



Ecole Nationale Polytechnique
Département d'électronique
Laboratoire des dispositifs de
Communication
et de conversion Photovoltaïque



Thèse de Doctorat En électronique

Option : Télécommunications

Présentée par :

SEMMAR Bedri

Magistère en électronique

Thème

Utilisation des Métamatériaux pour l'amélioration des caractéristiques de structures rayonnantes micro-ruban.

Soutenu le 22/05/2017 devant la commission d'examen:

Président : Mr. BELOUHRANI Adel Professeur, ENP

Directeur : Mr. AKSAS Rabia Professeur, ENP

Co- Directeur : Mr. TRABELSI Mohamed Professeur, ENP

Examineurs : Mr. HADDAD Boualem Professeur, USTHB

Mr. DAHIMENE Abdelhalim Maître de Conférences/A UMB Boumerdes

Mr. HEBIB Sami Maître de Conférences/A U. de Blida

Mr. ADNANE Mourad Maître de Conférences/A, ENP

ENP 2017



Ecole Nationale Polytechnique
Département d'électronique
Laboratoire des dispositifs de
Communication
et de conversion Photovoltaïque



Thèse de Doctorat En électronique

Option : Télécommunications

Présentée par :

SEMMAR Bedri

Magistère en électronique

Thème

Utilisation des Métamatériaux pour l'amélioration des caractéristiques de structures rayonnantes micro-ruban.

Soutenu le 22/05/2017 devant la commission d'examen:

Président : Mr. BELOUHRANI Adel Professeur, ENP

Directeur : Mr. AKSAS Rabia Professeur, ENP

Co- Directeur : Mr. TRABELSI Mohamed Professeur, ENP

Examineurs : Mr. HADDAD Boualem Professeur, USTHB

Mr. DAHIMENE Abdelhalim Maître de Conférences/A UMB Boumerdes

Mr. HEBIB Sami Maître de Conférences/A U. de Blida

Mr. ADNANE Mourad Maître de Conférences/A, ENP

ENP 2017

A mes très chers parents,
A toute ma famille,
A tous mes amis et proches,

Remerciements

J'adresse mes sincères remerciements aux professeurs R.AKSAS et M.TRABELSI pour m'avoir encadré et soutenu lors de l'établissement de ce travail.

Je remercie le professeur A.BELOUHRANI pour l'intérêt qu'il a accordé à ce travail ainsi que pour avoir bien voulu présider le jury.

Je remercie également les respectables personnes des examinateurs du jury à savoir:

B.HADDAD,

A.DAHIMENE,

S.HEBIB et

M.ADNANE

pour avoir bien voulu examiner ce travail.

Je n'oublie nullement mes anciens camarades de classe dont je cite M.SIMOUSSA et M.CHALLAL qui n'ont cessé de m'apporter leur aide et soutien moral.

et enfin, à toute personne ayant contribué de proche ou de loin, et/ou ayant cru en l'aboutissement de ce modeste travail.

ملخص

الهدف من هذا العمل هو دراسة أثر إدماج خلايا العوازل الإصطناعية على الخواص الراديو كهربائية لبعض البنى المكروشرطية المشعة (هوائي مكروشرطي) و المتمثلة بالتحديد في معامل الإنعكاس و الحقل المشع. بدأنا أولاً باستعمال طريقة العزوم و نظرية لورنتز الشبه ثابتة من اجل بيان إمكانية الحصول على وسط اصطناعي ذي مقاييس كهرومغناطيسية بقيم سالبة و هذا ضمن شريط معين من التواتر. قمنا بعد ذلك بإنشاء برنامج مبني على طريقة الفروق المنتهية في المجال الزمني لدراسة بنى مكروشرطية مشعة. المرحلة الثالثة و الأخيرة من هذا العمل تمثلت في دراسة إدماج خلايا من العوازل الإصطناعية و خلايا العوازل الإصطناعية التكميلية في البنى المكروشرطية المشعة المدروسة آنفا لبيان ما يمكن تحسينه من خواصها الراديو كهربائية.

كلمات مفاتيح: طريقة العزوم، حلقة رنانة ذات فتحة، طريقة الفروق المنتهية في المجال الزمني، عوازل اصطناعية، هوائي مكروشرطي.

Abstract

The objective of the present work is to study of the effect of the integration of metamaterial cells on the characteristics of some radiating microstrip structures (microstrip antennas) such as reflexion coefficient and radiated field. We have used the *Moment Method* and the *Quasi-Static Lorentz Theory* to establish the possibility of obtaining a material with negative values of both permittivity and permeability within a given frequency range. We, then, wrote a program based on the *Finite Difference Time Domain Method (FDTD)* to analysis some microstrip radiating structures. The final stage was to study the integration of metamaterial and complementary metamaterial cells (*SRR*) to the previously studied radiating structures to view the upgrading effects on their respective characteristics.

Key words: Moment Method, Split Ring Resonator (SRR), FDTD, metamaterials, microstrip antenna.

Résumé

L'objectif du présent travail est l'étude de l'effet d'introduction de cellule métamatériaux sur les caractéristiques radioélectriques de structures micro-ruban rayonnantes (antennes micro-ruban) telles que le module du coefficient de réflexion ainsi que le champ rayonné. Nous avons utilisé en premier lieu la *Méthode des Moments* et la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* afin de mettre en évidence la possibilité d'obtenir des matériaux avec une permittivité et une perméabilité relatives négatives dans une certaine plage de fréquence. Nous avons élaboré par la suite un programme basé sur la méthode des *Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD)* pour l'analyse de structures micro-ruban rayonnantes. La troisième et dernière étape de ce travail est l'étude de l'intégration de cellule métamatériau et cellule métamatériau complémentaires (*SRR*) aux structures rayonnantes déjà analysé afin de voir la possibilité d'en améliorer les caractéristiques radioélectriques.

Mots Clés: Méthode des Moments, Split Ring Resonator (SRR), FDTD, métamatériaux, Antenne micro-ruban.

Table des Matières

Table des Matières	
Liste des Figures	
Liste des Tableaux	
Glossaire	
Liste des symboles	
INTRODUCTION.....	14
1 Introduction aux métamatériaux.....	16
1.1 Introduction	16
1.1.1 Veselago et les Milieux à Main Gauche (Ang- LHM: Left Handed Medium) ..	16
1.1.2 Réfraction négative au niveau d'une interface plane.....	17
1.1.3 Lentilles plates.....	18
1.2 Fondements théoriques	18
1.2.1 Diélectriques artificiels	18
1.2.2 La permittivité électrique négative.....	19
1.2.3 La perméabilité magnétique négative	20
1.2.4 Premier Milieu à main gauche (LHM).....	22
1.2.5 Conclusion sur la nomenclature	24
1.3 Théorie de la ligne de transmission appliquée aux <i>LHM</i>	25
1.4 Conclusion	33
2 Réalisation d'un métamatériau à l'aide de SRR.....	34
2.1 Introduction	34
2.2 Formulation du problème	34
2.2.1 Détermination des tenseurs ε et μ	34
2.2.2 Détermination de la matrice d'interaction $[C]$	38
2.2.3 Détermination de la matrice de polarisabilité $[\alpha]$	38
2.2.4 Détermination de la densité de courant surfacique sur le <i>SRR</i> conducteur.....	39
2.2.5 Méthode des Moments	41
2.3 Résultats de simulation.....	44
2.3.1 Structure de base	44
2.3.2 Changement de l'angle d'ouverture	45
2.3.3 Rotation de la structure d'un angle de $\pi/2$	46
2.3.4 Rotation de la structure d'un angle de $\pi/4$	47
2.3.5 Rotation de l'anneau externe d'un angle de $-\pi/2$	48
2.3.6 Rotation de l'anneau interne d'un angle de $-\pi/2$	49
2.3.7 Effet des dimensions de la cellule unitaire.....	49
2.4 Conclusion	51
3 Analyse par la Méthode FDTD (Différences Finis dans le Domaine Temporel)	52
3.1 Introduction	52

3.2	Présentation de la <i>FDTD</i>	52
3.2.1	Avantages et inconvénients	52
3.2.2	Domaines d'application.....	53
3.3	Algorithme de <i>Yee</i> et fondements théoriques	53
3.3.1	Rappel des équations de <i>Maxwell</i>	53
3.3.2	Discretisation des équations de <i>Maxwell</i>	54
3.3.3	Formulation du problème pour une structure donnée	57
3.4	Utilisation de la méthode <i>FDTD</i> pour l'analyse de structures micro-ruban.....	62
3.4.1	Antenne monopole micro-ruban.....	62
3.4.2	Antenne plaque micro-ruban.....	67
3.5	Conclusion.....	72
4	Amélioration des performances d'antennes micro-ruban à l'aide de cellules de Métamatériaux.....	73
4.1	Introduction	73
4.2	Antenne monopole Micro-ruban	73
4.2.1	Introduction d'un <i>SRR</i>	73
4.2.2	Introduction d'un <i>SRR</i> modifié	77
4.2.3	Introduction de deux <i>SRRs</i> modifiés	78
4.3	Antenne Plaque Micro-ruban.....	81
4.3.1	Cellule <i>SRR</i> complémentaire (axe <i>Ox</i>).....	81
4.3.2	Cellule <i>SRR</i> complémentaire (axe <i>Oy</i>).....	84
4.3.3	Cellule <i>SRR</i> complémentaire spirale	86
4.3.4	Cellule <i>SRR</i> complémentaire modifié selon l'axe (<i>Ox</i>)	88
4.3.5	Cellule <i>SRR</i> complémentaire modifié selon l'axe (<i>Oy</i>)	90
4.3.6	Multiplés Cellules <i>SRR</i> complémentaires modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>).....	93
4.3.7	Multiplés Cellules <i>SRR</i> complémentaires modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>).....	94
4.3.8	Multiplés <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>) avec <i>e</i> variable.....	96
4.3.9	Multiplés <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>) avec <i>e</i> variable.....	97
4.3.10	Deux Colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>)	99
4.3.11	Deux Colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>)	100
4.3.12	Deux Colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>) avec <i>e</i> variable	102
4.3.13	Deux Colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>) avec <i>e</i> variable	103
4.4	Conclusion.....	104
	CONCLUSION	105
	Bibliographie.....	107
	ANNEXES	111

Liste des Figures

Figure 1.1 Disposition des vecteurs $E, H, Setk$ dans des milieux RHM et LHM	17
Figure 1.2 Incidence oblique d'une onde plane sur une interface plane.....	17
Figure 1.3 Concentration des rayons par une lentille plate [1].	18
Figure 1.4 Diélectrique artificiel fabriqué à l'aide de fils conducteurs ayant une permittivité électrique négative.....	20
Figure 1.5 Anneaux coupés résonnants (SRR).	21
Figure 1.6 Modèle de ligne de transmission pour un milieu $fils/SRRs$ avec $d \ll \lambda$	23
Figure 1.7 Métamatériau à base de fils/ SRR avec un indice de réfraction négatif.....	24
Figure 1.8 Cellule unitaire du modèle de ligne de transmission avec éléments distribués (milieu plan homogène).	25
Figure 1.9 Cellule unitaire 3-D dans laquelle le champ est quasi-statique.	26
Figure 1.10 Disposition des courants électriques et de la différence de potentiel dans la cellule élémentaire.	27
Figure 1.11 Modèle de ligne de transmission 2-D pour un milieu <i>naturel</i> avec éléments distribués.	29
Figure 1.12 Dispersion de la constante de propagation (RHM).	29
Figure 1.13 Modèle de ligne de transmission 2-D pour un milieu LHM avec éléments distribués.	31
Figure 1.14 Dispersion de la constante de propagation (LHM).	32
Figure 2.1 Configuration du métamatériau étudié. $a = b = 8 \text{ mm}$, $c = 3.9 \text{ mm}$	35
Figure 2.2 Schéma d'un SRR dans le plan $x-y$	36
Figure 2.3 Induction magnétique quasi-uniforme.	39
Figure 2.4 Champ Electrique E_x quasi-uniforme.	40
Figure 2.5 Champ Electrique E_y quasi-uniforme.	40
Figure 2.6 Incidence d'une onde électromagnétique sur la surface d'un conducteur électrique parfait.	41
Figure 2.7 Fonctions de base/test.	43
Figure 2.8 Fonctions de base/test sur un anneau.	43
Figure 2.9 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence pour $\varphi_0/2 = \pi/15$	44
Figure 2.10 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} , ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence pour $\varphi_0/2 = \pi/11$	45
Figure 2.11 Composante μ_{rzz} en fonction de la fréquence.	46
Figure 2.12 Composante ϵ_{ryy} en fonction de la fréquence.	46
Figure 2.13 Conducteur SRR tourné d'un angle de $\pi/2$	46
Figure 2.14 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence pour le SRR , tourné d'un angle de $\pi/2$	47
Figure 2.15 Conducteur SRR tourné d'un angle de $\pi/4$	47
Figure 2.16 Permittivités électriques ($\epsilon_{rxx} = \epsilon_{ryy} = \epsilon_r$) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence. Le SRR tourné d'un angle de $\pi/4$	48
Figure 2.17 Anneau externe tourné d'un angle de $-\pi/2$	48
Figure 2.18 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence. Anneau externe tourné d'un angle de $-\pi/2$	48
Figure 2.19 Anneau interne tourné d'un angle de $-\pi/2$	49
Figure 2.20 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence. Anneau conducteur interne tourné d'un angle de $-\pi/2$	49
Figure 2.21 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de a . a - $-Im(\mu_{rzz})$ b - $Re(\mu_{rzz})$	50
Figure 2.22 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de b . a - $-Im(\mu_{rzz})$ b - $Re(\mu_{rzz})$	50
Figure 2.23 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de c . a - $-Im(\mu_{rzz})$ b - $Re(\mu_{rzz})$	51

Figure 3.1 Représentation schématique d'une cellule de <i>Yee</i> .	56
Figure 3.2 Antenne monopole micro-ruban.	62
Figure 3.3 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole micro-ruban.	64
Figure 3.4 Champ rayonné. <i>a- $\varphi=0$. b-$\varphi=\pi/2$.</i>	64
Figure 3.5 Influence de la longueur du plan de masse (L_m en <i>mm</i>).	65
Figure 3.6 Influence de la longueur du monopole(L_m+L_p en <i>mm</i>).	66
Figure 3.7 Influence de l'épaisseur du substrat(<i>h en mm</i>).	67
Figure 3.8 Antenne plaque micro-ruban (vue <i>x-y</i>) [57].	67
Figure 3.9 Antenne plaque micro-ruban (vue <i>y-z</i>).	68
Figure 3.10 Coefficient de réflexion de l'antenne plaque micro-ruban.	68
Figure 3.11 Champ rayonné à $f=7.525$ GHz. <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	69
Figure 3.12 Champ rayonné à $f=18.3$ GHz. <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	69
Figure 3.13 Effet de la largeur de l'antenne sur le coefficient de réflexion.	70
Figure 3.14 Effet de la longueur de l'antenne sur le coefficient de réflexion.	71
Figure 3.15 Effet de l'épaisseur du substrat sur le coefficient de réflexion.	72
Figure 4.1 Antenne monopole micro-ruban avec un <i>SRR</i> .	73
Figure 4.2 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole avec un <i>SRR</i> .	74
Figure 4.3 Champ rayonné (<i>dB</i>).	75
Figure 4.4 Effet de la variation de la distance <i>dx</i> sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un <i>SRR</i>)	75
Figure 4.5 Effet de la variation de la distance <i>dy</i> sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un <i>SRR</i>)	76
Figure 4.6 Effet de la variation de l'ouverture <i>g</i> sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un <i>SRR</i>)	76
Figure 4.7 Antenne monopole micro-ruban avec un <i>SRR</i> modifié.	77
Figure 4.8 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole avec un <i>SRR</i> modifié.	77
Figure 4.9 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	78
Figure 4.10 Antenne monopole micro-ruban avec deux <i>SRRs</i> modifiés.	79
Figure 4.11 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole-micro ruban avec deux <i>SRRs</i> modifiés.	79
Figure 4.12 Anneaux <i>SRRs</i> court-circuités.	80
Figure 4.13 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	81
Figure 4.14 Antenne plaque micro-ruban avec un <i>SRR-C</i> selon l'axe (<i>Ox</i>).	81
Figure 4.15 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRR-C</i> selon (<i>Ox</i>).	82
Figure 4.16 Champ rayonné (<i>dB</i>).	83
Figure 4.17 Coefficient de réflexion de la structure; <i>SRR-C</i> bouclés.	84
Figure 4.18 Antenne plaque micro-ruban avec un <i>SRR-C</i> selon l'axe (<i>Oy</i>).	84
Figure 4.19 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRR-C</i> selon (<i>Oy</i>).	85
Figure 4.20 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	85
Figure 4.21 Coefficient de réflexion de la structure; <i>SRR-C</i> bouclés.	86
Figure 4.22 Antenne plaque micro-ruban avec un <i>SRR-C</i> de forme spirale.	87
Figure 4.23 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRR-C</i> spiral.	87
Figure 4.24 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	88
Figure 4.25 Coefficient de réflexion de la structure; <i>SRR-C</i> spiral bouclé.	88
Figure 4.26 Antenne plaque micro-ruban avec un <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (<i>Ox</i>).	89
Figure 4.27 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRR-C</i> modifié selon (<i>Ox</i>).	89
Figure 4.28 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.</i>	90
Figure 4.29 Coefficient de réflexion de la structure; <i>SRR-C</i> modifié bouclé.	90
Figure 4.30 Antenne plaque micro-ruban avec un <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (<i>Oy</i>).	91

Figure 4.31 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRR-C</i> modifié selon (<i>Oy</i>).....	91
Figure 4.32 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	92
Figure 4.33 Coefficient de réflexion de la structure; <i>SRR-C</i> modifié bouclé.	92
Figure 4.34 Antenne plaque micro-ruban avec plusieurs <i>SRR-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>).	93
Figure 4.35 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés selon (<i>Ox</i>).	93
Figure 4.36 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	94
Figure 4.37 Antenne plaque micro-ruban avec plusieurs <i>SRR-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>).	94
Figure 4.38 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés (<i>Oy</i>)......	95
Figure 4.39 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	96
Figure 4.40 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés selon (<i>Ox</i>) avec <i>e</i> variable.	96
Figure 4.41 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	97
Figure 4.42 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés selon (<i>Oy</i>) avec <i>e</i> variable.	98
Figure 4.43 Champ rayonné(<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	98
Figure 4.44 Antenne plaque micro-ruban avec deux colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Ox</i>).....	99
Figure 4.45 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés selon l'axe (<i>Ox</i>).	99
Figure 4.46 Champ rayonné (<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	100
Figure 4.47 Antenne plaque micro-ruban avec deux colonnes de <i>SRRs-C</i> modifiées selon l'axe (<i>Oy</i>)......	100
Figure 4.48 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés (<i>Oy</i>)......	101
Figure 4.49 Champ rayonné(<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	101
Figure 4.50 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés (<i>Ox</i>)......	102
Figure 4.51 Champ rayonné(<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	103
Figure 4.52 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans <i>SRRs-C</i> modifiés selon l'axe (<i>Oy</i>).	103
Figure 4.53 Champ rayonné(<i>dB</i>). <i>a- φ=0. b- φ=π/2.</i>	104

Liste des Tableaux

Tableau 3.1 Paramètres de l'antenne monopole micro-ruban.....	62
Tableau 3.2 Influence de la longueur du plan de masse.....	65
Tableau 3.3 Influence de la longueur du monopole.....	66
Tableau 3.4 Influence de l'épaisseur du substrat.....	66
Tableau 3.5 Paramètres de l'antenne plaque micro-ruban.....	67
Tableau 3.6 Effet de la largeur de l'antenne.....	70
Tableau 3.7 Effet de la longueur de l'antenne.....	71
Tableau 3.8 Effet de l'épaisseur du substrat.....	71
Tableau 4.1 Paramètres du <i>SRR</i>	73
Tableau 4.2 Paramètres du <i>SRR</i> modifié.....	77
Tableau 4.3 Paramètres des deux <i>SRRs</i> modifiés.....	78
Tableau 4.4 Paramètres du <i>SRR-C</i> selon l'axe (Ox).....	82
Tableau 4.5 Paramètres du <i>SRR-C</i> selon l'axe (Oy).....	84
Tableau 4.6 Paramètres du <i>SRR-C</i> de forme spirale.....	86
Tableau 4.7 Paramètres du <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (Ox).....	88
Tableau 4.8 Paramètres du <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (Oy).....	91
Tableau 4.9 Paramètres des <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (Ox).....	93
Tableau 4.10 Paramètres des <i>SRR-C</i> modifié selon l'axe (Oy).....	95
Tableau 4.11 Paramètres des <i>SRR-C</i> modifié selon (Ox).....	96
Tableau 4.12 Paramètres des deux colonnes de <i>SRRs-C</i> modifié x	99
Tableau 4.13 Paramètres des <i>SRRs-C</i> modifié x	102

Glossaire

ABC	<i>Analytic Boundary Conditions</i>	<i>Conditions de Bord Analytiques</i>
ADI-FDTD	<i>Alternated Directions Implicit Finite Difference Time Domain</i>	<i>Différences Finie dans le Domaine Temporel Implicite de Directions Alternées</i>
CPML	<i>Convolutional Perfectly Matched Layer</i>	<i>Couche Parfaitement Adaptée Convolutionnelle</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>	<i>Transformée de Fourier Discrète</i>
DNM	<i>Double Negative Medium</i>	<i>Milieu Doublement Négatif</i>
EFS	<i>Equi Frequency Surface</i>	<i>Surface Equifréquence</i>
FDTD	<i>Finite Difference Time Domain method</i>	<i>Méthode des Différences Finies dans le Doamine Temporel</i>
LHM	<i>Left Handed Medium</i>	<i>Milieu à Main Gauche</i>
PEC	<i>Perfect Electric Conductor</i>	<i>Conducteur Electrique Parfait</i>
PML	<i>Perfectly Matched Layer</i>	<i>Couche Parfaitement Adaptée</i>
RHM	<i>Right Handed Medium</i>	<i>Milieu à Main Droite</i>
SP	<i>Source Plane</i>	<i>Plan d'Alimentation</i>
SRR	<i>Split Ring Resonator</i>	<i>Anneau à Fente Résonnant</i>
SRR-C	<i>Complementary SRR</i>	<i>SRR Complémentaire</i>
TE	<i>Transverse Electric</i>	<i>Transverse Electrique</i>
TM	<i>Transverse Magnetic</i>	<i>Transverse Magnétique</i>
TP	<i>Terminal Plane</i>	<i>Plan Terminal</i>
UPML	<i>Uni-Axial Perfectly Matched Layer</i>	<i>Couche Uni-Axiale Parfaitement Adaptée</i>

Liste des symboles

$\bar{\alpha}$	Matrice de polarisabilité	
β	Constante de propagation	$[m^{-1}]$
Δt	Pas d'échantillonnage temporel	$[s]$
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Pas d'échantillonnage spatial	$[m]$
σ_e	Conductivité électrique	$[S/m]$
σ_u	Conductivité dans la direction u	$[S/m]$
$\bar{\sigma}_e$	Tenseur conductivité électrique	$[S/m]$
σ_m	Conductivité magnétique	$[\Omega/m]$
$\bar{\sigma}_m$	Tenseur conductivité magnétique	$[\Omega/m]$
ε	Permittivité électrique	$[F/m]$
ε_0	Permittivité du vide	$[F/m]$
$\bar{\varepsilon}$	Tenseur permittivité électrique	$[F/m]$
ε_{eff}	Permittivité électrique effective	$[F/m]$
ε_r	Permittivité électrique relative	
λ	Longueur d'onde	$[m]$
η_r	Impédance d'onde du milieu considéré	$[\Omega]$
μ	Perméabilité magnétique	$[H/m]$
μ_0	Perméabilité du vide	$[H/m]$
$\bar{\mu}$	Tenseur perméabilité magnétique	$[H/m]$
μ_{eff}	Perméabilité magnétique effective	$[H/m]$
μ_r	Perméabilité magnétique relative	
θ_i	Angle d'incidence d'une onde plane	$[rad]$
θ_r	Angle de réflexion d'une onde plane	$[rad]$
θ_t	Angle de transmission d'une onde plane	$[rad]$
ω	Pulsation de l'onde	$[rad/s]$
κ_u	Paramètre du milieu absorbant dans la direction u	
Γ	Coefficient de réflexion	
τ	Coefficient de transmission	
\vec{B}	Induction magnétique	$[T]$
c	Vitesse de la lumière	$[m/s]$
C	Capacité	$[F]$
C'	Capacité distribuée	$[F/m]$
\bar{C}	Matrice d'interaction	
\vec{D}	Déplacement électrique	$[C/m^2]$
\vec{E}	Champ électrique	$[V/m]$
E^{diff}	Champ électrique diffracté	$[V/m]$
E^{inc}	Champ électrique incident	$[V/m]$
E^{ref}	Champ électrique réfléchi	$[V/m]$
E_x, E_y, E_z	Composantes du champ électrique en système de coordonnées cartésien	$[V/m]$
E_r, E_θ, E_φ	Composantes du champ électrique en système de coordonnées sphérique	$[V/m]$
\tilde{E}	Transformée de Fourier du champ électrique	$[V/m]$
f	fréquence	$[Hz]$
g, σ_0	Constantes de l' UPML	
\vec{H}	Champ magnétique	$[A/m]$
H^{inc}	Champ magnétique incident	$[A/m]$

H^{ref}	Champ magnétique réfléchi	$[A/m]$
\tilde{H}	Transformée de Fourier du champ magnétique	$[A/m]$
I	Courant électrique	$[A]$
\vec{J}_e	Densité de courant électrique	$[A/m^2]$
\vec{J}_m	Densité de courant magnétique	$[A/m^2]$
\vec{J}_n	Fonction de base de la densité de courant surfacique	$[V/m^2]$
\vec{k}	Nombre d'onde	$[m^{-1}]$
k_t	Composante tangentielle du vecteur nombre d'onde	$[m^{-1}]$
L	Inductance	$[H]$
L'	Inductance distribuée	$[H/m]$
\vec{m}	Moment dipolaire magnétique	$[A.m^2]$
\vec{M}	Polarisation magnétique	$[A/m]$
n	Indice de réfraction du milieu considéré	
\vec{p}	Moment dipolaire électrique	$[C.m]$
\vec{P}	Polarisation électrique	$[C/m^2]$
r, θ, φ	Variables spatiales sphériques	
\vec{r}	Vecteur distance radiale	$[m]$
$Sinc(x)$	$Sinus(x)/x$	
S_{11}	Coefficient de réflexion de l'antenne	
$\bar{\bar{S}}$	Tenseur généralisé	
\vec{S}	Vecteur de Pointing	$[W/m^2]$
V	Différence de potentiel	$[V]$
v_φ	Vitesse de phase	$[m/s]$
v_g	Vitesse de groupe	$[m/s]$
\vec{W}_m	Fonction de Test	
x, y, z	Variables spatiales cartésiennes	$[m]$
Y	Admittance	$[\Omega^{-1}]$
Z	Impédance	$[\Omega]$

INTRODUCTION

La communication, par toutes ses formes, a toujours fait partie intégrante de la vie humaine. Aujourd'hui, l'avancement technologique qui ne cesse d'apporter de grands changements dans tous les domaines par son caractère continu et global, ne fait pas l'exception avec le domaine des communications.

Les télécommunications (communications à distance) font gagner du temps, de l'argent et bien d'autres avantages encore. Elles permettent de faire abstraction de la distance de liaison entre les différents points de communication à travers le globe.

Un composant important dans ce type de communication est l'antenne. Ce dispositif, par son caractère réciproque, sert aussi bien en émission qu'en réception. Ceci rend les dispositifs de télécommunication fortement dépendants des caractéristiques et des limites des antennes qui y sont impliquées.

Parmi les exigences édictées par les conditions d'utilisation des antennes, nous trouvons la miniaturisation, la réduction du poids et du coût, l'élargissement de la bande passante, l'augmentation de la directivité.

Il existe plusieurs types d'antennes à savoir les antennes filaires, les antennes à ouvertures, les antennes en technologie micro-ruban.

L'introduction des matériaux structurés (dits aussi métamatériaux) dans le domaine de l'électromagnétisme a fait profiter le monde des antennes (tout comme les autres branches liées à l'onde électromagnétique) des caractéristiques que présentent ces derniers. Les cellules métamatériaux peuvent être utilisées comme éléments auxiliaires (parasites) afin d'améliorer les caractéristiques radioélectriques des structures rayonnantes.

Le présent travail consiste en une étude d'investigation sur la possibilité de l'emploi des cellules métamatériaux de formes variées afin d'obtenir des fréquences permises de rayonnement que la structure de base ne possède pas. Le champ rayonné des structures analysées est calculé et tracé pour des fréquences de notre choix afin de voir son évolution avec la fréquence.

Le premier chapitre consiste en une introduction des métamatériaux, leur définition et les approches permettant leur caractérisation ainsi que leurs différents emplois. Nous citons quelques travaux matérialisant l'évolution historique des métamatériaux et l'apport réalisé en termes de caractéristiques électromagnétiques en fonction de la fréquence.

Dans le second chapitre, nous employons la *Méthode des Moments* afin d'analyser une cellule métamatériau et son comportement pour mettre en évidence la possibilité d'obtenir des valeurs négatives de permittivité électrique et de perméabilité magnétique dans une certaine plage de fréquence. La *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* est employée afin de consolider les effets respectifs des cellules arrangés dans l'espace $3-D$. Cette étape permet alors de voir la possibilité d'obtenir des valeurs négatives de la permittivité et de la perméabilité dans une plage de fréquence définie. Des études paramétriques sont faites afin de voir l'effet de changement des différents paramètres sur les fréquences pour lesquelles nous pouvons obtenir des valeurs négatives des paramètres déjà cités.

Le troisième chapitre consiste à introduire la *Méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel* (*Ang- Finite Differences Time Domain Method* ou *FDTD*) et l'algorithme de *Yee* sur lequel elle est basée. Nous utilisons un milieu artificiel *Uni-Axial*

Parfaitement Adapté (Ang- Uniaxial Perfectly Matched Layer noté *UPML*) afin de tronquer l'espace de calcul supposé infini dans la réalité. Nous employons notre programme *FDTD* dans l'analyse de structures micro-ruban rayonnantes en confrontant nos résultats de calcul à des mesures disponibles dans la littérature. Etant une technique temporelle, la *FDTD*, fournit des réponses en fonction du temps. Nous employons la *Transformée de Fourier Discrète (Ang- Discrete Fourier Transform* notée *DFT*) pour obtenir la réponse fréquentielle nous permettant de tracer le module du coefficient de réflexion ainsi que de déterminer le champ rayonné. Des études paramétrées sont également effectuées pour mettre en évidence l'effet de changement de quelques paramètres sur l'évolution du module du coefficient de réflexion de la structure analysée.

Nous introduisons dans le quatrième et dernier chapitre des cellules métamatériaux et des cellules matématériaux complémentaires afin des voir leur apport aux structures de base en termes de fréquences de rayonnement et de la configuration des champs rayonnés. Des études paramétrées sont effectuées et plusieurs variantes de cellules et d'arrangement de cellules sont intégrées aux structures de base afin de mettre en évidence les différentes configurations pouvant être adoptées.

Nous proposons en dernier les différentes perspectives possibles liées à ce travail aussi bien dans le volet design (structures étudiées et/ou conçues) que dans le volet informatique (possibilités liées à la méthode *FDTD*, ses variantes, ses possibles améliorations etc.).

Enfin une série d'annexes est donnée à la fin de la thèse permettant de développer en détails les expressions mathématiques employées au cours de notre travail.

Le présent travail, à travers ses chapitres, rassemble des investigations théoriques qui se basent totalement sur l'outil informatique. Un programme basé sur la *Méthode des Moments* permet de déterminer les courants surfaciques au niveau des cellules conductrices. Ce qui permet par la suite de mettre en évidence l'effet "*métamatériau*". L'autre partie du travail est basée, comme déjà indiqué ci-dessus, sur la méthode *FDTD*. Le programme élaboré permet l'analyse des structures micro-ruban rayonnantes sur une large bande de fréquence. La réponse temporelle est employée dans le calcul de la réponse fréquentielle par l'utilisation de la *DFT*. Enfin, bien que limité à la théorie, ce travail vient se placer dans une logique d'emploi de l'outil informatique. Ceci permet de tirer profit des algorithmes déjà connus dans le but d'élaborer des programmes nous permettant l'analyse des structures électromagnétiques choisies. Ces programmes offrent une flexibilité de changement et d'enrichissement permettant de gagner en matière de précision, rapidité et compréhension des phénomènes observées.

1 INTRODUCTION AUX METAMATERIAUX

1.1 Introduction

Le domaine des métamatériaux constitue un champ très attirant pour la communauté scientifique internationale. Les métamatériaux ne cessent d'avoir un rôle prometteur dans le développement scientifique et technologique englobant plusieurs domaines tels que les télécommunications, les systèmes Radar, la microélectronique, l'imagerie médicale etc. Cependant, une définition stricte des métamatériaux reste un champ ouvert du moment où leur développement a un impact sur leur définition même!

De manière générale, les métamatériaux peuvent être définis comme étant des matériaux artificiels permettant d'avoir des propriétés électromagnétiques que la matière, à son état naturel, ne présente pas. Quelques chercheurs les définissent comme des structures périodiques avec une période spatiale largement inférieure à la longueur d'onde les traversant. Cette condition permet de voir les *impuretés* introduites dans les diélectriques comme étant des *molécules artificielles* agissant de manière spéciale et simultanée sur l'onde électromagnétique traversant le milieu considéré. C'est à partir de ce principe que l'on parle de paramètres *effectifs* du matériau résultant (permittivité électrique, perméabilité magnétique, indice de réfraction). Cette définition est en relation directe avec les travaux réalisés dans le domaine des micro-ondes sur les diélectriques artificiels durant les années 50 et 60. Cependant cette limitation des dimensions est levée dans les travaux concernant les cristaux photoniques considérés également comme une gamme des métamatériaux.

1.1.1 Veselago et les Milieux à Main Gauche (Ang- LHM: Left Handed Medium)

Les travaux de *Viktor Veselago* sur les matériaux à main gauche ont eu lieu dans les années 60. Il propose l'existence d'un milieu ayant des valeurs négatives de la permittivité électrique ϵ et de la perméabilité magnétique μ simultanément [1]. Il a confirmé la possibilité de décrire, à travers les équations de *Maxwell*, la propagation des ondes électromagnétique dans un tel milieu à travers trois vecteurs formant un trièdre gauche (contrairement au trièdre directe formé avec la main droite, celui-ci est formé de la même manière mais avec la main gauche). Les trois vecteurs sont respectivement le champ électrique noté \vec{E} , le champ magnétique noté \vec{H} , et le vecteur d'onde noté \vec{k} .

La Figure 1.1 illustre la disposition de ces vecteurs dans un milieu ordinaire (dit à main droite noté *RHM: Ang- Right Handed Medium*) et un autre à main gauche. On note que \vec{S} est le vecteur de *Poynting* indiquant le sens de propagation de l'énergie électromagnétique.

Nous remarquons que le vecteur de *Poynting* garde la même orientation tandis que le vecteur \vec{k} prend le sens inverse; ce qui donne l'idée de parler des ondes subissant une *rétro-propagation*. C'est cette vision qui incite quelques auteurs à nommer les milieux à main gauche *Milieux à Rétro-Propagation (Ang- Backward Wave Media)* ([2]).

Il importe de noter que l'idée de *Veselago* limitée à une dimension n'est pas une nouveauté ([3], [4] et [5]) mais son apport concerne les structures 2-D et 3-D matérialisées par des milieux homogènes et isotropes constituant des *milieux à main gauche* et possédant un *indice de réfraction négatif*. Ceci se fait en prenant la racine négative du produit $\mu\epsilon$ comme valeur de cet indice noté n ($n = -\sqrt{\epsilon\mu}$).

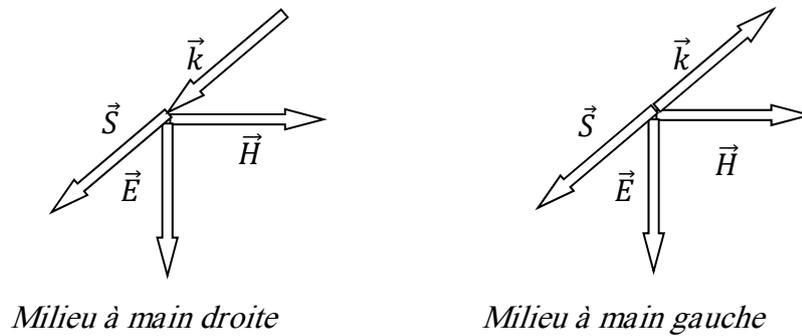


Figure 1.1 Disposition des vecteurs $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ et \vec{k} dans des milieux *RHM* et *LHM*

Si une onde plane se propage dans un *milieu à main droite* et arrive à une interface *RHM/LHM*, la loi de **Snell** se trouve inversée conduisant au phénomène de la réfraction négative (phénomène inexistant dans des matériaux disponibles dans la nature d'où le préfixe *méta* signifiant en Grecque: *au-delà* ou *après* dans l'appellation *métamatériau*).

1.1.2 Réfraction négative au niveau d'une interface plane

La réfraction négative peut être expliquée en prenant une onde plane se propageant dans un milieu *RHM* noté M_1 (ayant pour vecteur d'onde \vec{k}_1) et subissant une incidence oblique sur une interface plane avec un autre milieu M_2 , non encore défini, et dont le vecteur d'onde est \vec{k}_2 comme l'indique la Figure 1.2. L'onde est donc réfractée dans le milieu M_2 .

L'égalité des composantes tangentielles des vecteurs d'onde des deux milieux est imposée par les lois de conservation du moment de l'onde. Cette propriété se traduit comme suit

$$k_{t1} = k_{t2}$$

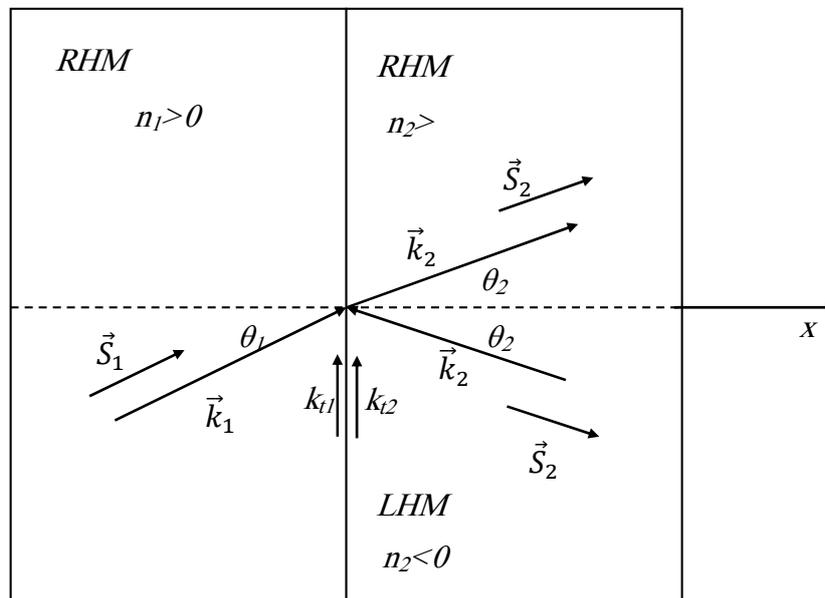


Figure 1.2 Incidence oblique d'une onde plane sur une interface plane.

a- Interface *RHM/RHM*. b- Interface *RHM//LHM*.

Du point de vue mathématique, les composantes normales des deux vecteurs ont le même sens (*cas (a)*) ou deux sens opposés (*cas(b)*). Les composantes normales des vecteurs de **Poynting** doivent être dirigées dans le sens des x positifs du moment où le sens de propagation de l'énergie électromagnétique doit être unique.

Finalement, l'onde réfractée dans le milieu M_2 (cas LHM) va se propager en respectant le transfert de la puissance électromagnétique dans le sens des phases positives, ce qui se traduit par la propagation sous un angle θ_2 négatif.

1.1.3 Lentilles plates

Partant de l'idée de la réfraction négative, plusieurs applications ont été envisagées dans multiples domaines. Parmi ces applications, nous pouvons citer "la lentille plate" proposée par *Veselago*. Cette lentille permet de manipuler les rayons la traversant sans avoir un axe optique comme l'impose l'optique physique pour les lentilles ordinaires. Cette idée est illustrée par la Figure 1.3.

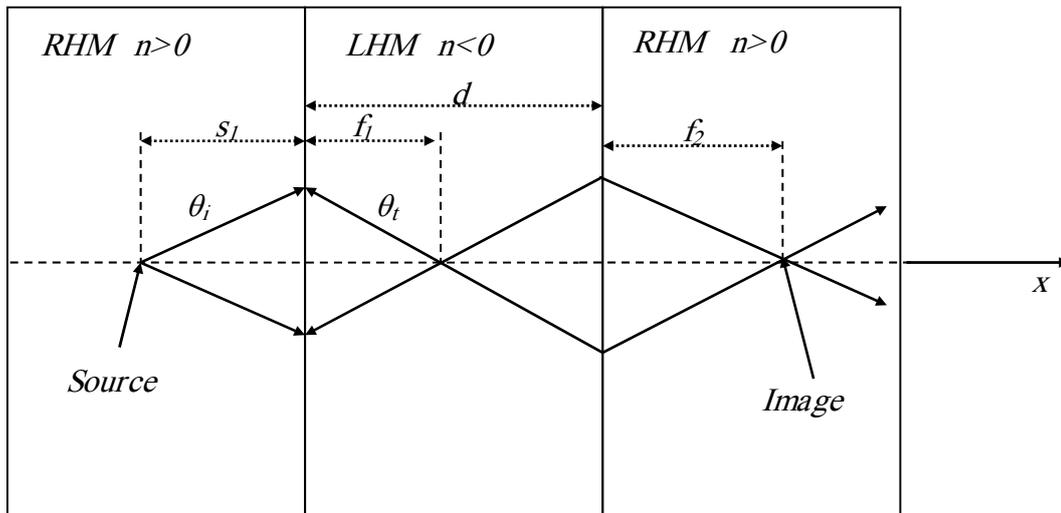


Figure 1.3 Concentration des rayons par une lentille plate [1].

Si on choisit que le milieu RHM soit d'indice de réfraction $n=1$, et que le milieu LHM soit d'indice de réfraction $n=-1$, nous aurons l'égalité des angles d'incidence et de transmission. Ceci entraîne l'égalité vérifiée par les distances suivante

$$d = s_1 + f_2$$

1.2 Fondements théoriques

1.2.1 Diélectriques artificiels

Dans les diélectriques disponibles dans la nature, l'interaction locale du champ électromagnétique avec les atomes et les molécules se traduit à l'échelle macroscopique par les notions de permittivité électrique et perméabilité magnétique. Ces paramètres constitutifs n'ont de sens que si les molécules présentent un certain arrangement spatial et la longueur d'onde du champ appliqué est suffisamment grande comparée aux dimensions des cellules des atomes/molécules.

Prenant ces conditions en compte, n'importe quel comportement requis de la matière devrait faire intervenir des processus au niveau atomique/moléculaire, ce qui constitue une tâche difficile. L'autre solution est de considérer des longueurs d'ondes permettant d'apporter des changements à la matière en incorporant des obstacles de dimensions plus accessibles (cas des fréquences radio et des fréquences micro-ondes). Pour des longueurs d'ondes assez grandes comparées aux dimensions d'une cellule unitaire d'un réseau d'obstacles donné, l'ensemble (diélectrique/obstacle) aura un comportement d'un milieu *homogène* ayant des valeurs *effectives* des paramètres constitutifs représentant l'interaction avec champ électromagnétique appliqué.

Le terme "*diélectriques artificiels*" fut introduit en premier par **Winston E. Kock** en l'année 1948 [6] où l'objectif était d'obtenir des structures optimisées en termes de poids et des pertes. Ses premiers travaux consistaient à la substitution de diélectriques de grandes dimensions par

des lentilles métalliques comprenant des plaquettes conductrices dans le domaine des antennes ([7], [8]).

Les lentilles métalliques de **Kock** permettaient d'obtenir des ondes en avance de phase par rapport à celles se propageant dans l'espace libre. A des longueurs d'onde plus grandes, ces lentilles se comportent comme des milieux ayant un indice de réfraction *effectif* positif inférieur à l'unité. Ce n'est que peu après que **Kock** réalisa que ses lentilles appartenaient à une catégorie de matériaux plus vaste permettant d'avoir un comportement électromagnétique spécial pour certaines plages de fréquence.

La volonté de réaliser des lentilles à retard de phase a poussé **Kock** à établir plusieurs analogies entre la réponse de ses lentilles et les lois d'électromagnétisme régissant les milieux diélectriques naturels. Il nota d'abord qu'il n'était possible d'obtenir les caractéristiques de réfraction d'un matériau diélectrique artificiel que si la longueur d'onde est suffisamment grande comparée à la distance entre les obstacles inclus dans le diélectrique. Ayant cette condition vérifiée, il observa que les perturbations périodiques de l'onde électromagnétique diminuaient avec l'augmentation de la longueur d'onde permettant la définition de paramètres constitutifs *effectifs* du milieu artificiel. Les éléments conducteurs se comportaient comme des dipôles électriques sous l'influence d'un champ électromagnétique appliqué, donnant ainsi naissance à un moment dipolaire non nul. Ceci peut être décrit par un effet capacitif et modélisé par une permittivité électrique relative supérieure à l'unité. Dans le domaine des fréquences élevées, **Kock** a constaté une diminution de pénétration des lignes de champ magnétique suite à l'apparition des courants surfaciques sur les conducteurs; ce qui occasionne une condensation du champ magnétique (perçu comme un changement d'inductance). Les travaux de **Kock** impliquant des conducteurs de formes variées (lignes, sphères et disques) ont montré bien d'autres phénomènes tels que la diffraction, l'anisotropie et la dispersion fréquentielle.

Les diélectriques artificiels sont également en relation avec les cristaux photoniques, pour lesquels l'indice de réfraction change périodiquement dans l'objectif d'assurer des bandes de fréquence interdites et ce pour des angles d'incidence donnés. Une description détaillée des diélectriques artificiels est présentée par **Collin** [9].

1.2.2 La permittivité électrique négative

Il est connu que les plasmas ont une permittivité électrique qui est fonction de la fréquence et qui peut atteindre des valeurs négatives pour des fréquences en dessous d'une certaine valeur f_p (fréquence de plasma), ce qui engendre une constante de propagation imaginaire. Cette fréquence ressemble au cas où un mode est interdit dans un guide d'onde particulier au niveau duquel, en dessous d'une certaine fréquence, le milieu est considéré comme étant l'espace libre possédant des inductances comme constaté par **R. N. Bracewell** [10] en 1954.

L'idée de modéliser les plasmas par les diélectriques artificiels était examinée en 1962 par **Walter Rotman** [11]. Il a considéré les diélectriques artificiels de **Kock** et utilisé la théorie d'analyse des circuits micro-ondes périodiques afin de déterminer leur caractéristiques de dispersion. Pourtant, son analyse ne considérait pas la permittivité électrique de manière explicite mais pris en compte l'indice de réfraction. **Rotman** nota qu'un plasma électrique isotrope pourrait être modélisé par un milieu ayant un indice de réfraction inférieur à l'unité, supposant que sa perméabilité magnétique soit proche de celle de l'espace libre. Par conséquent, les milieux à sphères et à disques étaient éliminés du moment où ces obstacles auxquels le champ électrique est transverse occasionnent une réponse diamagnétique du milieu *effectif*. Ceci n'a laissé donc comme candidats que les milieux contenant des barreaux ou des rubans conducteurs qui sont constitués de fins barreaux ou fils conducteurs orientés dans la direction du champ électrique incident. L'évolution de la réponse de ce milieu avec la fréquence a montré alors qu'il pouvait se comporter comme un plasma.

L'idée de la permittivité électrique négative était implicite dans ces travaux mais ce n'était qu'après environ deux décennies que le "*diélectrique à barreaux*" ou "*diélectrique à fils*" de

Rotman fut redécouvert. Il était enfin expliqué comment un tel milieu pouvait ressembler à un plasma.

Il est évident que la construction de n'importe quelle structure électromagnétique soit basée sur des composants métalliques. Les métaux peuvent être considérés comme des plasmas du moment où ils sont assimilables à un "gaz" ionisé d'électrons libres. Au-dessous de leur fréquence de plasma, les métaux ont des valeurs négatives de la partie réelle de leur permittivité électrique mais la fréquence de plasma pour les métaux rentre dans le domaine des fréquences de l'ultraviolet du spectre de fréquence électromagnétique (domaine où la longueur d'onde est extrêmement petite). Ceci constitue une barrière pour la construction de diélectriques artificiels dans le domaine des micro-ondes.

Cette question était étudiée par **Pendry et al.**[12] et parallèlement par **Sievenpiper et al.**[13]. En effet, ils ont proposé la même structure que **Rotman** (des fils conducteurs fins rangé périodiquement dans l'espace) mais avec un autre point de vue. Vu la faible section des fils conducteurs, la concentration *effective* des électrons est réduite ce qui permet de diminuer la fréquence de plasma en la rendant de l'ordre des *Gigahertz* (Figure 1.4).

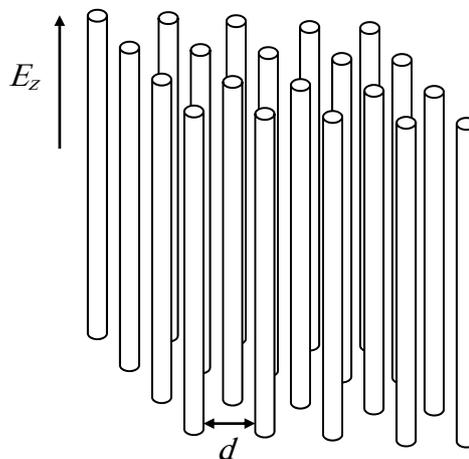


Figure 1.4 Diélectrique artificiel fabriqué à l'aide de fils conducteurs ayant une permittivité électrique négative.

1.2.3 La perméabilité magnétique négative

Avant d'éliminer la possibilité d'avoir des milieux ayant des valeurs négatives de leurs perméabilités magnétiques à l'aide de matériaux naturels et isotropes, **Veselago** envisagea la nature d'une telle structure. Il imagina un gaz de *charges magnétiques* ayant une fréquence de plasma magnétique au-dessous de laquelle la perméabilité magnétique aurait des valeurs négatives. L'obstacle à cette idée était alors de trouver la particule *réelle* qui vérifie cette condition: l'hypothétique *charge magnétique*. Il importe de noter que **Rotman** et **Pendry**, dans leurs efforts de synthétiser un milieu ayant une permittivité électrique *effective* négative, se sont basés sur les analogies que leurs structures partagent avec l'électromagnétisme des substances naturelles. En effet, et comme reconnu par **Veselago** lui-même [1], il est encore plus difficile de synthétiser une structure isotrope avec une perméabilité magnétique négative pour laquelle aucune structure décrite par l'électromagnétisme n'ait existé.

En 1999, **Pendry et al.**[14] ont déclaré avoir fabriqué des microstructures de matériaux artificiels présentant de nouvelles propriétés magnétiques. Le travail a commencé par le développement d'expressions de propriétés magnétiques relatives aux matériaux comprenant des fils conducteurs. Les champs et les courants étaient orientés selon l'axe de ces fils conducteurs. Ce travail montre alors que ce genre de matériau était diamagnétique et que la perméabilité magnétique approchait celle de l'espace libre au fur et à mesure que le rayon des fils conducteurs diminue. Une conclusion attendue dans le cas d'un simple diélectrique artificiel [9]. Cependant, en donnant aux cylindres conducteurs une forme d'un assemblage de

deux plaques conductrices parallèles (Figure 1.5) *Pendry et al.* remarquent alors un comportement différent.

Les Anneaux à Fentes Résonnants (*Ang-Split Ring Resonator* ou *SRR*) résultants donnent naissance à des champs électriques intenses dus aux valeurs élevées des capacités entre les anneaux. De plus, même en présence d'ouvertures au niveau des anneaux, des courants circulent en la présence de champs magnétiques dirigés selon l'axe normal au plan des *SRRs*. Cet effet capacitif, conjugué à l'inductance de la structure cylindrique donne naissance à une réponse avec résonnance caractérisée par une perméabilité relative *effective* d'une forme donné par l'équation

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\pi r^2 / a^2}{1 - \frac{2lj\rho}{\omega r \mu_0} - \frac{3l}{\pi^2 \mu_0 \omega^2 C r^3}} \quad (1.1)$$

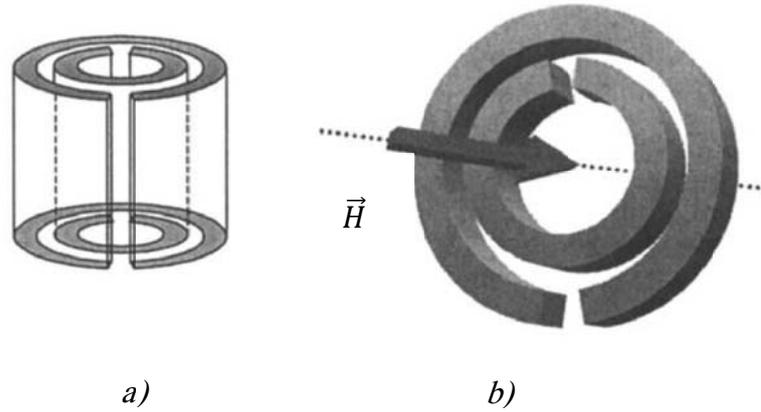


Figure 1.5 Anneaux coupés résonnants (*SRR*).

a- Forme cylindrique ; b- Forme planaire.

r : rayon du *SRR*.

a : distance entre *SRRs* appartenant à un même plan.

l : distance entre deux plans adjacents.

ρ : pertes par résistivité dans les feuilles métalliques.

C : capacitance entre les feuilles métalliques.

Il devient clair à partir de l'expression de μ_{eff} qu'un milieu artificiel composé de *SRRs* puisse présenter des valeurs élevées de perméabilité magnétique *effective* dans le voisinage de la fréquence de résonnance. Ces valeurs sont limitées par les pertes résistives. Cette fréquence de résonnance est donnée par l'équation

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3l}{\pi^2 \mu_0 C r^3}} \quad (1.2)$$

Cependant, μ_{eff} possède une autre caractéristique lorsque $\rho \rightarrow 0$. Elle peut prendre des valeurs négatives si le second terme de l'équation (1.1) est supérieur à l'unité. Cela se traduit par une pulsation de plasma magnétique ω_{pm} donné par l'équation

$$\omega_{mp} = \sqrt{\frac{3l}{\pi^2 \mu_0 C r^3 (1 - \frac{\pi r^2}{a^2})}} \quad (1.3)$$

Le terme $\pi r^2 / a^2$ que nous symbolisons par F est la fraction de la surface occupée par l'anneau ou *facteur de remplissage*. Lorsque les *SRRs* sont placés dans l'espace libre, ils agissent comme un filtre coupe bande sur la plage de fréquence étendue entre ω_0 et ω_{pm} permettant l'hypothèse que la perméabilité magnétique soit négative dans cet intervalle. Même si ce

phénomène n'est valable que sur une bande étroite, la fréquence de plasma magnétique se trouve dans une plage de l'ordre des *Gigahertz*. Finalement, bien que composé de matériau non magnétique, l'arrangement de *SRRs* de **Pendry et al.** a permis de simuler un plasma magnétique artificiel, substance hypothétique envisagée par **Veselago**, présentant une perméabilité magnétique *effective* négative dans le domaine des fréquences micro-ondes.

1.2.4 Premier Milieu à main gauche (LHM)

Les travaux de **Pendry et al.** ont mis en évidence deux types de structures électromagnétiques: le diélectrique artificiel formé de barreaux ou fils métalliques reconnue comme étant un plasma diélectrique ayant une permittivité électrique négative, et le milieu avec *SRRs* présentant une perméabilité magnétique *effective* négative pour les fréquences micro-ondes. Le lien avec les travaux de **Veselago** a été vite établi par **Smith et al.** en même temps que **Pendry**. C'est ce groupe de chercheurs qui a réalisé le premier *LHM* composé de fils conducteurs et de *SRRs* [15]-[17].

Les *SRRs* ont été fabriqués sous forme planaire sur des substrats de fibres de verre. Les différentes plaques ont été assemblées pour former des arrangements périodiques 3-D. Cet arrangement était caractérisé de deux manières différentes: en premier, à l'aide de simulations numériques puis directement à partir des mesures en une et deux dimensions confirmant ainsi, que le milieu *SRR* présente une perméabilité magnétique *effective* négative pour un champ magnétique orienté selon la normale par rapport au plan du *SRR*.

Cependant, le fait que le milieu *SRR* opérant en espace libre agisse comme un filtre coupe-bande au voisinage de la fréquence de résonance ne signifiait pas systématiquement que la perméabilité magnétique était négative du moment où ce milieu présente, en plus de sa réponse magnétique, une réponse électrique ([18] et [19]).

L'idée adoptée par **Smith et al.** était d'insérer l'arrangement de *SRRs* dans un milieu de fils imprimés supposé présenter une permittivité électrique négative pour des fréquences en dessous de sa fréquence de plasma *effective*. Leurs simulations et mesures indiquaient alors une bande de fréquence étendue entre la fréquence de résonance et la fréquence de plasma magnétique des *SRRs* proposés par **Pendry** et pour laquelle la propagation eut lieu. Ce dernier constat laissait suggérer alors que le milieu *SRR* a effectivement présenté une perméabilité magnétique *effective* négative [20].

Plus attirante encore cette région de propagation où le milieu composite *fils/SRRs* présente des valeurs négatives de la permittivité électrique, et de la perméabilité magnétique (*effectives* bien entendu), signe du *Milieu à Main Gauche (Ang- Left Handedness)*.

Il importe de noter que **Smith et al.** ont fait usage d'expressions de μ_{eff} différentes de celle de l'équation (1.1), assurant que la perméabilité relative *effective* approche l'unité pour la limite infinie de la fréquence. Les expressions des deux paramètres sont données par

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{F\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - j\omega\Gamma} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_{eff} = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega^2} \quad (1.5)$$

En se basant sur ces deux expressions, il a été montré par **Eleftheriades et al.** [21] que le milieu composite de *fils/SRRs* placé en l'espace libre possédait une analogie parfaite avec le modèle de la ligne de transmission *L-C*. La cellule unitaire pour cette ligne de transmission est illustrée par la Figure 1.6.

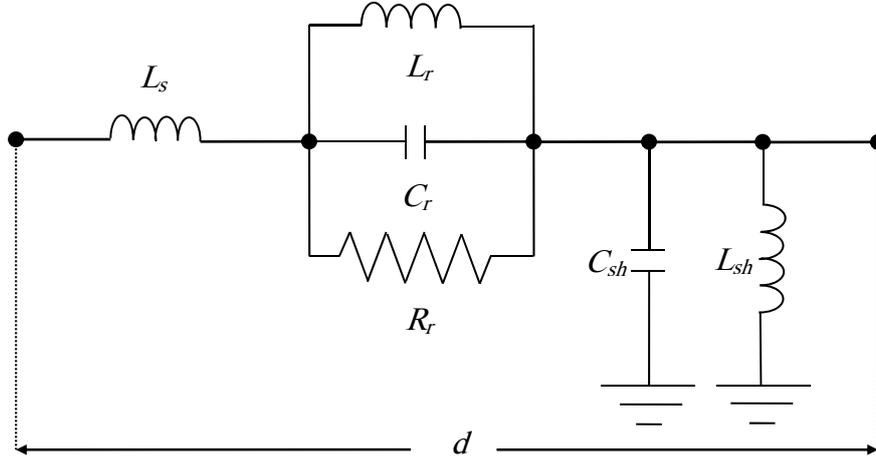


Figure 1.6 Modèle de ligne de transmission pour un milieu *fil*s/SRRs avec $d \ll \lambda$.

Les paramètres constitutifs du vide sont représentés par l'inductance série $L_s = d\mu_0$ (perméabilité) et la capacité parallèle $C_{sh} = d\epsilon_0$ (permittivité). La longueur de la cellule d est supposée très petite devant la longueur d'onde λ .

Le circuit *RLC* de la partie série du modèle représente la réponse résonnante du *SRR*, tandis que l'inductance de la partie parallèle modélise l'effet des fils conducteurs. La constante de propagation complexe de la ligne de transmission équivalente comprenant un nombre infini de cellules montée en cascade est donnée par l'équation

$$\gamma_t = \frac{j\omega}{c} \sqrt{\left[\left(\frac{L_s}{\mu_0 d} \right) - \frac{\frac{L_r}{\omega^2} \frac{1}{L_r C_r}}{\omega^2 \frac{1}{L_r C_r} - \frac{j\omega}{R_r C_r}} \right] \left[\left(\frac{C_{sh}}{\epsilon_0 d} \right) - \frac{1}{\epsilon_0 \omega^2 L_{sh} d} \right]} \quad (1.6)$$

Une comparaison de l'expression donnée par l'équation (1.6) et le produit des expressions (1.4) et (1.5) met en évidence l'interprétation des fréquences de résonance des *SRR*s et des fils conducteurs

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} \quad (1.7)$$

$$\omega_{mp} = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} \sqrt{1 + F} \quad (1.8)$$

$$\omega_{ep} = \frac{1}{\sqrt{L_{sh} C_{sh}}} \quad (1.9)$$

où F est le facteur de remplissage.

Une fois la propagation de l'onde est démontrée en vérifiant que la permittivité électrique et la perméabilité magnétique *effectives* sont simultanément négatives, il reste de soumettre le milieu composite proposé à l'expérience afin de vérifier si son indice de réfraction *effectif* est négatif comme fut proposé bien avant par **Veselago**.

En effet, **Smith et al.** ([22]) ont vérifié le phénomène de réfraction négative en utilisant un milieu composite de fils/*SRR*s possédant bien un indice de réfraction négatif. Il s'est agi, en fait, des *SRR*s de forme carrée imprimés sur un substrat de fibre de verre qui ont été couplés à des fils imprimés sur l'autre côté du substrat. Les différentes pièces ont été assemblées en un réseau périodique dans l'espace dans deux plans perpendiculaire comme indiqué par la Figure 1.7.

Les anneaux *SRR*s étaient conçus pour avoir une résonance autour de la fréquence 10.5 GHz , ou la réponse passe bande *LHM* avait déjà été observée. Le modèle fut illuminé par une onde de fréquence de 10.5 GHz avec un angle d'incidence de 18.43° . Un capteur micro-onde balayait l'azimut autour du point d'excitation au niveau du plan d'incidence.

Un échantillon de Téflon servait de milieu de vérification permis d'obtenir un angle de réfraction *positif* de 27° ; ce qui correspond à un indice de réfraction de 1.4 (valeur exacte de l'indice de réfraction du Téflon).

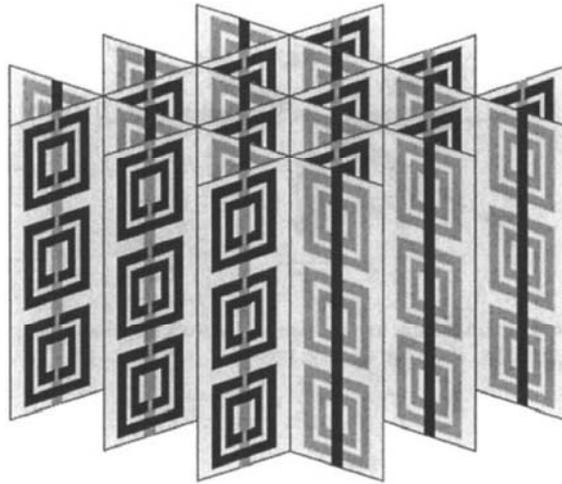


Figure 1.7 Métamatériau à base de fils/SRR avec un indice de réfraction négatif.

L'expérience est ensuite faite avec l'échantillon de métamatériau composé de fils/SRRs. Le même faisceau sortant fut détecté avec un angle de -61° . Cette valeur indique, à travers la loi de *Snell* que l'indice de réfraction du milieu étudié est de valeur *effective* négative de -2.7 .

Résonnant à une fréquence de 10.5 GHz , le milieu fils/SRR présenta une largeur de bande approchant 500 MHz (correspondant à la valeur de 5%) au sein de laquelle l'indice de réfraction est maintenu négatif. Ces résultats étaient alors en bonne concordance avec les produits des valeurs des paramètres calculés (paramètres des fils et ceux des SRRs).

1.2.5 Conclusion sur la nomenclature

La littérature disponible couvrant le sujet des métamatériaux utilise plusieurs termes pour les décrire, et mettre en évidence leurs caractéristiques particulières. Ils sont dit *Matériaux à Main Gauche*, ce qui donne une description de la disposition des vecteurs $\vec{E}, \vec{H},$ et \vec{k} (contrairement aux matériaux ordinaires où l'on a les trois vecteurs décrivant l'onde électromagnétique $\vec{E}, \vec{H},$ et \vec{k} qui forment un trièdre directe pouvant être représenté par les doigts de la main droite).

Le terme indice de réfraction négatif, comme déjà évoqué, signifie que le milieu possède un indice de réfraction négatif. Indiquant que la loi de *Snell* est inversée et que l'angle de transmission est négatif lors d'une incidence oblique sur un plan séparant un milieu ordinaire d'un milieu à *main gauche*.

La notion de *l'onde inversée* se voit justifiée par le fait que l'onde transmise d'un milieu *RHM* vers un milieu *LHM* possède un vecteur d'onde normal inversé et donc plus on avance dans le milieu *LHM* et plus on est en avance de phase. L'évolution de la phase prend donc le sens inverse de celui de la propagation de la puissance électromagnétique.

Le dernier terme que nous allons considérer est également intuitif ([23]). *Milieu Doublement Négatif (Ang- Double-Negative Medium ou DNM)*. Ceci est justifié tout simplement par le fait que les valeurs *effectives* de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique soient simultanément négatives.

Nous devons être convaincus que ces nominations sont équivalentes du moment où les notions à lesquelles elles font référence sont plus au moins implicites dans l'une ou l'autre des définitions. Elles restent donc complémentaires et non contradictoires.

1.3 Théorie de la ligne de transmission appliquée aux *LHM*

L'une des étapes cruciales de l'étude portant sur les milieux artificiels (parmi lesquels les *LHM*) consiste à établir des analogies éclaircissantes avec les milieux naturels. Ces milieux artificiels sont composés d'obstacles électromagnétiques rangés périodiquement dans l'espace (par analogie aux atomes et molécules dans une structure cristalline).

A des longueurs d'onde de l'ordre des dimensions des arrangements, ses structures occasionnent le phénomène de diffraction (tout comme les solides) tandis qu'à des longueurs d'ondes plus grandes, un indice de réfraction *effectif* peut être défini. Nous devons nous rappeler que la notion de milieu discret ou continu est relative et dépend de l'échelle à laquelle est considéré le milieu que ce soit un milieu *naturel* ou *artificiel*. Ce fait est la raison centrale pour laquelle les diélectriques artificiels sont étudiés et caractérisés en utilisant les mêmes méthodes déjà adoptées pour les milieux naturels.

Par exemple, les recherches concernant cette classe de matériau avait commencé par la détermination de la polarisabilité électrique et la magnétisation de l'obstacle suivie de l'application de la théorie de **Lorentz** pour les diélectriques. Ou au contraire, les étudier, du point de vue macroscopique, comme des problèmes de diffraction.

Bien que rigoureuses, les méthodes d'analyse citées ci-dessus ne donnent pas une idée claire en ce qui concerne la synthèse d'un milieu artificiel en ciblant des valeurs spécifiques de ses paramètres *effectifs* laissant de côté les paramètres liés aux métamatériaux à indice de réfraction négatif.

Pour ce faire, le modèle de la ligne de transmission est considéré. Il présente le milieu naturel, dans le cas planaire, comme un réseau distribué comprenant des éléments passifs : inductances et capacités. (Figure 1.8).

Cette approche permet de modéliser la matière du point de vue discret à travers la discrétisation des équations de **Maxwell** dans le domaine spatial. Ceci se traduit par la considération de cellules unitaires pour lesquelles les composantes du champ électromagnétique sont considérées comme étant des grandeurs quasi-statiques. Les impédances et admittances dans la cellule 2-D de la Figure 1.8 sont alors déterminées en adoptant cette démarche.

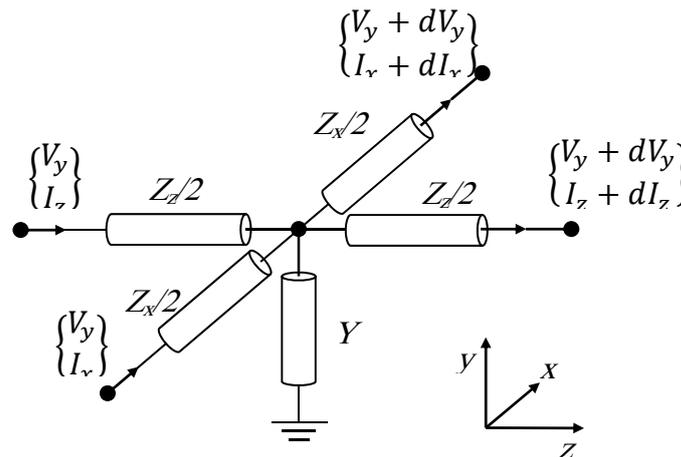


Figure 1.8 Cellule unitaire du modèle de ligne de transmission avec éléments distribués (milieu plan homogène).

Nous commençons par écrire les équations de **Maxwell** dans le domaine fréquentiel en supposant une variation temporelle harmonique du champ électromagnétique

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (\text{Loi de Faraday-Maxwell}) \quad (1.10)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} \quad (\text{Loi d'Ampère-Maxwell}) \quad (1.11)$$

Dans un milieu isotrope et homogène les deux équations précédentes sont complétées par les relations constitutives suivantes

$$\vec{B} = \mu(\omega)\vec{H} \quad (1.12)$$

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega)\vec{E} \quad (1.13)$$

Les paramètres permittivité électrique et perméabilité magnétique dépendent, dans le cas général, de la fréquence (cas des milieux dispersifs).

Nous supposons par la suite un certain volume élémentaire de l'espace représenté par une cellule 3-D de dimensions Δ_x , Δ_y et Δ_z comme indiqué sur la Figure 1.9.

Les dimensions de cette cellule sont supposées suffisamment petites comparés à la longueur d'onde du champ y régnant. Dans le but de considérer le cas planaire, nous supposons qu'il n'y a pas de variation selon y (géométrie planaire fine : $\partial/\partial y \rightarrow 0$). L'interaction de la géométrie choisie avec un champ électromagnétique peut être, ainsi, décrite par une combinaison de mode *TE* et *TM*.

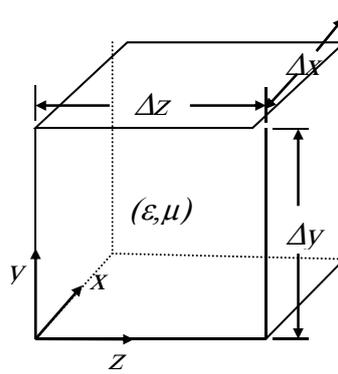


Figure 1.9 Cellule unitaire 3-D dans laquelle le champ est quasi-statique.

La modélisation des diélectriques par la théorie des circuits distribués pour le cas quasi-*TM_y* implique que les composantes dominantes E_y , H_x , et H_z soient liées par les relations suivantes

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu(\omega)H_z \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu(\omega)H_x \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon(\omega)E_y \quad (1.16)$$

La discrétisation spatiale des équations de *Maxwell* dans le cube élémentaire de la Figure 1.9 nous donne les expressions suivantes

$$E_y(x_0 + \Delta x, z_0) - E_y(x_0, z_0) = -j\omega\mu(\omega)H_z\Delta x \quad (1.17)$$

$$E_y(x_0, z_0 + \Delta z) - E_y(x_0, z_0) = j\omega\mu(\omega)H_x\Delta z \quad (1.18)$$

et

$$[H_x(x_0, z_0 + \Delta z) - H_x(x_0, z_0)]\Delta x - [H_z(x_0 + \Delta x, z_0) - H_z(x_0, z_0)]\Delta z = j\omega\varepsilon(\omega)E_y\Delta x\Delta z \quad (1.19)$$

Pour appliquer la théorie des circuits distribués, nous définissons la différence de potentiel et l'intensité de courant électrique à partir du champ électromagnétique comme suit

$$V_{a'} - V_a = -\int_a^{a'} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.20)$$

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (1.21)$$

a et a' étant deux point de l'espace reliant le bas et le haut de la structure et C est un contour fermé judicieusement choisi entourant juste la face haute ou basse du cube élémentaire.

Sous l'hypothèse que les champs sont quasi-statiques, et que la face inférieure du cube représente la référence du potentiel, les intégrales se réduisent aux produits suivants

$$V_y = E_y \cdot \Delta y, I_z = -H_x \cdot \Delta x \text{ et } I_x = H_z \cdot \Delta z$$

Nous définissons, par la suite, les impédances impliquées dans le calcul comme suit

$$Z_x = j\omega\mu(\omega)\Delta x\Delta y/\Delta z \quad (1.22)$$

$$Z_z = j\omega\mu(\omega)\Delta y\Delta z/\Delta x \quad (1.23)$$

$$Y = j\omega\varepsilon(\omega)\Delta x\Delta z/\Delta y \quad (1.24)$$

Tenant compte de (1.22)-(1.24) les expressions (1.17)-(1.19) donnent

$$V_y(x_0 + \Delta x, z_0) - V_y(x_0, z_0) = -Z_x I_x \quad (1.25-a)$$

$$V_y(x_0, z_0 + \Delta z) - V_y(x_0, z_0) = -Z_z I_z \quad (1.25-b)$$

et

$$[I_z(x_0, z_0 + \Delta z) - I_z(x_0, z_0)] + [I_x(x_0 + \Delta x, z_0) - I_x(x_0, z_0)] = -Y V_y(x_0, z_0) \quad (1.26)$$

La première (resp seconde) équation signifie que la différence de potentiel entre la face avant et la face arrière (resp droite et gauche) est le résultat de la circulation d'une intensité de courant électrique à travers une impédance *effective* Z_x (resp Z_z). De même, l'équation (1.26) indique que la différence de potentiel entre les faces du haut et du bas du cube élémentaire est le résultat de la circulation d'une intensité de courant électrique à travers l'admittance Y . Ces équations ne sont rien d'autre que la représentation 2-D de l'équation des *télégraphistes*. Elles représentent également les lois de **Kirchoff** pour le modèle en éléments localisés par unité de longueur relatives à une cellule unitaire de la ligne de transmission symétrique illustrée par la Figure 1.8.

Il est évident que, pour une fréquence correspondant à une pulsation donnée ($\omega = \omega_0$), les impédances et l'admittance seront respectivement

$$Z_x = j\omega_0\mu(\omega_0)\Delta x\Delta y/\Delta z$$

$$Z_z = j\omega_0\mu(\omega_0)\Delta y\Delta z/\Delta x$$

$$Y = j\omega_0\varepsilon(\omega_0)\Delta x\Delta z/\Delta y$$

La Figure 1.10 montre alors comment sont disposés les courants électriques ainsi que la différence de potentiel au niveau du cube élémentaire.

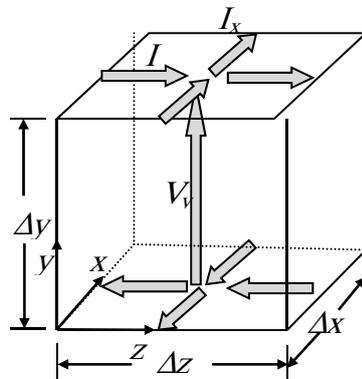


Figure 1.10 Disposition des courants électriques et de la différence de potentiel dans la cellule élémentaire.

La présence d'un champ électrique normal à la surface $\Delta x \Delta z$ le long de la distance Δy est assimilé à une capacité d'armatures plates remplie avec un diélectrique ayant pour paramètres constitutifs $\varepsilon(\omega_0)$ et $\mu(\omega_0)$ et dont la valeur est donnée par

$$C = \varepsilon(\omega_0) \Delta x \Delta z / \Delta y \quad (1.27)$$

De même, la présence d'un champ magnétique quasi-statique implique l'apparition de courant électrique dans le sens opposé au niveau des plaques parallèles et dont la contribution du flux est à travers la surface $\Delta y \Delta z$ pour le courant parcourant la distance Δx et à travers $\Delta y \Delta x$ pour le courant parcourant la distance Δz . Ceci mène à calculer l'inductance

$$L_x = \mu(\omega_0) \Delta x \Delta y / \Delta z \quad (\text{selon } \Delta x) \quad (1.28)$$

$$L_z = \mu(\omega_0) \Delta z \Delta y / \Delta x \quad (\text{selon } \Delta z) \quad (1.29)$$

L'importance de la capacité et des inductances distribuées figure clairement dans les expressions (1.27)-(1.29). En effet, elles dépendent de la fréquence (et donc de la pulsation) et sont égales, à des constantes près, aux paramètres constitutifs qui sont $\varepsilon(\omega_0)$ et $\mu(\omega_0)$.

Pour un milieu isotrope, et lorsque la cellule unitaire est de dimensions infiniment petites (suffisamment petites comparées à la longueur d'onde), la capacité et l'inductance (toutes deux distribuées évidemment) sont égales aux paramètres constitutifs respectifs.

Finalement, n'importe quel milieu isolant, sans pertes et homogène peut être modélisé, pour $\omega = \omega_0$, par des cellules unitaires ne comprenant que des inductances et des capacités distribuées. Ces grandeurs par unité de longueur sont bien égales aux paramètres constitutifs du matériau considéré.

Partant de l'hypothèse d'une cellule unitaire isotrope 2-D ($Z = Z_x = Z_z, d = \Delta x = \Delta y = \Delta z$), les expressions précédentes deviennent

$$Z = j\omega\mu(\omega)d \quad (1.30)$$

$$Y = j\omega\varepsilon(\omega)d \quad (1.31)$$

Ceci permet d'écrire les paramètres constitutifs du matériau diélectrique modélisé par la ligne de transmission comme suit

$$\mu(\omega) = \frac{Z(\omega)/d}{j\omega} \quad (1.32)$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{Y(\omega)/d}{j\omega} \quad (1.33)$$

Pour un milieu *naturel* (donc *RHM*) isotrope, non magnétique de permittivité électrique relative ε_r , nous devons avoir, compte tenu de (1.32) et (1.33): $\mu(\omega) = \mu_0$ et $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \varepsilon_0$. L'impédance et l'admittance distribuées seront donc

$$Z = j\omega\mu_0 d \quad \text{et} \quad Y = j\omega\varepsilon_r \varepsilon_0 d$$

Ceci n'est rien d'autre que la représentation d'un milieu 2-D ayant un comportement d'un filtre passe-bas. La cellule unitaire comprend donc des inductances série $L = \mu_0 d$ (H) et une capacité parallèle $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r d$ (F) comme indiqué sur la Figure 1.11.

Les quantités distribuées correspondantes sont respectivement

$$L' = \frac{L}{d} = \mu_0 \quad (H/m)$$

$$C' = \frac{C}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (F/m)$$

qui sont, dans notre cas, réels et positifs. Nous précisons que si nous avons affaire à un milieu avec pertes, nous devons ajouter à notre modèle des résistances en série et des conductances en parallèle.

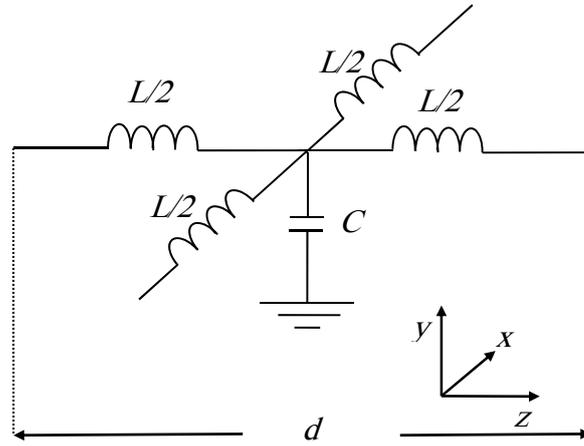


Figure 1.11 Modèle de ligne de transmission 2-D pour un milieu *naturel* avec éléments distribués.

A la limite de la continuité ($d/\lambda \rightarrow 0$), la constante de propagation β correspondante et vérifiant l'équation d'onde suivante

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} + \beta^2 V_y = 0 \quad (1.34-a)$$

$$\text{est } \beta = \pm \sqrt{-ZY} \quad (1.34-b)$$

Cette valeur se réduit, dans notre cas, à la constante de propagation d'une ligne de transmission remplie d'un matériau non magnétique ayant une permittivité électrique relative ϵ_r . Nous avons alors

$$\beta = \pm \sqrt{-ZY} = \omega \sqrt{L'C'} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0} = \omega / v_\phi \quad (1.35)$$

L'équation (1.35) est fonction de la pulsation (et donc de la fréquence). Appelée équation de dispersion. Elle met en évidence la variation de la constante de propagation avec ω . Cette variation est représenté, pour un milieu continu, sur la Figure 1.12.

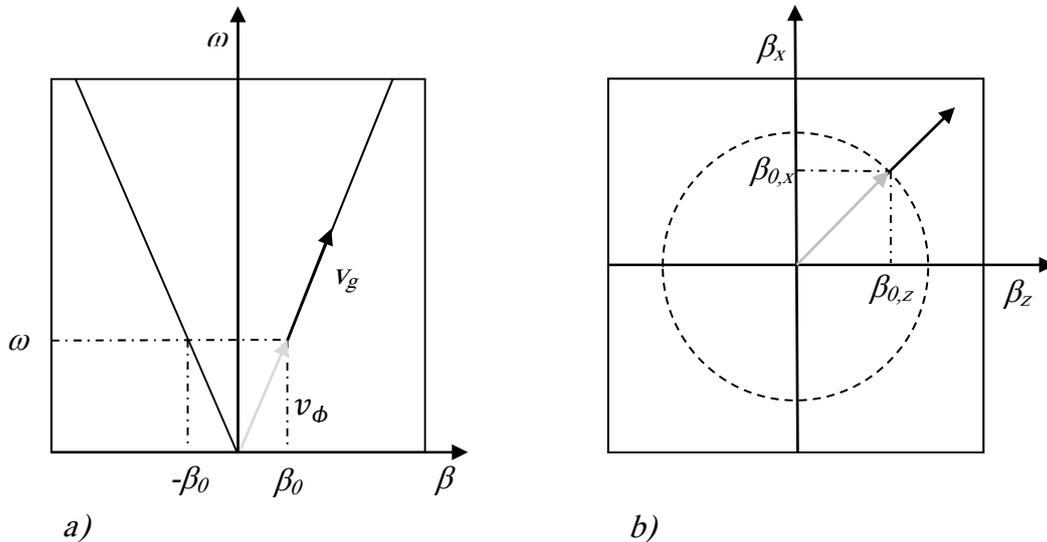


Figure 1.12 Dispersion de la constante de propagation (RHM).

a- β en fonction de ω . b- Surface équipulsation (ou équi fréquence)

La courbe β en fonction de ω (ou ω en fonction de β) illustrée par la figure 1.12-a montre comment évolue la constante de propagation avec la pulsation pour une direction donnée dans le plan (Oxz). La figure 1.12-b nous renseigne sur la variation de la constante de propagation en fonction de la direction pour une valeur particulière de la pulsation d'où sa nomination *surface équipulsation* ou *équi fréquence* (**Ang- Equi-Frequency Surface** ou *EFS*).

La première courbe ($\beta - \omega$) donne la valeur de la vitesse de phase v_ϕ ainsi que la vitesse de groupe (notée v_g) dans le milieu étudié tandis que la seconde courbe montre leurs directions respectives.

Quand la cellule unitaire est électriquement infiniment petite, les structures distribuées modélisent un milieu isotrope et le diagramme *EFS* du réseau planaire est circulaire. La vitesse de phase est définie par le rapport $v_\phi = \omega/\beta$ dont la valeur est déduite de la tangente de la ligne tracée à partir de l'origine et passant par le point (ω_0, β_0) de la courbe $\omega - \beta$. Sa direction est donnée par la ligne allant de l'origine au point $(\beta_{0,x}, \beta_{0,z})$ de la courbe *isopulsation*.

La vitesse de groupe v_g est définie par $v_g = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1}$ qui n'est rien d'autre que la tangente de la courbe $\omega - \beta$ au point (ω_0, β_0) et a pour direction celle du gradient de la courbe *EFS* dans le sens des fréquences croissantes.

Il est clair, en vertu de la Figure 1.12-a que la constante de propagation pour un milieu *RHM* isotrope, modélisé par des inductances série et une capacité parallèle distribuées, soit proportionnelle à la fréquence. De même, la Figure 1.12-b montre que les valeurs de v_ϕ et v_g sont égales (milieu non dispersif) et données par

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}} = \left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right)^{-1} = v_g \quad (1.36)$$

Le signe positif des deux vitesses est conditionné par le choix de la racine positive dans l'équation (1.36). Ce choix est en fait, arbitraire. Sur la courbe $\omega - \beta$, il consiste en le choix entre les deux branches symétriques par rapport à l'axe des ω , ou, de manière équivalente, les points diamétralement opposés sur la courbe *EFS*. Pour éviter la définition de vitesse de groupe négative, nous prenons la solution positive représentant ainsi le sens de propagation de la puissance électromagnétique.

Dans un milieu *RHM*, une vitesse de phase positive signifie que la phase subit des décalages dans le sens de la vitesse de groupe (et donc dans le sens du vecteur de **Poynting**).

L'indice de réfraction, qui est défini comme le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de phase, est positif:

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \frac{\sqrt{L'C'}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_r}. \quad (1.37)$$

L'impédance d'onde du milieu *effectif* est exactement l'impédance caractéristique du circuit distribué pour des dimensions infiniment petites devant la longueur d'onde à savoir

$$\eta_r = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = Z_0 \quad (1.38)$$

Application de la théorie des lignes de transmission dans la synthèse des *LHM*

Il est reconnu que les équations de **Maxwell** peuvent être représentées entièrement par la théorie des circuits. Par conséquent, un milieu *naturel* peut être modélisé par des réseaux de circuits distribués comme l'a fait **G. Kron** [24] en l'année 1944, lorsqu'il a employé la technique de discrétisation des équations de **Maxwell** pour arriver aux lois de **Kirchhoff** liant courants électriques et différences de potentiel dans des circuits en 3-D. **J. R. Whinnery** et **S. Ramo** [25], ont traité des milieux 2-D seulement quatre années après que **W. Kock** ait introduit le terme "*diélectrique artificiel*".

Tenant compte de ces analogies, il paraît possible d'utiliser les mêmes principes pour modéliser un milieu artificiel *LHM*. Partant de l'idée de **Veselago** postulant une permittivité électrique et une perméabilité magnétique négatives, il est possible d'imaginer des éléments de circuits distribués L' et C' négatifs. Du point de vue impédance, proposer une inductance

série et une capacité parallèle négatives ($-j\omega L'd$ et $-j\omega C'd$ respectivement) consiste à permuter leurs rôles. Cela donne alors une capacité série et une inductance parallèle. Nous avons donc un circuit dual (Figure 1.13) à celui de la Figure 1.11.

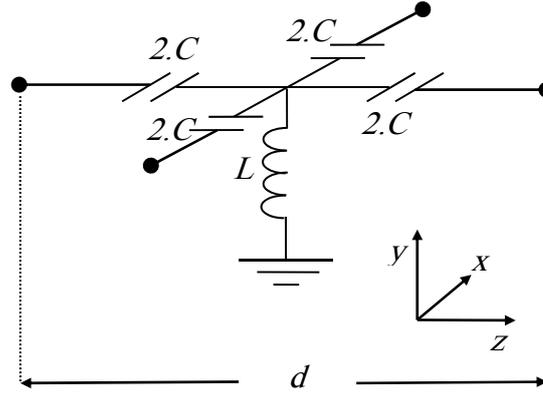


Figure 1.13 Modèle de ligne de transmission 2-D pour un milieu *LHM* avec éléments distribués.

La cellule unitaire proposée est la représentation 2-D d'un milieu *LHM*. Il est clair qu'elle a la structure d'un filtre passe-haut. La permittivité électrique et la perméabilité magnétique *effectives* peuvent toujours être obtenues à partir des expressions (1.32) et (1.33)

$$\mu(\omega) = \frac{1/j\omega Cd}{j\omega} = -\frac{1}{\omega^2 Cd} \quad (1.39)$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{1/j\omega Ld}{j\omega} = -\frac{1}{\omega^2 Ld} \quad (1.40)$$

Contrairement au cas d'un matériau *naturel* (ou *RHM*), les paramètres *effectifs* du circuit *dual* sont bien évidemment *négatifs*. Cependant, ils ne sont plus constants mais fonctions de la pulsation (fréquence). En effet, leur allure dispersives permettent de vérifier que les moyennes temporelles de l'énergie électrique et de l'énergie magnétique emmagasinées dans le milieu sont bien positives (principe de la conservation d'énergie) ([1], [9]).

Finalement, le circuit dual, composé de la capacité série $C'=C.d$ (*F.m*) et de l'inductance parallèle $L'=L.d$ (*H.m*), satisfait les conditions du comportement d'un milieu *LHM*. Cette nouvelle approche pour la modélisation des paramètres *effectifs* d'un milieu *LHM* avec des capacités série et des inductances parallèles a été explorée par **Eleftheriades et al.** ([26] et [27]). En effet, ils ont présenté les expressions déjà exposées ainsi que des résultats de simulation de la réfraction négative pour des arrangement de cellules *L-C* duales aussi bien pour le cas continu ($d/\lambda \rightarrow 0$) que pour des structures périodiques incluant des segments de lignes de transmission de longueur finie. Dans le second cas, il a été démontré que les dimensions de la cellule avaient un impact sur les propriétés de dispersion du modèle. Une lentille plate avec indice de réfraction négatif a été modélisée à l'aide des lignes de transmission et la concentration des faisceaux a été démontrée. Une approche similaire fut suivie par **Caloz et al.** ([28] et [29]) pour étudier le cas d'une ligne duale *L-C* à une dimension et décrire quelques composants et circuits. **Oliner** ([30]) a proposé, de sa part, une implémentation en ligne micro-ruban d'un milieu *L-C* dual dans les cas *1-D* et *2-D*.

La constante de propagation relative à la structure duale de la figure (1-13), déduite à partir des expressions (1.39) et (1.40) met en évidence la relation inverse avec la fréquence

$$\beta = -\sqrt{-ZY} = -\frac{1}{\omega\sqrt{L'C'}} \quad (1.41)$$

Les courbes $\omega - \beta$ et *EFS* correspondantes sont illustrées par la Figure 1.14. Dans ce cas, la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont dans deux sens opposés. Elles sont données par

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = -\omega^2\sqrt{L'C'} = -\left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right)^{-1} = -v_g \quad (1.42)$$

Le choix de la racine négative dans l'équation (1.42) permet d'imposer un signe positif à la vitesse de groupe (également dans le même sens que le vecteur de **Poynting** dans ce cas).

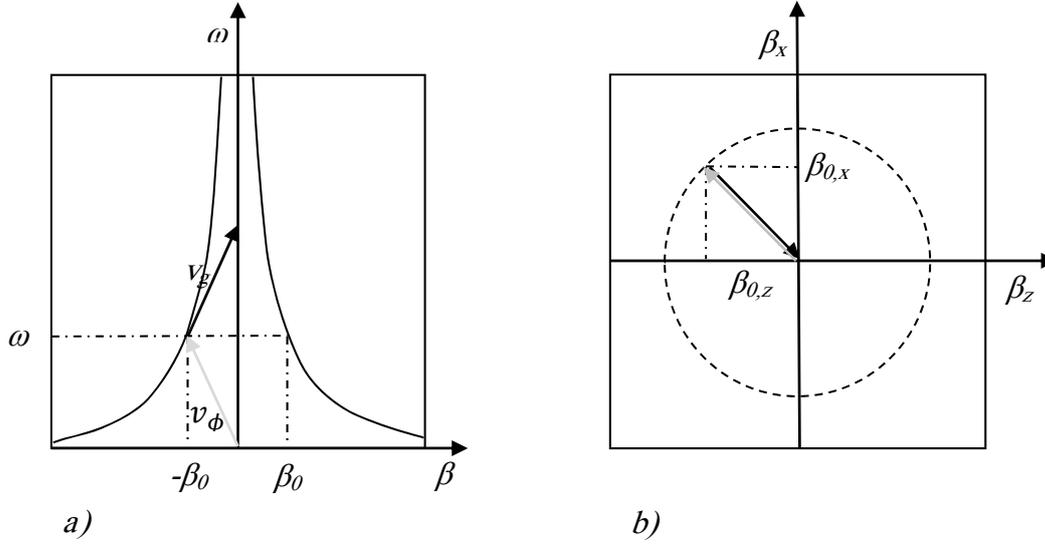


Figure 1.14 Dispersion de la constante de propagation (*LHM*).

a- β en fonction de ω . b- Surface *équipulsation* (ou *équipfréquence*).

Les résultats obtenus sont cohérents avec la notion des ondes présentant une évolution inversée de leur phase et donc la réfraction négative est envisageable au niveau d'une interface plane séparant un milieu *RHM* d'un autre *LHM*. Au niveau de l'interface, la condition d'égalité des phases doit être vérifiée.

L'onde avec une phase inversée prend place, dans un *LHM*, en supposant que la phase doit évoluer dans le sens et la direction de la vitesse de groupe positive (sens de la propagation de la puissance électromagnétique). Ceci implique que l'indice de réfraction soit négatif. La relation entre l'impédance d'onde *effective* et l'impédance caractéristique du circuit est toujours valable

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \frac{-\sqrt{\mu(\omega)\varepsilon(\omega)}}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = -\frac{1}{\omega^2\sqrt{L'C'}\mu_0\varepsilon_0} \quad (1.43)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu(\omega)}{\varepsilon(\omega)}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = Z_0 \quad (1.44)$$

Nous devons rappeler que le développement mathématique que nous venons d'effectuer suppose que le milieu étudié est sans pertes. Ceci signifie alors que la représentation d'un milieu *LHM* par un circuit *L-C* dual dans l'objectif d'obtenir des paramètres *effectifs* négatif ne nécessite pas la présence de pertes. Aussi, et contrairement au milieu composé de fils/*SRRs* à indice de réfraction négatif présenté par **Smith et al.** ([22]), le circuit *L-C* dual n'impose pas la présence des *SRRs* afin d'assurer le signe négatif des paramètres *effectifs* du milieu [21][31]). Pour vérifier cela, revenons au modèle de la ligne de transmission du milieu fils/*SRRs*. Nous avons indiqué que l'expression de la perméabilité (1.1) que nous rappelons ci-dessous

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\pi r^2/a^2}{1 - \frac{2lj\rho}{\omega r\mu_0} - \frac{3l}{\pi^2\mu_0\omega^2 C r^3}}$$

peut prendre des valeurs négatives dans l'intervalle compris entre ω_0 et ω_{mp} . Dans le modèle de la ligne de transmission du milieu fils/*SRRs*, cet intervalle correspond exactement à la région où la partie série du circuit est capacitive. De manière similaire, la permittivité électrique *effective* est négative pour les valeurs de ω inférieures à ω_{ep} , où la partie parallèle du circuit est inductive. Finalement, le milieu fils/*SRRs* peut être considéré comme étant équivalent au circuit *L-C* dual déjà présenté dans la plage de fréquence pour laquelle un indice de réfraction négatif est obtenu.

Nous constatons finalement que le *SRR* introduit une résonance supplémentaire pouvant être évitée en implémentant carrément des capacités série. Ceci rend possible l'obtention de larges bandes passantes pour lesquelles le signe négatif de l'indice de réfraction est assuré. En effet, la Figure 1.14 permet de voir qu'il est possible d'obtenir une plage fréquentielle infinie pour laquelle, le circuit *L-C* dual assure le phénomène des ondes inverses (*backward wave*).

Nous avons vu dans ce qui précède le cas des milieux isotropes. *Balmain et al.* [32] ont présenté des métamatériaux anisotropes basés sur le modèle des lignes de transmission. Ils ont réalisé la réfraction négative ainsi que la concentration des faisceaux. Ces métamatériaux sont fabriqués à partir d'une grille 2-*D* de circuits *L-C* rangés périodiquement. Des variantes de ces modèles ont été également présentées par *Blamain et al.* [33][34][35].

1.4 Conclusion

Dans le présent chapitre, nous venons de voir les différents aspects liés aux métamatériaux à savoir leur apparition dans le monde scientifique ainsi que les différents aspects théoriques sur lequel est basée leur théorie. Une approche très instructive qu'est la théorie de la ligne de transmission est exposée permettant de voir l'analogie entre les métamatériaux et les matériaux *standards* et de cerner les différences en se basant sur les mêmes notions théoriques (indice de réfraction, vitesse de phase, vitesse de groupe etc.).

Nous verrons dans la suite de ce travail comment on peut mettre en évidence les caractéristiques d'un métamatériau en appliquant les équations de *Maxwell* ainsi que leur emploi au profit de la technologie de synthèses des structures rayonnantes en technologie micro-ruban.

2 REALISATION D'UN METAMATERIAU A L'AIDE DE SRR

2.1 Introduction

La communauté scientifique n'a cessé de s'intéresser au sujet des métamatériaux durant la dernière décennie. Du point de vue théorique, le concept des métamatériaux fût introduit, pour la première fois, par la publication des travaux de *Veselago* en 1968 [1]. Il introduisit un comportement particulier d'un matériau ayant des valeurs négatives de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique. Ce phénomène peut être utilisé au profit de plusieurs techniques parmi lesquelles on cite : la réfraction négative (*Negative Refraction*) et la rétro-propagation des ondes électromagnétiques (*Backward Propagation*).

La première apparition pratique eut lieu en 1996 avec la découverte d'un milieu ayant une permittivité négative par *Pendry* [12]. Durant l'année 1999, *Pendry et al.* présentent, dans leur travail, un matériau ayant une perméabilité négative [14]. *Smith et al.* montrent que les matériaux peuvent avoir des permittivités et perméabilités de valeurs négatives ([36]). Ces matériaux sont nommés « *matériaux à main gauche* » (*Left Handed Metamaterials*). *Ishimaru et al.* ([37]) ont publié les résultats d'un travail théorique portant sur plusieurs configurations de métamatériaux et présentant des valeurs négatives des mêmes paramètres dans une plage de fréquence définie. Leur travail consiste à adopter la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* pour le calcul des éléments des tenseurs de permittivité et de perméabilité (tenseurs constitutifs). Cependant, il n'est donné aucune indication sur la technique utilisée pour la détermination des courants surfaciques induits sur les conducteurs.

Dans le présent chapitre, nous procéderons à l'étude théorique d'un métamatériau diélectrique, constitué d'un nombre infini de *SRR*. Pour ce faire, on fait appel à la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* pour la détermination des tenseurs constitutifs généralisés. Les courants surfaciques induits sur les *SRRs* sont déterminés en utilisant la méthode de l'équation intégrale, résolue par la *Méthode des Moments*.

L'objectif consiste à vérifier théoriquement la possibilité d'obtenir des valeurs négatives de la permittivité et de la perméabilité du métamatériau sur une plage de fréquence donnée.

Nos résultats seront confrontés à ceux obtenus par *Ishimaru et al.* Des études de sensibilité seront effectuées en fonction des différents paramètres choisis afin de voir leurs effets sur les paramètres effectifs du métamatériau étudié.

2.2 Formulation du problème

2.2.1 Détermination des tenseurs ϵ et μ

Les relations constitutives généralisées du champ électromagnétique, pour un milieu linéaire, possèdent deux formes équivalentes [37]. La première est la représentation dite de *Tellengen*. Elle exprime le déplacement électrique \vec{D} et induction magnétique \vec{B} en fonction des champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} selon l'équation matricielle

$$\begin{bmatrix} \vec{D} \\ \vec{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon & \xi \\ \zeta & \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où

\vec{D} : Vecteur déplacement électrique (C/m^2) ;

\vec{B} : Induction magnétique (T) ;

\vec{E} : Champ électrique (V/m) ;

\vec{H} : Champ magnétique (A/m) .

La seconde, nommée représentation de **Boys-Post**, propose d'écrire le déplacement électrique et le champ magnétique comme fonctions du champ électrique et de l'induction magnétique. Soit

$$\begin{bmatrix} \vec{D} \\ \vec{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{\varepsilon}}_p & \overline{\overline{\alpha}}_p \\ \overline{\overline{\beta}}_p & \overline{\overline{\mu}}_p^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

L'identification des deux écritures permet d'établir les relations entre les tenseurs respectifs des deux systèmes

$$\begin{aligned} \overline{\overline{\varepsilon}} &= \overline{\overline{\varepsilon}}_p - \overline{\overline{\alpha}}_p \overline{\overline{\mu}}_p \overline{\overline{\beta}}_p, \quad \overline{\overline{\mu}} = \overline{\overline{\mu}}_p \\ \overline{\overline{\xi}} &= \overline{\overline{\alpha}}_p \overline{\overline{\mu}}_p, \quad \overline{\overline{\zeta}} = -\overline{\overline{\mu}}_p \overline{\overline{\beta}}_p \end{aligned} \quad (2.3)$$

La détermination des paramètres généralisés (valeurs des éléments des tenseurs) informe sur le comportement de l'onde électromagnétique dans le milieu étudié.

La structure 3-D étudiée [37] est représentée dans la Figure 2.1. Elle est composée d'un milieu diélectrique (matériau hôte) dans lequel sont implantées des cellules unitaires conductrices (SRRs). Ces cellules sont implantées, dans une grille 3-D, de manière périodique (espacement régulier selon les trois directions).

Une cellule unitaire est constituée de deux anneaux concentriques ouverts, dans un volume de diélectrique, et a pour dimensions $a \times b \times c$ selon les axes respectifs x , y et z .

L'utilisation de la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* suppose que les dimensions d'une cellule unitaire soient inférieures au dixième de la longueur d'onde [37]. La Figure 2.2 représente les différents paramètres d'un élément conducteur (SRR).

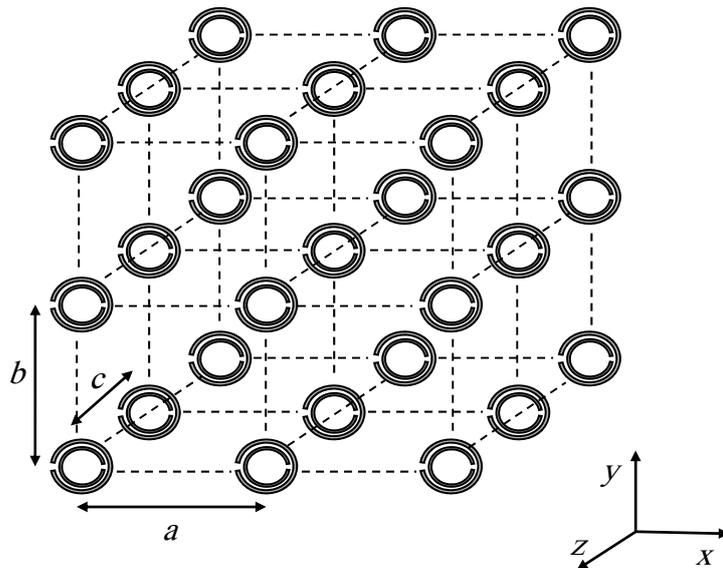


Figure 2.1 Configuration du métamatériau étudié. $a = b = 8 \text{ mm}$, $c = 3.9 \text{ mm}$. ([37])

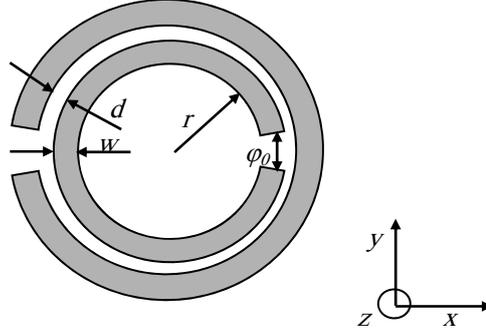


Figure 2.2 Schéma d'un SRR dans le plan x-y. ([37])

La formulation mathématique adoptée est celle présentée par *Ishimru et al.* ([37]).

Pour la détermination des densités de courants surfaciques, nous considérons que le SRR est un conducteur électrique parfait et nous choisissons la bande de fréquence 4 GHz - 8 GHz. Le choix de la bande de fréquence est conditionné par les dimensions de la cellule unitaire. Nous rappelons que l'effet métamatériau suppose que la longueur d'onde soit au moins dix fois supérieure aux dimensions d'une cellule unitaire.

Les équations suivantes décrivent l'induction électrique \vec{D} et le champ magnétique \vec{H} comme fonctions du champ électrique \vec{E} , de l'induction magnétique \vec{B} , et des polarisations électrique \vec{P} et magnétique \vec{M}

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}(\vec{E}, \vec{B}) \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}(\vec{E}, \vec{B}) \end{cases} \quad (2.4)$$

Pour une cellule unitaire (parallélogramme du diélectrique contenant le SRR conducteur), les vecteurs \vec{E} et \vec{B} représentent respectivement le champ électrique et l'induction magnétique externes. Les champs auxquels est soumis le SRR conducteur, notés \vec{E}_l et \vec{B}_l , sont le résultat de la superposition du champ externe (\vec{E}, \vec{B}) et du champ d'interaction (\vec{E}_i, \vec{B}_i) ayant pour origine les SRRs conducteurs adjacents et on peut alors les écrire comme suit

$$\begin{cases} \vec{E}_l = \vec{E} + \vec{E}_i \\ \vec{B}_l = \vec{B} + \vec{B}_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Les polarisations électrique \vec{P} et magnétique \vec{M} s'écrivent, en fonction des moments dipolaires électrique \vec{p} et magnétique \vec{m} , sous la forme

$$\begin{cases} \vec{P} = N\vec{p} \\ \vec{M} = N\vec{m} \end{cases} \quad \text{avec} \quad N = \frac{1}{a.b.c} \quad (2.6)$$

\vec{p} et \vec{m} sont produits par les densités de courant surfaciques induites sur le SRR conducteur. Ils s'expriment, en fonction du champ total appliqué au SRR, selon l'équation matricielle [37]

$$\begin{bmatrix} \vec{p} \\ \vec{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{E}_l \\ \vec{B}_l \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ est la matrice de polarisabilité.

Le champ d'interaction dépend évidemment des moments dipolaires électrique et magnétique et des autres éléments conducteurs et s'écrit comme suit

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_i \\ \vec{B}_i \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} \vec{p} \\ \vec{m} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

où $\begin{bmatrix} \vec{p} \\ \vec{m} \end{bmatrix}$ est la matrice d'interaction.

Les champs électrique et magnétique provenant de dipôles électrique et magnétique sont donnés par les équations [38]

$$\vec{E}_{\vec{p}} = \frac{1}{\epsilon} (jk + 1/r) \cdot \left(\frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{p}) - \vec{p}}{r} \right) \cdot G(\vec{r}) + \frac{k^2}{\epsilon} (\vec{p} - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{p})) \cdot G(\vec{r}) \quad (2.9)$$

$$\vec{H}_{\vec{p}} = j\omega \cdot (jk + 1/r) \cdot (\vec{p} \wedge \hat{r}) \cdot G(\vec{r}) \quad (2.10)$$

$$\vec{E}_{\vec{m}} = j\omega\mu_0 \cdot (jk + 1/r) \cdot (\vec{m} \wedge \hat{r}) \cdot G(\vec{r}) \quad (2.11)$$

$$\vec{H}_{\vec{m}} = (jk + 1/r) \cdot \left(\frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{m}) - \vec{m}}{r} \right) \cdot G(\vec{r}) + k^2(\vec{m} - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{m})) \cdot G(\vec{r}) \quad (2.12)$$

$\vec{E}_{\vec{p},\vec{m}}$: Champ électrique d'interaction produit par \vec{p} (respectivement \vec{m}) ;

$\vec{H}_{\vec{p},\vec{m}}$: Champ magnétique d'interaction produit par \vec{p} (respectivement \vec{m}).

La *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* ne prend en compte que les termes stationnaires des formules de développement des champs produits par les moments dipolaires. De ce fait, les grandeurs déjà définies sont découplées: le champ électrique d'interaction ne dépend que des dipôles électriques et le champ magnétique d'interaction ne dépend que des dipôles magnétiques.

Nous considérons un matériau diélectrique, composé de N_x cellules selon l'axe (Ox), N_y cellules selon l'axe (Oy) et N_z cellules selon l'axe (Oz), qui sont, dans notre cas infinis. En vertu de la relation (2.9) le champ électrique d'interaction au niveau de la cellule ayant pour coordonnées le triplet (i,j,k) est donné par l'expression

$$E_{id}(i, j, k) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{i'=-\infty}^{\infty} \sum_{j'=-\infty}^{\infty} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \frac{2(i-i')a + (j-j')b + (k-k')c}{[(i-i')^2 a^2 + (j-j')^2 b^2 + (k-k')^2 c^2]^{5/2}} P_d \quad (2.13)$$

$(i, j, k) \neq (i', j', k')$

$d = x, y, z$

Nous calculons le champ électrique, appliqué à une cellule unitaire constituée du SRR et l'espace du diélectrique le contenant. Nous considérons que le centre du SRR se trouve à l'origine des coordonnées. Cela veut dire que les coordonnées du SRR sont $(i,j,k)=(0,0,0)$. Le champ total, appliqué à la cellule, s'écrit en combinant les équations (2.5), (2.7) et (2.8) comme suit

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_l \\ \vec{B}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \vec{0} \end{bmatrix} - N \begin{bmatrix} \vec{C} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Où \vec{U} est une matrice unitaire 6×6 .

En vertu de la relation (2.6), le vecteur déplacement électrique \vec{D} et le champ magnétique \vec{H} peuvent être formulés par

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_d \vec{E} + N\vec{p} \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - N\vec{m} \end{cases} \quad (2.15)$$

En tenant compte de l'équation (2.2), et par identification, nous obtenons l'expression du tenseur généralisé suivante

$$\begin{bmatrix} \overline{\varepsilon}_p & \overline{\alpha}_p \\ \overline{\beta}_p & \overline{\mu}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_b \overline{U} & \overline{0} \\ \overline{0} & \frac{1}{\mu_0} \overline{U} \end{bmatrix} + N \begin{bmatrix} \overline{U} & \overline{0} \\ \overline{0} & -\overline{U} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\alpha} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{U} - N \begin{bmatrix} \overline{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\alpha} \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.16)$$

où \overline{U} est une matrice unitaire 3×3 .

2.2.2 Détermination de la matrice d'interaction $[C]$

Les éléments de la matrice d'interaction sont des sommes infinies de termes (champ dû à un nombre infini de dipôles). La formule de **Poisson** [9] permet d'écrire les éléments de la matrice d'interaction et ce, en tenant compte de l'équation (2.13), de la façon suivante

$$C_{xx} = \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{a} \cdot \left[\frac{\zeta(z)}{\pi} - S\left(\frac{b}{a}, \frac{c}{a}\right) \right] \quad (2.17)$$

$$C_{yy} = \frac{c}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \left[\frac{\zeta(z)}{\pi} - S\left(\frac{c}{b}, \frac{a}{b}\right) \right] \quad (2.18)$$

$$C_{zz} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} \cdot \left[\frac{\zeta(z)}{\pi} - S\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right) \right] \quad (2.19)$$

Les fonctions $\zeta(z)$ et $S(x,y)$ sont respectivement définies par

$$\zeta(z) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-z}, \text{Re}(z) > 1 \quad (2.20)$$

$$S\left(\frac{b}{a}, \frac{c}{a}\right) = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (2l\pi)^2 \cdot K_0 \left(2l\pi \cdot \left[\left(\frac{mb}{a}\right)^2 + \left(\frac{nc}{a}\right)^2 \right]^{1/2} \right) \quad (2.21)$$

K_0 est la fonction de **Bessel** modifiée de deuxième espèce et d'ordre 0.

2.2.3 Détermination de la matrice de polarisabilité $[\alpha]$

La matrice de polarisabilité dépend de la densité de courant induite sur les SRRs conducteurs. Elle peut être écrite sous la forme explicite [37]

$$\begin{bmatrix} \overline{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\alpha}_{ee} & \overline{\alpha}_{em} \\ \overline{\alpha}_{me} & \overline{\alpha}_{me} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Les quatre sous-matrices ont pour définitions respectives

$$\bar{\alpha}_{ee} = \frac{1}{j\omega} \int [\vec{J}_e] \cdot d\vec{v} \quad (2.23)$$

$$\bar{\alpha}_{em} = \frac{1}{j\omega} \int [\vec{J}_m] \cdot d\vec{v} \quad (2.24)$$

$$\bar{\alpha}_{me} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \wedge [\vec{J}_e] \cdot d\vec{v} \quad (2.25)$$

$$\bar{\alpha}_{mm} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \wedge [\vec{J}_m] \cdot d\vec{v} \quad (2.26)$$

Où l'on a

$[\vec{J}_e]$: densité de courant induite sur le conducteur par un champ électrique unitaire et uniforme;

$[\vec{J}_m]$: densité de courant induite sur le conducteur par une induction magnétique unitaire et uniforme;

\vec{r} : vecteur distance entre le point de la densité de courant et le centre du SRR conducteur.

2.2.4 Détermination de la densité de courant surfacique sur le SRR conducteur

La détermination des termes de la matrice de polarisabilité requiert la connaissance de la densité de courant surfacique, induite sur le SRR conducteur. Les grandeurs physiques étant découplées, un champ électrique uniforme est responsable de la densité de courant \vec{J}_e , tandis qu'une induction magnétique uniforme produit une densité de courant \vec{J}_m .

Une induction magnétique quasi-uniforme (dans l'espace d'une cellule unitaire bien entendu) est possible en supposant l'incidence de quatre ondes planes dans les directions : \hat{x} , $-\hat{x}$, \hat{y} , et $-\hat{y}$. Les inductions magnétiques des quatre ondes sont superposées tandis que les champs électriques respectifs s'annulent. Ceci est illustré par la Figure 2.3.

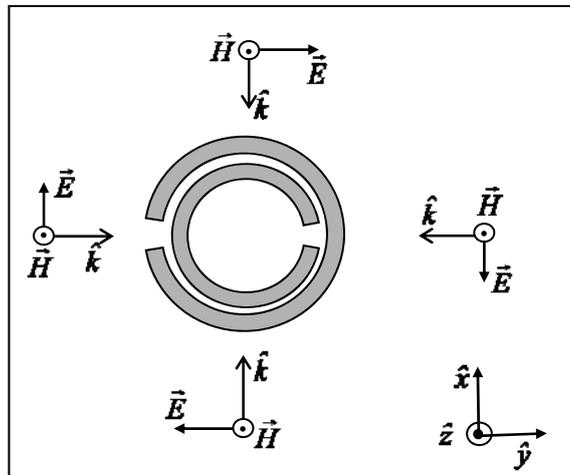


Figure 2.3 Induction magnétique quasi-uniforme.

De manière similaire, nous pouvons aboutir à un champ électrique quasi-uniforme dans la direction de l'axe x et une induction magnétique quasi-nulle (toujours dans l'espace d'une cellule unitaire) comme indiqué sur la Figure 2.4.

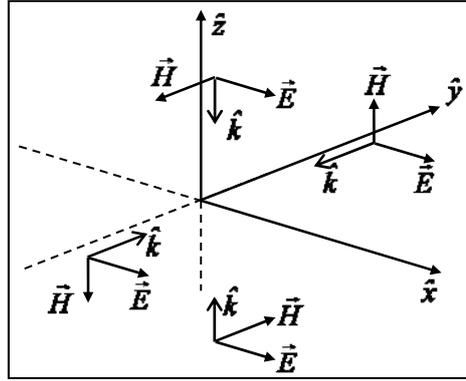


Figure 2.4 Champ Electrique E_x quasi-uniforme.

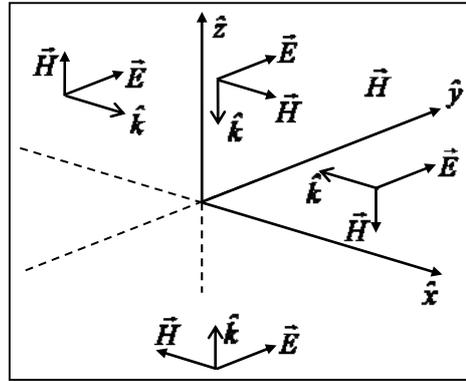


Figure 2.5 Champ Electrique E_y quasi-uniforme.

La Figure 2.5 illustre le cas où l'on cherche un champ électrique quasi-uniforme dans la direction de l'axe des y .

Comme nous l'avons déjà signalé, le conducteur SRR sera considéré comme conducteur électrique parfait lors du calcul de la densité surfacique de courant.

On considère un Conducteur Electrique Parfait (**Ang- Perfect Electric Conductor** ou PEC) de forme arbitraire (Figure 2.6). Une onde électromagnétique incidente, symbolisée par le doublet $(\vec{E}^{inc}, \vec{H}^{inc})$, se propage dans l'espace et rencontre la surface du conducteur électrique parfait. Ceci induit une densité de courant surfacique (\vec{J}_s) , responsable d'un champ électromagnétique diffracté $(\vec{E}^{diff}, \vec{H}^{diff})$. Résultant de la superposition de ces champs, le champ électrique obtenu s'écrit

$$\vec{E}^{tot} = \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{diff} \quad (2.27)$$

Le problème consiste à résoudre l'équation (2.27) au niveau de la surface du conducteur électrique sur laquelle la composante tangentielle doit être nulle (conducteur supposé parfait). Soit

$$\vec{E}_{s\ tan}^{tot} = \vec{E}_{s\ tan}^{inc} + \vec{E}_{s\ tan}^{diff} = \vec{0} \quad (2.28)$$

ou

$$\vec{E}_s^{diff} = -\vec{E}_s^{inc} \quad (2.29)$$

Le champ incident est une donnée du problème. Le champ diffracté est fonction de la densité de courant surfacique et est donné par [38]

$$\vec{E}^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[PV \int_S \left[(\vec{J}_{s'} \cdot \nabla') \nabla' G + k^2 \vec{J}_{s'} G \right] dS' - \frac{1}{3} \vec{J}_s \right] \quad (2.30)$$

Le problème consiste à résoudre l'équation intégrale

$$\frac{1}{j\omega\epsilon} \left[PV \int_S \left[(\vec{J}_{s'} \cdot \nabla') \nabla' G + k^2 \vec{J}_{s'} G \right] dS' - \frac{1}{3} \vec{J}_s \right] = -\vec{E}_s^{inc} \quad (2.31)$$

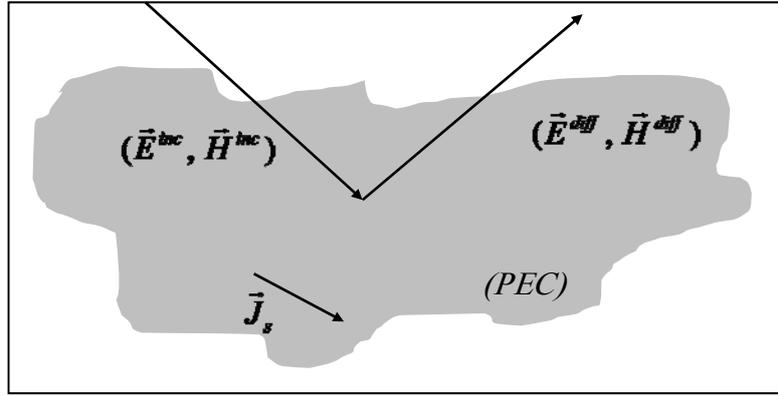


Figure 2.6 Incidence d'une onde électromagnétique sur la surface d'un conducteur électrique parfait.

avec

ω : pulsation de l'onde incidente ;

PV : valeur principale de l'intégrale ;

S : surface du conducteur électrique parfait ;

G : fonction de **Green** relative au milieu homogène de permittivité électrique ϵ . Elle est définie comme suit

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (2.32)$$

k : constante de propagation du milieu diélectrique.

r : distance entre le point source et le point d'observation.

La détermination de la densité de courant surfacique sur le conducteur *SRR* revient à résoudre l'équation (2.31) par la *Méthode des Moments* [39].

2.2.5 Méthode des Moments

La densité de courant surfacique est décomposée en une série de fonctions J_n , appelées fonctions de base, pondérées par des coefficients I_n . Cette décomposition s'exprime comme suit

$$J_s = \sum_{n=1}^N I_n J_n \quad (2.33)$$

La forme des fonctions de base J_n est connue et le problème consiste à déterminer les coefficients de pondération I_n en résolvant l'équation (2.31).

En tenant compte de (2.33), l'équation (2.31) devient

$$\frac{1}{j\omega\epsilon} \sum_{n=1}^N I_n \left[PV \int_S [(\vec{J}_n \cdot \nabla') \nabla' G + k^2 \vec{J}_n G] dS' - \frac{1}{3} \vec{J}_n \right] = -\vec{E}_{s \tan}^{inc} \quad (2.34)$$

On définit le produit intérieur de deux fonctions f et g , définies dans le domaine S par

$$\langle f, g \rangle = \int_S f \cdot g^* ds \quad (2.35)$$

Ce produit intérieur est appliqué en utilisant des courants de test (fonction de test) \vec{W}_m . L'équation (2.34) se transforme alors en un système de N équations à N inconnues. Si on note E_n , le champ électrique provenant de la densité de courant $I_n J_n$, le système à résoudre s'écrit alors

$$\sum_{n=1}^N \vec{E}_n = -\vec{E}_{s \tan}^{inc} \quad (2.36)$$

$$\sum_{m=1}^N \int_S \vec{E}_n \cdot \vec{W}_m ds = -\int_S \vec{E}_{s \tan}^{inc} \cdot \vec{W}_m ds \quad (2.37)$$

L'équation à résoudre est devenue une équation matricielle de la forme

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (2.38)$$

avec

$$Z_{mn} = \int_S \frac{1}{j\omega\epsilon} I_n \left[PV \int_S [(\vec{J}_n \cdot \nabla') \nabla' G + k^2 \vec{J}_n G] dS' - \frac{1}{3} \vec{J}_n \right] \cdot \vec{W}_m ds \quad (2.39)$$

et

$$V_m = -\int_S \vec{E}_{s \tan}^{inc} \cdot \vec{W}_m ds \quad (2.40)$$

La résolution de l'équation matricielle (2.40) permet d'obtenir les coefficients I_n et de déterminer les densités de courant surfaciques sur le SRR conducteur.

Pour le choix des fonctions de base/test, nous avons opté pour la forme en brins de sinusoïdes (méthode de **Galerkin**). Elles ont cette forme sur la distance angulaire de l'anneau conducteur. En supposant que l'angle total d'un anneau est θ_t . Avec un nombre N , l'intervalle $\Delta\theta$ est

$$\Delta\theta = 2 \cdot \frac{\theta_t}{N+1} \quad (2.41)$$

La valeur centrale de l'angle relative à chaque intervalle notée θ_n vaut

$$\theta_n = n \cdot \frac{\Delta\theta}{2} \quad (2.42)$$

$$\bar{J}_n(\theta) = \hat{\theta} \cdot \begin{cases} \frac{\sin(k_0(\theta - \theta_{n-1}))}{\sin\left(k_0 \frac{\Delta\theta}{2}\right)}, \theta \in [\theta_{n-1}, \theta_n] \\ \frac{\sin(k_0(\theta_{n+1} - \theta))}{\sin\left(k_0 \frac{\Delta\theta}{2}\right)}, \theta \in [\theta_n, \theta_{n+1}] \\ 0, \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (2.43)$$

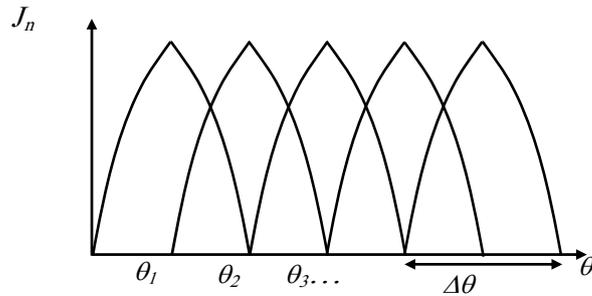


Figure 2.7 Fonctions de base/test.

La représentation graphique d'une fonction (de base ou de test) est illustrée par la Figure 2.7.

A titre d'indication, nous montrons la disposition des fonctions de base/test sur un anneau conducteur (Figure 2.8).

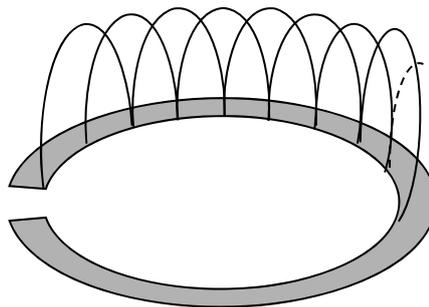


Figure 2.8 Fonctions de base/test sur un anneau.

Une fois le système (2.38) résolu, la densité de courant surfacique sur le conducteur SRR est connue.

Il importe de noter que la résolution de l'équation intégrale se fait sur la plage de fréquence où l'on veut étudier le comportement du métamatériau.

2.3 Résultats de simulation

2.3.1 Structure de base

Une structure, telle que présentée dans la Figure 2.1, est analysée. Nous supposons que le champ, appliqué à une cellule unitaire, est un champ uniforme (électrique ou magnétique selon le cas). La densité de courant surfacique, induite sur le SRR, est déterminée. Une fois ces densités connues, la formulation, déjà présentée, est adoptée pour le calcul des moments dipolaires et les tenseurs constitutifs généralisés.

Les dimensions de la cellule présentées précédemment sont employées. 32 fonctions sont utilisées sur chaque anneau du SRR afin de déterminer les densités de courants surfaciques en utilisant la *Méthode des Moments*. Ce processus est répété pour toutes les valeurs de fréquence dans la bande de fréquence choisie. Les éléments de la matrice polarisabilité sont évalués. Les expressions (2.16) et (2.3) sont enfin utilisées pour déterminer les tenseurs constitutifs généralisés recherchés.

Les résultats de simulation : permittivité électrique relative $\epsilon_{r_{yy}}$ et perméabilité magnétique relative $\mu_{r_{zz}}$ en fonction de la fréquence et pour un angle d'ouverture du conducteur SRR $\phi_0 / 2 = \pi / 15$ sont présentés dans la Figure 2.9 [40]. La fréquence centrale est située aux alentours de 4.34 GHz ; fréquence au-dessus de laquelle l'effet « métamatériau » est observé. La partie réelle de $\epsilon_{r_{yy}}$ et celle de $\mu_{r_{zz}}$ présentent des valeurs négatives pour des valeurs de fréquence supérieures à la fréquence centrale.

L'observation du système d'équations (2.4) permet de comprendre la signification des résultats obtenus. Le signe négatif de la partie réelle de $\epsilon_{r_{yy}}$ signifie que la densité du moment dipolaire électrique, notée \vec{p}_y , est orientée dans le sens inverse par rapport au champ électrique auquel est soumis le conducteur SRR. Elle a également une amplitude plus importante. La valeur de $\epsilon_{r_{xx}}$ égale à l'unité indique que l'effet cumulé des conducteurs SRR n'est pas orienté dans la direction de l'axe (Ox) cela signifie que l'effet cumulé des moments dipolaires orientés selon cet axe est nul.

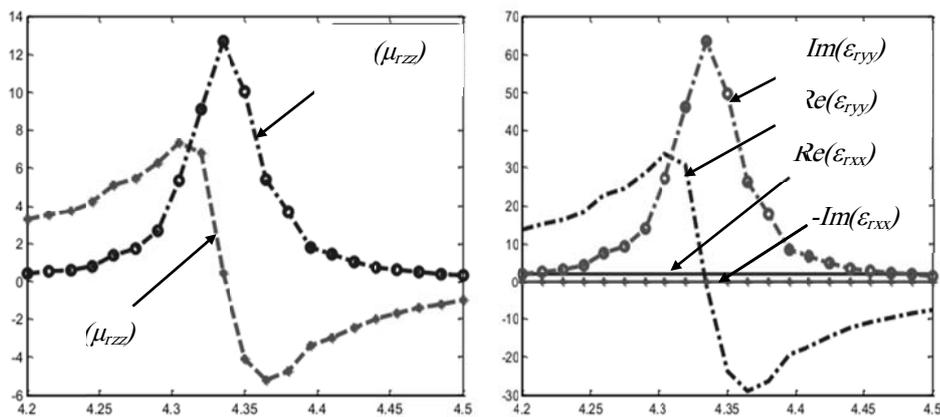


Figure 2.9 Permittivités électriques ($\epsilon_{r_{xx}}$ et $\epsilon_{r_{yy}}$) et perméabilité magnétique $\mu_{r_{zz}}$ relatives en fonction de la fréquence pour $\phi_0/2=\pi/15$. $r=1,5\text{ mm}$, $w=0,8\text{ mm}$, $d=0,2\text{ mm}$.

De la même manière, un signe négatif de $\mu_{r_{zz}}$ indique que la densité de moment dipolaire magnétique \vec{m}_z est orientée dans le sens contraire du champ magnétique appliqué et lui est supérieure en valeur absolue.

La propagation d'une onde électromagnétique dans un tel milieu (milieu possédant des valeurs négatives de la permittivité et de la perméabilité) présente la particularité d'avoir le

système des trois vecteurs $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ qui ne forme pas un trièdre direct. Un tel milieu est alors appelé « milieu à main gauche ». En effet, le produit vectoriel $\vec{E} \times \vec{H}$, qui n'est rien d'autre que le vecteur de **Poynting**, indique, en plus de la densité de puissance, le sens dans lequel se propage l'énergie électromagnétique. Le vecteur \vec{k} est, dans ce cas, orienté dans le sens inverse.

2.3.2 Changement de l'angle d'ouverture

Les résultats, présentés par la Figure 2.9, correspondent à un angle d'ouverture du conducteur SRR $\varphi_0/2 = \pi/15$. Nous nous proposons, dans un premier temps, de faire varier cette valeur et voir son influence sur les résultats obtenus. La nouvelle valeur de l'angle d'ouverture est de $\varphi_0/2 = \pi/11$. Les résultats de simulation sont illustrés par la Figure 2.10. Il est clair que la fréquence centrale s'est décalée de la valeur de 4.34 GHz vers la valeur de 4.84 GHz . Cette valeur indique dans quel voisinage de fréquence le vecteur déplacement électrique (respectivement induction magnétique) devient nul puis change de sens. Nous constatons également que la fréquence centrale a tendance à augmenter avec l'angle d'ouverture $\varphi_0/2$ du conducteur SRR.

Les deux configurations du conducteur SRR analysées ne diffèrent que par l'angle d'ouverture $\varphi_0/2$. Les résultats nous permettent de voir l'évolution des trois paramètres ϵ_{rxx} , ϵ_{ryy} et μ_{rzz} avec la fréquence. Les allures sont identiques pour les deux angles avec un décalage de la fréquence centrale.

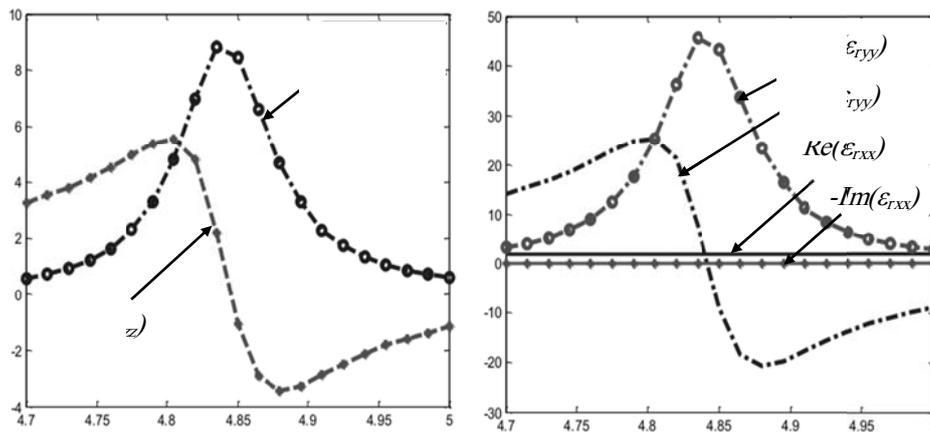


Figure 2.10 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} , ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence pour $\varphi_0/2 = \pi/11$.

Nous notons, par ailleurs, que seul le paramètre ϵ_{ryy} du tenseur permittivité électrique présente une variation avec la fréquence (aucun effet n'est subit par la composante ϵ_{rxx}). Pour les fréquences supérieures à la fréquence centrale, la composante D_y du vecteur (déplacement électrique) est dirigée vers le sens contraire de la composante E_y du vecteur champ électrique.

A ce stade, nous nous proposons de comparer nos résultats avec ceux présentés dans le travail d'**Ishimaru et al.** [37] afin de valider l'approche proposée. En effet, la Figure 2.11 permet de constater la concordance de nos résultats de la composante du tenseur de perméabilité μ_{rzz} avec ceux de la référence [37]. Pour la permittivité (Figure 2.12), les valeurs obtenues sont nettement plus élevées que ceux présentés par [37]. Ceci dépend de la formulation adoptée pour la détermination du moment dipolaire électrique.

Nous allons, par la suite, apporter des modifications à la structure de base afin d'en constater les effets sur le comportement du matériau.

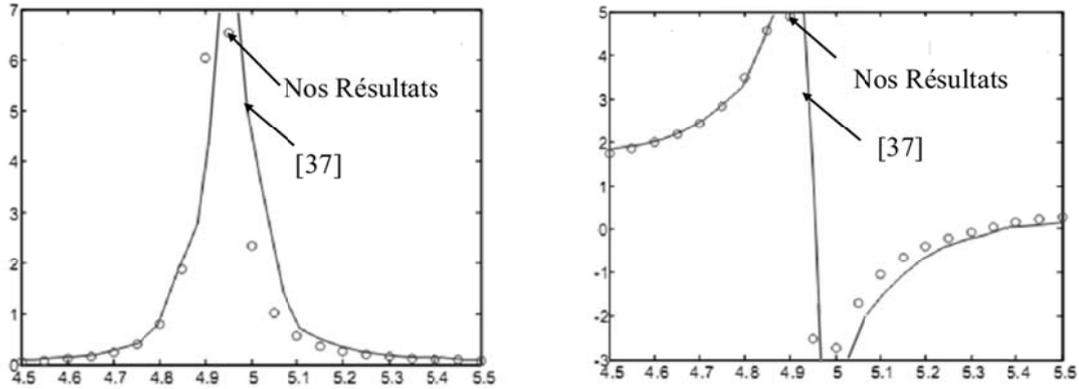


Figure 2.11 Composante μ_{rzz} en fonction de la fréquence.

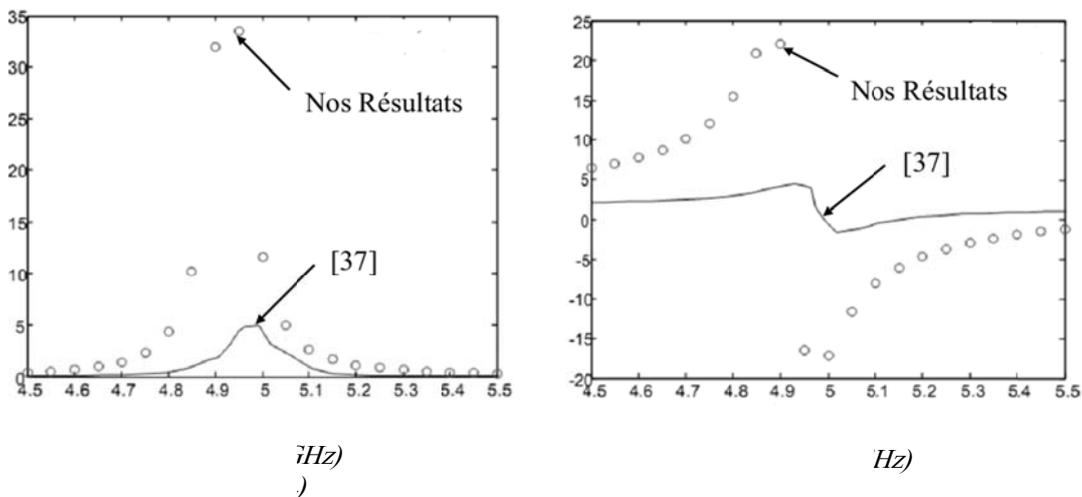


Figure 2.12 Composante ϵ_{ryy} en fonction de la fréquence.

2.3.3 Rotation de la structure d'un angle de $\pi/2$

En premier lieu, le conducteur SRR subit une rotation de $\pi/2$ autour de l'axe (Oz) afin de voir quelle composante du tenseur de permittivité est sensible au changement de la fréquence. La Figure 2.13 illustre la disposition du conducteur SRR. Les résultats de simulation (Figure 2.14), montrent un comportement identique aux précédents, sauf que la composante, qui présente une dépendance par rapport à la fréquence, est ϵ_{rxx} . En effet, contrairement au cas précédent, c'est la composante D_x du vecteur déplacement électrique qui, pour une certaine plage de fréquence, prend le sens inverse de la composante E_x du champ électrique appliqué. Aucun changement concernant la composante du tenseur perméabilité magnétique μ_{rzz} n'est observé.

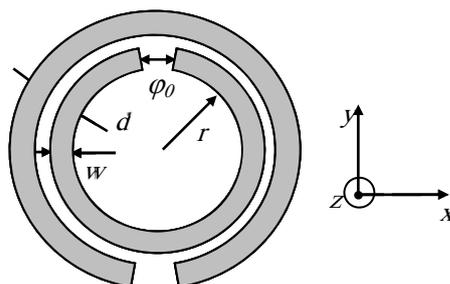


Figure 2.13 Conducteur SRR tourné d'un angle de $\pi/2$.

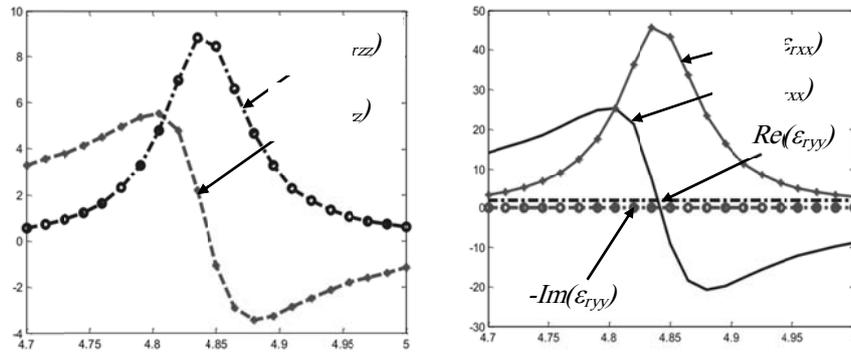


Figure 2.14 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence pour le SRR, tourné d'un angle de $\pi/2$.

Ce changement nous a permis de déduire que si l'axe (Ox) constitue l'axe de symétrie du conducteur SRR, le moment dipolaire, orienté selon l'axe perpendiculaire (axe (Oy) dans ce cas) qui est responsable de l'effet métamatériau. Autrement dit c'est ϵ_{ryy} qui est susceptible d'avoir des valeurs négatives. Les rôles sont inter-changés avec les axes de symétrie.

2.3.4 Rotation de la structure d'un angle de $\pi/4$

Prendre l'un des deux axes (axe (Ox) ou axe (Oy)) comme axe de symétrie pour le conducteur nous a permis d'obtenir un métamatériau « uni-axial » (permittivité négative dans une seule direction). Nous proposons, dans ce qui suit, de tourner le conducteur SRR original d'un angle de $\pi/4$ (Figure 2.15).

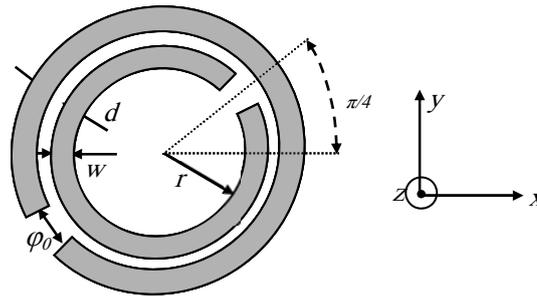


Figure 2.15 Conducteur SRR tourné d'un angle de $\pi/4$.

Les résultats de simulation sont présentés sur la Figure 2.16. Les courbes obtenues pour les permittivités électriques ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy} sont exactement identiques. En effet, elles mettent en évidence le caractère « bi-axial » du métamatériau obtenu.

L'effet des dipôles électriques, résultants des densités de courants surfaciques induites sur le SRR conducteur affecte les deux composantes de l'induction électrique D_x et D_y . Elles sont, toutes les deux, orientées dans les sens contraires des composantes du champ électrique respectives E_x et E_y . Ceci est valable au-dessus de la fréquence centrale où l'on a des valeurs négatives des permittivités diélectriques. Dans ce cas, l'onde électromagnétique subit le même effet aussi bien dans la direction (Ox) que la direction (Oy). Les valeurs maximales et minimales des composantes du tenseur permittivité électrique sont inférieures à celles atteintes dans la cas uni-axial. Nous imaginons que l'effet métamatériau a été *partagé* entre les deux directions, au détriment des valeurs atteintes par les paramètres étudiés. Nous notons également un léger décalage de la fréquence centrale de la valeur de 4.84 GHz à la valeur de 4.89 GHz ; soit un changement de 1% .

Jusqu'à présent, les deux anneaux conducteurs du SRR n'ont pas subi de changement en ce qui concerne leurs dispositions relatives (l'un par rapport à l'autre). C'est ce que nous allons étudier dans la suite de ce chapitre.

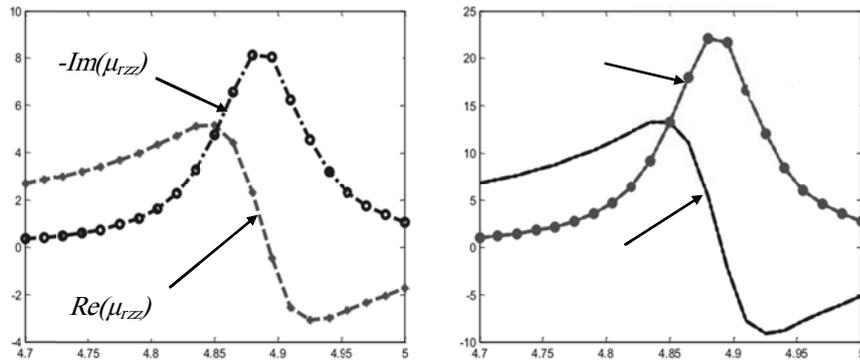


Figure 2.16 Permittivités électriques ($\epsilon_{rxx}=\epsilon_{ryy}=\epsilon_r$) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence. Le SRR tourné d'un angle de $\pi/4$.

2.3.5 Rotation de l'anneau externe d'un angle de $-\pi/2$

Nous nous sommes proposés de faire tourner l'anneau externe d'un angle de $-\pi/2$ par rapport à la configuration de base (Figure 2.2). La Figure 2.17 montre la configuration adoptée. Les résultats de simulation obtenus sont illustrés par la Figure 2.18.

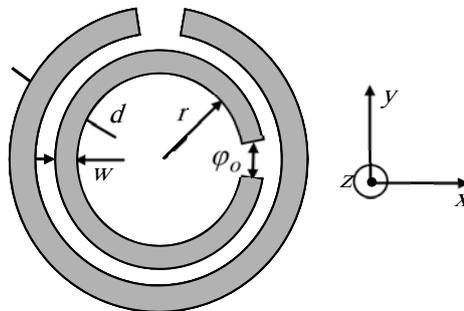


Figure 2.17 Anneau externe tourné d'un angle de $-\pi/2$.

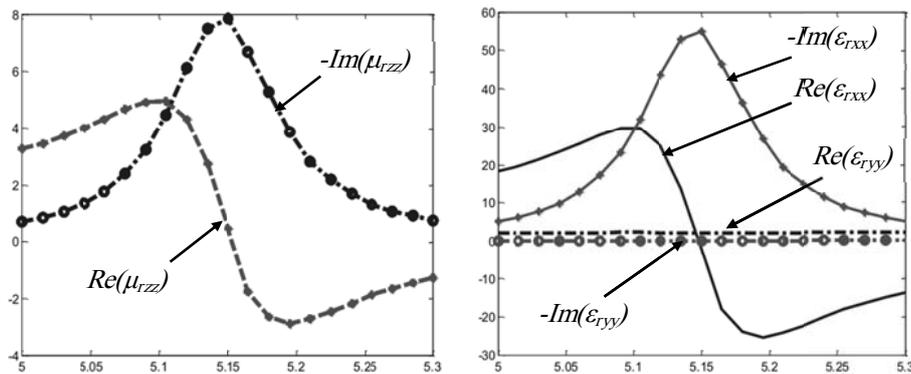


Figure 2.18 Permittivités électriques (ϵ_{rxx} et ϵ_{ryy}) et perméabilité magnétique μ_{rzz} relatives en fonction de la fréquence. Anneau externe tourné d'un angle de $-\pi/2$.

Nous avons constaté ce qui suit

- Limitation de l'effet métamatériau à la direction de l'axe (Ox). Ceci nous a permis de déduire que seul l'anneau externe est responsable de la direction dans laquelle la permittivité électrique du matériau équivalent présente une sensibilité à la fréquence et peut prendre des valeurs négatives ;

- Décalage de la fréquence centrale vers une valeur plus élevée (environ 5.15 GHz , cela correspond à une augmentation de 6.4%).

2.3.6 Rotation de l'anneau interne d'un angle de $-\pi/2$

Nous tournons à présent l'anneau conducteur interne d'un angle de $-\pi/2$. La structure est représentée par la Figure 2.19.

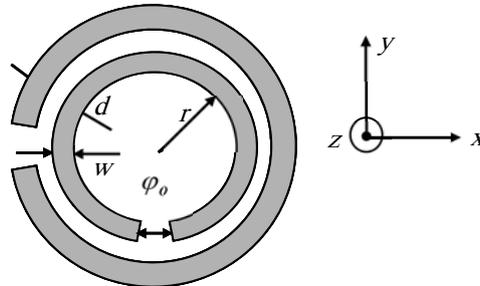


Figure 2.19 Anneau interne tourné d'un angle de $-\pi/2$.

Les résultats obtenus confirment ceux du cas précédent (Figure 2.20). En effet, seul l'anneau externe est responsable de la direction dans laquelle l'effet métamatériau est obtenu. La composante $\epsilon_{r_{yy}}$ présente une dépendance de la fréquence avec des valeurs négatives au-dessus de la fréquence centrale, qui est de 5.1 GHz (l'augmentation n'est que de 5.37% par rapport à la configuration de base).

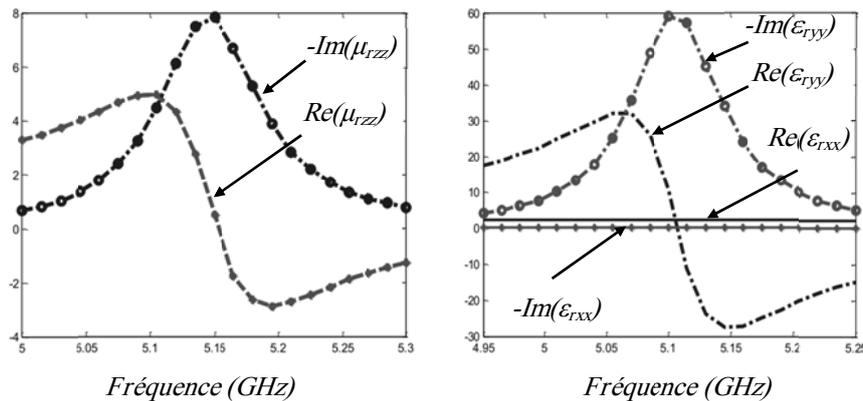


Figure 2.20 Permittivités électriques ($\epsilon_{r_{xx}}$ et $\epsilon_{r_{yy}}$) et perméabilité magnétique $\mu_{r_{zz}}$ relatives en fonction de la fréquence. Anneau conducteur interne tourné d'un angle de $-\pi/2$.

2.3.7 Effet des dimensions de la cellule unitaire

Nous nous sommes intéressés, jusqu'ici, à l'influence des paramètres du conducteur SRR proprement dit. Il est, cependant, évident que la distribution de l'ensemble des éléments conducteurs influe sur la réponse du métamatériau, suite à l'incidence d'une onde électromagnétique. A cet effet, nous nous intéressons, dans le présent paragraphe, à l'effet des distances entre les conducteurs SRR suivant les trois directions à savoir les dimensions d'une cellule unitaire notés a , b et c .

Nous avons commencé par l'étude de l'effet de la distance selon l'axe (Ox) (valeur de a). La Figure 2.21 montre l'évolution de la perméabilité relative $\mu_{r_{zz}}$, en fonction de la fréquence, pour différentes valeurs de a .

Nous notons la grande sensibilité de l'allure du paramètre en question suite au changement de la valeur de a . Un glissement de la valeur de la fréquence centrale ainsi qu'un changement des valeurs maximales atteintes par la perméabilité relative mettent en évidence cette dépendance.

Nous notons, par ailleurs, que la valeur de $a = 7 \text{ mm}$ donne les valeurs les plus élevées de la perméabilité relative.

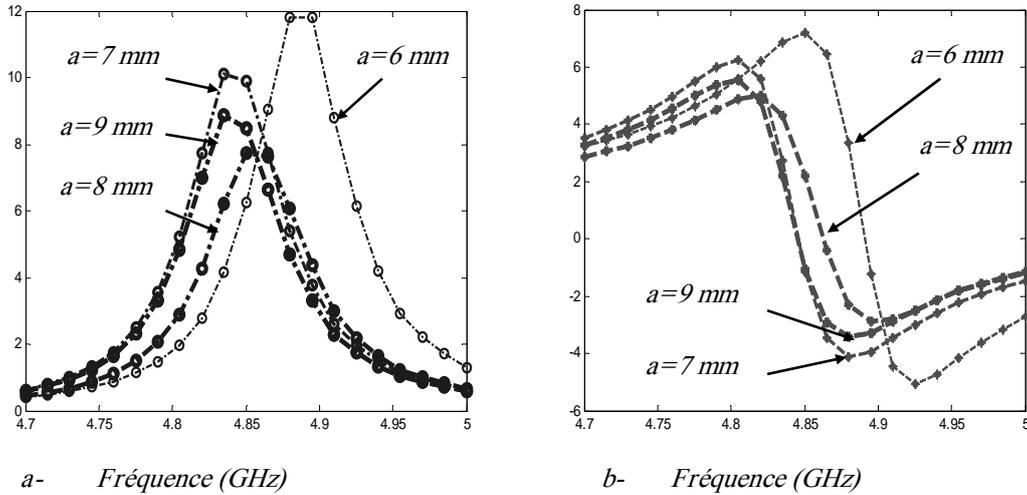


Figure 2.21 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de a . a- $-Im(\mu_{rzz})$ b- $Re(\mu_{rzz})$

De manière analogue, nous avons fait changer la valeur de b afin de voir son effet sur la perméabilité relative du métamatériau obtenu. Les résultats de simulation sont reportés sur la Figure 2.22. Il est aisément remarquable que la fréquence centrale croît avec b alors que les valeurs de la perméabilité obtenues présentent une légère diminution.

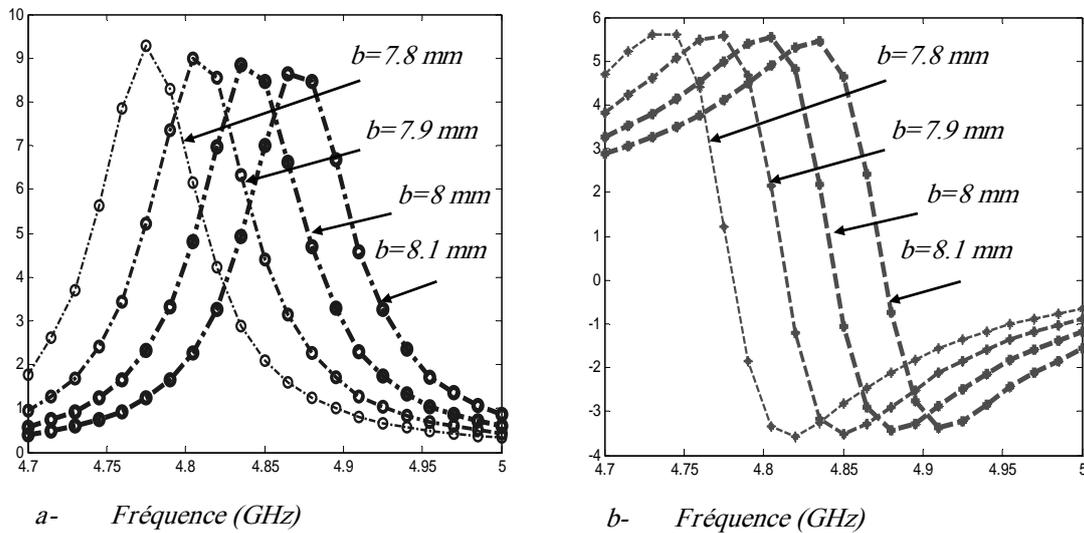


Figure 2.22 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de b . a- $-Im(\mu_{rzz})$ b- $Re(\mu_{rzz})$

La dernière étape consiste à changer la valeur de c . La Figure 2.23 illustre les résultats obtenus. Contrairement aux cas précédents, la fréquence centrale et les valeurs de perméabilité relatives augmentent avec la diminution de la distance c .

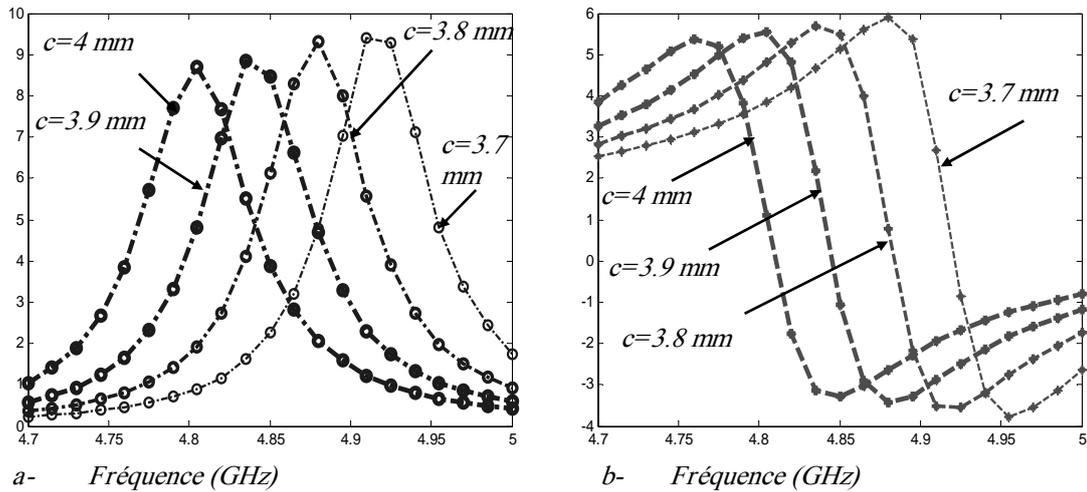


Figure 2.23 Evolution du paramètre μ_{rzz} en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de c . a- $-Im(\mu_{rzz})$ b- $Re(\mu_{rzz})$

Cette étude paramétrique nous a permis de voir la variété de possibilités en vue d'obtenir un comportement bien défini de la structure en fonction de la fréquence.

2.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de voir la possibilité d'avoir des valeurs de permittivité et de perméabilité *effectives* négatives à l'aide de l'équation intégrale et la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz*. Les paramètres constitutifs ont été déterminés par identification et des analyses paramétriques ont été effectuées afin de voir l'incidence de chacun des paramètres impliqués dans la synthèse du milieu métamatériau étudié.

Les résultats obtenus présentent une bonne concordance avec la théorie ainsi que les travaux précédents.

L'étape pratique d'une telle étude consiste à employer les cellules unitaires d'un tel matériau dans la conception des structures micro-ruban rayonnantes afin de pouvoir obtenir des améliorations de leurs performances de rayonnement.

3 ANALYSE PAR LA METHODE FDTD (DIFFERENCES FINIS DANS LE DOMAINE TEMPOREL)

3.1 Introduction

La résolution des problèmes physiques, parmi lesquels ceux de l'électromagnétisme, fait appel, dans la majorité des cas, aux méthodes numériques. Ces méthodes de résolution, impliquant l'outil informatique, rendent obligatoire la discrétisation de l'espace de calcul et permettent ainsi d'avoir des données chiffrées qui ne sont rien d'autre que les valeurs discrètes de la solution du problème étudié.

Parmi ces méthodes, nous trouvons la *Méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD)*. Comme son nom l'indique, cette méthode est basée sur l'approximation des dérivées, aussi bien temporelles que spatiales, par des différences finies.

3.2 Présentation de la FDTD

L'origine de cette méthode est l'algorithme de *Yee*, proposé par son auteur *Kane Yee* en 1966 [41]. A lui seul, cet algorithme présentait plusieurs limitations relevant entre autres, des domaines de son application, sa stabilité ainsi que les méthodes d'extraction des différentes caractéristiques radioélectriques des structures analysées.

Bien que l'algorithme de *Yee* soit le noyau de la méthode *FDTD*, cette dernière a bien fait l'objet de plusieurs travaux de développement, qui l'ont rendue ce qu'elle est aujourd'hui. Les développements de base ont commencé par les travaux de *Taflove et al.* [42], qui ont mis en évidence les conditions de stabilité de l'algorithme *FDTD*. Par la suite, sont venus les travaux de *Mur* [43] qui ont permis de définir des conditions de bord permettant la troncature de l'espace de calcul et, par conséquent, l'analyse de structures ouvertes telles que les antennes. A ce stade, *Taflove et al.* [44] sont parvenus à élaborer un code permettant le calcul du champ proche et du champ lointain d'une structure à deux et trois dimensions. Les travaux d'*Umashankar et al.* [45] ont renforcé la méthode en proposant le sous-maillage des structures analysées.

3.2.1 Avantages et inconvénients

Comme toute méthode numérique (et donc approximative) la méthode *FDTD* présente aussi bien des avantages que des inconvénients. Parmi ses avantages, nous pouvons citer ([46])

- la non implication d'opération d'inversion matricielle ;
- la robustesse et la puissance grâce à la maîtrise des sources d'erreur et des conditions de stabilité ;
- la possibilité d'analyse transitoire car c'est une technique temporelle ;
- la visualisation de la solution lors de son évolution dans le temps ;
- le traitement homogène de structures impliquant des matériaux multiples.

La méthode *FDTD* présente également quelques inconvénients à savoir

- la contrainte du temps de calcul lié au nombre de cellules ainsi qu'à l'incrément temporel ;
- la difficulté de déterminer un milieu absorbant pouvant assurer une atténuation inconditionnelle efficace de l'onde.

3.2.2 Domaines d'application

La méthode *FDTD* trouve son application dans des domaines variés de la physique, parmi lesquels on peut citer

- l'analyse des circuits micro-ondes ;
- l'analyse des structures électromagnétiques rayonnantes ;
- l'acoustique [46] ;
- l'optique [47] ;
- la résolution de l'équation de *Schrödinger*.

3.3 Algorithme de Yee et fondements théoriques

Nous pouvons résumer l'algorithme de la *FDTD* comme suit

- discrétisation des équations de *Maxwell*, effectuée aussi bien dans le temps que dans l'espace de sorte que les champs électriques et magnétiques soient entrelacés.
- résolution des équations résultantes afin d'exprimer chaque nouvelle valeur en fonction de l'ancienne valeur ainsi que les autres valeurs courantes, conformément aux équations de *Maxwell* ;
- calcul des valeurs futures des champs magnétique et électrique ;
- la dernière étape est répétée jusqu'à la vérification de la condition d'arrêt.

3.3.1 Rappel des équations de *Maxwell*

Avant de passer à la présentation des équations permettant la mise à jour des différentes composantes du champ électromagnétique, nous donnons un bref aperçu des équations de *Maxwell*, écrites pour un milieu quelconque

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Loi de Maxwell - Ampère}) \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\vec{J}_m - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Loi de Maxwell - Faraday}) \quad (3.2)$$

Nous rappelons que la dépendance des différentes grandeurs, en fonction du temps t et des variables spatiales x, y, z est sous entendue.

Ces deux lois impliquent les grandeurs suivantes

\vec{J}_e : Densité de courant électrique totale, hormis le courant de déplacement $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

\vec{J}_m : Densité de courant de conduction magnétique.

Il importe de noter que la dernière quantité n'a pas de réalité physique. Il s'agit seulement d'une grandeur théorique permettant d'obtenir des équations duales.

Aux équations de *Maxwell* (3.1) et (3.2), on ajoute les relations, dites de constitution, qui s'écrivent

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (3.3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (3.4)$$

$$\vec{J}_e = \sigma_e \vec{E} \quad (3.5)$$

$$\vec{J}_m = \sigma_m \vec{H} \quad (3.6)$$

ε_0 : permittivité électrique du vide,

ε_r : tenseur permittivité électrique relative du milieu considéré,

μ_0 : perméabilité magnétique du vide,

μ_r : tenseur perméabilité magnétique relative du milieu considéré,

σ_e : tenseur conductivité électrique,

σ_m : tenseur conductivité magnétique,

C'est la résolution simultanée des deux équations (3.1) et (3.2) associées aux relations de constitution ((3.3) à (3.6)), qui permet de trouver la configuration du champ électromagnétique dans l'espace de calcul choisi.

3.3.2 Discrétisation des équations de *Maxwell*

La résolution des équations de *Maxwell*, par la *FDTD*, nécessite une discrétisation dans les domaines spatial et temporel. Elles sont donc réécrites sous forme discrète en choisissant un pas dans l'espace temps pour les dérivées temporelles et des pas spatiaux dans le domaine spatial. Nous adoptons alors les analogies suivantes

$$dt \longrightarrow \Delta t$$

$$dx \longrightarrow \Delta x$$

$$dy \longrightarrow \Delta y$$

$$dz \longrightarrow \Delta z$$

Chaque dérivée se transforme alors en différences finies.

Si nous prenons, à titre d'exemple, une fonction f de la variable t , nous approchons sa dérivée au point ($t=t_0$) comme suit

$$\left. \frac{\partial f(t)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = \frac{f(t_0 + \frac{\Delta t}{2}) - f(t_0 - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Pour un milieu diélectrique pur, isotrope et en absence de sources, les équations de *Maxwell* se réduisent à

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.9)$$

Il en est de même des relations de constitution qui s'écrivent tout simplement

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (3.10)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (3.11)$$

En vertu de (3.10) et (3.11), les relations (3.8) et (3.9) deviennent

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.12)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.13)$$

L'écriture explicite de ces deux équations donne

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu_0 \mu_r \begin{pmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

L'écriture « discrétisée » des champs est

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \left(\left(l + \frac{1}{2} \right) \Delta x, m \Delta y, n \Delta z, s \Delta t \right) \\ E_y \left(l \Delta x, \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta y, n \Delta z, s \Delta t \right) \\ E_z \left(l \Delta x, m \Delta y, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta z, s \Delta t \right) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

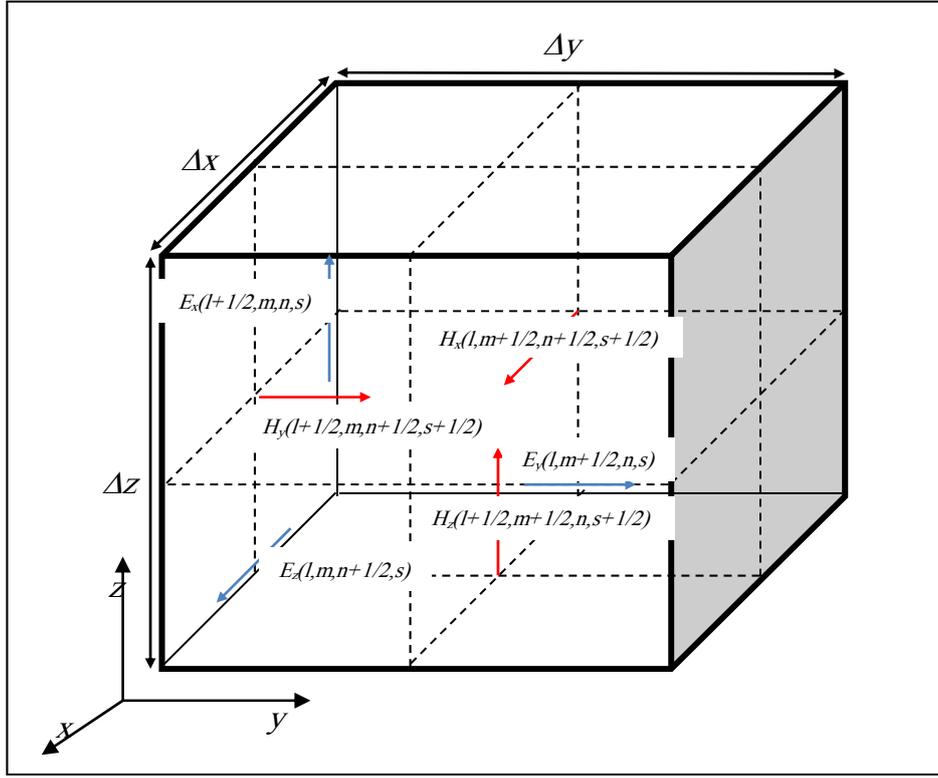
$$\vec{H}(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} H_x(x, y, z, t) \\ H_y(x, y, z, t) \\ H_z(x, y, z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_x \left(l \Delta x, \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta y, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left(s + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \\ H_y \left(\left(l + \frac{1}{2} \right) \Delta x, m \Delta y, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left(s + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \\ H_z \left(\left(l + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta y, n \Delta z, \left(s + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Nous remarquons l'entrelacement entre les composantes du champ électrique et celles du champ magnétique aussi bien dans le domaine spatial que temporel.

Le schéma des différences finies est alors appliqué aux six grandeurs en tenant compte de leur coordonnées dans l'espace et dans le temps (Figure 3.1).

La composante selon l'axe des x de la loi de **Maxwell-Ampère** est donné par

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3.18)$$


 Figure 3.1 Représentation schématique d'une cellule de *Yee*.

Le remplacement des dérivées par des différences finies donne

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} \cong \frac{H_z^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x+\frac{\Delta x}{2}, y+\frac{\Delta y}{2}, z) - H_z^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x+\frac{\Delta x}{2}, y-\frac{\Delta y}{2}, z)}{\Delta y} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} \cong \frac{H_y^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x+\frac{\Delta x}{2}, y, z+\frac{\Delta z}{2}) - H_y^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x+\frac{\Delta x}{2}, y, z-\frac{\Delta z}{2})}{\Delta z} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} \cong \frac{E_x^{t+\Delta t}(x+\frac{\Delta x}{2}, y, z) - E_x^t(x+\frac{\Delta x}{2}, y, z)}{\Delta t} \quad (3.21)$$

La simplification des écritures en n'utilisant que les indices matriciels donne

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} \cong \frac{H_z^{s+1/2}(l+1/2, m+1/2, n) - H_z^{s+1/2}(l+1/2, m-1/2, n)}{\Delta y} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} \cong \frac{H_y^{s+1/2}(l+1/2, m, n+1/2) - H_y^{s+1/2}(l+1/2, m, n-1/2)}{\Delta z} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} \cong \frac{E_x^{s+1}(l+1/2, m, n) - E_x^s(l+1/2, m, n)}{\Delta t} \quad (3.24)$$

Dans le programme, les indices ne peuvent être qu'entiers. Ce fait n'implique en rien que les champs soient évalués dans les mêmes emplacements spatiaux. Les écritures précédentes deviennent alors

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} \cong \frac{H_z^{s+1/2}(l, m, n) - H_z^{s+1/2}(l, m-1, n)}{\Delta y} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} \cong \frac{H_y^{s+1/2}(l, m, n) - H_y^{s+1/2}(l, m, n-1)}{\Delta z} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} \cong \frac{E_x^{s+1}(l, m, n) - E_x^s(l, m, n)}{\Delta t} \quad (3.27)$$

L'équation de mise à jour du champ électrique est alors

$$E_x^{s+1}(l, m, n) = E_x^s(l, m, n) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{H_z^{s+1/2}(l, m, n) - H_z^{s+1/2}(l, m-1, n)}{\Delta y} - \frac{H_y^{s+1/2}(l, m, n) - H_y^{s+1/2}(l, m, n-1)}{\Delta z} \right) \quad (3.28)$$

L'obtention des autres composantes se fait par une simple rotation des indices. La mise à jour du champ magnétique a une forme analogue qui s'exprime comme suit

$$H_x^{s+1/2}(l, m, n) = H_x^{s-1/2}(l, m, n) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{E_z^s(l, m, n) - E_z^s(l, m-1, n)}{\Delta y} - \frac{E_y^s(l, m, n) - E_y^s(l, m, n-1)}{\Delta z} \right) \quad (3.29)$$

3.3.3 Formulation du problème pour une structure donnée

Equations de mise à jour

La forme précédente des équations de mise à jour des différentes composantes des champs n'est pas la plus adéquate. En effet, le besoin d'établir un code « homogène » aussi bien pour l'espace du problème que pour l'absorbant électromagnétique a conduit à de multiples développements.

En ce qui concerne l'espace du problème, la possibilité d'avoir des conducteurs, des isolants ou simplement de l'air nous oblige à introduire la conductivité électrique comme paramètre dans les équations de mise à jour. C'est cette même grandeur qui va nous servir pour modéliser l'absorbant adéquat pour éviter les réflexions artificielles au niveau des limites.

Avant d'entamer le développement adopté dans le programme que nous avons élaboré, il est intéressant de résumer d'abord les différentes techniques d'élimination des réflexions, dues à la troncature de l'espace de calcul.

Une première approche consiste à imposer des *Conditions de Bord Analytiques* (*Analytic Boundary Conditions* ou *ABC*). A titre d'exemple, nous avons la méthode de **Mur** [3] qui propose le remplacement des expressions de mise à jour des champs par des équations de propagation de l'onde électromagnétique dans un seul sens.

Une seconde approche consiste à introduire des absorbants virtuels assurant l'atténuation et la non réflexion des ondes provenant de la structure simulée. Cette approche est concrétisée par des couches parfaitement adaptées (*Ang- Perfectly Matched Layer* ou *PML*) proposées par **Berenger** [48], ou encore des *Couches Uni-Axiales Parfaitement Adaptées* (*Ang- Uniaxial Perfectly Matched Layer* ou *UPML*) [49][50].

C'est justement cette dernière technique que nous avons adoptée pour élaborer notre programme afin de tronquer l'espace de calcul.

La formulation du problème, dans le domaine fréquentiel pour un milieu anisotrope, est donnée par l'écriture généralisée suivante (Annexe A.3)

$$\vec{\nabla} \wedge \tilde{\vec{H}} = j\omega\varepsilon \overset{=}{s} \frac{\partial \tilde{\vec{E}}}{\partial t} \quad (3.30)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \tilde{\vec{E}} = -j\omega\mu \overset{=}{s} \frac{\partial \tilde{\vec{H}}}{\partial t} \quad (3.31)$$

Le tenseur $\overset{=}{s}$ permet une écriture généralisée des équations de **Maxwell** sur l'ensemble de l'espace d'analyse (aussi bien l'espace problème que le milieu absorbant qui l'entoure). Il est défini comme suit

$$\overset{=}{s} = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_z s_x}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Les trois paramètres, impliqués dans la détermination des différents éléments du tenseur, sont donnés par

$$s_x = \kappa_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\varepsilon} \quad (3.33)$$

$$s_y = \kappa_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\varepsilon} \quad (3.34)$$

$$s_z = \kappa_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\varepsilon} \quad (3.35)$$

L'écriture explicite de la loi de **Maxwell-Ampère** prend la forme suivante

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = j\omega\varepsilon \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_z s_x}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Les composantes du vecteur déplacement électrique sont liées aux composantes du champ électrique par

$$\tilde{D}_x = \varepsilon \frac{s_z}{s_x} \tilde{E}_x \quad (3.37)$$

$$\tilde{D}_y = \varepsilon \frac{s_x}{s_y} \tilde{E}_y \quad (3.38)$$

$$\tilde{D}_z = \varepsilon \frac{s_y}{s_z} \tilde{E}_z \quad (3.39)$$

Ces relations conduisent à une écriture de la loi de **Maxwell-Ampère**, dans laquelle ne figurent pas les composantes du champ électrique de manière explicite, et qui s'écrit

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0 \\ 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{D}_x \\ \tilde{D}_y \\ \tilde{D}_z \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

L'application de l'algorithme de la méthode *FDTD* nécessite le passage au domaine temporel. Ceci nous conduit à la forme suivante

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \kappa_y & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_z & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} + \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

De manière similaire, la loi de **Maxwell-Faraday** s'exprime sous la forme

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \kappa_y & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_z & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} - \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Après avoir tiré profit d'une écriture simplifiée, en introduisant les vecteurs induction magnétique \vec{B} et déplacement électrique \vec{D} , il est nécessaire d'établir les relations liant respectivement les champs \vec{E} et \vec{H} à \vec{D} et \vec{B} . Ces relations sont données comme suit

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_x D_x) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon} D_x = \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_z E_x) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon} E_x \right] \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_y D_y) + \frac{\sigma_y}{\varepsilon} D_y = \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_x E_y) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon} E_y \right] \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_z D_z) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon} D_z = \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_y E_z) + \frac{\sigma_y}{\varepsilon} E_z \right] \quad (3.45)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_x B_x) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon} B_x = \mu \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_z H_x) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon} H_x \right] \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_y B_y) + \frac{\sigma_y}{\varepsilon} B_y = \mu \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_x H_y) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon} H_y \right] \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_z B_z) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon} B_z = \mu \left[\frac{\partial}{\partial t} (\kappa_y H_z) + \frac{\sigma_y}{\varepsilon} H_z \right] \quad (3.48)$$

C'est la discrétisation des équations (3.41) à (3.48) qui donne les expressions des différentes mises à jour constituant le noyau de notre programme. Elles permettent le traitement unifié des valeurs du champ électromagnétique dans tout l'espace de calcul (incluant espace du problème et milieu absorbant).

Nous allons donner à titre indicatif ce que deviennent les équations de mise à jour pour les composantes selon la direction x . les autres composantes ont des formes similaires.

$$B_x^{s+1/2}(l, m+1/2, n+1/2) = \left(\frac{2\epsilon\kappa_y - \sigma_y\Delta t}{2\epsilon\kappa_y + \sigma_y\Delta t} \right) B_x^{s-1/2}(l, m+1/2, n+1/2) - \left(\frac{2\epsilon\Delta t}{2\epsilon\kappa_y + \sigma_y\Delta t} \right) \left(\frac{E_z^s(l, m+1, n+1/2) - E_z^s(l, m, n+1/2)}{\Delta y} - \frac{E_y^s(l, m+1/2, n+1) - E_y^s(l, m+1/2, n)}{\Delta z} \right) \quad (3.49)$$

Une fois l'induction magnétique est mise à jour, le champ magnétique est calculé comme suit

$$H_x^{s+1/2}(l, m+1/2, n+1/2) = \left(\frac{2\epsilon\kappa_z - \sigma_z\Delta t}{2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t} \right) H_x^{s-1/2}(l, m+1/2, n+1/2) + \left(\frac{2\epsilon\kappa_x + \sigma_x\Delta t}{\mu(2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t)} \right) B_x^{s+1/2}(l, m+1/2, n+1/2) - \left(\frac{2\epsilon\kappa_x - \sigma_x\Delta t}{\mu(2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t)} \right) B_x^{s-1/2}(l, m+1/2, n+1/2) \quad (3.50)$$

La seconde partie consiste à mettre à jour le déplacement et le champ électriques

$$D_x^{s+1}(l+1/2, m, n) = \left(\frac{2\epsilon\kappa_y - \sigma_y\Delta t}{2\epsilon\kappa_y + \sigma_y\Delta t} \right) D_x^s(l+1/2, m, n) + \left(\frac{2\epsilon\Delta t}{2\epsilon\kappa_y + \sigma_y\Delta t} \right) \left(\frac{H_z^{s+1/2}(l+1/2, m+1/2, n) - H_z^{s+1/2}(l+1/2, m-1/2, n)}{\Delta y} - \frac{H_y^{s+1/2}(l+1/2, m, n+1/2) - H_y^{s+1/2}(l+1/2, m, n-1/2)}{\Delta z} \right) \quad (3.51)$$

$$E_x^{s+1}(l+1/2, m, n) = \left(\frac{2\epsilon\kappa_x + \sigma_x\Delta t}{\epsilon(2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t)} \right) D_x^{s+1}(l+1/2, m, n) - \left(\frac{2\epsilon\kappa_x - \sigma_x\Delta t}{\epsilon(2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t)} \right) D_x^s(l+1/2, m, n) + \left(\frac{2\epsilon\kappa_z - \sigma_z\Delta t}{2\epsilon\kappa_z + \sigma_z\Delta t} \right) E_x^s(l+1/2, m, n) \quad (3.52)$$

Paramètres du tenseur s

Les paramètres du tenseur \bar{s} prennent des valeurs selon l'emplacement du point de calcul. Nous distinguons les deux milieux correspondant aux deux espaces de calcul.

Espace du problème: dans l'espace du problème, l'écriture généralisée doit être équivalente à l'écriture originale des équations de *Maxwell*. Nous avons alors : $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z = 1$ et $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$.

Milieu absorbant : au sein de l'absorbant *UPML*, les éléments du tenseur \bar{s} doivent assurer l'atténuation de l'onde provenant de la structure analysée. Le milieu *UPML* comprend plusieurs couches ayant des paramètres changeant graduellement de manière à ce que l'onde soit atténuée progressivement. Pour une direction i ($i = x, y$ ou z), nous prenons

$$\kappa_j = 1 \text{ et } \sigma_j = 0 \text{ pour } j \neq i.$$

κ_i et σ_i variables dans la direction i .

Afin d'assurer une atténuation de l'onde sans réflexion, les deux paramètres obéissent à une variation géométrique selon la direction de propagation suivante

$$\kappa(u) = \left(g \left(\frac{1}{\Delta} \right)^u \right) \quad (3.53)$$

$$\sigma(u) = \sigma_0 \left(g \left(\frac{1}{\Delta} \right)^u \right) \quad (3.54)$$

u est la distance entre le point de calcul et l'interface structure/*UPML*.

Δ est le pas d'échantillonnage. Il prend les valeurs Δ_x, Δ_y ou Δ_z selon la direction considérée.

g et σ_0 sont des constantes.

Pas d'échantillonnage

Afin de pallier au problème de dispersion il est judicieux de choisir le pas d'échantillonnage spatial le plus élevé, au moins dix fois plus petit que la longueur d'onde d'analyse la plus petite [46].

$$\Delta \leq \frac{\lambda_{\min}}{10} \quad \Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \quad (3.55)$$

La condition de stabilité de l'algorithme, reliant les pas d'échantillonnage spatiaux au pas d'échantillonnage temporel, est donnée par la relation (Annexe A.1)

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta_x} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_y} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_z} \right)^2}} \quad (3.56)$$

c est la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique.

Le choix doit donc être fait en passant, par ordre, par les étapes suivantes

- la longueur d'onde minimale est déterminée à partir de la fréquence d'analyse maximale;
- le pas d'échantillonnage spatial maximal doit vérifier la relation (3.55);
- le pas d'échantillonnage temporel doit vérifier la relation (3.56).

Techniques d'excitation

Etant une technique temporelle, la *FDTD* permet l'analyse, sur une plage fréquentielle, à l'aide d'une seule simulation. Cela se fait en rapportant l'onde réfléchiée à l'onde incidente dans le domaine fréquentiel. On introduit une impulsion gaussienne de la forme

$$f(t) = f(n\Delta t) = \exp\left(-\left(\frac{t-t_0}{T}\right)^2\right) = \exp\left(-\left(\frac{n-n_0}{n_T}\right)^2\right) \quad (3.57)$$

En pratique, une multitude de techniques sont utilisées afin de modéliser l'excitation de la structure objet de l'analyse. Pour garder la simplicité du programme, nous avons opté pour la source additive. Il s'agit d'ajouter la valeur du champ électrique de la source à un emplacement choisi (ligne micro-ruban en général).

D'autres techniques consistent à modéliser la source par une fente infinitésimale [51] et tenir en compte l'impédance interne du générateur [46], [52]. Le modèle coaxial est étudié par *Jensen* [53] et *Maloney* [54].

3.4 Utilisation de la méthode *FDTD* pour l'analyse de structures micro-ruban

Nous avons construit notre programme afin d'analyser des structures micro-ruban rayonnantes (antennes micro-ruban). Nous avons comparé nos résultats théoriques à des mesures selon la disponibilité.

3.4.1 Antenne monopole micro-ruban

Structure

La première structure, que nous avons choisie pour l'analyse, est une antenne monopole en technologie micro-ruban. Elle est représentée par la Figure 3.2.

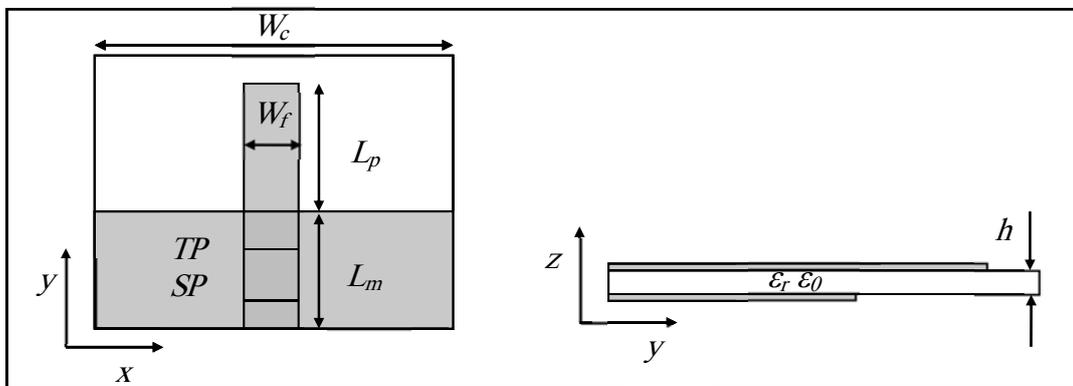


Figure 3.2 Antenne monopole micro-ruban.

Les valeurs des différents paramètres, relatifs à la structure de la Figure 3.2, sont reportées dans le Tableau 3.1.

Paramètre	W_c	W_f	L_p	L_m	h	ϵ_r
Valeur	34.68 mm	4.76 mm	9.51 mm	10.34 mm	1.6 mm	2.35

Tableau 3.1 Paramètres de l'antenne monopole micro-ruban.

L'analyse *FDTD* est effectuée en prenant un plan y au niveau duquel le champ électrique d'excitation est introduit (*Plan d'Alimentation Ang-Source Plane* noté *SP*). Le plan au niveau duquel nous mesurons les champs (incident ou total) est le *Plan Terminal (Ang-Terminal Plane* ou *TP*). Les deux plans sont séparés par dix cellules selon la direction y .

Afin de déterminer le coefficient de réflexion S_{11} de la structure et de le comparer aux résultats de [55], nous adoptons la notation suivante

$$S_{11}(f) = \frac{E_z^{ref}(f)}{E_z^{inc}(f)} = \frac{H_x^{ref}(f)}{H_x^{inc}(f)} \quad (3.58)$$

$$S_{11}(dB) = 20 \log(|S_{11}|) \quad (3.59)$$

Il importe de noter que les grandeurs figurant dans l'équation (3.58) dépendent de la fréquence. Ce sont les *transformées de Fourier discrètes* des grandeurs du domaine temporel (fournies par notre programme *FDTD-UPML*). (E_z^{inc}, H_x^{inc}) et (E_z^{ref}, H_x^{ref}) sont respectivement les champs électromagnétiques incident et réfléchi.

Le champ incident est calculé au niveau du plan *TP* pour une structure ne comportant que la ligne micro-ruban. Nous introduisons par la suite l'antenne monopole micro-ruban et nous procédons à l'analyse afin d'obtenir le champ total (E_z^{tot}, H_x^{tot}) . Le champ réfléchi est alors

$$H_x^{ref} = H_x^{tot} - H_x^{inc} \quad (3.60)$$

Le champ d'excitation prend la forme de l'impulsion gaussienne, donnée par

$$E_z(t) = e^{-\left[\frac{(t-t_0)^2}{t_w}\right]} \quad (3.61)$$

Plus la valeur de t_w est faible, plus la bande de fréquence de l'impulsion est large. Les valeurs des paramètres utilisées sont $t_0 = 120\Delta t$ et $t_w = 30\Delta t$. Les paramètres de l'*UPML* ont pour valeurs $g = 1.4$, $\sigma_0 = 0.5$.

L'espace du problème comprend $140 \times 87 \times 15$ cellules de forme parallélépipédique. L'*UPML* a une épaisseur de 19 cellules dans chaque direction. Les dimensions de chaque cellule sont $\Delta_x = \Delta_y = \Delta = 0.25mm$, $\Delta_z = 0.266mm$.

Résultats d'analyse

Notre programme permet de calculer le champ proche et le coefficient de réflexion de l'antenne. Une fois le champ proche est calculé, le principe d'équivalence de *Schelkunoff* [56] est adopté pour l'évaluation du champ lointain (champ rayonné).

Coefficient de réflexion

Nous avons effectué l'analyse de l'antenne monopole micro-ruban à l'aide du programme *FDTD* élaboré pour l'analyse d'une structure micro-ruban quelconque. La Figure 3.3 illustre les variations du module du coefficient de réflexion (exprimé en *dB*) en fonction de la fréquence.

Nos résultats sont comparés à ceux obtenus par [55]. Une fréquence de résonance de 5.35 *GHz* est indiquée par [55] contre une valeur de 5.615 *GHz*, obtenue par notre programme (erreur relative inférieure à 5%).

Les résultats obtenus présentent donc une bonne concordance avec les mesures, ce qui confirme la validité de l'algorithme adopté.

En se basant sur la théorie des circuits micro-ondes, cette résonance traduit une adaptation d'impédance presque parfaite du circuit équivalent à l'antenne monopole micro-ruban avec la ligne micro-ruban assurant son alimentation. Une adaptation correspond à un transfert maximal de la puissance électromagnétique entre la ligne d'alimentation et l'antenne. Ceci est traduit par l'égalité des phases entre le courant et la différence de potentiel. Du point de vue

électromagnétique, ce sont les phases respectives du champ magnétique et du champ électrique qui sont presque égales. Une adaptation parfaite correspond à une impédance d'entrée égale à la conjuguée de l'impédance de la ligne micro-ruban.

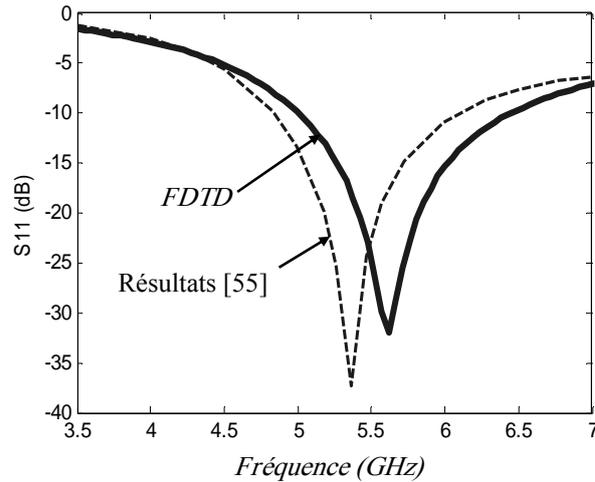


Figure 3.3 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole micro-ruban.

Champs rayonné

Le principe de *Schelkunoff* [56] est utilisé en prenant une boîte parallélépipédique imaginaire entourant l'antenne. Le champ, au niveau de la surface de la boîte, définit intégralement les sources équivalentes remplaçant l'antenne; source du rayonnement. Nous avons choisi de tracer les composantes du champ électrique rayonné E_θ et E_ϕ dans les plans Oxz ($\varphi=0$) et Oyz ($\varphi=\pi/2$). Le champ rayonné est calculé à la fréquence de résonance $f = 5.615 \text{ GHz}$ et il est illustré par la Figure 3.4.

Nous remarquons que les champs rayonnés dans le plan (Oxz) (plan $\varphi=0$) sont symétriques par rapport au plan (Oyz). Ceci est parfaitement conforme avec la configuration de l'antenne monopole qui présente une symétrie par rapport à ce même plan.

Nous remarquons également que la composante E_ϕ est quasiment omnidirectionnelle avec un maximum dans la direction des z négatifs. Ceci peut être expliqué par le fait que le plan de masse soit tronqué et les lignes de champ soient concentrées du côté du substrat. La composante E_θ est faible, et présente des variations plus importantes avec l'angle d'inclinaison θ . Sa forte variation avec l'angle θ est due à la contribution des courants équivalents pondérés par les fonctions sinus et cosinus de l'angle θ . Les directions de rayonnement maximum sont alors ($\theta=+/- 50^\circ$) et ($\theta=+/- 150^\circ$).

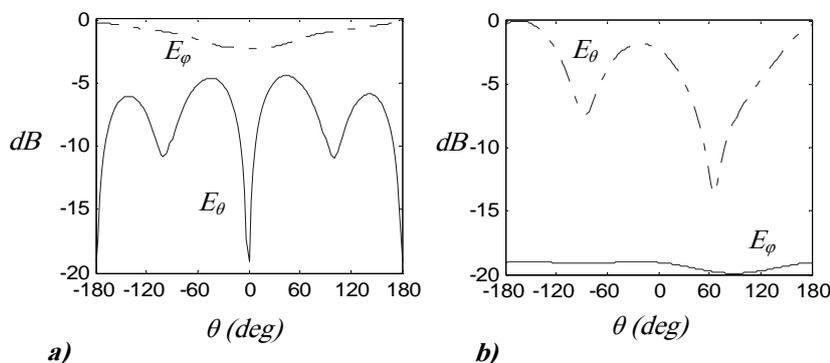


Figure 3.4 Champ rayonné. a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Dans le plan perpendiculaire ($\varphi=\pi/2$), le champ rayonné n'est plus symétrique. Il implique dans sa formulation les courants surfaciques équivalents des surfaces perpendiculaires à l'axe (Oy) qui ne sont pas identiques. La composante E_θ implique les courants électriques équivalents pondérés par les fonctions sinus et cosinus de l'angle θ . Sa direction de rayonnement maximum se confond avec celle des z négatifs. C'est la composante E_ϕ qui

présente un niveau réduit et une faible variation avec l'angle d'inclinaison. Elle est essentiellement fonction des courants électriques équivalents des surfaces perpendiculaires aux axes (Oy) et (Oz).

Influence des différents paramètres de l'antenne monopole

Le programme établi permet d'étudier l'influence des différents paramètres de l'antenne monopole sur son coefficient de réflexion. Nous présentons les effets respectifs de la longueur du plan de masse, de la longueur du monopole et du substrat. L'étude est effectuée en faisant varier le paramètre étudié, les autres paramètres étant maintenus à leurs valeurs respectives indiquées sur le Tableau 3.1.

Effet de la longueur de plan de masse

Le Tableau 3.2 illustre l'augmentation de la fréquence de résonance avec la longueur du plan de masse de la structure. La longueur étant exprimées en mm et en nombre de cellules selon la direction y .

Comme nous venons de constater, la fréquence de résonance augmente au fur et à mesure que la longueur du plan de masse augmente. Ceci peut être expliqué par le fait que le monopole devient de plus en plus court, ce qui rend la longueur d'onde plus courte, et par conséquent, la fréquence plus élevée.

<i>Nombre de cellules</i>	49	53	57	61	65
<i>L_m (mm)</i>	12.25	13.25	14.25	15.25	16.25
<i>Fréquence de résonance (GHz)</i>	4.89	5.21	5.58	5.92	6.3

Tableau 3.2 Influence de la longueur du plan de masse.

Les dimensions optimales sont obtenues lorsque le coefficient de réflexion atteint son niveau le plus bas (meilleure adaptation). Dans notre cas, la longueur optimale du plan de masse correspond à $14.25 mm$ (Figure 3.5).

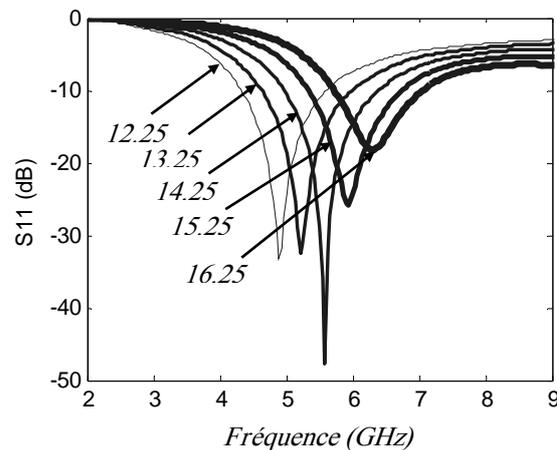


Figure 3.5 Influence de la longueur du plan de masse (L_m en mm).

Bien que la fréquence de résonance soit variable avec la longueur du plan de masse, il n'est pas forcé que la structure rayonne avec la même efficacité pour toutes les fréquences. En effet, le champ électromagnétique est impliqué par toutes ses composantes et les paramètres de l'antenne ne permettent un rayonnement maximum que pour une fréquence donnée correspondant à une configuration des lignes de champ bien spécifique ce qui correspond à son tour à une fréquence bien définie.

Effet de la longueur du monopole

Nous avons fait changer la longueur du monopole pour voir son effet sur le coefficient de réflexion de l'antenne. Le Tableau 3.3 montre les valeurs choisies pour l'étude ainsi que les fréquences de résonance correspondantes. Le Tableau 3.3 et la Figure 3.6 illustrent l'évolution de la fréquence de résonance ainsi que l'allure du coefficient de réflexion de l'antenne monopole en fonction de sa longueur (exprimée en *mm* et en nombre de cellules). En effet, la fréquence de résonance évolue inversement avec la longueur du monopole.

<i>Nombre de cellules</i>	81	85	89	94	99
L_m+L_p (mm)	20.25	21.25	22.25	23.5	24.75
<i>Fréquence de résonance (GHz)</i>	6.95	6.62	6.27	5.83	5.5

Tableau 3.3 Influence de la longueur du monopole.

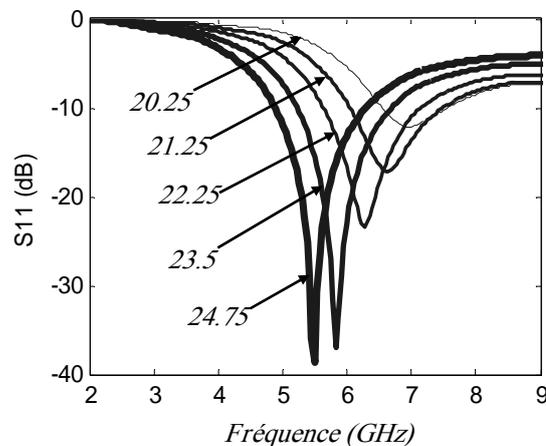


Figure 3.6 Influence de la longueur du monopole (L_m+L_p en mm).

Comme précédemment indiqué, plus le monopole est long plus importante est la longueur d'onde. Ceci correspond à des fréquences de résonance plus faibles. Ici, également, la configuration de l'antenne par tous ces paramètres influence les lignes de champs et donc le coefficient de réflexion. Les autres paramètres étant maintenus invariants, il existe une longueur du monopole qui est capable d'assurer le coefficient de réflexion le plus faible.

Effet de l'épaisseur du substrat

Le Tableau 3.4 met en évidence l'augmentation de la fréquence de résonance avec l'épaisseur du substrat. Nous observons également, dans la Figure 3.7, l'existence d'une épaisseur optimale occasionnant un meilleur transfert de puissance à travers le rayonnement de l'antenne monopole.

<i>Nombre de cellules</i>	4	5	6	7	8
<i>Épaisseur (mm)</i>	1.064	1.33	1.596	1.862	2.128
<i>Fréquence de résonance (GHz)</i>	5.32	5.38	5.46	5.54	5.62

Tableau 3.4 Influence de l'épaisseur du substrat.

L'augmentation de l'épaisseur du substrat présente un effet moins intuitif sur la fréquence de résonance de la structure. Nous pouvons expliquer ce phénomène par le fait que les lignes de champ contenues dans un substrat plus épais soit en nombre supérieur comparé au cas d'une

épaisseur réduite. Le circuit équivalent de l'antenne/milieu environnant possède une permittivité plus élevée ce qui correspond à une fréquence de résonance plus élevée.

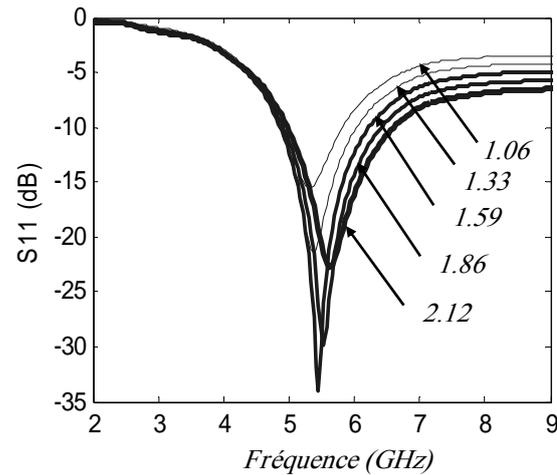


Figure 3.7 Influence de l'épaisseur du substrat (h en mm).

3.4.2 Antenne plaque micro-ruban

Structure

La structure rayonnante à étudier est une antenne micro-ruban de forme rectangulaire, illustrée par les figures 3.8 et 3.9. Les valeurs des différents paramètres sont reportées dans le Tableau 3.5.

Paramètres	W	L	d	w	h	ϵ_r
Valeur	12.45 mm	16 mm	2.09 mm	2.46 mm	0.8 mm	2.2

Tableau 3.5 Paramètres de l'antenne plaque micro-ruban.

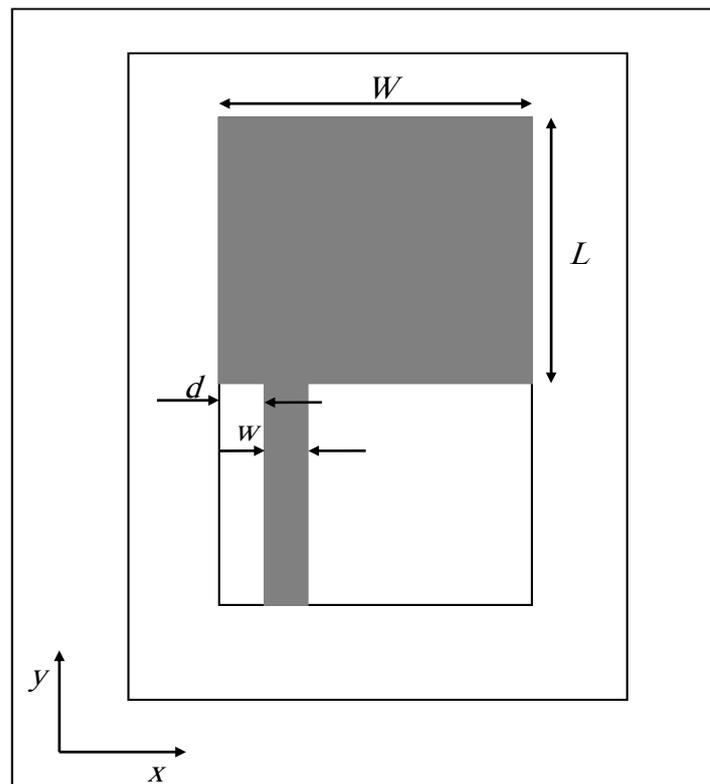


Figure 3.8 Antenne plaque micro-ruban (vue x - y) [57].

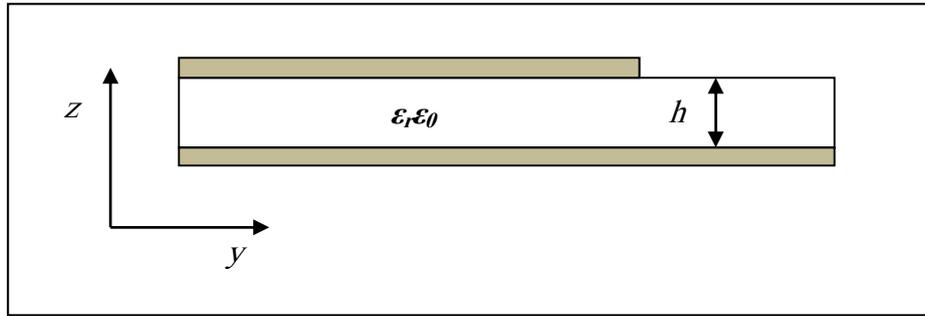


Figure 3.9 Antenne plaque micro-ruban (vue y-z).

L'espace du problème comprend $(71 \times 172 \times 18)$ cellules de forme cubique. L'UPML a une épaisseur de 19 cellules dans chaque direction. Les dimensions de chaque cellule sont $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = \Delta = 0.265 \text{ mm}$.

Résultats d'analyse

La démarche d'analyse précédente est encore adoptée dans ce cas. Le programme est adapté à la structure actuelle. Nous comparons nos résultats de calculs aux mesures disponibles concernant le coefficient de réflexion. Le champ lointain est calculé pour les différentes fréquences de résonance. Enfin, une analyse paramétrée est effectuée.

Coefficient de réflexion

La Figure 3.10 illustre les variations, en fonction de la fréquence, du module du coefficient de réflexion (exprimé en dB). Cette figure met en évidence une bonne concordance entre nos résultats de calcul et les mesures obtenues par **D. M. Sheen** [57]. Le programme que nous avons élaboré permet d'analyser une telle structure rayonnante tout en y introduisant de multiples modifications.

Nous remarquons que l'antenne étudiée possède un coefficient de réflexion inférieur à -10 dB pour deux valeurs de fréquence dans la plage $5\text{-}20 \text{ GHz}$ (7.525 GHz et 18.3 GHz). Cela correspond aux configurations du champ électromagnétique au niveau de l'antenne correspondant aux courants induits sur la plaque conductrice.

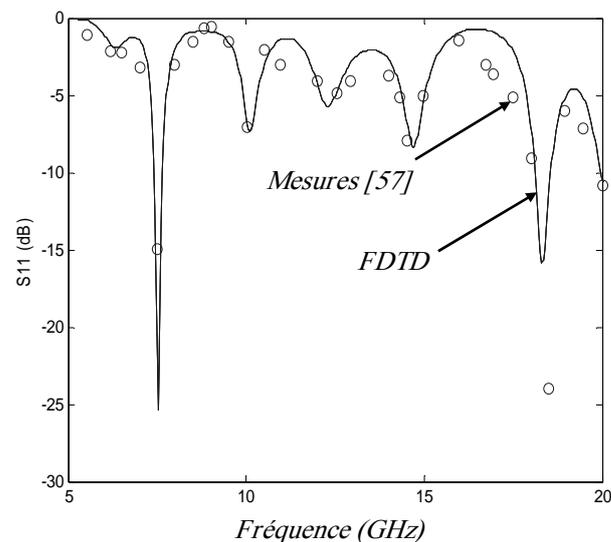


Figure 3.10 Coefficient de réflexion de l'antenne plaque micro-ruban.

Champ rayonné

Le champ rayonné de l'antenne plaque micro-ruban est calculé pour les fréquences de résonances, observées sur la Figure 3.10. Nous prenons des fréquences pour lesquelles le module du coefficient de réflexion S_{11} présente des valeurs inférieures à -10 dB . Nous avons choisi les deux valeurs $f=7.525 \text{ GHz}$ et $f=18.3 \text{ GHz}$. (figures 3.11 et 3.12).

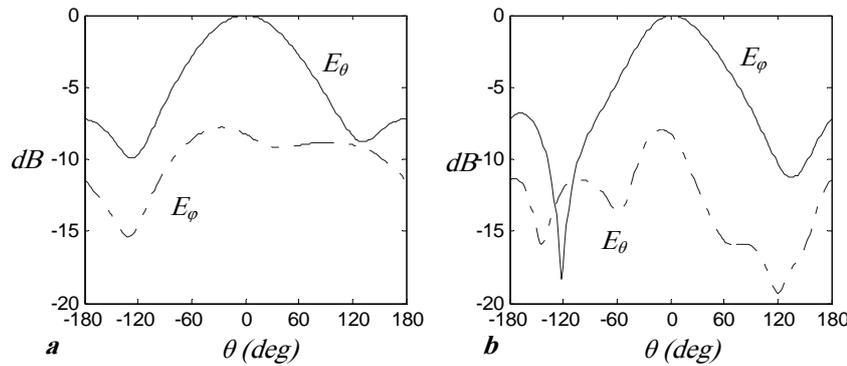


Figure 3.11 Champ rayonné à $f=7.525 \text{ GHz}$. a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Pour la fréquence de 7.525 GHz , le rayonnement est maximal dans la direction des z positifs (angle $\theta=0^\circ$) aussi bien dans le plan $\varphi=0$ que dans le plan $\varphi=\pi/2$. La composante E_θ est la composante dominante du champ rayonné pour le plan $\varphi=0$. Elle varie considérablement avec l'angle θ . Son maximum pour $\theta=0^\circ$ se justifie par la contribution des courants équivalents pondérés par la fonction $\cos(\theta)$. La composante E_φ reste faible avec des valeurs plus régulières. Elle implique des valeurs faibles des courants surfaciques équivalents (aussi bien électriques que magnétiques). Nous remarquons également l'asymétrie du champ dans le plan $\varphi=0$ conditionné par l'asymétrie de la structure par rapport à ce plan.

Dans le plan perpendiculaire ($\varphi=\pi/2$), la composante E_φ est la composante dominante. L'effet du plan de masse se fait sentir au fur et à mesure que l'angle θ augmente même si la contribution des courants équivalents des surfaces latérales reste conséquente. La composante E_θ est faible est présente des variations importantes avec l'angle θ . Ceci s'explique toujours par la faiblesse des courants surfaciques impliqués dans sa formulation.

A la fréquence $f=18.3 \text{ GHz}$, la configuration du champ rayonné a changé. A une fréquence aussi élevée, les courants surfaciques impliqués dans le calcul du champ rayonné changent. Les conditions aux limites au niveau des interfaces entre les milieux différents restent les mêmes mais entre les limites, de nouvelles valeurs du champ deviennent permises et c'est cela qui permet d'avoir une configuration du champ rayonné qui est totalement différente.

Dans le plan $\varphi=0$, la composante E_φ devient dominante. Elle est maximale pour $\theta=0^\circ$. Dans le plan perpendiculaire, E_θ est plus importante et présente des variations rapides avec l'angle d'inclinaison θ . Cela est dû au fait que les courants surfaciques équivalents des différentes faces ont des niveaux d'intensité comparables. Cela permet d'avoir plusieurs directions de rayonnement maximum.

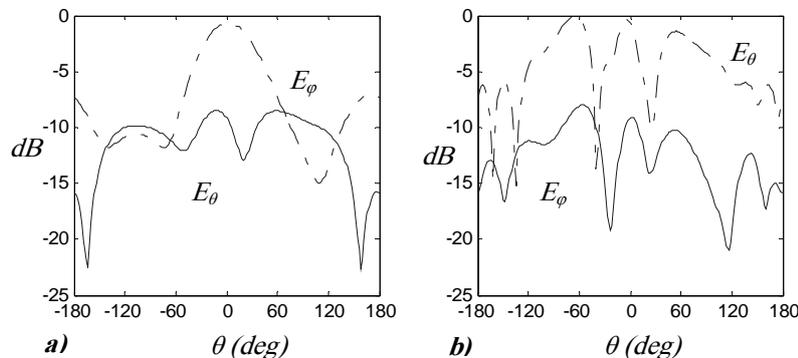


Figure 3.12 Champ rayonné à $f=18.3 \text{ GHz}$. a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Influence des différents paramètres de l'antenne

Comme précédemment, nous allons effectuer une étude paramétrique pour voir comment agissent les différents paramètres de l'antenne sur son coefficient de réflexion.

Effet de la largeur de l'antenne

Nous faisons varier la largeur de l'antenne en lui donnant successivement les valeurs indiquées dans le Tableau 3.6.

<i>Nombre de cellules</i>	<i>49</i>	<i>54</i>	<i>59</i>	<i>64</i>
<i>Largeur W (mm)</i>	<i>12.985</i>	<i>14.31</i>	<i>15.635</i>	<i>16.96</i>
<i>1^{ère} Fréquence de résonance (GHz)</i>	<i>8.75</i>	<i>7.84</i>	<i>7.1</i>	<i>6.39</i>

Tableau 3.6 Effet de la largeur de l'antenne.

Le Tableau 3.6 ainsi que la Figure 3.13 indiquent que la réponse fréquentielle de l'antenne subit un glissement vers les fréquences basses, au fur et à mesure que sa largeur augmente. Cela peut s'expliquer par le fait que les lignes de courant prennent de la longueur avec les dimensions du conducteur. Cela correspond à des longueurs d'ondes plus importantes et donc des fréquences plus basses.

L'intensité de rayonnement subit également des changements avec la largeur de l'antenne. En effet, pour une configuration donnée de l'antenne, les lignes du champ électrique et du champ magnétique correspondant à une adaptation presque totale à une fréquence donnée. Pour les cas étudiés, un rayonnement maximum est assuré dans le dernier cas pour une fréquence de résonance se situant à 6.39 GHz tandis que la fréquence la plus élevée est de 18.26 GHz pour la largeur $W=15.635 \text{ mm}$.

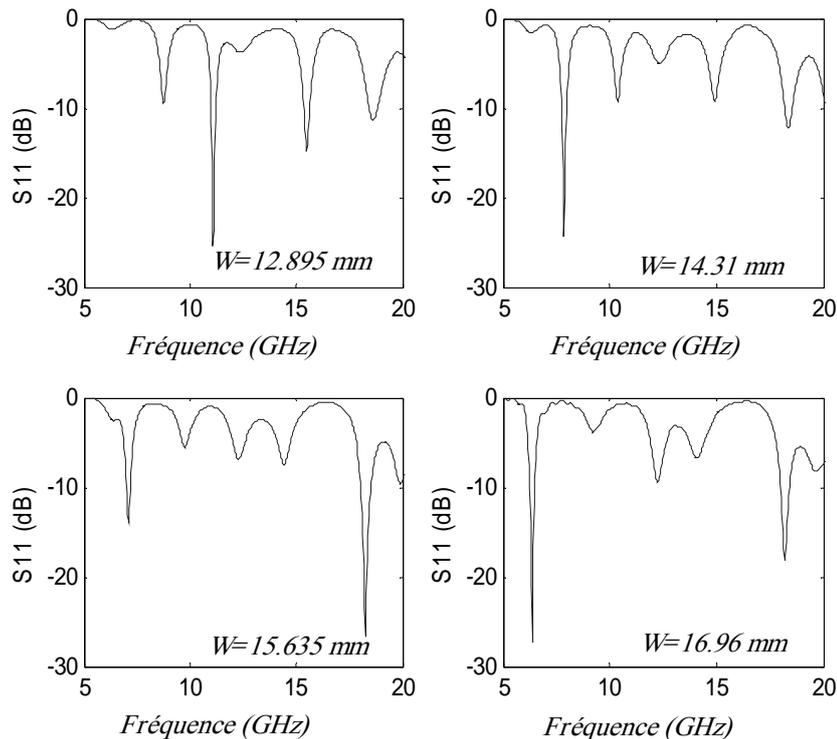


Figure 3.13 Effet de la largeur de l'antenne sur le coefficient de réflexion.

Effet de la longueur de l'antenne

Nous effectuons le même travail pour la longueur de l'antenne en faisant varier sa valeur conformément au Tableau 3.7.

Nombre de cellules	139	142	145	148
Longueur L (mm)	36.835	37.63	38.425	39.22
1 ^{ère} Fréquence de résonance (GHz)	7.48	7.52	7.526	7.526

Tableau 3.7 Effet de la longueur de l'antenne.

Nous remarquons (Figure 3.14) que le coefficient de réflexion ne subit pas de changement significatif, en termes de fréquences de résonance. L'intensité de rayonnement quant à elle, présente des différences selon le cas. L'antenne est efficace pour la première fréquence de résonance sauf pour le second cas ($L=37.63$ mm) où la structure rayonne de la meilleure manière pour la fréquence de 19.17 GHz. La longueur de l'antenne cause des changements peut significatifs pour les fréquences basses. Ceci n'altère donc pas les lignes de champ pour ces fréquences. Au contraire, pour les fréquences élevées, le changement de la longueur a son impact sur les lignes de champ et peut assurer des valeurs optimales du coefficient de réflexion pour des valeurs définies de la fréquence selon une configuration données de l'antenne.

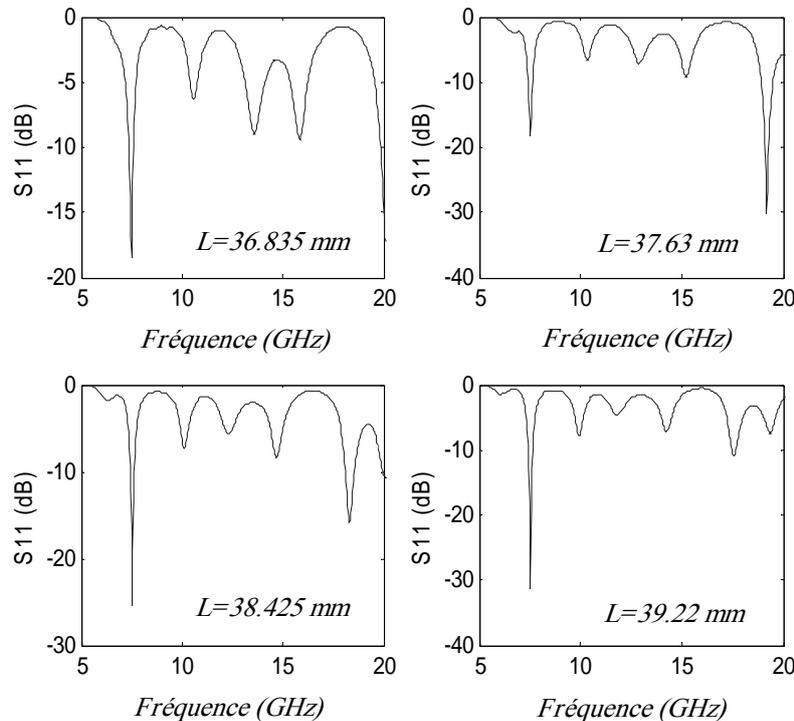


Figure 3.14 Effet de la longueur de l'antenne sur le coefficient de réflexion.

Effet de l'épaisseur du substrat

Le dernier changement effectué consiste à faire varier l'épaisseur du substrat comme indiqué ci-dessous dans le Tableau 3.8.

Nombre de cellules	3	4	5	6
épaisseur h (mm)	0.795	1.06	1.325	1.59
1 ^{ère} Fréquence de résonance (GHz)	7.525	7.37	7.25	7.12

Tableau 3.8 Effet de l'épaisseur du substrat.

Nous remarquons que la première fréquence de résonance de la structure diminue lorsque l'épaisseur du substrat augmente. Le changement de l'épaisseur du substrat permet un rayonnement efficace pour de nouvelles valeurs de la fréquence.

Cela permet d'avoir un niveau de coefficient de réflexion acceptable à des fréquences différentes selon le changement de l'épaisseur du substrat et étant donné les valeurs des autres paramètres. La Figure 3.15 indique également que la structure gagne d'avantage de l'effet large bande avec une épaisseur de substrat plus importante. En effet, pour une épaisseur de 1.59 mm , l'antenne rayonne avec presque la même efficacité pour les fréquences 9.8 GHz , 14.25 GHz et 17.85 GHz . Le coefficient de réflexion est maintenu inférieur à -10 dB entre 17.45 GHz et 19.8 GHz . Pour une épaisseur plus importante, le nombre de fréquences avec lesquelles l'antenne peut rayonner en ayant un niveau du coefficient de réflexion acceptable est plus élevé. Il est clair que ce sont les fréquences les plus élevées qui sont favorisées par l'augmentation de l'épaisseur du substrat car leurs longueurs d'onde correspondent mieux aux valeurs de l'épaisseur du substrat de la structure.

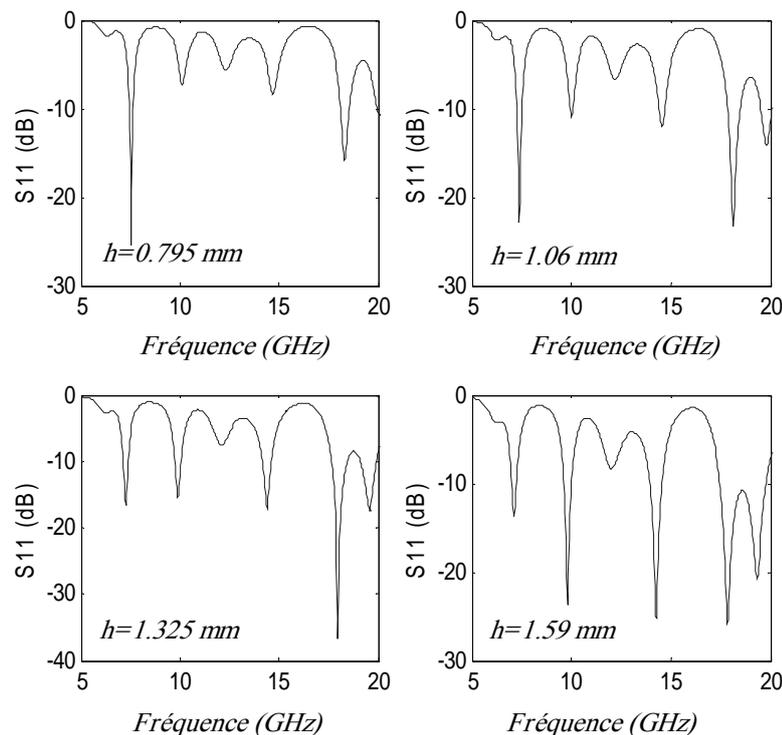


Figure 3.15 Effet de l'épaisseur du substrat sur le coefficient de réflexion.

3.5 Conclusion

Nous venons de voir, dans ce chapitre, une présentation théorique de la méthode *FDTD* ainsi que son application dans l'analyse des structures micro-rubans (antenne monopole et antenne patch rectangulaire). Nos résultats de calculs présentent une bonne concordance avec les mesures ou les résultats des travaux antérieurs disponibles.

La théorie de conversion champ proche/champ lointain est mise en œuvre pour la détermination des champs rayonnés dans les cas considérés, et des études paramétriques de sensibilité ont permis d'aboutir à des conclusions variées.

Nous verrons, dans ce qui suit, l'effet de l'introduction de cellules métamatériaux sur les caractéristiques des structures étudiées.

4 AMELIORATION DES PERFORMANCES D'ANTENNES MICRO-RUBAN A L'AIDE DE CELLULES DE METAMATERIAUX

4.1 Introduction

Nous avons présenté dans les chapitres précédents l'effet « *Métamatériaux* » ainsi que les résultats d'analyse des structures micro-rubans rayonnantes par la méthode *FDTD* (Antenne Monopole et antenne patch rectangulaire).

L'utilisation du programme que nous avons élaboré nous permet également de mettre en évidence l'effet de l'introduction de cellules métamatériau sur les caractéristiques radioélectriques des structures déjà analysées.

4.2 Antenne monopole Micro-ruban

La première structure à laquelle nous avons greffé l'effet métamatériau est l'antenne monopole déjà étudiée au chapitre précédent. Dans ce paragraphe, on se propose d'intégrer des cellules *SRRs* de formes et de dimensions différentes. Nous comparons les caractéristiques de la structure résultante, ainsi modifiée, avec la structure de base.

4.2.1 Introduction d'un *SRR*

La structure analysée est représentée par la Figure 4.1. Le monopole possède les mêmes dimensions que celle utilisées au chapitre précédent.

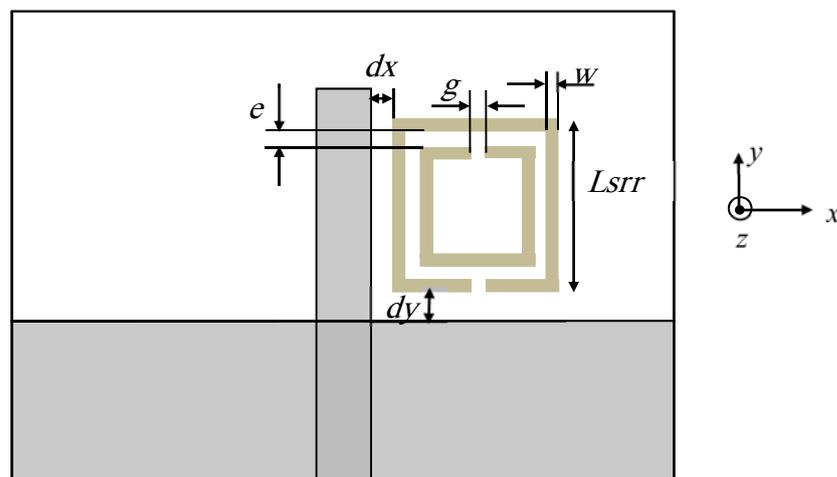


Figure 4.1 Antenne monopole micro-ruban avec un *SRR*.

Les paramètres du *SRR* sont indiqués dans le Tableau 4.1.

Paramètre	L_{srr}	w	g	e	dx	dy
Valeurs (mm)	7.25	0.75	0.25	0.75	1	2

Tableau 4.1 Paramètres du *SRR*.

Nous allons adopter la même démarche que précédemment. Nous commençons par l'analyse du coefficient de réflexion. Nous présentons par la suite le champ rayonné par la structure pour les fréquences de résonance correspondant à un rayonnement maximum de la structure. Nous procédons finalement à une analyse paramétrée du coefficient de réflexion.

Coefficient de réflexion

L'analyse de la structure représentée par la Figure 4.1 par le programme que nous avons élaboré à partir de la méthode *FDTD* nous permet de déterminer le module du coefficient de réflexion dont les variations en fonction de la fréquence (exprimé en *dB*) sont illustrées par la Figure 4.2.

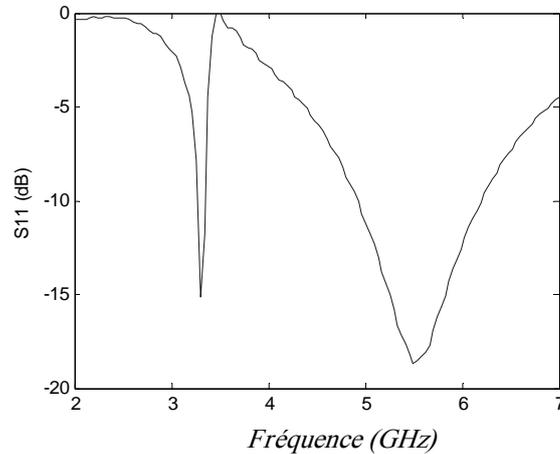


Figure 4.2 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole avec un *SRR*.

Cette figure met en évidence deux fréquences de résonance. La première est de 3.3 GHz ; elle correspond à la résonance avec la cellule *SRR* qui est responsable du rayonnement à cette fréquence. La seconde fréquence qui est de 5.5 GHz est la fréquence de résonance de l'antenne monopole de base.

Etant composée de deux éléments conducteurs (monopole et cellule *SRR*), l'antenne assure un rayonnement dû aux courants circulant sur ses deux composantes. Le monopole ainsi que la cellule *SRR* sont tous les deux des éléments résonnants dont les formes de courants ne permettent un rayonnement maximum que pour des fréquences données. Possédant des fréquences de résonance différentes, chacune des deux composantes est responsable de la configuration du champ proche grâce aux densités de courants induites. Chacune est prépondérante à la fréquence lui correspondant sans que l'effet de l'autre ne soit totalement nul.

Champ rayonné

Nous avons calculé le champ rayonné par la structure pour les deux fréquences de résonance indiquées ci-dessus. La Figure 4.3 illustre le comportement des composantes E_θ et E_ϕ aussi bien dans le plan $\varphi=0$ que dans le plan $\varphi=\pi/2$.

Le champ rayonné est fortement influencé par la cellule *SRR* pour la fréquence $f=3.3$ GHz. Il diffère de manière significative par rapport à celui du monopole isolé. La présence de la cellule est responsable du déséquilibre des différentes composantes des courants surfaciques équivalents. Cela permet en effet de faire dévier la direction de rayonnement maximum de celle de l'axe (*Oz*). La composante la moins influencée par la présence du *SRR* est E_θ (plan $\varphi=\pi/2$) car les courants équivalents participant à sa formation ne sont pas fortement influencés par le champ produit par les courants induits sur le *SRR*.

Pour la fréquence $f=5.5$ GHz, les allures des différents champs rayonnés sont très proches de celles présentées pour l'antenne monopole seule. Ceci confirme le fait que le monopole soit responsable du rayonnement à cette fréquence comme indiqué lors de la présentation du coefficient de réflexion. Il est cependant remarquable que l'effet du *SRR* n'est pas absent. En effet, bien que loin de sa fréquence de résonance le *SRR* contribue, par ses densités de courants induites, au rayonnement global de l'antenne.

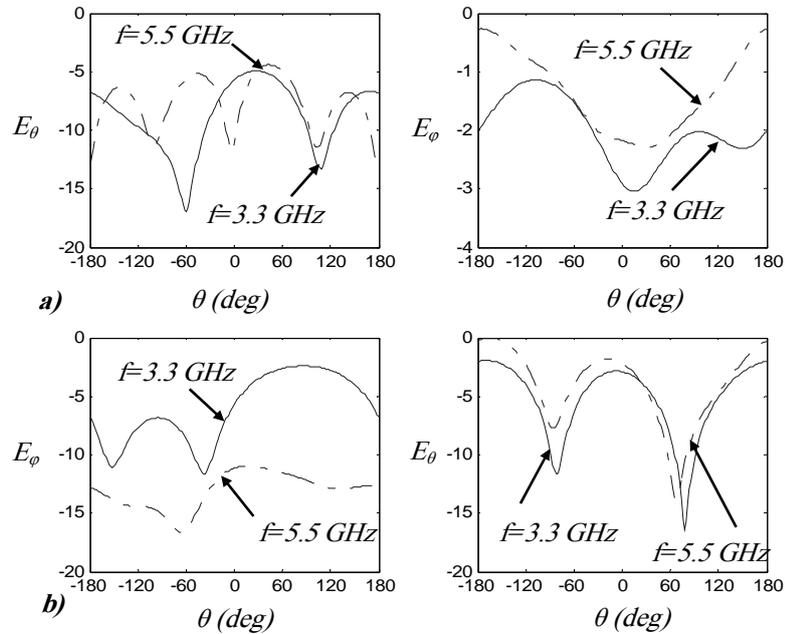


Figure 4.3 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Effet du Changement de la distance dx

Après avoir déterminé le coefficient de réflexion de la structure considérée ainsi que le champ rayonné, nous nous sommes proposés de voir l'effet du changement de la position du *SRR* ainsi que son ouverture sur le coefficient de réflexion. Nous commençons par la variation du paramètre dx qui prend les valeurs respectives de 1 mm , 1.5 mm , 2 mm et enfin 2.5 mm . La Figure 4.4 illustre la variation du coefficient de réflexion de l'antenne monopole à laquelle on a intégré le *SRR* à multiples valeurs du paramètre dx (distance entre le *SRR* et le monopole dans la direction Ox).

Nous remarquons un shift vers des valeurs supérieures de la fréquence de résonance au fur et à mesure que la distance dx augmente. La distance horizontale du *SRR* du monopole a pour effet de diminuer la capacité de couplage, ce qui a pour effet l'augmentation de la fréquence de résonance. En examinant les résultats obtenus, nous nous rendons compte que la distance optimale est $dx=1.5\text{ mm}$. Elle permet une meilleure adaptation du circuit équivalent de l'antenne avec le circuit d'alimentation.

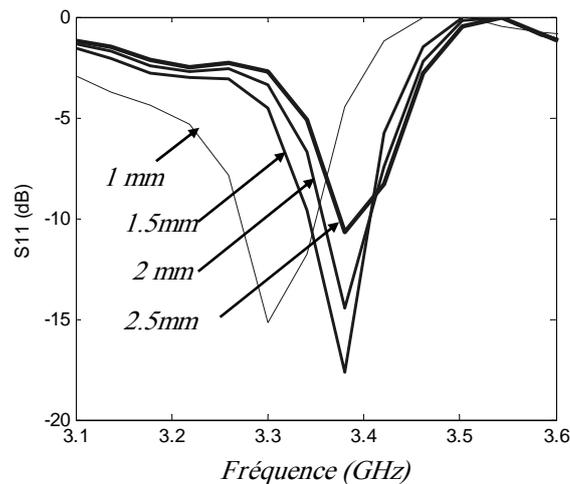


Figure 4.4 Effet de la variation de la distance dx sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un *SRR*)

Effet du Changement de la distance dy

Comme pour la distance dx , nous avons fait varier la distance dy afin de voir son effet sur le coefficient de réflexion de la structure. La Figure 4.5 illustre la variation de la fréquence de résonance relative au SRR au fur et à mesure que la distance dy .

Nous remarquons un effet moindre comparativement à celui engendré par la variation de la distance dx . Cela peut être expliqué par le changement de l'effet capacitif avec le plan de masse. La fréquence de résonance connaît une augmentation plus importante entre les deux premières valeurs de la distance dy puis tend à se stabiliser vu la stabilité du couplage avec le monopole.

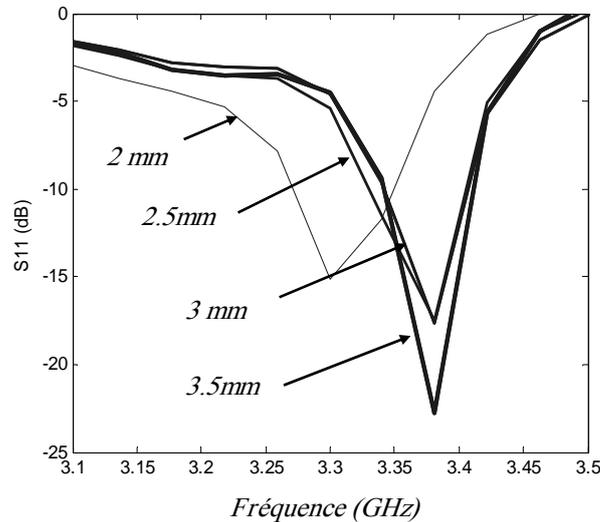


Figure 4.5 Effet de la variation de la distance dy sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un SRR)

Effet du Changement de l'ouverture g

Le troisième et dernier paramètre étudié est l'ouverture g . La Figure 4.6 illustre le changement de la fréquence de résonance en fonction de la variation de l'ouverture du SRR .

Nous constatons une augmentation de la fréquence de résonance en fonction de la largeur de l'ouverture g de la cellule SRR . Cela peut être expliqué par la diminution simultanée de l'effet capacitif et inductif des anneaux constituant le SRR .

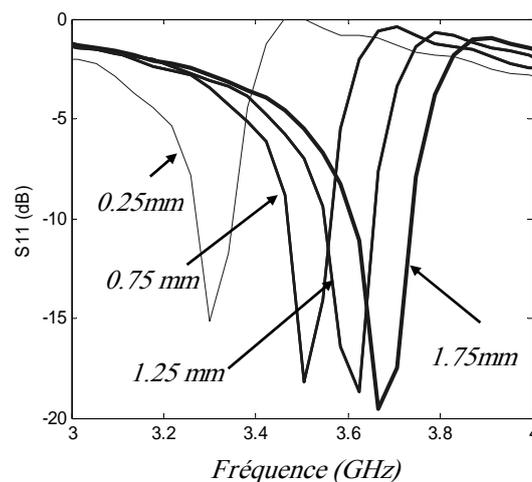


Figure 4.6 Effet de la variation de l'ouverture g sur le coefficient de réflexion. (antenne monopole avec un SRR)

L'évolution du coefficient de réflexion révèle une flexibilité de conception de l'antenne monopole dotée d'une (ou plusieurs) cellules SRR en fonction du besoin et des caractéristiques des systèmes d'émission/réception requis.

L'idée suivante consiste à doter l'antenne monopole d'une cellule *SRR* modifiée et de voir son effet sur les caractéristiques de la structure rayonnante résultante.

4.2.2 Introduction d'un *SRR* modifié

Nous introduisons, comme indiqué précédemment, une cellule *SRR* modifiée ayant les mêmes dimensions que celles du *SRR* déjà présenté. La Figure 4.7 montre la forme et la disposition de la structure étudiée.

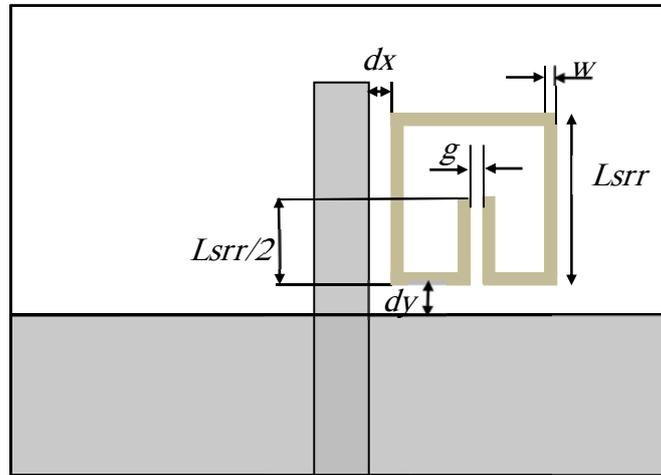


Figure 4.7 Antenne monopole micro-ruban avec un *SRR* modifié.

Nous rappelons dans le Tableau 4.2 les valeurs des différents paramètres relatifs au *SRR* modifié introduit.

Paramètre	L_{srr}	w	g	dx	dy
Valeur (mm)	7.25	0.75	0.25	1	2

Tableau 4.2 Paramètres du *SRR* modifié.

Coefficient de réflexion

La Figure 4.8 illustre l'allure du coefficient de réflexion de la structure de la Figure 4.7. Nous comparons ce cas à son précédent afin de voir l'apport de l'insertion d'un *SRR* modifié par rapport au *SRR* original. Nous remarquons une réduction de la fréquence de résonance du *SRR* ($f=3.1$ GHz) avec une adaptation meilleure (module du coefficient de réflexion réduit) tandis qu'à la fréquence de résonance du monopole, la structure précédente rayonne plus efficacement. Ceci traduit l'effet accentué du *SRR* modifié altérant ainsi la configuration du champ proche de l'antenne.

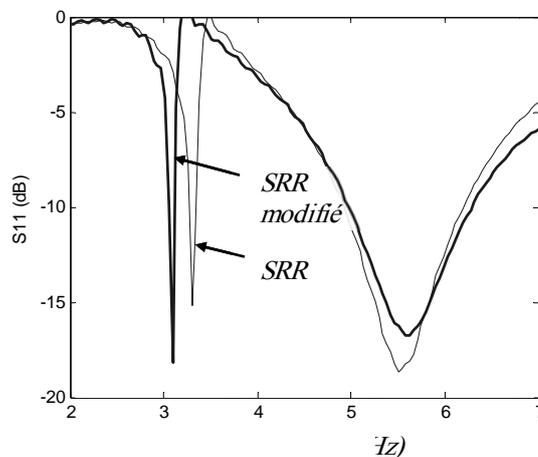


Figure 4.8 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole avec un *SRR* modifié.

Etant construit d'un seul anneau, l'effet cumulé du champ produit par l'anneau modifié est plus fort que l'effet global du champ produit par les deux anneaux partiellement affaibli par la symétrie du *SRR* original. Cette tendance met en évidence la possibilité d'obtenir d'autres fréquences de résonance en changeant la forme du *SRR*.

Champ rayonné

Nous traçons le champ rayonné de la structure objet de l'étude pour les deux fréquences de résonance. La Figure 4.9 illustre l'allure des différentes composantes du champ rayonné.

Tenant compte des cas précédents, il est clair qu'à la fréquence de résonance $f=3.1\text{ GHz}$, le rayonnement de l'antenne est fortement conditionné par le *SRR* modifié. Les densités de courant induites sur les *SRR* modifié favorisent le déséquilibre des densités de courants surfaciques équivalentes participant à la formation du champ rayonné. Le champ rayonné possède donc un maximum dévié de la direction de l'axe des z .

A la fréquence $f=5.5\text{ GHz}$, le rayonnement approche celui du monopole isolé mais la présence du *SRR* est plus perceptible du fait que le champ en résultant soit de niveau supérieur comparé au celui du *SRR* original.

Nous constatons alors l'apport de l'intégration du *SRR* modifié qui permet non seulement d'obtenir une adaptation pour une fréquence autre que la fréquence de résonance du monopole mais d'altérer le diagramme de rayonnement de la structure pour cette fréquence.

Nous verrons dans ce qui suit l'effet de l'introduction de deux *SRRs* modifiés aux deux côtés du monopole.

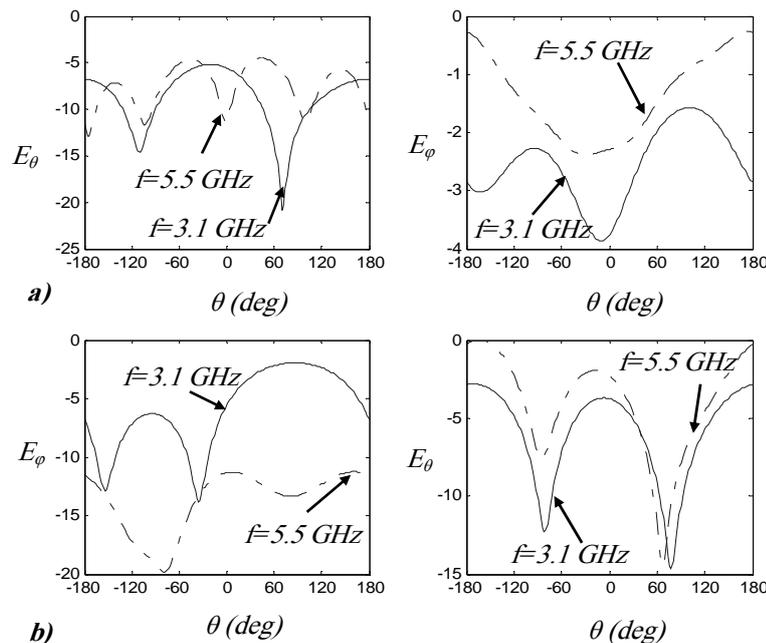


Figure 4.9 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

4.2.3 Introduction de deux *SRRs* modifiés

Dans l'objectif d'obtenir une nouvelle fréquence de rayonnement de l'antenne monopole de base, et d'étudier le diagramme de rayonnement, nous nous sommes proposés de modifier la structure précédente en introduisant deux *SRRs* modifiés l'un au côté droit, l'autre au côté gauche du monopole comme indiqué dans la Figure 4.10.

Les valeurs des paramètres des deux *SRRs* modifiés sont résumées dans le Tableau 4.3

Paramètre	L_{srr1}	L_{srr2}	w	g	dx_1	dy_1	dx_2	dy_2
Valeur (mm)	5.25	6.25	0.75	0.25	0.75	2.75	1.5	2.25

Tableau 4.3 Paramètres des deux *SRRs* modifiés.

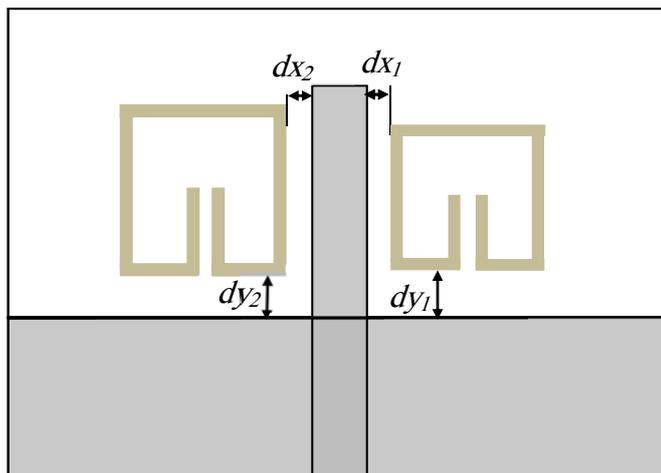


Figure 4.10 Antenne monopole micro-ruban avec deux *SRRs* modifiés.

Coefficient de réflexion

La Figure 4.11 illustre l'évolution du coefficient de réflexion de la structure en fonction de la fréquence. Elle met en évidence trois fréquences de résonance correspondant aux fréquences de résonance respectives des deux *SRRs* modifiés ($f=3.8\text{ GHz}$ et $f=4.66\text{ GHz}$) qui s'ajoutent à celle du monopole proprement dit. De plus, nous constatons que la présence des deux *SRRs* modifiés fait glisser la fréquence de résonance du monopole vers des valeurs supérieures ($f=6.2\text{ GHz}$). Ceci met en évidence l'effet des densités de courant induites sur les *SRR* sur le comportement global de la structure en altérant les lignes de champ et agissant ainsi sur l'adaptation (égalité de la phase du champ électrique et du champ magnétique).

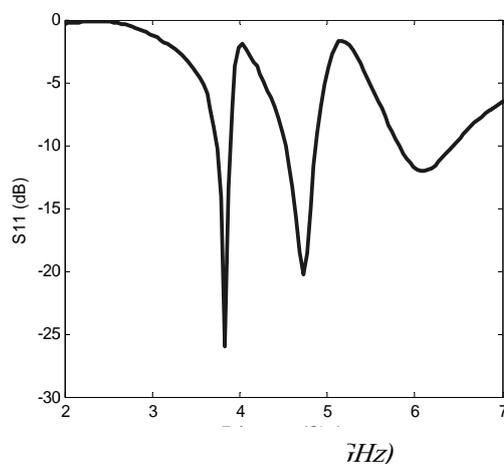


Figure 4.11 Coefficient de réflexion de l'antenne monopole-micro ruban avec deux *SRRs* modifiés.

Afin de cerner les effets respectifs de chaque *SRR* modifié, nous nous sommes proposés de court-circuiter les deux *SRRs* à tour de rôle puis simultanément et voir l'allure du coefficient de réflexion de la structure. Les résultats sont reportés sur la Figure 4.12.

La Figure 4.12 montre que la présence du premier *SRR* (celui qui est de dimensions plus petites et donc une fréquence de résonance plus élevée) n'affecte en rien le comportement du second *SRR* tandis qu'elle participe à l'affectation du rayonnement du monopole (ayant une fréquence de résonance la plus élevée) en faisant glisser sa fréquence de résonance vers des valeurs supérieures ainsi que la dégradation de l'adaptation traduite par un module du coefficient de réflexion plus élevé. Ce *SRR* a des densités de courant qui altèrent les lignes de champ et affectent le niveau du coefficient de réflexion. La présence de plusieurs éléments

conducteurs permet d'obtenir de nouvelles fréquences de résonance au détriment du degré d'adaptation (une adaptation moins parfaite pour certaines fréquences).

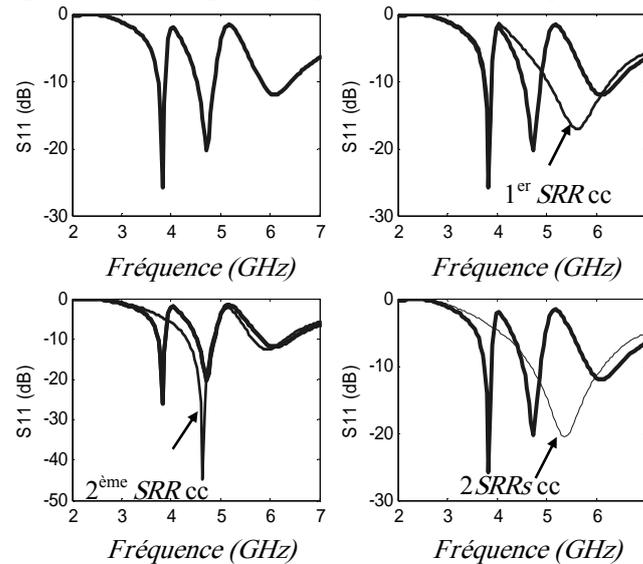


Figure 4.12 Anneaux *SRRs* court-circuités.

Le second *SRR*, une fois court-circuité, permet un meilleur comportement du premier *SRR* à travers un léger glissement de la fréquence de résonance ainsi qu'un module de coefficient de réflexion plus réduit. On constate également que le changement de comportement du monopole est dû principalement à la présence du premier *SRR*.

Enfin, nos constats sont confirmés par le cas où l'on a court-circuité les deux *SRRs* simultanément. En effet, le monopole regagne ses caractéristiques quasi-totalement en regagnant sa fréquence de résonance ainsi qu'un niveau de coefficient de réflexion atteignant -20 dB.

Nous concluons alors que l'intégration d'une cellule *SRR* ayant une fréquence de résonance assez éloignée de celle du monopole permet d'enrichir le contenu fréquentiel de la structure sans pour autant trop affecter l'adaptation à la fréquence de résonance de l'antenne monopole originale. Ceci devient compromis lorsque la fréquence de résonance de la cellule *SRR* est proche de celle du monopole.

Champ rayonné

La Figure 4.13 illustre le champ rayonné de la structure pour les trois fréquences de résonance. Comme pour les cas précédents, l'apport d'intégration des deux *SRRs* modifiés est plus qu'évident. Dans le plan ($\varphi=0$), la composante E_θ est fortement affectée par la présence des *SRRs* modifiés chacun à sa fréquence respective. Les deux *SRRs* présentent des effets presque symétriques sur la composante E_θ .

Vu sa formulation, cette composante implique des densités de courant surfaciques équivalentes présentant une symétrie par rapport au plan ($\varphi=\pi/2$) et cela justifie l'effet presque symétrique sur le champ rayonné. Contrairement à ce qui précède, la composante E_φ présente un effet presque invariant de la présence des deux *SRRs* modifiés. Cette composante, ainsi que les deux composantes dans le plan ($\varphi=\pi/2$), ne présentent pas de grands changements pour les trois fréquences. Cela s'explique par la disposition des *SRRs* dans le plan (Oxy) ainsi que l'orientation de leur ouverture selon la direction (Ox).

Nous concluons alors que l'intégration des deux *SRRs* modifiées permet à la structure de rayonner avec une intensité acceptable pour une multitude de fréquences en ayant le choix de tirer profit ou non de l'altération de son diagramme de rayonnement et ce en orientant l'antenne de réception dans une direction qui convient notre choix.

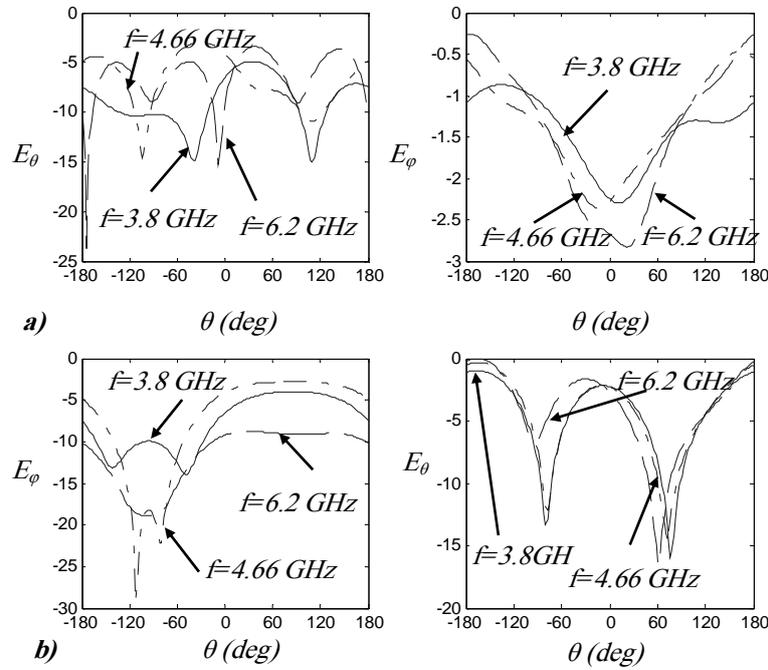


Figure 4.13 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Nous avons donc vu la possibilité d'obtenir de nouvelles fréquences de rayonnement de l'antenne en lui intégrant des *SRRs* ayant multiples formes, dimensions et à différentes distances du monopole et du plan de masse. Nous avons vu en dernier l'effet d'ajout de multiples *SRRs* modifiés et leurs effets respectifs et simultanés en les court-circuitant. Ceci renforce alors l'idée de concevoir des antennes reconfigurables intégrant plusieurs *SRRs* qu'on court-circuite en fonction du besoin.

4.3 Antenne Plaque Micro-ruban

Dans cette partie, nous nous proposons d'intégrer des cellules métamatériaux complémentaires à l'antenne plaque micro-ruban déjà présentée au chapitre précédent. Une partie de la plaque conductrice ayant la forme du *SRR* désirée.

4.3.1 Cellule *SRR* complémentaire (axe *Ox*)

Nous commençons par intégrer une cellule *SRR* complémentaire (*SRR-C*) à l'antenne micro-ruban de base comme indiqué sur la Figure 4.14. L'intégration de cette cellule consiste à enlever le conducteur de la zone composant les anneaux (zone blanche sur le schéma).

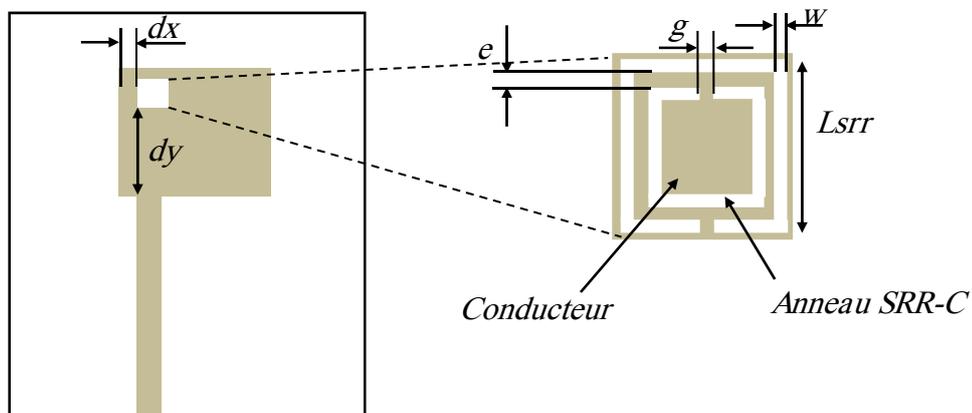


Figure 4.14 Antenne plaque micro-ruban avec un *SRR-C* selon l'axe (*Ox*).

Le Tableau 4.4 résume les différents paramètres relatifs au *SRR-C*.

Paramètre	L_{srr}	w	g	e	dx	dy
Valeur (mm)	3.71	0.265	0.53	0.53	0.265	11.66

Tableau 4.4 Paramètres du *SRR-C* selon l'axe (Ox).

Nous avons utilisé le même programme *FDTD* pour l'analyse de cette structure. Nous avons tracé le coefficient de réflexion $S_{11}(dB)$ ainsi que le champ rayonné.

Coefficient de réflexion

La Figure 4.15 permet de voir comment évolue le coefficient de réflexion de la structure étudiée et de la comparer avec la structure de base (plaque micro-ruban seule).

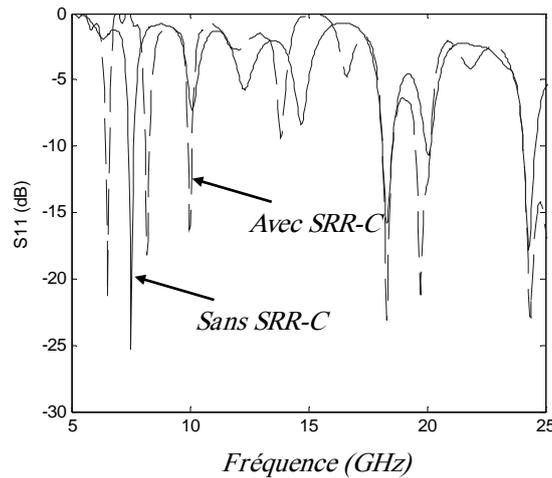


Figure 4.15 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRR-C* selon (Ox).

L'antenne plaque micro-ruban rayonnait à la fréquence de 7.526 GHz. L'introduction du *SRR-C* a permis d'obtenir une fréquence de résonance plus basse et une autre plus élevée (6.546 GHz et 8.2 GHz respectivement). Le coefficient de réflexion atteint des valeurs acceptables pour d'autres fréquences de résonance avec l'intégration de la cellule complémentaire.

Pour essayer de comprendre l'effet d'introduction de cette cellule, nous revenons à l'idée de base de la résonance. A une fréquence donnée, au niveau de tous les côtés où l'antenne est capable de rayonner, plus le nombre de lignes de champ électrique et magnétique sont en phase (ou presque) plus le transfert de puissance est meilleur (niveau réduit du module du coefficient de réflexion). Il est évident que la déformation de la plaque conductrice altère les lignes de champ ce qui agit sur l'intensité de rayonnement de l'antenne.

Le choix de la forme de la déformation (cellule *SRR-C*) rajoute, au fait de provoquer des déformations au niveau de la plaque conductrice, l'intérêt tiré d'une structure résonnante permettant d'améliorer le transfert de puissance pour des fréquences bien déterminées.

Champ rayonné

Le champ rayonné de la structure est tracé dans les deux plans ($(\varphi=0)$ et $(\varphi=\pi/2)$). La Figure 4.16 illustre les allures des composantes E_θ et E_φ pour les deux fréquences de résonance $f=6.546$ GHz et $f=8.2$ GHz.

Le rayonnement n'est pas trop altéré par la présence du *SRR-C* pour les composantes E_θ du plan $\varphi=0$ et E_φ du plan $\varphi=\pi/2$. Les composantes du champ électromagnétiques rayonné ont des niveaux d'intensité comparables pour les deux valeurs de fréquence choisies. Cela s'explique par le fait que la plaque micro-ruban reste l'unique élément responsable du rayonnement. Le *SRR-C* reste une forme spéciale d'une fente créée au niveau de la plaque micro-ruban. Si on remplace les densités de courants induites sur la plaque par des sources de courant et en éliminant le conducteur, le *SRR-C* sera modélisé par l'ajout de sources

d'intensités exactement égale et dans un sens opposé à celles existant au niveau de la zone *SRR-C*.

Les deux autres composantes du champ rayonné présentent des allures différentes pour les deux fréquences. Les densités de courant surfaciques équivalentes impliquées dans la formulation de ces composantes changent alors de configuration quand la fréquence change.

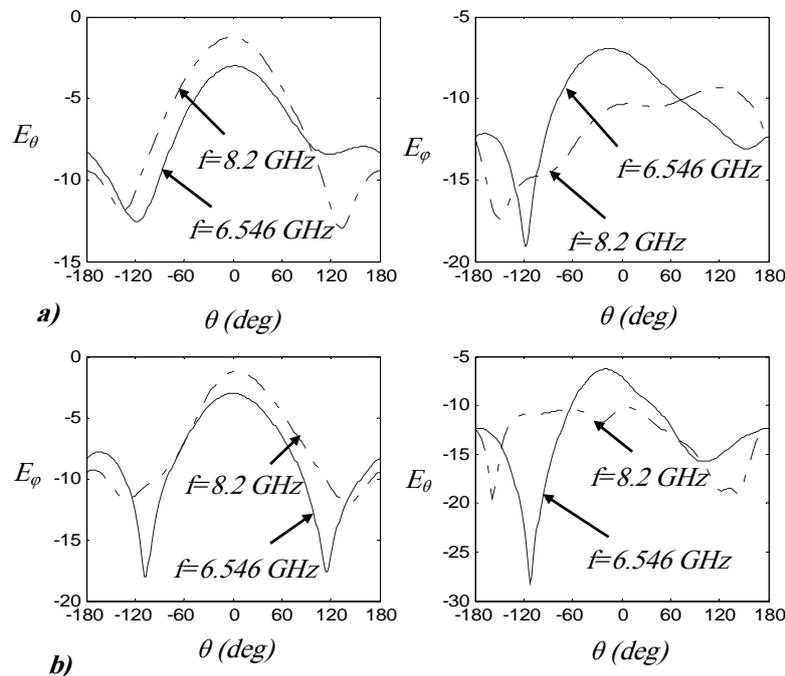


Figure 4.16 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Le caractère complémentaire des cellules *SRR-C* greffées à l'antenne empêche un comportement indépendant en fonction de la fréquence. L'enlèvement du conducteur annule les densités de courant dans la zone choisie et cela participe à la configuration globale du champ électromagnétique produit par l'antenne.

Anneaux complémentaires bouclés

Dans cette partie, nous nous proposons de boucler, un par un, les deux anneaux complémentaires concentriques. Il s'agit de rendre les anneaux construits d'enlèvement du conducteur bouclé fermée.

La Figure 4.17 illustre les différents cas, comparés chacun, au cas de la plaque micro-ruban isolée (le plan de masse étant toujours présent). Une fois le *SRR-C* interne bouclé, la troisième fréquence de résonance est absente. La première fréquence subit un shift vers les valeurs supérieures. La première fréquence de résonance s'approche d'avantage de la fréquence du cas de la plaque micro-ruban seule lorsque le *SRR-C* externe est bouclé.

Le dernier cas, où les deux *SRR-C* sont bouclés ne diffère qu'à partir des fréquences supérieures à $f=17$ GHz. Nous constatons finalement que le bouclage des *SRR-C* réduit leur effet sans pour autant revenir exactement au cas du patch micro-ruban isolé.

La mise en boucle des parties enlevées du conducteur (*SRR-C*) ne fait pas revenir au cas du patch isolé mais empêche, selon le cas, la circulation de densités de courants de conduction entre les parties conductrices internes et le reste de la plaque. L'intérêt de la configuration *SRR* par rapport à un autre enlèvement quelconque du conducteur se fait sentir vu la perte des fréquences de résonance ainsi que les niveaux réduits du module du coefficient de réflexion au fur et à mesure que les anneaux complémentaires sont bouclés.

Ainsi un comportement résonnant est toujours assuré par la structure complémentaire suggérant l'existence d'effets capacitifs et inductifs favorisant, à la résonance, le transfert de puissance pour un certain nombre de fréquences.

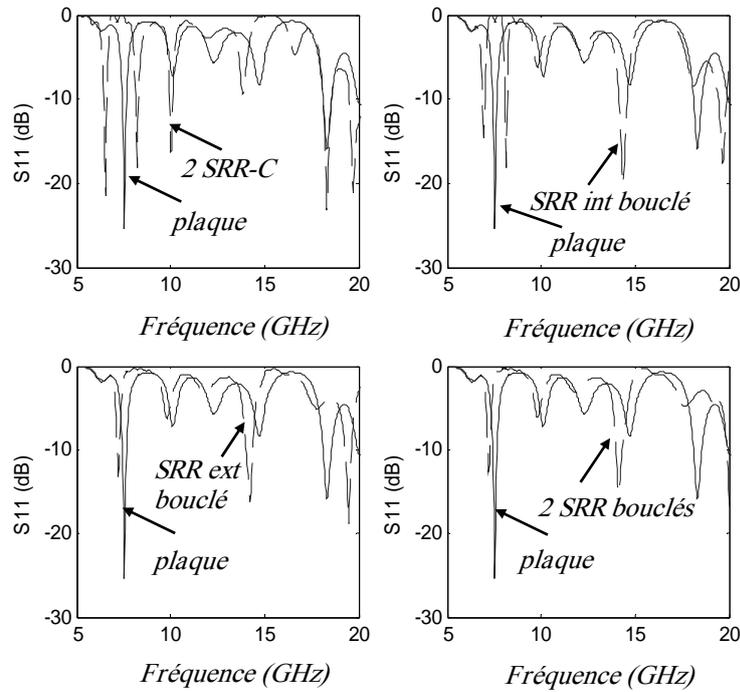


Figure 4.17 Coefficient de réflexion de la structure; *SRR-C* bouclés.

4.3.2 Cellule *SRR* complémentaire (axe Oy)

Nous avons intégré, dans cette partie un *SRR-C* selon l'axe (Oy). La Figure 4.18 illustre la structure proposée.

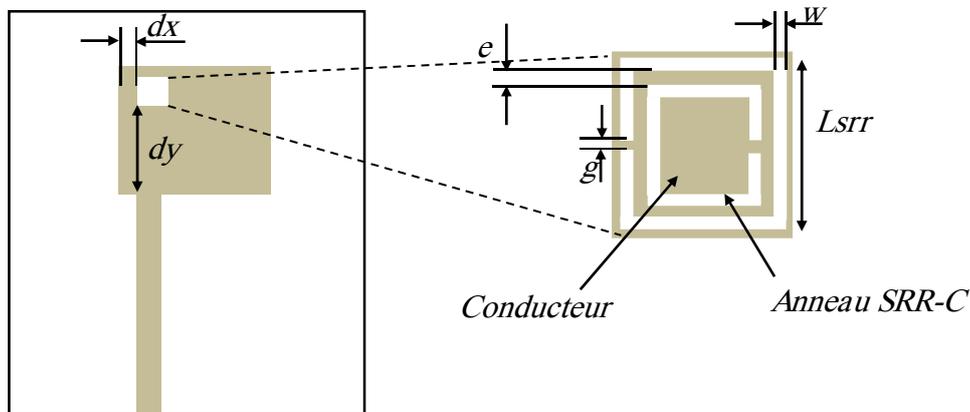


Figure 4.18 Antenne plaque micro-ruban avec un *SRR-C* selon l'axe (Oy).

Le Tableau 4.5 reporte les valeurs des différents paramètres relatifs au *SRR-C* associé à l'antenne.

Paramètre	L_{srr}	w	g	e	dx	dy
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	0.265	0.795	12.455

Tableau 4.5 Paramètres du *SRR-C* selon l'axe (Oy).

Coefficient de réflexion

La Figure 4.19 illustre l'évolution du module du coefficient de réflexion de la structure analysée par rapport à celui relatif à la structure de base.

Nous remarquons un shift vers les fréquences élevées ($f=8.5$ GHz) ainsi qu'une amélioration du rayonnement pour la fréquence $f=14.44$ GHz. Nous avons obtenu alors, deux fréquences pour lesquelles le coefficient S_{11} est en dessous de -15 dB.

Il est clair que l'intégration de la cellule *SRR-C* permet, comme sa précédente, d'obtenir de nouvelles fréquences de résonance. Mais l'orientation du *SRR-C* selon l'axe (Oy) affecte différemment les lignes de champ et occasionne des résonances pour des valeurs différentes de la fréquence.

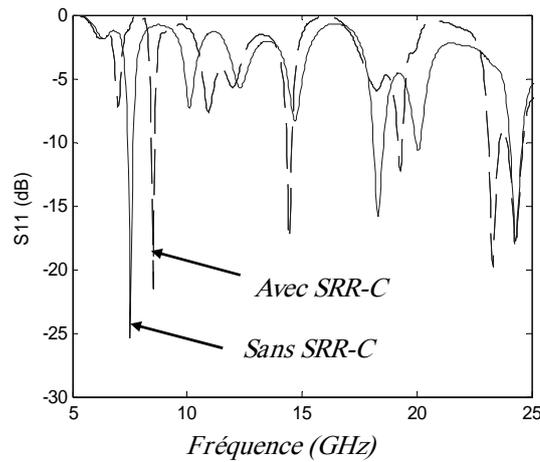


Figure 4.19 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRR-C* selon (Oy).

Champ rayonné

La Figure 4.20 illustre le champ rayonné par la structure proposée. Nous pouvons constater qu'à la fréquence $f=8.5\text{ GHz}$, les composantes du champ rayonné présentent des maximums proches de la direction de l'axe (Oz).

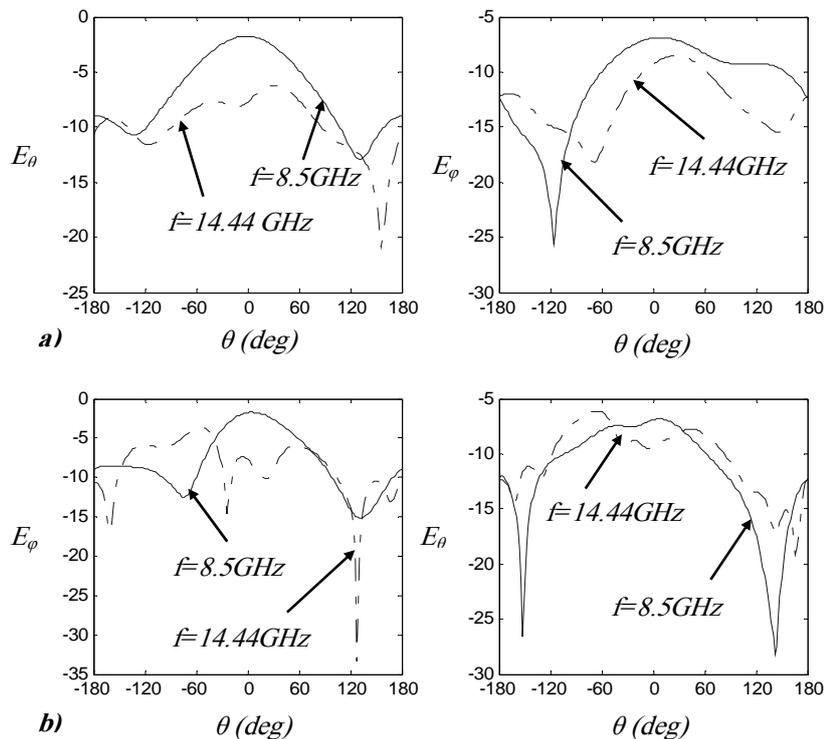


Figure 4.20 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

En effet, les densités de courant surfaciques équivalentes des côtés opposés ne présentent pas de différences importantes causant l'asymétrie du champ rayonné. A une fréquence élevée ($f=14.44\text{ GHz}$), une nouvelle configuration du champ prend lieu ce qui provoque un déséquilibre des densités de courants surfaciques équivalentes des côtés opposés. Cela fait dévier la direction de rayonnement maximum de l'axe des z ainsi que des variations plus intenses avec l'angle d'inclinaison θ .

Anneaux complémentaires bouclés

Nous mettons les SRR-C en boucle pour mieux cerner leur effet sur l'évolution du coefficient de réflexion de la structure. La Figure 4.21 illustre l'évolution du paramètre S11 en fonction du SRR-C mis en boucle.

La mise en boucle du SRR-C interne permet l'accentuation du rayonnement pour la première et la troisième fréquence de résonance ainsi que le glissement de la seconde fréquence vers une valeur supérieure. Tandis que le SRR-C externe neutralise le fonctionnement des deux anneaux sans que l'effet ne soit éliminé définitivement. La première fréquence de résonance se confond à celle du patch isolé.

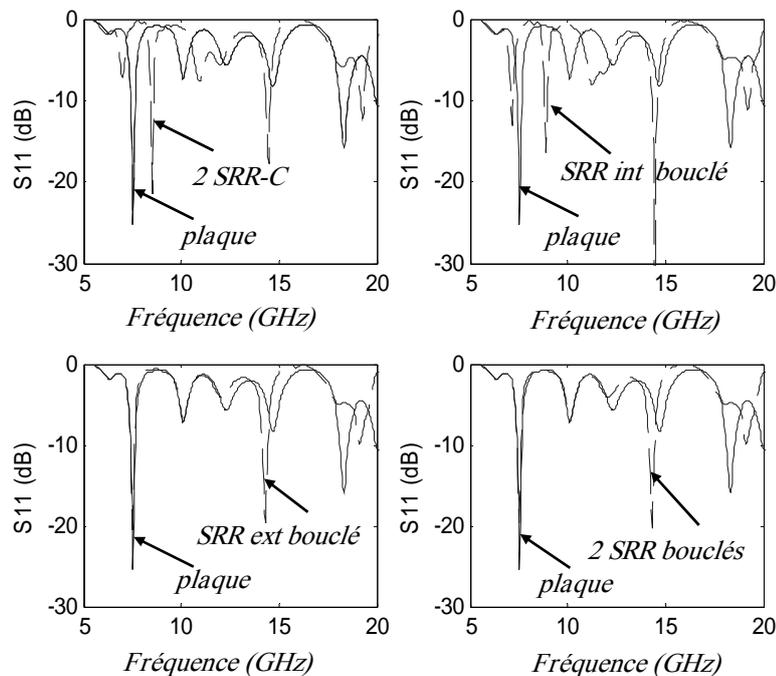


Figure 4.21 Coefficient de réflexion de la structure; SRR-C bouclés.

4.3.3 Cellule SRR complémentaire spirale

Dans cette section, une forme différente de SRR complémentaire est introduite. Il s'agit en fait d'un SRR-C de forme spirale comme indiqué sur la Figure 4.22.

Le Tableau 4.6 porte les paramètres du SRR-C de forme spirale.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx	dy
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	0.795	12.455

Tableau 4.6 Paramètres du SRR-C de forme spirale.

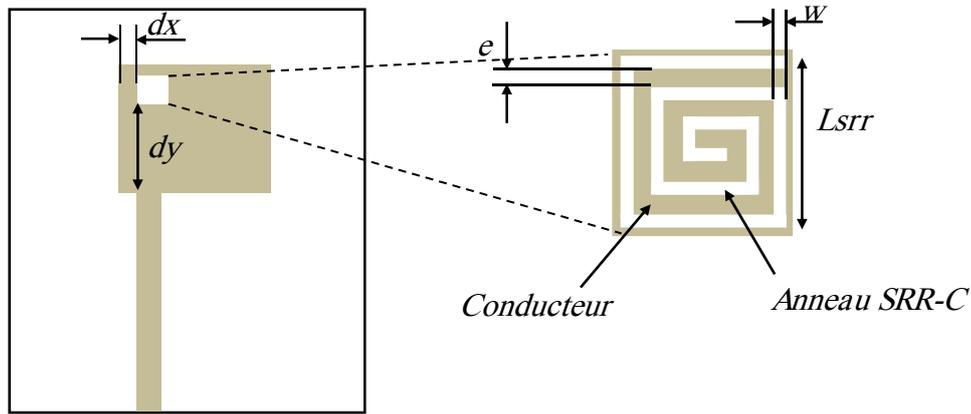


Figure 4.22 Antenne plaque micro-ruban avec un *SRR-C* de forme spirale.

Coefficient de réflexion

La Figure 4.23 illustre l'apport de la cellule *SRR-C* de forme spirale. Nous notons une légère diminution du rayonnement pour la fréquence $f=7.52 \text{ GHz}$. La structure à une autre fréquence de résonance que l'antenne plaque micro-ruban seule ne possède pas ($f=10.98 \text{ GHz}$) mais le coefficient de réflexion n'atteint pas le niveau de -10 dB . Une autre fréquence de résonance est aux alentours de la valeur $f=14.34 \text{ GHz}$.

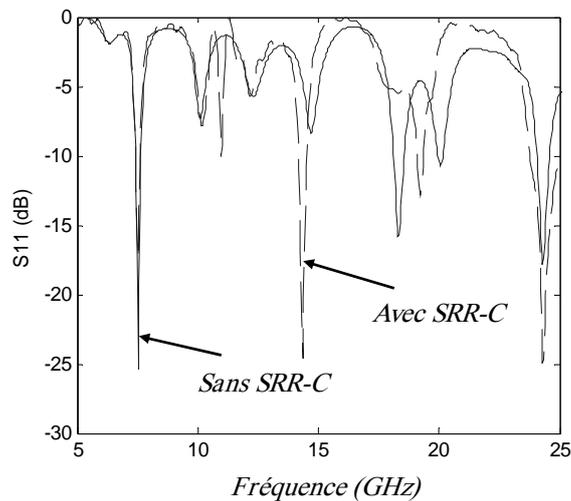


Figure 4.23 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRR-C* spiral.

Vu ses dimensions, le *SRR-C* spiral permet de ne pas altérer le fonctionnement du patch aux fréquences basses. Les effets de résonance introduits suggèrent un effet capacitif et inductif occasionné par l'alternance de conducteur/isolant assuré par la forme spirale du *SRR-C*.

Champ rayonné

Le champ rayonné par la structure est illustré par la Figure 4.24. Pour la fréquence $f=7.52 \text{ GHz}$, le champ rayonné est principalement celui du patch isolé. L'effet du *SRR-C* est légèrement présent. A une fréquence basse, l'enlèvement de conducteur d'une telle forme représente une simple coupure de densité de courant de conduction.

A la fréquence $f=14.34 \text{ GHz}$ par contre, le champ rayonné est totalement différent. L'effet conjugué d'une nouvelle configuration du champ ainsi que de la présence du *SRR-C* se traduit par une forte dépendance du champ rayonné de l'angle d'inclinaison θ .

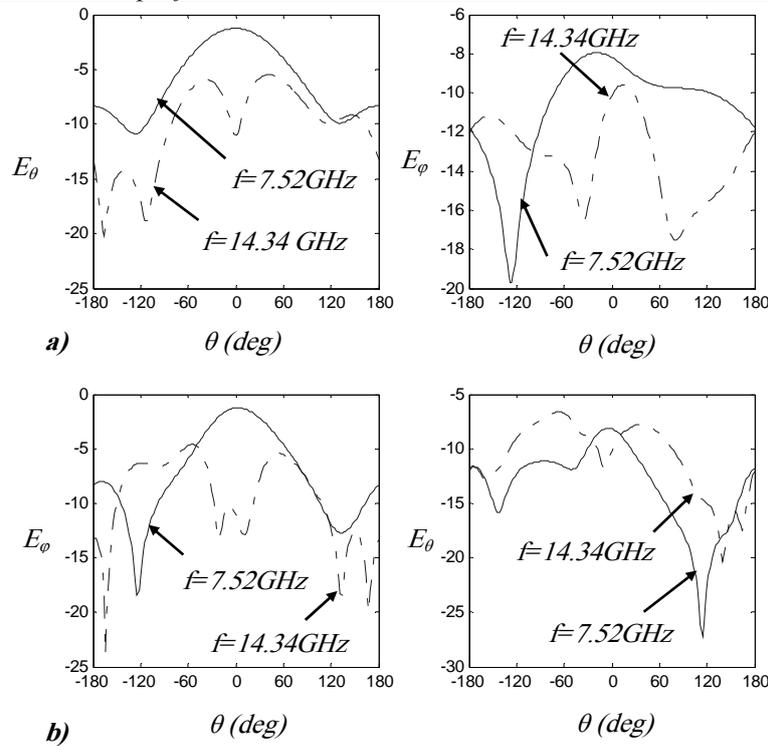


Figure 4.24 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

SRR-C mis en boucle

La mise en boucle du SRR-C de forme spirale ne permet pas d'annuler totalement l'effet de ce dernier sur notre structure (Figure 4.25). Nous remarquons cependant la disparition de la seconde résonance se situant aux alentours de la valeur de fréquence $f=12$ GHz.

Etant bouclé, la partie interne du SRR-C spiral est détachée totalement du patch. Vu sa forme et ses dimensions, elle n'a pas de comportement particulier aux basses fréquences tandis qu'elle agit comme élément résonnant aux fréquences élevées. Cela explique le maintien de la fréquence $f=14.34$ GHz pour laquelle le niveau du module du coefficient de réflexion reste acceptable.

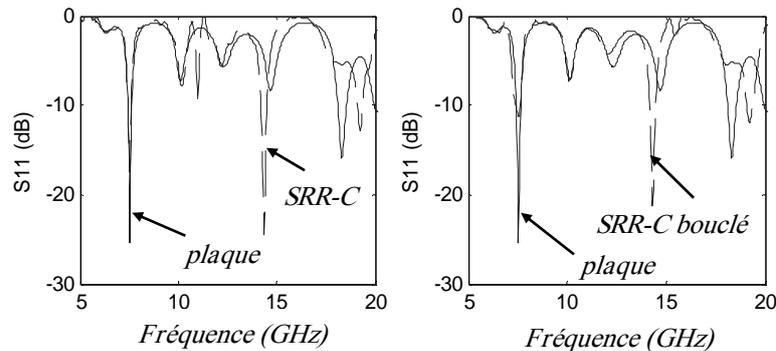


Figure 4.25 Coefficient de réflexion de la structure; SRR-C spiral bouclé.

4.3.4 Cellule SRR complémentaire modifié selon l'axe (Ox)

Nous employons dans cette partie une cellule SRR complémentaire modifiée selon l'axe (Ox). La structure étudiée est illustrée par la Figure 4.26.

Le Tableau 4.7 reporte les différents paramètres de la structure proposée.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx	dy
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	0.795	12.455

Tableau 4.7 Paramètres du SRR-C modifié selon l'axe (Ox).

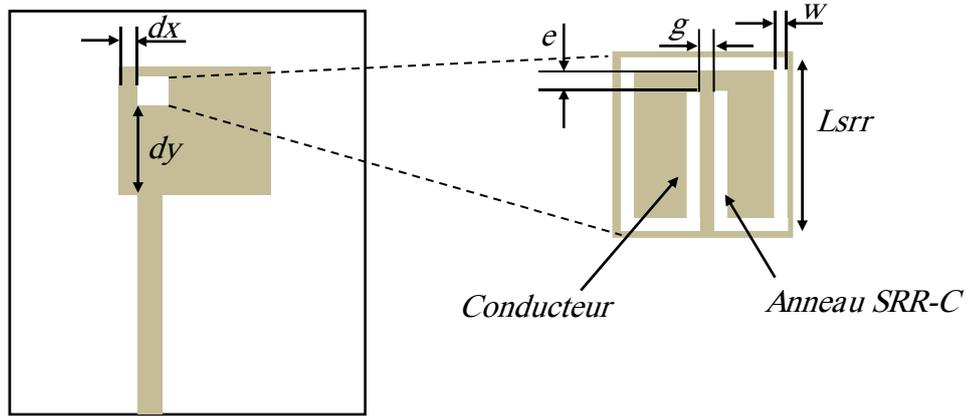


Figure 4.26 Antenne plaque micro-ruban avec un *SRR-C* modifié selon l'axe (Ox).

Nous présentons dans ce qui suit le coefficient de réflexion S_{11} , le champ rayonné ainsi que l'effet de la mise en boucle du *SRR-C* modifié.

Coefficient de réflexion

Nous avons tracé l'allure du module du coefficient de réflexion S_{11} pour la structure proposée (Figure 4.27).

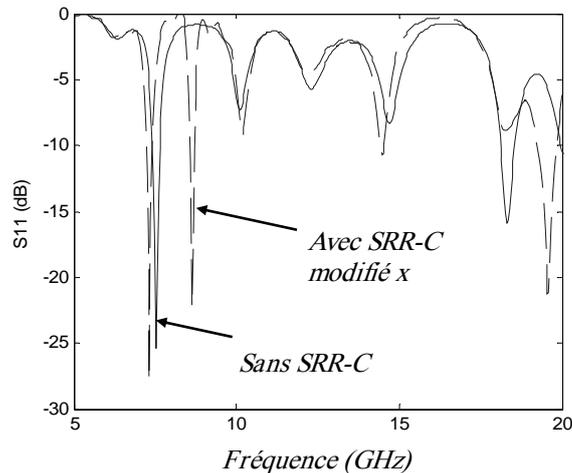


Figure 4.27 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRR-C* modifié selon (Ox).

Nous observons une réduction de la fréquence de résonance basse par rapport au cas de l'antenne plaque isolée ($f=7.33 \text{ GHz}$). Le module du coefficient S_{11} indique un meilleur transfert de l'énergie électromagnétique pour cette fréquence. Nous avons obtenu également une autre fréquence située à $f=8.63 \text{ GHz}$ pour laquelle le niveau du coefficient S_{11} est en dessous de -20 dB . Etant une ouverture dans le conducteur, le *SRR-C* modifié participe au rayonnement et possède un effet résonnant. Cela est dû au fait que le *SRR-C* ne soit pas bouclé. Il est responsable, par le changement qu'il apporte au champ proche, d'un meilleur rayonnement à la fréquence correspondante.

Champ rayonné

Le champ rayonné par la présente structure est calculé pour les deux fréquences citées ultérieurement et est présenté sur la Figure 4.28.

Le champ rayonné ne change pas beaucoup avec la fréquence. Vu ses dimensions ainsi que sa disposition, le *SRR-C* modifié n'affecte pas beaucoup les densités de courant surfaciques équivalentes impliquées dans le calcul des composantes dominantes du champ rayonné dans la direction des z positifs. En s'éloignant de la direction de l'axe Oz , la configuration du champ rayonné présente des changements importants entre les deux fréquences. La présence du *SRR-C* s'avère donc conséquente sur le rayonnement de l'antenne.

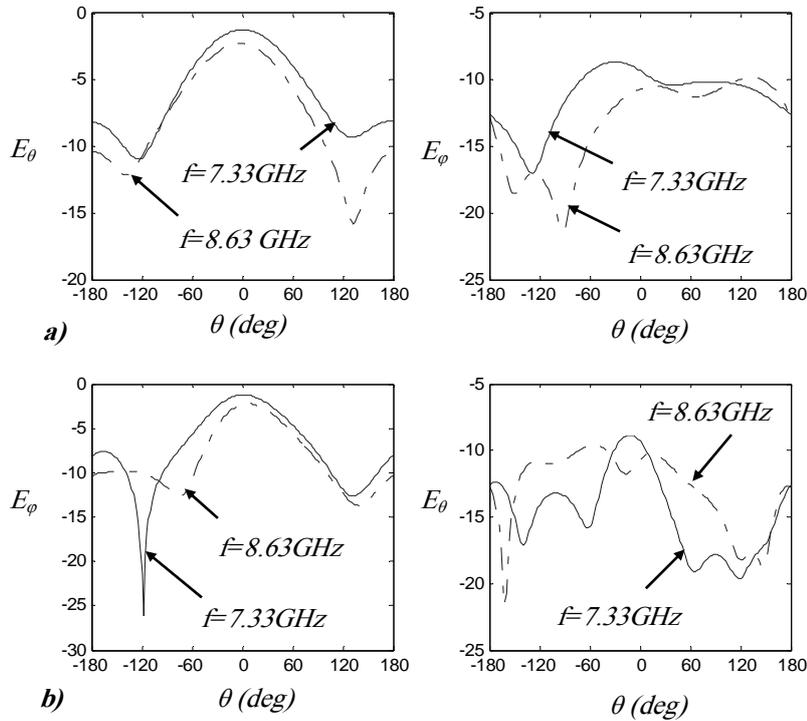


Figure 4.28 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

SRR-C modifié mis en boucle

Comme effectué pour les cas précédents, nous mettons en boucle l'anneau complémentaire modifié afin de voir comment cela affecte le coefficient de réflexion de l'antenne. En effet, et comme indiqué sur la Figure 4.29, la première fréquence de résonance se confond avec celle du patch isolé tandis que la seconde n'apparaît plus.

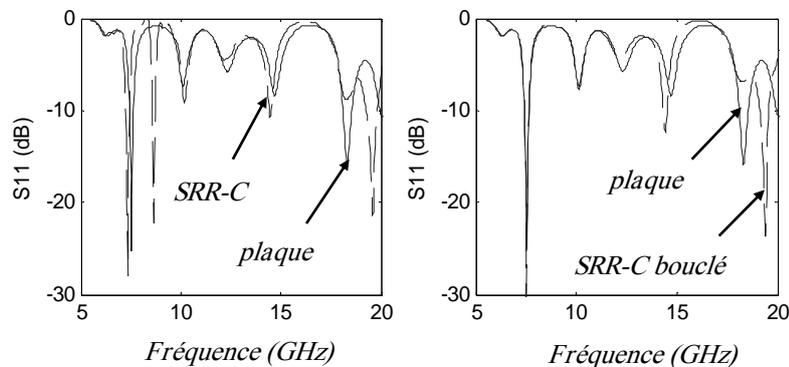


Figure 4.29 Coefficient de réflexion de la structure; *SRR-C* modifié bouclé.

Deux fréquences de résonance (l'une approchant la valeur $f=14\text{ GHz}$, l'autre est aux alentours de la valeur $f=19\text{ GHz}$ sont maintenues avec des niveaux de rayonnement légèrement meilleurs).

Bien que le *SRR-C* soit bouclé, la surface conductrice à son intérieur est sujette de densités de courant induites par le champ régnant au niveau de la structure. Ce sont ces densités de courants qui sont responsables de l'apparition des résonances illustrées sur la Figure 4.29.

4.3.5 Cellule *SRR* complémentaire modifié selon l'axe (Oy)

La structure suivante consiste à utiliser le même type de *SRR-C* mais selon la direction (Oy). La Figure 4.30 illustre ce cas.

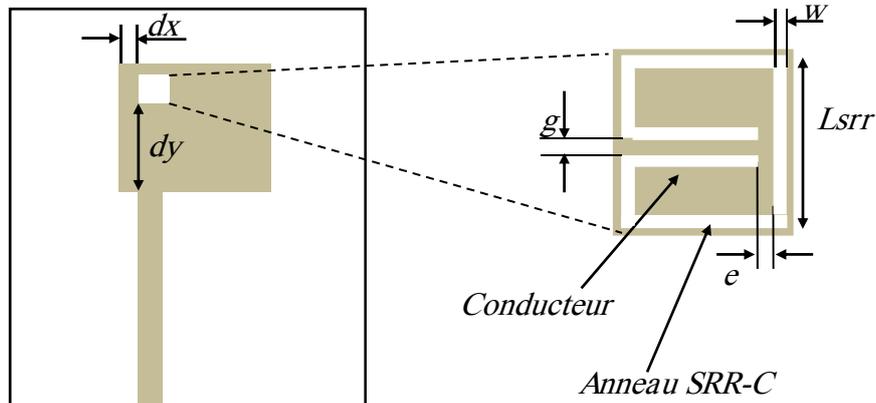


Figure 4.30 Antenne plaque micro-ruban avec un *SRR-C* modifié selon l'axe (Oy).

Le Tableau 4.8 reporte les valeurs des paramètres relatifs au *SRR-C* intégré à l'antenne.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx	dy
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	0.795	12.455

Tableau 4.8 Paramètres du *SRR-C* modifié selon l'axe (Oy).

Coefficient de réflexion

La Figure 4.31 illustre la variation du coefficient de réflexion de la structure analysée en fonction de la fréquence.

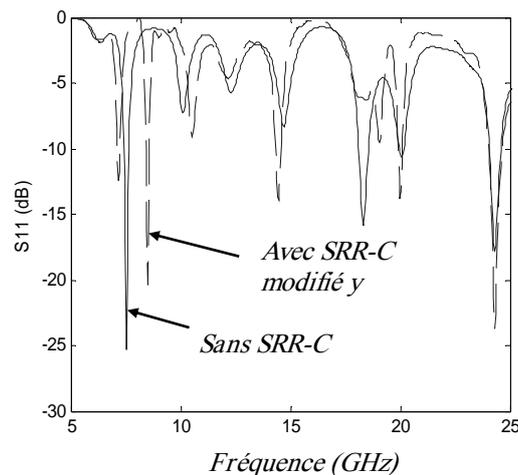


Figure 4.31 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRR-C* modifié selon (Oy).

Nous remarquons l'existence de deux fréquences de résonance ($f=7.17$ GHz et $f=8.5$ GHz). Le rayonnement est également nettement amélioré pour la fréquence $f=14.45$ GHz. La structure est capable de rayonner pour trois fréquences inférieures à $f=15$ GHz avec un niveau du coefficient de réflexion inférieur à -10 dB alors qu'on nous n'avions qu'une seule fréquence dans le cas du patch isolé.

Cette structure s'avère aussi performante que sa précédente vu le nombre de fréquences pour lesquelles le module du coefficient de réflexion est inférieur à -10 dB. Le *SRR-C* permet, pour un certain nombre de fréquences de produire un champ électromagnétique presque parfaitement adapté et occasionne ainsi un meilleur transfert (rayonnement) de la puissance électromagnétique.

Champ rayonné

Le champ rayonné de la présente structure est calculé et tracé pour les deux premières fréquences de résonance ($f=7.17\text{ GHz}$ et $f=8.5\text{ GHz}$). La Figure 4.32 illustre les allures obtenues pour les différentes composantes du champ aux différentes fréquences considérées.

Nous remarquons que les composantes E_θ du plan $\varphi=0$ et E_φ du plan $\varphi=\pi/2$ ne sont pas fortement affectées par le changement de la fréquence et constituent les composantes dominantes du champ lointain. Les deux composantes restantes présentent une nette variation laissant suggérer l'effet du *SRR-C* qui est, par son orientation et sa forme, susceptible d'affecter les la configuration du champ proche. Ainsi, les densités de courants surfaciques équivalentes affectent la composantes du champ lointain dans la direction des y .

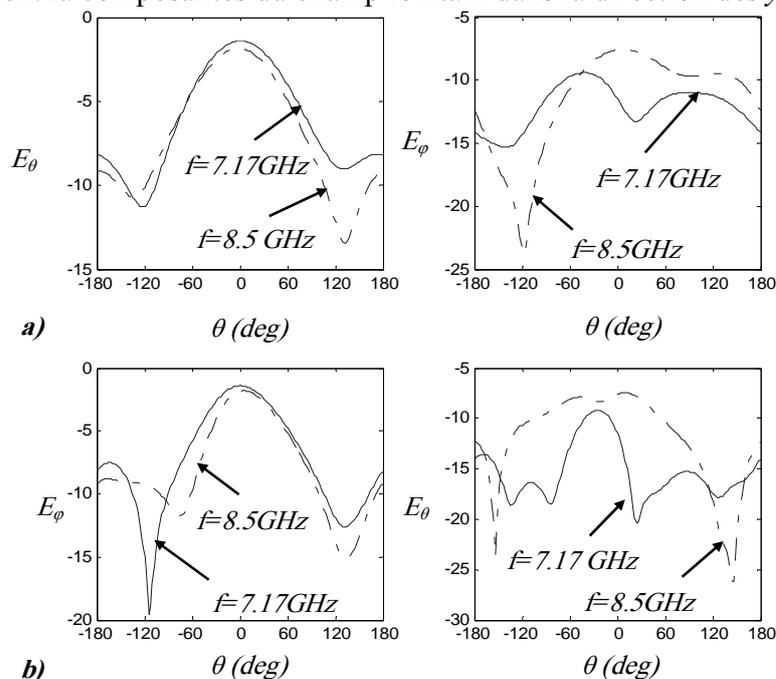


Figure 4.32 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

SRR-C modifié mis en boucle

La cellule *SRR-C* modifiée est mise en boucle, et le coefficient de réflexion de la structure est comparé au cas d'un patch isolé (sans *SRR-C*). La Figure 4.33 illustre les allures obtenues.

Nous remarquons (comme pour le cas du *SRR-C* modifié selon (Ox)) que la première fréquence de résonance se confond avec celle du patch isolé tandis que la seconde a disparu. Les deux autres fréquences sont maintenues mais cette fois avec des niveaux de rayonnement comparables au cas où le *SRR-C* n'est pas bouclé.

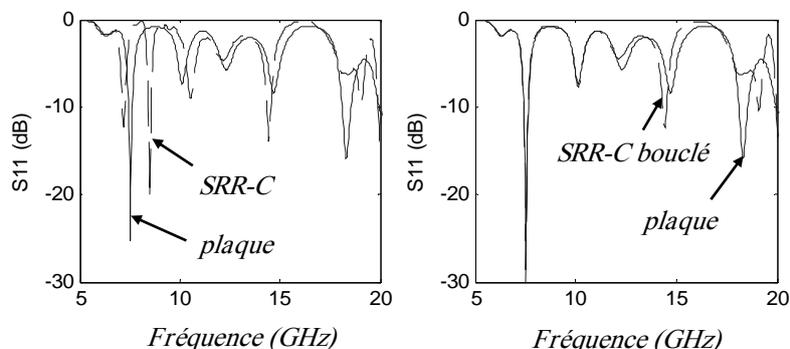


Figure 4.33 Coefficient de réflexion de la structure; *SRR-C* modifié bouclé.

Nous rappelons que la première fréquence est proche de la valeur $f=14\text{ GHz}$ tandis que l'autre est aux alentours de la valeur $f=19\text{ GHz}$. Nous constatons l'importance de la forme de

l'ouverture créée au niveau du patch (forme de *SRR* modifié) sur le comportement de la structure pour les fréquences proches de la fréquence de service du patch.

4.3.6 Multiples Cellules *SRR* complémentaires modifiées selon l'axe (*Ox*)

Nous introduisons dans la présente section plusieurs cellules complémentaires selon l'axe (*Ox*). La structure proposée est représentée par la Figure 4.34.

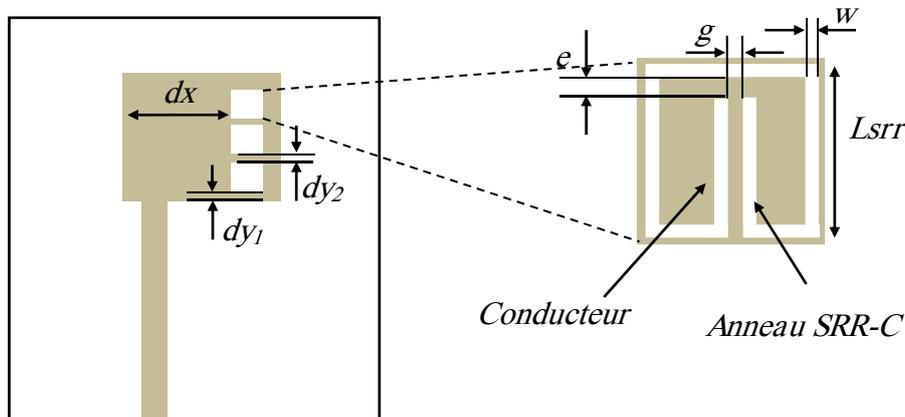


Figure 4.34 Antenne plaque micro-ruban avec plusieurs *SRR-C* modifiées selon l'axe (*Ox*).

Le Tableau 4.9 porte les valeurs des paramètres relatifs à la structure analysée. Les anneaux complémentaires sont de forme identique.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx	dy_1	dy_2
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	9.54	0.265	0.265

Tableau 4.9 Paramètres des *SRR-C* modifié selon l'axe (*Ox*).

Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion de la structure de l'antenne proposée est tracé sur la plage de fréquence (5-20 GHz). Nous comparons les résultats de simulation à la forme obtenue pour un patch ordinaire (sans *SRR-C*) comme indiqué sur la Figure 4.35. Nous constatons l'existence de trois fréquences inférieures à 12 GHz avec des niveaux de coefficient de réflexion compris entre -10 et -15 dB. Une autre fréquence de résonance de l'ordre de 17.9 GHz est occasionnée par la modification apportée avec un niveau du coefficient de réflexion inférieur à -20 dB. La présence des *SRRs-C* modifiés permet alors d'obtenir une adaptation meilleure pour quatre valeurs de la fréquence dans la bande 5-20 GHz avec des niveaux acceptables du coefficient de réflexion.

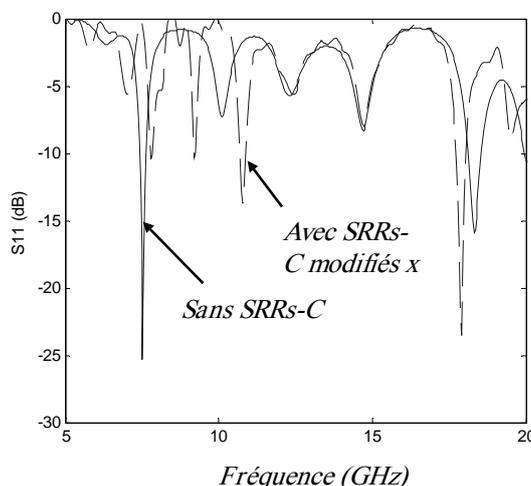


Figure 4.35 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés selon (*Ox*).

Cependant, la présence simultanée des *SRRs-C* modifiés n'implique pas forcément l'ajout de nouvelles valeurs pour la fréquence de résonance. Bien au contraire, les effets semblent se neutraliser partiellement. Ceci n'empêche pas l'opportunité d'obtenir de nouvelles fréquences pour lesquelles le niveau du module du coefficient de réflexion est inférieur à -10 dB.

Champ rayonné

Le champ rayonné de la présente structure est calculé et tracé pour les fréquences 10.8 GHz et 17.9 GHz respectivement. La Figure 4.36 illustre l'allure des différentes composantes du champ rayonné pour les deux valeurs de fréquence choisies.

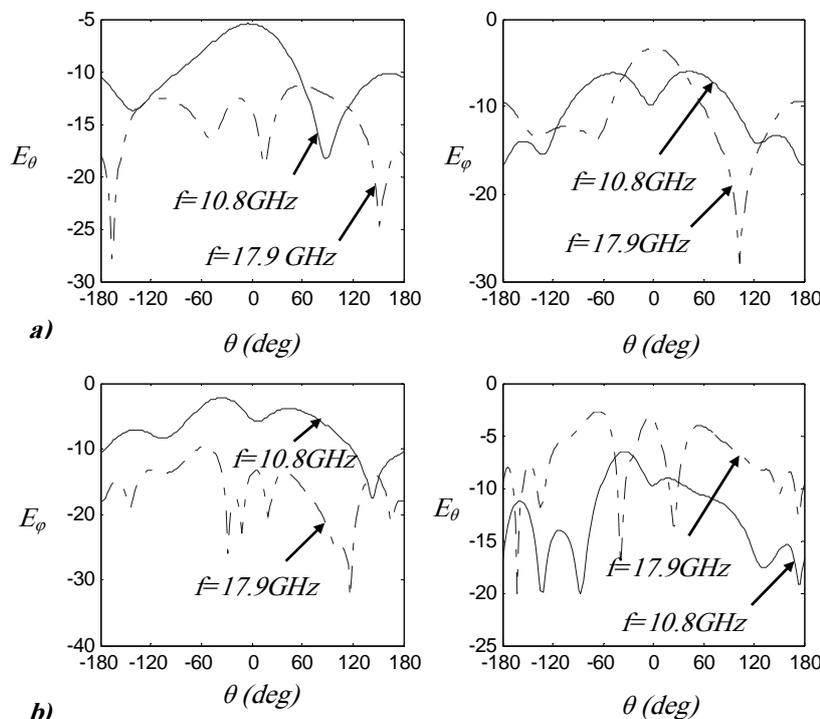


Figure 4.36 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Les différentes composantes du champ rayonné sont fortement affectées par le changement de la fréquence. Etant concentrés sur un côté du patch les *SRRs-C* occasionnent un déséquilibre conséquent au niveau du champ proche. Par conséquent, les densités de courants équivalentes responsables du rayonnement produisent un champ dévié par rapport à l'axe des z .

4.3.7 Multiples Cellules *SRR* complémentaires modifiées selon l'axe (Oy)

Nous introduisons dans cette section des *SRR-C* au niveau du patch mais pour lesquels l'ouverture g est dans la direction (Oy). La Figure 4.37 montre la disposition de la structure analysée.

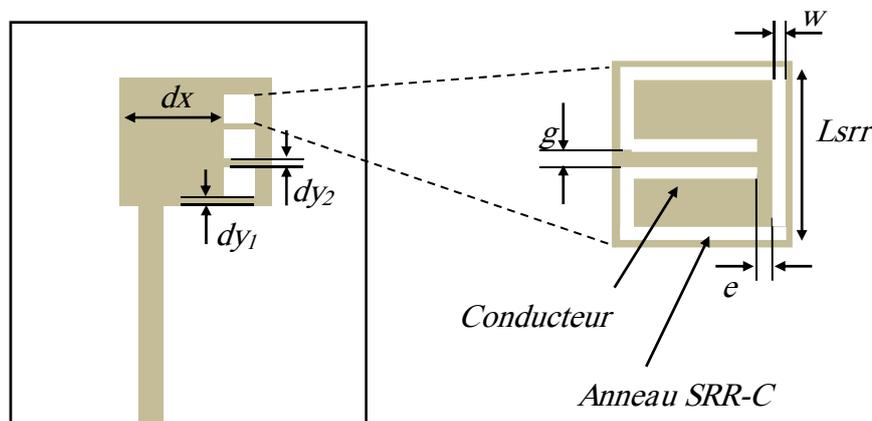


Figure 4.37 Antenne plaque micro-ruban avec plusieurs *SRR-C* modifiées selon l'axe (Oy).

Les valeurs des paramètres adoptées sont reportées sur le Tableau 4.10. Nous traçons le coefficient de réflexion ainsi que le champ rayonné pour les valeurs de fréquences choisies.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx	dy_1	dy_2
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	9.275	0.265	0.265

Tableau 4.10 Paramètres des *SRRs-C* modifié selon l'axe (Oy).

Coefficient de réflexion

Nous constatons d'après la Figure 4.38 l'existence d'une fréquence de résonance proche de celle du patch isolé ($f=7.36 GHz$) avec un niveau du coefficient de réflexion inférieur à $-17 dB$.

Une autre fréquence de rayonnement efficace se situe aux alentours de la valeur $f=17.32 GHz$. L'utilisation des *SRRs-C* selon l'axe des y donne un nombre moindre de fréquences de résonance par rapport au cas précédent mais assure un rayonnement plus efficace pour les fréquences en question (vue le niveau atteint par le module du coefficient de réflexion).

Les *SRRs-C* ainsi disposés se neutralisent réciproquement. Vu leurs dimensions et leurs dispositions, on s'attend que les perturbations du champ proche provoquées par les *SRRs-C* se neutralisent sauf pour une fréquence donnée. Pour cette fréquence les effets respectifs des *SRRs-C* s'ajoutent et participent à l'amélioration du coefficient de réflexion de la structure.

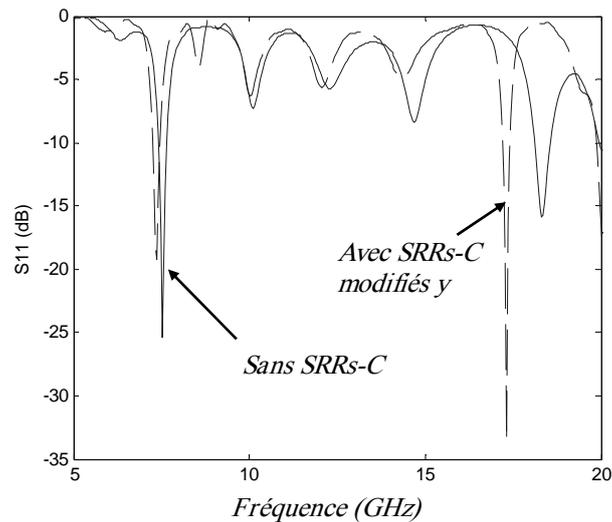


Figure 4.38 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés (Oy).

Champ rayonné

La Figure 4.39 illustre le champ rayonné pour les fréquences ($f=7.36 GHz$ et $f=17.32 GHz$).

La structure rayonne différemment pour les deux fréquences. Le plus intéressant est que les composantes dominantes du champ rayonné possèdent des rôles alternés pour les deux fréquences choisies. En effet, pour $f=7.36 GHz$, E_θ du plan $\varphi=0$ et E_φ du plan $\varphi=\pi/2$ sont dominantes tandis que les deux autres composantes dominant le champ rayonné pour $f=17.32 GHz$. Nous observons que les deux dernières composantes sont orientées dans la direction des *SRRs-C* concrétisant ainsi l'apport de l'intégration de cette forme d'ouvertures au niveau de la plaque micro-ruban.

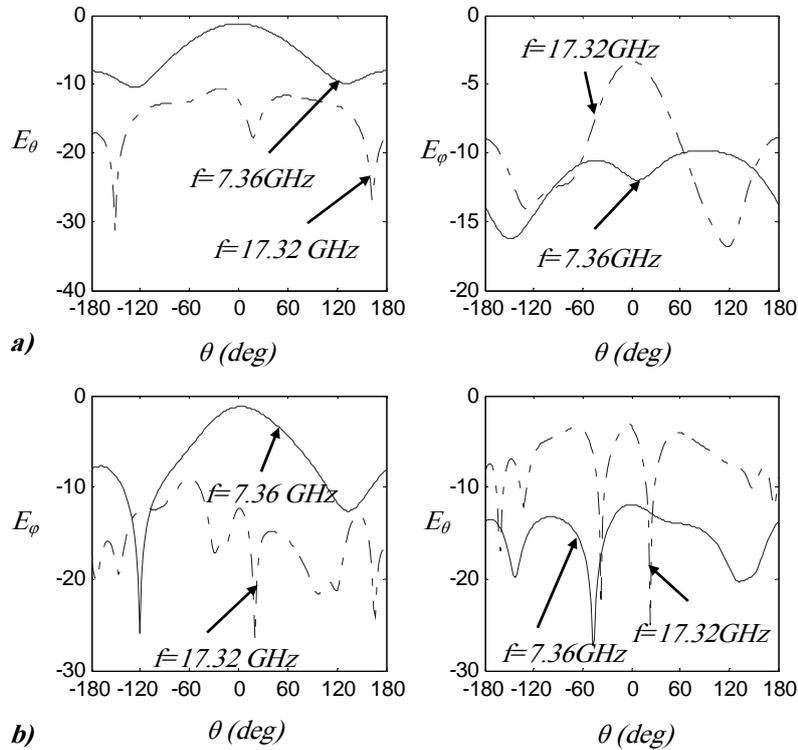


Figure 4.39 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

4.3.8 Multiples SRRs-C modifiées selon l'axe (Ox) avec ϵ variable

Nous proposons dans cette section une structure analogue à celle de la section 4.3.6 mais avec des SRRs-C ayant des valeurs de ϵ graduellement variables. Les paramètres des SRRs-C prennent les mêmes valeurs que précédemment. Nous adoptons des valeurs de ϵ décroissantes dans la direction des y positifs comme indiqué sur le Tableau 4.11.

Paramètre	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5
Valeur (mm)	0.265	0.53	0.795	1.06	1.325

Tableau 4.11 Paramètres des SRR-C modifié selon (Ox).

Coefficient de réflexion

La Figure 4.40 met en évidence l'apport des SRRs-C avec ϵ variable. En effet, six fréquences pour lesquelles le coefficient de réflexion atteint des niveaux inférieurs à -10 dB.

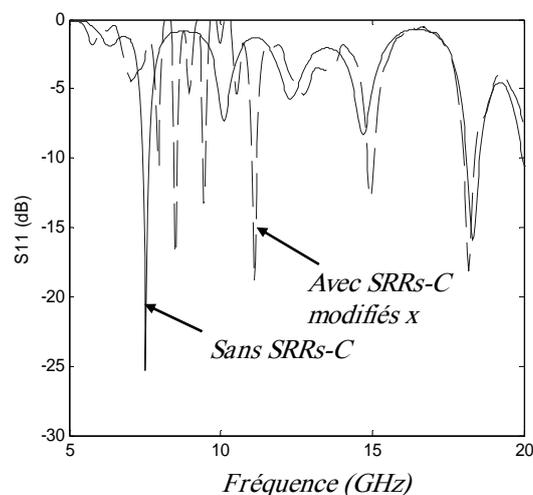


Figure 4.40 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans SRRs-C modifiés selon (Ox) avec ϵ variable.

Nous constatons alors que l'introduction de *SRRs-C* avec des valeurs de ϵ différentes conduit à de multiples fréquences de résonance. Ceci permet alors un fonctionnement plus flexible de l'antenne en termes de fréquences de service.

L'inconvénient majeur de cette configuration est la «*perte*» de la première fréquence du patch isolé. L'arrangement des *SRRs-C* ainsi que leurs formes respectives altèrent les lignes de champ à cette fréquence et la quasi-adaptation n'a plus lieu. En revanche, une fréquence légèrement plus élevée ($f=7.96\text{ GHz}$) mais avec une efficacité moindre devient disponible.

Champ rayonné

Nous avons tracé les champs rayonnés de la structure pour les fréquences $f=8.5\text{ GHz}$ et $f=11.1\text{ GHz}$. La Figure 4.41 montre que les directions de rayonnement maximum ne changent pas énormément pour les deux fréquences choisies. Bien que l'alignement des *SRRs-C* soit efficace sur le plan fréquences de résonances, son effet sur le rayonnement est très léger. Les champs au niveau des ouvertures affectent les champs surfaciques (responsables du rayonnement de la structure) de manière presque équilibrée.

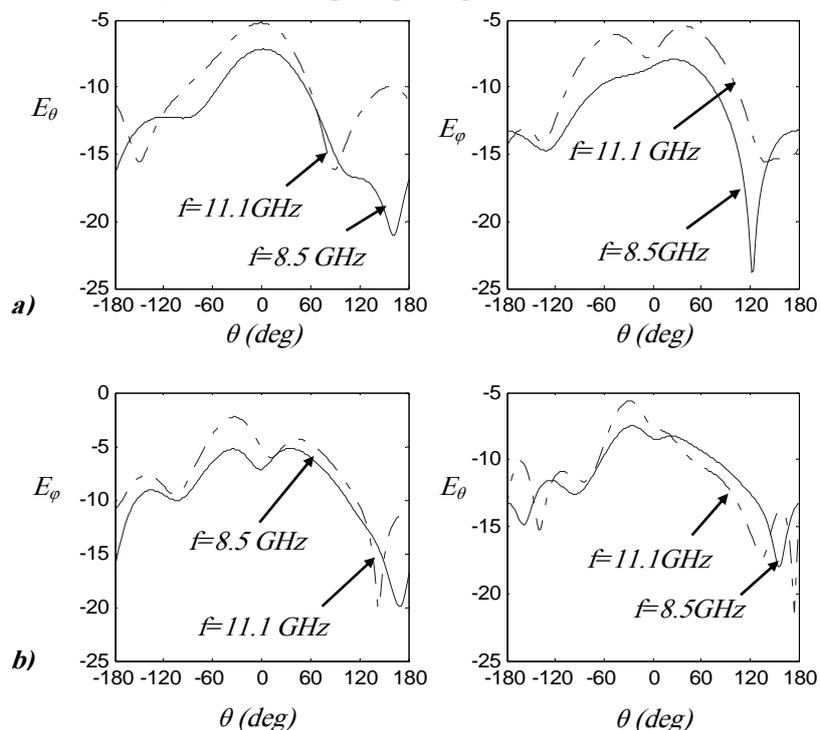


Figure 4.41 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

4.3.9 Multiples *SRRs-C* modifiées selon l'axe (*Oy*) avec ϵ variable

La structure suivante est similaire à celle de la Figure 4.37. Les valeurs du paramètre ϵ varient comme indiqué dans le Tableau 4.11. Nous exposons dans ce qui suit la variation du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence ainsi que le champ rayonné.

Coefficient de réflexion

La Figure 4.42 montre l'apport des *SRR-C* avec ϵ variable. Nous observons l'obtention de cinq valeurs de fréquences pour lesquelles le coefficient de réflexion atteint des niveaux inférieurs à -10 dB . Comme pour le cas précédent, l'introduction de *SRRs-C* avec des valeurs de ϵ différentes améliore considérablement le comportement de la structure en termes de fréquences de service.

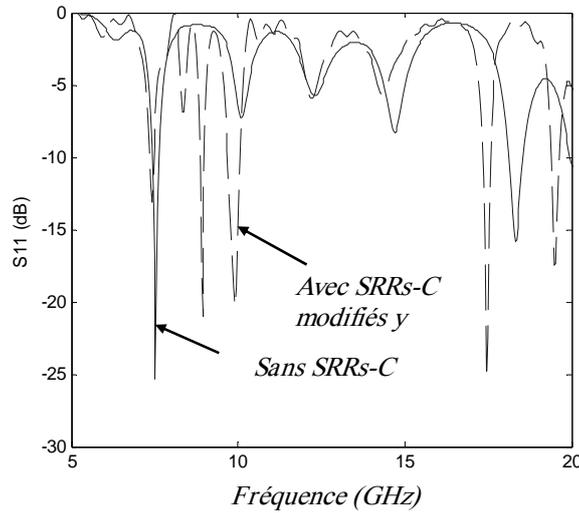


Figure 4.42 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés selon (Oy) avec e variable.

Champ rayonné

Comme illustré par la Figure 4.43, le champ rayonné par la structure étudiée est tracé pour deux valeurs de fréquence $f=7.4$ GHz et $f=9.92$ GHz.

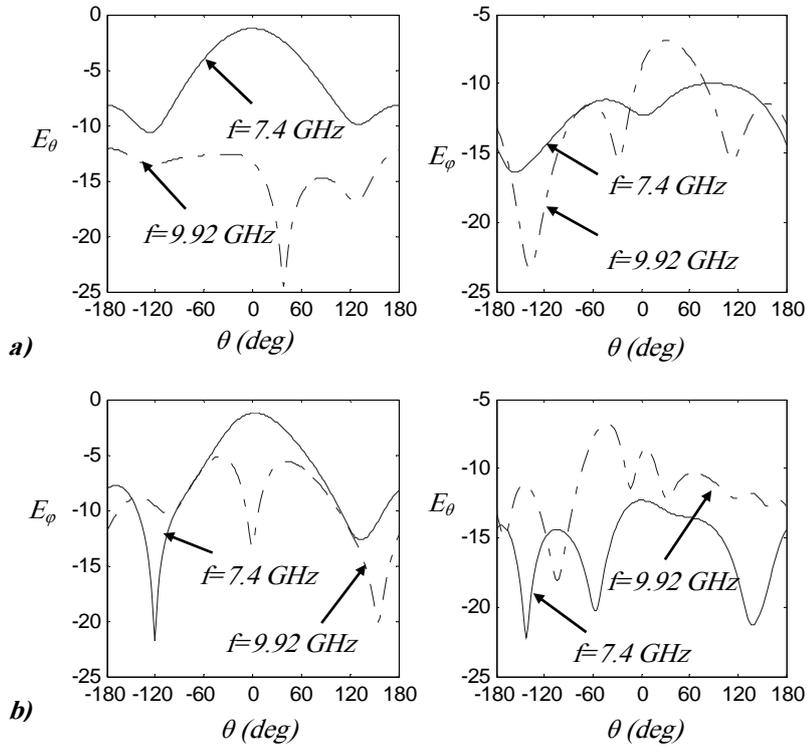


Figure 4.43 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Contrairement au cas précédent, le champ rayonné change considérablement avec la fréquence aussi bien par le niveau d'intensité que par la direction de rayonnement maximum. L'orientation et la disposition des *SRRs-C* en plus de leurs formes respectives ont un effet cumulé non nul sur les composantes du champ rayonné. En effet, nous obtenons une pureté de la polarisation pour la première fréquence vu que les composantes dominantes du champ rayonné soient E_θ dans le plan $\varphi=0$ et E_φ dans le plan $\varphi=\pi/2$. Nous notons que le niveau de rayonnement est réduit pour la seconde fréquence. A des fréquences élevées, les densités de courant équivalentes changent rapidement dans l'espace ce qui réduit leur apport au champ rayonné. L'intérêt tiré de cette structure serait alors la disponibilité de fréquences supplémentaires de rayonnement ainsi que le changement de niveau des composantes du champ rayonné.

4.3.10 Deux Colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (Ox)

Vu les résultats obtenus pour le cas de la partie 3.5 nous avons pensé à introduire deux rangés de *SRRs-C* au niveau du patch comme indiqué sur la Figure 4.44.

Les valeurs des différents paramètres sont reportées sur le Tableau 4.12.

Paramètre	L_{srr}	w	e	dx_1	dx_2	dy_1	dy_2
Valeur (mm)	2.915	0.265	0.265	0.795	6.36	0.265	0.265

Tableau 4.12 Paramètres des deux colonnes de *SRRs-C* modifié x .

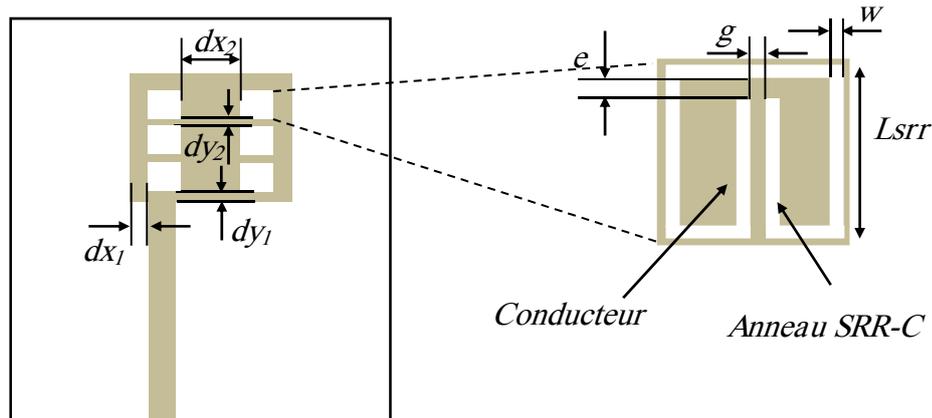


Figure 4.44 Antenne plaque micro-ruban avec deux colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (Ox).

Coefficient de réflexion

L'adoption de deux rangés de *SRR-C* modifiés permet d'obtenir plusieurs fréquences pour lesquelles le coefficient de réflexion atteint des valeurs inférieures à -10 dB. La Figure 4.45 met en évidence cet apport. L'ajout d'une autre colonne de *SRRs-C* améliore donc le rayonnement de la structure.

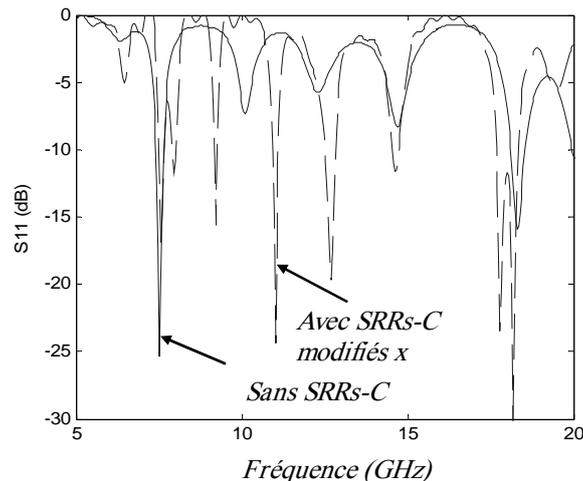


Figure 4.45 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés selon l'axe (Ox).

Champ rayonné

Le champ rayonné est tracé sur la Figure 4.46. En plus d'être très efficace du point de vue fréquences de service, la structure proposée possède un diagramme de rayonnement quasi-stable pour les composantes E_θ du plan $\varphi=0$ et E_φ du plan $\varphi=\pi/2$.

Les deux rangés n'affectent donc pas les densités de courant surfaciques équivalentes participant au calcul du champ rayonné. Cependant, pour les composantes E_θ du plan $\varphi=\pi/2$ et E_φ du plan $\varphi=0$, la présence des *SRRs-C* participe au changement du diagramme de rayonnement de la structure en fonction de la fréquence. le maximum de rayonnement est nettement décalé de la direction (Oz).

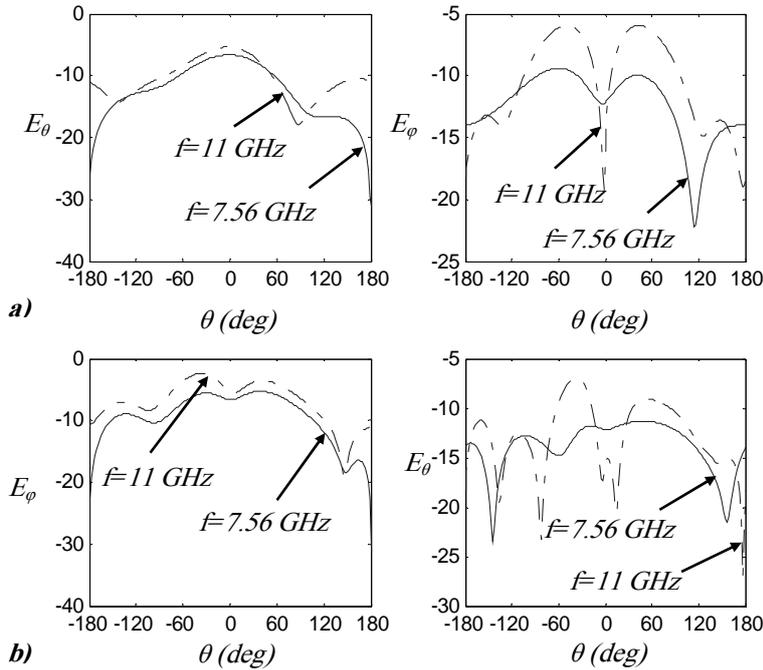


Figure 4.46 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

4.3.11 Deux Colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (Oy)

Dans cette partie, nous avons intégré deux colonnes de *SRRs-C* modifiés selon l'axe (Oy) dans l'objectif d'obtenir une amélioration telle que celle obtenue dans le cas précédent. La structure proposée est illustrée par la Figure 4.47. Elle garde les mêmes valeurs des paramètres caractérisant les formes et les positions tels que reportés sur le Tableau 4.12.

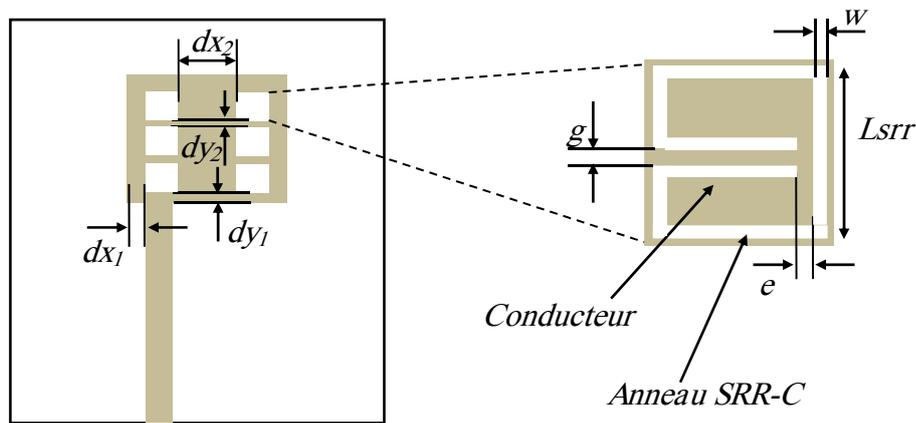


Figure 4.47 Antenne plaque micro-ruban avec deux colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (Oy).

Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion est illustré par la Figure 4.48. Nous remarquons que la structure possède trois fréquences de résonance; $f = 8.82 \text{ GHz}$, $f = 9.4 \text{ GHz}$ et $f = 21.1 \text{ GHz}$. Le rayonnement pour les deux dernières valeurs de fréquence est plus efficace.

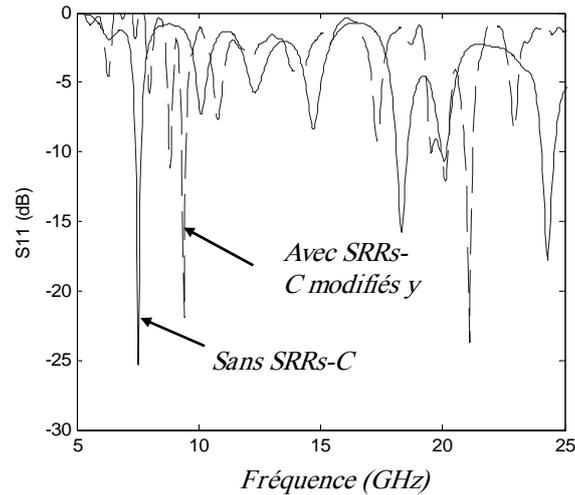


Figure 4.48 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés (Oy).

Même si la présente structure s'avère meilleure que celle n'intégrant qu'un seul rangé de *SRRs-C* selon l'axe (Oy), elle garde l'inconvénient de nous faire perdre la première fréquence de résonance du patch isolé. En effet, les ouvertures étant orientées dans la direction des y , arrivent, par leurs champs surfaciques cumulé à déformer les lignes de champ autour de cette fréquence. Il est possible qu'à une telle valeur de la fréquence, que l'enlèvement de la partie du conducteur rend ce dernier équivalent à un patch possédant une largeur plus faible et donc résonnant à une fréquence plus élevée.

Champ rayonné

Nous avons calculé le champ rayonné pour les fréquences $f = 9.4 \text{ GHz}$ et $f = 21.1 \text{ GHz}$. Les résultats obtenus sont illustrés par la Figure 4.49.

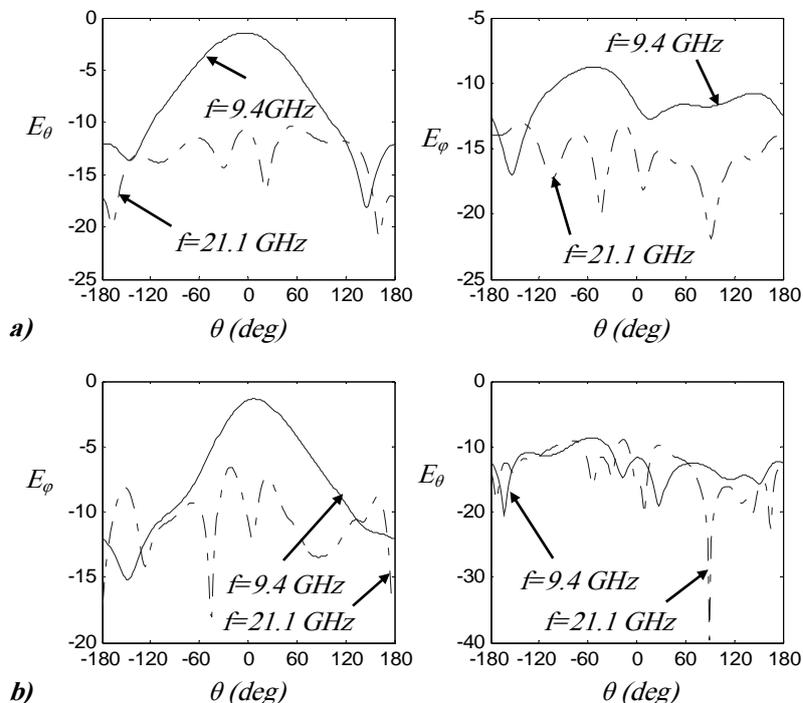


Figure 4.49 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Nous constatons un rayonnement maximum orienté selon l'axe des z pour la fréquence $f=9.4 \text{ GHz}$. C'est une fréquence pour laquelle l'effet cumulé des *SRRs-C* ne déforme pas les densités de courant équivalentes employées dans le calcul du champ rayonné. Un rayonnement plus faible et plus perturbé prend lieu à la fréquence $f=21.1 \text{ GHz}$. En effet, à une fréquence élevée, les perturbations de champ créés par les *SRRs-C* affectent fortement et de

manières différentes les densités de courants surfaciques équivalentes ce qui rend le champ rayonné fortement dépendant de l'angle d'inclinaison θ .

4.3.12 Deux Colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (*Ox*) avec *e* variable

Comme pour le cas d'une seule colonne de *SRRs-C* modifiés, nous avons pensé à employer deux colonnes de *SRRs-C* modifiés avec *e* variable. La structure analysée est similaire à celle représentée par la Figure 4.44. Les *SRRs-C* ont des valeurs décroissantes de la distance *e* comme reporté sur le Tableau 4.13.

Paramètre	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
Valeur (mm)	0.265	0.53	0.795	1.06	1.325

Tableau 4.13 Paramètres des *SRRs-C* modifié *x*.

Coefficient de réflexion

Nous avons tracé le coefficient de réflexion de la structure proposée dans l'intervalle de fréquence 5 GHz – 25 GHz (Figure 4.50). Nous constatons que cette structure constitue une autre possibilité d'obtenir un comportement multi-bande. En effet, nous avons obtenu sept valeurs de fréquence pour lesquelles le coefficient de réflexion est en dessous des -10 dB.

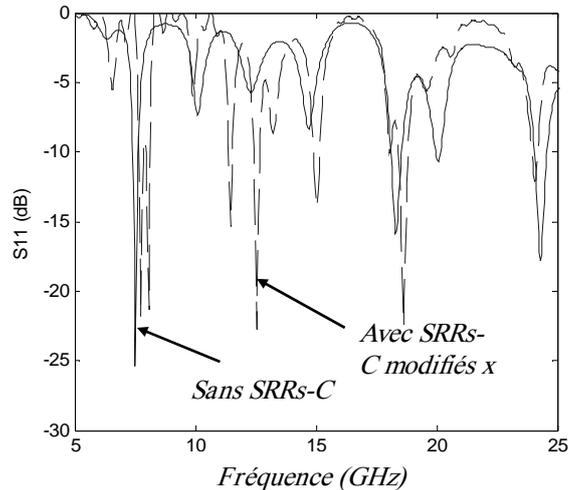


Figure 4.50 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés (*Ox*).

Bien qu'enrichissante en terme de fréquences de résonance, cette structure est moins profitable par rapport à son équivalente sans modification du paramètre *e*. En effet, l'effet cumulé des *SRRs-C*, dans ce cas, dégrade l'amélioration du rayonnement pour les fréquences en question.

Champ rayonné

Le champ rayonné est tracé pour les fréquences $f = 7.76 \text{ GHz}$ et $f = 12.54 \text{ GHz}$ (Figure 4.51). Il est fortement affecté par le changement de la fréquence. Les *SRRs-C* avec *e* variable, produisent des champs qui changent de manière déséquilibrée les densités de courant équivalentes participant à la détermination du champ rayonné. Cela rend ce dernier fortement dépendant de l'angle d'inclinaison θ et provoque la neutralisation mutuelle des effets des *SRRs-C*. Ceci est à l'origine des niveaux de rayonnement faibles observés. Nous remarquons cependant, que l'antenne possède une pureté de polarisation dans le plan inchangé dans le plan $\varphi=0$ (composante E_θ dominante) pour les deux fréquence tandis que dans le plan $\varphi=\pi/2$, la composante E_φ est la plus importante pour la première fréquence E_θ l'est pour la seconde.

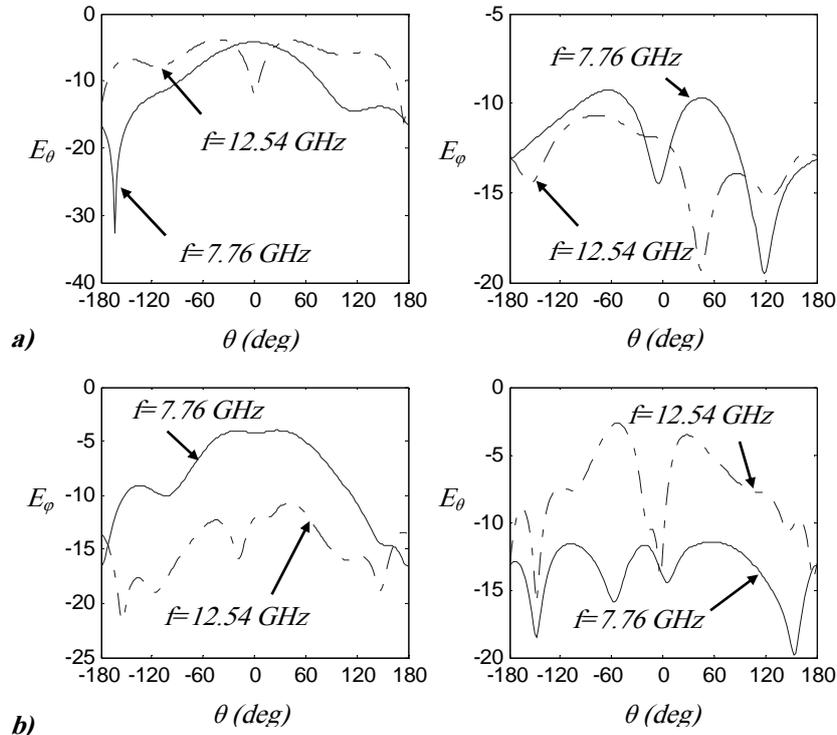


Figure 4.51 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

4.3.13 Deux Colonnes de *SRRs-C* modifiées selon l'axe (*Oy*) avec *e* variable

Nous employons, dans cette section, deux colonnes de *SRRs-C* ayant *e* variable orientés selon l'axe (*Oy*). La structure analysée est similaire à celle de la section 4.3.11, le paramètre *e* étant variable come indiqué sur le Tableau 4.13.

Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion est tracé dans la plage de fréquence 5 GHz – 25 GHz. la Figure 4.52 illustre ses variations. Nous constatons que cette structure est capable de rayonner pour plusieurs valeurs de fréquences mais les meilleurs niveaux du coefficient de réflexion sont situés aux fréquences $f = 19.95 \text{ GHz}$ et $f = 24.16 \text{ GHz}$ où le coefficient de réflexion tombe en-dessous de -20 dB.

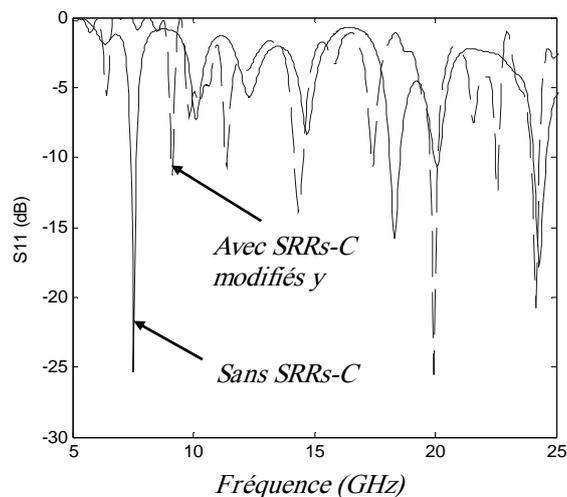


Figure 4.52 Comparaison des Coefficients de réflexion de la structure avec et sans *SRRs-C* modifiés selon l'axe (*Oy*).

Etant situées à des fréquences élevées, les deux résonances relèvent plutôt de la disposition des *SRRs-C* que de leur forme. Même en faisant changer le paramètre *e*, la structure perd toujours la première fréquence de résonance du patch isolé. Nous constatons que la

perturbation provoquée par les deux colonnes de *SRRs-C* déforme fortement les lignes du champ électromagnétique proche à la fréquence $f=7.525 \text{ GHz}$ et dégrade l'adaptation avec la ligne d'alimentation.

Champ rayonné

Le champ rayonné par la structure est calculé et tracé pour deux valeurs de fréquence : $f = 9.12 \text{ GHz}$ et $f = 14.35 \text{ GHz}$ comme illustré par la Figure 4.53.

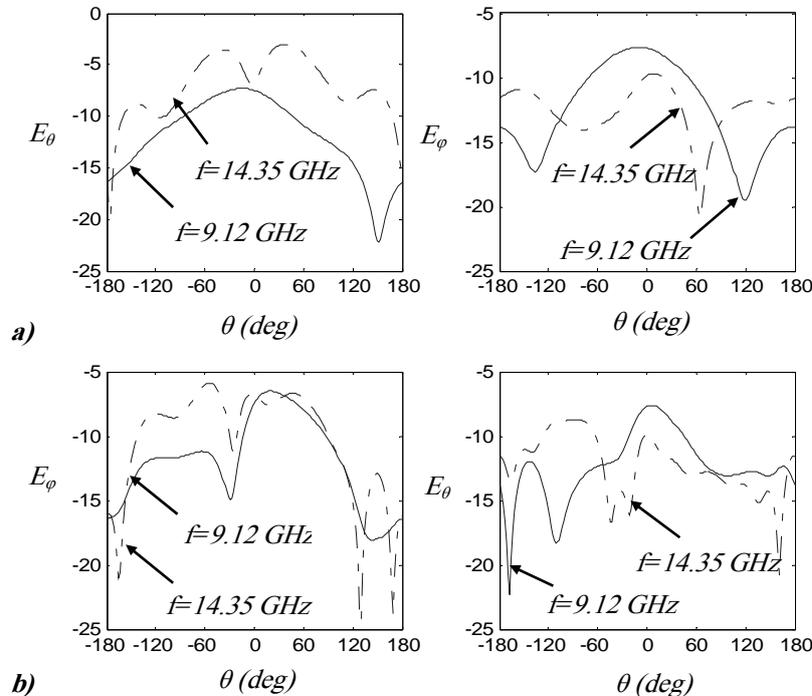


Figure 4.53 Champ rayonné (dB). a- $\varphi=0$. b- $\varphi=\pi/2$.

Nous constatons un changement du champ rayonné avec la fréquence ainsi qu'un niveau de rayonnement réduit. Cela traduit une déviation du champ rayonné par rapport à l'axe des z pour les deux fréquences. En effet, la contribution des *SRRs-C* affecte considérablement les lignes de champs au niveau des surfaces des densités de courant équivalentes. Cela rend le champ rayonné totalement différent de celui produit par le patch isolé.

4.4 Conclusion

Dans ce quatrième et dernier chapitre, nous avons effectués des simulations à l'aide du programme *FDTD* déjà élaboré afin d'étudier l'effet de l'intégration de formes variées de cellules métamatériau (*SRR* et *SRR-C*) aux structures micro-rubans rayonnantes déjà analysées dans le chapitre précédent. Des études de sensibilité ont permis de voir comment agir judicieusement sur tel ou tel paramètre pour améliorer les performances radioélectriques de la structure analysée.

Plusieurs arrangement de cellules métamatériaux complémentaire ont été intégrés à l'antenne plaque micro-ruban afin de voir leur effets respectifs sur le coefficient de réflexion. Les champs rayonnés ont été calculés et tracés pour des fréquences choisies selon le cas.

A travers ce chapitre, nous avons vu la possibilité d'améliorer le coefficient de réflexion de la structure à laquelle les cellules métamatériaux sont greffées. De nouvelles fréquences de résonances ont été obtenues suite à l'intégration de ces cellules. Nous avons également vu l'effet de cette intégration sur le champ rayonné aussi bien pour le niveau d'intensité que l'angle d'inclinaison de la direction de rayonnement maximum par rapport à l'axe des z .

CONCLUSION

Le présent travail constitue une investigation théorique dans le domaine des métamatériaux. Nous nous sommes basés sur la théorie de l'électromagnétisme ainsi que des outils de l'analyse numérique afin d'élaborer des programmes de calculs permettant la simulation des différents phénomènes liés à notre étude.

Nous avons, en premier lieu, effectué une analyse théorique d'un milieu métamatériau fabriqué à partir d'un matériau diélectrique ordinaire dans lequel sont introduits des anneaux *SRR* conducteurs. Un arrangement *3-D* de ces conducteurs permet alors d'obtenir un milieu possédant une structure périodique. Vu que le milieu étudié soit de dimensions infinies, nous avons été contraints à faire usage de la *Théorie Quasi-Statique de Lorentz* afin de tenir compte de toutes les cellules métamatériau à l'aide d'une formule analytique. L'analyse d'une cellule individuelle a été effectuée à travers la résolution de l'équation intégrale par la *Méthode des Moments*. La validité de la formulation que nous avons adoptée a été mise en évidence en confrontant nos résultats à des résultats théoriques disponibles dans la littérature.

Un autre programme basé sur la méthode *FDTD* a été élaboré et employé dans l'analyse de structures rayonnantes en technologie micro-ruban (antenne monopole et antenne plaque micro-ruban). Il nous a permis de déterminer le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence ainsi que le champ lointain des structures analysées. La formulation *FDTD* exige un pas d'échantillonnage temporel limité par les dimensions d'une cellule unitaire. Ceci a impliqué des temps de simulation plus élevés quand une résolution de l'échantillonnage spatiale est requise. Cela dépend fortement des dimensions et de la forme des différentes parties composant les structures analysées (dimensions des conducteurs, épaisseur et dimensions du substrat diélectrique). Nous avons choisi un absorbant uni-axial nous permettant de tronquer l'espace de calcul supposé de dimensions infinies en théorie. Les résultats obtenus pour les structures choisies sont en très bonne concordance avec les mesures disponibles dans la littérature.

Le même programme a été utilisé afin d'analyser les mêmes structures à lesquelles nous avons greffé des cellules métamatériaux de formes multiples. Les temps de simulation sont devenus plus importants du fait que les dimensions des cellules métamatériaux ainsi que leurs positions prennent des valeurs réduites. Nous avons été contraints à réduire les pas d'échantillonnage spatial car l'emploi de pas variables introduit des erreurs liées à l'évaluation non uniforme des dérivées partielles impliquées dans les équations de *Maxwell*.

Les résultats théoriques auxquels nous avons aboutis mettent en évidence les possibilités offertes par l'introduction de cellules *SRR* et des cellules *SRR Complémentaires* pour les structures de bases analysées du point de vue coefficient de réflexion et champ rayonné.

Le présent travail constitue une contribution à l'utilisation de la méthode *FDTD* dans l'analyse des antennes en technologie micro-ruban à lesquelles sont greffés des éléments de métamatériaux. L'algorithme *FDTD*, par sa nature, traite la totalité de la structure d'une manière uniforme du point de vue informatique.

Les résultats obtenus ouvrent un horizon de développement dans le domaine de la simulation électromagnétique. Ils incitent à améliorer le programme *FDTD* en lui apportant multiples changements à savoir:

- Modélisation de l'alimentation de la structure analysée par l'adoption des différentes alternatives présentées dans la littérature.

- Adoption de l'algorithme des *Différences Finie dans le Domaine Temporel Implicite de Directions Alternées (Ang- Alternated Directions Implicit Finite Difference Time Domain ou ADI-FDTD)* permettant de lever la limitation du pas d'échantillonnage temporel.
- Adoption de l'*Absorbant à Couche Parfaitement Adaptée Convolutionnel (Ang-Convolutional Perfectly Matched Layer ou CPML)* permettant d'éliminer d'avantage les réflexions artificielles au niveau des limites de l'espace de calcul.
- Adoption des algorithmes *FDTD* à pas d'échantillonnage spatial variable afin d'optimiser la mémoire utilisée et le temps de calcul requis.
- Adoption des méthodes de *sous-maillage* permettant d'effectuer des *zooms locaux* et de modéliser les irrégularités de faibles dimensions avec précision. Cette technique est précise du point de vue statique (représentation de la structures analysées) mais risque d'introduire de fortes instabilités causées par le couplage des variables entre l'espace utilisant le maillage de base et celui utilisant le sous-maillage.
- Emploi des méthodes de maillage *non-orthogonales* grâce auxquelles une large variété de structures irrégulières peut être analysée. La précision des résultats doit être, encore une fois, mise en évidence. Cela est dû au fait que les valeurs des dérivées partielles employées dans les équations de *Maxwell* ne soient pas considérées de manière uniforme à travers l'espace de calcul.

Enfin, nous rappelons que le présent travail présente deux intérêts complémentaires. Il consiste d'abord en une investigation théorique pouvant être renforcées et complétées par des mesures de laboratoire. De plus, il met en évidence l'intérêt de l'analyse numérique et la programmation informatique dans le domaine de la simulation. Le chercheur peut alors tirer profit de la flexibilité et la possibilité de mise à jour des algorithmes adoptés dans l'intérêt de mieux représenter les phénomènes électromagnétiques et d'en fournir les interprétations physiques qui y sont liées.

Bibliographie

- [1] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ " *Sov. Phys. Usp.*, vol. 10, no. 4, Janvier-Février 1968, pp. 509-514, (traduction basée sur le document original écrit en russe daté 1967, selon [2]).
- [2] I. V. Lindell, S. A. Tretyakov, K. I. Nikoskinen, and S. Ilvonen, "BW Media-Media with negative parameters, capable of supporting backward waves" *Microwave Opt. Tech. Lett.*, vol. 31, no. 2, Octobre 2001, pp. 129-133.
- [3] S. Ramo, J. R. Whinnery, and T. Van Duzer, "Fields and waves in communication electronics" 3rd ed., John Wiley & Sons, Toronto, 1994.
- [4] R. E. Collin, "Foundations for microwave engineering" 2nd ed., McGraw-Hill, Singapore, 1992.
- [5] A. Hessel, "General characteristics of traveling-wave antennas, in *Antenna Theory*" vol. 1, R. E. Collin and F. J. Zucker, eds. McGraw-Hill, New York, 1969, pp. 151-258.
- [6] W. E. Kock, "Metallic delay lenses" *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, Janvier 1948, pp. 58-82.
- [7] W. E. Kock, "Radio lenses" *Bell Lab. Rec.*, vol. 24, Mai 1946, pp. 177-216.
- [8] W. E. Kock, "Metal lens antennas" in *Proceedings, IRE and Waves and Electrons*, Novembre 1946, pp. 828-836.
- [9] R. E. Collin, "Field theory of guided waves" 2nd ed., Wiley-IEEE Press, Toronto, 1990.
- [10] R. N. Bracewell, "Analogues of an ionized medium: Applications to the ionosphere" *Wireless Eng.*, vol. 3 1, Décembre 1954, pp. 320-326.
- [11] W. Rotman, "Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media" *IRE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-10, no. 1, Janvier 1962, pp. 82-85.
- [12] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, no. 25, Juin 1996, pp. 4773-4776.
- [13] D. F. Sievenpiper, M. E. Sickmiller, and E. Yablonovitch, "3D wire mesh photonic crystals" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, no. 14, Avril 1996, pp. 2480-2483.
- [14] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, no. 11, Novembre 1999, pp. 2075-2084.
- [15] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, Mai 2000, pp. 4184-4187.
- [16] D. R. Smith and N. Kroll, "Negative refractive index in left-handed materials" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 14, Octobre 2000, pp. 2933-2936.
- [17] D. R. Smith, D. C. Vier, N. Kroll, and S. Schultz, "Direct calculation of permeability and permittivity for a left-handed metamaterial" *Appl. Phys. Lett.*, vol. 77, no. 14, Octobre 2000., pp. 2246-2248
- [18] R. Marques, F. Medina, R. Ruffini-El-Idrissi, "Role of bi-anisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials" *Phys. Rev. B*, vol. 65 no. 14, Avril 2002.

- [19] N. Katsarakis, T. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis, "Electrical coupling to the magnetic resonance of split ring resonators *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, no. 15, Avril 2004, pp. 2943-2945.
- [20] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial" *App. Phys. Lett.*, vol. 78, no. 4, Janvier 2001, pp. 489-491.
- [21] G. V. Eleftheriades, O. Siddiqui, and A. K. Iyer, "Transmission line models for negative refractive index media and associated implementations without excess resonators" *IEEE Microwave Wireless Components Lett.*, vol. 13, no. 2, Fevrier 2003, pp. 51-53.
- [22] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction" *Science*, vol. 292, Avril 2001, pp. 77-79.
- [23] R. W. Ziolkowski and E. Heyman, "Wave propagation in media having negative permittivity and permeability" *Phys. Rev. E*, vol. 64 no. 056625, Octobre 2001.
- [24] G. Kron, "Equivalent circuit of the field equations of Maxwell" *Proc. IRE*, vol. 32, no. 5, Mai 1944, pp. 289-299.
- [25] J. R. Whinnery, S. Ramo, "A new approach to the solution of high-frequency field problems" *Proc. IRE*, vol. 32, no. 5, Mai 1944, pp. 284-288.
- [26] A. K. Iyer and G. V. Eleftheriades, "Negative refractive index metamaterials supporting 2-D waves" in *IEEE Mn-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2, Juin 2002, Seattle, WA, pp. 1067-1070.
- [27] G. V. Eleftheriades, A. K. Iyer, and P. C. Kremer, "Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 12, Decembre 2002, pp. 2702-2712.
- [28] C. Caloz, H. Okabe, H. Iwai, and T. Itoh, "Transmission line approach of left-handed materials" in *USNC/URSI National Radio Science Meeting Digest*, Juin 2002, San Antonio, TX, p. 39.
- [29] C. Caloz and T. Itoh, "Novel microwave devices and structures based on the transmission line approach of metamaterials" *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1, Juin 2003, Philadelphia, PA, pp. 195-198.
- [30] A. A. Oliner, "A planar negative-refractive-index medium without resonant elements" in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1, Juin 2003, Philadelphia, PA, pp. 191-194.
- [31] A. A. Oliner, "A periodic-structure negative-refractive-index medium without resonant elements" in *IEEE APSAJRSI International Symposium Digest*, Juin 2002, San Antonio, TX, p. 41.
- [32] K. G. Balmain, A. A. E. Luttgen, and P. C. J. Sremer, "Power flow for resonance cone phenomena in planar anisotropic metamaterials" *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Special Issue on Metamaterials, vol. 51, no. 10, Octobre 2003, pp. 2612-2618.
- [33] K. G. Balmain, A. A. E. Luttgen, and G. V. Eleftheriades, "Resonance cone radiation from a planar, anisotropic metamaterial" *2003 URSI Digest*, Juin 2003, Columbus, OH, p. 24.
- [34] K. G. Balmain, A. A. E. Liittgen, and P. C. Kremer, "Using resonance cone refraction for compact RF metamaterial devices," in *Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA '03)*, Septembre 2003, Torino, Italy, ISBN 88-8202-008-8
- [35] A. K. Iyer, K. G. Balmain, and G. V. Eleftheriades, "Dispersion analysis of resonance cone behaviour in magnetically anisotropic transmission-line metamaterials" in *2004 IEEE*

- Antennas and Propagation Society International Symposium Digest, Juin 2004, Monterey, CA, pp. 3147-3150.
- [36] T. J. Cui, D. R. Smith and R. Liu, "Metamaterials: theory, design and applications", Springer, 2010.
- [37] A. Ishimaru, "Generalized constitutive relations for metamaterials based on the quasi-static Lorentz theory" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 10, 2003, pp. 2550-2557.
- [38] S. J. Orfanidis, "Electromagnetic waves and antennas", Piscataway, NJ: Rutgers University, 2010, Ch.14.
- [39] R. F. Harrington, "Matrix methods for field problems", Proc. IEEE, Vol. 55, No. 2, February 1967, pp. 136-149.
- [40] B. Semmar, R. Aksas, M. Challal, A. Azrar and M. Trabelsi, "Numerical determination of permittivity and permeability tensors of a dielectric metamaterial composed of an infinite number of split ring resonators" in Wireless Personal Communications, Vol 83, Number 4, Août 2015, pp 2925-2947.
- [41] K.S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans Antennas and Propagation, Vol 14, 1966, pp. 302-307.
- [42] A. Taflove, M.E. Brodwin "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time dependent Maxwell's equations", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol 23, 1975 pp 623-690.
- [43] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field simulations", IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. 23, 1981, pp.377-382.
- [44] K.R. Umashankar, A. Taflove, "A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects", IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. 24, 1982, pp. 397-405.
- [45] K.R. Umashankar, A. Taflove, B. Becker, "Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 35, 1987, pp.1248-1257.
- [46] A. Taflove, S.C. Hagness, "Computational electrodynamics, 2nd edition", Artech House.
- [47] D. M. Sullivan, "Electromagnetic simulation using the FDTD method", IEEE Press Series on RF and Microwave Technology.
- [48] J.P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", Journal of Computational Physics, Vol 114, 1994, pp 183-200.
- [49] Z. S Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee and J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol 43, 1993; pp 1460-1463.
- [50] S. D. Gedney, "An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.44, No. 12, 1998, pp.1630-1659.
- [51] A. Mokraoui, "Contribution à l'amélioration des performances des antennes LTSA". Thèse de doctorat, Mars 2005. Ecole Nationale Polytechnique.
- [52] R. J. Luebbers, "A simple feed model that reduces time steps needed for FDTD antenna and microstrip calculations", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 40, No. 7, 1996, pp. 1000-1005.

- [53] M. A. Jensen, Y. Rahmat-Samii, "Performance analysis of antenna for hand-held transceivers using FDTD", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 40, 1992, pp 334-340.
- [54] J. G. Maloney, K. L. Shlager, G. S. Smith, " A simple FDTD model for transient excitation of antennas by transmission lines", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 42, 1994, pp.289-292.
- [55] H. Cheribi, "Contribution à l'étude et à la réalisation d'antennes microstrips à base de métamatériaux". Magister, Janvier 2013. Ecole Militaire Polytechnique.
- [56] C. A. Balanis "Antenna Theory, Analysis and Design, 2nd edition, John Wiley & Sons.
- [57] D. M. Sheen; S. M. Ali, M. D. Abouzahra, J. A. Kong, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits", IEEE Trans. On Microwave Theo. And Tech., vol. 38, No.7, Juillet 1990.

ANNEXES

A1. Equation de dispersion liée à l'algorithme *FDTD* de *Yee*

Nous allons supposer une onde monochromatique se propageant dans un milieu homogène. Les expressions décrivant le champ électromagnétique sont données par

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} \cdot e^{j\omega t} \quad (A1.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} \cdot e^{j\omega t} \quad (A1.2)$$

Les équations de *Maxwell* que les expressions du champ électromagnétique doivent vérifier et dont elles sont solution. Nous considérons que le milieu est démuné de sources (absence de densités de courant électrique et de densités de charge électrique). Nous considérons les équations de *Maxwell-Faraday* et de *Maxwell-Ampère*

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (A1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (A1.4)$$

En assumant que le milieu est l'espace libre.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (A1.5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (A1.6)$$

Nous allons considérer juste les premières composantes de chaque équation. Les autres composantes sont obtenues par simple rotation des indices x , y et z .

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E})_x = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (A1.7)$$

$$(\vec{\nabla} \times \vec{H})_x = \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (A1.8)$$

L'écriture explicite des composantes du rotationnel donne

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (A1.7)$$

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) = \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (A1.8)$$

L'Application du schéma de *Yee* consiste à remplacer les dérivées (dans le domaine spatial et temporel) par des rapports de différences finies. Nous aurons alors

$$\left(\frac{\Delta E_z}{\Delta y} - \frac{\Delta E_y}{\Delta z} \right) = -\mu_0 \frac{\Delta H_x}{\Delta t} \quad (A1.9)$$

$$\left(\frac{\Delta H_z}{\Delta y} - \frac{\Delta H_y}{\Delta z} \right) = \varepsilon_0 \frac{\Delta E_x}{\Delta t} \quad (A1.10)$$

En prenant un point de l'espace dont les coordonnées cartésiennes sont (x_0, y_0, z_0) à l'instant $t=t_0$. Nous prenons pour les trois directions les symboles i et j qui peuvent remplacer x , y ou z . U remplace n'importe quelle composante du champ électrique ou du champ magnétique.

$$\frac{\Delta U_i}{\Delta t} \Big|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = \frac{U_i(x_0, y_0, z_0, t_0 + \frac{\Delta t}{2}) - U_i(x_0, y_0, z_0, t_0 - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \quad (A1.11)$$

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta j} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = \frac{U_i(j + \Delta j/2, t_0) - U_i(j - \Delta j/2, t_0)}{\Delta j} \quad (A1.12)$$

$i=x, y, \text{ ou } z, j=x, y, \text{ ou } z$ tels que: $j \neq i$

L'application des équations (A1.11) et (A1.12) aux expressions harmoniques des composantes du champ électromagnétique donne

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_{i0} e^{-j(k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0)} \frac{e^{j\omega(t_0 + \frac{\Delta t}{2})} - e^{j\omega(t_0 - \frac{\Delta t}{2})}}{\Delta t} \quad (A1.13)$$

Nous faisons sortir $e^{j\omega t_0}$,

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_{i0} e^{-j(k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0)} e^{j\omega t_0} \frac{e^{j\omega \frac{\Delta t}{2}} - e^{-j\omega \frac{\Delta t}{2}}}{\Delta t} \quad (A1.14)$$

L'évaluation de la différence des quantités complexes conjuguées donne

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_{i0} e^{-j(k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0)} e^{j\omega t_0} \frac{2j \sin(\omega \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \quad (A1.15)$$

Faisons apparaitre le facteur $\omega \frac{\Delta t}{2}$ au dénominateur

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_{i0} e^{-j(k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0)} e^{j\omega t_0} (j\omega) \frac{\sin(\omega \frac{\Delta t}{2})}{\omega \frac{\Delta t}{2}} \quad (A1.16)$$

Nous obtenons finalement

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_i(x_0, y_0, z_0, t_0) (j\omega) \frac{\sin(\omega \frac{\Delta t}{2})}{\omega \frac{\Delta t}{2}} \quad (A1.17)$$

Le dernier terme n'est que le sinus cardinal de la quantité $\omega \frac{\Delta t}{2}$ qui se réduit à l'unité à la limite $\Delta t \rightarrow 0$

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_i(x_0, y_0, z_0, t_0) (j\omega) \text{sinc}(\omega \frac{\Delta t}{2}) \quad (A1.18)$$

La même démarche est adoptée afin d'évaluer les différences finies relatives aux dérivées spatiales

$$\left. \frac{\Delta U_i}{\Delta j} \right|_{x_0, y_0, z_0}^{t_0} = U_i(x_0, y_0, z_0, t_0) (-jk_j) \text{sinc}(k_j \frac{\Delta j}{2}) \quad (A1.19)$$

Nous effectuons les remplacements suivants

$$\alpha_t = \omega \cdot \text{sinc}(\omega \frac{\Delta t}{2}) \quad (A1.20)$$

$$\alpha_j = k_j \cdot \text{sinc}(k_j \frac{\Delta j}{2}) \quad (A1.21)$$

En tenant compte de (A1.18) et (A1.19) et en faisant abstraction de l'écriture des coordonnées x_0, y_0 et z_0 ainsi que l'instant t_0 en vue d'alléger les écritures, les équations (A1.9) et (A1.10) ainsi que leurs équivalentes dans les directions y et z s'écrivent comme suit

$$\begin{cases} \alpha_y E_z - \alpha_z E_y = \mu_0 \alpha_t H_x \\ \alpha_z E_x - \alpha_x E_z = \mu_0 \alpha_t H_y \\ \alpha_x E_y - \alpha_y E_x = \mu_0 \alpha_t H_z \end{cases} \quad (A1.22)$$

$$\begin{cases} \alpha_y H_z - \alpha_z H_y = -\varepsilon_0 \alpha_t E_x \\ \alpha_z H_x - \alpha_x H_z = -\varepsilon_0 \alpha_t E_y \\ \alpha_x H_y - \alpha_y H_x = -\varepsilon_0 \alpha_t E_z \end{cases} \quad (A1.23)$$

En introduisant les expressions des grandeurs du champ magnétique à partir de (A1.23) dans (A1.22) nous aurons trois équations linéaires en fonctions des composantes du champ électrique uniquement. Ecrit sous forme matricielle, ce système devient

$$\begin{pmatrix} k_t^2 - \alpha_y^2 - \alpha_z^2 & \alpha_x \alpha_y & \alpha_x \alpha_z \\ \alpha_y \alpha_x & k_t^2 - \alpha_z^2 - \alpha_x^2 & \alpha_y \alpha_z \\ \alpha_z \alpha_x & \alpha_z \alpha_y & k_t^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A1.24)$$

Avec

$$k_t^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \alpha_t^2 \quad (A1.25)$$

Le système, en plus de la solution triviale (champ électromagnétique identiquement nul) est vérifié lorsque le déterminant de la matrice s'annule. On a alors

$$\begin{aligned} & (k_t^2 - \alpha_y^2 - \alpha_z^2) \cdot (k_t^2 - \alpha_z^2 - \alpha_x^2) \cdot (k_t^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2) - (k_t^2 - \alpha_y^2 - \alpha_z^2) \cdot (\alpha_y^2 \alpha_z^2) - \\ & (k_t^2 - \alpha_z^2 - \alpha_x^2) \cdot (\alpha_z^2 \alpha_x^2) - (k_t^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2) \cdot (\alpha_x^2 \alpha_y^2) - 2 \alpha_x^2 \alpha_y^2 \alpha_z^2 = 0 \end{aligned} \quad (A1.26)$$

Nous réarrangeons l'expression (A1.26) pour obtenir la forme suivante

$$(k_t^2)^2 - 2 k_t^2 (\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2) + (\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2)^2 = 0 \quad (A1.27)$$

Ce qui donne

$$(k_t^2 - (\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2))^2 = 0 \quad (A1.28)$$

Cette équation possède une solution double

$$k_t^2 = \alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2 \quad (A1.29)$$

En remplaçant chaque quantité par sa définition on a finalement ([51])

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} \sin^2 \left(\frac{k_x \Delta x}{2} \right) + \frac{1}{(\Delta y)^2} \sin^2 \left(\frac{k_y \Delta y}{2} \right) + \frac{1}{(\Delta z)^2} \sin^2 \left(\frac{k_z \Delta z}{2} \right) = \frac{1}{(c \Delta t)^2} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) \quad (A1.30)$$

A2. Condition de stabilité de l'algorithme *FDTD* de *Yee*

La stabilité est l'un des aspects les plus importants liés à l'algorithme *FDTD* de *Yee*. C'est la relation (A1.30) qui servira de point de départ pour établir la condition de stabilité requise. Le terme de gauche de cette équation est maximal pour des valeurs de fonctions *sinus* égales à l'unité. Dans ce cas, l'équation s'écrira comme suit

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} = \frac{1}{(c \Delta t)^2} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) \quad (A2.1)$$

En prenant les valeurs positives des racines carrées on aura

$$(c \Delta t) \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} = \left| \sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) \right| \quad (A2.2)$$

Le terme de droite a pour valeur maximale l'unité. Ceci donne alors

$$(c \Delta t) \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} \leq 1 \quad (A2.3)$$

D'où la condition de stabilité

$$\Delta t \leq 1 / \left(c \cdot \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} \right) \quad (A2.4)$$

Dans le cas où l'inéquation (A2.3) n'est pas vérifiée nous avons

$$\left| \sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) \right| > 1 \quad (A2.5)$$

En écrivant la fonction *sinus* sous sa forme complexe nous obtenons

$$\sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) = \frac{1}{2j} \left(e^{\frac{j\omega \Delta t}{2}} - e^{-\frac{j\omega \Delta t}{2}} \right) \quad (A2.6)$$

Pour que (A2.5) soit vérifiée, la pulsation ω doit être complexe

$$\omega = \omega' + j \omega'' \quad (A2.7)$$

Ce qui donne

$$\sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) = \frac{1}{2j} \left(e^{\frac{j(\omega' + j\omega'')\Delta t}{2}} - e^{-\frac{j(\omega' + j\omega'')\Delta t}{2}} \right) \quad (A2.8)$$

Ou encore

$$\sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) = \frac{1}{2j} \left(e^{\frac{-\omega''\Delta t}{2}} \cdot e^{\frac{j\omega'\Delta t}{2}} - e^{\frac{\omega''\Delta t}{2}} \cdot e^{-\frac{j\omega'\Delta t}{2}} \right) \quad (A2.9)$$

Nous avons donc des termes en exponentiel avec des arguments positifs ce qui donne naissance à des amplifications à chaque itération causant ainsi l'instabilité de l'algorithme ([51]).

A3. Milieu absorbant (UPML)

Nous supposons une incidence oblique d'une onde plane sur une interface séparant deux milieux différents. Nous considérons un cas bidimensionnel (x - y). Aucune variation n'a lieu par rapport à l'axe des z . Le milieu 1 est considéré comme milieu isotrope tandis que le milieu 2 est considéré comme anisotrope. C'est ce second milieu qui sera synthétisé pour absorber les ondes transmises pour qu'elles ne soient pas réfléchies vers le milieu 1 ([51]).

La figure (A3-1) illustre cette incidence

L'onde est à polarisation quelconque. Elle est écrite dans le domaine fréquentiel sous la forme suivante

$$\tilde{\vec{E}}^{inc} = \tilde{\vec{E}}_0 e^{(-jk_{x1}x - jk_{y1}y)} \quad (A3.1)$$

$$\tilde{\vec{H}}^{inc} = \tilde{\vec{H}}_0 e^{(-jk_{x1}x - jk_{y1}y)} \quad (A3.2)$$

L'onde électromagnétique se propage dans le milieu isotrope 1. Elle atteint l'interface plane séparant le milieu 1 et le milieu 2 qui est anisotrope et uni-axial. Les paramètres constitutifs de ce dernier (permittivité électrique et perméabilité magnétique) sont alors des tenseurs ayant les formes suivantes

$$\bar{\bar{\epsilon}}_2 = \epsilon_2 \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} \quad (A3.3)$$

$$\bar{\bar{\mu}}_2 = \mu_2 \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} \quad (A3.4)$$

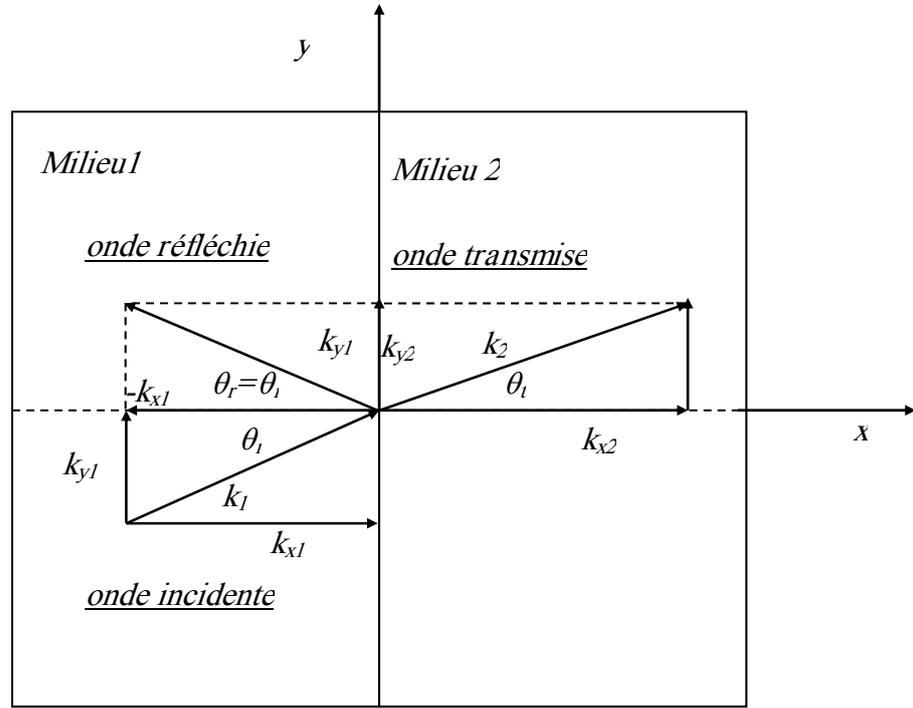


Figure A3-1 Incidence oblique d'une onde plane sur une interface plane: Milieu 1 isotrope
Milieu 2 anisotrope.

Ce sont ces tenseurs qui seront employés dans l'écriture des équations de *Maxwell* que doit vérifier le champ électromagnétique.

A3.1. Champ électromagnétique dans un milieu anisotrope uni-axial

Les équations de *Maxwell* décrivant un champ électromagnétique dans un milieu anisotrope uni-axial prennent une forme générale en utilisant les écritures tensorielles des paramètres constitutifs déjà présentées.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}} = -j\omega \vec{\tilde{\mu}}_2 \vec{\tilde{H}} \quad (A3.5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\tilde{H}} = j\omega \vec{\tilde{\epsilon}}_2 \vec{\tilde{E}} \quad (A3.6)$$

Nous adoptons les notations suivantes

$$\epsilon_x = \epsilon_2 \cdot a, \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon_2 \cdot b$$

$$\mu_x = \mu_2 \cdot c, \mu_y = \mu_z = \mu_2 \cdot d$$

L'écriture explicite des équations (A3.5) et (A3.6) donne

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} = -j\omega \mu_x \tilde{H}_x \quad (A3.7)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = -j\omega \mu_y \tilde{H}_y \quad (A3.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} = -j\omega \mu_z \tilde{H}_z \quad (A3.9)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} = j\omega \epsilon_x \tilde{E}_x \quad (A3.10)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} = j\omega \epsilon_y \tilde{E}_y \quad (A3.11)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} = j\omega \varepsilon_z \tilde{H}_z \quad (A3.12)$$

Tenant en compte l'invariabilité selon l'axe des z ces équations deviennent

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} = -j\omega \mu_x \tilde{H}_x \quad (A3.13)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = j\omega \mu_y \tilde{H}_y \quad (A3.14)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} = -j\omega \mu_z \tilde{H}_z \quad (A3.15)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} = j\omega \varepsilon_x \tilde{E}_x \quad (A3.16)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} = -j\omega \varepsilon_y \tilde{E}_y \quad (A3.17)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} = j\omega \varepsilon_z \tilde{H}_z \quad (A3.18)$$

La transposition de ces équations dans le domaine spectral donne

$$-k_y \hat{E}_z = -\omega \mu_x \hat{H}_x \quad (A3.19)$$

$$-k_x \hat{E}_z = \omega \mu_y \hat{H}_y \quad (A3.20)$$

$$-k_x \hat{E}_y + k_y \hat{E}_x = -\omega \mu_z \hat{H}_z \quad (A3.21)$$

$$-k_y \hat{H}_z = \omega \varepsilon_x \hat{E}_x \quad (A3.22)$$

$$-k_x \hat{H}_z = -\omega \varepsilon_y \hat{E}_y \quad (A3.23)$$

$$-k_x \hat{H}_y + k_y \hat{H}_x = \omega \varepsilon_z \hat{E}_z \quad (A3.24)$$

Le remplacement des composantes du champ magnétique (à partir des équations (A3.22) à (A3.24)) dans les équations (A3.20) à (A3.22) donne les trois équations en grandeurs électriques suivantes

$$\frac{1}{\mu_z} (-k_x k_y \hat{E}_y + k_y^2 \hat{E}_x) = -\omega^2 \varepsilon_x \hat{E}_x \quad (A3.25)$$

$$\frac{1}{\mu_y} (-k_x^2 \hat{E}_y + k_x k_y \hat{E}_x) = \omega^2 \varepsilon_y \hat{E}_y \quad (A3.26)$$

$$\frac{1}{\mu_y} (k_x^2) \hat{E}_z + \frac{1}{\mu_x} (k_y^2) \hat{E}_z = -\omega^2 \varepsilon_z \hat{E}_z \quad (A3.27)$$

Ces trois dernières équations sont écrites sous la forme matricielle comme suit

$$\begin{pmatrix} k_y^2 - \omega^2 \varepsilon_x \mu_z & -k_x k_y & 0 \\ -k_x k_y & k_x^2 - \omega^2 \varepsilon_y \mu_z & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_x^2}{\mu_y} + \frac{k_y^2}{\mu_x} - \omega^2 \varepsilon_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \\ \hat{E}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A3.28)$$

La solution non triviale du système (A3.28) impose que le déterminant de la matrice soit nul

$$\left(\frac{k_x^2}{\mu_y} + \frac{k_y^2}{\mu_x} - \omega^2 \varepsilon_z \right) \cdot \begin{vmatrix} k_y^2 - \omega^2 \varepsilon_x \mu_z & -k_x k_y \\ -k_x k_y & k_x^2 - \omega^2 \varepsilon_y \mu_z \end{vmatrix} = 0 \quad (A3.29)$$

L'équation (A3.29) est vérifiée si l'un de ses termes est nul. Nous commençons par écrire chaque terme à part avant d'étudier les différents cas possibles

$$\left(\frac{k_x^2}{\mu_y} + \frac{k_y^2}{\mu_x} - \omega^2 \varepsilon_z\right) = 0 \quad (A3.30)$$

Qui s'écrit en fonction des éléments des tenseurs comme suit

$$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 b^{-1} c^{-1} - k_z^2) = 0 \quad (A3.31)$$

L'autre équation est celle du déterminant 2×2

$$\begin{vmatrix} k_y^2 - \omega^2 \varepsilon_x \mu_z & -k_x k_y \\ -k_x k_y & k_x^2 - \omega^2 \varepsilon_y \mu_z \end{vmatrix} = 0 \quad (A3.32)$$

Qui se traduit par

$$(k_y^2 - \omega^2 \varepsilon_x \mu_z)(k_x^2 - \omega^2 \varepsilon_y \mu_z) - k_x^2 k_y^2 = 0 \quad (A3.33)$$

Après simplification on a

$$\omega^2 \varepsilon_x \varepsilon_y \mu_z - \varepsilon_x k_x^2 - \varepsilon_y k_y^2 = 0 \quad (A3.34)$$

Qui donne alors

$$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 a^{-1} d^{-1} - k_z^2) = 0 \quad (A3.35)$$

Nous aurons alors quatre cas de figure qui sont résumés dans le tableau suivant

	$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 b^{-1} c^{-1} - k_z^2) = 0$	$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 b^{-1} c^{-1} - k_z^2) \neq 0$
$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 a^{-1} d^{-1} - k_z^2) = 0$	Mode $TE_z + TM_z$ $\begin{cases} \widehat{E}_x \neq 0 \\ \widehat{E}_y \neq 0 \\ \widehat{E}_z \neq 0 \end{cases}$	Mode TE_z $\begin{cases} \widehat{E}_x \neq 0 \\ \widehat{E}_y \neq 0 \\ \widehat{E}_z = 0 \end{cases}$
$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 a^{-1} d^{-1} - k_z^2) \neq 0$	Mode TM_z $\begin{cases} \widehat{E}_x = 0 \\ \widehat{E}_y = 0 \\ \widehat{E}_z \neq 0 \end{cases}$	Solution triviale $\begin{cases} \widehat{E}_x = 0 \\ \widehat{E}_y = 0 \\ \widehat{E}_z = 0 \end{cases}$

Tableau A3-1 Différents cas de la résolution de l'équation (A3.29).

En conclusion, il devient clair que dans un milieu anisotrope uni-axial, il se propage une onde en mode TE_z dont l'équation de dispersion est donnée par

$$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 a^{-1} d^{-1} - k_z^2) = 0$$

Ou en mode TM_z dont l'équation de dispersion est

$$(k_x^2 b^{-1} d^{-1} + k_y^2 b^{-1} c^{-1} - k_z^2) = 0$$

Ou encore la superposition des deux modes ; cas où les deux équations déjà citées sont vérifiées simultanément.

A3.2. Adaptation de l'absorbant

Après avoir établi les équations régissant une onde se propageant dans un milieu anisotrope uni-axial, nous allons déterminer les valeurs des composantes des tenseurs permittivité

électrique et perméabilité magnétique permettant d'avoir une adaptation parfaite quel que soit l'angle d'incidence. Il faut rappeler que notre objectif est que l'onde soit totalement transmise et atténuée afin d'éviter les réflexions artificielles dues à la troncature de l'espace de calcul (qui, en théorie devrait être de dimensions infinies).

Nous allons considérer, compte tenu du développement précédent, les deux cas séparément: cas d'une onde TM_z et cas d'une onde TE_z .

Nous commençons par le cas TM_z . Le champ électromagnétique dans le milieu 1 s'écrit comme suit

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{y1} = 0 \quad (A3.36)$$

$$\tilde{E}_{z1} = E_0(1 + \Gamma e^{(2jk_{x1}x)}). e^{(-jk_{x1}x - jk_{y1}y)} \quad (A3.37)$$

$$\tilde{H}_{x1} = \frac{k_{y1}E_0}{\mu_1\omega} (1 + \Gamma e^{(2jk_{x1}x)}). e^{(-jk_{x1}x - jk_{y1}y)} \quad (A3.38)$$

$$\tilde{H}_{y1} = \frac{-k_{x1}E_0}{\mu_1\omega} (1 - \Gamma e^{(2jk_{x1}x)}). e^{(-jk_{x1}x - jk_{y1}y)} \quad (A3.39)$$

$$\tilde{H}_{z1} = 0 \quad (A3.40)$$

Γ : Coefficient de réflexion.

Au niveau de l'interface, les composantes tangentielles des champs sont continues. De plus, le champ régnant au niveau du milieu 1 est le résultat de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. Du côté du milieu 2, le champ est constitué de l'onde transmise. Nous avons alors

$$\tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{y2} = 0 \quad (A3.41)$$

$$\tilde{E}_{z2} = E_0\tau. e^{(-jk_{x2}x - jk_{y2}y)} \quad (A3.42)$$

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{k_{y2}E_0}{\mu_{x2}\omega} \tau. e^{(-jk_{x2}x - jk_{y2}y)} \quad (A3.43)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{-k_{x2}E_0}{\mu_{y2}\omega} \tau. e^{(-jk_{x2}x - jk_{y2}y)} \quad (A3.44)$$

$$\tilde{H}_{z2} = 0 \quad (A3.45)$$

τ : coefficient de transmission.

Nous devons vérifier la continuité des composantes tangentielles des champs de part et d'autre de l'interface. Nous commençons par le champ électrique qui n'a qu'une seule composante. Nous avons

$$\tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{z1}, \quad x = 0, \forall y \quad (A3.46)$$

ce qui donne après simplification des termes égaux

$$\tau. e^{(-jk_{y2}y)} = (1 + \Gamma). e^{(-jk_{y1}y)}, \quad \forall y \quad (A3.47)$$

ou

$$\begin{cases} \tau = 1 + \Gamma \\ k_{y2} = k_{y1} \end{cases}$$

Nous allons imposer la continuité du champ magnétique tangentiel et de l'induction magnétique normale au niveau de l'interface

$$\tilde{H}_{y2} = \tilde{H}_{y1}, \quad x = 0, \forall y \quad (A3.48)$$

$$\tilde{B}_{x2} = \tilde{B}_{x1}, \quad x = 0, \forall y \quad (A3.49)$$

Avec

$$\tilde{B}_{x1} = \mu_1 \tilde{H}_{x1},$$

Et

$$\tilde{B}_{x2} = \mu_{x2} \tilde{H}_{x2},$$

Ceci donne

$$\frac{-k_{x2}}{\mu_{y2}} \tau. e^{(-jk_{y2}y)} = \frac{-k_{x1}}{\mu_1} (1 - \Gamma). e^{(-jk_{y1}y)}, \forall y \quad (A3.50)$$

Et

$$k_{y2} \tau. e^{(-jk_{y2}y)} = k_{y1} (1 + \Gamma). e^{(-jk_{y1}y)}, \forall y \quad (A3.51)$$

D'où

$$\frac{-k_{x2}}{\mu_{y2}} \tau = \frac{-k_{x1}}{\mu_1} (1 - \Gamma) \quad (A3.52)$$

$$k_{y2} \tau = k_{y1} (1 + \Gamma) \quad (A3.53)$$

$$k_{y2} = k_{y1} \quad (A3.54)$$

Ce qui donne finalement

$$\tau = 1 + \Gamma \quad (A3.55)$$

$$\frac{-k_{x2}}{\mu_{y2}} \tau = \frac{-k_{x1}}{\mu_1} (1 - \Gamma) \quad (A3.56)$$

Ainsi, nous obtenons les expressions du coefficient de réflexion et celle du coefficient de transmission

$$\Gamma = \left(\frac{k_{x1}}{\mu_1} - \frac{k_{x2}}{\mu_{y2}} \right) / \left(\frac{k_{x1}}{\mu_1} + \frac{k_{x2}}{\mu_{y2}} \right) \quad (A3.57)$$

$$\tau = \left(\frac{2k_{x1}}{\mu_1} \right) / \left(\frac{k_{x1}}{\mu_1} + \frac{k_{x2}}{\mu_{y2}} \right) \quad (A3.58)$$

En prenant $\varepsilon_1 = \varepsilon_2, \mu_1 = \mu_2$. L'expression du coefficient de réflexion sera alors

$$\Gamma = (k_{x1} - k_{x2}d^{-1}) / (k_{x1} + k_{x2}d^{-1}) \quad (A3.59)$$

L'adaptation correspond à un coefficient de réflexion nul. Nous devons alors avoir

$$k_{x1} = k_{x2}d^{-1} \quad (A3.60)$$

En remplaçant k_{x1} par sa valeur dans l'équation (A3.31) et en introduisant l'angle d'incidence θ on a

$$c^{-1}b^{-1}\sin^2\theta + db^{-1}\cos^2\theta = 1 \quad (A3.61)$$

Cette équation doit être vérifiée pour n'importe quel angle d'incidence. On a alors

$$c^{-1}b^{-1} = 1 \quad (A3.62)$$

et

$$db^{-1} = 1 \quad (A3.63)$$

d'où

$$d = b \quad (A3.64)$$

$$c = 1/b \quad (A3.65)$$

Un développement similaire peut être effectué pour la cas TE_z . Nous avons alors

$$\Gamma = (k_{x1} - k_{x2}b^{-1})/(k_{x1} + k_{x2}b^{-1}) \quad (A3.66)$$

L'adaptation impose

$$k_{x1} = k_{x2}b^{-1} \quad (A3.67)$$

Ceci permet de réécrire l'équation (A3.34) comme suit

$$d^{-1}a^{-1}\sin^2\theta + bd^{-1}\cos^2\theta = 1 \quad (A3.68)$$

L'équation (A3.68) doit être valable pour n'importe quel angle d'incidence. On aura alors

$$a = 1/d \quad (A3.69)$$

$$b = d \quad (A3.70)$$

En conclusion, l'adaptation du milieu absorbant est réalisée en prenant $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\mu_1 = \mu_2$, et en vérifiant les équations (A3.64) (A3.65) (A3.69) et (A3.70). Les tenseurs; permittivité électrique et perméabilité magnétique s'écrivent alors

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_2 = \varepsilon_1 \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} \end{pmatrix} \quad (A3.71)$$

$$\bar{\bar{\mu}}_2 = \mu_1 \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} \end{pmatrix} \quad (A3.72)$$

Pour qu'il y ait absorption, il faut que l'onde soit atténuée avant d'atteindre la limite du milieu *UPML*. Pour ce faire, a sera choisi comme suit

$$a^{-1} = \kappa_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\varepsilon_2}$$

Un développement similaire est fait pour les autres directions d'incidence afin que l'absorbant permette d'atténuer les ondes transmises de l'espace du problème dans les autres directions.