497	0,15	0,10	0,10	0,08	0,107	0,10	0,09	0,09	0,10		0,096	0,08	0,20	0,06	0,06	0,103	0,08	0,10	0,09	0,05	0,08	0,096	
8	110	171	0,636	0,25	0,20	0,25	0,20	0,22	0,10	0,11	0,15	0,10		0,116	0,12	0,32	0,11	0,10	0,162	0,15	0,20	0,15	0,10	0,15	0,163	
9	115	178,5	0,664	0,30	0,20	0,30	0,25	0,26	F	0,15	0,15	F		0,15	F	F	F	F	F	0,20	0,23	0,15	0,15	0,182	0,197	
10	125	193,5	0,720	F	F	F	F	F	0,15	0,16	0,20	0,15		0,166	0,14	0,46	0,25	0,20	0,263	F	F	F	0,14	F	0,214	
11	135	208,5	0,776	0,40	0,20	0,45	0,30	0,33	F	0,20	0,20	F		0,20	F	F	F	F	F	0,25	0,25	0,20	0,14	0,21	0,246	
12	145	223,5	0,832	F	F	F	F	F	0,20	0,23	0,30	0,15		0,22	0,15	0,56	0,25	0,24	0,30	F	F	F	0,15	F	0,26	
13	160	246	0,916	F	0,20	1	0,35	0,275												0,25	0,25	0,25	0,15	0,225	0,25	
14	175	268,5	1																							
15																										

TABLEAU E.6 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre *BIII*.

N° Pas	divisio n	Q (KN)	m	FACE A										FACE B											
				Travée A ₂					Travée A ₁					Travée B ₂					Travée B ₁						
				3	19	30	33	M	4	16	17	22		M	8	10	11	26	M	5	13	14	15	M	\bar{M}
1																									
2	15	28,5	0,095																						
3	35	58,5	0,195																						
4	45	73,5	0,246																						
5	60	96	0,321	0,04				0,04	0,03					0,03	0,05				0,05	0,03				0,03	0,037
6	75	118,5	0,396	0,06	0,04			0,05	0,04	0,04	0,04			0,04	0,05	0,05	0,04		0,046	0,04	0,05	0,04	0,05	0,045	0,045
7	90	141	0,472	0,10	0,05			0,07 5	0,05	0,05	0,05	0,05		0,05	0,10	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,052	0,059
8	105	163,5	0,547	0,12	0,06	0,04	0,07	0,07 2	0,05	0,09	0,05	0,10		0,07	0,11	0,06	0,08	0,06	0,077	0,06	0,06	0,08	0,07	0,067	0,071
9	120	186	0,623	0,15	0,08	0,10	/	0,11	0,12	0,12	0,07	0,10		0,10	0,12	0,10	0,10	0,06	0,095	0,06	0,06	0,10	0,10	0,08	0,096
10	130	201	0,673	0,25	0,10	0,08	/	0,14	0,10	0,10	0,07	0,12		0,097	0,10	0,12	0,10	0,10	0,105	0,06	0,06	0,10	0,20	0,105	0,11
11	140	216	0,723	0,25	0,10	0,08	/	0,16	0,10	0,10	0,10	0,15		0,112	0,13	0,10	0,14	0,10	0,117	0,12	0,08	0,06	0,20	0,115	0,126
12	150	231	0,773	0,30	0,14	0,15	/	0,19 6	0,12	0,12	0,10	0,12		0,115	0,14	0,12	0,15	0,10	0,127	0,14	0,10	0,15	0,15	0,135	0,143
13	160	246	0,824	0,20	0,20	0,20	/	0,20	0,20	0,15	0,20	0,20		0,187	0,15	0,20	0,18	0,20	0,18	0,18	0,12	0,16	0,15	0,15	0,179
14	180	276	0,924	0,25	0,25	0,25	/	0,25	0,24	0,16	0,20	0,23		0,207	0,25	0,20	0,20	0,25	0,225	0,22	0,14	0,20	0,16	0,18	0,215
15	190	291	0,974																						
16	195	298,5	1																						

TABLEAU E.7 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre *BII2*.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A											FACE B										
				Travée A ₁						Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂					
				8	9	10	11	31	M	12	13	14	15	M	5	6	7	22	M	18	19	20	21	M	\bar{M}
1																									
2	30	51	0,189																						
3	50	81	0,301																						
4	65	103,5	0,385	0,04	0,05	0,05			0,046						0,05	0,05	0,04		0,046						0,045
5	80	126	0,469	0,06	0,09	0,06	0,05		0,065	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04	0,06	0,09	0,05	0,04	0,06	0,06	0,05	0,04	0,04	0,047	0,053
6	100	156	0,581	0,10	0,10	0,10	0,08	0,05	0,086	0,05	0,08	0,07	0,10	0,075	0,10	0,10	0,08	0,05	0,08	0,10	0,07	0,06	0,09	0,08	0,08
7	110	171	0,636	0,10	0,10	0,10	0,05	0,05	0,08	0,08	0,05	0,10	0,10	0,08	0,10	0,10	0,10	0,05	0,087	0,10	0,10	0,05	0,08	0,082	0,082
8	130	201	0,748	0,10	0,10	0,12	0,05	0,10	0,094	0,08	0,10	0,10	0,15	0,107	0,12	0,10	0,10	0,05	0,09	0,15	0,10	0,10	0,08	0,103	0,099
9	150	231	0,860	0,12	0,15	0,16	0,06	0,10	0,118	0,15	0,10	0,12	0,15	0,13	0,16	0,15	0,12	0,06	0,12	0,15	0,12	0,10	0,15	0,13	0,124
10	160	246	0,916	0,16	0,15	0,18	0,06	0,10	0,13	0,15	0,08	0,12	0,15	0,125	0,18	0,15	0,16	0,06	0,137	0,15	0,12	0,08	0,15	0,125	0,129
11	175	268,5	1																						
12																									
13																									
14																									
15																									

TABLEAU E.8 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre **CII**.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B										\bar{M}		
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂							
				6	7	27	31	M	10	11	12	13	38	M	3	4	24	30	M	15	16	21	22		M	
1																										
2	23	40,5	0,159																							
3	30	51	0,201																							
4	40	66	0,260																							
5	45	73,5	0,289	0,04	0,05			0,045	0,03	0,03	0,04	0,04		0,035	0,04	0,05			0,045	0,04	0,04	0,04	0,03	0,037	0,04	
6	50	81	0,319	0,05	0,05	0,04	0,04	0,045	0,05	0,04	0,05	0,05		0,047	0,05	0,05	0,04	0,04	0,045	0,05	0,05		0,04	0,047	0,046	
7	60	96	0,378	0,06	0,09	0,06	0,05	0,065	0,10	0,08	0,09	0,10		0,092	0,06	0,09	0,08	0,05	0,07	0,09	0,06	0,08	0,08	0,077	0,076	
8	70	111	0,437	0,06	F	F	0,08	0,07	0,12	0,10	0,13	0,13	0,05	0,106	0,09	0,10	0,09	0,09	0,092	0,10	0,09		0,10	0,096	0,091	
9	80	126	0,497	F	F	F	F	F	0,15	0,15	0,16	0,20	0,15	0,162	0,15	F	0,11	F	0,13	F	F		F		0,146	
10	90	141	0,556	F	F	F	F	F	0,16	0,15	0,18	0,20	0,19	0,176	0,16	0,15	F	0,15	0,15	0,18			F	0,18	0,168	
11	110	171	0,674	F	F	F	F	F	0,22	0,20	0,23	0,23	0,25	0,226	0,14	0,20	0,16	0,20	0,175	0,20			F	0,20	0,20	
12	120	186	0,733	F	F	F	F	F	0,20	0,20	0,25	0,22	0,35	0,244	0,25	0,24	0,20	0,21	0,225	0,20			F	0,20	0,22	
13	140	216	0,852												0,35	0,34	F	0,25	0,31	F	F		F	0,31	0,31	
14	160	246	0,970																							
15	165	253,5	1																							

TABLEAU E.9 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre CI2

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B											
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂					\bar{M}	
				13	14	25		M	1	2	3	16		M	9	10	24	38	M	4	5	6	19		M
1																									
2	20	36	0,158																						
3	25	43,5	0,192						0,04	0,04	0,05			0,04						0,04	0,04	0,04		0,04	0,04
4	40	66	0,291	0,10	0,05			0,075	0,06	0,05	0,08	0,05		0,06	0,04	0,07			0,055	0,08	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06
5	50	81	0,357	0,17	0,10	0,03		0,10	0,07	0,07	0,10	0,06		0,075	0,05	0,10	0,03		0,06	0,10	0,07	0,10	0,08	0,087	0,08
6	60	96	0,423	0,23	0,14	0,05		0,14	0,10	0,08	0,10	0,15		0,107	0,10	0,15	0,05		0,10	0,14	0,08	0,10	0,10	0,105	0,113
7	85	133,5	0,589	0,40	0,15	0,15		0,23	0,15	0,10	0,16	0,20		0,15	0,15	0,15	0,08	0,18	0,14	0,25	0,10	0,20	0,15	0,175	0,173
8	110	171	0,754	0,50	0,25	0,15		0,30	0,20	0,15	0,25	0,24		0,21	0,15	0,30	0,15	0,25	0,21	0,30	0,15	0,30	0,30	0,26	0,245
9	125	193,5	0,854	0,60	0,15	0,22		0,32	0,15	0,08	F	F			0,20	0,20	0,18	0,30	0,22	0,40	F	0,25	0,20	0,28	0,27
10	135	208,5	0,920	0,65	0,45	0,25		0,45	0,15	0,10	0,20	F				0,30	0,20	0,35	0,28	0,40	F	0,25	0,35	0,33	0,35
11	145	223,5	0,986																						
12	147	226,5	1																						
13																									
14																									
15																									

TABLEAU E.10 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre CIII.

° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B											
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂						
				10	19	20	22	M	5	6	21	31		M	9	12	13	14	M	7	8	15	32	M	\overline{M}
1																									
2	20	36	0,126																						
3	30	51	0,179																						
4	40	66	0,232	0,04				0,04	0,04	0,05				0,045	0,04				0,04	0,04	0,05			0,045	0,042
5	50	81	0,285	0,05	0,04	0,05	0,05	0,047	0,05	0,05	0,04			0,046	0,05	0,04	0,05	0,05	0,047	0,05	0,05	0,04		0,046	0,046
6	60	96	0,338	0,05	0,05	0,05	0,08	0,057	0,06	0,05	0,05			0,053	0,05	0,05	0,05	0,08	0,057	0,06	0,05	0,05		0,053	0,055
7	80	126	0,444	0,06	0,04	0,05	0,09	0,06	0,09	0,08	0,08			0,083	0,06	0,04	0,05	0,09	0,06	0,09	0,08	0,08		0,083	0,076
8	100	156	0,550	0,10	0,05	0,06	0,10	0,077	0,10	0,10	0,10	0,06		0,09	0,10	0,05	0,06	0,10	0,077	0,10	0,10	0,10	0,06	0,09	0,083
9	120	186	0,656	0,09	0,07	0,10	0,10	0,09	0,12	0,10	0,14	0,10		0,115	0,09	0,07	0,10	0,10	0,09	0,12	0,14	0,10	0,10	0,115	0,102
10	140	216	0,761	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,15	F	0,18	0,10		0,143	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,15	0,18	0,06	0,10	0,122	0,116
11	160	246	0,867	0,10	0,06	0,10	0,15	0,10	0,20	0,10	0,20	0,12		0,155	0,10	0,06	0,10	0,15	0,116	0,20	0,20	0,10	0,12	0,155	0,128
12	170	261	0,920	0,10	0,08	0,15	0,15	0,12	0,20	0,20	0,20	0,15		0,187	0,10	0,08	0,15	0,15	0,133	0,20	0,20	0,20	0,15	0,187	0,153
13	185	283,5	1																						
14																									
15																									

TABLEAU E.11 : Valeurs en mm des ouvertures des fissures pour la poutre CII2.

N° Pas	division	Q (KN)	m	FACE A										FACE B										\bar{M}	
				Travée A ₁					Travée A ₂					Travée B ₁					Travée B ₂						
				9	10	24	26	M	7	8	21	22		M	11	12	14	15	M	5	6	17	18		M
1																									
2	20	36	0,146																						
3	30	51	0,207																						
4	40	66	0,268																						
5	45	73,5	0,298																						
6	60	96	0,390	0,05	0,05			0,05	0,05	0,05				0,05	0,05	0,04			0,045	0,05	0,05			0,05	0,048
7	70	111	0,451	0,05	0,05	0,04	0,05	0,047	0,05	0,05	0,08	0,05		0,057	0,05	0,04	0,05	0,08	0,055	0,05	0,05	0,04	0,05	0,047	0,05
8	85	133,5	0,542	0,05	0,05	0,05	0,08	0,057	0,06	0,08	0,08	0,08		0,075	0,08	0,06	0,08	0,10	0,08	0,06	0,08	0,04	0,06	0,06	0,068
9	100	156	0,634	0,05	0,08	0,06	0,08	0,067	0,06	0,08	0,08	0,10		0,08	0,10	0,06	0,08	0,10	0,085	0,08	0,06	0,08	0,08	0,075	0,076
10	120	186	0,756	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,08	0,08	0,10	0,10		0,09	0,11	0,10	0,10	0,12	0,107	0,10	0,08	0,10	0,06	0,085	0,095
11	140	216	0,878	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,12	0,12	0,10	0,20		0,135	0,15	0,10	0,10	0,12	0,117	0,12	0,10	0,10	0,10	0,105	0,127
12	160	246	1				0,05		0,15	0,12	0,06	0,20		0,132	0,15	0,10	0,10	0,16	0,127	0,15	0,10	0,12	0,15	0,13	0,129
13	160	246	1																						
14																									
15																									

ANNEXE F

Courbes : Ouverture de fissure w_f en fonction du degré d'avancement de charge $m_i = M_i/M_r$


 Poutre : AI1
 Elasto-Conforme.
 Béton A : $\overline{R_b} = 400 \text{ kg/cm}^2$

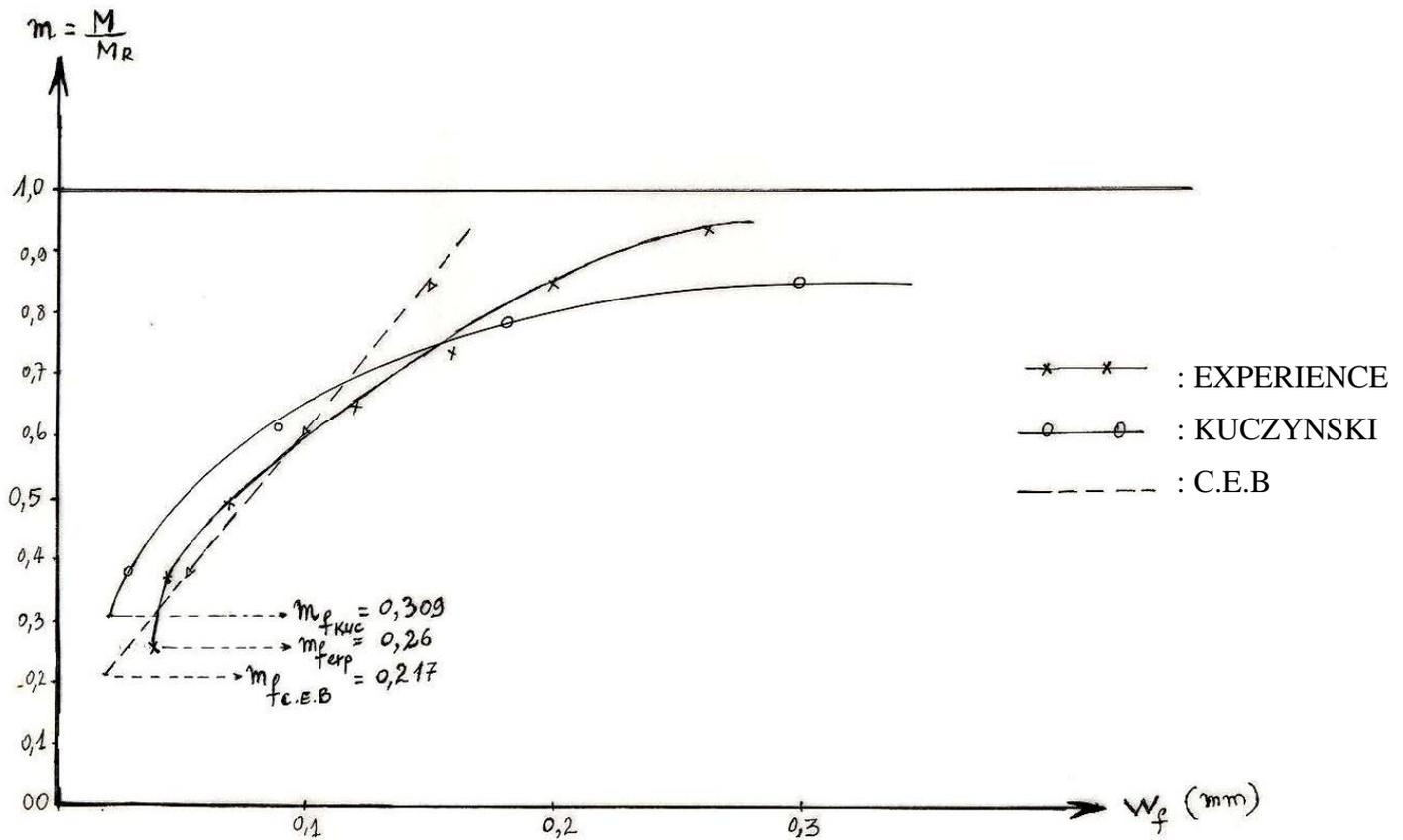
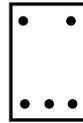


Figure F1. : Ouverture de fissure w_f en fonction du degré d'avancement de charge $m_i = M_i/M_r$ pour les poutres Elasto-Conformes avec un Béton A



Poutre : BII1
Elasto non conforme.

Béton B : $\overline{R}_b = 300 \text{ kg/cm}^2$

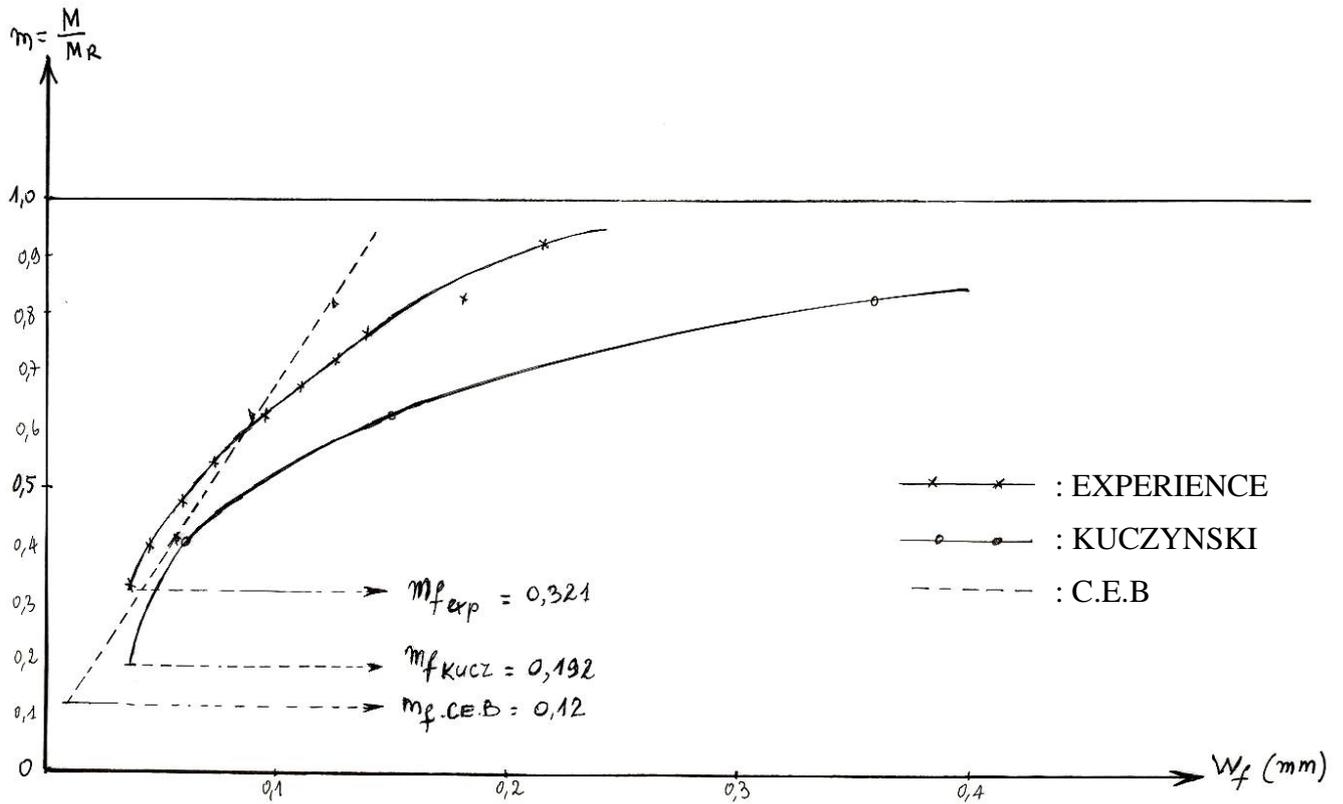
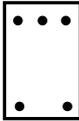


Figure F2. : Ouverture de fissure w_f en fonction du degré d'avancement de charge $m_i = M_i/M_r$ pour les poutres Elasto non Conformes avec un Béton B.


 Poutre : CI2
 Elasto-Conforme.
 Béton C : $f_{c28} = 150 \text{ kg/cm}^2$

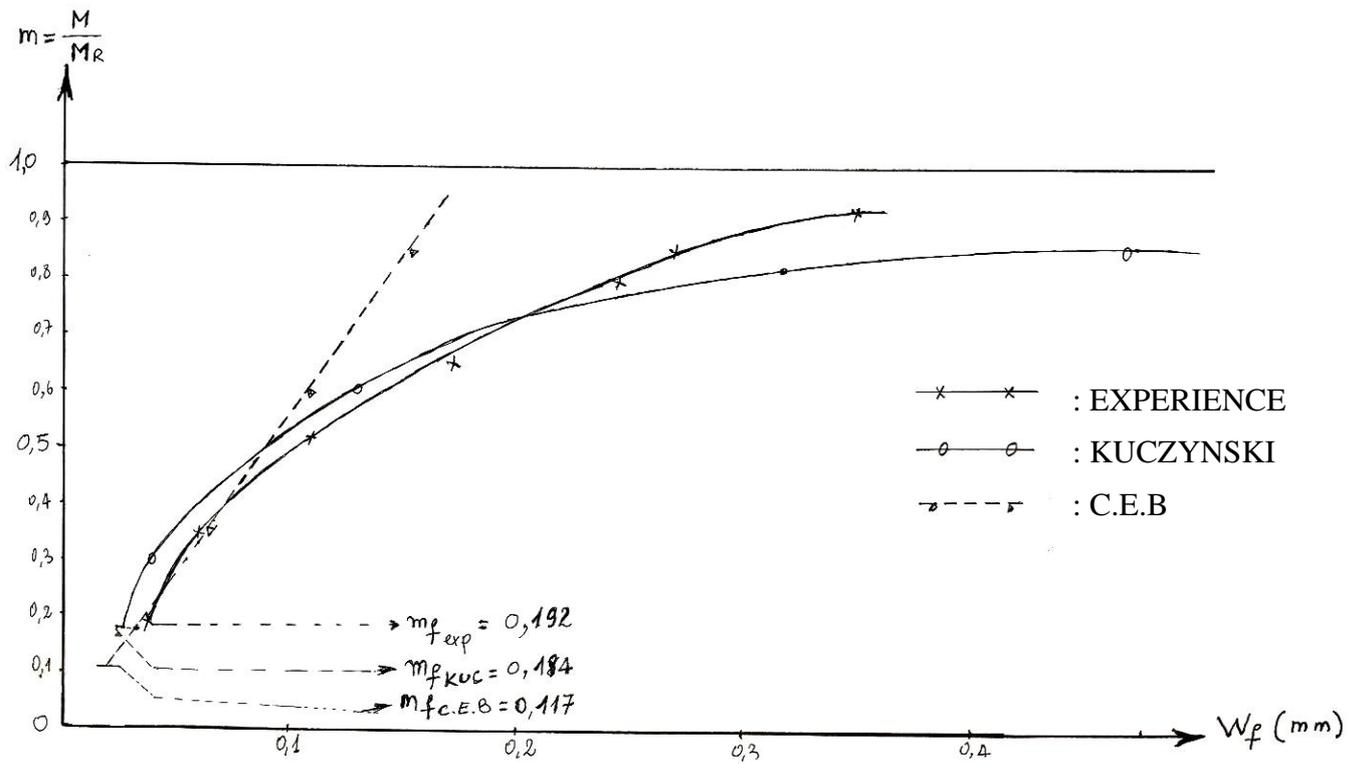


Figure F3. : Ouverture de fissure w_f en fonction du degré d'avancement de charge $m_i = M_i/M_r$ pour les poutres Elasto-Conformes avec un Béton C.