

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

*Ecole Nationale Polytechnique*

*Département de Génie Mécanique*



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

*Projet de fin d'études*

En vue de l'obtention du diplôme

**D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE MECANIQUE**

*Thème*

Etude analytique, numérique et expérimentale du  
remplissage-vidange d'un local par flottabilité avec  
un panache forcé en non-Boussinesq

**Proposé et dirigé par :**

Mr. B.Benkoussas, M.C (A) ENP

Mr. O.Vauquelin, Pr AMU

**Présenté par :**

Yacine BRAHAMI

Promotion 2015



## ملخص

هذا العمل عبارة عن دراسة عددية، تحليلية و تجريبية لإشكالية ملء-تفريغ محلي من خلال إسهام سائل اخف عن السائل المحيطي ، مع اهتمام خاص لحالة اختلاف كبير ما بين السائلين في الكثافة (حالة غير بوسينيسك). تتكون الدراسة النظرية من تغيير نموذج لندن، صحيح في حالة بوسينيسك، نحو عدم تقريب بوسينيسك. تم وضع نموذج جديد يقوم على نتائج حديثة على هاذه التدفقات. أجريت تجارب للتحقق من صحة تنبؤات النماذج المقدمة. مقارنة بين النتائج تظهر اتفاق تام ما بين النتائج النظرية و التجريبية. و تسلط الضوء على عدم اكتمال كود FDS لمحاكات تطور هذه الظاهرة.

**كلمات مفتاحية :** ملء-تفريغ، الطفو، تقريب بوسينيسك

## Résumé

Ce travail est une étude analytique, numérique et expérimentale du remplissage-vidange d'un local par apport d'un fluide plus léger que le fluide ambiant, en portant un intérêt particulier pour le cas où la différence de masse volumique entre les deux fluides est grande (cas non-Boussinesq). L'étude théorique consiste en la modification du modèle de Linden, valide en Boussinesq, vers le cas non-Boussinesq, puis au développement d'un nouveau modèle basé sur des résultats récents sur les panaches. Des expériences ont été conduites pour valider les prédictions des modèles développés. Par la suite, des simulations numériques ont été menées sous code FDS. Une comparaison entre les différents résultats montre une concordance parfaite entre les résultats obtenus théoriquement et expérimentalement, et mettent en évidence une incapacité du code FDS à simuler le comportement du phénomène d'une manière précise.

**Mots clés :** Remplissage-vidange, Flottabilité, Approximation de Boussinesq

## Abstract

This work is an analytical, numerical and experimental study of the emptying-filling boxes problem with a light input fluid compared to the ambient one, with a particular interest for the great density difference between the two fluids (non-Boussinesq case). The theoretical study consists on the modification of the Linden model, which is valid in Boussinesq case, to the non-Boussinesq case, after that a new model is developed based on a new plumes model. Experiments are conducted to validate the predictions of the developed models. Subsequently, numerical simulations were conducted with FDS code. A comparison between results shows a perfect agreement between the experimental and theoretical results, and highlights incapacity of FDS code to simulation the behavior of the phenomenon precisely.

**Key words :** Emptying-Filling Boxes, Buoyancy, Boussinesq Approximation

## Dédicaces

*A ma grand-mère, cette femme exceptionnelle,*

*A mes parents,*

*A mon frère,*

*A mes amis,*

*A mes enseignants passionnés,*

*A mes camarades polytechniciens et non polytechniciens,*

*A tous ceux qui m'ont aidé tout au long de mon parcours,*

*Je dédie ce travail.*

*Yacine*

## Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier mes encadreurs, Mr B. BENKOUSSAS (ENP) et O. VAUQUELIN (AMU) sans qui ce travail ne se serait jamais fait. Je les remercie pour la qualité de leur encadrement, pour leur rigueur, leur disponibilité et particulièrement leur patience avec moi durant la préparation de ce mémoire.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes enseignants, qui pour certains m'ont soutenus dans la satisfaction de ma curiosité scientifique tout au long de mon parcours.

Sans oublier le président du jury Mr S. LARBI (ENP) ainsi que les membres examinateurs Mr M. BENBRAIKA (ENP) et Mr M. BOUBAKEUR (ENP) et mon promoteur Mr B. BENKOUSSAS (ENP).

Je remercie également Mr Ph. BOURNOT (AMU) pour m'avoir permis de réaliser ce stage dans de si bonnes conditions, ainsi que l'ensemble de l'équipe pédagogique du département de mécanique d'Aix-Marseille Université, en l'occurrence Mr R. MEHADDI, Mr F. CANDELIER, Mr F. DUTERTRE, ainsi que Mr M. KOUTAIBA (CSTB).

Je souhaite également remercier l'ensemble du personnel de la bibliothèque, qui a su embellir mon expérience de tous les jours à l'école en particulier S. GHERRAK et M. DOUADI, dits affectueusement « Ammi Saleh » et « Ammi Douadi » par tous les étudiants de l'école. Ils ont su nous faire sentir chez nous à l'école et je leur en suis infiniment reconnaissant.

Finalement, je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé et soutenus de près ou de loin pour mener à bien ce travail.

## Nomenclature

B	Débit de flottabilité	[m <sup>4</sup> /s <sup>3</sup> ]
C <sub>d</sub>	Coefficient de pertes de charges à l'exutoire	[-]
C <sub>p</sub>	Capacité calorifique de l'air	[J/kg.K]
d	Diamètre du panache	[m]
f <sub>v</sub>	Fraction volumique d'hélium	[-]
f <sub>m</sub>	Fraction massique d'hélium	[-]
g	Constante de gravitation	[m/s <sup>2</sup> ]
h	Hauteur de fluide	[m]
H	Hauteur du local	[m]
k	Pas de temps	[-]
l	Pas d'espace	[-]
Q <sub>v</sub>	Débit volumique apporté par le panache	[m <sup>3</sup> /s]
Q <sub>m</sub>	Débit massique apporté par le panache	[kg/s]
Q <sub>vHe</sub>	Débit volumique d'hélium	[m <sup>3</sup> /s]
Q̇ <sub>c</sub>	Flux de chaleur totale d'un feu	[W/m <sup>2</sup> ]
S	Surface du local	[m <sup>2</sup> ]
t	Temps	[s]
T <sub>0</sub>	Température de l'air	[K]
u	Vitesse verticale du panache	[m/s]
u <sub>e</sub>	Vitesse horizontale d'entraînement	[m/s]
w	Vitesse à l'exutoire	[m/s]
z	Coordonnée verticale	[m]

## Lettres grecques

$\alpha$	Coefficient d'entraînement	[-]
$\beta$	Rayon du panache corrigé en densité	[m]
$\mu$	Viscosité cinématique du mélange air-hélium	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho^*$	Masse volumique dans la couche stratifiée	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_0$	Masse volumique de l'air	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho$	Masse volumique du panache	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_m$	Masse volumique du mélange air-hélium	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{He}$	Masse volumique de l'hélium	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\Sigma$	Surface d'exutoire	[m <sup>2</sup> ]
$\tau$	Temps adimensionnel	[-]
$\omega$	Vitesse adimensionnelle à l'exutoire	[-]

## Indices

i	injection
p	panache
s	stationnaire
v	source virtuelle
0	air
vo	volumique
m	massique



## **Abréviations**

ISI	Ingénierie de la sécurité incendie
CFD	Computational fluid dynamics
FDS	Fire dynamics simulator
NIST	National Institut of Standardisation and Technology
LES	Large Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation

## Liste des Figures

Figure 0-1: Photos représentatives d'écoulements de fluides de masses volumiques différentes. A gauche cheminée sous-marine, à droite une éruption volcanique .....	1
Figure 1-1: Schéma de la problématique.....	11
Figure 2-1: Photo d'un panache turbulent.....	12
Figure 2-2: Schéma d'un élément de volume infinitésimal axisymétrique d'un panache.....	14
Figure 2-3: Schéma simplifié d'un local du modèle physique .....	16
Figure 2-4: Schéma d'un local avec le paramétrage du modèle mathématique .....	17
Figure 2-5: Courbes représentatives des propriétés d'un panache par les solutions similaires	20
Figure 2-6: Schéma d'un panache avec source virtuelle (en vert le panache sans source virtuelle, en rouge le panache avec source virtuelle) .....	21
Figure 2-7: Schéma du modèle physique .....	22
Figure 2-8: Contours représentatifs de $\zeta_s$ en fonction de $Fr$ et $\Lambda$ .....	25
Figure 2-9: Contours représentatifs de $\eta_s$ en fonction de $Fr$ et $\Lambda$ .....	26
Figure 2-10: Contours représentatifs de $\omega_s$ en fonction de $Fr$ et $\Lambda$ .....	27
Figure 2-11: Courbes représentatives des paramètres du panache en fonction du temps en régime transitoire dans les solutions similaires .....	29
Figure 2-12: Courbe représentative des paramètres du premier modèle de remplissage-vidange dans le cas où il y a "overshoot" .....	29
Figure 2-13: Courbes représentatives des paramètres du panache dans les solutions avec la fonction $\Gamma$ .....	34
Figure 2-14: Courbe représentative de $X$ en fonction de $\Gamma$ .....	35
Figure 2-15: Courbe représentative des paramètres du panache en régime transitoire dans le second modèle de remplissage-vidange .....	40
Figure 2-16: Courbes comparatives des propriétés du panache entre les solutions similaires et les solutions par la fonction $\Gamma$ .....	41
Figure 2-17: Courbes comparatives des propriétés du panache entre les solutions similaires et les solutions par la fonction $\Gamma$ avec source virtuelle calés sur le champ lointain de $\Gamma$ .....	42
Figure 2-18: Courbe comparative des débits volumique (figure gauche) et massique (figure droite) en fonction de la hauteur pour les solutions similaires et les solutions avec la fonction $\Gamma$ .....	43
Figure 2-19: Courbe comparative des débits volumique (figure gauche) et massique (figure droite) en fonction de la hauteur pour les solutions similaires et les solutions avec la fonction $\Gamma$ avec source virtuelle calée sur le champ lointain de $\Gamma$ .....	44
Figure 2-20: Schéma du premier modèle de remplissage-vidange modifié (en vert le panache sans source virtuelle, en rouge le panache avec source virtuelle) .....	45
Figure 3-1: Schéma de la première phase de l'overturning (flèches bleues représentent les efforts sur l'interface, les flèches vertes représentent l'écoulement) .....	48
Figure 3-2: Schéma de la seconde phase de l'overturning (flèches bleues représentent les efforts sur l'interface, les flèches vertes représentent l'écoulement) .....	48
Figure 3-3: Schéma du remplissage après l'overturning.....	49

Figure 3-4: Schéma du dispositif expérimental.....	50
Figure 3-5: Buse d'injection et support .....	51
Figure 3-6: Débitmètres .....	51
Figure 3-7: Laser Argon .....	51
Figure 3-8: Ballons d'ensemencement.....	51
Figure 3-9: Image obtenue par la caméra après enlèvement de la distorsion.....	54
Figure 3-10: Découpe de l'image et conversion en nuances de gris.....	54
Figure 3-11: Moyenne des pixels sur l'horizontale .....	55
Figure 3-12: Maillage progressif dans la direction x, affiné à l'injection et à l'exutoire .....	59
Figure 3-13: Courbes représentatives des résultats de simulations en débits volumique et massique $Q_v$ et $Q_m$ respectivement ainsi que la correction moyennée $Q_{vm}$ et $Q_{mm}$ respectivement pour un cas test.....	60
Figure 3-14: (a) Profil de masse volumique d'une simulation test, moyenné sur les 20 dernières secondes de simulations ; (b) Profil de masse volumique moyenné sur l'horizontale de la figure (a). Le point désigné comme étant l'interface est représenté en vert. ....	61
Figure 4-1: Comparaison entre les résultats de $\zeta_s$ entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°1. ....	64
Figure 4-2: Comparaison entre les résultats de $\zeta_s$ entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°2 .....	65
Figure 4-3: Comparaison entre les résultats de $\zeta_s$ entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°3 .....	66
Figure 4-4: Courbes comparatives entre $\zeta_s$ obtenus par simulation et expérience.....	68
Figure 4-5: Courbes comparatives de la vitesse à l'exutoire 'w' (a) et masse volumique à l'exutoire ' $\rho^*$ ' (b) entre les simulations et le second modèle théorique de remplissage- vidange. ....	68
Figure 4-6: Courbes comparatives des débits volumique à l'exutoire ' $Q_v$ ' (a) et débit massique à l'exutoire ' $Q_m$ ' (b) entre les simulations et le second modèle théorique de remplissage- vidange .....	70

## Liste des tableaux

Tableau 3-1: Table des données d'injection, de la hauteur et de $\Gamma_i$ des différentes expérimentations effectuées .....	62
Tableau 3-2: Surfaces d'exutoire effectuées pour chaque série d'expérimentations. 'v' signifie que l'expérience a été effectuée, 'x' signifie que l'expérience n'a pas été effectuée .....	62
Tableau 3-3: Paramètres d'injection, de la hauteur et de $\Gamma_i$ pour chaque série de simulations	62

# Table des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : Généralités</b> .....	3
1.1. Notions générales .....	3
1.2. Travaux antérieurs .....	4
1.3. Définition de la Problématique .....	10
<b>Chapitre 2 : Partie théorique</b> .....	12
2.1. Introduction .....	12
2.2. Physique des panaches turbulents non-Boussinesq .....	12
2.3. Modèle physique du remplissage-vidange .....	15
2.4. Modèle mathématique .....	17
2.5. Premier modèle-Résolution par les solutions similaires .....	19
2.5.1. Résolution des équations de Morton par les solutions similaires .....	19
2.5.2. Source virtuelle .....	20
2.5.3. Premier modèle de remplissage-vidange .....	22
2.5.4. Etude analytique .....	24
2.5.5. Etude numérique .....	27
2.6. Second modèle-Résolution par la fonction panache .....	30
2.6.1. Introduction .....	30
2.6.2. Fonction panache .....	31
2.6.3. Second modèle de remplissage-vidange .....	34
2.6.4. Etude analytique .....	37
2.6.5. Etude numérique .....	38
2.7. Comparaison des modèles de remplissage-vidange .....	40
2.7.1. Comparaison entre les solutions et introduction de la source virtuelle avec $\Gamma_i$ ..	40
2.7.2. Comparaison des débits $Q_v$ et $Q_m$ .....	43
2.7.3. Premier modèle de remplissage-vidange modifié .....	44
2.8. Conclusion .....	46
<b>Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations</b> .....	47
3.1. Introduction .....	47
3.2. Etude expérimentale .....	47

3.2.1.	Objectifs .....	47
3.2.2.	Description du dispositif expérimental.....	49
3.2.3.	Protocole expérimental.....	51
3.2.4.	Post traitement des expériences.....	53
3.3.	Simulations numériques .....	55
3.3.1.	Objectif.....	55
3.3.2.	Description du code FDS .....	56
3.3.3.	Description des simulations .....	57
3.3.4.	Post traitement des simulations .....	59
3.4.	Récapitulatif des données utilisées dans les tests expérimentaux et numériques.....	62
3.4.1.	Données expérimentales.....	62
3.4.2.	Données de simulation .....	62
3.5.	Conclusion.....	63
<b>Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations .....</b>		<b>64</b>
4.1.	Introduction .....	64
4.2.	Comparaison expériences-théorie (modèles) .....	64
4.3.	Comparaison simulations-théorie.....	67
4.4.	Conclusion.....	71
<b>Conclusion générale.....</b>		<b>72</b>
Perspectives.....		74
Références .....		76
Annexe A.....		78
Annexe B.....		81
Annexe C.....		88
Annexe D.....		90

## Introduction générale

Depuis les années 1940, des scientifiques cherchent à maîtriser et à comprendre les écoulements mettant en jeu plusieurs fluides de masses volumiques ou de températures différentes. L'observation de ce type d'écoulements dans la nature, à travers les éruptions volcaniques ou les cheminées sous-marines Figure 0-1, pousse les chercheurs à développer des modèles théoriques afin de prédire le comportement de tels phénomènes.

La formalisation mathématique de ce type de phénomènes par la mécanique des fluides est trop compliquée pour pouvoir prédire leurs comportements dans des cas généraux. Pour pallier à cette difficulté, les mécaniciens des fluides rivalisent d'imagination afin d'élaborer des modèles qui ne considèrent pas les phénomènes fluides, mais plutôt des principes physiques globaux, tels que des équations de conservations classiques.

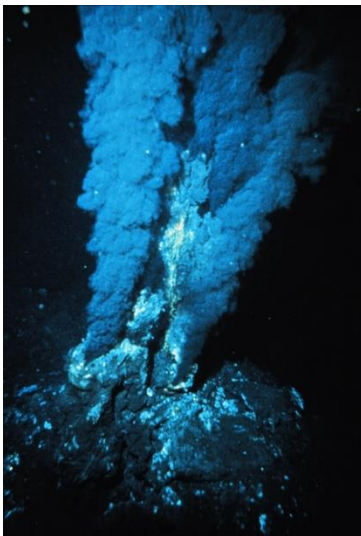


Figure 0-1: Photos représentatives d'écoulements de fluides de masses volumiques différentes.  
A gauche cheminée sous-marine, à droite une éruption volcanique

La connaissance du comportement de l'écoulement dans les milieux confinés, plus particulièrement avec des ouvertures supérieure et inférieure, est d'un intérêt majeur. Ce problème trouve ses applications en sécurité incendie ou dans des fuites industrielles par exemple.

Il existe des modèles mathématiques basés sur des bilans globaux pour décrire ce type de problèmes. Ils ne sont valables que pour de faibles écarts de masse volumique ou de température. Dans le cas des éruptions volcaniques, des incendies ou des fuites de gaz

industriels par exemple, ces modèles ne sont plus adaptés et les résultats prédits ne peuvent correspondre à l'expérience suite aux grands écarts de masse volumique ou de température. Il est donc nécessaire d'établir des modèles qui prennent en compte ces écarts élevés de masse volumique et de température.

La présente étude est articulée autour de cinq parties, une introduction générale dans laquelle la problématique a été définie et la nécessité de son étude a été démontrée. Des notions de base relatives à la problématique et certaines généralités ont été introduites dans le premier chapitre. Dans le second chapitre, un premier modèle théorique, basé sur le modèle de Linden [1], valable uniquement pour les faibles écarts de masse volumique, a été développé pour prendre en compte les grands écarts de masse volumique. Dans ce même chapitre, on a développé un nouveau modèle basé sur des résultats récents d'écoulements de panaches. Le troisième chapitre consiste en une description détaillée d'un dispositif expérimental et de simulations afin de confronter les résultats prédits par les modèles développés. Le chapitre quatre est consacré à une comparaison entre les résultats théoriques, expérimentaux et de simulations ainsi qu'à leur interprétation. Finalement, une conclusion résume les résultats pertinents obtenus, puis des perspectives sont données afin d'introduire les questions qui se sont posées d'elles-mêmes au cours de cette étude et qui semblent être intéressantes pour contribuer à l'amélioration des prédictions.



# Chapitre 1 : Généralités

## 1.1. Notions générales

Les travaux scientifiques sur les panaches turbulents sont nombreux et datent des années 1950. Les connaissances scientifiques engendrées sont assez profondes et la compréhension de la problématique nécessite d'avoir certaines notions fondamentales en mécanique des fluides, et plus particulièrement sur les écoulements de panaches.

Un panache est une colonne d'un fluide se déplaçant dans un autre fluide, tel que son mouvement est animé par sa quantité de mouvement et par sa flottabilité. La flottabilité d'un panache peut être causée par une différence de température ou de masse volumique avec le milieu ambiant. Il y a une équivalence entre ces deux grandeurs, dans notre étude nous étudierons le cas de différence de masse volumique. La modélisation d'un tel phénomène se base sur des résultats expérimentaux, qui permettent d'établir un modèle solvable donnant les équations des caractéristiques du panache. Ces caractéristiques sont : la vitesse, la masse volumique et une dimension géométrique. Pour caractériser un panache, l'analyse dimensionnelle où plusieurs nombres adimensionnels interviennent, tel que le nombre de Froude «  $Fr$  », le nombre de Grashof «  $Gr$  », le nombre de Richardson «  $Ri$  ».

La modélisation des panaches est grandement simplifiée dans le cas où la différence de masse volumique entre le milieu ambiant et le panache est petite (inférieure à 20%). Cette faible différence permet d'appliquer une approximation dans la modélisation du panache. Cette approximation, dite « approximation de Boussinesq », stipule que la masse volumique du fluide peut être considérée égale à celle du fluide ambiant sauf dans les termes où la gravité intervient. Par exemple, dans une équation fondamentale de la dynamique, la masse volumique sera considérée égale à la masse volumique du milieu ambiant sauf pour le terme de force de pesanteur. Dans une équation de conservation de l'énergie, on considèrera que la masse volumique est égale à celle du milieu ambiant sauf pour l'énergie potentielle gravitationnelle. L'approximation de Boussinesq est très importante dans de nombreux travaux de mécanique des fluides, tel que la météorologie ou l'océanographie.

Dans cette étude, nous portons une attention particulière aux nombres de Froude et de Richardson, car ils interviennent directement dans les développements mathématiques effectués. Le nombre de Froude dans sa définition la plus générale, est un rapport entre une énergie cinétique et une énergie potentielle gravitationnelle :

$$Fr = \frac{u^2}{gz}$$

Où « z » représenterait une distance caractéristique.

Le nombre de Richardson quant à lui représente également un rapport d'énergies cinétique et potentielle gravitationnelle, mais rapporté à la flottabilité, c'est-à-dire que plus la différence entre la masse volumique du fluide s'écoulant et le fluide ambiant sera grande, plus le Richardson sera grand, tel que :

$$Ri = \frac{gz\Delta\rho}{\rho u^2}$$

Il est plausible de dire que le nombre de Richardson est un Froude qui prend en compte les effets de flottabilité.

Dans les écoulements de masse volumique d'une façon générale, un phénomène important peut avoir lieu. Il consiste en une séparation de deux fluides de masses volumiques différentes miscibles en deux régions distinctes séparées d'une interface, présentant une discontinuité de masse volumique ou de température. Ce phénomène est dit : « stratification ». Par exemple, lorsqu'un feu prend dans une pièce, la fumée va former une couche dans la région supérieure de la pièce et une interface va s'établir entre les régions inférieure et supérieure de la pièce.

### 1.2. Travaux antérieurs

La recherche dans ce domaine de la mécanique des fluides remonte à près de 70 ans. Les premiers à avoir travaillé sur les écoulements de panaches sont Schmidt [2] dans les années 1940 en développant un modèle théorique simple pour décrire les panaches d'une façon limitée au cas Boussinesq. Morton [3] dans les années 1950 a construit un modèle plus élaboré qui est largement utilisé jusqu'à présent. Ses travaux sont considérés comme étant les bases de la physique des panaches Boussinesq. Morton et Middleton [4] poussent la compréhension du problème un peu plus loin en posant les concepts de source virtuelle et de la fonction panache. Delichatsios [5] généralise les travaux de Morton [3] au cas non-Boussinesq en montrant la dépendance du problème à une forme modifiée de la relation de fermeture de Morton.

Les résultats de ces recherches ont été appliqués pour la première fois aux écoulements en milieux confinés par Baines et Turner [6] dans les années 1960, en considérant un écoulement de panache dans un milieu totalement clos. Rooney et Linden [7], ont construit un modèle en considérant que la masse volumique dans la couche stratifiée n'est pas uniforme. En 1990, les premiers travaux sur le remplissage-vidange ont été publiés par Linden Lane-Serff et Smeed [1] et apportent les premiers éléments de réponse quant à la maîtrise de ce problème physique. Par la suite en 2004, Kaye et Hunt [8] ont travaillé sur le remplissage-vidange dans le cas non-Boussinesq. Ils ont introduit la nouvelle notion de « overshoot ». Ce phénomène consiste en un dépassement en phase transitoire des caractéristiques de l'interface par rapport à leurs valeurs en régime permanent.

Plus récemment en 2008, Michaux et Vauquelin [9] ont proposé une nouvelle solution dans le cas général des équations de Morton par l'introduction d'une fonction, dite « fonction panache », qui décrit tous les paramètres du panache en fonction de la hauteur. En 2012, Candelier et Vauquelin [10] ont proposé des développements mathématiques sur la fonction panache afin d'approcher sa solution par des développements en séries dans le cas paresseux et forcé en champ proche et lointain. Dans ce qui suit, nous détaillons les différentes contributions des auteurs cités ci-dessus à la prédiction et à la compréhension de la problématique du remplissage-vidange d'un local.

Schmidt [2] a observé que les panaches d'air chaud injectés à travers de petites sources ont tendance à être confinés dans des régions coniques lorsque l'écoulement est turbulent (tout comme dans le cas de jets forcés). Dans ces travaux, la dynamique des panaches dans cette configuration précise a été discutée. La distribution de température est trouvée à travers un bilan thermique du transfert de chaleur horizontal et vertical par convection. Schmidt, dans son étude, a supposé qu'il y a des similitudes géométrique et mécanique sur les sections horizontales du panache. Les théories de longueur de mélange de turbulence ont été utilisées pour établir la formulation complète des profils de températures et de vitesse, pour les sources linéaires et ponctuelles de la chaleur.

Morton [3] dans ses travaux a introduit l'hypothèse d'entraînement turbulent horizontal à une certaine vitesse caractéristique, supposée comme une fonction linéaire entre la vitesse de l'écoulement et la vitesse d'entraînement de fluide ambiant. Cette hypothèse n'est valable que sous l'approximation de Boussinesq. Il a construit un système d'équations composé d'une conservation de volume, de chaleur et de cette fonction, dite « équation de fermeture », pour

étudier les panaches éjectés dans un fluide ambiant incompressible stratifié linéairement et au repos. Morton a proposé une méthode de résolution de ces équations en supposant une forme affine en fonction de la hauteur pour les caractéristiques du panache. Cette méthode de résolution est dite : « solution similaires » ou « solution point-source ».

Des expériences ont été réalisées, elles consistent en le déversement d'un fluide léger dans un fluide ambiant plus lourd stratifié linéairement. Ce phénomène trouve son application dans la montée et le déplacement des nuages dans l'atmosphère, ainsi que les éruptions volcaniques à titre d'exemples. L'étude a pour but d'évaluer l'altitude des gaz éjectés dans l'atmosphère en fonction de la source à l'injection (source thermique). Un autre développement théorique très important a été fait dans son étude, qui consiste en la définition d'un ratio entre le nombre de Richardson très loin de la source et le nombre de Richardson à l'injection, noté  $\Gamma_i$ .

Morton et Middleton [4] ont montré qu'il est possible de classifier les panaches en fonction du ratio  $\Gamma_i$  défini par Morton [3], de sorte qu'un panache est dit « paresseux » si  $\Gamma_i > 1$ , « forcé » si  $\Gamma_i < 1$  et « pur » si  $\Gamma_i = 1$ . Les auteurs ont rapporté que les solutions affines du système d'équations établi par Morton [3] comportent des incohérences, proche de la source. Ils ont proposé alors une correction dite « origine virtuelle », qui consiste en un décalage de l'origine de la source pour que les paramètres du panache réel soient approchés par une source ponctuelle donnée par les solutions affines. La distance à laquelle il faut décaler la source affine, notée  $z_v$ , pour approximer au mieux les propriétés du panache a été donné sous forme d'une fonction des paramètres d'injection du panache.

Plus tard en 1982, List [11] a défini une longueur du panache dite « longueur de Morton », qui est la longueur où les solutions affines donnent une mauvaise évaluation des propriétés réelles du panache. Fisher [12] en 1979 et Papanicolaou et List [13] en 1988 ont montré que le nombre de Richardson est constant à une certaine distance (à la longueur de Morton) relative à la source.

En 1981, Delichatsios [5] a généralisé les travaux de Morton [3] dans le cas non-Boussinesq. Il a montré que la loi de proportionnalité entre la vitesse d'entraînement et la vitesse de montée d'un panache varie proportionnellement à la racine de la masse volumique locale du panache.

Baines et Turner [6] ont appliqué l'approche de Morton [3] dans le cas où l'écoulement se produit dans un milieu confiné entièrement fermé. Cette configuration de l'écoulement est appelée « filling boxes ». Les principales hypothèses utilisées sont : (1) l'entraînement dans la région turbulente est proportionnel à la vitesse de l'écoulement du panache (cas Boussinesq), (2) le fluide qui atteint le plafond passe en régime d'écoulement laminaire et la masse volumique dans la couche stratifiée devient homogène. Il a utilisé les solutions affines de Morton, dans le cas ponctuel, linéaire et périodique afin d'établir des modèles de remplissage.

Les résultats importants trouvés confirment la similarité dans la masse volumique à tous les instants et à tous les niveaux du remplissage. Ce résultat est validé par des expériences en laboratoire. Ils ont aussi rapporté l'existence d'une stratification zonale. Le modèle théorique développé a été exploité dans diverses applications d'ingénierie.

Worster et Huppert [14], en 1983, ont repris les investigations de Baines et Turner mais en introduisant une masse volumique variable dans la couche stratifiée. La distribution de cette dernière est sous forme de développements en séries en fonction de la hauteur uniquement.

Linden, Lane-Serff et Smeed [1] ont proposé en 1990 un modèle de remplissage-vidange dans le cas Boussinesq dans un local comportant deux ouvertures (une haute et une basse) connectant l'intérieur du local au milieu ambiant. La finalité de ce travail est une application à la ventilation naturelle des bâtiments.

Deux types d'écoulements sont traités : la ventilation par mélange et la ventilation par déplacement. La ventilation par mélange a lieu lorsqu'une arrivée de fluide léger pénètre dans le local par le bas, un panache se forme. La ventilation par déplacement a lieu lorsqu'une arrivée de fluide léger a lieu par le haut, une fontaine se forme. Cette étude a été également traitée expérimentalement, et a montré qu'il y a toujours établissement d'un régime permanent pour les sources planes uniques et pour plusieurs sources disposées verticalement à différents niveaux. Une application à la ventilation des bâtiments est présentée. Il a été montré que l'amplitude de la vitesse à l'ouverture supérieure dépend de la puissance de la source, et l'effet de la taille des ouvertures du local est mis en évidence.

Rooney et Linden [15] ont résolu en 1996, les équations de Morton [3] relatives aux panaches dans le cas non-Boussinesq en introduisant l'équation de fermeture proposée par Delichatsios [5]. Les profils théoriques de vitesses d'entraînement ont été tracés. Ces derniers

ont été confrontés aux mêmes profils obtenus expérimentalement par Ricou et Spalding [16]. Une concordance acceptable a été rapportée.

Rooney et Linden [7] ont élaboré un modèle de remplissage-vidange avec une configuration non-Boussinesq. Ils ont étudié la ventilation d'un local incendié en se basant sur les résultats réalisés précédemment, Rooney et Linden [15], concernant la solution de similarité pour les panaches non-Boussinesq. Le cas traité est celui d'une chambre où évolue un feu nourri, cette chambre comporte des ouvertures au plafond et au plancher. L'ouverture inférieure couvre toute la base du local.

Les résultats obtenus ont confirmé l'homogénéité de la masse volumique dans la couche stratifiée tel que rapporté par Baines et Turner [6]. Une comparaison expérimentale avec les résultats obtenus par Thomas et al. [17] a été faite et a montré une bonne concordance. La différence de la hauteur de la couche et de masse volumique en régime établi dans les deux cas Boussinesq et non-Boussinesq a été estimée. Les résultats ont montré une différence non-négligeable dans les deux cas.

Kaye et Hunt [8] ont proposé une résolution du problème remplissage-vidange dans le cas Boussinesq. Ils ont considéré une configuration avec un panache unique et une autre avec plusieurs panaches qui n'interagissent pas entre eux dans le local de base rectangulaire contenant des ouvertures supérieures et inférieures. Le modèle théorique a montré l'existence de deux temps caractéristiques : le temps de remplissage et le temps de vidange. Le temps de remplissage est représenté par une fonction donnant le temps pour que le local se remplisse si les exutoires sont fermés. Le temps de vidange est représenté par une fonction donnant le temps pour que le local se vide avec l'injection fermée. Il a été montré que le temps transitoire est dépendant de ces deux paramètres. En particulier, il a également été montré que la hauteur stationnaire ne dépend que du rapport de ces deux temps caractéristiques.

Ils ont montré qu'il existe une valeur critique de ce ratio à partir de laquelle la hauteur minimale au cours du temps est inférieure à la valeur stationnaire de hauteur, on dit qu'il y a « overshoot ». Le ratio critique dans le cas des sources ponctuelles et linéaires a été évalué. Une confrontation de prédictions obtenues par modèle théorique avec des résultats expérimentaux a été faite. Elle a montré une concordance sur certaines plages de valeurs des paramètres du problème.

En 2001, Kaye et Hunt [18] ont repris la notion de source virtuelle dans le cas des panaches paresseux Boussinesq. Des relations donnant la hauteur de décalage «  $z_v$  », valables pour les panaches paresseux et peu forcés, ont été établies. Ces dernières sont dépendantes de la longueur de Morton définie par List [11] ou d'une manière plus condensée de  $\Gamma_i$ . Une formulation de  $\Gamma_i$  sous forme d'un développement en série a été présentée. Plusieurs tests de sensibilité sur  $\Gamma_i$  ont été faits pour évaluer la précision sur ce paramètre. Des expérimentations ont également été menées pour différentes valeurs de  $\Gamma_i$ . Une comparaison entre les paramètres du panache prédits par les solutions similaires avec source virtuelle, et les résultats expérimentaux ont montré une bonne concordance.

Carlotti et Hunt [19] ont donné des relations générales qui lient  $z_v$  à  $\Gamma_i$  dans le cas non-Boussinesq et sur des plages de valeurs de  $\Gamma_i$  plus larges que ceux de Kaye et Hunt [18]. Des calculs analytiques ont été faits pour les panaches dont  $\Gamma_i$  est proche de 1. Ces solutions ont été appliquées aux cas du feu et des fuites de gaz léger à haute pression. Pour le feu, l'estimation du  $\Gamma_i$  à partir d'un bilan des flux immédiatement au-dessus de la zone de combustion a été faite. Une procédure d'estimation de ces flux a été donnée.

Michaux et Vauquelin [9] ont montré en 2008, à partir des équations de Morton [3] avec entrainement en non-Boussinesq, qu'il est possible de caractériser les paramètres du panache par une seule fonction  $\Gamma$  appelé « fonction panache » qui obéit à une équation différentielle du premier ordre non-linéaire. Cette fonction panache est évaluée par deux fonctions intégrales, une pour les panaches forcés, et l'autre pour les panaches paresseux. Ces intégrales sont tabulées.

En 2012, Candelier et Vauquelin [10] ont travaillé sur la fonction panache et donnent des développements sur son comportement aux limites, c'est-à-dire pour les panaches très forcés, très paresseux, très proche de la source et très loin de la source, en utilisant une méthode de perturbation avec un schéma type Padé. Les développements mathématiques donnent lieu à des relations donnant  $z_v$  en fonction de  $\Gamma_i$  pour les deux types de panaches et avec certains domaines de validité. Une comparaison entre les résultats donnés par les développements en séries et une résolution numérique de l'équation différentielle sur  $\Gamma$  montre une très bonne concordance.

A l'issue de cet état de l'art on montre que la problématique du remplissage-vidange dans le cas Boussinesq a été étudiée par un nombre assez important de chercheurs sous ses différents aspects. De nombreuses confrontations théoriques-expérimentales ont été faites, elles montrent que les prédictions des modèles existants ne concordent pas sur toutes les plages de valeurs des

paramètres du problème. De plus, l'approximation de Boussinesq limite les différences de masses volumiques relatives à 20%, or dans le cas des incendies par exemple, cette différence est bien plus grande. Il est donc nécessaire de construire de nouveaux modèles de remplissage-vidange valables dans le cas non-Boussinesq afin de répondre aux attentes de certains problèmes d'ingénierie. Ceci justifie le choix de cette thématique.

### 1.3. Définition de la Problématique

Les travaux antérieurs réalisés sur le remplissage-vidange d'un local avec l'approximation de Boussinesq, considèrent des écarts faibles de masse volumique et/ou de température. Ces travaux sont considérés comme étant une pauvre description dans les cas extrêmes d'injections à grands gradients de température ou de masse volumique. Avec cette formulation du problème les prédictions peuvent être erronées dans des domaines tels que la sécurité incendie.

Pour une éventuelle application dans ce domaine, la question de connaître la validité des modèles théoriques existants sous l'approximation de Boussinesq est primordiale pour la modélisation du désenfumage par exemple. Il faudrait être en mesure de prendre en compte les moyens de sécuriser un bâtiment dans le dimensionnement de celui-ci, pour permettre à ses occupants de quitter les lieux avant que la fumée n'envahisse entièrement le local. Tout en ayant une fiabilité raisonnable sur ces informations dans un souci d'optimisation économique de la réalisation d'ouvrages sensibles.

Il est également possible de remettre en cause les modèles dans le cas de l'approximation de Boussinesq dans le cas d'une fuite d'un gaz lourd par une fissure en hauteur, ou d'un gaz très léger par une fissure inférieure, dans un local confiné. L'importance de prédictions précises relatives à cette application peut être illustrée dans la quantification exacte de fuites de produits radioactifs chauds au sein d'un réacteur nucléaire. Il est évident que les répercussions sont potentiellement catastrophiques si le phénomène n'est pas maîtrisé suite à un mauvais dimensionnement.



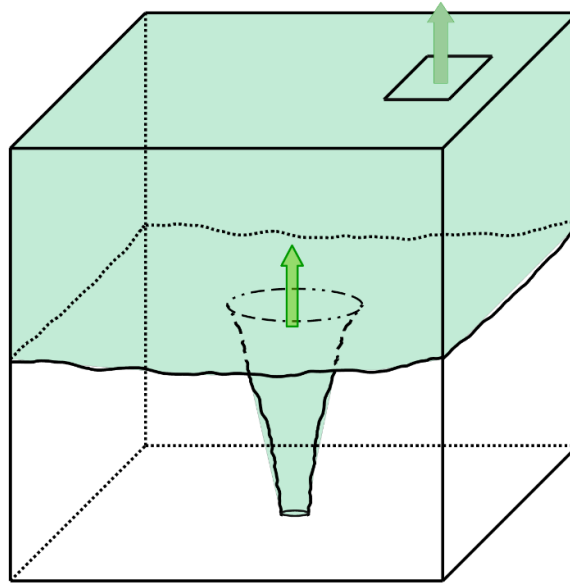


Figure 1-1: Schéma de la problématique

La présente étude tente d'apporter une contribution quant à la validité du modèle théorique de Linden ainsi qu'à la correction de certaines insuffisances de ce dernier. Pour ce faire, nous avons défini la problématique du remplissage-vidange comme étant l'étude du comportement d'un écoulement fluide dans un local avec un exutoire haut et une très grande ouverture d'air à la base, Figure 1-1. Dans ce local, une injection d'un fluide léger a lieu à la base inférieure. L'enjeu des études actuelles est de prédire avec exactitude le comportement de l'interface au cours du temps et en fonction de tous les paramètres du problème, autant géométriques que relatifs à l'injection. Il est donc intéressant de tester les modèles existants à la limite du Boussinesq et de tenter de modéliser un tel système d'une façon générale, Boussinesq et non-Boussinesq. C'est le travail qui est présenté dans cette étude.

## Chapitre 2 : Partie théorique

### 2.1. Introduction

La théorie actuelle concernant le problème du remplissage-vidange considère l'injection d'un panache turbulent au sein d'un local comportant des exutoires et des ouvertures à la base. Pour maîtriser ce problème il faut donc être capable de prédire le comportement d'un panache avec précision. Pour ce faire les équations de Morton [3] donnent une description acceptable des panaches. Il s'agit à présent de les mettre en œuvre pour décrire le comportement du système de notre problématique. Dans ce chapitre nous allons poser les principes physiques et les hypothèses théoriques qui permettent une mise en équation formelle du problème. La résolution de ces équations se fera par deux modèles de panaches différents, le modèle des solutions similaires et le modèle de la fonction panache. Mais avant cela une introduction aux équations de Morton est nécessaire pour une compréhension complète de la résolution.

### 2.2. Physique des panaches turbulents non-Boussinesq

Un panache est un écoulement de fluide dans un autre fluide sous forme d'une colonne, tel que leurs propriétés physiques sont différentes. De telle sorte que le mouvement du fluide injecté est piloté par sa quantité de mouvement et par la force de flottabilité due à la différence de masse volumique entre les fluides. La mise en équation de ce phénomène se fait par des bilans, mais il se trouve que la résolution du système d'équations n'est possible que si l'équation qui prend en compte la turbulence du panache est associée. Le panache entraîne du fluide ambiant avec lui dans son mouvement, donc il est possible de mettre en place une équation reliant la vitesse de montée et la vitesse d'entraînement. On supposera donc qu'il existe une relation linéaire corrigée en masse volumique entre ces deux vitesses. Cette supposition a été vérifiée et confirmée expérimentalement dans de nombreux travaux [3, 5, 15].



Figure 2-1: Photo d'un panache turbulent

Théoriquement il existe deux types de panaches : les panaches plans et les panaches ronds. Pour les panaches plans l'injection se présente sous forme d'un rectangle dont une des dimensions est négligeable devant l'autre, tandis que pour les panaches ronds la forme de l'injection est circulaire. Dans cette étude on ne traite que des panaches ronds comme le montre la Figure 2-1.

Dans la suite de ce document le terme panache signifiera implicitement un panache rond turbulent léger et se déplaçant dans de l'air vers le haut.

La quantification d'un panache se fait par la description de ses propriétés physiques en fonction de la hauteur : vitesse, diamètre et déficit de masse volumique relative. Le déficit de masse volumique relative est la différence de masse volumique entre l'air et le fluide injecté à une certaine hauteur normalisé à cette dernière masse volumique. On utilise les termes « champ proche » et « champ lointain » pour signifier qu'on est proche ou loin de la source respectivement.

Au vu de la physique du phénomène, il est possible d'imaginer intuitivement les valeurs limites des grandeurs physiques du panache. Le panache entraîne du fluide ambiant avec lui dans sa montée, les proportions de fluide d'injection deviennent de plus en plus faibles et la masse volumique du mélange tend vers la masse volumique de l'air à mesure que l'on tend vers le champ lointain. Le rayon du panache quant à lui va augmenter car une quantité de volume plus grande est contenue par le panache. La vitesse va décroître car le panache s'alourdit et la force de flottabilité s'amointrit, de plus le diamètre augmente, la pression exercée sur une couche du panache est plus petite à mesure que le panache s'élargit.

Pour résumer les différentes variables du problème devraient varier de la façon suivante en tendant vers le champ lointain : la vitesse tend vers zéro, le diamètre tend vers l'infini et la masse volumique tend vers celle de l'air.

Le système d'équations qui permet de décrire un panache au sens de Morton est formé d'un bilan massique, d'un bilan de quantité de mouvement, d'une équation de conservation du débit de flottabilité et d'une relation entre la vitesse de montée et la vitesse d'entraînement que l'on impose. Cette relation dite de « fermeture » prend deux formes différentes selon que l'on est en cas Boussinesq ou non-Boussinesq. De telle sorte que dans le cas Boussinesq on considèrera une dépendance linéaire par un paramètre noté  $\alpha$  et appelé « coefficient

d'entraînement », et dans le cas non-Boussinesq on utilisera une dépendance modifiée par la masse volumique.

Le débit de flottabilité « B » est un artifice de calcul qui représente un débit volumique multiplié par un déficit de masse volumique relatif, la constante de gravitation g, soit une dimension physique de  $m^4.s^{-3}$ .

Ce terme apparait en soustrayant l'équation de conservation du volume multipliée par la masse volumique de l'air à l'équation de conservation de la masse. On trouve que cette quantité est conservée avec la hauteur. L'utilité du débit de flottabilité est qu'en sciences du feu, il existe des relations qui lient la puissance convective directement à cette quantité, c'est donc un moyen pratique de concrétiser une combustion dans un modèle de panache en ne connaissant qu'une information relativement facile à obtenir [3].

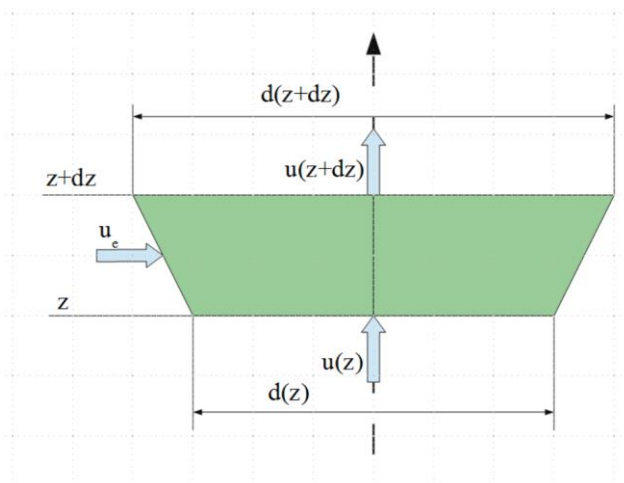


Figure 2-2: Schéma d'un élément de volume infinitésimal axisymétrique d'un panache

Le système d'équations s'écrit, dans le cas où on néglige la variation de masse volumique de l'air avec la hauteur :

Bilan de masse :

$$\frac{d}{dz} \left( \rho \frac{\pi d^2}{4} u \right) = \pi d u_e \rho_0 \quad (2-1)$$

Bilan de quantité de mouvement :

$$\frac{d}{dz} \left( \rho \frac{\pi d^2}{4} u \right) = g (\rho_0 - \rho) \frac{\pi d^2}{4} \quad (2-2)$$

Conservation de débit de flottabilité :

$$\frac{d}{dz} \left( g (\rho_0 - \rho) \frac{\pi d^2}{4} u \right) = 0 \quad (2-3)$$

Et équation de fermeture :

$$u_e = \alpha \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/2} u \quad (2-4)$$

Le coefficient  $\alpha$  est dit coefficient d'entraînement et est déterminé expérimentalement comme étant égal à 0.1. Cette valeur a été déterminée par Turner [20].

Il faudra donc trouver les expressions de  $u$ ,  $d$  et  $\Delta\rho/\rho$  en fonction de la hauteur pour pouvoir exploiter cette description des panaches dans notre problématique.

### **2.3. Modèle physique du remplissage-vidange**

Le modèle est un local qui comporte un orifice supérieur et une base entièrement ouverte à l'air libre. A la base de ce local l'injection d'un fluide plus léger que l'air a lieu, les expériences ont montré qu'il y avait stratification [2]. Le modèle physique se base donc sur cette observation. On choisit pour volume de contrôle la couche stratifiée et on y appliquera des bilans de masse et de volume, en supposant qu'il n'y a aucun échange de fluide à travers l'interface autre que le panache entrant dans la couche stratifiée.

Il est à souligner qu'aucune ventilation mécanique n'est appliquée à aucune surface du local qui donne vers l'extérieur.

Pour mettre en œuvre les principes physiques précédents, des suppositions simplificatrices sont nécessaires afin de les rendre praticables à des équations simples. Ces suppositions sont les suivantes :

- a. l'interface entre les deux zones du local est plane
- b. le panache est turbulent
- c. la masse volumique dans couche stratifiée, dénotée  $\rho^*$ , est supposée uniforme à tout instant.
- d. les variations de masses volumiques ne sont dues qu'à des mélanges de fluides de masses volumiques différentes et non à des effets de compressibilités ou à des réactions chimiques

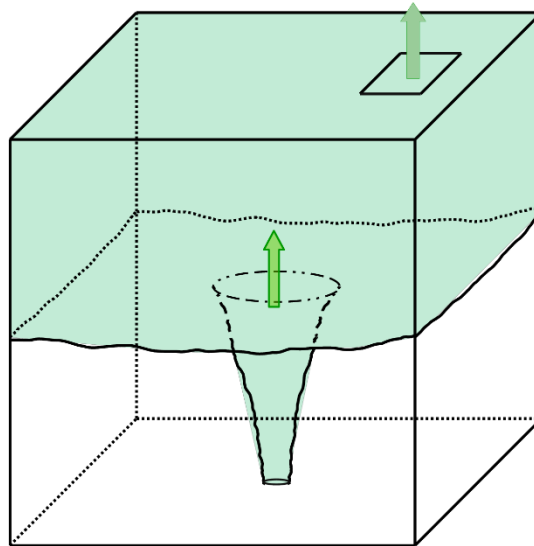


Figure 2-3: Schéma simplifié d'un local du modèle physique

Les deux bilans que l'on applique à la couche stratifiée sont insuffisants pour la décrire, il est donc nécessaire d'ajouter un autre principe physique, qui est le théorème de Bernoulli entre l'exutoire et l'interface, où l'on considèrera un certain coefficient de pertes de charges résultant du changement brutal de section de l'écoulement. Ce coefficient est communément évalué à 0,7 [15].

Dans les bilans de volume et de masse on considèrera qu'il n'y aura aucun apport vertical à l'interface à part la partie entrante du panache dans la couche stratifiée, on considère que la forme du panache n'est pas modifiée par la présence d'une stratification à une certaine hauteur, on pourra par conséquent évaluer les débits volumiques et massiques du panache en connaissant les propriétés du panache à la hauteur de l'interface.

### **Remarque importante :**

*L'application de ce théorème est à prendre avec précaution car il devrait s'appliquer entre deux points fixes d'une ligne de courant, sauf que dans notre cas l'un des points est lui-même en déplacement (le point sur l'interface). En appliquant le théorème de Bernoulli de cette façon on impose implicitement au système d'équations de passer par une succession d'états d'équilibres, où la vitesse de l'interface est nulle à chaque instant. Pour incorporer le déplacement de l'interface il faudrait utiliser un théorème de Bernoulli généralisé qui contiendrait des termes en dérivée par rapport au temps de la ligne de courant. Mais l'utilisation de la forme simple du théorème de Bernoulli dans ce cas est admise dans la documentation, on se permettra donc de l'utiliser.*

## 2.4. Modèle mathématique

La mise en équations des principes physiques énoncés dans le paragraphe précédent est basique. Il s'agit d'identifier chaque grandeur entrant ou sortant du volume de contrôle et d'y appliquer un bilan, de plus au vu des suppositions du modèle le seul apport à la couche est le panache, et la seule sortie est l'exutoire. Le modèle physique du local avec les différents paramètres est représenté sur la Figure 2-4:

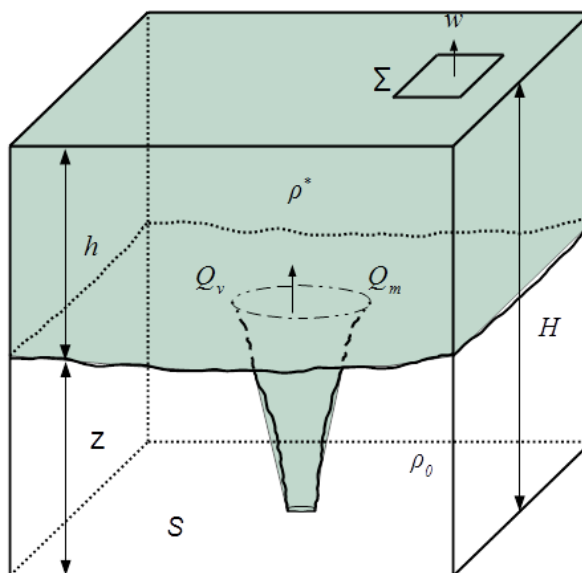


Figure 2-4: Schéma d'un local avec le paramétrage du modèle mathématique

Dans la Figure 2-4 les paramètres sont posés comme suit :

- $\rho^*$  : masse volumique dans la couche stratifiée
- $\rho_0$  : masse volumique du fluide ambiant
- $S$  : surface du local
- $H$  : hauteur du local
- $z$  : hauteur de l'interface mesurée depuis le bas du local
- $h$  : hauteur de l'interface mesurée depuis le plafond du local
- $\Sigma$  : Surface de l'exutoire
- $w$  : vitesse du fluide à l'exutoire
- $Q_v$  : débit volumique apporté par le panache à la couche stratifiée
- $Q_m$  : débit massique apporté par le panache à la couche stratifiée
- $B$  : flux de flottabilité apporté par le panache à l'injection (conditionné par la vitesse d'injection  $u_i$ , le rayon de l'injection  $b_i$  et la masse volumique à l'injection  $\rho_i$ )

L'application du théorème de Bernoulli entre l'exutoire au point 'A' et l'interface au point 'B' à l'exutoire donne en premier lieu :

$$\frac{1}{2}\rho^*w^2 + P_A + \rho^*gz_A = \frac{1}{2}\rho_0\left(\frac{dh}{dt}\right)^2 + P_B + \rho_0gz_B$$

Sachant que le local n'est pas soumis à une différence de pression :

$$P_B - P_A = \rho_0gh, \quad \rho_0gz_B - \rho^*gz_A = (\rho_0 - \rho^*)gh$$

On trouve finalement après réarrangement avec l'insertion d'un coefficient de pertes de charges  $C_d$  :

$$w^2 = 2C_d^2\frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}gh + \left(\frac{dh}{dt}\right)^2$$

Les équations gouvernantes sont donc :

Conservation du volume :

$$\frac{dhS}{dt} = Q_v - w \cdot \Sigma \quad (2-5)$$

Conservation de la masse :

$$\frac{d\rho^*hS}{dt} = Q_m - \rho^*w \cdot \Sigma \quad (2-6)$$

Théorème de Bernoulli :

$$w^2 = 2C_d^2\frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}gh + \left(\frac{dh}{dt}\right)^2 \quad (2-7)$$

Dans l'équation (2-7) le terme  $(dh/dt)^2$  est négligeable devant les autres termes de cette équation, des calculs numériques ont montré qu'il n'avait aucun impact sur les résultats désirés. Ce terme a donc été négligé dans les développements analytiques et numériques dans la suite de ce document.

Il est important de noter que dans les équations du système (2-5), (2-6) et (2-7), les termes significatifs sont les débits  $Q_v$  et  $Q_m$  apportés par le panache à la stratification. Ce sont les paramètres clé qui nous permettront de maîtriser le comportement du système. Leurs expressions sont :



$$Q_v(z) = \frac{\pi}{4} d^2 u, \quad Q_m(z) = \rho \frac{\pi}{4} d^2 u$$

Pour trouver les expressions de ces deux grandeurs, deux solutions sont proposées. La première solution est celle utilisée couramment dans toute la littérature [6, 1, 7, 8], la seconde est un développement de cette étude.

## 2.5. Premier modèle-Résolution par les solutions similaires

### 2.5.1. Résolution des équations de Morton par les solutions similaires

Ce modèle de remplissage est celui utilisé dans la littérature. La résolution du système d'équations (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) par la méthode des solutions similaires, proposée par Morton [3] en Boussinesq puis généralisé par Carlotti et Hunt [19] en non-Boussinesq, consiste à supposer les solutions d'une forme donnée et à identifier des constantes par analogie. On suppose les solutions de la forme :

$$u = C_1 z^{a_1}, \quad d = C_2 z^{a_2}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} = C_3 z^{a_3}$$

La détermination des constantes  $C_1$   $C_2$   $C_3$   $a_1$   $a_2$   $a_3$  se fait par identification en réinjectant cette forme dans les équations de Morton (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4):

$$u(z) = a \left( \frac{B}{z} \right)^{1/3} \quad (2-8)$$

$$d(z) = b \left( \frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2} z = b \left( 1 + \frac{c}{g} B^{2/3} z^{-5/3} \right)^{1/2} z \quad (2-9)$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}(z) = \frac{c}{g} B^{2/3} z^{-5/3} \quad (2-10)$$

Où a b et c sont des constantes dépendantes de  $\alpha$  tel que :

$$a = \frac{1}{2} \left( \frac{25}{6\pi\alpha^2} \right)^{1/3}, \quad b = \frac{12}{5} \alpha, \quad c = \frac{1}{3} \left( \frac{25}{6\pi\alpha^2} \right)^{2/3}$$

Dans le groupe d'équations (2-8), (2-9) et (2-10) on peut observer que le comportement des paramètres du panache à l'origine des hauteurs est irréaliste. En effet on remarque une singularité de la vitesse et une annulation de la masse volumique et du diamètre à l'injection. C'est la raison pour laquelle ce modèle est parfois appelé « modèle point source » ou « modèle ponctuel » dans la littérature.

On montre ici un cas test des propriétés du panache en fonction de la hauteur pour des paramètres d'injection  $u=2$  m/s,  $d=40$ mm,  $\rho=0.9$  :

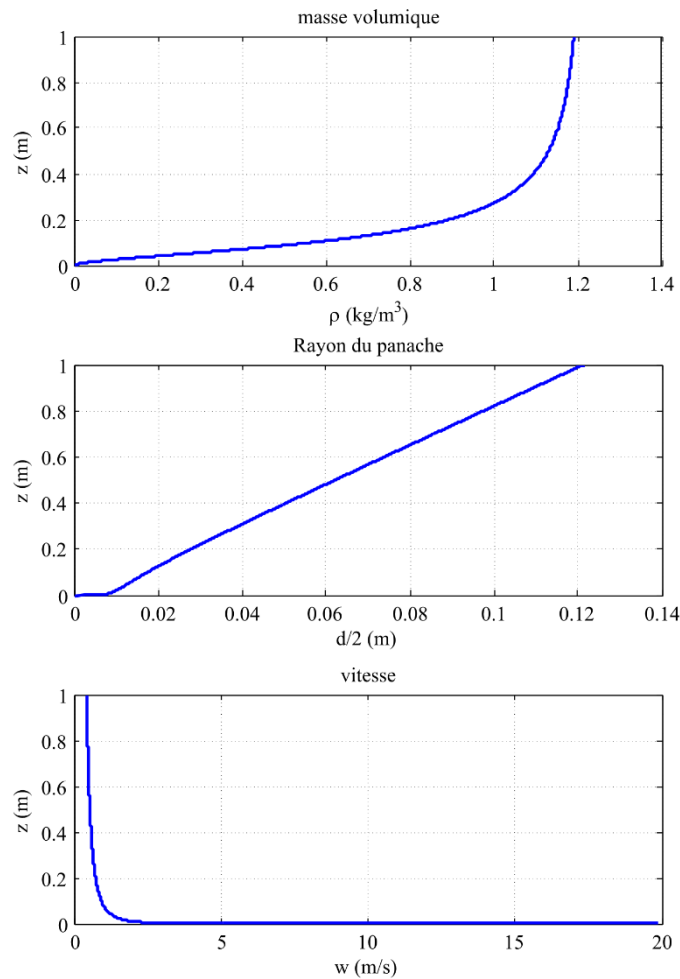


Figure 2-5: Courbes représentatives des propriétés d'un panache par les solutions similaires

La Figure 2-5 montre en revanche que les propriétés du panache évoluent comme imaginé en premier lieu en champ lointain. Ce qui démontre que les solutions similaires apportent tout de même des éléments de réponse quant à la compréhension du phénomène physique que sont les panaches. Néanmoins, le fait de postuler la forme de la solution est une façon impropre de résoudre le problème puisqu'il ne correspond qu'en champ lointain.

### 2.5.2.Source virtuelle

Pour pallier l'imperfection mise en évidence dans le paragraphe précédent, l'idée est de décaler l'origine du panache à une position différente, de sorte à donner à l'une des variables du panache sa valeur réelle à une hauteur donnée. Cette opération est appelée « calage ». Par

exemple si on connaît la vitesse d'injection d'un jet, on dira pour que la vitesse donnée par les solutions similaires corresponde, que cela revient à supposer que le panache émane de plus bas que  $z=0$ .

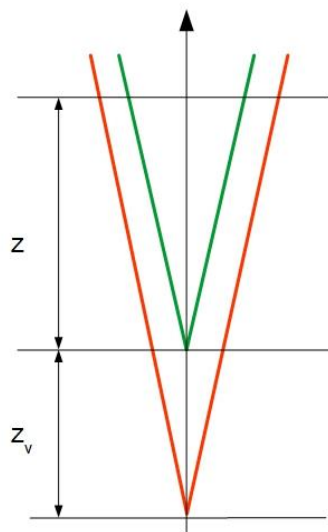


Figure 2-6: Schéma d'un panache avec source virtuelle (en vert le panache sans source virtuelle, en rouge le panache avec source virtuelle)

Les équations du panache deviennent :

$$u(z) = a \left( \frac{B}{z - z_v} \right)^{1/3} \quad (2-11)$$

$$d(z) = b \left( 1 + \frac{c}{g} B^{2/3} (z - z_v)^{-5/3} \right)^{1/2} (z - z_v) \quad (2-12)$$

$$g \frac{\Delta\rho}{\rho} = c B^{2/3} (z - z_v)^{-5/3} \quad (2-13)$$

Cette méthode de contourner la divergence des solutions similaires en champ proche n'est pas rigoureuse, dans la mesure où il est nécessaire de privilégier une variable par rapport aux autres en faisant un calage dessus. Il existe dans la littérature [18] plusieurs méthodes qui permettent de trouver une valeur de  $z_v$  qui cherche un compromis entre les variables, mais cela reste impropre physiquement. On voit bien ici que les solutions similaires sont une description incomplète des panaches en champ proche.

### 2.5.3. Premier modèle de remplissage-vidange

Pour élaborer ce modèle, nous avons considéré le modèle physique représentatif du local et du remplissage-vidange dans le schéma de la Figure 2-7. La définition des différents paramètres est donnée précédemment.

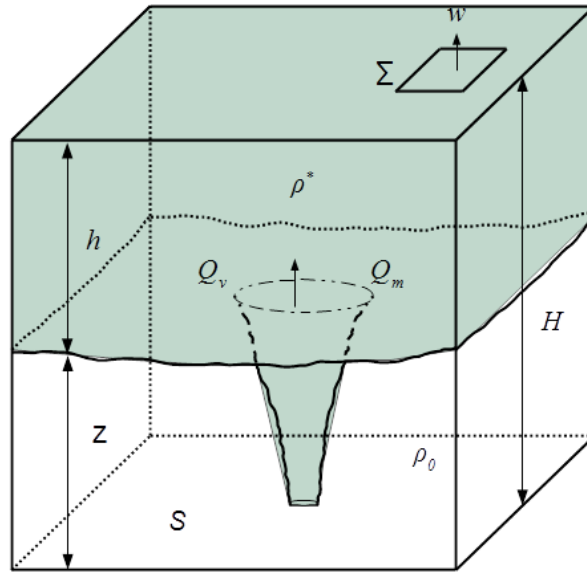


Figure 2-7: Schéma du modèle physique

Grâce aux expressions (2-8), (2-9) et (2-10) des caractéristiques du panache données par les solutions similaires, il est possible de construire les expressions des débits volumique et massique du panache en fonction de la hauteur :

$$Q_v = \frac{\pi}{4} ab^2 \left( \frac{c}{g} B + B^{1/3} (H - h)^{5/3} \right) \quad (2-14)$$

$$Q_m = \frac{\pi}{4} ab^2 \rho_0 B^{1/3} (H - h)^{5/3} \quad (2-15)$$

En remplaçant les équations des débits dans les équations (2-5), (2-6) et (2-7) du modèle mathématique, et après adimensionnement on construit le premier modèle de remplissage-vidange :

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \omega \delta \Lambda^{1/2} - (Fr + \zeta^{5/3}) \quad (2-16)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (Fr - \eta \zeta^{5/3}) \frac{1 + \eta}{1 - \zeta} \quad (2-17)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\delta^2 Fr} \eta (1 - \zeta) \quad (2-18)$$

Le développement mathématique fait pour obtenir les équations (2-16), (2-17) et (2-18) est présenté en **Annexe A**.

Avec les changements de variables :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2cC_d^2}}, \quad \omega = \frac{H^{1/3}}{B^{1/3}} w, \quad \tau = \frac{\pi a b^2 H^{2/3} B^{1/3}}{4 S} t, \quad \zeta = \frac{H-h}{H}, \quad \eta = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}$$

$$Fr = \frac{c B^{2/3}}{g H^{5/3}}, \quad \Lambda = \frac{1}{6\pi^2} \left(\frac{5}{3\alpha}\right)^4 \left(\frac{C_d \Sigma}{H^2}\right)^2 \quad (2-19)$$

En injectant l'expression de  $\omega$  dans l'équation (2-16) on obtient donc deux équations différentielles du premier ordre non linéaire couplées qui décrivent le remplissage-vidange. Un groupement de paramètres adéquat permet d'obtenir des paramètres adimensionnels significatifs du problème qui sont le nombre de Froude  $Fr$  et  $\Lambda$ . La définition du nombre de Froude dans ce contexte est faite relativement à la signification du paramètre, et non à son expression conventionnelle. Il représente une puissance de source relativement à une hauteur de local, c'est le seul terme qui pilote la source dans ces équations. Le paramètre  $\Lambda$  représente l'incidence de la géométrie du local sur l'évolution du système.

Les deux nombres adimensionnels  $Fr$  et  $\Lambda$  sont d'une importance cruciale dans la compréhension de ce modèle de remplissage-vidange, il est donc nécessaire de savoir ce qu'ils signifient et les plages de valeurs sur lesquelles ils évoluent. Le nombre de Froude tel qu'il est défini dans l'équation (2-19) dépend directement du débit de flottabilité. Il existe une relation liant le flux de chaleur convectif au flux de flottabilité.

$$B = \frac{g \dot{Q}_c}{\rho_0 C_p T_0}$$

Sachant que le flux convectif est évalué à 70% du flux de chaleur totale d'un feu, et que le flux de chaleur totale peut varier entre 100kW pour un feu de poubelle et 200MW pour un feu de camion transportant des produits inflammables, on trouve que dans les conditions standards de température et de pression dans l'air, le flux de flottabilité  $B$  est compris entre  $10^{-3}$  et  $4 \text{ m}^4/\text{s}^3$ . En considérant un local de hauteur de 3 m (correspondant à 1 étage) le nombre de Froude varie entre  $10^{-3}$  et 0,4. Ces valeurs sont calculées à titre indicatif, il est possible de trouver dans certains cas des  $Fr$  en dehors de cette plage mais ce sont des cas extrêmes.

Le paramètre  $\Lambda$  peut varier de l'ordre de  $10^{-3}$  pour un grand local de 20 m de hauteur avec un exutoire de  $20 \text{ m}^2$  (une salle de théâtre ou un hangar par exemple), à  $10^3$  pour une hauteur de 3 m et une surface d'exutoire de  $12 \text{ m}^2$  (un parking par exemple).

Il est à remarquer que l'évolution du système ne dépend en rien de la forme des surfaces  $S$  et  $\Sigma$ , et que la seule incidence de la surface  $S$  sur le système est de ralentir l'ensemble du phénomène ou de l'accélérer et non de changer son allure, car il n'intervient que dans le dénominateur du changement de variable temporel. Ces interprétations sont déduites de l'analyse des groupements adimensionnels (2-19).

Les paramètres représentatifs de l'évolution du système sont  $\zeta$  et  $\eta$ . Tel que  $\zeta$  représente la hauteur de couche de fluide léger adimensionnée à la hauteur du local, repéré par la base du local. Un  $\zeta$  grand indiquera une couche fine et un  $\zeta$  petit indiquera une couche épaisse dans le local. Tandis que  $\eta$  représente un déficit de masse volumique adimensionné à la masse volumique de la couche. Un petit  $\eta$  indique que la masse volumique de la couche est proche de celle de l'air et un grand  $\eta$  indiquera que la masse volumique de la couche est petite que celle de l'air.  $\zeta$  est compris entre 0 et 1 et  $\eta$  est supérieur à 0.

Nous allons donc nous intéresser aux paramètres  $\zeta$  et  $\eta$  pour étudier l'évolution du système au cours du temps  $\tau$ .

### 2.5.4. Etude analytique

Le système d'équations (2-16), (2-17) et (2-18) est bien complet mais une résolution analytique est très compliquée. On s'intéresse donc à des valeurs remarquables du système. Les valeurs les plus intuitives sont celles obtenues en supposant le régime établi. Les dérivées temporelles sont nulles dans les équations (2-16), (2-17) et (2-18), ce qui conduit aux équations algébriques (2-20a), (2-20b) et (2-20c). Les variables en régime permanent sont indicées avec la lettre « s ».  $\zeta_s$  obéit à l'équation :

$$\zeta_s^{5/3} (\zeta_s^{5/3} + Fr)^2 + \Lambda (\zeta_s^{5/3} - 1) = 0 \quad (2-20a)$$

Les autres variables du système suivent par :

$$\eta_s = \frac{Fr}{\zeta_s^{5/3}} \quad (2-20b)$$

$$\omega_s = \frac{(\zeta_s^{5/3} + Fr)}{\delta \Lambda^{1/2}} \quad (2-20c)$$

On remarque que ces équations ne dépendent que des deux nombres adimensionnels  $Fr$  et  $\Lambda$ .  $\delta$  est une constante calculée à partir des valeurs de  $\alpha$  et  $C_d$ . Elle est de l'ordre de 0,34. Il est possible de prédire le comportement du système en régime stationnaire. Les contours des Figure 2-8, Figure 2-9 et Figure 2-10 montrent les variations de  $\zeta_s$ ,  $\eta_s$  et  $\omega_s$  dans des plages de valeurs des deux paramètres du système décrites précédemment.

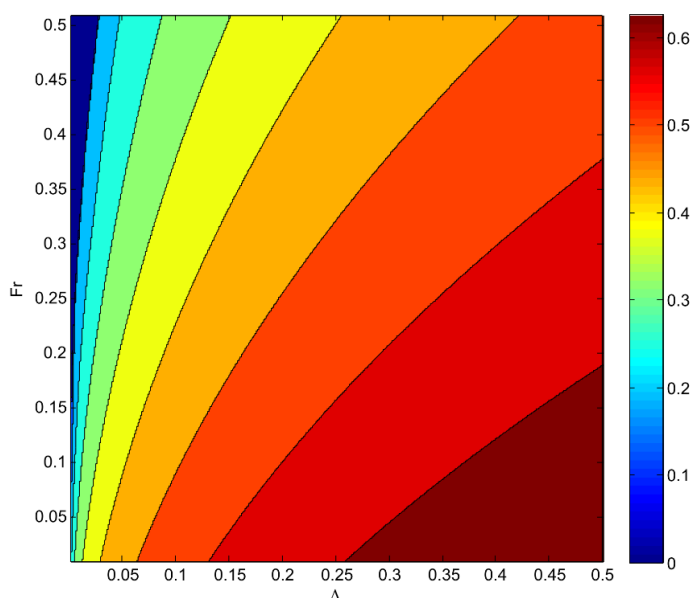


Figure 2-8: Contours représentatifs de  $\zeta_s$  en fonction de  $Fr$  et  $\Lambda$

Le contour de la Figure 2-8 montre que l'interface de la couche stratifiée est d'autant plus haute que la source est faible par rapport à un grand exutoire et à une petite hauteur de local. Par exemple, si on met un feu de poubelle dans une chambre à coucher, ou dans un hangar, il est évident que la consistance de la source est relative à la géométrie dans laquelle elle est mise.

De plus, le résultat de la Figure 2-8 met en évidence une limite supérieure au remplissage du local. On voit bien qu'il y a une zone où la source est trop puissante pour de faibles hauteurs de local et pour de petits exutoires. Cela s'interprète par un remplissage total du local, c'est-à-dire que la couche stratifiée atteint la base et le fluide sort par le bas. Il faut souligner que le bilan que nous avons établi dans le modèle mathématique n'est plus valable si le fluide se met à sortir par le bas du local car on y avait supposé que la seule sortie du volume de contrôle était l'exutoire supérieur. Dans ce cas de figure la base du local deviendrait elle-même un exutoire,

de plus le panache n'entraînerait plus d'air dans sa montée mais un mélange de la couche stratifiée, ce qui ne correspond pas avec le modèle de panache de Morton.

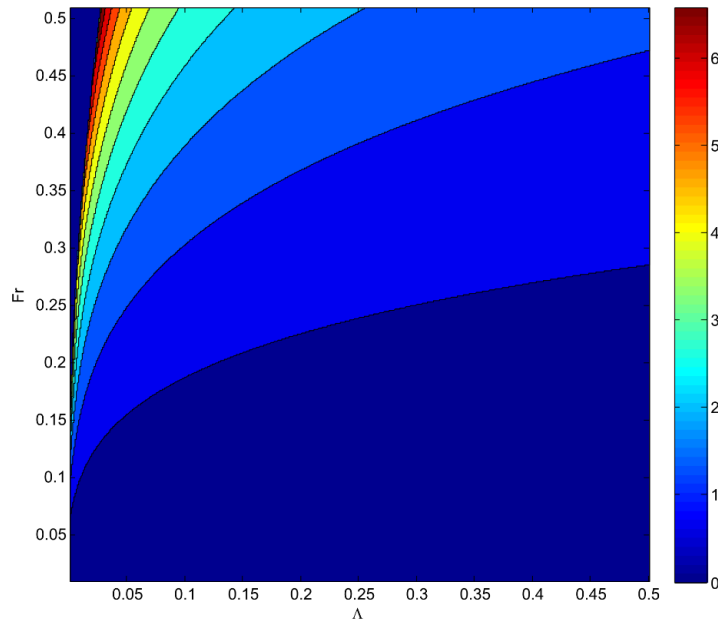


Figure 2-9: Contours représentatifs de  $\eta_s$  en fonction de  $Fr$  et  $\Lambda$

Les contours de la Figure 2-9 montre que  $\eta$  est grand pour des sources fortes par rapport à un grand local et un petit exutoire. Un nombre  $\eta$  grand implique une couche stratifiée de faible masse volumique.

Il est à remarquer que la limite supérieure de remplissage est la même que pour le graphe de la Figure 2-8 et cela s'explique par le remplissage total du local. Le modèle n'est plus valable dans ce cas-là car les bilans supposent que la seule sortie de fluide se fait par l'exutoire supérieur, de plus les solutions sur le panache ne seraient plus valables car dès lors que le panache est entièrement immergé dans la couche stratifiée, il n'entraîne plus d'air et les équations de Morton ne sont plus valables.



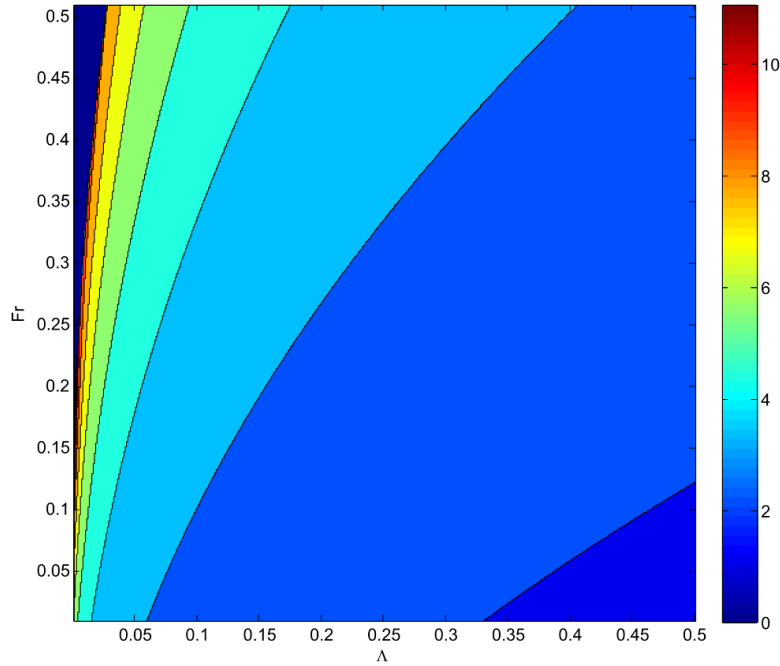


Figure 2-10: Contours représentatifs de  $\omega_s$  en fonction de  $Fr$  et  $\Delta$

Les contours de Figure 2-10 montre que la vitesse à l'exutoire est d'autant plus grande que la source est puissante par rapport à un grand local et un petit exutoire, tout en étant limitée comme dans les deux contours des figures précédentes car le modèle n'est plus valable et le fluide atteint la base du local.

De nombreuses tentatives d'approfondir les investigations analytiques sur le modèle, tel qu'une étude de perturbation sur les premiers instants du remplissage et une interpolation polynomiale. Ces tentatives n'ont pas données de résultats concluants à cause de la complexité des équations du système, particulièrement de leur couplage non-linéaire.

### 2.5.5. Etude numérique

La résolution numérique du système d'équation (2-16), (2-17) et (2-18) en régime transitoire est faisable en ne considérant que les deux paramètres  $Fr$  et  $\Delta$ ,  $\delta$  étant une constante physique. Le retour vers des grandeurs appréciables physiquement peut se faire par les changements de variables.

Pour la résolution numérique de ces équations on choisit un schéma de résolution d'équations différentielles d'Euler ou de Rung-Kutta d'ordre 4. Nous disposons d'une valeur

numérique précise concernant le régime stationnaire par l'équation (2-20a), on peut donc considérer cette donnée comme référence afin de tester la précision du schéma numérique transitoire.

Dans ce travail, un schéma numérique d'Euler est retenu, tel que les équations du schéma sont :

$$\zeta_{n+1} = k \left( \omega_n \delta \Lambda^{1/2} - (Fr + \zeta_n^{5/3}) \right) + \zeta_n$$

$$\eta_{n+1} = k \left( (Fr - \eta_n \zeta_n^{5/3}) \frac{1 + \eta_n}{1 - \zeta_n} \right) + \eta_n$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\delta^2 Fr} \eta_n (1 - \zeta_n)}$$

k est le pas de la méthode numérique.

La méthode choisie est simple mais elle n'est pas très précise pour la résolution des équations différentielles. On peut juger de la précision du schéma numérique et déterminer le pas maximal pour une précision donnée. Cette étude a montré que dans le cas où l'on choisit la méthode d'Euler ou de RK4, le pas à prendre est de l'ordre du millièème de  $\tau$  pour une précision de l'ordre de  $10^{-6}$  sur  $\zeta_s$ , ce qui représente un temps de calcul très court. La méthode d'Euler a donc été retenue, car elle est simple et rapide pour ce problème numérique.

On initialise le calcul par les valeurs suivantes :

- $\zeta(0)=0.999$
- $\eta(0)=Fr$
- $\omega(0)=0$

La raison pour laquelle on ne prend pas directement  $\zeta(0)=1$  est que cette condition causerait une instabilité numérique sur l'équation (2-17), plusieurs calculs tests ont montré qu'il est raisonnable de prendre comme condition initiale une valeur à  $\zeta(0)$  proche de 1 tout en gardant une très bonne précision sur  $\zeta_s$ . Dans le code de calcul nous avons pris six 9 après la virgule. La valeur initiale  $\eta(0)$  est obtenue en égalisant  $\rho$  et  $\rho^*$  à l'instant initial puisque l'apport de fluide initial est celui du panache uniquement, on trouve donc par remplacement de  $z$  par  $H$  et  $\rho$  par  $\rho^*$  dans l'équation (2-10) ce résultat pour la valeur initiale. Quant à la valeur initiale sur

la vitesse de l'exutoire elle est trouvée immédiatement par remplacement des deux autres conditions initiales dans l'expression de  $\omega$ . On montre ici un cas test de calcul en régime transitoire sur les trois variables de problème.

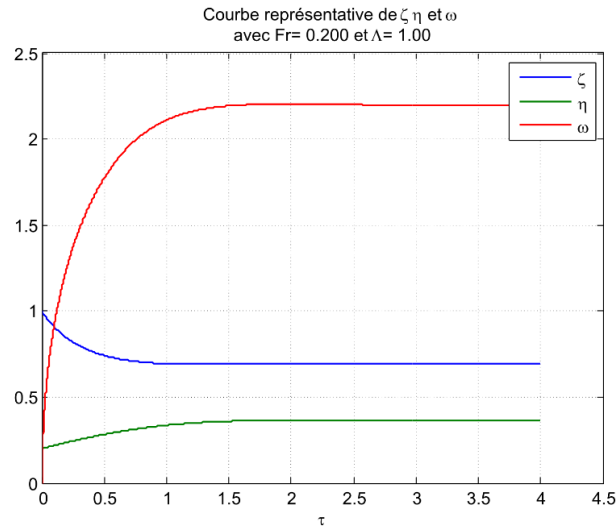


Figure 2-11: Courbes représentatives des paramètres du panache en fonction du temps en régime transitoire dans les solutions similaires

Ce graphe montre les tendances de chaque grandeur du problème au cours du temps  $\tau$ . Il est possible, en cas de source forte dans un petit local et avec une surface d'exutoire relativement petite qu'un phénomène apparaisse. Ce phénomène est dit « overshoot » et consiste en une oscillation des grandeurs du problème autour de leurs valeurs stationnaires, comme le montre la figure suivante :

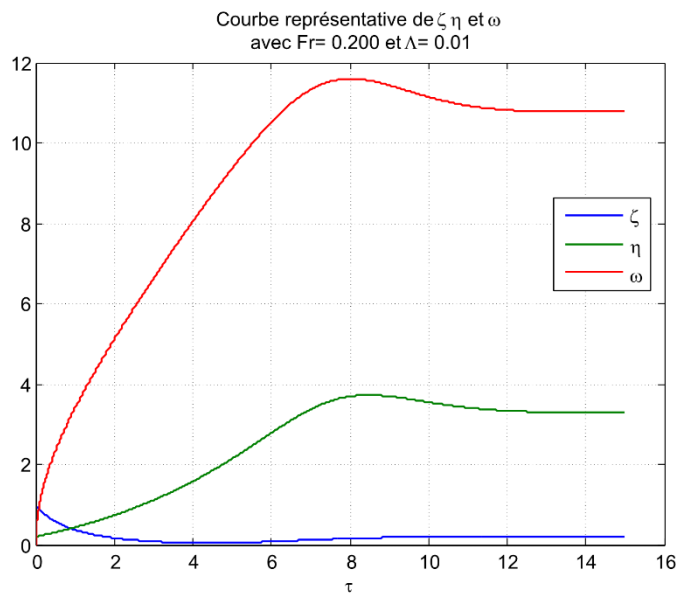


Figure 2-12: Courbe représentative des paramètres du premier modèle de remplissage-vidange dans le cas où il y a "overshoot"

Les courbes de la Figure 2-12 montrent un phénomène dit d'« overshoot ». La couche stratifiée reçoit du volume et de la masse du panache. Le phénomène d'overshoot a lieu lorsque s'il y a un déphasage en l'état d'équilibre en volumes et l'état d'équilibre en masses. Ce phénomène peut avoir de graves répercussions dans le domaine de la sécurité incendie. Dans une étude d'ISI l'un des objectifs est que la fumée ne descende pas en dessous d'une certaine hauteur pour permettre aux occupants de quitter les lieux, mais si il est quantifié correctement en prenant en compte le phénomène d'overshoot cela peut couter des vies humaines, car comme on le voit sur la Figure 2-12 la hauteur stationnaire est plus haute que la hauteur d'overshoot. Ce phénomène se répercute sur  $\omega$  puis sur  $\eta$  par des overshoot qui peuvent être plus ou moins retardés.

## 2.6. Second modèle-Résolution par la fonction panache

### 2.6.1. Introduction

Le modèle de remplissage-vidange résolu grâce aux solutions similaires est le modèle couramment présenté dans la littérature. Les défaillances des solutions similaires ont été montrées. Pour tenter de pallier à ces imperfections, nous nous proposons d'élaborer un second modèle de remplissage-vidange en utilisant une description plus réaliste des panaches.

Un panache est animé par deux forces d'une manière générale : la force de flottabilité qui est due au fait que la masse volumique du fluide est différente de celle du milieu ambiant, et la force d'inertie due à sa quantité de mouvement dans l'écoulement. Le panache peut être animé dans son mouvement par l'une de ces forces d'une façon prédominante. L'un des indicateurs physiques qui permettent de quantifier la contribution de chacune de ces forces dans le mouvement du panache est le nombre de Richardson.

Pour faciliter les développements mathématiques qui suivent, on définit les variables suivantes :

$$\beta_p = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} \frac{d}{2}, \quad \eta_p = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho}$$

Ces deux variables représentent le diamètre corrigé par rapport à la masse volumique ( $\beta_p$ ) et le déficit de masse volumique ( $\eta_p$ ) du panache respectivement. Elles interviennent dans les équations de Morton (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) ainsi que dans les développements mathématiques qui suivent. Il est important de ne pas confondre entre  $\eta$  qui représente le déficit de masse volumique de la couche stratifiée  $(\rho_0 - \rho^*)/\rho^*$  qui est une fonction du temps et  $\eta_p$  qui est le déficit de masse volumique dans le panache  $(\rho_0 - \rho)/\rho$  et qui est une fonction de la hauteur.

Les équations (2-8), (2-9) et (2-10) peuvent être écrites en fonction de ces paramètres sous la forme :

$$u(z) = a \left( \frac{B}{z} \right)^{1/3}, \quad \beta_p(z) = \frac{b}{2} z, \quad \eta_p(z) = \frac{c}{g} B^{2/3} z^{-5/3}$$

Le nombre de Richardson représente la proportion d'énergie potentielle de flottabilité et d'énergie cinétique dans un écoulement fluide, tel que :

$$Ri = \frac{g\Delta\rho L}{\rho u^2}$$

Où L est une longueur caractéristique.

Dans le cas d'un panache rond, on peut calculer le nombre de Richardson grâce aux grandeurs caractéristiques du panache en considérant L comme étant le diamètre du panache. En se référant aux caractéristiques du panache que donnent les solutions similaires on trouve :

$$Ri = \frac{2g\eta_p\beta_p}{u^2} = \frac{16}{5}\alpha$$

Ce nombre adimensionnel est constant. Ce résultat est complètement contre intuitif car il est tout à fait plausible qu'un panache ait une force d'inertie dominante (dit : panache forcé) ou qu'il ait une force de flottabilité dominante (dit : panache paresseux) à l'injection. Le nombre de Richardson devrait donc être une fonction de la hauteur qui convergerait vers une constante où ces deux forces atteindraient des proportions particulières.

L'expérience montre que le nombre de Richardson en champ lointain est effectivement égal à la valeur prédite par les solutions similaires. La construction d'un nombre de Richardson normalisé à sa valeur en champ lointain est l'idée qui a mené à la définition de la fonction panache.

L'ensemble des calculs effectués dans ce sous-chapitre sont détaillés en **Annexe B**.

### 2.6.2. Fonction panache

Les solutions similaires prédisent un nombre de Richardson en champ lointain qui concorde avec les observations expérimentales [13]. On peut donc se baser sur la validité de ces solutions en champ lointain afin de construire une solution qui considère le nombre de Richardson variable avec la hauteur, et qui convergerait vers sa valeur prédite par les solutions similaires.

Pour ce faire, on utilise le nombre de Richardson en champ lointain pour construire la fonction panache, notée  $\Gamma$ , qui est un nombre de Richardson selon sa définition, normalisé à sa valeur à l'infini, ce qui donne :

$$\Gamma(z) = \frac{5}{16\alpha} R(z)$$

Cette fonction peut être explicitée en fonction des paramètres du panache :

$$\Gamma(z) = \frac{5g \eta_p \beta_p}{8\alpha u^2}$$

Comme sa construction le suggère, la fonction  $\Gamma$  tend vers 1 en champ lointain, et ce quelle que soit sa valeur à l'injection. Construite de cette façon, la valeur initiale de cette fonction est inférieure à 1 ( $\Gamma(0) < 1$ ) si le panache est forcé, et supérieure à 1 ( $\Gamma(0) > 1$ ) si le panache est paresseux.

Il est possible de réécrire les équations bilans (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) sur le panache en introduisant la fonction panache :

$$\frac{d\beta_p}{dz} = \frac{4\alpha}{5} \left( \frac{5}{2} - \Gamma \right) \quad (2-21)$$

$$\frac{du}{dz} = -\frac{8\alpha}{5} \frac{u}{\beta_p} \left( \frac{5}{4} - \Gamma \right) \quad (2-22)$$

$$\frac{d\eta_p}{dz} = -\frac{16\alpha^2}{5g} \left( \frac{u}{\beta_p} \right)^2 \Gamma \quad (2-23)$$

En combinant les équations précédentes avec la définition de la fonction panache, on trouve que  $\Gamma$  obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{d\Gamma}{dz} = \begin{cases} \frac{\Gamma^{1/2}}{\kappa} (1 - \Gamma)^{13/10} \text{ pour } \Gamma(0) < 1 \\ -\frac{\Gamma^{1/2}}{\kappa} (\Gamma - 1)^{13/10} \text{ pour } \Gamma(0) > 1 \end{cases} \quad (2-24)$$

Avec  $\kappa$  (dit : « longueur de Morton ») :

$$\kappa = \frac{\beta_{pi} |\Gamma_i - 1|^{3/10}}{4\alpha \Gamma_i^{1/2}}$$

Cette équation différentielle admet pour solution analytique une fonction intégrale.

Il est maintenant possible de trouver des expressions analytiques aux variables du panache en fonction de  $\Gamma$  :

$$\frac{\beta_p}{\beta_{pi}} = \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma}\right)^{3/10} \quad (2-25)$$

$$\frac{u}{u_i} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - \Gamma}{1 - \Gamma_i}\right)^{1/10} \quad (2-26)$$

$$\frac{\eta_p}{\eta_{pi}} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - \Gamma}{1 - \Gamma_i}\right)^{1/2} \quad (2-27)$$

Où l'indice « i » indique la valeur de la variable à l'injection.

Si à l'injection  $\Gamma(0)=1$ , le panache est dit « pur ». Les expressions des variables  $\beta_p$ ,  $\eta_p$  et  $u$  sont exactement les mêmes que celles obtenues par solutions similaires, ce qui montre bien que le modèle de la fonction panache prend en compte une information supplémentaire quant à la source du panache et le décrit d'une façon bien plus concrète en champ proche.

La résolution par la fonction  $\Gamma$  des équations de Morton est une description plus rigoureuse que la résolution par les solutions similaires, car elle prend en compte le comportement du panache en champ proche, les paramètres du panache ont leurs valeurs réelles à l'injection.

Pour un cas test de panache forcé avec une vitesse d'injection  $u_i = 5$  m/s,  $d_i = 10$  mm et  $\rho_i = 0,9$  kg/m<sup>3</sup>, l'évolution avec la hauteur des paramètres du panache sont représentés dans la Figure 2-13.

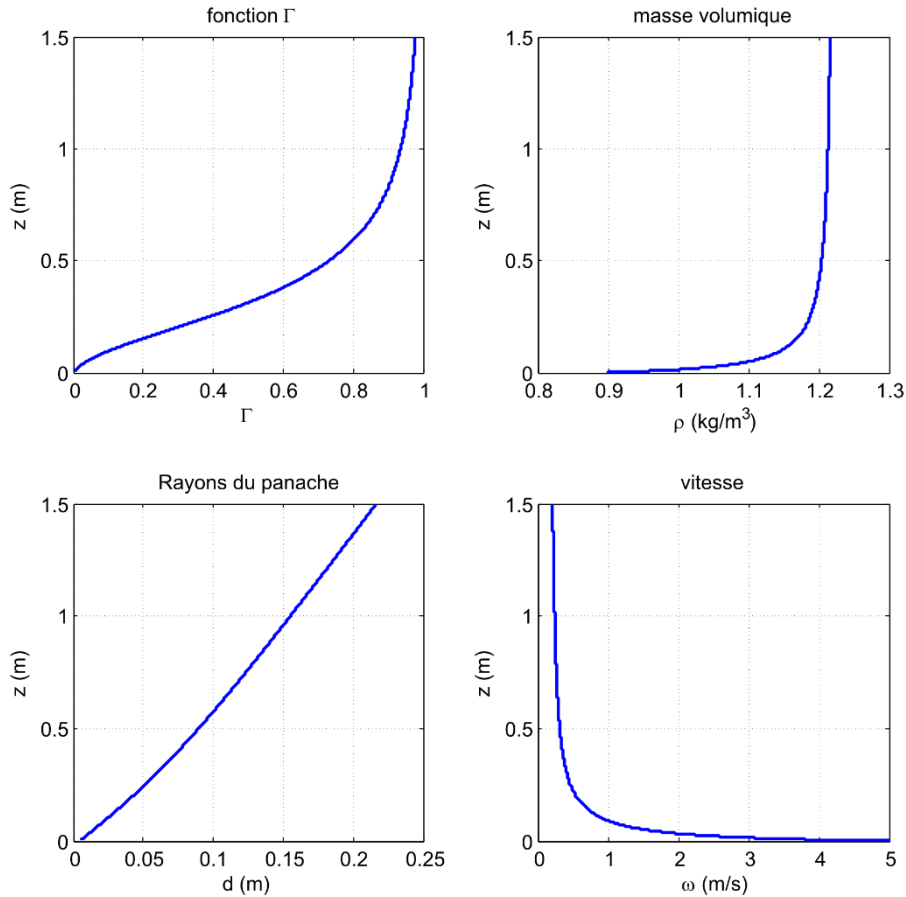


Figure 2-13: Courbes représentatives des paramètres du panache dans les solutions avec la fonction  $\Gamma$

Les courbes précédentes montrent la fidélité de la représentation de la résolution par la fonction  $\Gamma$  des équations de Morton (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4). Les paramètres du panache sont égaux à leurs valeurs réelles à l'origine. Les résultats de la Figure 2-13 montrent également qu'au champ lointain, les caractéristiques du panache prédites par la résolution par la fonction panache évoluent comme expliqués précédemment.

### 2.6.3. Second modèle de remplissage-vidange

A partir des équations (2-25), (2-26) et (2-27) on peut trouver les expressions des débits volumiques et massiques qu'apporte le panache à la stratification à une hauteur donnée :

$$Q_v = \pi \beta_{pi}^2 u_i \left[ \eta_{pi} + \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{1/2} \left( \frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma} \right)^{1/2} \right] \quad (2-28)$$

$$Q_m = \pi \beta_{pi}^2 u_i \rho_0 \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{1/2} \left( \frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma} \right)^{1/2} \quad (2-29)$$



Sachant que la fonction  $\Gamma$  est dépendante de la hauteur et qu'elle est bijective (c'est-à-dire qu'à chaque valeur de  $\Gamma$  correspond une hauteur unique), il est possible de considérer qu'une valeur de  $\Gamma$  correspond à une hauteur. Dans les expressions (2-28) et (2-29) c'est précisément cette fonction qui représente le paramètre  $z$ .

On remarque qu'il est possible de reformuler ces expressions en introduisant une fonction simplificatrice par le changement de variables suivant :

$$X^2 = \frac{\Gamma}{|1 - \Gamma|}$$

Et cette fonction  $X$  obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{dX}{dz} = \frac{1}{2\kappa} (X^2 \pm 1)^{1/5} \quad (2-30)$$

Le signe est + si le panache est forcé, et - s'il est paresseux et le  $\kappa$  est le même que celui défini pour l'équation (2-24).

Une remarque importante est que cette fonction n'est pas bijective en  $\Gamma$  Figure 2-14. C'est-à-dire qu'on ne peut pas savoir si le panache est forcé ou paresseux sans savoir au préalable s'il l'est à l'injection, tandis qu'avec la fonction  $\Gamma$  cela était possible puisque ce paramètre tend vers 1 par valeurs inférieures si le panache est forcé, et par valeur supérieure s'il est paresseux. La fonction  $X$  n'est pas sujette à interprétation physique, elle est utilisée pour permettre de présenter les équations du système d'une manière compacte.

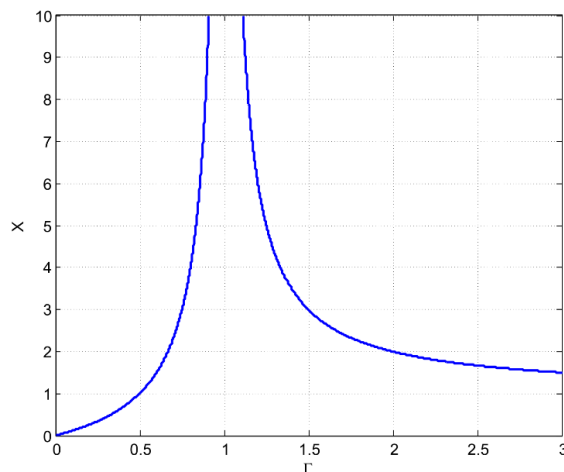


Figure 2-14: Courbe représentative de  $X$  en fonction de  $\Gamma$

En introduisant la fonction X dans les équations (2-28) et (2-29) on obtient une forme condensée des équations de débits suivante :

$$Q_v = \pi\beta_{pi}^2 u_i \left( \eta_{pi} + \frac{X}{X_i} \right) \quad (2-31)$$

$$Q_m = \pi\beta_{pi}^2 u_i \rho_0 \frac{X}{X_i} \quad (2-32)$$

L'introduction des équations (2-31) et (2-32) dans le modèle mathématique (2-5), (2-6) et (2-7) donne, après adimensionnement :

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \omega\lambda - (\eta_{pi}X_i + X) \quad (2-33)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{1 + \eta}{1 - \zeta} (\eta_{pi}X_i - \eta X) \quad (2-34)$$

$$\omega^2 = \frac{2\eta(1 - \zeta)}{Fr} \quad (2-35)$$

$$\frac{dX}{d\zeta} = \frac{1}{\sigma_i} (X^2 \pm 1)^{1/5} \quad (2-36)$$

Les manipulations qui permettent de trouver les équations (2-28), (2-29) ainsi que les développements sur la fonction X et le système d'équations (2-33) à (2-36) sont donnés en détails en **Annexe B**.

Les changements de variables effectués sur les équations (2-33) à (2-36) sont les suivants :

$$\zeta = \frac{H - h}{H}, \quad \eta = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}, \quad Fr = \frac{u_i^2}{gC_d^2 H X_i^2}$$

$$\lambda = \frac{\Sigma}{\pi\beta_{pi}^2}, \quad \tau = \frac{\pi\beta_{pi}^2 u_i}{X_i H S} t, \quad \omega = \frac{w X_i}{u_i}$$

$$\sigma_i = \frac{\beta_{pi} (X_i^2 \pm 1)^{1/5}}{2H\alpha X_i}$$

Les signes dans l'équation relative à la fonction X suit ceux définis dans (2-30). La résolution de ce système d'équations différentielles est assez particulière car les dérivées temporelles des fonctions  $\zeta$  et  $\eta$  sont dépendantes de la fonction X, qui elle ne dépend que de la hauteur du local et des paramètres d'injection. Une résolution préalable de l'équation (2-36) est nécessaire pour mener à bien le schéma de calcul pour notre système d'équations temporel

(2-33), (2-34) et (2-35). Pour ce faire, on applique un nouvel adimensionnement à l'équation gouvernante de X (2-30) pour qu'il prenne en compte la hauteur du local et que le calcul se fasse entre 0 et 1.

Il est important de noter que les notations des changements de variables du second modèle ont été choisies sur la base de la signification de chaque paramètre, il ne faut donc pas les confondre avec les changements de variables du premier modèle. Pour éviter ce genre de confusions, il sera toujours précisé dans la suite du document de quel modèle théorique on traite.

Dans ce modèle de remplissage-vidange, il n'est pas possible de donner des plages de valeurs pour les différents paramètres du problème, car la réduction du nombre de variables nous pousse à rendre tous les changements de variables dépendants de beaucoup de données du problème, plus particulièrement de  $X_i$ , qui regroupe les trois paramètres d'injection et qui les incorpore dans pratiquement l'ensemble des changements de variables.

Ce modèle de remplissage-vidange a certes l'air d'être plus réaliste en champ proche, mais la difficulté majeure à laquelle on est confronté en essayant de l'exploiter est le grand nombre de paramètres qu'il est nécessaire de connaître sur le fluide injecté. Quant aux prédictions des caractéristiques du panache en champ lointain, la résolution par la fonction panache se basant sur les solutions similaires, sont valides.

#### **2.6.4. Etude analytique**

Il est possible de trouver une expression analytique qui donne la hauteur stationnaire à partir des équations du système (2-33), (2-34) et (2-35) :

$$\zeta_s = 1 - \frac{Fr}{2\lambda^2} [\eta_{pi} X_i + X_s]^2 \quad (2-37)$$

Et suivent les variables :

$$\eta_s = \frac{\eta_{pi} X_i}{X_s}, \quad \omega_s = \frac{\eta_{pi} X_i + X_s}{\lambda}$$

La résolution de l'équation (2-37) semble être trop compliquée analytiquement, car elle lie  $\zeta_s$  à  $X_s$ , et ces deux paramètres sont liés par une équation différentielle, (2-36), dont la solution analytique est une fonction intégrale. Au mieux, il est possible de trouver une relation qui lie  $\zeta_s$  aux variables du problème, mais sous forme d'une équation différentielle sur  $\zeta_s$  qui

n'est pas solvable analytiquement. Par facilité d'exploitation, on se limitera dans cette étude à cette forme de l'équation du régime stationnaire sur  $\zeta_s$ . Pour trouver  $\zeta_s$  il faut au préalable calculer X sur toute la hauteur et trouver numériquement une valeur qui vérifie l'équation (2-37).

Il est difficile de cerner directement ces équations car le nombre de paramètres qui y apparaît est de quatre. Il faudrait en fixer deux puis faire varier les deux autres afin de représenter un domaine des valeurs stationnaires du problème, ce qui n'est pas pratique.

### 2.6.5. Etude numérique

L'étude numérique en régime transitoire du second modèle de remplissage-vidange est handicapée par le grand nombre de paramètres du problème. Tout comme l'étude analytique, il n'est pas possible de représenter l'ensemble des résultats sur une figure unique. Il faudrait faire varier deux paramètres à la fois en fixant les autres.

Le schéma numérique retenu pour résoudre l'équation gouvernante de X, (2-36), est la méthode d'Euler. Il faut souligner l'importance d'une grande précision sur cette résolution car une imprécision sur le calcul de X sur la hauteur peut engendrer des erreurs non-négligeables sur  $\zeta_s$ . Le schéma pour cette pré-résolution est de la forme :

$$X_{n+1} = l \frac{1}{\sigma_i} (X_n^2 \pm 1)^{1/5} + X_n$$

Où 'l' est le pas sur  $\zeta$ .

La condition aux limites de cette équation est :

$$X_0 = X_i = \frac{5g\eta_{pi}\beta_{pi}}{|8\alpha u_i^2 - 5g\eta_{pi}\beta_{pi}|}$$

Un calcul de sensibilité a été fait et a montré que le pas 'l' maximal pour une précision acceptable sur X est de l'ordre du millimètre dans le cas de notre étude. Dans un calcul de ce type en dehors du cadre de cette étude, il est nécessaire de bien s'assurer que la précision sur X est satisfaisante.

Le schéma numérique retenu pour résoudre les équations transitoires est également la méthode d'Euler. Cette méthode est peu coûteuse en temps de calculs tout en donnant une précision très acceptable sur la hauteur stationnaire (valeur de référence car on peut l'obtenir

d'une autre manière, c'est également là où l'erreur est maximale). Une étude de sensibilité montre qu'un pas d'un millième de  $\tau$  est suffisant pour avoir une précision de  $10^{-6}$  sur  $\zeta_s$ . Le schéma résultant en régime transitoire est le suivant :

$$\zeta_{n+1} = k \left( \omega_n \lambda - (\eta_{pi} X_i + X_n) \right) + \zeta_n$$

$$\eta_{n+1} = k \left( (\eta_{pi} X_i - \eta_n X_n) \frac{1 + \eta_n}{1 - \zeta_n} \right) + \eta_n$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2\eta_n}{Fr} (1 - \zeta_n)}$$

Où 'k' représente le pas de temps.

Dans ces équations, la fonction X annotée de l'indice 'n' sous-entend « la valeur de la fonction X à la hauteur  $\zeta_n$  ».

L'initialisation des variables du problème se fait comme suit :

- $\zeta(0)=0.999$
- $\eta(0) = \frac{(\rho_0 - \rho(\zeta=1))}{\rho(\zeta=1)}$
- $\omega(0)=0$

On ne peut pas donner à  $\zeta(0)$  la valeur initiale 1 car cela causerait une instabilité numérique sur la seconde équation du système (2-34), des calculs tests ont montré que six décimales suffisaient pour atteindre une précision très satisfaisante sur  $\zeta_s$ . Sur  $\eta(0)$  on considère que  $\rho=\rho^*$ , et ayant calculé au préalable  $\rho$  grâce à la fonction  $\Gamma$ , on peut trouver cette quantité au plafond. La dernière initialisation est une conséquence des deux autres, il suffit de remplacer les deux autres conditions initiales dans l'équation (2-35).

Voici un exemple de calcul en régime transitoire grâce à ce modèle de remplissage-vidange pour  $u_i=20$  m/s,  $d_i=60$  mm,  $\Sigma=400$  cm<sup>2</sup>,  $\rho_i=0,7$  kg/m<sup>3</sup>,  $H=1$  m et  $S=2$  m<sup>2</sup>:

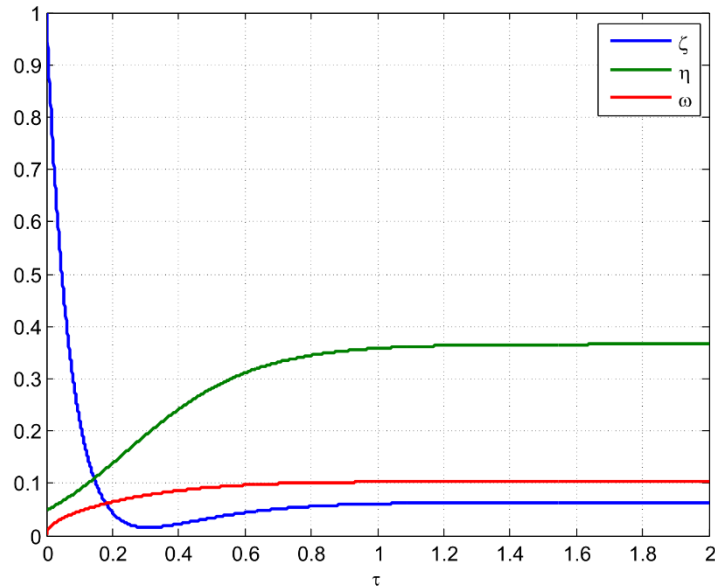


Figure 2-15: Courbe représentative des paramètres du panache en régime transitoire dans le second modèle de remplissage-vidange

On voit sur ces courbes qu'il y a overshoot sur la hauteur mais qu'il n'apparaît pas sur les autres variables. C'est un aspect du problème que nous n'avons pas approfondi qui peut être considéré dans les perspectives de cette étude.

## 2.7. Comparaison des modèles de remplissage-vidange

### 2.7.1. Comparaison entre les solutions et introduction de la source virtuelle avec $\Gamma_i$

La comparaison des solutions des équations de Morton (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) est à faire sur les propriétés du panache. Dans cette étude on ne s'intéressera qu'au cas forcé uniquement, c'est-à-dire  $\Gamma_i < 1$ . Les propriétés du panaches avec les deux solutions pour le cas test :  $u_i=10$  m/s,  $H=3$  m,  $d_i=50$  mm,  $\rho_i=0.5$  kg/m<sup>3</sup> sont montrées sur la Figure 2-16.

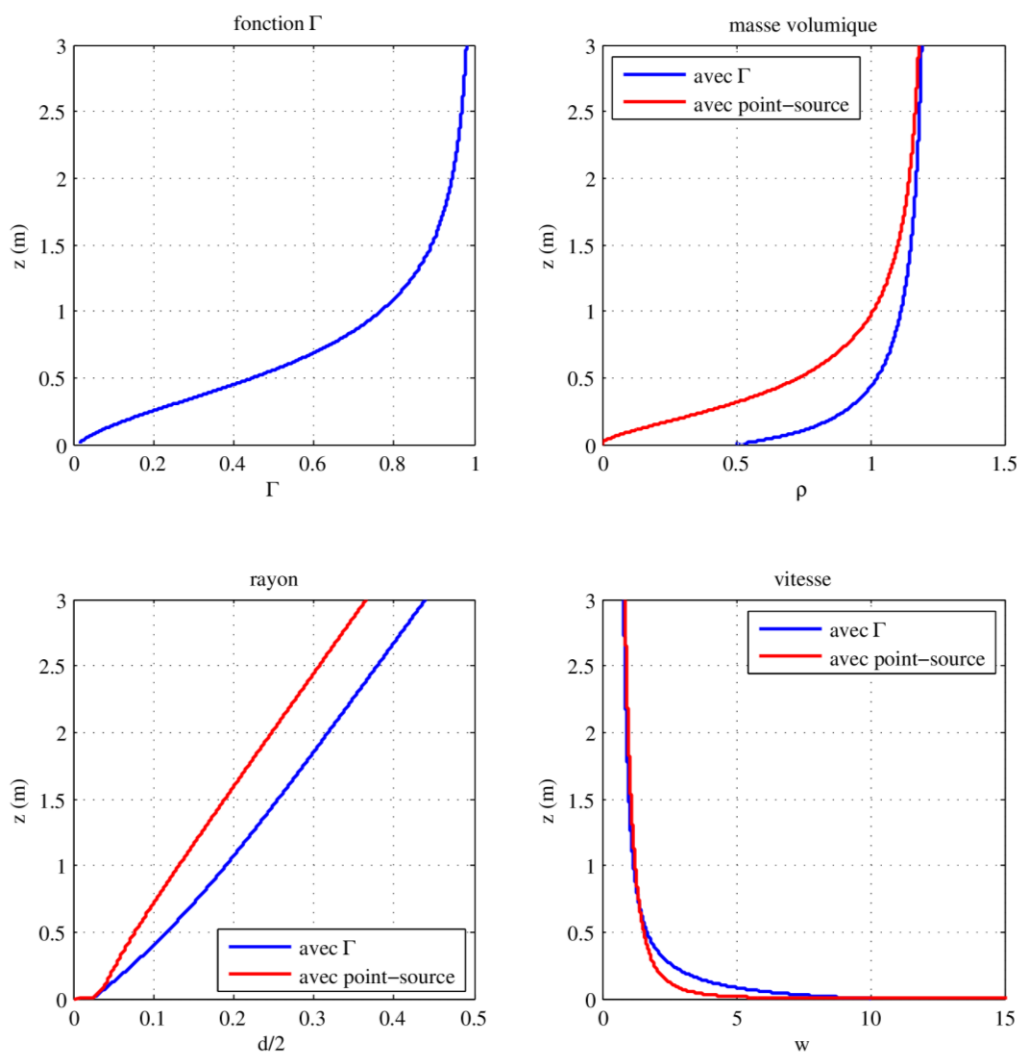


Figure 2-16: Courbes comparatives des propriétés du panache entre les solutions similaires et les solutions par la fonction  $\Gamma$

Les propriétés du panache sont décrites sur la Figure 2-16 pratiquement de la même façon en champ lointain par les deux solutions, mais pas du tout en champ proche où la solution  $\Gamma$  est fidèle aux paramètres d'injections imposés.

En se basant sur la justesse apparente des solutions par la fonction  $\Gamma$ , on cherche à se baser dessus pour faire un calage des propriétés des solutions similaires par rapport aux solutions  $\Gamma$ . La formule qui permet un calage de ce type a été introduite par Candelier et Vauquelin [10] en fonction uniquement les paramètres  $\Gamma_i$  et  $\beta_i$  :

$$\frac{z_v}{\beta_{pi}} \approx \frac{1}{4\alpha} \frac{(1 - \Gamma_i)^{3/10}}{\Gamma_i^{1/2}} (2(1 - \Gamma_i^{1/2}) - 3.6954) \quad (2-38)$$

Elle donne un  $z_v$  qui cale le rayon du panache en champ lointain. Elle n'est valable que pour les panaches très forcés, où  $\Gamma_i < 0.2$ . On remarque que  $z_v$  est toujours négatif, ce qui veut dire que le panache devrait toujours être décalé vers le bas. On remarque également la présence d'un nombre approximé à quatre décimales, cela est dû au fait que cette formule est issu d'un développement asymptotique, et que ce nombre est issu du calcul d'une limite. Une étude de sensibilité a montré que quatre décimales offrent une précision suffisante dans la finalité de cette étude qui est le remplissage-vidange.

Après application de l'équation (2-38) et dans le même cas test, on obtient les résultats suivants, Figure 2-17 :

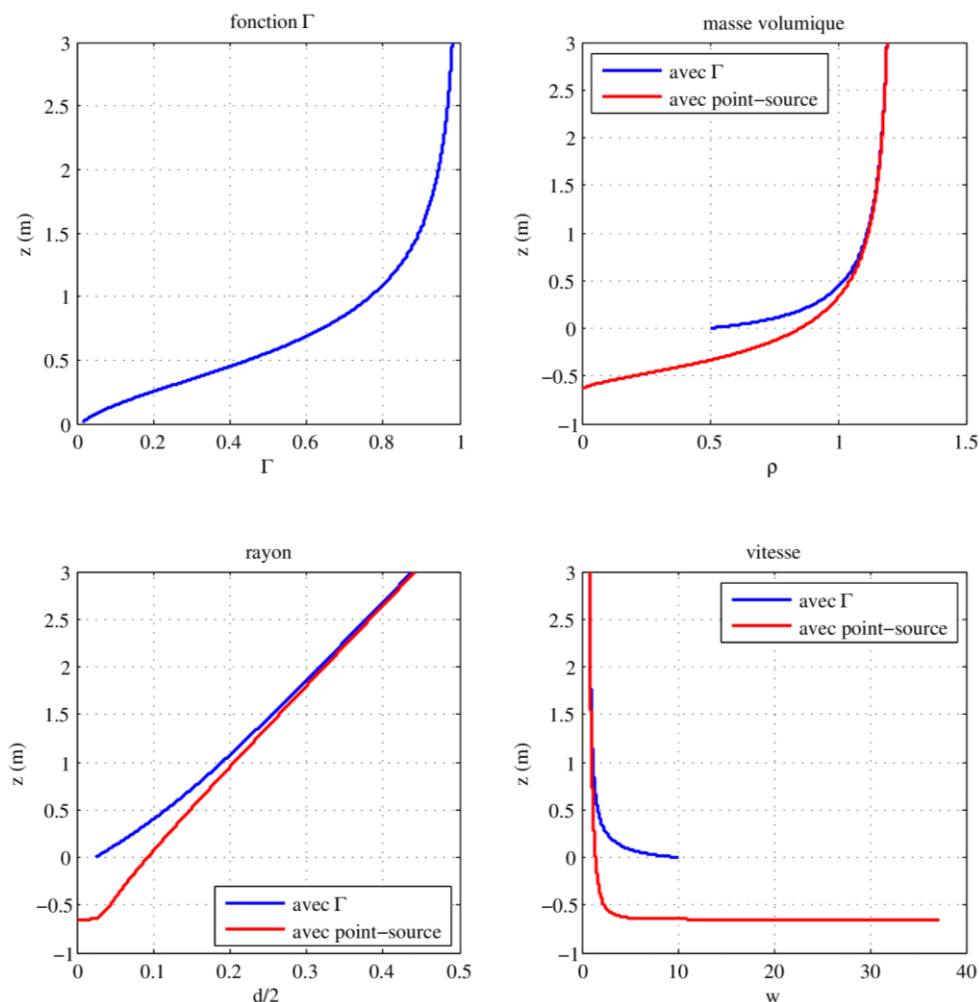


Figure 2-17: Courbes comparatives des propriétés du panache entre les solutions similaires et les solutions par la fonction  $\Gamma$  avec source virtuelle calés sur le champ lointain de  $\Gamma$

On remarque bien sur la Figure 2-17 que le calage donne de bons résultats en champs lointain pour tous les paramètres du panache. Il existe d'autres formules [10] qui donnent  $z_v$  pour des plages de  $\Gamma_i$  différentes.



### 2.7.2. Comparaison des débits $Q_v$ et $Q_m$

Les paramètres significatifs dans les modèles de remplissage vidange sont les débits  $Q_v$  et  $Q_m$  apportés par le panache à la couche à une hauteur donnée, ceux sont donc les deux paramètres qui influenceront directement sur le modèle de remplissage-vidange

Une comparaison entre les deux solutions sur les débits avec le cas test :  $u_i=10$  m/s,  $d_i=12$  mm,  $H=1$  m,  $\rho_i=0.7$  kg/m<sup>3</sup> est représenté sur la Figure 2-18 :

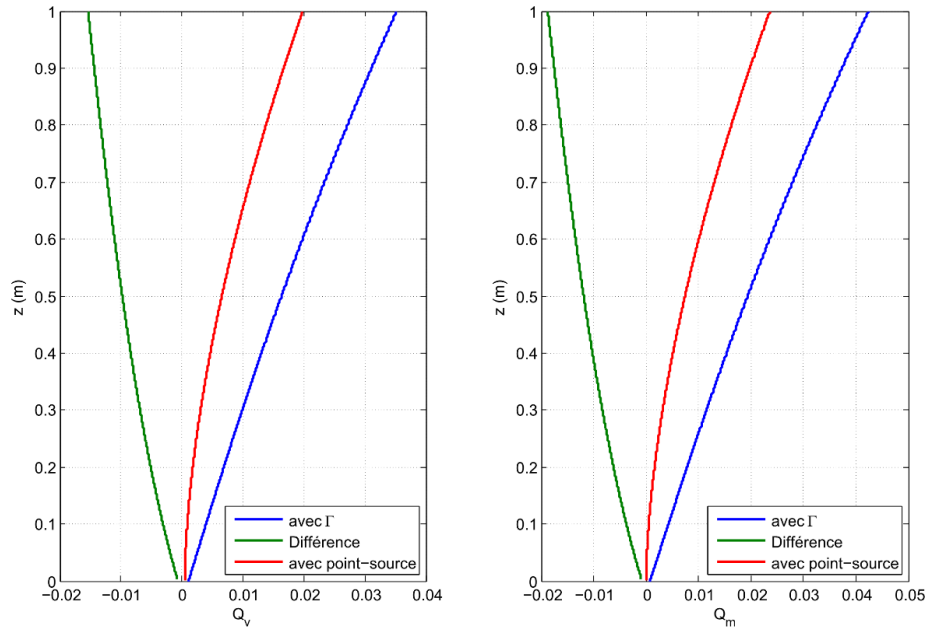


Figure 2-18: Courbe comparative des débits volumique (figure gauche) et massique (figure droite) en fonction de la hauteur pour les solutions similaires et les solutions avec la fonction  $\Gamma$

Les débits ne concordent pas du tout ni en champ proche ni en champ lointain, cela est dû à la différence entre les solutions sur le rayon du panache, pour pallier à ce problème il est donc nécessaire d'incorporer une source virtuelle telle que montré dans le paragraphe précédent 2.7.1. Les mêmes débits sont présentés avec source virtuelle sur les paramètres du panache sur la Figure 2-19 :

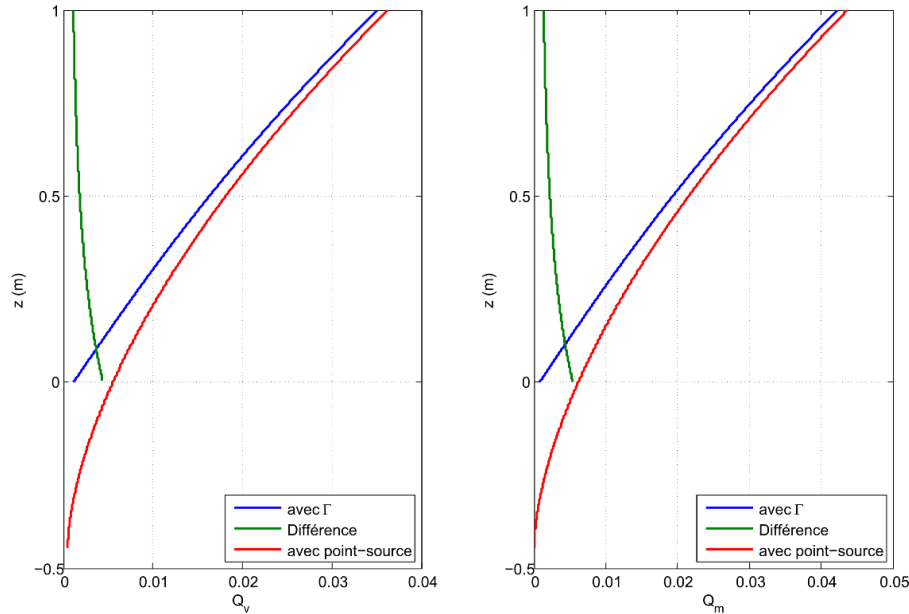


Figure 2-19: Courbe comparative des débits volumique (figure gauche) et massique (figure droite) en fonction de la hauteur pour les solutions similaires et les solutions avec la fonction  $\Gamma$  avec source virtuelle calée sur le champ lointain de  $\Gamma$

Les débits sont assez concordants en champ lointain ainsi qu'en champ proche. Les solutions similaires surestiment les débits apportés par le panache par solutions  $\Gamma$ . Il sera donc nécessaire de modifier le premier modèle de remplissage-vidange pour qu'il prenne en compte la source virtuelle.

### 2.7.3. Premier modèle de remplissage-vidange modifié

Il est nécessaire de modifier les débits et donc les adimensionnements des équations du premier modèle de remplissage-vidange afin qu'ils prennent en compte la source virtuelle, pour ce faire on utilise les expressions des débits suivantes :

$$Q_v = \frac{\pi}{4} ab^2 \left( \frac{c}{g} B + B^{1/3} (H - h - z_v)^{5/3} \right)$$

$$Q_m = \frac{\pi}{4} ab^2 \rho_0 B^{1/3} (H - h - z_v)^{5/3}$$

Ce qui nous conduit au premier modèle de remplissage-vidange modifié. La construction de ce nouveau modèle montre qu'avec un changement de variables différent il est possible d'obtenir exactement les mêmes équations. Comme le montrent les équations du modèle :

$$\frac{d\zeta_v}{d\tau} = \omega_v \beta \Lambda^{1/2} - (Fr + \zeta_v^{5/3})$$

$$\frac{d\eta_v}{d\tau} = (Fr - \eta_v \zeta_v^{5/3}) \frac{1 + \eta_v}{1 - \zeta_v}$$

$$\omega_v^2 = \frac{1}{\delta^2 Fr} \eta_v (1 - \zeta_v)$$

Avec :

$$\zeta_v = \frac{H - h - z_v}{H_v}, \quad H_v = H - z_v$$

Le reste des changements de variables est le même que pour les équations (2-16), (2-17) et (2-18) sauf que la hauteur du local H est remplacée par la hauteur mesurée depuis la source virtuelle  $H_v$ . Ci-dessous, un schéma qui montre les différents paramètres importants de la modification du premier modèle de remplissage-vidange :

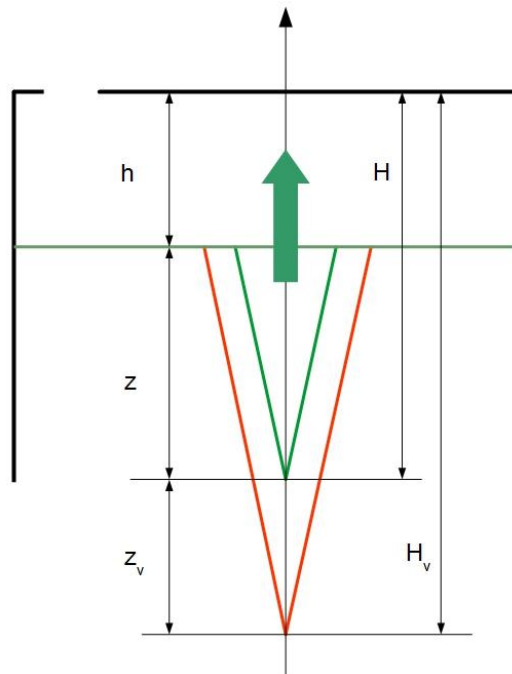


Figure 2-20: Schéma du premier modèle de remplissage-vidange modifié (en vert le panache sans source virtuelle, en rouge le panache avec source virtuelle)

Au vu du grand nombre de paramètres du problème dans le second modèle de remplissage-vidange, on doit être en mesure de comparer tout de même les deux modèles avec une quantité qui est représentative de la même grandeur, pour ce faire on a recours à la relation suivante, qui donne la hauteur de l'interface normalisée à la hauteur du local

$$\zeta = \frac{H_v}{H} \zeta_v + \frac{z_v}{H}$$

Dans la suite de l'étude, « premier modèle de remplissage-vidange » signifiera « premier modèle de remplissage-vidange modifié ».

### 2.8. Conclusion

Nous disposons de deux modèles théoriques de remplissage-vidange capables de nous donner des informations sur les différents paramètres du problème. L'exploration théorique pourrait être poussée plus loin mais les informations qu'offrent les modèles sont suffisantes pour être confrontés à d'autres sources d'informations, types expérimentations et simulations. Cette comparaison a pour but de vérifier si ces modèles théoriques décrivent correctement la physique du phénomène du remplissage-vidange et avec suffisamment de réalisme.

## Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

### 3.1. Introduction

Les développements théoriques présentés dans cette étude fournissent assez d'informations mais leur exploitation dépend de leur validation. Pour se faire, il faut mener des expérimentations aux mêmes conditions opératoires. Malheureusement, pour explorer de grandes plages de valeurs des différents paramètres qui gouvernent le phénomène, il faudrait des moyens qui dépassent le cadre de cette étude, en termes de dimension de structures et de quantité de fluide d'injection. Nous nous sommes donc limités à quelques cas précis, à savoir le cas de l'injection forcée dans un local de petite dimension, pour des cas Boussinesq, non-Boussinesq, peu forcé et très forcé. L'information qui nous intéressera dans les expérimentations est la hauteur stationnaire  $\zeta_s$  car elle est facile à obtenir à l'aide d'un traitement d'image simple.

Des simulations ont également été faites pour explorer d'autres plages de paramètres du problème, et pouvoir obtenir plus d'informations sur le phénomène du remplissage-vidange. Certaines simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions opératoires que celles des expériences afin de permettre une comparaison. Par la suite, d'autres simulations ont été réalisées sur des plages des paramètres opératoires plus larges. On s'intéresse aux variations au cours du temps de  $\omega$  et  $\eta$ , qui représentent la vitesse et le déficit de masse volumique à l'exutoire respectivement.

### 3.2. Etude expérimentale

#### 3.2.1. Objectifs

Les séries d'expériences réalisées avaient pour objectif de mesurer la hauteur stationnaire  $\zeta_s$  pour différentes combinaisons de paramètres du problème. Plus particulièrement on s'intéresse à la variation de  $\zeta_s$  en fonction de la surface de l'exutoire  $\Sigma$ . Au vu de la difficulté de construire des groupements adimensionnels communs aux deux modèles théoriques, l'étude portera directement sur la surface d'exutoire  $\Sigma$ .

Les variations au cours du temps de  $\zeta$  sont difficiles à mesurer car aux premiers instants du remplissage, un phénomène dit « overturning » perturbe fortement l'écoulement et ne permet pas la formation d'une interface que l'on peut distinguer.

### Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

Le phénomène d'overturning est traité en détail par Kaye et Hunt [21]. Les schémas suivants montrent les différentes étapes de l'overturning :

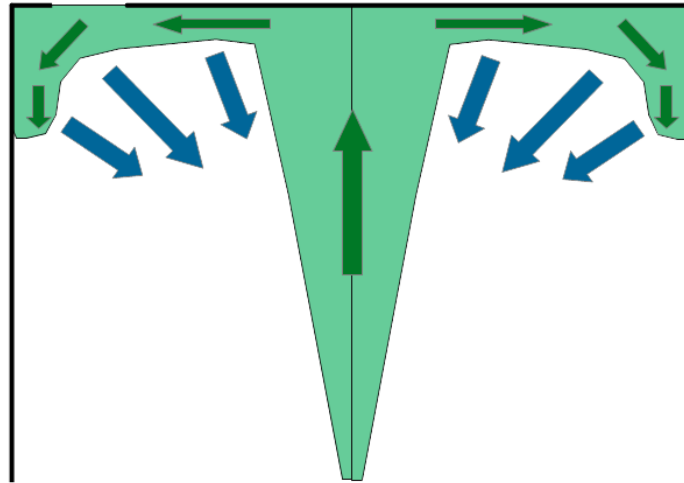


Figure 3-1: Schéma de la première phase de l'overturning (flèches bleues représentent les efforts sur l'interface, les flèches vertes représentent l'écoulement)

L'overturning consiste en l'éclatement du panache lorsqu'il impacte le plafond, de sorte qu'il se propage horizontalement puis redescend brutalement sur la périphérie du local une fois arrivé aux parois. Au fur et à mesure que le remplissage se fait sur la périphérie, les efforts sur l'interface deviennent de plus en plus importants et la poussent à redescendre brutalement pour envahir le centre du local :

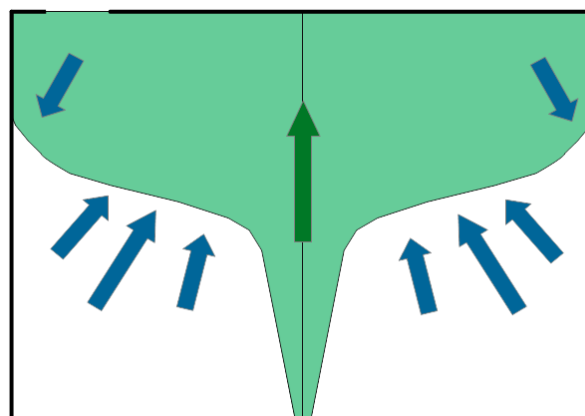


Figure 3-2: Schéma de la seconde phase de l'overturning (flèches bleues représentent les efforts sur l'interface, les flèches vertes représentent l'écoulement)

Lorsque le fluide envahit le centre du local, les efforts qui s'exercent sur l'interface la font tendre vers une forme plane :

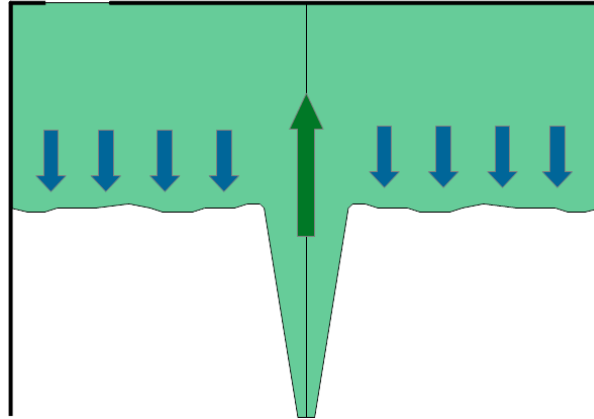


Figure 3-3: Schéma du remplissage après l'overturning

Quand l'interface prend une forme plus ou moins plane, le remplissage continue d'une façon plus ordonnée et elle descend en suivant une évolution régulière lente.

Le schéma de la Figure 3-3 correspond au modèle physique, de sorte que l'une des suppositions de ce dernier est que l'interface est plane. Dans l'exploitation des résultats expérimentaux, il est alors justifié de s'intéresser au cas stationnaire, car le modèle ne tient pas compte des phénomènes fluides initiaux, plus particulièrement de l'overturning.

### 3.2.2. Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est composé d'une cuve circulaire transparente de 118 cm de diamètre et de 70 cm de hauteur. Cette cuve est surélevée à 1 m du sol et sa base est totalement ouverte à l'air libre, tandis que son plafond contient un orifice carré de 20 cm de côté où il est possible d'ajuster des modules pour réduire la taille de la surface de l'orifice. Il est possible de balayer des surfaces de 20 cm<sup>2</sup> à 400 cm<sup>2</sup> pour l'exutoire. A la base de cette cuve se trouve une buse d'injection où il est possible de placer différents diamètres d'injection, de 6 mm à 43 mm. La hauteur de la buse d'injection (par rapport au plafond de la cuve) est également variable de sorte qu'on peut parcourir des valeurs de 60 cm à 70 cm.

Des visualisations sont réalisées par tomographie sur un plan laser. Un laser à Argon est utilisé pour générer une nappe plane qui traverse la cuve. Le fluide d'injection est un mélange de gaz air-hélium pré-mélangé etensemencé pour qu'il devienne sensible au Laser et visible à l'œil nu. L'ensemencement se fait par le biais de fines particules de chlorure d'ammonium. Le flux de gaz mélangé passe dans un premier temps par un ballon d'acide chlorhydrique où le mélange se charge de chlorure d'hydrogène (HCl) puis dans un second ballon contenant de

### Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

l'ammoniac ( $\text{NH}_3$ ) où une réaction acido-basique a lieu pour former les particules de chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$ ) nécessaires à la visibilité de l'écoulement.

L'alimentation en air est assurée par une cuve de  $2 \text{ m}^3$  d'air comprimé équipée d'un détendeur et alimentée par un compresseur. L'alimentation en hélium est quant à elle assurée par un cadre de bouteilles stockant  $110 \text{ m}^3$  d'hélium équipé d'un détendeur. Les débits d'air et d'hélium à l'injection sont contrôlés par deux vannes manuelles et mesurés par deux débitmètres, pouvant chacun faire passer des débits de  $200 \text{ l/min}$  au maximum. Chaque débitmètre est raccordé à un module d'alimentation et contrôlé par affichage numérique, permettant d'afficher les débits volumiques en temps réels, avec une incertitude de  $0.5\%$ .

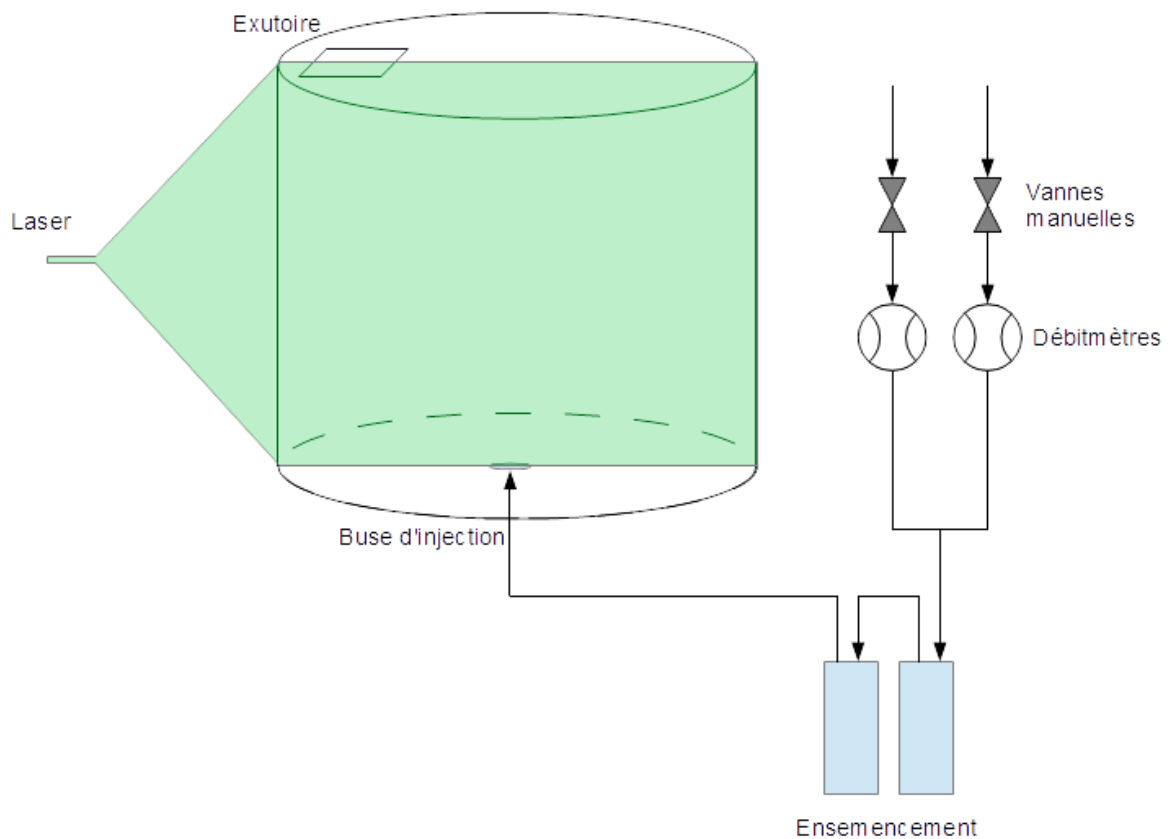


Figure 3-4: Schéma du dispositif expérimental

La prise d'images des expériences est faite avec une caméra de type GoPro Hero 3. Cette caméra est montée perpendiculairement au plan laser pour permettre la prise d'images, puis un algorithme de traitement d'images permet l'extraction de l'information qui nous intéresse, à savoir la hauteur stationnaire.



L'équipement expérimental est présenté dans les figures qui suivent :



Figure 3-5: Buse d'injection et support



Figure 3-6: Débitmètres



Figure 3-8: Ballons d'ensemencement



Figure 3-7: Laser Argon

### 3.2.3. Protocole expérimental

L'ensemble des paramètres d'injection sont contrôlés grâce aux vannes manuelles. Elles permettent de fixer une vitesse d'écoulement et une masse volumique à l'injection. La fraction volumique notée «  $f_{v0}$  » est introduite. Elle est obtenue en combinant les conservations des débits volumique et massique dans le mélangeur :

### Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

$$f_{v0} = \frac{Q_{vHe}}{Q_{v0} + Q_{vHe}} = \frac{\rho_0 - \rho_m}{\rho_0 - \rho_{He}}$$

Par la connaissance des débits volumiques on peut donc remonter à la masse volumique du mélange, ainsi qu'à la vitesse (en négligeant l'apport volumique de l'ensemencement) par conservation du débit volumique entre les débitmètres et l'injection :

$$u_i = \frac{4}{\pi d_i^2} (Q_{v0} + Q_{vHe})$$

On dispose également de trois buses d'injection de diamètre 6 mm, 12 mm et 43 mm respectivement. Les paramètres  $u_i$ ,  $\rho_i$  et  $d_i$  permettent la définition totale des variables de l'écoulement à l'injection pour les deux modèles théoriques, le débit de flottabilité  $B$  et  $\Gamma_i$  pour le premier modèle ( $\Gamma_i$  intervient dans l'expression de  $z_v$  de la source virtuelle décrite dans l'équation (2-38)), et  $\Gamma_i$  pour le second modèle. La surface d'exutoire est prise entre 19 à 400 cm<sup>2</sup> grâce à des modules de forme circulaires ou carrées que l'on place sur la surface prédécoupée dans le plafond qui est de 400 cm<sup>2</sup>.

En vue d'économiser de l'hélium, dans un premier temps on fixe les paramètres d'injection, puis on varie la surface de l'exutoire sans interrompre l'injection. La surface d'exutoire est changée après que le régime stationnaire soit atteint. Dans un second temps, on changera les paramètres d'injection puis on réalise une autre expérience selon le même protocole.

La condition que le panache soit turbulent doit être vérifiée pour que les expériences soient conformes à la problématique. Pour vérifier cette condition et de visualiser le panache, nous l'avons placé dans le plan laser et observé s'il se caractérise par une divergence à l'injection et l'existence de tourbillons sur ses frontières (signes de sa turbulence). Pour valider ces observations sur le panache, le nombre de Reynolds à l'injection a été calculé :

$$Re = \frac{\rho_i u_i d_i}{\mu}$$

La viscosité dynamique du mélange a été évaluée à la valeur moyenne entre celle de l'air ( $1,8 \cdot 10^{-5}$  Pa.s) et celle de l'hélium ( $1,86 \cdot 10^{-5}$  Pa.s), car ces deux grandeurs sont très proches. Les mesures effectuées ont montré que le nombre de Reynolds minimal était de 3550 en prenant comme distance caractéristique le diamètre d'injection. Dans les expérimentations, on a considéré un nombre de  $Re$  supérieur à 4000. Le panache a été décalé du plan laser afin de

faciliter le traitement des images, de sorte que le panache n'altère pas les images obtenues. De cette manière, la détection de l'interface par le code Matlab est plus précise.

### 3.2.4. Post traitement des expériences

Le produit des expérimentations sont des vidéos de la cuve durant le remplissage pour des tailles d'exutoire différentes. Le traitement de ces vidéos a été fait grâce à un code de traitement d'image sous Matlab. L'une des difficultés rencontrées est l'utilisation d'une caméra GoPro est qu'elle comporte une distorsion très forte (distorsion appelée « fisheye »), ce qui peut fausser les mesures. Il est nécessaire de résoudre ce problème de distorsion pour pouvoir exploiter les images dans le code Matlab. Le logiciel de la caméra « GoPro Studio » permet de le faire, il a été utilisé pour enlever la distorsion des images.

L'une des représentations des images sous Matlab est le RGB (red, green, blue), il consiste en trois matrices de mêmes tailles. Chacune de ces matrices correspond au degré de saturation en couleur rouge, verte et bleue respectivement, sous forme d'un entier. Chaque élément de ces matrices est un entier dont la position correspond à un pixel sur l'image, tel que ces entiers sont compris entre 0 et 255, où 0 correspond à une saturation nulle et 255 une saturation maximale. Par exemple, une position sur une image correspond à trois entiers, si la combinaison est 255 0 0 alors le pixel correspondant à cette position sera rouge. Il existe également un type d'images dit de nuances de gris, qui ne comporte qu'une seule matrice d'entiers, où ces entiers représentent des degrés de gris. Ces notions sont nécessaires pour comprendre le fonctionnement de l'algorithme de traitement d'image utilisé pour le post-traitement des vidéos.

L'algorithme Matlab consiste à extraire des images de la vidéo d'une série d'expériences (où on aura ôté préalablement la distorsion), puis à les traiter. Voici un exemple d'image extraite d'une vidéo d'expériences :

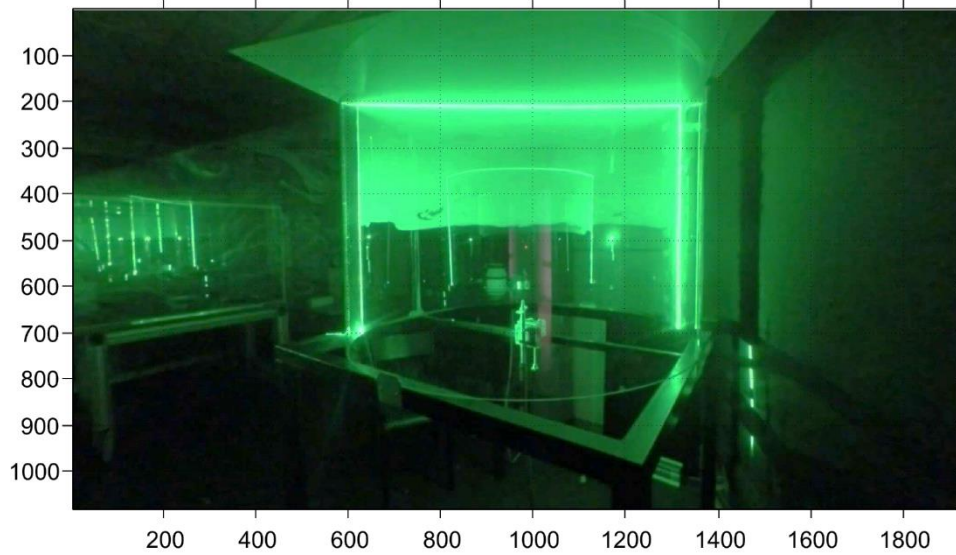


Figure 3-9: Image obtenue par la caméra après enlèvement de la distorsion

Pour traiter cette image par un code, il est préférable de la convertir en nuances de gris. Puis de la découper de sorte à isoler l'intérieur de la cuve.

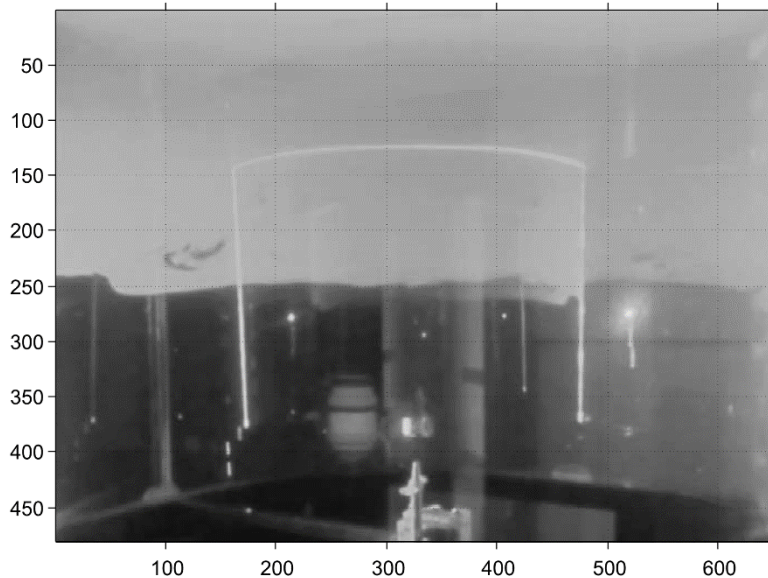


Figure 3-10: Découpe de l'image et conversion en nuances de gris

Beaucoup d'impuretés s'immiscent dans les images obtenues (buse d'injection, objets n'ayant pas de rapport avec l'expérience etc), de plus la cuve étant cylindrique, il y a beaucoup de reflets du laser. Sachant que l'information qui nous intéresse est la hauteur de l'interface, on peut moyenner les images dans le sens de l'horizontale, afin de corriger les impuretés, les reflets ainsi que la non-planéité de l'interface.

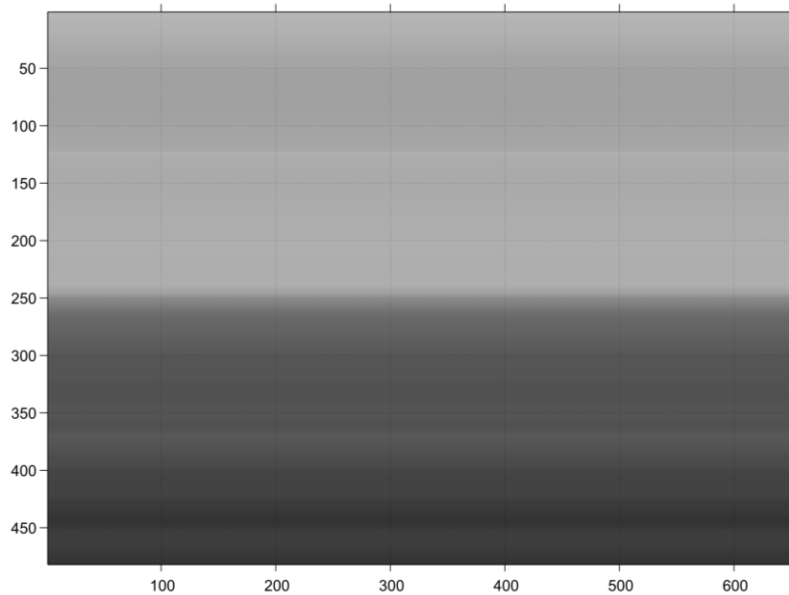


Figure 3-11: Moyenne des pixels sur l'horizontale

Le résultat obtenu est un vecteur d'entiers. Sachant que sur l'image de nuances de gris le dessus et le dessous de l'interface sont très clair et très foncé respectivement, il est justifié de baser la détection de l'interface sur le gradient du vecteur obtenu, c'est-à-dire trouver le pixel où le changement de couleur est le plus brutal. Une fois le dit pixel trouvé, il suffit d'appliquer une règle de trois, en prenant pour référence la hauteur de la cuve on peut obtenir la hauteur stationnaire, par exemple sur la Figure 3-11 le code renvoie le pixel 248 comme étant la zone de l'interface. Le code Matlab utilisé est présenté en **Annexe C**.

### 3.3. Simulations numériques

#### 3.3.1. Objectif

L'information que l'on peut obtenir des expérimentations se résume à la hauteur stationnaire, ce qui est très limité. L'idée est de construire des modèles de simulations, exécutés aux mêmes conditions que les celles des expérimentations, puis tenter de les valider afin d'accéder à des cas inaccessibles par l'expérimentation, par exemple pour des géométries de grandes dimensions ou des injections qui consommeraient des quantités excessives d'hélium.

Les paramètres auxquels on s'intéresse dans ces simulations sont les évolutions au court du temps de la vitesse 'w' et de la masse volumique du fluide quittant la cuve par l'exutoire. De manière à vérifier si la masse volumique à l'exutoire prédite numériquement correspond bien à celle obtenue par le second modèle, notée «  $\rho^*$  » et donc  $\eta$ . Le code de simulation FDS (Fire Dynamics Simulator) est utilisé.

### 3.3.2. Description du code FDS

FDS est un logiciel CFD (Computational Fluid Dynamics) qui a été développé par le NIST pour la finalité de résoudre les problèmes d'ingénierie en matière d'ISI, et par la même occasion créer un outil de simulation puissant pour l'étude de la dynamique des feux. La première version de ce code a été publiée en 2004 et dans cette étude on utilise la version 6 [22, 23, 24, 25].

Le logiciel FDS est consacré uniquement au calcul. Pour permettre la visualisation des résultats que donne FDS, un second logiciel nommé SmokeView (SMV) a été conçu. SMV est un programme de post-traitement qui convertit les résultats calculés par FDS sous forme d'images et d'animations ainsi que des représentations des fumées et des feux.

FDS est dépourvu d'une interface graphique. Pour l'utiliser il faut créer un fichier « .fds » qu'on édite avec un logiciel de traitement de texte type bloc-notes. Ce fichier est appelé fichier « input ». On y définit toutes les informations d'entrée du problème, ainsi que les paramètres de sortie qui nous intéressent. Les paramètres d'entrée sont le ou les domaines de calculs (nécessairement parallélépipédiques) et leurs maillages respectifs, les objets qui s'y trouvent et leurs propriétés, les conditions aux limites de la géométrie (y compris les paramètres d'injection, ou de combustion).

Les domaines de calcul peuvent parfois être volumineux ou nécessiter d'une précision particulière dans certaines régions. Ils peuvent donc contenir plusieurs millions de nœuds de calcul, et vu du nombre de paramètres physiques que peut contenir chaque nœud (température, trois vitesses, pression, masse volumique, composition chimique etc), le code FDS ne sauvegarde aucune donnée durant le calcul car cela pourrait représenter des dizaines de Giga octets de données et ralentir le calcul. Dans le fichier input il faudra donc spécifier judicieusement les informations de sortie que l'on désire enregistrer. Il est possible d'enregistrer des paramètres à des nœuds particuliers ou même sur une surface toute entière du domaine.

Dans les différentes modélisations de la turbulence, on considère que les vitesses fluctuent autour de leur valeur moyenne. La formulation mathématique des modèles de turbulences utilisés dans FDS sont les formulations LES (large eddy simulation) et DNS (direct numerical simulation). Le modèle LES correspond à un calcul concret des valeurs moyennes de la vitesse en se basant sur les équations de Navier-Stokes sur lesquelles on applique un filtre passe-bas, et à une déduction modélisée des fluctuations de vitesses. Tandis que le modèle DNS consiste en un calcul fin des vitesses basé sur la forme classique des équations de Navier-Stokes,

fluctuantes comprises. Il est évident que la technique LES est moins gourmande en terme de temps de calcul que la technique DNS. La technique utilisée par défaut dans le code FDS est la LES. Pour permettre un intermédiaire entre précision, temps de calcul et quantification de la turbulence, le code FDS offre différentes fonctionnalités en LES.

Parmi ces fonctionnalités, il est possible de provoquer la turbulence d'une façon artificielle à l'injection d'un fluide par des sphères d'un rayon donné, où la vitesse fluctue avec une amplitude donnée, mais dans une direction aléatoire sur la surface de la sphère. De cette façon le code permet de générer de la turbulence par une fluctuation aléatoire de vitesse.

Une autre fonctionnalité importante pour économiser du temps de calcul sans perdre en précision est la possibilité d'affiner le maillage selon une direction donnée dans un intervalle voulu et de le grossir dans d'autres intervalles. Cette fonctionnalité est appelée « maillage progressif ». Par exemple, si on a 1 m divisé en 100 mailles selon la direction 'x', sans maillage progressif il y aurait donc 100 mailles de 1 cm selon 'x', mais grâce au maillage progressif on peut faire en sorte qu'il y ait, par exemple, 10 mailles de 20 mm entre  $x=0$  et  $x=0,2$ , puis 20 mailles de 5 mm entre  $x=0,2$  et  $x=0,3$  puis 70 mailles de 10 mm entre  $x=0,3$  et  $x=1$ . Si on reproduit le même procédé dans les trois directions de l'espace on peut cibler une région du domaine de calcul tout en économisant sur le nombre de mailles et donc le temps de calcul.

### 3.3.3. Description des simulations

Dans les modèles théoriques développés dans le Chapitre 2, la forme des surfaces n'a pas d'influence sur les résultats prédits. Il est possible d'exploiter ce résultat en trouvant des équivalents parallélépipédiques à la géométrie de la cuve d'expérimentations sans occasionner d'erreurs sur les paramètres du problème.

Le modèle de simulation est un domaine parallélépipédique avec un orifice supérieur, une buse d'injection carrée et une base totalement ouverte. Les paramètres géométriques de ce modèle ont été calculés pour être aussi proches que possible des paramètres réels de la cuve d'expérimentations, plus particulièrement, la surface de la cuve est approximable à la surface d'une boîte rectangulaire de 1 m x 1,1 m de côté. Cela occasionne 9% de différence mais la seule incidence devrait être sur le temps de remplissage, or cette information n'est pas l'un des objectifs, on peut donc se permettre cette différence d'aire entre le modèle de simulation et la cuve réelle.

### Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

Les hauteurs  $H$  ont été respectées parfaitement dans les simulations. La taille des buses d'injection carrées a été calculée afin de garder le même nombre de Reynolds à l'injection, c'est-à-dire que nous avons utilisé des diamètres hydrauliques inversés. Le paramètre d'injection utilisé dans FDS concernant les proportions entre air et hélium est la fraction massique, notée «  $f_m$  », que l'on obtient par la relation :

$$f_m = \frac{Q_{mHe}}{Q_{m0} + Q_{mHe}} = \frac{\rho_{He}}{\rho_m} f_{vo} = \frac{\rho_{He} \rho_0 - \rho_m}{\rho_m \rho_0 - \rho_{He}}$$

Le temps de simulations a été déterminé par un calcul sous Matlab en régime transitoire, en déterminant pour chaque cas le temps maximal pour que le système atteigne le régime permanent. Afin d'éviter les erreurs dues aux modèles théoriques, ce temps a été augmenté de 10% et arrondi par valeurs supérieures.

Pour mesurer les grandeurs qui nous intéressent dans ces simulations, on utilise une mesure du débit volumique  $Q_{vsim}$  et du débit massique  $Q_{msim}$  moyennés sur la surface de l'exutoire. Tel que :

$$w_{sim} = \frac{Q_{vsim}}{\Sigma}, \quad \rho_{sim} = \frac{Q_{msim}}{Q_{vsim}}$$

Des essais de calculs ont montré que la turbulence du panache n'avait pas lieu avec les paramètres par défaut de FDS. Il a donc fallu la provoquer en imposant une intensité de turbulence de l'ordre de 10%, mais aussi en affinant le maillage au niveau de l'injection grâce à un maillage progressif. Par la même occasion on raffine le maillage à l'exutoire afin d'augmenter le nombre de mailles et que le calcul des données de sortie (débits volumique et massique à travers l'exutoire) soit calculé d'une façon plus précise.



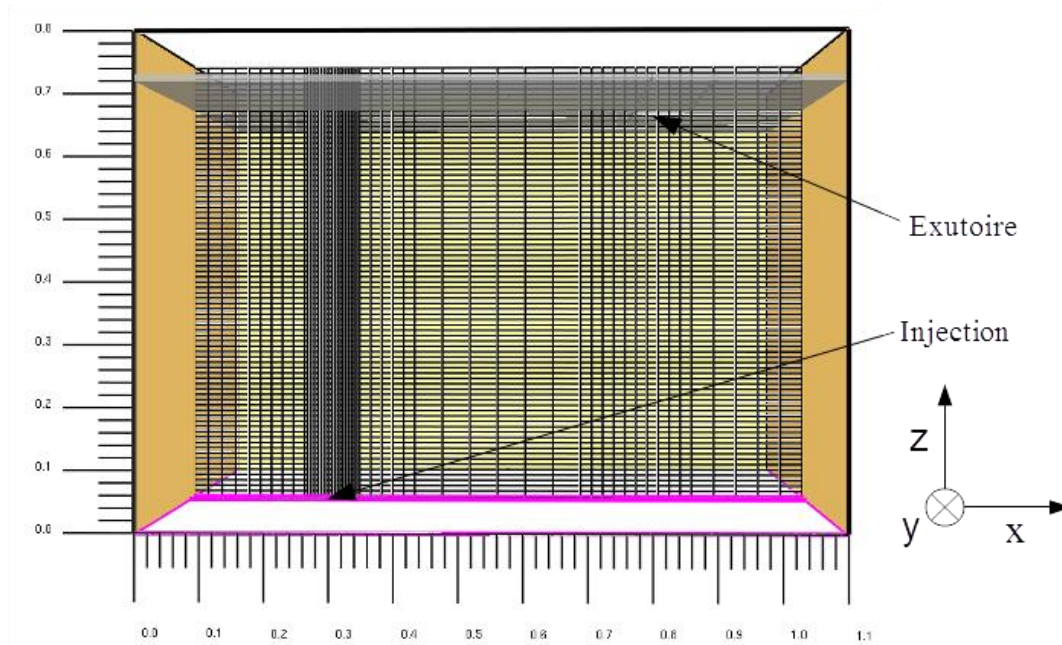


Figure 3-12: Maillage progressif dans la direction x, affiné à l'injection et à l'exutoire

Les données de sortie sont les deux débits moyennés à l'exutoire et les profils de masse volumique dans le plan  $(x, z)$ . Les débits servent à calculer la vitesse «  $w$  » et le déficit de masse volumique «  $\eta$  » et les profils de masse volumique à sont utilisés pour déterminer la hauteur stationnaire  $\zeta_s$ . Le protocole de simulation est le même que celui utilisé dans les expérimentations, à savoir fixer l'injection et faire varier la surface d'exutoire d'une simulation à l'autre. Un code type est présenté en **Annexe D**.

### 3.3.4. Post traitement des simulations

Les résultats des simulations sont des fichiers d'extension « .smv » lisibles sous SmokeView, ainsi qu'un fichier Excel qui contient les valeurs des capteurs de débits volumique et massique moyen à l'exutoire à chaque pas de temps du calcul.

Les valeurs renvoyées par ces capteurs sont très bruitées. Pour y remédier nous avons recours à un code Matlab qui lisse les courbes à l'aide d'une moyenne glissante, Figure 3-13.

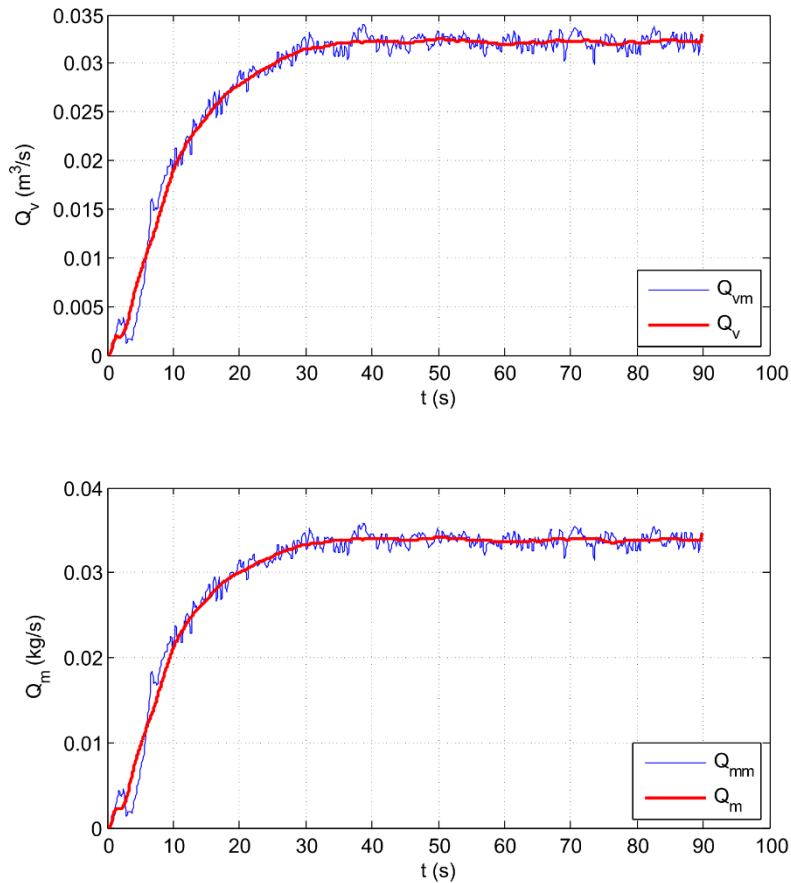


Figure 3-13: Courbes représentatives des résultats de simulations en débits volumique et massique  $Q_v$  et  $Q_m$  respectivement ainsi que la correction moyennée  $Q_{vm}$  et  $Q_{mm}$  respectivement pour un cas test.

Dans la Figure 3-13 on remarque qu'aux premiers instants de simulation les courbes des débits sont assez irrégulières. Cela est dû au phénomène d'overturning expliqué dans la section 3.2.1. Mais on remarque que ce phénomène influe moins sur les débits sortants par l'exutoire que sur la hauteur de fumée. L'overturning empêche totalement la formation d'une interface pendant plusieurs dizaines de secondes, il n'y a perturbation de la courbe que quelques secondes après le début de la simulation. C'est un résultat encourageant pour faire des simulations, ou pour instrumenter d'avantage la cuve dans d'éventuelles expérimentations futures.

En ce qui concerne l'exploitation de la hauteur stationnaire, les fichiers .smv sont converti les fichiers de sorte à être exploitable sous Matlab. Un algorithme a été écrit afin de chercher la zone de l'espace où la masse volumique moyennée sur l'horizontale devient égale à la masse volumique de l'air ambiant, Figure 3-14.

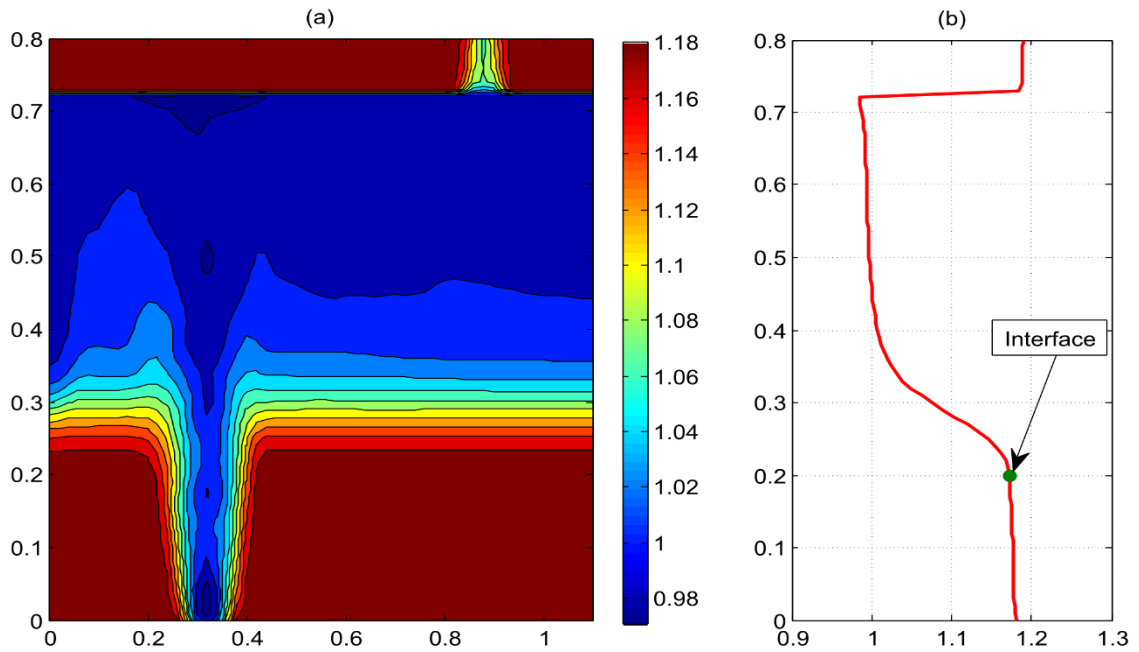


Figure 3-14: (a) Profil de masse volumique d'une simulation test, moyenné sur les 20 dernières secondes de simulations ; (b) Profil de masse volumique moyenné sur l'horizontale de la figure (a). Le point désigné comme étant l'interface est représenté en vert.

Dans cet algorithme Matlab, on fait une moyenne temporelle sur la masse volumique sur une vingtaine de secondes en régime permanent, afin de supprimer les petites fluctuations de l'interface. Puis on fait une moyenne horizontale sur les masses volumiques sur chaque hauteur afin de déterminer le profil de masse volumique moyen en fonction de la hauteur. On obtient un profil avec un point d'inflexion. On détermine l'interface comme étant la partie inférieure de cette zone d'inflexion avec une tolérance sur la masse volumique à 2% de la masse volumique de l'air ( $\rho_0=1.196 \text{ kg/m}^3$ ).

**Remarque :**

*Dans la Figure 3-14 le profil de masse volumique utilisé est un profil qui traverse le panache et l'exutoire. La masse volumique du panache peut occasionner des erreurs dans la moyenne sur l'horizontale. Pour éviter ces erreurs dans l'exploitation on utilisera des contours de masses volumiques qui ne traversent pas le panache, de cette manière sa moyenne est bien plus abrupte dans ces variations et la détermination de l'interface est bien plus précise.*

### 3.4. Récapitulatif des données utilisées dans les tests expérimentaux et numériques

#### 3.4.1. Données expérimentales

Tableau 3-1: Table des données d'injection, de la hauteur et de  $\Gamma_i$  des différentes expérimentations effectuées

Données					
N° de la série	$u_i$ (m/s)	$d_i$ (mm)	$f_v$	H (cm)	$\Gamma_i$
1	9,72	12	50,0%	70	2,23E-03
2	5,76	12	20,0%	70	2,11E-03
3	17,68	6	50,0%	66,5	3,37E-04

Tableau 3-2: Surfaces d'exutoire effectuées pour chaque série d'expérimentations. 'v' signifie que l'expérience a été effectuée, 'x' signifie que l'expérience n'a pas été effectuée

$\Sigma$ (cm <sup>2</sup> )						
N° de la série	19,63	24,96	30,25	49	78,54	84,48
1	v	x	x	v	v	x
2	v	x	x	v	v	x
3	v	x	v	v	v	x
$\Sigma$ (cm <sup>2</sup> )						
N° de la série	127,69	169	176,71	245,55	314,16	400
1	v	x	v	v	x	v
2	v	x	v	v	x	v
3	v	x	v	v	v	v

#### 3.4.2. Données de simulation

Tableau 3-3: Paramètres d'injection, de la hauteur et de  $\Gamma_i$  pour chaque série de simulations

Données					
N° de simulation	$u_i$ (m/s)	a (mm)	$f_m$	H (cm)	$\Gamma_i$
1	16,14	5	12,0%	66,5	3,81E-04
2	9,53	10	12,0%	70	2,18E-03
3	2,34	40	10,5%	71,5	1,30E-01

## Chapitre 3 : Partie expérimentale et simulations

Dans les trois séries de simulations, l'exutoire est de forme carrée dont on a fait varier l'arête de 10 à 20 cm par un pas de 2 cm, ce qui permet de faire varier  $\Sigma$  entre 100 et 400cm<sup>2</sup> d'une façon assez fine.

### 3.5. Conclusion

Cette étude nous donne de nombreux résultats très importants qui nous permettent de cerner le phénomène de remplissage-vidange. Beaucoup de notions de programmation et de mathématiques ont été mises en œuvre afin de maîtriser cette partie de l'étude. Il faut maintenant faire une comparaison entre les différents résultats obtenus dans les différentes parties de l'étude et formuler cette comparaison sous forme de résultats exploitables.

## Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations

### 4.1. Introduction

Les chapitres 2 et 3 offrent des informations sur les différentes approches liées à cette problématique. Les suppositions faites dans les modèles théoriques développés peuvent ne pas être fidèles à la réalité à un certain degré, particulièrement le fait de supposer que la couche stratifiée s'homogénéise instantanément, ou le fait de supposer que l'interface est plane. Pour statuer de la véracité des suppositions et confirmer qu'elles incarnent une bonne description de la physique du phénomène, il est nécessaire de confronter les résultats prédits par ces modèles à des résultats expérimentaux. Les résultats expérimentaux, dans cette étude, concernent exclusivement le cas du panache forcé.

### 4.2. Comparaison expériences-théorie (modèles)

Les résultats de l'expérience de la série N°1, Tableau 3-1: Table, sont d'un intérêt particulier car ils concernent le cas d'un panache forcé où l'approximation de Boussinesq n'est pas vérifiée ( $\Delta\rho/\rho_0=43\%$ ), Figure 4-1. Dans cette série  $\Gamma_i=2,23 \cdot 10^{-3}$ . Les résultats montrent une comparaison entre les hauteurs stationnaires relatives obtenues par le premier modèle, le second modèle et les expériences.

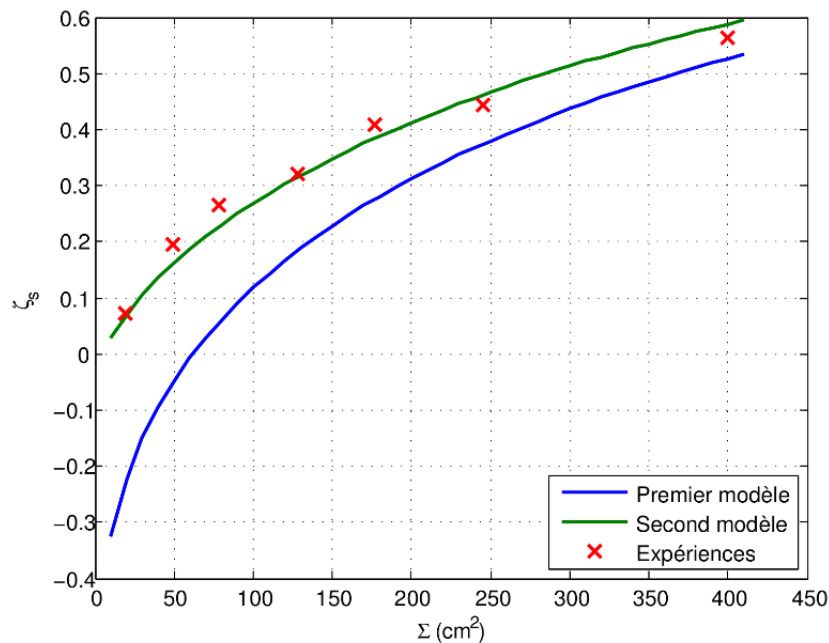


Figure 4-1: Comparaison entre les résultats de  $\zeta_s$  entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°1.

## Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations

Les résultats obtenus en utilisant les données de la série N°2, Tableau 3-1: Table, est effectuée pour confronter les résultats des modèles théoriques développés dans le cas Boussinesq, car la fraction volumique d'hélium considérée n'est que de 20%, ( $\Delta\rho/\rho_0=16\%$ ). Cette valeur est proche de la limite de l'approximation de Boussinesq mais suffisante pour bien la différencier de la série précédente. Dans cette série d'expériences, nous avons gardé le même  $\Gamma_i$  que la série précédente pour éviter de trop perturber les paramètres du système. La figure Figure 4-2 montre un comparatif entre les résultats expérimentaux et théoriques pour ce cas.

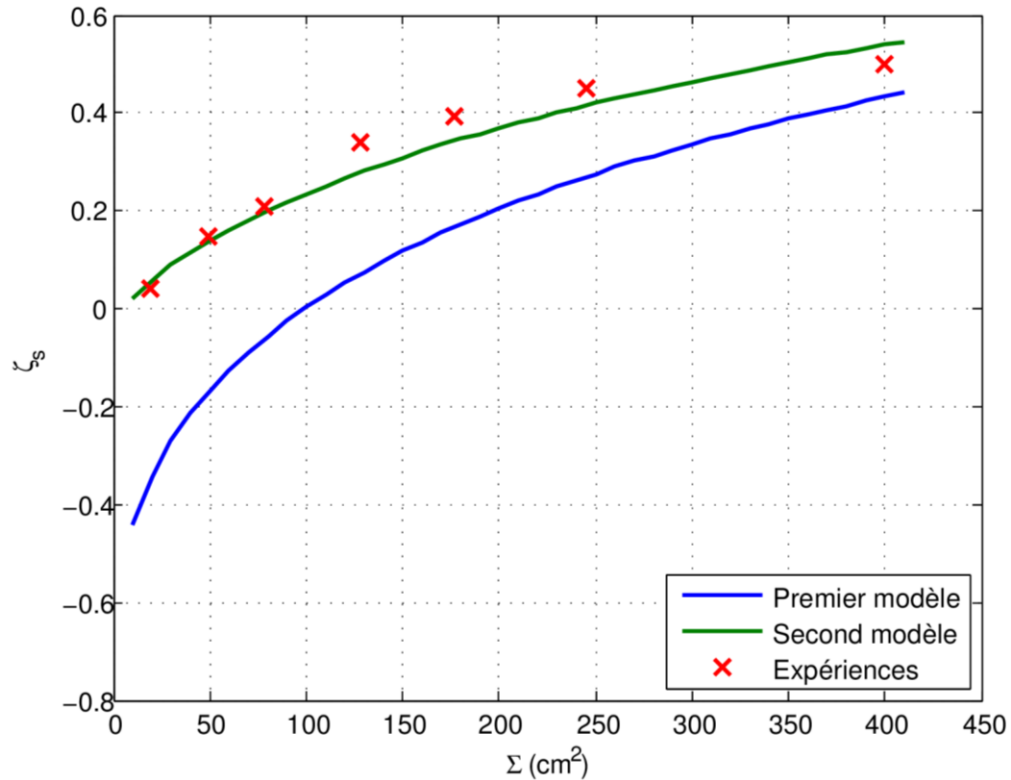


Figure 4-2: Comparaison entre les résultats de  $\zeta_s$  entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°2

Les résultats obtenus en considérant les données de la série N°3, Tableau 3-1, permettent de connaître le comportement du phénomène en utilisant un diamètre d'injection plus petit, en non-Boussinesq et par la même occasion en allant dans des régimes d'injection très forcés ( $\Gamma_i = 3,37 \cdot 10^{-4}$ ).

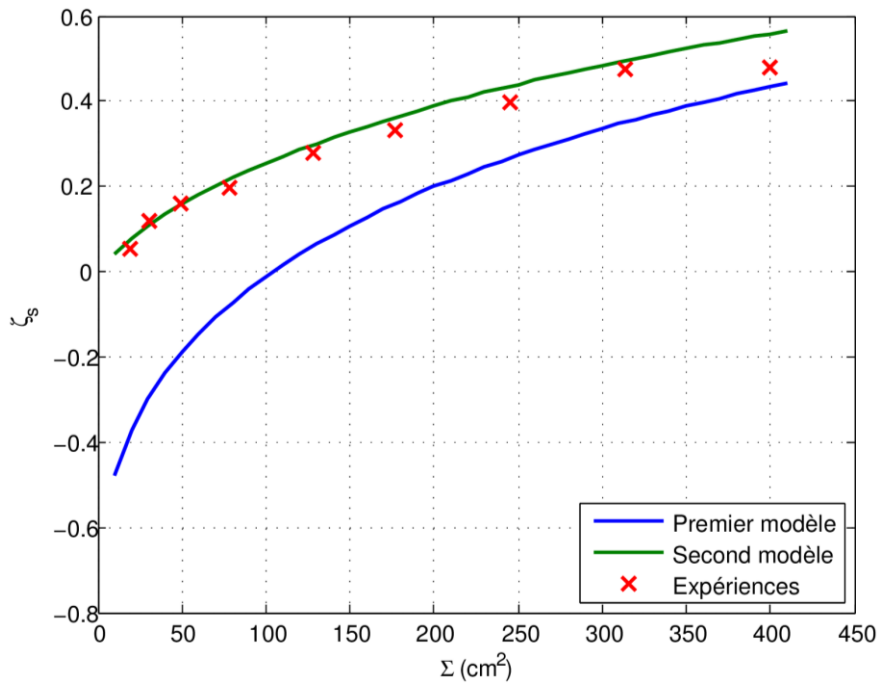


Figure 4-3: Comparaison entre les résultats de  $\zeta_s$  entre les deux modèles théoriques et les expérimentations pour la série N°3

On remarque sur les Figure 4-1, Figure 4-2 et Figure 4-3 que l'allure des hauteurs stationnaires est la même pour les trois séries d'expériences, et que les résultats sont approximativement les mêmes, à savoir que les résultats du second modèle concordent très bien avec les résultats des expériences et que ceux du premier modèle concordent moins bien, particulièrement pour les petites surfaces d'exutoire  $\Sigma$ . Cela est dû au fait que, comme précisé dans la section 2.7.2, que les débits volumiques et massiques sont toujours surestimés par le premier modèle par rapport au second, et que la différence entre ces débits est d'autant plus grande qu'on se rapproche de la source. Il résulte donc que l'interface est toujours plus basse que ce qu'elle ne devrait être, et de la même manière que pour les débits, l'interface est d'autant plus basse qu'on se rapproche de la source. Dans ces expérimentations, les petites valeurs de la surface de l'exutoire  $\Sigma$  traduisent le rapprochement à la source, il est évident qu'avec une petite surface d'exutoire le local se remplit plus en régime stationnaire.

Sur les Figure 4-1, Figure 4-2 et Figure 4-3 on remarque que la hauteur relative stationnaire prédite par le premier modèle devient négative pour certaines valeurs de  $\Sigma$  petites. Ces valeurs sont à écarter car cela revient à dire que le fluide léger sort par le bas de la cuve. Les bilans utilisés pour établir le modèle mathématique dans la section 2.4 ne sont alors plus valables. L'information intéressante à retenir de ce résultat est qu'en champ proche le premier modèle sous-estime largement la hauteur libre, voir au point de rendre le modèle inapplicable.



## Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations

Le résultat important de la comparaison expériences-théorie est que le second modèle de remplissage-vidange décrit parfaitement le phénomène puisqu'il concorde très bien avec les résultats expérimentaux, et ce sur toutes les plages de paramètres considérées. Quant au premier modèle, il ne peut être considéré comme une bonne description du phénomène qu'en champ lointain, cela est dû à sa mauvaise description des paramètres du panache en champ proche, comme montré dans la section 2.7.2. Cette mauvaise description se répercute sur les débits volumique et massique qu'apporte le panache à la couche en les surestimant, puis sur la hauteur stationnaire en la sous-estimant.

Un résultat contre-intuitif est que le modèle « point-source » est d'autant plus inadapté dans sa description des panaches à mesure que le diamètre d'injection réel est petit. Cela s'explique par la nécessité de maintenir un Reynolds assez élevé pour que le panache soit turbulent. Plus le diamètre d'injection est petit, plus la vitesse nécessaire pour compenser le nombre de Reynolds est grande, or une vitesse élevée implique un grand décalage de source virtuelle  $z_v$ . Ce résultat montre une réelle incomplétude des solutions obtenues par similitude. Le seul cas où la description par ces solutions est assez concordante avec l'expérience est celui des panaches purs.

### 4.3. Comparaison simulations-théorie

En premier lieu, il est nécessaire de faire une comparaison entre les résultats des simulations et les résultats expérimentaux dont nous disposons afin de les valider. En second, nous avons exploités ces résultats de simulations pour obtenir des informations complémentaires. Un ensemble de simulations a été fait sur la base de la série de données N°1 d'expériences pour pouvoir comparer les hauteurs stationnaires.

Les résultats utilisant les données de simulations N°2 sont comparés avec les résultats des obtenus expérimentalement en considérant les données de la série N°1 sur la Figure 4-4 :

## Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations

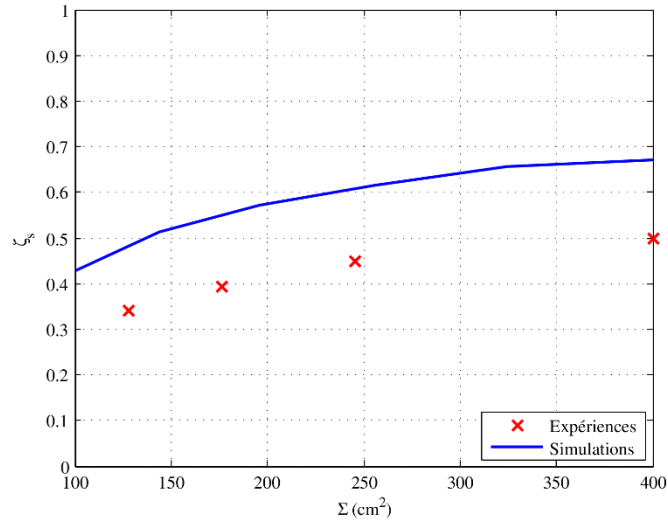


Figure 4-4: Courbes comparatives entre  $\zeta_s$  obtenus par simulation et expérience

La Figure 4-4 montre que les simulations ne donnent des résultats à environs 20% d'écart sur la hauteur stationnaire relative. Pour justifier cet écart, nous avons poursuivi l'analyse des résultats de simulation. Nous nous sommes intéressés à la vitesse 'w' et à la masse volumique passant par l'exutoire. La figure ci-dessous montre une comparaison entre une simulation et un calcul théorique par le second modèle de remplissage-vidange :

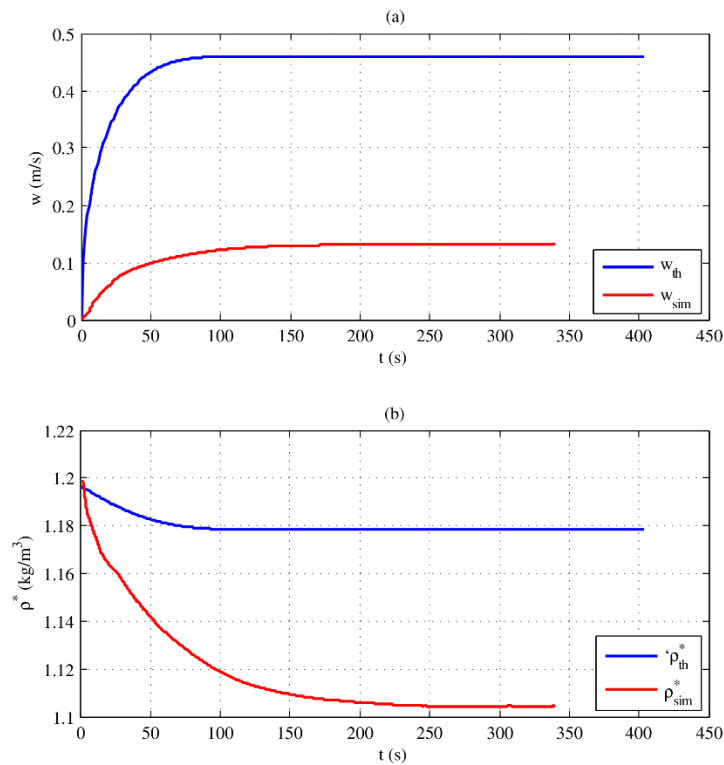


Figure 4-5: Courbes comparatives de la vitesse à l'exutoire 'w' (a) et masse volumique à l'exutoire ' $\rho^*$ ' (b) entre les simulations et le second modèle théorique de remplissage-vidange.

## Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations

Les courbes représentées sur la Figure 4-5 (a) montrent que la vitesse à l'exutoire est sous-évaluée par les simulations. On remarque une petite fluctuation non moyennée aux premiers instants de la simulation. Ceci est une répercussion du phénomène d'overturning. Quand le panache impacte le plafond du local, une petite quantité de fluide léger circule verticalement et s'échappe par l'exutoire. Ce comportement fluide n'est pas pris en compte dans le modèle physique qui considère qu'il y a formation d'une stratification instantanément dès le début du remplissage, et que la masse volumique dans cette couche stratifiée est homogène.

La Figure 4-5 (b) montre que la masse volumique du fluide sortant par l'exutoire au cours du temps dans les simulations est supérieure dans les premiers instants de simulation aux prédictions théoriques, puis cette tendance s'inverse au bout de quelques secondes. L'une des suppositions du modèle physique est qu'il y a formation d'une stratification à tout instant, et que la masse volumique dans la couche stratifiée est homogène. Cette simulation montre bien que cette supposition n'est pas réaliste aux premiers instants du remplissage. Dans un second temps, la masse volumique à l'exutoire de la simulation est plus petite que celle prédite par le modèle, cela peut être dû au fait que la masse volumique dans la couche stratifiée n'est pas homogène. Il est intuitif que le fluide le plus léger soit dans les plus hautes couches de la stratification et sorte par l'exutoire, mais dans ce cas-ci la vitesse à l'exutoire devrait être plus grande que celle prédite par le modèle théorique. Il semble dans ce cas intéressant de comparer les débits volumique et massique traversant l'exutoire, donnés par les simulations et prédits par le second modèle théorique.

La figure suivante montre une comparaison entre les débits massiques et volumiques pour les simulations et le second modèle théorique :

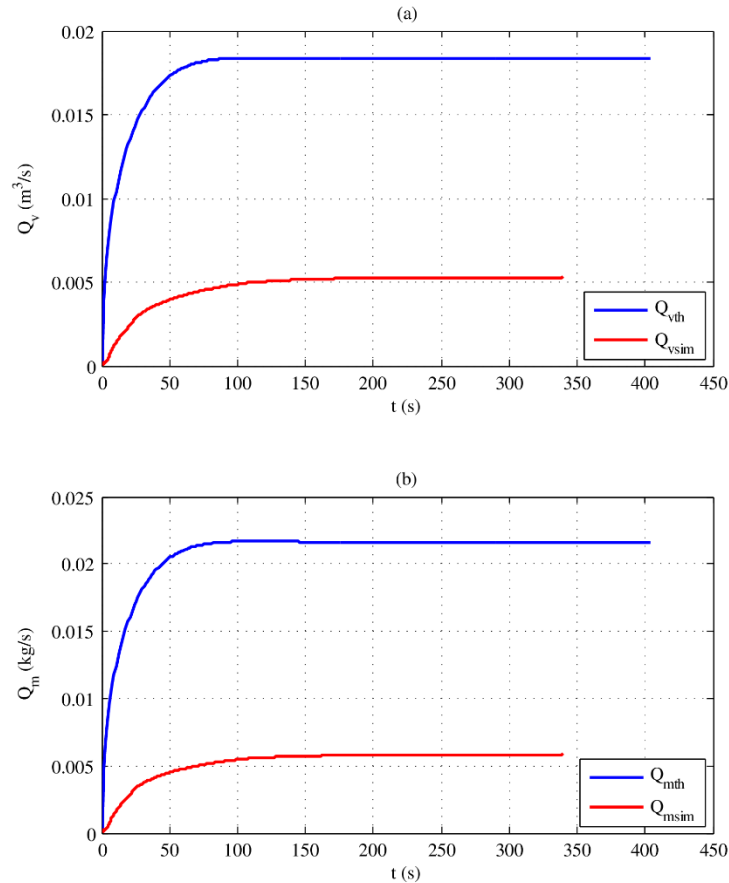


Figure 4-6: Courbes comparatives des débits volumique à l'exutoire ' $Q_v$ ' (a) et débit massique à l'exutoire ' $Q_m$ ' (b) entre les simulations et le second modèle théorique de remplissage-vidange

La Figure 4-6 montre que la quantité de volume qui sort par l'exutoire est très grandement sous-estimée par les simulations. D'après la comparaison entre les expérimentations et les modèles théoriques, il est tangible de se baser sur l'exactitude du second modèle de remplissage-vidange. Les résultats de la Figure 4-6 suggèrent que le code de calcul sous-estime la quantité de volume et de masse apportées par le panache à la couche stratifiée. Il est nécessaire de confronter le code FDS à des cas tests, afin de vérifier s'il simule avec fidélité le comportement des panaches. Plus particulièrement, la question qui semble importante est de savoir si l'hypothèse d'entraînement modifiée (2-4) est valable sous FDS. Un autre élément qui motive ce questionnement est la synthétisation de la turbulence sous FDS, qui est irréaliste. De toute évidence, la façon dont on provoque la turbulence dans ce code n'a pas pour objectif de reproduire d'une façon fidèle le phénomène de turbulence mais uniquement de la provoquer. La finalité de cette fonctionnalité de FDS n'est, à première vue, pas adaptée à la présente étude.

## **Chapitre 4 : Résultats comparaisons et interprétations**

Des confirmations expérimentales sont nécessaires, sur la vitesse à l'exutoire ainsi que la masse volumique, pour apporter des éléments de réponses quant à la validité de la représentation de FDS des panaches, ainsi que la validité des modèles théoriques de remplissage-vidange.

Un autre résultat important des simulations est que la distribution de masses volumiques dans la couche stratifiée est proche de l'homogénéité. Comme sur la Figure 3-14 (a).

### **4.4. Conclusion**

Les comparaisons effectuées entre les différents résultats montrent une très bonne concordance entre ceux obtenus expérimentalement et ceux du second modèle. Ces résultats montrent également que le premier modèle donne des prédictions sur la hauteur stationnaire de moins en moins fidèle à mesure que l'interface est proche de la source du panache. Les comparaisons entre les simulations et les expériences montrent que le code FDS nécessite plus d'investigations pour son adaptation à l'étude de cette problématique.

### Conclusion générale

L'étude effectuée dans ce projet reconsidère la problématique du remplissage-vidange dans le cas non-Boussinesq, en proposant un modèle théorique, développé dans le cas Boussinesq, adapté au cas non-Boussinesq et en proposant un nouveau modèle. Les conclusions pertinentes retenues sont les suivantes :

Deux modèles théoriques ont été développés dans cette étude. Le premier modèle consiste en une modification du modèle de Linden vers le cas de l'injection non-Boussinesq. Ce modèle est basé sur les solutions obtenues par similarité sur les panaches (solutions similaires). Le second modèle consiste en l'utilisation d'une nouvelle approche sur les panaches qui permet de caractériser ces derniers grâce à une fonction unique, dite « fonction panache ». Une étude théorique a été menée sur ces deux modèles et une comparaison approfondie a conduit à des résultats concernant l'évolution au cours du temps des différentes variables du problème, ainsi que des expressions analytiques donnant ces mêmes variables en régime établi.

Des expériences ont été menées afin de permettre une confrontation des prédictions des modèles théoriques développés avec des résultats concrets. Un dispositif expérimental a été conçu et réalisé et des résultats en régime établi ont été recueillis. Des simulations ont également été menées à bien afin d'obtenir plus de résultats. Un domaine de simulation similaire au dispositif expérimental a été créé afin de tenter de valider le code de calcul utilisé, et d'autres domaines ont été construits afin de dépasser les limitations expérimentales en terme de taille de structures et de quantité de fluides engagés.

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux met en évidence de nombreux résultats. Les prédictions du second modèle concordent parfaitement avec les résultats expérimentaux, et ce sur toutes les plages de valeurs des paramètres du problème considérées. Les prédictions du premier modèle concordent moins bien avec les résultats expérimentaux, particulièrement lorsque l'interface se rapproche de la source du panache. Pour expliquer cela nous avons mené une comparaison théorique sur les deux caractérisations des panaches mises en œuvre dans les modèles théoriques, les solutions par similarité et les solutions par la fonction panache.

La comparaison théorique des deux descriptions des panaches a montré que les solutions par similarités incarnaient une représentation des caractéristiques des panaches qui n'est pas fidèle proche de la source. Les quantités de volume et de masse apportés par le panache à la

couche stratifiée sont surestimées par ces solutions, dans le cas des panaches forcés. Les solutions par la fonction panache sont une description fidèle des caractéristiques du panache autant en champ proche qu'en champ lointain. Les résultats de cette comparaison théorique expliquent les conclusions de la comparaison entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux.

Des simulations dont les conditions opératoires sont les mêmes que celles des expériences donnent des résultats qui mettent en évidence une certaine différence avec les résultats expérimentaux. Cela pourrait s'expliquer par une description qui ne se rapproche pas de la réalité des panaches massiques turbulents. Une exploitation des résultats de simulation a été faite afin de montrer la divergence entre les résultats de simulation et les résultats tangibles dont nous disposons. En se basant sur l'exactitude confirmée du second modèle théorique, une comparaison des débits sortant par l'exutoire du local a montré que les simulations sous-estiment grandement ces quantités, et la seule cause tangible est que l'entraînement du panache est sous-évalué sous FDS avec le maillage retenu. Il est donc nécessaire d'accentuer l'étude sur le comportement des panaches massiques turbulents sous FDS, afin de s'assurer que l'entraînement est correctement évalué.

### Perspectives

En se basant sur la véracité du second modèle développé dans cette étude, il est légitime de pousser les investigations théoriques et expérimentales afin de faire ressortir un autre modèle. La construction de ce nouveau modèle se baserait sur des considérations plus proches de la réalité, afin de sortir cette étude de son cadre fondamental et la projeter vers des applications en ingénierie.

Beaucoup de questions se posent et méritent d'être investiguées. En premier lieu, il faudrait adapter le modèle physique afin de prendre en compte une petite ouverture à la base du local. Le panache dans sa montée entraîne de l'air, si l'ouverture par laquelle l'air pénètre est petite, cela causerait une dépression dans la partie inférieure du local, et cela aurait pour effet de rabaisser l'interface. Dans une problématique d'ingénierie, l'amenée d'air peut être des portes ou des fenêtres, et ces considérations sont donc plus proches des problématiques réelles d'ingénierie.

Un autre aspect important est la considération du phénomène d'overturning, traité en §3.2.1, pour permettre d'analyser l'évolution transitoire du fluide injecté, car dans une problématique d'ISI, le temps est compté pour les occupants et il est nécessaire de connaître l'évolution de la hauteur de fumée au cours du temps avec précision.

Le phénomène d'overshoot cité en §2.5.5 est également présent dans le second modèle de remplissage-vidange. Dans le cadre d'une étude d'ISI, l'évolution au cours du temps de la hauteur libre de fumée est une information capitale, car la réglementation en vigueur impose que la hauteur libre de fumée ne passe pas en dessous d'une valeur viable pour les occupants (1.8 m). L'overshoot constitue donc un réel danger qui doit être étudié dans les deux modèles proposés avec grand soin. Une autre contrainte de la réglementation est le flux de chaleur reçu au niveau du sol du local. Les calculs montrent que des overshoot en masse volumique (température) et vitesse existent également, autrement dit, si la température dans la couche subit un overshoot, la quantité de chaleur rayonnée au sol en subira un également, et cela peut être dangereux pour les occupants. En plus d'être une nécessité sécuritaire, l'étude du phénomène d'overshoot est une piste importante dans la confrontation expérimentale des modèles théoriques, par des mesures de vitesse et de masse volumique à l'exutoire du local.



## **Conclusion générale et perspectives**

Les simulations effectuées montrent que le code FDS mérite d'avantage d'attention et de rigueur dans son utilisation à l'étude de cette problématique en LES. Sachant que ce code est largement utilisé dans l'ISI, il faudrait vérifier minutieusement le comportement d'un tel code de calculs face à ce type de problématiques. Il est nécessaire de tester le calcul des panaches sous FDS afin de vérifier que la représentation des différentes caractéristiques (entraînement, vitesse, masse volumique, diamètre etc) sont bien représentées, en testant également une configuration DNS.

Finalement, l'étude ouvre des portes pour des applications à la sécurité incendie, à la ventilation naturelle, et au calcul des fuites de gaz industriels. L'objectif final de ces travaux est de produire un modèle théorique complet, qui permettrait de prédire l'ensemble des informations nécessaires pour la maîtrise du phénomène du remplissage-vidange sans avoir recours à des simulations numériques CFD.

## Références

- [1] D. A. Smeed, P. F. Linden et G. F. Lane-Sereff, «Emptying filling boxes : the fluid mechanics of natural ventilation,» *J. Fluid Mech*, vol. 212, pp. 309-335, 1990.
- [2] W. Schmidt, «Turbulent propagation of a stream of heated air,» *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 21, pp. 265-351, 1941.
- [3] B. Morton, G. Taylor et J. Turner, «Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources,» *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 234, pp. 1-23, 1955.
- [4] B. R. Morton et J. Middleton, «Scale diagrams for forced plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 58, pp. 165-176, 1973.
- [5] M. Delichatsios, «Strong turbulent buoyant plumes, i, similarity,» *Comb. Sc. Tech*, vol. 24, pp. 191-194, 1981.
- [6] W. D. Baines et J. S. Turner, «Turbulent buoyant convection from a source in a confined region,» *J. Fluid Mech*, vol. 37, pp. 51-80, 1968.
- [7] G. Rooney et P. Linden, «Strongly Buoyant Plume Similarity and 'Small-fire' Ventilation,» *Fire Safety Journal*, vol. 29, pp. 235-258, 1998.
- [8] G. R. Hunt et N. B. Kaye, «Time-dependent flows in an emptying filling box,» *J. Fluid Mech*, vol. 520, pp. 135-156, 2004.
- [9] G. Michaux et O. Vauquelin, «Solutions for turbulent buoyant plumes rising from circular sources,» *Physics of fluids*, vol. 20, 2008.
- [10] F. Candelier et O. Vauquelin, «Matched asymptotic solutions for turbulent plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 699, pp. 489-499, 2012.
- [11] E. List, «Turbulent jets and plumes,» *Ann. Rev. Fluid Mech*, vol. 14, pp. 189-212, 1982.
- [12] H. Fischer, E. List, R. Koh, J. Imberger et N. Brooks, *Mixing in inland and coastal waters*, Academic Press, Inc (London), 1979.
- [13] Papanicolaou et List, «Investigations of round vertical turbulent buoyant jet,» *J. Fluid Mech*, vol. 195, pp. 341-391, 1988.
- [14] M. Worster et H. Huppert, «Time-dependent density profiles in a filling box,» *J. Fluid Mech*, vol. 132, pp. 457-466, 1983.
- [15] G. Rooney et P. Linden, «Similarity considerations for non-boussinesq plumes in an unstratified environment,» *J. Fluid Mech*, vol. 318, pp. 237-250, 1996.

- [16] F. Ricou et D. Spalding, «Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets,» *J. Fluid Mech*, vol. 11, pp. 21-32, 1961.
- [17] P. Thomas, P. Hinkley, C. Theobald et D. Simms, Investigations into the flow of hot gases in roof venting, London : H.M.S.O, 1963.
- [18] G. Hunt et N. Kaye, «Virtual origin correction for lazy turbulent plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 435, pp. 377-396, 2001.
- [19] Carlotti et Hunt, «Analytical solutions for turbulent non-boussinesq plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 538, pp. 343-359, 2005.
- [20] J. Turner, «Turbulent entrainment : the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows,» *J. Fluid Mech*, vol. 173, pp. 431-471, 1986.
- [21] N. B. Kaye et G. R. Hunt, «Overturning in a filling box,» *J. Fluid Mech*, vol. 576, pp. 297-323, 2006.
- [22] K. McGrattan, S. Hostikka, R. McDermott, J. Floyd, C. Weinschenk et K. Overholt, Fire Dynamics Simulator (Version 6) : User's Guide, NIST Special Publication, 2014.
- [23] K. McGrattan, S. Hostikka, R. McDermott, J. Floyd, C. Weinschenk et K. Overholt, Fire Dynamics Simulator Technical Reference Guide, NIST Special Publication, 2014.
- [24] G. Forney, Smokeview, A Tool for Visualizing Fire Dynamics Simulation Data Volume I: User's Guide, NIST Special Publication, 2014.
- [25] G. Forney, Smokeview, A Tool for Visualizing Fire Dynamics Simulation Data Volume II: Technical Reference Guide, NIST Special Publication, 2014.
- [26] G. Michaux et O. Vauquelin, «Solutions analytiques du panache massique,» 2009.
- [27] B. R. Morton, «Forced plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 5, pp. 151-163, 1959.
- [28] T. Fannelop et D. Webber, «On buoyant plumes rising from area sources in a calm environment,» *J. Fluid Mech*, vol. 497, pp. 319-334, 2003.
- [29] G. Hunt et N. Kaye, «Lazy plumes,» *J. Fluid Mech*, vol. 533, pp. 329-338, 2005.

## Annexe A

L'adimensionnement effectué pour l'élaboration du premier modèle de remplissage-vidange est présenté dans cette annexe.

On remplace les équations de débits volumique et massique apporté par le panache à la couche stratifiée des solutions similaires (2-14) et (2-15) dans le modèle mathématique formé des équations (2-5), (2-6) et (2-7) :

$$\frac{dhS}{dt} = \frac{\pi}{4} ab^2 \left( \frac{c}{g} B + B^{1/3} (H-h)^{5/3} \right) - w \cdot \Sigma$$

$$\frac{d\rho^* hS}{dt} = \frac{\pi}{4} ab^2 \rho_0 B^{1/3} z^{5/3} - \rho^* w \cdot \Sigma$$

$$w^2 = 2C_d^2 \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} g h + \left( \frac{dh}{dt} \right)^2$$

Nous travaillons sur la première équation. En premier lieu, nous divisons par  $\pi ab^2 H^{5/3} B^{1/3}/4$  et sortons la section S de la dérivée car elle est constante :

$$\frac{4S}{\pi ab^2 B^{1/3} H^{5/3}} \frac{dh}{dt} = \left( \frac{c}{g} \frac{B^{2/3}}{H^{5/3}} + \left( \frac{H-h}{H} \right)^{5/3} \right) - \frac{w \Sigma}{B^{1/3} H^{5/3}}$$

On pose :

$$Fr = \frac{c}{g} \frac{B^{2/3}}{H^{5/3}}, \quad \zeta = \frac{H-h}{H}$$

Sachant que  $h=H(1-\zeta)$  :

$$\frac{4S}{\pi ab^2 B^{1/3} H^{2/3}} \frac{d\zeta}{dt} = (Fr + \zeta^{5/3}) - \frac{w \Sigma}{B^{1/3} H^{5/3}}$$

On pose :

$$\tau = \frac{\pi ab^2 B^{1/3} H^{2/3}}{4S} t, \quad \delta = \frac{1}{\sqrt{2cC_d^2}}, \quad \omega = \frac{H^{1/3}}{B^{1/3}} w, \quad \Lambda = \frac{1}{6\pi^2} \left( \frac{5}{3\alpha} \right)^4 \left( \frac{C_d \Sigma}{H^2} \right)^2$$

Pour trouver finalement l'équation (2-16) :

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \omega \delta \Lambda^{1/2} - (Fr + \zeta^{5/3})$$

L'établissement de la seconde équation se fait comme suit. On cherche tout d'abord à obtenir une expression donnant  $\rho^*$  en fonction du temps. Pour ce faire on soustrait l'équation de conservations des débits volumiques multipliée par  $\rho^*$  de l'équation de conservations des débits massiques :

$$(2-16) - \rho^*(2-15)$$

Ce qui donne en distribuant la dérivée de la masse dans la couche stratifiée :

$$\frac{d\rho^*}{dt} = Q_m - \rho^* Q_v$$

On remplace les expressions de  $Q_v$  et  $Q_m$  dans cette équation :

$$hS \frac{d\rho^*}{dt} = \frac{\pi}{4} ab^2 \rho_0 B^{1/3} (H-h)^{5/3} - \rho^* \frac{\pi}{4} ab^2 \left( \frac{c}{g} B + B^{1/3} (H-h)^{5/3} \right)$$

Un réarrangement des termes et une division par  $\pi ab^2 H^{5/3} B^{1/3} / 4$  donne :

$$\frac{4S}{\pi ab^2 B^{1/3} H^{5/3}} h \frac{d\rho^*}{dt} = \rho_0 \left( \frac{H-h}{H} \right)^{5/3} - \rho^* \left( \frac{c}{g} \frac{B^{2/3}}{H^{5/3}} + \left( \frac{H-h}{H} \right)^{5/3} \right)$$

Le groupe adimensionnel du nombre de Froude apparait de nouveau, on applique également le changement de variable sur  $\zeta$  appliqué précédemment :

$$\frac{4S}{\pi ab^2 B^{1/3} H^{2/3}} (1-\zeta) \frac{d\rho^*}{dt} = (\rho_0 - \rho^*) \zeta^{5/3} - \rho^* Fr$$

On utilise le même changement de variables sur le temps que sur l'équation (2-16), et on divise toute l'équation par  $\rho^*$ :

$$(1-\zeta) \frac{1}{\rho^*} \frac{d\rho^*}{dt} = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} \zeta^{5/3} - Fr$$

On pose alors :

$$\eta = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}$$

On déduit de ce dernier changement de variables que :

$$\rho^* = \frac{\rho_0}{1+\eta}, \quad \frac{1}{\rho^*} d\rho^* = -\frac{1}{1+\eta} d\eta$$

On obtient finalement l'équation (2-17) :

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (Fr - \eta \zeta^{5/3}) \frac{1+\eta}{1-\zeta}$$

L'équation (2-18) est une conséquence directe des changements de variables appliqués aux équations (2-16) et (2-17), tel que :

$$w^2 = 2C_d^2 \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} g h$$

On applique le changement de variables :

$$\omega = \frac{H^{1/3}}{B^{1/3}} w$$

Pour obtenir :

$$\omega^2 = \frac{2gC_d^2 H^{5/3}}{B^{1/3}} \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} h$$

En multipliant et en divisant par 'c' les groupements adimensionnels  $\beta Fr \eta$  et  $\zeta$  apparaissent, pour finalement obtenir l'équation (2-18) :

$$\omega^2 = \frac{1}{\delta^2 Fr} \eta(1 - \zeta)$$

## Annexe B

L'établissement du second modèle de remplissage-vidange passe en premier lieu par la détermination de l'expression des paramètres du panache modifiés  $\beta_p$ ,  $\eta_p$  et  $u$  en fonction de  $\Gamma$  uniquement. Pour ce faire, on introduit ces paramètres modifiés dans les équations de Morton (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) pour obtenir :

$$\frac{d}{dz}(u\beta_p^2) = 2\alpha u\beta_p \quad (\text{B-1})$$

$$\frac{d}{dz}(u^2\beta_p^2) = g\eta\beta_p^2 \quad (\text{B-2})$$

$$\frac{d}{dz}(\eta u\beta_p^2) = 0 \quad (\text{B-3})$$

Un calcul sur les équations (B-1), (B-2) et (B-3) permet de déterminer des expressions des dérivées des paramètres modifiés en fonction de  $\Gamma$ . On distribue la dérivée sur  $u$  dans (B-2):

$$u \frac{d}{dz}(u\beta_p^2) + u\beta_p^2 \frac{du}{dz} = g\eta\beta_p^2$$

On identifie le membre de gauche de l'équation (B-1) et on le remplace dans cette dernière expression :

$$\frac{du}{dz} = \frac{g\eta\beta_p^2 - 2\alpha u\beta_p}{u\beta_p^2}$$

La fonction panache peut être introduite :

$$\frac{du}{dz} = \frac{8\alpha\omega}{5\beta} \Gamma - 2\alpha \frac{\omega}{\beta}$$

Un réarrangement donne l'équation (2-22) :

$$\frac{du}{dz} = -\frac{8\alpha}{5} \frac{u}{\beta_p} \left( \frac{5}{4} - \Gamma \right)$$

La détermination de l'équation (2-23) suit les mêmes étapes que (2-22). On distribue la dérivée sur  $\eta_p$  dans (B-3) :

$$\eta_p \frac{d}{dz}(u\beta_p^2) + u\beta_p^2 \frac{d\eta_p}{dz} = 0$$

Le terme de gauche de l'équation (B-1) apparait et on le remplace par son expression :

$$2\alpha\beta_p\eta_p u + u\beta_p^2 \frac{d\eta_p}{dz} = 0$$

On introduit la fonction  $\Gamma$  grâce à sa définition et on réarrange l'écriture pour obtenir directement l'équation (2-23) :

$$\frac{d\eta_p}{dz} = -\frac{16\alpha^2}{5g} \left(\frac{u}{\beta_p}\right)^2 \Gamma$$

L'établissement de l'équation (2-21) nécessite de distribuer l'une des équations (B-1) à (B-3) et d'y remplacer les équations (2-22) et (2-23). Par soucis de simplicité, nous dérivons l'équation (B-1) :

$$\beta_p^2 \frac{du}{dz} + 2\beta_p u \frac{d\beta_p}{dz} = 2\alpha u \beta_p$$

En divisant cette équation par  $u \beta_p$  on trouve :

$$\frac{\beta_p}{u} \frac{du}{dz} + 2 \frac{d\beta_p}{dz} = 2\alpha$$

On remplace l'équation (2-22) dans cette dernière expression afin d'introduire la fonction  $\Gamma$  et on obtient après réarrangement l'équation (2-21) :

$$\frac{d\beta_p}{dz} = \frac{4\alpha}{5} \left(\frac{5}{2} - \Gamma\right)$$

Le calcul des débits volumique et massique apporté par le panache à la couche stratifiée grâce aux solutions par la fonction panache se construit comme suit.

En premier lieu on cherche à exprimer ces débits en fonction des paramètres  $\beta_p$  et  $\eta_p$ .

$$Q_v = \frac{\pi}{4} d^2 u = \pi(1 + \eta_p) \beta_p^2 u$$

$$Q_m = \frac{\pi}{4} \rho d^2 u = \pi \rho_0 \beta_p^2 u$$

On remplace  $\beta_p$ ,  $\eta_p$  et  $u$  grâce à leurs expressions par la fonction  $\Gamma$  données par les équations (2-25), (2-26) et (2-27). Nous commençons par le débit volumique :

$$Q_v = \pi \left(1 + \eta_{pi} \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1-\Gamma}{1-\Gamma_i}\right)^{1/2}\right) \beta_{pi}^2 \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i}\right) \left(\frac{1-\Gamma_i}{1-\Gamma}\right)^{3/5} u_i \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1-\Gamma}{1-\Gamma_i}\right)^{1/10}$$

$$Q_v = \pi \beta_{pi}^2 u_i \left(1 + \eta_{pi} \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1-\Gamma}{1-\Gamma_i}\right)^{1/2}\right) \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i}\right)^{1/2} \left(\frac{1-\Gamma_i}{1-\Gamma}\right)^{1/2}$$



En distribuant on obtient l'équation (2-28) sur le débit volumique apporté par le panache donné par la fonction  $\Gamma$  :

$$Q_v = \pi \beta_{pi}^2 u_i \left( \eta_{pi} + \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{1/2} \left( \frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma} \right)^{1/2} \right)$$

On suit la même procédure pour le débit massique :

$$Q_m = \pi \rho_0 \beta_{pi}^2 \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right) \left( \frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma} \right)^{3/5} u_i \left( \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \right)^{1/2} \left( \frac{1 - \Gamma}{1 - \Gamma_i} \right)^{1/10}$$

Par simplification on trouve finalement l'équation (2-29) sur le débit massique apporté par le panache donné par la fonction  $\Gamma$  :

$$Q_m = \pi \rho_0 \beta_{pi}^2 u_i \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{1/2} \left( \frac{1 - \Gamma_i}{1 - \Gamma} \right)^{1/2}$$

On voit sur les équations (2-28) et (2-29) qu'un changement de variables est possible sur  $\Gamma$ . Afin de compacter l'écriture des équations qui suivent dans le second modèle de remplissage-vidange, nous introduisons la fonction  $X$  :

$$X^2 = \frac{\Gamma}{|1 - \Gamma|}$$

Pour incorporer totalement cette fonction  $X$  dans le second modèle, il est nécessaire de connaître l'équation à laquelle elle obéit en fonction de la hauteur. Tout comme la fonction  $\Gamma$ ,  $X$  obéit à une équation différentielle. La détermination de cette équation sur  $X$  d'une façon claire nécessite un calcul au cas par cas, c'est-à-dire pour les panaches forcés et les panaches paresseux.

Nous nous intéressons tout d'abord au cas forcé. Nous déterminons l'expression des grandeurs :  $\Gamma$ ,  $d\Gamma$  et  $1-\Gamma$  en fonction de  $X$  afin de les introduire dans l'équation différentielle sur  $\Gamma$  (2-24) :

$$\Gamma = \frac{X^2}{X^2 + 1}$$

$$1 - \Gamma = \frac{1}{X^2 + 1}$$

$$d\Gamma = \frac{2X}{(1 + X^2)^2} dX$$

On injecte ces trois équations dans l'équation gouvernante de  $\Gamma$  (2-24) :

$$\frac{2X}{(1+X^2)^2} \frac{dX}{dz} = \frac{1}{\kappa} \left( \frac{X^2}{(1+X^2)^2} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{1+X^2} \right)^{13/10}$$

Par simplification on trouve l'équation gouvernante de X (2-30) pour le cas forcé :

$$\frac{dX}{dz} = \frac{1}{2\kappa} (X^2 + 1)^{1/5}$$

Nous nous intéressons à présent au cas du panache paresseux. De la même façon que pour le cas forcé, nous déterminons :  $\Gamma$ ,  $d\Gamma$  et  $\Gamma-1$  en fonction de X afin de les introduire dans l'équation différentielle sur  $\Gamma$  (2-24) :

$$\Gamma = \frac{X^2}{X^2 - 1}$$

$$\Gamma - 1 = \frac{1}{X^2 - 1}$$

$$d\Gamma = \frac{-2X}{(X^2 - 1)^2} dX$$

En injectant ces trois équations dans (2-24) on trouve :

$$-\frac{2X}{(1+X^2)^2} \frac{dX}{dz} = -\frac{1}{\kappa} \left( \frac{X^2}{(X^2 - 1)^2} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{X^2 - 1} \right)^{13/10}$$

Une simplification donne l'équation gouvernante de X pour le cas des panaches paresseux :

$$\frac{dX}{dz} = \frac{1}{2\kappa} (X^2 - 1)^{1/5}$$

Sous une forme condensée, l'équation gouvernante de X est :

$$\frac{dX}{dz} = \frac{1}{2\kappa} (X^2 \pm 1)^{1/5}$$

Le signe est + si le panache est forcé, et - s'il est paresseux et le  $\kappa$  est le même que celui défini pour l'équation (2-24).

On montre ici la procédure d'adimensionnement des équations du second modèle de remplissage-vidange :

On remplace les équations des débits volumique et massique apportés par le panache à la couche stratifiée (2-31) et (2-32) dans les équations du modèle mathématique (2-5),(2-6) et (2-7) :

$$\frac{dhS}{dt} = \pi\beta_i^2 u_i \left[ \eta_{pi} + \frac{X}{X_i} \right] - w \cdot \Sigma$$

$$\frac{d\rho^* hS}{dt} = \pi\beta_i^2 u_i \rho_0 \frac{X}{X_i} - \rho^* w \cdot \Sigma$$

$$w^2 = 2C_d^2 \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} g h + \left( \frac{dh}{dt} \right)^2$$

$$\frac{dX}{d\zeta} = \frac{1}{\sigma_i} (X^2 \pm 1)^{1/5}$$

On travaille sur la première équation. On multiplie par  $X_i/\pi\beta_i^2 u_i$  :

$$\frac{SX_i}{\pi\beta_i^2 u_i} \frac{dh}{dt} = [\eta_{pi} X_i + X] - \frac{w \cdot \Sigma X_i}{\pi\beta_i^2 u_i}$$

On pose les changements de variables :

$$\lambda = \frac{\Sigma}{\pi\beta_i^2}, \quad \omega = \frac{wX_i}{u_i}, \quad \zeta = \frac{H-h}{H}$$

On trouve :

$$\frac{SHX_i}{\pi\beta_i^2 u_i} \frac{d\zeta}{dt} = \omega\lambda - [\eta_{pi} X_i + X]$$

Puis on applique le changement de variable temporel :

$$\tau = \frac{\pi\beta_i^2 u_i}{X_i H S} t$$

Pour trouver finalement la première équation du second modèle de remplissage-vidange :

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \omega\lambda - (\eta_{pi} X_i + X)$$

L'établissement de la seconde équation de ce modèle se fait en utilisant l'équation démontrée dans **Annexe A** :

$$hS \frac{d\rho^*}{dt} = Q_m - \rho^* Q_v$$

On remplace les débits volumique et massique par leurs expressions en fonction de X (2-31) et (2-32):

$$hS \frac{d\rho^*}{dt} = \pi\beta_{pi}^2 u_i \rho_0 \frac{X}{X_i} - \rho^* \pi\beta_{pi}^2 u_i \left( \eta_{pi} + \frac{X}{X_i} \right)$$

On multiplie cette équation par  $X_i/\pi\beta_i^2 u_i$  :

$$\frac{SX_i}{\pi\beta_i^2 u_i} h \frac{d\rho^*}{dt} = \rho_0 X - \rho^* (\eta_{pi} X_i + X)$$

On pose le changement de variables suivant :

$$\zeta = \frac{H - h}{H}$$

$$\frac{SHX_i}{\pi\beta_i^2 u_i} (1 - \zeta) \frac{d\rho^*}{dt} = (\rho_0 - \rho^*) X - \rho^* \eta_{pi} X_i$$

Puis on fait un changement de variables temporel et on divise l'équation par  $\rho^*$  pour obtenir :

$$(1 - \zeta) \frac{1}{\rho^*} \frac{d\rho^*}{d\tau} = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} X - \eta_{pi} X_i$$

Le changement de variables du déficit de masse volumique relative apparait :

$$\eta = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*}$$

On déduit de ce dernier changement de variables que :

$$\rho^* = \frac{\rho_0}{1 + \eta}, \quad \frac{1}{\rho^*} d\rho^* = -\frac{1}{1 + \eta} d\eta$$

Et pour finir, la seconde équation du second modèle de remplissage-vidange :

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{1 + \eta}{1 - \zeta} (\eta_{pi} X_i - \eta X)$$

L'établissement de la dernière équation est une conséquence des changements de variables qui sont fait sur les précédentes équations du système :

$$w^2 = 2C_d^2 \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} g h$$

On applique le changement de variables :

$$\omega = \frac{wX_i}{u_i}$$

Pour obtenir :

$$\omega^2 = \frac{2gC_d^2 X_i^2}{u_i^2} \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho^*} h$$

En appliquant les changements de variables sur  $\zeta$  et  $\eta$ , le groupement relatif au nombre de Froude prend forme :

$$Fr = \frac{u_i^2}{gC_d^2 H X_i^2}$$

Et la troisième équation du second modèle de remplissage-vidange devient finalement :

$$\omega^2 = \frac{2}{Fr} \eta(1 - \zeta)$$

L'homogénéisation du système d'équations nécessite un changement de variables dans l'équation gouvernante de X. Il est nécessaire de faire disparaître totalement la fonction  $\Gamma$  et d'injecter les différents paramètres du système, en l'occurrence  $X_i$  et  $\zeta$ . En divisant l'équation par H on obtient :

$$\frac{dX}{d\zeta} = \frac{1}{\sigma_i} (X^2 \pm 1)^{1/5}$$

Et on modifie le paramètre  $\kappa$  afin qu'il devienne une fonction de  $X_i$  et non de  $\Gamma_i$ , pour finalement obtenir le paramètre  $\sigma_i$  qui apparait dans l'équation (2-36) :

$$\sigma_i = \frac{\beta_{pi}}{2H\alpha} \frac{(X_i^2 \pm 1)^{1/5}}{X_i}$$

## Annexe C

Code Matlab du traitement d'une image expérimentale, (Matlab version R2014a) :

```
clear all

%lire une image
img0=imread('C:\image.png');

%afficher l'image
subplot(3,1,1)
imshow(img0)
grid on
axis on
title('image d"origine')

%découpage de l'image et conversion en nuances de gris
%les arguments numériques sont à ajuster pour chaque série d'expériences
img1=rgb2gray(imcrop(img0,[215 135 660-215 440-135]));

%affiche l'image découpée en nuances de gris
subplot(3,1,2)
imshow(img1)
title('découpe de l"image et conversion en nuances de gris')
grid on
axis on

%moyenne sur l'horizontal
A=size(img1);
img2=zeros(A(1),A(2));
M=zeros(1,A(1));
for i=1:A(1)
    M(i)=mean(img1(i,:));
```

```
end
img2=uint8(img2);

%affichage de l'image moyennée
subplot(3,1,3)
imshow(img2)
grid on
axis on
title('image moyennée')

%détection du pixel de l'interface
[B,C]=max(abs(gradient(M)));

%C est la position du pixel dans l'image img2
```

## Annexe D

Code des simulations N°3 avec exutoire de 100 cm<sup>2</sup>, version FDS 6:

```
&HEAD CHID='PFE_FORCED', TITLE='Cas_3_1' /
```

```
/*----- Domaine de calcule et maillage -----*/
```

```
&MESH IJK= 55, 50, 80, XB= 0.00, 1.1, 0.00, 1, 0.00, 0.80 /
```

```
/*----- Maillage progressif -----*/
```

```
&TRNX CC=0.2, PC=0.2 /
```

```
&TRNX CC=0.4, PC=0.3 /
```

```
&TRNY CC=0.3, PC=0.4 /
```

```
&TRNY CC=0.7, PC=0.6 /
```

```
/*----- Temps de calcule et configurations diverses -----*/
```

```
&TIME T_END=250 /
```

```
&MISC ISOTHERMAL=.TRUE. /
```

```
/*----- Injection -----*/
```

```
&SPEC ID='HELIUM' /
```

```
&SURF ID='HELIUM', VEL=-2.34, MASS_FRACTION(1)=0.105/
```

```
&VENT XB= 0.24, 0.28, 0.45, 0.49, 0, 0, SURF_ID='HELIUM', N_EDDY=100,  
L_EDDY=0.05, VEL_RMS=0.1 /
```

```
/*----- Ouvertures du domaine -----*/
```

```
&VENT MB='ZMAX', SURF_ID='OPEN' /
```

```
&VENT XB=0,1. 1, 0,0.45, 0,0, SURF_ID='OPEN', COLOR='MAGENTA' /
```

```
&VENT XB=0,1. 1, 0.49,1, 0,0, SURF_ID='OPEN', COLOR='MAGENTA' /
```



&VENT XB=0,0.24,0.45,0.49,0,0, SURF\_ID='OPEN', COLOR='GRAY'/

&VENT XB=0.28,1.1,0.45,0.49,0,0, SURF\_ID='OPEN', COLOR='GRAY'/

/\*----- Plafond et exutoire -----\*/

&OBST XB=0,1.1,0,1,0.715,0.725, COLOR='GRAY', TRANSPARENCY  
= 0.8/

&HOLE XB=0.8,0.9,0.5,0.6,0.65,0.75/

/\*----- Output -----\*/

&SLCF PBY=0.50, QUANTITY='DENSITY' /

&SLCF PBY=0.70, QUANTITY='DENSITY' /

&SLCF PBY=0.50, QUANTITY='VELOCITY' /

&SLCF PBY=0.50, QUANTITY='DENSITY', SPEC\_ID='HELIUM' /

&DEVC XB=0.8,0.9,0.5,0.6,0.715,0.715, QUANTITY='VOLUME FLOW',  
STATISTICS='MEAN'/

&DEVC XB=0.8,0.9,0.5,0.6,0.715,0.715, QUANTITY='MASS FLOW',  
STATISTICS='MEAN'/

/\*----- Fin du programme -----\*/

&TAIL / End of file.