République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'Automatique

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme

D'Ingénieur d'Etat en Automatique

Intitulé

Utilisation de l'observateur à entrées inconnues pour la détection de défaut appliqué à un CSTR

Réalisé par :

Proposé et dirigé par :

KAHELRAS Mohamed

Dr R. ILLOUL

Promotion : Juin 2014

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach

ملخص : يهدف هذا المشروع إلى تقديم منهجية كشف الأعطال إستناداً على المراقب ذو المداخل الغير معروفة . سيتم تطبيق هـذه التقنية على النموذج الخطي للمفاعل الكيميائي ذو الخزان المثار. المبدأ الأساسي للمراقب ذو المداخل الغير معروفة هو التمييز بين المداخل الغير معروفة و الفرق في التقدير.

مفاتيح : كشف و تحديد الأعمال، مراقب ذو مداخل غير معروفة، مولد البقايا، المفاعل الكيميائي ذو الخزان المثار.

Résumé : L'objectif de ce projet de fin d'étude est de présenter une approche de détection et de localisation de défauts à base d'observateurs à entrées inconnues. Cette technique sera appliquée sur le modèle linéaire du réacteur continu parfaitement agité (CSTR). Le principe de base d'un observateur à entrée inconnue est de découpler les entrées inconnues de l'erreur d'estimation.

Mots clés: Détection et isolation des défauts, observateur à entrées inconnues, générateur de résidus, réacteur continu parfaitement agité.

Abstract : The objective of this final project study is to present a fault detection and isolation method based on the unknown input observer approach. This method is will be applied on the linear model of the continuous stirred tank reactor (CSTR). The basic principle of unknown input observer (UIO) is to decouple unknown inputs from the state estimation error.

Key words : Fault detection and isolation, unknown input observer (UIO), residual generator, continuous stirred tank reactor (CSTR).

Remerciements

Au terme de ce travail, c'est avec émotion que je tiens à remercier tous ceux qui, de prés ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce projet.

Je tiens tout d'abord à adresser mes remerciements les plus sincères à Dr R.Illoul pour avoir diriger cette thèse et m'avoir permis de la réaliser dans les meilleures conditions. Je tiens particulièrement à le remercier de la liberté d'action qu'il m'a donnée à chaque étape de cette aventure. J'espère avoir été digne de la confiance qu'il m'avait accordée et que ce travail est finalement à la hauteur de ses espérances. Quoi qu'il en soit, j'ai beaucoup appris à ses cotés et je suis très honoré de l'avoir eu pour encadrant.

Un merci tout particulier à Faris et Salmane pour l'aide inconditionnelle qu'ils m'ont apportée, mais aussi pour leurs encouragements répétés au cours de la rédaction de ce manuscrit. J'aurais eu du mal à terminer ce travail sans le soutien engagé de Salim et Ouahab. Merci de votre confiance.

Mes remerciements s'adressent enfin à ma Mère, Mon Père, ainsi qu'à mes Sœurs et Mon Frère qui m'ont toujours épaulé. Je ne saurais oublier l'apport de chacun pour l'accomplissement de ce travail. Je demande enfin à toutes les personnes sollicitées dans le cadre de ce travail de trouver ici l'expression de ma profonde gratitude.

Dédicace

Je dédie ce mémoire en premier à mes très chers parents, dont le sacrifice, la tendresse, l'amour, la patience, le soutien, l'aide et les encouragements sont le secret de ma réussite. Sans eux, je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.

Je dédie ce travail également A toute ma famille A tous mes amis proches A tous ceux qui me sont chers

Mohamed

TABLE DES MATIÈRES

In	trod	uction	générale	1
1	Dia	gnosti	c des Systèmes	3
	1.1	Introd	luction	4
	1.2	Termi	nologie	4
	1.3	Classi	fication des défauts	6
		1.3.1	Défauts actionneurs	6
		1.3.2	Défauts capteurs	7
		1.3.3	Défauts composants ou systèmes	7
	1.4	Modél	lisation d'un système en présence de défauts	7
	1.5	Carac	térisation de défauts	8
	1.6	Les ét	apes du diagnostic d'un système	11
		1.6.1	Acquisition de données	11
		1.6.2	Etape d'élaboration d'indicateurs de défauts	12
		1.6.3	Etape de détection	12
		1.6.4	Etape de localisation	12
		1.6.5	Etape de prise de décisions	13
	1.7	Classi	fication des méthodes de diagnostic	13
		1.7.1	Méthodes sans modèle mathématique	14
		1.7.2	Méthodes avec modèle mathématique	15
	1.8	Diagn	ostic à base d'observateurs	18
		1.8.1	Résidus simples	19
		1.8.2	Résidus structurés	19
	1.9	Conch	usion	21

TABLE DES MATIÈRES

2	\mathbf{Obs}	ervateurs à entrées inconnues	22
	2.1	Introduction	23
	2.2	Théorie des observateurs à entrées inconnues	23
	2.3	Conception d'observateur à entrées inconnues	27
	2.4	Observateur à entrées inconnues d'ordre réduit	30
	2.5	Observateurs à entrées inconnues affectant la sortie	33
	2.6	Conclusion	37
3	Ré	acteurs chimiques étude et modélisation	38
	3.1	Introduction	39
	3.2	Généralités	39
	3.3	Classification des réacteurs chimiques	40
		3.3.1 Phases en présence	41
		3.3.2 Mode d'exploitation	41
		3.3.3 Géométrie	44
	3.4	Modèles des réacteurs chimiques	46
		3.4.1 Principes de la Thermodynamique	47
		3.4.2 Cinétique chimique	51
		3.4.3 Transport et transfert de l'énergie thermique	54
	3.5	Principes générales de la modélisation des réacteurs chimiques	57
		3.5.1 Bilan d'énergie	58
		3.5.2 Bilan de matière	58
	3.6	Réacteur continu parfaitement agité	59
		3.6.1 Etude du CSTR	59
		3.6.2 Modélisation du CSTR	61
	3.7	Conclusion	68
4	App	olication des observateurs à entrées inconnues au diagnos-	
	tic o	du réacteur continu parfaitement agité	69
	4.1	Introduction	70
	4.2	Linéarisation du modèle du CSTR	70
	4.3	Générateur de résidus à base d'observateurs à entrées inconnues	72
	4.4	Générateur de résidus à base d'observateurs à entrées incon-	
		nues d'ordre réduit	79
	4.5	Conclusion	85
Co	onclu	sion générale	86
Bi	bliog	graphie	88

TABLE DES MATIÈRES

Α	Nor	nenclature	92
	A.1	Liste des symboles chimiques	93
	A.2	Liste des abréviations	94
в	Para	amètres du CSTR	95
в	Para B.1	amètres du CSTR Paramètres du modèle 1 : réaction simple	95 95
В	Par B.1 B.2	amètres du CSTRParamètres du modèle 1 : réaction simple	95 95 96

TABLE DES FIGURES

12	$\mathbf{E} = \{1, 4\}, \dots, \{1, n\}, \dots, \dots, \{1, n\}, \dots, \dots,$	
1.4	Evolutions temporelles de différents types de defauts [FRA08]	10
1.3	Défaut additif [MM10]	10
1.4	Défaut multiplicatif[MM10]	10
1.5	Les différentes étapes du diagnostic [TOS05]	11
1.6	Classification des méthodes de diagnostic [BEN07]	14
1.7	Principe du diagnostic avec modèle mathématique [NS11]	16
1.8	Principe de la génération des résidus à l'aide d'un observateur	
	[NS11]	17
1.9	Structure générale pour la génération de résidus [LAR08]	18
2.1	observateur à entrées inconnues [COC]	25
2.2	Résidus de l'observateur de Luenberger	29
2.3	Résidus de l'observateur à entrées inconnues	29
2.4	Résidus de l'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit	33
2.5	Résidus de l'observateur à entrées inconnues affectant la sortie	37
3.1	Réacteurs chimiques réels [Eco10]	40
3.2	Facteurs gouvernant le fonctionnement d'un réacteur chimique	
	[Vil93]	40
3.3	Opération continue : modèles idéaux d'écoulement d'une phase	
	à travers un appareillage [TE84]	42
3.4	Opération discontinue : différentes phases [TE84]	43
3.5	Opération semi-continue : différentes phases [TE84]	43
3.6	Réacteur agité [SHB13]	44
3.7	Réacteur tubulaire [Vil93]	44

TABLE DES FIGURES

3.8	Représentation bloc d'un système [KHA07]	46
3.9	Types de transfert thermique [LEP]	57
3.10	Schéma de principe d'un réacteur parfaitement agité [TE84] .	60
3.11	Représentation de l'entrée de commande T_c	62
3.12	Concentration du réactif A	62
3.13	Température à l'intérieur du CSTR	63
3.14	Schéma du CSTR avec une réaction de Van Der Vusse [SR13]	64
3.15	Influence de l'augmentation du débit sur les états	66
3.16	Influence de la diminution du débit sur les états	66
3.17	Influence de l'augmentation du taux de chaleur apporté à l'en-	
	veloppe sur les états	67
3.18	Influence de la diminution du taux de chaleur apporté à l'en-	
	veloppe sur les états	67
4.1	Génération des résidus à base d'UIO	73
4.2	Les résidus en absence de défauts	77
4.3	Les résidus en présence du défauts f_1	78
4.4	Les résidus en présence du défauts f_2	78
4.5	Les résidus en présence du défauts f_3	79
4.6	Diagramme de l'UIO d'ordre réduit pour la génération des	
	résidus	81
4.7	Représentation des défauts agissant sur le système 4.28	83
4.8	Les résidus des 3 observateurs	84

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Table des signatures	21
3.1	Classification des réacteurs avec indication de la fréquence d'utilisation et exemples d'applications [BM13]	45
$4.1 \\ 4.2$	Table des signatures UIO	77 84
A.1 A.2	Symboles chimiques	92 93
B.1 B.2	Paramètres du modèle 1	$94 \\ 95$

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'évolution et le développement des systèmes industriels s'accompagnent avec l'augmentation du leurs vulnérabilité aux défauts tels que : des pannes ou un mauvais fonctionnement. La défaillance d'une partie du processus peut s'aggraver et entraîner des pertes économiques, écologiques ou même humaines. C'est pour cette raison que durant les quarante dernières années, le diagnostic des défauts a reçu une attention très particulière chez les chercheurs en automatique.

Le diagnostic, à l'image du domaine médical, consiste à ausculter le système en comparant ses données courantes aux données provenant d'un fonctionnement normal. Ces indicateurs permettent en général, de déterminer des symptômes amenant alors la détection et l'isolation de la ou des partie(s) défaillante(s) du système.

La nécessité du diagnostic des défauts pour les systèmes industriels a conduit au développement d'un grand nombre de techniques dans ce domaine, réparties en deux grandes classes : méthodes sans modèle mathématique et méthodes avec modèle mathématique, les méthodes de la première classe se reposent sur les outils statistiques et les méthodes de reconnaissance de forme, tandis que ceux de la deuxième classe s'appuient essentiellement sur l'estimation des états du système réel, une de ces techniques est celle basée sur l'utilisation des observateurs.

Un observateur est un "calculateur" permettant à partir des données issues du système (Entrée/Sortie) de reconstituer le vecteur d'état et d'estimer la sortie du système. L'estimation en régime sain est comparée à celle obtenue en temps réel, afin de générer des signaux qui vont indiquer la présence ou non d'un défaut.

Nous présentons dans ce travail, la détection et la localisation des défauts dans un réacteur chimique à base d'un type d'observateurs connu sous le nom d'observateurs à entrées inconnues. Le travail comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'introduction des différentes concepts liés au diagnostic notamment la notion de défaut, les différentes étapes à suivre lors du diagnostic d'un système sont exposées et enfin on va présenter les différentes méthodes du diagnostic. Nous insisterons tout particulièrement sur les méthodes à base d'observateur.

Le deuxième chapitre a pour objectif l'étude et la conception des observateurs à entrées inconnues, une comparaison entre cet observateur et l'observateur de Luenberger sera mis au point, ensuite deux autres types d'observateurs à entrées inconnues seront introduits, à savoir les observateurs à entrées inconnues d'ordre réduit et les observateurs à entrées inconnues affectant la sortie.

Dans le troisième chapitre, nous allons présenter des notions générales concernant les réacteurs chimiques avant de passer en revue quelques notions physicochimiques qui vont permettre de poser les principes de base de la modélisation des réacteurs chimiques en particulier la modélisation du réacteur continu parfaitement agité.

Le dernier chapitre sera dédié à l'application des observateurs à entrées inconnues au diagnostic des systèmes, deux techniques sont mises en œuvre : la première consiste en l'utilisation d'observateur à entrées inconnues d'ordre plein et la deuxième fait appel aux observateurs à entrées inconnues d'ordre réduit. Ces deux approches ont été appliquées sur le modèle linéaire du réacteur continu parfaitement agité.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale et quelques perspectives.

CHAPITRE 1

DIAGNOSTIC DES SYSTÈMES

1.1 Introduction

Dès les débuts de l'automatique moderne, les chercheurs se sont beaucoup intéressés au domaine du diagnostic des systèmes dynamiques. Ainsi un grand nombre d'approche de diagnostic a été développer tout au long des cinquante dernières années. Aujourd'hui, c'est toujours un secteur de recherche en expansion avec beaucoup de questions non résolues. De manière globale, lorsqu'on évoque la notion de diagnostic des défauts on se référé à la procédure de détection et la localisation des défauts « Fault detection and isolation », cette approche permet d'avoir des informations sur l'apparition et la provenance d'un défaut.

Avant de se lancer dans un problème de diagnostic, des réponses doivent être apportées aux questions suivantes :

Objectifs : que veut-on surveiller ? Quels types de défauts doit-on détecter ?

Principes : Quel est le principe de diagnostic à mettre en œuvre?

Critères : quelles sont les performances attendues ? Quels sont les indices d'évaluation de ces performances ?

Nous proposerons dans ce chapitre une vue globale sur le diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. L'intérêt se portera essentiellement sur le problème de détection et d'isolation des défauts. Il est question, dans un premier temps, de donner les différents concepts et notions rencontrés dans la littérature qui relation avec le diagnostic. Le principe de base du diagnostic sera alors présenté ainsi que les étapes à suivre afin de mettre en œuvre une procédure FDI et nous présenterons aussi une panoplie des différentes méthodes utilisées dans ce domaine.

1.2 Terminologie

Dans cette section, nous introduisons quelques définitions utilisées dans le domaines du diagnostic telles que défaut, perturbation, état de fonctionnement normal, termes auxquels nous aurons souvent recours par la suite [TOS05, BKLS06, GRA05].

- Fonctionnement normal d'un système. Un système est dit dans un état de fonctionnement normal lorsque les variables le caractérisant (variables d'état, variables de sortie, variables d'entrée, paramètres du système) demeurent au voisinage de leurs valeurs nominales.

- Défaut. Le concept de défaut est fondamental dans les opérations de surveillance pour la conduite et la maintenance des procédés industriels. On appelle défaut tout écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique théorique. Cet écart est idéalement nul en l'absence de défaut.

- Défaillance. Une défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir sa ou ses fonctions requises avec les performances définies dans les spécifications techniques. une défaillance est un dysfonctionnement du système, le processus présente alors un fonctionnement inacceptable du point de vue des performances. Il est clair qu'une défaillance implique l'apparition d'un défaut. Par contre, un défaut n'implique pas nécessairement une défaillance puisque le dispositif peut très bien continuer à assurer sa fonction principale.

- **Panne.** Une panne est l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise.

Une panne résulte toujours d'une défaillance et donc d'un défaut :

$Défaut \longrightarrow Défaillance \longrightarrow Panne$

- **Perturbation.** Une perturbation est une entrée inconnue et non commandée qui agit sur un système. Contrairement au défaut, qui est interne au système, une perturbation est une entrée exogène au système.

- Résidu. le résidu est un signal significatif de l'apparition d'une faute sur le système. Il est caractérisé par une valeur nulle lorsque le processus opère dans des conditions idéales de fonctionnement, c'est à dire en absence de bruits, d'erreurs de modélisations, de fautes, de déviations de paramètres, etc...

- Surveillance. La surveillance d'un système est une tâche continue et en temps réel pour déterminer l'état d'un système. Elle se fait à travers l'enregistrement des informations pouvant indiquer la survenue d'éventuelles anomalies dans le comportement du système.

- **Supervision.** La supervision d'un système consiste en la prise de décisions appropriées, lors de l'étape de surveillance du système, afin de maintenir le fonctionnement nominal du système malgré l'apparition de défauts.

1.3 Classification des défauts

Différentes causes peuvent être à l'origine des dysfonctionnements dans le système. Les défaillances internes résultent de différents facteurs plus ou moins maîtrisés : vieillissement, fatigue, maintenance mal adaptée. Elles produisent des dysfonctionnements des matériels, comme par exemple une défaillance de la structure physique (composants internes), du système de perception (capteurs matériels ou informationnels), ou défaillance du système d'action (actionneurs, régulateurs, réseaux de transmission, organes de traitement). Les défaillances externes résultent de l'action de l'environnement dans lequel le système évolue (perturbations, erreurs des opérateurs humains). Les défauts correspondent alors à des événements qui peuvent apparaître dans différentes parties d'un système, ils sont classés selon leur emplacement en trois catégories [BKLS06, AB09] :



FIGURE 1.1 – Défauts d'un processus physique[FRA08]

1.3.1 Défauts actionneurs

Ils représentent la perte partielle ou totale (complète) de l'action de commande et détériorent donc le signal d'entrée du système. Un exemple de perte totale d'un actionneur est un actionneur qui est resté « collé » sur une position entraînant une incapacité à commander le système. La raison d'un tel défaut peut être, par exemple un câblage coupé ou brûlé . L'actionneur partiellement défaillant produit seulement une partie de l'action normale (c'est à dire dans des conditions de fonctionnement nominales). Il peut résulter, par exemple, d'une fuite hydraulique ou pneumatique, perte de puissance d'un moteur ou chute dans la tension d'alimentation. Multiplier les actionneurs dans le système afin d'assurer la tolérance aux défauts n'est souvent pas une bonne solution à cause de leurs prix élevés et du volume qu'ils occupent. Ces actionneurs peuvent donc présenter des fautes, on choisit ainsi de repré-

Ces actionneurs peuvent donc presenter des fautes, on choisit ainsi de representer les fautes d'actionneurs sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_a f_a(t)$$
 (1.1)

1.4. MODÉLISATION D'UN SYSTÈME EN PRÉSENCE DE DÉFAUTS

Où $f_a(t) \in \mathbb{R}^m$ représente le vecteur de fautes actionneurs et $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est l'entrée connue du système.

1.3.2 Défauts capteurs

Ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal plus ou moins lié à la vraie valeur de la variable à mesurer. Ceci peut être dû à un mauvais étalonnage ou un vieillissement de l'organe récepteur du capteur. Un défaut capteur total produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer .Il peut être dû à une coupure de fils, perte de contact avec la surface En raison de leurs petites tailles, les capteurs peuvent être multipliés dans le système pour assurer la tolérance aux défauts. on peut ainsi décrire les fautes de mesure par :

$$y(t) = Cx(t) + F_m f_m(t) \tag{1.2}$$

Où $f_m(t) \in \mathbb{R}^{l_1}$ représente le vecteur de fautes de mesure (capteur) et $F_m \in \mathbb{R}^{l \times l_1}$ représente la matrice de distribution des fautes de mesures. A fin de représenter tout les cas d'occurrence de fautes de mesure, on doit choisir judicieusement la matrice de distribution F_m

1.3.3 Défauts composants ou systèmes

Ce sont les défauts qui ont lieu dans les composants du système luimême. C'est-à-dire tous les défauts n'appartenant pas à un défaut capteur ou actionneur sont classés de manière arbitraire dans cette catégorie. Ces défauts représentent les changements des paramètres physiques du système. Ils ont souvent comme conséquence le changement du comportement dynamique du système commandé. En notant par $f_c(t)$ ces fautes de composants, l'équation du système dynamique peut s'écrire :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f_c(t)$$
(1.3)

1.4 Modélisation d'un système en présence de défauts

Dans la détection et la localisation des défauts, on adopte le modèle 1.4 , permettant la prise en compte des défauts et des incertitudes sur le comportement du système nominal :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_a f_a(t) + f_c(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_m(t) f_m(t) \end{cases}$$
(1.4)

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$, $f_a(t) \in \mathbb{R}^m$, $f_c(t) \in \mathbb{R}^n$, $f_m(t) \in \mathbb{R}^l$ et $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'entrées connues, le vecteur des sorties, le vecteur des défauts actionneurs, le vecteur des défauts systèmes, le vecteur des défauts de mesure et le vecteur des perturbations. Les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ et sont les matrices constitutives du système d'état. $F_a \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $F_m \in \mathbb{R}^{l \times l}$ et $D_x \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$ sont respectivement les matrices de distribution des défauts actionneurs et des défauts de mesure et la matrice d'application des entrées inconnues sur l'état du système.

Dans une optique de détection et de localisation de défaut, et d'après [CP99], il est possible d'écrire le système 1.4 sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^{m} F_{ai}f_{ai}(t) + f_c(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + \sum_{i=1}^{l} F_{mi}(t)f_{mi}(t) \end{cases}$$
(1.5)

ce qui signifie que l'on scinde les matrices de distribution en m vecteurs de distribution pour les fautes actionneurs et l vecteurs de distribution pour les fautes de mesure. Ainsi, f_{ai} correspond à la i-ème faute actionneur et F_{ai} est son vecteur de distribution. Il en est de même pour $f_{mi}(t)$ qui correspond à la i-ème faute de mesure et F_{mi} le vecteur de distribution associé.

On note que la fonction de transfert entrée sortie d'un système en présence de fautes peut être décrit par :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s)$$
 (1.6)

1.5 Caractérisation de défauts

Les défauts peuvent être caractérisés d'une part, selon leur comportement dans le temps et d'autre part selon leur modélisation mathématique. Ainsi, ils peuvent être brusques, intermittents ou graduels, additifs ou multiplicatifs comme l'illustre la figure 1.2 [MM10]

- Défaut brusque

Ce défaut a un comportement temporel discontinu :

$$f(t - t_f) = \begin{cases} \delta & \text{si } t \ge t_f \\ 0 & \text{si } t < t_f \end{cases}$$
(1.7)

Où $f(t-t_f)$ représente le comportement temporel du défaut et δ un seuil constant. Ce type de défauts est caractérisé par une discontinuité dans l'évolution temporelle de la variable. Cette évolution, si elle ne correspond pas aux évolutions dynamiques normales attendues pour la variable, est caractéristique d'une panne brutale de l'élément en question : arrêt total ou partiel, déconnexion.

- Défaut intermittent

Un défaut intermittent est un cas particulier de défaut brusque. Il s'agit d'un défaut imprévisible. Par conséquent, le caractère aléatoire de ce défaut le rend difficile à détecter. Il peut représenter des défauts de connexion, d'alimentation voire de faux contacts.

- Défaut à dérive lente

Un défaut de type graduel apparaît à un instant t_d . Cependant, contrairement au défaut brusque, l'amplitude de ce type de défaut ne reste pas constante. Elle augmente proportionnellement avec le temps.

Ce type de défaut caractérise généralement des défauts d'usure. Ce type de défaut peut être modélisé comme suit :

$$f(t - t_f) = \begin{cases} \delta(1 - e^{-\alpha(t - t_f)}) & \text{si } t \ge t_f \\ 0 & \text{si } t < t_f \end{cases}$$
(1.8)

Où α et δ sont des constantes positives.



FIGURE 1.2 – Evolutions temporelles de différents types de défauts [FRA08]

Chaque type de défaut rappelé ci-dessus peut se modéliser sous la forme soit d'un défaut additif, soit d'un défaut multiplicatif.

- Modélisation du défaut : défaut additif ou multiplicatif

Deux modèles mathématiques sont utilisés selon l'effet du défaut sur le système.

Un défaut est dit additif quand il est modélisé par l'ajout d'une variable δE . Quant au défaut multiplicatif, il affecte un système à travers la multiplication de l'entrée E du système par un défaut δx .

Un défaut δx affecte une variable x du système. L'équation de sortie S = Exest alors modifiée et en présence du défaut δx , elle s'écrit $S = E(x + \delta x)$.



[MM10]



1.6 Les étapes du diagnostic d'un système

Le diagnostic d'un système industriel nécessite un certain nombre d'étapes résumées à la figure suivante :



FIGURE 1.5 – Les différentes étapes du diagnostic [TOS05]

1.6.1 Acquisition de données

La procédure de diagnostic nécessite de disposer d'informations sur le fonctionnement du système à surveiller. Ces informations sont recueillies lors d'une phase d'acquisition de données suivie d'une validation. Cette étape implique l'utilisation de capteurs permettant de mesurer les différentes variables du processus.

1.6.2 Etape d'élaboration d'indicateurs de défauts

Cette étape consiste à construire des indicateurs permettant de mettre en évidence les éventuels défauts pouvant apparaître au sein du système. Dans le domaine du diagnostic, les indicateurs de défaut sont couramment dénommés les résidus ou symptômes. Un résidu représente un écart entre les grandeurs estimées et mesurées. De ce point de vue, le terme de résidu est tout à fait justifié car l'étape d'élaboration d'indicateurs de défauts consiste finalement, quelle que soit la méthode employée, à comparer le comportement réel du système à un comportement de référence. Cet écart de comportement doit donc être idéalement nul en l'absence de défaut et différent de zéro dans le cas contraire.

1.6.3 Etape de détection

Cette étape doit permettre de décider si le système se trouve ou non dans un état de fonctionnement normal. Il ne suffit pas de tester la non-nullité des résidus pour décider de l'apparition d'un défaut. Car en réalité, les grandeurs mesurées étant toujours entachées de bruits et le modèle utilisé étant imparfait. Les résidus peuvent être non nuls même en l'absence de défaut. Par conséquent, cette étape fait le plus souvent appel aux tests statistiques ou, de manière plus simple, est réalisée à l'aide d'un seuillage[TOS05]. Donc :

$$r(t) = G_f(t) + e_r(t)$$
(1.9)

La détection d'un défaut peut toutefois être réalisée en comparant les résidus a un certain seuil de détection T dépendant de $e_r(t)$; tel que $T > max | e_{ri}(t) |$

La détection de défauts s'opère alors de la façon suivante :

$$|r(t)| \le T \Longrightarrow f(t) = 0 \tag{1.10}$$

$$|r(t)| > T \Longrightarrow f(t) \neq 0 \tag{1.11}$$

1.6.4 Etape de localisation

Il s'agit, à partir des résidus détectés non nuls statistiquement, de localiser le défaut, c'est-à-dire de déterminer le ou les éléments défaillants. On appelle

1.7. CLASSIFICATION DES MÉTHODES DE DIAGNOSTIC

signature d'un défaut l'effet de celui-ci sur un ou plusieurs résidus. Si l'on dispose de la signature de chacun des défauts à détecter, il est possible de remonter des effets (résidus non nuls) aux causes (les éléments défaillants). La structuration des résidus consiste à mettre en œuvre plusieurs générateurs de résidus dont chacun est excité par une combinaison judicieusement choisie des entrées et des sorties du système. Chaque résidu est alors destiné à révéler un défaut particulier du système.

1.6.5 Etape de prise de décisions

Les fonctionnement incorrect du système étant contacté, il s'agit de décider de la marche à suivre afin de conserver les performances souhaitées du système sous surveillance. Cette prise de décision doit permettre de générer, éventuellement sous le contrôle d'un opérateur humain, les actions correctrices nécessaires à un retour à la normale. Ces actions peuvent être : l'adaptation paramétrique de la loi de commande dans le but de conserver les performances, un changement de point de consigne afin de compenser l'effet d'un défaut, une procédure normale d'arrêt ou un arrêt d'urgence en cas de détection d'une anomalie.[FEL07]

1.7 Classification des méthodes de diagnostic

La littérature sur la détection et l'isolation de défauts et celle dédiée au diagnostic montre une grande diversité à la fois dans les points de vue et dans les méthodes. Il existe plusieurs façons de catégoriser ces méthodes, mais on les classe généralement en deux groupes : les approches qui n'utilisent pas de modèle mathématique et les approches à base de modèle[GRA05, BEN07].



1.7. CLASSIFICATION DES MÉTHODES DE DIAGNOSTIC

FIGURE 1.6 – Classification des méthodes de diagnostic [BEN07]

1.7.1 Méthodes sans modèle mathématique

Les méthodes sans modèle, comme leur nom l'indique, ne disposent pas de modèle décrivant le comportement nominal et le(s) comportement(s) défaillant(s). Elles sont divisées en deux catégories : les méthodes utilisant les outils statistiques et les méthodes de reconnaissance des formes. Les outils statistiques établissent des tests sur les signaux d'acquisition et n'assurent que la fonction de détection de la défaillance, tandis que, les techniques de surveillance par reconnaissance de formes sont plus élaborées par rapport aux simples tests statistiques et sont capables de détecter et de diagnostiquer les défaillances.

Détection par outils statistiques

Les outils statistiques de détection de défaillances consistent à supposer que les signaux fournis par des capteurs possèdent certaines propriétés statistiques. On effectue alors quelques tests qui permettent de vérifier si ces propriétés sont présentes dans un échantillon des signaux mesurés de taille n (appelé fenêtre d'observation glissante). Parmi ces tests on distingue :

- Test de franchissement de seuil
- Test de la moyenne
- Test de variance

Diagnostic par reconnaissance de formes

La reconnaissance de formes consiste à déterminer à quelles formes un objet observé est similaire, ou autrement dit, à quelle classe d'objectifs connu il peut être associé. Reconnaître des formes est donc un processus qui peut être considéré comme similaire à celui du diagnostic pour lequel la classe correspond à la cause de la défaillance du système et où la forme représente l'ensemble des observations, ou symptômes, donné par le système.

Parmi les techniques développées dans cette approche on peut citer :

- Reconnaissance des formes par outils statistiques
- Reconnaissance des formes par l'approche floue
- Reconnaissance des formes par réseaux de neurones

1.7.2 Méthodes avec modèle mathématique

L'approche à base de modèle mathématique pour le diagnostic des systèmes industriels a fait l'objet de nombreux travaux durant ces trente dernières années. Ce type d'approche, connu sous le nom plus général de redondance analytique ou encore le diagnostic qualitatif, consiste à estimer, à l'aide d'un modèle mathématique du système, les grandeurs mesurées sur celui-ci. Si le modèle reflète bien le comportement du système sain, tout écart entre les grandeurs estimées et mesurées traduira l'apparition d'un ou plusieurs défauts. [NS11]

1.7. CLASSIFICATION DES MÉTHODES DE DIAGNOSTIC



FIGURE 1.7 – Principe du diagnostic avec modèle mathématique [NS11]

Approche par espace de parité

L'idée de base de l'approche par espace de parité est de vérifier la cohérence entre les relations mathématiques du système et les mesures. Supposons qu'une mesure puisse s'exprimer en fonction des autres par une relation connue. La différence entre la mesure et sa valeur reconstruite par le modèle constitue le résidu. Si ce résidu est nul, cela signifie que les mesures sont cohérentes, ce qui implique que le système est en fonctionnement normal. Si le résidu n'est pas nul, il est possible qu'un défaut affecte le système.

Approche par estimation paramétrique

Les méthodes d'estimation paramétrique ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle à partir des signaux d'entrée/sortie. Les paramètres $\theta(t)$ du système sont estimés en utilisant des procédures d'identification. Les résidus sont ensuite générés simplement en comparant les valeurs estimées de $\hat{\theta}(t)$ avec les valeurs nominales $\theta(t)$ (que l'on suppose connues). Le vecteur des résidus est alors :

$$r(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t) \tag{1.12}$$

Lorsque les valeurs nominales ne sont pas connues, une autre approche consiste à les remplacer par des valeurs estimées précédemment :

$$r(t) = \hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-k) \tag{1.13}$$

Dans ce cas, l'écart des résidus par rapport à zéro (0) est le résultat des variations de paramètres. La connaissance sous-jacente exprime simplement que dans des conditions opératoires normales, les paramètres du système demeurent constants .

Approche par observateurs

Le principe de base de la génération de résidus à l'aide d'observateurs est de réaliser une estimation des sorties du système à partir des grandeurs accessible à la mesure, c'est-à-dire les entrées et les sorties. Le vecteur résidu est alors construit comme l'écart entre la sortie estimée et la sortie mesurée (l'erreur d'estimation sur la sortie).

La théorie des observateurs est utilisée pour des systèmes linéaires ou non linéaires, d'ordre plein s'ils estiment l'intégralité du vecteur d'état (le système doit être complètement observable) ou d'ordre réduit dans le cas contraire, dans le domaine fréquentiel (observateurs généralisés) ou temporel (observateurs de Luenberger).

Le principe général d'un observateur est présenté à la figure 1.8.



FIGURE 1.8 – Principe de la génération des résidus à l'aide d'un observateur [NS11]

Cette approche sera étudiée en détail dans la prochaine section.

1.8 Diagnostic à base d'observateurs

Un générateur de résidu est un outil servant à fournir un signal significatif permettant de mettre en évidence l'occurrence ou non d'un défaut. L'incohérence entre les variables du système et le modèle mathématique est mise en évidence grâce aux résidus. Les résidus peuvent être interprétés comme une structure de signaux redondants comme le montre la figure 1.9



FIGURE 1.9 – Structure générale pour la génération de résidus [LAR08]

Dans cette structure le système $F_1(u, y)$ fournit un signal z(t) redondant, qui avec le signal y(t) permet de générer le résidu r(t) tel que celui-ci satisfasse, en fonctionnement normal, la relation suivante :

$$r(t) = F_2(y(t), z(t)) = 0$$
(1.14)

Lorsque des défauts affectent le système, cette relation n'est plus valable et le résidu ne tend donc plus vers 0.

Le résidu peut être exprimé sous la forme :

$$r(s) = [H_u(s) \ H_y(s)] \begin{bmatrix} u(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = H_u(s)u(s) + H_y(s)y(s)$$
(1.15)

Ici, $H_u(s)$ et $H_y(s)$ sont des matrices de transfert réalisables issues du système linéaire que constitue le générateur de résidu. Le résidu est conçu pour tendre vers 0 dans un fonctionnement normal et tendre vers une valeur non nulle lorsqu'un défaut affecte le système :

$$r(t) = 0 \ si \ et \ seulement \ si \ f(t) = 0 \tag{1.16}$$

Afin de satisfaire 1.16 , les matrices de transfert $H_u(s)$ et $H_y(s)$ doivent satisfaire la condition suivante :

$$H_u(s) + H_y(s)G_u(s) = 0 (1.17)$$

La conception d'un générateur de résidu consiste alors à choisir des matrices de transfert $H_u(s)$ et $H_y(s)$ qui satisfassent 1.17

Lorsqu'un défaut apparaît dans notre système, le résidu défini par 1.15 sous la contrainte 1.17 devient :

$$r(s) = H_y(s)G_f(s)f(s) \tag{1.18}$$

La matrice de transfert $G_{rf}(s) = H_y(s)G_f(s)$ représente le transfert entre le résidu et les défauts. On note par $[G_{rf}(s)]_i$ la *i*- *ème* colonne de $G_{rf}(s)$ et par $f_i(s)$ la *i*- *ème* composante de f(s).[LAR08]

1.8.1 Résidus simples

Afin de détecter la *i-ème* faute f_i par l'intermédiaire du résidu r(s), $[G_{rf}(s)]_i$ ne doit pas être nulle :

$$[G_{rf}(s)]_i \neq 0 \tag{1.19}$$

Si cette condition est respectée f_i est détectable par le résidu r. Ceci représente donc la condition de détectabilité de la faute f_i vis à vis du résidu r.

1.8.2 Résidus structurés

Les résidus structurés sont conçus par l'intermédiaire d'un banc d'observateurs ce qui va permettre de générer plusieurs résidus. La comparaison de ces résidus va permettre de localiser les défauts. En effet, afin de pouvoir être complet dans la détection et la localisation des défauts il est nécessaire, après détection, d'isoler les défauts. Isoler un défaut consiste à distinguer l'occurrence d'un défauts particulier des autres défauts possibles. Si un résidu simple, sensible à tous les défauts, est suffisant pour la détection, un ensemble de résidus structurés est nécessaire afin d'isoler un ou plusieurs défauts.

Ainsi les résidus structurés sont conçus pour être sensibles à un certain type de défaut et insensibles à d'autres. La conception des résidus structurés s'articule autour de 2 étapes :

- 1. La première consiste à spécifier les sensibilités et insensibilités désirées pour le résidu vis-à-vis des défauts,
- 2. La deuxième étape consiste à établir un ensemble de générateurs de résidus permettant de répondre à la localisation du ou des défauts considérés.

L'avantage des résidus structurés est que chaque résidu généré est porteur d'une ou plusieurs information(s) relative(s) à l'occurrence d'un ou plusieurs défauts spécifique(s). La décision peut être alors prise en définissant un seuil pour chaque résidu, et grâce à une table de décision booléenne le défaut en question peut donc être déterminé. [LAR08]

Exemple d'application

Soit le système décrit par la représentation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -10 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

Cherchons un observateur de Luenberger pour ce système qui aura comme pôles $s_1 = s_2 = -20$. Le polynôme caractéristique est :

$$det(sI - (A - LC)) = \begin{vmatrix} s + 10 + l_1 & 1 \\ -2 & s + 1 + l_2 \end{vmatrix} = s^2 + (11 + l_1 + l_2)s + 12 + l_1 + 10l_2 + l_1l_2$$

En identifiant avec $(s + 20)^2$ on trouve : $l_1 = 10 + \sqrt{2}$ et $l_2 = 19 - \sqrt{2}$, l'observateur s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -20 - \sqrt{2} & -1 \\ 2 & -20 + \sqrt{2} \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 10 + \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 19 - \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ \hat{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{x}(t) \end{cases}$$

La matrice de transfert entre le vecteur des défauts et l'erreur s'écrit :

$$e_y(s) = G_f(s)f(s)$$

avec :

$$G_f(s) = \frac{1}{s^2 + 40s + 400} \begin{bmatrix} s^2 + (30 - \sqrt{2})s + 202 - 10\sqrt{2} & 19 - \sqrt{2} \\ 20 - 2\sqrt{2} & s^2 + (21 + \sqrt{2})s + 22 + \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$r(s) = Q(s)e_y(s)$$

On choisit :

$$Q(s) = G_f^{-1}(s)$$

d'où :

$$r(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \end{bmatrix}$$

Cette dernière équation se traduit par la table des signatures suivante :

	f_1	f_2
r_1	1	0
r_2	0	1

TABLE 1.1 - Table des signatures

La signature $r = [1 \ 0]^T$ correspond à un défaut au capteur 1 associé au défaut f_1 et la signature $r = [0 \ 1]^T$ correspond à un défaut au capteur 2 associé au défaut f_2

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un bref aperçu des aspects importants du diagnostic, nous avons exposé tout d'abord la terminologie liée à ce domaine. Une partie de ce chapitre a été consacrée à la notion de défaut, avant d'exposer les différentes étapes à accomplir lors du diagnostic d'un système. Enfin un tour d'horizon des différentes méthodes de diagnostic a été élaboré, parmi ces méthodes, nous nous sommes orientés vers l'utilisation des méthodes à base de modèles mathématiques en particulier celle basée sur l'utilisation des observateurs.

CHAPITRE 2

OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons passé en revue les méthodes de génération des résidus à base de modèles mathématique, une de ces méthodes est celle basée sur l'utilisation des observateurs; les observateurs sont des calculateurs permettent l'élaboration d'un modèle d'estimation d'état utilisant les grandeurs accessibles du système, telle que ses entrées et ses sorties. Sauf qu'un processus physique est souvent soumis à des entrées inconnues telles que des perturbations, du bruit, des erreurs de modélisation, ou encore des défauts (sur l'état ou la sortie du système) qui peuvent avoir des effets néfastes sur le comportement normal du processus. Afin de pouvoir faire une estimation convenable d'un ou de plusieurs états du système en dépit de la présence d'entrées inconnues, on utilise les observateurs à entrées inconnues, ou UIO « Unknown Input Observer » en anglais.

Ce chapitre sera consacré à l'étude de quelques types d'observateurs à entrées inconnues que l'on peut rencontrer dans la littérature.

2.2 Théorie des observateurs à entrées inconnues

Soit le système où intervient l'entrée inconnue d(t) suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(2.1)

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ et $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'entrées connues, le vecteur des sorties et le vecteur des perturbations « entrée inconnue ». Les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ sont les matrices constitutives du système d'état. $D_x \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$ est la matrice d'application des entrées inconnues sur l'état du système. La matrice D_x doit être de rang plein en colonne. Si ce n'est pas le cas, on peut procéder à la décomposition suivante :

$$D_x(t) = D_1 D_2 d(t) (2.2)$$

où D_1 est de rang plein et le vecteur $D_2d(t)$ représente alors les nouvelles entrées inconnues.

Comme l'état n'est en général pas accessible, l'objectif d'un observateur consiste, en vue de réaliser une commande par retour d'état ou de générer un signal résiduel, d'estimer cet état par une variable que nous noterons $\hat{x}(t)$.

2.2. THÉORIE DES OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

Cette estimation est réalisée par un système dynamique dont la sortie sera précisément $\hat{x}(t)$ et l'entrée sera constituée de l'ensemble des informations disponibles, c'est-à-dire u(t) et y(t).Nous commencerons par définir l'observateur le plus utilisé à savoir l'observateur de Luenberger, la structure de ce dernier est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{cases}$$
(2.3)

Pour l'observateur de Luenberger, la dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ est donné par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}(t)$$

$$= Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) - A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t))(2.5)$$
(2.4)

or, y(t) = Cx(t) et $\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$, d'où finalement :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + D_x(t)d(t)$$
(2.6)

D'après l'équation 2.6, la dynamique d'erreur d'estimation dépend du vecteur d'entrées inconnues d(t), ce qui veut dire que lorsque le temps tend vers l'infini, l'erreur d'estimation ne tend pas vers zero.

$$t \to \infty \Rightarrow e(t) \nrightarrow 0 \Rightarrow \hat{x}(t) \nrightarrow x(t)$$
(2.7)

Afin d'avoir une convergence de l'état estimé vers l'état réel du système $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$, on va définir un autre type d'observateur, connu sous le nom d'**observateur à entrées inconnues.**

Définition 1 Un observateur est dit à entrées inconnues pour le système décrit par 2.1 si l'erreur d'estimation e(t) tend asymptotiquement vers zero indépendamment de la présence d'entrées inconnues affectant le système.

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \longrightarrow 0 \ \forall \ d(t) \tag{2.8}$$

Pour un système linéaire décrit par l'equation 2.1, la structure d'un observateur à entrées inconnues est donnée par [CP99, TF12] :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases}$$
(2.9)

où pour tout instant $t, z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ sont respectivement l'état de l'observateur et l'état estimé tandis que F, T, K et H sont des matrices

2.2. THÉORIE DES OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

inconnues de dimensions appropriées qui vont être déterminées de façon que l'estimé $\hat{x}(t)$ converge asymptotiquement vers l'état réel x(t) du système, malgré l'influence des perturbations.

L'observateur décrit par l'équation 2.9 est illustré dans la figure 2.1



FIGURE 2.1 – observateur à entrées inconnues [COC]

Pour l'observateur à entrées inconnues, la dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ est donné par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$$
 (2.10)

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) - Fz(t) - TBu(t) - Ky(t) - H\dot{y}(t) \quad (2.11)$$

Posons

$$K = K_1 + K_2 (2.12)$$

et remplaçons $\dot{y}(t)$ par $C\dot{x}(t)$

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) - Fz(t) - TBu(t) - K_1 C x(t) - K_2 y(t) - HC(Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t))$$
(2.13)

2.2. THÉORIE DES OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

On rajoute et on retranche l'expression suivante : $(A - HCA - K_1C)\hat{x}(t)$ L'expression 2.13 devient :

$$\dot{e}(t) = (A - HCA - K_1C)e(t) + (I - (T + HC))Bu(t) + (I - HC)D_xd(t) - Fz(t) - K_2y(t) + (A - HCA - K_1C)\hat{x}(t) \quad (2.14)$$

Sachant que $\hat{x}(t) = z(t) + Hy(t)$, l'expression précédente devient :

$$\dot{e}(t) = (A - HCA - K_1C)e(t) + (A - HCA - K_1C - F)z(t) + [(A - HCA - K_1C)H - K_2]y(t) + [I - (T + HC)]Bu(t) + (I - HC)D_xd(t)$$
(2.15)

Si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$(HC - I)D_x = 0 (2.16)$$

$$T = I - HC \tag{2.17}$$

$$F = A - HCA - K_1C \tag{2.18}$$

$$K_2 = FH \tag{2.19}$$

Alors l'état de l'erreur d'estimation devient :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \tag{2.20}$$

Résultat : Si toutes les valeurs propres de F sont à parties réelles négatives, alors e(t) va tendre asymptotiquement vers 0 c'est-à-dire $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$. Cela veut dire que selon la définition 1 l'observateur 2.9 est un observateur à entrées inconnues pour le système décrit par 2.1

Conditions d'existence des observateurs à entrées inconnues :

Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un observateur à entrées inconnues pour un système décrit par l'équation 2.1 sont :

$$- Rang(CD_x) = Rang(D_x)$$

- (C, A₁) est détectable où :
$$A_1 = A - D_x [(CD_x)^T CD_x]^{-1} (CD_x)^T CA \qquad (2.21)$$
2.3 Conception d'observateur à entrées inconnues

Les étapes à suivre afin de synthétiser un observateur à entrées inconnues sont résumées dans les points suivants [COC] :

- 1. Vérifier que rang $(CD_x) = rang(D_x)$, si cette condition est vérifiée il faut voir la prochaine étape, si ce n'est pas le cas alors ce système n'admet pas d'observateur à entrées inconnues
- 2. Calculer H à partir de :

$$H = D_x [(CD_x)^T CD_x]^{-1} (CD_x)^T$$
(2.22)

3. Calculer T à partir de :

$$T = I - HC \tag{2.23}$$

4. Calculer A_1 à partir de :

$$A_1 = TA \tag{2.24}$$

- 5. Imposer que K_1 soit une matrice de Hurwitz par placement de pôle
- 6. Calculer F à partir de :

$$F = A_1 - K_1 C (2.25)$$

7. Calculer K_2 à partir de :

$$K_2 = FH \tag{2.26}$$

8. Calculer K à partir de :

$$K = K_1 + K_2 \tag{2.27}$$

Exemple d'application

Soit le système suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(2.28)

avec:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} D_x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour cet exemple, on va construire un observateur de Luenberger et un observateur à entrées inconnues afin de pouvoir vérifier les résultats obtenus dans la section précédente.

Observateur de Luenberger

Pour un placement de pôle [-1 -2 -3] la matrice de gain de l'observateur de Luenberger L est :

$$L = \begin{bmatrix} 1.9373 & -1.0369\\ 0.4180 & -1.5826\\ -0.9613 & 2.0627 \end{bmatrix}$$

Observateur à entrées inconnues

En suivant les étapes de construction citées dans 2.3, on trouve :

$$\operatorname{rang}(CD_x) = \operatorname{rang}(D_x) = 1$$

$$-H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2.0039 & -0.0481 \\ -0.7588 & -3 \\ -0.1608 & 2.9961 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2.0039 & 0 & 0.0481 \\ -0.2412 & 0 & 3 \\ 0.1608 & -1 & -3.9961 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -0.0481 \\ -1 & -3 \\ 0 & 2.9961 \end{bmatrix}$$

Les résultats de simulation présentent le résidu $r(t) = \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ r_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) - \hat{x}_1(t) \\ x_2(t) - \hat{x}_2(t) \\ x_3(t) - \hat{x}_3(t) \end{bmatrix}$ pour l'observateur de Luenberger dans la figure 2.2 et pour l'observateur à

entrées inconnues dans la figure 2.3

2.3. CONCEPTION D'OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES



FIGURE 2.2 – Résidus de l'observateur de Luenberger



FIGURE 2.3 – Résidus de l'observateur à entrées inconnues

2.4. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES D'ORDRE RÉDUIT

La figure 2.3 montre que contrairement à l'observateur de Luenberger classique, les états estimés issus de l'observateur à entrées inconnues convergent asymptotiquement vers les états réels du système même en présence de perturbation « entrées inconnues ». Ces simulations confirment les résultats trouvés auparavant.

2.4 Observateur à entrées inconnues d'ordre réduit

Certaines méthodes de commande ou de détection et localisation des défauts ne nécessitent pas forcément de reconstruire tout l'état du système. En effet, selon les cas d'étude, seule une partie de l'état doit être estimée afin de satisfaire aux besoins, dans ce cas l'observateur est dit d'ordre réduit. Cette section traite la construction d'un observateur à entrées inconnues d'ordre réduit.[KVR80]

L'observateur d'ordre réduit introduit par Luenberger consiste à estimer les états non mesurables. Ainsi pour un système défini par 2.1 l'observateur réduit sera d'ordre (n - l).

Cet observateur se base sur l'hypothèse que la matrice C est de rang plein en ligne et qu'elle a la forme suivante $C = \begin{bmatrix} I_l & 0 \end{bmatrix}$. Nous considèrerons le changement de variable suivant[KVR80, SB04] :

$$x = \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} I_l & 0 \end{bmatrix} D_x = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

Le système 2.1 s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}(t)\\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t)\\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1\\ B_2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} D_1\\ D_2 \end{bmatrix} d(t)$$
(2.29)

où $w(t) \in \mathbb{R}^{n-l}$ représente la partie non mesurable du vecteur d'état x(t). Si la paire (C, A) est observable alors la paire (A_{12}, A_{22}) l'est aussi [Gop71], et un observateur d'ordre réduit peut être construit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Hu(t) + Gy(t) + Jd(t) \\ \hat{w}(t) = z(t) + Ly(t) \end{cases}$$
(2.30)

2.4. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES D'ORDRE RÉDUIT

où :

$$F = A_{22} - LA_{12} \tag{2.31}$$

$$G = FL + A_{21} - LA_{11} \tag{2.32}$$

$$H = B_2 - LB_1 \tag{2.33}$$

$$J = D_2 - LD_1 (2.34)$$

Conditions d'existence d'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit :

L'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit peut être implémenté si [SB04] :

- $\circ rang(CD_x) = rang(D_x) = n_d \text{ et } l > n_d$
- $\circ~L$ doit être choisi tel que :
 - $J = D_2 LD_1 = 0$
 - $F = A_{22} LA_{12}$ a des valeurs propres à parties réelles négatives

Exemple d'application

Soit le système suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(2.35)

 avec :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} D_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les conditions d'existence sont vérifiées car :

 $rang(C) = l = 2, rang(CD_x) = rang(D_x) = n_d = 2; l \ge m$

Afin d'obtenir la forme partitionnée similaire à 2.29, une matrice non singulière V est choisie de sorte que le système soit écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = VAV^{-1}X(t) + VBu(t) + VD_x d(t) \\ y(t) = CV^{-1}X(t) \end{cases}$$
(2.36)

où
$$X = \begin{bmatrix} y \\ w \end{bmatrix} = Vx$$
 et $CV^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2.4. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES D'ORDRE RÉDUIT

Pour cela, on a choisi $V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Dans le nouveau système l'état estimé est $w = x_3$, et le système devient :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{y}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$$
(2.37)

En se référant au système décrit par 2.29, on écrit :

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} A_{12} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \end{bmatrix}$$
$$A_{22} = -4 B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} B_1 = -1 D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$
Pour avoir $J = 0$ et F stable, on choisit $L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$, ce qui donne :

$$\begin{cases}
F = -4 \\
H = -1 \\
G = \begin{bmatrix} 0 & -3 \end{bmatrix}
\end{cases}$$
(2.38)

Finalement l'observateur d'ordre réduit est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = -4z(t) + [0 - 3]y(t) - u(t) \\ \dot{w}(t) = z(t) = x_3(t) \end{cases}$$
(2.39)

La figure suivante représente le signal résiduel $r(t) = x_3(t) - \hat{x}_3(t)$



FIGURE 2.4 – Résidus de l'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit

La figure 2.4 montre que le résidu converge vers zéro, i.e l'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit reconstruit exactement l'état x_3 du système réel.

2.5 Observateurs à entrées inconnues affectant la sortie

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la synthèse d'observateurs à entrées inconnues lorsque celles-ci interviennent dans l'expression de la sortie. Pour cela, nous allons considérer la classe de système linéaire définie par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_y d(t) \end{cases}$$
(2.40)

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ et $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur des sorties et le vecteur des perturbations « entrée inconnue ». Les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ sont les matrices constitutives du système d'état. $D_x \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$ est la matrice d'application des entrées inconnues sur l'état du système et $D_y \in \mathbb{R}^{l \times n_d}$ est la matrice d'application des entrées inconnues sur la sortie du système. La matrice D_y doit être de rang plein en colonne.

On remarque que, comme les entrées connues n'interviennent pas dans la synthèse de l'observateur, seules les entrées inconnues sont considérées par le système.

Un observateur à entrées inconnues existe pour ce système si et seulement si ce système est à minimum de phase c'est-à-dire :

$$Rang\begin{pmatrix} sI_n - A & -D_x \\ C & D_y \end{pmatrix} = n + Rang\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix} = n + m \quad \forall s \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(s) \ge 0$$
(2.41)

L'object if consiste 'a synthétiser un observateur qui s'écrit sous la forme suivante $[{\rm LIU07}]$:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Ly(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases}$$
(2.42)

où pour tout instant $t, z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ sont respectivement l'état de l'observateur et l'état estimé tandis que F, L et E sont des matrices inconnues de dimensions appropriées qui vont être déterminées de façon que l'estimé $\hat{x}(t)$ converge asymptotiquement vers l'état réel x(t) du système, malgré l'influence des perturbations.

Pour cela, on pose :

$$P = I_n + EC \tag{2.43}$$

L'erreur d'observation est :

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) = z(t) - Ey(t) - x(t) = z(t) - E(Cx(t) + D_y d(t)) - x(t) = z(t) - (I_n + EC)x(t) - ED_y d(t) = z(t) - Px(t) - ED_y d(t)$$

Une condition nécessaire à l'existence de l'observateur est :

$$ED = 0 \tag{2.44}$$

L'unique solution de l'équation 2.44 est E = 0 et la matrice P est alors égale à la matrice identité $n \times n$, I_n , ce qui donne :

$$\dot{e}(t) = \dot{z}(t) - \dot{x}(t)$$
 (2.45)

$$= Fz(t) + Ly(t) - Ax(t) - D_x d(t)$$
(2.46)

$$= F(e(t) + x(t)) + L(Cx(t) + D_y d(t)) - Ax(t) - D_x d(t) (2.47)$$

$$= Fe(t) + (F - A + LC)x(t) + (LD_y - D_x)d(t)$$
(2.48)

Si les matrices F et L sont choisies de sorte que les conditions suivantes sont satisfaites :

$$F - A + LC = 0 \tag{2.49}$$

$$LD_y - D_x = 0 \tag{2.50}$$

alors l'équation 2.51 devient

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \tag{2.51}$$

L'erreur d'observation converge asymptotiquement vers zero si et seulement si la matrice F est une matrice Hurwitz. Mais l'expression de la matrice est imposée par les equations 2.49 et 2.50. En effet, à partir de ces équations, la matrice F peut s'exprimer comme suit :

$$F = A - D_x D_u^+ C \tag{2.52}$$

où D_y^+ est l'inverse généralisée de D_y . Nous résumons ce résultat au sein des théorèmes suivants :

Théorème 2.2 Le système 2.40 admet un observateur si et seulement si la matrice $F = A - D_x D_y^+ C$ est stable et les pôles de l'observateur sont les valeurs propres de cette matrice.

Théorème 2.3 Les deux conditions suivantes sont équivalentes :

- 1. La matrice $F = A D_x D_y^+ C$ est stable
- 2. Rang $\begin{pmatrix} sI_n A & -D_x \\ C & D_y \end{pmatrix} = n + m \ \forall s \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(s) \ge 0$

Exemple d'application

Soit le système définit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_y d(t) \end{cases}$$

2.5. OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES AFFECTANT LA SORTIE

avec:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} D_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} D_x = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

La condition d'existence est vérifiée car :

$$Rang\begin{pmatrix} sI_n - A & -D_x \\ C & D_y \end{pmatrix} = 3 + Rang\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix} = 3 + 2 = 5$$

Les matrices de l'observateur sont calculées et données par :

$$F = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -2\\ 0 & -0.5 & 1\\ 1 & -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0.5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$
$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La figure suivante représente le signal résiduel :

$$r(t) = \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ r_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) - \hat{x}_1(t) \\ x_2(t) - \hat{x}_2(t) \\ x_3(t) - \hat{x}_3(t) \end{bmatrix}$$



FIGURE 2.5 – Résidus de l'observateur à entrées inconnues affectant la sortie

La simulation dont les résultats sont exposés à la figure 2.5 affirme les propos tenus auparavant, les états du système sont reconstruit avec exactitude malgré la présence des entrées inconnues affectant la sortie du système

2.6 Conclusion

Ce chapitre a donné des preuves irréfutables sur la puissance des observateurs à entrées inconnues à pouvoir reconstituer les états du systèmes réels indépendamment de la présence des entrées inconnues. Trois cas ont été pris en compte, la conception d'un UIO d'ordre plein (c'est-à-dire reconstituer complètement le vecteur d'état), la conception d'un UIO d'ordre réduit (c'est-à-dire reconstituer une partie du vecteur d'état) et enfin la conception d'UIO lorsque les entrées inconnues affectent la sortie du système. La seule limitation retrouvée lors de la conception des observateurs à entrées incon-

2.6. CONCLUSION

nues est : la nécessité de connaitre la matrice de distribution des défauts, celle-ci est généralement inconnue en pratique.

CHAPITRE 3

RÉACTEURS CHIMIQUES ÉTUDE ET MODÉLISATION

3.1. INTRODUCTION

3.1 Introduction

Au cœur du génie chimique, le réacteur est l'élément clé, comme il est, au cœur de l'unité industrielle, l'équipement clé [TE84]. Ce chapitre présente une vue globale sur les réacteurs chimiques, les critères de classification des différents réacteurs et les notions chimiques et physicochimique nécessaires pour la modélisation des réacteurs, en particulier le réacteur continu parfaitement agité.

3.2 Généralités

Les réacteurs chimiques occupent une place centrale dans les entreprises du secteur de la chimie et des sciences de la vie. Par la mise en présence de réactifs dans des conditions adaptées, ils permettent de combiner et de transformer par réaction(s) chimique(s) les matières premières en produits utiles ou d'éliminer d'un mélange un ou plusieurs composés. Leur rôle prépondérant est à la hauteur des besoins énergétiques nécessaires pour permettre aux réactions d'avoir effectivement lieu et ce, de manière efficace. Dans des unités industrielles telles que les raffineries, les complexes métallurgiques ainsi que les unies chimiques ou para-chimiques, le réacteur chimique est généralement entouré d'appareillages (pompes, vannes, réservoirs, échangeurs de chaleur, chaudières, etc.) placés en amont et en aval, permettant des traitements physiques des matières premières et des produits de la réaction. La figure 3.1 représente des réacteurs chimiques sous leurs aspects réels, et la figure 3.2 indique, sous forme d'un schéma systémique, les principaux facteurs gouvernant le fonctionnement d'un réacteur chimique. Ce sont d'abord les données physicochimiques sur la nature des transformations mises en jeu : vitesse des réactions, thermicité, présence d'équilibres, influence de la pression, de la température, de l'état de dilution sur ces paramètres. Ce sont ensuite les données hydrodynamiques sur l'écoulement des phases et leur mode de mélange et de mise au contact. L'hydrodynamique est à son tour étroitement liée aux phénomènes de transfert et de transport de chaleur, de matière et de quantité de mouvement qui accompagnent les réactions. Les données de transfert à l'intérieur d'une phase, entre phases ou entre le mélange réactionnel et la paroi du réacteur, relevant de la cinétique physique, jouent un rôle aussi important que les vitesses de transformations proprement dites, qui sont du domaine de la cinétique chimique ou biologique.

3.3. CLASSIFICATION DES RÉACTEURS CHIMIQUES



FIGURE 3.1 – Réacteurs chimiques réels [Eco10]



FIGURE 3.2 – Facteurs gouvernant le fonctionnement d'un réacteur chimique [Vil93]

3.3 Classification des réacteurs chimiques

A première vue, on pourrait être tenté de considérer toute tentative de classification des réacteurs chimiques comme illusoire et de penser que chaque appareillage rencontré en pratique constitue un cas particulier. Cependant, tous ces appareils ont en commun le fait que leur fonction est de réaliser une transformation chimique. Donc, en se référant aux caractéristiques principales d'une réaction chimique, on devrait être capable de définir un certain nombre de critères qui serviraient de base à une classification. En effet, toute analyse systématique du fonctionnement de ces appareils ne pourra être faite qu'après les avoir classés en un certain nombre de types bien caractérisés, auxquels les appareillages industriels pourront être identifiés [TE84]. Les réacteurs chimiques peuvent être classifiés selon divers critères.

3.3.1 Phases en présence

Parmi toutes les caractéristiques d'un réacteur chimique, nous retiendrons en priorité, pour servir de base à notre classification, celle qui est la plus apparente à l'échelle macroscopique, à savoir la nature des phases en présence. On fera une première distinction entre les divers cas suivants :

- Systèmes monophasiques (homogènes) : le milieu réactionnel est alors constitué par une phase gazeuse ou une phase liquide.
- Systèmes polyphasiques (hétérogènes) : on peut ainsi rencontrer les combinaisons suivantes :
 - gaz + liquide
 - liquide + liquide
 - gaz + solide
 - liquide + solide
 - gaz + liquide + solide
 - fluides + solides

A ce stade, on sera amené à faire la distinction entre les cas où le solide mis en jeu sert de catalyseur et ne prend donc pas part à la réaction, et ceux où les solides présents prennent part à la transformation et sont de ce fait soit des réactifs, soit des produits de la transformation.

3.3.2 Mode d'exploitation

Ce critère n'est pas spécifique des réacteurs chimiques mais pour tout procédé de fabrication. Ce critère dépend de la construction interne du réacteur et de l'écoulement du mélange réactionnel. En effet, ce sont les exigences pratiques d'exploitation de l'installation qui déterminent le choix du mode de fonctionnement pour accomplir un processus désigné.

Réacteur continu :

Une fabrication peut être continue : le réacteur est continûment alimenté en réactif, les produits en étant extraits continument. On dit alors que le réacteur est continu ou ouvert (« continuous reactor » en anglais). Il existe deux principaux types de réacteurs chimiques continus :

- l'écoulement de type **piston**, tel que celui qui est réalisé lorsque l'on fait circuler à grande vitesse un fluide peu visqueux dans un tube;
- l'écoulement à travers un récipient parfaitement agité



 (b) écoulement à travers un récipient parfaitement agité (réacteur à cuve parfaitement agitée)

FIGURE 3.3 – Opération continue : modèles idéaux d'écoulement d'une phase à travers un appareillage [TE84]

Réacteur discontinu :

Lorsque la fabrication est discontinue, on parle de réacteur fermé ou discontinu (« batch reactor » en anglais). Ce mode s'apparente au traitement par lots, d'où la terminologie anglaise. Travailler en discontinu (figure 1.) signifie charger le ou les réactifs dans le réacteur adéquat et laisser la transformation chimique se dérouler dans le temps. On qualifie parfois ces appareils de systèmes fermés, car durant le laps de temps pendant lequel la réaction se déroule il n'y a pas de flux de matière entrant ou sortant du système.



FIGURE 3.4 – Opération discontinue : différentes phases [TE84]

Réacteur semi-continu :

Il existe des variantes du fonctionnement en discontinu lorsque par exemple un réactif est préalablement chargé, l'autre étant introduit en cours de réaction : on parle alors de réacteur semi-fermé ou semi-continu (figure 1.) (« fedbatch reactor » en anglais).



FIGURE 3.5 – Opération semi-continue : différentes phases [TE84]

3.3.3 Géométrie

On distingue deux grandes catégories de réacteurs : le réacteur agité et le réacteur tubulaire.

Le réacteur agité « stirred tank » : est une cuve dans laquelle un fluide est agité à l'aide d'un système mécanique constitué d'un arbre en rotation supportant un agitateur. Les réacteurs agités sont exploités en mode continu et discontinu. La figure 1. Représente un réacteur continu agité.

Le réacteur tubulaire « tubular reactor » : est simplement constitué d'une canalisation, en général assez longue (jusqu'à plusieurs dizaines de mètres). Il est par nature exploité en mode continu.





FIGURE 3.7 – Réacteur tubulaire [Vil93]

Il existe d'autres critères de classification tels que **le mode d'activation** (réacteurs catalytiques et les réacteurs non catalytiques), **le mode d'exploi**tation thermique (double enveloppe ou échangeur thermique), ou encore **la thermicité de la réaction** (Réacteurs adiabatiques ou réacteurs isothermes). Lors de la description détaillée des divers types de réacteurs on s'est basé uniquement sur un seul critère de classification, alors que pour les cas pratiques la classification sera faite selon une combinaison de ces critères.

A partir des critères que l'on vient d'évoquer, il est possible de dresser une classification des divers réacteurs rencontrés en pratique (tableau 1). Les deux caractéristiques principales qui ont été retenues sont donc [BM13, BB11] :

- la nature des phases en présence;
- le mode d'exploitation ou d'opération du réacteur.

Phase en présence		Mode d'opération			
		Discontinu	Continu		
			Tubulaire	Étage	Parfaitement agité
Une seule phase fluide	Gaz	(1)	(3) Vapocraquage	(1)	(1)
	Liquide	(3) Polymérisation	(2) Production d'urée	(2) Polymérisation	(3) Estérification
	Gaz + Liquide	(3) Fermentation	(3) Absorption de polluants	(2) Oxidation d'hydrocarbure	(3) Traitement biologique d'eaux
Deux phases	Liquide	(2)	(2)	(2)	(2)
fluide	+	Sulfonation	Hydrolyse	Polymérisation	Nitration
	Liquide	d'aromatiques	d'esters	en émulsion	d'aromatiques
Fuilde + solide catalyseur		(3) Hydrogénation	$\begin{array}{c} (3) \text{Lit fixe} \\ (1) \text{Lit mobile} \\ \text{Reformage} \end{array}$	(1) Lit fluide à étage	(1) Lit fluide Carcking catalytique
Fuildes + solides		(2) Régénération de catalyseurs	(2) Lit mobile Haut fourneau	(2) Lit fluide Grillage de minerais	(2) Combustion en lit fluidisée
Fréquence d'utilisation					
(1) plus rarement encontré					
(2) souvent rencontré					
(3) réalisation préférée					



3.4 Modèles des réacteurs chimiques

Pour modéliser un procédé chimique on dispose de plusieurs possibilités parmi les différents types de modèles à savoir [KHA07] :

- Modèles empiriques : tel que les modèles de fonctions de transfert continues ou discrètes déduites de données entrées-sorties du procédé; modèle de réseaux de neurones, etc....
- Modèles phénoménologiques : ce sont des modèles mathématiques basés sur les principes physico-chimiques de conservation : de la matière et de l'énergie.

Modèles empiriques

D'après leur appellation, les modèles empiriques sont décrits sur la base d'expériences et ils sont souvent employés en automatique. Ils décrivent en temps continu ou discret le comportement dynamique des systèmes concernés. Seulement, qu'ils soient linéaires ou non linéaires, les modèles empiriques doivent faire l'objet d'une identification de leurs propres paramètres pour reproduire un comportement plus proche au comportement réel du système modélisé.

Les modèles linéaires peuvent être des fonctions de transfert continues ou discrètes ; c'est-à-dire, ils constituent une relation linéaire entre l'entrée et la sortie et ne faisait pas intervenir les variables d'état.



FIGURE 3.8 – Représentation bloc d'un système [KHA07]

Par contre les modèles dans l'espace d'état font intervenir en plus des entrées/sorties, les variables d'état comme le montre la figure 3.8. Dans l'espace d'état en temps continu, un système dynamique est représenté par la forme générale :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x, u, t) \\ y(t) &= h(x) \end{cases}$$
(3.1)

Où x est le vecteur d'état de dimension n, u le vecteur d'entrée de dimension m et y le vecteur de sortie de dimension l.

Modèles phénoménologiques

En génie des procédés on fait appel le plus souvent à des modèles qui décrivent le système à l'échelle macroscopique, car quand il s'agit d'employer le modèle pour un problème lié à l'analyse ou la commande, il est tout à fait inutile de concevoir un modèle trop détaillé à l'échelle moléculaire vue qu'il sera complexe. Le modèle macroscopique utilise les coefficients de transport entre phases, les constantes cinétiques pour décrire les opérations unitaires (réacteur, colonne de distillation, d'absorption, d'extraction, etc.) qui constituent un procédé complet.

Considérons un système réactif ouvert limité par une surface de contrôle. Parmi les équations qui constituent le modèle du procédé se trouvent les équations fondamentales de conservation : bilan de conservation de la matière ; bilan de conservations de quantité de mouvement ; bilan de conservation de l'énergie, ou bilan de conservation du constituant A. La génération et la consommation sont dues aux réactions chimiques qui se déroulent dans le réacteur considéré. Le modèle complet est la combinaison de ces équations qui seront différentielles ordinaires accompagnées de conditions initiales.

Dans les trois prochaines parties, nous allons passer en revue les bases de la thermodynamique, la cinétique chimique et le transfert de chaleur afin de mieux comprendre les principes de la modélisation des réacteurs chimiques.

3.4.1 Principes de la Thermodynamique

La thermodynamique est la science des échanges d'énergie entre les systèmes, ou entre les systèmes et le milieu extérieur, lors de transformations de la matière. Elle ne s'intéresse pas aux mécanismes réactionnels élémentaires qui président à ces transformations, ni à la vitesse à laquelle les systèmes évoluent. Tous les processus naturels sont soumis aux lois fondamentales de la thermodynamique. Dans les cas simples ces lois peuvent permettre de prévoir le bilan énergétique d'une transformation et également le sens de l'évolution d'un système.

Premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique stipule que lors de toute transformation, il y a conservation de l'énergie. Ou bien : « Rien ne se crée, rien ne se perd, mais tout se transforme »

Dans le cas des systèmes thermodynamiques, il s'énonce de la manière suivante : « Au cours d'une transformation quelconque d'un système fermé, la variation de son énergie est égale à la quantité d'énergie échangée avec le milieu extérieur, sous forme de chaleur et sous forme de travail. »[OD03]

On pourra donc caractériser un système par son énergie et l'évolution du système par la variation de cette énergie. Cette grandeur, caractéristique d'un état donné du système, est une fonction d'état, c'est-à-dire que la variation de cette grandeur, lorsque le système évolue, ne dépend que des états initial et final. On l'appelle énergie interne et on la désigne par la lettre U. Le travail est noté par la lettre W et la chaleur par Q.

$$U = W + Q \tag{3.2}$$

La variation infinitésimale de l'énergie interne peut s'écrire donc sous la forme :

$$dU = \partial W + \partial Q \tag{3.3}$$

La convention de signe pour ∂W et ∂Q est la suivante :

 $- \partial W > 0$ et $\partial Q > 0$ quand ils sont reçus par le système.

 $-\partial W < 0$ et $\partial Q < 0$ quand ils sont cédés par le système.

Le travail élémentaire s'écrit en grandeur et en signe en fonction de la pression P et du volume V [OD03] :

$$\partial W = P \partial V \tag{3.4}$$

Ainsi si au cours de la transformation il n'y a pas variation de volume, le travail élémentaire est nul.

Définissons une nouvelle fonction d'état que nous appellerons enthalpie du système :

$$H = U + PV \tag{3.5}$$

En prenant la forme différentielle de la définition de l'enthalpie, on aura :

$$dH = dU + dPV + VdP \tag{3.6}$$

En prenant les dérivées par rapport au temps, on aura :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dU}{dt} + P\frac{dV}{dt} + V\frac{dP}{dt}$$
(3.7)

En prenant la définition de l'énergie et du travail, on aura finalement :

$$\frac{dH}{dt} - V\frac{dP}{dt} = \frac{dQ}{dt} \tag{3.8}$$

Pour les liquides la variation de pression est négligeable dans un réacteur [LUY07] :

$$\frac{dP}{dt} = 0 \tag{3.9}$$

Comme l'énergie est une quantité qui est conservée au cours d'une réaction, et pour les réacteurs à volumes constants le travail est nul; donc la chaleur est aussi conservée.

Montrons maintenant la relation entre la chaleur de réaction et la température; pour cela on part du principe que l'énergie est influencée essentiellement par la température. En effet, l'enthalpie peut être écrite sous forme de produit de température absolue et de capacité calorifique moyenne qui est une constante [LUY07] :

$$H = mC_pT \tag{3.10}$$

 C_p : Chaleur spécifique moyenne $(kJ.kg^{-1}.K^{-1})$

m : Masse (kg)

En prenant la dérivée par rapport au temps, et la définition de la masse, on aura :

$$\frac{dH}{dt} = \rho V \frac{dT}{dt} \tag{3.11}$$

 ρ : Masse volumique $(kg.l^{-1})$

Ce qui nous conduit à l'équation finale :

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \dot{Q} \tag{3.12}$$

Aspect thermique des réactions chimiques

Au cours d'une réaction chimique, le système échange de l'énergie avec le milieu extérieur sous forme de chaleur. On distingue deux types des réactions chimiques selon leur aspect thermique.

Réactions exothermiques En thermodynamique, un phénomène est dit exothermique s'il produit de la chaleur. La chaleur est une forme d'énergie désordonnée. Dans une réaction chimique exothermique, l'énergie dégagée par la formation de liaisons dans les produits est supérieure à l'énergie requise pour briser les liaisons dans les réactifs.

L'énergie des réactifs est plus grande que celles des produits. Cet excédent d'énergie est donné à la solution faisant ainsi augmenter la température.

Dans le cas d'une réaction exothermique l'enthalpie de cette réaction est positive ($\Delta H > 0$).

Réactions endothermiques Une réaction chimique ou un processus physique est dit endothermique s'il est accompagné d'une absorption de chaleur, d'électricité ou d'une lumière. C'est l'opposé d'une réaction ou d'un processus exothermique.

Les réactifs empruntent de l'énergie qu'il faut pour se transformer en produits. Cet emprunt fait diminuer la température de la solution. L'enthalpie de cette réaction est négative ($\Delta H < 0$)

3.4.2 Cinétique chimique

La connaissance de la valeur de la constante d'équilibre d'une réaction nous permet de dire si la réaction est favorable ou non au point de vue thermodynamique. La constante d'équilibre cependant ne nous fournit aucune information sur la vitesse à laquelle la réaction aura lieu. Si certaines réactions, comme les réactions acide-base, étudiées précédemment sont très rapides d'autres sont très lentes. La réaction des minéraux d'une roche avec l'eau, souvent favorable du point de vue thermodynamique, se fait pendant des milliers d'années. La combustion de la matière organique, thermodynamiquement favorable, ne réagit avec l'oxygène qu'à une vitesse imperceptible. Les systèmes vivants doivent également leur existence à leur capacité de pouvoir régler la vitesse des réactions chimiques se fait par la cinétique chimique. Dans les deux expériences suivantes on étudie quelques-uns des facteurs influençant la vitesse d'une réaction chimique.

Cinétique et mécanisme

La plupart des réactions chimiques se déroulent en plusieurs étapes, c'està-dire qu'elles évoluent par des réactions chimiques élémentaires successives. Par exemple, la réaction globale :

$$A + B \longrightarrow C$$

pourrait se passer en deux étapes :

$$A + B \longrightarrow D + X$$
$$X + C \longrightarrow E$$

Les deux étapes sont des réactions élémentaires. Chaque étape aura sa propre vitesse et la vitesse de la réaction globale sera une fonction de ces deux vitesses. La série d'étapes par laquelle la réaction a lieu s'appelle le mécanisme de la réaction. Dans certains cas, une des étapes sera beaucoup plus lente que les autres, la vitesse de la réaction globale sera alors essentiellement égale à la vitesse de la réaction la plus lente. Dans ce qui suit nous parlerons essentiellement des réactions élémentaires.

La vitesse d'une réaction chimique dépend de plusieurs paramètres :

- concentration des réactifs,

- température,
- solvant utilisé,
- présence éventuelle d'un catalyseur.

Effet de la concentration

Soit la réaction :

$$A + B \longrightarrow C$$

la vitesse V de la réaction est donnée par la variation des concentrations de A B ou C en fonction du temps :

$$V = -\frac{d[A]}{dt} = -\frac{d[B]}{dt} = \frac{d[C]}{dt}$$
(3.13)

On trouve expérimentalement que la vitesse dépend de la concentration des réactifs selon la loi de vitesse :

$$V = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^{x}[B]^{y}$$
(3.14)

où k est la constante de vitesse pour la réaction considérée (attention : k dépend de la température et du solvant).

x et y sont les ordres partiels de la réaction par rapport à A et B respectivement. L'ordre global est donné par (x + y).

Les expressions de la loi de vitesse pour différents ordres sont alors :

- Ordre zéro : vitesse = k (constante indépendante de la concentration)
- Premier ordre global : vitesse = k[A] ou k[B]
- Deuxième ordre global : vitesse = k[A][B] ou $k[A]^2$ ou $k[V]^2$
- Troisième ordre global : vitesse = k[A][B][C] ou k $[A]^2[B]$ etc..

La variation de la concentration des réactifs en fonction du temps peut être obtenue en intégrant l'équation différentielle donnant la loi de vitesse.

<u>Ordre zéro :</u>

$$V = -\frac{d[A]}{dt} = k; d[A] = -kdt$$
(3.15)

L'intégration entre 0 et t donne : $[A]_t = [A]_0 - kt(t = temps)$

Où $[A]_0$ est la concentration de A au temps t = 0 et $[A]_t$ est la concentration de A au temps t.

Une réaction d'ordre zéro est caractérisée par une dépendance linéaire de la concentration : [A] en fonction du temps. La constante k est mesurée en $[Ms^{-1}]$.

Premier ordre :

$$V = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]; \frac{d[A]}{[A]} = -kdt$$
(3.16)

L'intégration donne :

$$\int_{A_0}^{A_t} \frac{d[A]}{[A]} = -\int_0^t k \,\mathrm{d}t \tag{3.17}$$

$$\ln [A]_t - \ln [A]_0 = -kt \tag{3.18}$$

Ainsi une réaction de premier ordre est caractérisée par une dépendance linéaire de $\ln[A]$ en fonction du temps. La constante k est mesurée en $[s^{-1}]$.

<u>Deuxième ordre :</u>

$$V = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^2; \frac{d[A]}{[A]^2} = -kdt$$
(3.19)

Après intégration on trouve :

$$\frac{1}{[A]_t} - \frac{1}{[A]_0} = kt \tag{3.20}$$

Une réaction du deuxième ordre est caractérisée par une dépendance linéaire de $\frac{1}{[A]}$ en fonction du temps. La constante est mesurée en $[M^{-1}s^{-1}]$.

Influence de la température

La température est le facteur ayant la plus grande influence sur la vitesse des réactions chimiques. Dans un très grand nombre de cas la vitesse de la réaction augmente d'un facteur 2 à 3 lorsque la température augmente de 10 degrés. La dépendance de la vitesse de réaction en fonction de la température a fait l'objet d'études expérimentales intensives à la fin du XIXe siècle. Plusieurs équations empiriques ont alors été proposées, mais c'est la « loi d'Arrhenius » qui s'est imposée au début du XXe siècle. Cette loi a été vérifiée depuis pour un très grand nombre de réactions; cependant, toutes les réactions ne suivent pas forcément la loi d'Arrhenius. C'est en particulier le cas des réactions explosives, des réactions catalysées par les enzymes ou ayant d'autres modes d'activation que l'activation purement thermique (activation par rayonnement, par électrochimie ou par micro-ondes).

D'après la loi d'Arrhénius, la température influence la constante de vitesse selon :

$$k(T) = k_0 exp(\frac{-E_0}{RT}) \tag{3.21}$$

Où k_0 est le facteur pré-exponentiel dépendant de la réaction R est la constante des gaz parfaits = $(8,314 \ J.K - 1.mol - 1)$ T est la température (K) E_0 est l'énergie d'activation (J.mol - 1)

3.4.3 Transport et transfert de l'énergie thermique

De tous temps, les problèmes de transmission d'énergie, et en particulier de la chaleur, ont eu une importance déterminante pour l'étude et le fonctionnement d'appareils tels que les générateurs de vapeur, les fours, les échangeurs, les évaporateurs, les condenseurs, etc., mais aussi pour des opérations de transformations chimiques.

Le potentiel qui provoque le transport et le transfert de l'énergie thermique est la température. Si deux points matériels placés dans un milieu thermiquement isolé sont à la même température, on peut affirmer qu'il n'existe aucun échange thermique global entre ces deux points dits en équilibre thermique (il s'agit bien d'un équilibre thermique car chacun des points matériels émet une énergie thermique nette de même module, mais de signe opposé).

Le transfert de chaleur représente un débit de chaleur, c'est à dire une quantité de chaleur transmise par unité de temps. Il a donc la dimension d'une puissance et s'exprime en Watt. Le transfert thermique global peut être formulé par la loi de refroidissement de Newton qui indique que le transfert est proportionnel à la différence de température : [BAH10]

$$\varphi = hS(T - T_f) \tag{3.22}$$

Où h représente le coefficient d'échange superficiel entre le fluide et la surface S. Le transfert de chaleur au sein d'une phase ou, plus généralement, entre deux phases, se fait de trois façons [JAN09] :

Par conduction

Ce transport de chaleur se produit au sein d'une même phase - au repos ou mobile, mais tranquille (absence de remous) - en présence d'un gradient de température. Le transfert de chaleur résulte d'un transfert d'énergie cinétique d'une molécule à une autre molécule adjacente. Ce mode de transfert est le seul à exister dans un solide opaque. Pour les solides transparents, une partie de l'énergie peut être transmise par rayonnement. Avec les fluides que sont les gaz et les liquides, la convection et le rayonnement peuvent se superposer à la conduction.

Le flux de chaleur (dimension W/m^2) transféré par conduction dans une direction donnée est proportionnel au gradient de température dans cette direction. Cette loi, dite de Fourier, est donc telle que la composante sur l'axe Ox du flux est égale à :

$$\varphi_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \tag{3.23}$$

 φ_x : est la composante du flux sur l'axe OxT: la température au point considéré

Par convection

Le transfert de chaleur par convection se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement en présence d'un gradient de température. Par suite de l'existence du transfert de chaleur d'une phase à l'autre, il existe dans la phase mobile des fractions du fluide (ou agrégats) ayant des températures différentes. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masse volumique due aux différences de températures (on parle alors de convection libre ou naturelle) ou à des moyens purement mécaniques (on parle alors de convection forcée). Lorsqu'un fluide est en écoulement, une partie du transfert de chaleur dans le fluide se fait également par conduction et, dans le cas d'un fluide transparent, un transfert de chaleur par rayonnement peut accompagner les deux transferts précédents.

Par rayonnement

Un point matériel chauffé émet un rayonnement électromagnétique dans toutes les directions situées d'un même côté du plan tangent au point matériel. Lorsque ce rayonnement frappe un corps quelconque, une partie peut être réfléchie, une autre transmise à travers le corps (dit dia-thermique si tout est transmis), et le reste est quantitativement absorbé sous forme de chaleur. Si on place dans une enceinte deux corps capables d'émettre un rayonnement thermique, il existe entre ces deux corps à températures différentes un échange de chaleur dû à l'absorption et à l'émission de ces rayonnements thermiques. Cet échange de chaleur est désigné habituellement sous le nom de rayonnement. Les transferts par rayonnement se poursuivent même lorsque l'équilibre thermique est atteint, mais le débit net de chaleur échangé est nul. Ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière, et il ne nécessite aucun support matériel, contrairement aux écoulements. Les gaz, les liquides et les solides sont capables d'émettre et d'absorber les rayonnements thermiques.

Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de chaleur coexisteront mais, généralement, au moins une des trois formes pourra être négligée, ce qui simplifiera le traitement mathématique de l'appareil de transfert. Nous pouvons dire dès à présent, qu'aux températures ordinaires, le transport par rayonnement est négligeable, mais il peut devenir notable et prépondérant lorsque le niveau de température augmente.

3.5. PRINCIPES GÉNÉRALES DE LA MODÉLISATION DES RÉACTEURS CHIMIQUES



FIGURE 3.9 – Types de transfert thermique [LEP]

3.5 Principes générales de la modélisation des réacteurs chimiques

Il est important de se rappeler qu'un modèle de processus n'est rien de plus qu'une abstraction mathématique d'un processus réel. Les équations sont au mieux une approximation du processus réel, comme c'est exprimé par l'adage, « tous les modèles sont fausses, mais certains sont utiles », en conséquence, le modèle ne peut pas intégrer toutes les caractéristiques « Macroscopiques et microscopiques » réelles du processus. La modélisation comporte un compromis entre la précision du modèle et sa complexité d'une part, le coût et l'effort requis pour élaborer le modèle et le vérifier, d'autre part. Cette étape devrait envisager un certain nombre de facteurs tels que : les objectifs de la modélisation, les bénéfices attendus, etc...

La modélisation du comportement dynamique d'un réacteur chimique consiste en l'établissement d'équations de bilan d'énergie et de matière. Les états d'un système thermodynamique changent en raison des interactions entre le système et son environnement. Ces interactions sont représentées par les flux de variables extensives qui entrent ou sortent du système. La première étape pour la modélisation du comportement dynamique d'un système thermodynamique consiste alors en l'établissement d'équations de bilan d'énergie et de matière. Ainsi l'évolution dynamique de ces systèmes est décrite par des équations différentielles ordinaires (EDO), des équations algébro-différentielles ou encore des équations aux dérivées partielles (EDP), suivant la géométrie du réacteur [LUY07, BAH10].

3.5.1 Bilan d'énergie

Le bilan d'énergie concerne la conservation de l'énergie du système. Cette énergie est sous la forme d'énergie cinétique, travail, chaleur, ...etc. Ce bilan peut être résumé comme suit [SMED10] :

 $\begin{bmatrix} Taux \\ d'accumulation \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Taux \ d'entrée \\ par \ convection \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Taux \ de \ sortie \\ par \ convection \end{bmatrix} + [Taux \ de \ génération]$

 $+ \begin{bmatrix} Taux \ d'échange \ à \ la \ paroi \\ par \ conduction \end{bmatrix}$

Pour un système chimique simple, le bilan d'énergie exige qu'à chaque instant, il existe la relation suivante :

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + \sum_{k=1}^{c} q_{ke} h_{ke} - \sum_{k=1}^{c} q_{ks} h_{ks} - p \frac{dV}{dt}$$
(3.24)

Où :

- U est l'énergie interne du système (*Joule*);
- -Q est le flux d'échange de chaleur avec le milieu extérieur;
- $-q_{ke}$ et q_{ks} sont respectivement les débits molaires entrants et sortants;
- $-h_{ke}$ est l'enthalpie molaire partielle d'alimentation de l'espèce k;
- $-h_{ks}$ est l'enthalpie molaire partielle de sortie de l'espèce k;
- -p est la pression (Pa);
- -V est le volume (m3);

3.5.2 Bilan de matière

D'après la loi fondamentale de la conservation de matière Lavoisier « rien ne se crée, rien ne se perd, mais tout se transforme », le bilan de matière peut être résumé comme suit :

 $\begin{bmatrix} Taux \\ d'accumulation \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Taux \ d'entrée \\ par \ convection \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Taux \ de \ sortie \\ par \ convection \end{bmatrix} + [Taux \ de \ génération]$

Pour un système chimique simple, la conservation de la matière exige qu'à chaque instant et pour toute espèce k, existe la relation suivante dans l'hypothèse de l'existence d'une réaction chimique :

$$\frac{dN_k}{dt} = q_{ke} - q_{ks} + v_k R_k V \tag{3.25}$$

Où :

- $-N_k$ est le nombre de mole de l'espèce k;
- $-q_{ke}$ est le débit molaire d'alimentation pour l'espèce k;
- $-q_{ks}$ est le débit molaire de sortie pour l'espèce k;
- $-v_k$ est le coefficient stoechiométrique de l'espèce k. Ce coefficient est signé : il est positif pour un produit et négatif pour un réactif ;
- $-R_k$ est la vitesse de réaction.

3.6 Réacteur continu parfaitement agité

Dans ce travail, nous allons nous focaliser sur un type de réacteur connu sous le nom de réacteurs continus parfaitement agités « Continuous Stirred Tank Reactors » ou encore CSTR. L'objectif de cette section est de découvrir ce réacteur, comprendre son principe de fonctionnement afin de pouvoir le modéliser par la suite.

3.6.1 Etude du CSTR

Les réacteurs continus parfaitement agités sont très répandus dans le milieu industriel et incarnent plusieurs caractéristiques d'autres réacteurs. La modélisation du réacteur continu parfaitement agité est en général plus simple que celle des autres réacteurs chimiques continus tels que les réacteurs tubulaires ou les réacteurs à garnissage; et par conséquent le CSTR est un moyen pratique pour illustrer les principes de la modélisation des réacteurs chimiques. L'écoulement du mélange réactionnel dans le CSTR se fait dans une cuve où le mélange réactionnel est considéré parfaitement agité. Ainsi, les concentrations des constituants réactifs entrant sont différentes de celles du milieu réacteur. Ceci dit, à l'entrée du réacteur on a donc une discontinuité des concentrations des constituants réactifs dans le flux entrant, alors que dans l'ensemble du milieu réactionnel les concentrations des divers constituants sont uniformes. Ces réacteurs sont désignés en anglais par l'appellation CSTR.

Un tel réacteur peut être représenté schématiquement comme indiqué sur la figure 1. . Il comporte essentiellement :

- Une cuve munie d'un système d'agitation;
- Une tubulure d'alimentation
- Une tubulure de soutirage





Les hypothèses liées au modèle du réacteur continu sont les suivantes :

- Mélange homogène au niveau moléculaire
- Température homogène du milieu
- Volume et densité constants (débit d'entrée = débit de sortie)
- Concentrations et température du flux de sortie sont les mêmes que celles dans le réacteur.

Avantages :

- Peu de variation dans la qualité d'un produit sur une longue période de temps
- Haute performance
- Bon pour des études cinétiques
- Travaille à de faibles concentrations de réactifs (meilleure sécurité, meilleure conversion pour des ordres de réactions inférieurs à 1 ou en cas d'inhibition par le substrat).

Désavantages :

- Moins bonne conversion pour des ordres de réactions supérieurs à 1 ou en cas d'inhibition par le produit.
- Nécessite un excellent contrôle des flux (entrée et sortie).
- Ne permet pas de réactions nécessitant des variations de conditions opératoires.

3.6.2 Modélisation du CSTR

L'objectif de cette partie est de montrer quelques exemples de simulation des différents modèles des réacteurs continus parfaitement agités.

Modèle 1 Réaction exothermique simple

Soit la réaction chimique exothermique suivante :

$$\mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{B}$$

L'équation qui régit le bilan de matière du composant A est donnée par :

$$V\frac{dC_a}{dt} = q(C_{a0} - C_a) - X$$
(3.26)

Le bilan d'énergie est donné par l'équation suivante :

$$\rho c_{pr} V \frac{dT_r}{dt} = \rho c_{pr} q (T_{r0} - T_r) + X + Y$$
(3.27)

avec :

$$X = h_r k_0 exp(-\frac{E}{RT_r}) V C_a$$
(3.28)

$$Y = UA_r(T_c - T_r) aga{3.29}$$

Où : C_a est la concentration du réactif A dans le réacteur (mol/m^3) , T_r esr la température du réacteur (K), T_c est la température du fluide de l'enveloppe(jacket) (K), q est le tébit du fluide entrant (m^3/mn) , V est le volume du réacteur (m^3) , C_{a0} est la concentration du produit A entrant (mol/m^3) , T_{r0} est la température du produit entrant (K), c_{pr} est la chaleur spécifique massique (J/kg.K), A_r est la surface d'échange de chaleur (m^2) , U est le coefficient de transfert de chaleur $(J/mn.m^2.K^1)$, ρ est la masse volumique (kg/m^3) , k_0 est le facteur pré-exponentiel dépendant de la réaction, R est la constante des gaz parfaits = $(8,314 \ J.K - 1.mol - 1)$, E est l'énergie d'activation correspondant à la réaction $i \ (J.mol - 1)$ et h_r est la chaleur de réaction $(J/m^3.mol.mn)$.

Dans ce système, le vecteur d'état est composé de la concentration de A et de la température du T, $\mathbf{x} = [C_a \ T]^T$ la température de l'enveloppe (jacket) du CSTR T_c représente l'entrée de commande, $u = T_c$ et elle est représentée dans la figure suivante :


FIGURE 3.11 – Représentation de l'entrée de commande T_c

L'évolution de la concentration du réactif A est donnée par la figure 3.12, alors que la figure 3.13 présente l'évolution de la température du CSTR.



FIGURE 3.12 – Concentration du réactif A



FIGURE 3.13 – Température à l'intérieur du CSTR

Lorsque la valeur de la température de l'enveloppe T_c était égale à sa valeur d'équilibre $T_c^e = 300 \ K$, la concentration de réactif et la température du réacteur n'ont pas changé, mais lorsque la température de commande a augmenté on voit que C_a a diminué jusqu'à atteindre sa nouvelle valeur d'équilibre et que T_c a augmenté jusqu'à atteindre lui aussi sa nouvelle valeur d'équilibre.

Modèle 2 : Réaction de Van Der Vusse

Soit la réaction chimique suivante, appelée réaction de Van Der Vusse :

$$\begin{array}{c} A \longrightarrow B \longrightarrow C \\ 2A \longrightarrow D \end{array}$$

Dans cette réaction le réactif A se transforme en une espèce B et en 2 autres espèces indésirables C et D, puisque ces 2 dernières ne sont pas désirées alors leurs concentrations ne seront pas calculées. Le schéma de ce réacteur est représenté dans la figure suivante :



FIGURE 3.14 – Schéma du CSTR avec une réaction de Van Der Vusse [SR13]

L'évolution des concentrations des espèces A et B « bilan de matière du procédé » est représentée par les équations du premier ordre suivantes :

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{q}{V}(C_{a0} - C_a) - k_1C_a - k_3C_a^2 \tag{3.30}$$

$$\frac{dC_b}{dt} = -\frac{q}{V}C_b + k_1C_a - k_2C_b$$
(3.31)

L'application du principe de la conservation d'énergie, quant à lui, mène vers les équations suivantes :

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{q}{V}(T_{r0} - T_r) - \frac{h_r}{\rho c_{pr}} + \frac{A_r U}{V \rho c_{pr}}(T_c - T_r)$$
(3.32)

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{m_c c_{pc}} (Q_c + A_r U(T_r - T_c))$$
(3.33)

Où : C_a est la concentration du réactif A dans le réacteur (mol/m^3) , C_b est la concentration de B (mol/m^3) , T_r esr la température du réacteur (K), T_c est la température du fluide de l'enveloppe(jacket) (K), q est le tébit du fluide

3.6. RÉACTEUR CONTINU PARFAITEMENT AGITÉ

entrant (m^3/mn) , Q_c est le taux de chaleur apporté à l'enveloppe (J/mn), V est le volume du réacteur (m^3) , C_{a0} est la concentration du produit Aentrant (mol/m^3) , T_{r0} est la température du produit entrant (K), c_{pr} est la chaleur spécifique massique (J/kg.K), c_{pc} est la chaleur spécifique massique de l'enveloppe (J/kg.K), A_r est la surface d'échange de chaleur (m^2) , Uest le coefficient de transfert de chaleur $(J/mn.m^2.K^1)$, ρ est la masse volumique (kg/m^3) , k_i est la constante de vitesse décrite par la loi d'Arrhénius comme suit :

$$k_i(T_r) = k_{0i} exp(\frac{-E_i}{RT_r})$$
(3.34)

avec k_{0i} est le facteur pré-exponentiel dépendant de la réaction i, R est la constante des gaz parfaits = $(8,314 \ J.K - 1.mol - 1)$, et E est l'énergie d'activation correspondant à la réaction $i \ (J.mol - 1)$.

Quand à h_r , c'est la chaleur de réaction et elle est donnée par :

$$h_r = h_1 k_1 C_a + h_2 k_2 C_b + h_3 k_3 C_a^2; aga{3.35}$$

où h_i est l'enthalpie de réaction i.

Puisque ce modèle a deux entrées de commende q et Q_c , on commencera par fixer Q_c à sa valeur d'équilibre puis on va varier (augmenter et diminuer) le débit q les résultats de simulation de ce cas de figure sont représentés par les figures 3.15 lorsque le débit est supérieur à sa valeur d'équilibre et 3.16 lorsque il est inférieur à sa valeur d'équilibre.

La deuxième étape consiste à fixer q à sa valeur d'équilibre et faire varier Q_c , les résultats de simulation correspondant à ce cas sont représentés par les figures 3.17 lorsque le taux de chaleur apporté à la jacket est supérieur à sa valeur d'équilibre et 3.18 lorsque il est inférieur à sa valeur d'équilibre.



FIGURE 3.15 – Influence de l'augmentation du débit sur les états



FIGURE 3.16 – Influence de la diminution du débit sur les états



FIGURE 3.17 – Influence de l'augmentation du taux de chaleur apporté à l'enveloppe sur les états



FIGURE 3.18 – Influence de la diminution du taux de chaleur apporté à l'enveloppe sur les états

La concentration du produit B augmente dans tous les cas, car elle était nulle à l'instant t = 0, tandis que la concentration de A suit les variations du débit, et évolue à l'inverse des variation de la chaleur apportée par l'enveloppe, ceci est relatif aux vitesses de réaction (consommation de A et formation de B).

La variation de la température du réacteur T_r et de la température de l'enveloppe T_c suit la variation de q lorsque Q_c est constant et celle de Q_c lorsque q est constant.

Dans tous les cas, les concentrations et les températures se stabilisent autour de nouveau points d'équilibre dépendant des nouvelles valeurs de q et de Q_c ; le réacteur est donc stable en boucle ouverte.

3.7 Conclusion

Ce chapitre a exposé dans un premier temps une vue globale sur les réacteurs chimiques, leur classification et les principes physicochimiques et énergétiques qui régissent le comportement des réacteurs chimiques, ces principes ont été utilisés pour la modélisation du réacteur continu parfaitement agité. Deux modèles du CSTR ont été traités ; le premier considère que la réaction chimique à l'intérieur du réacteur est une réaction exothermique simple, alors que dans le deuxième cas la réaction chimique est une réaction de Van Der Vusee.

CHAPITRE 4

APPLICATION DES OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES AU DIAGNOSTIC DU RÉACTEUR CONTINU PARFAITEMENT AGITÉ

4.1. INTRODUCTION

4.1 Introduction

Dans le chapitre 1, nous avons vu que la génération des résidus était l'étape la plus importante de la détection et la localisation des défauts. Une des techniques de génération de résidus est celle basée sur l'utilisation des observateurs à entrées inconnues. Ce type d'observateurs permet de découpler les signaux résiduels des entrées inconnues, en d'autres termes, les résidus seront insensibles aux perturbations mais sensibles aux défauts. Pour nos applications nous allons considérer le réacteur continu parfaitement agité du modèle 2 (réacteur de Van Der Vusse) régit par les équations [3.31 - 3.34] :

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{q}{V}(C_{a0} - C_a) - k_1C_a - k_3C_a^2
\frac{dC_b}{dt} = -\frac{q}{V}C_b + k_1C_a - k_2C_b
\frac{dT_r}{dt} = \frac{q}{V}(T_{r0} - T_r) - \frac{h_r}{\rho c_{pr}} + \frac{A_rU}{V\rho c_{pr}}(T_c - T_r)
\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{m_c c_{pc}}(Q_c + A_rU(T_r - T_c))$$

En prenant $x = [C_a \ C_b \ T_r \ T_c]^T$ et $u = [q \ Q_c]^T$, les équations précédentes deviennent :

$$\begin{cases}
\dot{x}_{1} = \frac{u_{1}}{V}(C_{a0} - x_{1}) - k_{1}x_{1} - k_{3}x_{1}^{2} \\
\dot{x}_{2} = -\frac{u_{1}}{V}C_{b} + k_{1}x_{1} - k_{2}x_{2} \\
\dot{x}_{3} = \frac{u_{1}}{V}(T_{r0} - x_{3}) - \frac{h_{r}}{\rho c_{pr}} + \frac{A_{r}U}{V\rho c_{pr}}(x_{4} - x_{3}) \\
\dot{x}_{4} = \frac{1}{m_{c}c_{pc}}(u_{2} + A_{r}U(x_{3} - x_{4}))
\end{cases}$$
(4.1)

4.2 Linéarisation du modèle du CSTR

Le modèle linéaire autour d'un point x_0 du système décrit par 4.1 est retrouvé en calculant les matrices A et B à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$(4.2)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{x_0, u_0} \text{ et } B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{x_0, u_0}$$

$$A = \begin{bmatrix} -u_1 - k_1 - 2 * k_3 x_1 & 0 & -k_1 \frac{x_1}{x_3^2} - \frac{E_3}{R} k_3 \frac{x_1^2}{x_3^2} & 0 \\ k_1 & -k_2 - u_1 & -\frac{E_1}{R} k_1 \frac{x_1^2}{x_3^2} - \frac{E_2}{R} k_2 \frac{x_2}{x_3^2} & 0 \\ -\frac{h_1 k_1}{\rho c_{pr}} - \frac{2h_3 k_3 x_1}{\rho c_{pr}} & -\frac{(h_2 k_2)}{\rho c_{pr}} & A & \frac{ArU}{V r \rho c_{pr}} \\ 0 & 0 & \frac{ArU}{mc c_{pc}} & -\frac{ArU}{m_c c_{pc}} \end{bmatrix}_{x_0, u_0}$$
$$B = \begin{bmatrix} c_{a0} - x_1 & 0 \\ -x_2 & 0 \\ T_{r0} - x_3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_c * c_{pc}} \end{bmatrix}_{x_0, u_0}$$

avec
$$\Lambda = -u_1 - \frac{ArU}{Vr\rho c_{pr}} - \frac{E_1}{R} \frac{(h_1 k_1 x_1)}{x_3^2 \rho c_{pr}} - \frac{E_2}{R} \frac{h_2 k_2 x_2}{x_3^2 \rho c_{pr}} - \frac{E_3}{R} \frac{h_3 k_3 x_1^2}{x_3^2 \rho c_{pr}}$$

En considérant les paramètres du CSTR présentés dans le tableau $\ref{eq:entropy}$ et pour un débit $q=2.365*10^{-3}m^3/mn$ et un taux de chaleur $Q_c=-18.56kJ/mn$, le point d'équilibre de ce réacteur est donné par :

 $x_{eq} = [3.0763 \ 0.9244 \ 374.2286 \ 372.9440]^T$

On retrouve les matrices A et B du modèle linéaire autour de x_{eq} :

$$A = \begin{bmatrix} -0.4461 & 0 & -0.0319 & 0\\ 0.1016 & -0.3381 & -0.0283 & 0\\ -1.4552 & -0.3974 & -0.8945 & 0.5138\\ 0 & 0 & 1.4448 & -1.4448 \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} 2.0237 & 0\\ -0.9244 & 0\\ 12.8214 & 0\\ 0 & 0.1000 \end{bmatrix}$$

La matrice ${\cal C}$ est choisie comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

On notera $A_{CSTR} = A$, $B_{CSTR} = B$ et $C_{CSTR} = C$.

4.3 Générateur de résidus à base d'observateurs à entrées inconnues

Afin d'illustrer l'utilisation des observateurs à entrées inconnues, on adopte le système défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_a f(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_m(t) f(t) \end{cases}$$
(4.3)

où $f(t) \in \mathbb{R}^d$ et $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'état, le vecteur des connues, le vecteur des sorties, le vecteur des défauts et le vecteur des perturbations. Les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ et sont les matrices constitutives du système d'état. $F_a \in \mathbb{R}^{n \times d}$, $F_m \in \mathbb{R}^{l \times d}$ et $D_x \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$ sont respectivement les matrices de distribution des défauts actionneurs et des défauts de mesure et la matrice d'application des entrées inconnues sur l'état du système.

On a vu précédemment qu'un observateur à entrées inconnues est un reconstructeur d'état insensible aux perturbations; l'idée principale derrière l'utilisation des observateurs à entrées inconnues à la génération des résidus est de synthétiser cet observateur de manière à ce qu'il soit insensible aux perturbations mais au même temps sensible aux défauts.

Soit l'observateur à entrées inconnues suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases}$$

$$(4.4)$$

où pour tout instant $t, z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ sont respectivement l'état de l'observateur et l'état estimé tandis que F, T, K et H sont des matrices inconnues de dimensions appropriées qui vont être déterminées de façon que l'estimé $\hat{x}(t)$ converge asymptotiquement vers l'état réel x(t) du système, malgré l'influence des perturbations. Le schéma de principe de l'utilisation des UIO à la génération des résidus est donné par :



FIGURE 4.1 – Génération des résidus à base d'UIO

L'erreur de reconstruction d'état s'écrit :

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) = z(t) + Hy(t) - x(t) = z(t) - (I - HC)x(t) + HF_m f(t) \quad (4.5)$$

On pose E = I - HC, ce qui donne :

$$e(t) = z(t) - Ex(t) + HF_m f(t) \implies z(t) = e(t) + Ex(t) - HF_m f(t)$$
 (4.6)

La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) + (FE + KC - EA)x(t) + (T - E)Bu(t) + (KF_m - FHF_m - EF_a)f(t) + HF_m\dot{f}(t) - ED_xd(t) \quad (4.7)$$

Si les conditions suivantes sont remplies [TOS05] :

$$\begin{cases} F \text{ est une matrice de Hurwitz} \\ FE + KC &= EA \\ T &= E \\ ED_x &= 0 \\ KF_m - FHF_m - EF_a &\neq 0 \\ HF_m &\neq 0 \end{cases}$$
(4.8)

alors, la dynamique de l'erreur d'estimation devient indépendante de l'état, de la commande et de l'entrée inconnue, elle n'est sensible qu'aux défauts :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) + (KF_m - FHF_m - EF_a)f(t) + HF_m\dot{f}(t)$$
(4.9)

La résolution du système 4.8 consiste, en premier lieu d'assurer la condition de découplage des entrées inconnues, c'est-à-dire satisfaire $ED_x = 0$. Or E = I - HC d'où :

$$(I - HC)D_x = 0 \Longrightarrow HCD_x = D_x \tag{4.10}$$

H peut être calculée à l'aide de la formule suivante :

$$H = D_x (CD_x)^+ \tag{4.11}$$

avec $(CD_x)^+$ l'inverse généralisée de (CD_x) , et elle est donnée par :

$$(CD_x)^+ = [(CD_x)^T (CD_x)]^{-1} (CD_x)^T$$
(4.12)

Remarque : La matrice H existe si et seulement si la matrice $(CD_x)^T (CD_x)$ est inversible ; cette condition est vérifiée si $rang(CD_x) = n_d$ où n_d représente le nombre d'entrées inconnues.

Les étapes de synthèse de l'observateur à entrées inconnues peuvent être résumées comme suit [TOS05] :

- 1. Vérifier que $rang(CD_x) = n_d$
- 2. Calculer H avec $H = D_x (CD_x)^+$
- 3. Calculer T tel que : T = E = I HC
- 4. Imposer que F soit une matrice de Hurwitz
- 5. Calculer K tel que KC = TA FT

Relation entre les défauts et l'erreur d'estimation en sortie

Nous allons calculer la matrice de transfert qui relie les défauts à l'erreur d'estimation en sortie $e_y(s) = \hat{y}(s) - y(s)$. Soit $P = KF_m - FHF_m - TF_a$ et $P' = HF_m$. La transformée de Laplace de l'expression 4.9 devient :

$$se(s) = Fe(s) + Pf(s) + sP'f(s) \Rightarrow e(s) = (sI - F)^{-1}(P + sP')f(s)$$
 (4.13)

L'erreur d'estimation en sortie s'écrit :

$$e_y(s) = \hat{y}(s) - y(s) = C\hat{x}(s) - x(s) - F_m f(s) = Ce(s) - F_m f(s)$$
 (4.14)

En remplaçant e(s) par son expression de 4.13, on obtient :

$$\begin{cases} e_y(s) = [C(sI - F)^{-1}(P + sP') - F_m]f(s) \\ P = KF_m - FHF_m - TF_a \\ P' = HF_m \end{cases}$$
(4.15)

Soit Q(s) une matrice de transfert stable appelée de paramétrisation, générons un vecteur de résidus r(s) de manière à avoir :

$$\begin{cases} r(s) = Q(s)e_y(s) = Q(s)G_f(s)f(s) \\ G_f(s) = C(sI - F)^{-1}(P + sP') - F_m \end{cases}$$
(4.16)

La matrice de paramétrisation Q(s) permet de structurer les résidus afin de faciliter la localisation des défauts.

Remarque : Si le nombre la matrice de paramétrisation Q(s) est de rang plein en ligne (i.e la dimension du vecteur des résidus r(s) est égale à la dimension du vecteur des défauts) alors dans ce cas la localisation de défauts simultanés est possible. Pour nos application, on va considérer le cas où les défauts n'apparaissent pas simultanément.

Application sur le CSTR

Considérons le système défini par 4.3 avec :

Le calcul des matrices F, T, K et H donne les résultats suivants :

$$F = \begin{bmatrix} -1.0000 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2.0000 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -3.0000 & 1.0276\\ 0 & 0 & 0 & -1.4448 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

	0.5539	0	-0.0319		0	0	0
V =	0.1016	1.6619	-0.0283	и _	0	0	0
$\Lambda =$	-2.9104	-0.7948	4.2110	$\Pi =$	0	0	1
	0	0	1.4448		0	0	0

La matrice de transfert $G_f(s)$ qui relie f(s) à $e_y(s)$ est calculée avec la relation 4.16 :

$$G_f(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{s+1} & 0 & \frac{-0.0319}{s+1} \\ 0 & \frac{-s-0.3381}{s+2} & \frac{-0.0283}{s+2} \\ 0 & \frac{-0.7948}{s+3} & \Upsilon(s) \end{bmatrix}$$

avec :

$$\Upsilon(s) = \frac{8.882 \ 10^{-16} s^3 + 4.211 s^2 + 20.2s + 22.71}{s^3 + 7.445 s^2 + 17.67s + 13}$$

Afin de faciliter la localisation des défauts, nous définissons la matrice de paramétrisation Q(s) comme suit :

$$Q(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le signal résiduel devient :

$$r(s) = Q(s)e_y(s) = Q(s)G_f(s)f(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{s+1} & 0 & \frac{-0.0319}{s+1} \\ 0 & \frac{-s-0.3381}{s+2} & \frac{-0.0283}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \end{bmatrix}$$
(4.17)

La table des signatures associée à ce générateur de résidus est :

	f_1	f_2	f_3
r_1	1	0	1
r_2	0	1	1

TABLE 4.1 – Table des signatures UIO

Résultats de simulation

Pour cette application, nous allons considérer que tous les défauts sont du type impulsion :

$$\begin{cases} f(t) = 1 \ si \ t \in [40s \ , \ 60s] \\ f(t) = 0 \ si \ t \notin [40s \ , \ 60s] \end{cases}$$
(4.18)

Les graphes suivants représentent le comportement des résidus dans les quatre cas de figure :

- Absence de défauts



FIGURE 4.2 – Les résidus en absence de défauts



- Présence du défaut f_1

FIGURE 4.3 – Les résidus en présence du défauts f_1

- Présence du défaut f_2



FIGURE 4.4 – Les résidus en présence du défauts f_2



- Présence du défaut f_3

FIGURE 4.5 – Les résidus en présence du défauts f_3

Les figures précédentes représentent le comportement du signal résiduel dans les quatre cas suivants :

- Absence de défauts : figure 4.2
- Présence du défaut f_1 : figure 4.3
- Présence du défaut f_2 : figure 4.4
- Présence du défaut f_3 : figure 4.5

Les résultats de simulation montrent que les résidus sont nuls en absence de défauts, et ils évoluent conformément à la table des signatures en présence d'un des trois défauts considérés.

4.4 Générateur de résidus à base d'observateurs à entrées inconnues d'ordre réduit

Dans cette partie nous allons présenter une nouvelle méthode de génération de résidus : à base d'observateur à entrées inconnues d'ordre réduit, la structure de ce générateur de résidus est introduite par [FW89] et dont la structure est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ r(t) = Gz(t) + Hy(t) \end{cases}$$

$$(4.19)$$

où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $r(t) \in \mathbb{R}^g$ sont respectivement l'état de l'observateur et le résidu avec F, T, K, H et G sont des matrices inconnues de dimensions appropriées, qui seront déterminées de sorte que le résidu soit sensible uniquement au défaut f_a .

Le principe de fonctionnement de cet observateur (générateur de résidus) est donné par [LAR08]

Soit f un défaut quelconque

$$\begin{cases} Si f = f_a \ alors \ r = 0\\ Si f \neq f_a \ alors \ r \neq 0 \end{cases}$$
(4.20)

L'erreur d'estimation de cet observateur est donnée par :

$$e(t) = z(t) - Tx(t)$$
 (4.21)

Pour que $e(t) \longrightarrow 0$ il faut que :

$$F \qquad soit une matrice de Hurwitz \qquad (4.22)$$

$$KC = TA - FT \tag{4.23}$$

La dynamique de l'erreur devient :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) - TF_a f_a(t) + KF_m f_m(t)$$
(4.24)

Afin de rendre le résidu r(t) insensible au défaut f_a , la matrice T doit être orthogonale à F_a c'est-à-dire : $TF_a = 0$.

Le signal résiduel est donné par :

$$r(t) = G(e(t) + Tx(t)) + Hy(t)$$
(4.25)

$$= Ge(t) + (GT + HC)x(t) + HF_m f_m(t)$$
(4.26)

Une nouvelle condition doit être vérifiée :

$$GT + HC = 0 \tag{4.27}$$

Le diagramme structurel de cet observateur est présenté dans la figure 4.6.



FIGURE 4.6 – Diagramme de l'UIO d'ordre réduit pour la génération des résidus

Application sur le CSTR

Considérons le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_a f_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_m(t) f_m(t) \end{cases}$$
(4.28)

où $f_a(t) \in \mathbb{R}^p$ et $f_m(t) \in \mathbb{R}^q$ sont respectivement le vecteur des défauts actionneurs, et le vecteur des défauts capteurs. Les matrices $F_a \in \mathbb{R}^{n \times p}$ et $F_m \in \mathbb{R}^{l \times q}$ sont respectivement les matrices de distribution des défauts actionneurs et des défauts capteurs.

 avec :

$$A = A_{CSTR}, B = B_{CSTR}$$
 et $C = C_{CSTR}$,

$$F_{a} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.7 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } F_{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous allons construire un banc d'observateur permettant la détection et la localisation des 2 défauts actionneurs f_{a1} et f_{a2} , et la détection des 2 défauts capteurs. Pour cela nous allons procéder de la façon suivante :

- Synthétiser un observateur de Luenberger sensible à tous les défauts.
- Synthétiser un UIO d'ordre réduit insensible à f_{a1}
- Synthétiser un UIO d'ordre réduit insensible à f_{a2}

Observateur de Luenberger

Pour un choix de placement de pôle $[-1 \ -2 \ -3 \ -4]$ la matrice de gain de l'observateur de Luenberger L sensible à tous les défauts est donnée par :

	2.5539	0	-0.0319
T	0.95	3.6619	-0.0283
L=	-1.4552	-0.3974	0.6607
	0	0	0.9642

UIO insensible à f_{a1}

L'objectif dans cette partie est de trouver les matrices F, T, K, H et G de l'observateur 4.19 tel que le résidu r_1 généré par cet observateur soit

insensible à f_{a1} avec $F_a = F_{a1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Les matrices de suit d

Les matrices de cet observateur sont présentés comme suit :

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} 1.2049 & 0.6619 & -0.0921 \\ 3.2094 & 1.6619 & -0.0921 \\ 5.2094 & 2.6619 & -0.0921 \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} H = \begin{bmatrix} -12 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

UIO insensible à f_{a2}

L'objectif dans cette partie est de trouver les matrices F, T, K, H et G de l'observateur 4.19 tel que le résidu r_2 généré par cet observateur soit

insensible à f_{a2} avec $F_a = F_{a2} = \begin{bmatrix} 1\\ 0.7\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$.

Les matrices de cet observateur sont présentées comme suit :

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} 0.1879 & -0.2685 & 1 & 1.1551 \\ 0.1879 & -0.2685 & 1 & -0.9254 \\ 0.1879 & -0.2685 & 1 & -0.3304 \end{bmatrix}$$
$$K = \begin{bmatrix} -1.3784 & -0.5751 & 1.7760 \\ -1.1905 & -0.8435 & -0.2300 \\ -1.0025 & -1.1120 & 1.6298 \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2.1059 \end{bmatrix} H = \begin{bmatrix} -0.1680 & 0.2400 & -0.8941 \end{bmatrix}$$

Résultats de simulation



FIGURE 4.7 – Représentation des défauts agissant sur le système 4.28



FIGURE 4.8 – Les résidus des 3 observateurs

La figure 4.7 représente les défauts actionneurs et capteurs affectant le système, tandis que la figure 4.8 montre le comportement des résidus issus des trois observateurs (Luenberger, UIO insensible à f_{a1} et UIO insensible à f_{a2}).

Le résidu r(t) est sensible à tout type de défauts, que ce soit actionneurs ou capteurs, ce signal joue le rôle de **détecteur de défauts**.

Afin de pouvoir de localiser un défaut les graphes présentant $r_1(t)$ et $r_2(t)$ sont interprétés dans le tableau suivant :

r(t)	$r_1(t)$	$r_2(t)$	Résultat
0	0	0	Pas de défauts
ε	0	0	Défaut $f_{m1}(t)$ ou $f_{m2}(t)$
ε	0	ε	Défaut f_{a1}
ε	ε	0	Défaut f_{a2}
ε	ε	ε	Défaut $f_{m1}(t)$ ou $f_{m2}(t)$

TABLE 4.2 – Interprétation des résultats

avec ε un réel que lconque différent de zéro.

4.5 Conclusion

Le but de ce chapitre était l'introduction de la procédure de génération de résidus à base d'observateurs à entrées inconnues, cette méthode de diagnostic a été appliquée sur le modèle linaire du réacteur chimique continu parfaitement agité (réaction de Van Der Vusse). Les résultats de simulation confirment la robustesse et l'efficacité de la méthode proposée malgré la présence d'entrées inconnues. Deux techniques de génération de résidus ont été élaborées, la première consistait en l'utilisation des UIOs d'ordre plein avec paramétrisation du vecteur des résidus afin de pouvoir isoler le défaut ; la deuxième s'appuyait sur la conception d'un ensemble d'UIOs d'ordre réduit, chacun de ses observateurs est insensible à un défaut particulier. Ainsi, grâce à une logique de détection, on peut distinguer entre les défauts qui peuvent affecter notre système.

CONCLUSION GÉNÉRALE

"La science a-t-elle promis le bonheur? Je ne le crois pas. Elle a promis la vérité, et la question est de savoir si l'on fera jamais du bonheur avec de la vérité."

Emile Zola

L'intérêt croissant des industriels pour le diagnostic des systèmes, justifie l'accent mis par la recherche sur les techniques de détection et de localisation des défauts dans les systèmes réels, ce qui a conduit au développement d'un grand nombre de techniques de diagnostic.

Notre travail a porté sur le diagnostic d'un type de réacteur chimique connu sous l'appellation de réacteur continu parfaitement agité. La technique utilisée pour la génération des résidus était celle basée sur les observateurs à entrées inconnues. Nous avons commencé par aborder le domaine du diagnostic et de ces différentes notions, ensuite nous avons évoqué les étapes à suivre lors du diagnostic d'un processus ainsi que les différentes méthodes du diagnostic, réparties essentiellement en deux grandes familles : méthodes avec modèle mathématique ou sans modèle mathématique, pour notre cas nous nous sommes intéressés à la génération des résidus à base d'observateur et on a expliqué la différence entre les résidus simples et structurés. Afin de pouvoir générer des signaux résiduels indépendants des entrées inconnues (perturbation, erreur de modélisation etc...) on a choisi l'application des observateurs à entrées inconnues. Les simulations qui ont été réalisées dans le chapitre 2 montrent que les états estimés des UIO convergent vers les états du système réel malgré la présence d'entrées inconnues. D'autres types d'observateurs à entrées inconnues ont été mis en évidence à savoir : l'UIO d'ordre réduit qui reconstitue une partie du vecteur d'état (partie non mesurable) et l'UIO lorsque les entrées inconnues affectent la sortie.

Avant d'appliquer les observateurs à entrées inconnues au diagnostic réacteur continu parfaitement agité, nous avons présenté une vue globale sur les principes de la thermodynamiques, de la cinétique chimique et du transfert thermique qui nous ont permis l'élaboration des bilans de matière et d'énergie du CSTR afin de pouvoir le modéliser.

La dernière étape de cette étude, consistait à appliquer les UIO à la génération des résidus pour le modèle linéaire du réacteur continu parfaitement agité. Deux approches ont été utilisées, la première consistait à générer des résidus sensibles aux défauts mais insensibles aux perturbations, et à l'aide d'une table de signature construite à l'aide d'une matrice de paramétrisation nous avons pu localiser le défaut qui affectait le système. Le principe de la deuxième approche était de générer un résidu sensible à tous les défauts à l'aide d'un observateur de Luenberger et générer des résidus à base d'UIO où chaque résidu est insensible à un seul défaut (les autres défauts seront considérer comme entrées inconnus), l'interprétation des résultats se fait à l'aide d'une logique de détection.

Les résultats obtenus dans ce mémoire offrent des perspectives intéressantes de développements, elles se résument en trois points essentiels :

- Générer des résidus permettant l'isolation de défauts simultanés.
- Extension des observateurs à entrées inconnues aux systèmes non linéaires (Classe des systèmes lipschitzienne).
- Application des observateur à entrées inconnues au diagnostic du modèle non linéaire du CSTR à l'aide de la transformation inodore "the Unscented Transform" [ZP10]

BIBLIOGRAPHIE

[AB09]	H. AIOUANI and D. BOUDJATIT. Diagnostic des commande hybride tolérante aux défauts. application au simulateur d'hélico-
	ptère trms. Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique, 2009.
[BAH10]	S. BAHROUN. Modélisation et approche thermodynamique pour la commande des réacteurs chimiques catalytiques triphasiques continus et discontinus. PhD thesis, Université de Lyon, 2010.
[BB11]	M. BOUITAOUNE and M. BOUSSAHEL. Commande extremale adaptative appliquee au reacteur chimique. Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique, 2011.
[BEN07]	W. BENZAOUI. <i>DIAGNOSTIC DE LA MACHINE ASYN-</i> <i>CHRONE A BASE D'OBSERVATEURS</i> . Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique, 2007.
[BKLS06]	M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. <i>Diagnosis and Fault-Tolerant Control.</i> Springer, 2006.
[BM13]	MT. BOUDALI and M. MEGUENNI. Commande non-linéaire appliquée à un réacteur chimique cstr. Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique, 2013.
[COC]	V. COCQUEMPOT. Cours de master smart. du diagnostic la tolérance aux fautes. Université Lille 1.
[CP99]	J Chen and R.J. Patton. <i>Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems</i> . Kluwer academy publishers, 1999.
[Eco10]	Economisons l'énergie. <i>Les réacteurs chimiques : ECONOMIES D'ENERGIE DANS L'INDUSTRIE</i> , cahier technique 8 edition, Septembre 2010.

BIBLIOGRAPHIE

- [FEL07] R. FELLOUAH. Contribution au Diagnostic de Pannes pour les Systèmes Différentiellement Plats. PhD thesis, Université de Toulouse, 2007.
- [FRA08] D. FRAGKOULIS. Détection et localisation des défauts provenant des actionneurs et des capteurs : application sur un système non linéaire. PhD thesis, Universite de Toulouse, 2008.
- [FW89] P Franck and J Wnnenberg. Fault Diagnosis in Dynamic Systems : Theory and Applications. Prentice Hall, 1989.
- [Gop71] P. Gopinath. On the control of linear multiple input-output systems. *Bell Syst. Tech. J.*, 1971.
- [GRA05] G. GRATON. Diagnostic des systèmes à l'aide d'observateurs à mémoire finie. Application au Common Rail. PhD thesis, Université d'Orléans, 2005.
- [JAN09] J. JANNOT. *TRANSFERTS THERMIQUES*. Ecole des Mines Nancy, France, 2009.
- [KHA07] AR. KHALED. Contribution de l'outil BOND GRAPH pour la modélisation des réacteurs chimiques en vue de leur supervision. PhD thesis, Université de Lille, 2007.
- [KVR80] P. Kudva, N. Viswanadham, and A. Ramakrishna. Observers for linear systems with unknown inputs. Automatic Control, IEEE Transactions on, 25(1) :113–115, Feb 1980.
- [LAR08] B. LARROQUE. Observateurs de systèmes linéaires Application à la détection et localisation de fautes. PhD thesis, Universite de Toulouse, 2008.
- [LEP] P. LEPRETRE. THERMAL DESIGN OF MV/LV SUBSTA-TIONS. Schneider-Electric, France, matpost 07 edition.
- [LIU07] F. LIU. SYNTHESE D'OBSERVATEURS A ENTREES INCON-NUES POUR LES SYSTEMES NON LINEAIRES. PhD thesis, Université de Caen/Basse–Normandie, 2007.
- [LUY07] L.W. LUYBEN. CHEMICAL REACTOR DESIGN AND CONTROL. John Wiley Sons, 2007.
- [MM10] A. MAHAMOUD MOHAMED. OBSERVATION ET DIAGNOS-TIC DE PROCESSUS INDUSTRIELS A MODELE NON LI-NEAIRE APPLICATIONS AUX MACHINES éLECTRIQUES. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2010.
- [NS11] B. NAIT SLIMANI. Synthèse d'observateurs non linéaires application au diagnostic de défauts. Master's thesis, Universite de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2011.

BIBLIOGRAPHIE

- [OD03] R. Ouahes and B. Devallez. *Chimie générale*. Office des Publication Universitaires., 2003.
- [SB04] B. Sfaihi and O. Boubaker. Full order observer design for linear systems with unknown inputs. In *Industrial Technology*, 2004. IEEE ICIT '04. 2004 IEEE International Conference on, volume 3, pages 1233–1238 Vol. 3, Dec 2004.
- [SHB13] J Shi, I Hamdan, and L.T. Biegler. Optimization for grade transitions in polyethylene solution polymerization. Technical report, Center of Advanced Process Decision making Department of Chemical Engineering Carnegie Mellon University, 2013.
- [SMED10] D.E. Seborg, D.A. Mellichamp, T.F. Edgar, and F.J. Doyle. Process Dynamics and Control. John Wiley & Sons, 2010.
- [SR13] M. Shyamalagowri and R. Rajeswari. Modeling and simulation of non linear process control reactor - continuous stirred tank reactor. International Journal of Advances in Engineering and Technology, 4 :1813–1818, Sept 2013.
- [TE84] P. Trambouze and J.P. Euzen. *Réacteurs chimiques (Les)*. Editions Technip, 1984.
- [TF12] H. Trinh and T. Fernando. Functional Observers for Dynamical Systems. Number 18-49. Springer, 2012.
- [TOS05] R. TOSCANO. Commande et diagnostic des systèmes dynamiques : modélisation, analyse, commande par PID et par retour d'état, diagnostic, automatique. Technosup (Paris). Ellipses Marketing, 2005.
- [Vil93] J. Villermaux. Génie de la réaction chimique : conception et fonctionnement des réacteurs. Génie des procédés de l'Ecole de Nancy. Tec & Doc, 1993.

Annexe A

Nomenclature

A.1 Liste des symboles chimiques

Symboles	Définition	Unités
A_r	Surface d'échange de chaleur	m^2
C_a	Concentration de A dans le réacteur	mol/m^3
C_{a0}	Concentration du produit A entrant	mol/m^3
C_b	Concentration de B	mol/m^3
c_{pc}	Chaleur spécifique massique de l'enveloppe	J/kg.K
c_{pr}	Chaleur spécifique massique	J/kg.K
E	Energie d'activation	J/mol
Н	Enthalpie	Joule
h_r	Chaleur de la réaction	$J/m^3.mol.mn$
k	Constante de vitesse de réaction	variable
q	Débit molaire	m^3/mn
Q	Chaleur	Joule
Q_c	Taux de chaleur apporté à l'enveloppe	J/mn
R	Constante des gaz parfaits	8.31 J/mol.K
T_c	Température du fluide de l'enveloppe(jacket)	K
T_r	Température du réacteur	K
T_{r0}	Température du produit entrant	K
U	Coefficient de transfert de chaleur	$J/mn.m^2.K^1$
V	Volume du réacteur	m^3
W	Travail	kJoule
ρ	Masse volumique	kg/m^3
φ_x	Transfert de chaleur	Watt

TABLE A.1 – Symboles chimiques

A.2 Liste des abréviations

Abréviation	Signification	
CSTR	Continuous stirred tank reactor	
	Réacteur continu parfaitement agité	
EDO	Equations différentielles ordinaires	
EDP	Equations aux dérivées partielles	
FDI	Fault detection and isolation	
	Détection et isolation des défauts	
UIO	Unknown input observer	

TABLE A.2 – Abréviations

Annexe B

Paramètres du CSTR

B.1 Paramètres du modèle 1 : réaction simple

Paramètre	Valeur	Unité
C_{a0}	1	mol/m^3
c_{pr}	0.239	J/kg.K
h_r	5e4	J/mol
k_0	7.2e10	1/mn
q	100	m^3/mn
T_{r0}	350	K
UA	5e4	m^2
V	100	m^3
ρ	1000	kg/m^3

TABLE B.1 – Paramètres du modèle 1

B.2 Paramètres du modèle 2 : réaction de Van Der Vusse

Paramètres	Valeur	Paramètres	Valeur
k_{01}	$2.145 * 10^{10}$	k_{02}	$2.145 * 10^{10}$
k_{03}	$1.5072 * 10^8$	E_1/R	9758.3
E_2/R	9758.3	E_3/R	8560
h_3	41850	V	0.01
c_{pc}	2.0	c_{pr}	3.01
C_{a0}	5.1	T_{r0}	387.05
U	67.2	ρ	934.2
A_r	0.215	m_c	5

TABLE B.2 – Paramètres du modèle 2

B.3 Matrices du modèle linéaire du CSTR

$$A_{CSTR} = \begin{bmatrix} -0.4461 & 0 & -0.0319 & 0\\ 0.1016 & -0.3381 & -0.0283 & 0\\ -1.4552 & -0.3974 & -0.8945 & 0.5138\\ 0 & 0 & 1.4448 & -1.4448 \end{bmatrix}$$
$$B_{CSTR} = \begin{bmatrix} 2.0237 & 0\\ -0.9244 & 0\\ 12.8214 & 0\\ 0 & 0.1000 \end{bmatrix} \text{ et } C_{CSTR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$