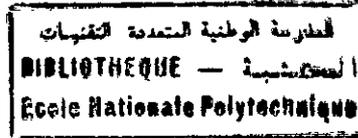


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE



## THESE DE MAGISTER

*présentée à*

*l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*

*Par*

**LADJAL Madani**

Ingénieur E.N.P. d'Alger

---

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF

---

Soutenue publiquement le 29 novembre 1999 devant la commission d'examen

Membres du jury :

Président	: <b>M.S. BOUCHERIT,</b>	Maître de Conférences ( E. N. P. Alger )
Examineurs	: <b>M. ABDALLAH,</b>	Maître de Conférences ( E. M. P. Bordj El Bahri )
	<b>M. CHABANE,</b>	Maître de Conférences ( Université de Batna )
	<b>B. HEMICI,</b>	Chargé de Cours ( E. N. P. Alger )
Rapporteur	: <b>M.E.H. ZAIM,</b>	Maître de Conférences ( E. N. P. Alger )



A ma mère et à mon père

A Mes Sœurs FATIHA et NAÏMA

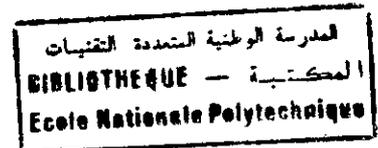
A Mes Frères TAHAR, OMAR et BENSALÉM

A Ma Tante ZADJIA

A Toute Ma Famille

A Tous Ceux Qui M'aiment

## REMERCIEMENTS



J'exprime ma vive gratitude à Monsieur M.S. BOUCHERIT, Maître de Conférences à l'E.N.P. d'Alger, pour son aide, ses conseils et ses encouragements aux moments les plus difficiles. Je le remercie vivement pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'examen.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur M. CHABANE, Maître de Conférences à l'Université de Batna, qui a accepté d'apporter sa caution scientifique à ce travail. Je ne saurais oublier son déplacement à Alger pour me faire l'honneur de participer au jury d'examen. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

Je remercie Monsieur M. ABDALLAH, Docteur à l'E.M.P. de Bordj El Baheri, pour l'accueil chaleureux et pour les discussions fructueuses que nous avons eues ensemble à l'E.M.P. Aussi, je lui exprime ma profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury d'examen.

Je voudrais exprimer ma gratitude à Monsieur B. HEMICI, Chargé de Cours à l'E.N.P. d'Alger, qui m'a fait l'honneur de participer au jury d'examen.

Monsieur M.E.H. ZAIM, Maître de Conférences à l'E.N.P. d'Alger, a proposé le sujet de cette étude. En dirigeant ce travail, il n'a ménagé aucun effort pour me faciliter la tâche. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour m'avoir aidé à l'accomplir par ses conseils et la rigueur scientifique tout au long de la rédaction de cette thèse. Je ne saurais oublier le plaisir d'être invité chez lui. Je tiens à remercier particulièrement sa femme pour l'accueil très chaleureux qui m'a été réservé à Nancy et à Saint-Nazaire.

Les essais expérimentaux ont été réalisés au laboratoire GREEN de l'ENSEM de Nancy. Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur B. LAPORTE, Professeur à l'ENSEM pour le privilège qui a été le mien en travaillant au sein de son équipe de recherche.

Je tiens à remercier tous mes amis et mes collègues qui m'ont apporté un soutien moral et matériel le long de l'accomplissement de ce travail. Je remercie particulièrement, A. BENTABET, N. FERHAT, H. SAHRAOUI, B. FIALA, T. DIDI, K. MEGOUSSI, M. YOUSEFI, D. BENBERTAL, A. GUEDDOUH, M. GUIBADJ, A. GUELLOULA.

Je remercie toute ma famille, et plus particulièrement mes parents, pour leur patience, leurs sacrifices et leurs encouragements à mon égard.

ملخص: مساهمة في دراسة الآلة الكهربائية الامواقتة ذات دوار كتلي.

يتمحور موضوع هذا العمل حول دراسة الآلات الكهربائية الامواقتة ذات دوار كتلي مصمت. ففي الفصل الأول تطرقنا إلى دراسة المجال الكهرومغناطيسي في الأجسام المصمتة الناقلة حيث كتبنا معادلة الانتشار مع إعطاء الصيغتين باستعمال شعاعي الكمون المغناطيسي و الكهربائي ثم عرضنا أهم النماذج التي تسمح بدراسة آلة الدوار الكتلي بنوعيه الأملس و المحزوز. في الفصل الثالث تم تطبيق طريقتين تأخذ بعين الاعتبار تشبع مادة الدوار. كما عرضنا في الفصل الرابع نتائج المحاكاة العددية التي أنجزت على تشكيلات مختلفة للدوار المصمت. في الفصل الأخير عرضنا الإختبارات التي أجريت على أربع دوارات مصمتة مختلفة. أظهرت جميع المنحنيات مدى تأثير المقاييس الهندسية (القطر، عدد و أبعاد الأخاديد) على أداء آلات الدوار المصمت يتميز بعزم مزدوجة و عامل إستطاعة كبيرين عند الإقلاع سرعان ما يتدهوران عند الإنزلاقات الضعيفة. كما تبين النتائج كلمات الفتح: آلة لامواقتة/ دوار مصمت/ دوار أملس/ دوار محزوز/ أداء/ مزدوجة/ عامل إستطاعة.

**Abstract :** Contribution to study of asynchronous machine with a solid iron rotor.

Our work of research concerns the study of asynchronous machines with a solid iron rotor. The first chapter, presents the analysis of the diffusion of the electromagnetic field in conductive solid bodies.

The second chapter is dedicated to the different models of the machine to smooth rotor and slitted rotor .

We present, in the 3rd chapter, the different methods permitting to hold amount of the saturation of rotor material. In the 4 th chapter, we present results of numeric simulation done on different profiles of the solid rotor.

A survey experimental achieved on 4 different massive rotors is presented to the last chapter.

The gotten curves show that the solid rotor offers, to the starting a good torque and a good power factor, that degrade to the small (weak) slips.

Results shows the influence of yhe geometric features of the performances of solid rotor machine.

**Key words:** induction motor/ solid rotor/ smooth rotor/ slotted rotor/ performance/ troque/ power-factor .

**Résumé:** Contribution à l'étude de la machine asynchrone à rotor massif.

Notre travail de recherche concerne l'étude des machines asynchrones à rotor massif. Le premier chapitre, présente l'étude de la diffusion du champ électromagnétique dans les corps massifs conducteurs.

Le deuxième chapitre est consacré aux différents modèles de la machine à rotor massif lisse et rainuré.

Nous présentons, dans le troisième chapitre, les différentes méthodes permettant de tenir compte de la saturation du matériau rotorique.

Dans le 4 ème chapitre, nous présentons les résultats d'une simulation numérique effectuée sur différentes configurations du rotor massif.

Une étude expérimentale réalisé sur 4 rotors massifs différents est présentée au dernier chapitre.

Les caractéristiques obtenues montrent que le rotor massif offre, au démarrage, un bon couple et un bon facteur de puissance, qui se dégradent aux faibles glissements.

Les résultats montrent l'influence des caractéristiques géométriques du rotor massif sur les performances de la machine.

**Mot clés:** machine asynchrone/ rotor massif (lisse/ rainuré)/ performance/ couple/ facteur de puissance

## SOMMAIRE

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

DEDICACES.....	i
REMERCIEMENTS.....	ii
SOMMAIRE.....	iii
NOTATIONS.....	vi
INTRODUCTION GENERALE .....	2

## Chapitre I : COMPORTEMENT ELECTROMAGNETIQUE DES CORPS MASSIFS CONDUCTEURS

I-1. INTRODUCTION .....	5
I-2. EQUATION DE DIFFUSION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE .....	6
<i>I-2-1. Conditions d'interface .....</i>	<i>7</i>
I-3. FORMULATION EN POTENTIEL VECTEUR MAGNETIQUE .....	8
<i>I-3-1 Conditions d'interface .....</i>	<i>10</i>
I-4. FORMULATION EN POTENTIEL VECTEUR ELECTRIQUE .....	13
<i>I-4-1. Conditions d'interfaces .....</i>	<i>15</i>
I-5. CONCLUSION .....	17

## Chapitre II : CALCUL DE LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF

INTRODUCTION .....	19
II-1. MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF LISSE .....	22
<i>II-1-1. Hypothèses simplificatrices .....</i>	<i>22</i>
<i>II-1-2. Modèle d'étude et équations générales .....</i>	<i>23</i>
<i>II-1-3. Calcul des grandeurs externes .....</i>	<i>27</i>
<i>II-1-4. Effets d'extrémités .....</i>	<i>29</i>

<b>II-2. MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF RAINURE</b> .....	<b>32</b>
<i>II-2-1. Modèle d'étude et équations générales</i> .....	33
<i>II-2-2. Conditions aux limites</i> .....	40
<i>II-2-3. Calcul des grandeurs externes</i> .....	42
<i>II-2-4. Effets d'extrémités</i> .....	45
<b>II-3. CONCLUSION</b> .....	<b>50</b>

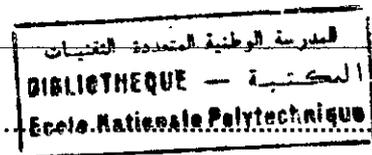
### Chapitre III : TRAITEMENT DE LA SATURATION

<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>52</b>
<b>III-1. RESOLUTION DE L'EQUATION DE DIFFUSION</b> .....	<b>53</b>
<b>III-2. VARIATION DE LA RELUCTIVITE MAGNETIQUE DANS LE TEMPS</b> .....	<b>55</b>
<i>III-2-1. Cas d'une induction magnétique sinusoïdale</i> .....	56
<i>III-2-1. Cas d'un champ magnétique sinusoïdal</i> .....	58
<b>III-3. CONCEPT DE RELUCTIVITE EQUIVALENTE INDEPENDANTE DU TEMPS</b> .....	<b>60</b>
<b>III-4. APPLICATION A LA MACHINE A ROTOR MASSIF LISSE</b> .....	<b>62</b>
<i>III-4-1. Méthode locale équilibrant les harmoniques dans l'équation de diffusion</i> .....	63
<i>III-4-2. Méthode globale</i> .....	72
<b>III-5. APPLICATION A LA MACHINE A ROTOR MASSIF RAINURE</b> .....	<b>81</b>

### Chapitre IV : SIMULATION NUMERIQUE

#### PAR LE CODE DE CALCUL "DIFIMEDI"

<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>83</b>
<b>IV-1. DESCRIPTION DES CONFIGURATIONS TRAITÉES</b> .....	<b>84</b>
<i>IV-1-1. Rotor lisse</i> .....	84
<i>IV-1-2. Rotor rainuré</i> .....	84
<i>IV-1-3. Stator</i> .....	85
<i>IV-1-4. Maillage du domaine d'étude</i> .....	85
<i>IV-1-5. Garnissage des perméabilités</i> .....	86
<i>IV-1-6. Garnissage des conductivités</i> .....	86
<i>IV-1-7. Garnissage des courants statoriques</i> .....	86
<i>IV-1-8. Détermination des performances de la machine</i> .....	87



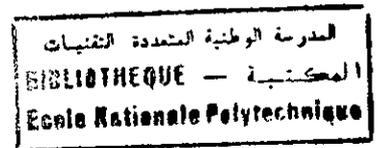
<b>IV-2. RESULTATS OBTENUS</b> .....	<b>88</b>
<i>IV-2-1. Couple électromagnétique</i> .....	<i>88</i>
<i>IV-2-2. Facteur de puissance</i> .....	<i>101</i>
<b>IV-3. CONCLUSION</b> .....	<b>107</b>
<i>IV-3-1. Couple électromagnétique</i> .....	<i>107</i>
<i>IV-3-2. Facteur de puissance</i> .....	<i>108</i>

## V- ETUDE EXPERIMENTALE

<b>V-1. INTRODUCTION</b> .....	<b>111</b>
<b>V-2. BANC D'ESSAI</b> .....	<b>111</b>
<b>V-3. RESULTATS</b> .....	<b>113</b>
<i>V-3-1. Couple électromagnétique</i> .....	<i>113</i>
<i>V-3-2. Facteur de puissance</i> .....	<i>122</i>
<b>V-4. CONCLUSION</b> .....	<b>131</b>
<b>V-5. COMPARAISON DES DIFFERENTS RESULTATS OBTENUS</b> .....	<b>132</b>
<i>V-5-1. Couple électromagnétique</i> .....	<i>132</i>
<i>V-5-2. Facteur de puissance</i> .....	<i>137</i>
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>143</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>146</b>

## Notations

$\vec{E}$	: Vecteur champ électrique
$\vec{H}$	: Vecteur champ magnétique
$\vec{D}$	: Vecteur induction électrique
$\vec{B}$	: Vecteur induction magnétique
$\vec{J}$	: Vecteur densité de courant
$\vec{A}$	: Potentiel vecteur magnétique
$\vec{T}$	: Potentiel vecteur électrique
$\Phi$	: Potentiel scalaire électrique
$\Omega$	: Potentiel scalaire magnétique
$\sigma$	: Conductivité électrique
$\mu$	: Perméabilité magnétique
$g$	: Glissement
$a$	: Pulsation géométrique
$\omega$	: Pulsation de l'alimentation
$L$	: Longueur utile de la machine
$R_s$	: Résistance par phase du stator
$X_s$	: Réactance de fuite par phase du stator
$V$	: Valeur efficace simple de la tension d'alimentation
$I$	: Valeur efficace de l'intensité du courant de phase



- $T_d$  : Le pas dentaire au rotor
- $T_p$  : Le pas polaire de la machine
- $\Psi_{OP}$  : Valeur efficace du flux d'entrefer
- $Z$  : Nombre de rainures au rotor massif
- $Z_{OP}$  : Impédance opérationnelle de la machine
- $Z_O$  : Impédance opérationnelle de la machine infiniment longue
- $\Gamma$  : Couple électromagnétique
- $\cos\varphi$  : Facteur de puissance.
- $K_Z$  : Coefficient évaluant les effets d'extrémités du rotor lisse
- $K_t$  : Coefficient évaluant les effets d'extrémités du rotor lisse
- $\delta$  : épaisseur de peau
- $\nu$  : réductivité magnétique de l'acier rotorique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## INTRODUCTION GENERALE

Les moteurs asynchrones à rotor massif s'adaptent bien aux applications industrielles de grande puissance nécessitant des vitesses d'entraînement relativement importantes [43], [55]. La structure massive du rotor, présentant une grande sécurité mécanique, permet de réaliser des moteurs asynchrones pour des vitesses de rotation très élevées ( de 10000 à 30000 tr/mn et plus ). Actuellement les moteurs asynchrones à rotor massif sont destinés à remplacer les turbines à gaz ou à vapeur pour l'entraînement direct des pompes, des compresseurs ou des ventilateurs. De tels moteurs, dits rapides, nécessitent des alimentations de fréquences élevées. Grâce au développement de l'électronique de puissance, on peut envisager des convertisseurs statiques de forte puissance pour des fréquences variables allant jusqu'à quelques centaines de Hertz.

Le moteur asynchrone à rotor massif lisse a fait l'objet de nombreuses études [10], [21], [23], [24], [25], [30], [37], [41], [49]. Il résulte de celles-ci que ce moteur possède un couple de démarrage meilleur que le moteur asynchrone classique à rotor feuilleté ou à cage; mais, ses caractéristiques électriques se dégradent considérablement aux faibles glissements et les raisons sont à la fois électriques et magnétiques. Les courants rotoriques se referment avant d'avoir atteint les extrémités et le flux du stator ne pénètre pas profondément dans le fer.

Dans le but d'améliorer les performances d'une telle machine, on pratique des rainures longitudinales [13], [14], [39], [40], [55] sur la surface du rotor massif lisse. Ces rainures qui ne réduisent pratiquement pas la résistance mécanique du rotor, permettent de modifier considérablement la pénétration du flux magnétique à l'intérieur du rotor et de canaliser les courants induits rotoriques [24], [25], [43].

Notre travail de recherche est une contribution à l'étude des moteurs asynchrones à rotor massif en vue de l'optimisation de leurs performances par un choix adéquat de la configuration du rotor massif.

Dans le premier chapitre, nous exposons les problèmes généraux liés à la résolution des équations de Maxwell en utilisant les deux formulations du potentiel. Les hypothèses générales ainsi que les principales théories concernant la prise en compte de la saturation et des effets d'extrémités y sont exposés.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la machine asynchrone à rotor massif lisse. On y expose une méthode analytique utilisant un modèle tridimensionnel et tenant compte de la caractéristique réelle de l'acier rotorique.

Nous présentons dans le troisième chapitre une méthode de calcul des machines à rotor massif rainuré. La méthode exposée permet le calcul des performances de la machine en considérant les deux modèles bidimensionnel et tridimensionnel.

Le quatrième chapitre est consacré à une étude numérique effectuée à l'aide du code de calcul DIFIMEDI [58]. L'étude concerne différentes configurations du rotor et met en évidence l'influence des paramètres géométriques du rotor sur le couple électromagnétique et le facteur de puissance de la machine.

Une étude expérimentale comportant plusieurs essais sur quatre rotors massifs est présentée dans le dernier chapitre. Les résultats obtenus montrent l'influence de la tension d'alimentation et des caractéristiques géométriques du rotor sur les performances du moteur asynchrone à rotor massif.

## **Chapitre I**

<p><b>COMPORTEMENT ELECTROMAGNETIQUE DES CORPS MASSIFS CONDUCTEURS</b></p>
--

## I-1 INTRODUCTION

L'analyse du comportement des corps massifs dans un champ électromagnétique présente un intérêt particulier dans le calcul et la conception de convertisseurs électromécaniques. De nombreuses études ont été consacrées à la détermination des performances de certaines machines électriques tels que les turboalternateurs [3], [4], [11], [20] et les machines asynchrones à rotor massif [9], [13], [16], [19], [26], [31], [35], [39], [43], [45], [51], [55].

L'étude exhaustive de la diffusion du champ électromagnétique dans le rotor massif est assez complexe. Le rotor en forme d'un cylindre ferromagnétique plein, joue à la fois le rôle d'armature et celui de conducteur de courant. Le champ magnétique pénètre à une certaine profondeur dans le corps du rotor et y induit des courants de Foucault. Ces derniers ne sont plus engendrés dans des conducteurs bien définis comme dans les moteurs classiques, mais dans un milieu continu qui présente en plus une caractéristique magnétique non linéaire. En outre, ces courants se referment avant d'atteindre les extrémités du rotor ce qui complique encore l'étude.

La diffusion du champ électromagnétique dans le rotor massif est formulée macroscopiquement par les équations de Maxwell [8], [12], [36], [38] [42]. Ces dernières, associées aux conditions aux limites et d'interfaces, ne peuvent conduire à des solutions analytiques, pour un modèle tridimensionnel, que pour des domaines conducteurs de configurations simples.

Nous présentons dans ce chapitre les différentes formulations permettant l'étude de la diffusion du champ électromagnétique dans les corps massifs.

## I-2 Equations de diffusion du champ électromagnétique

Un problème d'électromagnétisme est exprimé par les équations de Maxwell. Dans le cas de notre étude on peut négliger les densités volumiques de charges, et compte tenu des fréquences industrielles utilisées, on peut aussi négliger les courants de déplacement.

Par rapport à un repère lié à un domaine fixe, on écrit le système d'équations :

$$\begin{aligned}
 \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & (a) \\
 \text{rot } \vec{H} &= \vec{J} & (b) \\
 \text{div } \vec{B} &= 0 & (c) \\
 \text{div } \vec{J} &= 0 & (d)
 \end{aligned}
 \tag{I-1}$$

Il est complété par les équations reliant les vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  aux grandeurs décrivant les propriétés électriques et magnétiques du milieu :

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \\
 \vec{J} &= \sigma \cdot \vec{E}
 \end{aligned}
 \tag{I-2}$$

Dans le cas général d'un milieu anisotrope et non linéaire, la perméabilité magnétique ( $\mu$ ) et la conductivité électrique ( $\sigma$ ) sont des tenseurs dont les composantes dépendent des champs au point et à l'instant considérés. En plus  $\mu$  peut dépendre aussi des états magnétiques antérieurs du milieu (phénomène d'hystérésis).

Pour les vitesses rencontrées en électrotechnique, les équations (I.1) restent inchangées dans un repère mobile à la vitesse  $v$ . Le champ  $\vec{H}$ , l'induction  $\vec{B}$  et la densité de courant  $\vec{J}$  sont inchangés. Seul le champ électrique est modifié de la manière suivante:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}$$

## I-2-1 . CONDITIONS D'INTERFACES

Pour deux milieux adjacents, les composantes normale et tangentielle de  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{J}$ , doivent vérifier les relations exprimant les conditions de passage à travers la surface de séparation de ces deux milieux.

### I-2-1-1. Interface magnétique

A la surface de séparation de deux milieux, la continuité de la composante normale de l'induction magnétique est traduite par:

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (\text{I-3})$$

Lorsque la surface de séparation présente des courants superficiels de densité  $\vec{J}_s$ , la composante tangentielle du champ magnétique subit un saut défini par :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (\text{I-4})$$

$\vec{n}$  : est le vecteur unitaire normal à la surface de séparation et orienté du milieu 2 vers le milieu 1.

### I-2-1-2. Interface électrique

Au passage de l'interface électrique, on doit assurer la continuité de la composante tangentielle du champ électrique :

$$E_{t1} = E_{t2} \quad (\text{I-5})$$

ainsi que la continuité de la composante normale de la densité de courant  $\vec{J}$

$$J_{n1} = J_{n2} \quad (\text{I-6})$$

la résolution du système ( I.1 ) lié aux équations ( I.2 ) est un des problèmes fondamentaux de l'électrotechnique actuelle. Pour un milieu linéaire et isotrope, le problème peut être formulé à l'aide d'un seul vecteur  $B$  ou  $J$  [28].

L'équation ( 1.8 ) peut être simplifiée en imposant une condition supplémentaire sur le potentiel vecteur  $\vec{A}$ . Le choix de cette condition détermine le nombre de fonctions inconnues et les couplages entre elles, ainsi que la convergence et la stabilité des méthodes numériques employées [5].

On utilise habituellement la jauge de Coulomb :

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (\text{I-10})$$

qui permet de découpler partiellement les potentiels  $\vec{A}$  et  $\Phi$ .

Dans ce cas, le potentiel scalaire  $\Phi$  vérifie l'équation :

$$\Delta\Phi = 0 \quad (\text{à } \sigma \text{ constant}) \quad (\text{I-11})$$

Le potentiel scalaire électrique  $\Phi$  est alors créé soit d'un phénomène électrostatique (charges superficielles accumulées sur les conducteurs) soit d'un phénomène électrocinétique (différence de potentiel appliquée à une partie du matériau). Ces deux phénomènes sont pratiquement absents dans les problèmes que nous rencontrons par la suite, de sorte que l'on aura toujours :

$$\vec{E} = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

le champ  $\vec{E}$  est dit électromoteur.

Dans le cas particulier d'un problème tridimensionnel où l'on peut négliger les effets d'extrémités dans une machine tournante, les grandeurs électromagnétiques sont invariantes dans la direction axiale  $z$ . On peut donc choisir un potentiel vecteur ayant une seule composante  $A_z$  suivant cet axe, le potentiel électrique scalaire est négligé, et l'équation ( 1.8 ) se transforme en une équation scalaire :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (\text{I-12})$$

Cette équation utilise implicitement la jauge de Coulomb, puisqu'en effet :

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = 0$$

### I-3-1. CONDITIONS D'INTERFACE

#### I-3-1-1. Interface magnétique

La condition ( I.3 ) se traduit par :

$$\vec{n} \cdot \text{rot } \vec{A}_1 = \vec{n} \cdot \text{rot } \vec{A}_2 \quad (\text{I-13})$$

Cette équation peut être déduite de la continuité des 2 composantes tangentielles du potentiel vecteur

$$A_{t1} = A_{t2} \quad (\text{I-14})$$

La continuité de la composante tangentielle du champ magnétique se traduit par :

$$\vec{n} \wedge \left( \frac{1}{\mu_1} \text{rot } \vec{A}_1 \right) = \vec{n} \wedge \left( \frac{1}{\mu_2} \text{rot } \vec{A}_2 \right) \quad (\text{I-15})$$

C'est à dire :

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_2 = \frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right)_2 \quad (\text{I-16})$$

$\tau$  représente la coordonnée tangentielle locale.

L'équation ( I.16 ) montre l'interaction des composantes tangentielle  $A_t$  et normale  $A_n$  du potentiel vecteur.

Le choix de la jauge :

$$\text{div } \vec{A} = 0$$

implique la continuité de la composante normale  $A_n$  du potentiel vecteur.

Le choix de cette jauge assure automatiquement la continuité de l'induction normale  $B_n$  à la surface de séparation des 2 milieux.

La continuité de la composante tangentielle  $H_t$  du champ magnétique, traduite par l'équation (I.16), devient :

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_1 = \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_2 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 \cdot \mu_2} \cdot \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right) \quad (\text{I-17})$$

Dans le cas particulier d'une interface fer-air, et lorsque la perméabilité relative du fer est suffisamment grande devant l'unité, et pourvu que l'induction dans le fer soit finie, on a :

$$(H_t)_{\text{air}} = 0$$

Cette condition aux limites se traduit sur le potentiel A par l'équation :

$$\left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_{\text{air}} = \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right)_{\text{fer}} \quad (\text{I-18})$$

qui montre encore de façon simple l'interaction des différentes composantes du potentiel vecteur  $\vec{A}$ .

Dans les problèmes à symétrie cylindrique, où le potentiel vecteur est représenté par une seule composante tangentielle, la condition (I.17) devient :

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_1}{\partial n} \right) = \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial n} \right) \quad (\text{I-19})$$

### *I-3-1-1. Interface électrique*

La condition (I.5) est implicitement vérifiée lorsque la continuité des composantes tangentielles du potentiel vecteur  $\vec{A}$ , ainsi que celles du gradient de  $\phi$  est assurée.

La continuité de la composante normale de la densité de courant J ( condition (I.6)) entraîne une discontinuité de la composante normale de  $\vec{E}$  due aux charges de surface.

Associée à la jauge de Coulomb, la condition (I.6) devient :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\partial A_n}{\partial \tau} = \sigma_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - \sigma_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \quad (\text{I-20})$$

En pratique, à la surface des conducteurs, on a :

$$J_n = 0$$

La jauge électrique

$$\text{div}(\sigma \cdot \vec{A}) = 0$$

implique alors  $A_n = 0$  dans le conducteur, avec toujours la continuité des composantes tangentielles du vecteur  $\vec{A}$  ;

$$(A_t)_{\text{conducteur}} = (A_t)_{\text{isolant}}$$

L'équation d'interface (I.16) devient alors :

$$\frac{1}{\mu_r} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_{\text{cond.}} - \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_{\text{isolant}} = - \left( \frac{\partial A_t}{\partial \tau} \right)_{\text{isolant}} \quad (\text{I-21})$$

#### I-4. Formulation en potentiel vecteur électrique ( $\vec{T} - \Omega$ )

Cette deuxième formulation est basée sur la conservation du flux de courant  $\vec{J}$ , traduite par l'équation (I.1.d).

$$\text{div } \vec{J} = 0$$

On peut alors introduire un potentiel vecteur électrique  $\vec{T}$  défini par :

$$\vec{J} = \text{rot } \vec{T} \quad (\text{I-22})$$

La nature "électrique" du potentiel vecteur  $\vec{T}$  est justifiée quand on examine son rôle essentiel dans la description des courants qui peuvent en être déduits par différentiation.

D'après l'équation ( I.1b ), on exprime le champ magnétique  $\vec{H}$  par :

$$\vec{H} = \vec{T} - \text{grad } \Omega \quad (\text{I-23})$$

$\Omega$  est un potentiel scalaire magnétique.

On obtient l'équation à résoudre suivante :

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\sigma} \cdot \text{rot } \vec{T} \right) = -\mu \cdot \left( \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} - \text{grad } \frac{\partial \Omega}{\partial t} \right) \quad (\text{I-24})$$

En utilisant l'équation ( I.1.c ), les potentiels  $\Omega$  et  $\vec{T}$  doivent vérifier :

$$\text{div}(\mu \cdot \vec{T}) = \text{div}(\mu \cdot \text{grad } \Omega) \quad (\text{I-25})$$

La solution des équations (I.24) et (I.25) fournit un potentiel  $\vec{T}$  déterminé à un gradient près. Nous pouvons adopter une condition supplémentaire sur  $\vec{T}$  pour simplifier l'équation (I.25).

Si l'on choisit la jauge :

$$\operatorname{div} \vec{T} = 0$$

On a alors :

$$\Delta \Omega + \operatorname{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{I-26})$$

obtenue pour  $\mu = \text{cte}$ , c'est à dire :

$$\Delta \Omega + \rho_m = 0 \quad (\text{I-27})$$

où  $\rho_m$  présente une densité de masses magnétiques fictives.

La ressemblance entre les deux équations (I.8) et (I.24) est remarquable, mais en réalité, les propriétés de la perméabilité  $\mu$  et de la conductivité  $\sigma$  sont différentes, et chaque formulation est adaptée à un type de problème à résoudre.

En effet, la perméabilité relative  $\mu_r$  dépend souvent de l'état magnétique du milieu, alors que  $\sigma$  ne l'est pas. Par ailleurs,  $\mu_r$  ne s'annule jamais, alors qu'à l'extérieur des conducteurs, on peut prendre  $\sigma$  nul.

Ces propriétés rendent quelquefois la formulation T- $\Omega$  plus pratique que celle A- $\phi$ , particulièrement lorsque la région conductrice ne présente qu'une petite partie du domaine d'étude. Dans ce cas, on peut imposer  $\vec{T}$  nul hors des conducteurs, et seule la connaissance de  $\Omega$  est nécessaire dans le milieu isolant [7].

Cependant, dans la région conductrice, les fonctions  $\vec{T}$  et  $\vec{\operatorname{grad}} \Omega$  sont approximativement égales, [18], [44], et des erreurs non négligeables sont introduites par le calcul numérique de  $\vec{H}$  par :

$$\vec{H} = \vec{T} - \vec{\operatorname{grad}} \Omega$$

A la surface de contact de 2 milieux différents, les variations de  $\mu$  ( interface magnétique ) ou de  $\sigma$  ( interface électrique ) entraînent des interactions des composantes des potentiels vecteurs.

## I-4-1. CONDITIONS D'INTERFACES

### I-4-1-1. Interface magnétique

La continuité de la composante tangentielle du champ magnétique est assurée automatiquement lorsque les composantes tangentielles du potentiel vecteur  $\vec{T}$  ainsi que celles du gradient du potentiel scalaire sont continues.

La continuité de la composante normale de l'induction magnétique s'écrit :

$$\mu_1 \cdot (T_{n1} - (\frac{\partial \Omega}{\partial n})_1) = \mu_2 \cdot (T_{n2} - (\frac{\partial \Omega}{\partial n})_2) \quad (I-28)$$

Cette équation montre l'interaction entre les potentiels  $\vec{T}$  et  $\Omega$ .

Par analogie avec la jauge "électrique", on choisit la jauge "magnétique" suivante:

$$\text{div}(\mu \cdot \vec{T}) = 0$$

qui permet d'éliminer le couplage entre  $\vec{T}$  et  $\Omega$ .

Cette jauge entraîne :

$$\mu_1 \cdot T_{n1} = \mu_2 \cdot T_{n2}$$

La condition (I.28) devient :

$$\mu_1 \cdot (\frac{\partial \Omega}{\partial n})_1 = \mu_2 \cdot (\frac{\partial \Omega}{\partial n})_2 \quad (I-29)$$

### I-4-1-2. Interface électrique

La continuité de la composante normale du vecteur densité de courant  $\vec{J}$  est automatiquement assurée lorsqu'il y a continuité des composantes tangentielles du potentiel vecteur électrique  $\vec{T}$ .

La continuité des composantes tangentielles du champ électrique (I.5) est traduite par :

$$\frac{1}{\sigma_1} \left( \left( \frac{\partial T_t}{\partial n} \right) - \left( \frac{\partial T_n}{\partial \tau} \right) \right)_1 = \frac{1}{\sigma_2} \left( \left( \frac{\partial T_t}{\partial n} \right) - \left( \frac{\partial T_n}{\partial \tau} \right) \right)_2 \quad (\text{I-30})$$

qui est similaire à l'équation (I.16) et illustre l'interaction des composantes tangentielles  $T_t$  et normale  $T_n$  du potentiel vecteur.

Pour une interface conducteur (de perméabilité  $\mu_1$ ) - isolant (de perméabilité  $\mu_2$ ), la condition d'interface (I.6) s'écrit :

$$J_n = 0 \quad \text{dans le conducteur}$$

$$J = 0 \quad \text{dans le milieu isolant}$$

On peut associer, dans le milieu isolant, le potentiel magnétique scalaire  $\Omega$  au champ magnétique  $\vec{H}$  par:

$$\vec{H} = -\vec{\text{grad}} \Omega$$

on a donc :  $T = 0$  dans le milieu non conducteur.

On limite ainsi la résolution vectorielle aux milieux conducteurs, et seule la détermination de  $\Omega$  est alors nécessaire dans les milieux extérieurs.

## I-5 CONCLUSION

L'analyse de la diffusion du champ électromagnétique dans les corps massifs nécessite la résolution du système d'équations de Maxwell. La formulation utilisant les potentiels simplifie cette résolution qui se traduit par l'une des deux équations I-8 et I-24. Malgré la ressemblance de ces deux équations, chaque formulation est adaptée à un type de problème à résoudre, ou à la méthode de résolution envisagée vu les propriétés différentes de  $\mu$  et  $\sigma$ .

Dans un problème où la région conductrice ne constitue qu'une petite partie du domaine d'étude, la formulation  $T - \Omega$  est plus pratique que celle  $A - \Phi$ . En imposant un potentiel  $T$  nul hors des conducteurs, on limite la résolution vectorielles aux milieux conducteurs, et seule la connaissance du potentiel scalaire magnétique  $\Omega$  est nécessaire dans les milieux isolants, [7].

## **Chapitre II**

# **CALCUL DE LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF**

## Introduction

La machine asynchrone à rotor massif possède un stator identique à celui d'une machine asynchrone classique. Le rotor, en forme d'un cylindre plein en acier ferromagnétique (fig.II-1), offre de meilleures caractéristiques mécaniques pour des puissances importantes à des vitesses assez élevées. Contrairement au rotor bobiné ou à cage, les courants induits dans le rotor se développent dans un milieu continu non linéaire et la modélisation d'une telle machine est relativement plus complexe. Les caractéristiques électromagnétiques d'une telle machine peuvent être améliorées en réalisant des entailles longitudinales et/ou circulaires à la surface du rotor lisse.



Figure II-1. Rotor massif lisse

Son calcul exhaustif nécessite la résolution de l'équation de diffusion dans un domaine tridimensionnel. Un modèle complet tenant compte de tous les paramètres physiques et électromagnétiques de la machine conduit à un calcul très complexe. La modélisation de la machine doit rester dans les limites convenables de complexité [6], et des simplifications sont nécessaires.

Plusieurs études déjà réalisées [14], [22], [24], [27], [33], [34], [40], [45], [55], [57] utilisent des modèles théoriques basés sur certaines hypothèses simplificatrices. Ces modèles peuvent être vérifiés par des mesures de champ magnétique dans la machine [12], [39], [49], [53].

Le calcul est généralement effectué en considérant une longueur infinie de la machine. Cette supposition peut introduire une erreur importante [33], sauf si le rotor possède des anneaux de court-circuit à ses deux extrémités.

Pour tenir compte des effets d'extrémités, plusieurs auteurs utilisent des facteurs de correction plus ou moins empiriques, majorant la résistivité du rotor et réduisant la longueur utile de la machine [14], [21], [24], [40], [41], [45], [55].

La machine étudiée par GIBBS [16], possède un rotor plus long que le stator. Le modèle proposé considère que les effets d'extrémité ont lieu au-delà de la longueur utile de la machine. On admet de plus que l'impédance introduite par ces effets est uniquement purement résistive. Ce modèle ne peut être utilisé pour une machine ayant un rotor et un stator de même longueur.

Le modèle proposé par ANGST [1], WOOD et CONCORDIA [46] considère que la machine est formée par un nombre infini de machines identiques "collées" les unes aux autres, et possédant des polarités inversées. Ils calculent le potentiel vecteur dans la machine ( stator, rotor et entrefer ), en admettant qu'il ne possède pas de composante radiale. Cependant, la modélisation des têtes de bobines statoriques conduit à un flux entrant aux extrémités du rotor surestimé par rapport à celui obtenu expérimentalement.

Dans leur étude, RUSSEL et NORSWORTHY [41], calculent les courants induits dans une coquille conductrice, de très faible épaisseur, et enveloppant un rotor massif. Le coefficient majorant la résistivité de la coquille a été utilisé par certains auteurs [31], [40], [55], [57] pour tenir compte des effets d'extrémités du rotor massif plein.

Yee [49] suppose une induction normale constante le long de l'entrefer, et rapporté la source statorique à la surface du rotor. Il obtient une solution complète du potentiel vecteur dans le rotor en superposant 3 cas idéaux, et en minimisant l'effet des têtes de bobines statoriques. Il propose un facteur de majoration de l'impédance rotorique du modèle de longueur infinie, facilement utilisable. Toutefois, les différentes simplifications introduites donnent des résultats qui ne sont valables que pour des glissements assez élevés.

Le modèle de WOOLLEY et CHALMERS [48] considère que la densité de courant au rotor ne comporte que 2 composantes. Ils supposent que les courants induits sont répartis uniformément sur une couche d'épaisseur constante  $y$  compris sur les faces frontales. L'épaisseur de cette couche est égale à la profondeur de pénétration obtenue par la théorie limite non linéaire [2], [32]. Ce modèle, qui est étendu au cas d'un rotor de forme frontale quelconque, permet de fournir un facteur correctif de la résistivité du rotor facilement utilisable.

Nous présentons dans ce chapitre, deux méthodes analytiques [52] permettant le calcul des machines asynchrones à rotor massif.

La première partie est consacrée au calcul tridimensionnel de la machine à rotor massif lisse. La deuxième partie concerne le modèle bi-dimensionnel du rotor massif rainuré. Nous nous intéressons par la suite aux effets d'extrémités dans la machine étudiée.

## II -1 Machine asynchrone à rotor massif lisse

Nous adoptons un modèle développé en négligeant l'effet de courbure de la machine étudiée. Ce modèle souvent utilisé, conduit à des erreurs acceptables tant que l'épaisseur de l'entrefer et la profondeur de peau sont simultanément faibles devant le rayon de la machine [26], [47].

Ces 2 conditions sont généralement vérifiées, même lorsque l'acier rotorique est saturé et traversé par des courants de fréquences faibles.

Certains auteurs [40] tiennent compte de cet effet de courbure en introduisant un coefficient majorant la résistivité rotorique.

Le stator encoché de la machine étudiée est remplacé par un stator lisse portant à sa surface intérieure une densité superficielle de courant équivalente aux courants dans les encoches statoriques. Ces dernières sont remplies par un matériau de perméabilité infinie [17], [24].

Le système de coordonnées cartésiennes  $Oxyz$  est lié au rotor. L'axe  $Oz$  est parallèle à l'axe de rotation, l'axe  $Ox$  est radial et dirigé vers l'intérieur de la machine et l'axe  $Oy$  est tangentiel.

Le centre  $O$  du repère est placé sur la surface du rotor, au milieu de la longueur de ce dernier.

### II -1 -1. Hypothèses simplificatrices

Afin de simplifier la modélisation de la machine, nous adoptons les hypothèses suivantes :

1. On ne tient pas compte de l'effet des têtes de bobines statoriques.
2. L'armature du stator présente une perméabilité infinie et une conductivité nulle suivant l'axe de révolution, par suite de son feuilletage.

3. Les milieux magnétiques sont linéaires et isotropes.
4. L'enroulement du stator est à répartition sinusoïdale et alimentée par des courants triphasés équilibrés, à variation sinusoïdale par rapport au temps, de pulsation  $\omega$ .
5. L'analyse harmonique spatiale de la densité superficielle de courant équivalente à une phase, montre que le premier harmonique est prépondérant. Bien que les autres harmoniques d'espace contribuent au fonctionnement asynchrone, on se limitera par la suite au premier harmonique d'espace et de temps de la densité de courant à la surface du stator.
6. La composante radiale de l'induction magnétique est constante le long de l'entrefer de la machine.
7. L'acier du rotor ne présente pas de phénomènes d'hystérésis.

### II -1 -2. Modèle d'étude et équations générales

Compte tenu des hypothèses admises, on obtient le modèle de la figure II-2.

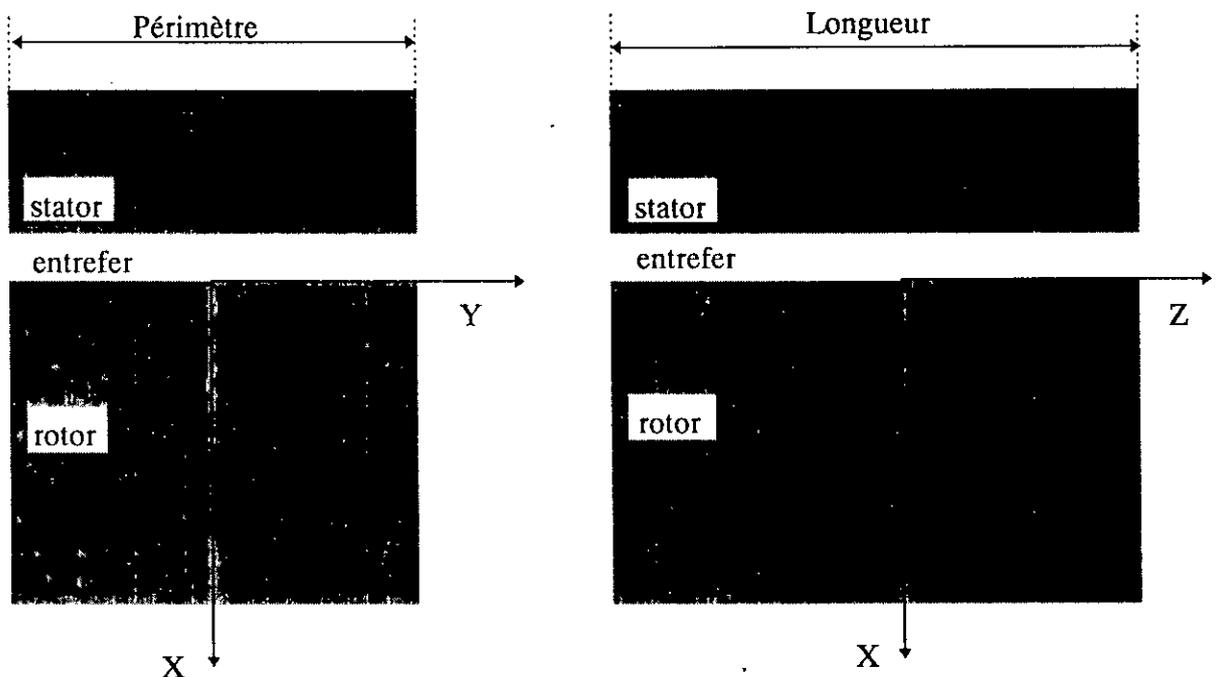


Fig. II-2. Modèle de la machine à rotor massif lisse

Le modèle étant linéaire et isotrope, il n'est pas nécessaire d'introduire les potentiels. Les conditions aux limites concernant la densité de courant  $J$  pouvant être facilement explicitées, nous résolvons alors, en la rapportant à  $J$ , l'équation de diffusion du champ électromagnétique dans le rotor.

Le rotor, soumis à un champ magnétique variable, est le siège de courants induits dont la densité obéit à l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial^2 J_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 J_i}{\partial z^2} = \mu \cdot \sigma \cdot \frac{\partial J_i}{\partial t} \quad (\text{II-1})$$

où:  $J_i$ , est l'une des trois composantes  $J_x$ ,  $J_y$  et  $J_z$  du vecteur densité de courant induit  $J$ ,

et  $\mu$  et  $\sigma$  représentent respectivement la perméabilité et la conductivité du fer rotorique.

Les sources étant à variation sinusoidale par rapport à la variable :

$$\varphi = g \omega t + a y$$

et puisqu'il n'y a pas de phénomènes de diffraction créés par le domaine suivant la direction  $y$ , toutes les grandeurs électromagnétiques décrivant le fonctionnement de la machine ont des composantes  $g_i(x, y, z, t)$ , de la forme :

$$g_i(x, y, z, t) = \sqrt{2} \cdot \text{Re}(\bar{G}_i(x, z) \cdot \exp(j \cdot \varphi))$$

L'équation II.1 permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{J}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{J}_i}{\partial z^2} = q^2 \cdot \bar{J}_i \quad (\text{II-2})$$

où :  $\bar{J}_i$  est la représentation complexe de  $J_i$ ,

$g$  le glissement,

$a$  la pulsation géométrique,

avec :  $q^2 = a^2 + k^2$

$$k^2 = j g \omega \mu \sigma$$

La densité de courant doit vérifier les conditions aux limites suivantes :

- Le courant est nul lorsque  $x$  tend vers l'infini.

- La densité axiale de courant aux extrémités du rotor est nulle, c'est-à-dire :

$$J_z = 0 \quad \text{pour} \quad z = \pm L/2$$

La symétrie de la machine par rapport au plan  $z = 0$  permet d'écrire :

$$J_z(z) = J_z(-z)$$

$$J_y(z) = -J_y(-z)$$

$$J_y(z) = -J_y(-z)$$

Une étude expérimentale [51] montre que le flux de fuite aux extrémités du rotor est faible. On peut alors considérer un modèle formé par un nombre infini de machines identiques possédant des polarités inversées. Ces machines doivent être rapprochées les unes aux autres pour attribuer au modèle une période axiale égale à  $2L$  (où  $L$  est la longueur utile de la machine).

La densité de courant  $J_z$  peut s'écrire :

$$\bar{J}_z = \sum_{n=2p+1} f(x, n) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot z\right) \quad (\text{II-3})$$

de l'équation II-2, on obtient donc :

$$\bar{J}_z = \sum_{n=2p+1} C_{1n} \cdot e^{-dnx} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot z\right) \quad (\text{II-4})$$

$dn$  : est la racine à partie réelle positive de l'équation

$$d_n^2 = q^2 + \left(\frac{n \cdot \pi}{L}\right)^2$$

Nous pouvons approximer la densité de courant  $J_x$  par :

$$\bar{J}_x = \sum_{n=2p+1} C_{2n} \cdot e^{-d_n x} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot z\right) \quad (\text{II-5})$$

On écrit la continuité de la composante normale de la densité de courant à la surface du rotor, soit  $J_x(x=0) = 0$ . Cette condition n'est vérifiée que si  $C_{2n} = 0$  quel que soit  $n$ . On a donc :

$$J_x(x, y, z, t) = 0$$

En vérifiant l'équation  $\text{div } \bar{J} = 0$ , qui exprime la conservation du courant, on obtient la composante tangentielle de la densité de courant :

$$\bar{J}_y = \sum_{n=2p+1} -j \frac{n \cdot \pi}{a \cdot L} \cdot C_{1n} \cdot e^{-d_n x} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot z\right) \quad (\text{II-6})$$

L'analyse des trois relations II-4, II-5 et II-6 montre que les courants induits sont concentrés dans une couche près de la surface du rotor (fig. II-3).

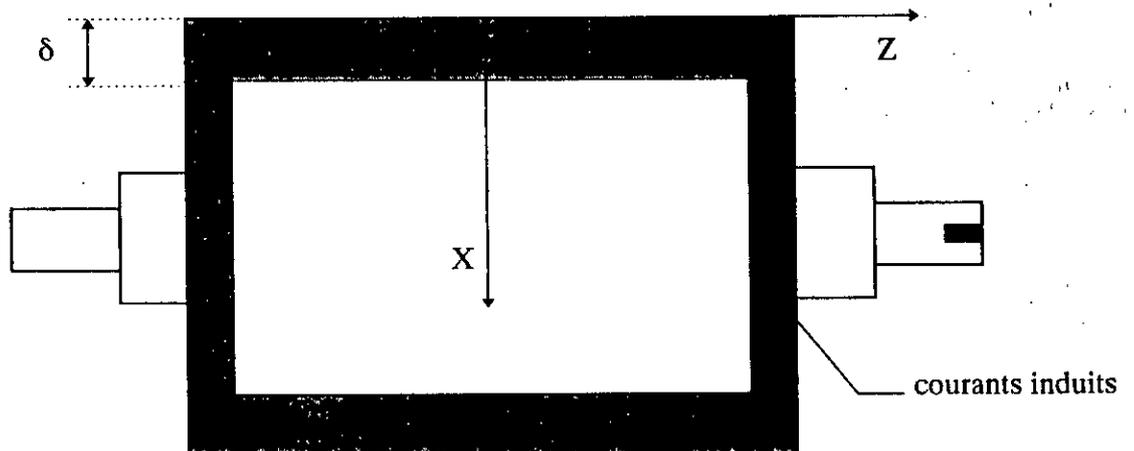


Fig. II-3. Distribution des courants induits dans le rotor

Au milieu du rotor ( $z = 0$ ), la densité de courant induit est axiale et elle maximale. Elle décroît en s'éloignant du milieu du rotor pour s'annuler à ses extrémités. Cette décroissance est accompagnée par une augmentation de la composante tangentielle [511].

### II -1 -3. Calcul des grandeurs externes

Alimentée sous une tension constante, la machine, vu du stator, peut être représentée par le schéma équivalent de la figure II-4, où  $R_s$  et  $X_f$  représentent respectivement la résistance et la réactance de fuite d'une phase statorique.

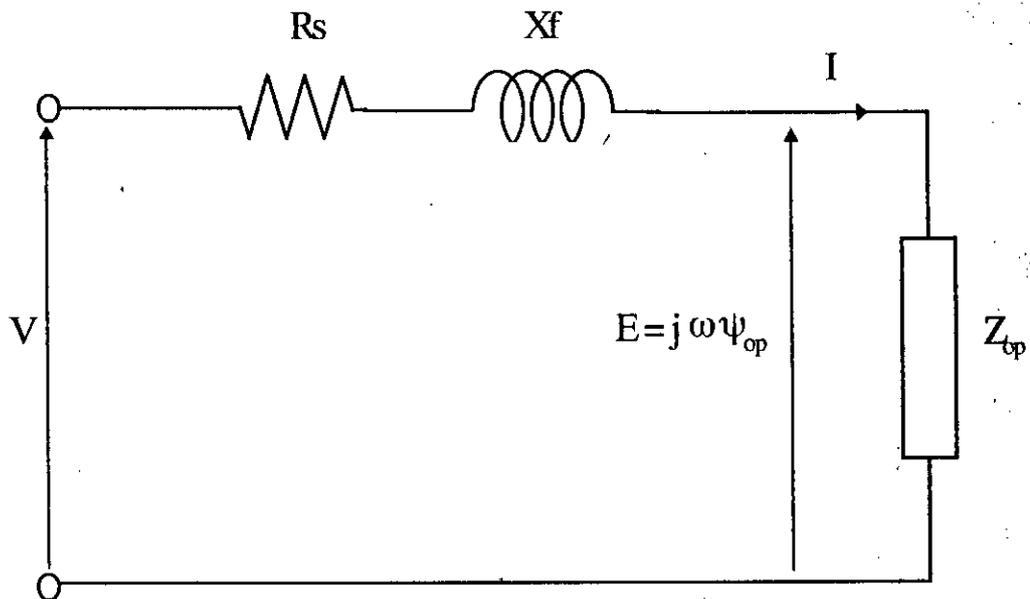


Fig. II-4. Schéma équivalent par phase de la machine à rotor massif

$\psi_{op}$  est la valeur efficace du flux d'entrefer.

$Z_{op}$  est l'impédance opérationnelle de la machine, fonction du glissement, définie par :

$$Z_{op} = j \frac{\omega \cdot \psi_{op}}{I}$$

L'intensité du courant dans une phase statorique est donnée par :

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R_s + j \cdot X_f + \bar{Z}_{op}}$$

Le facteur de puissance de la machine est alors calculé par :

$$\cos\varphi = \frac{\operatorname{Re}(\bar{I}_s)}{I_s}$$

On obtient le couple électromagnétique en écrivant le bilan de conservation de l'énergie :

$$\Gamma = -\frac{3 \cdot p}{\omega} \cdot \operatorname{Re}(\bar{E} \cdot \bar{I}^*)$$

soit

$$\Gamma = \frac{3 \cdot p}{\omega} \cdot |\bar{I}|^2 \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_{op})$$

### II-1-4. Effets d'extrémités

Pour évaluer les effets d'extrémités, on introduit dans le programme numérique un coefficient  $K_Z$  représentant le rapport de l'impédance opérationnelle, obtenue par le modèle tridimensionnel, sur l'impédance  $Z_0$  de la machine infiniment longue.

Lorsque en plus des hypothèses utilisées dans le calcul de  $Z_{op}$ , on admet une densité de courant rotorique parfaitement axiale  $J_z$ , on obtient :

$$\bar{J}_z = C_0 \cdot e^{-q \cdot x}$$

où

$$C_0 = -\frac{k^2 \cdot J_s}{q + a^2 \cdot \mu_r \cdot \epsilon}$$

La f.é.m aux bornes d'une phase statorique est alors donnée par :

$$\bar{E}_s = -\frac{2 \cdot N_s \cdot k_b \cdot L \cdot C_0}{g \cdot \sigma}$$

et l'impédance opérationnelle  $\bar{Z}_0$  peut être déduite par :

$$\bar{Z}_0 = \frac{\bar{E}_s}{I_s}$$

Les résultats montrent que le module de  $K_Z$  décroît rapidement et tend vers l'unité, lorsque la longueur utile de la machine augmente [51]. Ainsi les effets d'extrémités deviennent négligeables lorsque cette longueur est plus grande que le pas polaire  $T_p$  (figure II-5).

YEE[49], WOOD et CONCORDIA[46] obtiennent des résultats comparables.

La figure II-6 montre que le coefficient  $K_Z$  augmente avec le glissement et tend vers une limite indépendante de la valeur de la tension statorique.

Pour des glissements faibles,  $K_Z$  est pratiquement égal à l'unité. Ce résultat est acceptable car lorsque la densité des courants induits est fortement diminuée, les effets de longueur finie deviennent négligeables.

Le coefficient  $K_z$  diminue lorsque l'épaisseur l'entrefer augmente (fig. II-7).

Ces résultats mettent en évidence l'influence de l'augmentation de l'entrefer qui modifie sensiblement la variation de l'induction magnétique à la surface du rotor, et diminue les effets d'extrémités. On pourrait donc choisir une épaisseur optimale de l'entrefer tout en en conservant un facteur de puissance acceptable.

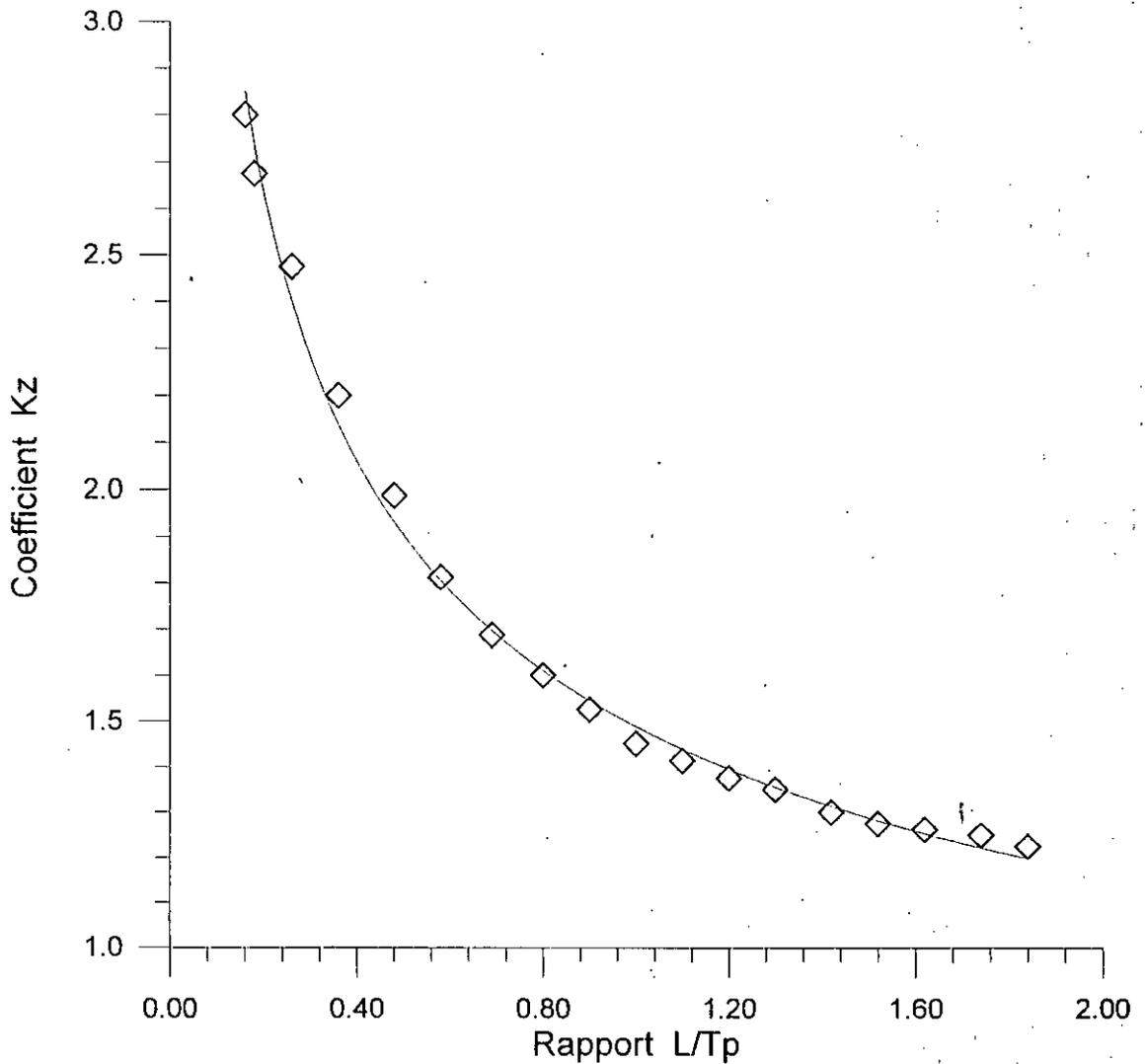


Fig. II-5 Variation de  $K_z$  en fonction du rapport  $L / T_p$  de la longueur de la machine sur le pas polaire

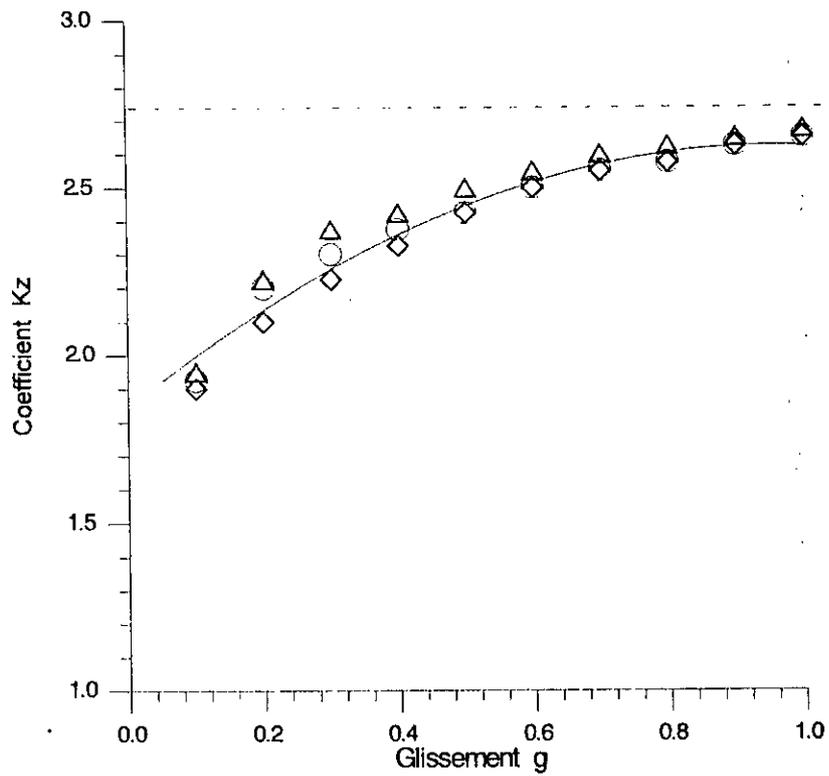


Fig. II-6 Variation de Kz en fonction du glissement

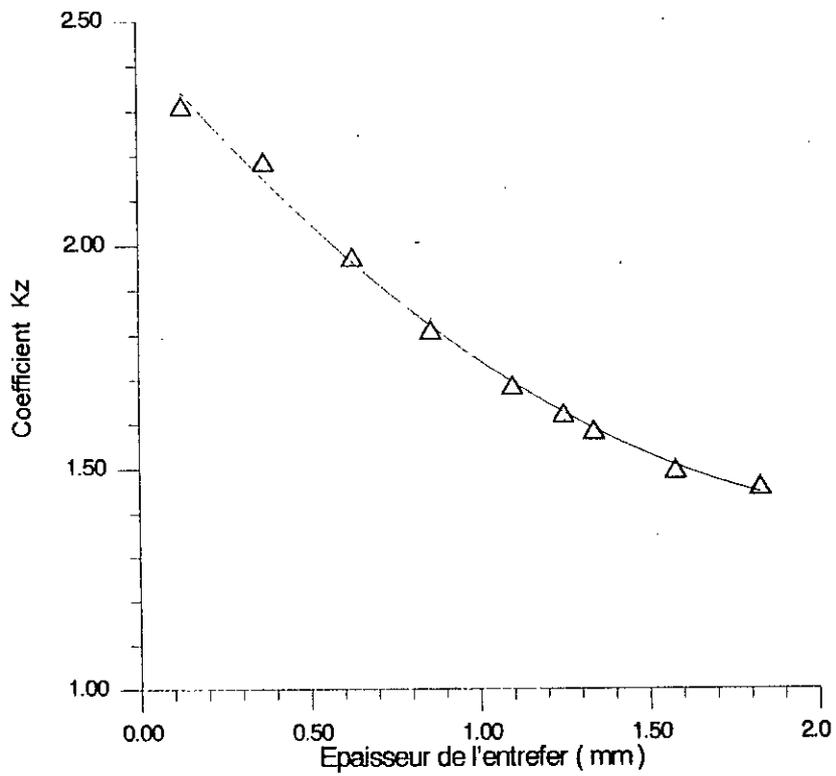


Fig. II-7 Variation de Kz en fonction de l'épaisseur de l'entrefer

## II-2. MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR MASSIF RAINURE

Dans le but d'améliorer les caractéristiques électromagnétiques du rotor massif lisse, on réalise des rainures axiales sur sa périphérie (fig.II-8). Ces rainures favorisent la pénétration du flux dans le rotor et modifient le trajet des courants induits. Ces derniers peuvent alors être canalisés le long des dents rotoriques, mais l'impédance opérationnelle augmente à la fermeture des lignes de courants aux extrémités de la machine.

Par ailleurs, la présence de ces entailles crée des harmoniques d'espace de rang élevé et conduit à un domaine d'étude anisotrope et de géométrie complexe [6], [24],[27].

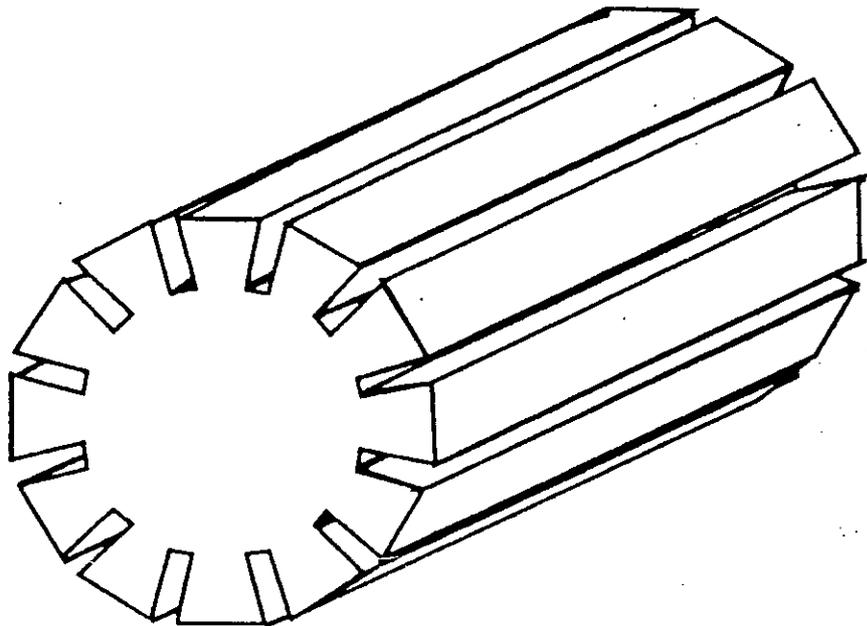


Fig. II- 8. Rotor massif rainuré

### II-2-1. Modèle d'étude et équations générales

La machine étudiée possède un rotor ayant  $N_r$  rainures (encoches) identiques, régulièrement réparties d'épaisseur  $E_p$  et de hauteur  $h_r$ .

On définit le pas dentaire  $T_d$  au rotor par :

$$T_d = \frac{\pi \cdot D}{N_r}$$

et le pas polaire  $T_p$  de la machine par :

$$T_p = \frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p}$$

où  $p$  est le nombre de paires de pôles de la machine.

La figure II-9 montre le modèle développée de la machine étudiée.

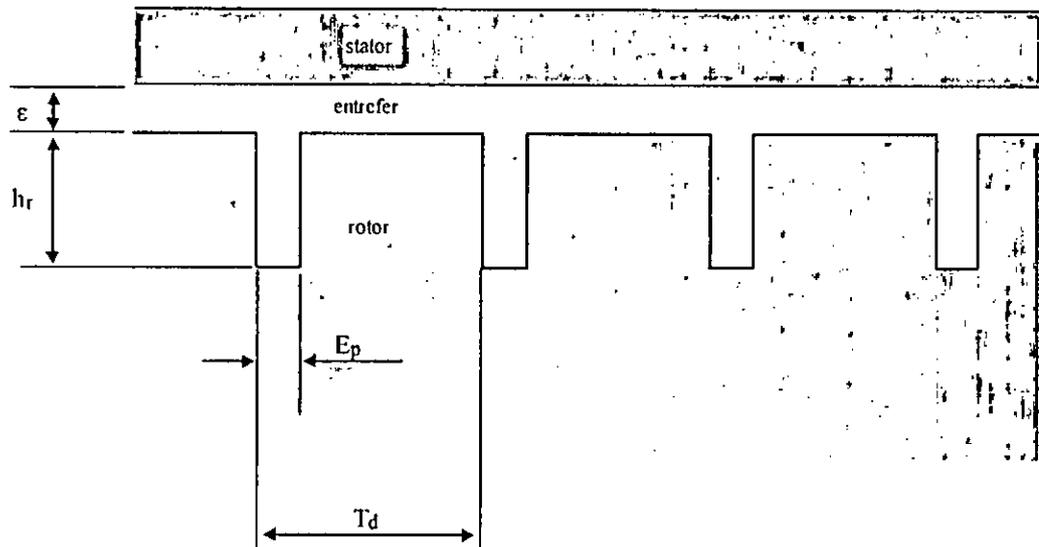


Fig. II-9. Modèle de la machine

Nous adoptons un modèle théorique dans lequel la partie rainurée du rotor étudiée est remplacée par un milieu équivalent anisotrope [14], [40], [51]. Nous ramenons ainsi l'étude du rotor rainuré à celle d'un rotor lisse équivalent. La difficulté de ce modèle réside dans le choix des propriétés physiques du milieu équivalent et de son épaisseur.

Lorsque le flux dans la rainure est faible devant le flux utile, la réactance associée peut être calculée séparément, et le choix de ce milieu est facilité.

Le choix des caractéristiques géométriques et physiques du milieu équivalent se fait selon l'un des critères suivants :

- des caractéristiques physiques équivalentes [14]
- une géométrie équivalente [40]
- une géométrie équivalente et des caractéristiques physiques équivalentes [54], [56].

En considérant les mêmes hypothèses adoptées pour la machine à rotor lisse (§II-1-1), on obtient le modèle de la figure II-10, où le milieu 1 représente le milieu anisotrope équivalent à la zone encochée du rotor réel. Le milieu 2 est la partie centrale non encochée du rotor.

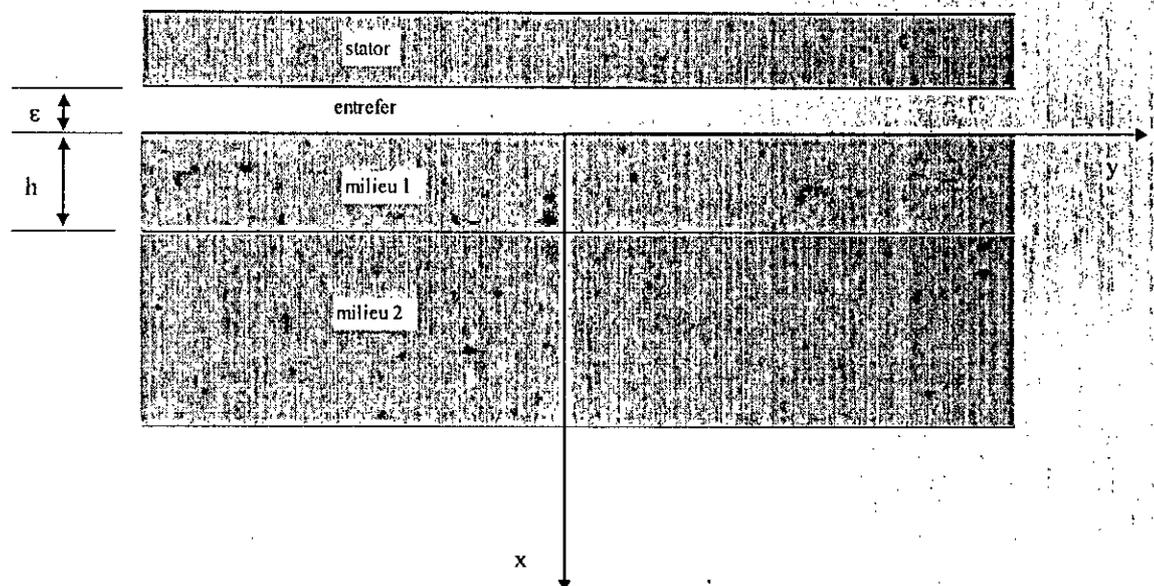


Fig. II-10. Modèle d'étude équivalent

La hauteur  $h$  du milieu équivalent est différente de la hauteur  $h_r$  des rainures rotoriques et décroît lorsque le pas dentaire au rotor diminue. Elle peut être déterminée en utilisant une approximation donnée par [40] :

$$h = h_r \quad \text{si} \quad h_r < \frac{T_d - E_p}{2}$$

$$h_r = \frac{T_{pd} - E_p}{2} \quad \text{si} \quad h_r > \frac{T_d - E_p}{2}$$

avec :

$$T_{pd} = \frac{D - 4 \cdot h_r / 3}{N_e}$$

Le domaine d'étude étant anisotrope, il est avantageux d'utiliser les potentiel du champ.

La formulation  $T-\Omega$  est plus pratique lorsque la région conductrice ne constitue qu'une petite partie du domaine d'étude, on choisit alors la formulation  $A - \Phi$ .

Le rotor étant soumis à un champ magnétique variable, la distribution du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ , de composantes  $A_x$ ,  $A_y$  et  $A_z$ , obéit à l'équation de diffusion :

$$\vec{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \cdot \vec{\text{rot}} \mathbf{A} \right) = -\sigma \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \vec{\text{grad}} \phi \right) \quad (\text{II-6})$$

Pour le milieu 1, on introduit, les perméabilités magnétiques  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\mu_z$  et les conductivités électriques  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  suivant les trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement.

On peut ainsi traduire l'équation (II.6) par les trois équations couplées suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu_z} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\mu_y} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] = -j \cdot g \cdot \omega \cdot \sigma_x \cdot A_x \quad (\text{II-7})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\mu_x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu_z} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] = -j \cdot g \cdot \omega \cdot \sigma_y \cdot A_y \quad (\text{II-8})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu_y} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu_x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] = -j \cdot g \cdot \omega \cdot \sigma_z \cdot A_z \quad (\text{II-9})$$

dans lesquelles on peut utiliser le procédé de "moyenne" pour les perméabilités et les conductivités suivant les axes Ox et Oz. On peut donc écrire :

$$\mu_x = \mu_z = \mu_1$$

$$\sigma_x = \sigma_z = \sigma_1$$

Dans le milieu 2, isotrope, de perméabilité constante  $\mu_2$  et de conductivité  $\sigma_2$ , le potentiel vecteur obéit à l'équation :

$$\frac{\partial^2 A_{2i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2i}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{2i}}{\partial z^2} = \mu_2 \cdot \sigma_2 \cdot \frac{\partial A_{2i}}{\partial t} \quad (\text{II-10})$$

où  $i = x, y$  ou  $z$ .

On admet que toutes les grandeurs électromagnétiques présentes dans la machine ont des composantes de la forme :

$$g_i(x, y, z, t) = \sqrt{2} \cdot \text{Re}(\bar{G}_i \cdot (x, z) \cdot e^{j\omega t})$$

Les solutions de l'équation II-10 seront donc de la même forme que celles obtenues pour le rotor lisse.

L'équation  $\text{div} \vec{J} = 0$

implique  $\text{div}(\sigma \cdot \vec{A}) = 0 \quad (\text{II-11})$

et entraîne la continuité de  $\sigma_x \cdot A_x$  à la surface du rotor, soit :

$$A_x(x=0) = 0 \quad (\text{II-12})$$

De plus, la composante  $A_x$  doit tendre vers zéro près du centre de la machine ( c.à.d. lorsque  $x$  tend vers l'infini ).

Nous supposons que la composante  $A_x$  est négligeable partout. Cette hypothèse est raisonnable, et elle simplifie considérablement la résolution du système II-7, 8, 9.

Dans ces conditions, l'équation II-10 s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{2i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_{2i}}{\partial z^2} = q_2^2 \cdot \bar{A}_{2i} \quad (\text{II-13})$$

où  $\bar{A}_{2i}$  est la représentation complexe de  $A_{2i}$

$i = y$  ou  $z$ ,

$$q_2^2 = a^2 + k_2^2$$

et  $k_2^2 = j \cdot g \cdot \omega \cdot \mu_2 \cdot \sigma_2$

En utilisant la jauge

$$\sigma_y \cdot \frac{\partial A_y}{\partial y} + \sigma_z \cdot \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0$$

l'équation II-7 entraîne l'égalité

$$\mu_y \cdot \sigma_1 = \mu_1 \cdot \sigma_y \quad (\text{II-14})$$

qui traduit l'égalité des réluctances et des conductances "géométriques" dans les deux des directions.

Les équations II-8 et II-9 conduisent alors à l'écriture condensée :

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{1i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_{1i}}{\partial z^2} = q_1^2 \cdot \bar{A}_{1i} \quad (\text{II-15})$$

où  $\bar{A}_{1i}$  est la représentation complexe de la composante  $A_{1i}$

$$i = y \text{ ou } z ,$$

$$q_1^2 = k_1^2 + a^2 \cdot \frac{\mu_y}{\mu_1}$$

et  $k_1^2 = j \cdot g \cdot \omega \cdot \mu_y \cdot \sigma_1$

Pour résoudre les équations II-13 et II-15, il faut vérifier les conditions aux limites suivantes :

- Le potentiel vecteur doit être nul au centre du rotor.
- La composante axiale de la densité de courant est nulle aux deux extrémités du rotor, on a :

$$A_z(z = \pm L/2) = 0$$

- Dans le plan de symétrie ( $z = 0$ ) de la machine, on peut écrire :

$$A_z(z) = A_z(-z)$$

$$A_x(z) = -A_x(-z)$$

$$A_y(z) = -A_y(-z)$$

Dans le milieu I, la représentation complexe de la composante  $A_{1z}$  peut être exprimée par :

$$\bar{A}_{1z} = \sum_{n=2p+1} f_1(x, n) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right) \quad (\text{II-16})$$

Comme pour le cas du rotor lisse (§ II-1-2), nous adoptons un modèle formé par un nombre infini de machines identiques "collées" les une aux autres et possédant des polarités inversées pour lequel la période axiale de notre système est prise égale à 2 fois la longueur de la machine.

La substitution dans l'équation II-15 permet d'écrire :

$$\bar{A}_{1z} = \sum_{n=2p+1} (a_{1n} \cdot e^{-d_{1n} \cdot x} + b_{1n} \cdot e^{d_{1n} \cdot x}) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right) \quad (\text{II-17})$$

$d_{1n}$  est la racine à partie réelle positive de  $d_{1n}^2 = \left(\frac{n \cdot \pi}{L}\right)^2 + q_1^2$

La jauge "électrique" fournit alors :

$$\bar{A}_{1y} = -j \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_y} \sum_{n=2p+1} \left(\frac{n \cdot \pi}{a \cdot L}\right) \cdot (a_{1n} \cdot e^{-d_{1n} \cdot x} + b_{1n} \cdot e^{d_{1n} \cdot x}) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right) \quad (\text{II-18})$$

Dans le milieu 2, nous retrouvons les mêmes solutions que celles du rotor lisse. On peut écrire :

$$\bar{A}_{2z} = \sum_{n=2p+1} a_{2n} \cdot e^{-d_{2n} \cdot x} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right) \quad (\text{III-19})$$

$$\bar{A}_{2y} = -j \sum_{n=2p+1} \frac{n \cdot \pi}{a \cdot L} a_{2n} \cdot e^{-d_{2n} \cdot x} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right) \quad (\text{III-20})$$

$d_{2n}$  est la racine à partie réelle positive de

$$d_{2n}^2 = \left(\frac{n \cdot \pi}{L}\right)^2 + q_2^2$$

### II-2-2. Conditions aux limites

Les constantes  $a_{1n}$ ,  $a_{2n}$  et  $b_{1n}$  sont déterminées en écrivant les conditions aux limites aux interfaces rotor - entrefer, entrefer - stator et milieu2 - milieu1.

Le stator étant de perméabilité infinie, la densité superficielle de courant  $J_s$  doit vérifier la condition d'interface stator-entrefer :

$$H_{cy}(x = -\epsilon) = J_s \quad (\text{II-21})$$

A l'interface entrefer-rotor, on doit assurer la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique :

$$H_{cy}(x = 0) = H_{1y}(x = 0)$$

ainsi que celle de la composante normale de l'induction magnétique :

$$B_{cx}(x = 0) = B_{1x}(x = 0)$$

$H_{cy}$  et  $B_{cx}$  sont respectivement les composantes suivant  $y$  et  $x$  du champ et de l'induction magnétique dans l'entrefer.

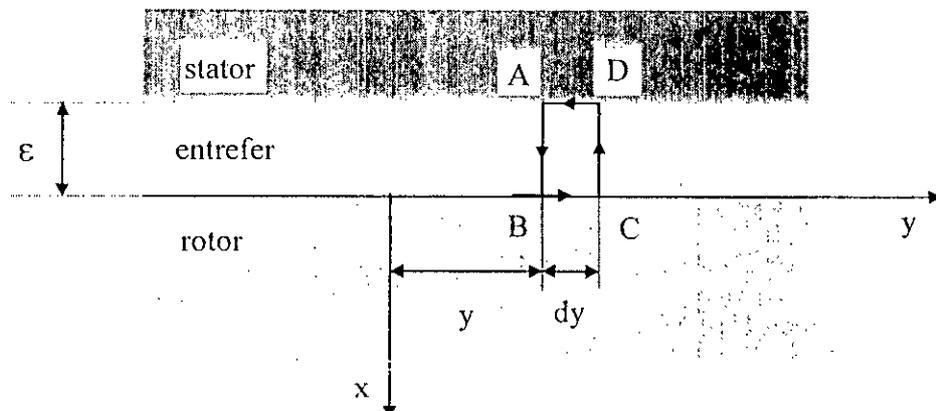


Fig.II-11. Circuit fermé ABCDA ( application du théorème d'Ampère )

En admettant une induction normale constante le long de l'entrefer, l'application du théorème d'Ampère au chemin ABCDA de la figure II-8, permet de rapporter l'équation (II-21) à la surface du rotor. On obtient :

$$J_s = (H_{1y} - \varepsilon \cdot \mu_{r1} \cdot \frac{\partial H_{1x}}{\partial y})_{x=0}$$

On peut écrire

$$\mu_y \cdot \bar{J}_s = \sum_{n=2p+1} (d_{1n} \cdot (a_{1n} - b_{1n}) + a^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu_{ry} \cdot (1 + C_n)(a_{1n} + b_{1n})) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} z\right)$$

En développant la fonction  $\bar{J}_s$  en série de Fourier, on peut écrire :

$$\frac{4}{\pi} \mu_y \cdot J_s \cdot \frac{(-1)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}}{n} = a_{1n} \cdot (d_{1n} + a^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu_{ry} \cdot (1 + C_n)) + b_{1n} \cdot (-d_{1n} + \varepsilon \cdot \mu_{ry} \cdot (1 + C_n)) \quad (\text{II-22})$$

A l'interface milieu 1 - milieu 2 ( i.e.  $x = h$  ), nous assurons la continuité de la composante tangentielle  $H_y$  :

$$\frac{1}{\mu_2} d_{2n} \cdot a_{2n} \cdot e^{-d_{2n} \cdot h} = \frac{1}{\mu_y} d_{1n} \cdot (a_{1n} \cdot e^{-d_{1n} \cdot h} - b_{1n} \cdot e^{d_{1n} \cdot h}) \quad (\text{II-23})$$

Cette même expression assure également la continuité de la composante tangentielle  $H_z$ , pour  $x = h$ .

La continuité de la composante normale de l'induction magnétique B s'écrit :

$$\left(1 + \left(\frac{n \cdot \pi}{a \cdot L}\right)^2\right) \cdot a_{2n} \cdot e^{-d_{2n} \cdot h} = a_{1n} \cdot (1 + C_n) \cdot e^{-d_{1n} \cdot h} + b_{1n} \cdot (1 + C_n) \cdot e^{d_{1n} \cdot h} \quad (\text{II-24})$$

La résolution du système d'équations II-22 à 24 permet de déterminer les constantes  $a_{1n}$ ,  $a_{2n}$  et  $b_{1n}$ .

### II-2-3. Calcul des grandeurs externes

Nous pouvons supposer que le flux de fuite dans la rainure, faible devant le flux utile, est indépendant de la direction axiale [40].

Une étude expérimentale [51] montre que la composante, suivant la direction  $y$ , du champ magnétique  $H_r$  dans la rainure décroît à peu près linéairement avec la profondeur.

En admettant que  $H_r$  ne dépend pas de  $y$  [40], nous pouvons calculer la f.m.m. nécessaire pour faire circuler le flux magnétique dans la rainure. Pour le trajet de A à B figure II-9, on écrit :

$$(f.m.m.)_r = \int_A^B H_r \cdot dl = H_r(x) \cdot E_p = H_r(0) \cdot (2 \cdot x + E_p)$$

Le flux de fuite dans la rainure est alors :

$$\phi_r = \int_0^{h_r} \mu_o \cdot H_r \cdot dx = \mu_o \cdot \frac{h_r}{E_p} \cdot (h_r + E_p) \cdot H_r(0)$$

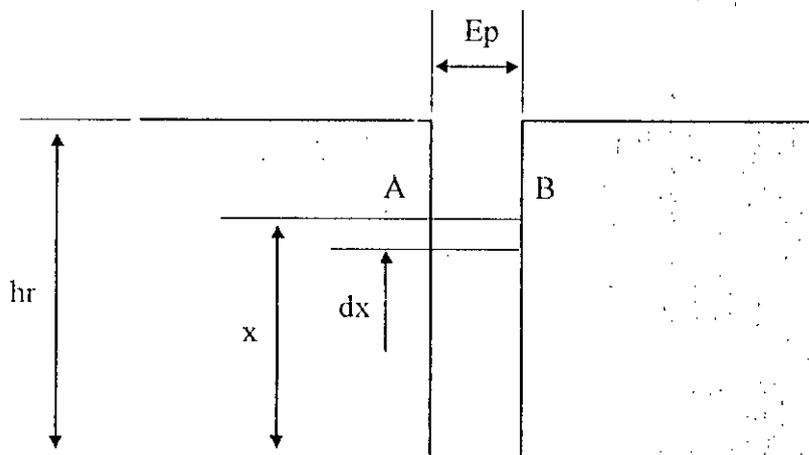


Fig. II-12. Calcul du flux magnétique dans la rainure

Ramenée à une phase statorique, La réactance  $x_{rf}$  associée au flux de fuite  $\phi_r$  et définie par [40], est donnée par :

$$x_{rf} = \frac{4 \cdot q \cdot k_b^2 \cdot N_s^2}{N_e \cdot g} \cdot \frac{\omega_r \cdot \mu_o \cdot h_r^2 \cdot L}{E_p (T_d + 2 \cdot h_r)} \cdot \left(1 + \frac{E_p}{h_r}\right)$$

où :  $q$  est le nombre de phases au stator, et

$\omega_r$  désigne la pulsation des courants rotoriques.

Pour une machine idéale où le flux de fuite dans les rainures rotorique est nul, l'impédance opérationnelle est donnée par :

$$\bar{Z}_{op} = -j \frac{\omega \cdot \psi_{op}}{I}$$

$\psi_{op}$  est la valeur efficace du flux d'entrefer de cette machine lisse équivalente.

On a :

$$\bar{\psi}_{op} = N_s \cdot k_b \cdot \bar{\phi}_x(x = -\varepsilon)$$

où  $N_s$  est le nombre de spires phase statorique, et

$K_b$  le coefficient de bobinage.

En admettant que le flux sortant du stator est égal au flux normal à la surface du rotor, on écrit :

$$\bar{\phi}_x(x = -\varepsilon) = \bar{\phi}_x(x = 0) = \int_z \int_y B_{tx}(x = 0) \cdot dz \cdot dy$$

On obtient :

$$\bar{\phi}_x(x = -\varepsilon) = -\frac{4 \cdot L}{\pi} \sum_{n=2p+1} (a_{1n} + b_{1n}) (1 + C_n) \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n}$$

Le calcul numérique de ce flux nécessite un nombre  $n$  d'harmoniques suffisamment grand pour assurer la convergence de  $\phi_x(n)$ .

L'impédance  $Z_{op}$  correspond à la mise en parallèle de l'impédance  $Z_{r1}$  du rotor sans fuite, ramenée au stator et de la réactance magnétique  $X_m$ .

Lorsque le glissement  $g$  tend vers zéro, on écrit :

$$j \cdot x_m = \bar{Z}_{op} (g = 0)$$

L'impédance  $Z_{r1}$  peut être déduite par :

$$\bar{Z}_{r1} = \frac{j \cdot X_m \cdot \bar{Z}_{op}}{j \cdot X_m - \bar{Z}_{op}}$$

L'impédance totale du rotor est donc égale à :

$$\bar{Z}_r = \bar{Z}_{r1} + j \cdot x_{r1}$$

et l'impédance opérationnelle de la machine est calculée par :

$$\bar{Z} = \frac{j \cdot x_m \cdot \bar{Z}_r}{j \cdot x_m + \bar{Z}_r}$$

Nous pouvons ainsi calculer l'intensité du courant de phase statorique par :

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{r_s + j \cdot x_{fs} + \bar{Z}}$$

et le facteur de puissance de la machine par :

$$\cos \varphi = \frac{\text{Re}(\bar{I})}{|\bar{I}|}$$

On obtient le couple développé en écrivant l'équation de conservation de l'énergie.

$$\Gamma = \frac{3 \cdot p \cdot |\bar{I}|^2}{\omega} \text{Re}(\bar{Z})$$

où  $\text{Re}(\bar{Z})$  est la partie réelle de  $\bar{Z}$ .

### II-2-4. Effets d'extrémités

Comme pour le rotor lisse, on introduit dans le programme numérique un coefficient  $K_t$ , représentant le rapport du couple  $\Gamma_0$  développé par la machine infiniment longue sur celui obtenu par un modèle tridimensionnel (à longueurs utiles égales).

Le coefficient  $K_t$  décroît rapidement vers l'unité lorsque le rapport  $L/T_p$  augmente et s'approche de 0.75 (Fig.II-13).

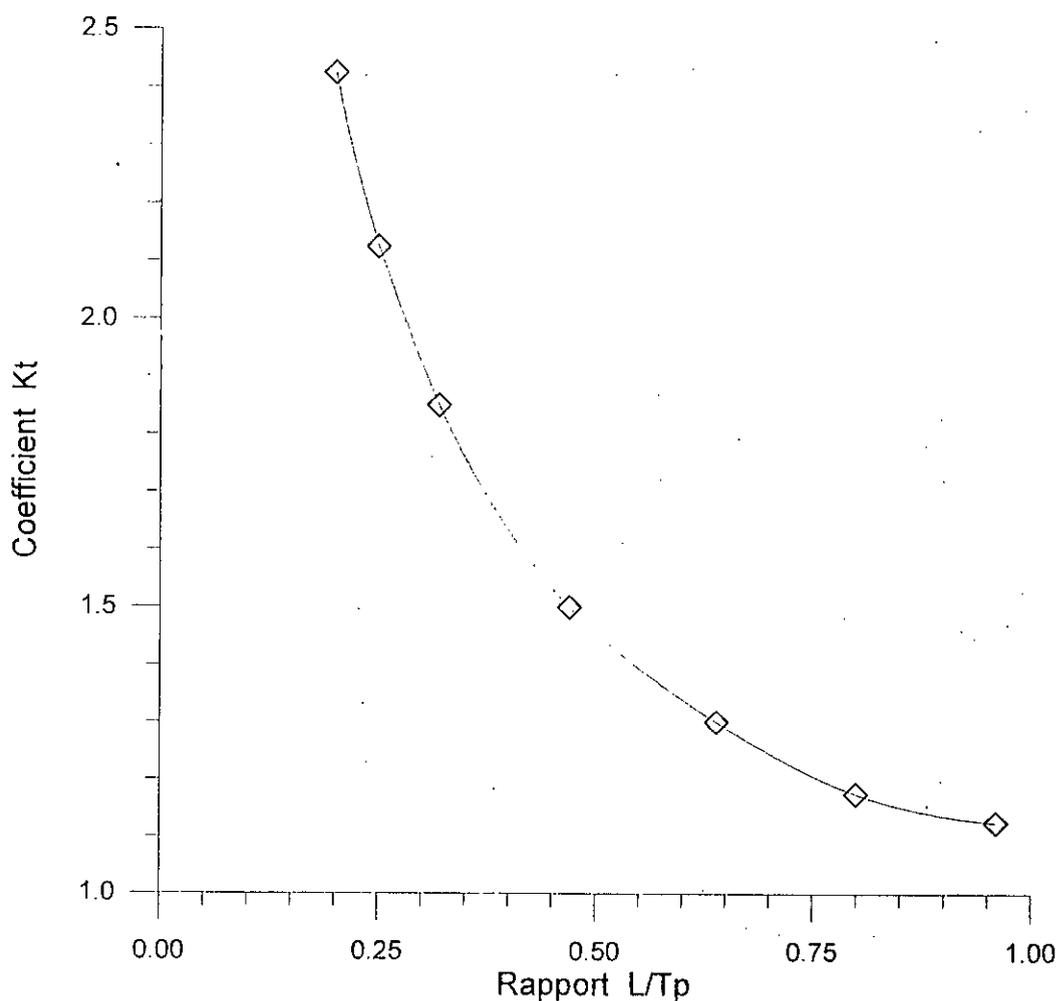


Fig. II-13 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction du rapport  $L/T_p$ ,  
de la longueur de la machine sur le pas polaire.

Ce résultat montre l'influence des rainures, qui améliorent le comportement électromagnétique de la machine. En effet, le coefficient de majoration de l'impédance du rotor lisse ne tend pas vers l'unité lorsque le rapport  $L/T_p$  est de l'unité [49], [52].

A glissement donné (Fig.II-14),  $K_t$  diminue lorsque le rapport de la profondeur de peau sur le pas polaire ( $\delta / T_d$ ) augmente, puis reste constant lorsque ce rapport tend vers l'unité. Ce résultat montre 2 types de comportement de la machine.

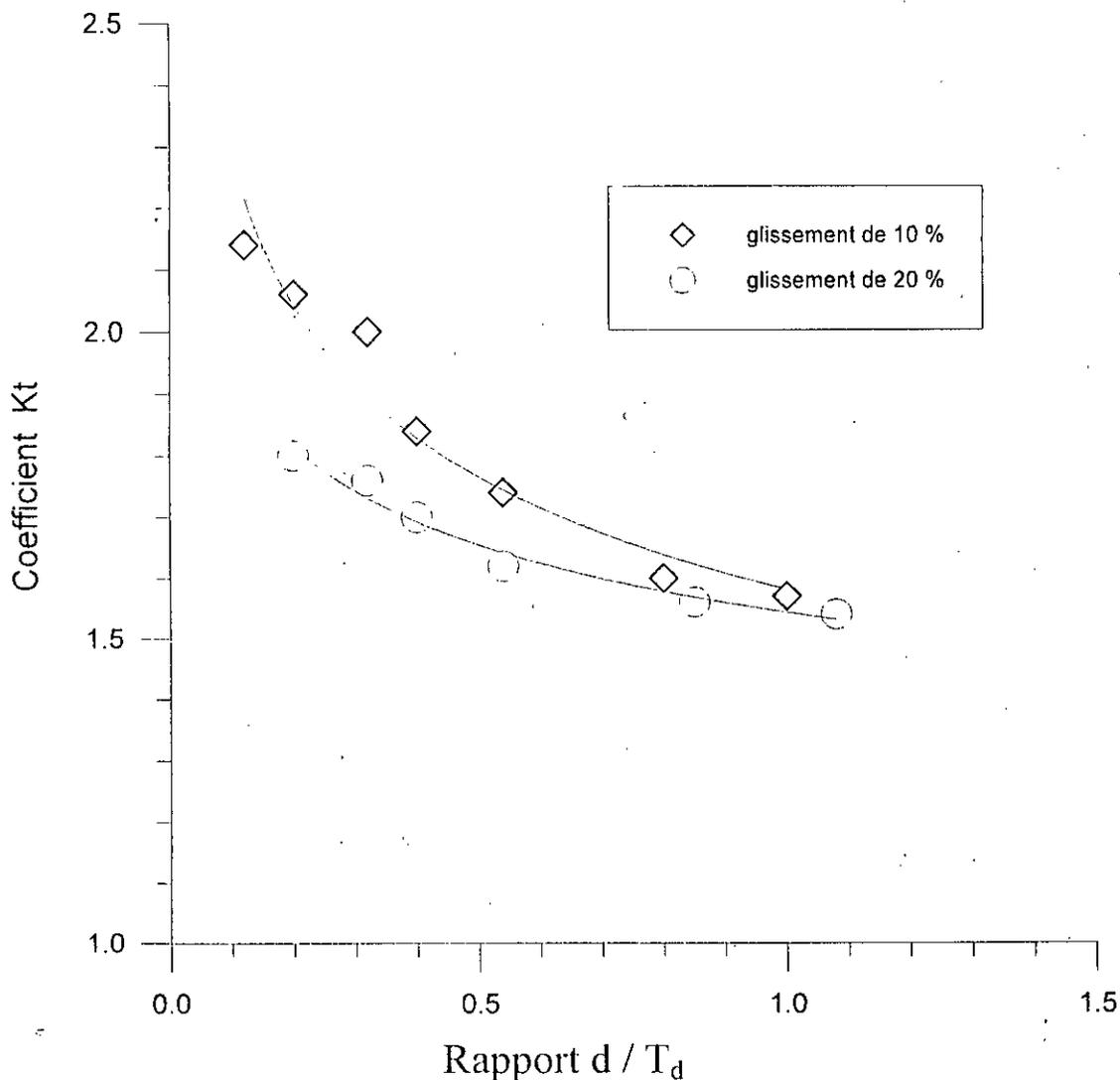


Fig. II-14 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction du glissement.

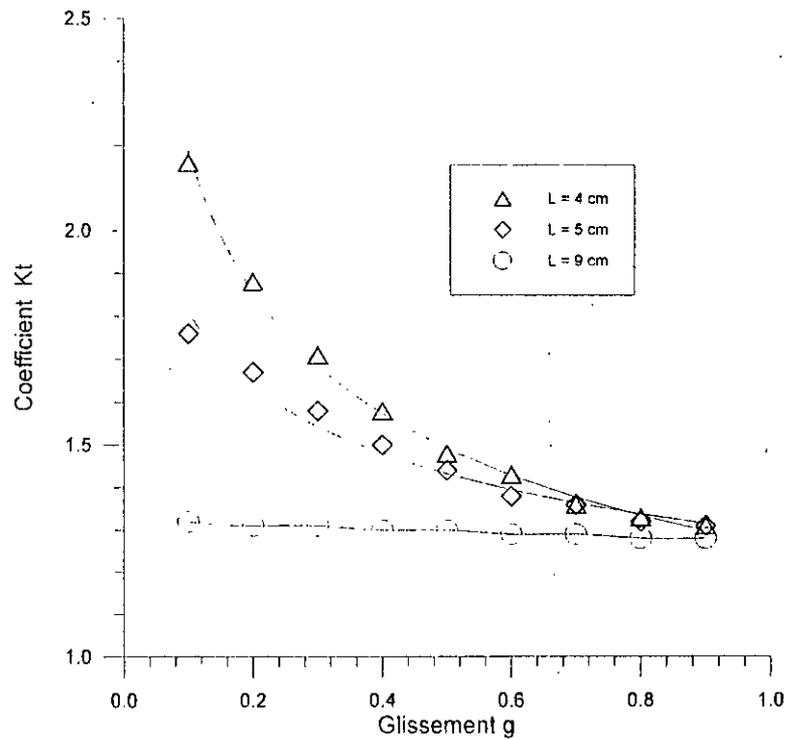


Fig. II-15 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction du glissement, rotor rainuré;  $N_e = 28$ ,  $h_r = 15$  mm et  $E_p = 2$  mm

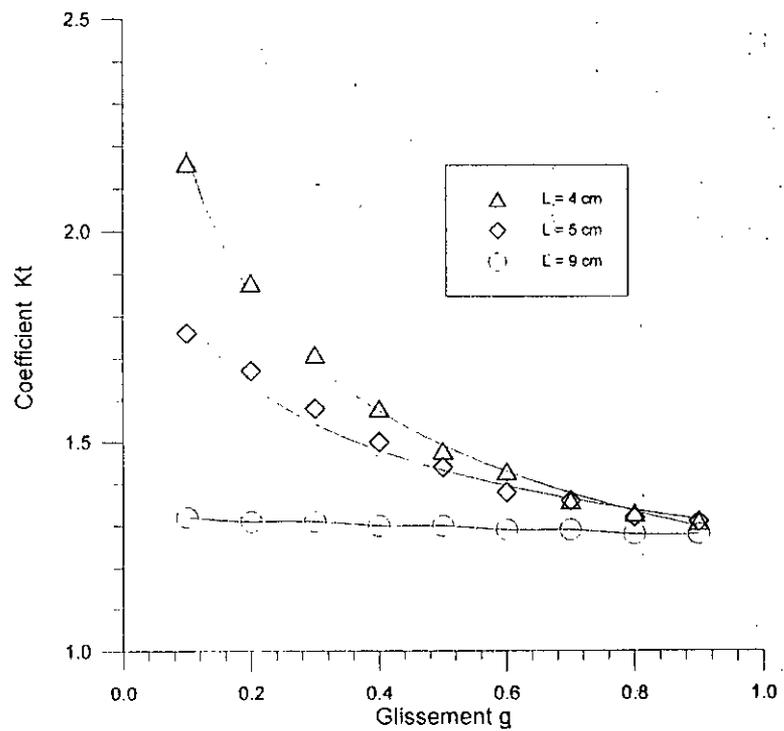


Fig. II-16 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction du nombre de rainures  $g = 0,1$ , rainures;  $h_r = 15$  mm et  $E_p = 2$  mm

Les figures II-15 et II-16 montrent que le coefficient  $K_t$  diminue puis reste constant lorsque le glissement ou le nombre de rainures augmentent.

Pour un pas dentaire  $T_d$  comparable à la profondeur de peau  $\delta$ , les figures II-17 et II-18 présentent les variations de  $K_t$  en fonction de la hauteur et de l'épaisseur des rainures.

Ces résultats montrent que les performances de la machine dépendent de la zone rainurée, et que l'on peut minimiser les effets d'extrémités par le choix de la hauteur  $h_r$ .

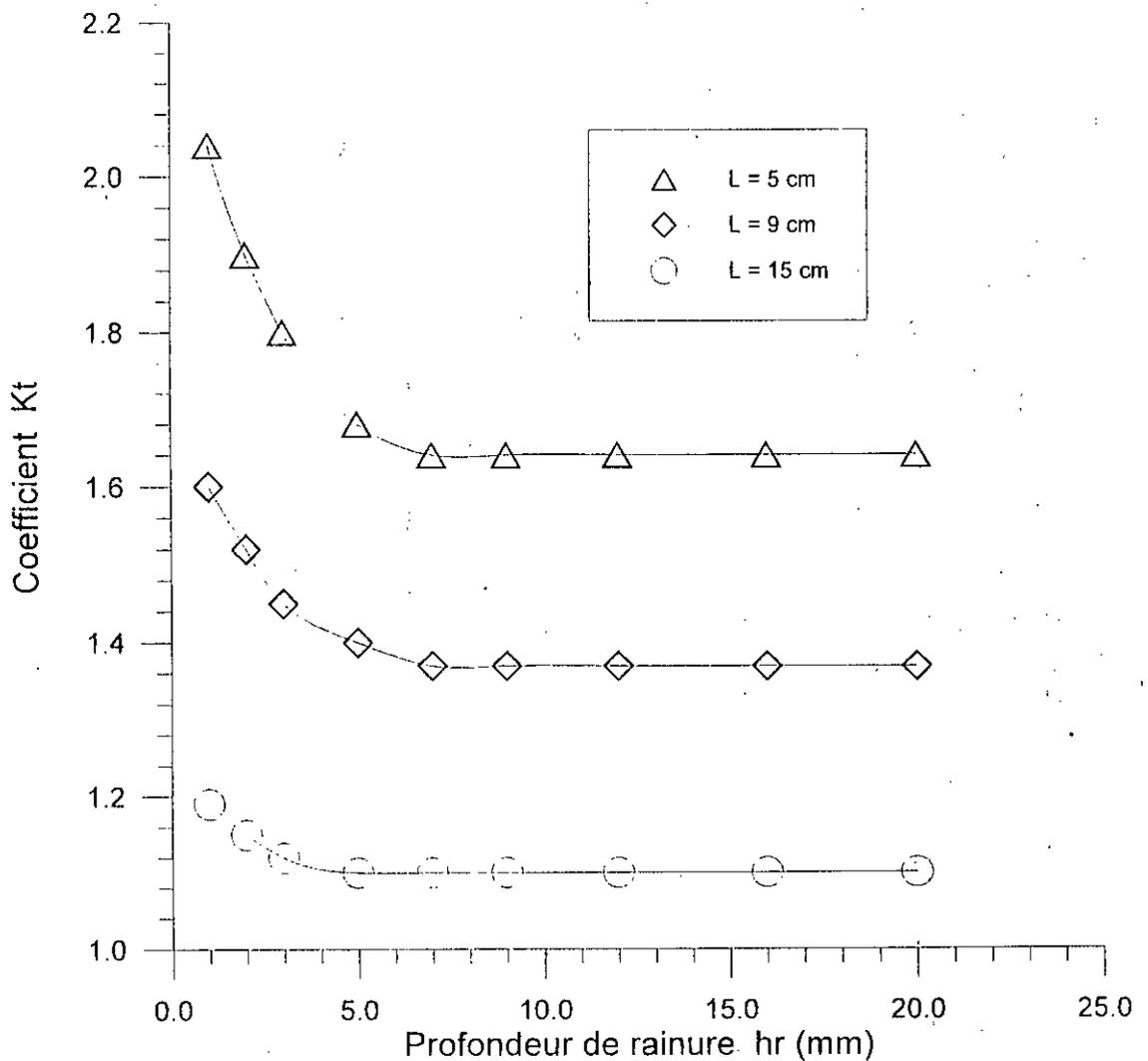


Fig. II-17 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction de la hauteur de rainure  
 $g = 0,1$ , rainures;  $N_e = 28$  et  $E_p = 2$  mm

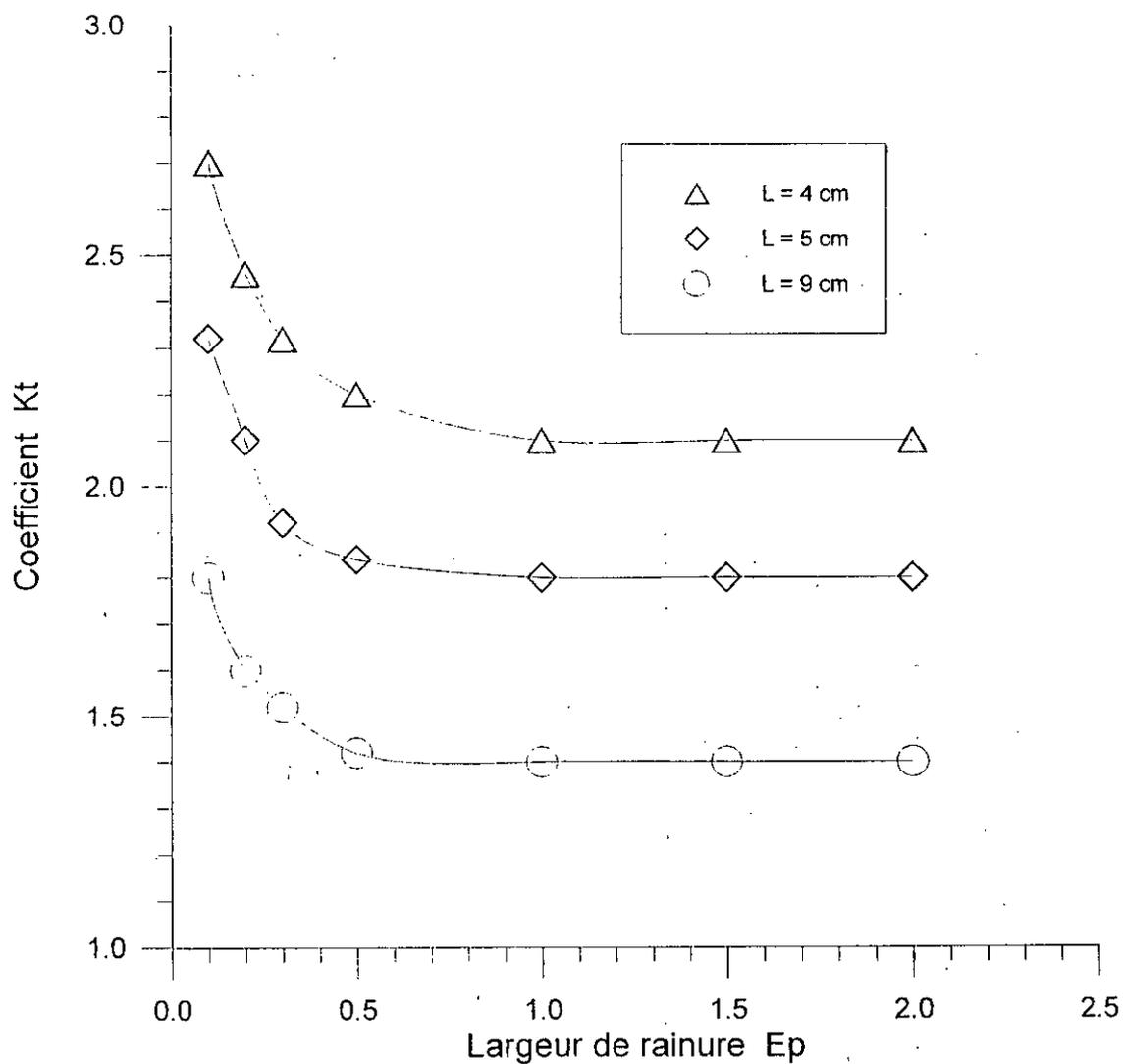


Fig. II-18 Variation du coefficient  $K_t$  en fonction de la largeur de rainure  $g = 0,1$ , rainures;  $N_e = 28$  et  $h_r = 15$  mm

### II-3. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons exposé des méthodes analytiques permettant le calcul de la machine asynchrone à rotor massif de la longueur finie.

Dans le rotor lisse, les courants induits sont concentrés au voisinage de la surface rotorique, et les effets d'extrémités peuvent être sensiblement minimisés par un choix du rapport longueur utile – pas polaire qui doit être le plus grand possible ( $L/T_p > 1$ ). Nous avons montré aussi que le choix d'un entrefer optimal qui garantit un facteur de puissance acceptable peut réduire ces effets d'extrémités.

Concernant la machine à rotor rainuré, nous avons montré l'influence du nombre et des dimensions des rainures qui canalisent axialement les courants induits au rotor et améliorent le comportement électromagnétique de la machine.

En effet, la méthode met en évidence 2 types de comportements de la machine suivant le rapport de la profondeur de peau sur le pas dentaire au rotor ( $\delta / T_d$ ).

Lorsque ce rapport est négligeable ( $\delta \ll T_d$ ), le flux est canalisé dans les dents, et l'effet de la longueur finie dépend des dimensions des rainures.

Lorsque ce devient très supérieur à l'unité ( $\delta \gg T_d$ ), le flux passe principalement dans la partie centrale du rotor, et la zone encochée n'agit pratiquement plus sur l'effet de la longueur finie de la machine.

Par ailleurs, nous avons montré que les effets d'extrémités dépendent de 2 paramètres importants : le rapport de la longueur utile de la machine sur le pas polaire ( $L / T_p$ ), et le rapport de la profondeur de peau sur le pas dentaire au rotor ( $\delta / T_d$ ).

Pour un rapport ( $L / T_p$ ) suffisamment grand, la composante axiale de la densité du courant induit est pratiquement indépendante de la coordonnée  $z$ , et les effets d'extrémités deviennent négligeables.

## Chapitre III

# TRAITEMENT DE LA SATURATION

## INTRODUCTION

Le fonctionnement des machines électriques dépend de l'état magnétique des parties constituant le noyau magnétique. Ce dernier présente généralement une caractéristique magnétique non linéaire qui doit être prise en compte dans le calcul et la conception de ces machines. Dans l'équation de diffusion du champ électromagnétique, la saturation est introduite par une réductivité magnétique variable dépendant de l'induction magnétique en tout point. En présence d'une excitation variable dans le temps, la réductivité peut aussi dépendre du temps.

Dans certaines structures électromagnétiques alimentées par une source sinusoïdale par rapport au temps, la topographie des lignes de champ est stationnaire. C'est le cas des machines synchrones où, en régime permanent, le rotor tourne à la même vitesse que le champs tournant. L'état magnétique de chaque point de la machine est alors inchangé par rapport au temps et on peut réduire l'étude de la diffusion du champ électromagnétique à un problème de magnétostatique. En régime de fonctionnement non linéaire, la perméabilité magnétique qui est fonction de l'induction magnétique en chaque point est indépendante du temps.

Pour les machines asynchrones, le problème est plus complexe car, en régime établi, le rotor glisse par rapport au champs tournant. Dans ce cas, la variation de la réductivité magnétique par rapport au temps multiplie les difficultés quand à la résolution de l'équation de diffusion. En effet, le mouvement relatif du rotor par rapport au champ tournant, entraîne une carte de champ dans la machine évoluant dans le temps et par conséquent le degré de magnétisation en chaque point du matériau rotorique varie à chaque instant.

Nous présentons dans ce chapitre différentes méthodes qui tiennent compte de la saturation dans l'analyse des machines électriques. Nous nous intéressons dans la première partie, à la variation de la réductivité magnétique de l'acier rotorique dans le cas d'une variation dans le temps de l'induction magnétique ou du champ magnétique. Nous exposons ensuite, le concept d'une réductivité équivalente indépendante du temps qui permet de simplifier la résolution de l'équation de diffusion en tenant compte de la saturation. Nous présentons, dans la dernière partie, une méthode, utilisant la réductivité moyenne équivalente, pour le calcul de la machine à induction à rotor massif.

### III-1 . Résolution de l'équation de diffusion

Dans un modèle bi-dimensionnel, les équations de Maxwell appliquées à des problèmes dépendant du temps conduisent à l'équation de diffusion (III-1) qui contient une description implicite du matériau du domaine d'étude :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_o + \sigma \cdot \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{III-1})$$

où :  $\sigma$  est la conductivité

$\nu$  la réductivité magnétique ( = H / B )

$\vec{J}_o$  la densité du courant source

$\vec{A}$  le potentiel vecteur magnétique

Une solution rigoureuse de l'équation (III-1) nécessite une méthode pas à pas dans le temps associée au mouvement du maillage du rotor [59], [60], [61]. Cependant, de telles méthodes, qui font intervenir tout le régime transitoire du début jusqu'au régime établi, exigent des calculateurs performants [62]. En effet, les faibles incréments de temps et le maillage minutieux(fin) demandent beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul.

Dans un milieu magnétique linéaire, l'étude du régime permanent des machines électriques sous excitation sinusoïdale est, généralement, effectuée par une analyse harmonique classique en fonction des variables complexes. En effet, lorsque la densité de courant source présente une variation sinusoïdale dans le temps, le potentiel est lui aussi sinusoïdal. On peut dans ce cas, représenter ces deux grandeurs par des quantités complexes  $\bar{J}_s(x,y)$ ,  $\bar{A}_s(x,y)$  et leurs valeurs instantanées sont donc données par

$$J_s(x,y,t) = \text{Re}[\bar{J}_s(x,y) \cdot e^{j\omega t}]$$

$$A(x,y,t) = \text{Re}[\bar{A}(x,y) \cdot e^{j\omega t}]$$

La dérivée par rapport au temps ( $\partial A/\partial t$ ) est remplacée par une opération complexe  $j\omega \bar{A}$ , et l'équation de diffusion s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial y} \right) = -\bar{J}_o + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \bar{A} \quad (\text{III- 2})$$

Sa discrétisation par la méthode des éléments finis donne lieu à un système d'équations algébriques linéaires [63].

Dans le cas non linéaire, la réductivité magnétique  $v$  est une fonction du potentiel vecteur et varie avec le temps. L'induction et le champ magnétiques ne peuvent pas être simultanément sinusoïdaux. Une solution approchée de l'équation (III-2) peut être obtenue en négligeant les harmoniques élevés du champ et en introduisant le concept d'une réductivité magnétique équivalente. Cette réductivité est supposée être fonction de l'amplitude de l'induction magnétique en chaque point du domaine mais indépendante du temps.

L'utilisation d'une réductivité équivalente indépendante du temps, simplifie la résolution de l'équation de diffusion en réduisant considérablement le temps de calcul.

### III-2 . Variation de la réductivité magnétique dans le temps

En chaque point de l'acier rotorique, supposé homogène et isotrope, l'induction et le champ magnétiques sont liés par la caractéristique magnétique  $H = v \cdot B$ , obtenue en courant continu.

$v$  est la réductivité magnétique ( inverse de la perméabilité magnétique  $\mu$  )

Dans le cas du matériau rotorique utilisé, la caractéristique magnétique est représentée par la courbe donnée par la figure III-1. Nous l'avons approximée par une fonction polynomiale de la forme :

$$\mu_0 \cdot H = a_1 \cdot B + a_2 \cdot B^9 + a_3 \cdot B^{11}$$

où  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des constantes.

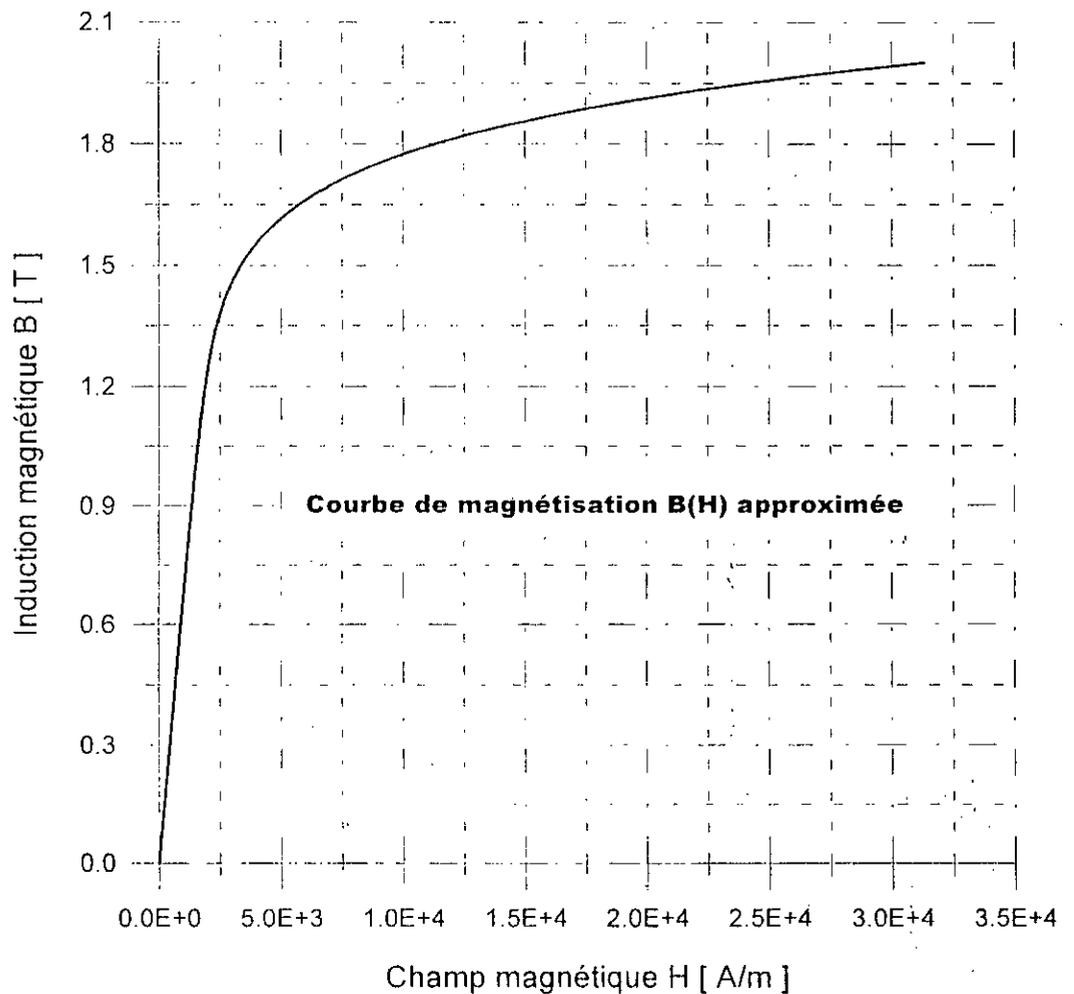


Fig. III-1. Courbe de magnétisation de l'acier rotorique

Nous examinons 2 fonctionnements possibles : un fonctionnement à tension d'alimentation sinusoïdale puis un fonctionnement à courant sinusoïdal.

### III-2 -1 . Cas d'une induction magnétique sinusoïdale

Supposons que l'induction magnétique en tout point du rotor varié suivant une fonction sinusoïdale du temps.

$$b(t) = \hat{B} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Cette hypothèse peut être réalisée lorsque la machine est alimentée par une source de tension sinusoïdale.

La figure III-2 montre que le champ magnétique  $h(t)$  présente une variation périodique mais pas sinusoïdale. La réluctivité magnétique statique correspondante dépend du temps et elle est périodique ( figIII.3 ).

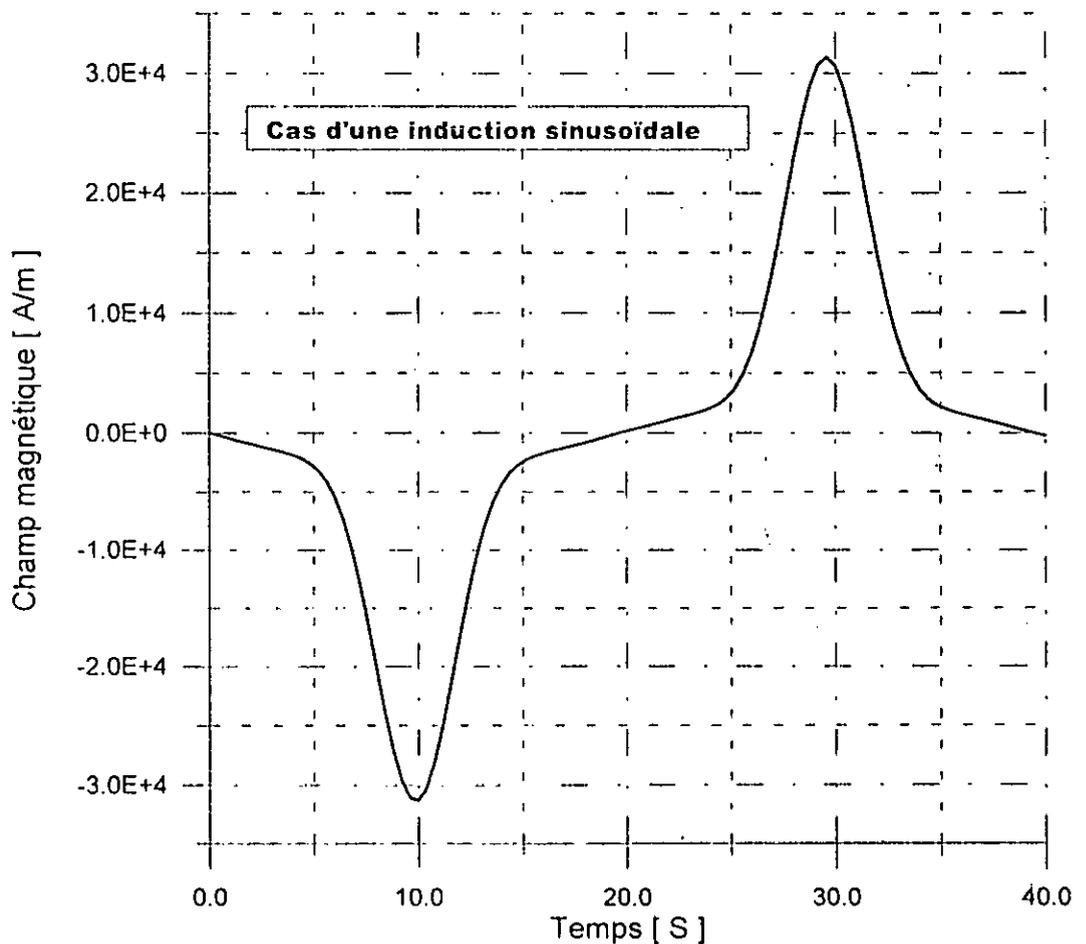


Fig. III-2 Variation temporelle du champ magnétique pour une induction magnétique sinusoïdale

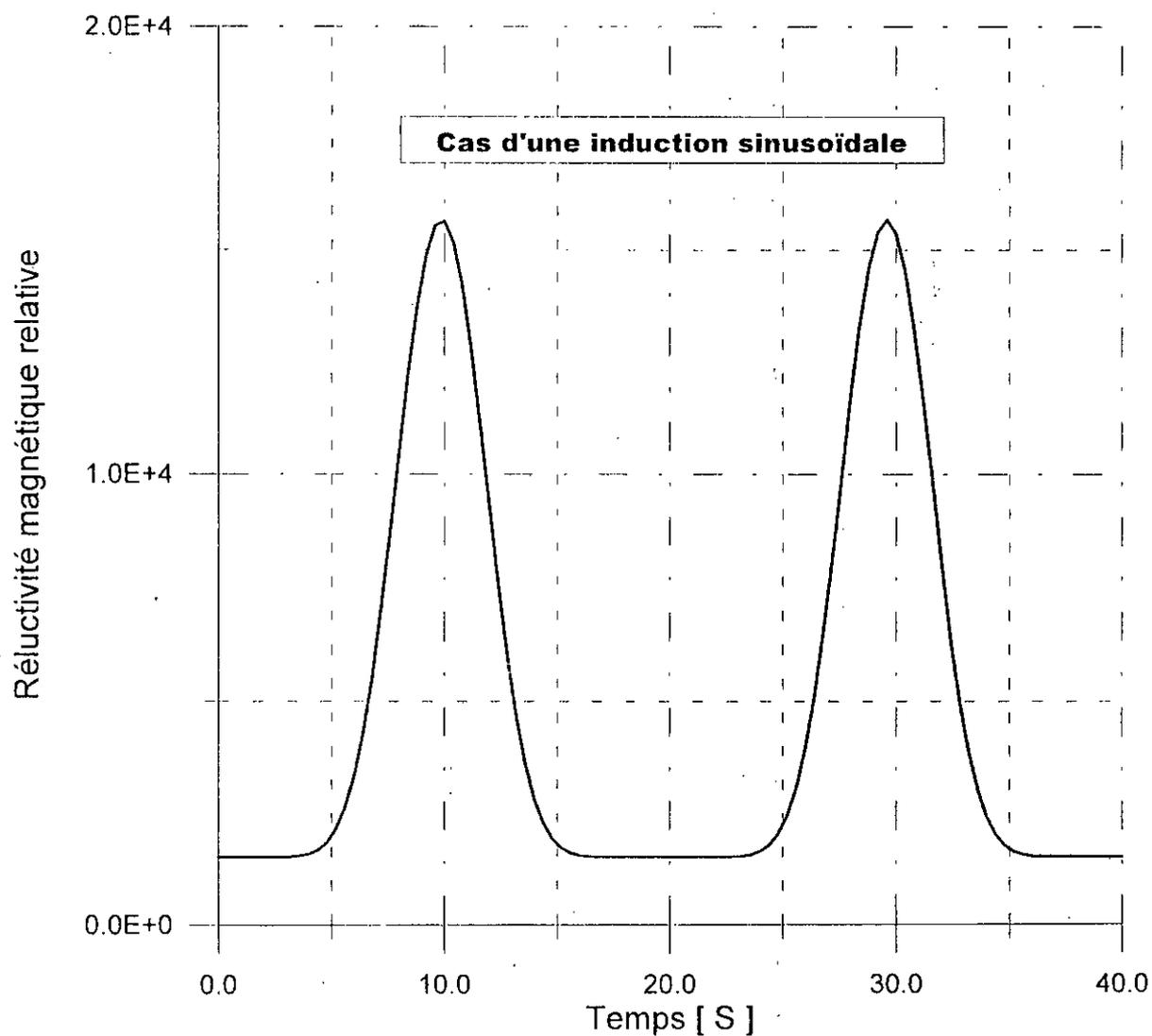


Fig. III-3 Variation temporelle de la relucitivité magnétique relative pour une induction magnétique sinusoïdale

### III-2 -2 . Cas d'un champ magnétique sinusoïdal

Lorsque la machine est alimentée par une source sinusoïdale de courant, on peut supposer que le champ magnétique est sinusoïdal.

$$h(t) = \hat{H} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

La figure III-4 montre que l'induction magnétique  $b(t)$  n'est pas sinusoïdale mais évolue de façon périodique dans le temps.

La figure III-5 montre la variation de la réductivité correspondante.

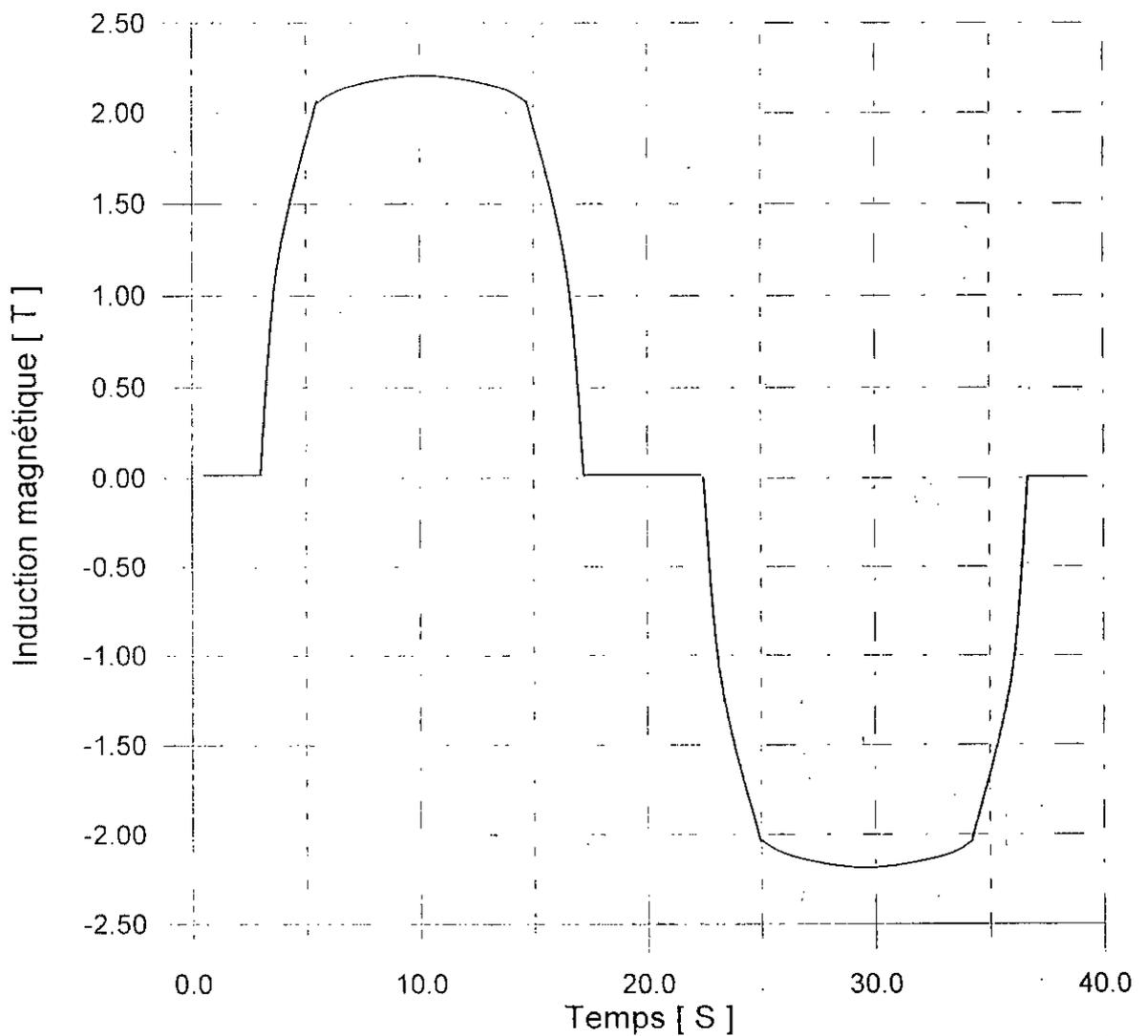


Fig. III-4 Variation temporelle de l'induction magnétique pour un champ magnétique sinusoïdal

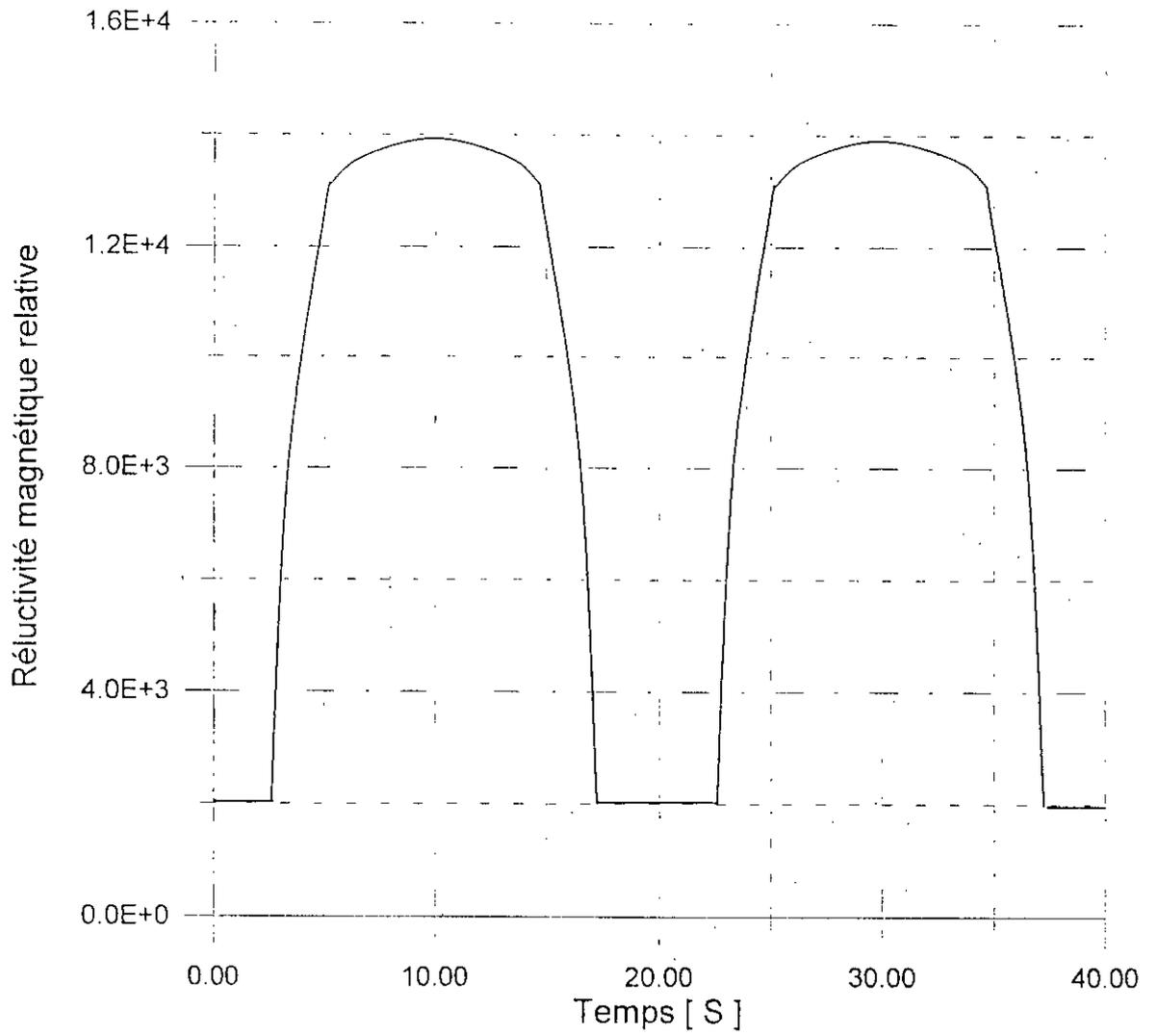


Fig. III-5 Variation temporelle de la réductivité magnétique relative pour un champ magnétique sinusoïdal

### III-3 . Concept de réductivité équivalente indépendante du temps

Pour des matériaux saturables sous excitation sinusoïdale, la réductivité magnétique  $\nu$  qui dépend de l'induction magnétique en chaque point, est une fonction périodique du temps.

Plusieurs auteurs [64-67] ont adopté la notion de réductivité équivalente pour simplifier la résolution de l'équation de diffusion. Le tableau ci-dessous regroupe les différentes définitions utilisées.

Differentes définitions de la réductivité équivalente $\nu_{eq}$	Cas d'une variation sinusoïdale de l'induction magnétique $B(t) = \hat{B} \cdot \cos(\omega \cdot t)$	Cas d'une variation sinusoïdale du champ magnétique $H(t) = \hat{H} \cdot \cos(\omega \cdot t)$
le rapport des valeurs efficaces du champ et de l'induction	$\nu_{B1} = \frac{\sqrt{2}}{\hat{B}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [H(t)]^2 dt}$	$\nu_{H1} = \frac{\frac{\hat{H}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [B(t)]^2 dt}}$
le rapport des fondamentaux du champ et de l'induction	$\nu_{B2} = \frac{1}{\hat{B}} \cdot \frac{2}{T} \int_0^T H(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt$	$\nu_{H2} = \frac{\hat{H}}{\frac{2}{T} \int_0^T B(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt}$
la valeur moyenne de la réductivité instantanée	$\nu_{B3} = \frac{1}{T} \int_0^T \nu(t) \cdot dt$	$\nu_{H3} = \frac{1}{T} \int_0^T \nu(t) \cdot dt$
la valeur efficace de la réductivité instantanée	$\nu_{B4} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [\nu(t)]^2 \cdot dt}$	$\nu_{H4} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [\nu(t)]^2 \cdot dt}$

La figure III-6 montre les variations de la réductivité en fonction de l'induction pour chaque définition. Sur cette figure  $\nu$  représente la réductivité correspondante à la caractéristique magnétique statique.

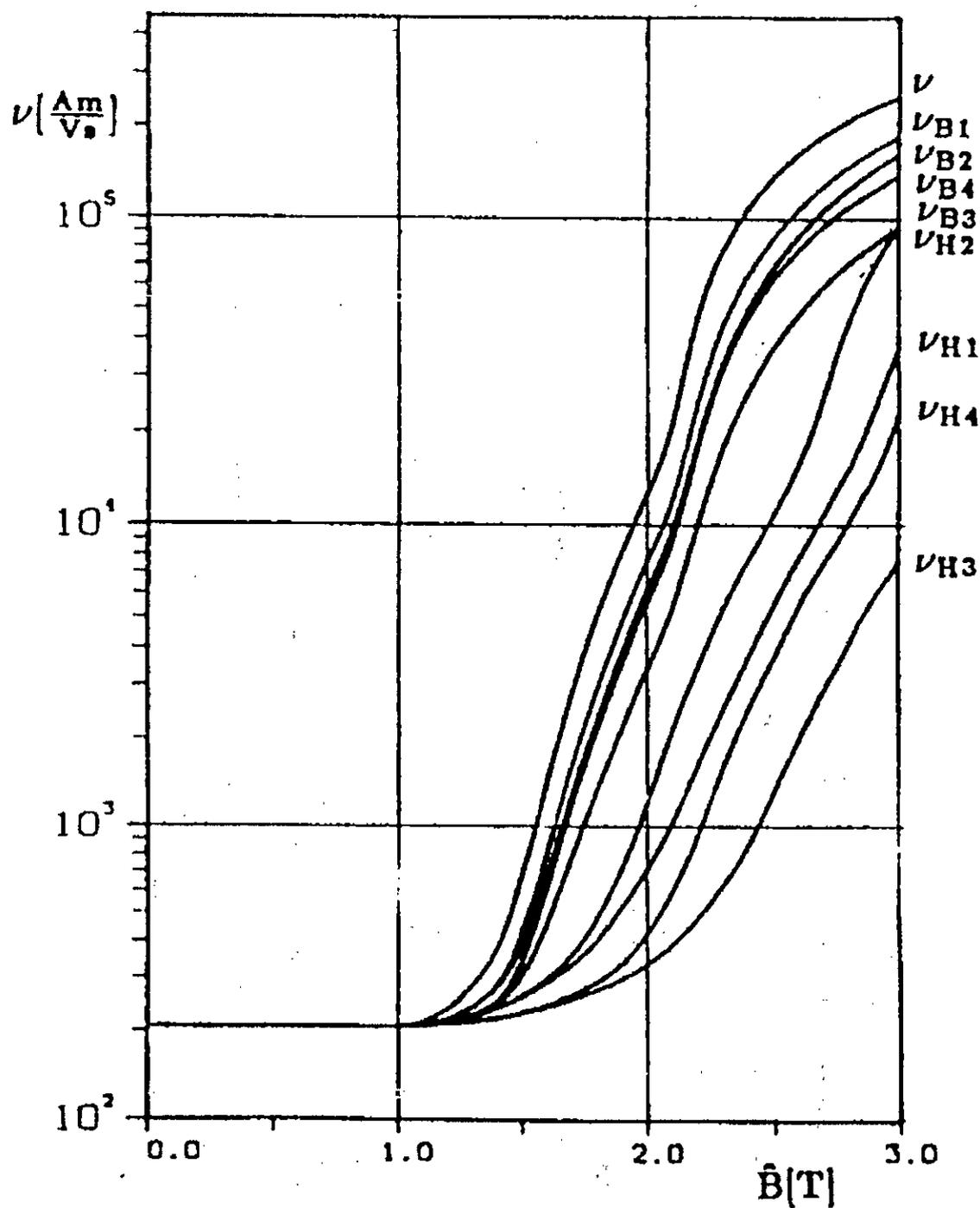


Fig. III-6 Comparaison des différentes définitions de la réductivité magnétique équivalente

En prenant comme référence les résultats obtenus par un calcul discrétisant dans le temps l'équation III-1, Luomi et al [65] obtiennent une meilleure concordance en utilisant une réductivité équivalente  $\nu_{B3}$  qui correspond à la valeur moyenne de la réductivité instantanée  $\nu(t)$ . En utilisant la réductivité équivalente  $\nu_{H2}$  (champ magnétique sinusoïdal), Damerdesch et Nehl [66], puis Andreson et Mueller [67] obtiennent aussi des résultats acceptables.

L'ensemble de ces réductivités ont été introduites pour le calcul de la machine asynchrone classique. Dans le cas de la machine étudiée, le rotor massif est très saturé. Cette particularité permet l'introduction de 2 autres définitions de la réductivité magnétique.

#### III-4 . Application à la machine à rotor massif lisse

La machine à induction à rotor massif présente un niveau de saturation relativement élevé à cause de l'effet de peau au rotor [25], [62], [69], [70]. La non linéarité introduite par la saturation du fer rotorique est prise en compte par diverses approximations.

Une première approximation consiste à résoudre, pour un glissement donné, l'équation de diffusion (III-2) en utilisant une réductivité indépendante du temps

$$\nu = a_1 + a_2 \cdot B^8 + a_3 \cdot B^{10} \quad \text{(III-3)}$$

obtenue en chaque nœud par la méthode des éléments finis. Le processus est répété jusqu'à la convergence.

On montre que dans le rotor, la réductivité décroît lentement depuis la surface. On peut donc remplacer le matériau rotorique par un milieu homogène équivalent ayant une caractéristique magnétique approximée par une fonction simple, généralement rectangulaire [11], [30], [40], [71]. Cette particularité nous permet d'introduire une méthode équilibrant au mieux l'équation  $B = \mu H$  en présence d'harmoniques.

### III-4-1. Méthode locale équilibrant les harmoniques dans l'équation de diffusion

#### III-4-1-1. Développement du potentiel vecteur

Dans un problème bi-dimensionnel, nous écrivons, le développement en série de Fourier, du potentiel vecteur dans le rotor sous la forme générale suivante :

$$A(x, \phi) = \bar{A}(x) + \sum_{p \geq 1} \alpha_p(x) \cdot e^{jp\phi} + \alpha_p^*(x) \cdot e^{-jp\phi} \quad (\text{III-4})$$

où  $\bar{A}(x)$  désigne la valeur moyenne sur  $\phi$  de la fonction  $A(x, \phi)$ . Sa valeur dépend uniquement du choix arbitraire du potentiel vecteur au centre du rotor [25].

On peut donc prendre une valeur nulle car le champ est insignifiant au centre de la machine. Dans modèle développé, ce choix est traduit par :

$$A = 0 \quad \text{lorsque} \quad x \rightarrow \infty$$

Dans ces conditions, le développement en série de Fourier du potentiel vecteur s'écrit :

$$A(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} \alpha_p(x) \cdot e^{jp\phi} + \alpha_p^*(x) \cdot e^{-jp\phi} \quad (\text{III-5})$$

#### III-4-1-2. Développement de la réductivité magnétique

Une approximation classique de la caractéristique magnétique  $B(H)$  est de la forme :

$$\mu_0 \cdot H = a_1 \cdot B + a_2 B^{2n+1} + a_3 B^{2m+1} \quad (\text{III-6})$$

Les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ainsi que les exposants impairs  $(2n+1)$  et  $(2m+1)$  sont déterminés de telle façon que l'écart entre la courbe expérimentale et la courbe théorique soit le plus faible possible dans le domaine utile.

Désignons par  $v(x, \phi)$  la réductivité magnétique relative au rotor.

$$v(x, \phi) = \frac{\mu_0}{\mu}(x, \phi)$$

$v(x, \phi)$  est une fonction de  $B^2$ , elle ne comprendra donc que des harmoniques pairs.

$$v(x, \phi) = \bar{v}(x) + \sum_{q \geq 1} \beta_{2q}(x) \cdot e^{2jq\phi} + \beta_{2q}^*(x) \cdot e^{-2jq\phi} \quad (\text{III-7})$$

On a aussi d'après ce que nous venons de voir :

$$A(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} \alpha_p(x) \cdot e^{jp\phi} + \alpha_p^*(x) \cdot e^{-jp\phi} \quad (\text{III-8})$$

Nous calculons les expressions de  $(\partial A / \partial x)$ ,  $(\partial A / \partial y)$

$$\frac{\partial A}{\partial x}(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} \alpha_p'(x) \cdot e^{jp\phi} + \alpha_p'^*(x) \cdot e^{-jp\phi} \quad (\text{III-9})$$

$$\frac{\partial A}{\partial y}(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} jpa \cdot \alpha_p(x) \cdot e^{jp\phi} - jpa \cdot \alpha_p^*(x) \cdot e^{-jp\phi} \quad (\text{III-10})$$

et celles de  $\frac{\partial A}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)$  et  $\frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right)$  que nous portons dans l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \mu_0 \cdot \sigma \cdot \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{III-11})$$

On constate que la valeur moyenne de la densité de courant, autrement dit de  $(\partial A / \partial t)$ , devant être nulle, alors nécessairement l'expression du potentiel vecteur magnétique  $A$  ne contient pas d'harmoniques pairs. S'il en existait en effet, il donnerait avec un harmonique  $\beta_{2q}$  correspondant un terme indépendant de  $\phi$ , donc une valeur moyenne non nulle du premier membre.

On a donc :

$$v(x, \phi) = \bar{v}(x) + \sum_{q=1}^N \beta_{2q}(x) \cdot e^{2jq\phi} + \beta_{2q}^*(x) \cdot e^{-2jq\phi} \quad (\text{III-12})$$

$$A(x, \phi) = \sum_{p=0}^{N'} \alpha_{2p+1}(x) \cdot e^{j(2p+1)\phi} + \alpha_{2p+1}^*(x) \cdot e^{-j(2p+1)\phi} \quad (\text{III-13})$$

La solution exacte de notre problème ne peut être assurée que si nous prenons N et N' infinis. Il faudrait alors tenir compte de tous les harmoniques de A dans le calcul des  $\beta_{2q}$

Ce serait effectivement, la seule façon d'équilibrer les deux membres de notre équation.

On peut obtenir une approximation de la solution en se fixant N', N doit alors être choisi en conséquence.

Si l'étude se limite au premier harmonique de A, soit N' = 0

$$A(x, \phi) = \alpha(x) \cdot e^{j\phi} + \alpha^*(x) \cdot e^{-j\phi} \quad (\text{III-14})$$

on doit choisir alors N = 1

$$v(x, \phi) = \bar{v}(x) + \beta(x) \cdot e^{2j\phi} + \beta^*(x) \cdot e^{-2j\phi} \quad (\text{III-15})$$

En effet, l'harmonique 2 intervient par action sur l'harmonique 1 de A pour fournir encore une partie de l'harmonique 1 de  $(\partial A/\partial t)$ .

Lorsqu'on veut tenir compte du troisième harmonique de A; il faut prendre N' = 1.

$$A(x, \phi) = \alpha_1(x) \cdot e^{j\phi} + \alpha_1^*(x) \cdot e^{-j\phi} + \alpha_3(x) \cdot e^{3j\phi} + \alpha_3^*(x) \cdot e^{-3j\phi} \quad (\text{III-16})$$

Il faut choisir alors N = 3; l'harmonique 6 de v intervient en effet sur l'harmonique 3 de A pour fournir une partie de l'harmonique 3 de  $(\partial A/\partial t)$ .

**III-4-1-3. Approximation au premier harmonique de A**

En se limitant au premier harmonique du potentiel vecteur A, nous obtenons une équation différentielle du second ordre de la fonction complexe  $\alpha$ , ce qui va nous fournir un système canonique de 4 équations différentielles du premier ordre.

A partir des expressions précédentes on calcule :

$$v \frac{\partial A}{\partial x} = (\bar{v} \cdot \alpha' + \beta \cdot \alpha'^*) \cdot e^{j\phi} - (\bar{v} \cdot \alpha'^* + \beta^* \cdot \alpha') \cdot e^{-j\phi} + \beta \cdot \alpha' \cdot e^{3j\phi} + \beta^* \cdot \alpha'^* \cdot e^{-3j\phi}$$

$$v \frac{\partial A}{\partial y} = (ja \cdot \bar{v} \cdot \alpha - ja \cdot \beta \cdot \alpha^*) \cdot e^{j\phi} + (ja \cdot \bar{v} \cdot \alpha - ja \cdot \beta \cdot \alpha^*) \cdot e^{-j\phi} + ja \cdot \beta \cdot \alpha \cdot e^{3j\phi} - ja \cdot \beta^* \cdot \alpha^* \cdot e^{-3j\phi}$$

En écrivant l'égalité des premiers harmoniques des deux membres de l'équation on obtient:

$$\frac{d}{dx} (\bar{v} \cdot \alpha' + \beta \cdot \alpha'^*) - a^2 \cdot (\bar{v} \cdot \alpha - \beta \cdot \alpha^*) = j \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot g \cdot \omega \cdot \alpha \quad \text{(III-17)}$$

ainsi que l'équation conjuguée.

Dans le calcul numérique, nous considérons que  $\bar{v}$  est réel.  $\bar{v}$  serait complexe, si on envisageait de tenir compte du phénomène d'hystérésis. On sera conduit à la même équation avec  $\bar{v}$  complexe, bien que le moyen d'y arriver soit légèrement différent. Le calcul numérique a été fait pour  $\bar{v}$  réel

**III-4-1-4. Système d'équations différentielles**

La structure de la machine que nous étudions ne dépends quant à sa configuration géométrique que d'un paramètre: l'épaisseur de l'entrefer  $\epsilon$ . La périodicité électrique entraîne un deuxième paramètre: le pas polaire  $\tau_p$ .

Il est intéressant, dans notre cas, de travailler avec des coordonnées réduites :

$$a \cdot x \rightarrow x$$

$$a \cdot y \rightarrow y$$

en prenant  $a = 2\pi / \tau_p$ .

Ces nouvelles coordonnées, qui sont sans dimensions, permettent un traitement normalisé de machines de dimensions différentes.

On pose  $\alpha = X_1 + j \cdot X_2$

$$\alpha' = X_3 + j \cdot X_4$$

$\alpha'$  étant la dérivée de  $\alpha(x)$  par rapport à  $x$  dans le nouveau système de coordonnées réduites.

Les deux première équations du système canonique recherché seront donc :

$$X_1' = X_3 \quad \text{( III- 18 )}$$

$$X_2' = X_4 \quad \text{( III- 19 )}$$

Les deux autres équations nous seront fournies en considérant la partie réelle et la partie imaginaire de l'équation déjà écrite :

$$\frac{d}{dx} (\bar{\lambda} \cdot \alpha' + \beta \cdot \alpha'') - (\bar{\lambda} \cdot \alpha - \beta \cdot \alpha') = j \frac{\mu_0 \sigma g \omega}{a^2} \cdot \alpha \quad \text{( III- 20 )}$$

En posant :

$$\phi_1 = \bar{\lambda} + \text{Réal}(\beta)$$

$$\phi_2 = \bar{\lambda} - \text{Réal}(\beta)$$

$$\phi_3 = \text{Imag}(\beta)$$

on obtient ainsi les deux équations suivantes :

$$C_{33} \cdot X_3' + C_{34} \cdot X_4' = C_3 \quad \text{( III- 21 )}$$

$$C_{43} \cdot X_3' + C_{44} \cdot X_4' = C_4 \quad \text{( III- 22 )}$$

qui peuvent être écrites sous la forme :

$$X'_3 = \frac{C_{44} \cdot C_3 - C_{34} \cdot C_4}{\Delta}$$

$$X'_4 = \frac{C_{33} \cdot C_4 - C_{43} \cdot C_3}{\Delta}$$

où  $\Delta = C_{33} \cdot C_{44} - C_{34} \cdot C_{43}$

Les expressions de  $C_{33}$ ,  $C_{34}$ ,  $C_{43}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_3$  et  $C_4$  sont données par :

$$C_{33} = \phi_1 + X_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_3} + X_4 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_3}$$

$$C_{34} = \phi_3 + X_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_4} + X_4 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_4}$$

$$C_{43} = \phi_3 + X_4 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_3} + X_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_3}$$

$$C_{44} = \phi_2 + X_4 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_4} + X_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_4}$$

$$C_3 = -k \cdot X_2 - C_{01} \cdot X_3 - C_{03} \cdot X_4$$

$$C_4 = k \cdot X_1 - C_{02} \cdot X_4 - C_{03} \cdot X_3$$

avec :

$$C_{01} = X_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_1} + X_4 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_2}$$

$$C_{02} = X_3 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_1} + X_4 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_2}$$

$$C_{03} = X_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_1} + X_4 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_2}$$

$$k = \mu_o \cdot \sigma \cdot g \cdot \omega_s$$

Le calcul de la machine conduit donc à un système canonique de 4 équations différentielles du premier ordre non linéaire qui peut être résolu numériquement.

Le système d'équations différentielles du premier ordre à résoudre est :

$$X_1' = F_1(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X_2' = F_2(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X_3' = F_3(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X_4' = F_4(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

Les conditions aux limites doivent être assurées. Elles concernent les conditions de branchement de la machine sur un réseau triphasé équilibré et les conditions de mise sous tension.

#### *III-4-1-5. Méthode de résolution*

Il est intuitif que l'induction magnétique maximale dans le fer décroît en s'éloignant de la surface du rotor. Il existe donc une profondeur en dessous de laquelle le fer n'est pas saturé. A partir de cette profondeur, la réductivité  $\nu$  reste constante et la solution de l'équation de diffusion peut être exprimée analytiquement. Il convient d'exploiter au mieux cette propriété.

Jusqu'à une certaine valeur  $B_0$  de l'induction maximum, on considère que  $\nu$  est une constante  $\nu_0$ .

Soit  $D_0$  la profondeur où  $\nu$  devient égale à  $\nu_0$  et soit  $X_0$  la valeur de  $\alpha$  à ce niveau.

Nous prenons arbitrairement  $X_0$  réel, ce qui revient à choisir l'origine des phases. Si on choisit la phase de la tension  $V$  comme phase de référence, il suffira de faire tourner du même angle toutes les représentations vectorielles des grandeurs présentes dans la machine.

**III-4-1-6. Détermination de la solution pour  $x > D_0$**

Pour  $x > D_0$        $v(x, y, t) = v_0$        $\beta = 0$        $\bar{v} = \bar{v}_0$

et l'équation différentielle (III-5) est simplifiée       $\alpha'' = \left(1 + j \frac{k}{v_0}\right) \alpha$

ou encore       $\alpha'' = q^2 \cdot \alpha$       si on pose       $q^2 = 1 + j \frac{k}{v_0}$

Si l'on choisit pour  $q$  la racine à partie réelle positive de  $q^2$ , la solution est :

$$\alpha(x) = X_0 \cdot e^{-q \cdot x}$$

de sorte que       $|\alpha| \rightarrow 0$       lorsque       $x \rightarrow 0$

Alors :       $\alpha'(x) = -q \cdot X_0 \cdot e^{-q \cdot x}$

Cette solution, parfaitement connue dans la partie centrale du rotor ( $x > D_0$ ), nous permet d'initialiser le calcul et surtout de restreindre à une valeur acceptable, l'intervalle de résolution numérique de notre système.

En fait, même pour des glissements faibles, 1 est toujours négligeable devant la partie imaginaire ( $k/v_0$ ),  $v_0$  est la valeur la plus faible de  $v$ .

L'intégration du système différentielle est effectuée en divisant la profondeur  $D_0$  en  $N$  couches identiques d'épaisseur  $dx$ .

**III-4-1-7. Bouclage du calcul**

On calcule à chaque niveau  $\bar{v}$  et  $\beta$ . Ce calcul partiel est d'ailleurs utilisé dans le calcul de F3 et F4. Le nombre de niveaux  $N$  étant fixé à l'avance, il faut choisir le pas  $dx$  de façon que les  $X_i(N)$  vérifient bien la condition à la surface du rotor. La condition de bouclage du calcul consistera à vérifier que l'équation en tension. On déterminera par approximation successives la valeur de  $\Delta d$  qui assure la tension aux bornes de l'enroulement statorique.

Le calcul est alors conclu par la détermination des diverses grandeurs qui nous intéressent.

*III-4-1-8. Approximation de la courbe de magnétisation*

$v$  est une fonction paire de  $B$ . on peut choisir une approximation de la forme :

$$v = f(B^2)$$

$B^2$  est une fonction périodique de  $\phi$ , de période  $\pi$ , il nous faut calculer la valeur moyenne et le premier harmonique de  $f(B^2)$ .

Dans la région non saturée, la courbe suit longtemps sa tangente à l'origine; on ne conservera que des termes de puissance élevée.

Pour l'acier utilisé, le développement :

$$v = f(B^2) = a_1 + a_2 B^8 + a_3 B^{10}$$

a donné entièrement satisfaction sans qu'il soit nécessaire de tenir compte d'autres termes.

*III-4-1-9. Choix de la valeur maximale  $B_0$*

Rappelons que si l'induction est inférieure à une certaine valeur maximale  $B_0$ , nous considérons que  $v$  est une constante  $v_0$ . Il faut noter que le choix de la valeur  $B_0$  n'est pas arbitraire. En effet. Si on choisit une valeur trop grande de  $B_0$ , on commet une erreur systématique sur les valeurs initiales du calcul.

Si la valeur de  $B_0$  est choisie trop petite on augmente l'intervalle de l'intégration numérique, et pour un même pas, on augmente aussi le temps de calcul.

La valeur de  $B_0$  doit être estimée au mieux sur examen de la courbe de saturation.

En général :  $1 < B_0 < 1.3 \text{ T}$

Au niveau  $D_0$ , où l'induction maximale est  $B_0$ , la valeur moyenne de  $v$  est donnée par :

$$\bar{v}(B_0) = a_1 + \frac{70}{2^8} a_2 B_0^8 + \frac{252}{2^{10}} a_3 B_0^{10}$$

Cette expression est valable en tout point où l'induction maximum serait  $B_0$ .

Pour initialiser les calculs, on admet que, dans la partie linéaire,  $\nu$  varie peu autour de sa valeur moyenne  $\bar{\nu}(B_0)$ . Pour le calcul de l'épaisseur de peau  $\delta$ , on prendra donc :

$$\nu_0 = \bar{\nu}(B_0)$$

Pour que ceci soit cohérent avec l'approximation choisie, il faut que la valeur  $\nu_0$  ainsi calculée soit comparable avec  $a_1$ .

Dans ces conditions, tant que l'induction maximale reste inférieure à  $B_0$ , la réductivité  $\nu(x)$  reste constante et sensiblement égale à  $\nu_0$  alors que  $\beta(x)$  est négligeable.

Nous possédons ainsi tous les éléments nous permettant d'aborder le calcul numérique de la solution.

#### III-4-2. Méthode globale

La méthode locale décrite précédemment conduit à une variation de l'induction dans le rotor donnée par la figure III-7. Comme attendu, la composante tangentielle du champ est prédominante. Par ailleurs, l'induction décroît de façon pratiquement linéaire et très lente avec la profondeur. Nous nous proposons d'exploiter cette propriété et choisir pour le rotor une valeur constante de la réductivité magnétique qui tient compte de l'induction à la surface du rotor.

Cette réductivité équivalente est obtenue par le critère énergétique suivant :

Pour un courant source  $J_0$  et un glissement donnés, nous calculons par la méthode locale l'induction  $B_0$  à la surface du rotor ainsi que l'énergie magnétique  $W_m$  emmagasinée dans la machine. Nous devons ensuite rechercher à l'aide d'un processus itératif la réductivité  $\nu_r$  d'un rotor équivalent conduisant à la même énergie  $W_m$ .

Nous en déduisons ensuite l'induction  $B_r$  correspondante à  $\nu_r$  ainsi que le rapport  $k = B_r / B_0$ .

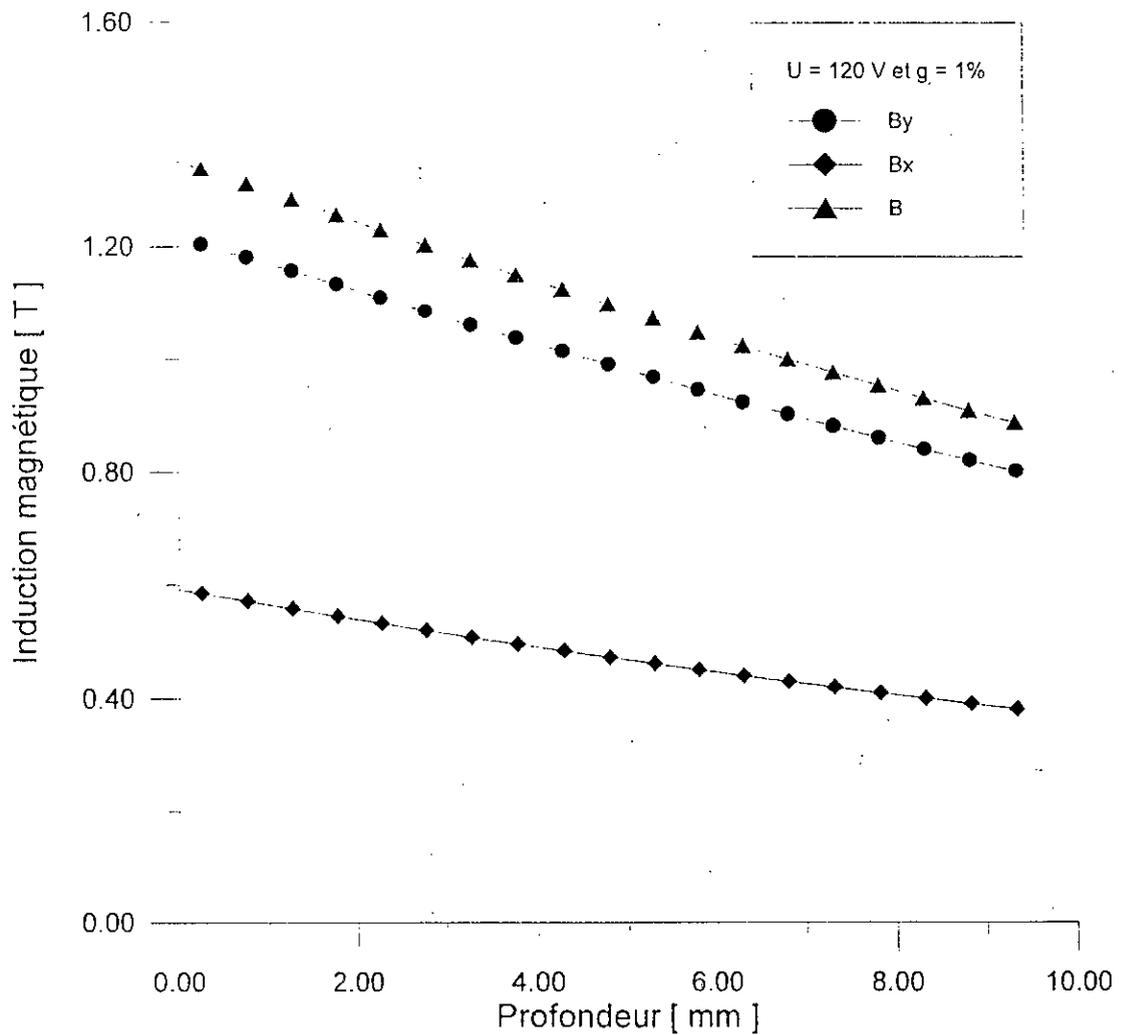


Fig. III-7. Variation de l'induction magnétique dans le rotor en fonction de la profondeur

Les figures III-8 et III-9 présentent pour différentes tensions les variations du rapport K en fonction du glissement. Elles montrent que sa valeur est pratiquement constante et égale à 0,8.

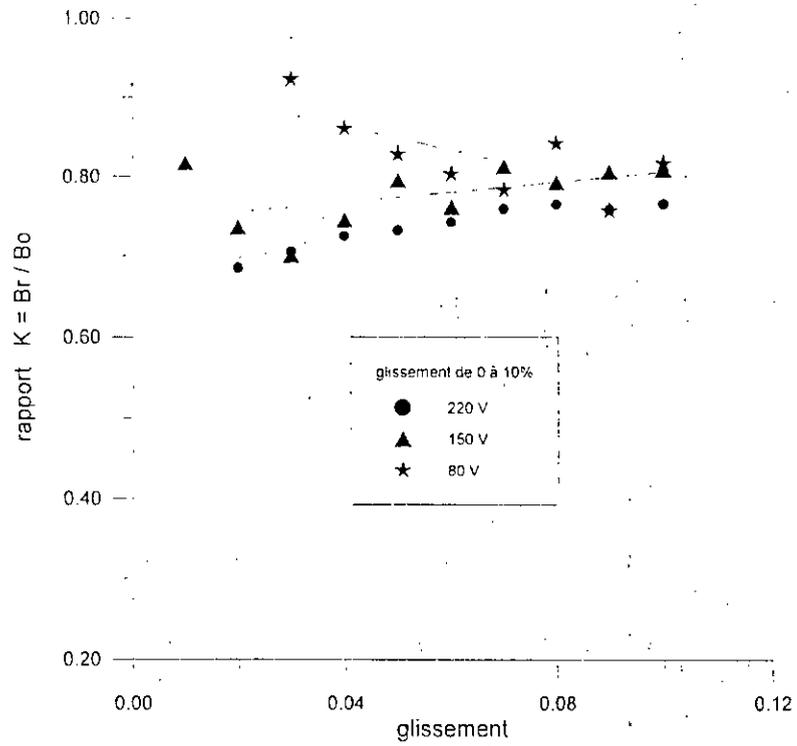


Fig. III-8. Variation du rapport  $K = Br/Bo$  en fonction du glissement

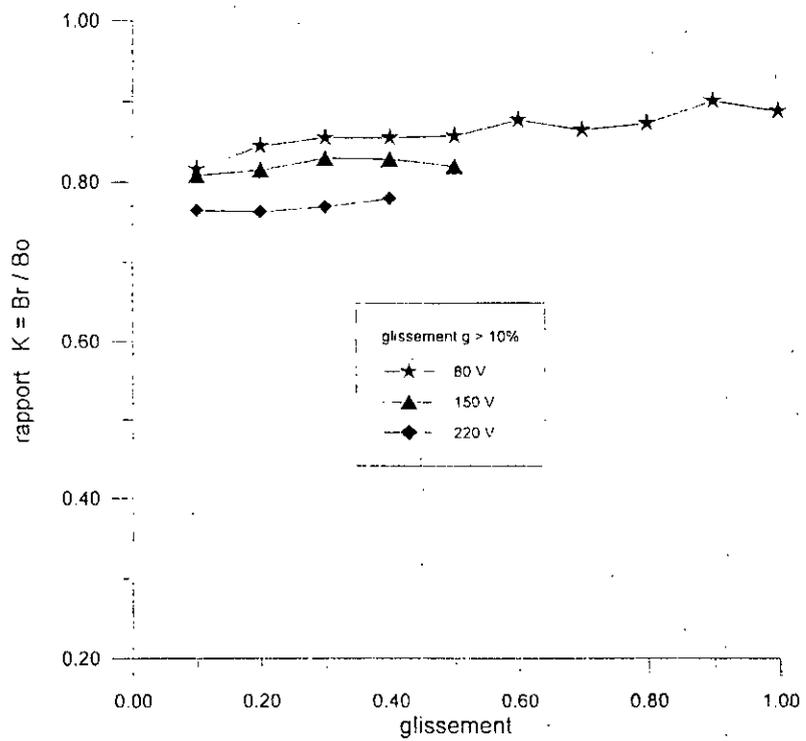


Fig. III-9. Variation du rapport  $K = Br/Bo$  en fonction du glissement

On peut alors résoudre l'équation de diffusion III-2 en utilisant une réductivité constante pour le rotor, mais dépendante de l'induction magnétique  $B_0$  à sa surface.

$$v_r = v(B_r)$$

$$B_r = 0.8 \cdot B_0$$

Un processus itératif est utilisé pour déterminer cette réductivité équivalente, pour chaque courant  $J_n$ .

Nous avons comparés les caractéristiques Couple-Glisement (figures III-10, 11, 12, 13 et 14) et Facteur de puissance-Glisement (figures III-15, 16, 17, 18 et 19), obtenues sous différentes tensions par les 2 méthodes de calcul.

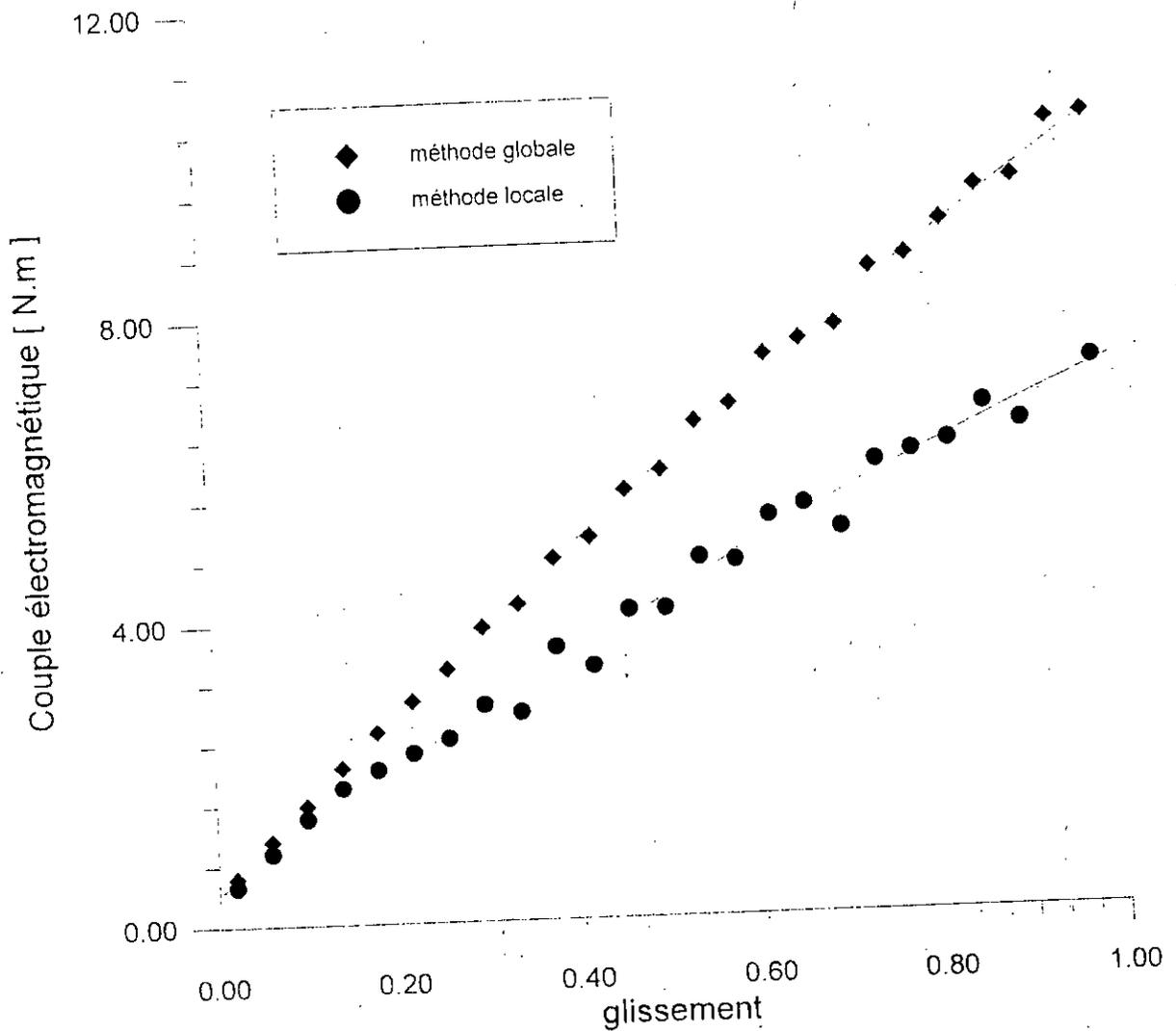


Fig. III-10. Caractéristiques Couple - Glissement  
Tension de 100 V

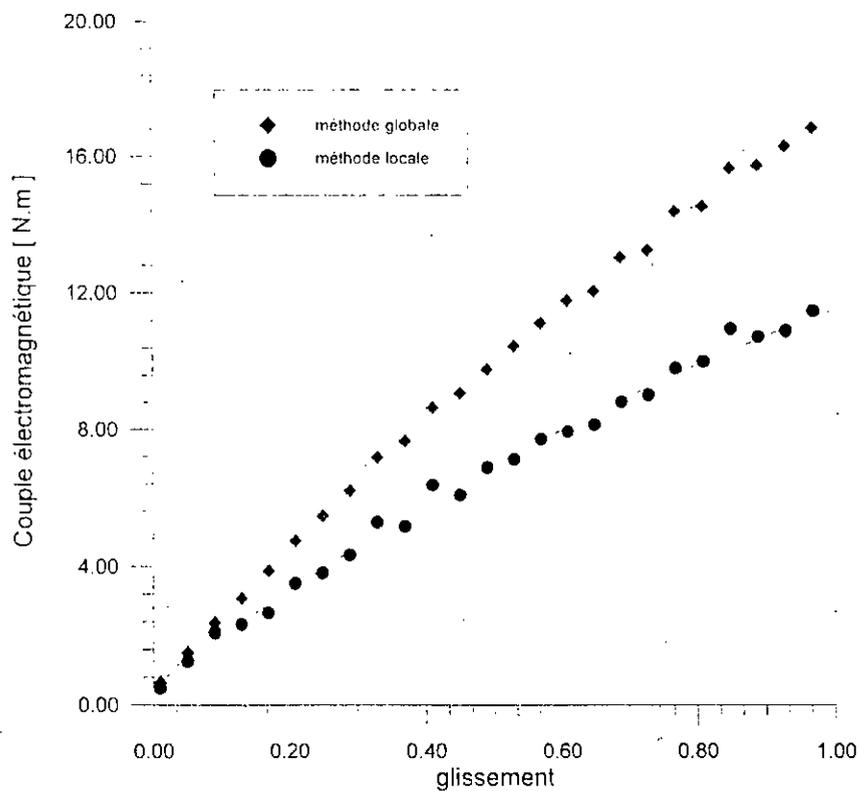


Fig. III-11. Caractéristiques Couple – Glissement  
Tension de 120 V

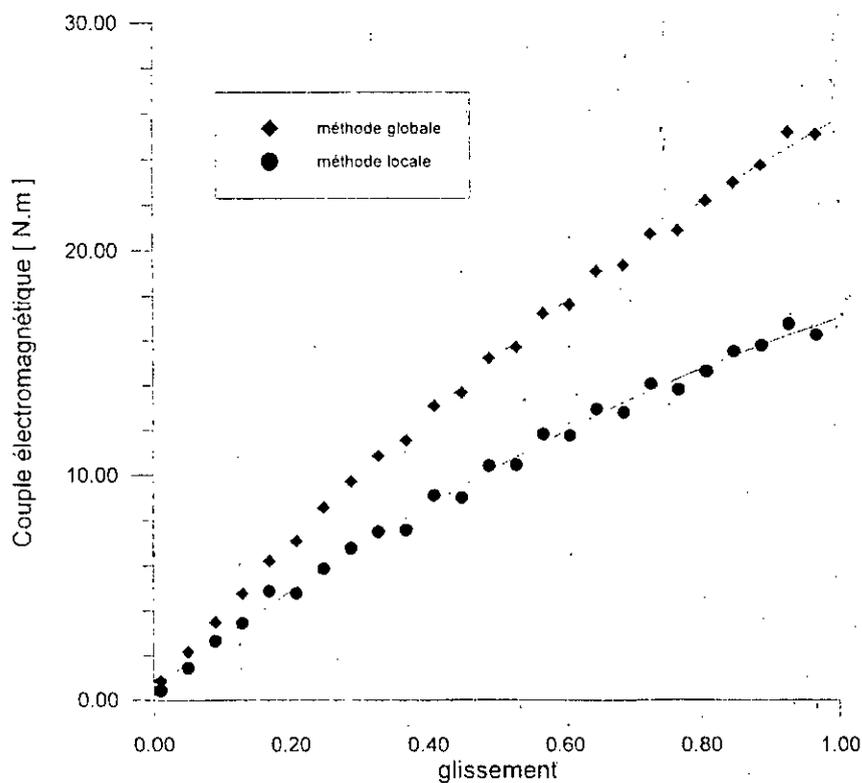


Fig. III-12. Caractéristiques Couple – Glissement  
Tension de 140 V

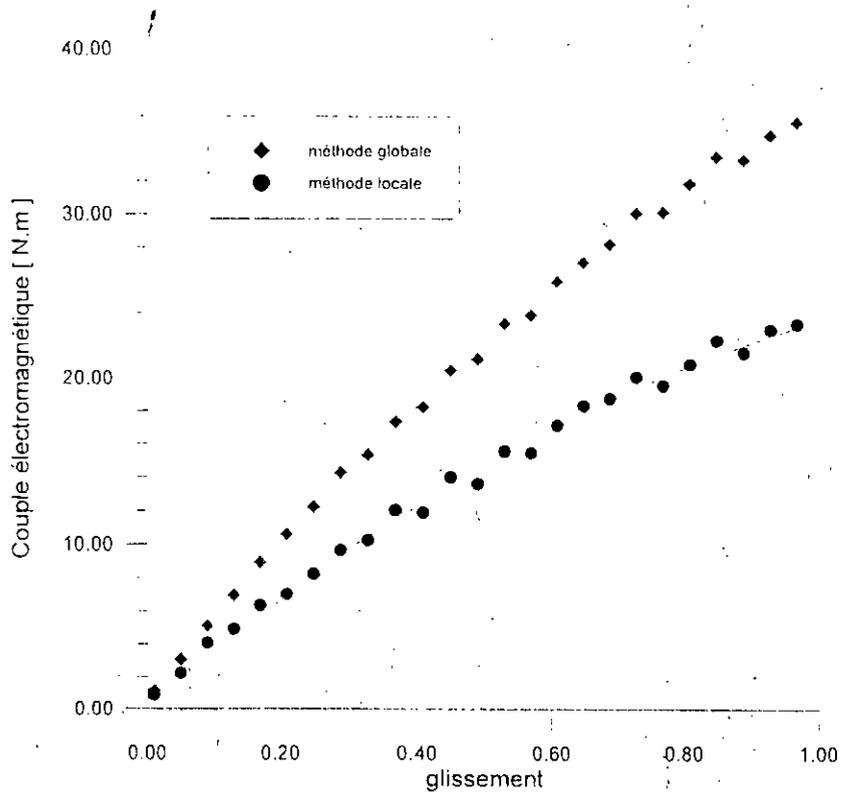


Fig. III-13. Caractéristiques Couple – Glissement  
Tension de 160 V

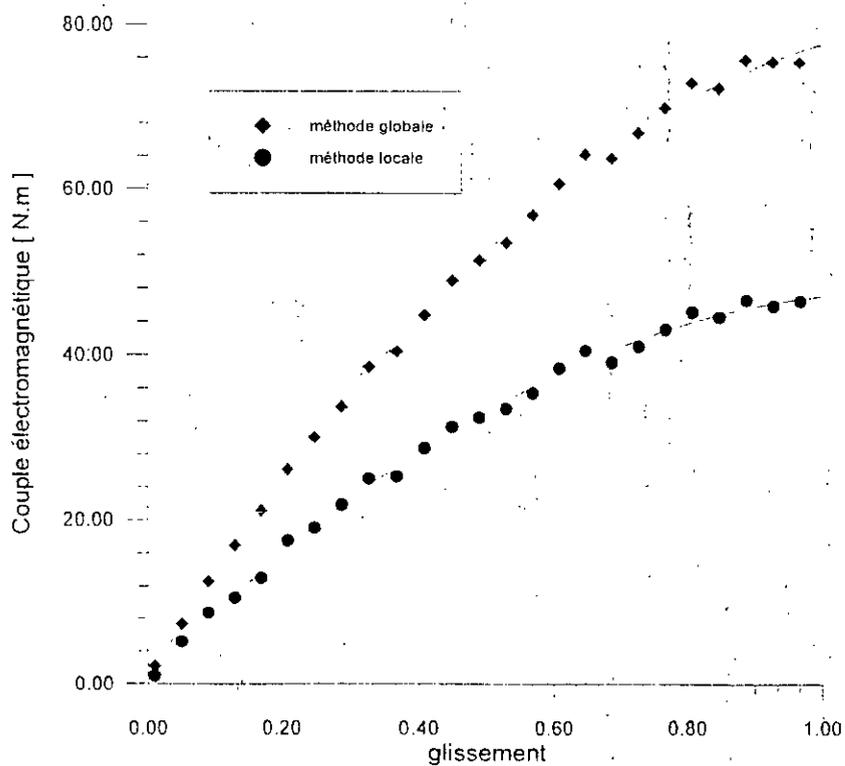


Fig. III-14. Caractéristiques Couple – Glissement  
Tension de 220 V

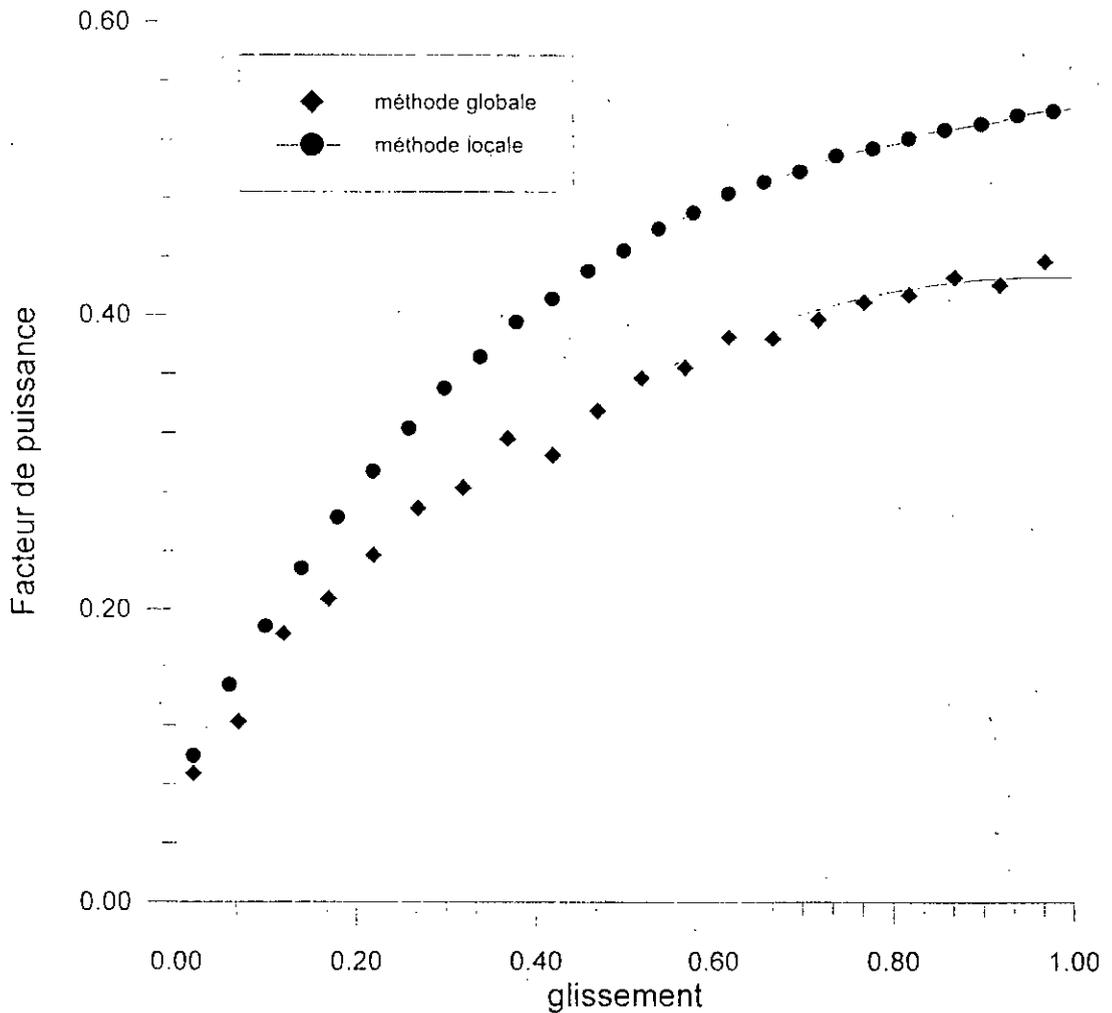


Fig. III-15. Caractéristiques Facteur puissance – Glissement  
Tension de 100 V

Nous constatons que pour des faibles glissement ( $g < 10\%$ ), les 2 méthodes conduisent à des valeurs de couple électromagnétique comparables. Toutefois l'écart correspondant augmente avec le glissement.

De la même façon, les valeurs du facteur de puissance calculées par les deux méthodes sont comparables pour les glissements inférieurs à 10% , ainsi que pour les glissements élevés où des erreurs n'excédant pas 10% sont obtenues. Par contre, aux glissements intermédiaires, ( $10\% < g < 70\%$ ), l'écart entre les deux caractéristiques peut atteindre 30%.

Ainsi la méthode globale, beaucoup plus rapide que la méthode locale, peut être utilisée pour le calcul de la machine autour de son glissement nominal.

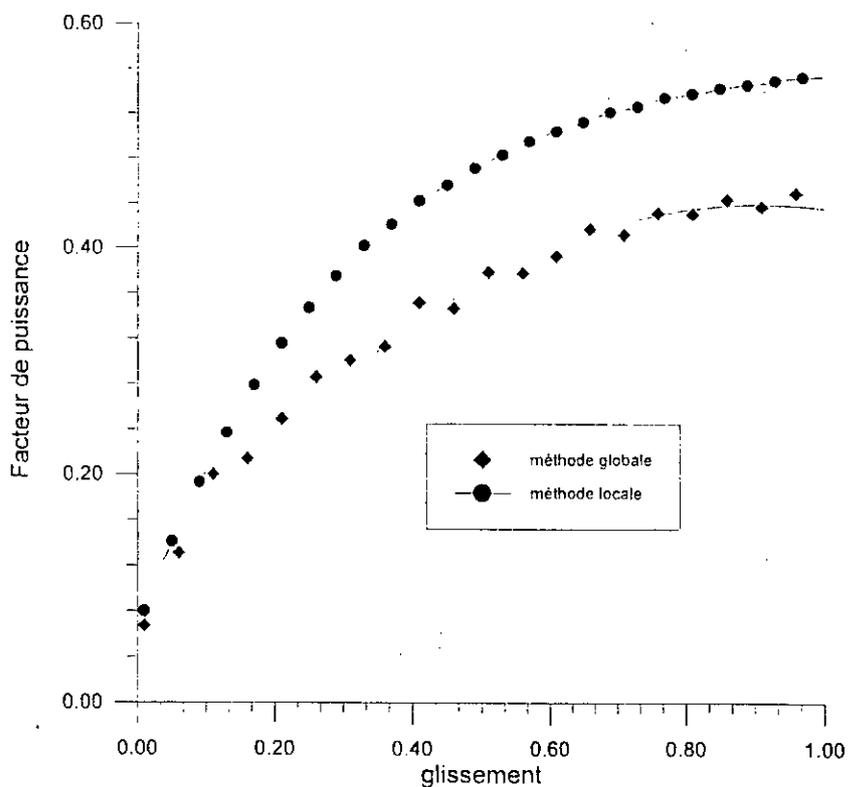


Fig. III-16. Caractéristiques Facteur puissance – Glissement  
Tension de 120 V

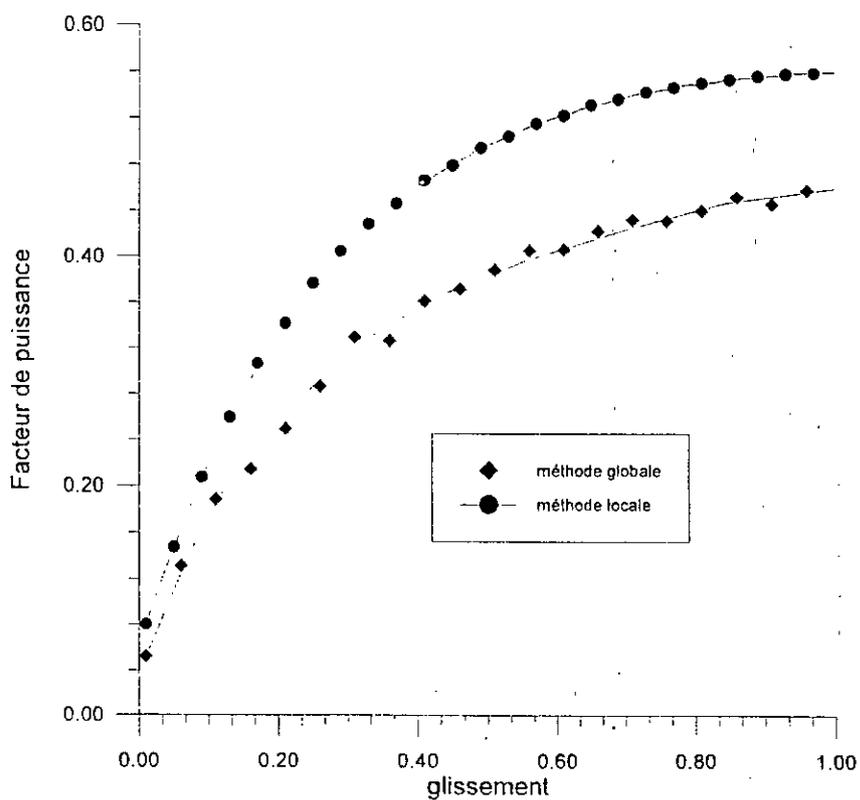


Fig. III-17. Caractéristiques Facteur puissance – Glissement  
Tension de 140 V

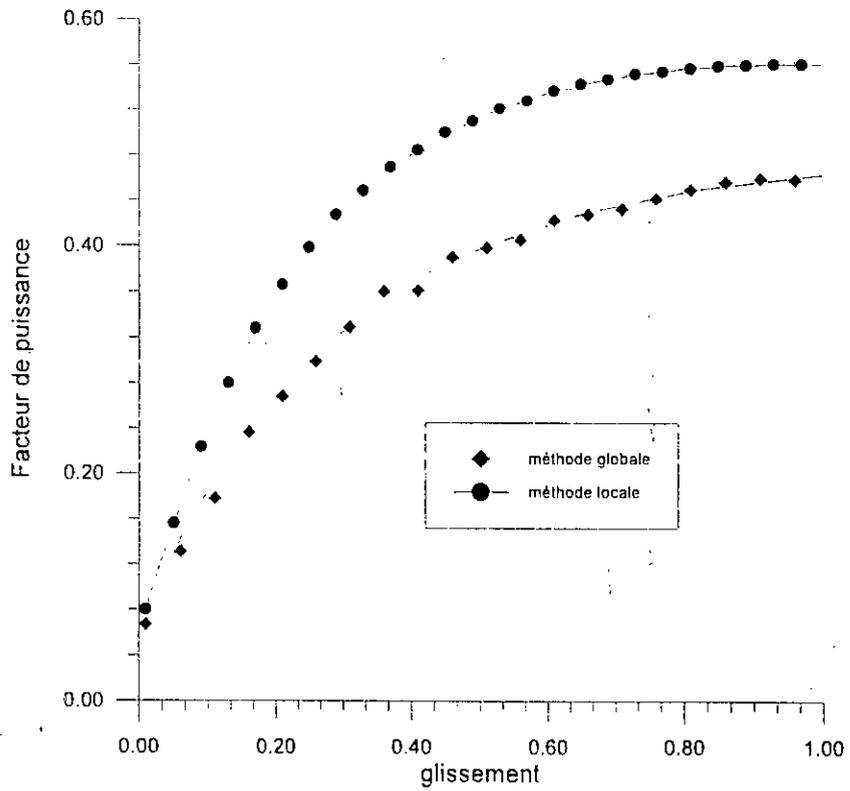


Fig. III-18. Caractéristiques Facteur puissance – Glissement  
Tension de 160 V

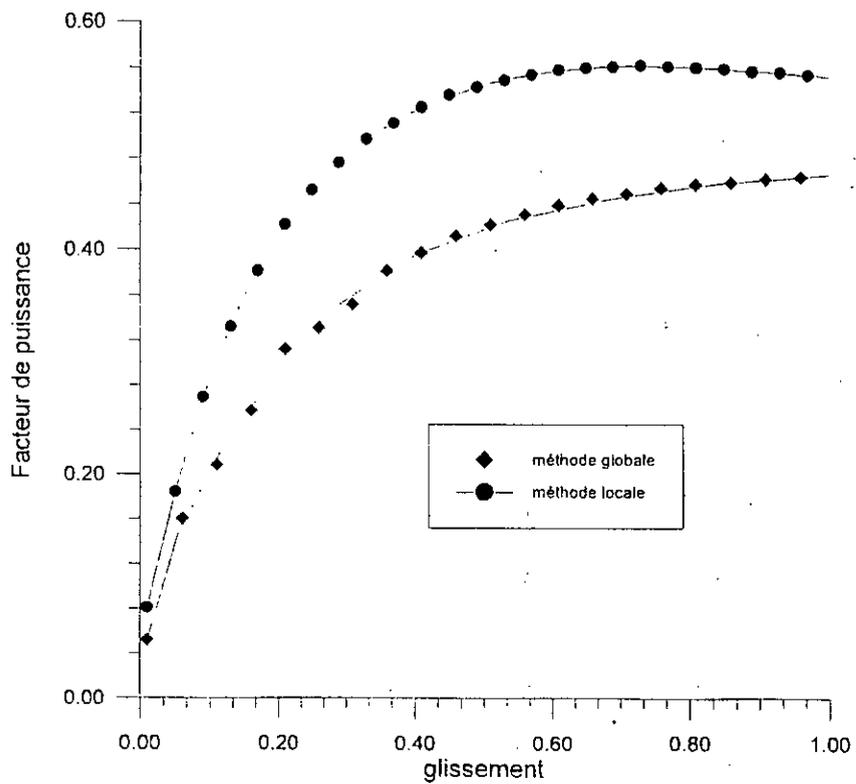


Fig. III-19. Caractéristiques Facteur puissance – Glissement  
Tension de 220 V

### III-5. Application à la machine à rotor massif rainuré

Le rotor rainuré présente une géométrie complexe. L'analyse des courants et des champs induits dans ce dernier dépend de plusieurs paramètres géométriques et électromagnétiques et on peut montrer que les rainures du rotor créent des harmoniques d'espace de rang élevé [27].

La présence des rainures longitudinales, creusées à la surface du rotor lisse, permet d'accroître la puissance active de la machine sans trop augmenter sa puissance réactive demandée.

En effet, en plus de la modification de répartition des courants induits dans le rotor, les rainures modifient aussi le trajet des lignes de champ. En fait, ces rainures accroissent la circulation du champ suivant l'axe tangentiel, sans pour autant augmenter sensiblement la circulation du champ suivant l'axe normal. Ainsi le rainurage augmente la réluctance du circuit magnétique constitué par le fer le long de la rainure et par l'air à travers l'encoche et par conséquent, améliore les performances de la machine, sous réserve que le flux de fuite reste faible devant le flux utile, qui passe effectivement dans le rotor.

Les différents travaux [13] [14] [40] [51] conduisent dans leur principe à remplacer la zone encochée par un milieu lisse équivalent. On est donc ramené au cas du rotor massif lisse, et on peut utiliser les 2 méthodes décrites précédemment (méthodes globale et locale). Ce travail est présenté dans la référence [62].

## Chapitre IV

SIMULATION NUMERIQUE  
PAR LE CODE DE CALCUL " DIFIMEDI "

## INTRODUCTION

Dans plusieurs domaines de la recherche scientifique et technologique, l'outil informatique facilite la modélisation et la simulation de problèmes de plus en plus complexes. Le développement phénoménal dans le domaine informatique permet d'envisager la résolution de systèmes d'équations dont la solution analytique s'avère impossible.

L'apparition de calculateurs, de plus en plus puissants, a réduit sensiblement les problèmes liés au de temps de calcul et à la capacité mémoire, et les méthodes numériques de résolution des équations de Maxwell trouve pleinement leur intérêt.

Dans cette partie, nous présentons le travail de simulation effectué à l'aide du code de calcul DIFIMEDI [58]. Ce code, basé sur la méthode des différences finies, regroupe un ensemble de programmes et de procédures permettant le calcul du champ électromagnétique créé par des sources données, constantes ou variant suivant une loi sinusoïdale dans le temps.

L'étude réalisée concerne les performances de la machine asynchrone à rotor massif. Nous nous sommes intéressés au couple électromagnétique et au facteur de puissance des rotors lisse et rainuré.

## IV-1. Description des différentes configurations traitées

La machine calculée possède un stator identique à celui d'une machine asynchrone classique associé à un rotor massif de différentes configurations.

Nous présentons, dans ce paragraphe, les caractéristiques géométriques, des différents rotors utilisés.

### IV-1-1. Rotor lisse

Deux rotors lisses ( RLA et RLB ), de diamètres différents, ont été calculé. Leurs diamètres correspondent à des épaisseurs d'entrefer de 0.35 et 1,00 mm respectivement.

Le calcul de ces deux rotors permet de voir l'influence de l'épaisseur de l'entrefer sur les caractéristiques de la machine et de confronter les résultats obtenus avec ceux obtenus dans les essais expérimentaux décrits au chapitre 5.

### IV-1-2. Rotor rainuré

Nous avons calculé plusieurs rotors rainurés présentant des caractéristiques géométriques différentes. Les différentes configurations examinées permettent de voir l'influence du nombre et des dimensions des rainures.

Le tableau suivant montre les différents rotors calculés :

Nom attribué au rotor	Diamètre D (mm)	Nombre de rainures Ne	Ouverture de la rainure (degrés)	Profondeur de la rainure hr (mm)
R6A11	127,3	24	2 deg.	12,0
R6A12	127,3	24	3 deg.	12,0
R6XA11	127,3	24	2,5 deg.	12,0
R6XA12	127,3	24	5,0 deg.	12,0
R6XA21	127,3	24	2,5 deg.	8,0
R6XA31	127,3	24	2,5 deg.	5,0
R3XA11	127,3	12	3 deg.	12
R9XA13	127,3	36	2,5 deg.	12
RXXA11	127,3	48	2,5 deg.	12

Tableau IV- 1. Différents rotors calculés à l'aide de DIFIMEDI

### IV-1-3. Stator

La machine calculée possède un stator tétra-polaire identique à celui d'une machine asynchrone triphasée classique. L'enroulement statorique compte 324 spires logées dans 36 encoches.

### IV-1-4. Maillage du domaine d'étude

La machine étudiée est tétra-polaire, il serait intéressant de limiter le domaine d'étude à un pas polaire. La version de DIFIMEDI que nous possédons est limitée à un maillage de 1026 nœuds. Dans le cas d'un rotor rainuré, il y a donc des difficultés liées à la représentation réelle des rainures rotoriques ou statoriques ou celle liées à l'impossibilité d'envisager un nombre de rainures rotoriques en accord avec celles du stator.

La figure IV-1 présente le maillage choisi pour la machine étudiée. Il correspond à 27 nœuds dans la direction radiale  $Ox$  et 28 nœuds dans la direction tangentielle  $Oy$ .

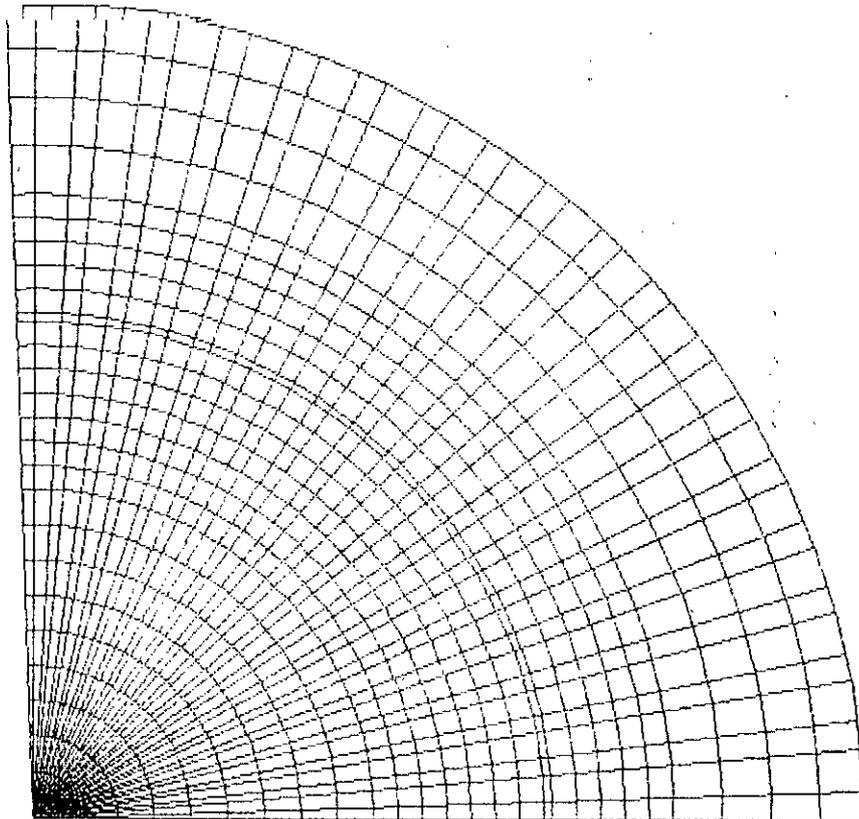


Fig. IV- 1. Maillage du domaine d'étude

### IV-1-5. Garnissage des perméabilités ( milieux magnétiques )

Pour distinguer les 3 milieux qui constituent le domaine d'étude, nous considérons les 3 perméabilités relatives suivantes :

Pour l'entrefer, noté milieu 1 :  $\mu_{mil1} = 1$

Le milieu 3 désigne le stator :  $\mu_{mil3} = 1000$

Pour le rotor, milieu 2, nous choisissons une perméabilité relative constante qui permet de tenir compte du phénomène de saturation de l'acier rotorique.

### IV-1-6. Garnissage des conductivités ( milieux conducteurs )

Le stator étant considéré de résistivité infinie, le garnissage de la conductivité concerne alors les deux milieux suivants :

- l'entrefer et stator présentent la partie non conductrice du domaine d'étude ( notée milieu 1), alors :  $\gamma$  ou  $\sigma_{mil1} = 0$

- pour le rotor ( milieu 2), nous prenons une conductivité de  $\gamma$  ou  $\sigma_{mil2} = 2 \times 10^6$

### IV-1-7. Garnissage des courants statoriques ( sources de champs )

Le courant de chaque phase statorique est représenté par une densité de courant dans les encoches correspondantes. La densité de courant est prise à l'instant  $t = 0$  avec ses deux composantes, réelle et imaginaire.

Le reste du domaine ne comportant pas de courant inducteur est caractérisé par une densité nulle. Le tableau ci-dessous donne les densités complexes attribuées aux différentes parties du domaine :

désignation du milieu	Partie réelle	Partie imaginaire
Encoches de la phase a (milieu 2)	$2 \times 10^6$	0
Encoches de la phase b (milieu 3)	$1 \times 10^6$	$-\sqrt{3} \times 10^6$
Encoches de la phase c (milieu 4)	$-1 \times 10^6$	$-\sqrt{3} \times 10^6$
tous le reste du domaine (milieu 1)	0	0

#### IV-1-8. Détermination des performances de la machine

Pour chaque configuration du rotor, les calculs ont été réalisés pour des glissements allant de 0 à 1 avec un pas de 5%.

Nous avons effectué le calcul à rotor bloqué en faisant correspondre la fréquence de la source alimentant les enroulements statorique à la vitesse de rotation du rotor.

Le module d'exploitation DEXP, du code de calcul DIFIMEDI, permet d'obtenir, pour un courant de phase constant et un glissement donnée, les grandeurs suivantes :

- *le flux complexe qui traverse un enroulement de mesure, placée au stator; cet enroulement, représentant exactement une phase statorique, est définie à l'aide du module d'entrée comme enroulement auxiliaire dans le fichier principale.*

- *l'intensité du courant traversant cet enroulement de mesure (et qui correspond au courant de phase).*

- *la valeur de l'inductance par phase*

- *la valeur de la résistance par phase.*

Nous pouvons ensuite calculer les différents paramètres du circuit équivalent par phase de la machine et en déduire son couple électromagnétique et son facteur de puissance.

## IV-2. RESULTATS OBTENUS

Le calcul étant effectué à courant constant pour différentes configurations du rotor massif, nous déterminons les caractéristiques du couple électromagnétique en fonction du glissement à différentes tensions constantes ( 100 à 160 V ). Pour chaque rotor, nous avons tracé la caractéristique du facteur de puissance en fonction du glissement.

La comparaison des différentes caractéristiques obtenues permet de montrer l'influence de certains paramètres géométriques du rotor massif sur les performances de la machine.

### IV-2-1. Couple électromagnétique

La caractéristique du couple électromagnétique en fonction du glissement, pour les différents cas traités, montre que la machine à rotor massif possède un bon couple au démarrage qui se dégrade aux faibles glissements. Dans cette partie, nous présentons l'influence de chacun des paramètres géométriques du rotor massif sur le couple électromagnétique de la machine.

#### *IV-2-1-1. Influence de l'épaisseur de l'entrefer*

Les figures IV-2 à 5 présentent, pour 4 tensions d'alimentation, les caractéristiques couple-glissement des 2 rotors lisses calculés.

Les différentes caractéristiques, obtenues pour toutes les tensions d'alimentation, montrent l'influence de l'épaisseur de l'entrefer sur le couple électromagnétique de la machine à rotor massif lisse.

Pour une tension d'alimentation donnée, les deux rotors lisses présentent, aux faibles glissements (  $g < 5\%$  ), des caractéristiques pratiquement confondues.

Pour toute les tensions d'alimentation, le rotor lisse (RLB) correspondant au plus grand entrefer possède la meilleure caractéristique couple-glissement.

Pour un glissement donné, l'écart entre la caractéristique du rotor RLA et celle du rotor RLB diminue avec la tension d'alimentation.

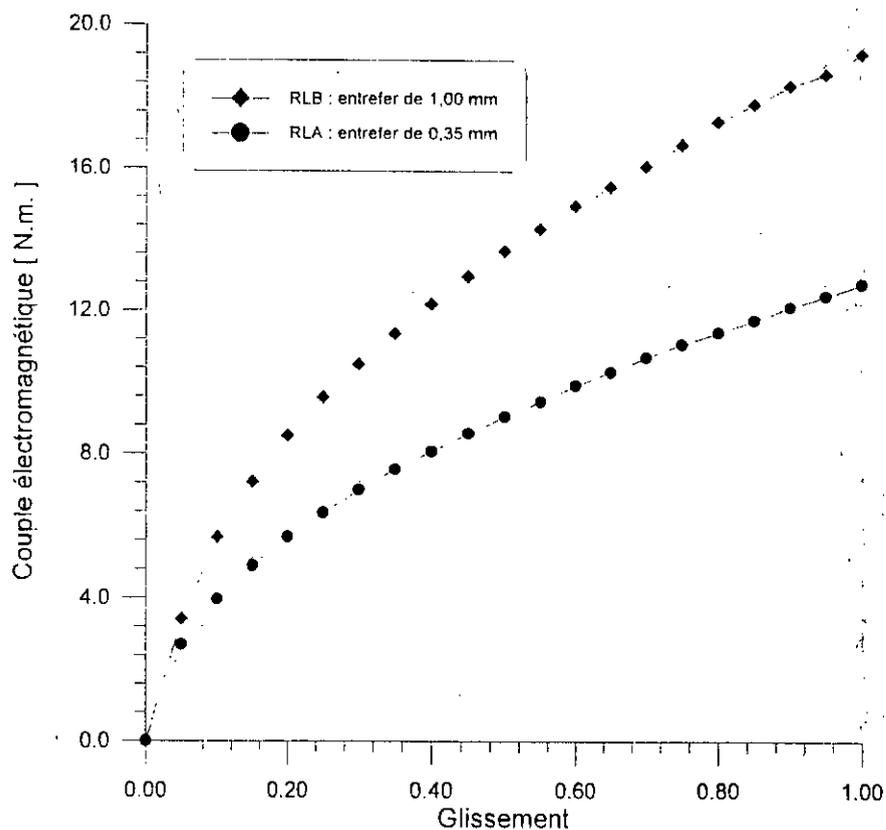


Fig. IV-2. Influence de l'épaisseur de l'entrefer ( U = 100 V )

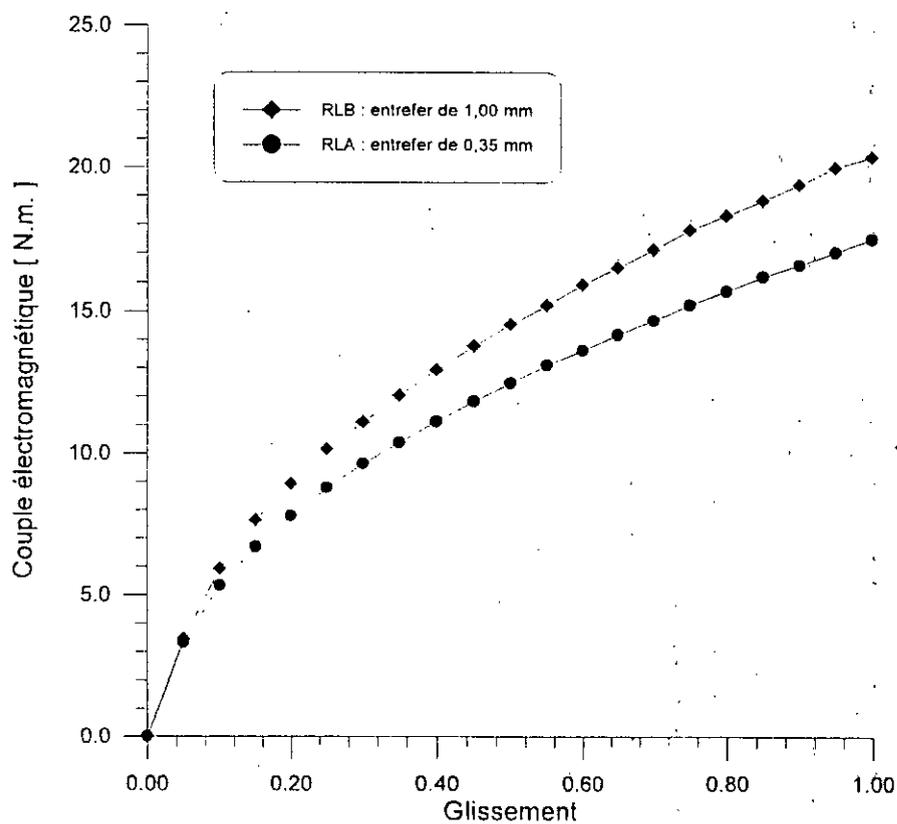


Fig. IV-3. Influence de l'épaisseur de l'entrefer ( U = 120 V )

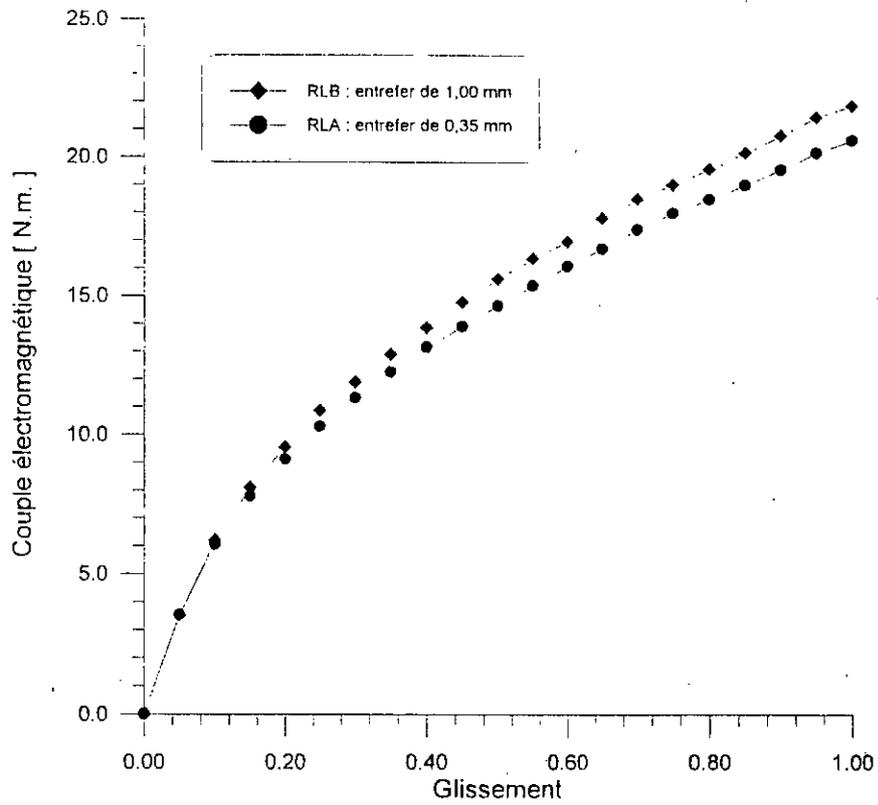


Fig. IV-4. Influence de l'épaisseur de l'entrefer ( U = 140 V )

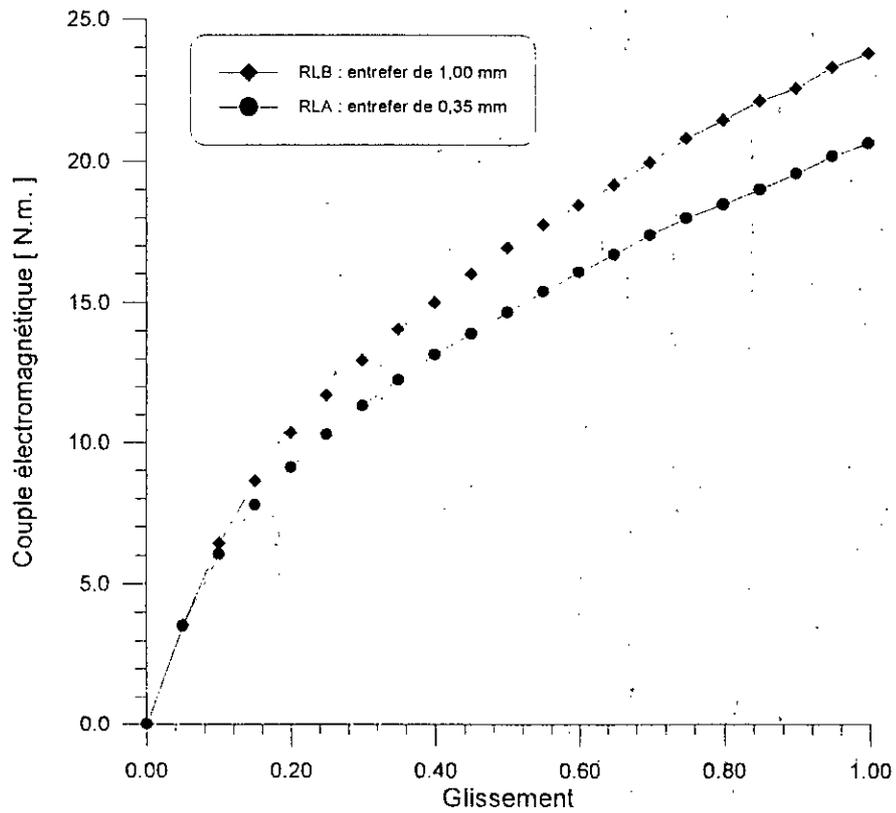


Fig. IV-5. Influence de l'épaisseur de l'entrefer ( U = 160 V )

IV-2-1-2. Influence des rainures

Les figures IV-6 à IV-4 montrent, pour 4 tensions différentes, la comparaison des caractéristiques couple-glissement d'un rotor lisse et d'un rotor rainuré de même diamètre.

Au démarrage, le couple développé par rotor rainuré est nettement plus grand que celui du rotor lisse.

Pour toutes les tensions, le couple électromagnétique développé par la machine à rotor rainuré est supérieur à celui du rotor lisse quelle que soit la valeur du glissement.

Pour une valeur de glissement inférieure à 4 % , les deux rotors (lisse et rainuré ) présentent pratiquement le même couple électromagnétique quelle que soit la tension d'alimentation.

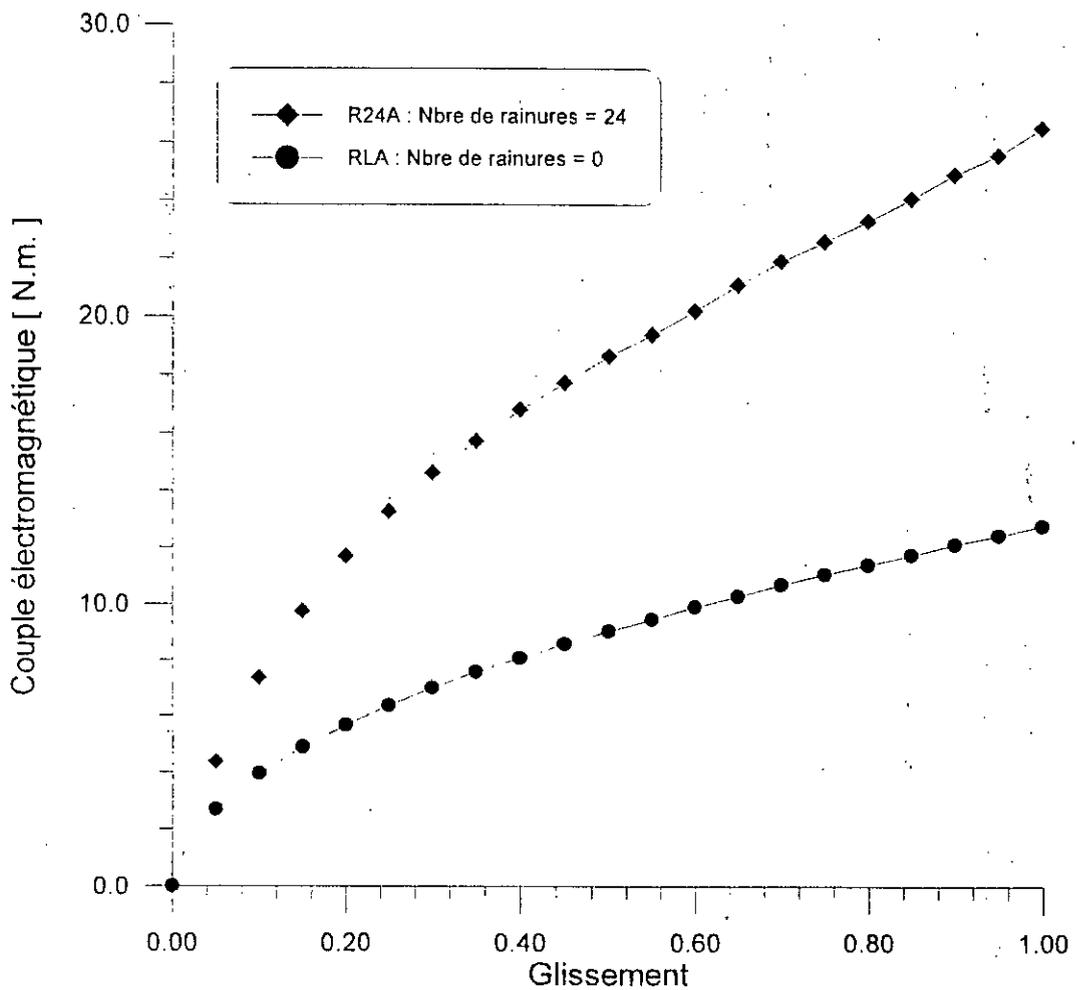


Fig. IV-6. Influence des rainures ( U = 100 V )

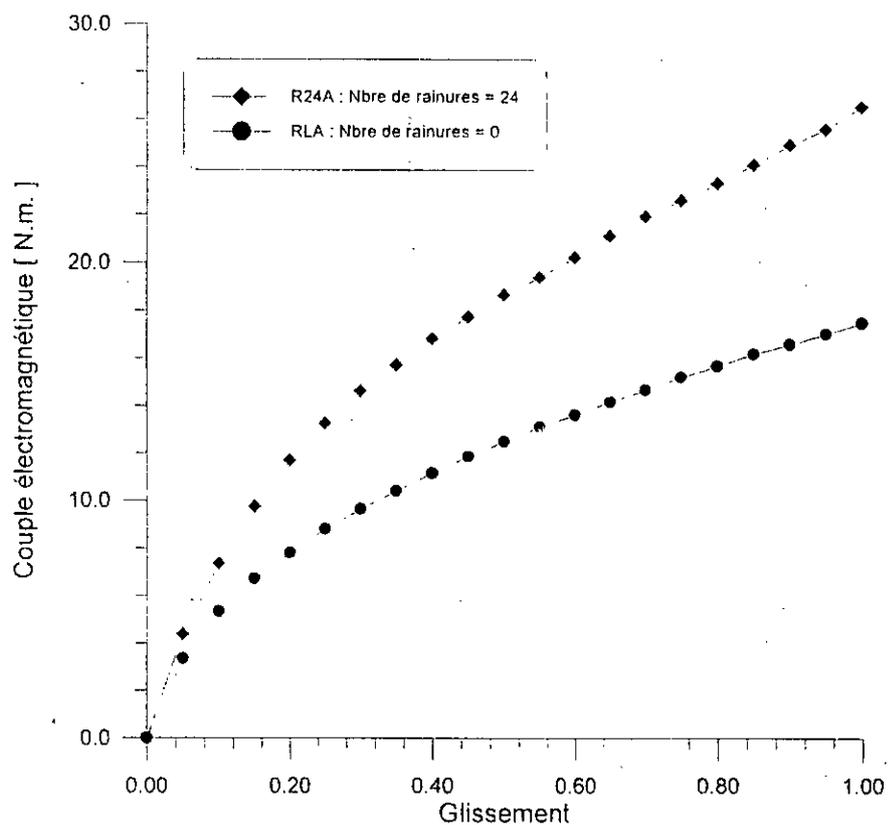


Fig. IV-7. Influence des rainures ( $U = 120 \text{ V}$ )

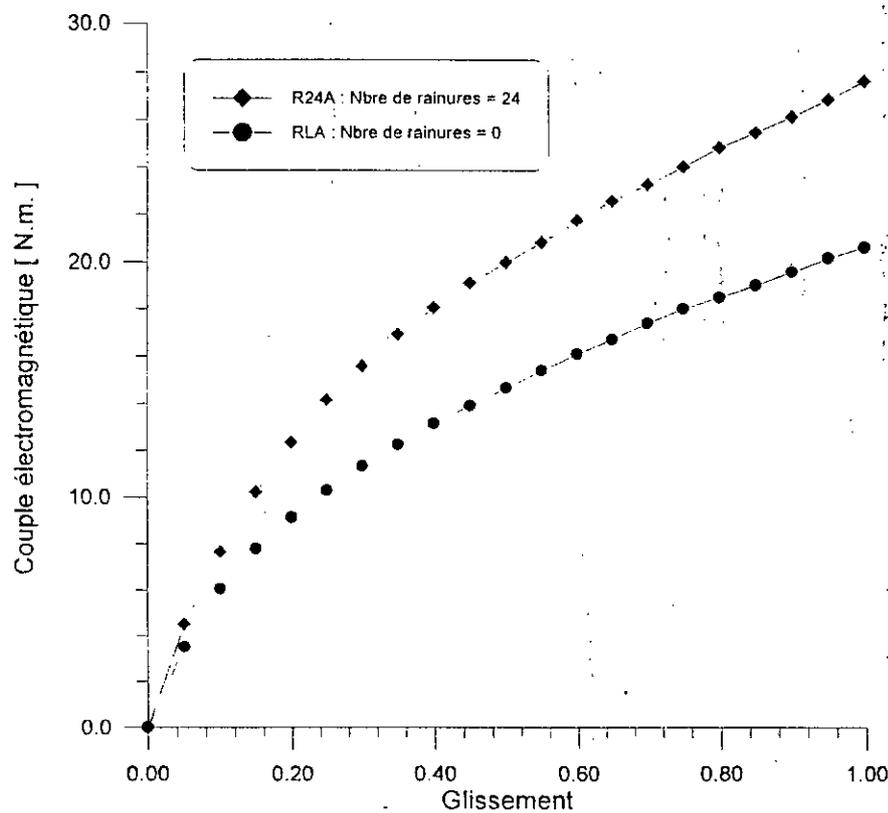


Fig. IV-8. Influence des rainures ( $U = 140 \text{ V}$ )

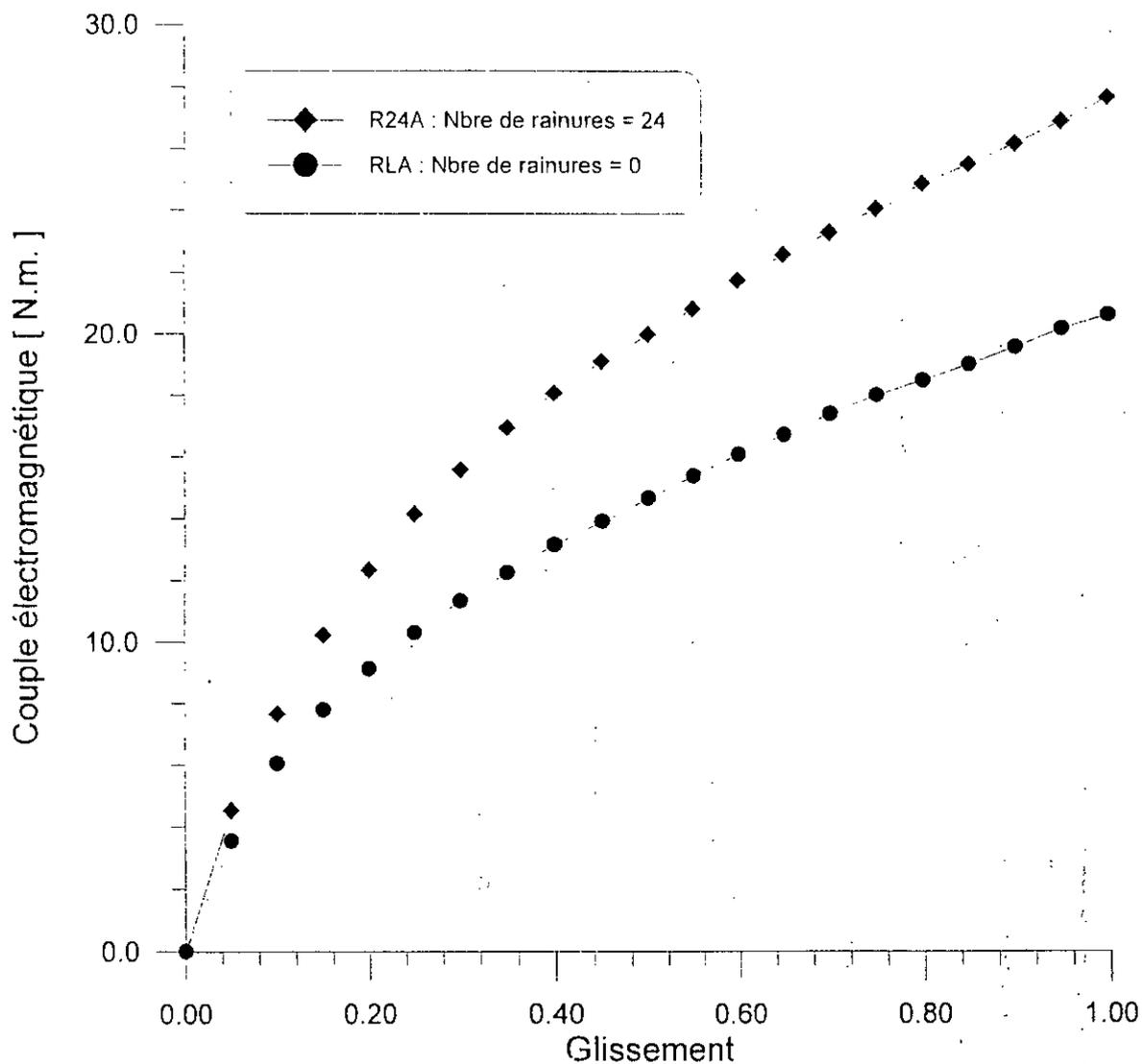


Fig. IV-9. Influence des rainures ( U = 160 V )

#### IV-2-1-3. Influence du nombre de rainures

Nous avons comparé les caractéristiques de quatre rotors rainurés de même diamètre. Les limites du maillage du code de calcul utilisé ne permettent pas de choisir librement le nombre de rainures au rotor. Nous nous sommes contentés de calculer quatre rotors ayant respectivement 12, 24, 36 et 48 rainures de dimensions identiques.

Les caractéristiques couple-glissement de ces 4 rotors sont présentés, sur les figures IV-10 à IV-13, pour quatre tensions différentes. Elle montrent l'influence, du nombre de rainures au rotor massif, sur les performances de la machine.

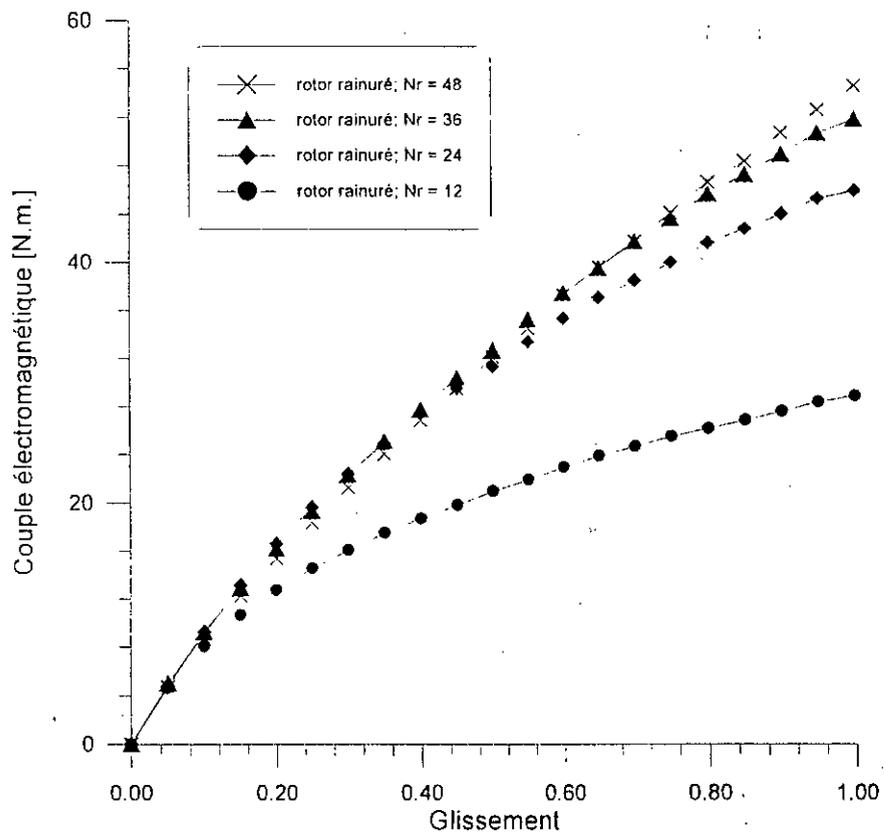


Fig. IV- 10. Influence du nombre de rainures ( U = 100 V )

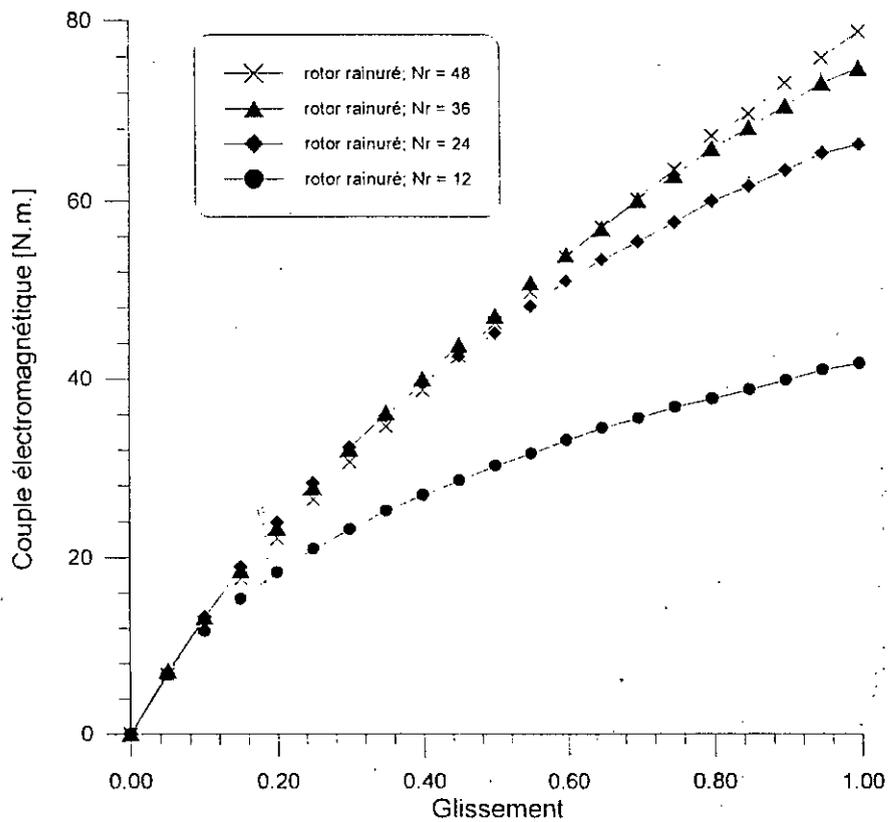


Fig. IV- 11. Influence du nombre de rainures ( U = 120 V )

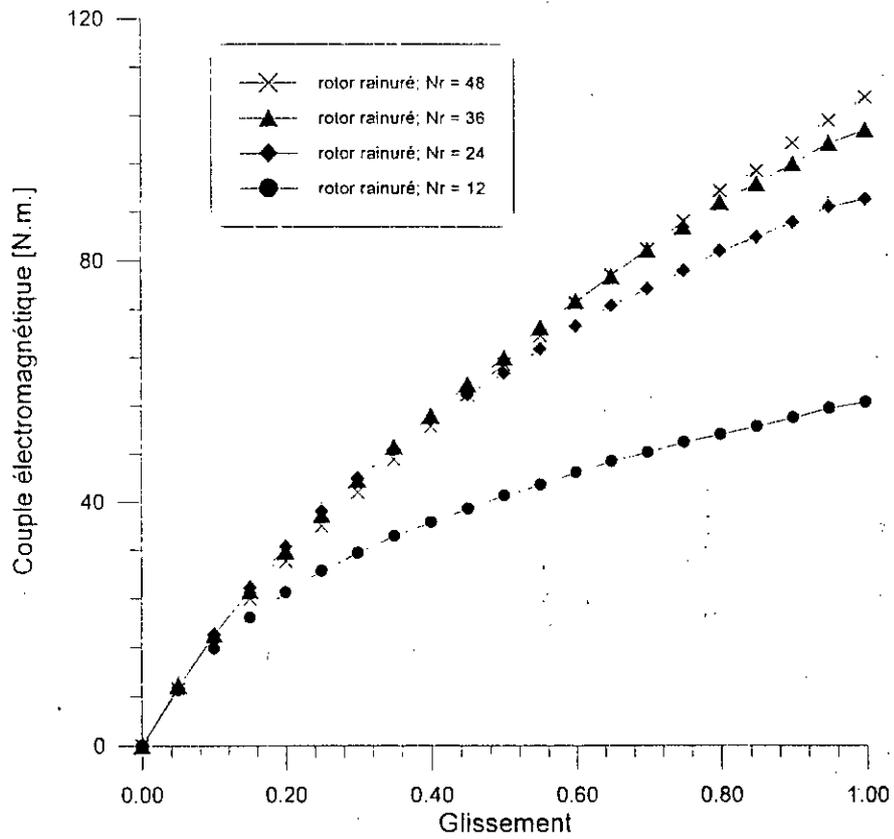


Fig. IV- 12. Influence du nombre de rainures ( U = 140 V )

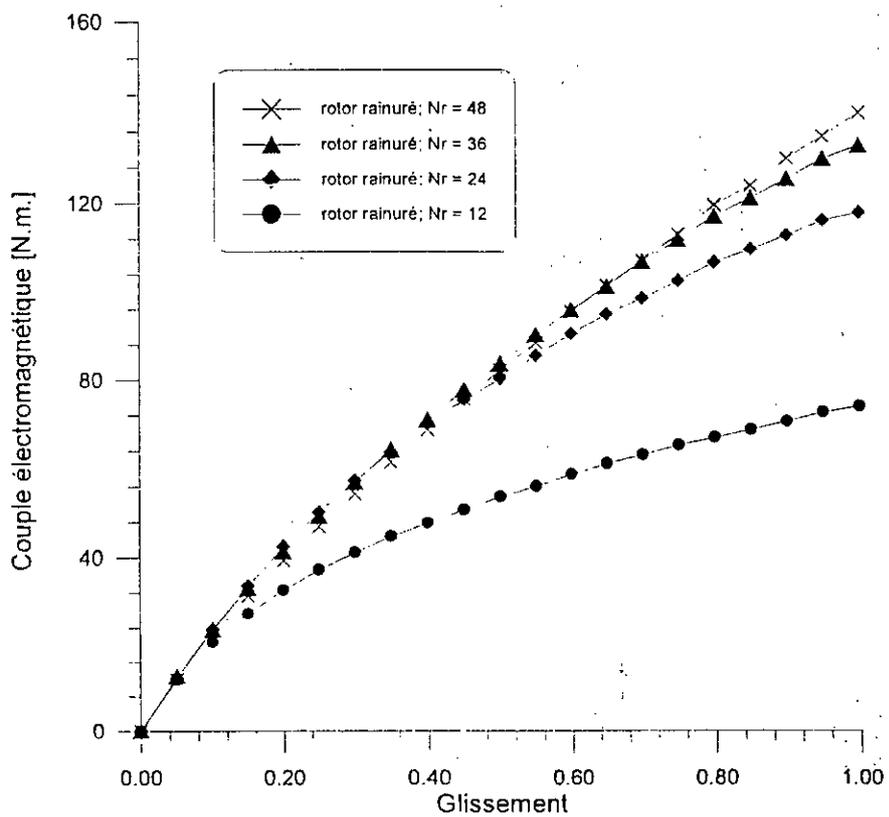


Fig. IV- 13. Influence du nombre de rainures ( U = 160 V )

Pour une tension d'alimentation donnée, les différentes caractéristiques sont confondues aux très faibles glissements ( $g < 5\%$ ). Pour des glissements importants, notamment au démarrage, toutes les caractéristiques montrent que le couple électromagnétique est d'autant meilleur que le nombre de rainures est plus élevé.

Pour des glissements moyens ( $5 < g < 30\%$ ) et pour toutes les tension utilisées, le rotor massif ayant 24 rainures présente une caractéristique couple - glissement légèrement meilleure que celles des autres rotors.

#### IV-2-1-4. Influence de la profondeur des rainures

Nous avons calculé différents rotors présentant le même nombre de rainures afin de déterminer l'influence de la profondeur des rainures sur les performances électromagnétique de la machine. Les figures IV-14 à IV-17 présentent, pour 4 tensions d'alimentation différentes, les caractéristiques couple-glissement de 3 rotors ayant chacun 24 rainures de même largeur. Ces rotors diffèrent par la profondeur des rainures.

Les résultats obtenus montrent que, pour une tension donnée, la caractéristique du rotor massif est d'autant meilleur que ses rainures rotoriques sont plus profondes.

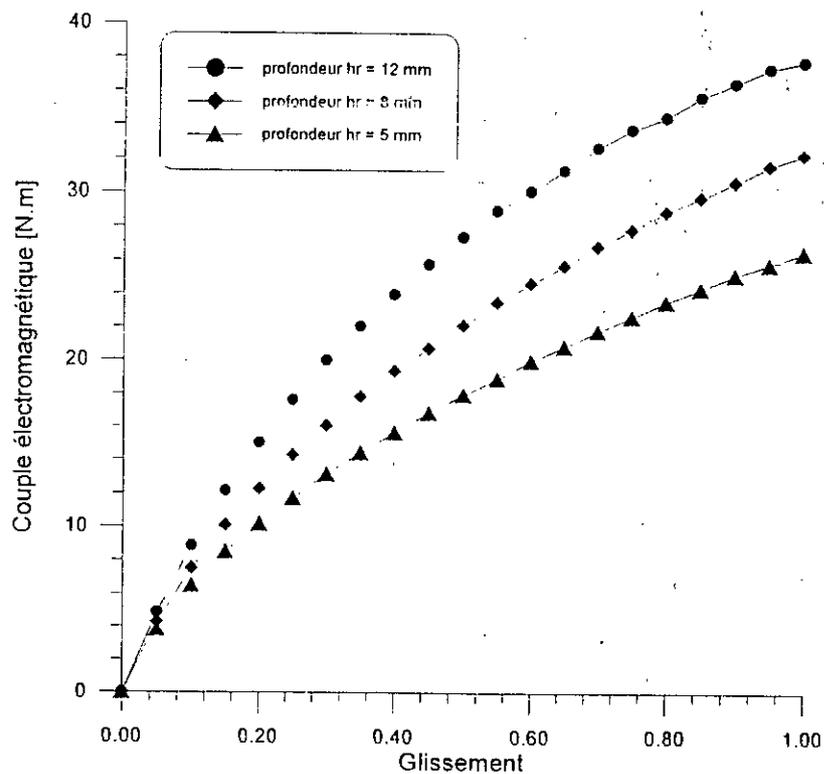


Fig. IV-14. Influence de la profondeur des rainures ( $U = 100\text{ V}$ )

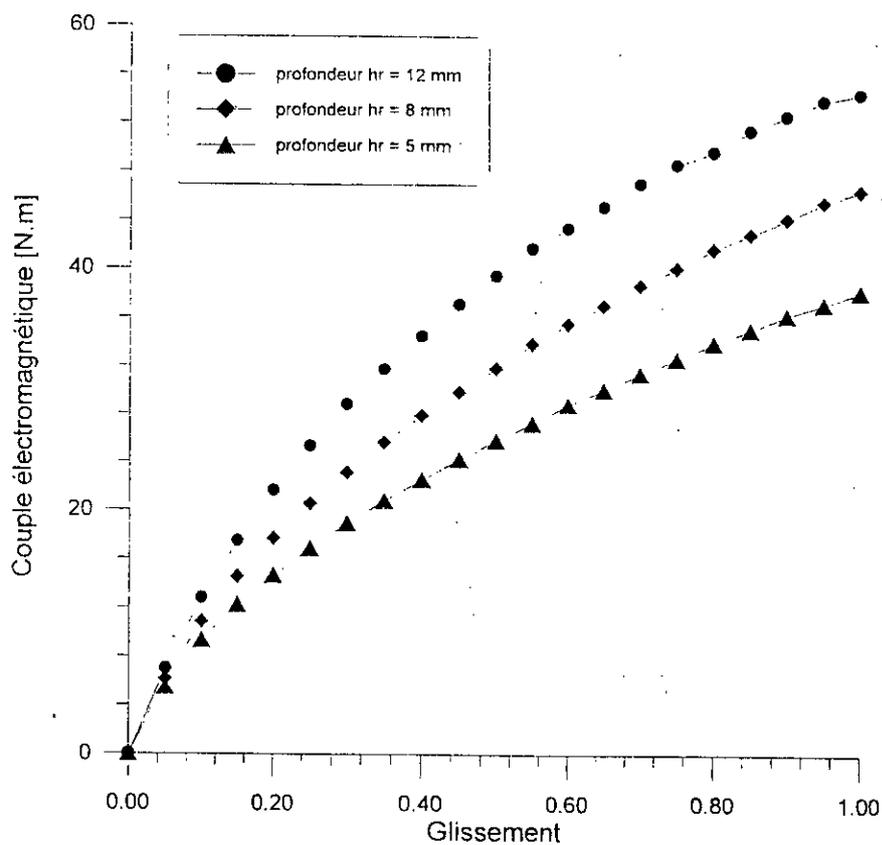


Fig. IV-15. Influence de la profondeur des rainures ( U = 120 V )

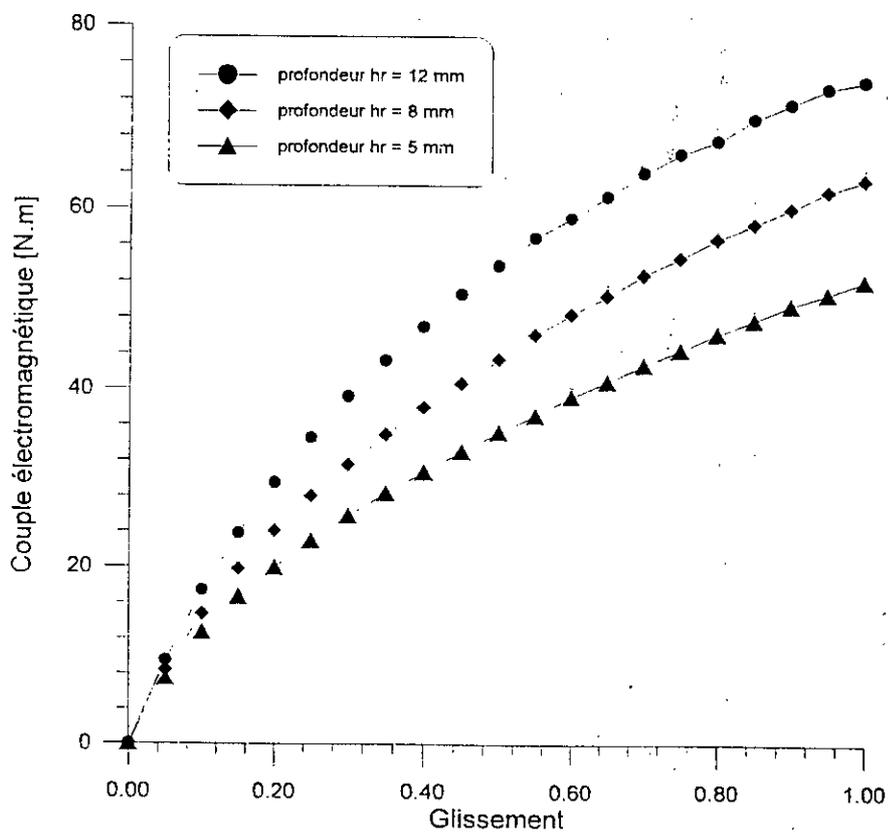


Fig. IV-16. Influence de la profondeur des rainures ( U = 140 V )

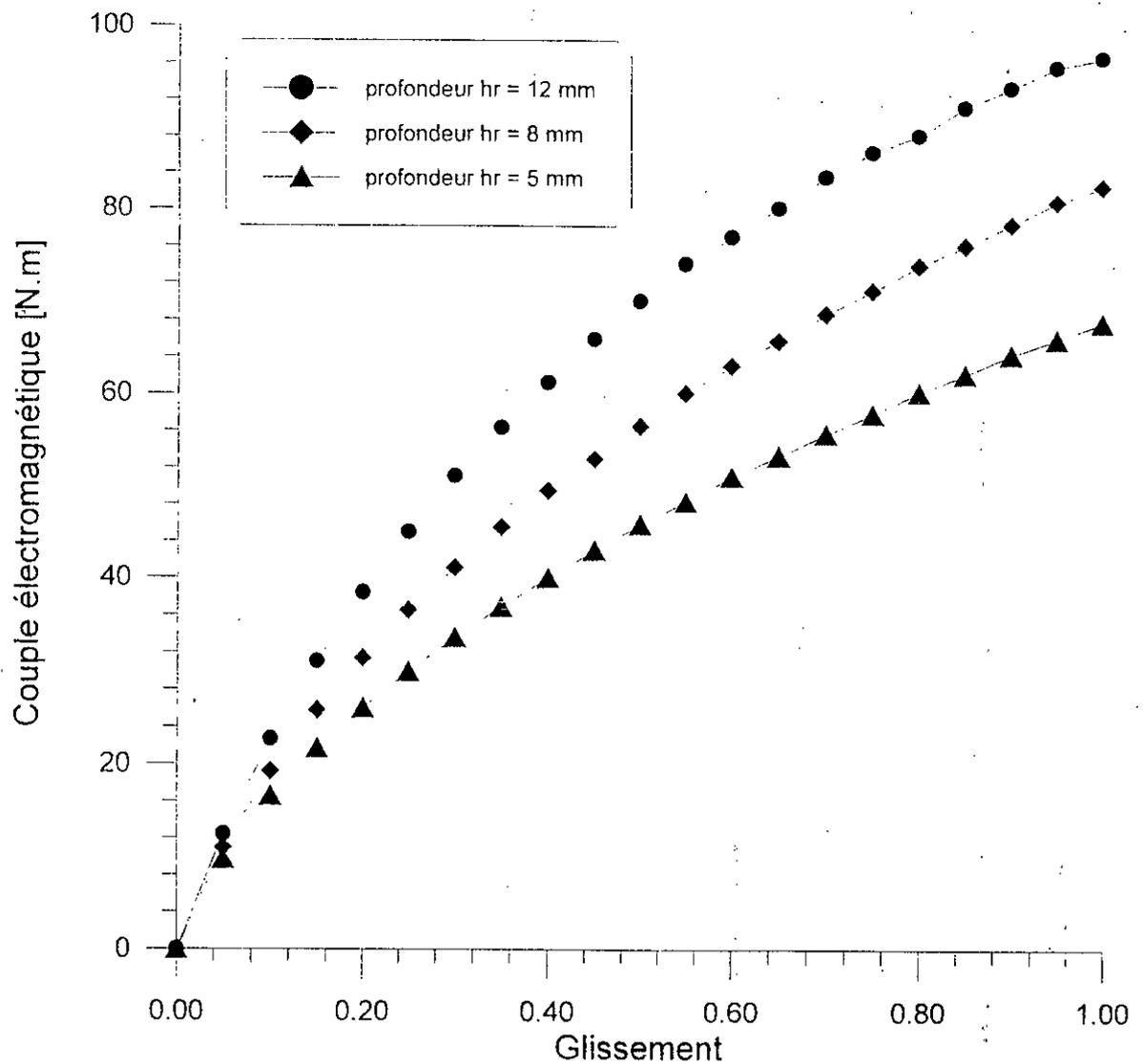


Fig. IV-17. Influence de la profondeur des rainures (  $U = 160 \text{ V}$  )

#### IV-2-1-5. Influence de la largeur des rainures

Quatre rotors massifs, ayant le même nombre de rainures, ont été calculés pour différentes tensions d'alimentations. Toutes les rainures présentent la même largeur et une profondeur donnée pour chaque rotor.

Les figures IV-18 à IV-21 montrent les caractéristiques couple - glissement obtenues pour 4 valeurs différentes de la tension d'alimentation.

Les résultats montrent que, pour toutes les tensions utilisées, on peut distinguer deux zones de variation des caractéristiques couple-glissement :

Pour des glissements importants ( $g > 50\%$ ), en particulier au démarrage, le rotor ayant des rainures de 5 degrés fournit une meilleure caractéristique.

Aux faibles glissements ( $g < 50\%$ ), on obtient, pour toutes les tensions d'alimentation, le rotor comportant des rainures de 2,5 degrés d'ouverture développe le meilleur couple électromagnétique.

Pour toutes les tensions d'alimentation utilisées, les rainures les plus larges donnent généralement le plus faible couple électromagnétique.

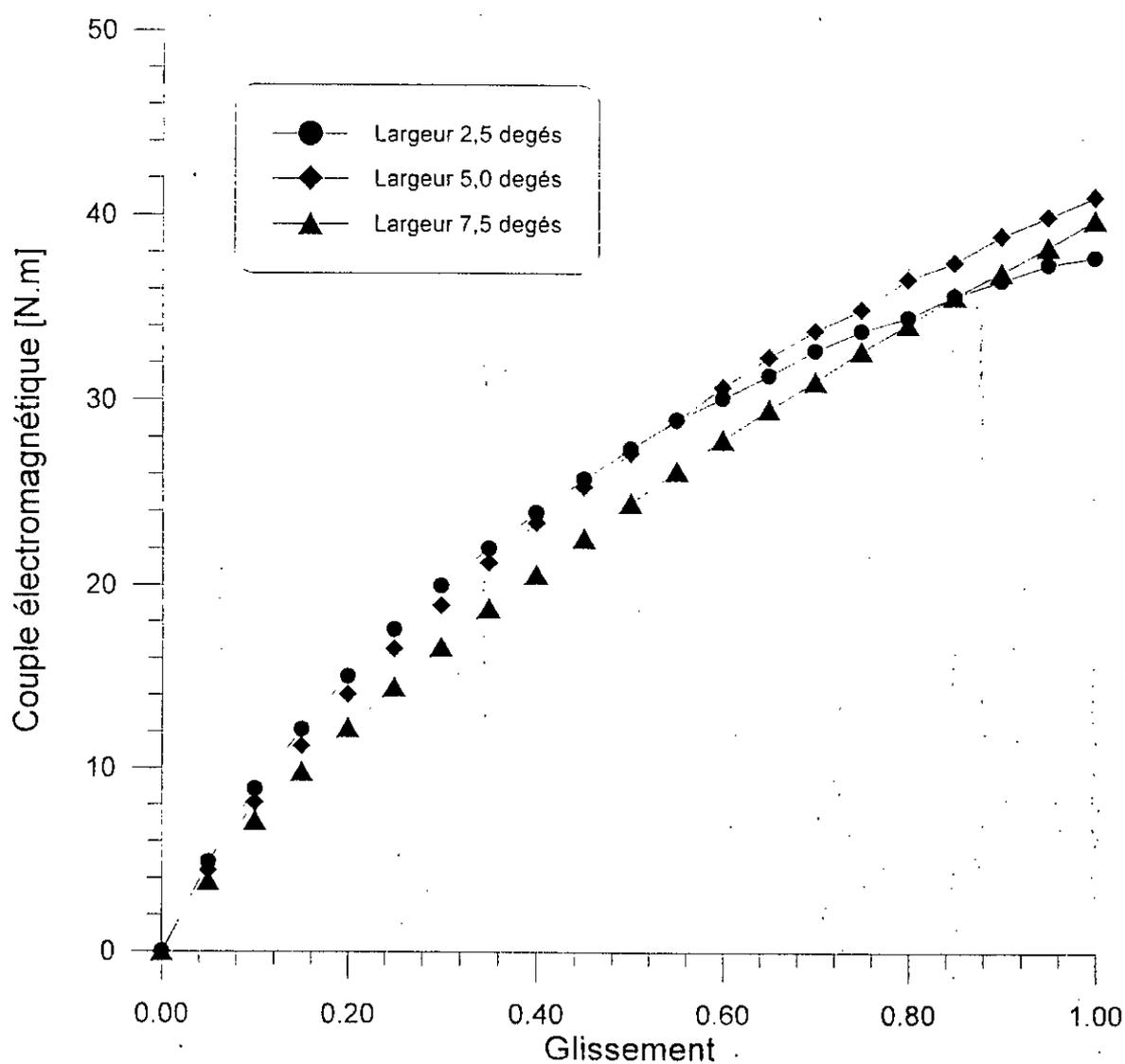


Fig. IV-18. Influence de la largeur des rainures ( $U = 100\text{ V}$ )

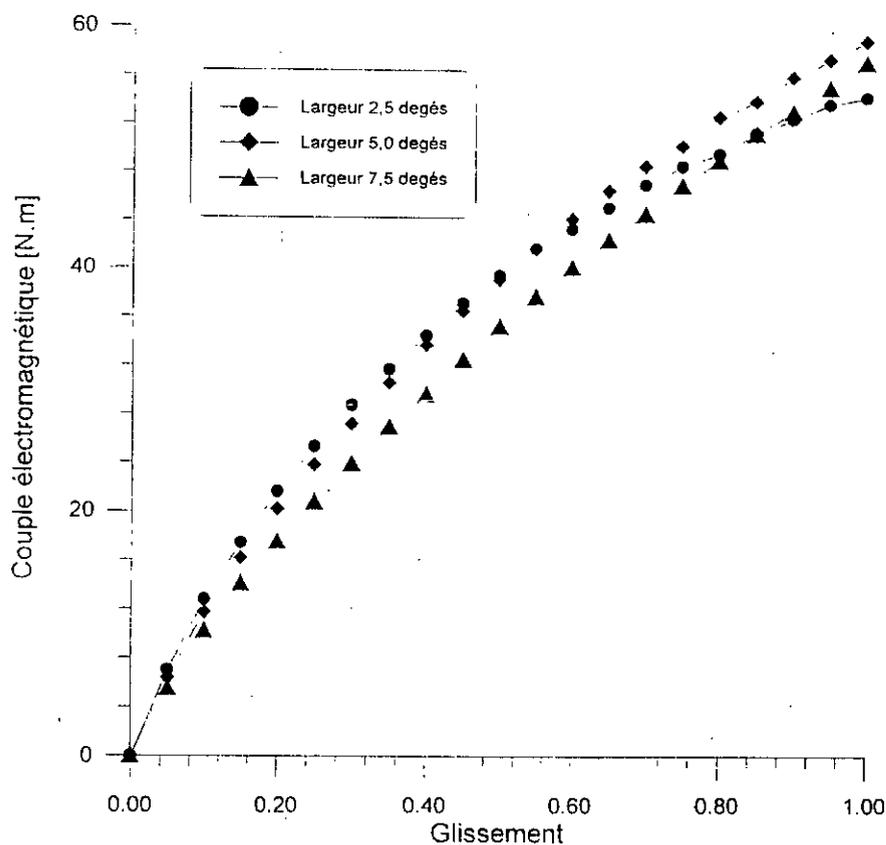


Fig. IV-19. Influence de la largeur des rainures ( U = 120 V )

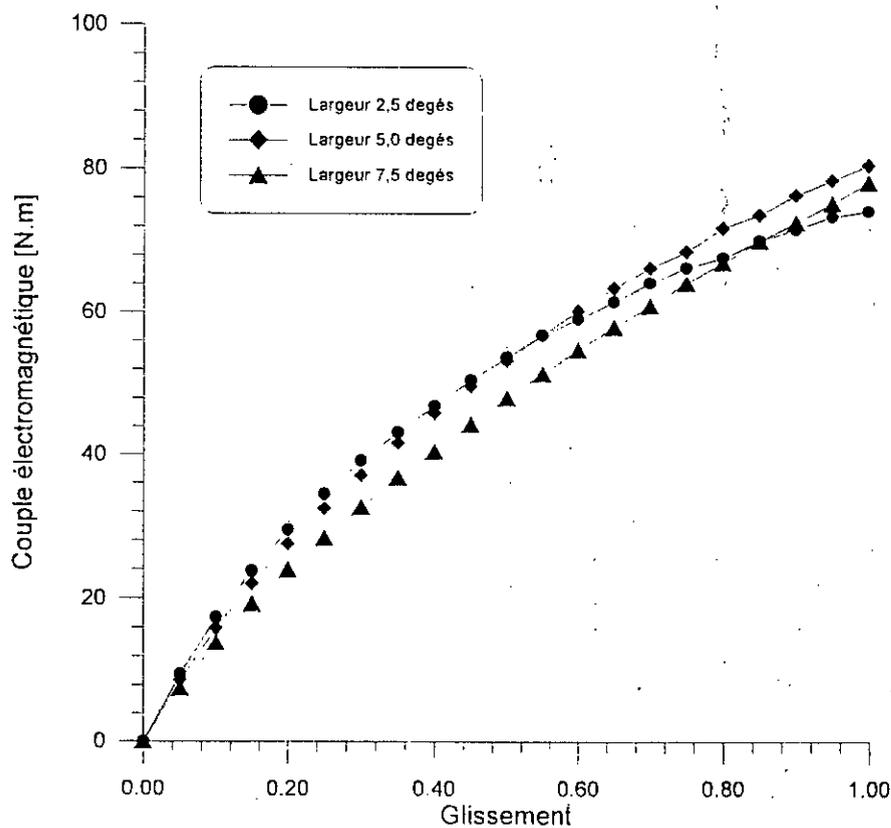
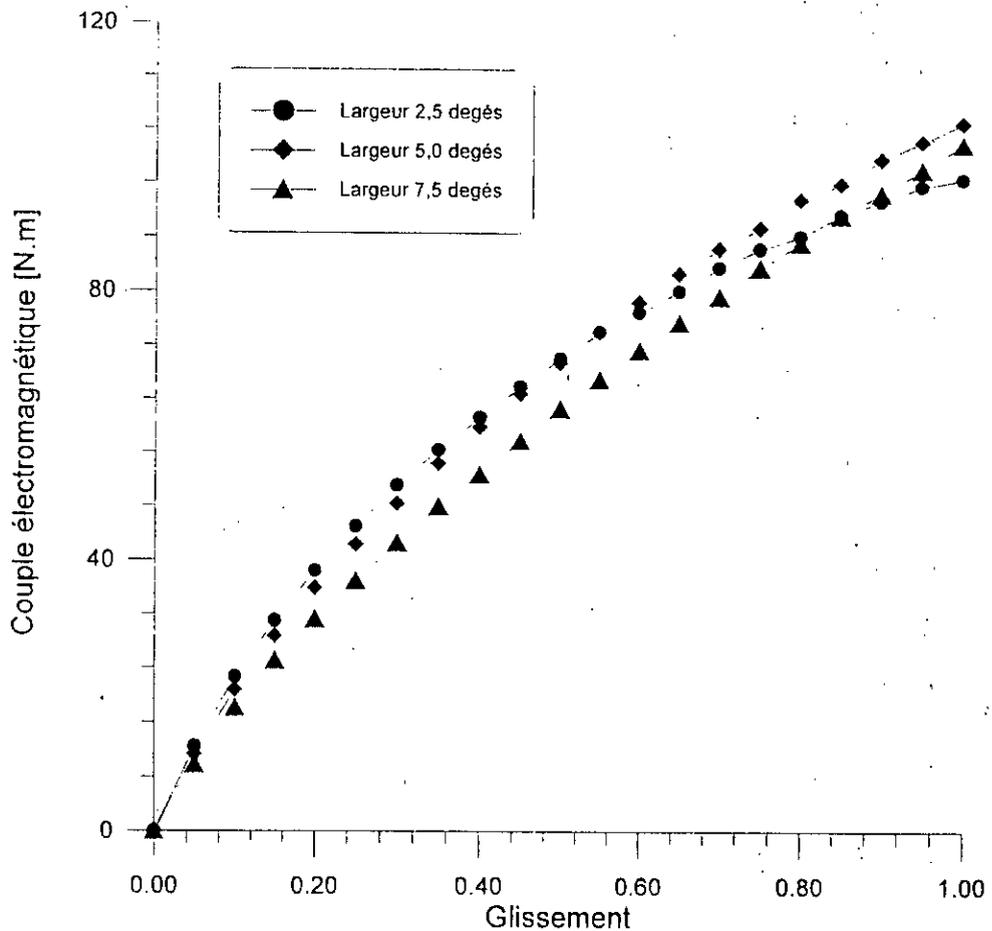


Fig. IV-20. Influence de la largeur des rainures ( U = 140 V )

Fig. IV-21. Influence de la largeur des rainures (  $U = 160 \text{ V}$  )

#### IV-2-2. Facteur de puissance

Les calculs effectués sur différents rotors permettent d'obtenir les variations du facteur de puissance de la machine en fonction du glissement. Les caractéristiques facteur de puissance - glissement sont comparées pour déterminer l'influence de la configuration géométriques du rotor massif sur les performances de la machine.

Toutes les caractéristiques montrent que la machine à rotor massif présente un bon facteur de puissance au démarrage qui décroît rapidement aux faibles glissements.

Nous exposons, dans les paragraphes suivants, les différents résultats concernant le facteur de puissance de la machine asynchrone à rotor massif.

*IV-2-2-1. Influence de l'épaisseur de l'entrefer*

La figure IV-22 montre les variations du facteur de puissance en fonction du glissement, obtenu pour 2 rotors lisses de diamètres différents.

Les caractéristiques montrent que la machine ayant le plus faible entrefer possède un meilleur facteur de puissance. Ce résultat est attendu car un entrefer plus faible correspond à une puissance magnétisante plus faible.

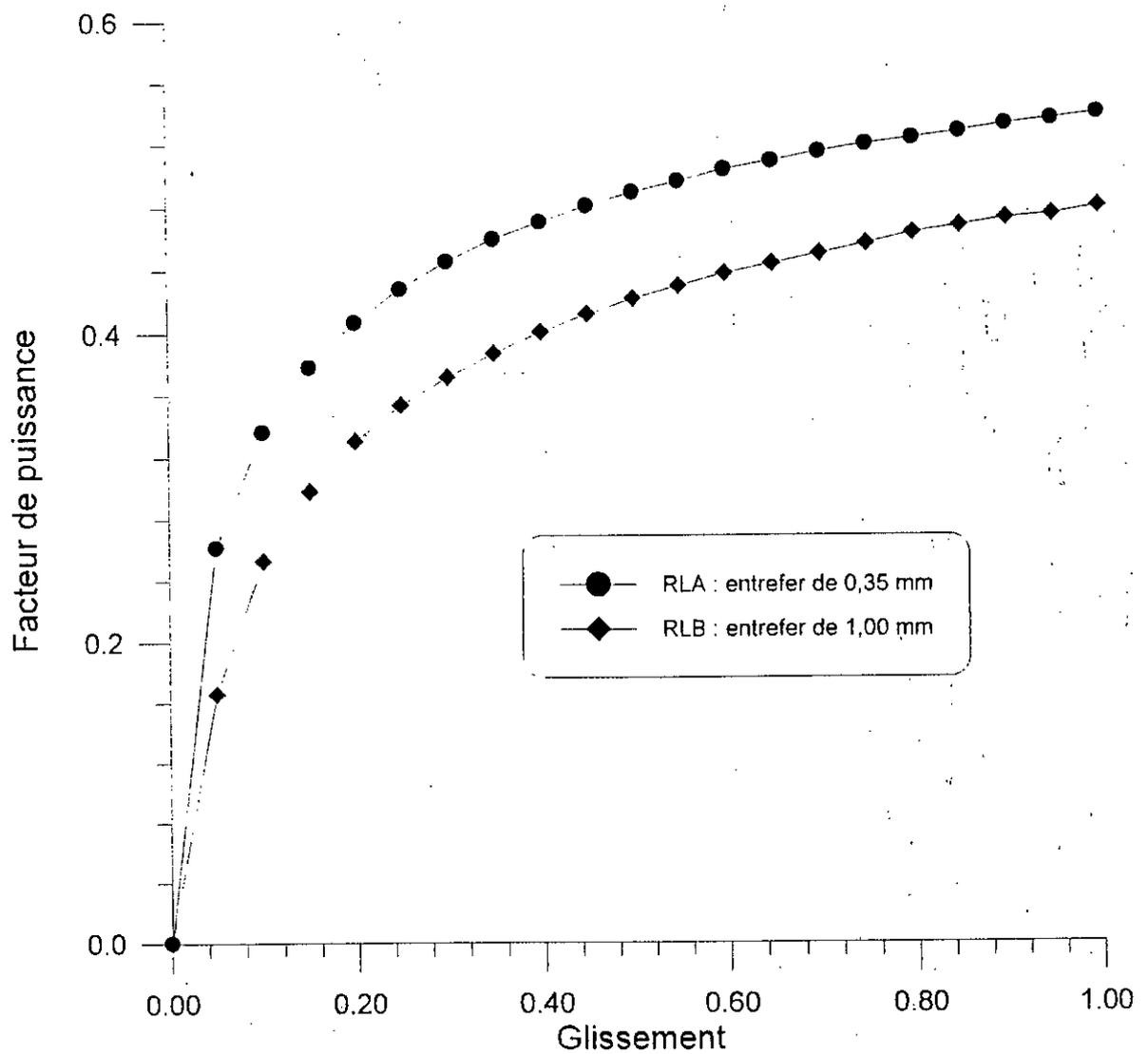


Fig. IV-22. Influence de l'épaisseur de l'entrefer

IV-2-2-2. Influence des rainures

La figure IV-23 présente la comparaison de deux caractéristiques couple-glissement d'un rotor rainuré et d'un rotor lisse de même diamètre.

Les deux caractéristiques montrent que, pour toutes les valeurs du glissement, le rotor rainuré présente une caractéristique nettement meilleure que celle du rotor lisse de même diamètre.

Pour des glissements importants ( $g > 30\%$ ), le facteur de puissance présente une variation linéaire et est pratiquement constant pour les 2 rotors.

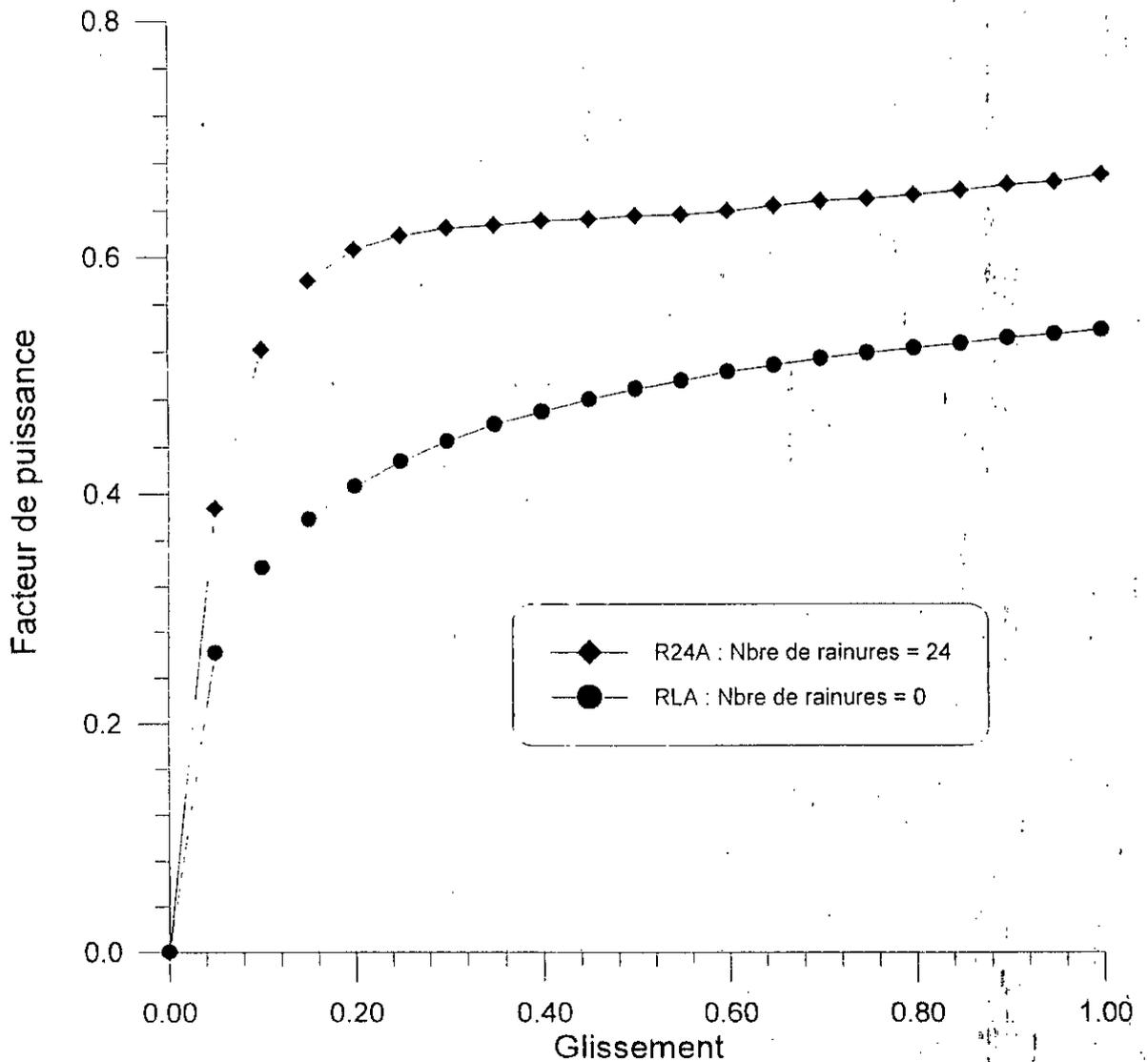


Fig. IV-23. Influence des rainures

IV-2-2-3. Influence du nombre de rainures

Les caractéristiques facteur de puissance - glissement, obtenues pour 4 rotors rainurés de même diamètre et possédant des nombres de rainures différents, sont données sur la figure IV-24.

Aux très faibles glissements ( $g < 5\%$ ), on obtient, pour les 4 rotors, des caractéristiques pratiquement identiques, quoi que les 2 rotors portant 12 et 36 rainures présentent un facteur de puissance légèrement meilleur que celui des 2 autres rotors.

Par ailleurs, pour des glissements moyens ( $5\% < g < 50\%$ ), le rotor ayant 36 rainures possède le meilleur facteur de puissance.

Pour des glissements importants ( $g > 55\%$ ), le rotor portant 48 rainures présente le meilleur facteur de puissance.

En général, les rotors possédant 12 et 24 rainures correspondent au plus faible facteur de puissance.

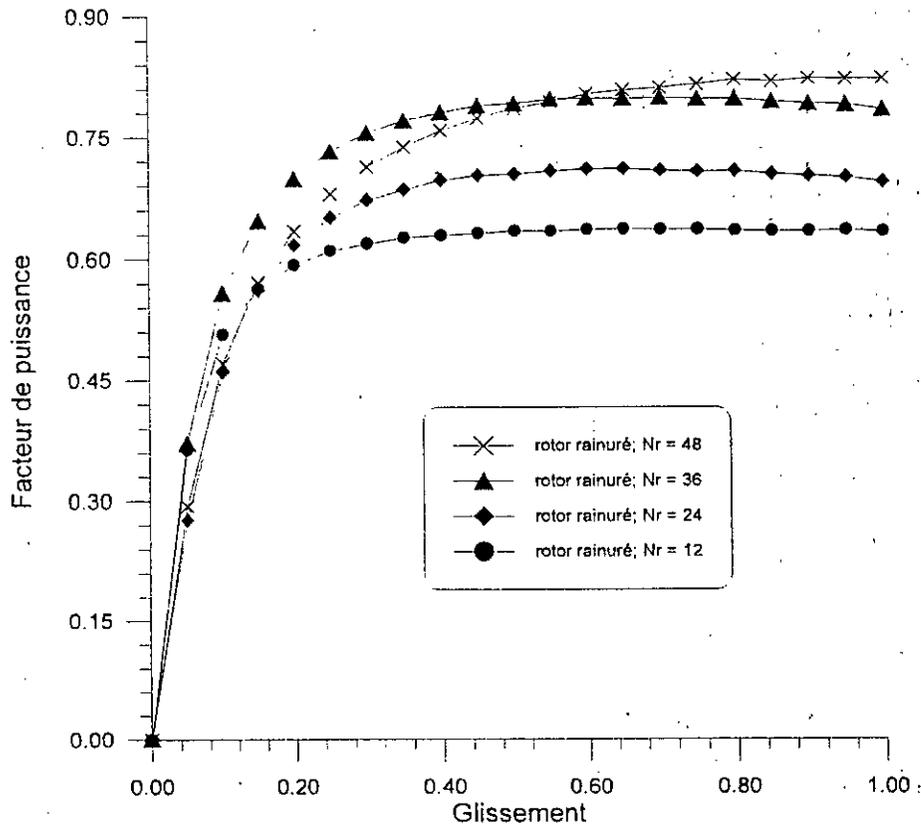


Fig. IV-24. Influence du nombre de rainures

*IV-2-2-4. Influence de la profondeur des rainures*

Nous avons calculé 3 rotors ayant 24 rainures chacun. Ces rotors diffèrent par la profondeur de leurs rainures. Leur caractéristiques facteur de puissance-glissement sont présentées sur la figure IV-25.

Nous constatons que, pour de faibles glissements ( $g < 5\%$ ), les caractéristiques des 3 rotors sont confondues.

Par ailleurs, pour des glissements moyens ( $5\% < g < 75\%$ ), les rainures de 12 mm de profondeur offrent le meilleur facteur de puissance.

Pour des glissements élevés ( $g > 75\%$ ), les caractéristiques sont pratiquement confondues, malgré un léger avantage pour les rainures de 8 mm de profondeur.

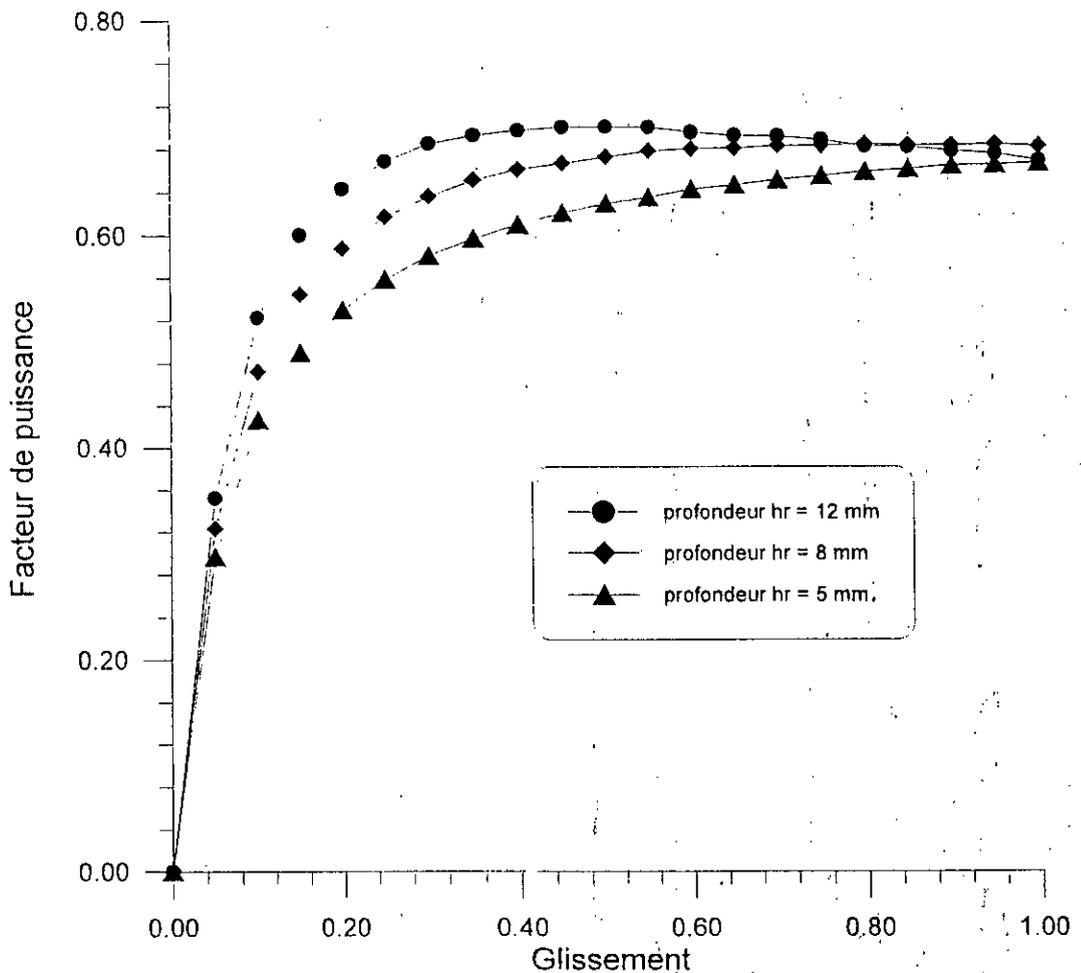


Fig. IV-25. Influence de la profondeur des rainures

IV-2-2-5. Influence de la largeur des rainures

Les caractéristiques facteur de puissance–glissement, obtenues pour 4 différentes largeurs de rainures, sont représentées sur la figure IV-26.

Nous constatons que pour de faibles glissements ( $g < 40\%$ ) le rotor portant des rainures étroites offrent le meilleur facteur de puissance. Tandis que pour des glissements élevés ( $g > 80\%$ ), le meilleur facteur de puissance correspond aux rainures les plus larges.

Par ailleurs, pour des glissements intermédiaires ( $40\% < g < 80\%$ ), les rainures de 5,0 degrés de largeur présente un facteur de puissance légèrement meilleur.

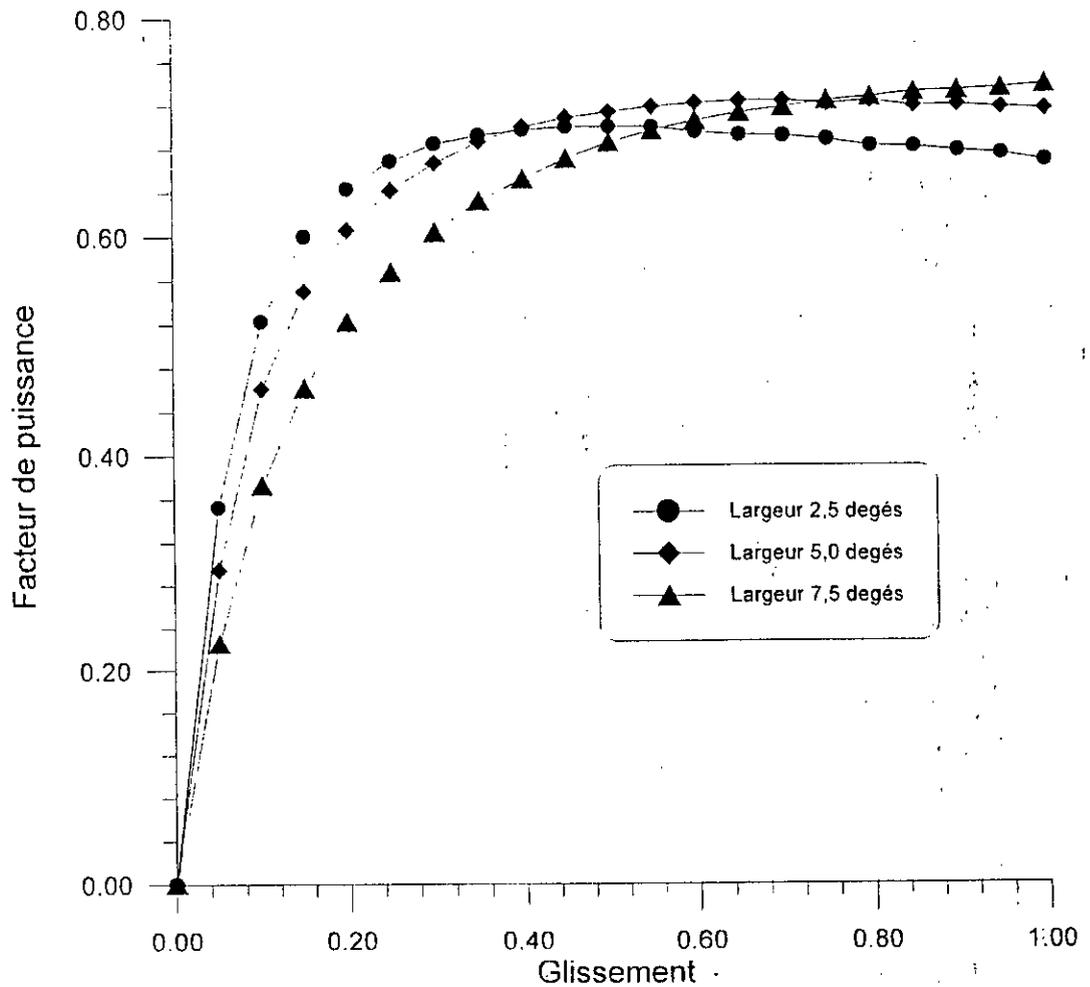


Fig. IV-26. Influence de la largeur des rainures

### IV-3. CONCLUSION

Le calcul numérique présenté dans ce chapitre est effectué à l'aide du code de calcul DIFIMEDI. Ce logiciel, d'une utilisation simple, a été exploité pour l'étude de la machine asynchrone à rotor massif.

Sa structure fermée ne permet d'implanter un processus de calcul automatique ou par exemple d'appliquer la méthode globale décrite au chapitre précédent. Néanmoins nous l'avons appliqué de façon pratiquement manuelle.

Il faut noter que nous avons utilisé la version PC du code DIFIMEDI, qui est limitée par le nombre de nœuds du maillage et ne permet pas de définir fidèlement la géométrie réelle du domaine d'étude.

Dans l'ensemble des cas traités nous nous sommes intéressés à 2 grandeurs importantes : le couple électromagnétique et le facteur de puissance de la machine.

Les résultats obtenus montrent l'influence de la configuration du rotor massif sur les performances de la machine.

Parmi les résultats obtenus, les points suivants méritent d'être soulignés.

#### IV-3-2 Couple électromagnétique

La machine à rotor massif présente un bon couple de démarrage qui se dégrade rapidement aux faibles glissements.

Pour une tension d'alimentation donnée, le couple électromagnétique augmente avec le glissement.

Les résultats montrent l'influence de l'épaisseur de l'entrefer sur la caractéristique couple-glissement. Le couple électromagnétique est plus élevé pour le rotor lisse correspondant à l'entrefer le plus large.

Pour toutes les tensions utilisées, les rainures influent sensiblement sur le couple électromagnétique. Les différentes caractéristiques obtenues, montrent que le rotor rainuré présente un meilleur couple électromagnétique par rapport au rotor lisse.

Nous avons pu mettre en évidence l'influence du nombre et des dimensions des rainures rotoriques sur le couple développé par la machine.

Les différentes caractéristiques obtenues montrent que pour des glissements importants, notamment au démarrage, le meilleur couple est obtenu pour le rotor ayant le nombre de rainures le plus élevé. Par ailleurs, pour des glissements moyens, le rotor de 24 rainures présente une caractéristique couple - glissement légèrement meilleure.

Aux faibles glissements, toutes les caractéristiques sont pratiquement confondues.

Les résultats obtenus montrent aussi l'influence des dimensions des rainures du rotor massif sur la valeur du couple électromagnétique par la machine.

Pour les différents cas traités dans ce partie, les résultats montrent que, pour toutes les valeurs du glissement, on obtient une meilleure caractéristique couple-glissement avec le rotor possédant les rainures les plus profondes. Cependant, pour des glissements très faibles, toutes les caractéristiques sont confondues.

Nous avons constaté que la largeur des rainures influe sur la caractéristique du couple électromagnétique développé par la machine à rotor massif.

Les résultats montrent que pour des glissements faibles, le meilleur couple électromagnétique est développé par le rotor portant les rainures les moins larges.

Par ailleurs, les rainures les plus larges offrent le plus faible couple, pratiquement pour toutes les valeurs du glissement.

### **IV-3-3. Facteur de puissance**

Toutes les caractéristiques, obtenues pour les différentes configurations calculées, montrent que la machine à rotor massif présente un bon facteur de puissance au démarrage qui décroît rapidement aux faibles glissements.

Le facteur de puissance de la machine à rotor massif est d'autant meilleur que l'épaisseur de l'entrefer est plus faible.

Les résultats obtenus montrent que des rainures axiales réalisées sur la surface du rotor lisse améliorent le facteur de puissance de la machine à rotor massif.

En effet, les caractéristiques montrent que, pour toutes les valeurs de glissement, le rotor rainuré présente un facteur de puissance nettement meilleur que celui du rotor lisse de même diamètre.

Concernant l'influence du nombre de rainures, nous constatons que pour des glissements moyens, le rotor portant 36 rainures possède le meilleur facteur de puissance. Par ailleurs, pour des glissements importants ( ex. au démarrage ), le meilleur facteur de puissance correspond au nombre de rainures le plus élevé.

Aux très faibles glissements, les deux rotors de 12 et 36 rainures présentent des caractéristiques confondues et sont légèrement meilleures que celles des 2 autres rotors.

Les dimensions des rainures rotoriques influent sur le facteur de puissance de la machine à rotor massif rainuré.

Pour des glissements moyens (  $10\% < g < 80\%$  ), la caractéristique du facteur de puissance est d'autant meilleure que la profondeur des rainures est plus importante.

Aux très faibles glissements ainsi qu'au démarrage les caractéristiques sont pratiquement confondues.

Concernant l'influence de la largeur des rainures, nous avons constaté que pour des glissements faibles (  $g < 40\%$  ), le facteur de puissance est d'autant meilleur que les rainures sont étroites. Aux glissements importants (  $g > 40\%$  ) le meilleur facteur de puissance correspond aux rainures les plus larges.

## Chapitre V

# ETUDE EXPERIMENTALE

## V-1. INTRODUCTION

Nous avons complété notre travail par une étude expérimentale sur une machine asynchrone à rotor massif.

Cette étude, qui consiste en une série d'essais réalisés sur 4 rotors massifs de configurations différentes, permet d'examiner l'influence de la tension d'alimentation et des paramètres géométriques du rotor massif sur les performances d'une telle machine.

Nous exposons dans ce chapitre les résultats de cette étude expérimentale, en considérant deux grandeurs essentielles : le couple électromagnétique et le facteur de puissance de la machine étudiée.

## V-2. Banc d'essai

Nous disposons d'un banc d'essais comportant une machine asynchrone à rotor massif entraînant une dynamo-balance. Le montage permet de mesurer les grandeurs électriques et électromécaniques du groupe.

Le stator étant celui d'une machine asynchrone triphasé classique, porte les indications suivantes :

*Puissance nominale*: ..... 7,5 kW

*Tension nominale ( $\Delta / Y$ )*: ..... 220/380 V

*Courant nominal ( $\Delta / Y$ )*: ..... 28,33/16,33 A

*Fréquence d'alimentation* : ..... 50 Hz

Le stator de 128 mm de diamètre comporte 36 encoches ouvertes. Chaque phase de son enroulement triphasé compte 108 spires.

Les 4 rotors massifs ( deux lisses et deux rainurés ) testés présentent les caractéristiques suivantes :

- un rotor lisse RLA :  $D = 127,3$  mm ( entrefer de 0,35 mm )
- un rotor lisse RLB :  $D = 126,0$  mm ( entrefer de 1,0 mm )
- un rotor rainuré RR24A :  $D = 127,3$  mm,  $N_e = 24$  rainures
- un rotor rainuré RR26B :  $D = 126,0$  mm,  $N_e = 26$  rainures

Les rainures, uniformément réparties, sont identiques et présentent une largeur de 1,6 mm et une profondeur de 15 mm.

Pour chaque rotor, nous réalisons des essais en charge à tension d'alimentation constante. Les essais sont repris pour différentes valeurs de la tension d'alimentation.

Durant les essais, un ventilateur placé contre un des flasques de la machine, assure un refroidissement forcé.

Nous mesurons la tension d'alimentation, la puissance et le courant absorbés par le moteur. La dynamo-balance permet de mesurer le couple moteur sur l'arbre. La vitesse de rotation du groupe est mesurée à l'aide d'une génératrice tachymétrique.

### V-3. Résultats

Les essais réalisés permettent de tracer, pour chaque rotor et pour chaque tension d'alimentation, les variations du couple électromagnétique et du facteur de puissance de la machine en fonction du glissement.

La comparaison des différentes caractéristiques, obtenues pour chaque rotor, donnent les résultats présentés ci-après.

#### V-3-1. COUPLE ELECTROMAGNETIQUE

Les résultats montrent que le moteur asynchrone à rotor massif présente un bon couple au démarrage qui se dégrade rapidement aux faibles glissements.

Pour une tension donnée, le couple électromagnétique développé par le rotor massif augmente avec le glissement.

Il faut remarquer qu'à partir d'une tension donnée, le couple varie peu en fonction de la tension d'alimentation. Le stator utilisé, conçu pour une machine asynchrone classique, présente un fonctionnement optimal avec le rotor massif pour une tension proche de 140V. Pour des tensions supérieures à 180 V, l'échauffement de la machine devient excessif malgré la ventilation forcée et ne permet pas des mesures sans risques.

##### *V-3-1-1. Influence de l'épaisseur de l'entrefer*

Les figures V-1 et V-2 montrent l'influence de l'épaisseur de l'entrefer sur la caractéristique du couple électromagnétique de la machine asynchrone à rotor massif lisse.

Pour toutes les valeurs de la tension d'alimentation, le rotor lisse de 127,3 mm de diamètre (entrefer de 0,35 mm) présente une caractéristique meilleure que celle du rotor de 126,0 mm de diamètre (entrefer de 1,0 mm).

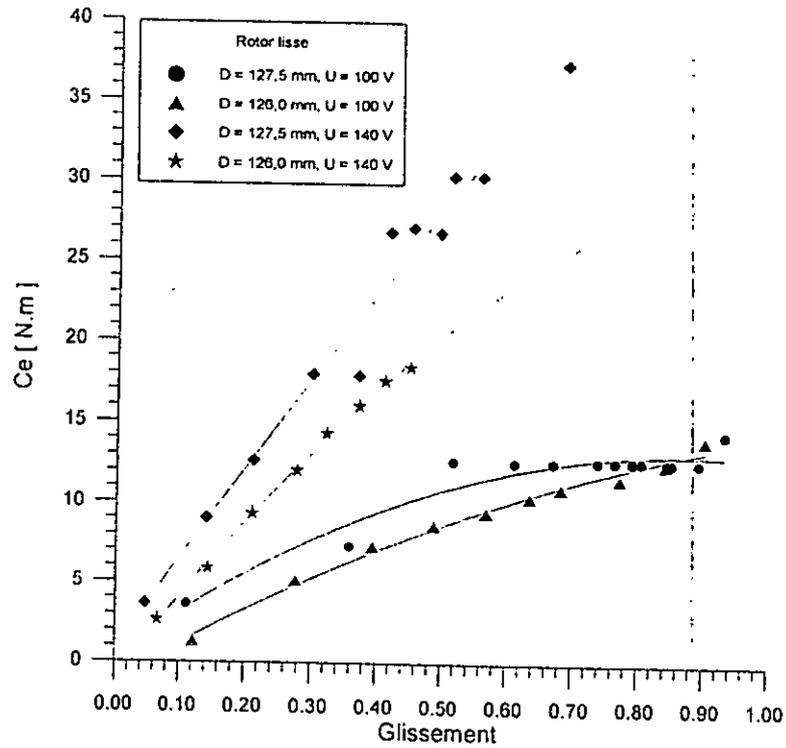


Fig. V- 1. Influence de l'épaisseur de l'entrefer  
( rotor lisse, tension de 100 et 140 V )

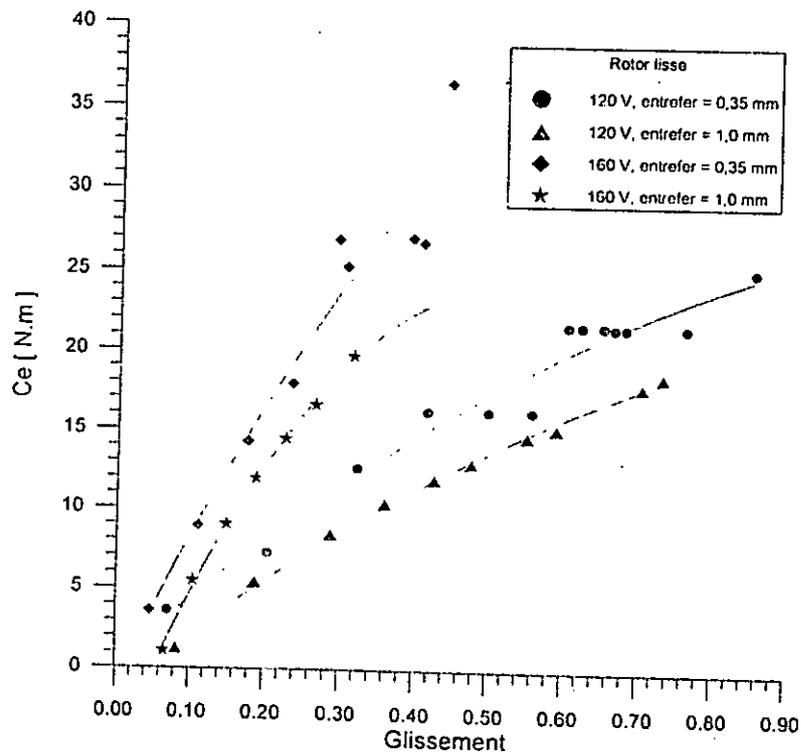


Fig. V-2. Influence de l'épaisseur de l'entrefer  
( rotor lisse, tension de 120 et 160 V )

V-3-1-2. Influence des rainures

Les caractéristiques du rotor lisse RLA et celles du rotor rainuré RR24A de même diamètre, montrent que pour une tension donnée, le rotor lisse présente une caractéristique légèrement au dessus de celle du rotor rainuré (Figures V-3 et V-4 ).

Les figures V-5 et V-6 montrent que, pour toutes les tensions considérées, le couple électromagnétique développé par le rotor rainuré de 26 rainures est nettement meilleure que celui du rotor lisse de même diamètre.

A glissement donnée, le couple du rotor rainuré peut atteindre une valeur 80%. plus grande par rapport au rotor lisse.

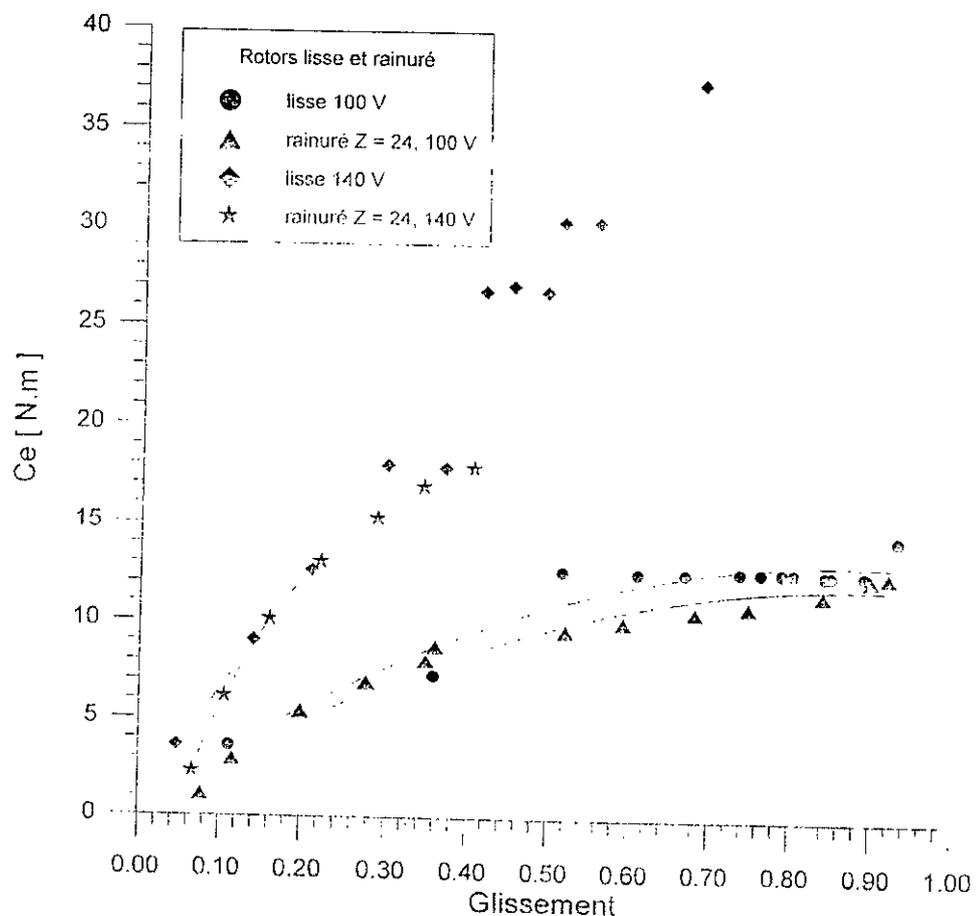


Fig. V-3. Influence des rainures  
( D = 127,3 mm, Ze = 24 , tensions de 100 et 140 V )

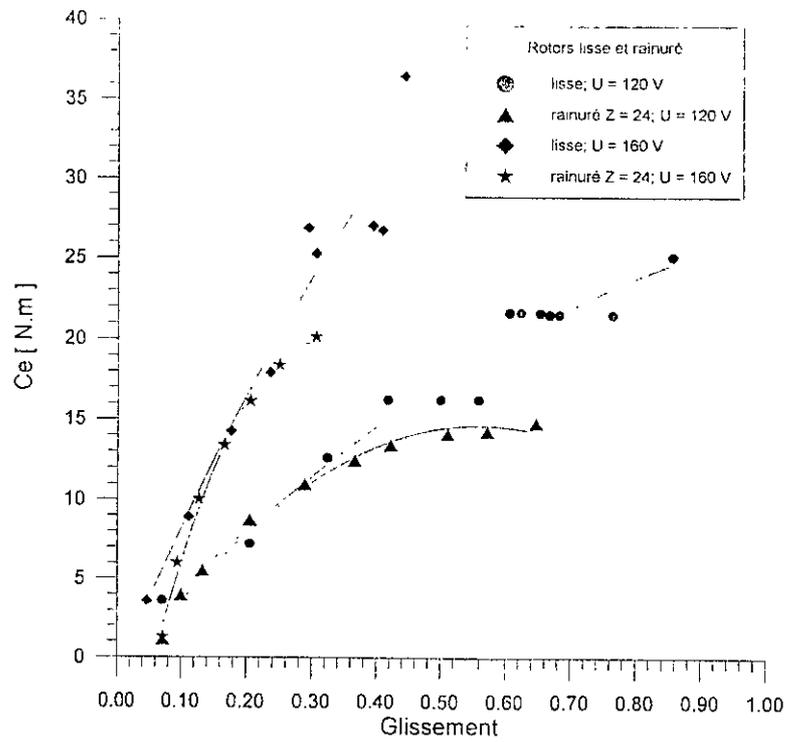


Fig. V- 4. Influence des rainures  
( D = 127,3 mm, Ze = 24 , tensions de 120 et 160 V )

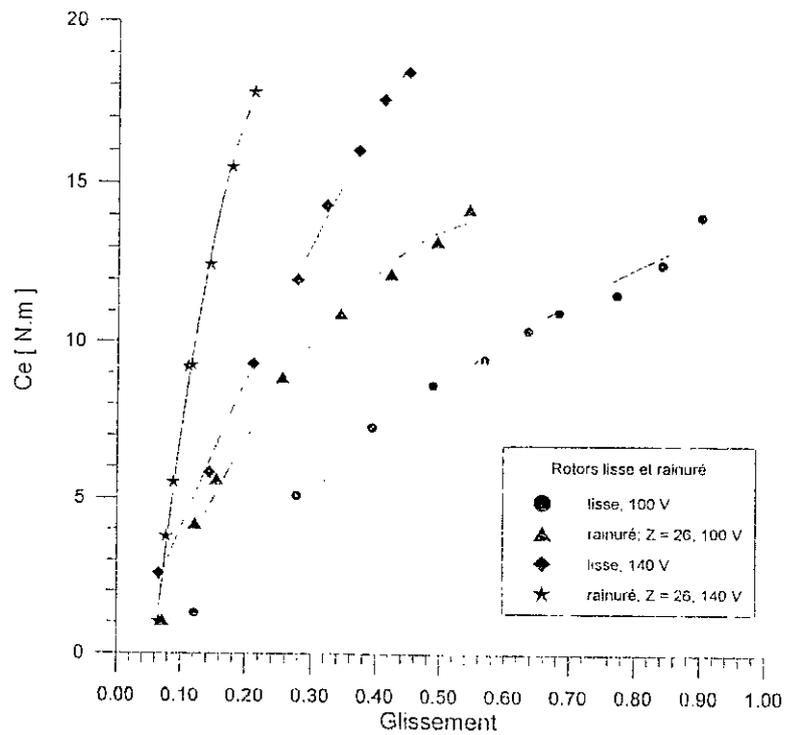


Fig. V- 5. Influence des rainures  
( D = 126,0 mm, Ze = 26 , tensions de 100 et 140 V )

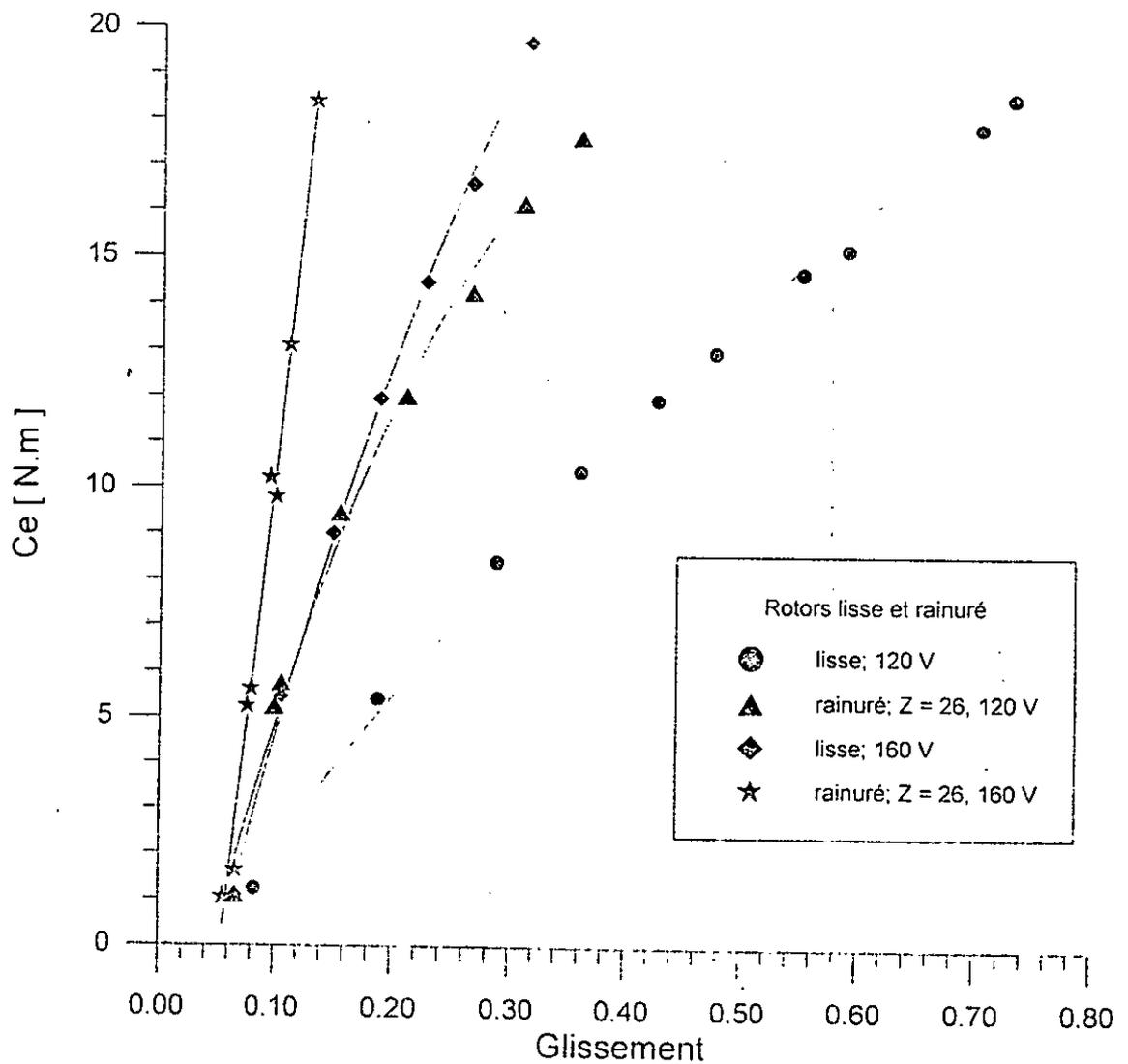


Fig. V- 6. Influence des rainures  
( D = 126,0 mm, Ze = 26 , tensions de 120 et 160 V )

### V-3-1-3. Influence du nombre de rainures

Sur les figures V-7 et V-8, sont comparés les caractéristiques couple-glissement des deux rotors rainurés RR24A et RR26B pour les différentes tensions utilisées.

Malgré son entrefer plus grand, le rotor rainuré à 26 rainures présente une meilleure caractéristique pour toutes les tensions.

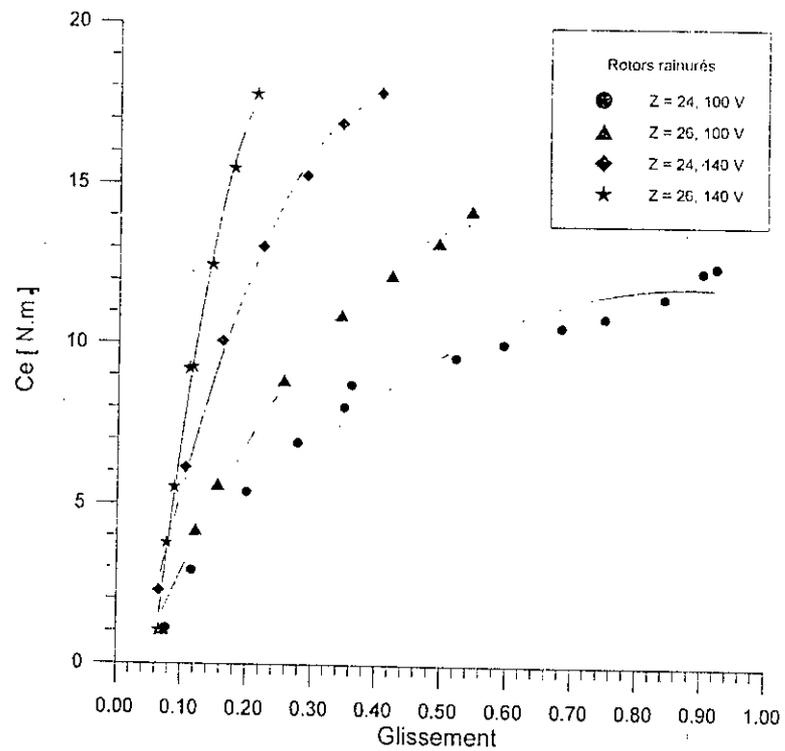


Fig. V- 7. Influence du nombre de rainures  
(  $Z_e = 24$  et  $26$  pour des tensions de  $100$  et  $140 \text{ V}$  )

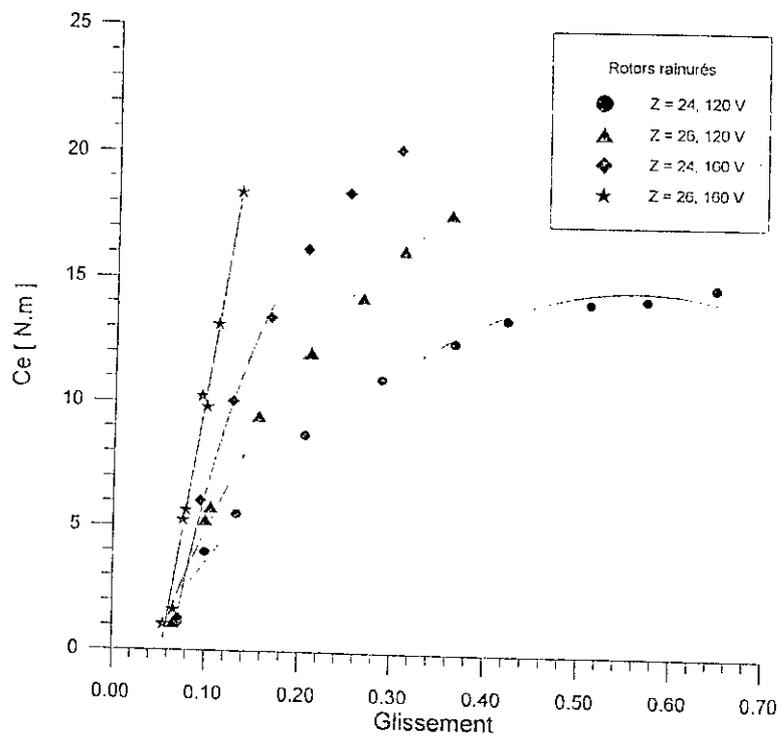


Fig. V- 8. Influence du nombre de rainures  
(  $Z_e = 24$  et  $26$  pour des tensions de  $120$  et  $160 \text{ V}$  )

V-3-1-4. Influence de la tension d'alimentation

Les figures V-9 à V-12 présentent , pour les quatre rotors RLA, RLB, RR24A et RR26B respectivement, les caractéristiques du couple électromagnétique pour les différentes tensions considérées.

Les résultats obtenus montrent que pour un rotor donné, le couple électromagnétique augmente pratiquement comme le carré de la tension.

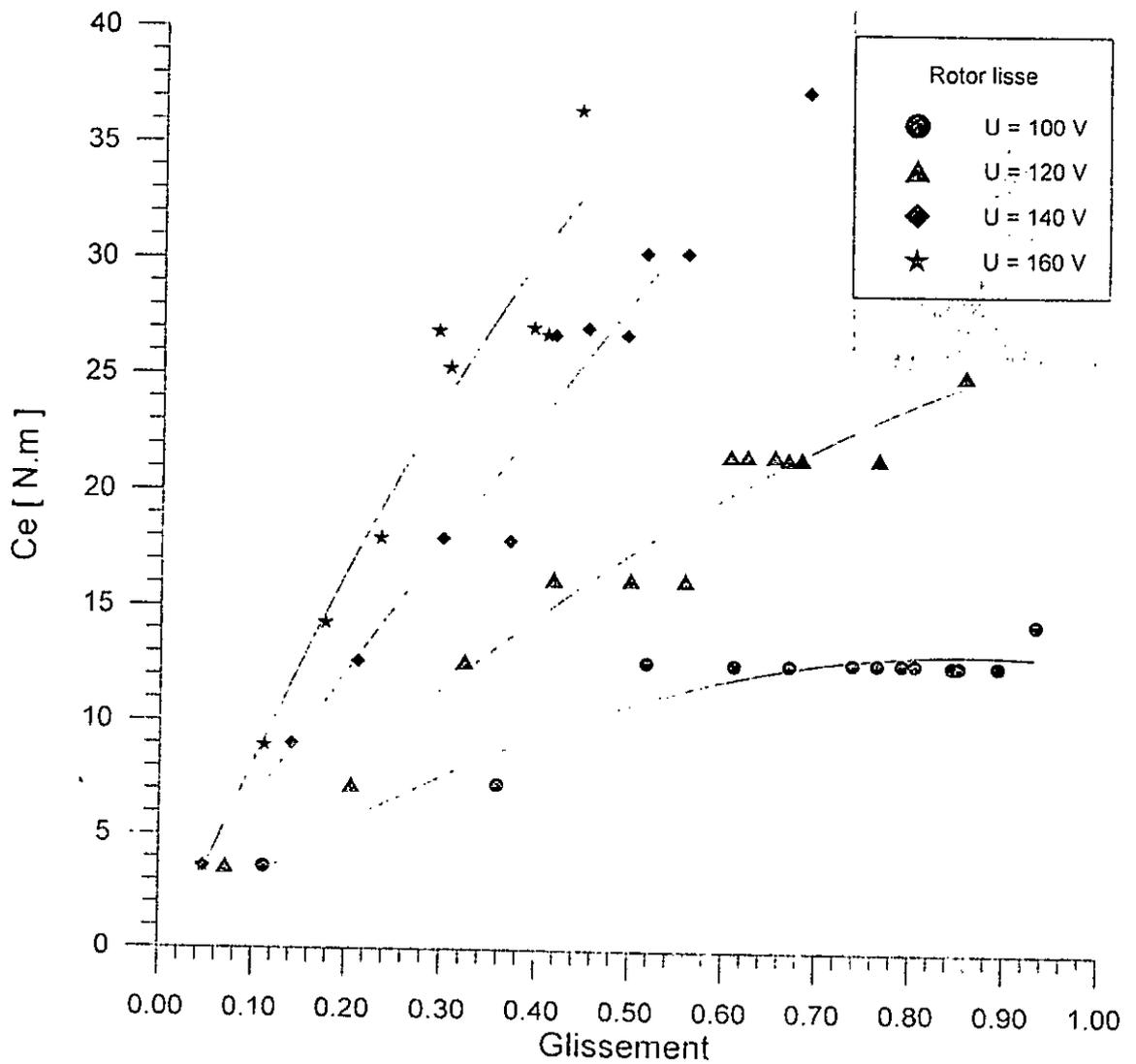


Fig. V- 9. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor lisse D = 127,3 mm )

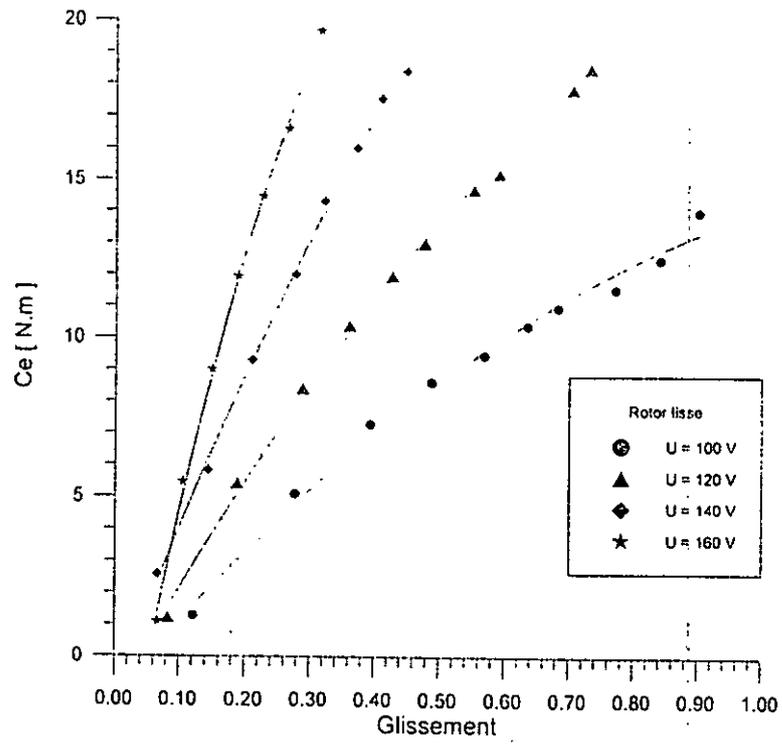


Fig. V-10. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor lisse D = 126,0 mm )

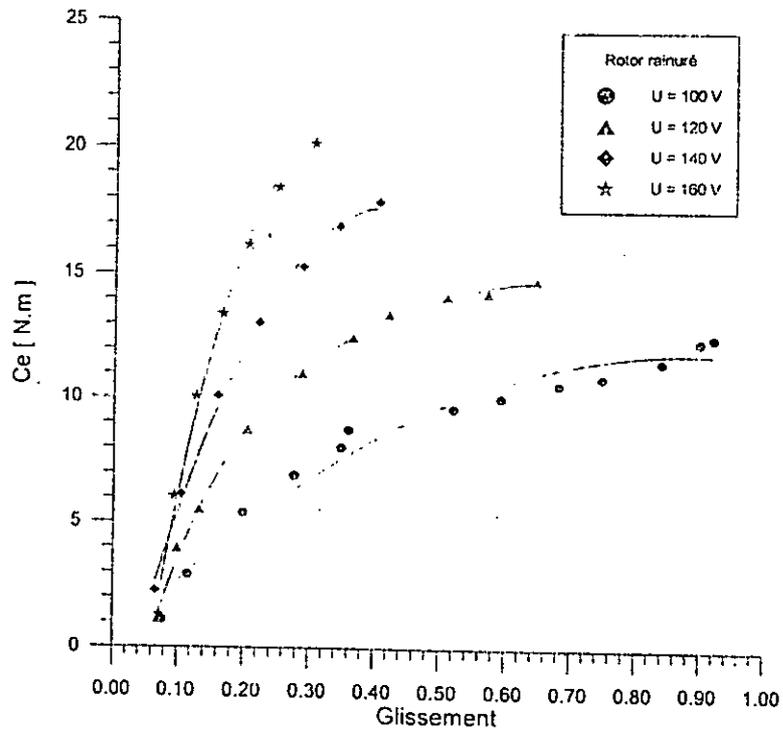


Fig. V- 11. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor rainuré D = 127,3 mm et Ze = 24 )

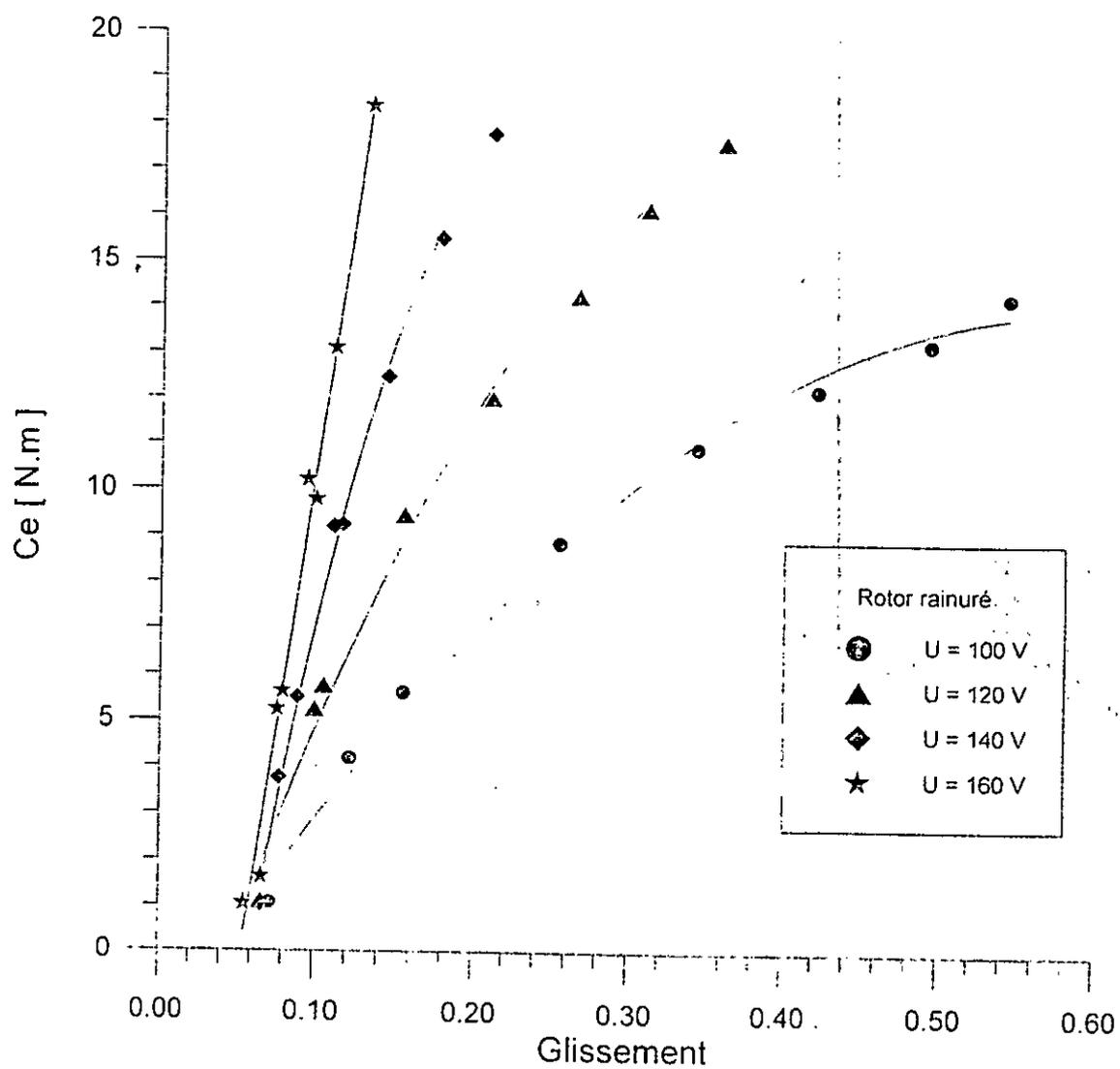


Fig. V- 12. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor rainuré  $D = 126,0$  mm et  $Z_e = 26$  )

### V-3-2. FACTEUR DE PUISSANCE

Le facteur de puissance est la deuxième grandeur utilisée pour estimer les performances de la machine asynchrone à rotor massif.

Nous avons obtenu les caractéristiques du facteur de puissance en fonction du glissement pour les différents rotors testés.

Les caractéristiques obtenues montrent que la machine asynchrone à rotor massif présente un bon facteur de puissance au démarrage qui décroît sensiblement aux faibles glissements.

Pour toutes les tensions utilisées, le facteur de puissance croît avec le glissement.

Nous présentons ci-après les résultats relatifs au comportement de la machine vis-à-vis de la tension d'alimentation et de la configuration du rotor massif.

#### *V-3-2-1. Influence de l'épaisseur de l'entrefer*

Les figures V-13 et V-14 donnent les caractéristiques du facteur de puissance en fonction du glissement pour 2 rotors lisses RLA et RLB correspondant à des épaisseurs d'entrefers de 0,35 et 1,0 mm respectivement.

Pour toutes les tensions d'alimentation utilisées, le facteur de puissance est meilleur lorsque l'épaisseur de l'entrefer est plus faible. Aux faibles glissements, l'écart entre les deux caractéristiques devient relativement important.

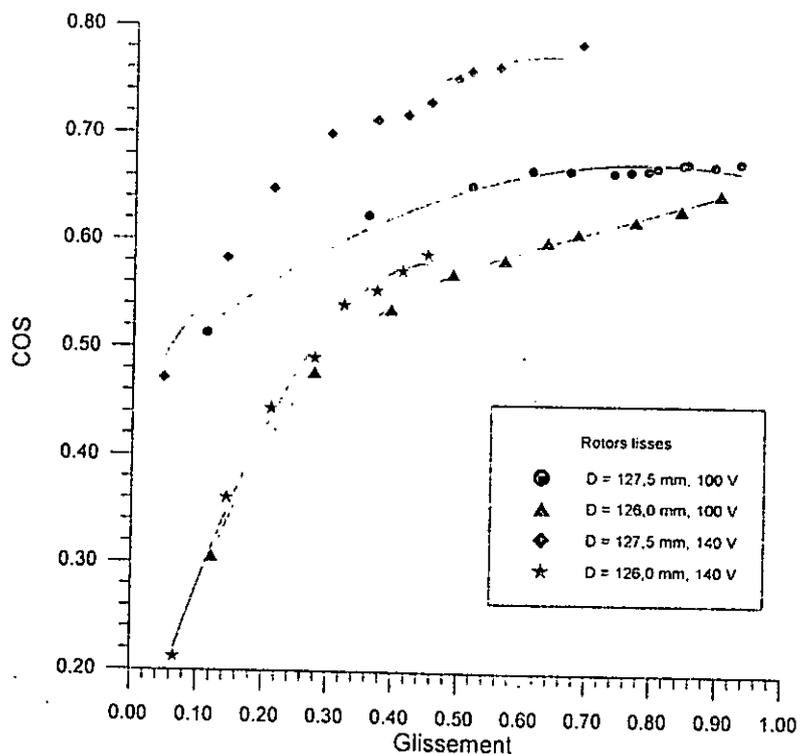


Fig. V- 13. Influence de l'épaisseur de l'entrefer  
( rotor lisse, tension de 100 et 140 V )

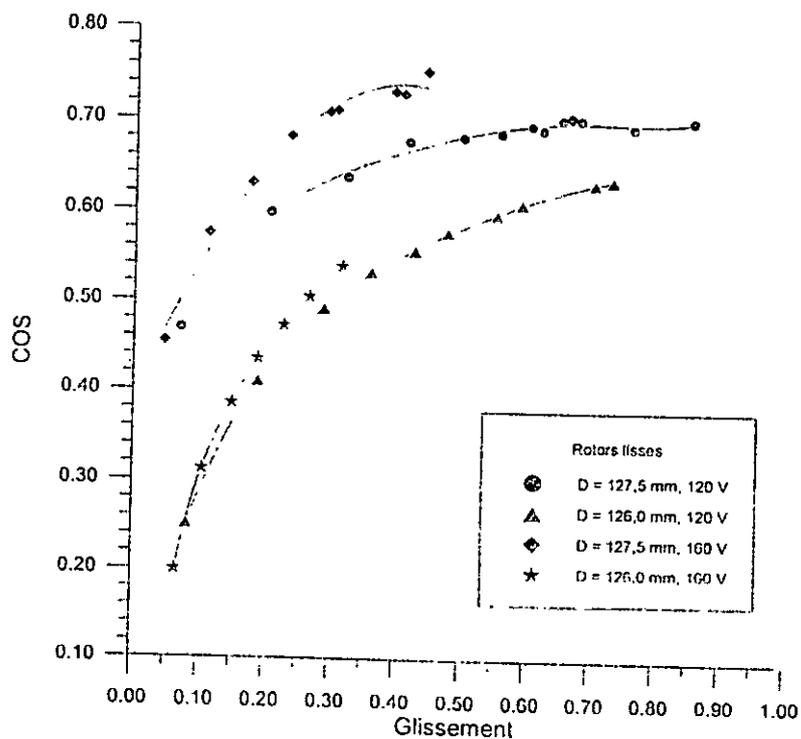


Fig. V- 14. Influence de l'épaisseur de l'entrefer  
( rotor lisse, tension de 120 et 160 V )

V-3-2-2. Influence des rainures

Nous avons comparé les caractéristiques des rotors testés pour déterminer l'influence des rainures sur le facteur de puissance de la machine à rotor massif.

Les figures V-15 et V-16 présentent les caractéristiques comparées des rotors RLA et R24A de même diamètre, et les figures V-17 et V-18 montrent celles des rotors RLB et R26B de même diamètre.

La comparaison des caractéristiques montrent que le rotor R24A, ayant 24 rainures, présente une caractéristique légèrement meilleure que celle du rotor lisse RLA.

Cependant, pour des tensions supérieures à 140 V, les caractéristiques sont plutôt confondues.

Les figures V-17 et V-18 montrent que, pour toutes les tensions d'alimentation, le facteur de puissance du rotor rainuré R26B est nettement supérieur à celui du rotor lisse RLB de même diamètre.

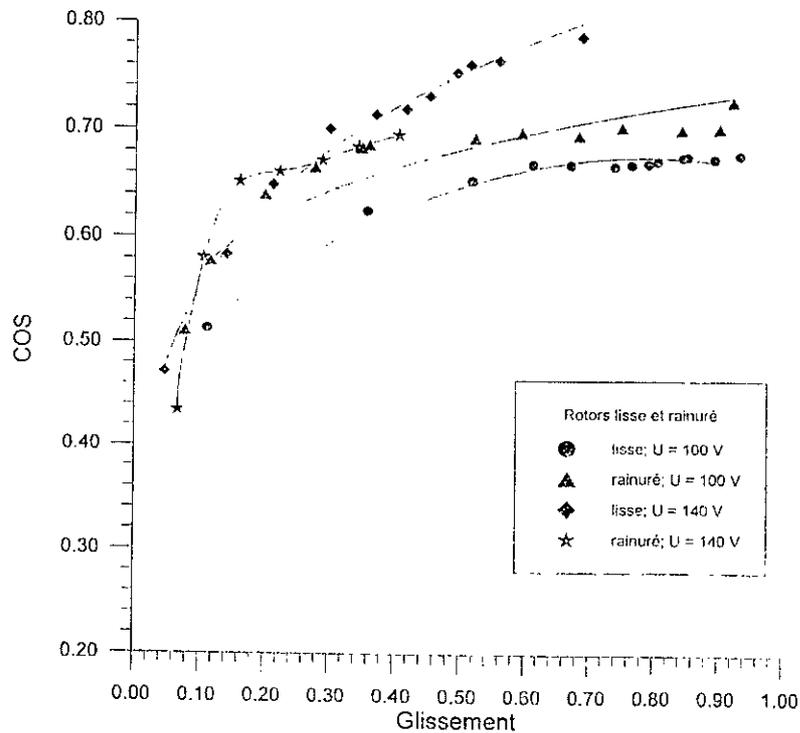


Fig. V- 15. Influence des rainures  
( D = 127,3 mm, Ze = 24 , tensions de 100 et 140 V )

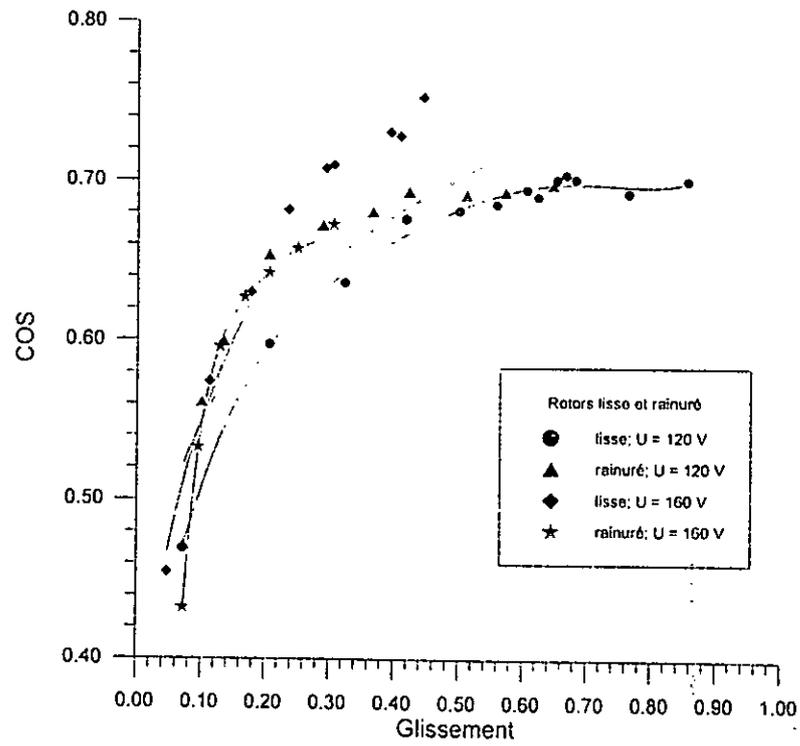


Fig. V- 16. Influence des rainures  
( D = 127,3 mm, Ze = 24 , tensions de 120 et 160 V )

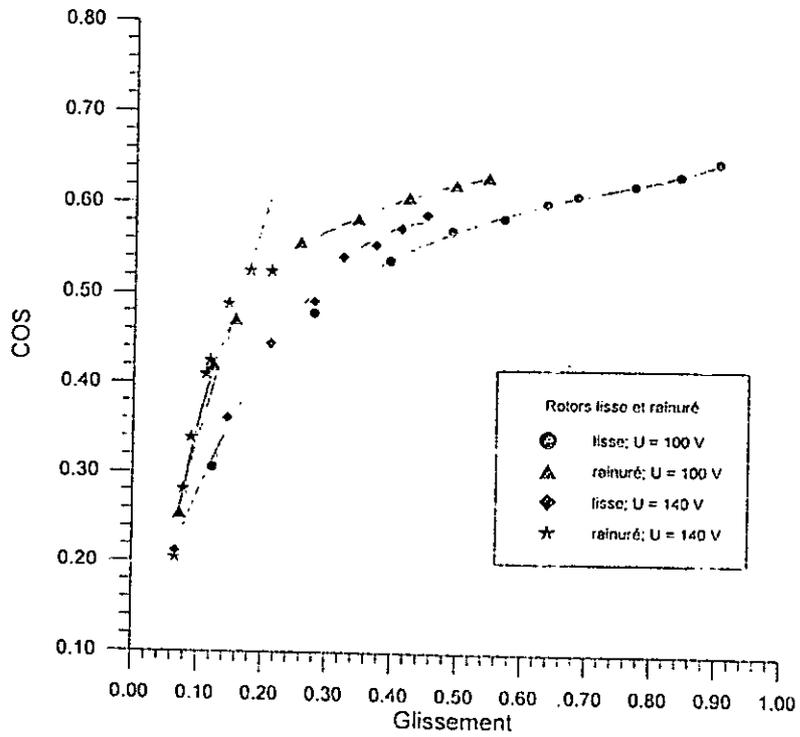


Fig. V- 17. Influence des rainures  
( D = 126,0 mm, Ze = 26 , tensions de 100 et 140 V )

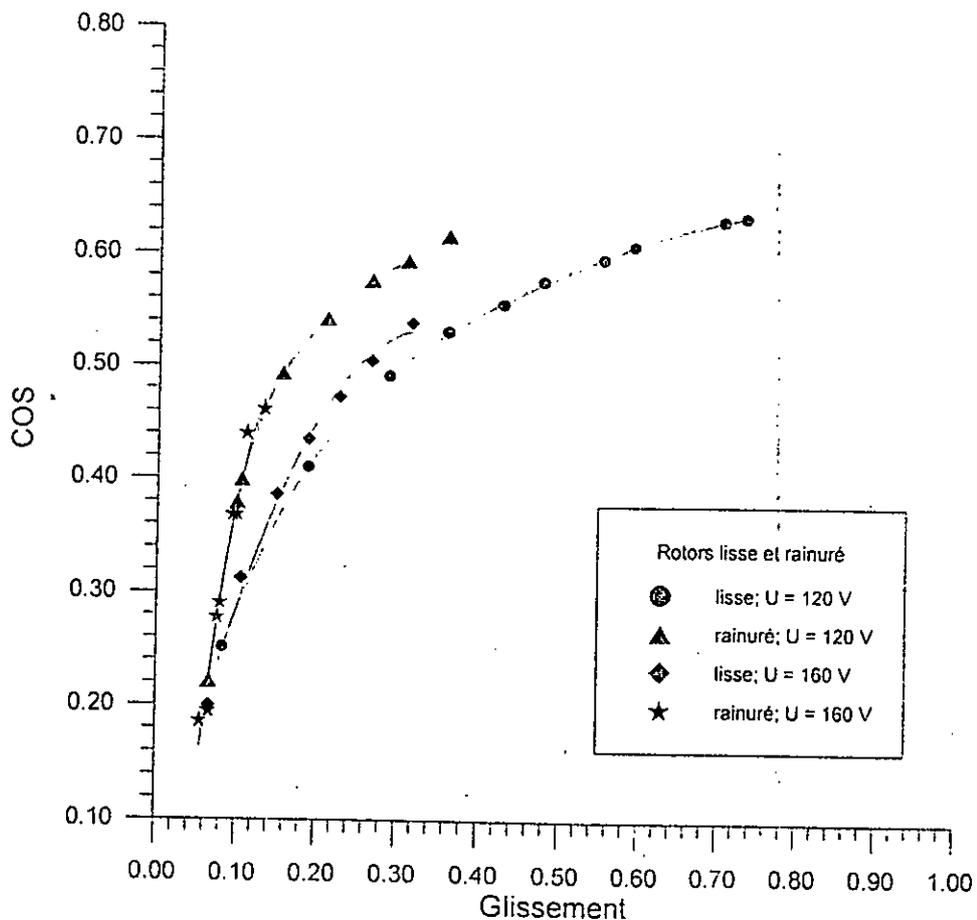


Fig. V- 18. Influence des rainures  
( D = 126,0 mm, Ze = 26 , tensions de 120 et 160 V )

### V-3-2-3. Influence du nombre de rainures

Nous avons comparé les caractéristiques des 2 rotors rainurés R24A et R26B afin de déterminer l'influence du nombre de rainures sur le facteur de puissance de la machine à rotor massif rainuré.

Les figures V-19 et V-20 montrent que le rotor portant 26 rainures possède un facteur de puissance plus grand que celui obtenu pour le rotor de 24 rainures.

Pour toutes les tensions d'essais, le rotor R26A présente une meilleure caractéristique du facteur de puissance par rapport aux autres rotors testés.

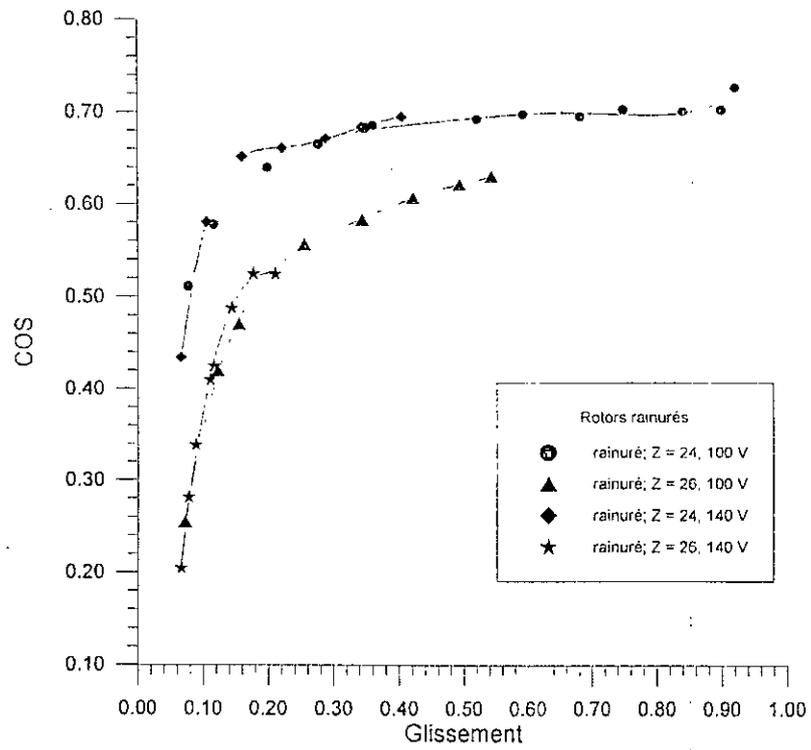


Fig. V- 19. Influence du nombre de rainures  
(  $Z_e = 24$  et  $26$  pour des tensions de  $100$  et  $140$  V )

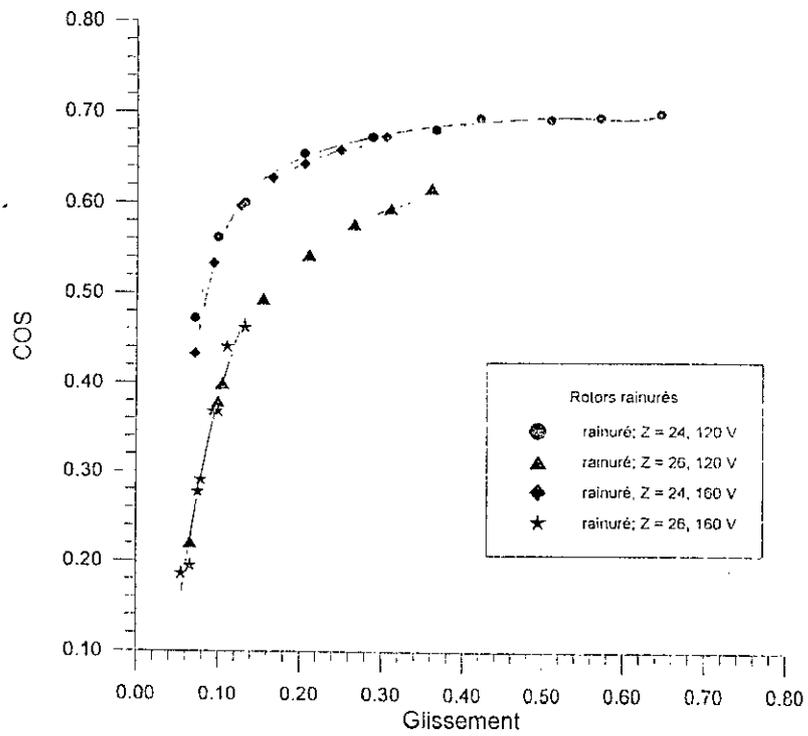


Fig. V- 20. Influence du nombre de rainures  
(  $Z_e = 24$  et  $26$  pour des tensions de  $120$  et  $160$  V )

V-3-2-4. Influence de la tension d'alimentation

Pour chaque rotor testé, nous avons comparé les caractéristiques du facteur de puissance à différentes tensions d'alimentation.

Les figures V-21 à V-24 donnent la comparaison de ces caractéristiques pour les rotors RLA, RLB, R24A et R26B respectivement.

Les résultats montrent que la caractéristique est d'autant meilleure que la tension d'alimentation est plus élevée.

Les figures montrent que pour des tensions élevées, les caractéristiques se rapprochent.

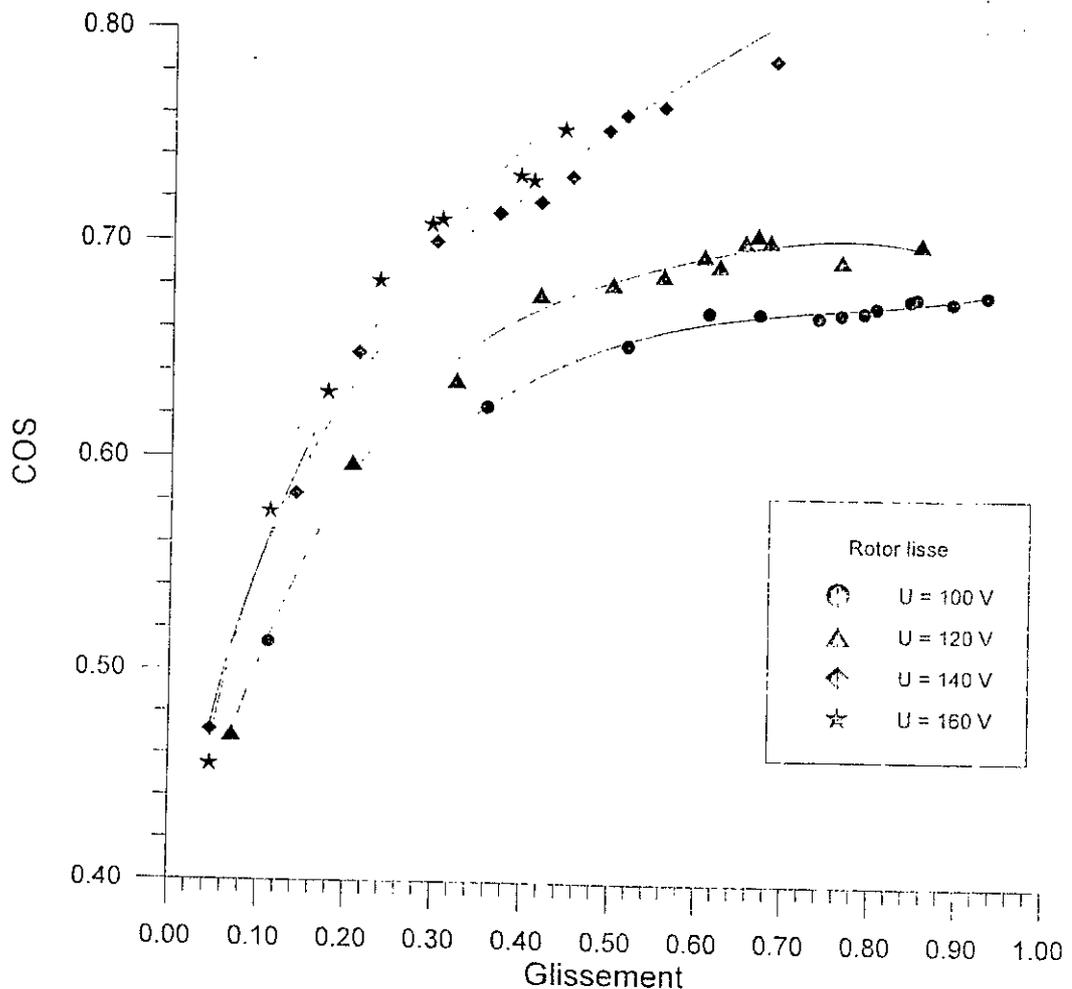


Fig. V-21. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor lisse D = 127,3 mm )

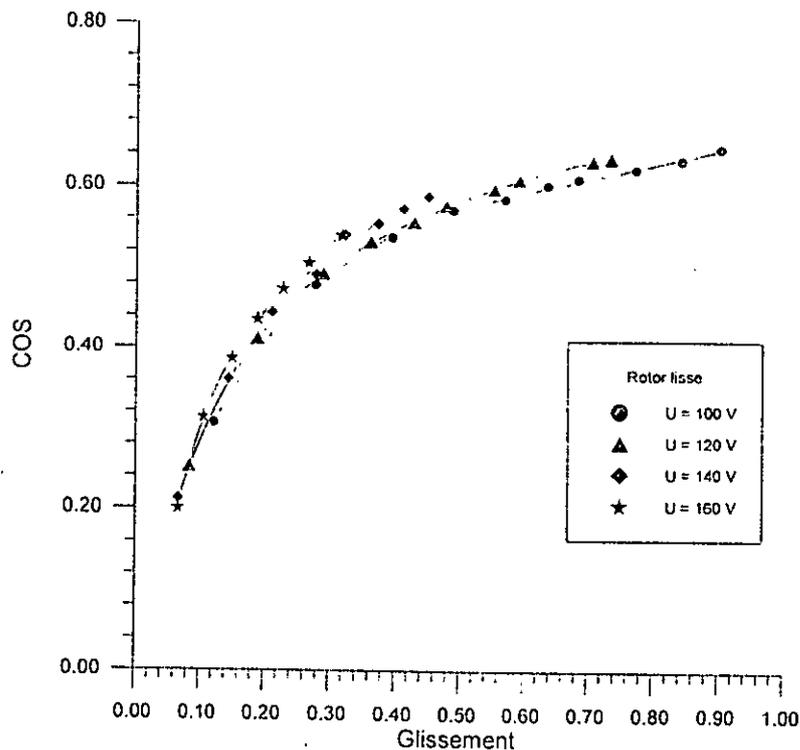


Fig. V- 22. Influence de la tension d'alimentation,  
( rotor lisse D = 126,0 mm )

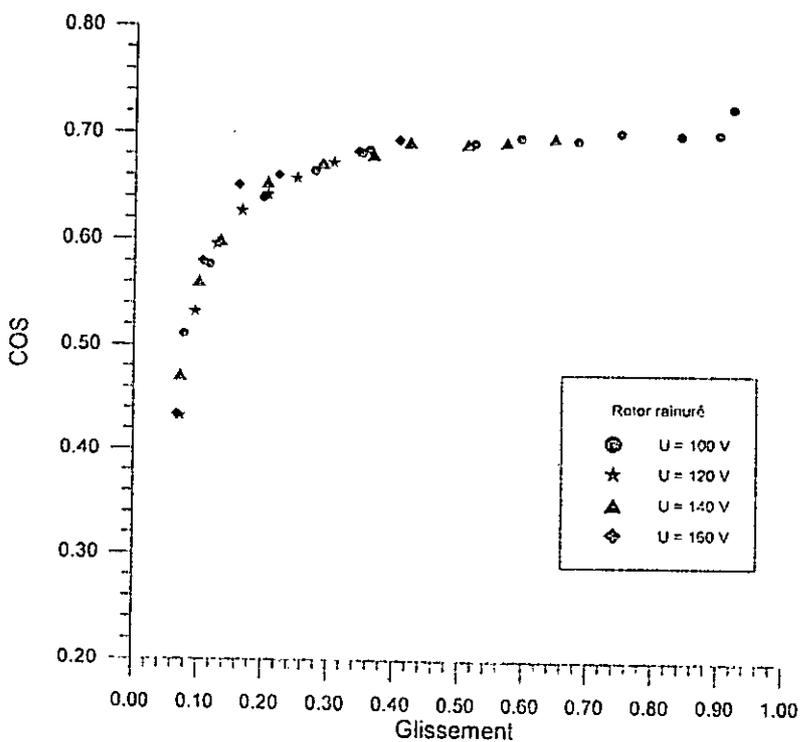


Fig. V- 23. Influence de la tension d'alimentation  
( rotor rainuré D = 127,3 mm et Ze = 24 )

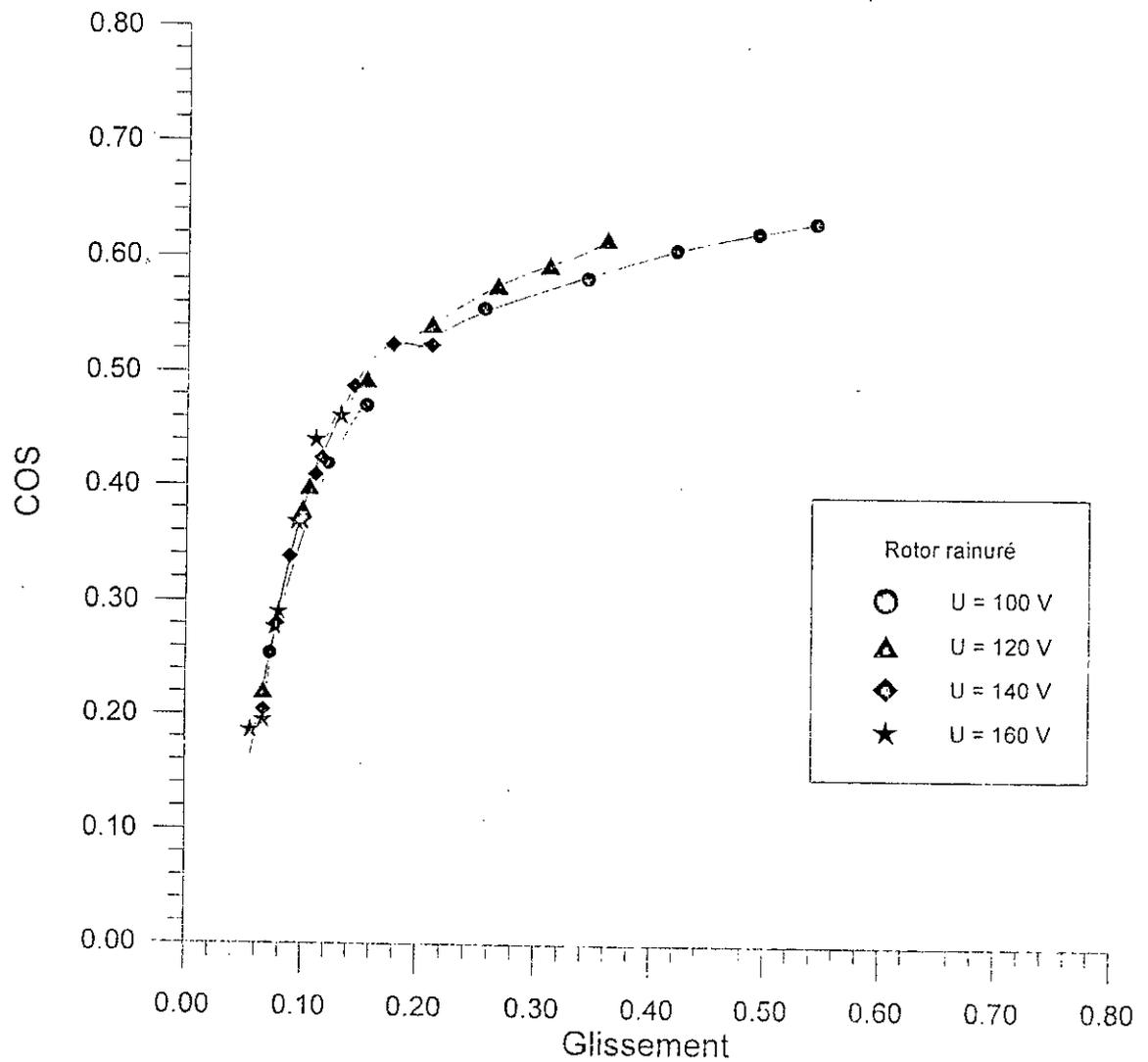


Fig. V- 24. Influence de la tension d'alimentation  
 ( rotor rainuré D = 126,0 mm et Ze = 26 )

## V-4. CONCLUSION

Dans cette partie avons pu testés quatre rotors massifs différents. Les essais, réalisés pour différentes tensions d'alimentation, mettent en évidence l'influence de la tension d'alimentation et de la configuration du rotor massif sur les performances de la machine. Nous résumons ci-dessous, l'ensemble des résultats obtenus.

### ➤ *Couple électromagnétique*

Les résultats obtenus montrent que le moteur asynchrone à rotor massif présente un bon couple de démarrage qui se dégrade aux faibles glissements.

La machine à rotor massif lisse présente un couple électromagnétique d'autant meilleur que l'épaisseur de l'entrefer est plus faible.

Le rotor rainuré offre généralement un couple plus grand que celui du rotor lisse.

Par ailleurs, pour toutes les tensions utilisées, le rotor rainuré ayant 26 rainures, offre le meilleur couple électromagnétique par rapport aux autre rotors testés.

### ➤ *Facteur de puissance*

Les différentes caractéristiques obtenues montrent que la machine asynchrone à rotor massif possède un bon facteur de puissance au démarrage qui se dégrade aux faibles glissements.

Pour un rotor massif lisse, la caractéristique du facteur de puissance en fonction du glissement est d'autant meilleure que l'entrefer de la machine est plus petit.

Les résultats montrent que le rotor massif à rainures axiales présente un meilleur facteur de puissance par rapport au rotor lisse.

Pour toutes les tensions, le rotor de 26 rainures possède le facteur de puissance.

Le facteur de puissance de la machine à rotor massif augmente avec sa tension d'alimentation. Pour un glissement donné, le facteur de puissance est d'autant plus important que la tension est plus élevée.

## V-5. COMPARAISON DES DIFFERENTS RESULTATS OBTENUS

### V-5-1. Couple électromagnétique

Au chapitre 3, nous avons appliqué 2 méthodes de calcul dites "globale" et "locale" permettant de tenir compte de la saturation dans le rotor massif lisse.

Nous avons pu déterminer, par ces 2 méthodes, les caractéristiques du couple électromagnétique en fonction du glissement  $C_e = f(g)$  d'une machine asynchrone à rotor massif lisse.

Les mêmes rotors lisses, calculés dans le chapitre 3, ont été calculé par le code DIFIMEDI. Les caractéristiques  $C_e = f(g)$  obtenues, sont représentées au chapitre 4.

Dans cette partie, nous comparons les différentes caractéristiques obtenues dans les chapitres 3 et 4 avec celles obtenues par les essais décrits dans ce chapitre. Cependant, cette comparaison concerne 2 rotors massifs lisses de diamètres différents correspondant à des entrefers de 0,35 et 1,0 mm d'épaisseurs.

#### *V-5-1-1. Rotor lisse de 127,3 mm de diamètre*

Les figures V-25 à V-28 montrent la comparaison des caractéristiques  $C_e = f(g)$  obtenues, pour 4 tensions d'alimentations différentes, dans les chapitres 3, 4 et 5.

Nous constatons que pour de faibles glissements ( $g < 10\%$ ), la caractéristique  $C_e = f(g)$  obtenue à l'aide du code DIFIMEDI est très comparable à celle obtenue par les essais expérimentaux. Par ailleurs, les différentes caractéristiques sont d'autant proches, aux faibles glissements, que la tension d'alimentation est élevée.

Pour toutes les tensions d'alimentation utilisées, la méthode dite "globale" donne des résultats meilleurs par rapport à la méthode "locale".

Pour de forts glissements, les différentes caractéristiques sont très dispersées, en particulier à des tensions élevées.

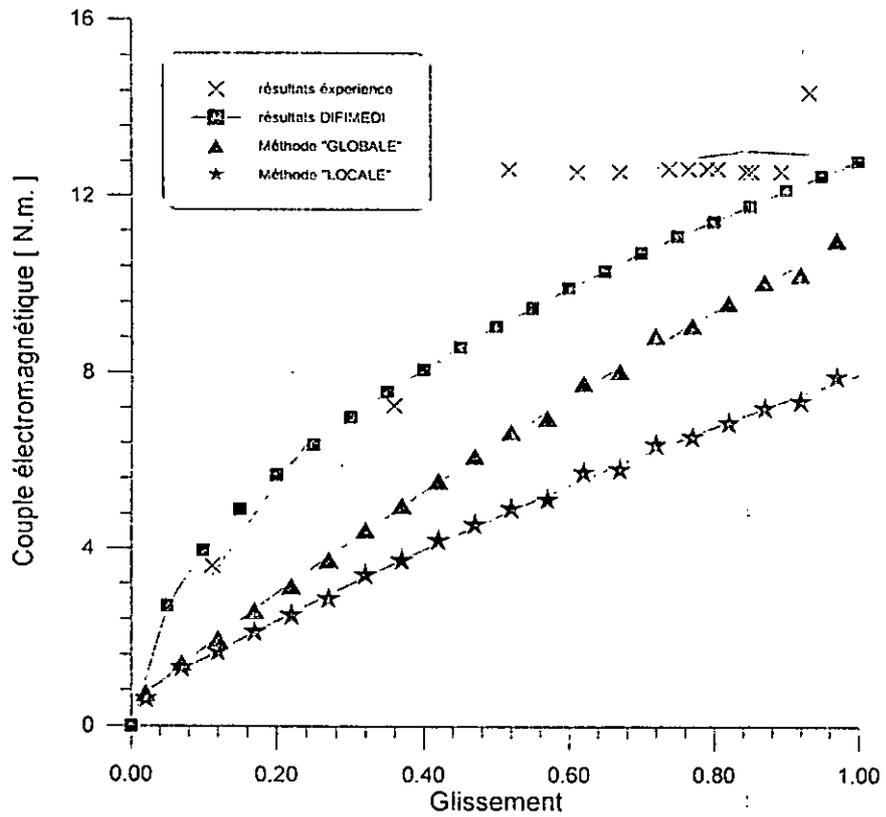


Fig. V- 25. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 100 V

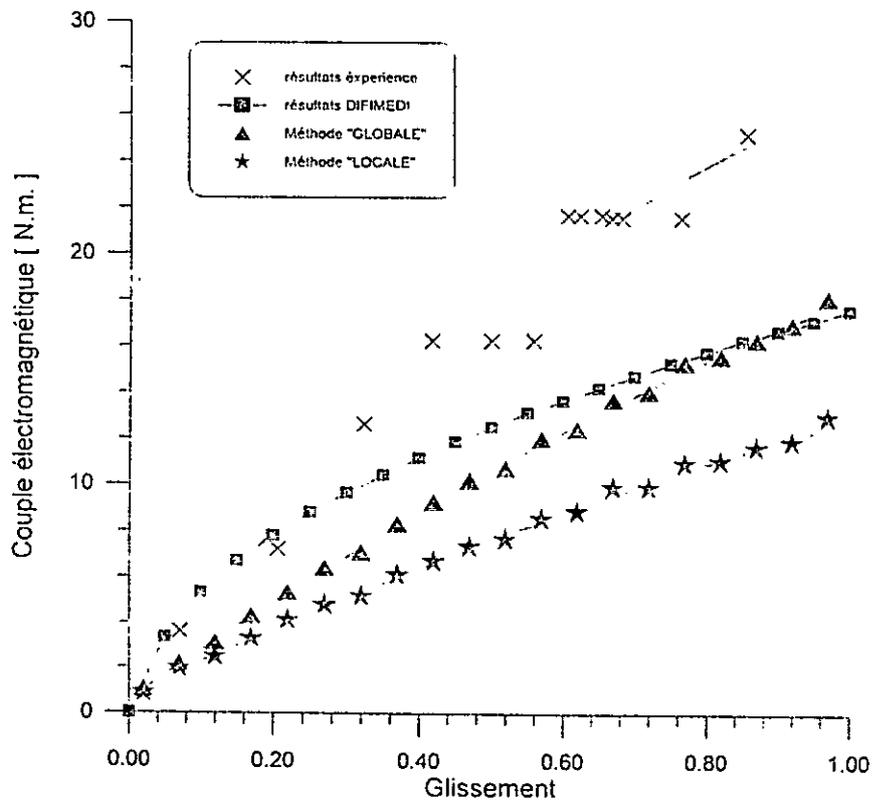


Fig. V- 26. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 120 V

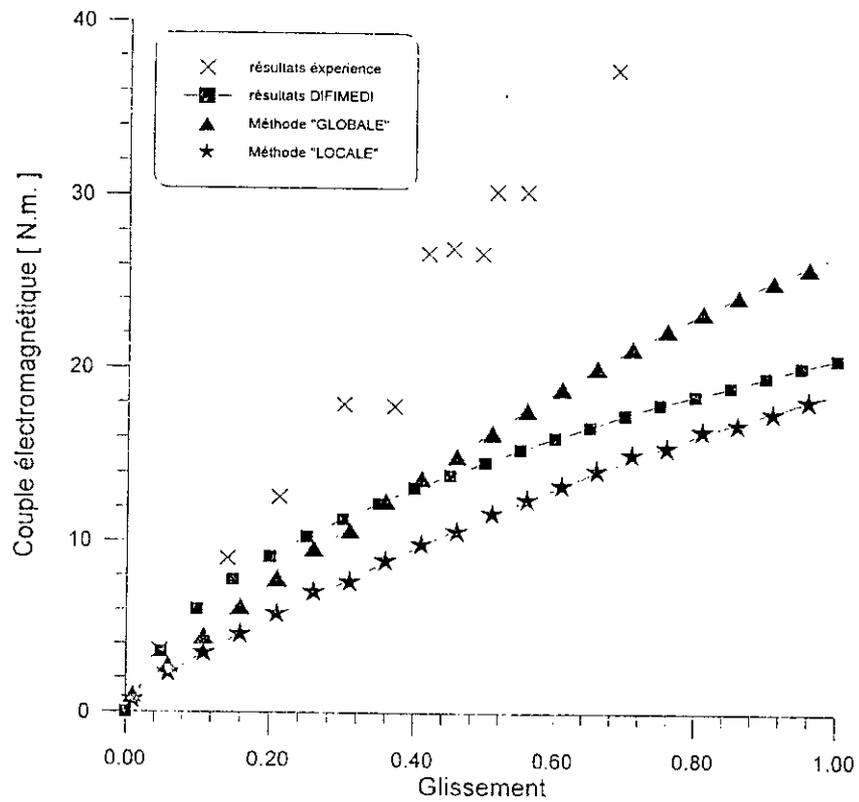


Fig. V- 27. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 140 V

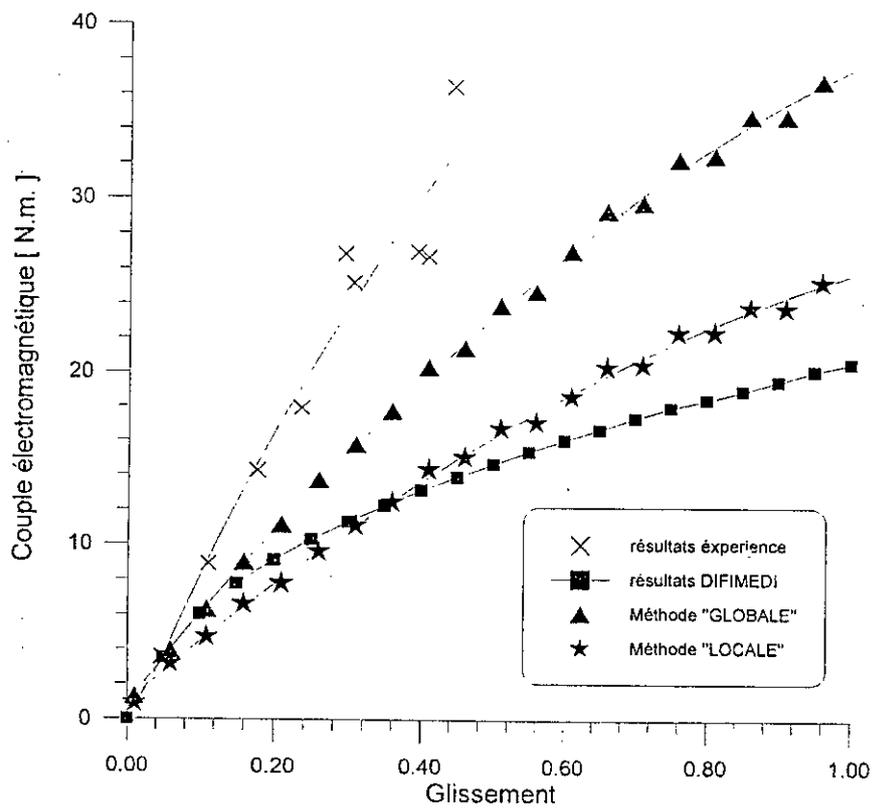


Fig. V- 28. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 160 V

### V-5-1-2. Rotor lisse de 126,0 mm de diamètre

La comparaison des caractéristiques, du couple électromagnétique en fonction du glissement, obtenues pour 4 tensions d'alimentations différentes dans les chapitres 3, 4 et 5 est donnée par les figures V-29 à V-32.

Nous constatons que pour des tensions de 100 et 120 V, les 2 méthodes dites "globale" et "locale" donnent des résultats satisfaisants et leurs caractéristiques  $C_e = f(g)$ , aux faibles glissements, sont pratiquement confondues avec celles obtenues par les essais.

Pour les tensions de 140 et 160 V, toutes les caractéristiques  $C_e = f(g)$ , obtenues dans les chapitres 3, 4 et 5 sont pratiquement confondues aux faibles glissements.

Pour une tension de 160 V, les caractéristiques  $C_e = f(g)$  obtenues par l'expérience, par le code DIFIMEDI et par la méthode "globale" sont très proches aux faibles glissements ( $g < 15\%$ ).

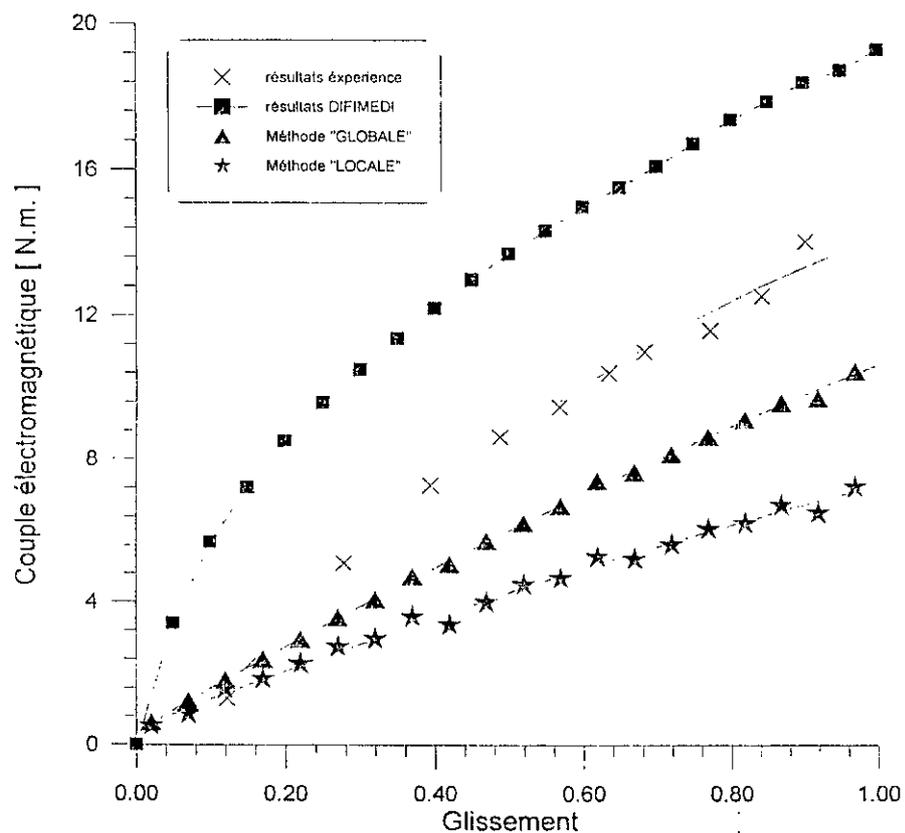


Fig. V- 29. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 100 V

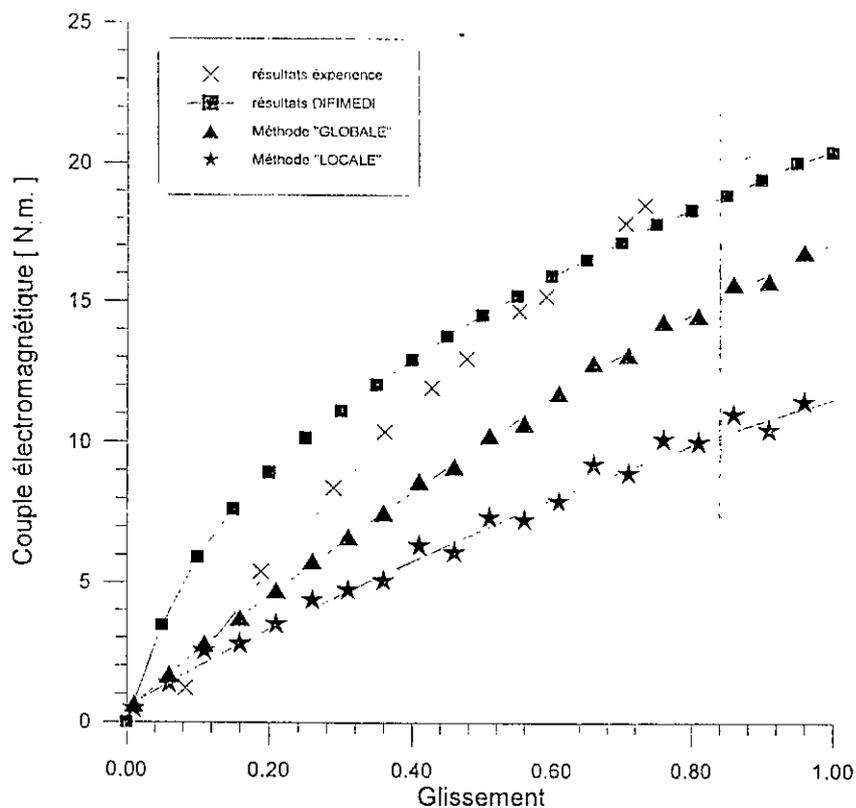


Fig. V- 30. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 120 V

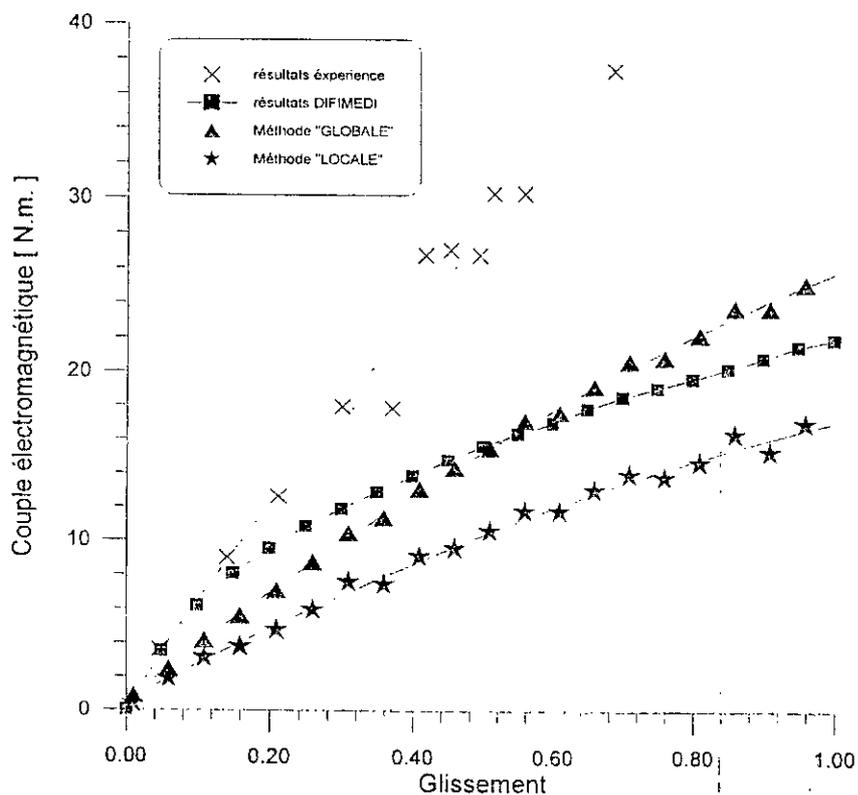


Fig. V- 31. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 140 V

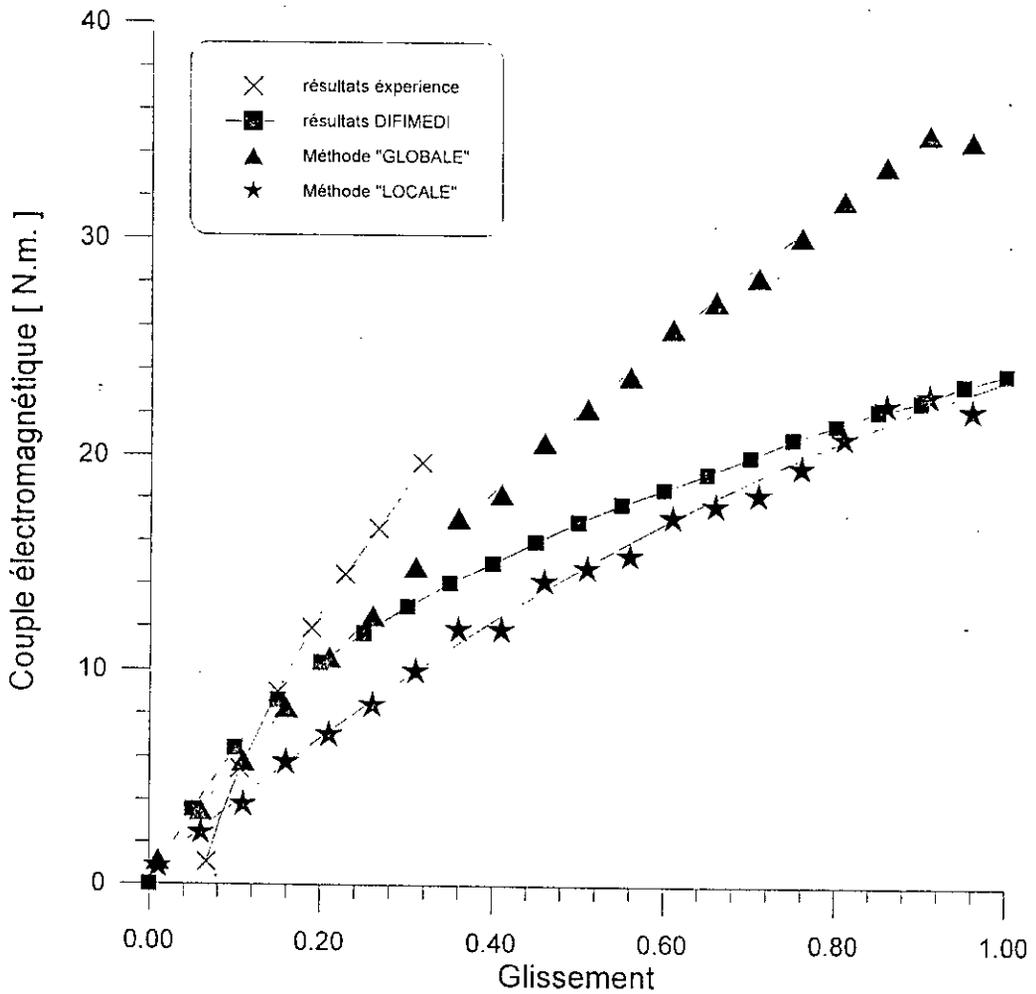


Fig. V- 32. Comparaison des différentes caractéristique  $C_e = f(g)$  pour 160 V

### V-5-2. Facteur de puissance

Concernant la caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  du facteur de puissance en fonction du glissement, nous avons pu comparer les résultats obtenus par l'expérience avec celles obtenues par les 2 méthodes "globale" et "locale" au chapitre 3 et celle données par le code de calcul DIFIMEDI au chapitre 4.

Les figures V-33 à V-35 montrent les caractéristiques  $\cos\phi = f(g)$  du rotor lisse de 127,3 mm obtenues pour 3 tensions d'alimentation.

Les caractéristiques du rotor lisse de 126,0 mm sont représentées sur les figures V-36 à V-38.

V-5-2-1. Rotor lisse de 127,3 mm de diamètre

Les caractéristiques montrent que la méthode dite "globale" donne des résultats très proches de ceux obtenus par les essais expérimentaux.

Pour toutes les tensions, le code DIFIMEDI donne des résultats très comparables à ceux de la méthode "locale".

Aux faibles glissements ( $g < 10\%$ ), les caractéristiques  $\cos\phi = f(g)$  obtenues par le code DIFIMEDI sont pratiquement confondues à celles obtenues par les 2 méthode dites "locale" et "globale".

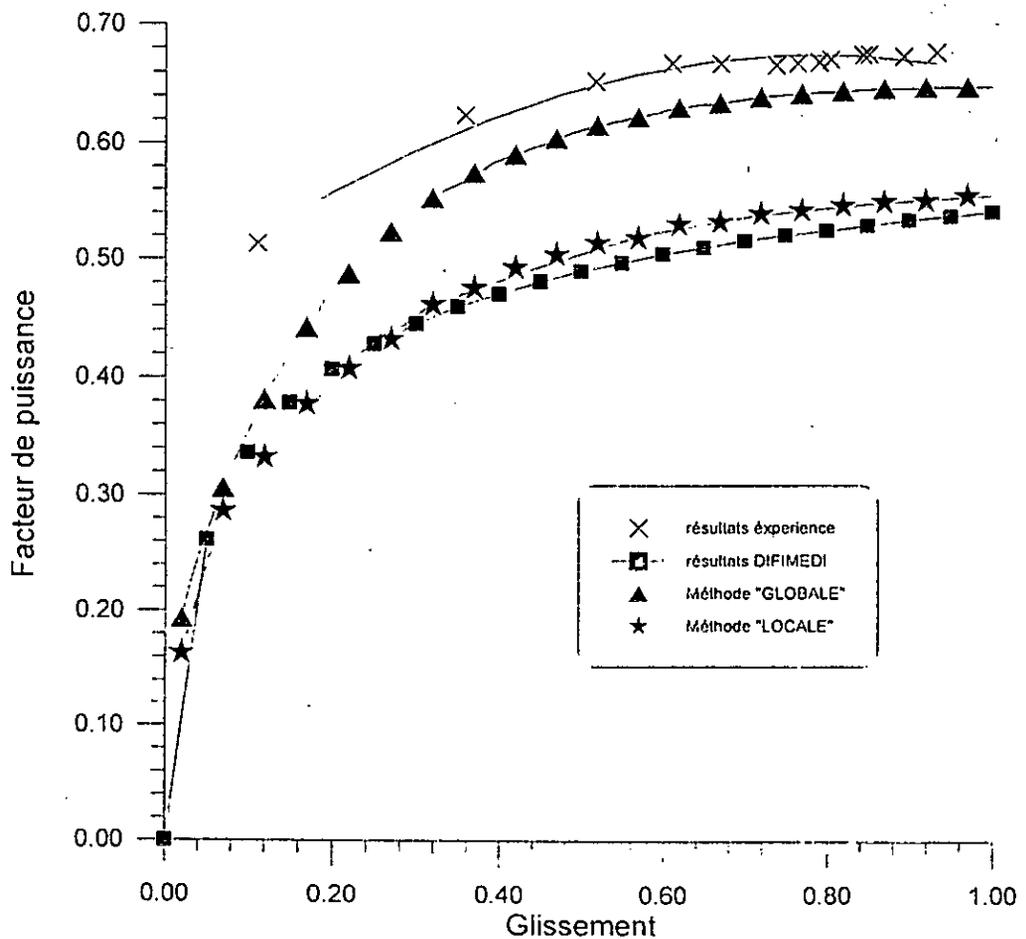


Fig. V- 33. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 100 V

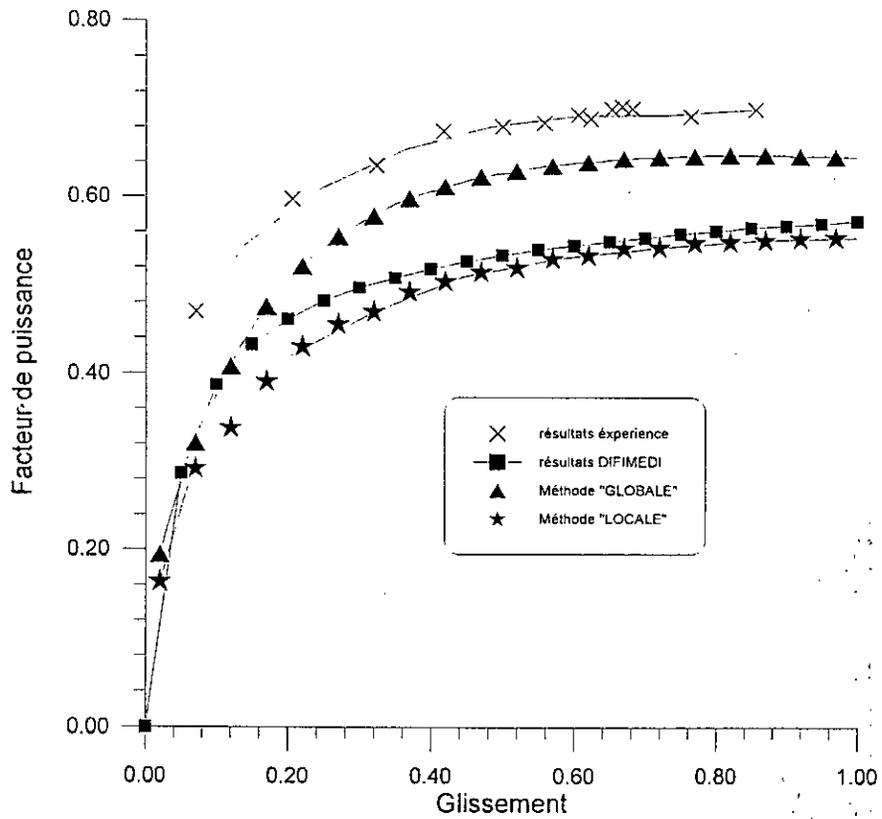


Fig. V- 34. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 120 V

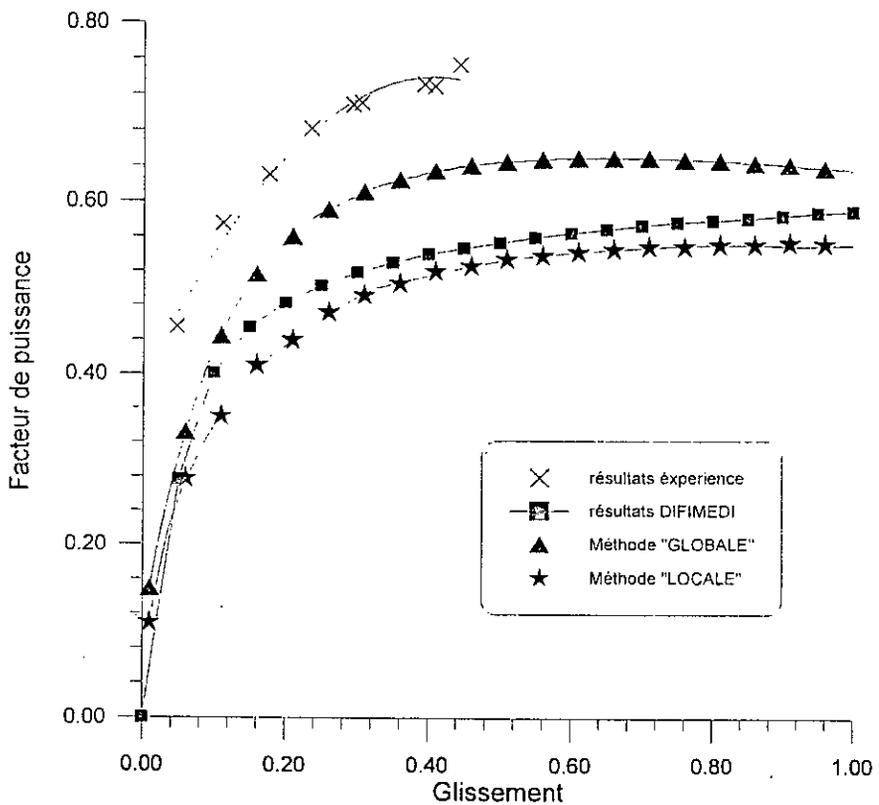


Fig. V- 35. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 160 V

V-5-2-2. Rotor lisse de 126,0 mm de diamètre

Nous constatons que pour de faibles glissements ( $g < 5\%$ ), les méthodes locale et globale ainsi que le code DIFIMEDI donne des résultats comparables.

Pour des glissements moyens (entre 5 à 30%), la méthode globale ainsi que le code de calcul DIFIMEDI donnent des résultats comparables et leurs caractéristiques sont relativement les plus proches de la caractéristique expérimentale.

Pour des glissements élevés, la caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  obtenue par la méthode globale est la plus rapprochée de la caractéristique expérimentale.

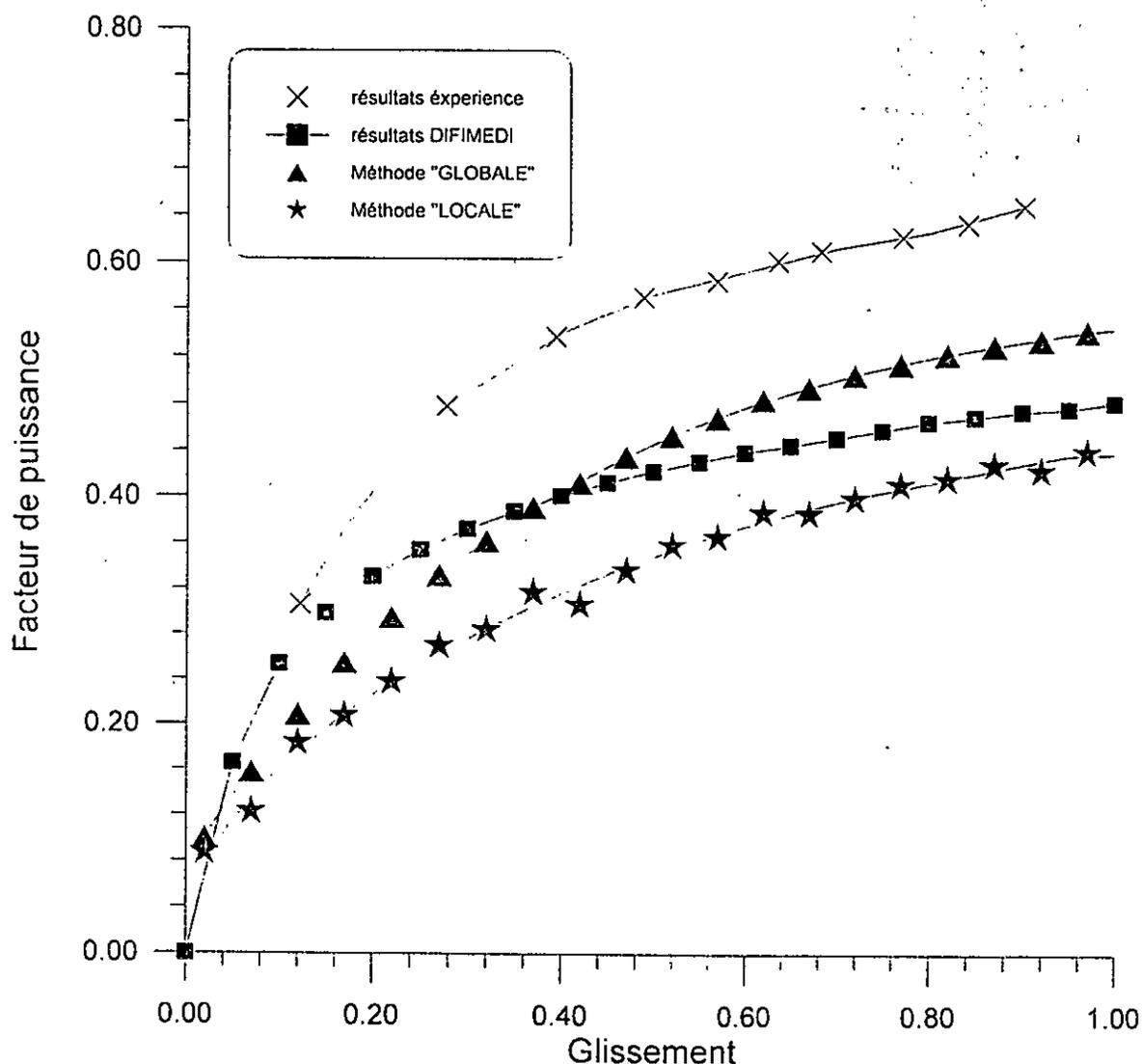


Fig. V- 36. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 100 V

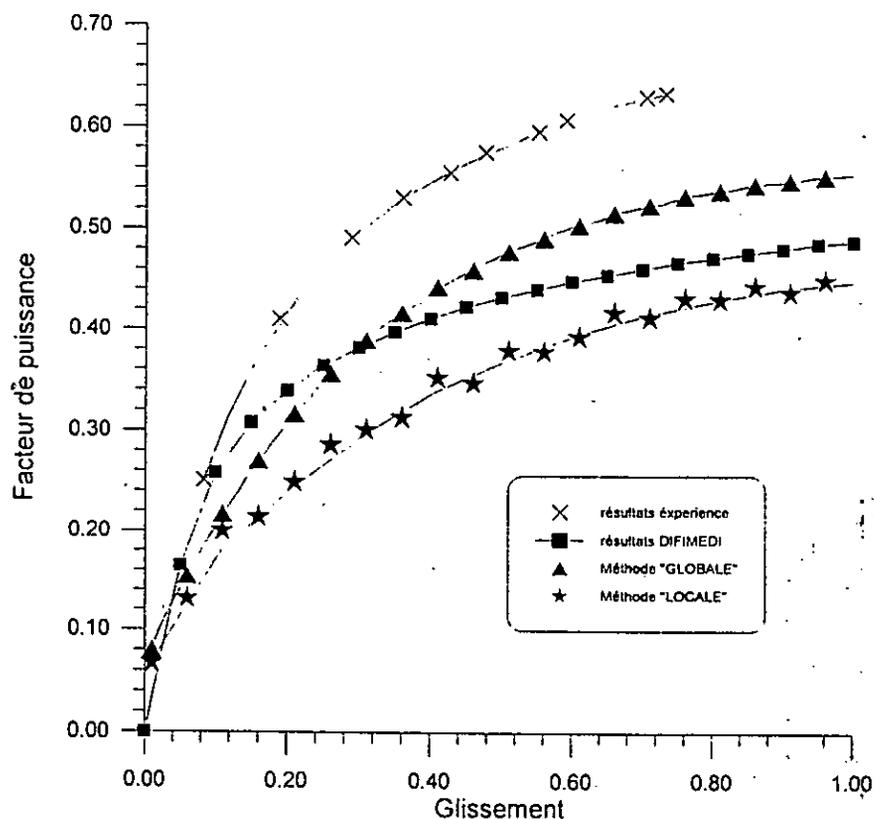


Fig. V- 37. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 120 V

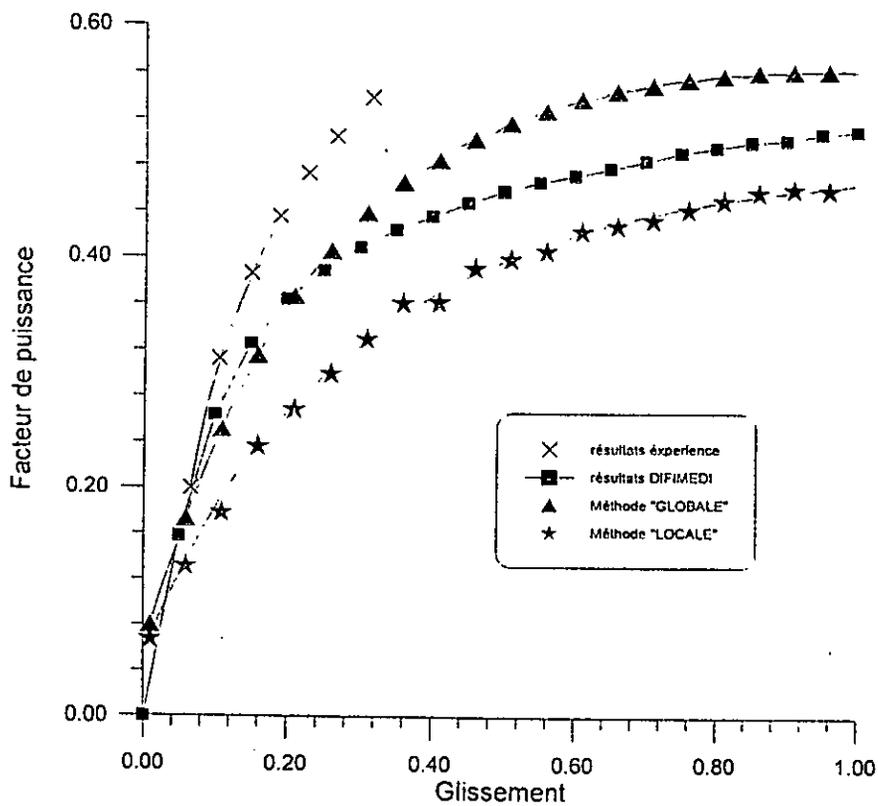


Fig. V- 38. Comparaison des différentes caractéristique  $\cos\phi = f(g)$  pour 160 V

## CONCLUSION GENERALE

## CONCLUSION GENERALE

Le travail que nous avons présenté dans cette Thèse, concerne l'étude des machines asynchrones à rotor massif. Nous avons exposé dans le chapitre 2 les différentes méthodes permettant le calcul de telles machines.

Les résultats du modèle tridimensionnel de la machine à rotor lisse montrent qu'on peut minimiser les effets d'extrémités en agissant sur le rapport de la longueur utile de la machine sur le pas polaire.

Par ailleurs, le choix optimal de la largeur de l'entrefer de la machine permet de réduire ces effets d'extrémités avec un facteur de puissance acceptable.

Le calcul de la machine à rotor rainuré montre l'influence du nombre des rainures rotoriques et de leurs dimensions sur les performances de la machine.

Pour cette machine, les effets d'extrémités dépendent alors de deux paramètres importants: le rapport de la longueur utile de la machine sur le pas polaire ( $L / T_p$ ), et le rapport de la profondeur de peau sur le pas dentaire au rotor ( $\delta / T_d$ ).

La saturation est prise en compte en utilisant deux méthodes décrites dans le chapitre 3. La première appelée "locale" se limite au premier harmonique du potentiel vecteur et au second harmonique de la réductivité magnétique du rotor. La méthode dite "globale" utilise pour le rotor, une réductivité magnétique équivalente constante.

Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparables pour des glissements faibles ( $g < 10\%$ ).

Le calcul numérique effectué à l'aide du code de calcul DIFIMEDI donne des résultats satisfaisants, bien que la version que nous avons exploitée présente des capacités limitées.

Les résultats obtenus par cette simulation numérique montrent l'influence du nombre de rainures et de leurs dimensions ( largeur et profondeur ) sur les performances du rotor massif.

Par ailleurs, nous avons réalisé une série d'essais expérimentaux sur 4 rotors massifs différents. Ces essais, effectués en charge pour différentes tensions d'alimentation, mettent en évidence l'influence de la configuration du rotor sur les performances de la machine asynchrone à rotor massif.

Nous avons comparé les caractéristiques des essais avec celle obtenues par le code DIFIMEDI ainsi que celles obtenues par les 2 méthodes "locale" et "globale".

Nous constatons que les différentes caractéristiques  $C_e = f(g)$  sont pratiquement confondues aux faibles glissements. Par ailleurs, le code DIFIMEDI et la méthode globale donnent des résultats très comparables avec ceux de l'expérience.

Concernant la caractéristique du facteur de puissance, nous constatons que la méthode globale conduit à des résultats très proches de ceux obtenues par les essais.

Pour toutes les tensions d'alimentation utilisées, la méthode dite "globale" donne des résultats relativement satisfaisants par rapport à la méthode "locale".

Nous pensons que ce travail est une contribution à l'étude de la machine à rotor massif. Les performances d'une telle machine, qui restent inférieures aux exigences industrielles actuelles, peuvent être améliorées par le choix d'un rotor massif rainuré.

Actuellement, l'évolution récente dans le domaine informatique favorise l'élaboration de codes de calcul puissants facilitant la recherche d'une configuration optimale (nombre et dimensions de rainures) du rotor rainuré.

Le type d'alimentation présente à notre point de vue un autre paramètre important pouvant améliorer les performances de la machine à rotor massif.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

## Références bibliographiques

- [1] **ANGST G.** "Polyphase induction motor with solid rotor ; effects of saturation and finite length". Trans. AIEE, vol 80, Pt. III, 1962.
- [2] **ARGAWALL P.** "Eddy current losses in solid and laminated iron". Trans.AIEE, vol. 78, Mai 1959.
- [3] **BARRET P.** "Computation of electromagnetic, thermal and mechanical quantities during asynchronous starting up of solid salient poles synchronous machines. Experimental investigations". IEEE PAS vol 100, n°198, 1982.
- [4] **BARRET P.** "Contribution à l'étude des régimes variables des turbo-alternateurs de grande puissance". Thèse de Doctorat es-sciences physiques. Université Pierre et Marie Curie , Paris 6, 1976.
- [5] **BIDDLECOMBE C.S.** "Developments in the Rutherford laboratory eddy current problem". COMPUMAG, Grenoble ( France ), 1978.
- [6] **BIEDINGER J.M.** "Contribution à l'étude de la diffusion du champ électromagnétique dans le fer massif. Application à l'analyse d'un moteur asynchrone à rotor massif ( MARM )". Thèse de doctorat d'état de l'université de Compiègne ( France ), Nov. 1986.
- [7] **BROWN M. L.** « Calculation of 3-dimensional eddy currents at power frequencies ». IEE Proc. vol. 129, Pt. A, No. 1, January 1982.
- [8] **CARPENTER C.J.** " Comparison of alternative formulations of 3-dimensional magnetic field and eddy current problems at power frequencies". IEE, vol 124 , n°11, nov. 1977.
- [9] **CHABANE M.** « Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et l'optimisation de machines à rotors massifs ». Thèse de docteur de l'INPL Nancy ( France ) 1989.
- [10] **CHALMERS B.J., WOLLEY I.** "General theory of solid rotor induction machines" Proc. IEE ( London ), vol. 119, no. 9, 1972.

- [11] **DARRIEUS M.** " Contribution à l'étude du comportement des alternateurs à rotor massif en régime transitoire ou asynchrone ". R.G.E., No. 12, 1967.
- [12] **DEELY E.M.** "Flux penetration in 2 dimensions into saturating iron and the use of surface equation ". Proc. IEE, 126, n° 2, 1979.
- [13] **DORAIRAJ K.R., KRISHNAMURTY M.R.** "Polyphase induction machine with a slitted ferromagnetic rotor" pt I, IEEE Trans. vol. PAS-86, no. 7, July 1967.
- [14] **DORAIRAJ K.R., KRISHNAMURTY M.R.** "Polyphase induction machine with a slitted ferromagnetic rotor".pt II, IEEE Trans. PAS- vol 86, no. 7, July 1967.
- [15] **DURAND E.** "Magnétostatique" Masson 1968.
- [16] **GIBBS W.J.** "Induction and synchronous motors with unlaminated rotors" IEE, 95, pt. II, 1948.
- [17] **GUDEFIN E.** "Détermination des champs magnétique . Circuits magnétiques". Techniques de l'ingénieur . D420 et D421 .
- [18] **HUANG FANG** "Etude des problèmes d'électrotechnique par la méthode des intégrales de frontière". Thèse de Doctorat de l'INPL Nancy ( France ) .mars 1988.
- [19] **IBTIOUEN R.** " Etude d'un moteur d'induction à rotor massif lisse pour différentes largeurs d'entrefer. Performances sous divers régimes d'alimentation. Comportement thermique". Thèse de Magister, ENP, Alger, mai 1984.
- [20] **JACKSON W.B. and WINCHESTER R.L.** " Direct and quadrature axis equivalent circuits for solid turbine generators ". IEEE Trans. vol. PAS-88, no. 7, July 1969
- [21] **JUFER M.** " Démarrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants massifs ". Thèse de Doctorat de l'Université de Lausanne ( Suisse ) , 1967 .
- [22] **KESAVAMURTHY N., RAJAGOPALAN P.K.** "The polyphase induction machine with solid iron rotor ". Trans. AIEE 78 , pt III, 1959.
- [23] **LACROUX G.** "Le moteur asynchrone à rotor massif" R.G.E., p.511, 1961.

- [24] **LAPORTE B.** " Etude du comportement d'un matériau ferromagnétique isotrope dans un champ glissant ". RGE , n°3 , mars 1974 .
- [25] **LAPORTE B.** "Contribution au calcul des machines à pôles massifs" Thèse de Docteur Ingénieur, E.N.S.E.M. Nancy ( France ), 1970.
- [26] **LAPORTE B., CHABANE M.**" Curvatures effects in the calculation of solid rotors". International conference on evolution and modern aspects of induction machines . Torino ( Italy ), july 1986 .
- [27] **LAPORTE B., ZAIM M.E.** "Method of calculation and performances of induction machines with slitted iron rotors". ICEM Bruxelles, sept. .1978...
- [28] **LAWRENSON P.J.** "General 3-dimensional solution of eddy current and laplacian fields in cylindrical structures". Proc. IEE vol. 117, no. 2, Feb. 1970.
- [29] **LEGRAS** "Précis d'analyse numérique" DUNOD.
- [30] **LEAN W. Mac** "Theory of strong electromagnetic waves in massive iron" Journal of applied physics, vol. 25, no. 10, Oct. 1954.
- [31] **MAILFERT A., VOLODIMER M.** "Performances électriques des moteurs asynchrones à rotor massif". Journées SEE : Machines électriques et techniques de pointe .INPL, Nancy ( France ), sept . 1983.
- [32] **Mc CONNEL H.M.** "Eddy current phenomena in ferromagnetic materials" AIEE, 73, pt 1 , 1954.
- [33] **Mc CONNEL H.M., SVERDRUP E.F.** " The induction machine with solid iron rotor " Trans. AIEE 74, pt III, 1955.
- [34] **MERCIER J.** « Contribution à l'étude par éléments finis du comportement électromagnétique des machines rapides ». Thèse de docteur de l'INPL Nancy ( France ) 1989.
- [35] **PENMAN J., KAMAR A.M.A.** "Performance calculations for induction machines with a solid steel rotor ". Elec. Mach. and Elect. n°5 , 1980 .
- [36] **PETIT E.** « Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique » Editions MASSON 1993, 2ème tirage corrigé.

- [37] **PETIT P., DELASSUS J.** "Utilisation des moteurs asynchrones à rotor massif dans les machines à vitesse rapide" Revue technique CEM, no. 87, 1973.
- [38] **PINCHARD L.** « Electromagnétisme classique et théorie des distributions » Editions ELLIPSES 1990.
- [39] **RAJAGOPALAN P.K., BALARAMA MURTY V, SARMA P.S.** " Tooth flux distribution in slotted solid iron rotors ". IEE , vol 117 , n°1 january 1970 .
- [40] **RAJAGOPALAN P.K., BALARAMA MURTY V.** " Effect of axial slits on the performance of induction machines with solid iron rotors". IEEE Trans. PAS vol 88, No. 11, Nov. 1969.
- [41] **RUSSEL R.L., NORSWORTHY K.H.** "Eddy current and wall losses in screened rotor induction motors". IEEE , vol. 105, pt. A, no. 20, April 1958.
- [42] **SADOWSKI N.** " Modélisation des machines électriques à partir de la résolution des équations du champ en tenant compte du mouvement et du circuit d'alimentation ( Logiciel EFCAD )". Thèse de docteur de l'INP Toulouse ( France ) 1993.
- [43] **SAINT MICHEL J.** " Rotor ferromagnétique massif : Un moyen pour obtenir de fortes puissances à de grandes vitesses " . R.G.E. n°3, mars 1987.
- [44] **SIMKIN J., TROWBRIDGE C.W.** " Which potential ? A comparison of the various scalar and vector potentials for the numerical solution of the non-linear Poisson problem" Rutherford laboratory 1978, RL-78-009/B.
- [45] **WOOD A.J.** " An analysis of solid rotor machines ". AIEE, Pt. I, Feb. 1960.
- [46] **WOOD A.J., CONCORDIA C.** " An analysis of solid rotor machines , pt III : Finite length effects ". AIEE, vol. 79, Pt. III, 1962.
- [47] **WOOD A.J., CONCORDIA C.** "An analysis of solid rotor machines, pt I : Effects of curvature". AIEE, vol. 78, 1959.
- [48] **WOOLLEY I., CHALMERS B.J.** " End effects in unlaminted-rotor induction machines". Proc. IEE, vol. 120, June 1973.
- [49] **YEE H.** "Effects of finite length in solid-rotor induction machines". IEE, vol. 118, no. 8, August 1971.

- [50] YEE H., WILSON T. "Saturation and finite-length effects in solid-rotor induction machine". Proc. IEE, vol. 119, no. 7, 1972
- [51] ZAIM M. E. " Contribution à la conception des machines asynchrones à rotor massif ". Thèse de docteur d'état es sciences de l'ENP Alger ( Algérie ) 1989.
- [52] ZAIM M. E. "Polyphase solid iron rotor induction machine". MEPCON 89, paper no. EM01-14, Cairo-Assiut ( Egypt ), January 1989.
- [53] ZAIM M.E " Distribution du flux magnétique dans les machines asynchrones à rotor massif ". JTEA 87, Tunis, Sept. 1987.
- [54] ZAIM M.E. "Calculs des effets d'extrémités dans les machines asynchrones à rotor massif rainuré". JTEA 86, Sfax (Tunisie), Sept. 1986.
- [55] ZAIM M.E. "Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor massif rainuré" Thèse de Docteur Ingénieur, I.N.P.L. Nancy ( France ) juin 1979.
- [56] ZAIM M.E. "End effects in slitted solid iron rotor induction machine". AMSE press, vol 13, n° 3, 1987.
- [57] ZAIM M.E. "Méthode de calcul des machines asynchrones à rotor massif rainuré". JTEA 84 , Tunis , mai 1984 .
- [58] DIFIMEDI "Code conversationnel de calcul du champ dans les structures magnétiques, Notice d'utilisation" LEEI, ENSEEIH de Toulouse ( France ) 1993.
- [59] PRESTON T.W., REECE A.B.J., SANGHA P.S. "Induction motors analysis dy time-stepping technics", IEEE, Trans. Magn., vol. 137, pt B, n° 3, pp. 160-173, May 1994.
- [60] SMITH A.C., WILLIAMSON S., SMITH J.R. "Transient currents and torque in wound rotor induction motor using the finite element method", IEE Proc., vol. 137, pt B, n° 3, pp. 160-173, May 1990.
- [61] PECCOLO M.A. "Contribution à la modélisation des machines asynchrones par la résolution pas à pas de l'équation du champ", Thèse de Doctorat de l'INP Toulouse, Octobre 1990.
- [62] ZAIM M.E. "Non linear models for the design of solid rotor induction machines" CEFC'98, TUCSON, USA, June 98.

- [63] **CHARI M.V.K.** "Finite-element solution of the eddy-current problem in magnetic structures", IEEE Trans. PAS-93(1974)1, pp. 62-72.
- [64] **DU TERRAIL Y., SABONNADIÈRE J.C. & all,** "Nonlinear complex finite elements analysis of electromagnetic field in steady-state AC devices", IEEE Trans. on magnetics, vol. MAGNÉTIQUE-20, n° 4, July 1984.
- [65] **LUOMI J., NIEMENMAA A., ARKKIO A.** "On the use of effective reluctivities in magnetic field analysis of induction motors fed from a sinusoidal voltage source" ICEM'86, MUNICH pt II, pp.706-709.
- [66] **DEMERDASH N.A., NEHL T.W.** "Solution of non-linear eddy current and loss problems in the solid rotors of large turbogenerators using a finite element approach" paper n° A 78 312-1, IEEE PES Winter Meeting, New York, January 29 - February 3, 1978.
- [67] **ANDRESON E. MUELLER W.** "Berechnung der anlaufdaten von asynchron-käfigläufermotoren verschiedener stabformen mit der methode der finiten differenzen" Archiv für Elektrotechnik 66(1983)3, pp. 179-185.
- [68] **ZAIM M.E.** "Non linear steady-state models of the solid iron rotor induction machine" 4th Electric and Magnetic Fields, Marseille, 12-15 may 1998
- [69] **PASQUARELLA G., REICHERT K.** "Development of solid rotors for high speed induction machine with magnetic bearing", Proceedings of the ICEM, MIT Cambridge pt II, pp.464-469.
- [70] **DUCREUX J.P., DIOP A.** "Computation of electromagnetic losses in high speed motors", Electrimacs'96, Saint Nazaire, pp.1017-1022, September 1996.
- [71] **CONTE Ch., GRELLET G.** "Influence of space harmonics on unslotted saturated solid rotor asynchronous motor performance", Electrimacs'96, Saint-Nazaire, pp.1051-1054, September 1996.