

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

**Ecole Nationale Polytechnique**



**Département de Génie Mécanique**



**MEMOIRE DE MAGISTER**

**Spécialité : Energétique**

**Thème**

*Simulation numérique des écoulements autour  
des surfaces ailettées : Application aux Moteurs  
à Combustion Interne refroidis à l'air.*

*Présenté par :*

**RAHALI Fayssal**

**Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique**

*Devant le jury composé de :*

**Président :** Saïd RECHAK, Prof, ENP

**Directeur :** Salah LARBI, Prof, ENP

**Examineurs :** Mohamed SOULI, Prof, U. Lille, France  
Bouzid BENKOUSSAS, M. C- A, ENP  
Boussad Boumedane, M.C- A, U. Blida

**ENP- 10, avenue Hacene Badi - El Harrach – Alger**

**Année : 2010 / 2011**

**ملخص :** تتمثل هذه الأطروحة في دراسة اثر التفاعل بين السيلان الخارجي والاسطوانة المزودة بالزعانف لمحرك ذات الاحتراق الداخلي . وتمت هذه الدراسة عن طريق المحاكاة الرقمية . ولقد قسمت المذكرة إلى مرحلتين.

في المرحلة الأولى قمنا بدراسة النقل الحراري داخل اسطوانة المحرك المزود بالزعانف. اما في المرحلة الثانية قمنا بدراسة ديناميكية السوائل في النظام الهائج حول السطح الخارجي لاسطوانة محرك مزودة بزعانف. المظهر الحراري والهيدروديناميكي لسيلان عولج بواسطة حل المعادلات الرياضية لديناميكية السوائل وقد تم استعمال طريقة عددية متركزة أساسا على مفهوم الحجم المنتهية .

النتائج المقدمة تتعلق بتوزيع درجات الحرارة داخل الاسطوانة المزودة بالزعانف . وكذلك ايجاد الحقل الحركي والتوزيع الحراري حول ذلك السطح اضافة الى ايجاد معامل النقل الحراري .

**الكلمات المفتاحية :** طريقة الحجم المنتهية ; المحرك ذات الاحتراق الداخلي ; التفاعل : السائل - البنية الصلبة .

**RESUME :** Le travail présenté dans le cadre de cette étude est relatif à une analyse d'effets d'interaction, entre un écoulement externe et un cylindre à surface ailetée d'un moteur à combustion interne, par voie de simulation numérique. Nous nous sommes intéressés dans une première étude, aux transferts thermiques purement conductifs ayant lieu dans le cylindre du moteur, par l'utilisation de coefficients d'échanges issus de la littérature. Dans une seconde étape, on s'est intéressé à un problème d'interaction fluide- structure : la modélisation du problème, coté externe, a été établie moyennant l'utilisation d'une approche basée sur une modélisation d'écoulement autour d'une surface ailetée en régime turbulent. Les aspects, thermique et hydrodynamique de l'écoulement, ont été traités dans le cadre de cette étude, à travers la résolution des équations de la dynamique des fluides, par utilisation de la méthode des volumes finis avec des conditions aux limites adéquates. Il est à souligner que l'originalité de ce travail réside dans la modélisation, mathématique et numérique, d'écoulements, par prise en compte d'effets d'interaction, avec une structure solide rigide, constituée d'un cylindre à surface ailetée, où les échanges thermiques sont purement conductifs. Les résultats présentés sont relatifs aux distributions de températures dans le cylindre, aux champs, de vitesse et de température, autour de la surface ailetée du cylindre et à l'évolution spatio- temporelle du coefficient de transfert de chaleur.

**Mots clés :** Méthode des volumes finis ; Moteur à combustion interne ; Interaction Fluide- Structure.

**ABSTRACT:** The aim of the work presented in this study consists to an interaction effect analysis between an external flow and a cylinder with finned surface of an internal combustion engine, using a numerical simulation. We were interested in a first study to a purely conductive heat transfer problem taking place in the cylinder of the engine, by using convective heat transfer coefficients derived from the literature. In a second one, we were interested to a fluid- structure interaction problem were the mathematical modelling of the flow analysis, on the external side, is established by using turbulent free convective heat transfer modelling around finned surfaces. The hydrodynamic as well as the thermal aspect of the flow problem are also analysed in this study by solving the fluid dynamics equations with the adequate boundary conditions by using the finite volume method. We must underline that the originally of the present work consists on the mathematical and the numerical modelling of flows around a rigid solid structure by taking into account the effects of interaction between an external flow and a structure consisting of a finned surface cylinder were the heat transfer problem is purely conductive. The results presented are related to the temperature distributions in the cylinder, the velocity and the isothermal lines around the finned surfaces of the cylinder and the evolution against space and time of the convective heat transfer coefficient between the flow and the structure.

**Keywords:** Finite volume method; Internal combustion engine; Fluid - Structure Interaction.



## Remerciements

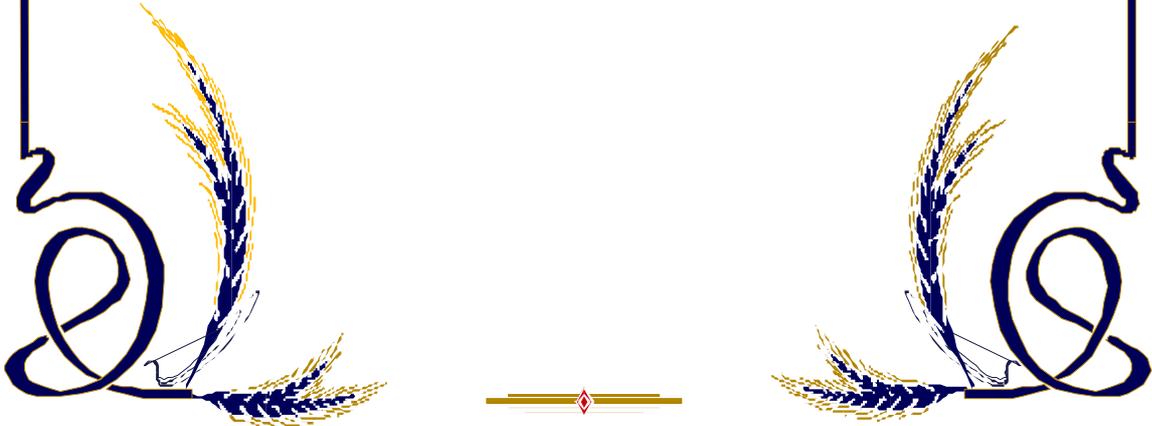
*Au terme de ce Mémoire, je tiens à remercier tout naturellement, en premier lieu, le **Dieu tout Puissant**, de m'avoir donné la force, le courage et la patience, pour bien mener ce travail.*

*Ce travail a été réalisé, sous la direction de Monsieur **S. LARBI**, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, qu'il trouve ainsi l'expression de ma profonde reconnaissance, pour sa compétence, ses encouragements et ses précieux conseils durant le déroulement de ce travail.*

*Mes sincères remerciements vont à monsieur **Saïd RECHAK**, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour nous avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance.*

*Un hommage particulier est rendu respectivement à messieurs, **Mhamed Souli**, Professeur à l'université de Lille, **Bouzid BENKOUSSAS**, Maître de conférence, à l'Ecole Nationale Polytechnique, et, **M. BOUMEDANE**, Maître de conférence, à l'Université de Blida, pour avoir accepté d'examiner ce travail.*

*Mes sentiments vont également à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*





# Dédicaces

*Au-delà des personnes, des lieux et des temps, je dédie ce travail avec ma profonde conviction, à tous ceux qui ont toujours cru et sans doute à la Science. Cette lumière qui éclaire les esprits et leur permet de transcender les limites installées par les sociétés et les cultures dans leurs périodes de dégénérescence.*

*Je le dédie aussi :*

*A ceux qui savent concrétiser leurs idées et savent réussir,*

*A ceux qui ne portent que du bien pour les autres,*

*A ceux qui ne vivent que dans et par la vérité,*

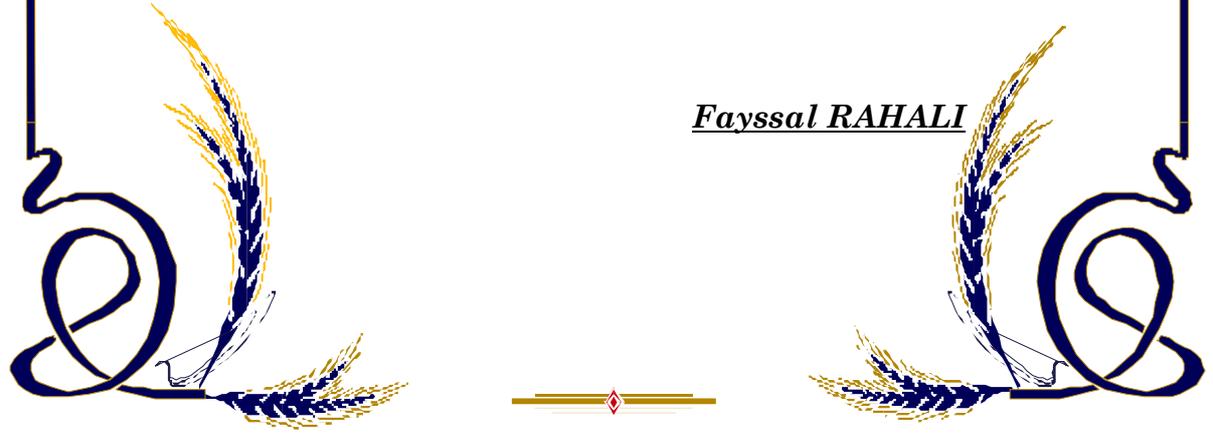
*Sans oublier mes chers parents,*

*Mes frères et à mes sœurs,*

*Mes collègues et amis,*

*Et, tous les enseignants et élèves de Génie Mécanique de l'Ecole Nationale Polytechnique.*

**Fayssal RAHALI**



## Nomenclature

A, S	Surface	$m^2$
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante de l'air	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$C_D, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}, C_\mu$	Coefficient caractéristique de la turbulence	
F	Force par unité de volume	$N.m^{-3}$
g	Accélération de pesanteur	$m.s^{-2}$
$h_c$	Coefficient d'échange par convection	$W.m^{-2}.K^{-1}$
H	Hauteur	m
k	Energie cinétique turbulente spécifique	$m^2.s^{-2}$
L	Longueur	m
P	Centre du volume de contrôle	
P'	Correction de la pression	
p	Pression	Pa
q	Densité de flux de chaleur	$W.m^{-2}$
$S_\phi$	Terme source	
T	Température	K
$\Delta T$	Différence de température entre la paroi et l'ambiance	K
t	Temps	s
u, v	Composantes de vitesses	$m.s^{-1}$
V	Volume	$m^3$
x, y	Coordonnées	m
$\dot{m}$	Débit massique	$kg.s^{-1}$
r	coordonnée radiale	m
$u', v'$	correction des composantes des vitesses	

## Symboles grecs

$\varepsilon$	Taux de dissipation de la turbulence	$m^2.s^{-3}$
$\beta$	Coefficient de dilatation du fluide à pression constante	$K^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique	$m^{-1}.kg.s^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
$\rho$	Masse volumique de l'air	$kg.m^{-3}$
$\alpha_p$	Coefficient de relaxation pour la pression	
$\alpha_u$	Coefficient de relaxation pour la vitesse axiale	
$\alpha_v$	Coefficient de relaxation pour la vitesse radiale	

$\phi$	Variable dépendante	$W.m^{-1}.K^{-1}$
$\Gamma$	Coefficient de diffusion	
$\lambda, K$	Conductivité thermique	

### **Nombres adimensionnels**

Pr	Nombre de Prandtl
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
Pe	Nombre de Peclet
Re	Nombre de Reynolds
Nu	nombre de Nusselt

### **Abréviations**

PMH	Point mort haut.
PMB	Point mort bas.
MCI	Moteur à combustion interne.

### **Indices**

g	Gaz d'échappement
ref	Valeur de référence pour tous les variables
a	Air
t	Turbulent
p	Paroi

### **Exposants**

*	variable adimensionnelle
---	--------------------------

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

<b>Chapitre I :</b>	<b>Généralités</b>
---------------------	--------------------

I.1. Définitions générales .....	4
I.2. Cycle thermodynamique d'un moteur à 4 temps .....	4
I.2.1. Temps 1. Admission .....	5
I.2.2. Temps 2. Compression-allumage .....	6
I.2.3. Temps 3. Combustion-détente .....	6
I.2.4. Temps 4. Echappement .....	7
I.3. Description des moteurs refroidis à l'air .....	7
I.4. Les processus de transferts thermiques .....	8
I.4.1. La conduction .....	8
I.4.2. La convection .....	8
I.4.3. Le rayonnement .....	8
I.5. Transfert de chaleur au travers des parois du cylindre .....	9
I.5.1. Relation basée sur le nombre de Nusselt .....	9
I.5.2. Relations expérimentales .....	9
I.5.3. Corrélations par coefficient d'échange global .....	12

<b>Chapitre II :</b>	<b>Revue Bibliographique</b>
----------------------	------------------------------

II.1. Refroidissement des moteurs à combustion internes .....	15
II.2. Transfert de chaleur à l'intérieur des conduites munies d'ailettes .....	19
II.2.1 Tubes avec ailettes externes .....	19
II.2.2. Tubes avec ailettes internes .....	21
II.3. Convection naturelle autour d'un cylindre muni des ailettes .....	22
II.4. Coefficient de transfert thermique .....	23
II.5. Conclusion .....	24

<b>Chapitre III :</b>	<b>Modèles, Physique et Mathématique</b>
-----------------------	--

III.1. Conduction à travers les parois du cylindre .....	26
III.1.1. Modèle mathématique .....	26
III.1.2. Conditions aux limites .....	27
III.1.2.1. Condition à la limite supérieure .....	27
III.1.2.2. Conditions à la limite inférieure .....	27
III.1.2.3. Conditions à la limite droite .....	29
III.1.2.4. Conditions à la limite gauche .....	29
III.2. Convection naturel autour de la surface externe du cylindre à ailettes .....	29
III.2.1. Hypothèses .....	29
III.2.2. Modélisation mathématique .....	30
• Equation de continuité .....	30
• Equations de quantité du mouvement suivant la direction, x .....	30

• Equations de quantité du mouvement suivant la direction, Y .....	30
• Equation de conservation de l'énergie .....	30
• Equation de l'énergie cinétique turbulente k .....	30
• Equation du taux de dissipation $\varepsilon$ .....	30
III.2.3. Equation générale de conservation .....	31
III.2.3.1. Régime laminaire .....	32
III.2.3.2. Régime turbulente .....	33
III.2.4. Forme adimensionnelle des équations .....	33
III.2.4.1. Equation de continuité .....	34
III.2.4.2. Equations de quantité du mouvement suivant la direction, x .....	34
III.2.4.3. Equations de quantité du mouvement suivant la direction, Y .....	34
III.2.4.4. Equation de conservation de l'énergie .....	34
III.2.4.5. Equation de l'énergie cinétique turbulente k .....	35
III.2.4.6. Equation du taux de dissipation $\varepsilon$ .....	35
III.2.5. Conditions aux limites spatio-temporelles .....	36
III.2.5.1. Conditions initiales .....	37
III.2.5.2. Conditions aux limites .....	38
III.2.5.2.1. Conditions aux limites pour les forces de flottabilité .....	38
III.2.5.2.2. Conditions aux limites de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation .....	38
III.2.5.2.3. Conditions aux limites sur les parois .....	39

## Chapitre IV : Méthode de Résolution Numérique

IV. 1. Méthode des volumes finis .....	41
IV. 2. Maillage .....	42
IV. 3. Discrétisation des équations .....	43
IV. 3.1. Discrétisation temporelle .....	45
IV. 3.1.1. Schéma explicite .....	45
IV. 3.1.2. Schéma de Cranck-Nicolson .....	45
IV. 3.1.3. Schéma implicite .....	45
IV. 3.2. Intégration du terme source .....	46
IV. 3.3. Discrétisation spatiale .....	46
IV. 3.3.1. Schéma aux différences centrées (CDS) .....	47
IV. 3.3.2. Schéma Upwind (UPS) .....	48
IV. 3.3.3. Schéma Hybride (HDS) .....	49
IV. 3.4. Formulation généralisée du problème .....	50
IV. 3.5 Procédure de Résolution .....	52
IV. 3.5.1 Equation algébrique de pression .....	52
IV. 3.5.2 Algorithme SIMPLER .....	54
IV. 3.5.3. Détails de calcul .....	55
IV. 3.6. Codes CFD .....	57
IV. 4. Conduction à travers les parois du cylindre .....	58
IV. 4.1. Equation de la chaleur .....	59

---

**Chapitre V : Résultats et Discussions**

---

V. 1. Distribution de température dans le cylindre à ailettes .....	62
V. 1.1. Les caractéristiques du moteur .....	62
V. 1.2. Les caractéristiques du fluide de refroidissement .....	63
V. 1.3. Les Dimensions du cylindre .....	63
V. 1.4. Présentation des résultats et discussions .....	64
V. 1.4.1. Hauteur d'ailettes égale à 11mm .....	65
V. 1.4.2. Hauteur d'ailettes égale à 16 mm .....	71
V.1.5. Comparaison de résultats.....	77
V. 2. Convection naturelle autour une surface ailettée .....	78
V. 2.1. Présentation des Résultats et Discussions .....	78
V. 2.1.1. Cylindre à 4 ailettes .....	79
V. 2.1.2. Cylindre à 6 ailettes .....	86
V. 2.1.3. Cylindre à 9 ailettes .....	93
V. 2.2. Comparaison entre les résultats .....	99
V. 3. Validation des résultats .....	101

---

<b>Conclusion générale .....</b>	<b>105</b>
----------------------------------	------------

---



# Introduction générale

## INTRODUCTION GENERALE

Les gaz chauds, confinés par les parois des moteurs à combustion interne, peuvent entraîner des perturbations au niveau des jeux de fonctionnement (déterminés par des considérations d'ordre mécanique et tribologique). Il est alors nécessaire, pour le bon fonctionnement de ces machines, que ces structures mécaniques soient maintenues à des températures modérées. En effet, l'existence d'un gradient thermique entre les parois d'un moteur et les gaz de combustion, peut induire une perte de flux de chaleur pouvant aller de 15 à 30% de la valeur de l'énergie totale introduite dans ce dernier [1]. Ce pourcentage peut varier suivant la vitesse de rotation du moteur, sa charge et son type (essence ou diesel).

Dans les systèmes de refroidissement de ces moteurs, les coefficients d'échange utilisés sont en général d'origine empirique [2]. Pour une meilleure estimation des flux de chaleur évacués et une compréhension assez fine des écoulements autour de ces systèmes, la connaissance des champs de température et de vitesse est primordiale.

Dans le cadre de ce travail, on s'est intéressé à une étude par voie numérique d'un problème de convection naturelle turbulente autour d'une section d'un cylindre d'un moteur à combustion interne refroidi par l'air. Dans le but d'améliorer ces performances fonctionnelles, des simulations numériques ont été faites pour le cas d'un modèle physique spécifique, constitué d'une cavité à surface ailettée chauffée à une température variable et non uniforme par les gaz de combustion. Les équations bidimensionnelles gouvernantes sont résolues en faisant appel à la méthode de volumes finis, le couplage vitesse– pression est réalisé à l'aide de l'algorithme SIMPLE. Les résultats de la simulation sont relatifs aux champs de température et de vitesse, ainsi qu'à la détermination du coefficient d'échange convectif autour de la surface ailettée du cylindre. A cet effet, les parois solides sont analysées par étude numérique de la conduction à travers les parois du cylindre à ailettes. Dans ce contexte, le contour des températures a été tracé pour différentes configurations géométriques de la surface d'échange, en faisant varier le nombre et les dimensions des ailettes implantées sur la surface externe du cylindre.

Notre étude est organisée de la façon suivante :

Dans le premier chapitre, on présentera les moteurs refroidis à air, les cylindres sont munis d'ailettes orientées de sorte que le courant d'air provoqué par le déplacement du véhicule circule facilement entre elles.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique et état de l'art sur les travaux antérieurs effectués sur le refroidissement des moteurs à combustion interne par l'air, par le biais d'ailettes longitudinales implantées autour la surface externe du cylindre. La modélisation du transfert thermique dans des moteurs pour la détermination du coefficient d'échange entre l'écoulement du fluide et les parois du moteur est également abordée.

Le troisième chapitre est consacré au modèle, physique utilisé pour décrire les phénomènes de conduction à travers les parois du cylindre à ailettes et convection-diffusion d'air autour de ces parois. Nous présenterons les équations et les hypothèses relatives aux transferts thermiques conductifs à travers les parois du cylindre à ailettes, ainsi que la convection naturelle autour de la surface ailettee du cylindre, des paramètres géométriques et des conditions initiales et aux limites ont été choisis pour les deux modes de transferts thermiques.

Après avoir décrit les phénomènes physiques et mathématiques à étudier, le quatrième chapitre traite d'une part, la méthode numérique basée sur des intégrales locales sur des volumes finis et d'autre part, les principes de la discrétisation des équations de bilan. Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est déterminé selon l'algorithme SIMPLE.

Le cinquième chapitre est consacré à l'interprétation et à la présentation des résultats obtenus. Deux codes de calcul ont été utilisés pour la résolution des équations gouvernantes décrivant le phénomène. Concernant la conduction de chaleur, nous avons développé un programme écrit en Fortran pour déterminer les distributions d'isothermes à travers les parois du cylindre. Quant à la convection naturelle, nous avons utilisé le code CFD fluent 6.3. Les résultats de la simulation sont relatifs aux champs de température et de vitesse, ainsi que la répartition spatio-temporelle du coefficient d'échange convectif autour de la surface ailettee du cylindre. Une comparaison et des commentaires ont été faits sur les résultats déduits des simulations avec ceux issus de la littérature.

Enfin, une conclusion générale, mettant en évidence les résultats obtenus et les perspectives à prévoir pour la continuité de ce travail.

# Chapitre I :

**Généralités**



## **I.1. Définitions générales**

Les moteurs à combustion interne sont des machines thermiques, transformant l'énergie calorifique en énergie mécanique. Les transformations thermodynamiques sont obtenues au moyen d'un fluide qu'on fait évoluer entre deux températures extrêmes.

Dans ces moteurs, l'apport énergétique est réalisé, de la manière la plus directe possible, par une combustion (réaction thermochimique exothermique) développée au sein même du fluide de travail.

Pour les moteurs utilisant l'essence comme combustible, celle-ci étant introduite dans les cylindres préalablement mélangés à l'air. Ces moteurs dits moteurs à explosion ou simplement moteurs à essence peuvent fonctionner également avec un combustible gazeux (gaz pauvre, gaz de ville, butane, etc..).

Au lieu d'être alimentés à l'aide d'un carburateur effectuant le mélange carburé, certains moteurs peuvent être alimentés par un pompe d'injection, on les appelle moteurs à injection d'essence. Lorsque les moteurs sont conçus pour utiliser un combustible lourd (Gas-oil) qui est introduit directement dans les cylindres à l'aide d'une pompe d'injection en fin de compression très élevée d'air pur préalablement admis, ils fonctionnent soit à pression constante : moteur diesel ; soit, dans le cas du moteur rapide d'automobiles, suivant un cycle intermédiaire entre le cycle Diesel et le cycle à explosion : cycle mixte. On les appelle moteur à combustion par opposition aux moteurs à explosion, ou encore moteur à huile lourde, moteurs à injection ou moteurs Diesel. Parmi ces moteurs quelques-uns ont des taux de compression se rapprochant de ceux des moteurs à explosion, l'allumage est alors assuré par une paroi mal refroidie portée à incandescence : ce sont les semi-diesel.

Tous ces moteurs thermiques fonctionnent suivant un cycle à quatre temps ou à deux temps suivant que les opérations successives d'admission, de compression, de combustion/détente, et d'échappement se font en deux tours ou en un seul tour d'arbre moteur [3].

## **I.2. Cycle thermodynamique d'un moteur à 4 temps.**

La grande majorité des moteurs à combustion interne fonctionne selon le cycle à 4 temps [4], qui dure deux tours de l'arbre moteur et dont les phases caractéristiques sont les suivantes (figure I.1).

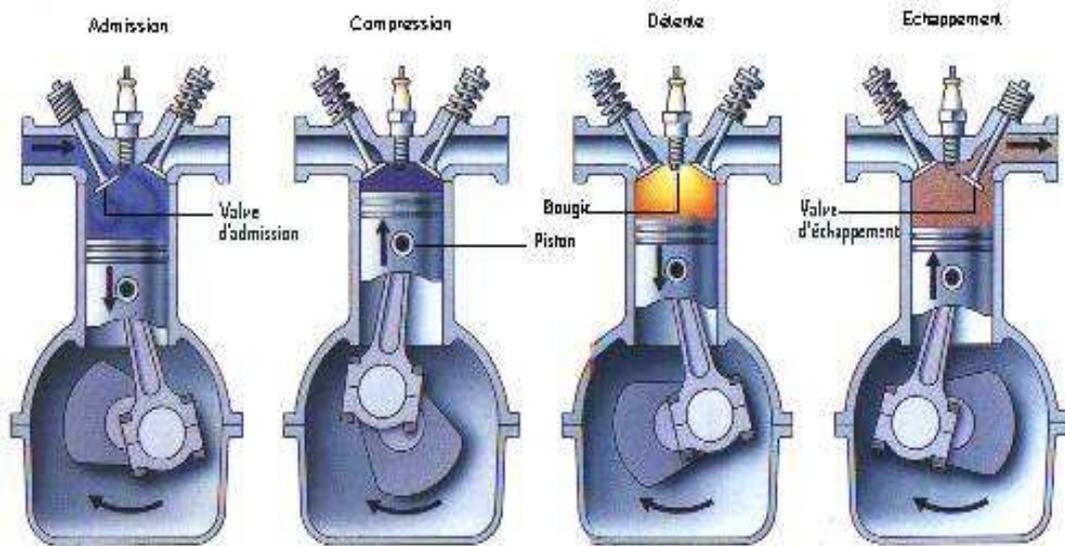


Figure I.1 – Cycle à 4 temps [4].

### I.2.1. Temps 1. Admission

Elle se produit alors que le piston descend du PMH au PMB, créant ainsi une dépression dans le cylindre et l'aspiration du mélange carburé ou de l'air dans le cas particulier des moteurs à injection directe. Les vitesses des gaz sont plutôt élevées (la vitesse du son peut être atteinte au passage des soupapes) et l'inertie des masses gazeuses ne peut pas être négligée. De ce fait, et parce qu'il y a des pertes de charge sur le circuit d'admission (papillon, soupapes...), le remplissage des cylindres ne se réalise pas complètement : le remplissage naturel d'un moteur est inférieur à l'unité. Pour améliorer ce taux, les inerties des masses gazeuses sont prises en compte en avançant l'ouverture de la soupape d'admission avant le PMH (AOA = avance ouverture admission). Ces décalages sont de quelques degrés de rotation et leur importance dépend de la gamme du régime de fonctionnement du moteur : ils sont plus élevés pour les hauts régimes.

La tendance actuelle est de promouvoir des distributions variables en calage et en ouverture, actionnées au moyen de commandes magnétiques ou hydrauliques, de manière à pouvoir bénéficier d'un remplissage optimal sur toute la gamme des régimes. De tels systèmes existent déjà en série et sont présentés comme une des clés ouvrant la voie vers les moteurs à faible consommation et à pollution réduite.

Un calage d'admission bien adapté peut entraîner une légère suralimentation du moteur en un point de régime tandis que l'accroissement du nombre de soupapes par cylindre

améliore le remplissage à tout régime. La suralimentation par compresseur permet des accroissements substantiels du remplissage avec des pressions d'admission largement supérieures à la pression atmosphérique.

Quelle que soit la pression à l'entrée du circuit d'admission, la quantité de mélange admis dépend de l'ouverture du papillon, qui détermine aussi la pression régnant en amont des soupapes. Dans un moteur à combustion interne, la charge du moteur est donc en rapport (fortement non linéaire) avec la pression d'admission, appelée habituellement : dépression admission, puisqu'elle est le plus souvent inférieure à la pression atmosphérique.

### **I.2.2. Temps 2. Compression-allumage**

Les soupapes étant fermées, le piston remonte vers le PMH en comprimant la masse gazeuse enfermée. La pression dans le cylindre croît et, sans qu'il y soit combustion, elle attendrait à pleine ouverture 10 à 20 Bar au PMH, selon le taux de compression. L'allumage intervient quelques instants (avance à l'allumage) avant le PMH (10 à 20°), afin de prendre en compte le délai nécessaire à la combustion.

Les moteurs à injection directe réalisent leurs charges partielles en modulant la quantité de carburant injectée, ce qui signifie que dans la chambre de combustion la répartition de la charge est hétérogène pour que localement, une faible quantité de carburant puisse être associée à une faible part de l'air et que le mélange soit combustible. La forme et l'aérodynamique interne des chambres de combustion déterminent la formation du mélange et sa localisation, qui doit être impérativement proche d'une bougie d'allumage. Les pleines charges sont par contre obtenues en revenant à une charge homogène remplissant le volume entier du cylindre.

### **I.2.3. Temps 3. Combustion-détente**

La combustion se développe et la pression croît rapidement pour arriver normalement à son maximum une dizaine de degrés de rotation après le PMH, atteignant des valeurs supérieures à 60 Bars à pleine charge.

Les gaz sont à ces moments très chauds (peut atteindre 2000K) et les transferts thermiques vers les parois sont intenses. Le piston descend ensuite vers le PMB, la pression et la température des gaz décroissent en même temps que du travail est fourni au piston. Le taux

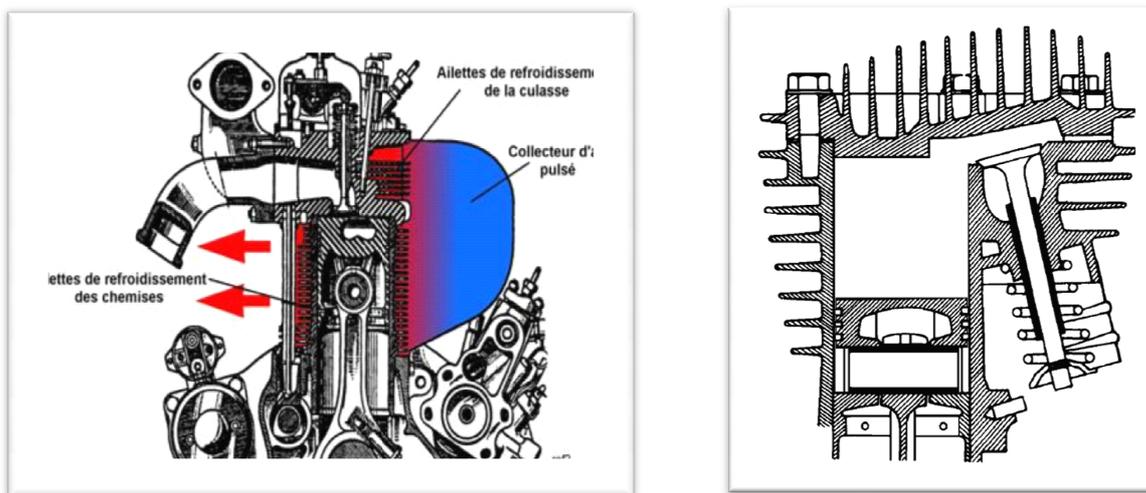
de détente est déterminant pour le rendement et certains concepts ont été imaginés pour profiter au mieux de cette phase (cycle de Miller).

#### I.2.4. Temps 4. Echappement

La soupape d'échappement à s'ouvrir lorsque le piston atteint le PMB, les gaz de combustion s'évacuent, au début sous l'effet de leur propre pression, puis sous la poussée du piston qui remonte. Pour tenir compte de l'inertie des gaz, l'échappement peut s'ouvrir quelque peu avant le PMB (AOE = avance ouverture échappement), et se fermer après le PMH (RFE = retard fermeture échappement). Il peut se trouver ainsi quelques instants pendant lesquels les soupapes d'admission et d'échappement sont ouvertes simultanément : c'est le croisement de soupapes. Il est d'autant plus important que le moteur doit être performant à haut régime [4].

#### I.3. Description des moteurs refroidis à l'air :

Afin d'évacuer la puissance thermique transmise aux parois par les gaz de combustion et ainsi garantir la bonne tenue aux contraintes thermomécaniques des organes mécaniques, un fluide de refroidissement circule autour du cylindre et de la culasse. Pour les moteurs refroidis à air les cylindres sont munis d'ailettes orientées de sorte que le courant d'air provoqué par le déplacement du véhicule circule facilement entre elles.



*Figure I.1. Le refroidissement des moteurs à combustion interne par l'air [5].*

En automobile, le système est complété par un ventilateur ou turbine. Les cylindres sont alors enfermés dans un habillage en tôle, destiné à canaliser l'air. Parfois, un volet

commandé manuellement ou automatiquement par un thermostat, faisait varier la circulation d'air selon la température du moteur et de l'extérieur.

### **I.4. Les processus de transferts thermiques.**

Il y a transfert de chaleur entre deux points où règnent des températures différentes : le transfert s'effectue toujours de la température la plus élevée à la température la plus faible. La différence de température est la force motrice du transfert de chaleur. On distingue trois modes de transferts de chaleur :

#### **I.4.1. La conduction**

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par vibrations des atomes ou molécules et une transmission par électrons libres [6].

#### **I.4.2. La convection**

La convection est la propagation de la chaleur dans un fluide en mouvement. La transmission de chaleur s'effectue par l'action combinée de la conduction au sein de fluide et du mouvement de fluide. La conduction intervient donc dans la convection mais le mouvement du fluide entraîne des lois différentes d'un phénomène de conduction sans déplacement de matière. On parlera de convection forcée quand le mouvement du fluide s'effectue grâce à une force externe (pompe, ventilateur, agitateur) et de convection naturelle quand le mouvement s'effectue sous l'influence de différences de densités dues à des différences de températures au sein de fluide [6].

#### **I.4.3. Le rayonnement**

Le rayonnement est l'émission par un corps d'ondes électromagnétiques qui sont les vecteurs de ce transfert de chaleur. Les ondes sont émises dans toutes les directions et appartiennent au domaine de l'infrarouge et du visible. Aucun support matériel n'est nécessaire pour leur propagation.

Tous les corps, quel que soit leur état : solide, liquide ou gazeux, émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de l'énergie interne du corps émetteur.

Le rayonnement se propage de manière rectiligne à la vitesse de la lumière, il est constitué de radiations de différentes longueurs d'onde [7].

### I.5. Transfert de chaleur au travers des parois du cylindre

Ci-dessous sont citées les relations et les corrélations concernant le coefficient d'échange convectif entre les parois du cylindre et les gaz à l'intérieur de la chambre de combustion dans les moteurs à combustion interne :

#### I.5.1. Relation basée sur le nombre de Nusselt [8].

- Formule de WOSCHNI (1967) :

En 1967, WOSCHNI a proposé une corrélation qui est largement utilisée pour évaluer la valeur du coefficient de transfert convectif,  $h$ , donnée par :

$$Nu = 0.035 R_e^{0.8} \quad (\text{I. 1})$$

Où,  $Nu$  : nombre de Nusselt et  $Re$  : nombre de Reynolds.

- Formule de TAYLOR (1977) :

Parmi les relations les plus utilisées, la relation de TAYLOR proposée en 1977 est utilisée. Elle est donnée par :

$$Nu = \frac{\overline{h_g} b}{\lambda_g} = 10.4 R_e^{0.75} \quad (\text{I. 2})$$

#### I.5.2. Corrélations expérimentales [9].

Elles sont établies à partir de la pression, la température et la vitesse moyenne du piston.

- Relation de NUSSELT (1923) :

Nusselt a proposé une relation permettant la détermination du coefficient d'échange thermoconvectif, elle a pour expression :

$$h = 1.15 \sqrt[3]{P_g^2 T_g} (1 + 0.24 U_{mp}) + 0.0004206 \frac{\left[ \frac{T_g}{100} \right]^4 \left[ \frac{T_p}{100} \right]^4}{T_g - T_p} \quad (\text{I. 3})$$

Le premier terme représente le transfert de chaleur convectif et le second est le transfert de chaleur par rayonnement.

- Relation de JAACLITCH (1929)

La relation de JAACLITCH est utilisée dans les moteurs rapides. Le coefficient d'échange thermoconvectif a pour expression :

$$h = 0.2445 P_g^n T_g^{n-1} (1 + 1.24 U_{mp}) \quad (\text{I. 4})$$

Avec :

$$n = 0.394 + 1.685 \cdot 10^{-6} T_g \quad (\text{I. 4.a})$$

- Relation de KINEL :

Pour un moteur monocylindrique, de l'alésage  $D = 110$  mm, de course  $C_0 = 132$  mm, et de nombre de tour  $N = 1200$  tr/mn. Le coefficient d'échange convectif a pour expression :

$$h = 1.48 \sqrt{P_g T_g} \sqrt[3]{U_{mp}} \quad (\text{I. 5})$$

- Relation de WOSCHNI (1965- 1968) :

La relation de WOSCHNI est souvent utilisée dans la modélisation des transferts thermiques dans les moteurs. Afin de déterminer le coefficient d'échange global  $h$ , WOSCHNI a utilisé l'équation adimensionnelle suivante :

$$Nu = 0.035 R_e^{0.8} \quad (\text{I. 6})$$

Comme longueur caractéristique WOSCHNI a utilisé le diamètre du cylindre et comme vitesse caractéristique, la vitesse moyenne du gaz, corrigée par un terme qui prend en compte l'influence de la combustion sur la vitesse moyenne des gaz dans le cylindre.

Le coefficient d'échange global (convectif+radiatif) a pour expression :

$$h = 130 D^{-0.2} T^{-0.53} P^{0.8} \left[ C_1 U_{mp} + C_2 \frac{V_s T_1}{V_1 P_1} (P - P_0) \right] \quad (\text{I. 7})$$

Le tableau I. 1 ci-dessous, donne les coefficients correspondants.

Tableau I.1 – Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  de la relation de Woschni

$C_1$	$C_2$ m/sec.K	Phase de cycle
$6.18 + 0.417 (C_u/U_{mp})$	0	Admission, échappement
$2.28 + 0.308 (C_u/U_{mp})$	0	Compression
	Injection directe $3.24 \cdot 10^{-3}$	Combustion, détente
	Chambre de préchambre $6.22 \cdot 10^{-3}$	Combustion, détente

Avec : 
$$C_u = \pi D n_d$$

$C_1$  : est un coefficient qui dépend du type de moteur et de la phase de cycle.

$n_d$  : est le nombre de tours par seconde d'un anémomètre à ailettes de  $0.7D$  de diamètre (prise en compte de l'effet de « swirl »).

Pour le calcul de Reynolds, la vitesse moyenne des gaz dépend de la phase de cycle qui a pour expression :

Pour les phases : admission, échappement et compression :

$$U_{mg} = 6.18 U_{mp}$$

Pour les Phase : combustion et détente :

$$U_{mg} = 2.28U_{mp} + 3.24 \cdot 10^{-3} \frac{V_s T_1}{P_1 V_1} (P_g - P_{g0})$$

La relation de Woschni fait également intervenir la vitesse d'écoulement de charge dans la chambre d'un moteur Diesel à injection directe non suralimenté. Les caractéristiques du moteur permettant d'établir la relation empirique ci- dessous sont :  $D = 110$  mm,  $C_0 = 186$  mm,  $U_{mp} = 10.8$  m/s ;  $A=0.35$ . Le coefficient d'échange thermo- convectif a pour expression :

$$h = 5.173 \left[ \frac{P_g^{0.8} U_{mp}^{0.8}}{T_g^{0.53} D^{0.2}} \right] + \epsilon \sigma A \frac{\left[ \frac{T_g}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_p}{100} \right]^4}{T_g - T_p} \tag{I. 8}$$

La relation de Woschni s'applique bien aux moteurs modernes dans lesquels la turbulence et le transfert de chaleur par convection ne sont pas négligeables [10].

### I.5.3. Corrélations pour coefficient d'échange global

On trouve plus d'une centaine de références sur ce type de corrélations. Elles sont principalement issues d'études expérimentales basées sur la mesure directe du flux thermique échangé en fonction des paramètres de fonctionnement du moteur.

La corrélation la plus utilisée est celle élaborée en 1967 par Woschni [2]. Elle est basée sur l'hypothèse que l'écoulement est turbulent et que la convection est forcée aussi bien dans les moteurs Diesel que dans les moteurs à allumage commandé. En considérant que les méthodes expérimentales utilisant la température de surface ne convenaient pas, ces données expérimentales étant entachées d'une dispersion importante, l'auteur a préféré utiliser un bilan global sur le moteur pour déterminer, pour chaque phase du cycle thermodynamique, la quantité de chaleur cédée aux parois. Sa formulation du coefficient d'échange global  $h_G$  en  $Wm^{-2}K^{-1}$  est la suivante :

$$h_G = 0.013 D^{-0.2} P^{0.8} T^{-0.53} V^{0.8} \quad (I. 9)$$

Avec :

D, le diamètre de l'alésage (m) ;

P et T, la pression (bar) et la température (K) dans le cylindre. V définit une vitesse caractéristique telle que :

$$V = \left[ c_1 \overline{V}_p + C_2 \frac{V_c T_1}{p_1 V_1} (p - p_0) \right] \quad (I. 10)$$

Où :  $V_c$  est la cylindrée unitaire ( $m^3$ ),

$p_1$ ,  $T_1$  et  $V_1$  respectivement la pression (bar), la température (K) et volume ( $m^3$ ) de la chambre de combustion à un instant de référence (la fermeture de l'admission ou le début de la compression),

$\overline{V}_p$ , la vitesse moyenne du piston (m/s),

$p_0$ , la pression atmosphérique (bar),

$C_1$  et  $C_2$  désignent les coefficients spécifiques à chaque phase du cycle moteur. Le tableau I.2 donne les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  utilisés.

Tableau I.2 – Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  de la corrélation de Woschni

Phase	$C_1$	$C_2$ (K-1)
Admission échappement	6.18	0
compression	2.28	0
Combustion détente	2.28	$3.24 \cdot 10^{-3}$

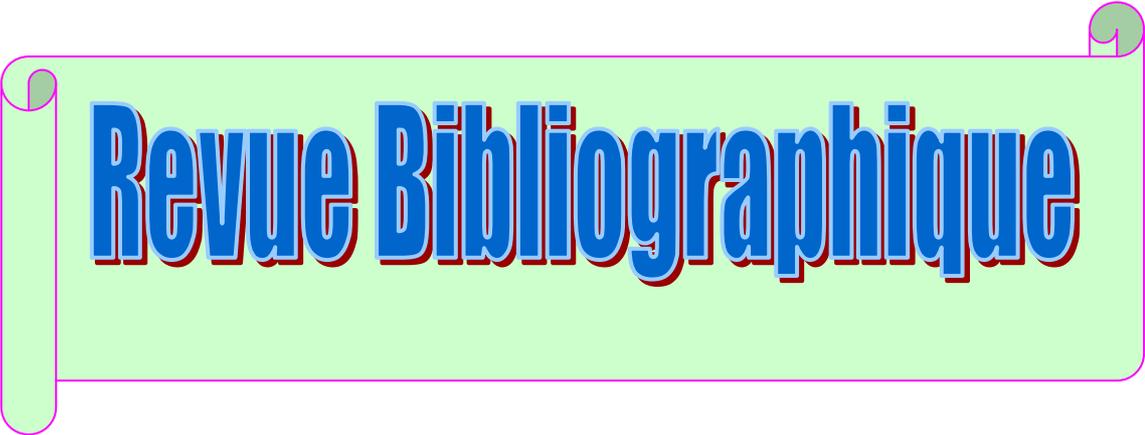
Woschni a complété sa corrélation, en y incluant les effets du « swirl ». Ces effets sont traduits par l'intermédiaire du coefficient  $C_1$ , dont les nouvelles expressions sont présentées dans le tableau I.3.

Dans le tableau (I.3),  $v_U$ , Vaut  $\frac{D\omega_p}{2}$ ,  $\omega_p$ , représente la vitesse de rotation caractéristique du « swirl » et D le diamètre de l'alésage [2].

Tableau I.3 – Coefficient  $C_1$  de la corrélation de Woschni avec effet de « tourbillon (swir) ».

phase	$C_1$
Admission	$6.18 + 0.417 \frac{v_U}{V_p}$
Compression, combustion, détente	$2.28 + 0.308 \frac{v_U}{V_p}$

# Chapitre II :



## Revue Bibliographique

La modélisation des transferts thermiques dans les moteurs à combustion interne remonte à plusieurs décennies [11]. En dépit des analyses expérimentales et théoriques qui ont accompli des progrès considérables [12], un modèle prédictif satisfaisant n'est pas encore à jour. Parmi les problèmes rencontrés dans le calcul des transferts convectifs, le coefficient d'échange,  $h_c$ . Plusieurs auteurs ont proposé des relations empiriques pour calculer sa valeur. Ces relations exigent la connaissance des propriétés du fluide en écoulement et la maîtrise des processus de transferts thermiques ayant lieu dans ces problèmes.

Dans ce que suit, nous allons nous intéresser à présenter une revue bibliographique des travaux antérieurs relatifs au refroidissement des moteurs à combustion interne et à la modélisation du transfert thermique dans les moteurs, pour la détermination du coefficient d'échange entre l'écoulement du fluide et les parois du moteur.

### **II.1. Refroidissement des moteurs à combustion interne**

Dans la conception des moteurs à combustion interne (MCI), l'estimation exacte du transfert de chaleur requiert une importance considérable étant donné que le paramètre thermique est un facteur qui peut affecter les performances, l'efficacité et l'émission des gaz à travers le moteur. Dans les régions ayant de hautes valeurs du flux de chaleur, les contraintes thermiques doivent être gardées au-dessous des niveaux qui peuvent causer la rupture (les températures doivent être gardées approximativement au-dessous de 400 °C pour la fonte et 300 °C pour les alliages de l'aluminium). Dans ce que suit nous allons nous intéresser à présenter une revue bibliographique des travaux antérieurs relatifs au refroidissement des moteurs à combustion interne et la modélisation du transfert thermique dans des moteurs pour la détermination du coefficient d'échange entre l'écoulement du fluide et les parois du moteur.

- Les premiers travaux sur l'aspect thermique des moteurs à combustion interne remontent à 1875 où le français Alexis de Bishop [5] a utilisé l'air pour le refroidissement de son moteur sans compression préalable, de type mixte, et qui comportait un cylindre entouré d'ailettes métalliques augmentant ainsi la surface d'échange avec l'air. Ce type de refroidissement est surtout utilisé pour les moteurs équipant les vélomoteurs et motocyclettes de faible cylindrée, mais aussi sur des automobiles, comme certaines Porsche, GS, la 2CV ou la Coccinelle. Le refroidissement par air est aussi la norme pour les moteurs à pistons

équipant les avions. Le refroidissement à air a longtemps été la référence pour les moteurs de motocyclette (même s'il a toujours existé des moteurs de motocyclette à refroidissement liquide), mais les problèmes entraînés par le haut rendement de ces moteurs (casses, usure prématurée) ont conduit à la quasi généralisation du refroidissement liquide, malgré les avantages spécifiques pour la motocyclette du refroidissement à air (encombrement, poids, simplicité, prix). Il peut être optimisé par l'utilisation d'un ventilateur, dont la présence ne révèle toutefois pas toujours un refroidissement à air, car il dissipe parfois la chaleur du radiateur d'un système de refroidissement liquide.

- En 1948, J.C. Sanders et W.B. Schramm [13] ont analysé la variation de la température du piston avec dimensionnement et refroidissement de la couronne du piston. L'analyse théorique présentée permet d'estimer les changements de la distribution de température du piston induite par les variations de l'épaisseur de la couronne, l'épaisseur de la rainure du coussinet, et le coefficient du transfert de chaleur à la surface de la couronne. L'analyse a consisté au calcul des températures d'opération à plusieurs points dans le corps du piston. D'après la base expérimentale, ils ont déterminé le coefficient de transfert de chaleur et la température de la région en limite.

- En 1981, Hai Wu et Robert A. Knapp [14] ont développé une méthode numérique basée sur la méthode des éléments finis pour étudier les conditions thermiques dans un moteur d'automobile à essence. Ils ont analysé le transfert de chaleur dû aux gaz brûlés dans le cylindre et l'effet du fluide refroidissant. La formulation de cette étude est basée sur la considération que le régime d'écoulement est bidimensionnel et permanent pour calculer la distribution de température et le flux de chaleur évacué à travers les parois pour trois différents types de moteur.

- En 1988, RAVINDRA PRASAD et N. K. SAMRIA [15] ont étudié le transfert de chaleur en régime transitoire et la distribution de température à travers les soupapes d'admission et d'échappement pour trois moteurs diesel différents à l'aide d'une approche numérique basée sur la méthode des différences finis, le problème a été étendu en appliquant une couche de céramique de 2 mm d'épaisseur au pieds de la soupape, les résultats de l'étude ont montré une réduction de perte de chaleur pour les soupapes isolées par la couche de céramique, cet étude a été réalisée dans le but d'améliorer la performance du moteur.

La solution des problèmes de transfert de chaleurs dans les moteurs à combustion internes est assez complexe pour les raisons suivantes :

- La température des gaz dans le cylindre varie cycliquement.
- Les soupapes ont généralement une géométrie axisymétrique, elles sont soumises à des conditions aux limites de température et de coefficient de transfert très variables.
- L'estimation exacte des valeurs de température et de coefficient de transfert de chaleur sont eux même un problème majeur.

- Durant la même année c'est à dire en 1988, G.Woschni et W. Spindler [16] ont mené une étude sur l'isolation des parois de la chambre de combustion avec pour objectif réduction considérable de la consommation du combustible, une réduction marquée de l'écoulement de et le flux de chaleur vers l'eau de refroidissement, avec une augmentation considérable de l'énergie des gaz d'échappement.

- En 1996, Laurent Jarrier et Dominique Gentile [17], ont présenté une méthode d'élaboration d'un modèle du comportement thermique transitoire d'un moteur à combustion interne après un démarrage à froid. L'état thermique global du moteur, qui a une incidence directe sur ses performances (consommation et pollution), est bien représenté par la température du liquide de refroidissement, elle-même conditionnée par le flux de chaleur cédé par les parois du moteur. La température d'huile a une influence importante sur le surcroît de puissance perdue par frottement pendant le régime transitoire, une modélisation nodale des phénomènes thermo-hydrauliques au sein du moteur a été développée. Les différents modes de transferts de chaleur sont décrits en termes de conduction, de convection et de rayonnement, et sont globalisés sur les surfaces de contact des volumes de contrôle associés aux différents nœuds. Des corrélations classiques sont utilisées pour la détermination des coefficients d'échanges thermiques. La simulation a consisté à résoudre un système d'équation non linéaire couplée, où chaque équation retranscrit l'écriture du bilan énergétique sur un nœud du modèle. Les résultats numériques des simulations ont été comparés aux résultats expérimentaux. Une étude paramétrique du modèle permis d'évaluer l'influence de différents facteurs sur les résultats numériques. Cette étude a permis de conclure quant à l'intérêt de la méthode nodale, et de définir les chemins pour futurs travaux.

- En 1997 YONG LIU et R.D. REITZ [18], ont développé avec succès deux codes de calcul HCC et KIVA-II [19] basé sur l'étude de la conduction de chaleur bidimensionnelle et (axisymétrique) en régime transitoire à travers les murs de la chambre de combustion d'un moteur, dans le but de prédire les températures aux parois. La méthode numérique utilisée dans cette étude est EDA (Explicite Direction Alternatif), c'est une méthode explicite, inconditionnellement de différence finis et stable. De plus, la méthode a été appliquée pour des problèmes réels de transfert de chaleur dans un moteur Isuzu et un moteur diesel Caterpillar, et a donné un bon accord avec les résultats expérimentaux disponibles. Le transfert de la chaleur du gaz brûlé au système refroidissant d'un moteur diesel conventionnel estime pour jusqu'à 30% d'énergie du combustible. Approximativement 50% de cette énergie est perdue à travers le piston et 30% à travers sa tête [20].

- En 1999, B. Wang, Y. Cao, R. Wang, F. Mignano, et G. Chen [21], ont mené une étude sur le refroidissement de la tête du piston. Le coefficient de transfert de chaleur sous l'environnement réciproque de l'appareil expérimental et la conductance thermique effectif de circulation de fluide refroidissant est déterminé en corrélant les calculs numériques avec les mesures expérimentales. Les résultats indiquent que le concept de ce refroidissement présenté dans ce rapport peut fournir un moyen efficace pour contrôler la température du piston opérant sous des conditions réelle.

- En 2000, Gobin Benoit et Lecointe Yves [22], ont mené un travail sur la modélisation tridimensionnelle de la chambre de combustion et du circuit de refroidissement des moteurs. Ils ont étudié les problèmes thermiques mis en jeu dans les moteurs à combustion interne qui sont essentiellement, la combustion dans la chambre, la conduction dans les parois et la convection forcée dans le circuit de refroidissement. Ces phénomènes ont comme particularités d'interagir mutuellement d'un point de vue thermique et d'avoir des temps caractéristiques sensiblement différents. Pour optimiser les procédés industriels via la simulation, il est nécessaire de prendre en compte le système global. Ils ont choisi dans ce travail une approche multi- codes. Ainsi, le découplage numérique et géométrique doit conduire à l'optimisation des temps de calcul et une meilleure appréhension des phénomènes physiques dans chaque domaine en utilisant des codes appropriés distincts. La difficulté majeure consiste à assurer la continuité du flux thermique et de la température à l'interface des domaines fluides et solides en échangeant ces deux grandeurs entre les codes. Un couplage 1D solide/solide puis 2D fluides/solide à été utilisé. Ils ont validé numériquement, par une

approche mono- code, différents algorithmes de couplage pour suivre les régimes thermiques présents dans les moteurs en cherchant à optimiser les temps de calcul. Une validation expérimentale du code FLUENT, utilisé pour l'approche mono- code, est réalisée. Ils ont montré qu'il est possible de suivre un transitoire thermique avec un couplage sans itérations au sein d'un pas de temps, si le pas de temps de couplage est petit devant les échelles de temps dans la paroi, le temps de calcul étant toujours très grand dans les moteurs. Ils ont proposé un algorithme pour modéliser un état thermique stationnaire. Une application moteur tridimensionnelle KIVA/FLUENT finalise ce travail pour mettre en évidence les atouts de couplage.

**Remarque :**

D'après l'étude bibliographique sur le système de refroidissement des moteurs à combustion internes, nous avons constaté que les travaux sur le refroidissement des moteurs par l'air via des ailettes longitudinales placés autour du cylindre sont beaucoup moins nombreux. A cet effet, nous nous intéressons à présenter une revue bibliographique des travaux sur la convection dans une conduite munie d'ailettes annulaires.

## **II.2. Transfert de chaleur à l'intérieur des conduites munies d'ailettes**

Les travaux concernant le transfert de chaleur dans les écoulements avec convection dans les conduites munies d'ailettes sont beaucoup moins nombreux que dans les conduites sans d'ailettes. Les ailettes sont utilisées afin d'augmenter la surface d'échange thermique donc le flux de chaleur échange. Leur implication nécessite la prise en compte du problème conjugué dans l'étude. Dans cette partie, on peut distinguer deux catégories de travaux: tubes avec ailettes externes et internes.

### **II.2.1 Tubes avec ailettes externes**

Des travaux sur la convection dans une conduite munie d'ailettes annulaires, disposées uniformément le long de la direction axiale ont été effectués par plusieurs auteurs. Sparrow et Charmchi (1980) [23], ont abordé le cas le plus simple, en résolvant uniquement l'équation de l'énergie dans le fluide avec des conditions thermiques périodiquement variables, relatives aux parties avec et sans ailettes sur le tube. L'écoulement étant considéré développé au sens hydrodynamique et la diffusion axiale de la chaleur a été négligée.

Moukalled et Acharya (1988) [24], a repris ce travail en considérant cette fois-ci la conduction de la chaleur dans la paroi du tube, le problème est régit par deux équations d'énergie; l'une pour le fluide et l'autre pour le solide. La diffusion axiale de la chaleur a été considérée seulement dans la partie solide. La résolution des deux équations a été faite à l'aide d'une procédure itérative. Il a été constaté que, la diffusion thermique de la chaleur devient importante pour des valeurs élevées de la conductivité thermique de la paroi ou de l'espace entre deux ailettes.

Moukailed et al. (1992) [25], ont poursuivi leurs travaux par la prise en compte du développement de la couche limite turbulente. Ceci a donné un total de trois équations à résoudre (quantité du mouvement. Energie dans le fluide et dans le solide). La diffusion axiale de la chaleur dans le fluide a été toujours négligée et la théorie de la longueur de mélange a été adoptée pour l'écoulement turbulent. Les résultats ont aboutit aux mêmes conclusions citées plus haut. En plus, l'augmentation du coefficient d'échange thermique avec l'extérieur a pour conséquence, l'augmentation de la diffusion axiale de la chaleur. Pour toutes ces études, la conduction radiale de la chaleur dans le solide a été négligée, ce qui limite l'étude aux cas des ailettes minces. En plus, dans tous ces travaux, il a été considéré que la chaleur n'affecte pas l'écoulement (convection forcée). Cette hypothèse reste plausible tant que les mouvements secondaires induits par la convection naturelle soient relativement faibles.

On note que dans la plupart des travaux cités dans cette partie, l'étude de l'écoulement n'est pas prise en considération et le coefficient d'échange par convection entre la paroi et le fluide est considéré comme paramètre connu, calculé à partir des corrélations existantes. L'effet de la convection naturelle, qui contribue à augmenter l'échange thermique et à accélérer le fluide quand elle agit dans le même sens que les forces d'inertie a été négligé dans la plupart des cas.

La convection mixte a été introduite par la suite par Moukalled et al. (1995) [26], pour l'étude du même système dans le cas d'un écoulement ascendant ou descendant. Pour la résolution des équations pour le fluide et pour le solide, une procédure itérative a été adoptée. Il a été constaté que, la conduction dans la paroi de la conduite augmente l'intensité des mouvements secondaires (convection naturelle) et la quantité de chaleur globale transférée au fluide dans le cas où les forces d'Archimède et les forces d'inertie seraient dans le même sens. Cependant, elle diminue l'échange de chaleur dans le cas où ces forces seraient opposées. Dans le cas d'un fluide descendant, l'écoulement est ralenti par la présence des forces

d'Archimède et la diffusion axiale devient relativement importante, ce qui peut mettre en cause l'hypothèse du modèle parabolique adoptée. En plus, la pondération du nombre de Biot entre les deux parties de la conduite (sans et avec ailettes) peut conduire à une surestimation de la chaleur transférée notamment dans le cas des parois à faible conductivité thermique.

### II.2.2. Tubes avec ailettes internes

Dans cette catégorie d'études, les ailettes agissent directement dans le fluide à l'intérieur de la conduite, ce qui a comme conséquence négative, l'augmentation des pertes de charge. Il est donc intéressant d'évaluer le rapport entre la quantité du flux de chaleur supplémentaire apportée par les ailettes et la puissance additionnelle nécessaire pour compenser les pertes de charge.

Webb et Scott (1980) [27] dans leurs travaux sur l'influence des paramètres des ailettes placées à l'intérieur des conduites d'un échangeur de chaleur ont montré qu'on peut réduire de 10% la masse de la matière constituant les tubes- ailettes avec la même puissance de la pompe de circulation et la même quantité d'énergie échangée. Les auteurs ne recommandent pas d'augmenter la hauteur des ailettes au delà de 2 mm. A notre avis, cette étude, pourrait être complétée par la considération des coûts de fabrication du système.

Rustum et Soliman (1988) [28] ont réalisé une étude expérimentale sur les pertes de charge et le transfert de chaleur à l'intérieur de conduites munies d'ailettes longitudinales intérieures. L'écoulement est laminaire et en convection mixte. Le cas d'un tube nu (sans ailettes) a été étudié également dans le but de comparaison. Une corrélation empirique donnant la variation du nombre de Nusselt moyen asymptotique (écoulement développé) en fonction du nombre de Raleigh a été établie.

Rustum et Soliman (1990) [29] ont poursuivi ces travaux par une étude numérique sur la convection mixte dans le système pour plusieurs paramètres géométriques d'ailettes. Ces derniers, influent considérablement sur les écoulements principal et secondaire, ce qui influe automatiquement sur l'échange thermique et le facteur de frottement. Notons que l'étude a été limitée au cas d'un écoulement développé avec des conditions thermiques de type flux uniformes appliqués le long du tube à température constante suivant la direction tangentielle.

Shome (1998) [30], a présenté des travaux sur la convection mixte dans une conduite horizontale munie d'ailettes trapézoïdales le long de l'écoulement avec variation du nombre

Prandtl. L'écoulement est considéré développé thermiquement et hydrodynamiquement. L'auteur a utilisé un modèle parabolique étant donné que la diffusion axiale de chaleur et de quantité de mouvement a été négligée. Il a été constaté qu'il n'est pas avantageux d'augmenter ni le nombre ni la hauteur des ailettes au-delà de certaines valeurs, car ceci réduit considérablement le coefficient d'échange thermique étant donné que la vitesse de l'écoulement devient faible d'après l'auteur. A notre avis, cette situation pourrait augmenter l'importance de la diffusion axiale, ce qui peut mettre en cause le modèle parabolique.

### **II.3. Convection naturelle autour d'un cylindre à surface ailettées**

La convection naturelle autour d'un cylindre horizontal est un sujet relativement ancien, qui a déjà été étudié en utilisant des méthodes analytiques, numériques et expérimentales. Les trois articles relativement récents publiés par Wang et al. [31, 32] et Saito et al. [33] fournissent une liste complète d'articles sur ce sujet.

Afin d'augmenter le flux de chaleur évacué, au travers d'un cylindre, la surface d'échange thermique est augmentée par des surfaces ailettées. Selon les applications, les ailettes peuvent être fixes sur la surface interne ou externe au cylindre.

Pour des ailettes radiales, d'épaisseur uniforme, fixées à un cylindre, chaque surface d'ailette est parallèle à un plan de coordonnées polaires, ceci rend la discrétisation du domaine physique plus facile. Ce n'est malheureusement pas le cas pour les ailettes longitudinales d'épaisseur uniforme fixées à un cylindre. Les articles récents, traitant les problèmes de convection d'un cylindre horizontal avec des ailettes longitudinales sont ceux de Bassam et al. [34, 35] et Haldar et al. [36]. Néanmoins, ces travaux [37 – 36] présentent deux inconvénients majeurs dans les hypothèses de travail à savoir : la considération que les ailettes sont à température de base constante et que leur épaisseur est négligeable.

Quand l'épaisseur de l'ailette est supposée nulle, la variation de la température à travers les ailettes ne peut pas être déterminée numériquement, ce qui nécessite la considération d'une température uniforme à la base de l'ailette. Ces deux hypothèses rendent le problème éloigné de la réalité. En fait, cette étude montre que la réduction de l'épaisseur d'ailette entraîne une plus grande variation de la température de la base au bout des ailettes. Ainsi les deux hypothèses, température à la base des ailettes constante et épaisseur d'ailettes négligeable ne sont pas compatibles entre elles. La non prise en compte de ces hypothèses offre des opportunités d'avoir des résultats plus réalistes que ceux rapportés précédemment.

Avec l'introduction de l'épaisseur d'ailette, les résultats dépendent maintenant de deux paramètres additionnels, l'épaisseur d'ailette elle-même et sa conductivité thermique.

#### II.4. Coefficient de transfert thermique

L'évolution du coefficient d'échange thermique a été déterminée à partir des mesures de température aux points intérieurs du solide, et des mesures de la température du fluide. Les paramètres inconnus liés à la solution ont été choisis pour appliquer la loi des moindres carrés entre les températures calculées et celles mesurées en utilisant la méthode de Levenberg–Marquardt [38]. Le problème de la méthode des moindres carrés non-linéaire est paramétrée en supposant que coefficient d'échange thermique sur la frontière est variable, ou en exprimant les variations de ce coefficient de transfert thermique sous sa forme fonctionnelle. La détermination de la distribution circumférentielle du coefficient de transfert thermique sur un tube chauffé avec deux ailettes longitudinales dans l'écoulement en travers démontre l'exactitude de la méthode développée. Les données expérimentales réelles ont été employées. Des expériences ont été exécutées avec une rangée de tubes verticaux disposés dans le modèle décalé.

Il y a plusieurs méthodes pour mesurer les coefficients locaux de transferts thermiques. Une catégorie commune est la méthode de transfert de masse [39, 40]. La méthode de sublimation de naphthalène est une des méthodes les plus commodes de transfert de masse qui est particulièrement utile dans l'étude des écoulements à géométries complexes. Une autre technique largement répandue est celle développée dans les références [41, 42, 43].

Les deux techniques ont été utilisées avec un succès considérable. Cependant, elles présentent certaines difficultés, les limitations de la méthode de sublimation de naphthalène sont les températures élevées. La thermographie en liquide cristal a une gamme de température limitée de  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ainsi elle n'est pas faisable pour des objets à températures élevées. Des coefficients locaux et moyens de transfert thermique peuvent être déterminés en empruntant la voie des simulations numériques CFD. L'écoulement et le transfert thermique dans les échangeurs de chaleur des tubes avec ailettes ont été étudiés dans [44, 45]. Les distributions locales de transfert thermique et la performance thermique des échangeurs de chaleur des tubes à surfaces ailettées avec les arrangements décalés de tube ont été déterminées en utilisant le code CFD, FLUENT [45]. La relation entre l'écoulement turbulent et le transfert thermique dans des échangeurs de chaleur à tube ailettes a été étudiée

dans [46]. Des techniques optiques de mesure ont été également appliquées aux techniques des transferts thermiques [47].

Une méthode alternative pour obtenir le coefficient local de transfert de chaleur convectif est celle de la méthode inverse. La détermination spatio-temporelle du coefficient de transfert thermique sur une surface à forme complexe exige la solution du problème inverse non-linéaire de conduction de la chaleur [48 –50]. Les paramètres inconnus liés à la solution sont choisis par la loi des moindres carrés entre les températures calculées et mesurées, en utilisant la méthode de Gauss– Newton, conjointement avec la décomposition des valeurs singulières ou les méthodes modifiées de Gram– Schmidt, dont toutes les deux sont les solutions numériques alternatives de la méthode de Levenberg– Marquardt [38]. Hensel and Hills [51] ont approché le problème stationnaire bidimensionnel inverse de la conduction de chaleur en utilisant la méthode des moindres carrés linéaire. La linéarisation du problème des moindres carrés est accomplie en supposant une température inconnue [51] ou les températures avec les flux de chaleur [50, 52] aux frontières. La frontière est divisée en un grand nombre d'éléments, où l'on suppose que les températures ou les flux de chaleur sont constants sur chaque élément. Après avoir déterminé les valeurs de la température et du flux de chaleur, les coefficients de transfert de chaleur convectifs sont déterminées à partir de la loi de refroidissement de Newton. Les essais numériques [51, 52] et expérimentaux ont démontré que la distribution spatiale du coefficient de transfert thermique peut être estimée avec une bonne précision si la division de la frontière dans des éléments est très bonne. Cependant, si le nombre de segments sur la frontière est trop petit, la température ou le flux de chaleur au-dessus d'un élément ne peut pas être déterminé avec de bonnes approximations.

## II.5. Conclusion

A travers cette analyse bibliographique, il ressort que la détermination du coefficient d'échange convectif a donné lieu à peu de travaux, parmi lesquels on peut citer les références [46] et [53]. Parmi les objectifs fixés dans le cadre de ce mémoire, la détermination spatio-temporelle du coefficient d'échange, occupe une place privilégiée.

# Chapitre III :

**Modèles, Physique et Mathématique**

En raison de l'importance qu'ils présentent dans le domaine industriel (échangeurs de chaleur, refroidissement des composants électroniques, refroidissement des moteurs à combustion interne via des ailettes implantées autour du cylindre ...), les transferts de chaleur par convection dans les cavités de géométries complexes ont fait l'objet de nombreuses investigations. Le comportement dynamique complexe du fluide au niveau des parois ailettées a fortement motivé les chercheurs à aller vers le devant dans ce domaine.

Le présent travail est relatif à une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité à parois latérales adiabatiques et à fond à surface ailettée chauffée transversalement par une température variable, cette dernière est déterminée à partir de l'étude numérique de la conduction à travers les parois du cylindre. Le flux de chaleur est déterminé en calculant les nombres de Nusselt locaux et moyens pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

Les transferts de chaleur dans les différents organes du moteur sont de types conductifs, convectifs et radiatifs. Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes intéressés aux transferts thermiques purement convectifs dans l'organe qu'on se propose d'étudier (cylindre à surface ailettée). A cet effet, la convection naturelle autour de la surface ailettée du cylindre est analysée afin de trouver le coefficient d'échange convectif numériquement.

Dans ce qui suit, on présentera les modèles, physique et mathématique, utilisés. Les équations gouvernantes et les hypothèses relatives aux transferts thermiques conductifs et convectifs, dans et à travers les parois du cylindre à surface ailettée, seront détaillées. Les paramètres géométriques et les conditions, initiale et aux limites, pour les deux modes de transferts thermiques seront également examinés.

### **III.1. Conduction à travers les parois du cylindre**

#### **III.1.1. Modèle mathématique**

Le transfert de chaleur est de type conductif dans les parois du cylindre. Il se fait suivant deux directions privilégiées : la direction radiale suivant le rayon  $R$  et la direction axiale suivant «  $x$  »; le transfert dans la direction angulaire est supposée négligeable, ce qui permet de considérer que le problème est bidimensionnel et axisymétrique.

L'équation de conduction de chaleur s'écrira dans ce cas :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + S \quad 3.1$$

Où : T : la température ;

S : le terme source ;

$\rho$  : La masse volumique ;

$C_p$  : La chaleur spécifique ;

K : la conductivité thermique.

Dans le cadre de cette étude, la génération interne de chaleur est nulle ( $S=0$ ), l'équation précédente s'écrira :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad 3.2$$

### III.1.2. Conditions aux limites

#### III.1.2.1. Condition à la limite supérieure :

La partie externe de la chemise est en contact avec l'air, de température  $T_\infty = 313 \text{ K}$  et de coefficient de transfert convectif  $h_\infty$ , pris constant et égal à  $35 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ .

#### III.1.2.2. Conditions à la limite inférieure :

La limite inférieure correspond à la frontière avec la chambre de combustion, la condition à la limite correspondante est une condition de convection avec une température de gaz  $T_g$  et un coefficient de transfert convectif variable  $h_g$  (donnée par corrélation de Woscheni [2]) calculé comme suit :

$$h_g = 0,23(1+b) \cdot \left( \frac{P_g^{0.7}}{T_g^{0.2} * D^{0.3}} \right)$$

$$\text{Où } D = \frac{8 * 10^{-2} * L}{4 * 10^{-2} + L}$$

$$Tg = 2700 * \left(\frac{6 * 10^6}{Pg}\right)^{-0.22}$$

$$Pg = 6 * 10^6 * \left(\frac{0.01}{L}\right)^{1.28}$$

$$L = 0.01 + (14.4 * (i * \Delta t)) ;$$

Avec :

L : longueur du volume occupé par le gaz à un instant donné ;

D : diamètre équivalent ;

b : paramètre dépendant de la géométrie de la chambre.  $(-0.3 < b < 0.2)$  ;

i : nombre entier, pour notre cas varie de 1,2, ... 100.

La figure III.1 représente le modèle physique utilisé :

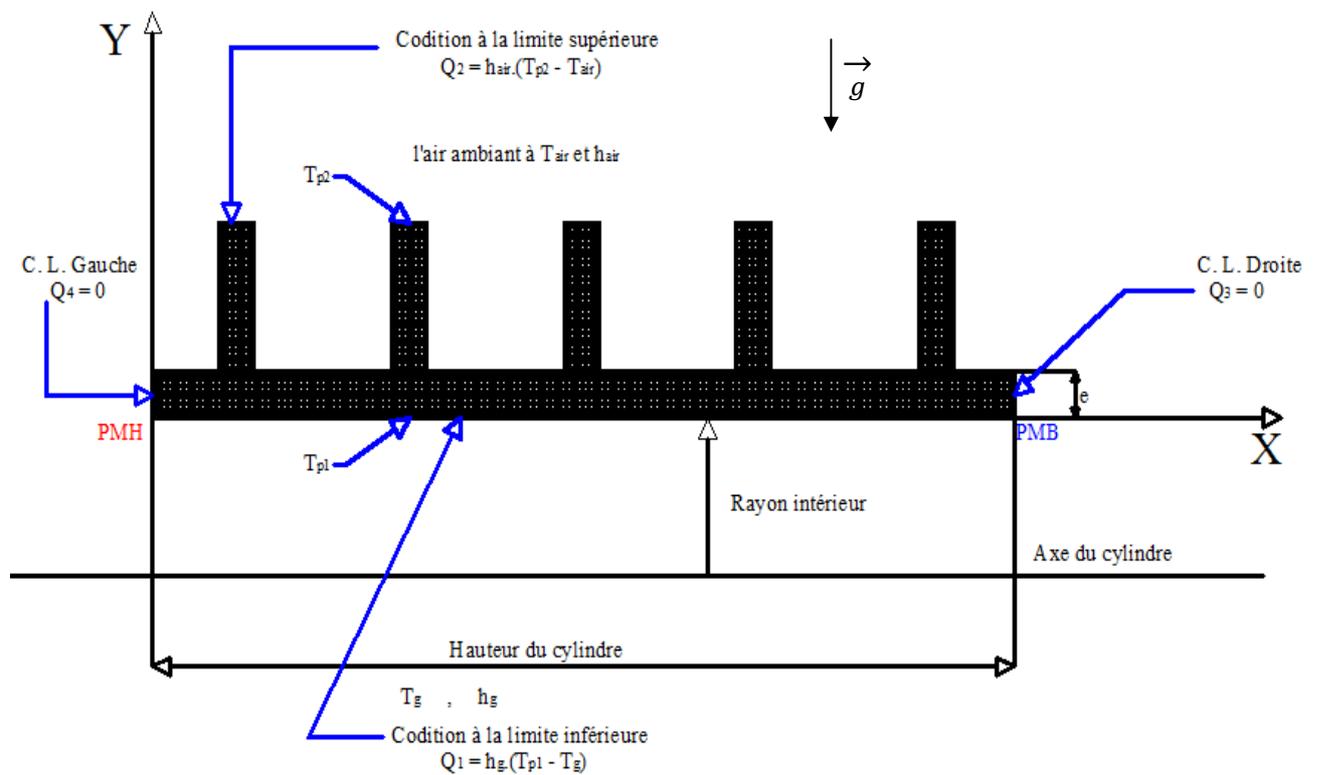


Figure (III.1). schématisation de domaine d'étude et conditions aux limites .

**III.1.2.3. Conditions à la limite droite:**

La conduction radiale étant plus importante que la conduction longitudinale, le flux de chaleur axiale est considéré négligeable.

**III.1.2.4. Conditions à la limite gauche:**

Le cylindre est séparé de la culasse par un joint d'étanchéité isolant, la condition sur cette limite est considérée de type adiabatique.

**III.2. Convection naturelle autour de la surface externe du cylindre à ailettes****III.2.1. Hypothèses :**

Les modèles mathématiques sont établis moyennant la considération d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, les formulations seront basées sur les hypothèses ci-dessous :

- Le fluide est satisfait l'approximation de Boussinesq [54], qui stipule que la variation de la densité,  $\rho$ , avec la température est négligeable excepté dans le terme de flottabilité de l'équation du mouvement. L'expression de la densité dans le terme de flottabilité est ainsi linéarisée selon :

$$\frac{\rho(T)}{\rho(T_0)} = 1 - \beta(T - T_0) \quad 3.3$$

Avec :  $\rho$  , la densité du fluide ;  $T$ , la température locale du fluide ;  $T_0$ , la température de référence et  $\beta$  , le coefficient d'expansion thermique du fluide.

- Le fluide est considéré visqueux et Newtonien ;
- Les vitesses sont relativement faibles en convection naturelle, le terme de la dissipation visqueuse est négligeable ;
- Les propriétés physiques et thermodynamiques de l'air sont supposées constantes hormis la masse volumique qui est fonction de la température ;
- Le fluide est complètement transparent (pas d'échange par rayonnement au sein du fluide) ;

- Le transfert de chaleur par rayonnement avec l'extérieur n'a pas été pris en compte ;
- L'écoulement est en régime instationnaire.

### III.2.2. Modélisation mathématique

Les équations gouvernantes sont basées sur les équations de bilans de conservation (masse, énergie, quantité de mouvement) auxquelles il faut rajouter les relations de fermeture (Energie cinétique turbulente et taux de dissipation) correspondantes au modèle k- ε. Ces équations sont :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(v)}{\partial y} = 0 \quad 3.4$$

- **Equations de conservation de la quantité du mouvement suivant la direction x :**

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_t) \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad 3.5$$

- **Equations de conservation de la quantité du mouvement suivant la direction Y :**

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g \beta (T - T_0) \quad 3.6$$

- **Equation de conservation d'énergie :**

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad 3.7$$

- **Equation de l'énergie cinétique turbulente k :**

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon + D \quad 3.8$$

- Equation du taux de dissipation  $\varepsilon$  :

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] (c_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - \rho c_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad 3.9$$

$k$ , est l'énergie cinétique turbulente,  $\sigma_k$  est le nombre de Prandtl turbulent et  $\varepsilon$  est le taux de dissipation d'énergie.

Où :

$$P_k = \mu_t \left( 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$G_k = - \frac{\mu_t}{\sigma_T} g \beta \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\mu_t = \rho c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Avec :

$$c_\mu = 0.09, c_{\varepsilon 1} = 1.44, c_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_T = 0.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, f_\mu = f_1 = f_2 = 1.$$

### III.2.3. Equation générale de conservation

Les équations (3. 4) , (3.5), (3. 6), (3. 7), (3. 8) et (3. 9) peuvent être écrites sous une forme condensée. L'équation de transport d'une grandeur intensive  $\phi$  telle  $V$ ,  $T$ ,  $k$  et  $\varepsilon$  peut être mise sous une forme générale. Cette équation générale de transport s'écrit, en coordonnées cartésiennes, pour un écoulement d'un fluide incompressible et bidimensionnel (Patankar) [52] sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\phi)}{\partial y} = \Gamma_\phi \nabla^2 \phi + S_\phi \quad 3.10$$

Où :  $\phi$ , est la grandeur considérée ;  $\Gamma_\phi$ , le coefficient de diffusion et  $S_\phi$ , le terme source de la grandeur considérée.

On remarque que dans la mise en forme des équations pour chaque variable  $\phi$ , tous les termes non convectifs ou non diffusifs, sont inclus dans le terme source  $S_\phi$ . Le tableau (3.1) donne chaque terme de l'équation (3. 10) pour les différentes grandeurs calculées dans le cas de la convection naturelle en régime turbulent.

Dans le tableau (3.1), chaque terme  $\phi$ , permet d'écrire respectivement les équations de conservation suivantes :

- équation de continuité ;
- équation de conservation de la quantité de mouvement ;
- équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente ;
- équation de conservation du taux de dissipation de la turbulence.

**Tableau 3.1** : Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

Grandeur considéré	$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement suivant $x$	$u$	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement suivant $y$	$v$	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g \beta (T - T_0)$
Energie	T	$\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_T}$	0
Energie cinétique turbulente	k	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$P_k + G_k - \rho \varepsilon + D$
Taux de dissipation	$\varepsilon$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$(c_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - \rho c_{\varepsilon 3} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + E$

### III.2.3.1. Régime laminaire

Pour le régime laminaire, les équations (3. 8) et (3. 9) ne sont pas employées pour le calcul et la viscosité turbulente  $\mu_t$  est prise égale à zéro. Les variables  $u$ ,  $v$ ,  $p$  et  $T$  sont des quantités instantanées pour les calculs relatifs au régime laminaire.

### III.2.3.2. Régime turbulent

Pour le régime turbulent, les équations (3. 8) et (3. 9) sont résolues simultanément avec celles données par les relations (3. 4), (3. 5), (3. 6) et (3. 7). Les variables,  $u$ ,  $v$ ,  $p$  et  $T$  sont des quantités moyennées sur le temps.

Des données expérimentales plus récentes sur la convection naturelle dans une cavité chauffée ont été fournies par Ampofo et Karayiannis [55].

### III.2.4. Forme adimensionnelle des équations :

La forme adimensionnelle des équations permet de réduire le nombre de paramètres indépendants dans les équations et rend les solutions plus générales pour un ensemble donné de solutions. Les équations adimensionnelles sont formulées dans une forme conservative, dont l'avantage est de simplifier le problème, en regroupant les paramètres qui affectent l'écoulement au niveau des nombres adimensionnelles tels que : le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh, afin d'augmenter la vitesse de la convergence.

Le nombre de Prandtl est défini par :  $Pr = \frac{C_p \mu}{k_f}$ . Où :  $C_p$ , est la chaleur spécifique du fluide ;  $k_f$ , sa conductivité thermique et  $\mu$ , sa viscosité dynamique. Le nombre de Rayleigh est défini par :  $Ra = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T H^3 Pr}{\mu^2}$ . Où :  $\beta$ , est le coefficient de dilatation thermique du fluide et  $\rho$ , est la masse volumique.

L'indice inférieur « *ref* » représente une valeur de référence pour toutes les variables et, l'indice supérieur « \* » représente la variable adimensionnelle. Les variables adimensionnelles sont données comme suit :

$$u^* = \frac{u}{u_{ref}}, \quad v^* = \frac{v}{u_{ref}}, \quad T^* = \frac{T - T_{ref}}{T_h - T_c}, \quad x^* = \frac{x}{H}, \quad y^* = \frac{y}{H}, \quad P^* = \frac{P}{P_{ref}}, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}},$$

$$k^* = \frac{k}{k_{ref}}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_{ref}}, \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_{ref}}, \quad t^* = \frac{t}{t_{ref}}.$$

Avec :  $u_{ref} = \sqrt{g\beta\Delta TH}$  ,  $P_{ref} = \rho u_{ref}^2$ . La température de référence est donnée par :  $T_{ref} = \frac{(T_c + T_h)}{2}$ , et le temps de référence est défini par :  $t_{ref} = \frac{H}{\sqrt{g\beta\Delta TH}}$ .

Les valeurs de référence pour le taux de dissipation et l'énergie cinétique turbulente sont données à l'aide de la théorie de perturbation, décrite par Wilcox [56]. Elles sont données respectivement par :

$$\varepsilon_{ref} = \frac{u_{ref}^3}{H}; \quad k_{ref} = u_{ref}^2.$$

En utilisant les paramètres adimensionnels, les équations (3. 4) à (3. 9) peuvent être écrites comme suit (par omission de l'indice supérieur \*):

#### III.2.4.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(v)}{\partial y} = 0 \quad 3. 11$$

#### III.2.4.2. Equations de quantité du mouvement suivant la direction, x

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (2 \frac{\partial u}{\partial x})] + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})] \quad 3. 12$$

#### III.2.4.3. Equations de quantité du mouvement suivant la direction, Y

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) (2 \frac{\partial v}{\partial y})] + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})] + (T - T_0) \quad 3. 13$$

#### III.2.4.4. Equation de conservation de l'énergie

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{PrRa}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \frac{\mu_t Pr}{\sigma_T}) \frac{\partial T}{\partial x}] + \frac{1}{\sqrt{PrRa}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \frac{\mu_t Pr}{\sigma_T}) \frac{\partial T}{\partial y}] \quad 3. 14$$

**III.2.4.5. Equation de l'énergie cinétique turbulente k**

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon \quad 3.15$$

**III.2.4.6. Equation du taux de dissipation  $\varepsilon$** 

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + (c_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - \rho c_{\varepsilon 3} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad 3.16$$

Où :

$$P_k = \mu_t \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left( 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$G_k = - \frac{1}{\sqrt{\text{PrRa}}} \frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\mu_t = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \rho c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Les formes adimensionnelles des équations de bilans de conservation sont maintenant complétées par les relations de fermetures. Les températures  $T_c$  et  $T_h$  deviennent égales à 1 et à 0 sur une échelle adimensionnelle.

L'équation de transport adimensionnelle s'écrit sous la forme générale pour une grandeur générique  $\phi$  :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\phi)}{\partial y} = \Gamma_\phi \nabla^2 \phi + S_\phi \quad 3.17$$

Il faut noter que les mêmes équations sont utilisées dans la région occupée par le fluide et dans la paroi solide. Afin de s'assurer que les vitesses dans le solide soient nulles, les coefficients

de diffusion de la quantité du mouvement  $\Gamma_\phi$  dans le solide doivent tendre à l'infini (Patankar)[57]. Les différents paramètres de l'équation (3. 17) pour le cas du fluide et du solide sont présentés dans le tableau 3.2.

**Tableau 3.2 :** Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

Grandeur considérée	$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Masse	1	0	0
La quantité de mouvement suivant x	u	$\Gamma_u = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}}(\mu + \mu_t)$ (fluide) $\Gamma_u = 10^{20}$ (solide)	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})]$
La quantité de mouvement suivant y	v	$\Gamma_v = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}}(\mu + \mu_t)$ (fluide) $\Gamma_v = 10^{20}$ (solide)	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})] + (T - T_0)$
Energie	T	$\Gamma_T = \frac{1}{\sqrt{PrRa}} (\mu + \frac{\mu_t Pr}{\sigma_T})$ (fluide) $\Gamma_T = A = \frac{\Gamma_{Ts}}{\Gamma_{Tf}}$ (solide)	0
Energie cinétique turbulente	k	$\Gamma_k = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})$ (fluide) $\Gamma_k = 10^{20}$ (solide)	$P_k + G_k - \rho \varepsilon$
Taux de dissipation	$\varepsilon$	$\Gamma_\varepsilon = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})$ (fluide) $\Gamma_\varepsilon = 10^{20}$ (solide)	$(c_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - \rho c_{\varepsilon 3} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k}$

### III.2.5. Conditions aux limites spatio-temporelles :

Pour résoudre toutes les équations considérées pour cette étude, il est nécessaire de spécifier les conditions aux limites spatio-temporelles de toute la frontière du domaine d'écoulement. Résoudre un problème de convection conduction, consiste à déterminer à tout instant les distributions de pression, température et de vitesse.

En régime instationnaire, il est évidemment nécessaire de connaître l'état du système à un instant donné nommé instant initial. La figure 3. 2 montre le modèle physique ainsi que les conditions aux limites utilisées.

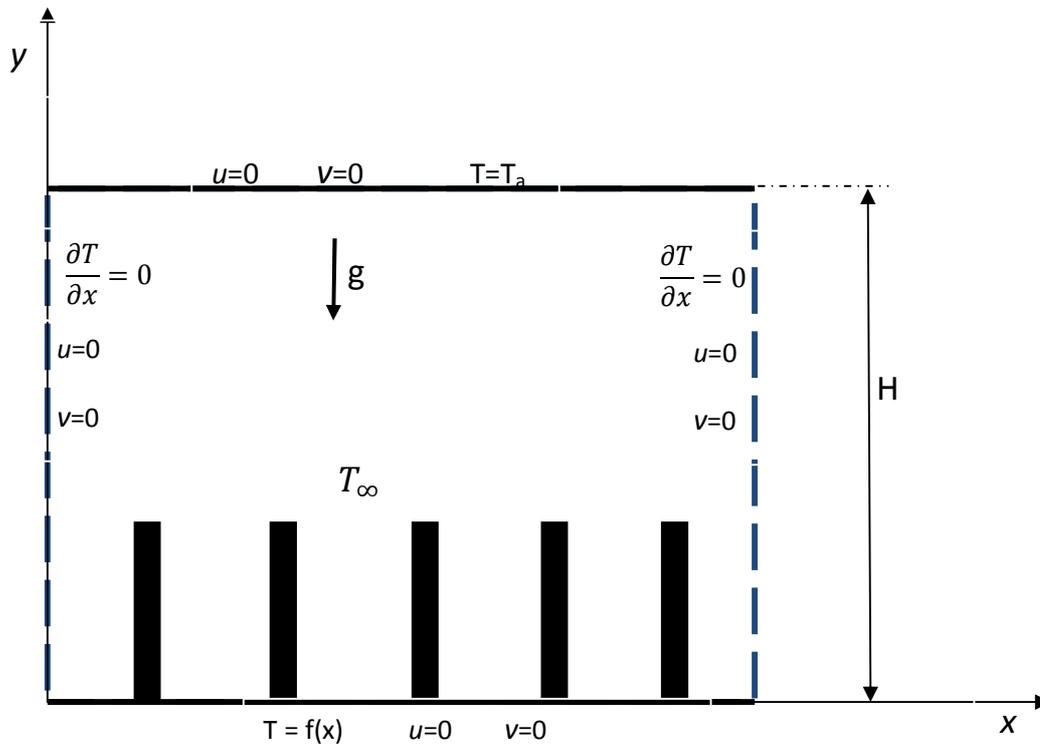


Figure 3.2 : Modèle physique et conditions aux limites

### III.2.5.1. Conditions initiales

Afin d'éviter les problèmes liés à la divergence du programme de calcul, nous devons considérer un état initial proche de la réalité. A l'instant  $t = 0$ , les grandeurs physiques sont prises comme suit :

La pression,  $P = P_0 =$  pression atmosphérique ;

La vitesse longitudinale,  $u = 0$  ;

La vitesse transversale,  $v = 0$  ;

L'énergie cinétique turbulente spécifique,  $k = 0,02 \text{ m}^2/\text{s}^2$  ;

Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente spécifique,  $\varepsilon = 0,02 \text{ m}^2/\text{s}^3$  ;

La température,  $T = T_0 = \text{cste}$ .

### III.2.5.2. Conditions aux limites

Pour les calculs d'écoulements turbulents aux frontières de la paroi, des fonctions peuvent être présentées pour les vitesses et la température aussi bien que pour  $k$  et  $\varepsilon$ . Cependant dans la formulation actuelle, des fonctions de paroi sont employées seulement pour  $k$  et  $\varepsilon$  et les autres variables sont résolues jusqu' aux frontières de la paroi.

#### III.2.5.2.1. Conditions aux limites pour les forces de flottabilité

Sur l'ensemble du domaine, nous avons appliqué des forces de flottabilité (moteur de la convection naturelle) conformément à l'hypothèse de Boussinesq, on donne l'accélération de pesanteur  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  et une température de référence  $T = 307 \text{ K}$ .

#### III.2.5.2.2. Conditions aux limites de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation :

Pour les nœuds situés près de la paroi, selon le standard de modèle  $k$ - $\varepsilon$ , l'énergie cinétique turbulente s'écrit comme suit :

$$k = \frac{(u^*)^2}{\sqrt{c_\mu f_\mu}} \quad 3.18$$

Où :  $u^*$ , désigne la vitesse de frottement donnée par :  $u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$

Et,  $\tau_w$  : la contrainte de cisaillement à la paroi :  $\tau_w = \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$

Le taux de dissipation  $\varepsilon$  pour les nœuds aux frontières de la paroi est donné par la formule empirique :

$$\varepsilon = \frac{(u^*)^3}{\kappa y} \quad 3.19$$

Où :  $\kappa$ , est la constante de Von Karman égale à 0.41, et  $y$  la distance normale à la paroi.

**III.2.5.2.3. Conditions aux limites sur les parois :**

- **Conditions aux limites sur les parois verticales :**

Pour la vitesse :  $u = v = 0$

Pour la température :  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$  (parois adiabatique)

- **Conditions aux limites supérieures :**

Pour la vitesse :  $u = v = 0$

Pour la température :  $T = T_a = 307 \text{ k}$  (température fixe imposée)

- **Conditions aux limites inférieures :**

Les vitesses  $u$  et  $v$ , sont données par les relations prescrites par le modèle  $k$ - $\varepsilon$  Standard.

Pour la température,  $T = T(x)$ , la partie inférieure est en contact avec les parois de la chemise. Elle est obtenue par résolution de l'équation de conduction à travers les parois du cylindre, après atteinte du régime permanent, on utilise les valeurs de température trouvées sur la limite supérieure de la chemise, comme conditions aux limites inférieures.

# Chapitre IV :

## Méthode de Résolution Numérique

Les équations gouvernantes régissant le phénomène physique de convection naturelle sont des équations aux dérivées partielles dont la résolution se fait par l'utilisation de méthodes numériques. Ces dernières consistent à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cet étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution. Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir La méthode des éléments finis, La méthode des différences finies et La méthode des volumes finis.

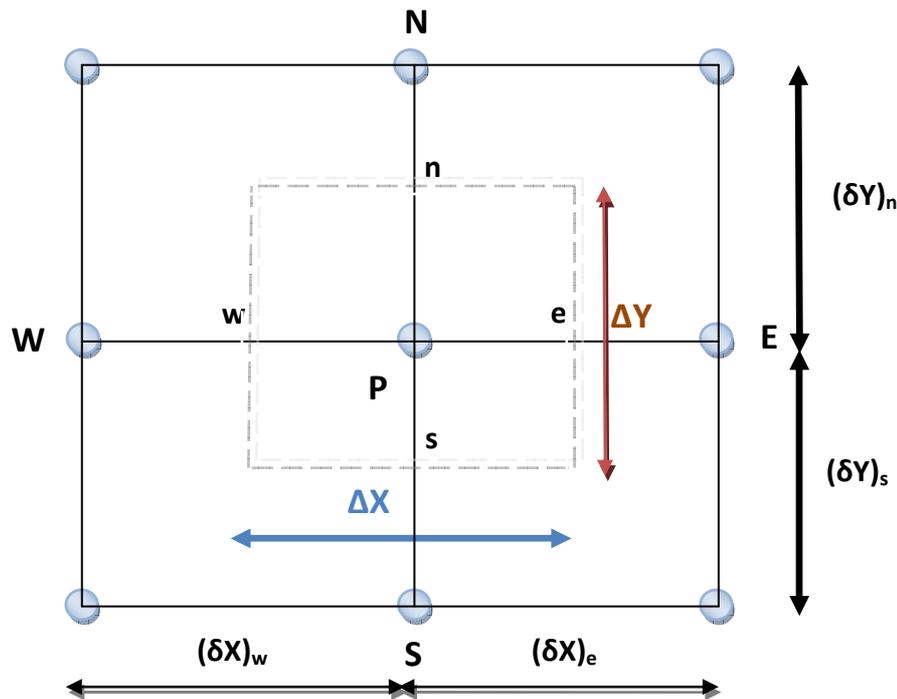
Dans cette étude, on utilisera la méthode des volumes finis. Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse- pression est calculé selon l'algorithme SIMPLE développée par Spalding et Patankar [58].

#### **IV.1. Méthode des volumes finis**

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul un réseau de points appelés nœuds, chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un coté commun appelé interface; il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle forme le domaine de calcul.

Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux au sein du volume de contrôle et du domaine. On rappelle que l'idée principale de cette méthode est d'intégrer les équations différentielles dans le volume de contrôle, afin d'aboutir à une équation algébrique qu'il faudra ensuite résoudre par des méthodes itératives.

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous- domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit «nœud principal», comme indiqué dans la figure (4.1).



*Figure 4.1: Volume de contrôle bidimensionnel.*

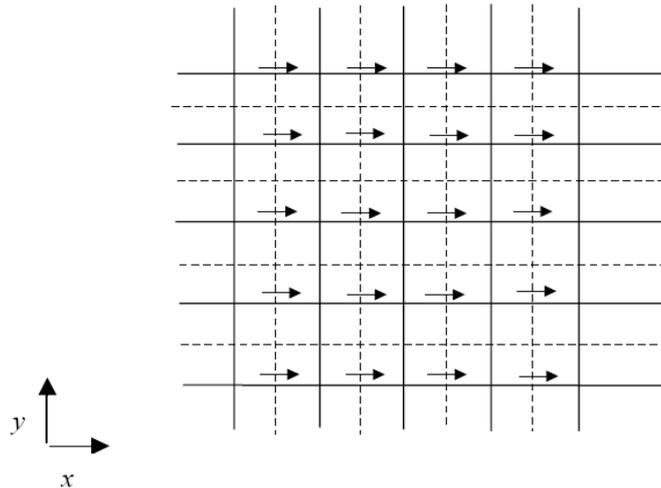
Le volume de contrôle est montré par la figure (4.1). Pour un nœud principal P, les points E et W (E = Est, W = Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (N = Nord, S = Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

## IV. 2. Maillage

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, où on trouve la variable P et les composantes U et V du vecteur vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux nœuds adjacents. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires pression, température, énergie cinétique et taux de dissipation sont stockées dans le nœud P du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles U et V sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de vitesse. Le volume de contrôle de la composante longitudinale U

est décalé suivant la direction  $x$  par rapport au volume de contrôle principale, celui de la composante transversale  $V$  est décalé suivant la direction de  $y$ . Ce type de maillage dit “maillage décalé” permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu’une stabilisation numérique de la solution. La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans la Figure 4.2.



**Figure 4.2:** Zones décalés pour  $U$ .

### IV. 3. Discrétisation des équations

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note  $\phi$  la variable étudiée, chacun des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_{\phi} \quad 4.1$$

L'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_{\phi} \quad 4.2$$

Où  $\phi$  est la propriété transportée,  $\Gamma$  indique le coefficient de diffusion et  $S_{\phi}$  le terme source. Seule cette équation (4.2) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de  $\phi$ .

L'équation (4.2) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad 4.3$$

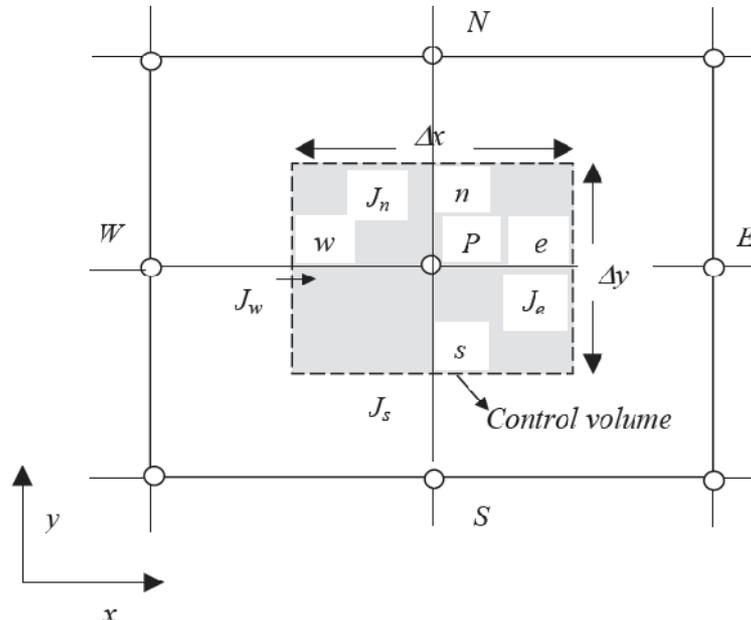
Avec: 
$$\begin{cases} J_x = \rho u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = \rho v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad 4.4$$

$J_x$  et  $J_y$ , sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions  $x$  et  $y$ .

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (4.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle et entre deux temps successifs  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dt \quad 4.5$$

Où le premier terme représente le terme de dérivée temporelle, le deuxième c'est le terme convectif et diffusif, et le troisième c'est le terme source.



**Figure 4.3:** Volume de contrôle pour une situation bidimensionnelle.

### IV. 3.1. Discrétisation temporelle.

Dans l'équation (3.5) le terme de dérivée temporelle est intégré entre l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle :

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e dx dy = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \Delta V = (\rho_p^1 \phi_p^1 - \rho_p^0 \phi_p^0) \Delta V \quad 4.6$$

Les autres termes de l'équation (4.5) font appel à des suppositions dans le cas où  $\phi_i$  ( $i = E, W, N, S, P$ ) varie entre l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$ . Plusieurs suppositions sont possibles et un grand nombre de celle-ci peut être généralisé par la proposition :

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_i dt = (f\phi_i^1 + (1-f)\phi_i^0)\Delta t \quad 4.7$$

Où :  $f$ , est un facteur compris entre 0 et 1.

#### IV. 3.1.1. Schéma explicite

Dans ce schéma,  $f$  prend la valeur 0, cela signifie que lorsqu'on remplace (4.7) dans l'équation de discrétisation,  $\phi_p^1$  est obtenu explicitement en terme de valeurs  $\phi_i^0$  ( $i = E, W, N, S, P$ ). On comprend bien la notion d'évolution du système, le schéma est dit explicite parce que à chaque fois la valeur de  $p$  est calculée directement en fonction de  $\phi_i$  ( $i = E, W, N, S$ ) au temps précédent. Le calcul d'après le schéma explicite, est instable et les erreurs s'amplifient rapidement, ce qui rend son utilisation très difficile (Patankar, 1980).

#### IV. 3.1.2. Schéma de Cranck-Nicolson

Pour ce schéma, le facteur  $f$  prend la valeur 0.5. On détermine  $\phi_i^1$  en fonction de  $\phi_i^0$  et  $\phi_i^1$  ( $i = E, W, N, S$ ). Ce schéma nécessite aussi le respect d'un critère de stabilité, en plus si  $\Delta t$  est grand, on risque d'obtenir des résultats erronés (Patankar, 1980).

#### IV. 3.1.3. Schéma implicite

Pour ce schéma, le coefficient  $f$  prend une valeur égale à l'unité. On remarque, que la valeur  $\phi_i^1$  ne peut plus être calculée directement, le schéma est dit alors, implicite. Les coefficients de l'équation de discrétisation sont toujours positifs, il faut remarquer que ce schéma implicite est inconditionnellement stable, de plus il donne des résultats satisfaisants. Dans notre cas, on a choisi le schéma implicite pour  $f = 1$  qui présente plusieurs avantages, à savoir : son utilisation pour n'importe quel pas des temps donne un comportement physique satisfaisant, également il simplifie la discrétisation de l'équation de transport.

### IV.3.2. Intégration du terme source

L'intégration du terme source de l'équation (4.5) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi \, dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e S_\phi \, dx dy \right] dt \quad 4.8$$

On considère que le terme source est uniforme sur le volume de contrôle, donc on peut écrire :

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e S_\phi \, dx dy \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^n \int_w^e dx dy dt = \overline{S_\phi} \Delta V \Delta t \quad 4.9$$

Où  $\overline{S_\phi}$  est la valeur moyenne du terme source sur ce volume,  $\Delta V$  est le volume du volume de contrôle. Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_C + S_p \phi_p \quad 4.10$$

Où  $S_C$  est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de  $\phi_p$ ,  $S_p$  est la pente de  $\phi_p$ .

Il est nécessaire que le coefficient  $S_p$  soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

### IV. 3.3. Discrétisation spatiale

L'intégration du terme convectif et diffusif de l'équation (4.5) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) y dx dy \right] dt \quad 4.11$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt = (J_x)_e \Delta y \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta t + (J_y)_n \Delta x \Delta t - (J_y)_s \Delta x \Delta t \quad 4.12$$

Si on pose :

$$J_e = (J_x)_e \Delta y \qquad J_n = (J_y)_n \Delta x$$

$$J_w = (J_x)_w \Delta y \qquad J_s = (J_y)_s \Delta x$$

Donc l'expression de terme convectif et diffusif devient :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dt = (J_e - J_w + J_n - J_s) \Delta t \quad 4.13$$

La forme stationnaire de l'équation (4.5) est :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = (S_C + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad 4.14$$

Où  $J_i$  ( $i=e, s, w, n$ ) le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif.

A titre d'exemple :

$$J_e = \left( \rho u \phi - \Gamma \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right) \quad 4.15$$

Le schéma aux différences centrées (CDS) et le schéma hybride sont employés dans le notre programme.

#### IV. 3.3.1. Schéma aux différences centrées (CDS)

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable  $\phi$  entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces ( $i=e, w, n, s$ ) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées se présentent par une interpolation comme suit :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \end{cases} \quad 4.16$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_e \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta x)_n} \\ \Gamma_s \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s = \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta x)_s} \end{cases} \quad 4.17$$

Remplaçons les formules (4.17) et (4.16) dans l'équation (4.14), on obtient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad 4.18$$

Où :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{C_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{C_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{C_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{C_s}{2} \end{cases} \quad 4.19$$

$b = S_C \Delta V$ ,  $D_i = \frac{\Gamma}{\delta x_i}$  est la conductance de la diffusion toujours positif et  $C_i = (\rho u_i)$  la force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement.

Les coefficients de discrétisation  $a_i$  ( $i = E, W, N, S$ ) rassemblant les flux convectifs et diffusifs.

Les coefficients  $a_i$  doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode des volumes finis), mais la relation (3.19), peut créer des coefficients négatifs. Les coefficients de l'équation (4.19) écrits en terme du nombre de Peclet  $P_e$  sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{P_{ee}}{2}\right) \\ a_W = D_w \left(1 - \frac{P_{ew}}{2}\right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{P_{en}}{2}\right) \\ a_S = D_s \left(1 - \frac{P_{es}}{2}\right) \end{cases} \quad 4.20$$

$$\text{Avec : } P_{ei} = \frac{C_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma} \quad 4.21$$

Pour que ces coefficients soient positifs, le nombre  $P_e$  doit être dans l'intervalle  $[-2, 2]$  et  $S_P \leq 0$ . L'application de ce schéma n'est avantageée que si  $|P_e| \leq 2$ , ceci est réalisé pour des maillages fins.

#### IV. 3.3.2. Schéma Upwind (UPS)

Dans ce schéma, la valeur de la variable  $\phi$  à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective.

Le schéma Upwind s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} C_e \phi_e = \phi_P \|C_e, 0\| - \phi_E \| -C_e, 0\| \\ C_w \phi_w = \phi_P \|C_w, 0\| - \phi_P \| -C_w, 0\| \\ C_n \phi_n = \phi_P \|C_n, 0\| - \phi_N \| -C_n, 0\| \\ C_s \phi_s = \phi_P \|C_s, 0\| - \phi_P \| -C_s, 0\| \end{cases} \quad 4.22$$

En substituant les expressions (4.22) dans l'équation (4.14), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad 4.23$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V, \quad b = S_c \Delta V$$

Où :

$$\begin{cases} a_E = D_e + \| -C_e, 0\| \\ a_W = D_w + \|C_w, 0\| \\ a_N = D_n + \| -C_n, 0\| \\ a_S = D_s + \|C_s, 0\| \end{cases} \quad 4.24$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait que ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel.

#### IV. 3.3.2. Schéma Hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spalding (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind). En appliquant ce schéma, la variable généralisée  $\phi$  aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_P + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \\ \phi_n = \alpha_n \phi_P + (1 - \alpha_n) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_P \end{cases} \quad 4.25$$

Où les coefficients  $\alpha_i$  ( $i = e, w, n, s$ ) sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } P_e < -2 & \rightarrow & \text{schéma Upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |P_e| \leq 2 & \rightarrow & \text{schéma centré} \\ 1 & \text{si } P_e > 2 & \rightarrow & \text{schéma Upwind} \end{cases} \quad 4.26$$

En substituant les valeurs prises par la variable  $\phi$  à l'équation (4.14), on aura :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad 4.27$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V, \quad b = S_c \Delta V$$

Où :

$$\begin{cases} a_E = \left\| -C_e, D_e - \frac{C_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| C_w, D_w + \frac{C_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -C_n, D_n - \frac{C_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| C_s, D_s + \frac{C_s}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad 4.28$$

#### IV. 3.4. Formulation généralisée du problème :

L'intégration de l'équation générale de transport (4.2) donne :

$$(\rho_p^1 \phi_p^1 - \rho_p^0 \phi_p^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (j_e^1 - j_w^1 + j_n^1 - j_s^1) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta V \quad 4.33$$

Où :

$$j_i^1 = (\rho u_j)_i \phi_i^1 - \Gamma_i \frac{\partial \phi_i^1}{\partial x_j}, \quad \text{avec} \begin{cases} \text{si } i = e, w \text{ alors } u_j = u \text{ et } x_j = x \\ \text{si } i = n, s \text{ alors } u_j = v \text{ et } x_j = y \end{cases} \quad 4.34$$

Pour simplifier l'écriture, l'exposant 1 sera omis, on obtient :

$$(\rho_p \phi_p - \rho_p^0 \phi_p^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (j_e - j_w + j_n - j_s) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta V \quad 4.35$$

L'intégration de l'équation de continuité entre t et t + Δt, sur le volume de contrôle donne :

$$(\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (C_e - C_w + C_n - C_s) = 0 \quad 4.36$$

Où  $C_i$  ( $i = e, w, n, s$ ) sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (4.36) par  $\phi_p$  et on la retranche de l'équation (4.35), on obtint :

$$\begin{aligned} (\phi_p - \phi_p^0) \frac{\rho_p^0 \Delta V}{\Delta t} + (j_e - C_e \phi_p) - (j_w - C_w \phi_p) + (j_n - C_n \phi_p) - (j_s - C_s \phi_p) \\ = (S_c + S_p \phi_p) \Delta V \end{aligned} \quad 4.37$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (4.37) comme suit :

$$\begin{aligned} j_e - C_e \phi_p &= a_E (\phi_p - \phi_E) & j_w - C_w \phi_p &= a_W (\phi_p - \phi_W) \\ j_n - C_n \phi_p &= a_N (\phi_p - \phi_N) & j_s - C_s \phi_p &= a_S (\phi_p - \phi_S) \end{aligned} \quad 4.38$$

Avec:

$$\begin{cases} a_E = D_e A(|P_{ee}|) + \|-C_e, 0\| \\ a_W = D_e A(|P_{ew}|) + \|-C_w, 0\| \\ a_N = D_n A(|P_{en}|) + \|-C_n, 0\| \\ a_S = D_s A(|P_{es}|) + \|-C_s, 0\| \end{cases} \quad 4.39$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad 4.40$$

Avec:

$$a_p^0 = \rho_p^0 \frac{\Delta V}{\Delta t};$$

$$b = S_e + \Delta V + a_p^0 \phi_p^0;$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p \Delta V.$$

La fonction  $A(|P_e|)$  est choisie d'après le tableau suivant :

Tableau 4.1 : La fonction  $A(|P_e|)$  pour différents schémas.

Schéma	La fonction $A( P_e )$
Différences centrées	$1 - 0.5 P_e $
Upwind	1
Hybride	$\ 1, (1 - 0.5 P_e )\ $
Loi de puissance	$\ 1, (1 - 0.5 P_e )^5\ $

Où :  $P_e$ , est le nombre de Peclet représentant le rapport local de la convection à la diffusion.

$$P_{ei} = \frac{\rho u_i (\delta x_i)}{\Gamma_i}. \quad \text{Avec : } i = (e, w, n, s) \quad 4.41$$

### IV. 3.5 Procédure de Résolution :

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en N mailles selon x et en M mailles selon y, on aura un système de N×M équations algébriques non linéaire pour chaque variable  $\phi$  considérée. Rappelons que les variables, dans notre problème, sont la température T, les deux composantes de la vitesse U et V, l'énergie cinétique k et son taux de dissipation  $\epsilon$ . Un problème subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation donnant directement le champ de pression. Il faut faire à une méthode itérative.

On utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLE (Semi- Implicit Method for Pressure- Linked Equation Revised), développé par Patankar en 1980.

#### IV. 3.5.1 Equation algébrique de pression :

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire.

Dans l'équation de mouvement, le terme  $\phi$  représente les composantes de la vitesse  $U$  et  $V$  qui doivent satisfaire l'équation de continuité. Le but est de chercher les champs de pression correcte sur le volume de contrôle.

L'intégration de l'équation générale de transport pour  $U$  et  $V$  sur les deux volumes de contrôle spécifiques aux composantes de vitesse donne les équations suivantes :

$$\begin{aligned} a_e U_e &= \sum_i a_i U_i + b_u + A_e (P_P - P_E) \\ a_n V_n &= \sum_j a_j V_j + b_v + A_n (P_P - P_N) \end{aligned} \quad 4.42$$

$b_u$  et  $b_v$  contiennent tous les termes source de l'équation, sauf ceux de pression ; le terme  $A_i (P_P - P_E)$  représente les forces de pression et  $A_i$ , sont les surfaces  $i = (e, w, n, s)$ .

L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression  $P^*$  pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse  $U^*$  et  $V^*$  à partir des équations suivantes :

$$\begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum_i a_i U_i^* + b_u + A_e (P_P^* - P_E^*) \\ a_n V_n^* &= \sum_j a_j V_j^* + b_v + A_n (P_P^* - P_N^*) \end{aligned} \quad 4.43$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée  $P^*$  et  $P'$  donnée par :

$$P = P^* + P' \quad 4.44$$

De même pour les composantes de la vitesse :

$$\begin{aligned} U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \quad 4.45$$

Où  $P'$ ,  $U'$  et  $V'$  sont les corrections sur la pression et sur les vitesses ce qui fait que

$$\begin{aligned} U_i &= U_i^* + U_i' && \text{avec } i=(e,w) \\ V_i &= V_i^* + V_i' && \text{avec } i=(n,s) \end{aligned} \quad 4.46$$

Si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve :

$$\begin{aligned} a_e U'_e &= \sum a_i U'_i + A_e (P'_P - P'_E) \\ a_n V'_n &= \sum a_j V'_j + A_n (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad 4.47$$

D'autre part, et pour des raisons numériques on néglige les termes  $\sum a_i U'_i$  et  $\sum a_j V'_j$  par rapport aux termes de pression, alors les équations (4.47) deviennent respectivement :

$$\begin{aligned} U'_e &= de (P'_P - P'_E) \\ V'_n &= dn (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad 4.48$$

Avec :  $de = \frac{A_e}{a_e}$  et  $dn = \frac{A_n}{a_n}$ .

Les champs des vitesses seront corrigés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} U_e &= U_e^* + de (P'_P - P'_E) \\ V_n &= V_n^* + dn (P'_P - P'_E) \end{aligned} \quad 4.49$$

Maintenant pour trouver la discrétisation de  $P'$  (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression.

L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit :

$$(U_e - U_w) \Delta y + (V_n - V_s) \Delta x = 0 \quad 4.50$$

L'introduction des expressions (4.44) et (4.46) nous donne :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad 4.51$$

Avec:

$$a_E = de \Delta y, a_W = dw \Delta y, a_N = dn \Delta x, a_S = ds \Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \text{ et } b = (U_w^* - U_e^*) \Delta y + (V_s^* - V_n^*) \Delta x$$

Les équations (3.42) peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} U_e &= U_e'' + de (P_P - P_E) \\ V_n &= V_n'' + dn (P_P - P_N) \end{aligned} \quad 4.52$$

Les pseudo-vitesses  $U_e''$  et  $V_n''$  sont définies par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} U_e'' &= \frac{\sum_i a_i U_i + b_u}{a_e} \\ V_n'' &= \frac{\sum_j a_j V_j + b_v}{a_n} \end{aligned} \quad 4.53$$

L'introduction des équations (4.53) dans l'équation de continuité discrétisée (4.50), on obtient une équation de pression congénère à l'équation de pression (4.51), s'écrit sous la forme :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad 4.54$$

Avec:

$$a_E = de\Delta y, a_W = dw\Delta y, a_N = dn\Delta x, a_S = ds\Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (U_w'' - U_e'')\Delta y + (V_s'' - V_n'')\Delta x$$

Dans ce cas aucun n'a été négligé pour aboutir à l'équation algébrique de la pression et la pression n'est pas choisie arbitrairement.

#### IV. 3.5.2 Algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE est une procédure de prédiction correction, avec laquelle il nous sera possible de déterminer le champ de pression et de vitesse, et vérifiant à la fois les équations de quantité de mouvement et celle de continuité.

L'algorithme ci-dessous résume la résolution du problème posé dans les séquences suivantes :

- Estimer un champ de vitesse,
- Calculer les coefficients pour les équations du mouvement et déterminer les pseudo-vitesses  $U''$  et  $V''$ ,
- Calculer les coefficients pour l'équation de pression et obtenir le champ de pression,
- Considérer le champ de pression  $P$  comme champ estimé  $P^*$  et résoudre les équations de mouvement pour obtenir les vitesses  $U''$  et  $V''$ ,
- Calcul du terme  $b$  de l'équation de correction de pression et puis la résoudre pour obtenir les corrections de pression  $P'$ ,
- Correction des valeurs des vitesses,
- Résoudre les équations discrétisées de  $k$  et  $\varepsilon$ .

Cette succession d'opérations est reprise et se poursuit jusqu'à convergence des différentes grandeurs calculées.

#### IV. 3.5.3. Détails de calcul

##### a) sous relaxation

- b) Dans le cas des problèmes non linéaires, il est souvent utile d'accélérer ou de freiner le procédé itératif. La sous relaxation est fréquemment utilisée pour éviter une

divergence quand les équations sont fortement non linéaires. L'équation algébrique s'écrit :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad 4.55$$

Où:

$$\phi_P = \phi_P^* + \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad 4.56$$

Avec :  $\phi_P^*$ , la valeur  $\phi_P$  à l'itération précédente.

On introduit un facteur de sous- relaxation  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) pour atténuer ou amplifier la variation de  $\phi_P$  :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad 4.57$$

### b) résolution des systèmes d'équations linéaires

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est :

$$(A_{i,j} - S_{Pi,j})\phi_{i,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_c \quad 4.58$$

Tel que :  $1 \leq i \leq N$  et  $1 \leq j \leq M$

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport, une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non- linéarité. Le système (4.58) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\phi] = [S] \quad 4.59$$

Où :  $[A]$ , est une matrice et  $[\phi]$ , est le vecteur des inconnues  $\phi(i, j)$ .

La technique de balayage permet de transformer le système (4.59), en un système tri- diagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm).

Considérons le balayage Ouest- est :

On attribut à la variable  $\phi$  pour les lignes  $(i-1)$  et  $(i+1)$ , ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \phi_j = c_j + b_j \phi_{j-1} + a_j \phi_{j+1} \quad 4.60$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} a_j &= A_{i,j+1} \\ b_j &= A_{i,j-1} \\ c_j &= A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + S_c \\ d_j &= A_{i,j} - S_{Pi,j} \end{aligned} \quad 4.61$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide. Le choix de la direction de balayage exigé par les conditions aux limites. Dans notre problème on utilise deux balayages successifs suivant l'axe OX et un balayage suivant l'axe OY afin de transmettre toutes les informations à l'intérieur du domaine. La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (4.60),  $\phi_i$  est fonction de  $\phi_{j+1}$  et  $\phi_{j-1}$ , or une équation correspondante au nœud (i, j) peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad 4.62$$

Une équation correspondante au nœud (i, j-1) est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad 4.63$$

En introduisant l'expression précédente dans l'expression (4.60), nous aurons :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{c_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad 4.64$$

De telle façon que :

$$P_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad \text{et} \quad Q_j = \frac{c_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad 4.65$$

Donc il faut calculer  $P_1$  et  $Q_1$ , ensuite  $P_2$  et  $Q_2$  jusqu'à  $P_N$  et  $Q_N$ .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, Q_1 = \frac{c_1}{d_1}, P_N = 0, \text{ et } Q_N = \phi_N$$

La valeur de  $\phi_N$  étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière  $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$  ( $\phi_1$  étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse.

### c) Critère de convergence

La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés (définis pour chaque grandeur  $\phi$  comme la somme, sur tous les volumes de contrôles, des erreurs sur le bilan de  $\phi$  rapportée à la somme des termes de l'équation discrétisée qui concernent le centre des volumes). Ils permettent de suivre la convergence des calculs au fur et à mesure des itérations.

Ce résidu est défini par :

$$R_\phi = \sum |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_c - a_P \phi_P| / F_{in,\phi} \quad 4.66$$

Où :

$R_\phi$  est la somme absolue des résidus correspondant à la variable  $\phi$  ;

$F_{in,\phi}$  est le flux total à l'entrée de la variable.

La convergence des résultats est testée selon deux critères : pour chaque grandeur calculée, les résidus normalisés doivent être inférieurs à  $10^{-4}$  et des itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence atteinte.

### IV. 3.6. Codes CFD

La simulation numérique des écoulements en mécanique des fluides (CFD : Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle ou telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et la nature du problème : stationnaire ou instationnaire.

Les différents mécanismes de réalisation du code de calcul sont fondés sur:

- la modélisation du problème physique ;
- la manière de discrétiser le domaine de calcul (maillage) ;
- la formulation des conditions aux limites ;
- l'efficacité du code ;
- la précision des résultats.

Le logiciel Fluent 6.3 (celui que nous avons utilisé) modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexes. Dans cette étude, nous nous attardons essentiellement sur les options relatives à la résolution numérique. Les aspects hydrodynamiques du modèle numérique seront abordés dans le chapitre suivant.

Le logiciel propose de nombreux modèles physiques et schémas numériques avec lesquels l'utilisateur est normalement en mesure de modéliser la quasi-totalité des problèmes de base de la mécanique des fluides et transfert de chaleur. Toutefois, il existe dans la nature une multitude de comportements physiques différents et il est impossible pour un logiciel de tous les prendre en compte. C'est pourquoi, l'un des avantages de Fluent 6.3 réside dans la possibilité de créer des sous-programmes en Fortran dans le but de spécifier des options trop compliquées pour être prévues par le logiciel. Sur le plan physique, elles permettent par exemple de spécifier des conditions initiales et aux limites, d'ajouter des termes sources à certaines équations.

#### **IV. 4. Conduction à travers les parois du cylindre**

Le cylindre du moteur, refroidi par circulation d'air, autour d'ailettes par convection forcée, où un ventilateur met cet air en circulation, ou librement par convection naturelle. A l'intérieur du cylindre, les gaz de combustion évoluent durant les différentes phases du cycle. Par conséquent, les parois du cylindre sont thermiquement chargées : les parois internes sont à une température nettement supérieure comparée à celle des parois externes. En plus, les températures du haut du cylindre (PMH) sont supérieures à celles de la partie inférieure (PMB), cela est dû à la détente des gaz. La température de ces derniers est inférieure à la température des gaz en phase de combustion ayant lieu à la partie supérieure des cylindres.

Pour étudier la conduction à travers les parois des cylindres, les hypothèses suivantes ont été adoptées [1, 59] :

- Le flux de chaleur au travers des parois solides est analysé suivant le rayon,  $r$ , et la direction,  $x$  ;
- Le coefficient de transfert de chaleur gaz – parois est le même, selon la corrélation de Woschni pour chaque cycle ;
- La température du réfrigérant et le coefficient d'échange parois– air sont constants.

Le transfert de chaleur des gaz vers le réfrigérant peut être alors analysé en deux parties :

- Transfert de chaleur gaz- parois (convection+ rayonnement) ;
- Transfert de chaleur air- parois (convection) ;
- Transfert de chaleur, dans les parois, par conduction.

L'hypothèse monodimensionnelle permet l'analyse de ce transfert thermique par analogie électrique [1,12].

Pour résoudre les équations aux dérivés partielles régissant la conduction de la chaleur, nous avons utilisé le code de calcul, open source, Conduct, développé par Patankar [57] et écrit en langage Fortran. Ce dernier utilise la méthode des volumes finis pour calculer et déterminer les températures dans le domaine de calcul.

Les équations algébriques résultantes de la discrétisation des équations gouvernantes ont été résolues en un ensemble d'équations linéaires simultanées. Le schéma implicite a été choisi pour sa stabilité. L'algorithme de Thomas et la méthode TDMA (Tri Diagonal-Matrix Algorithm) ont été utilisés pour la résolution de ce système d'équations.

#### IV. 4.1. Equation de la chaleur

Considérons l'équation régissant le transfert de chaleur bidimensionnel, donnée par :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + S \quad 4.67$$

Pour les coordonnées axisymétriques, l'équation s'écrit :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left( Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad 4.68$$

L'équation de discrétisation correspondante est :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b \quad 4.69$$

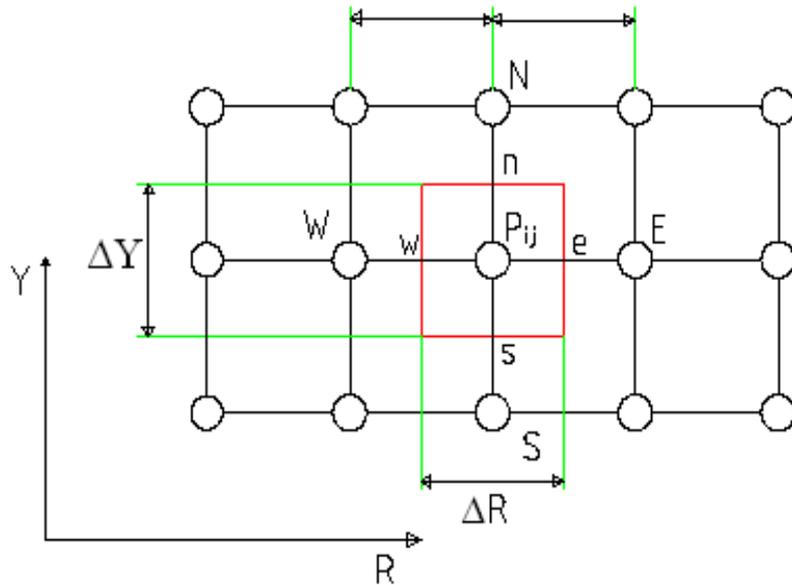
Avec:

$$a_E = \frac{K_e \Delta y}{(\Delta x)_e}, \quad a_W = \frac{K_w \Delta y}{(\Delta x)_w}, \quad a_N = \frac{K_n \Delta y}{(\Delta x)_n}, \quad a_S = \frac{K_s \Delta y}{(\Delta x)_s}$$

$$a_p^0 = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t}, \quad b = S_c \Delta x \Delta y + a_p^0 T_p^0;$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p \Delta x \Delta y$$

4.70

Figure (4.4). *Discrétisation d'un domaine en volumes élémentaires*

Les équations de discrétisation données par la relation (4.70), peuvent être résolues comme un ensemble d'équations linéaires simultanées. Le schéma totalement implicite a été préféré pour sa grande stabilité et parce qu'il tient compte des nouvelles valeurs calculées. Nous construisons la procédure comme un algorithme très efficace, connu comme l'algorithme de Thomas ou la méthode TDMA (Tri Diagonal-Matrix Algorithm) c'est-à-dire l'algorithme de la matrice tri diagonale pour la résolution de ce système d'équation.

### **Remarque :**

Il est à souligner, que les organigrammes de calcul ainsi que quelques détails numériques relatifs à la discrétisation de quelques équations, sont donnés à la fin du mémoire en annexe.

# Chapitre V

## Résultats et Discussions

Dans le cadre de ce travail, on s'est intéressé à l'étude numérique de la convection naturelle turbulente autour d'une section d'un cylindre d'un moteur à combustion interne refroidi par l'air. Dans le but d'améliorer les performances fonctionnelles de la surface d'échange, nous avons simulé numériquement les écoulements avec transfert de chaleur dans une cavité à fond ailetté, chauffé à une température variable et non uniforme par les gaz de combustion à l'intérieur du cylindre. Les équations bidimensionnelles gouvernantes sont résolues en faisant appel à la méthode des volumes finis, le couplage vitesse– pression est réalisé à l'aide de l'algorithme SIMPLE. Les résultats de la simulation sont relatifs aux champs de température, de vitesse, et à la détermination spatio-temporelle du coefficient d'échange convectif autour la surface ailéttée du cylindre. A cet effet, avant de commencer l'étude des écoulements, on s'est intéressé à l'étude numérique de la conduction au travers des parois du cylindre à ailettes, dans cette partie, nous avons tracé le contour des températures pour différents configurations géométriques de la surface d'échange, en faisant varier le nombre et les dimensions des ailettes implantées sur la surface externe du cylindre.

## V.1. Distribution de température dans le cylindre à la surface ailettée

### V.1.1. Les caractéristiques du moteur

Les calculs ont été effectués sur un moteur Diesel marin à quatre temps de type Farryman A30, où nous avons considéré l'air comme fluide de refroidissement, avec un cylindre à surface ailettée. Le moteur possède les caractéristiques de bases suivantes :

Taux de compression	5 -18
Alésage	95 mm
Course	82 mm
Cylindrée	582 cm <sup>3</sup>
Régime	2000 tr/mn
Puissance maximale	7 kw
Couple maximale	50 Nm

Nous avons opté pour la chemise, qui est un organe fixe, la fonte de structure ferrique à laquelle est additionnée du molybdène.

La chemise est fabriquée par moulage tandis que la surface interne est cimentée. Le matériau utilisé dans notre étude possède les caractéristiques suivantes :

- Masse volumique :  $\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- La conductivité thermique :  $K = 48 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;
- La chaleur spécifique :  $C_p = 460 \text{ J/kg.K}$ .

### V.1.2. Les caractéristiques du fluide de refroidissement

On a considéré la surface externe en contact avec l'air de refroidissement qui possède les caractéristiques suivantes :

- Masse volumique :  $\rho = 1.29 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- La conductivité thermique :  $K = 0.0242 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;
- La chaleur spécifique :  $C_p = 1006.43 \text{ J/kg.K}$
- Le coefficient d'expansion thermique :  $B = 0,00375 \text{ 1/K}$  ;
- La viscosité :  $\mu = 1.789 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m.s}$ .

### V.1.3. Les Dimensions du cylindre

L'épaisseur de la paroi entre la chambre de combustion et le liquide de refroidissement est de 4 mm. Nous avons admis que le l'axe du cylindre est horizontal et le domaine d'étude possède les dimensions suivantes :

- Hauteur :  $H = 100 \text{ mm}$  ;
- Diamètre intérieur :  $D_i = 95 \text{ mm}$  ;
- Diamètre extérieur :  $D_e = 103 \text{ mm}$  ;
- Pression initiale :  $P_0 = 6 \text{ MPa}$  ;
- Température initiale :  $T_0 = 2700 \text{ K}$  ;
- Longueur initiale occupée par le gaz :  $L_0 = 10 \text{ mm}$ .

La figure V.1, montre une partie du cylindre utilisé ainsi que ses dimensions et les conditions aux limites correspondantes.

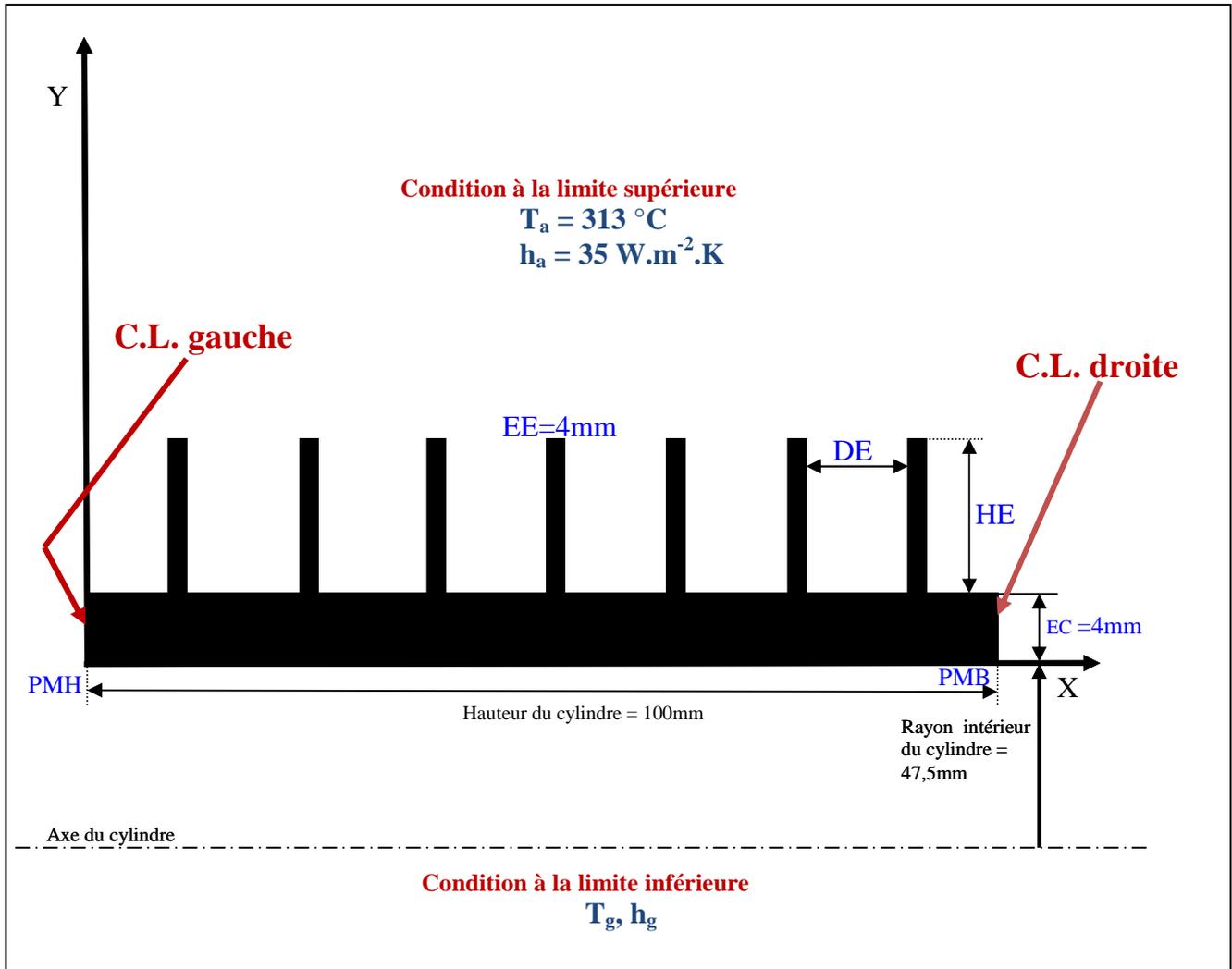


Figure V.1. Dimensions et conditions aux limites d'une section du cylindre à surface ailetée.

#### V.1.4. Présentation des Résultats et Discussions

L'équation de chaleur a été discrétisée suivant la procédure numérique des volumes finis, le schéma d'approximation utilisé est celui de la loi de puissance. Le système d'équations ainsi discrétisées a été résolu par l'algorithme "TDMA". Dans cette étape de notre travail, nous avons étudié l'influence du nombre d'ailettes implantées autour du cylindre et la hauteur d'ailette sur l'évacuation de chaleur à travers les parois du cylindre afin d'étudier l'efficacité et la possibilité de refroidir le moteur prédéfinie par l'air. Concernant les conditions initiales, nous avons opté une température constante au travers des parois du

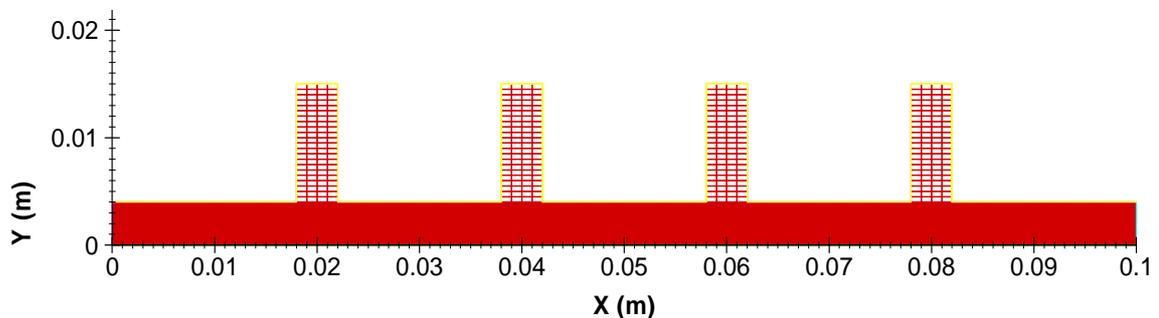
cylindre. Il faut noter aussi que les résultats ont été obtenus en utilisant un maillage non uniforme. Plusieurs scénarios ont été analysés.

Dans ce qui suit, nous présenterons les résultats issus de la simulation numérique du transfert de chaleur au travers des parois d'un cylindre à surface ailetée pour différents nombres d'ailettes (quatre, six et neuf ailettes) par l'utilisation du programme « Conduct » écrit en langage Fortran. Nous avons considéré deux situations : la première correspond à une épaisseur d'ailette,  $EE = 4$  mm et une hauteur,  $HE = 11$  mm ; la seconde correspond à une épaisseur d'ailette,  $EE = 4$  mm et une hauteur,  $HE = 16$  mm. Une condition de température constante ( $T = 313$  K) est prise comme condition initiale.

#### V.1.4.1 Hauteur d'ailette égale à 11mm

- Cylindre contenant quatre ailettes

La figure ci-dessous présente le maillage et les dimensions d'une section du cylindre contenant quatre ailettes.



Les figures V-1.3 à V-1.6, donnent les lignes d'isothermes à différents temps. On note que le régime permanent est atteint après environ 200 secondes. La température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, correspondant à la variation des températures des gaz de combustion à l'intérieur de ce cylindre, tel que les grandes valeurs de température se trouvant proche du PMH. A l'instant,  $t=10$ s, la température dans la moitié inférieure du cylindre est d'environ 352K, elle augmente au fur et à mesure jusqu'à atteindre la valeur de 679K près du PMB à l'instant  $t = 200$ s, ce qui correspond au régime permanent.

- A l'instant  $t = 10s$

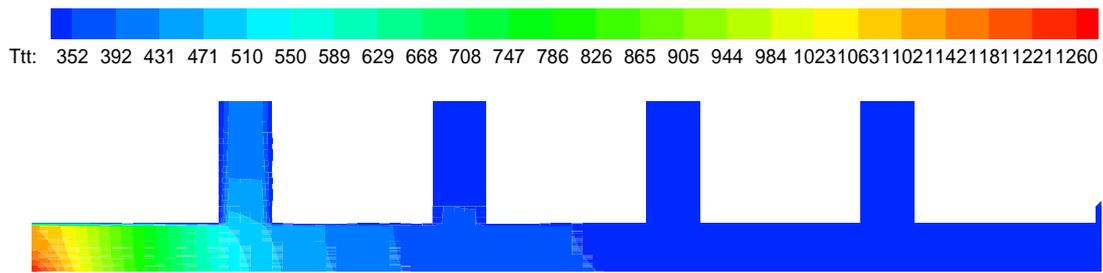


Fig. V-1.3. Isothermes en K, après 10s.

- A l'instant  $t = 60s$

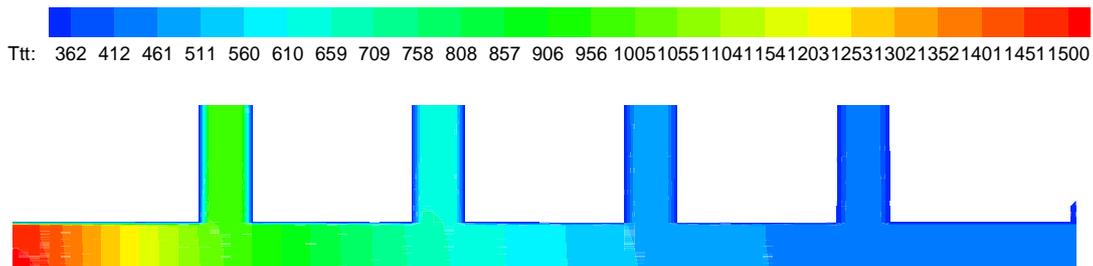


Fig. V-1.4. Isothermes en K, après 60s.

- A l'instant  $t = 100s$

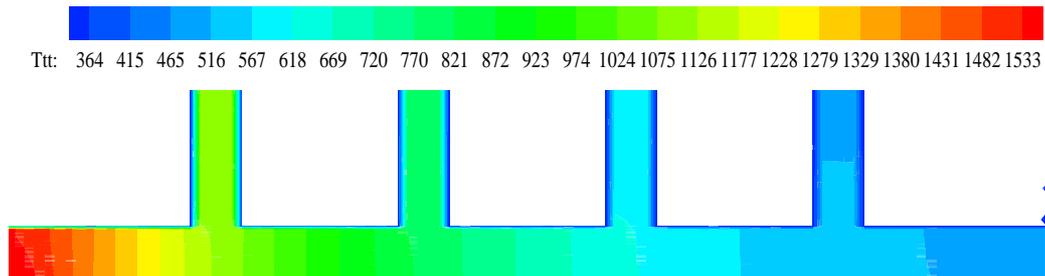


Fig. V-1.5. Isothermes en K, après 100s.

- A l'instant  $t = 200s$

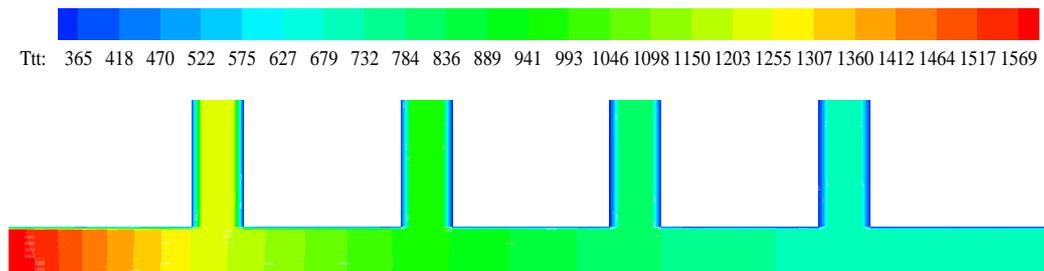


Fig. V-1.6. Isothermes en K, après 200s.

La figure V. 1.7 donne les profils de température au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4mm$ ) en fonction de l'hauteur du cylindre pour différents temps. On observe que la température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, et qu'il y a un léger pic de température au niveau de la base des ailettes.

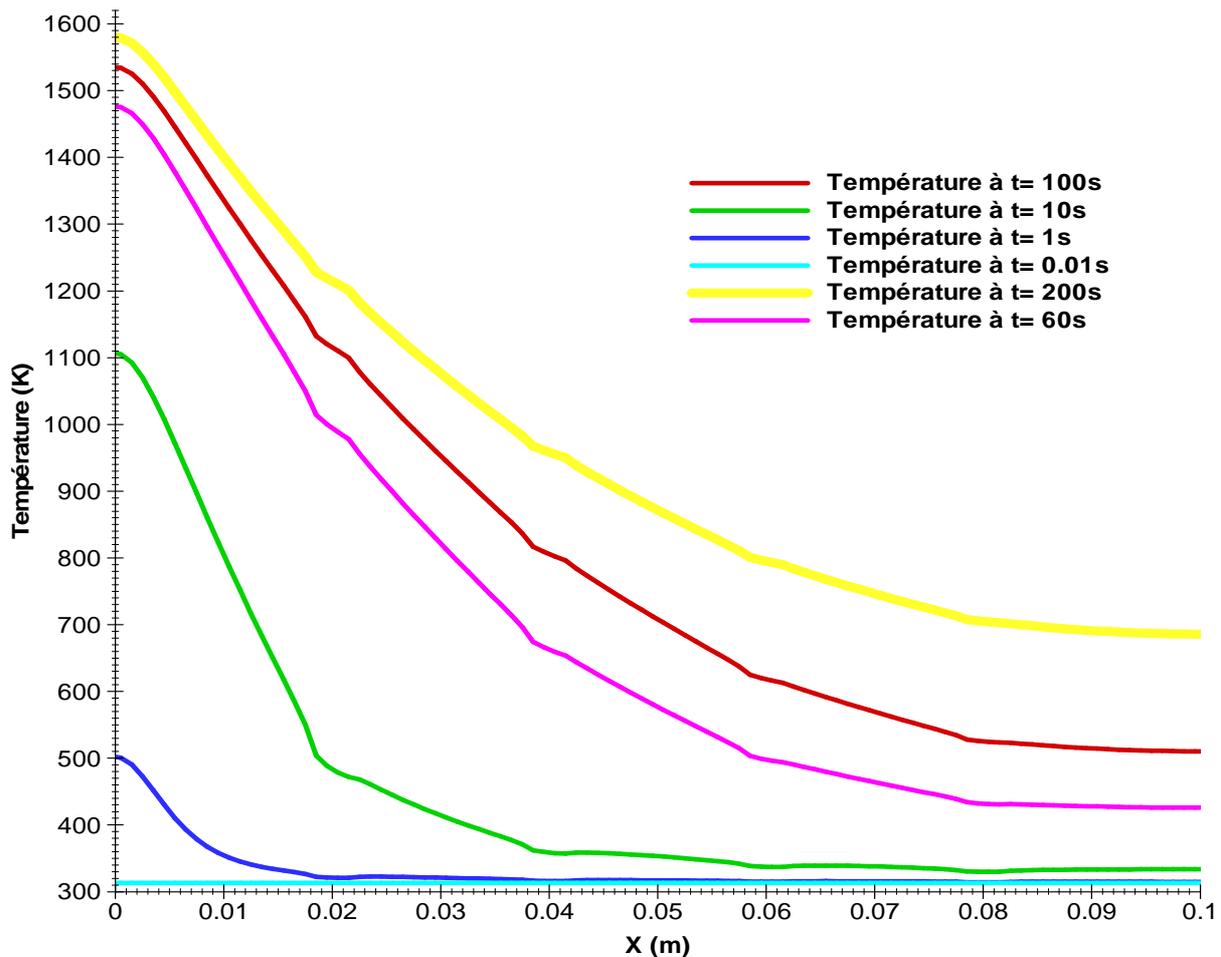


Fig. V. 1.7. Variations de température en fonction de  $X$  au niveau de la surface  $Y = 4\text{mm}$ .

- Cylindre contenant six ailettes

Les figures V-1.8 à V-1.11, donnent les lignes d'isothermes à différents temps, pour la section longitudinale d'un cylindre à six ailettes. On note que le régime permanent est atteint après environ 200 secondes. La température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, correspondant à la variation des températures des gaz de combustion à l'intérieur de ce cylindre, tel que les grandes valeurs de température se trouvant proche du PMH. A l'instant,  $t=10\text{s}$ , la température dans la moitié inférieure du cylindre est d'environ 357K, elle augmente au fur et à mesure, jusqu'à atteindre la valeur de 573K près du PMB à l'instant  $t = 200\text{s}$ , ce qui correspond au régime permanent.

- A l'instant  $t = 10s$

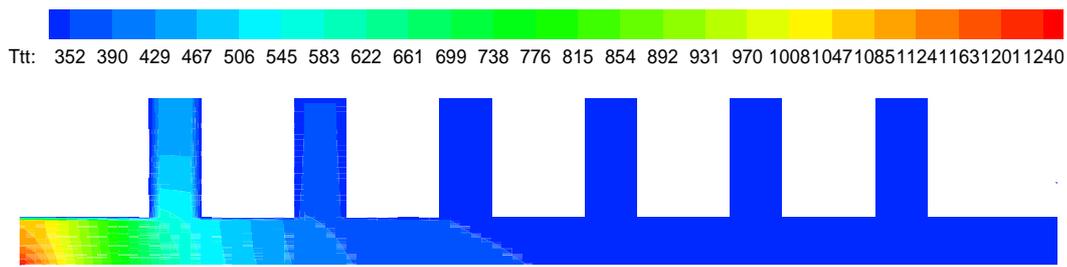


Fig. V-1.8. Isothermes en K, après 10s.

- A l'instant  $t = 60s$

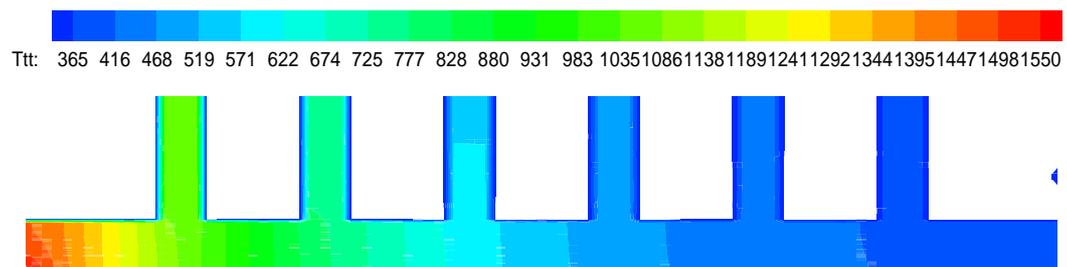


Fig. V-1.9. Isothermes en K, après 60s.

- A l'instant  $t = 100s$

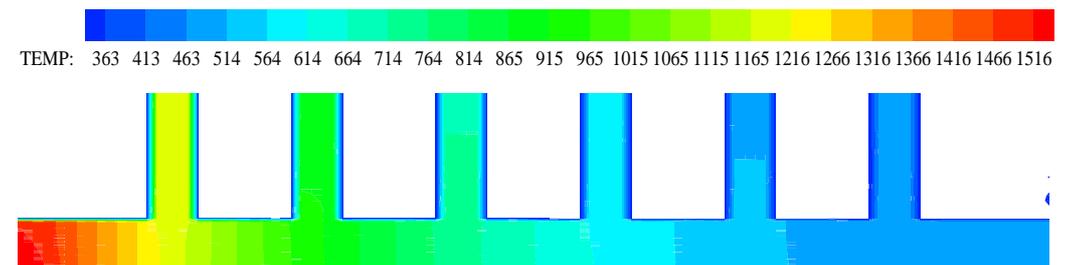


Fig. V-1.10. Isothermes en K, après 100s.

- A l'instant  $t = 200s$

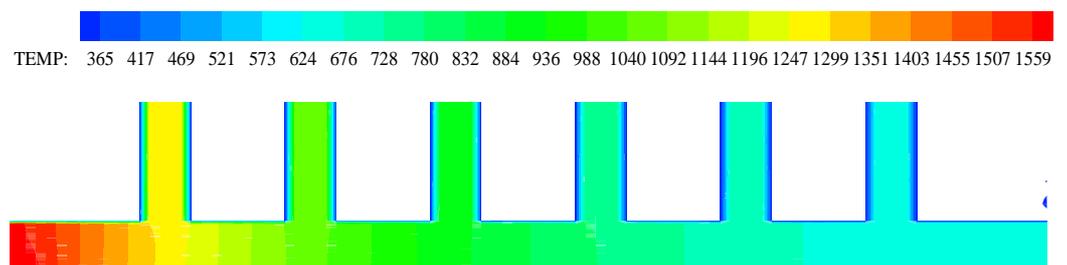


Fig. V-1.11. Isothermes en K, après 200s.

La figure V. 1.12 donne les profils de température au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4mm$ ) en fonction de l'hauteur du cylindre pour différent temps. On remarque que la température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, et qu'il existe un léger pic de température au niveau de la base des ailettes.

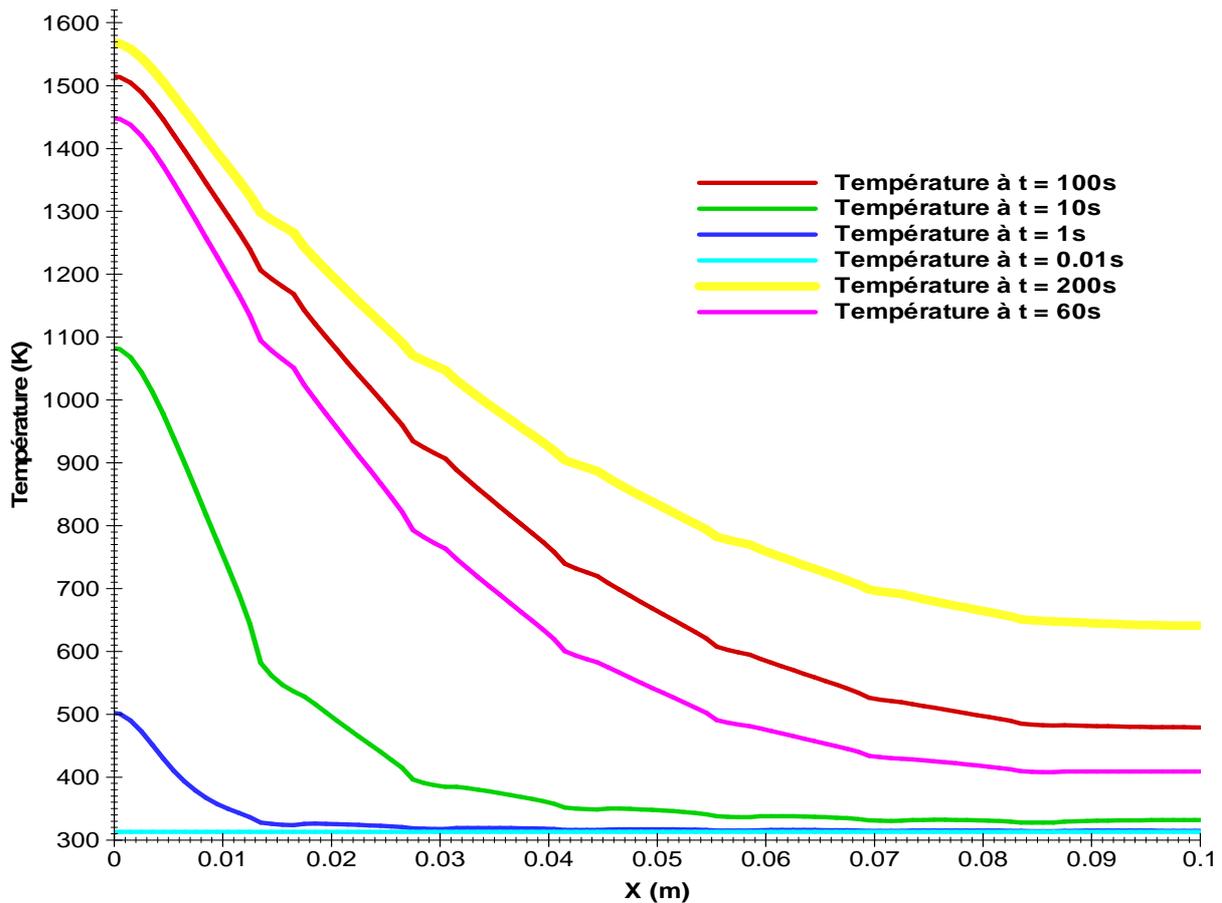


Fig. V. 1.12. Variations de température en fonction de  $X$  au niveau de la surface  $Y = 4\text{mm}$ .

- Cylindre contenant neuf ailettes

Les figures V-1.13 à V-1.16, donnent les lignes d'isothermes à différents temps, pour la section longitudinale d'un cylindre à neuf ailettes identiques. On note que le régime permanent est atteint après environ 200 secondes. La température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, correspondant à la variation des températures des gaz de combustion à l'intérieur de ce cylindre, tel que les grandes valeurs de température se trouvant proche du PMH. A l'instant,  $t=10\text{s}$ , la température dans la moitié inférieure du cylindre est d'environ 349K, elle augmente au fur et à mesure, jusqu'à atteindre la valeur de 569K près du PMB à l'instant  $t = 200\text{s}$ , ce qui correspond au régime permanent.

- A l'instant  $t = 10s$

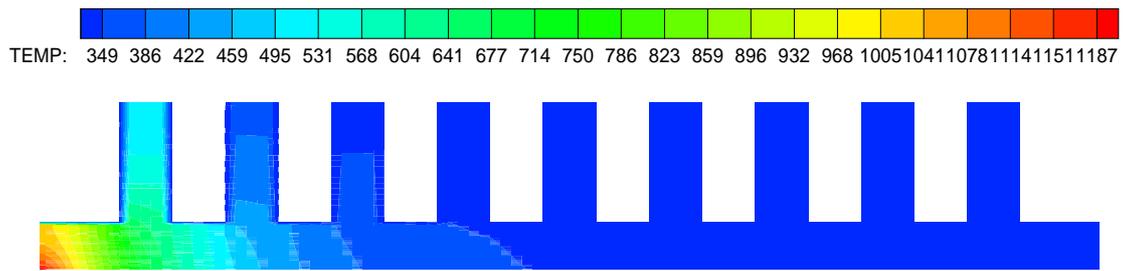


Fig. V-1.13. Isothermes en K, après 10s.

- A l'instant  $t = 60s$

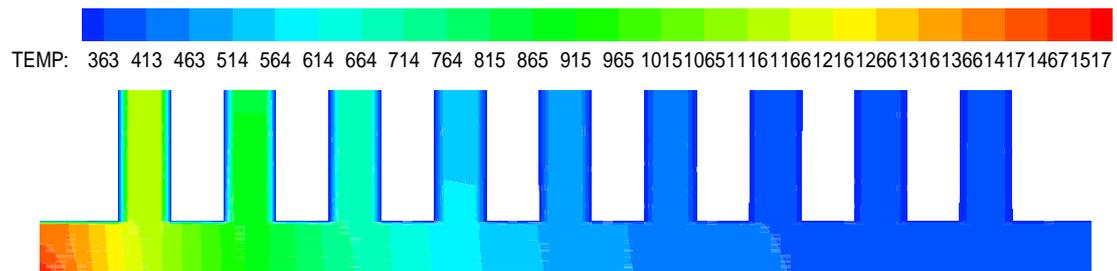


Fig. V-1.14. Isothermes en K, après 60s.

- A l'instant  $t = 100s$

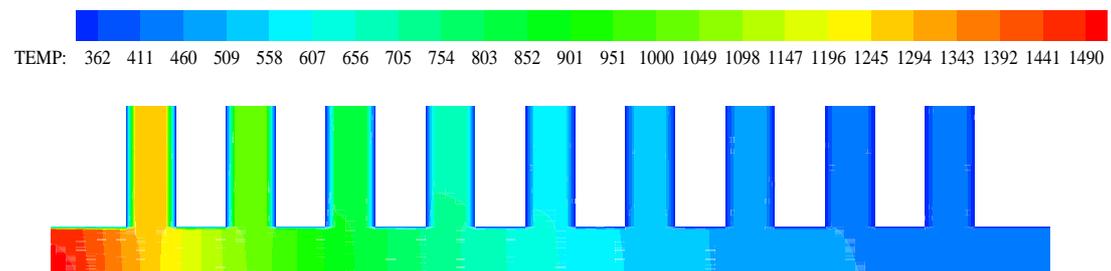


Fig. V-1.15. Isothermes en K, après 100s.

- A l'instant  $t = 200s$

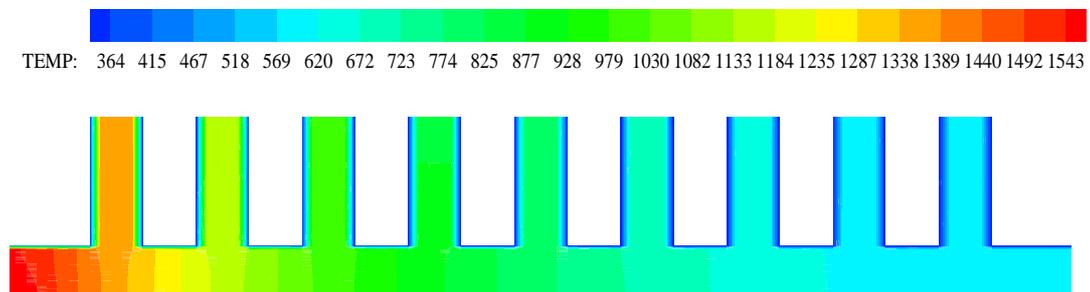


Fig. V-1.16. Isothermes en K après 200s.

La figure V. 1.17 donne les profils de température au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4mm$ ) en fonction de l'hauteur du cylindre pour différent temps. On observe que la

température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, et il y a léger pic de température au niveau de la base des ailettes.

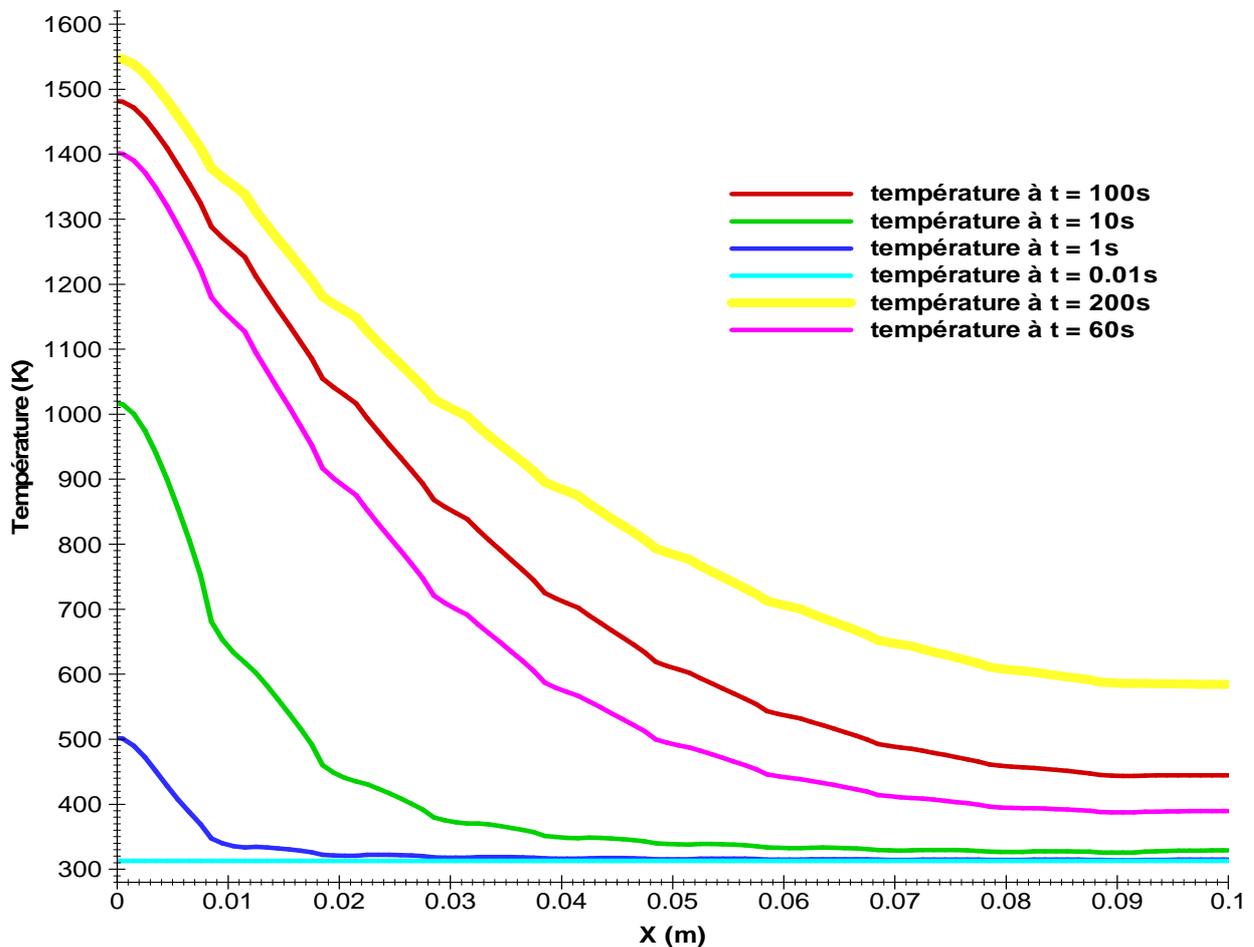


Fig. V. 1.17. Variations de température en fonction de X, au niveau de la surface  $Y = 4\text{mm}$ .

#### V.1.4.2. Hauteur d'ailette égale à 16 mm.

- Cylindre contenant six ailettes

Les figures V-1.18 à V-1.20, donnent les lignes d'isothermes à différents temps, pour la section longitudinale d'un cylindre à six ailettes identiques. On note que le régime permanent est atteint après environ 200 secondes. La température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, correspondant à la variation des températures des gaz de combustion à l'intérieur de ce cylindre, tel que les grandes valeurs de température se trouvant proche du PMH. A l'instant,  $t=10\text{s}$ , la température dans la moitié inférieure du cylindre est d'environ 314K, elle augmente au fur et à mesure jusqu'à atteindre la valeur de 573K près du PMB à l'instant  $t = 200\text{s}$ , ce qui correspond au régime permanent.

- A l'instant  $t = 10s$

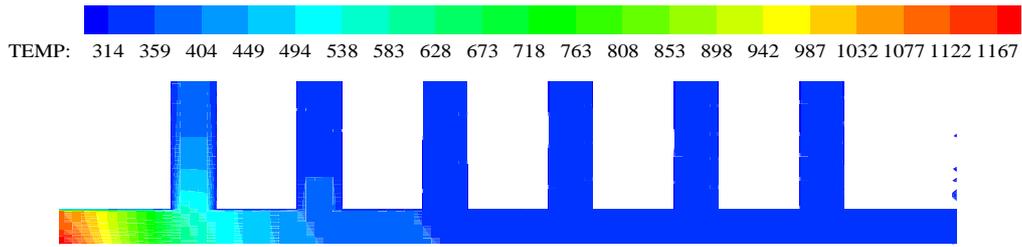


Fig. V-1.18. Isothermes en K, après 10s.

- A l'instant  $t = 100s$

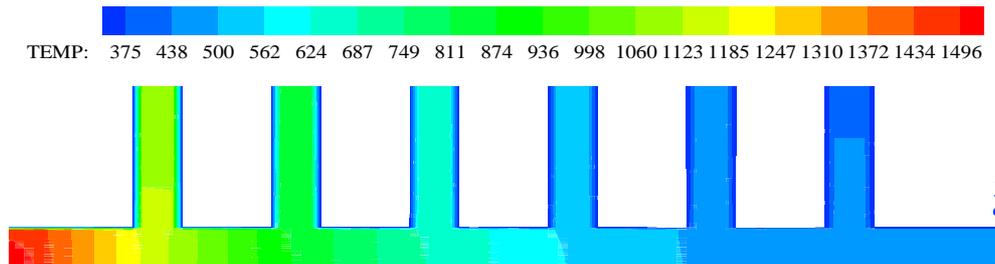


Fig. V-1.19. Isothermes en K, après 100s.

- A l'instant  $t = 200s$

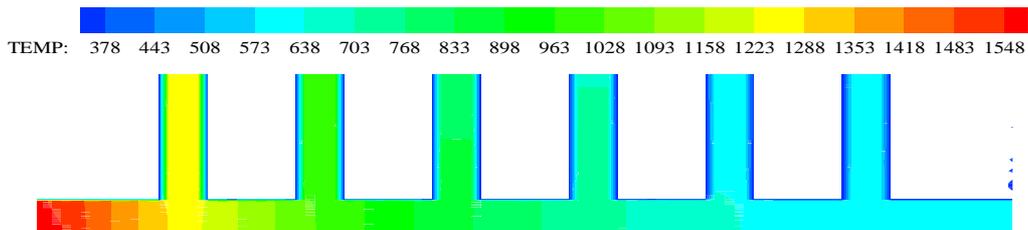


Fig. V-1.20. Isothermes en K, après 200s.

Les figures V. 1.21 et V. 1.22 donnent les profils de température au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4mm$ ) et à mi épaisseur de la paroi du cylindre ( $Y = 2mm$ ) en fonction de la hauteur du cylindre pour différent temps. On observe que la température dans les parois du cylindre est diminuée en fonction de la hauteur du cylindre, et il y a un léger pic de température au niveau de la base des ailettes.

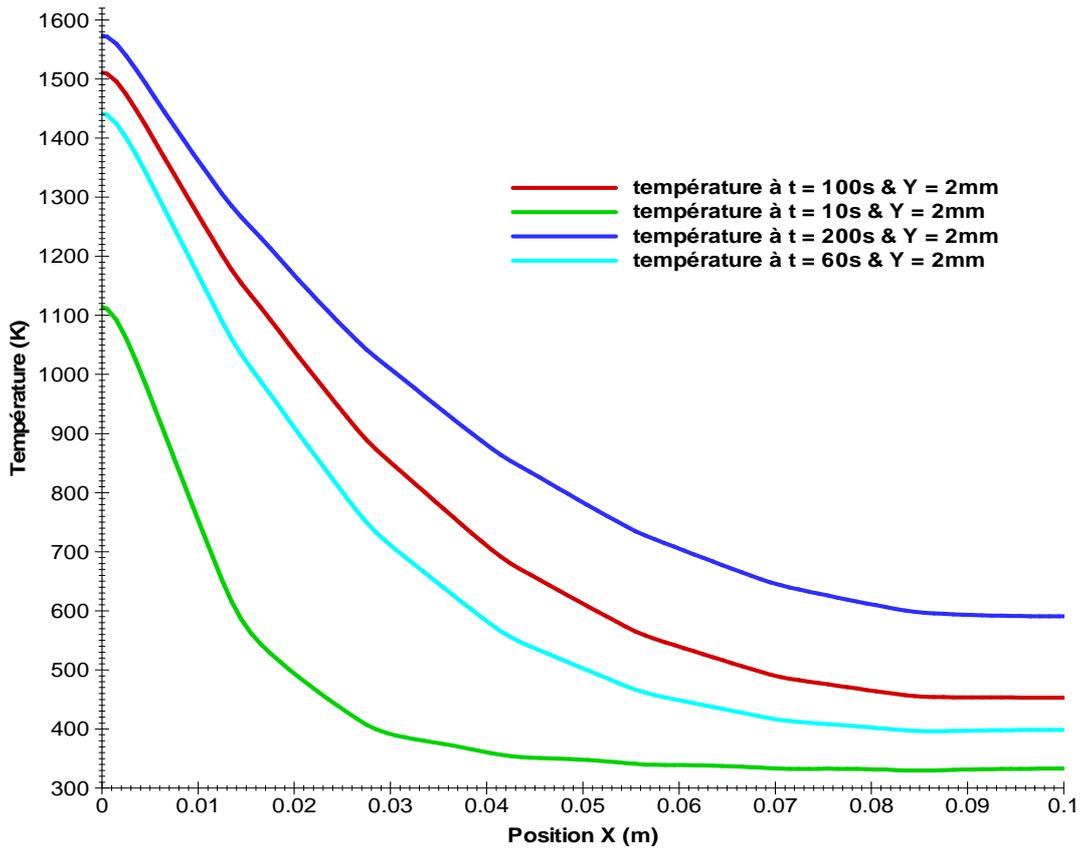


Fig. V. 1.21. Variations de température en fonction de X au niveau de la surface Y = 2mm.

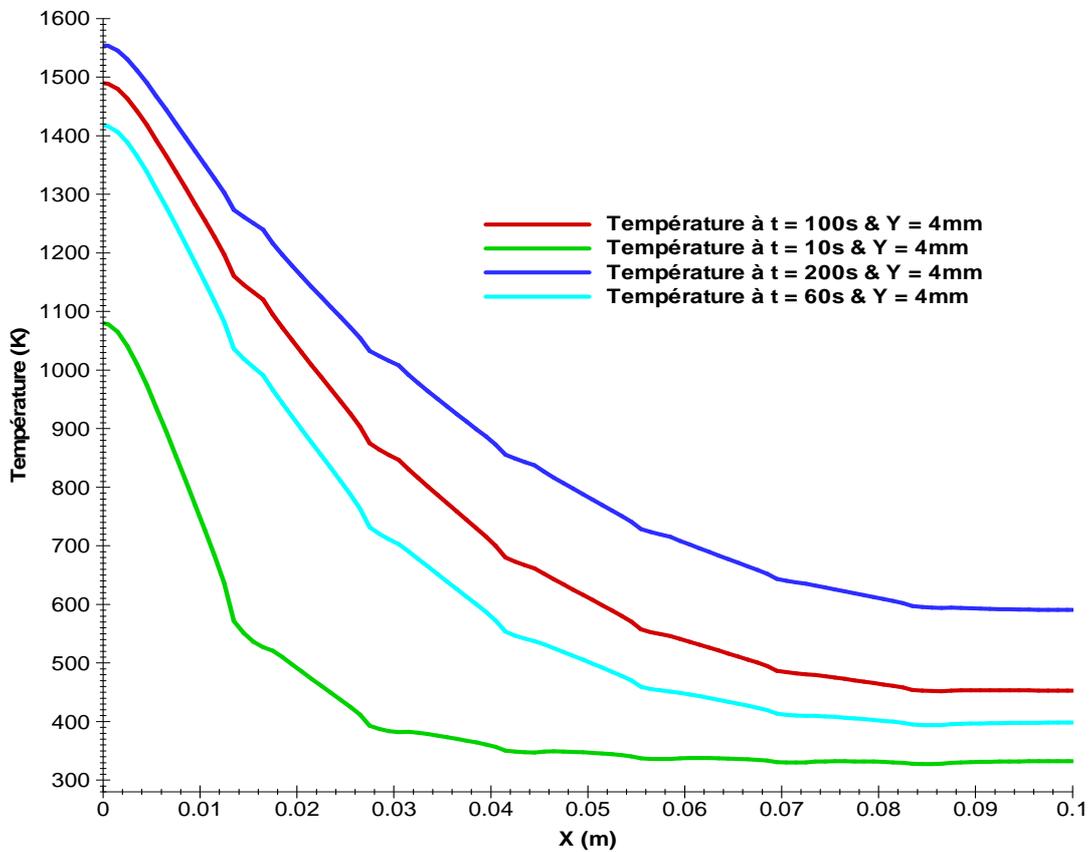


Fig. V. 1.22. Variations de température en fonction de X au niveau de la surface Y = 4mm.

- Cylindre contenant neuf ailettes

Les figures V-1.23 à V-1.25, donnent les lignes d'isothermes à différents temps, pour la section longitudinale d'un cylindre à neuf ailettes identiques. On note que le régime permanent est atteint après environ 200 secondes. La température dans les parois du cylindre diminue en fonction de la hauteur du cylindre, correspondant à la variation des températures des gaz de combustion à l'intérieur de ce cylindre, tel que les grandes valeurs de température se trouvant proche du PMH. A l'instant,  $t=10s$ , la température dans la moitié inférieure du cylindre est d'environ 355K, elle augmente au fur et à mesure jusqu'à atteindre la valeur de 568K près du PMB à l'instant  $t = 200s$ , ce qui correspond au régime permanent.

- *A l'instant  $t = 10s$*

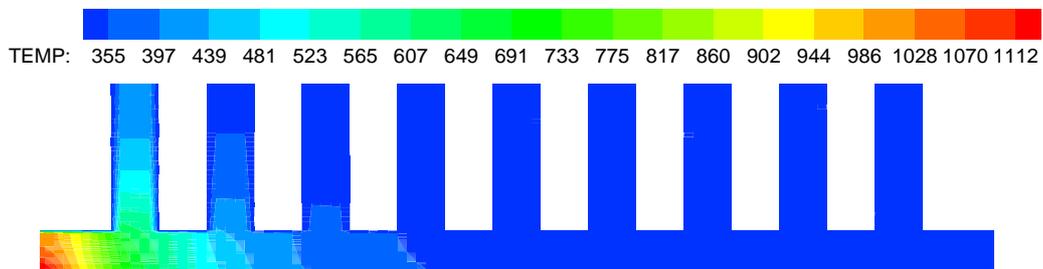


Fig. V-1.23. Isothermes en K, après 10s.

- *A l'instant  $t = 100s$*

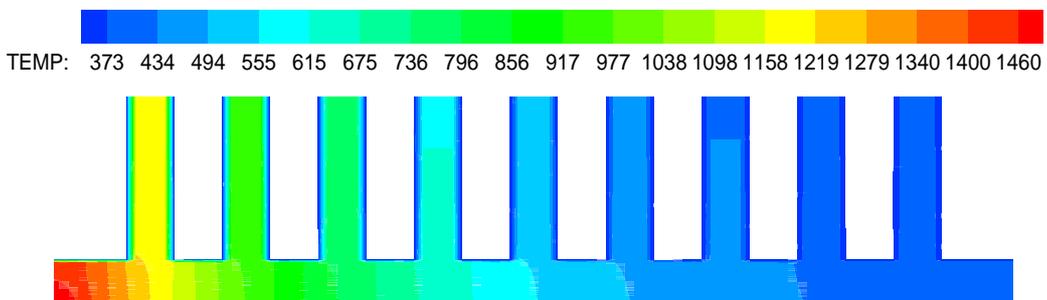


Fig. V-1.24. Isothermes en K, après 100s.

- *A l'instant  $t = 200s$*

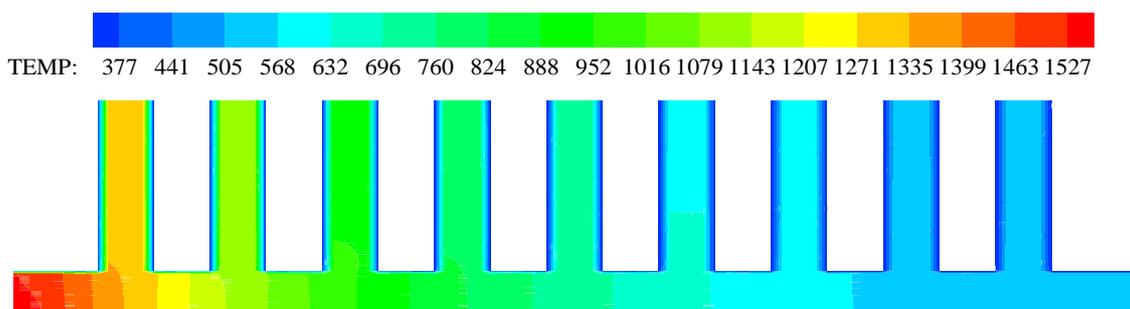


Fig. V-1. 25. Isothermes en K, après 200s.

Les figures V. 1.26 et V. 1.27 donnent les profils de température au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4mm$ ) et à mi épaisseur de la paroi du cylindre ( $Y = 2mm$ ) en fonction de la hauteur du cylindre pour différent temps. On observe que la température dans les parois du cylindre est diminuée en fonction de la hauteur du cylindre, et il y a un léger pic de température au niveau de la base des ailettes.

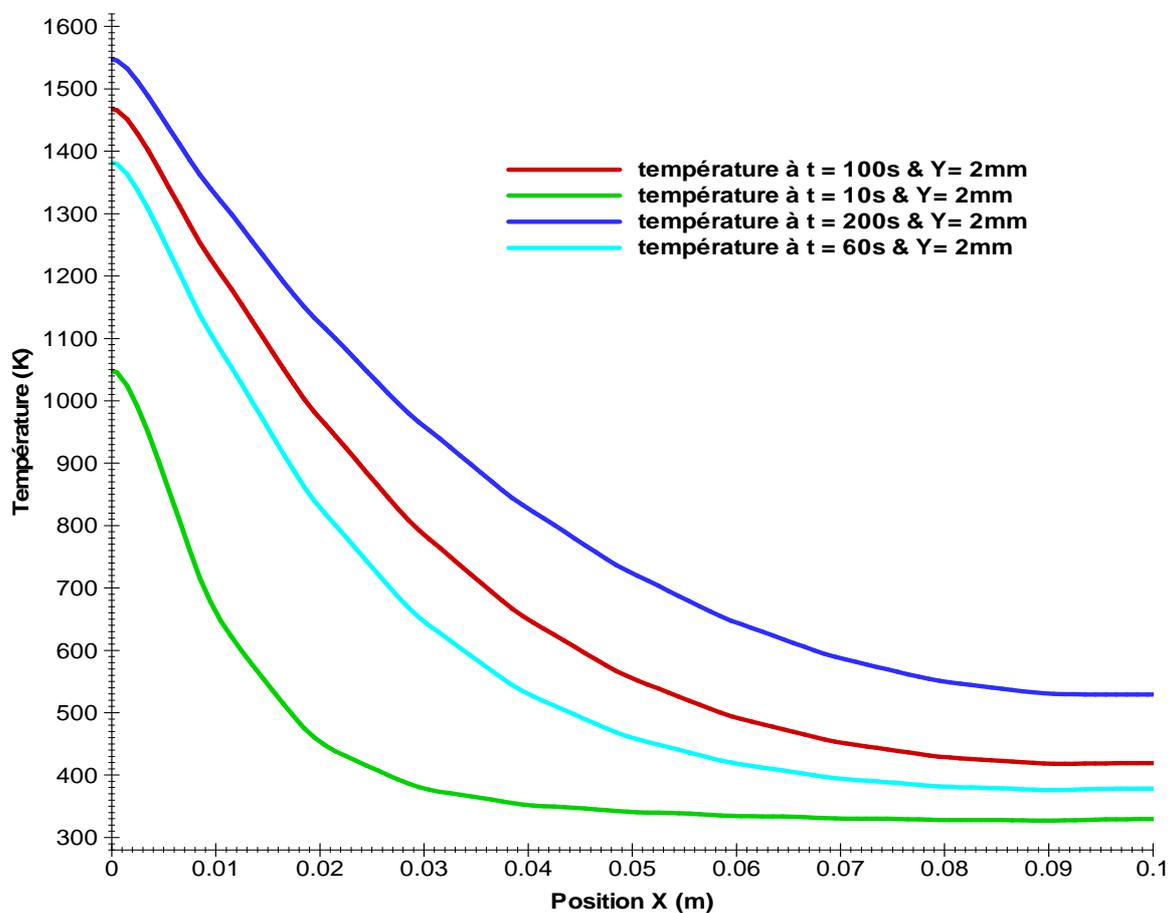
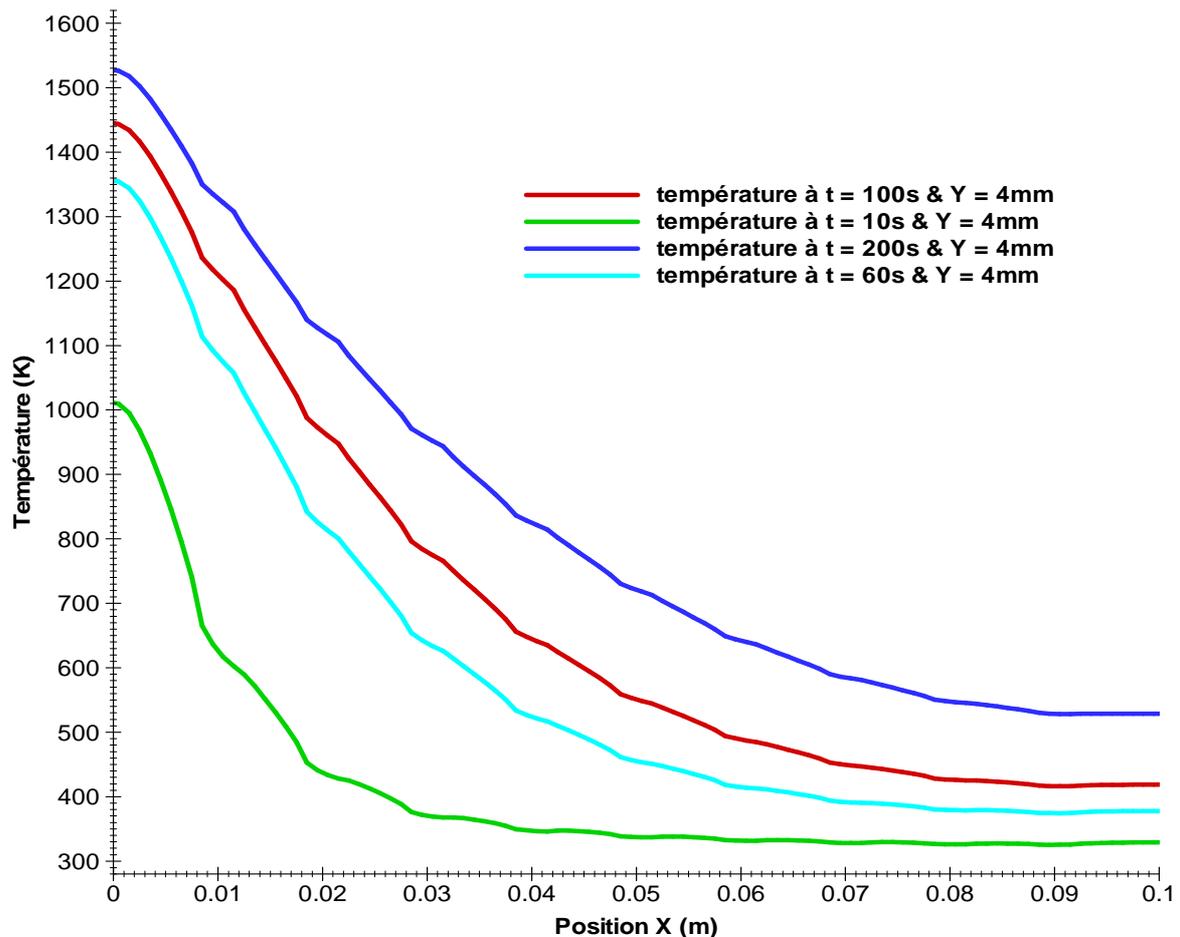


Fig. V. 1.26. Variations de température en fonction de X au niveau de la surface  $Y = 2mm$ .



**Fig. V. 1.27.** Variations de température en fonction de  $X$  au niveau de la surface,  $Y = 4\text{mm}$ .

La figure V-1.28, donne les variations de température le long du cylindre, au niveau de la mi-épaisseur de ce dernier ( $Y = 2\text{mm}$ ), pour différents nombres d'ailettes (quatre, six et neuf ailettes) et pour deux hauteurs d'ailettes considérées ( $HE = 11\text{mm}$  et  $HE = 16\text{mm}$ ). On remarque que les distributions de température pour les différents cas présentés dans la figure, ont une allure décroissante. Cette décroissance est plus accentuée, entre le PMH et la mi-hauteur du cylindre, une légère diminution est observée pour le reste. Concernant l'influence du nombre d'ailettes et leurs dimensions, il est à souligner, que lorsqu'on augmente la hauteur et le nombre d'ailettes, la température à la mi-épaisseur du cylindre diminue, l'écart de température du cylindre peut atteindre 150 K pour une même position,  $x$ , et pour la configuration d'un cylindre à quatre ailettes d'une hauteur de 11mm et d'un cylindre à neuf ailettes d'une hauteur de 16mm.

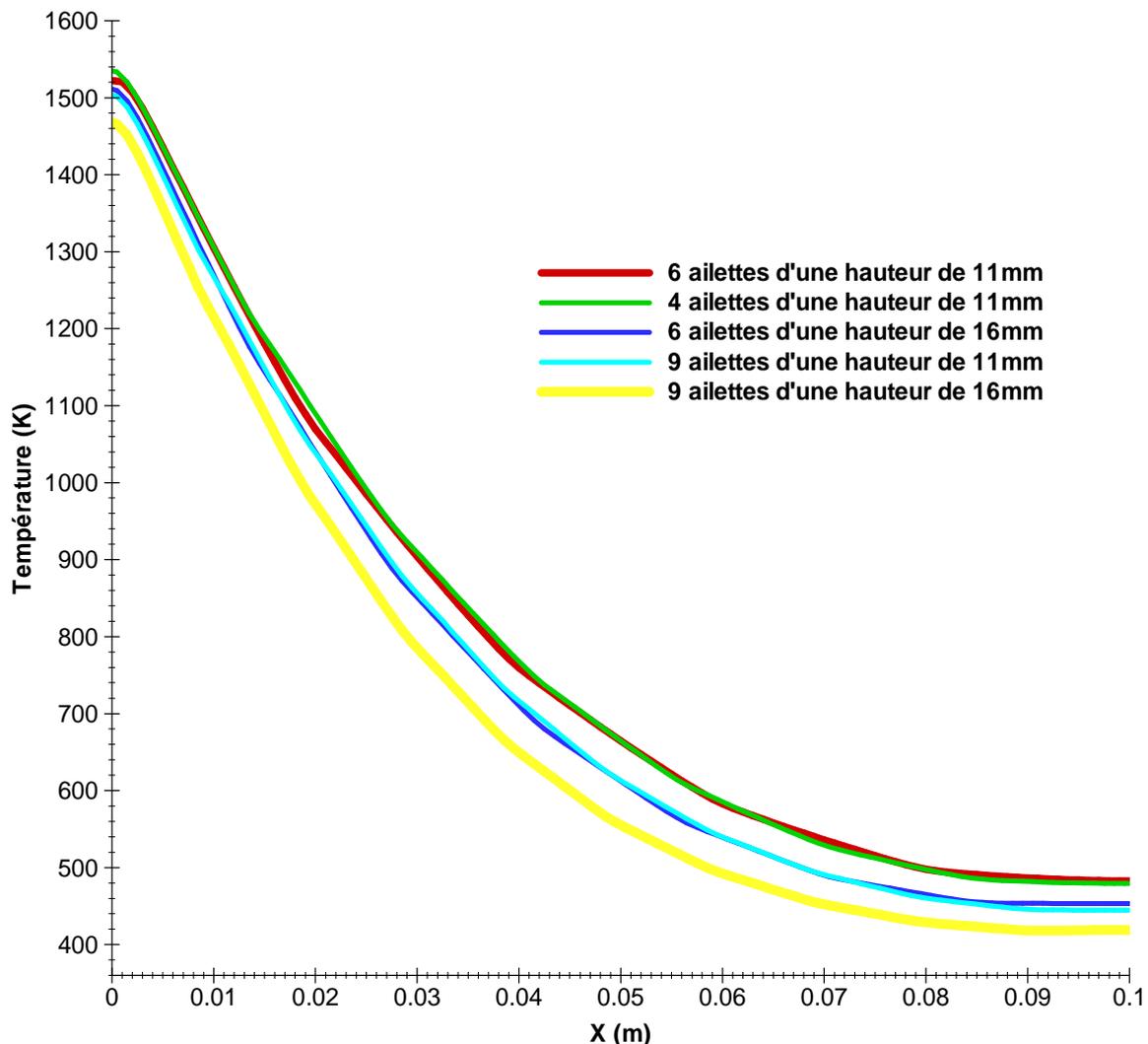
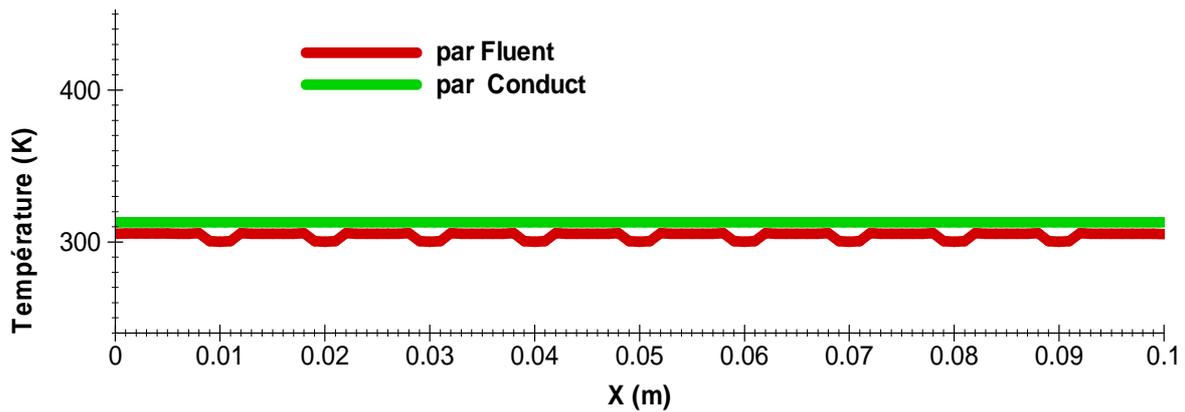


Fig. V-1.28. Variation de température au niveau de la position,  $Y = 2\text{mm}$  en régime permanent.

### V.1.5. Comparaison de résultats

Les résultats issus du code de calcul « Conduct », écrit en Fortran, ont été comparés à ceux du logiciel Fluent. La figure (V-1.29) donne la variation de température le long du cylindre au niveau de la base des ailettes ( $Y = 4\text{mm}$ ), aux premiers instants. L'apparition de pics à la base de chaque ailette n'est visible que sur les résultats de Fluent. Ces pics sont accentués au cours du temps et cet écart est dû, à notre sens, au fait que dans le code de calcul « Conduct », la résolution de l'équation d'énergie est faite sur un domaine d'étude rectangulaire composé de deux zones différentes, la première est une structure solide représentant les parois du cylindre à ailettes et la deuxième représente l'air qui se trouve entre les ailettes, pour, Fluent, le maillage a été établi uniquement sur la structure solide (parois du cylindre à surface ailettée).



**Fig. V-1.29.** *Distribution de température au niveau de la position,  $Y = 4\text{mm}$  pour un cylindre à neuf ailettes*

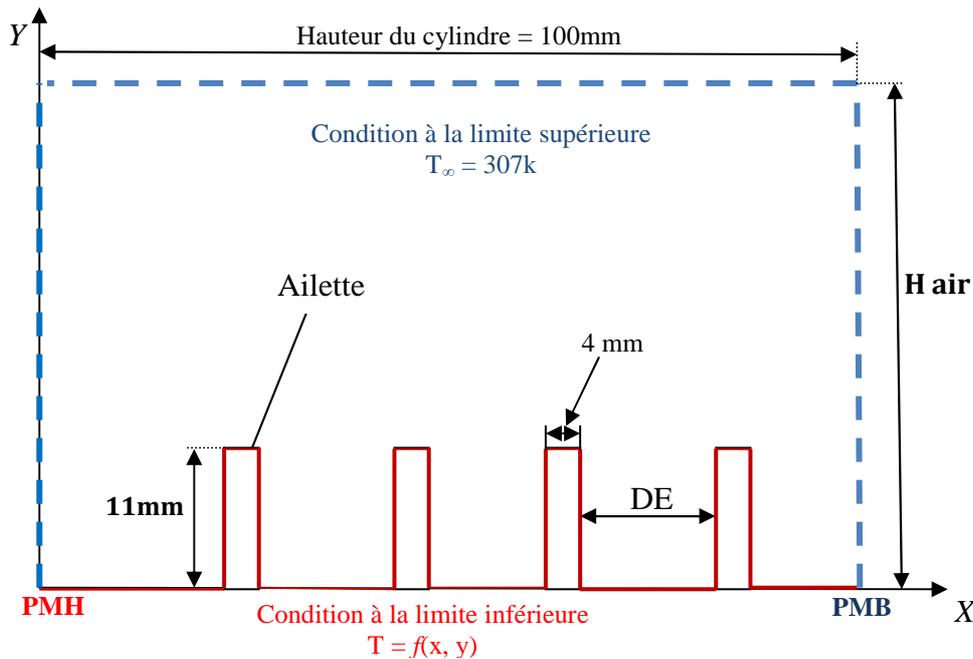
## V.2. Convection naturelle autour d'une surface ailettée

Le présent travail consiste en l'étude numérique de la convection naturelle turbulente dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (ailetté) chauffé par une température variable et non uniforme  $T_p(x, y)$ , les parois verticales sont ouvertes et la paroi supérieure est maintenue à une température constante  $T_{air}$ .

Les équations gouvernant l'écoulement et le transfert thermique dans la cavité sont discrétisées en utilisant une méthode implicite de la méthode des volumes finis. L'adéquation entre les champs, de vitesse et de pression, est réalisée à l'aide de l'algorithme SIMPLE. Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de la chaleur a été mise en œuvre pour simuler la circulation d'air et donner le champ de température dans la cavité. La résolution a été effectuée par utilisation du code de calcul Fluent, basé sur la méthode des volumes finis.

### V.2.1 Présentation des Résultats et Discussions

Dans cette section, nous présentons les résultats numériques des écoulements autour d'une surface ailettée d'un moteur refroidi par l'air. Les dimensions adoptées dans le développement sont : la hauteur d'ailette,  $HE = 11\text{mm}$  et l'épaisseur,  $EE = 4\text{mm}$ . La figure V.2.1 montre une partie d'une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (ailetté) ainsi que ses dimensions et les conditions aux limites correspondantes.



**Figure V.2.1.** Dimensions et conditions aux limites d'une section du domaine d'étude.

L'écoulement est induit par des forces de flottabilité à l'intérieur d'une cavité à fond ailetté ouverte sur les cotés. Afin d'étudier l'efficacité du refroidissement, la simulation a été réalisée sur plusieurs géométrie, en deux étapes : la première traite le cas d'une cavité (fond ailetté) d'une hauteur d'air,  $H_{\text{air}} = 40\text{mm}$  ; nous avons supposé que la géométrie des ailettes est constante et nous avons fait varier la surface d'échange thermique par l'augmentation du nombre d'ailettes de quatre à neuf. Pour la deuxième partie, la simulation a été effectuée sur une cavité d'une hauteur d'air  $H_{\text{air}} = 200\text{mm}$ , où nous avons fait varier le nombre d'ailettes de quatre à neuf.

### V.2.1.1. Cylindre à 4 ailettes :

#### A. Hauteur d'air : $H_{\text{air}} = 40\text{mm}$

Dans ce qui suit, nous allons présenter les résultats de la simulation numérique d'écoulements autour d'un cylindre à quatre ailettes, nous avons considéré le cas d'une hauteur d'air,  $H_{\text{air}} = 40\text{mm}$ .

La figure ci-dessous présente le maillage et les dimensions d'une section du domaine d'étude.

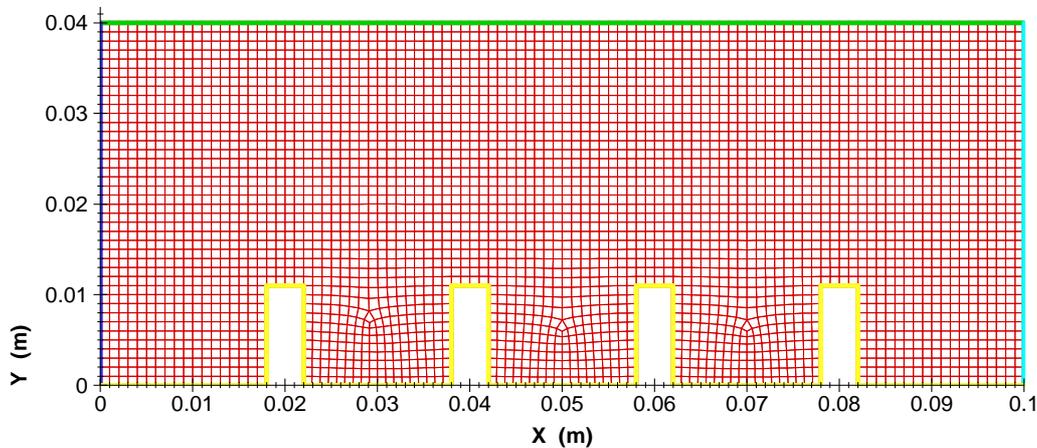


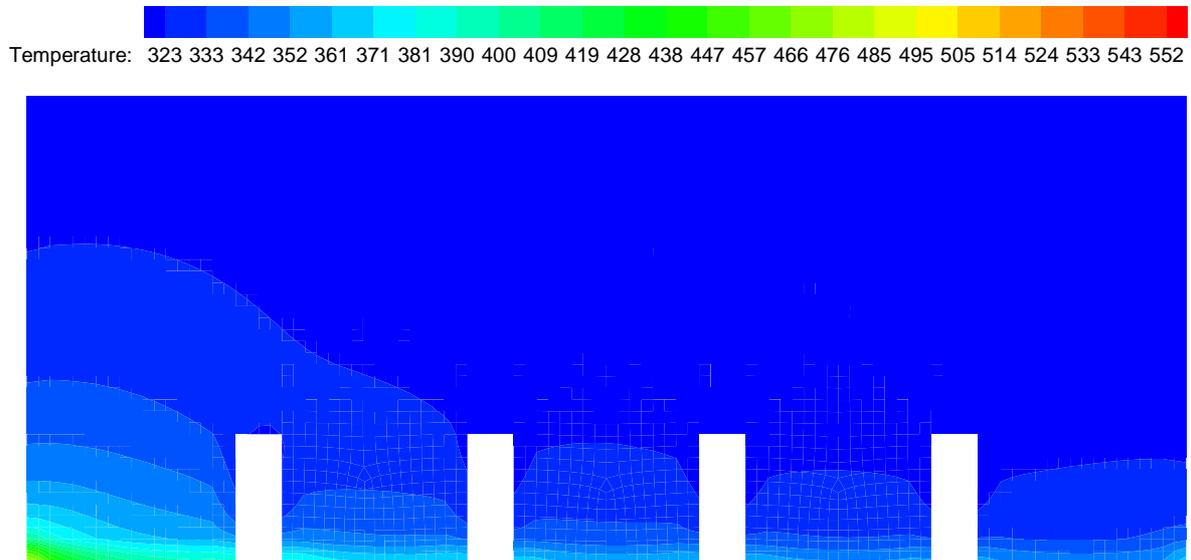
Figure V.2.2 : Dimensions et maillage adaptés

Les figures V.2.3 à V.2.8, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailetée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à quatre ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 20 secondes, et que la température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,13 m/s, elle est atteinte au dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

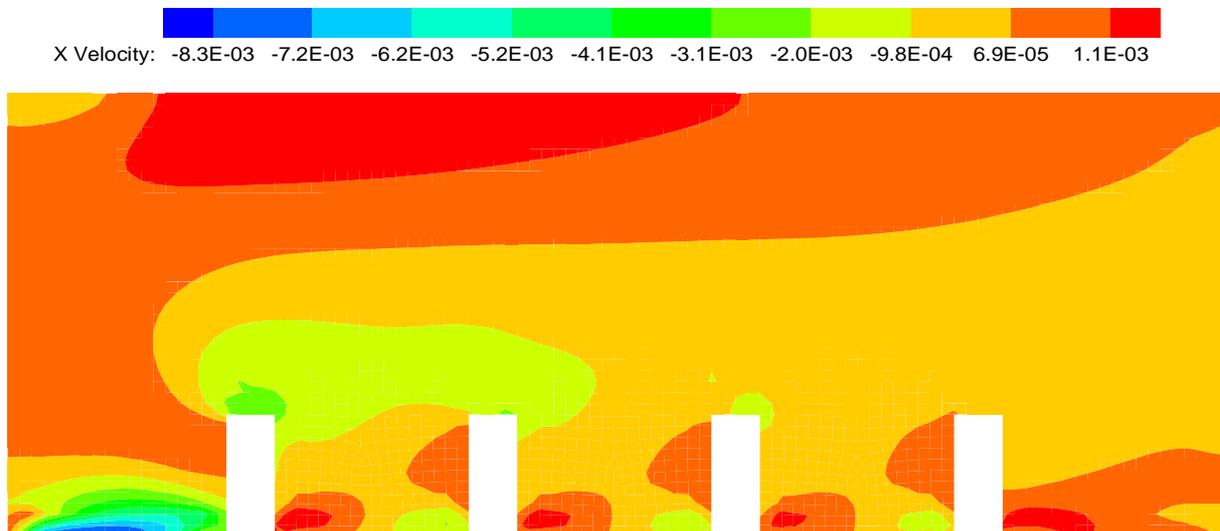
- A l'instant  $t = 1s$  :

**Contours de température**



**Fig. V.2.3.** Contours de température en K, à l'instant  $t = 1s$ .

**Contours de vitesse**



**Fig. V.2.4.** Contours de vitesse (m/s), suivant  $x$ , à l'instant  $t = 1s$ .

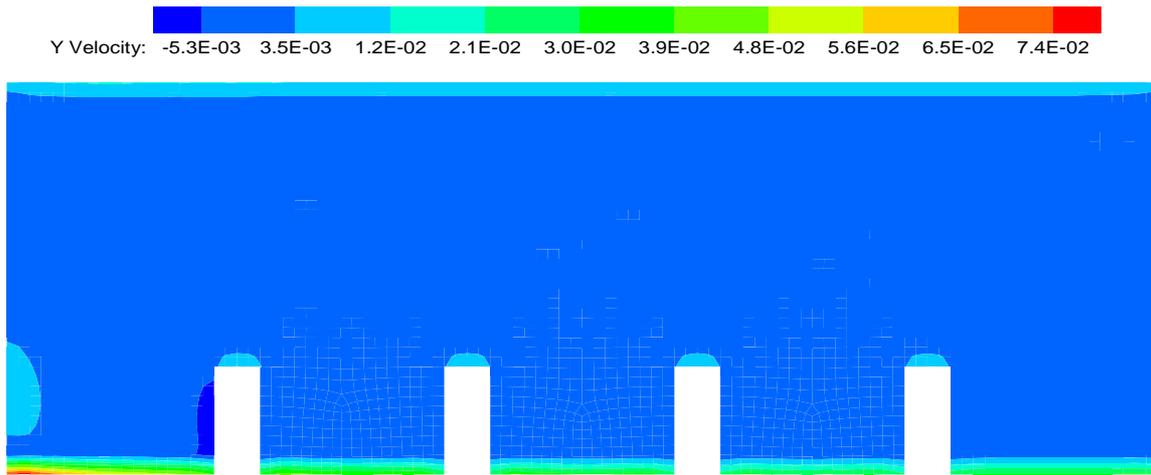


Fig. V.2.5. Contours de vitesse (m/s), suivant y, à l'instant  $t = 1s$ .

- **Régime stationnaire** (à partir de l'instant  $t = 20s$ )

**Contours de température**

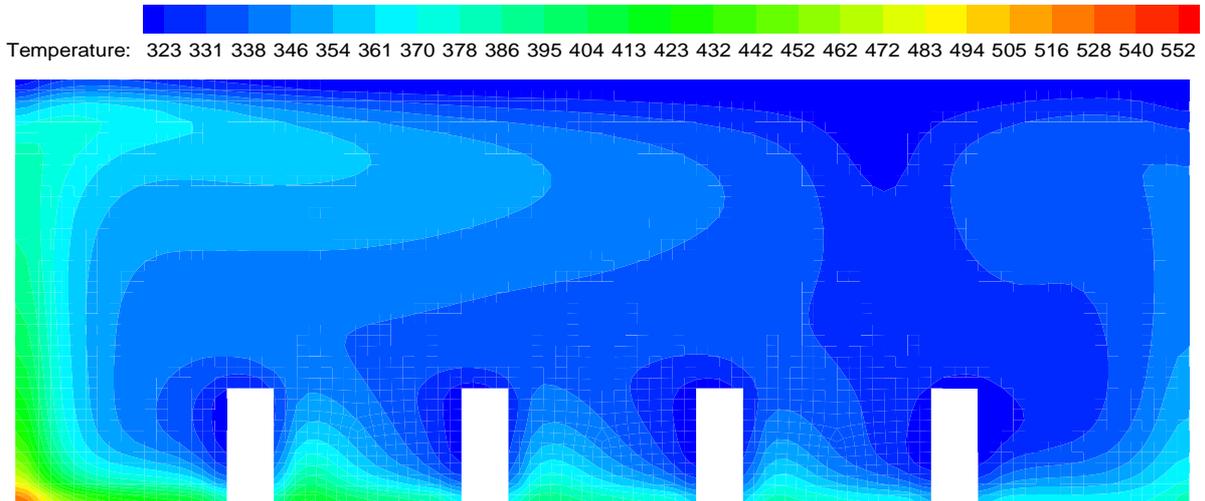


Fig. V.2.6. Contours de température en K, en régime stationnaire.

**Vecteurs vitesse**

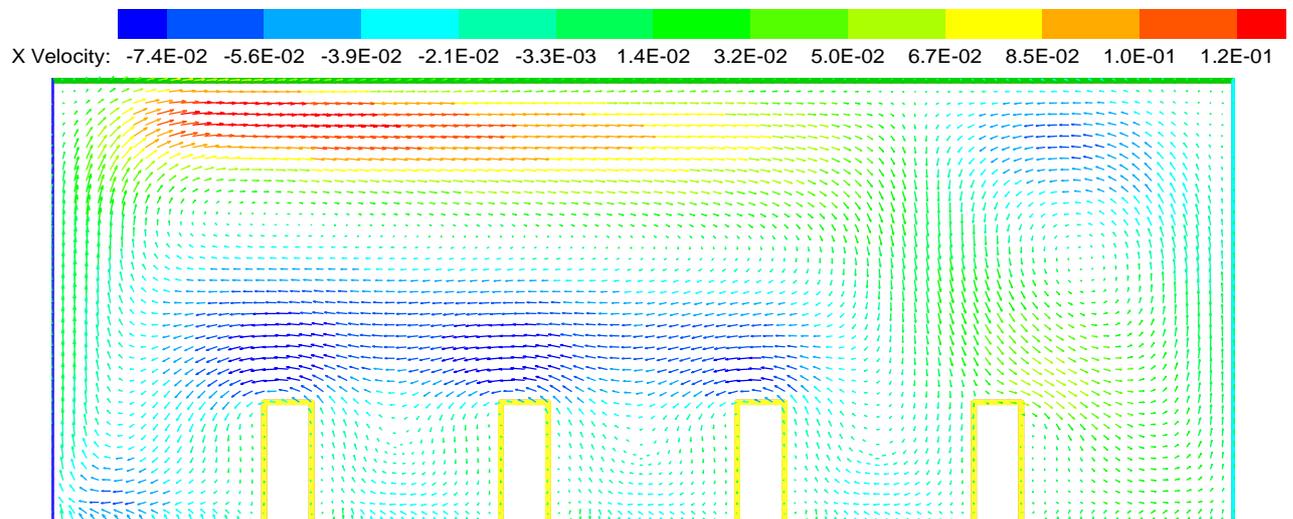


Fig. V.2.7. Vecteurs vitesse (m/s), suivant x, en régime stationnaire.

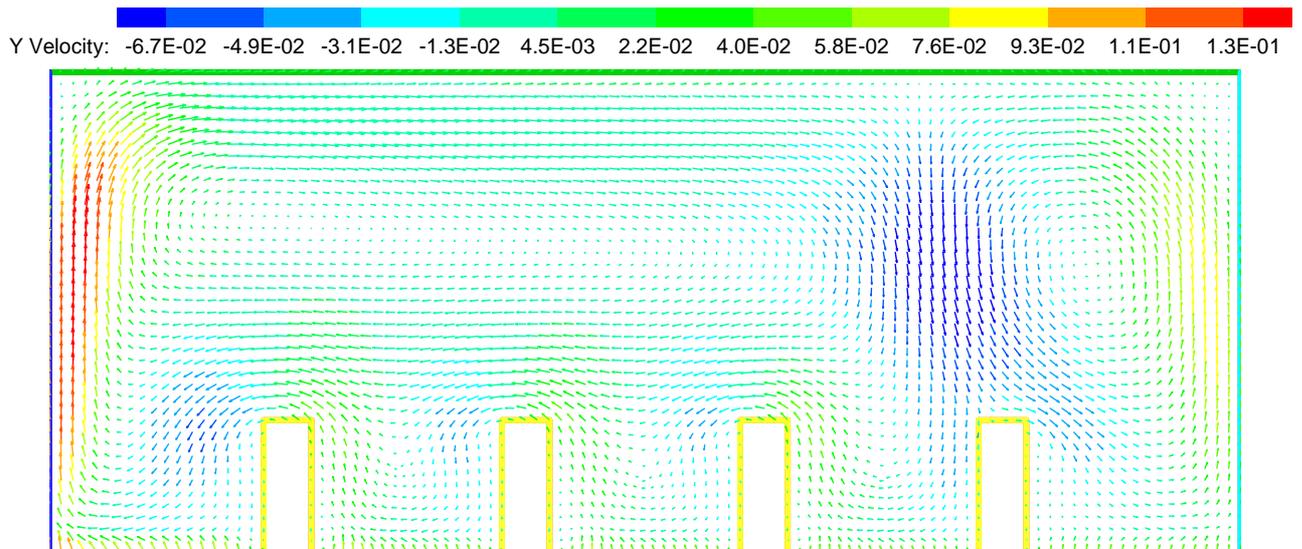


Fig. V.2.8. Vecteurs vitesse (m/s), suivant y, en régime stationnaire.

**Coefficient de transfert thermique :**

La figure V.2.9, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps :

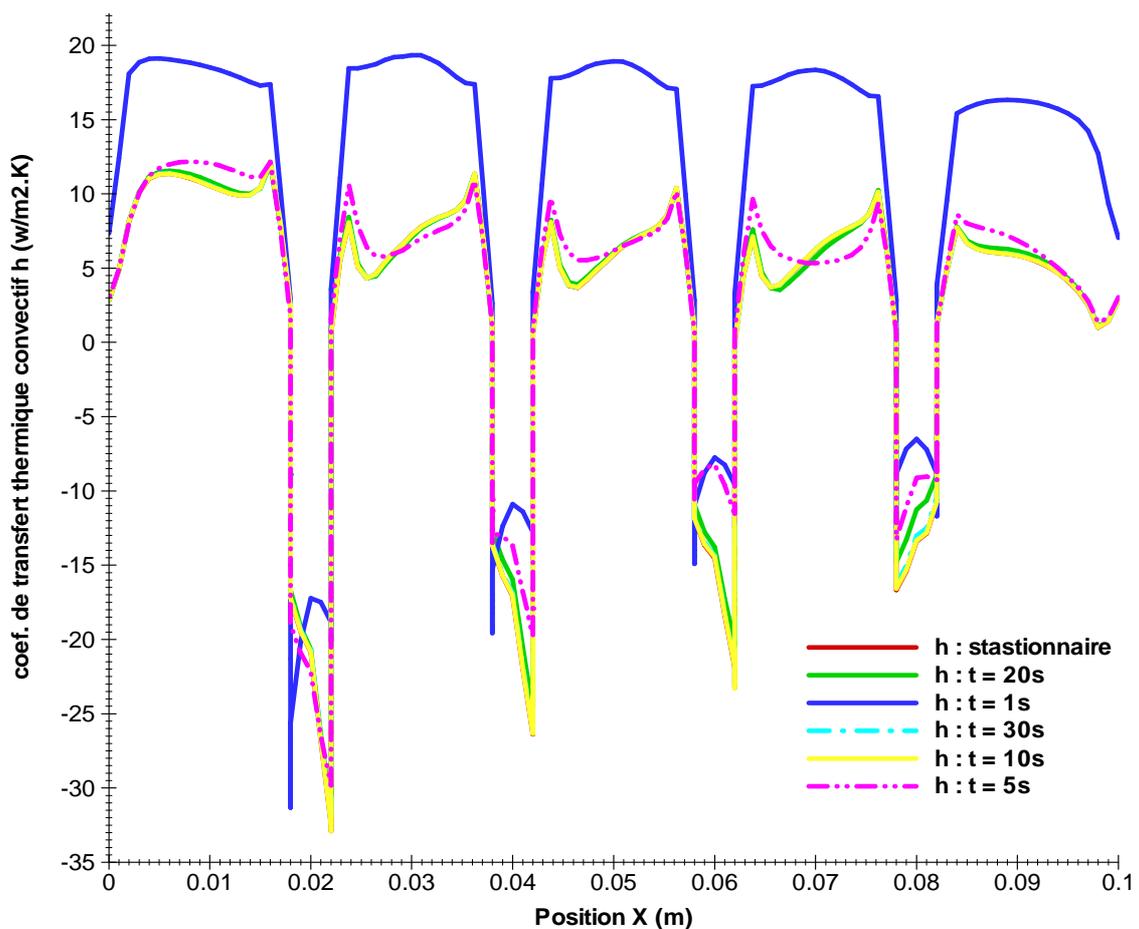


Fig. V.2.9. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface à quatre ailettes et avec hauteur d'air de 40mm.

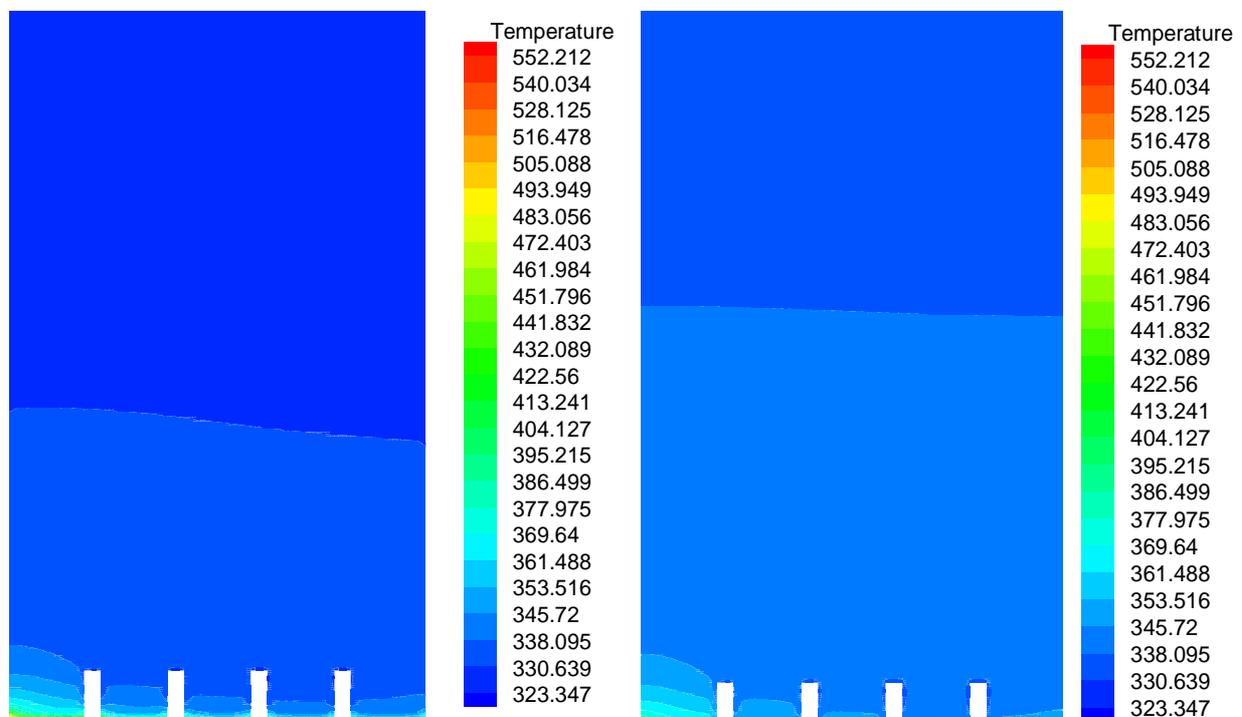
**B. Hauteur d'air :  $H_{air} = 200mm$**

Ci-après, nous présentons les résultats issus de la simulation numérique des écoulements autour d'un cylindre à quatre ailettes en considérant une hauteur d'air,  $H_{air} = 200mm$ .

Les figures V.2.10 à V.2.15, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailetée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à quatre ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 50 secondes, et que la température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,03 m/s, elle est atteinte au dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

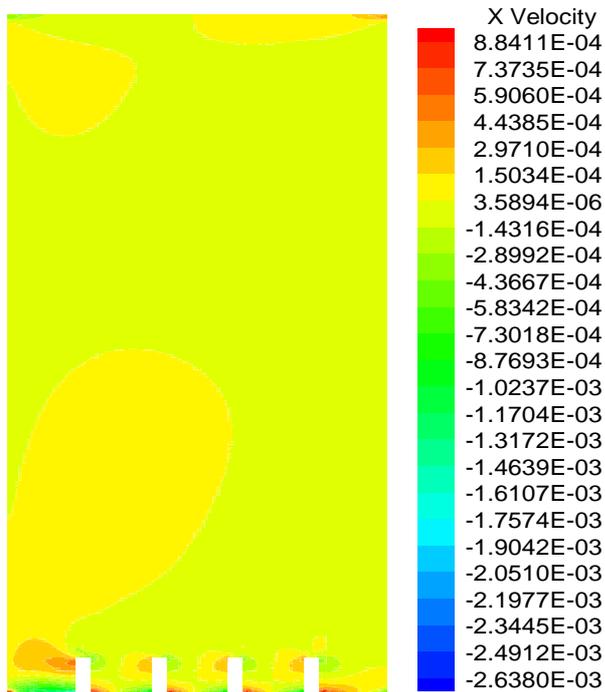
**Contours de température**



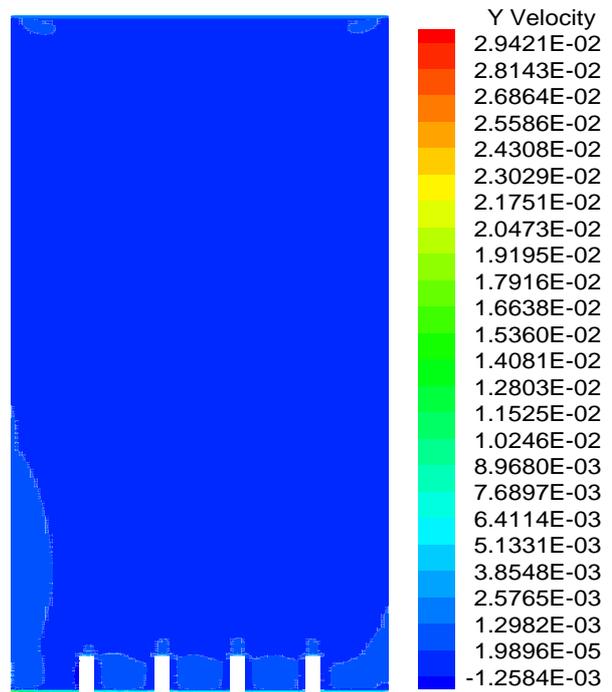
**Fig. V.2.10.** Contour de température en K, à l'instant  $t = 5s$ .

**V.2.11.** Contour de température en K, à l'instant  $t = 50s$ .

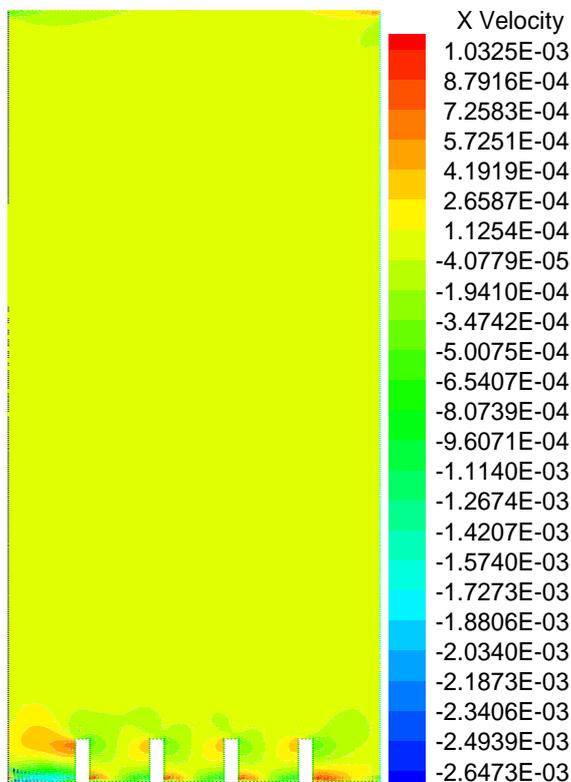
Contours de vitesse



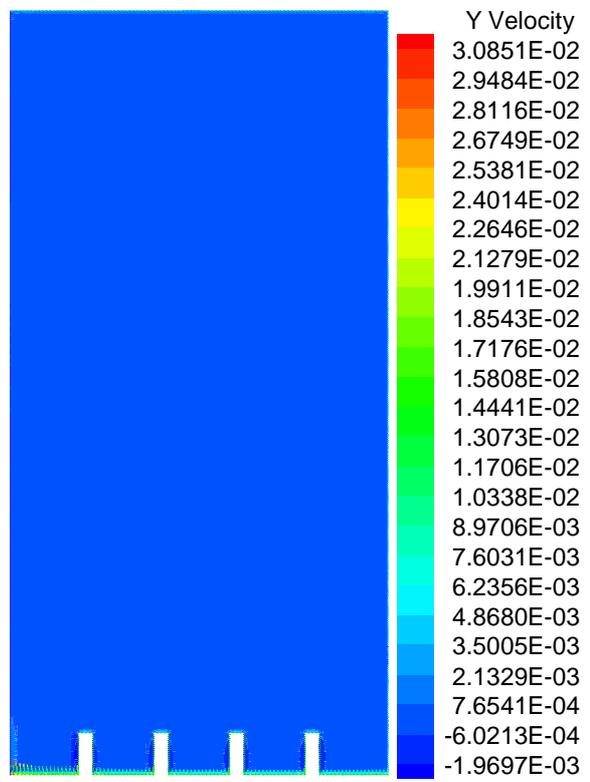
*Fig. V.2.12. Contours de vitesse (m/s),  
Suivant x, à l'instant  $t = 5s$*



*Fig. V.2.13. Contours de vitesse (m/s),  
suivant y, à l'instant  $t = 5s$*



*Fig. V.2.14. Contour de vitesse (m/s),  
suivant y à l'instant,  $t = 50s$ ,  
(régime permanant)*



*Fig. V.2.15. Contour de vitesse (m/s),  
suivant y, à l'instant  $t = 50s$ ,  
(régime permanant)*

**Coefficient de transfert de chaleur :**

La figure V.2.16, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps :

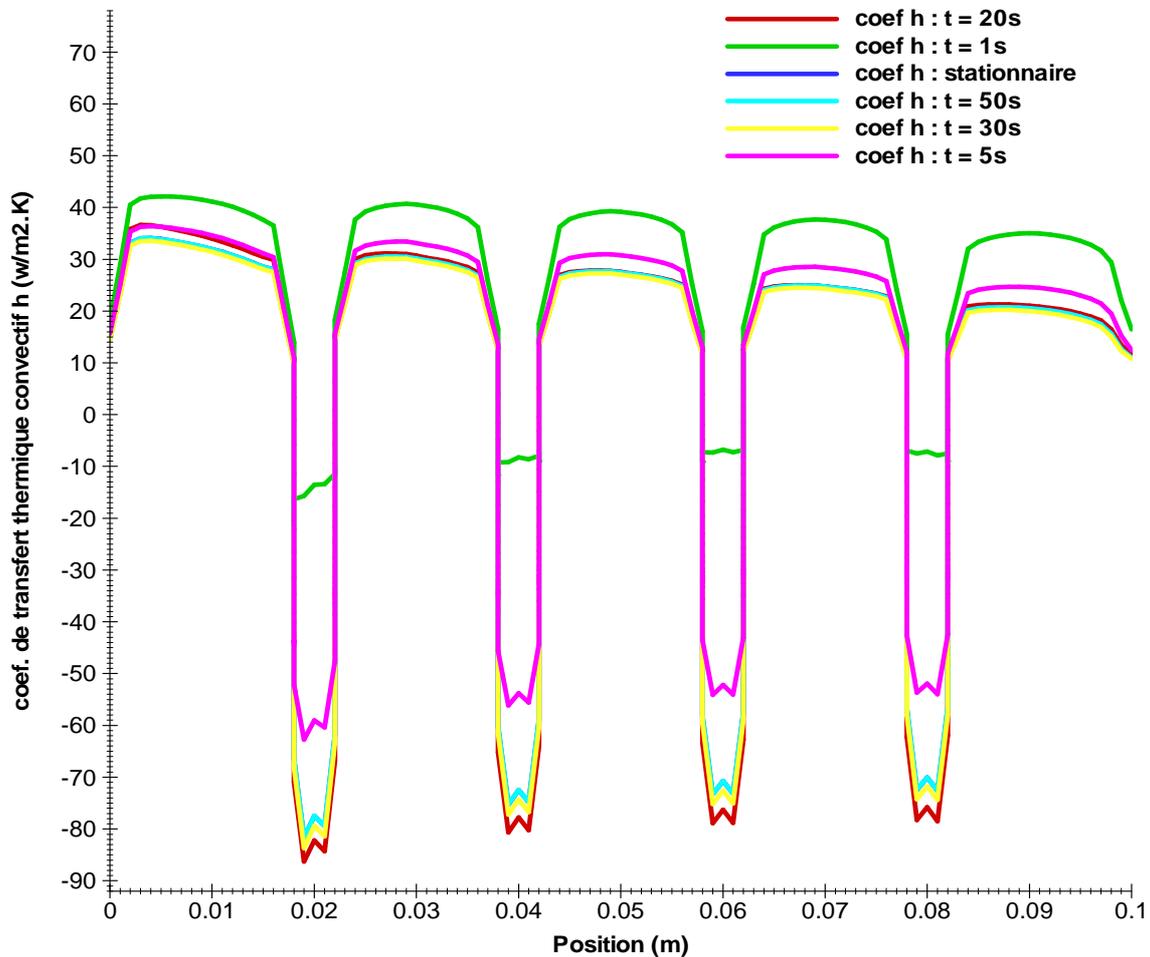


Fig. V.2.16. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface à quatre ailettes, pour une hauteur d'air de 200mm.

**V.2.1.2. Cylindre à 6 ailettes :****A. Hauteur d'air :  $H_{\text{air}} = 40\text{mm}$** 

Ci-dessous, nous présentons les résultats de la simulation numérique des écoulements autour d'un cylindre à six ailettes, en considérant une hauteur d'air,  $H_{\text{air}} = 40\text{mm}$ .

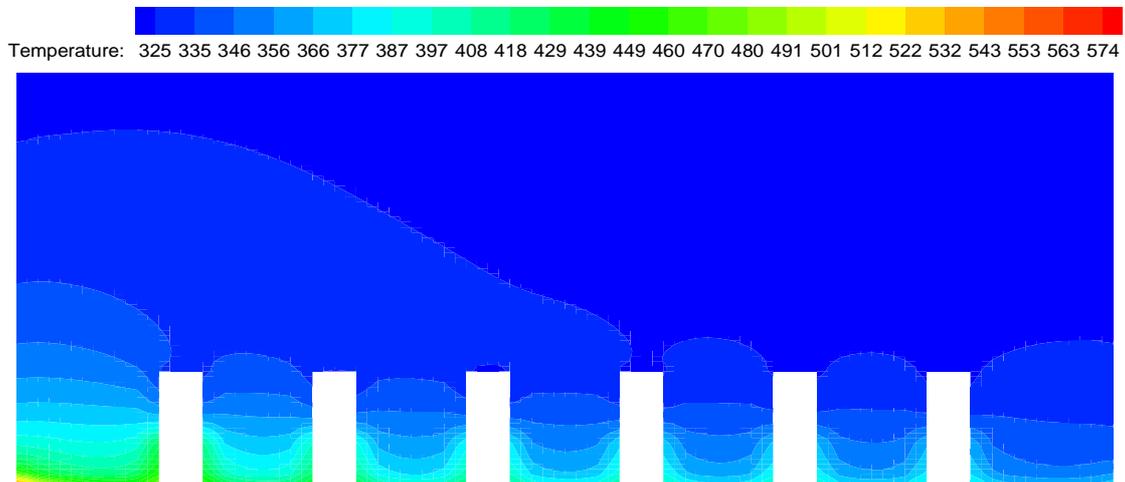
Les figures V.2.17 à V.2.22, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailettée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à six ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 50 secondes, et que la

température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,11 m/s, elle est atteinte au dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

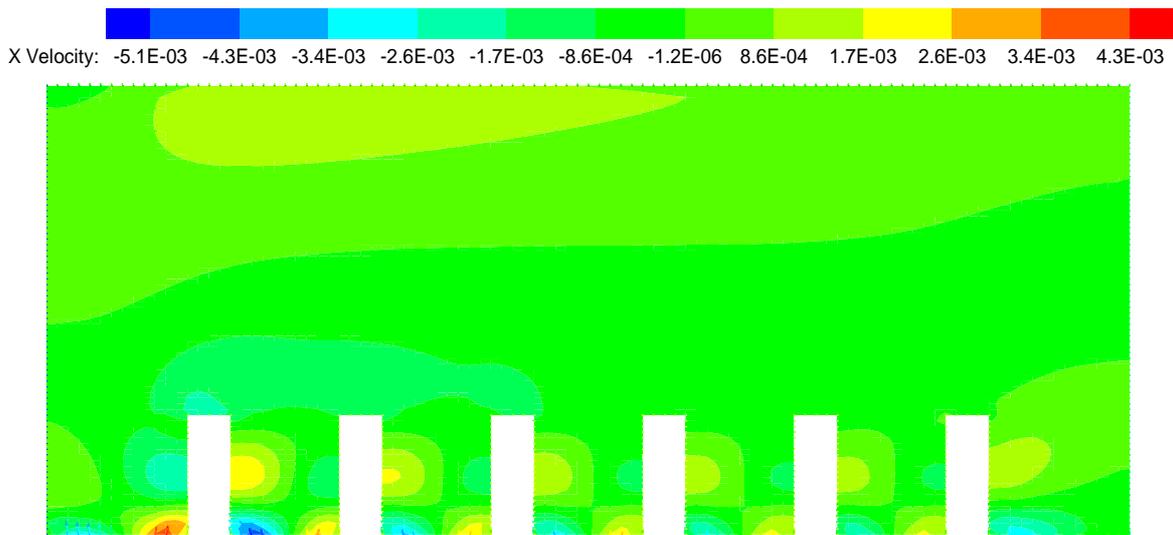
- *A l'instant  $t = 1s$  :*

**Contours de température**



**Fig. V.2.17.** *Contours de température en K, à l'instant  $t = 1s$ .*

**Contours de vitesse**



**Fig. V.2.18.** *Contours de vitesse (m/s), suivant x, à l'instant  $t = 1s$ .*

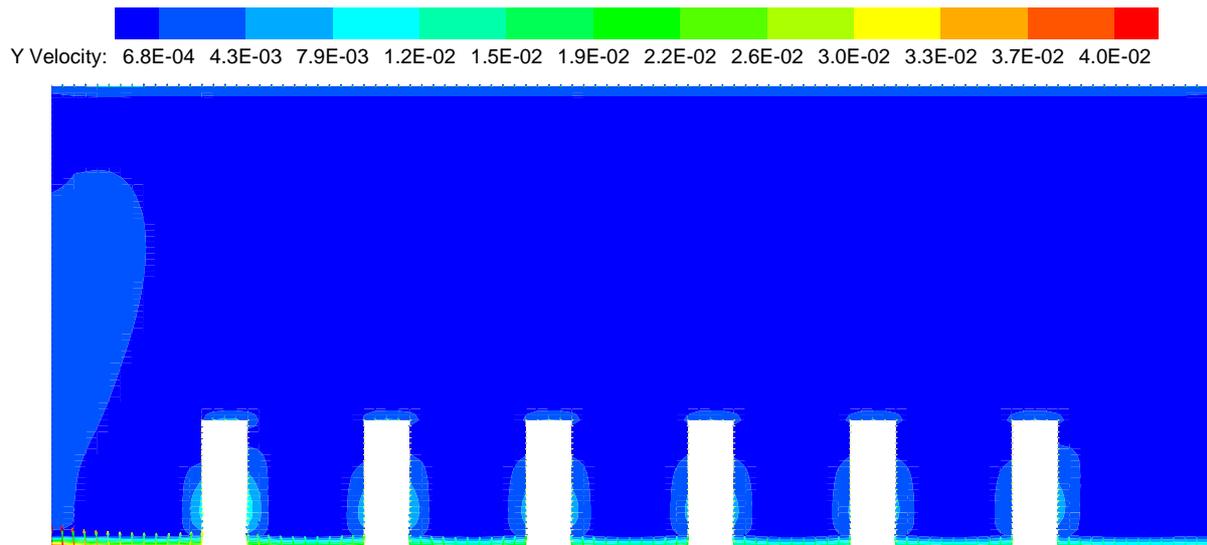


Fig. V.2.19. Contour de vitesse (m/s), suivant y, à l'instant  $t = 1s$ .

- Régime stationnaire : (à partir l'instant  $t = 50s$ )

Contours de température

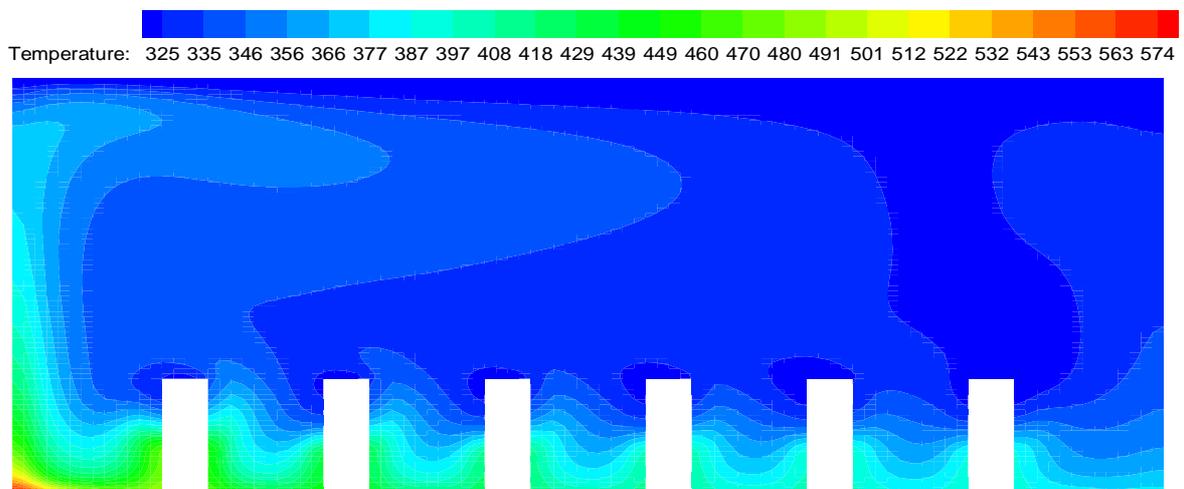
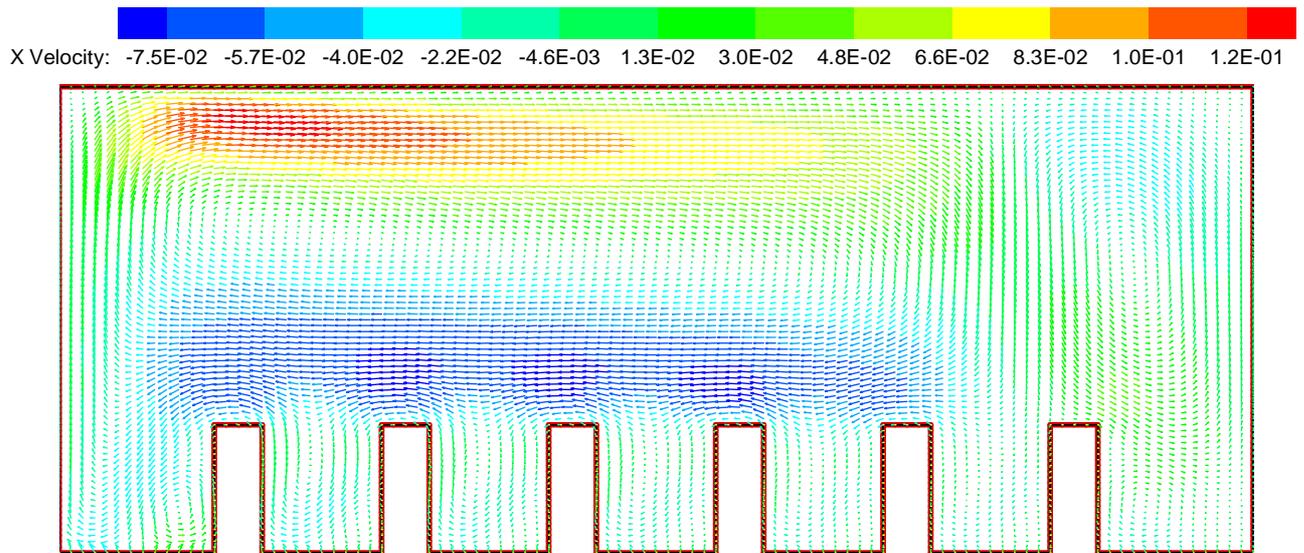
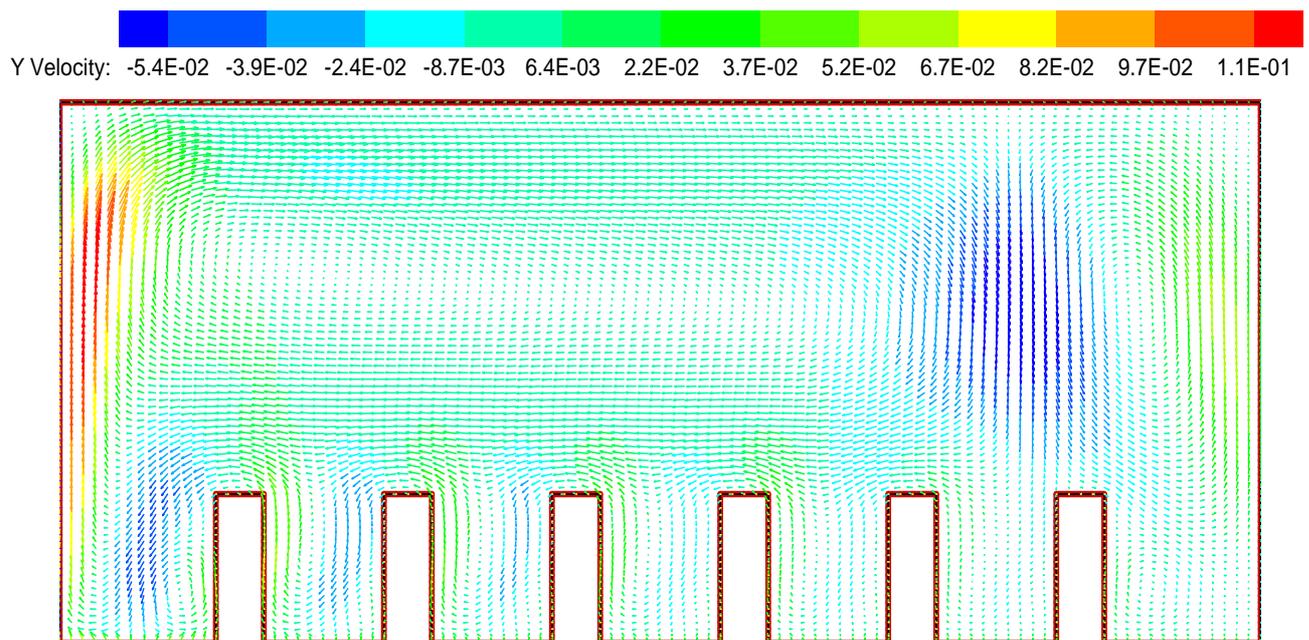


Fig. V.2.20. Contour de température en K, en régime permanent.

**Vecteurs vitesse**



**Fig. V.2.21.** Vecteurs vitesse (m/s), suivant x, en régime permanent.



**Fig. V.2.22.** Vecteurs vitesse (m/s), suivant y, en régime permanent.

**Coefficient de transfert thermique**

La figure V.2.23, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps :

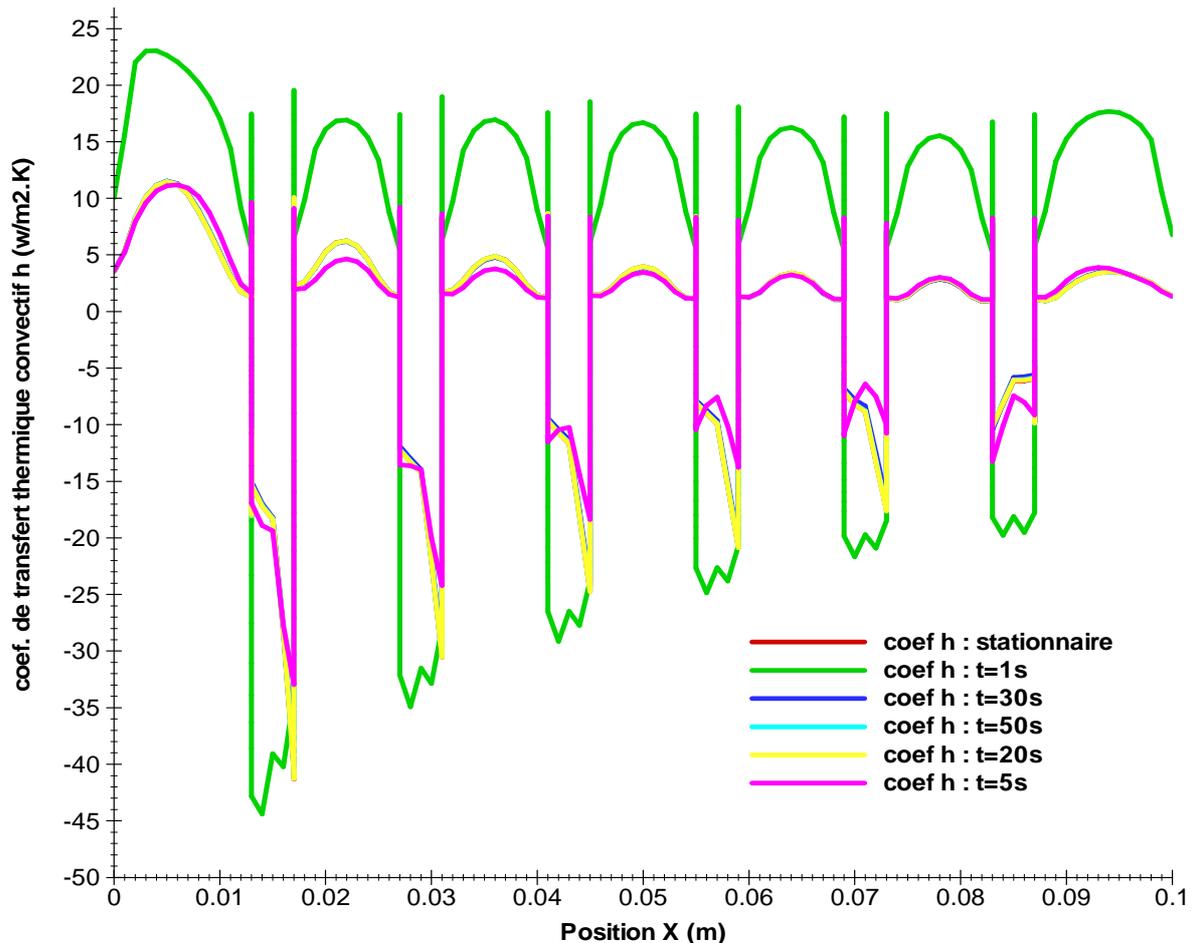


Fig. V.2.23. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface à six ailettes, pour une hauteur d'air de 40mm.

### B. hauteur d'air : $H_{\text{air}} = 200\text{mm}$

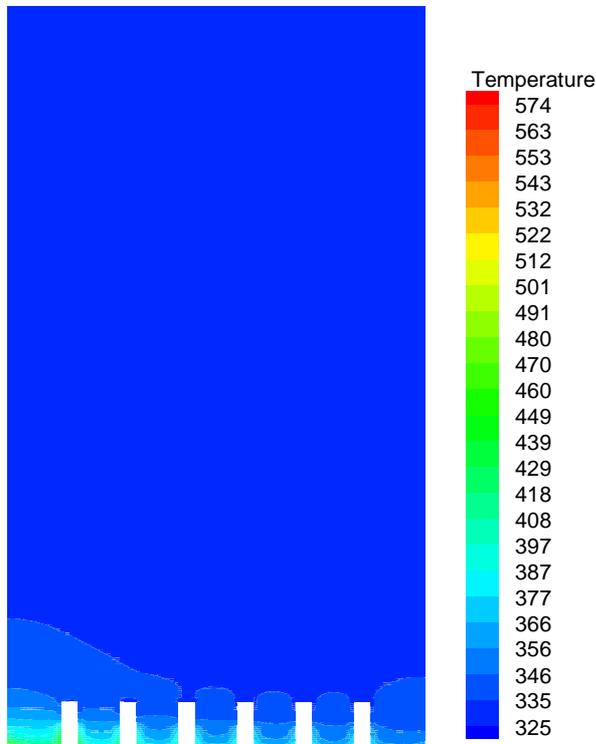
Ci-après nous présentons les résultats de la simulation des écoulements autour d'un cylindre à six ailettes et on suppose une hauteur d'air,  $H_{\text{air}} = 200\text{mm}$ .

Les figures V.2.24 à V.2.29, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailetée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à six ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 50 secondes, et que la température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

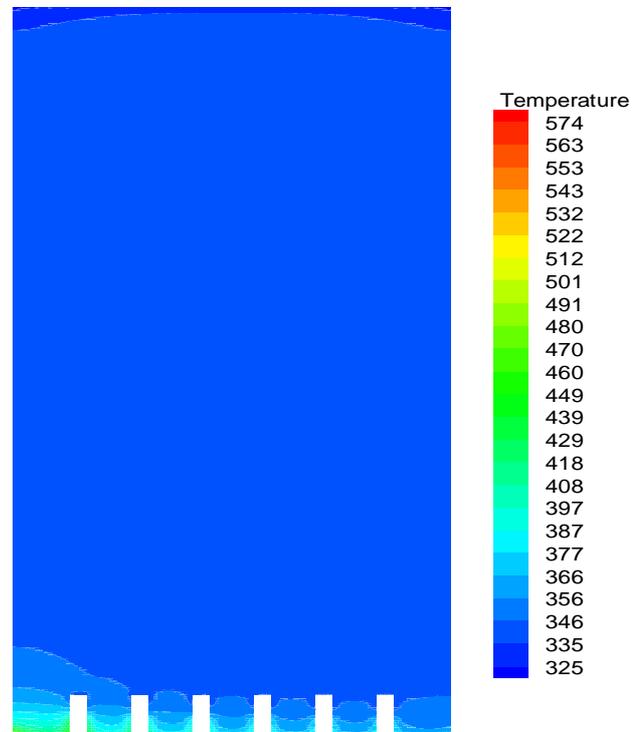
Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,042 m/s, elle est atteinte au

dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

**Contours de température**

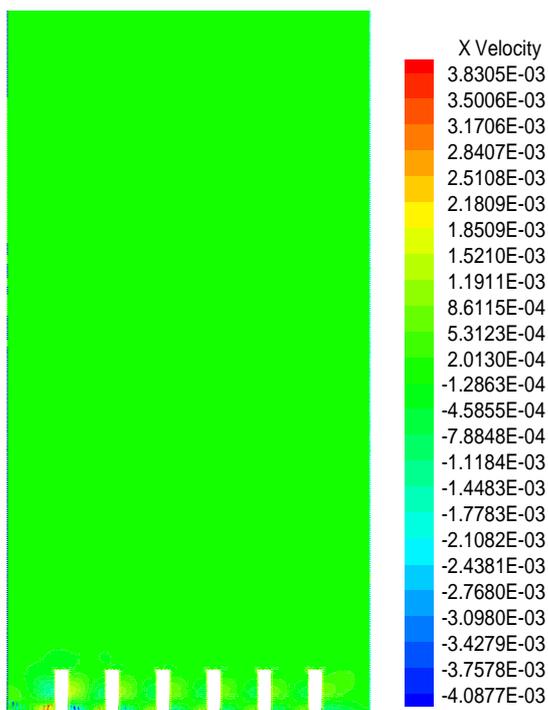


**Fig. V.2.24.** Contours de température en K, à l'instant  $t = 5s$ .

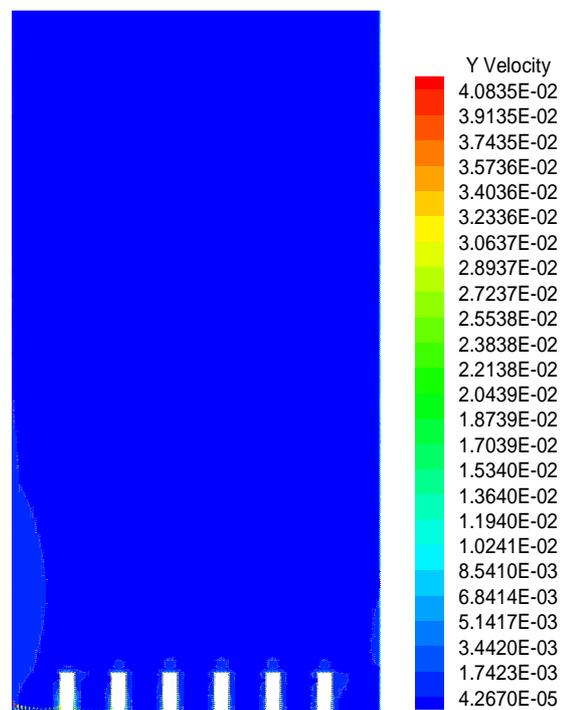


**Fig. V.2.25.** Contours de température en K, à l'instant  $t = 50s$ .

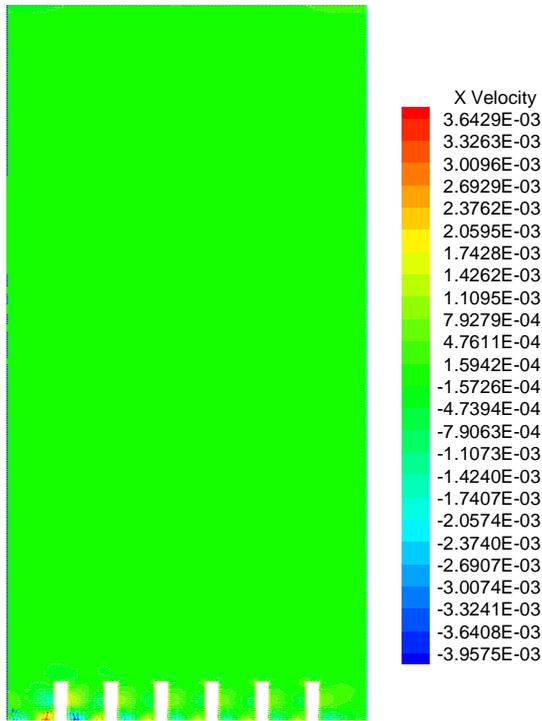
**Contours de vitesse**



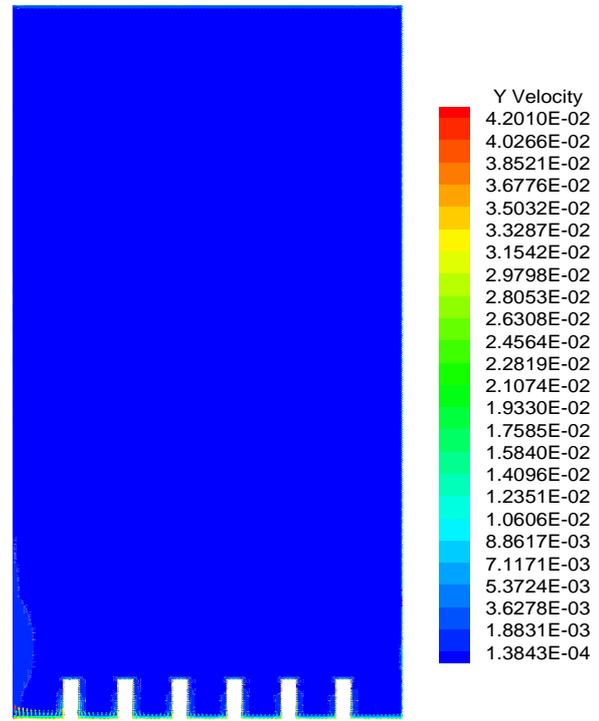
**Fig. V.2.26.** Contours de vitesse (m/s), suivant  $x$ , à l'instant  $t = 5s$



**Fig. V.2.27.** Contours de vitesse (m/s), suivant  $y$ , à l'instant  $t = 5s$



*Fig. V.2.28. Contours de vitesse (m/s), suivant x, à l'instant  $t = 50s$ .*



*Fig. V.2.29. Contours de vitesse (m/s) suivant y, à  $t = 50s$ .*

**Coefficient de transfert de chaleur :**

La figure V.2.30, donnent les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps.

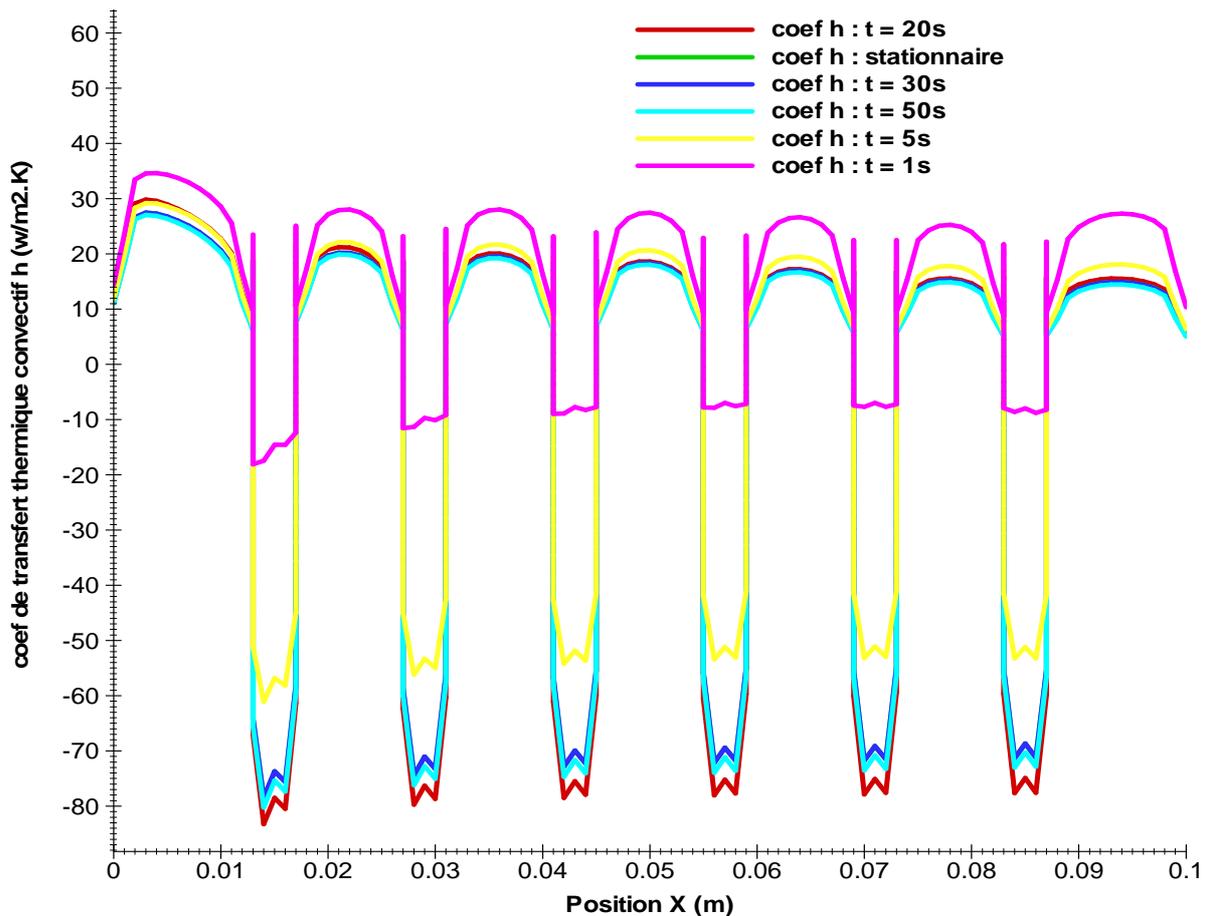


Fig. V.2.30. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface à six ailettes, pour une hauteur d'air de 200mm.

### V.2.1.3. Cylindre à 9 ailettes :

#### A. Hauteur d'air : $H_{air} = 40mm$

Ci-dessous nous présentons les résultats de la simulation numérique des écoulements autour d'un cylindre à neuf ailettes, en considérant une hauteur d'air,  $H_{air} = 40mm$ .

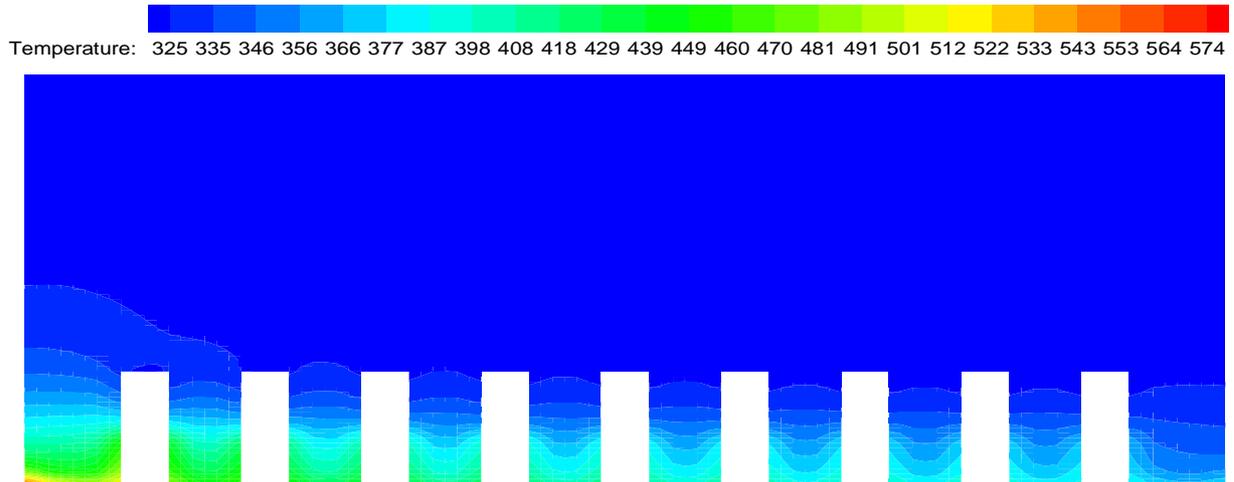
Les figures V.2. 31 à V.2.36, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailetée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à neuf ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 50 secondes, et que la température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau

de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,1 m/s, elle est atteinte au dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

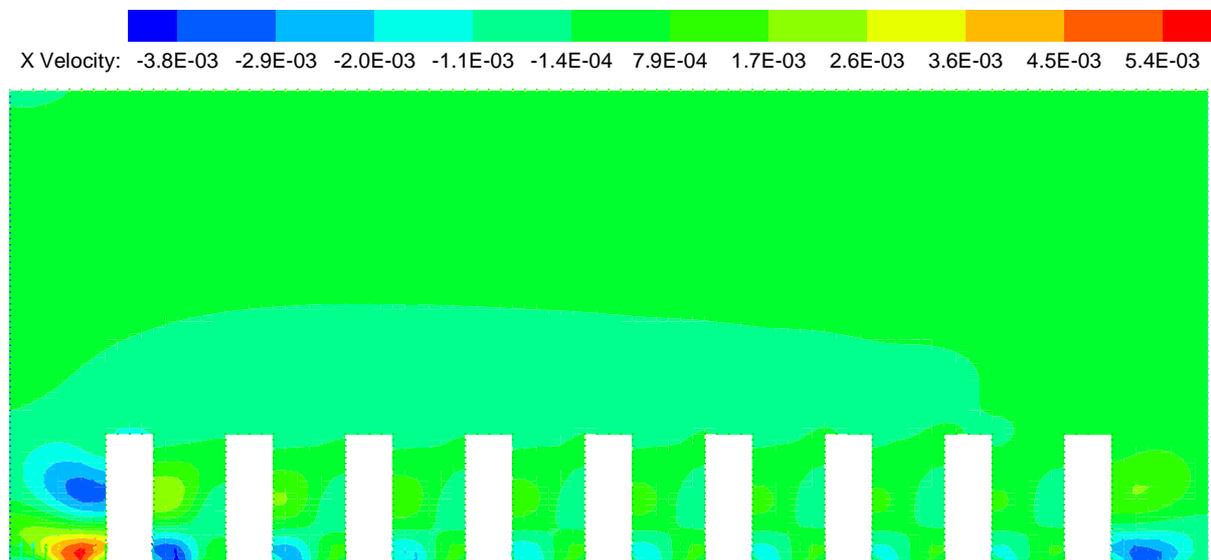
- A l'instant  $t = 1s$  :

**Contours de température**



**Fig. V.2.31.** Contours de température en K, à l'instant  $t = 1s$ .

**Contours de vitesse**



**Fig. V.2.32.** Contours de vitesse (m/s), suivant  $x$ , à l'instant  $t = 1s$ .

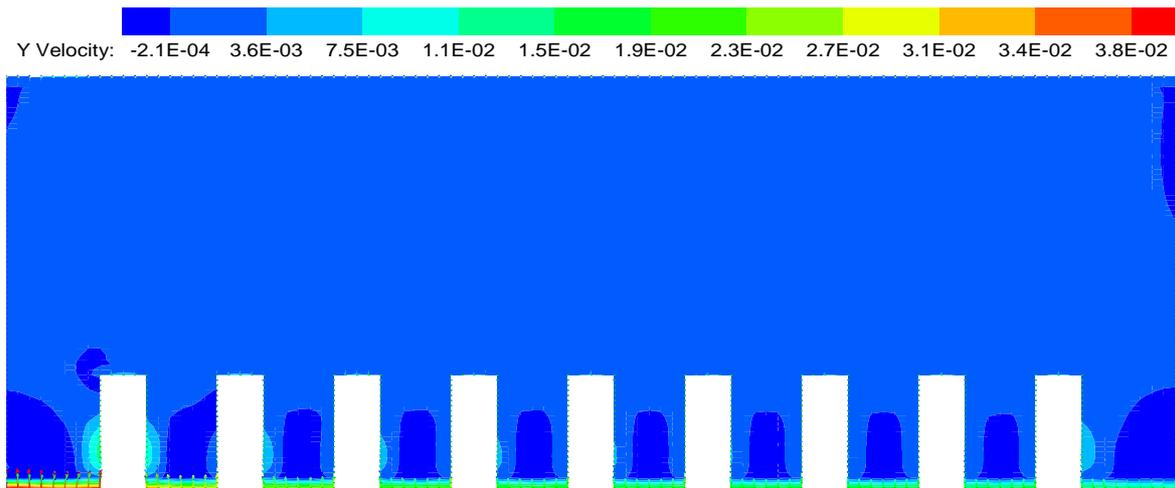


Fig. V.2.33. Contours de vitesse (m/s), suivant y, à l'instant  $t = 1s$ .

- Régime stationnaire : (à partir l'instant  $t = 50s$ )

**Contours de température**

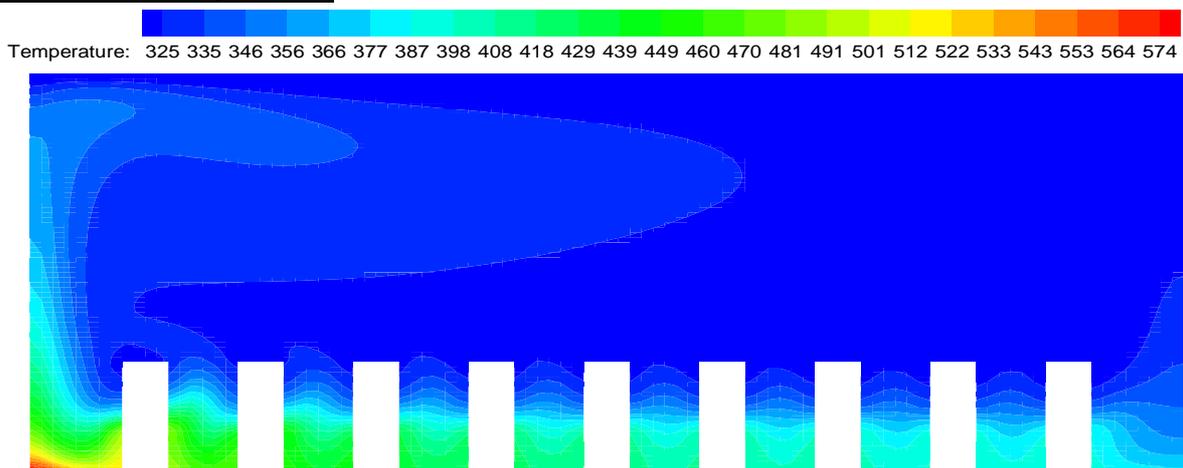


Fig. V.2.34. Contours de température en K, en régime permanent.

**Vecteurs vitesse**

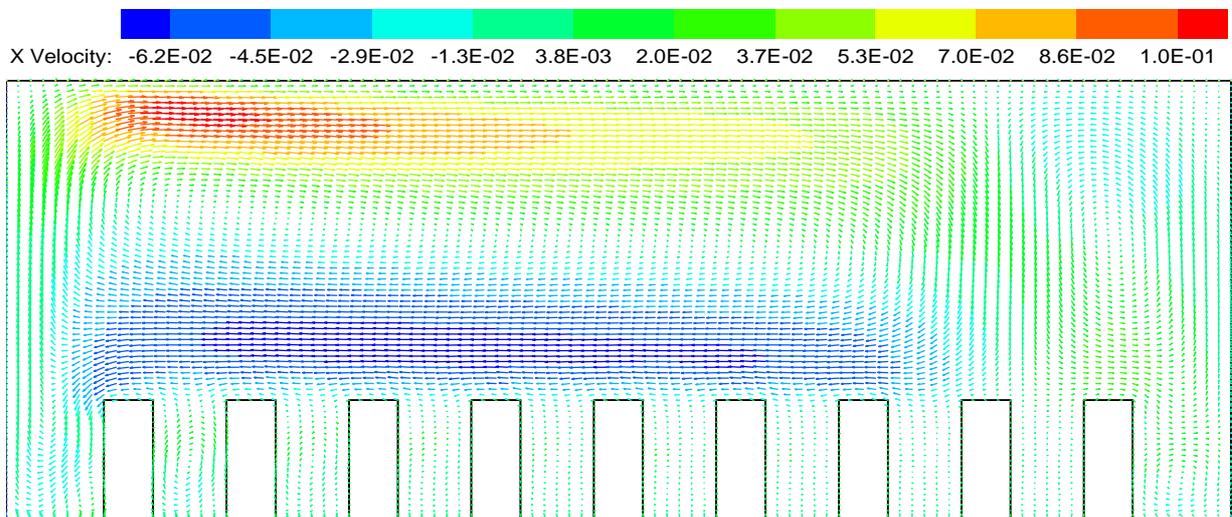


Fig. V.2.35. Vecteurs vitesse (m/s), suivant x, en régime permanent.

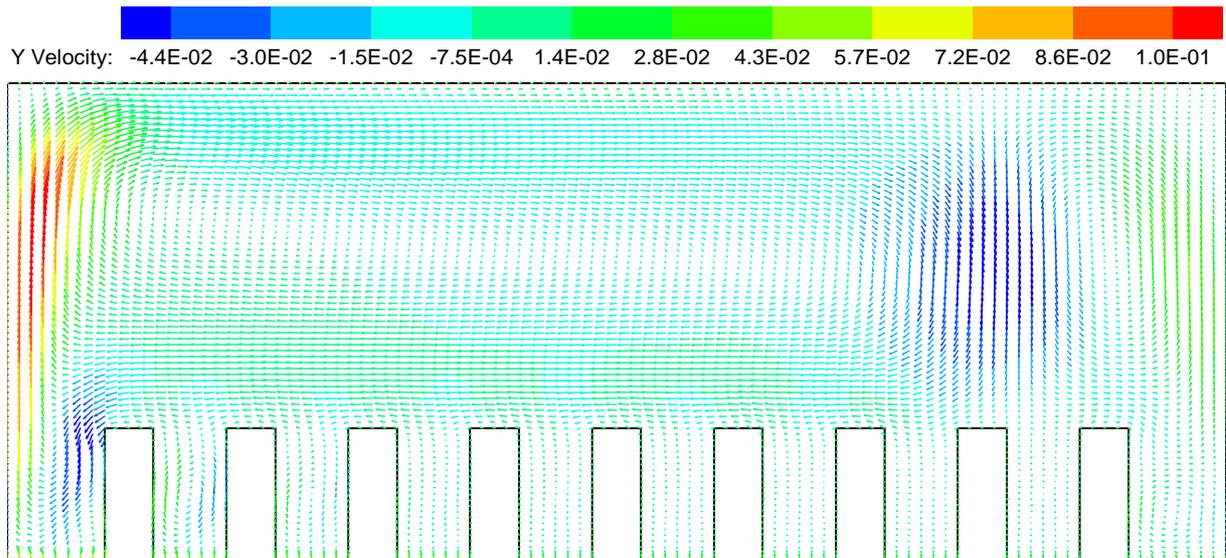


Fig. V.2.36. Vecteurs vitesse (m/s), suivant y, en régime permanent.

**Coefficient de transfert thermique**

La figure V.2.37, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps :

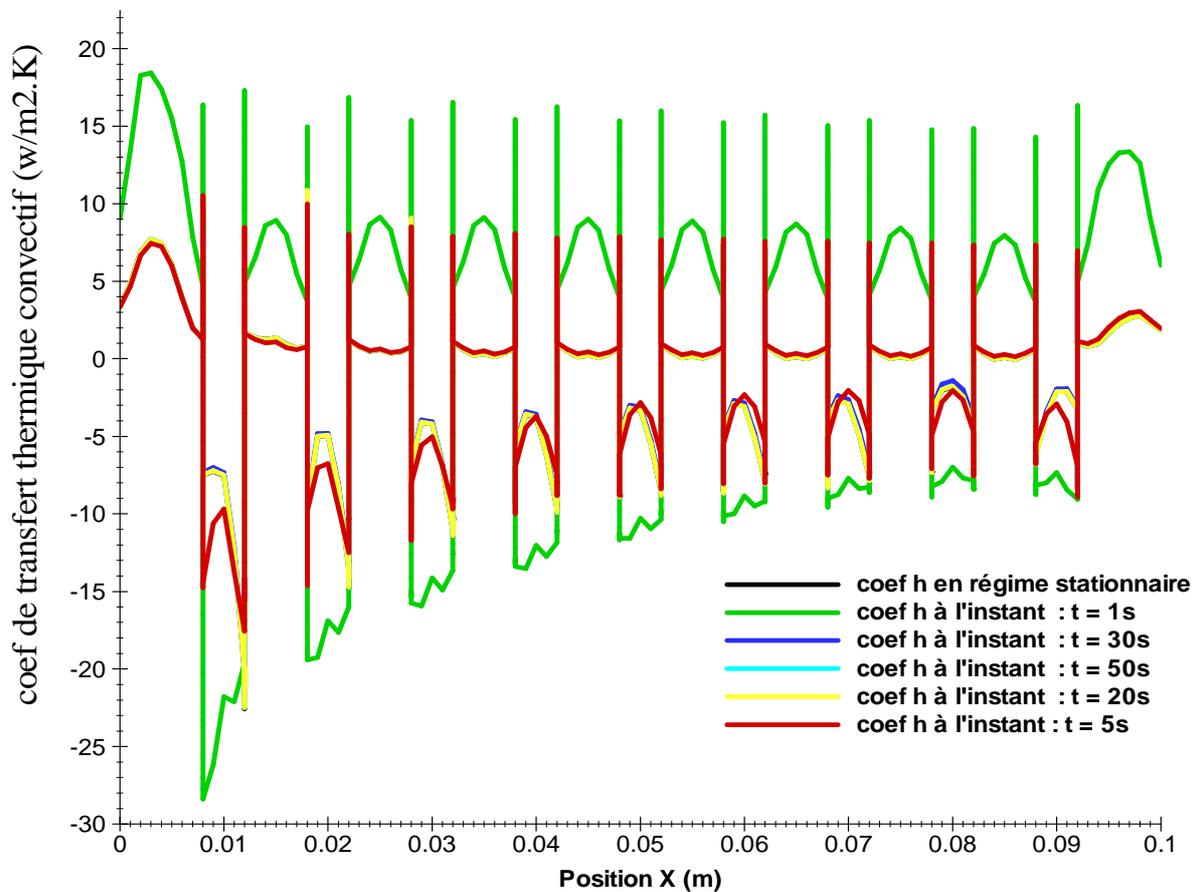


Fig. V.2.37. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface a neuf ailettes, pour une hauteur d'air de 40mm.

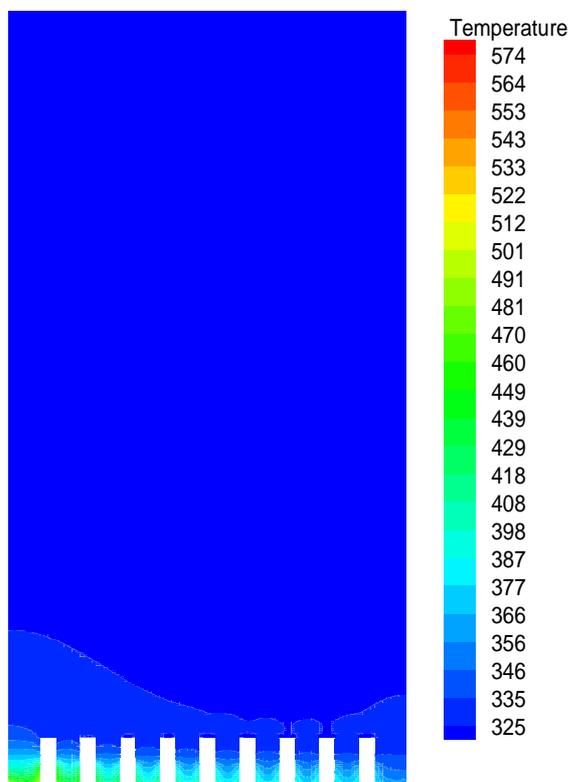
### B. Hauteur d'air : $H_{\text{air}} = 200\text{mm}$

Ci-après nous présentons les résultats de la simulation numérique des écoulements autour d'un cylindre à neuf ailettes, en considérant une hauteur d'air,  $H_{\text{air}} = 200\text{mm}$ .

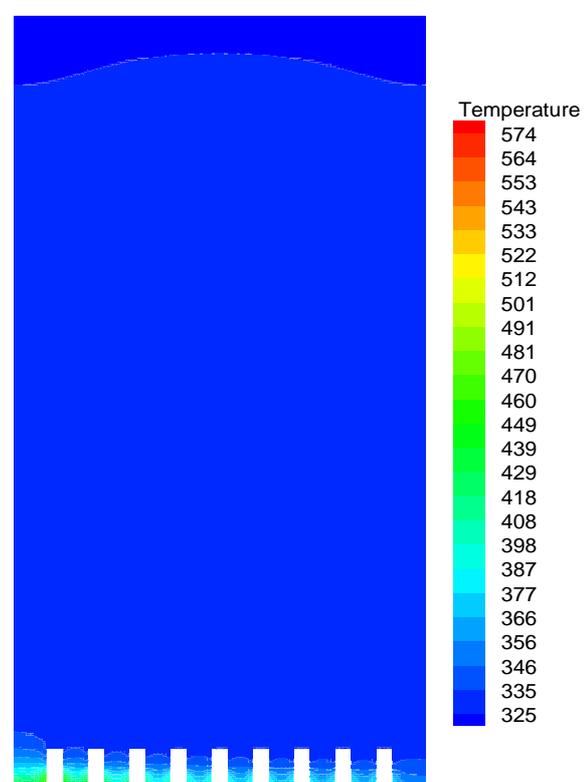
Les figures V.2.38 à V.2.43, donnent les distributions de température, les contours et les vecteurs vitesse, autour d'un cylindre à surface ailetée pour différents temps. Pour les figures représentant le contour de température autour du cylindre à neuf ailettes, pour différent temps, on remarque que le régime permanent est atteint après environ 50 secondes, et que la température maximale est atteinte au voisinage du PMH. Elle diminue le long du cylindre, l'épaisseur des iso-contours maximale diminue au fur et à mesure qu'on se rapproche du PMH et au voisinage de la couche limite au fond de la cavité à ailettes.

Concernant les figures qui représentent le contour et vecteurs vitesse, on remarque que les vitesses prennent des directions aléatoires, suite à l'apparition de tourbillons. Ceci est dû à la forme géométrique complexe ainsi que la variation non uniforme des températures au niveau de la paroi chaude. La valeur de la vitesse maximale est de 0,1 m/s, elle est atteinte au dessus du PMH, suite à la grande différence de température entre la paroi et milieu environnant.

#### Contours de température



*Fig. V.2.38. Contours de température en K, à l'instant  $t = 5\text{s}$ .*



*Fig. V.2.39. Contours de température en K, à l'instant  $t = 50\text{s}$ .*

Contours de vitesse

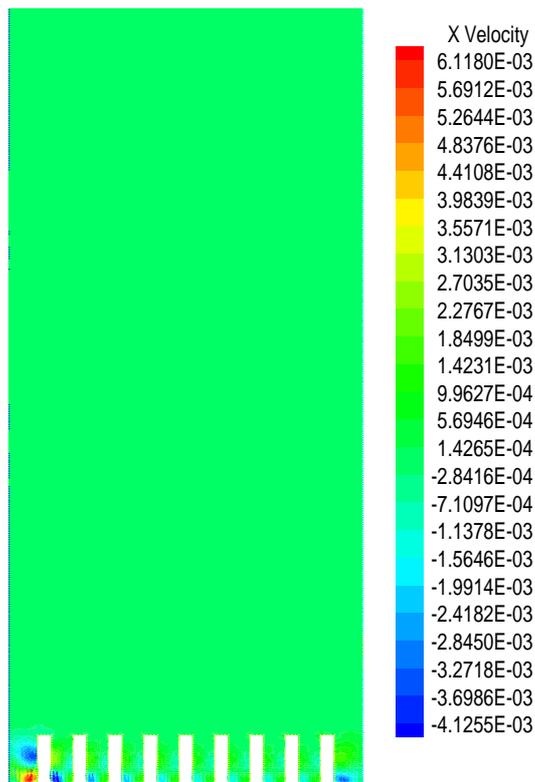


Fig. V.2.40. Contour de vitesse (m/s) suivant x, à l'instant  $t = 5s$

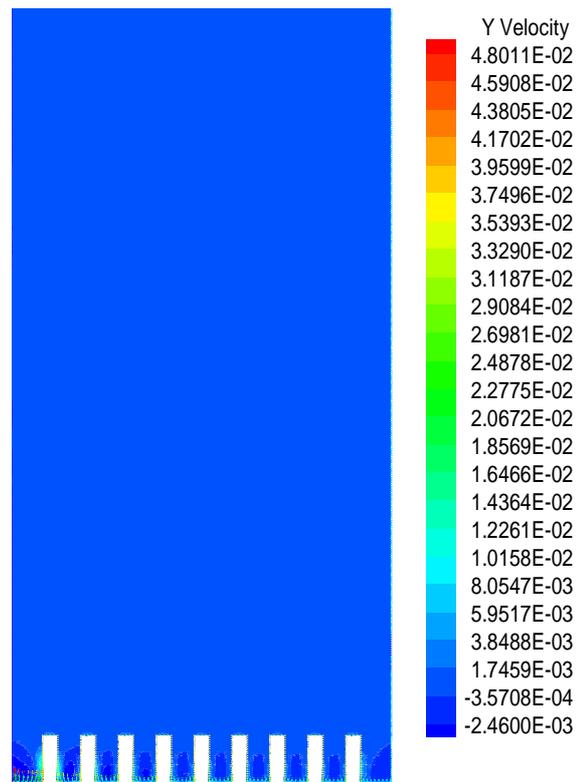


Fig. V.2.41. Contours de vitesse (m/s) suivant y, à l'instant  $t = 5s$

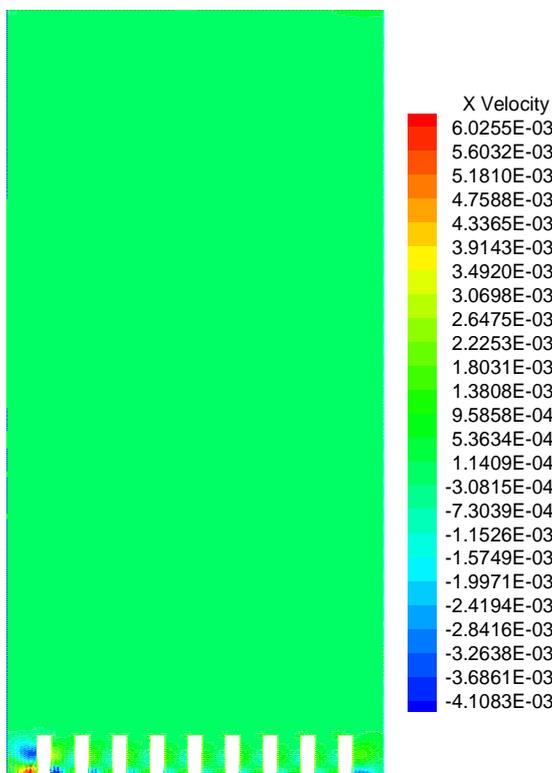


Fig. V.2.42. Contour de vitesse (m/s), suivant x, à l'instant  $t = 50s$

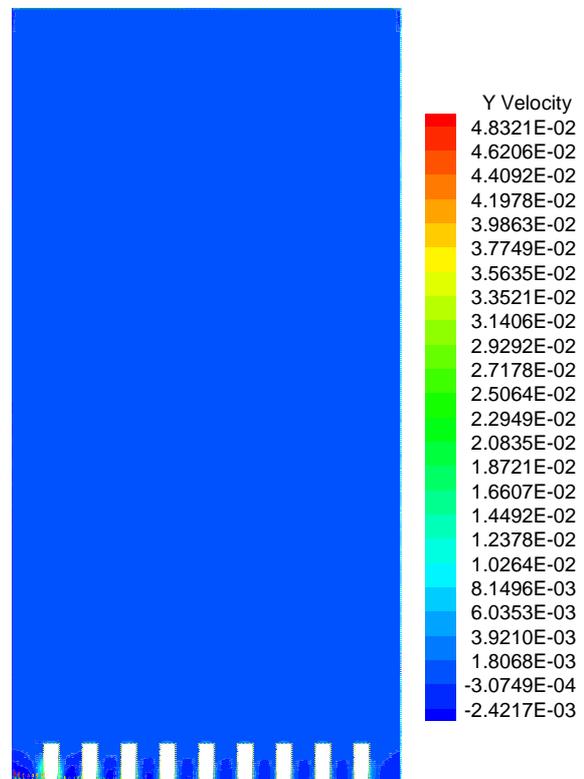


Fig. V.2.43. Contour de vitesse (m/s), suivant y, à l'instant  $t = 50s$

**Coefficient de transfert de chaleur :**

La figure V.2.44, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité à différents temps.

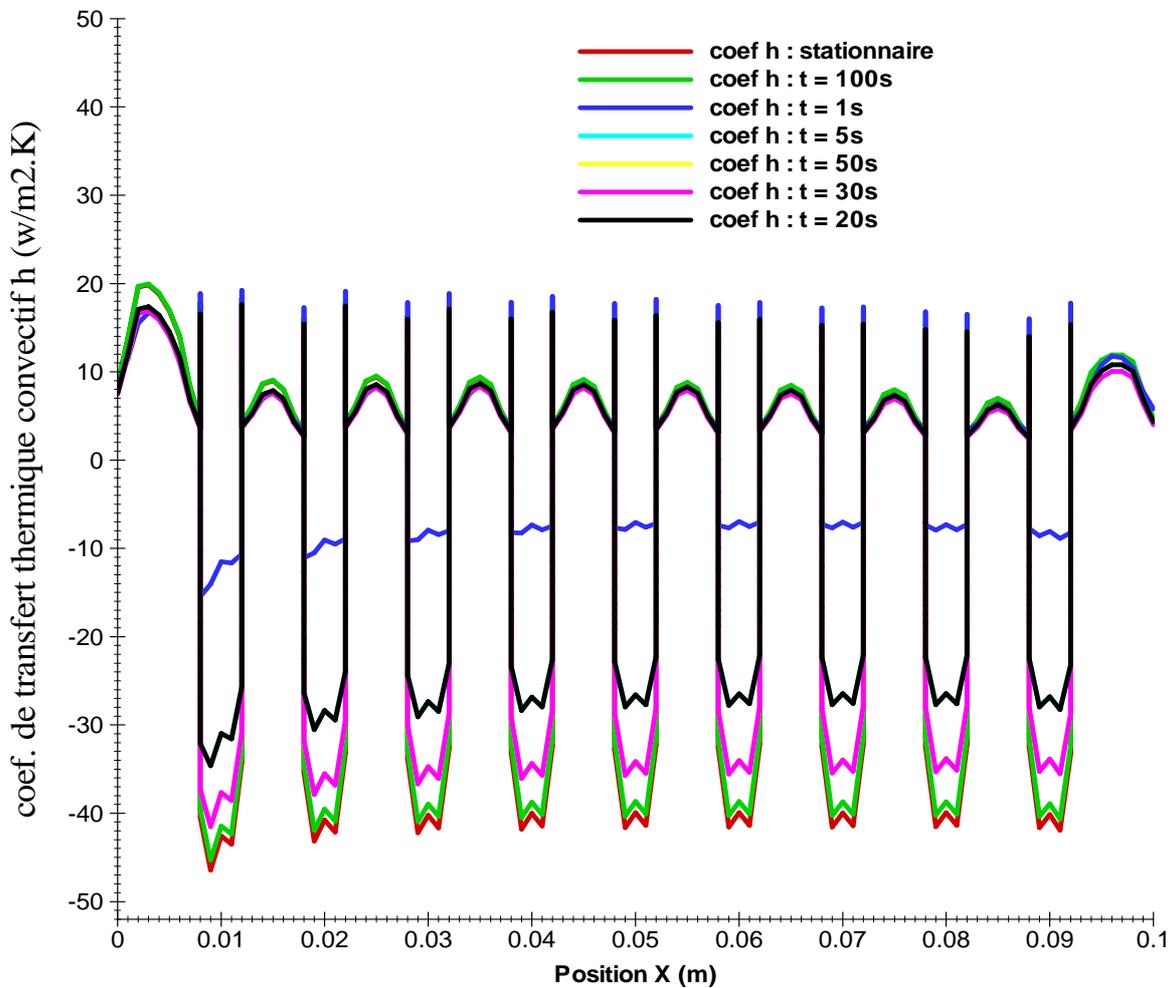


Fig. V.2.44. Coefficient de transfert de chaleur autour une surface a neuf ailettes, pour une hauteur d'air de 200mm.

**V.2.2. Comparaison entre les résultats :**

La figure V.2.45, donne les courbes du coefficient de transfert thermique convectif au niveau du fond ailetté de la cavité en régime permanent pour différents géométries du domaine d'étude.

Les courbes donnant les variations de ce coefficient d'échange sont déterminées par l'utilisation du code Fluent, en faisant appel à des intersections de sous codes. En fait, le coefficient  $h$  est calculé sur la base du nombre de Nusselt, pour chaque maille, donné par :

$$\overline{Nu} = - \int \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{y=0} dy \frac{H}{\Delta T}$$

Avec :  $\overline{Nu}$ , le nombre de Nusselt moyen, défini par la relation :  $\overline{Nu} = \frac{2h_m D_h}{\lambda}$ , avec  $h_m$ , représente le coefficient d'échange convectif moyen.

Les distributions circonférentielles de la température de l'interface se reflètent sur les distributions correspondantes du Coefficient de transfert de chaleur convectif local se présenté par la figure V.2.45. A l'interface cylindre-air de refroidissement le gradient de température est partout positif et la température de l'interface est partout supérieure à la température moyenne du fluide, par conséquent le coefficient de transfert convectif apparait positif. Par contre, à l'interface tête des ailettes-air de refroidissement, le coefficient d'échange convectif est négatif, puisque la température moyenne d'air se situé supérieure de celle à l'interface.

Si on compare ensuite les résultats des différents cas (l'effet du nombre des ailettes et la hauteur d'air sur la variation du coefficient d'échange convectif à l'interface solide – air) on constate que :

- le coefficient d'échange convectif augmente dans le cas où la hauteur d'air est très importante ;
- si on considère une hauteur d'air ( $H = 200\text{mm}$ ), pour le cas d'un cylindre à 4 ailettes, le Coefficient de transfert de chaleur convectif ( $h$ ) varié entre  $35\text{W/m}^2.\text{K}$  et  $12\text{W/m}^2.\text{K}$  à l'interface paroi du cylindre-air, et varie entre  $(-70$  et  $-88 \text{ W/m}^2.\text{K})$  à l'interface têtes d'ailettes – air. Si on augmente le nombre des ailettes à 6, le coefficient ( $h$ ) varié entre  $30\text{W/m}^2.\text{K}$  et  $9\text{W/m}^2.\text{K}$  à l'interface paroi du cylindre-air, et varie entre  $(-84$  et  $-60 \text{ W/m}^2.\text{K})$  à l'interface têtes d'ailettes – air. Et pour le cas d'un cylindre à 9 ailettes, le coefficient ( $h$ ) varié entre  $20\text{W/m}^2.\text{K}$  et  $5\text{W/m}^2.\text{K}$  à l'interface paroi du cylindre-air, et varie entre  $(-45$  et  $-33 \text{ W/m}^2.\text{K})$  à l'interface têtes d'ailettes – air. Donc on peut dire que quand on implante plus d'ailettes sur le cylindre c-à-dire on augmente la surface d'échange le coefficient d'échange convectif  $h$  est diminué, ce qu'il explique le vraie rôle des ailettes pour évacuer la chaleur par conduction.
- Quand on augmente le nombre des ailettes, l'échange thermique par conduction augmente et l'échange par convection est diminué.

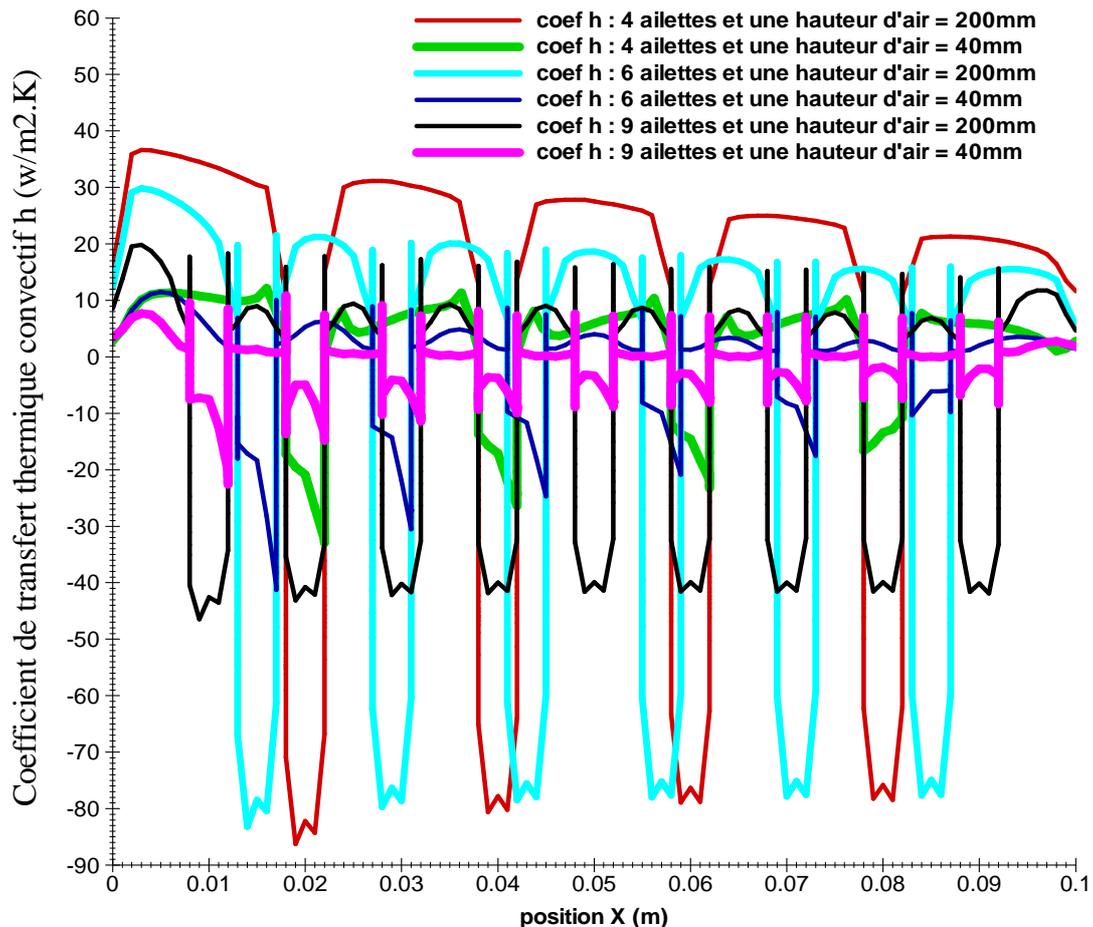


Fig. V.2.45. Coefficient de transfert de chaleur convectif en régime permanent, pour différents géométries du domaine d'étude.

### V. 3. Validation des résultats :

Dans le cadre de la validation de nos résultats numériques, relatifs à la détermination du coefficient d'échange convectif autour d'une surface ailetée, par voie d'une simulation numérique, le code de calcul utilisé a été validé avec des résultats expérimentaux issus de la littérature [38].

Afin d'arriver à cette fin, on s'est placé dans les mêmes conditions que celles décrites par les auteurs : la simulation d'écoulement a été établie autour des tubes qui se trouvent au niveau de la troisième rangée d'un échangeur comme indiqué le schéma ci-dessous. Nous avons simulé le problème de la convection forcée autour de la première rangée, les résultats en aval de cette rangée seraient les conditions aux limites pour la deuxième, ainsi de suite jusqu'à la troisième rangée.

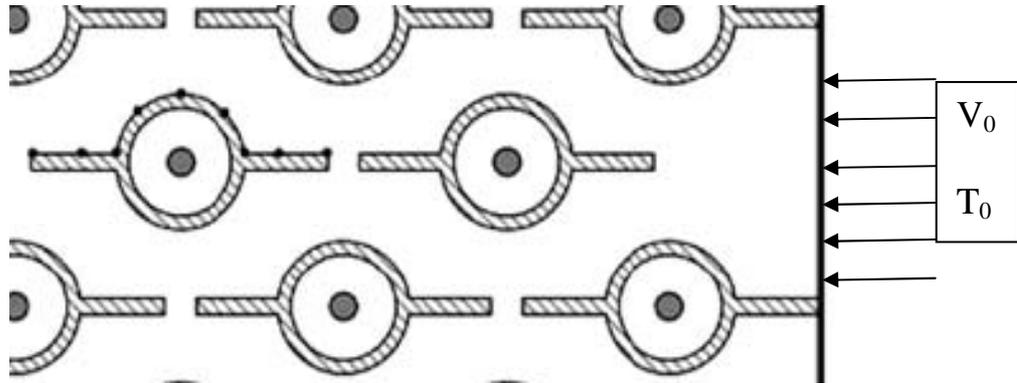


Fig. V. 3.1. Disposition du tube dans l'échangeur.

Les figures V. 3.2 et V. 3.3, donnent le contour de température et les vecteurs vitesse respectivement autour une section d'un tube à surface ailetée qui se trouve au niveau de la troisième rangée de l'échangeur.

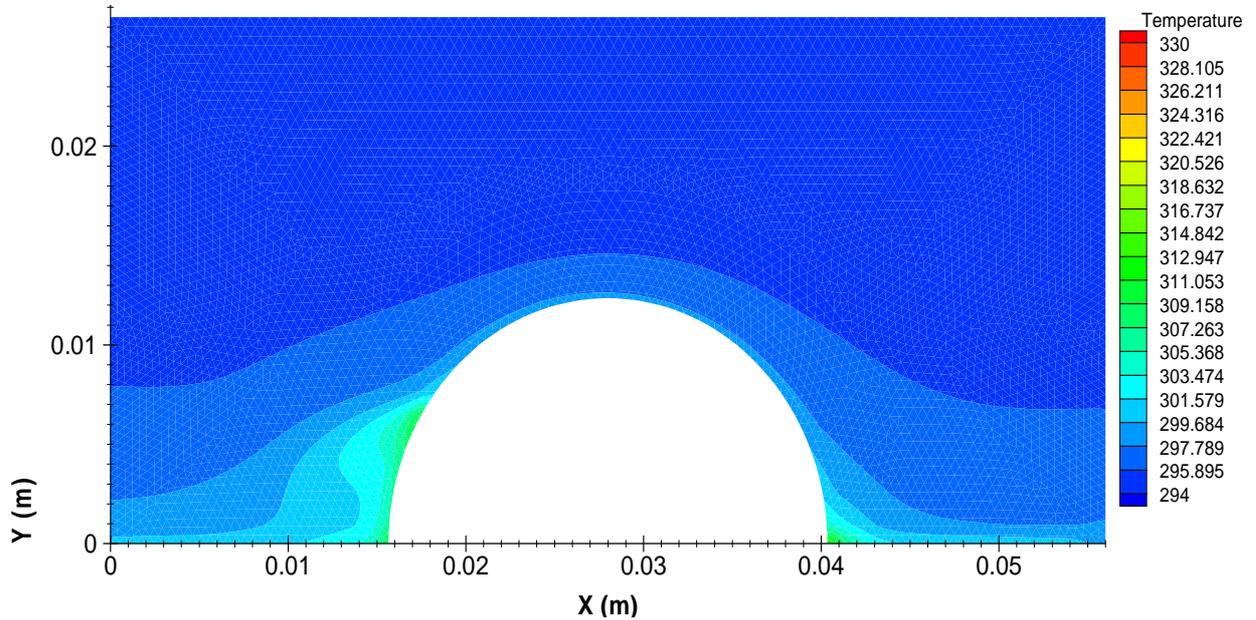


Fig. V. 3.2. Contours de température en K.

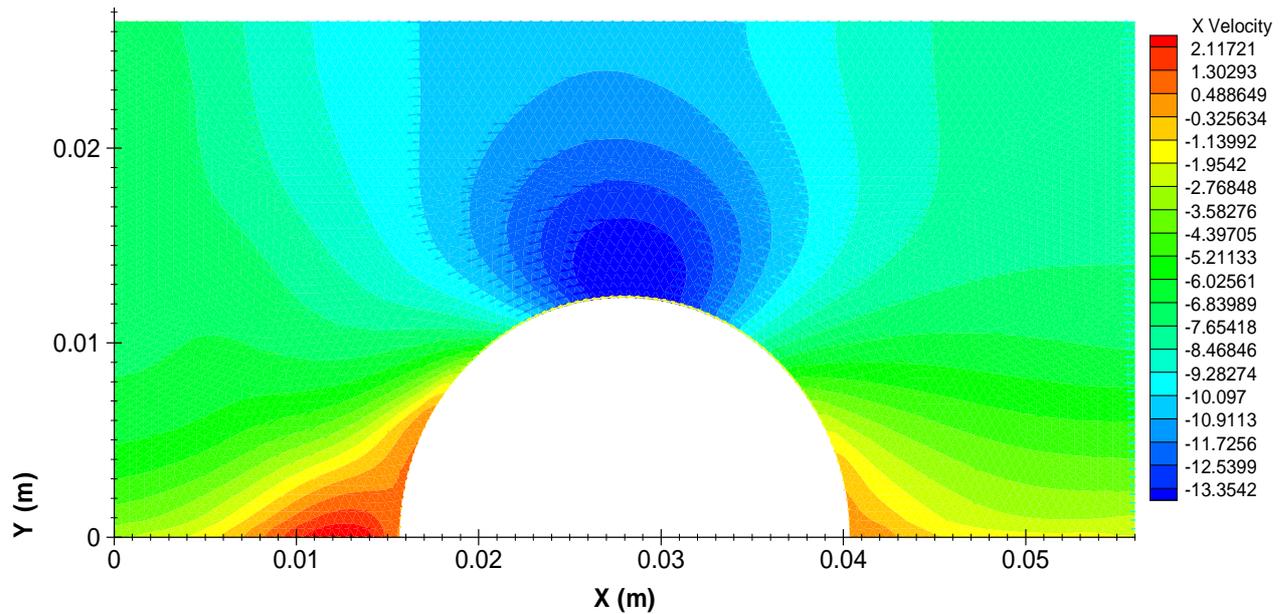


Fig. V. 3.3. Contours de vitesse (m/s) suivant x.

La figure *Fig. V. 3.4*, montre la comparaison des distributions du coefficient de transfert thermique convectif, déterminé par Fluent et expérimentalement [38]. On constate que l'accord est satisfaisant. L'écart observé, peut être due, aux incertitudes de mesures et aux hypothèses utilisées dans la modélisation mathématique et numérique du problème.

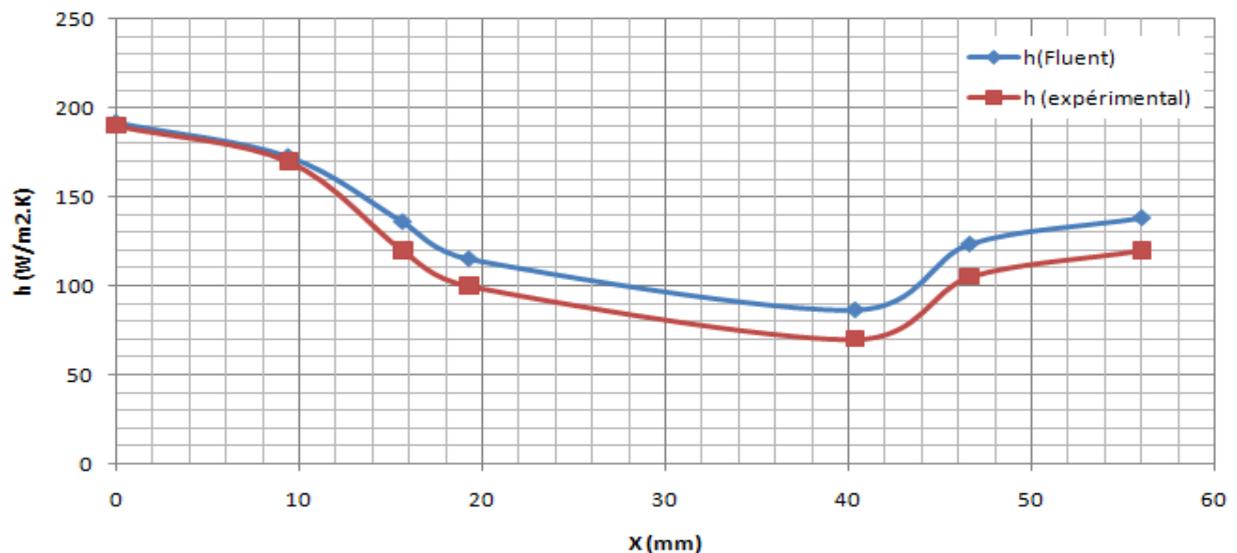


Fig. V. 3.4. Distributions du coefficient de transfert thermique convectif (Comparaison Fluent- expérience).



# Conclusion générale

### Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire de Magister est relatif à l'analyse des effets d'interactions entre un écoulement externe et une surface ailetée d'un moteur à combustion interne, par voie de simulation numérique. Les résultats obtenus sont relatifs aux distributions de température dans les parois solides, aux champs dynamique et thermique autour de la surface ailetée du cylindre du moteur et à l'analyse des effets d'interactions fluide-structure rigide, par la détermination spatio-temporelle des coefficients d'échanges convectifs, pour différentes configurations géométriques de la surface ailetée du cylindre du moteur.

L'aspect transferts thermiques conductifs dans les parois du moteur a été analysé par la résolution de l'équation de la chaleur à deux dimensions d'espace et en régime transitoire. Le code « Conduct », développé par S. Patankar et écrit en langage Fortran, a été modifié et testé pour cette évaluation, une comparaison a été faite avec le Logiciel CFD fluent. L'écoulement externe autour de la surface ailetée, constituée par le cylindre d'un moteur à combustion interne d'un véhicule léger, a été analysé à travers la modélisation mathématique et numérique d'un problème de convection naturelle turbulente autour d'une section du cylindre du moteur refroidi à l'air.

La modélisation numérique de la conduction à travers les parois du cylindre et l'écoulement autour de ces parois ont été étudiés : A la première étape on s'est intéressé à l'étude numérique de la conduction à travers les parois du cylindre pour différentes formes géométriques de la surface d'échange en modifiant le nombre des ailettes ainsi que leurs dimensions. Les principaux objectifs consistent à déterminer les champs thermiques pour différentes configurations géométriques, afin de les utiliser comme condition initiale pour analyser le problème de la convection pour l'écoulement externe. A la deuxième étape de cette étude, on s'est intéressé à l'étude numérique de la convection naturelle, le calcul du nombre de Rayleigh a permis de conclure que la convection naturelle régissant le phénomène est turbulente, des simulations à l'aide d'un code de calcul « Fluent 6.3 » basées sur un schéma de discrétisation en volume finis des équations qui régissent les échanges convectifs et diffusifs, la turbulence a été modélisée à l'aide du modèle « k- $\epsilon$  » basé sur des coefficients dits standards.

Le caractère spatio-temporel des coefficients d'échanges convectifs, déduits de l'intersection des codes de calcul, traitant les aspects, conductif et convectif du problème ainsi que leur allure, pour les différentes configurations géométriques analysées et pour les différentes hauteurs de colonne d'air, a permis de conclure que contrairement à ce qu'on a l'habitude de considérer que les coefficients d'échanges sont constants, l'étude a montré que ces coefficients sont largement influencés par la géométrie interfaciale, et que l'aspect temporel influe faiblement sur l'évolution de ces coefficients. Cette conclusion a été partagée par Sobota et Taler [38] lors de leur étude expérimentale sur la détermination du coefficient d'échange convectif local autour de tubes à surface ailetée.

La présente étude offre de nombreuses perspectives : L'un des points importants à notre sens est de développer un code de calcul à trois dimensions d'espace ( $r, \theta, z$ ) qui prend en considération les effets d'interaction entre un fluide et une structure déformable ; le montage d'un banc d'essai expérimental permet de mieux apprécier les calculs établis. Le cas de la convection forcée sera d'une utilité incontestable afin de généraliser l'étude du problème.

Il est à souligner que ce travail a donné lieu à des communications internationales dans des congrès spécialisés [60, 61, 62].

## Références bibliographiques

- [1] P. ARQUES, « Moteurs alternatifs à combustion interne ». De la théorie à la compétition. Edition Ellipses, Paris, 1999.
- [2] G. WOSCHNI, «A universally applicable equation for the instantaneous heat transfer coefficient in the internal combustion engine». SAE Paper No 670931, 1967.
- [3] J. CHAGETTE, « Technique d'automobile ». Le moteur, Edition Dunod, Paris, 1977.
- [4] J. TRAPY, « Moteur à allumage commandé ». Technique de l'ingénieur, doc. BM 2540.
- [5] <http://www.techno-science.net/> Moteur à explosion/Refroidissement à air.
- [6] F. KREITH, R. F. BOEHM, et Al. « Heat and Mass Transfer » Mechanical Engineering Handbook Ed. Frank Kreith Boca Raton: CRC Press LLC, 1999.
- [7] P. ARQUES, « Moteurs alternatifs à combustion interne ». De la théorie à la compétition. Edition Ellipses, Paris, 1999.
- [8] R. F. COLIN, « Internal combustion engines ». Edition Wiley & Sons, Canada, 1986.
- [9] P. ARQUES, « Conception et construction des moteurs alternatifs. De la théorie à la compétition ». Edition Ellipses, Paris, 1999.
- [10] A. ALEXANDRE et L. TOMASELLI, «Analyse des transferts énergétiques dans les moteurs automobiles » technique de l'ingénieur, BM 2900.
- [11] Y. LIU, R.D. REITZ, «Modeling of heat conduction within chamber wall for multidimensional internal combustion engine simulations». Int. J. of Heat Mass Transfer. Vol.41, pp. 859-869, 1998.
- [12] C.R. FERGUSON, « Internal combustion engines ». Edition Wiley & Sons, Canada, 1986.
- [13] C. SANDERS ET W.B. SCHRAMM, «Analysis of variation of piston temperature with piston dimensions and under crown cooling report » National Advisory Committee for Aeronautics, Cleveland, Ohio, Vol. 895, pp. 89-98, 1948.
- [14] HAI WU ET R. A. KNAPP, «A Heat transfer Analysis of Automotive Internal Combustion Gasoline Engines » Numerical Methods in Heat transfer. pp 511-527.
- [15] R. PRASAD and N. K. SAMRIA, « Transient heat transfer studies on a Diesel engine valve » International journal of Mechanical sciences, Vol. 33, N° 3, pp 179-195, 1991
- [16] G.WOSCHNI AND W. SPINDLER, «Heat transfer with insulated combustion chamber walls and its influence on the performance of Diesel engines » transaction of the ASME, Vol. 110, pp. 482-488, July 1988;
- [17] L. JARRIER ET D. GENTILE, « Simulation du comportement thermique transitoire d'un moteur à combustion interne et à allumage commandé » Rev. Génie thermique, Vol. 36, pp. 520-533.1997.

- [18] YONG LIU ET R.D. REITZ, «Modeling of heat conduction within chamber wall for multidimensional internal combustion engine simulations», International journal of Heat Mass Transfer. Vol.41, N°: 67, pp. 859-869, 1998.
- [19] A. A. AMSDEN, P.J. O'ROURKE, AND T. D. BUTLER, KIVA-II, «A Computer Program for Chemically Reactive Flows with Sprays» Los Alamos National Labs, LA-11560-MS, 1989.
- [20] G. L. BORMAN AND K. NISHIWAKI, «Internal combustion engine heat transfer» Progress in Energy Combustion Science, Vol. 13, pp. 1-46, 1987.
- [21] B. WANG, Y. CAO, R. WANG, F. MIGNANO, ET G. CHEN, «Studies of Heat-Pipe Cooled Piston Crown», Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 122, pp. 99-105, 2000.
- [22] B. GOBIN ET Y. LECOINTE, «Modélisation tridimensionnelle de la chambre de combustion et du circuit de refroidissement des moteurs ». Thèse doctorat, Université de Nante, France, 2000.
- [23] E. M. SPARROW, M. CHARMCHI « Laminar Heat Transfer in an Externally Finned Circular Tube», Journal of Heat Transfer. Vol. 102, p. 605-611, 1980.
- [24] F. MOUKALLED, S. ACHARYA, « Forced Convection Heat Transfer in a Finitely Conducting Externally Finned Pipe » Journal of Heat Transfer. ASME. Vol. 110, pp. 571-576, 1988.
- [25] F. MOUKALLED, I. KASAMANI, S. ACHARYA, « Turbulent Convection Heat Transfer in a Longitudinally Conducting Externally Finned Pipes» Numerical Heat Transfer. Part A, Vol. 21, pp. 401-421, 1992.
- [26] F. MOUKALLED, M. DARWISH, S. ACHARYA, «Influence of Wall Conduction on Mixed Convection Heat Transfer in Externally Finned Pipes» Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 28, pp. 157- 173, 1995.
- [27] R. L. WEBB, M. J. SCOTT, «A Parametric Analysis of the Performance of Internally Finned Tubes of Heat Exchanger Application» Journal of Heat Transfer. ASME. Vol. 102, pp. 38-43, 1980.
- [28] I. M. RUSTUM, H. M. SOLIMAN, «Experimental Investigation of Laminar Mixed Convection in Tubes with Longitudinal Internal Fins» Journal of Heat Transfer, Transactions of ASME, Vol. 110, pp. 336-372, 1988.
- [29] I. M. RUSTUM, H. M. SOLIMAN, «Numerical Analysis of Laminar Mixed Convection in Horizontal internally Fined Tubes» International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 1485-1496, 1990.
- [30] I. B. SHOME, «Mixed Convection Laminar Flow and Heat Transfer of Liquids in Horizontal Internally Fined Tubes» Numerical Heat Transfer. Part A, Vol. 33, pp. 65 -83, 1998.
- [31] P.WANG, R. KAHAWITA, D.L. NGUYEN, «Numerical computation of the natural convection flow about a horizontal cylinder using splines». Numer. Heat Transfer, Vol. A 17 pp. 191–215, 1990.

- [32] P.WANG, R. KAHAWITA, D.L. NGUYEN, «Transient laminar natural convection from horizontal cylinders», *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1429–1442, 1991.
- [33] T. SAITOH, T. SAJIKI, K. MURUHARA, «Benchmark solutions to natural convection heat transfer problem around a horizontal circular cylinder», *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 1251–1259, 1993.
- [34] A.H. BASSAM, «Optimization of natural convection heat transfer from a cylinder with high conductivity fins» *Numer. Heat Transfer*, Vol. 43, pp. 65–82, 2003.
- [35] A.H. BASSAM, «Natural convection heat transfer from a cylinder with high conductivity permeable fins» *J. Heat Transfer*. Vol. 125, pp. 282–288, 2003.
- [36] S.C. HALDAR, «Laminar free convection around a horizontal cylinder with external longitudinal fins» *Heat Transfer Engineering*. Vol. 25, pp.45–53, 2004.
- [37] J.C. CHAI, S.V. PATANKAR, «Laminar natural convection in internally finned horizontal annuli». *Heat Transfer*, Vol. 24, pp. 67–87, 1993.
- [38] T. SOBOTA, J. TALER, «Determination of local heat transfer coefficient on the surface of longitudinally finned tubes». *Forsch Ingenieurwes*, Vol.72, pp. 77–84, 2008.
- [39] R.J. GOLDSTEIN, H.H. CHO «A review of mass transfer measurements using naphthalene sublimation» *Exp Therm Fluid Sci*, Vol. 10, pp. 416–434, 1995.
- [40] V. KOTTKE, P. GESCHWIND, H.D. LI, «Heat and mass transfer along curved walls in internal flows». *ERCOFTAC Bull*, Vol. 32, pp. 21–24, 1997
- [41] J.W. BAUGHN, J.E. MAYHEW, M.R. ANDERSON, R.J. BUTLER, «A periodic transient method using liquid crystals for the measurement of local heat transfer coefficients». *Trans. J. Heat Tran.* Vol. 120, pp. 772–777, 1998.
- [42] H. DU, S. EKKAD, J.C. HAN, «Effect of unsteady wake with trailing edge coolant ejection on detailed heat transfer coefficient distributions for a gas turbine blade». *Trans. ASME J. Heat Tran.*, Vol. 119, pp. 242–248, 1997
- [43] J. TALER «Theory of transient experimental techniques for surface heat transfer». *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol 39, pp. 3733–3748, 1992
- [44] U. AHREND, M. BUCHHOLZ, R. SCHMIDT, J. KÖHLER, «Investigation of the relation between turbulent fluid flow and heat transfer in fin-and-tube heat exchangers». 13th *Int. Heat Transfer Conference*, Sydney, Australia, 2006.
- [45] D. TALER, CEBULA, «A Modelling of air flow and heat transfer in compact heat exchangers». *Polish Academy of Sciences Committee of Chemical and Process Engineering*, Vol. 25 pp. 2331–2342, 2004.
- [46] U. AHREND, M. BUCHHOLZ, R. SCHMIDT, J. KÖHLER, «Investigation of the relation between turbulent fluid flow and heat transfer in finand-tube heat exchangers» 13<sup>th</sup> *Int. Heat Transfer Conference*. Sydney, Australia, 2006.
- [47] T. ASTARITA, G. CARDONE, G.M. CARLOMAGNO, C. MEOLA, «A survey on infrared thermography for convective heat transfer measurements» *Optics & Laser Technology*, Vol. 32 pp. 593–610, 2000.

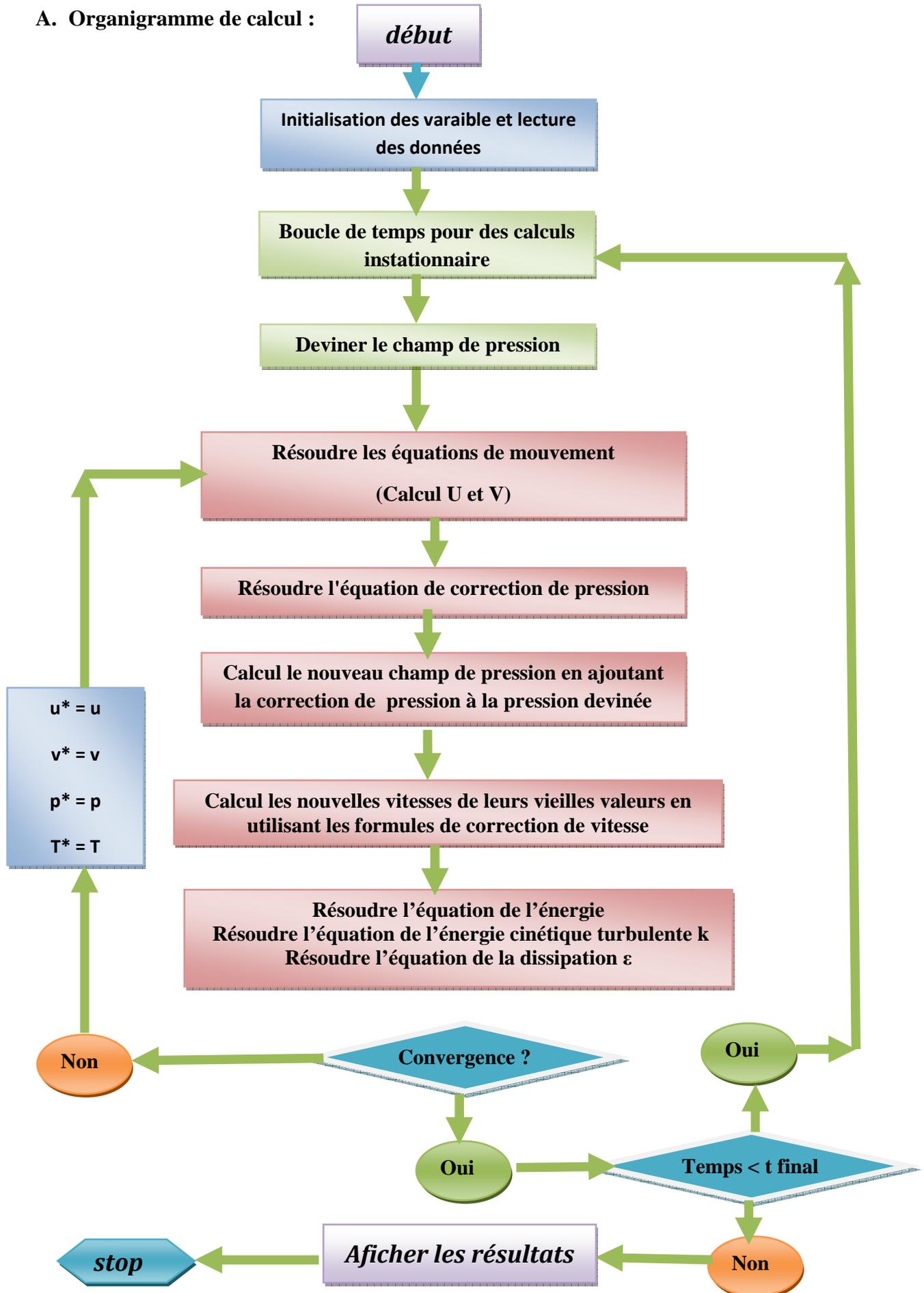
- [48] J. TALER, «Determination of local heat transfer coefficient from the solution of the inverse heat conduction problem». *Forsch Ingenieurwes*, Vol. 71, pp. 69–78, 2007.
- [49] J. TALER, «Nonlinear steady-state inverse heat conduction problem with space-variable boundary conditions». *Trans. ASME J. Heat Tran.*, Vol. 114, pp. 1048–1051, 1992.
- [50] T.J. MARTIN, G.S. DULIKRAVICH, «Inverse determination of steady heat convection coefficient distribution» *Trans. ASME J. Heat Tran.*, Vol. 120, pp.328–334, 1998.
- [51] E. HENSEL, R. HILLS, «Steady-state two-dimensional inverse heat conduction». *Num. Heat Tran.*, Vol. B 15, pp. 227–240, 1989.
- [52] T.J. MARTIN, G.S. DULIKRAVICH, «Inverse determination of boundary conditions and sources in steady heat conduction with heat generation». *Trans. ASME J. Heat Tran.*, Vol. 118, pp. 546–554, 1996.
- [53] D. TALER, CEBULA, «A Modelling of air flow and heat transfer in compact heat exchangers» *Polish Academy of Sciences Committee of Chemical and Process Engineering*, Vol. 25 pp. 2331–2342, 2004.
- [54] D. D. GRAY, and A. GIORGINI, «The validity of the Boussinesq, approximation for liquids and gases» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 125-131, 1976.
- [55] F. AMPOFO, and T. G. KARAYIANNIS, «Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity» *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3551-3572, 2003.
- [56] D. C. WILCOX, «Turbulence Modelling for CFD» DCW Industries, La Canada, 1993.
- [57] S. V. PATANKAR «Numerical heat transfer and fluid flow», Hemisphere publishing company, New York, 1980.
- [58] S. V.PATANKER, «Numerical heat transfer and fluid flow», Innovative Research, INC, USA, 1984.
- [59] J.P. LAGASSE, F.N. ROSSI, «Etude thermique de la structure d'un moteur à combustion interne et évaluation de l'efficacité du circuit de refroidissement par une simulation numérique tridimensionnelle ». *Entropie*, Vol. 152, 1989.
- [60] F. RAHALI, S. LARBI, M. T. ATTOUCHI, «Modélisation des échanges thermiques entre un écoulement externe et une surface ailetée», 14<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique. Djerba, Tunisie, 27-29 Mars, 2009.
- [61] F. RAHALI, S. LARBI, M. T. ATTOUCHI, «Contribution to heat transfer modeling between an external flow and a finned surface» *Sixth International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Proceedings ICCHMT Edition*, pp. 503-508, Guangzhou. China. May 18-22, 2009.
- [62] F. RAHALI, S. LARBI, M. T. ATTOUCHI, «Influence of Interaction Effects between an External Airflow and a Finned Surface on Heat Transfer in an Internal Combustion Engine Case». *Fourth International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications (ICTEA2009)*, Abu Dhabi, UAE, January 12- 14, 2009.



**ANNEXE**

# Annexe

## A. Organigramme de calcul :



# Annexe

## B. Discrétisation des équations :

### B.1. Équations de quantité du mouvement suivant la direction, x

L'équation de quantité du mouvement suivant la direction, x peut être écrite comme suit :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (2 \frac{\partial u}{\partial x})] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})] \quad \text{A. 1}$$

La modification du terme de diffusion du côté droit, on peut récrire l'équation (A. 1) comme suit:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x}] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y}] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})] \quad \text{A. 2}$$

Pour un fluide incompressible le terme :  $\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})]$  égale zéro dû à l'équation de continuité.

La conservation de ce terme augmente l'exactitude numérique dans quelques types d'écoulements. Par conséquent ce terme est incluse dans la source terme. Les formes discrétisées Forme discrétisée initiale et finale de l'équation (A. 1) dans deux dimensions sont présentées ci-dessous.

Forme discrétisée initiale :

$$\frac{(\rho_P u_P - \rho_P^0 u_P^0) \Delta x \Delta y}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = (S_C + S_P u_P) \Delta x \Delta y \quad \text{A. 3}$$

$$\text{Où : } J_e = \left\{ (\rho u)_e u - (\mu + \mu_t)_e \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \Delta y$$

$$J_w = \left\{ (\rho u)_w u - (\mu + \mu_t)_w \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \Delta y$$

$$J_n = \left\{ (\rho v)_n u - (\mu + \mu_t)_n \frac{\partial u}{\partial y} \right\} \Delta x$$

$$J_s = \left\{ (\rho u)_s u - (\mu + \mu_t)_s \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \Delta x$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + b \quad \text{A. 4}$$

$$\text{Où : } a_E = D_e A(|P_e|) + \llbracket -F_e, 0 \rrbracket$$

# Annexe

---

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \llbracket F_w, 0 \rrbracket$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \llbracket -F_n, 0 \rrbracket$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \llbracket F_s, 0 \rrbracket$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y + a_P^0 u_P^0 + M$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y$$

Avec :

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y, \quad D_e = \frac{(\mu + \mu_t)_e \Delta y}{(\delta x)_e}, \quad P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y, \quad D_w = \frac{(\mu + \mu_t)_w \Delta y}{(\delta x)_w}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$F_n = (\rho v)_n \Delta x, \quad D_n = \frac{(\mu + \mu_t)_n \Delta x}{(\delta y)_n}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$F_s = (\rho v)_s \Delta x, \quad D_s = \frac{(\mu + \mu_t)_s \Delta x}{(\delta y)_s}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

sous-programmes représentant la forme discrétisée de l'équations de quantité du mouvement suivant la direction, x.

VOL=SEWU(I)\*SNS(J) (représente le Volume de contrôle)

## Calcul les coefficients de convection

Les coefficients de convection représentent F dans les équations (A. 4). Notez que les variables doivent être évaluées aux visages du volume de contrôle. La vitesse U est décalée dans la direction X. Ainsi les valeurs de la vitesse V et de la densité doivent être prises.

```
GN=0.5*(DEN(I,J+1)+DEN(I,J))*V(I,J+1)
GNW=0.5*(DEN(I-1,J)+DEN(I-1,J+1))*V(I-1,J+1)
GS=0.5*(DEN(I,J-1)+DEN(I,J))*V(I,J)
GSW=0.5*(DEN(I-1,J)+DEN(I-1,J-1))*V(I-1,J)
GE=0.5*(DEN(I+1,J)+DEN(I,J))*U(I+1,J)
GP=0.5*(DEN(I,J)+DEN(I-1,J))*U(I,J)
GW=0.5*(DEN(I-1,J)+DEN(I-2,J))*U(I-1,J)
CN=0.5*(GN+GNW)*AREANS
CS=0.5*(GS+GSW)*AREANS
CE=0.5*(GE+GP)*AREA EW
```

# Annexe

$$CW=0.5*(GP+GW)*AREAEW$$

## Calcul les coefficients de diffusion

Les coefficients de diffusion représentent D dans les équations (A. 4), les valeurs de la viscosité

VIS(I,J) doivent être prises. R1 représente le facteur  $\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}$ , ce qui surgit en raison du non-dimensionalization.

$$VISN=0.25*(VIS(I,J)+VIS(I,J+1)+VIS(I-1,J)+VIS(I-1,J+1))$$

$$VISS=0.25*(VIS(I,J)+VIS(I,J-1)+VIS(I-1,J)+VIS(I-1,J-1))$$

$$DN=R1*VISN*AREANS/DYNP(J)$$

$$DS=R1*VISS*AREANS/DYPS(J)$$

$$DE=R1*VIS(I,J)*AREAEW/DXEPU(I)$$

$$DW=R1*VIS(I-1,J)*AREAEW/DXPWU(I)$$

## Calcul les coefficients de terme source

Les coefficients de source terme  $S=SC+SPuP$  sont calculées comme suit :

$$SMP=CN-CS+CE-CW$$

$$CP=AMAX1(0.0,SMP)$$

$$CPO=CP$$

où :  $CPO*U(I,J)$  represent  $S_c \Delta x \Delta y$  et  $SP(I,J)$  represent  $S_p \Delta x \Delta y$

## Calcul les coefficients principaux

les coefficients principaux aE, aW, aN et aS sont évalués selon le type de discrétisation utilisé.

- Pour le schemas Hybrid la fonction  $A(|P|) = \llbracket 0, 1 - 0.5|P| \rrbracket$

IF (INHY) THEN

$$AN(I,J)=DN*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CN/DN))+AMAX1(-CN,0.)$$

$$AS(I,J)=DS*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CS/DS))+AMAX1(CS,0.)$$

$$AE(I,J)=DE*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CE/DE))+AMAX1(-CE,0.)$$

$$AW(I,J)=DW*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CW/DW))+AMAX1(CW,0.)$$

END IF

- Pour le schemas central la fonction  $A(|P|) = 1 - 0.5|P|$

IF (INCEN) THEN

$$AN(I,J)=AMAX1(-CN,0.)+DN-0.5*ABS(CN)$$

$$AS(I,J)=AMAX1(CS,0.)+DS-0.5*ABS(CS)$$

$$AE(I,J)=AMAX1(-CE,0.)+DE-0.5*ABS(CE)$$

$$AW(I,J)=AMAX1(CW,0.)+DW-0.5*ABS(CW)$$

END IF

terme supplémentaire pour améliorer la stabilité numérique :  $\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]$

$$DUDXP=(U(I+1,J)-U(I,J))/DXEPU(I)$$

$$DUDXM=(U(I,J)-U(I-1,J))/DXPWU(I)$$

# Annexe

---

```
SU(I,J)=R1*(VIS(I,J)*DUDXP-VIS(I-1,J)*DUDXM)/SEWU(I)*VOL+SU(I,J)
GAMP =0.25*(VIS(I,J)+VIS(I-1,J)+VIS(I,J+1)+VIS(I-1,J+1))
DVDXP =(V(I,J+1)-V(I-1,J+1))/DXPW(I)
GAMM =0.25*(VIS(I,J)+VIS(I-1,J)+VIS(I,J-1)+VIS(I-1,J-1))
DVDXM =(V(I,J)-V(I-1,J))/DXPW(I)
SU(I,J) =SU(I,J)+R1*(GAMP*DVDXP-GAMM*DVDXM)/SNS(J)*VOL
```

## Critère de convergence

Le résidu donne une idée au sujet de la convergence. RESORU est la différence de source terme total entre deux étapes consécutives d'itération.

```
RESORU=0.0
AP(I,J)=AN(I,J)+AS(I,J)+AE(I,J)+AW(I,J)+APO(I,J)-SP(I,J)
DU(I,J)=DU(I,J)/AP(I,J)
RESOR=AN(I,J)*U(I,J+1)+AS(I,J)*U(I,J-1)+AE(I,J)*U(I+1,J)+AW(I,J)*U(I-1,J)-
      AP(I,J)*U(I,J)+SU(I,J)
VOL=SEW(I)*SNS(J)
SORVOL=GREAT*VOL
IF(-SP(I,J).GT.0.5*SORVOL) RESOR=RESOR/SORVOL
RESORU=RESORU+ABS(RESOR)
```

## sous relaxation

Dans le cas des problèmes non linéaires, il est souvent utile d'accélérer ou de freiner le procédé itératif. La sous relaxation est fréquemment utilisée pour éviter une divergence quand les équations sont fortement non linéaires. URFU représente le facteur de sous- relaxation utilise pour la vitesse U. les valeurs des facteurs de sous- relaxation sont toujours varies entre 0 et 1.

```
AP(I,J)=AP(I,J)/URFU
SU(I,J)=SU(I,J)+(1.-URFU)*AP(I,J)*U(I,J)
DU(I,J)=DU(I,J)*URFU
```

## B.2. Equation algébrique de pression :

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations d quantité de mouvement. Dans le cas ou ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire.

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimé  $P^*$  et  $P'$  donnée par :

$$P = P^* + P' \quad \text{A. 5}$$

De même pour les composantes de la vitesse :

$$\begin{aligned} U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \quad \text{A. 6}$$

Où  $P'$ ,  $U'$  et  $V'$  sont les corrections de la pression et des vitesses.

Les formules de correction de vitesse peuvent être écrites comme suit :

# Annexe

$$\begin{aligned} U' &= d_w(P'_W - P'_P) \\ V' &= d_s(P'_S - P'_P) \end{aligned} \quad \text{A. 7}$$

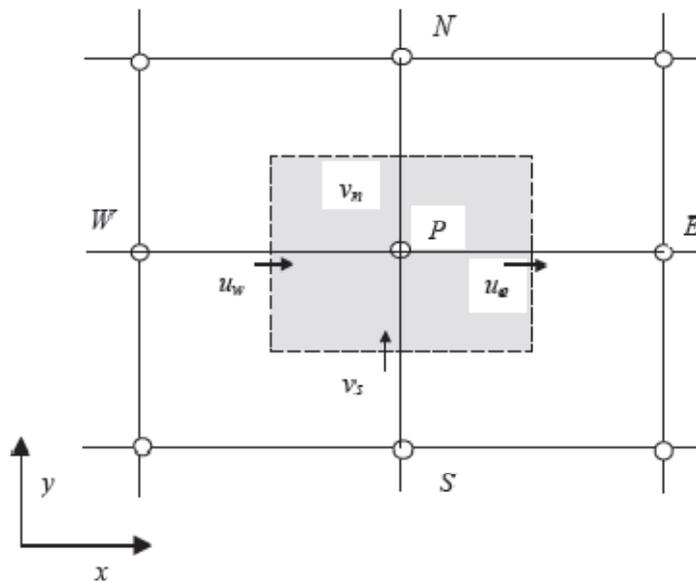
Avec :  $d_w = \frac{A_{ew}}{a_P}$  et  $d_s = \frac{A_{ns}}{a_P}$ .

On peut écrire l'équation (A. 6) comme suit :

$$\begin{aligned} u &= u^* + d_w(P'_W - P'_P) \\ v &= v^* + d_s(P'_S - P'_P) \end{aligned}$$

L'équation de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad \text{A. 8}$$



**Figure A.1:** Volume de contrôle pour l'équation de continuité

L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit :

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0)\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w]\Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s]\Delta x = 0 \quad \text{A. 9}$$

L'introduction des équations (A. 7) dans l'équation de continuité discrétisée (A. 9), on obtient une équation de pression congénère à l'équation de pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad \text{A. 10}$$

Où :  $a_E = \rho_e d_e \Delta y$ ,

# Annexe

$$\begin{aligned} a_W &= \rho_w d_w \Delta y, \\ a_N &= \rho_n d_n \Delta x, \\ a_S &= \rho_s d_s \Delta x, \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S, \\ b &= \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u^*)_W - (\rho u^*)_E] \Delta y + [(\rho v^*)_S - (\rho v^*)_N] \Delta x. \end{aligned} \tag{A.11}$$

## Régions et volume de calcul :

```
RESORM=0
AREANS=SEW(I)
AREA EW=SNS(J)
VOL=SNS(J)*SEW(I)
```

## Calcul les coefficients :

```
DENN=0.5*(DEN(I,J)+DEN(I,J+1))
DENS=0.5*(DEN(I,J)+DEN(I,J-1))
DENE=0.5*(DEN(I,J)+DEN(I+1,J))
DENW=0.5*(DEN(I,J)+DEN(I-1,J))
AN(I,J)=DENN*AREANS*DVI(I,J+1)
AS(I,J)=DENS*AREANS*DVI(I,J)
AE(I,J)=DENE*AREA EW*DU(I+1,J)
AW(I,J)=DENW*AREA EW*DU(I,J)
```

## Calcul le terme source :

```
CN=DENN*V(I,J+1)*AREANS
CS=DENS*V(I,J)*AREANS
CE=DENE*U(I+1,J)*AREA EW
CW=DENW*U(I,J)*AREA EW
SMP=CN-CS+CE-CW
SP(I,J)=0.0
IF(STEADY) THEN
SU(I,J)=-SMP
ELSE
SU(I,J)=-SMP+(DENO(I,J)-DEN(I,J))*VOL/DT(ITSTEP)
END IF
```

## Calcul la somme de sources de masse absolues :

RESORM=RESORM+ABS(SMP) (où RESORM représente la source de masse résiduelle)

## B.3. Equation de l'énergie cinétique turbulente k

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} &= \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \\ &+ P_k + G_k - \rho \varepsilon \end{aligned} \tag{A.12}$$

# Annexe

---

Où :

$$P_k = \mu_t \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left( 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$G_k = - \frac{1}{\sqrt{\text{PrRa}}} \frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\mu_t = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \rho c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

PRTE=1.0 (PRTE represents  $\sigma_k$ )

PRTE=1.0

AREANS=SEW(I)

AREA EW=SNS(J)

VOL=SNS(J)\*SEW(I)

## Calcul les coefficients de convection

GN=0.5\*(DEN(I,J)+DEN(I,J+1))\*V(I,J+1)

GS=0.5\*(DEN(I,J)+DEN(I,J-1))\*V(I,J)

GE=0.5\*(DEN(I,J)+DEN(I+1,J))\*U(I+1,J)

GW=0.5\*(DEN(I,J)+DEN(I-1,J))\*U(I,J)

CN=GN\*AREANS

CS=GS\*AREANS

CE=GE\*AREA EW

CW=GW\*AREA EW

## Calcul les coefficients de diffusion

Le terme de diffusion est :  $\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right]$

GAMN=R1\*0.5\*(VIS(I,J)+VIS(I,J+1)-2.0)/PRTE+R1

GAMS=R1\*0.5\*(VIS(I,J)+VIS(I,J-1)-2.0)/PRTE+R1

GAME=R1\*0.5\*(VIS(I,J)+VIS(I+1,J)-2.0)/PRTE+R1

GAMW=R1\*0.5\*(VIS(I,J)+VIS(I-1,J)-2.0)/PRTE+R1

DN=GAMN\*AREANS/DYNP(J)

DS=GAMS\*AREANS/DYPS(J)

DE=GAME\*AREA EW/DXEP(I)

DW=GAMW\*AREA EW/DXPW(I)

## Calcul le terme source :

SMP=CN-CS+CE-CW

CP=AMAX1(0.0,SMP)

CPO=CP

# Annexe

```
DUDX=(U(I+1,J)-U(I,J))/SEW(I)
DVDY=(V(I,J+1)-V(I,J))/SNS(J)
DUDY=((U(I,J)+U(I+1,J)+U(I,J+1)+U(I+1,J+1))/4.-(U(I,J)+U(I+1,J)+
U(I,J-1)+U(I+1,J-1))/4.)/SNS(J)
DVDX=((V(I,J)+V(I,J+1)+V(I+1,J)+V(I+1,J+1))/4.-(V(I,J)+V(I,J+1)+V(I-1,J)+
V(I-1,J+1))/4.)/SEW(I)
```

```
GEN(I,J)=R1*(2.*(DUDX**2+DVDY**2)+(DUDY+DVDX)**2)*(VIS(I,J)-1.0+1.E-8)
```

(Où GEN(I,J) représente le terme :  $P_k = \mu_t \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left( 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)$ )

```
DTDY=(T(I,J+1)-T(I,J))/DYPS(J) (Terme de flottabilité)
```

```
GENB(I,J)=-(1/R2)*(VIS(I,J)-1.0+1.E-8)*PRANDL*DTDY/PRANDT (où GENB(I,J)
```

représente the terme :  $G_k = -\frac{1}{\sqrt{\text{PrRa}}} \frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial y}$ )

## Calcul les coefficients principaux

```
IF (INHJ) THEN
```

```
AN(I,J)=DN*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CN/DN))+AMAX1(-CN,0.)
```

```
AS(I,J)=DS*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CS/DS))+AMAX1(CS,0.)
```

```
AE(I,J)=DE*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CE/DE))+AMAX1(-CE,0.)
```

```
AW(I,J)=DW*AMAX1(0.,1-0.5*ABS(CW/DW))+AMAX1(CW,0.)
```

```
END IF
```

```
IF (INCEN) THEN
```

```
AN(I,J)=AMAX1(-CN,0.)+DN-0.5*ABS(CN)
```

```
AS(I,J)=AMAX1(CS,0.)+DS-0.5*ABS(CS)
```

```
AE(I,J)=AMAX1(-CE,0.)+DE-0.5*ABS(CE)
```

```
AW(I,J)=AMAX1(CW,0.)+DW-0.5*ABS(CW)
```

```
END IF
```

```
IF(STEADY) THEN
```

```
APO(I,J)=0.0
```

```
ELSE
```

```
APO(I,J)=DEN(I,J)*VOL/DT(ITSTEP)
```

```
ENDIF
```

```
SU(I,J)=CPO*TE(I,J)+APO(I,J)*TEO(I,J)
```

```
SU(I,J)=SU(I,J)+GEN(I,J)*VOL
```

```
IF (INCALB) THEN
```

```
SU(I,J)=SU(I,J)+GENB(I,J)*VOL
```

```
END IF
```

```
SP(I,J)=-CP
```

```
SP(I,J)=SP(I,J)-(1/R1)*CD*CMU*DEN(I,J)**2*TE(I,J)*VOL/(VIS(I,J)-1.0+1.E-8)
```

## Critère de convergence

```
RESORK=0.0
```

```
AP(I,J)=AN(I,J)+AS(I,J)+AE(I,J)+AW(I,J)+APO(I,J)-SP(I,J)
```

```
RESOR=AN(I,J)*TE(I,J+1)+AS(I,J)*TE(I,J-1)+AE(I,J)*TE(I+1,J)
```

```
+AW(I,J)*TE(I-1,J)-AP(I,J)*TE(I,J)+SU(I,J)
```

```
VOL=SEW(I)*SNS(J)
```

```
SORVOL=GREAT*VOL
```

```
IF(-SP(I,J).GT.0.5*SORVOL) RESOR=RESOR/SORVOL
```

```
RESORK=RESORK+ABS(RESOR)
```

# Annexe

sous relaxation :

$$AP(I,J)=AP(I,J)/URFK$$

$$SU(I,J)=SU(I,J)+(1.-URFK)*AP(I,J)*TE(I,J)$$

**B.4. Equation du taux de dissipation  $\varepsilon$  :**

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + (c_{\varepsilon 1} f_1 (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - \rho c_{\varepsilon 3} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad \text{A.13}$$

Où :

$$P_k = \mu_t \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left( 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$G_k = - \frac{1}{\sqrt{\text{PrRa}}} \frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\mu_t = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \rho c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$\text{AREANS}=\text{SEW}(I)$$

$$\text{AREAEW}=\text{SNS}(J)$$

$$\text{VOL}=\text{SNS}(J)*\text{SEW}(I)$$

**Calcul les coefficients de convection**

$$\text{GN}=0.5*(\text{DEN}(I,J)+\text{DEN}(I,J+1))*V(I,J+1)$$

$$\text{GS}=0.5*(\text{DEN}(I,J)+\text{DEN}(I,J-1))*V(I,J)$$

$$\text{GE}=0.5*(\text{DEN}(I,J)+\text{DEN}(I+1,J))*U(I+1,J)$$

$$\text{GW}=0.5*(\text{DEN}(I,J)+\text{DEN}(I-1,J))*U(I,J)$$

$$\text{CN}=\text{GN}*\text{AREANS}$$

$$\text{CS}=\text{GS}*\text{AREANS}$$

$$\text{CE}=\text{GE}*\text{AREAEW}$$

$$\text{CW}=\text{GW}*\text{AREAEW}$$

**Calcul les coefficients de diffusion**

$$\text{GAMN}=\text{R1}*0.5*(\text{VIS}(I,J)+\text{VIS}(I,J+1)-2.0)/\text{PRED}+\text{R1}$$

$$\text{GAMS}=\text{R1}*0.5*(\text{VIS}(I,J)+\text{VIS}(I,J-1)-2.0)/\text{PRED}+\text{R1}$$

$$\text{GAME}=\text{R1}*0.5*(\text{VIS}(I,J)+\text{VIS}(I+1,J)-2.0)/\text{PRED}+\text{R1}$$

$$\text{GAMW}=\text{R1}*0.5*(\text{VIS}(I,J)+\text{VIS}(I-1,J)-2.0)/\text{PRED}+\text{R1}$$

$$\text{DN}=\text{GAMN}*\text{AREANS}/\text{DYNP}(J)$$

$$\text{DS}=\text{GAMS}*\text{AREANS}/\text{DYPS}(J)$$

$$\text{DE}=\text{GAME}*\text{AREAEW}/\text{DXEP}(I)$$

$$\text{DW}=\text{GAMW}*\text{AREAEW}/\text{DXPW}(I)$$

# Annexe

---

## Calcul le terme source :

SMP=CN-CS+CE-CW  
CP=AMAX1(0.0,SMP)  
CPO=CP

## Calcul les coefficients principaux :

IF (INHY) THEN  
AN(I,J)=DN\*AMAX1(0.,1-0.5\*ABS(CN/DN))+AMAX1(-CN,0.)  
AS(I,J)=DS\*AMAX1(0.,1-0.5\*ABS(CS/DS))+AMAX1(CS,0.)  
AE(I,J)=DE\*AMAX1(0.,1-0.5\*ABS(CE/DE))+AMAX1(-CE,0.)  
AW(I,J)=DW\*AMAX1(0.,1-0.5\*ABS(CW/DW))+AMAX1(CW,0.)  
END IF  
IF (INCEN) THEN  
AN(I,J)=AMAX1(-CN,0.)+DN-0.5\*ABS(CN)  
AS(I,J)=AMAX1(CS,0.)+DS-0.5\*ABS(CS)  
AE(I,J)=AMAX1(-CE,0.)+DE-0.5\*ABS(CE)  
AW(I,J)=AMAX1(CW,0.)+DW-0.5\*ABS(CW)  
END IF  
IF(STEADY) THEN  
APO(I,J)=0.0  
ELSE  
SU(I,J)=CPO\*ED(I,J)+APO(I,J)\*EDO(I,J)  
END IF

C3=ABS((V(I,J)+V(I,J+1))/(U(I,J)+U(I+1,J)))  
C3=TANH(C3)  
SU(I,J)=SU(I,J)+(1/R1)\*C1\*F1\*CMU\*CD\*DEN(I,J)\*GEN(I,J)\*VOL  
\*TE(I,J)/(VIS(I,J)-1.0+1.E-8)  
IF (INCALB) THEN  
SU(I,J)=SU(I,J)+(1/R1)\*C1\*F1\*C3\*CMU\*CD\*GENB(I,J)\*DEN(I,J)\*VOL  
\*TE(I,J)/(VIS(I,J)-1.0+1.E-8)  
END IF  
SP(I,J)=-CP  
SP(I,J)=SP(I,J)-C2\*F2\*DEN(I,J)\*ED(I,J)\*VOL/TE(I,J)

## Critère de convergence :

RESORE=0.0  
AP(I,J)=AN(I,J)+AS(I,J)+AE(I,J)+AW(I,J)+APO(I,J)-SP(I,J)  
RESOR=AN(I,J)\*ED(I,J+1)+AS(I,J)\*ED(I,J-1)+AE(I,J)\*ED(I+1,J)  
+AW(I,J)\*ED(I-1,J)-AP(I,J)\*ED(I,J)+SU(I,J)  
VOL=SNS(J)\*SEW(I)  
SORVOL=GREAT\*VOL  
IF(-SP(I,J).GT.0.5\*SORVOL) RESOR=RESOR/SORVOL  
RESORE=RESORE+ABS(RESOR)

## sous relaxation :

AP(I,J)=AP(I,J)/URFE  
SU(I,J)=SU(I,J)+(1.-URFE)\*AP(I,J)\*ED(I,J)