

Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique



Mémoire de Fin d'Études
Pour l'Obtention du Diplôme
d'ingénieur d'état en génie mécanique

THÈME

Dispersion des panaches de Polluants dans les Milieux Homogènes et Stratifiés

Encadré par
Dr. Bouzid BENKOUSSAS, ENP
Prof. Olivier VAUQUELIN, AMU

Présenté par
Abdallah DADDI MOUSSA IDER

Octobre 2013

في هذا العمل نقوم بدراسة سلوك الملوّثات المقدوفة في الطبيعة. هذا النمط من المقدوفات يتمثل في شكل نافورة مع وجود تفاضل في الكتلة الحجمية. لقد قمنا بدراسة إشكالية النافورات المضطربة الدائرية الطوافة المنحنية الملقى بها في الأوساط المتجانسة أو المصفحة، في حالة سكون أو حركة. التنبؤ بسلوك التدفق، أي تحول متغيراته، عولج أولا نظريا عن طريق نموذج بحيث منصوصه صالح في حالة بوسيناسك وكذا في حالة غير بوسيناسك. خلال هذه الدراسة، تم التطرق إلى النافورات المسطحة في الأوساط المتجانسة. لقد تم إيجاد النتائج التي تسمح بفهم سلوك التدفق. حل المعادلات الضابطة للنافورات تم رقميا باستعمال طريقة رونج كوتا من الدرجة الرابعة. للتحقق من صحة النموذج، أجرينا تجارب مخبرية على مزيج من الهواء والهليوم مع عديد من الكتل الحجمية. المواجهة بين النظري والتطبيقي تهدف إلى تحديد حدود قابلية النموذج النظري.

كلمات مفتاحية: نافورة، طوموغرافيا بالليزر، معالجة رقمية.

Résumé

Dans ce travail, le comportement des polluants éjectés dans la nature a été étudié. Ces types d'éjections sont modélisés comme des jets en présence d'un gradient de densité. Nous avons traité le problème des jets inclinés, flottants, turbulents, ronds, et des panaches éjectés dans un fluide homogène ou stratifié, au repos ou en mouvement.

La prédiction du comportement de l'écoulement i.e. de l'évolution de ses variables, est d'abord traité théoriquement à partir d'un modèle dont le formalisme est valable à la fois dans le cas Boussinesq et dans le cas général non-Boussinesq.

Dans une approche initiale, nous avons traité le problème des panaches plans en milieu homogène, des résultats analytiques décrivant le comportement du panache ont été trouvés. L'étude des panaches ronds turbulents est un rapprochement vers la situation la plus réaliste, une étude analytique a été menée pour résoudre l'écoulement et des solutions semi-analytiques ont été trouvées.

La résolution des équations régissant les panaches a été aussi effectuée numériquement en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour les panaches plans et ronds. Pour valider le modèle, des expériences au laboratoire ont été réalisées avec des jets flottants ronds de l'air et de l'hélium pour une large gamme de densités. La confrontation théorie-expérience a permis d'identifier les limites de validité du modèle théorique.

Mots clés : jet, panache, jet flottant, tomographie laser, simulation numérique.

Abstract

In this work, the behavior of discharged pollutants in nature is studied. These types of ejections are modeled as jets in the presence of the density gradient. We treated the problem of inclined round turbulent buoyant jets and plumes ejected in a homogeneous or stratified fluid, at rest or in motion.

The prediction of the flow behavior, i.e. the evolution of its variables, is first treated theoretically from a model whose formalism is valid in both Boussinesq case as well in non-Boussinesq general case.

In an initial approach, we have treated the problem of plane plumes in homogeneous medium, analytical results describing the plume behavior were found. An analytical study of round turbulent buoyant jets was conducted and semi-analytical solutions were found.

Solving the equations governing the plumes is performed numerically using Runge-Kutta 4th order method. To validate the model, laboratory experiments are performed with round buoyant jets of air and helium, for a wide range of densities. The confrontation theory-experience aims here to fix the limits of validity of the theoretical model.

Key words: jet, plume, buoyant jet, laser tomography, numerical simulation.

Dédicaces

Je dédie ce travail..

A ceux qui n'ont jamais cessé de m'encourager et de me soutenir, à ceux qui leur amour m'a donné la volonté d'aller toujours de l'avant,

A mes très chers parents, que Dieu les protège

A mon cher frère Nadir

A mes chère sœurs Salima et Zahia

A ma grand-mère Aicha

A ma grande famille

A Hocine, Ali, El-Hadj, Noureddine et Mohamed ainsi qu'à tous mes amis et mes collègues de l'ENPEI et de l'ENP,

Remerciements

Je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donné la foi, la volonté et le courage de mener à bien ce modeste travail.

Je remercie Monsieur B. BENKOUSSAS pour avoir cru en moi et pour son soutien et ses conseils.

J'adresse mes sincères remerciements à Messieurs O. VAUQUELIN et F. CANDELIER pour m'avoir accueilli au sein de l'équipe de recherche du laboratoire de l'IUSTI du département Mécanique Énergétique d'Aix-Marseille Université et pour m'avoir permis de réaliser ce stage dans de si bonnes conditions. Je les remercie pour leurs conseils, l'encadrement dont j'ai bénéficié et la confiance qu'ils m'ont accordée.

Je tiens également à remercier R. MEHADDI, doctorant à l'IUSTI pour ses conseils, son encadrement, son suivi attentif et ses réflexions pertinentes.

Merci aux membres du jury, Prof. S. LARBI, Mr. M. BOUBAKEUR, Mr. M. T. ATTOUCHI et Dr. A. BOUHDJAR d'avoir pris le temps et le soin de lire ce rapport.

C'est dans un état d'esprit mitigé que je rédige ces quelques lignes afin de remercier toutes les personnes qui ont contribué implicitement ou explicitement à l'ensemble de ce travail.

Merci aux enseignants du département de Génie Mécanique qui ont participé à ma formation tout au long de ces trois ans.

Table des matières

Dédicace	5
Remerciement	6
Introduction	15
I Dispersion des Polluants dans les Milieux Homogènes	17
1 Travaux Antérieurs sur les aspects de l'écoulement	18
1.1 Différentes configurations de l'écoulement	20
1.2 Conditions environnementales principales affectant l'écoulement	26
2 Panaches plans inclinés	27
2.1 Description du problème physique	27
2.2 Mise en équations	28
2.2.1 Équations de conservation	28
2.3 Solution analytique dans le cas d'un jet	31
2.4 Résolution de l'écoulement dans le cas d'un jet flottant	34
2.4.1 Mise en équations	34
2.4.2 Solution analytique du champ proche au voisinage de la source	36
Panache horizontal	36
Panache vertical	37
2.5 Résolution numérique	38
2.6 Résolution de l'écoulement dans le cas d'un milieu au repos	41
2.6.1 Équation de la trajectoire	43
3 Panaches ronds inclinés	45
3.1 Mise en équations	45
3.2 Solution du problème de l'écoulement dans le cas d'un jet	48
3.3 Solution du problème de l'écoulement dans le cas d'un panache	52
3.4 Résolution numérique	52
3.5 Écriture généralisée	56

4	Étude expérimentale	59
4.1	Introduction	59
4.2	Dispositif expérimental	59
4.3	Protocole expérimental	60
4.4	Post-traitement des images	61
4.5	Résultats et discussion	63
4.5.1	Cas des panaches horizontaux	63
4.5.2	Cas des panaches inclinés	64
	Panaches inclinés suivants un angles positif	64
	Panaches inclinés suivants un angle négatif	65
4.6	Conclusion	65
5	Simulation numérique par FDS sur les panaches plans verticaux	66
5.1	Présentation du logiciel	66
5.2	Simulation des panaches turbulents plans	66
5.2.1	Méthode de seuillage	66
5.2.2	Méthode de conservation de la masse	67
II	Dispersion des Polluants dans les Milieux Stationnaires Linéairement Stratifiés	70
6	Modélisation mathématique et résolution	71
6.1	Introduction	71
6.2	Description du modèle physique	72
6.3	Mise en équations	72
6.3.1	Équation de la trajectoire	76
6.4	Résolution numérique	77
	Conclusion générale & perspectives	79
	bibliographie	82
	Index	88

Table des figures

1.1	Jet.	21
1.2	Panache.	21
1.3	Jet flottant.	22
1.4	Jet advectif en co-écoulement.	23
1.5	Jet advectif en cross-écoulement.	24
1.6	Jets flottants éjecté dans un courant ambiant.	25
1.7	Jets flottants éjecté horizontalement dans un courant ambiant.	25
1.8	Jets flottants éjecté horizontalement avec un entrainement latéral.	26
2.1	Panache plan incliné.	27
2.2	Bilan dans un élément fluide rectangulaire	28
2.3	Variation de la vitesse	32
2.4	Variation du rayon	33
2.5	$\xi = f(T)$	34
2.6	$\zeta = f(T)$	34
2.7	$\zeta = f(\xi)$	34
2.8	Déficit de densité	37
2.9	Rayon corrigé	37
2.10	Déficit de densité.	38
2.11	Rayon corrigé.	38
2.12	Effet du courant de l'ambiance sur un panache vertical	39
2.13	Effet du courant de l'ambiance sur un panache horizontal	40
2.14	Trajectoire du panache vertical avec entrainement $\frac{u_i}{u_a} = 50$	41
2.15	Effet de la traînée sur un panache vertical	41
2.16	Trajectoire du panache horizontal avec entrainement $\frac{u_i}{u_a} = 50$	42
2.17	Effet de la traînée sur un panache horizontal	42
3.1	Panache round incliné.	45
3.2	Bilan dans un élément fluide cylindrique	46
3.3	Champ proche	50
3.4	Champ lointain	50
3.5	Raccordement	51

3.6	Erreur relative	51
3.7	Effet du courant ambiant sur un jet flottant vertical	53
3.8	Effet de la trainée sur un jet flottant vertical	54
3.9	Vitesse du jet	55
3.10	Vitesse du panache	55
3.11	Rayon du jet	55
3.12	Rayon du panache	55
3.13	Déficit de densité du panache	56
4.1	Schéma du dispositif expérimental.	60
4.2	Photographie d'un résultat expérimental.	61
4.3	Image moyennée de la trajectoire.	62
4.4	Contours des concentrations.	62
4.5	Comparaison entre les deux critères de détermination de la ligne centrale.	62
4.6	Seuillage des images moyennées.	63
4.7	Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = 15^\circ$	64
4.8	Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = 30^\circ$	64
4.9	Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = -15^\circ$	65
5.1	Seuillage à 10%.	67
5.2	Seuillage à 5%.	67
5.3	Seuillage à 10%.	67
5.4	Seuillage à 5%.	67
5.5	Variations de α , $\alpha_{moy} = 0.10$	68
5.6	Variations de α , $\alpha_{moy} = 0.12$	68
6.1	Dispersion d'un panache d'incendie dans un milieu stratifié, Montréal en décembre 2012.	71
6.2	Jet flottant en milieu stratifié	72
6.3	Variations de ρ_∞ en fonction de z pour $N^2 = 0.01 \text{ m}^{-1}$	73
6.4	Fonction σ en fonction θ	76
6.5	Fonction Γ en fonction θ	76
6.6	Fonction Δ en fonction θ	76
6.7	Évolution de la ligne centrale du panache plan.	77
6.8	Variations de la vitesse.	78
6.9	Variations du déficit de densité.	78
6.10	Variation de la hauteur de transition en fonction de N^2	78

Nomenclature

Acronymes

ALMP	Advected Line Momentum Puff
AP	Advected Plume
AT	Advected Thermal
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
FDS	Fire Dynamics Simulator
FHWA	Flying Hot Wire Anemometry
HWA	Hot Wire Anemometry
LA	Light Attenuation
LDV	Laser Doppler Velocimetry
LES	Large Eddy Simulation
LIF	Light Induced Fluorescence
PIV	Particle Image Velocimetry
PLIF	Planar Light Induced Fluorescence
PLIF	Planer Light Induced Fluorescence
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
RK4	Runge-Kutta d'ordre 4
SOA	Second Order Approach

Lettres grecques

α	coefficient d'entrainement
α_e	coefficient d'entrainement corrigé
β	rayon modifié, m

$\Delta\rho$	écart des densités, kg/m^3
η	déficit de densité
Γ	fonction panache
λ	rapport des vitesses u_a/u_c
Λ_i	longueur caractéristique, m
ν_{BV}	fréquence de Brunt-Väisälä, Hz
ρ	densité du panache, kg/m^3
ρ_∞	densité du milieu ambiant, kg/m^3
σ	fonction panache auxiliaire
θ	angle d'inclinaison
ξ	coordonnée horizontale adimensionnelle
ζ	coordonnée verticale adimensionnelle

Lettres latines

A	constante d'intégration
b	rayon pour le rond ou largeur pour le plan, m
C_D	coefficient de traînée
F	flux de flottabilité, m^4/s^4 pour le rond ou m^3/s^4 pour le plan
g	accélération de la pesanteur, m/s^2
K	rapport des vitesses u_i/u_a
M	flux de la quantité de mouvement, m^4/s^2 pour le rond ou m^3/s^2 pour le plan
N^2	caractéristique du milieu stratifié, m^{-1}
Q	flux du débit, m^3/s^2 pour le rond ou m^2/s^2 pour le plan
S	dilution
s	coordonnée curviligne, m
T	tan de θ
U	vitesse adimensionnelle
u	vitesse, m/s
u_a	vitesse du courant, m/s

u_c	vitesse caractéristique, m/s
u_m	vitesse relative, m/s
x	coordonnée horizontale, m
z	coordonnée verticale, m
Fr	nombre de Froude
Re	nombre de Reynolds
Ri	nombre de Richardson

Indices

∞	milieu ambiant
a	entraînement de l'ambiant
c	caractéristique
e	entraînement
i	état initial
t	transition en milieu stratifié

Introduction

L'évacuation des effluents dans la nature et plus particulièrement dans l'air est une pratique très présente. L'évacuation inadéquate de ces polluants peut causer des dégâts environnementaux sérieux. Pour maîtriser un tel problème de pollution, il est impératif de comprendre les phénomènes relatifs à ce type d'écoulement. Les conséquences environnementales à l'égard des effluents et des eaux usées évacuées dans les océans ont conduit l'homme à mener des études liées à cette problématique, et à réfléchir à la limitation de ces rejets dans la nature. Plusieurs études ont été réalisées dans ce contexte afin de réduire leur impact sur l'environnement local par l'augmentation de la dilution de ces derniers dans les milieux ambiants (Fan & Brooks [1], Jirka [2]).

Le rejet des effluents dans la nature se fait de plusieurs façons, selon que celui-ci soit fait en mer ou dans l'air. Dans l'atmosphère, l'éjection généralement se fait au travers des cheminées pour les usines, les conduits d'échappement pour les véhicules, les trappes des locaux dans le cas d'incendies. Dans la mer, la décharge des polluants est réalisée par l'intermédiaire d'ouvertures situées dans les profondeurs, le mélange d'effluents avec l'eau est provoqué par le mouvement du jet turbulent.

Ces types d'éjections dans la nature sont définis comme étant des jets en présence d'un gradient de densité. Nous distinguons plusieurs configurations telles que les jets purs lorsqu'il n'y a pas de différence de densité entre le fluide éjecté et le fluide ambiant, ces derniers sont gouvernés par une quantité de mouvement initiale, les panaches et les jets flottants, dans ces cas, le gradient de densité entraîne une flottabilité positive, enfin, les fontaines qui se caractérisent par une flottabilité négative.

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à la caractérisation théorique et expérimentale des jets turbulents dans un milieu homogène en premier lieu et dans un milieu stratifié en second lieu. L'étude est structurée en deux parties. La première partie concerne l'étude des jets dans un milieu homogène, qui s'étale sur quatre chapitres. Le modèle que nous avons développé doit nous rendre capable de traiter le problème des jets flottants d'une manière assez précise pour pouvoir prédire les différents paramètres de l'écoulement, en particulier, la forme de la trajectoire et les concentrations. Il est nécessaire de comparer les résultats obtenus par le modèle avec les données expérimentales afin de savoir ces limites d'applicabilité du modèle.

Après une introduction générale, le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique détaillée sur les jets turbulents et les phénomènes associés. En l'occurrence, les

techniques de mesure, les différentes configurations de l'écoulement ainsi que les conditions affectant l'écoulement. Dans le deuxième chapitre, le panache incliné plan est décrit mathématiquement, des solutions analytiques exactes ont été obtenues dans le cas d'un jet pur en présence de l'entraînement d'un courant externe. Pour le panache plan, des solutions semi-analytiques asymptotiques ont été aussi obtenues. En absence d'entraînement, des solutions semi-analytiques ont été trouvées pour les panaches. Dans ce même chapitre, le problème d'écoulement est résolu numériquement à l'aide d'un schéma de calcul Runge-Kutta d'ordre 4.

Dans le troisième chapitre, les solutions semi-analytiques pour un jet pur rond incliné sont présentées. Ces solutions sont obtenues en présence d'un entraînement externe. Pour les panaches, les solutions numériques sont données. Nous avons par la suite présenté des écritures des différentes équations sous une forme généralisée compacte pour traiter simultanément les deux configurations plane et ronde.

Le chapitre quatre est consacré quant à lui, à l'étude expérimentale d'un jet air-hélium dans l'air. Le dispositif expérimental est décrit, le protocole d'expérimentation, la méthode de post-traitement des résultats sont présentés.

Le chapitre cinq est réservé à la simulation numérique des panaches verticaux à l'aide de FDS (Fire Dynamics Simulator). Le code FDS est un logiciel dédié aux études des écoulements réactifs ou non-réactifs. Il est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes à de faible nombre de Mach. Dans cette étude, nous avons utilisé ce logiciel pour décrire le comportement des panaches turbulents verticaux. La confrontation des résultats obtenus par FDS à ceux obtenus par le modèle a permis de quantifier le coefficient d'entraînement.

Dans la seconde partie de l'étude, nous avons traité le jet flottant plan dans un milieu stratifié, nous parlons de milieu stratifié quand il y a un gradient de densité dans le milieu ambiant. Cette partie est composée de deux chapitres. Dans le premier, nous avons modélisé mathématiquement ce phénomène. Dans le second chapitre, la problématique est résolue numériquement à l'aide d'un programme écrit sur MATLAB.

Enfin, nous donnons les conclusions pertinentes relatives aux différentes solutions et résultats obtenus. Comme perspective, nous suggérons la continuité de ce travail pour élargir le domaine d'application du modèle.

Première partie

**Dispersion des Polluants dans les
Milieux Homogènes**

Chapitre 1

Travaux Antérieurs sur les aspects de l'écoulement

Plusieurs précédents travaux sur les jets de façon générale en milieux homogènes ont conduit à divers résultats sur les différents comportements des écoulements éjectés depuis une source dans un milieu ambiant. Ces travaux concernent particulièrement les décharges horizontales ou verticales dans un milieu au repos. Les études sur les éjections dans les milieux en mouvement sont rares.

Les physiciens commencent à s'intéresser des problèmes de jets depuis le début des années 20. Zimm [3] (1921) a fourni les rares premières données expérimentales sur les jets ronds. Forthmann [4] (1934) a travaillé sur les jets plans. Des solutions de similarité ont été données par Tollmien [5] (1926), Görtler [6] (1942) et Reichardt [7] (1942). Schmidt [8] (1941) a utilisé l'hypothèse de Prandtl sur la longueur de mélange (Prandtl mixing length hypothesis) pour étudier les panaches verticaux, cette hypothèse lie la viscosité turbulente à la vitesse turbulente.

Reichardt [9] (1943) a introduit la méthode intégrale, les propriétés de l'écoulement à une section transversale donnée possèdent un profil gaussien. Albertson *et al.* [10] (1949) ont utilisé ce modèle pour les jets purs, et Rouse, Yih & Humphreys [11] (1952) pour les panaches purs.

Durant les années 50, plusieurs modèles ont été proposés pour étudier cet écoulement. Pour valider ces modèles, des expériences ont été menées en utilisant différentes techniques de mesure.

Morton *et al.* [12] (1956) ont marqué une révolution dans l'étude des jets en présence du flux de flottabilité, ils ont introduit le concept de la propagation qui se fait par l'entraînement turbulent plutôt que par la diffusion turbulente. Ils ont défini le coefficient d'entraînement, nommé aussi le taux d'aspiration du fluide ambiant. Le gradient des vitesses important à l'interface entre le jet et le milieu ambiant provoque une instabilité et cause des vortex turbulents qui entraînent le fluide ambiant dans le jet. Ce processus de mélange engendre une dissipation de l'énergie.

L'effet du courant ambiant sur les jets a été étudié par Jordinson [13] (1956) et Keffer & Baines [14] (1963). La séparation des régions de forte et faible déflexion a été accomplie par Scorer [15] (1959). Turner [16] (1960) et Richards [17] (1963) ont montré qu'un double vortex intérieur affecte d'une manière significative les propriétés de l'écoulement lorsque le jet ou le panache subissent une forte déflexion sous l'effet du courant ambiant.

Jirka [2] (2004), Cheung *et al.* [18] (2000) et Pun [19] (1998) ont suggéré la division de l'écoulement en plusieurs régions : (1) initial, (2) jet fort (strong jet), (3) bouffée de quantité de mouvement linéaire advectée (Advected Line Momentum Puff) (ALMP), (4) panache advecté (advected plume), (5) thermo-advectif (advected thermal)

Dans chacune de ces régions, l'écoulement est dominé par un ensemble de paramètres indépendants.

Plusieurs modèles d'entraînement ont été adoptés pour décrire le phénomène d'aspiration du fluide ambiant. Morton *et al.* [12] (1956) ont proposé un coefficient qui est constant le long du panache, tandis que Jirka [2] (2004), Kaminski, Tait & Carazzo [21] (2005) ou encore Papanicolaou *et al.* [22] (2008) ont introduit quelques corrections, en supposant qu'il est fonction du nombre de Richardson local ou de l'angle d'inclinaison du panache.

Les jets flottants turbulents en régime transitoire sont rarement étudiés. Middleton [23] (1978), Scase *et al.* [24] (2006) et Scase & Hewitt [25] (2012) ont étudié la dépendance en temps des variables du panache au cours de son évolution, tandis que Turner [26] (1962), Sangras & Faeth [27] (1999) et Ai *et al.* [28] (2006) ont étudié le phénomène du commencement des panache (starting plumes).

La résolution numérique des équations régissant l'écoulement est parfois effectuée par des modèles de turbulence tels que la méthode LES (Large Eddy Simulation) qui a permis d'obtenir des résultats de simulation très satisfaisants dans un temps relativement court. Devenish *et al.* [29] (2010) a appliqué cette méthode pour la dispersion en milieux stratifiés et Basu & Mansour [30] (1999) dans l'étude des panaches forcés (forced plumes).

L'approche intégrale de résolution a largement été utilisée dans le but de simplifier la mise en équations du modèle. Le modèle intégral de second ordre est plus rigoureux et fournit des résultats en concordance meilleure avec les expériences. Wang & Law [31] (2002) et Yannopoulos [32] (2006) sont les premiers à adopter ce modèle.

La majorité des travaux réalisés dans l'étude des panaches concernent leur dispersion en milieux homogènes. Les travaux traitant les milieux stratifiés sont rares, citons par exemple les travaux de Fan & Brooks [1] (1967), Fan & Brooks [33] (1969), Kaye [34] (2008) Ansong [35] (2009), Devenish *et al.* [29] (2010) et Mehaddi *et al.* [36] (2013).

Les chercheurs ont utilisé pour déterminer les propriétés de l'écoulement plusieurs techniques de mesure, pour la vitesse : Albertson *et al.* [10] (1949) a utilisé le tube de Pitot pour déterminer les champs des vitesses moyennes, Lassiter [37] (1957) a utilisé les premiers anémomètres à fil chaud (HWA) et Abbis *et al.* [38] (1975) et Capp [39] (1983)

ont utilisé la Vélocimétrie Doppler Laser (LDV). Hussein *et al.* [40] (1994) a exploité une nouvelle technique à l'époque qui est l'anémomètre à fil chaud volant (FHWA) pour déterminer les vitesses avec une meilleure précision. Simoens & Ayrault [41] (1994) ont utilisé la technique de l'imagerie des particules PIV. L'utilisation du fil chaud, de la LDV ainsi que de la PIV a permis de quantifier les propriétés turbulentes de la vitesse (quantités fluctuantes).

Pour la mesure de la température, le moyen généralement utilisé par les expérimentateurs est le thermocouple. La caméra infrarouge est une technique alternative non-intrusive plus récente vient d'être utilisée pour la détermination du champ des températures au sein des écoulements.

En ce qui concerne la détermination des concentrations à une section transversale, Ayoub [42] (1971) a utilisé des sondes conductrices (conductivity probes), pour la trajectoire, il s'est servi d'une caméra en combinaison avec la teinture du permanganate de potassium. Papanicolaou [45] (1984) a obtenu les profils de concentration d'un jet flottant dans un milieu stationnaire par la fluorescence induite par laser (LIF), une technique optique de mesures en 2D.

D'autres auteurs ont utilisé la technique de l'atténuation de la lumière (LA) pour des mesures 2D ou 3D, cette technique se base sur la relation linéaire entre l'augmentation de la concentration du colorant et la diminution de l'intensité de lumière qui le traverse. Parfois les mesures ont été effectuées par l'utilisation de plusieurs moyens à la fois, comme c'était le cas pour Papanicolaou [45](1984) et Chu [43] (1996) qui ont utilisé la LDV et la LIF, ou Wang [44] (2000) qui a utilisé la PIV et la LIF.

La trajectoire de la ligne centrale est déterminée par la moyenne des deux points qui définissent les bords de l'écoulement où un gradient des paramètres est important.

D'autres auteurs, ont basé sur les profils de concentration pour la détermination de la trajectoire, tel que Kikkert [46] (2006) qui a supposé que la concentration maximale indique l'axes du jet flottant.

1.1 Différentes configurations de l'écoulement

Dans cette section, nous allons présenter les différentes configurations que peut prendre un écoulement. L'écart entre la densité du fluide éjecté considéré et le fluide ambiant est le paramètre clé dans cette classification.

1. Jet

Les premiers travaux expérimentaux concernent l'étude du comportement des jets en régime stationnaire. Des travaux ont été repris d'une manière plus approfondie pour étudier le régimes instationnaire. L'étude de ces jets est relativement moins complexe car l'effet de flottabilité n'a pas été considérée . La Fig. 1.1 schématise ce type d'écoulement.

Le comportement d'un tel écoulement est parfaitement élucidé grâce à la quantité importante des travaux réalisés par Albertson *et al.* [10](1949), Corrsin & Uberoi [47] (1950), Forstall & Gaylord [48] (1954), Sunavala *et al.* [49] (1957), Kiser [50] (1963), Capp [39] (1983), Hussein *et al.* [40] (1994), Pun [19] (1998) et Law & Wang [51] (2000).

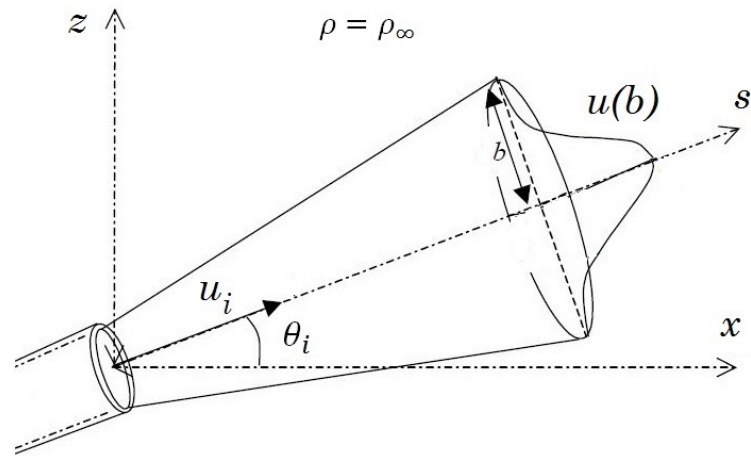


FIGURE 1.1 – Jet.

2. Panache

La présence d'un gradient de densité entre le fluide éjecté et celui de l'environnement engendre un flux de flottabilité vertical ascendant car $\rho < \rho_\infty$.

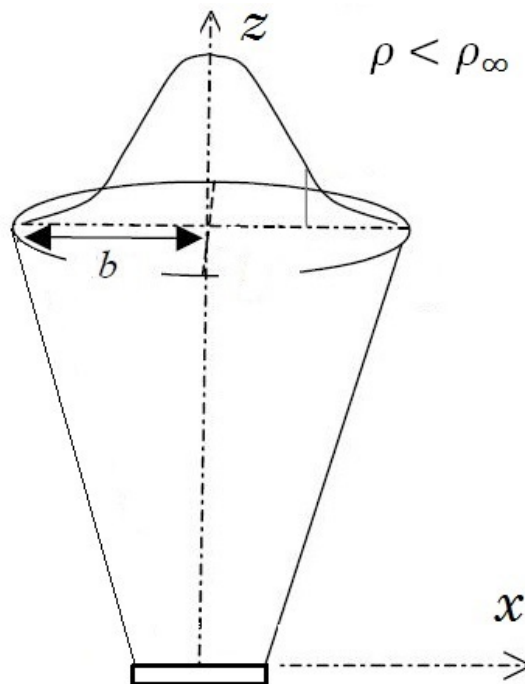


FIGURE 1.2 – Panache.

Le mouvement d'ascension du fluide est fait sans quantité de mouvement initiale.

La figure 1.2 schématise un panache, le fluide chauffé à la base diminue en densité, ce qui lui permet de flotter.

3. Jet flottant

Le jet est dit flottant lorsqu'il y a présence combinée d'un flux de quantité de mouvement initiale et d'un flux de flottabilité. A proximité de la source, le jet flottant se comporte comme un jet lorsque l'effet de quantité de mouvement domine, puis, comme un panache lorsque l'effet de flottabilité domine. Fig. 1.3. Dans certaines situations, le jet flottant est à flottabilité négative, i.e. la composante verticale du flux de quantité de mouvement agit dans la direction opposée au flux de flottabilité : c'est ce qui est appelé une fontaine.

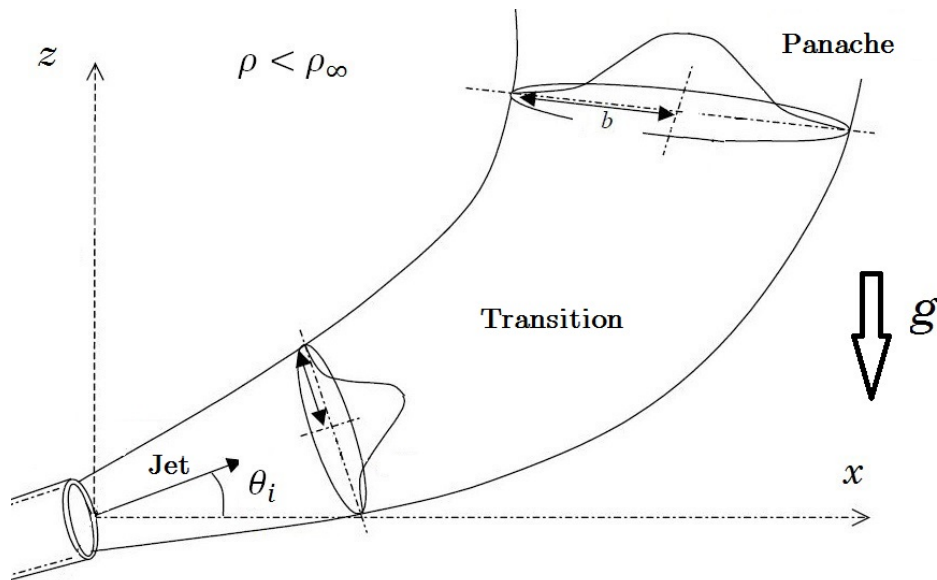


FIGURE 1.3 – Jet flottant.

Nous distinguons trois catégories des jets flottants :

- (a) vertical : lorsque le fluide est éjecté depuis la source verticalement dans le milieu extérieur.

Plusieurs travaux ont été effectués sur les jets flottants verticaux, Rouse, Yih & Humphreys [11] (1952), Morton *et al.* [12] (1956), Abraham [52] (1960), Ricou & Spalding [53] (1961), Anwar [54] (1969), Papanicolaou & List [57] (1988), Lane-Serff *et al.* [58] (1993), Fisher [55] (1995), Pun [19] (1998), Wang [44] (2000). Ces auteurs ont effectué des études détaillées sur les jets flottants verticaux dans le régime stationnaires, encore moins pour le régime transitoire ou sur l'étude du phénomène d'extinction des flammes.

- (b) horizontal : la majorité des travaux traitant la dispersion des panaches forcés a été menée sur le cas horizontal, nous citons les travaux de Morton [59] (1959), Anwar [54] (1969), Ayoub [42] (1971), Fan & Brooks [1] (1967), Pa-

panicolaou [45] (1984), Malin [60] (1989), Papanicolaou & List [56] (1989), Papps [61] (1995), Pantokratoras [62] (1998), Xiao *et al.* [63] (2009), Michas & Papanicolaou [64] (2009) et El-Amine & Sun [65] (2012).

(c) incliné : Les travaux sur le cas incliné sont rares dans la littérature, les plus cités sont ceux de Lane-Serff *et al.* [58] (1993) et de Jirka [2] (2004).

4. Jet advectif

Cette configuration consiste en un jet pur dans un milieu en mouvement. Plusieurs cas de jet advectif sont identifiés :

- (a) Co-écoulement (Co-flow) : lorsque le milieu extérieur et la quantité de mouvement initiale agissent dans la même direction. (Fig. 1.4).
- (b) Contre-écoulement (Conter-flow) : quand les directions des deux flux sont opposés. (Fig. 1.5).
- (c) Cross-écoulement (Cross-flow) : lorsque les deux directions sont perpendiculaires.
- (d) Oblique : les deux directions font un angle quelconque entre elles.

Seules les cas (a) et (c) sont schématisés, pour le co-écoulement dans la figure 1.4 et pour le cross-écoulement dans la figure 1.5.

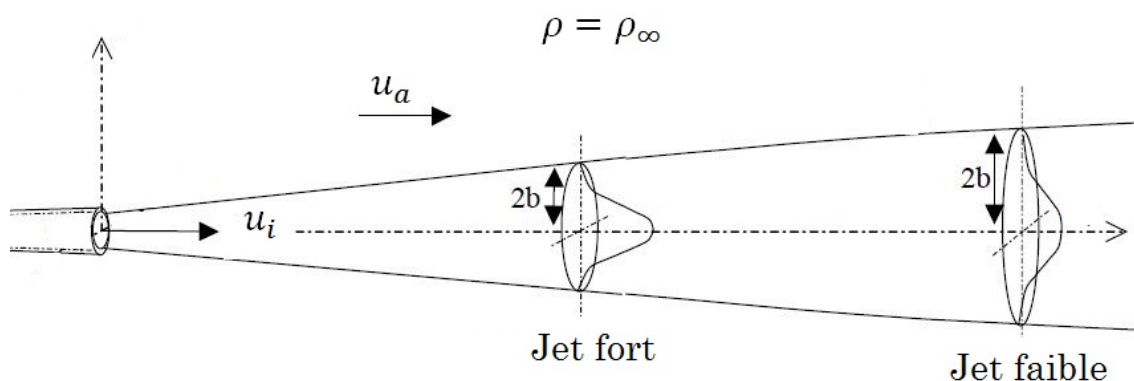


FIGURE 1.4 – Jet advectif en co-écoulement.

A proximité de la source, la quantité de mouvement initiale du jet domine sur celle du fluide ambiant (entraînement extérieur). Plus loin de la source, le flux de quantité de mouvement d'entraînement domine, nous parlons ici d'un écoulement fortement advecté. La nature du jet dans ce cas change en fonction de l'angle initial d'éjection, pour un écoulement en co-écoulement, nous parlerons d'un jet faible (weake jet), tandis que pour une jet en cross-flow, il s'agit d'une bouffée de quantité de mouvement linéaire advectée (advected line momentum puff), dans ce cas de figure, la distribution des vitesses et des concentrations n'est pas gaussienne, elle ressemble à celle d'une pair de vortex tournant en sens opposé (counter-rotating vortex pair), (Pun [19] (1998))

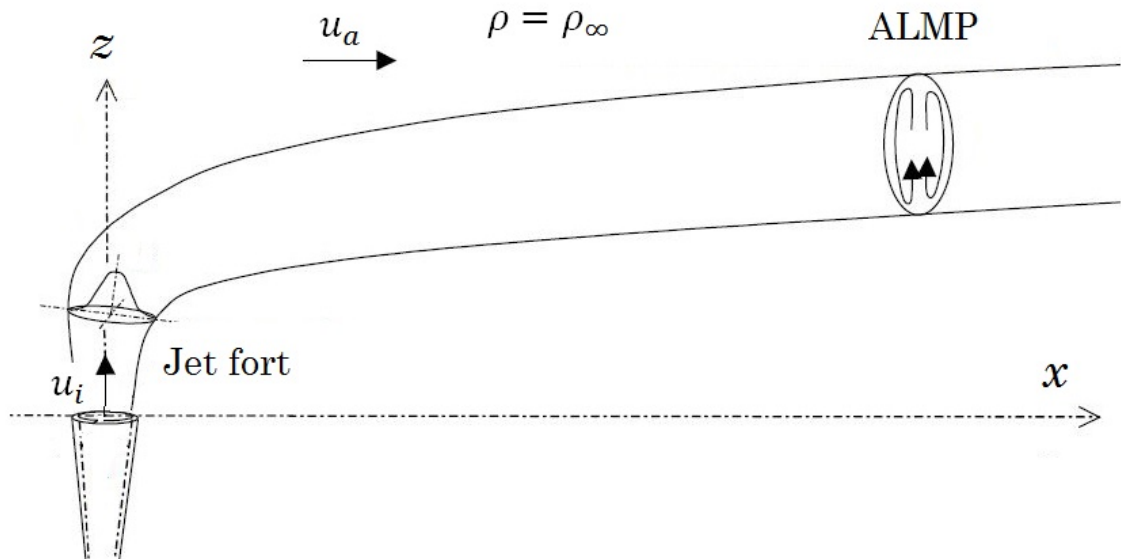


FIGURE 1.5 – Jet advectif en cross-écoulement.

Pour des jets faiblement advectés, le jet se comporte d’une façon similaire à celui d’un jet pur.

5. Jet flottant advectif

Plusieurs configurations peuvent se présenter :

- (a) vertical : nous distinguons trois régions dans cet écoulement :
 - i. Jet fort : au voisinage immédiat de la source (Fig. 1.6).
 - ii. thermo-advectif (AT) : les effets de flottabilité et de l’ambient sont dominants devant la quantité de mouvement du fluide (Fig. 1.6.)
 - iii. Panache advectif si le flux de flottabilité est dominant, néanmoins, si le flux de quantité de mouvement ambient domine, c’est bien un bouffée de quantité de mouvement linéaire advectée .
- (b) horizontal : ce type est semblable à un jets advectif en co-écoulement , la présence du flux de flottabilité empêche la formation du jet faible, nous distinguons de même trois régions dans cet écoulement :
 - i. Jet fort
 - ii. Panache
 - iii. Thermo-advectif. Fig. 1.7.

Parmi les travaux de recherche pertinents menés sur ces cas, Ayoub [42] (1971), Knudson [20] (1988).

La configurations la moins étudiée est lorsque les directions des quantités de mouvement initiale et d’entraînement sont perpendiculaires et sont situés dans un même plan horizontal. La trajectoire du jet n’est plus en 2D, le problème devient plus compliqué. (Fig. 1.8).

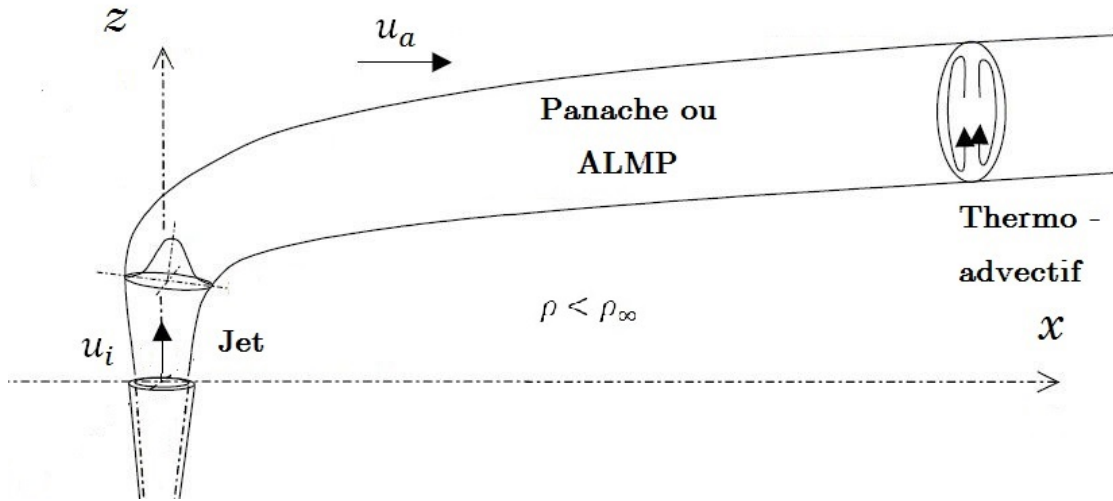


FIGURE 1.6 – Jets flottants éjecté dans un courant ambiant.

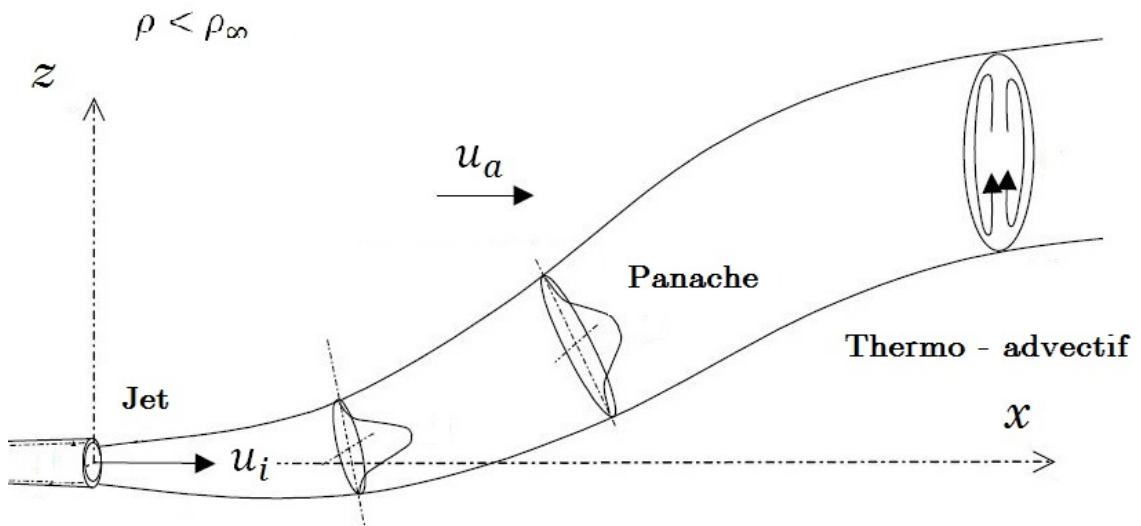


FIGURE 1.7 – Jets flottants éjecté horizontalement dans un courant ambiant.

Le tableau suivant récapitule les différentes configurations des écoulements cités :

	u_i	$\Delta\rho$	u_a
Jet	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$
Panache	$= 0$	$\neq 0$	$= 0$
Jet flottant	$\neq 0$	$\neq 0$	$= 0$
Jet advectif	$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$
Panache advectif	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$

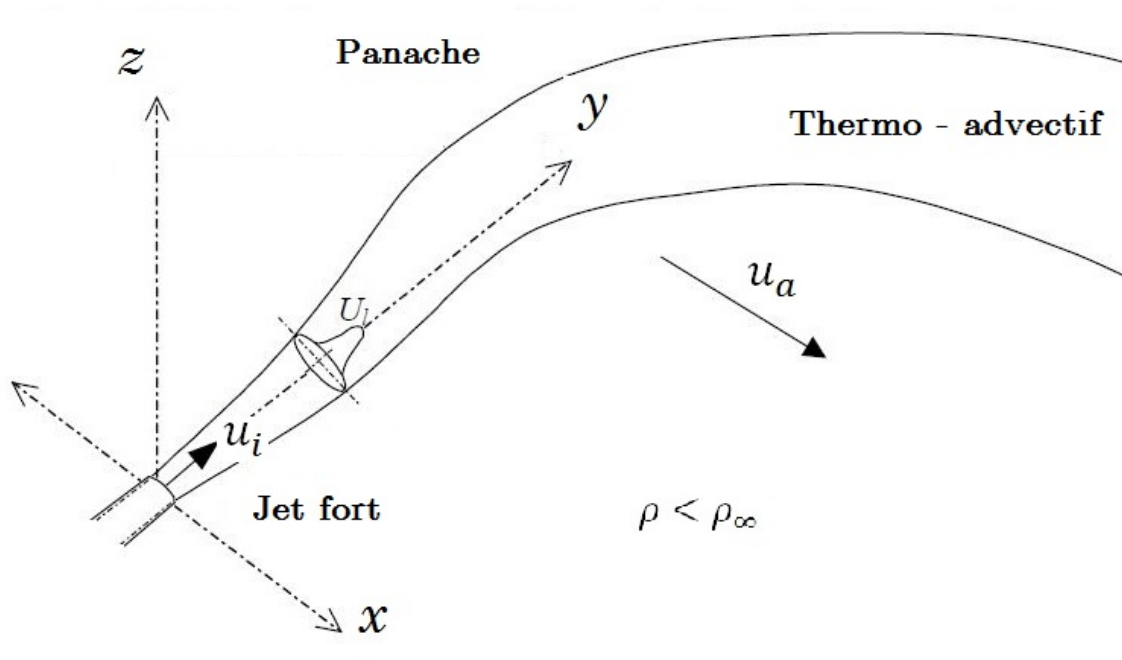


FIGURE 1.8 – Jets flottants éjecté horizontalement avec un entrainement latéral.

1.2 Conditions environnementales principales affectant l'écoulement

Dans sa configuration la plus simple, le jet est dû uniquement à la quantité de mouvement initiale donnée au fluide, ceci a lieu lorsque la densité de l'effluent est identique à celle du fluide ambiant. Dans le cas général, il est judicieux de prendre en considération les principales conditions environnementales affectant le comportement de l'écoulement.

1. **Flottabilité** : La densité du fluide éjectée est différente de celle du milieu ambiant, parfois même si cette différence est faible, il est impératif de tenir compte de cette effet dans l'étude car son influence est grand sur le comportement du panache. Prenons comme exemple le cas de l'eau douce qui est 2.5 % plus léger que l'eau salée.
2. **Stratification** : Les milieux naturels sont généralement stratifiés en densité, cela est dû à la température et/ou à la salinité non-uniforme. Être capable de prédire les conditions de submersion a un intérêt majeur dans les problèmes d'élimination des eaux usées, afin d'éviter à ce que ces eaux atteignent la surface.
3. **Courant** : Dans les milieux marins, comme dans l'atmosphère, ils ne sont rarement stagnant l'effet du courant ne peut pas être négligé même si sa vitesse n'est que 1 % de la vitesse d'éjection du fluide.
4. **Interaction des jets** : Cet effet est important quand les sources se trouvent étroitement proche l'une à côté de l'autre, à un moment donné, les jets confluent.

Chapitre 2

Panaches plans inclinés

2.1 Description du problème physique

Le but de cette section est de décrire le comportement d'un panache plan incliné éjecté suivant un angle θ_i dans un environnement homogène non stratifié, entraîné par l'air ambiant avec une vitesse u_a supposée constante et dirigée horizontalement suivant x .

La figure 2.1 illustre ce panache plan considéré.

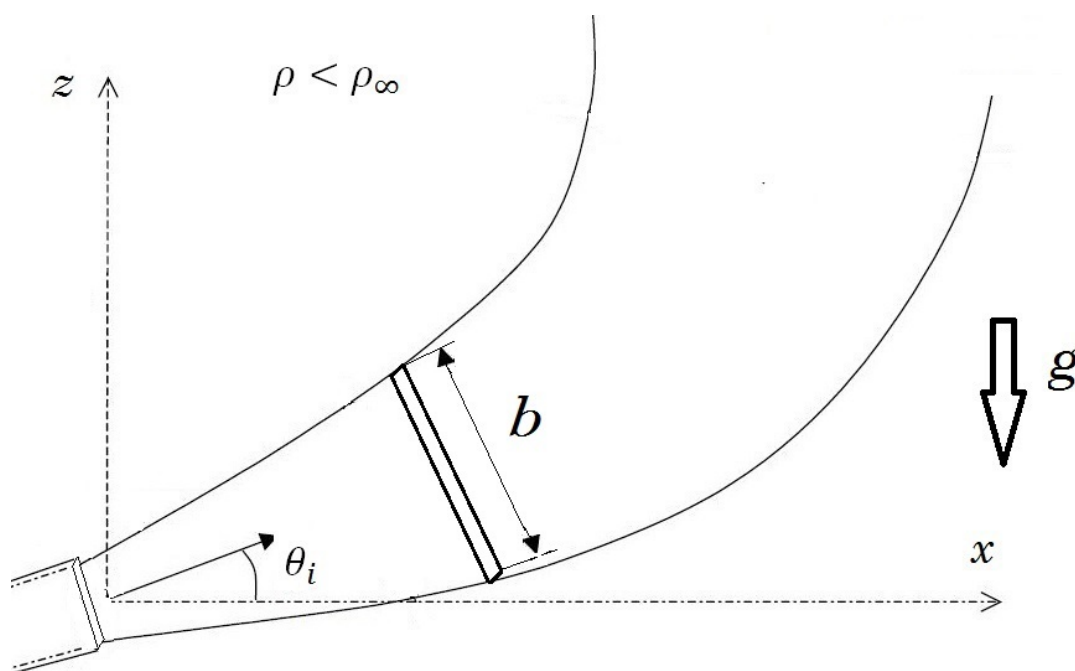


FIGURE 2.1 – Panache plan incliné.

Le panache sous l'effet du courant de l'ambiant tend à s'incliner suivant la direction du flux de quantité de mouvement ambiant.

Le modèle choisi dans cette étude est le modèle d'entraînement de Morton, qui est un modèle de premier ordre, qui suppose que l'aspiration du fluide ambiant est modélisée par

une vitesse horizontale directement proportionnel à la vitesse du panache. Le coefficient d'entraînement est supposé constant, il est noté α .

Nous choisissons un profil uniforme (Top-hat profile) pour les différents paramètres, et nous supposons que les profils des vitesses et des densités s'étalent sur la même largeur, autrement dit, on suppose que le nombre de Schmidt vaut l'unité.

La vitesse u est la résultante des deux vitesses, celle du panache u_m et la projection de la vitesse d'entraînement de l'air u_a sur l'axe du panache, Jirka [2], i.e. :

$$u = u_m + u_a \cos \theta \tag{2.1}$$

Les paramètres qui décrivent le panache sont les variables primaires : la vitesse u , la densité ρ et la largeur b . Les paramètres au niveau de la source sont notés par un indice i . Le système de coordonnées qui suit la ligne centrale du panache est curviligne, le repérage se fait par s et θ . Nous considérons le cas général non-Boussinesq plutôt que l'approximation de Boussinesq, et nous négligeons la force de traînée dans un premier temps.

2.2 Mise en équations

2.2.1 Équations de conservation

La figure 3.2 représente un élément fluide rectangulaire plan infinitésimal.

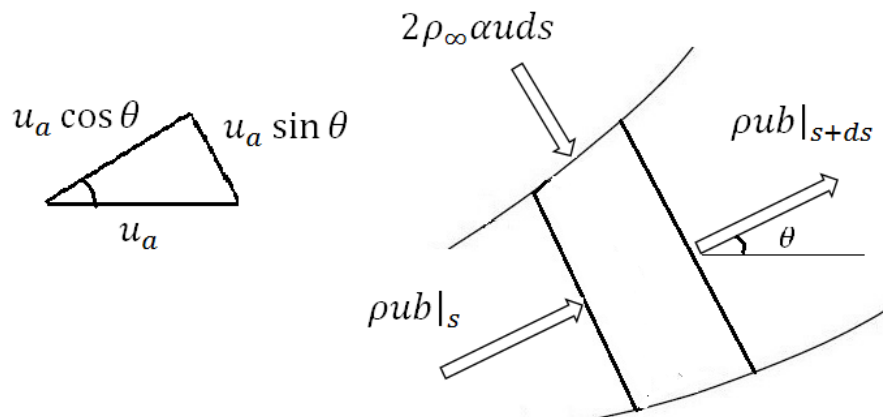


FIGURE 2.2 – Bilan dans un élément fluide rectangulaire

Équation de continuité

Soit q_a le débit axial, et dq_r le débit radial élémentaire dû à l'entraînement du fluide ambiant. Nous avons :

$$q_a = \rho b u \quad (2.2)$$

$$dq_r = 2\alpha u \rho_\infty ds \quad (2.3)$$

La conservation du débit s'écrit sous la forme suivante :

$$q_a|_s + dq_r = q_a|_{s+ds} \quad (2.4)$$

d'où :

$$dq_a = dq_r \quad (2.5)$$

Ce qui implique que :

$$\frac{d(\rho b u)}{ds} = 2\alpha \rho_\infty u \quad (2.6)$$

Conservation de la quantité de mouvement

La projection de l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivant les directions x et z donne :

$$d(q_a u \cos \theta) = dq_r u_a \quad (2.7)$$

$$d(q_a u \sin \theta) = dF_A \quad (2.8)$$

avec dF_A est la poussée d'Archimède écrite comme suit :

$$dF_A = gb(\rho_\infty - \rho)ds \quad (2.9)$$

Ainsi nous arrivons à écrire :

$$\frac{d(\rho b u^2 \cos \theta)}{ds} = 2\alpha \rho_\infty u_a u \quad (2.10)$$

$$\frac{d(\rho b u^2 \sin \theta)}{ds} = gb(\rho_\infty - \rho) \quad (2.11)$$

Conservation de l'énergie

L'énergie E du fluide est égale à :

$$E = q_a h \quad (2.12)$$

avec h est l'enthalpie définie par la loi de Joule à une température de référence T_1 :

$$h = c_p(T - T_1) \quad (2.13)$$

En absence de sources de chaleurs extérieures l'énergie se conserve, d'où :

$$\frac{dE}{ds} = 0 \quad (2.14)$$

En faisant introduire le coefficient de compressibilité à pression constante κ , défini par :

$$\kappa = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.15)$$

Nous arrivons à exprimer le déficit de température en fonction du déficit de densité. L'équation de conservation de l'énergie prend la forme finale suivante :

$$\frac{d(bu(\rho_\infty - \rho))}{ds} = 0 \quad (2.16)$$

Nous introduisons le rayon modifié et le déficit de densité adimensionnel respectivement définis d'après Michaux & Vauquelin [66] par :

$$\beta = \frac{\rho}{\rho_\infty} b \quad (2.17)$$

$$\eta = (\rho_\infty - \rho)/\rho \quad (2.18)$$

Le système d'équations s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{d(\beta u)}{ds} = 2\alpha u \quad (2.19)$$

$$\frac{d(\beta u^2 \cos \theta)}{ds} = 2\alpha u_a u \quad (2.20)$$

$$\frac{d(\beta u^2 \sin \theta)}{ds} = g\eta\beta \quad (2.21)$$

$$\frac{d(\eta\beta u)}{ds} = 0 \quad (2.22)$$

En manipulant les équations (2.20) et (2.21) nous arrivons finalement au système d'équations suivant qui décrit le comportement d'un panache plan incliné :

$$\frac{d(\beta u)}{ds} = 2\alpha u \quad (2.23)$$

$$\frac{d(\beta u^2)}{ds} = g\eta\beta \sin \theta + 2\alpha u_a u \cos \theta \quad (2.24)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta \quad (2.25)$$

$$\frac{d(\eta\beta u)}{ds} = 0 \quad (2.26)$$

2.3 Solution analytique dans le cas d'un jet

En absence des forces de flottabilité, $\eta = 0$. Le problème du jet en présence de l'effet du courant ambiant est résolu analytiquement et une solution exacte de la trajectoire est recherchée.

Pour se faire, le système précédent peut être écrit sous la forme suivante :

$$\frac{d(\beta u)}{ds} = 2\alpha u \quad (2.27)$$

$$\frac{d(\beta u^2)}{ds} = 2\alpha u_a u \cos \theta \quad (2.28)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta \quad (2.29)$$

L'équation 2.26 est toujours vérifiée.

Pour simplifier la résolution du système d'équations, nous introduisons les flux de débit et le flux de quantité de mouvement, notés respectivement Q et M qui sont définis par :

$$Q = bu \quad (2.30)$$

$$M = bu^2 \quad (2.31)$$

Le système ainsi devient :

$$\frac{dQ}{ds} = 2\alpha \frac{M}{Q} \quad (2.32)$$

$$\frac{dM}{ds} = 2\alpha u_a \frac{M}{Q} \cos \theta \quad (2.33)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{2\alpha u_a}{Q} \sin \theta \quad (2.34)$$

La résolution de ce système d'équations permet de déterminer les expressions de Q et de M :

$$\frac{M}{M_i} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta} \quad (2.35)$$

$$\frac{Q}{Q_i} = 1 + K (\sin \theta_i \cot \theta - \cos \theta_i) \quad (2.36)$$

avec $K = u_i/u_a$

Les expressions du rayon et de la vitesse sont :

$$\frac{u}{u_i} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta} \frac{1}{1 + K(\sin \theta_i \cot \theta - \cos \theta_i)} \quad (2.37)$$

$$\frac{b}{b_i} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_i} (1 + K(\sin \theta_i \cot \theta - \cos \theta_i))^2 \quad (2.38)$$

Cas particulier d'un jet vertical

Les expressions de la vitesse s'écrivent dans ce cas sous la forme :

$$\frac{u}{u_i} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{1 + K \cot \theta} \quad (2.39)$$

$$\frac{b}{b_i} = \sin \theta (1 + K \cot \theta)^2 \quad (2.40)$$

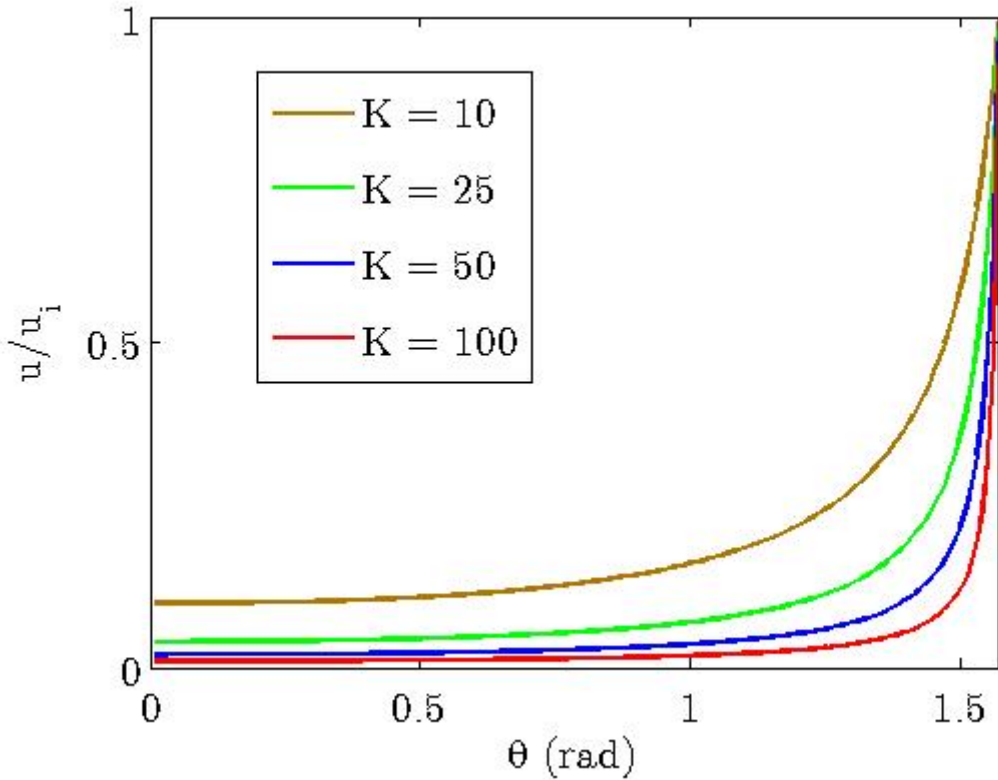


FIGURE 2.3 – Variation de la vitesse

Les figures 2.3 et 2.4 présentent les variations de u/u_i et de b/b_i respectivement en fonction de θ pour plusieurs valeurs de K . Nous remarquons d'après la figure 2.3 que la vitesse du panache subit une chute rapide. Pour une vitesse fixé, plus le flux du courant ambiant est important, plus l'angle de déflexion l'est aussi. La vitesse du panache tend à celle de l'ambiance lorsque $\theta = 0$.

Dans la figure 2.4, nous observons l'épanouissement du panache en fonction de l'angle de déflexion pour plusieurs valeurs de K . Pour un rayon fixé du panache, plus le courant ambiant est fort, plus le rayon est réduit.

Dans ce cas particulier, nous pouvons aisément trouver à partir de 2.34 l'équation de la trajectoire en faisant les changements de variables suivants : $T = \tan \theta$, $\xi = x/\Lambda_i$,

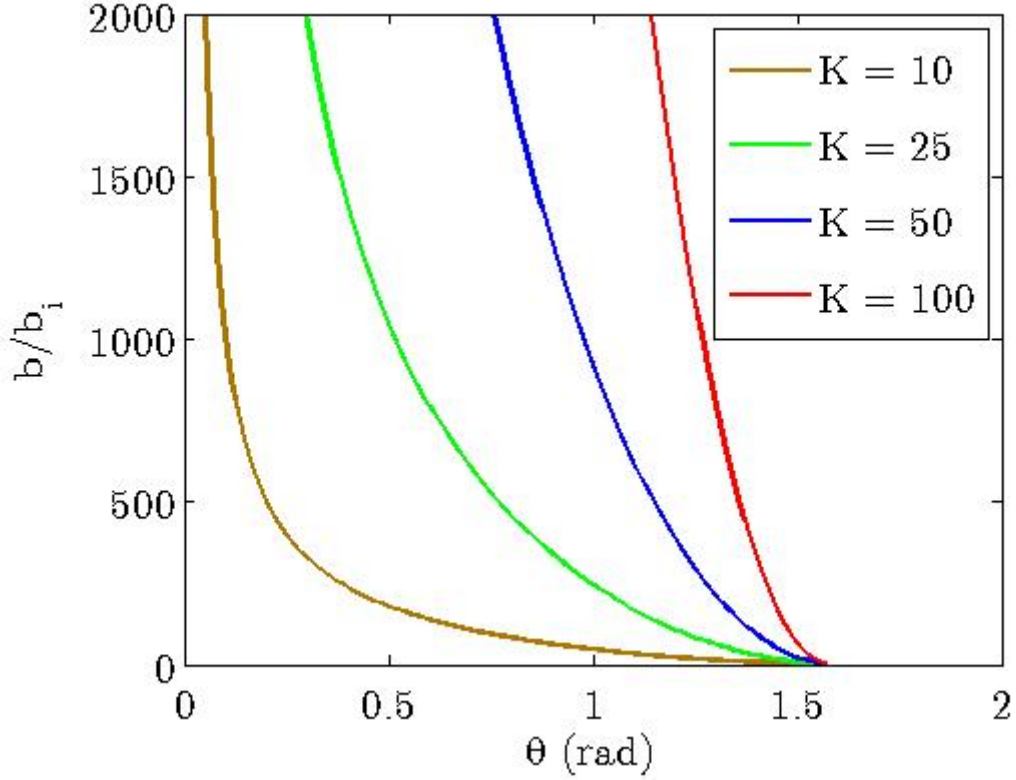


FIGURE 2.4 – Variation du rayon

$\zeta = z/\Lambda_i$ avec $\Lambda_i = \frac{b_i}{2\alpha}$. Ainsi :

$$\frac{dT}{d\xi} = -\frac{T^2(1+T^2)}{K(T+K)} \quad (2.41)$$

$$\frac{dT}{d\zeta} = -\frac{T(1+T^2)}{K(T+K)} \quad (2.42)$$

Ce résultat peut aisément être retrouvé à partir de

La solution de ce système d'équations donne :

$$\xi_K(T) = \frac{K}{2} \log\left(1 + \frac{1}{T^2}\right) + K^2 \left(\arctan T + \frac{1}{T} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.43)$$

$$\zeta_K(T) = \frac{K^2}{2} \log\left(1 + \frac{1}{T^2}\right) + K \left(\frac{\pi}{2} - \arctan T\right) \quad (2.44)$$

Ces deux dernières équations donnent la trajectoire paramétrée d'un jet vertical, à cet effet, il n'est pas possible d'exprimer d'une façon explicite ζ en fonction de ξ . Les figures 2.5 et 2.6 présentent respectivement les variations de ξ et de ζ en fonction de $T = \tan \theta$. Nous remarquons que plus le flux du courant ambiant est fort, plus le panache a tendance à s'incliner plus vite sous l'effet de ce courant. La figure 2.7 qui présente la trajectoire de la ligne centrale du jet illustre mieux cette constatation.

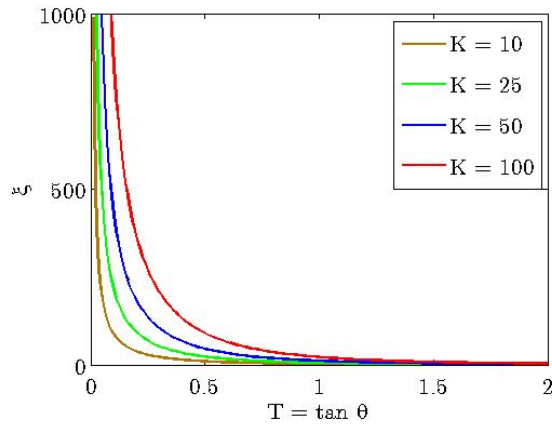


FIGURE 2.5 – $\xi = f(T)$

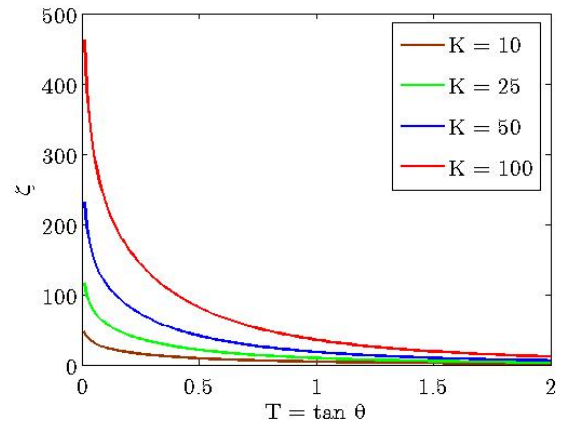


FIGURE 2.6 – $\zeta = f(T)$

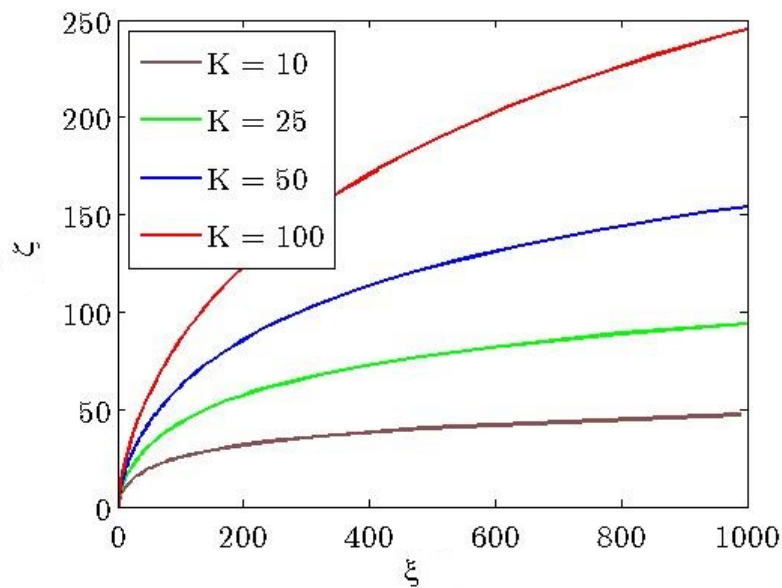


FIGURE 2.7 – $\zeta = f(\xi)$

2.4 Résolution de l'écoulement dans le cas d'un jet flottant

Dans le cas des jets flottants, le flux de flottabilité est pris en considération. Les solutions semi-analytiques ont été obtenues pour ce type de jet en l'absence d'entraînement.

2.4.1 Mise en équations

Pour se faire, nous avons introduit dans le système d'équations (2.19–2.22) précédemment établi, un paramètre adimensionnel appelé, fonction panache ou nombre de Richardson régularisé, définie par :

$$\Gamma = \frac{g\eta\beta}{2\alpha u^2} \quad (2.45)$$

La fonction panache traduit la compétition entre l'effet de flottabilité et l'effet de quantité de mouvement.

En utilisant l'équation de la trajectoire (2.25) et après développement des dérivées des produits et introduction de la fonction Γ définie par (2.45), nous obtenons les dérivées premières des paramètres primaires suivantes :

$$\frac{1}{u} \frac{du}{d\theta} = \frac{\left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta + \Gamma \sin \theta - 1}{\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (2.46)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\theta} = \frac{2 - \left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta - \Gamma \sin \theta}{\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (2.47)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\theta} = \frac{-1}{\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (2.48)$$

En différenciant l'équation (2.45), nous avons :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\theta} + \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\theta} - \frac{2}{u} \frac{du}{d\theta} \quad (2.49)$$

Ainsi :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\theta} = 3 \frac{1 - \left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta - \Gamma \sin \theta}{\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (2.50)$$

Nous remarquons que les équations (2.46) et l'équation (2.50) sont liées, d'où :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\theta} = -\frac{3}{u} \frac{du}{d\theta} \quad (2.51)$$

Ce qui donne :

$$\frac{u}{u_i} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.52)$$

Ceci signifie que la vitesse peut être exprimé en fonction de Γ , ce qui ne peut pas se faire pour β et η .

Nous pouvons aussi écrire l'équation différentielle donnant la vitesse du panache sous la forme suivante :

$$\frac{1}{u} \frac{du}{d\theta} = \frac{\left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta + \Gamma_i \left(\frac{u_i}{u}\right)^3 \sin \theta - 1}{\Gamma_i \left(\frac{u_i}{u}\right)^3 \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (2.53)$$

Pour des raisons de simplicité, nous introduisons la vitesse initiale modifiée, la vitesse du panache adimensionnelle et la vitesse d'entraînement adimensionnelle définies par :

$$u_c = u_i \Gamma_i^{\frac{1}{3}} \quad U = \frac{u}{u_c} \quad \lambda = \frac{u_a}{u_c} \quad (2.54)$$

L'équation (2.53) devient :

$$\frac{dU}{d\theta} = \frac{\lambda U^3 \cos \theta + U \sin \theta - U^4}{\cos \theta - \lambda U^2 \sin \theta} \quad (2.55)$$

Cette équation différentielle en vitesse ne peut pas être résolue analytiquement.

Pour les paramètres η , le déficit de masse volumique et β , le rayon corrigé, les équations (2.46) et (2.48) permettent en combinaison avec (2.55) d'écrire :

$$\frac{d\eta}{\eta} = - \frac{U^2 dU}{\lambda U^2 \cos \theta + \sin \theta - U^3} \quad (2.56)$$

Aussi en utilisant les équations (2.46) et (2.47) couplées avec (2.55) nous obtenons :

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{2U^3 - \lambda U^2 \cos \theta - \sin \theta}{\lambda U^3 \cos \theta + U \sin \theta - U^4} dU \quad (2.57)$$

Les équations (2.56) et (2.57) ont été développées dans le but de les utiliser pour l'étude asymptotique qui suit.

2.4.2 Solution analytique du champ proche au voisinage de la source

Panache horizontal

Si nous considérons le cas d'un jet flottant horizontal au voisinage de la source avec une faible inclinaison, nous pouvons supposer que $\sin \theta \sim 0$ et $\cos \theta \sim 1$. Dans ces conditions, les équations (2.56) et (2.57) peuvent s'écrire comme suit :

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{-dU}{\lambda - U} \quad (2.58)$$

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{2U - \lambda}{\lambda U - U^2} dU \quad (2.59)$$

Après résolution, nous trouvons :

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \frac{\lambda - U}{\lambda - U_i} \quad (2.60)$$

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \frac{U_i \lambda - U_i}{U \lambda - U} \quad (2.61)$$

Ces équations peuvent être exprimées en fonction de Γ :

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \frac{\left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{u_a}{u_i}}{1 - \frac{u_a}{u_i}} \quad (2.62)$$

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{1 - \frac{u_a}{u_i}}{\left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{u_a}{u_i}} \quad (2.63)$$

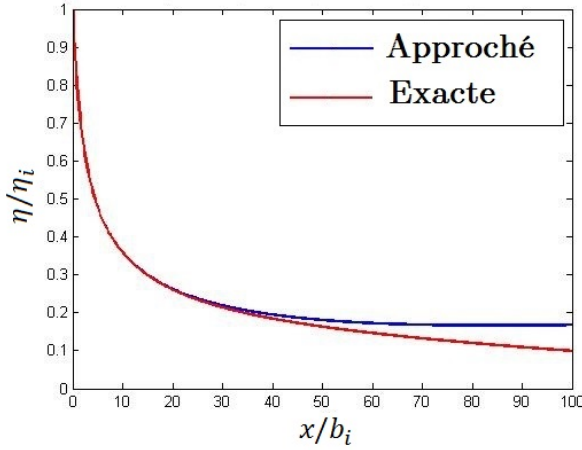


FIGURE 2.8 – Déficit de densité

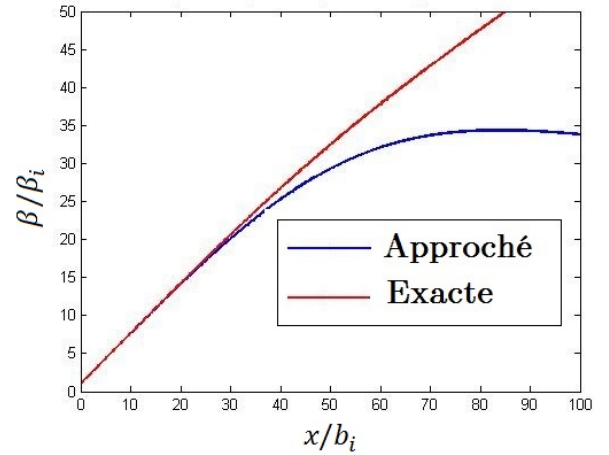


FIGURE 2.9 – Rayon corrigé

Pour justifier l'hypothèse de la solution du champ proche, une comparaison entre la solution analytique approchée et les résultats de la résolution numérique est présentée dans les figures 2.8 et 2.9, pour $K = 100$. Notons que les valeurs de simulation choisies sont : $b_i = 0.5 \text{ m}$, $\eta_i = 0.05$, $u_i = 10 \text{ m/s}$ et $u_a = 0.1 \text{ m/s}$

Nous montrons dans la figure 2.8 que le déficit de densité donné par la solution proche est en bonne concordance avec la solution numérique jusqu'à environ $50D$. En ce qui concerne le rayon corrigé, les solutions concordent jusqu'à environ $40D$, figure 2.9.

Panache vertical

Considérons maintenant l'écoulement du panache lorsqu'il éjecté verticalement en présence de l'entraînement du milieu ambiant. Sous l'effet de cet entraînement, le panache a tendance à s'incliner légèrement suivant la direction du vent. Dans ces conditions, $\sin \theta \sim 1$ et $\cos \theta \sim 0$. Les équations (2.56) et (2.57) s'écrivent alors :

$$\frac{d\eta}{\eta} = -\frac{U^2 dU}{1 - U^3} \quad (2.64)$$

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{2U^3 - 1}{U - U^4} dU \quad (2.65)$$

La résolution analytique des équations donne :

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \left(\frac{U^3 - 1}{U_i^3 - 1} \right)^{1/3} \quad (2.66)$$

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \frac{U_i}{U} \left(\frac{U_i^3 - 1}{U^3 - 1} \right)^{1/3} \quad (2.67)$$

De même, il est possible d'exprimer ces quantités directement en fonction de Γ , ainsi :

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \left(\frac{\Gamma_i - \Gamma}{1 - \Gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.68)$$

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \left(\frac{\Gamma(1 - \Gamma)}{\Gamma_i^2 \left(\frac{1}{\Gamma} - 1 \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.69)$$

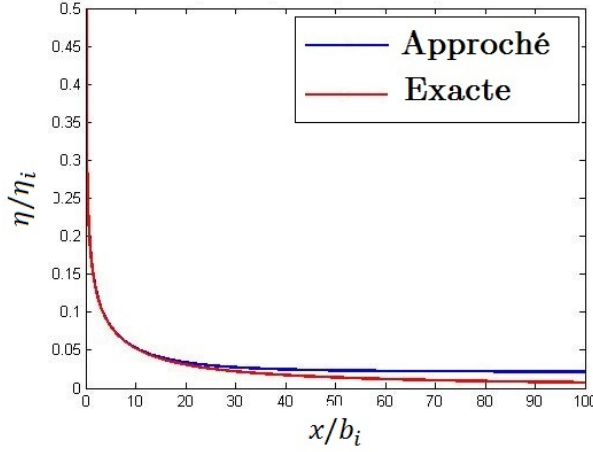


FIGURE 2.10 – Déficit de densité.

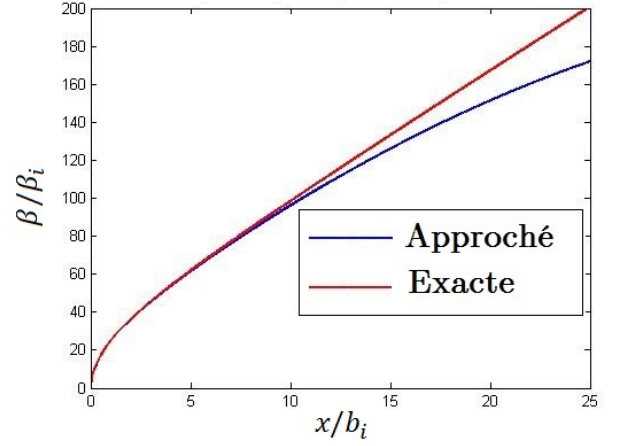


FIGURE 2.11 – Rayon corrigé.

Dans la figure 2.10, le déficit de densité donné par la solution proche est en bonne concordance avec la solution numérique jusqu'à environ $50D$. En ce qui concerne le rayon corrigé, les solutions concordent jusqu'à environ $40D$, figure 2.11.

Remarque : Une étude plus complète peut se faire en tenant compte de la force de traînée. L'introduction de ce paramètre dans l'équation (2.25) permet d'écrire :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta - C_D \frac{u_a^2 \sin \theta}{\beta u^2} \quad (2.70)$$

Avec C_D est le coefficient de traînée.

2.5 Résolution numérique

La résolution numérique du problème des panaches inclinés plans en présence d'une force d'entraînement extérieure et d'une force de traînée est effectuée par un algorithme

de Runge-Kutta d'ordre 4. Le schéma numérique adopté comporte les six équations suivantes :

$$\frac{du}{ds} = \frac{g\eta \sin \theta}{u} - \frac{2\alpha}{\beta}(u - u_a \cos \theta) \quad (2.71)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 2\alpha\left(2 - \frac{u_a}{u} \cos \theta\right) - \frac{g\eta\beta \sin \theta}{u^2} \quad (2.72)$$

$$\frac{d\eta}{ds} = -\frac{2\alpha\eta}{\beta} \quad (2.73)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta - C_D \frac{u_a^2 \sin \theta}{\beta u^2} \quad (2.74)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (2.75)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (2.76)$$

La résolution du système d'équations obtenu ci-dessus permet de caractériser le panache en fonction des paramètres d'entraînement, de trainée et de flottabilité.

Les figures 2.12 et 2.13 illustrent respectivement le comportement d'un panache vertical et horizontal pour plusieurs valeurs de K . Nous remarquons que le flux de quantité de mouvement ambiant n'a vraiment pas d'influence significative que lorsque $|K| < 10$, i.e. la vitesse du courant est au moins égale à un dixième de la vitesse d'éjection du fluide.

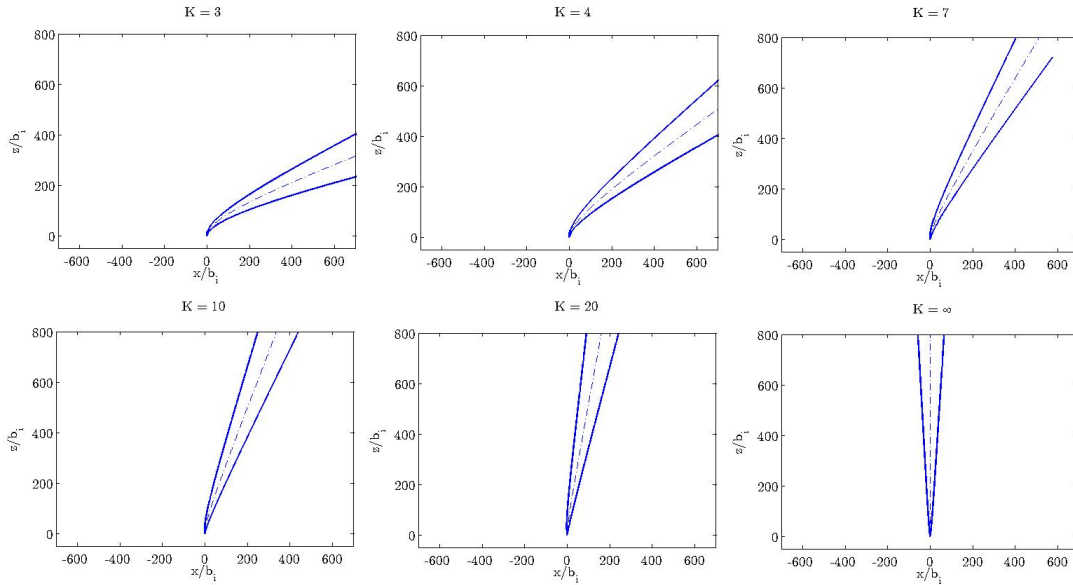


FIGURE 2.12 – Effet du courant de l'ambiance sur un panache vertical

Dans les figures 2.14 et 2.16 l'effet de la trainée (drag) sur le panache est montré dans le cas d'un panache vertical et d'un panache horizontal respectivement pour $K = 50$. L'effet de la trainée sur la trajectoire d'un panache vertical est plus important en comparaison à celui d'un panache horizontal.

Il est bien de noter que la force de trainée ne s'oppose pas au mouvement du panache

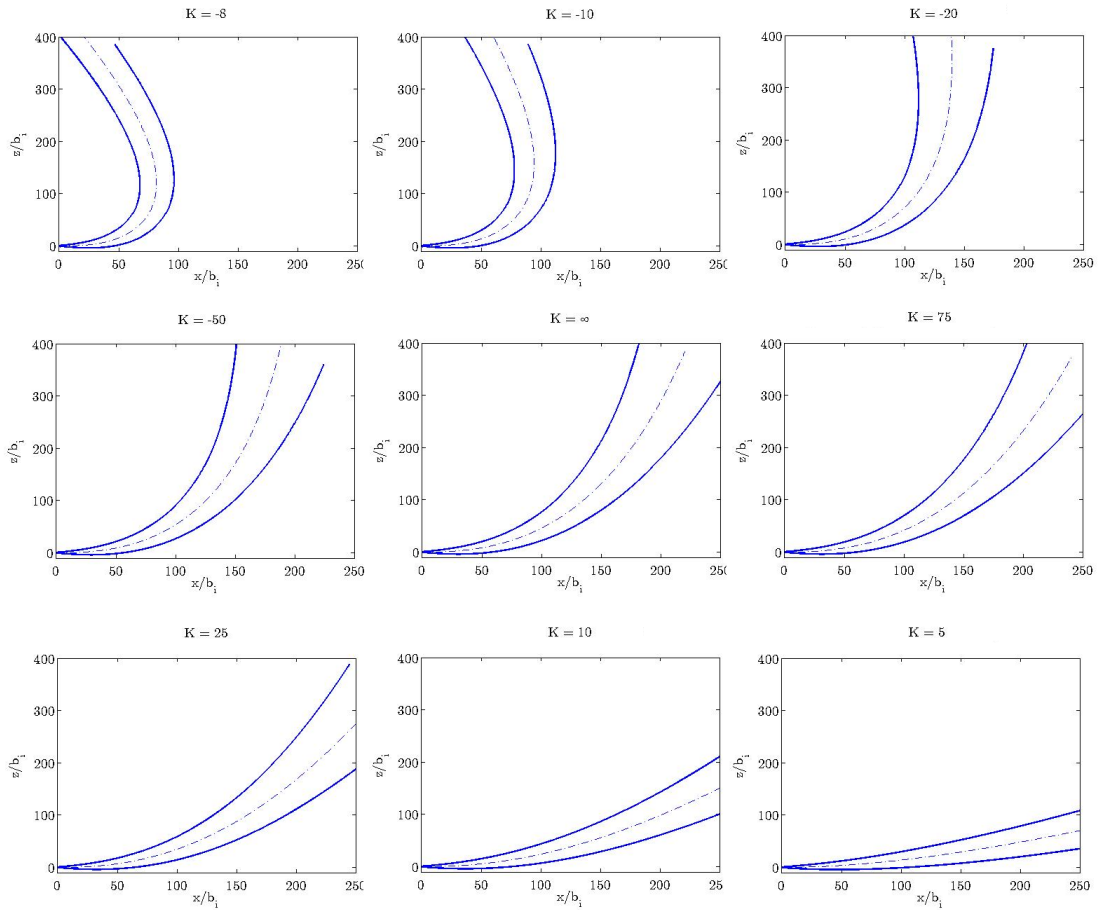


FIGURE 2.13 – Effet du courant de l’ambiance sur un panache horizontal

comme il vient souvent à l’esprit. Cette force s’ajoute à la force due au fluide ambiant et participe à la déflexion du panache dans le sens du vent. Jirka [2] a donné une explication physique à ce phénomène par analogie avec un écoulement autour d’un cylindre solide. Dans la région subcritique ($200 < Re_D < 10^5$), la couche limite se sépare à l’arrière du cylindre, ce qui entraîne une chute de pression ainsi qu’un sillage (wake) turbulent caractérisé par un champ de vorticité contre-tournant. Cette chute de pression engendre un effort dans le sens indiqué.

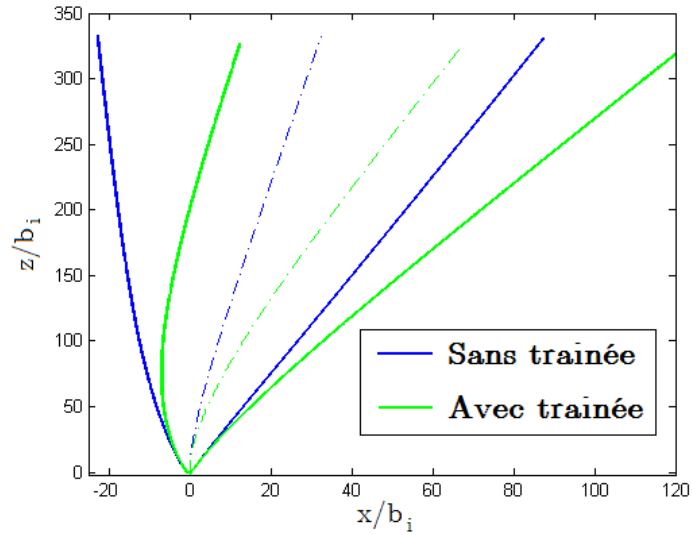


FIGURE 2.14 – Trajectoire du panache vertical avec entrainement $\frac{u_i}{u_a} = 50$.

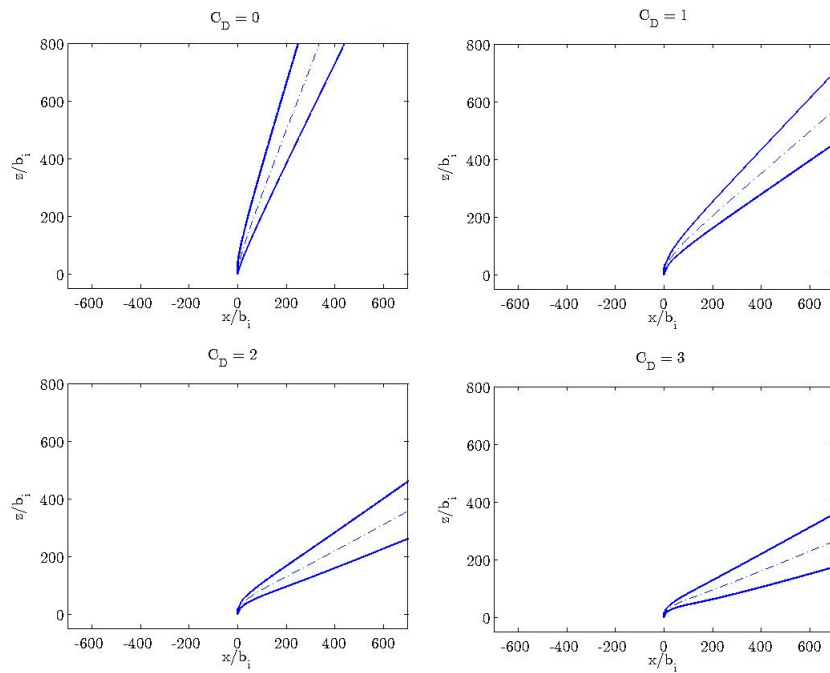


FIGURE 2.15 – Effet de la trainée sur un panache vertical

2.6 Résolution de l'écoulement dans le cas d'un milieu au repos

En absence d'entrainement du milieu extérieur, l'équation différentielle (2.50) donnant la fonction panache se réduit à :

$$\frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{3}{\cos \theta} - 3\Gamma \tan \theta \quad (2.77)$$

Cette équation peut être résolue analytiquement. La solution peut être exprimée à

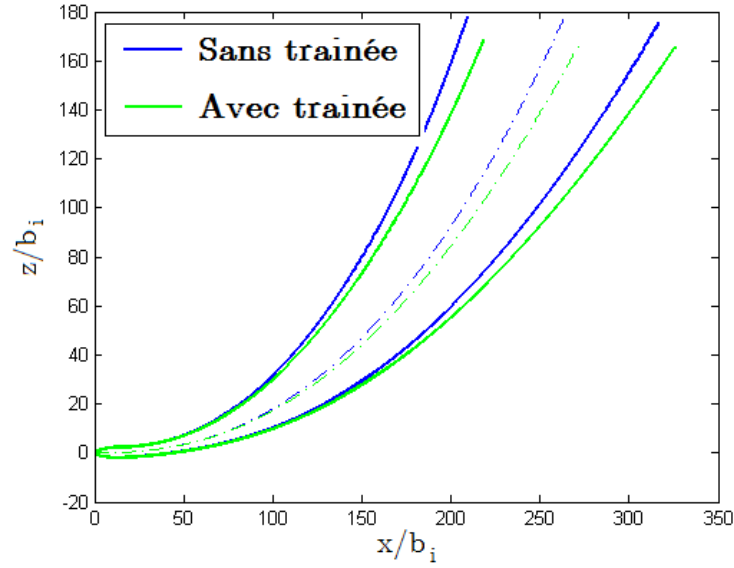


FIGURE 2.16 – Trajectoire du panache horizontal avec entrainement $\frac{u_i}{u_a} = 50$.

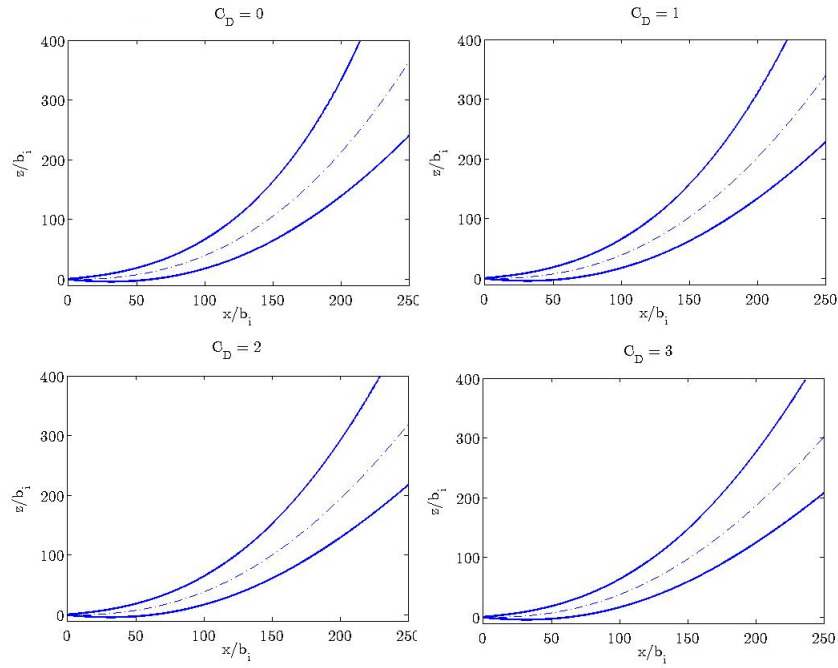


FIGURE 2.17 – Effet de la trainée sur un panache horizontal

l'aide des fonctions usuelles, nous trouvons alors :

$$\Gamma = A \cos^3 \theta + \sin \theta (1 + 2 \cos^2 \theta) \quad (2.78)$$

A est une constante d'intégration déterminée à l'aide des conditions initiales. Dans le cas générale, et pour un angle d'éjection θ_i , elle vaut :

$$A = \frac{\Gamma_i}{\cos^3 \theta_i} - (3 \tan \theta_i + \tan^3 \theta_i) \quad (2.79)$$

La connaissance de la fonction panache d'une manière explicite a permis de déterminer les lois de β et de η comme suit :

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta} \quad (2.80)$$

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_i} \quad (2.81)$$

L'équation (2.52) reste inchangée, car u dépend seulement de Γ .

A l'issu d'une recherche minutieuse sur les paramètres qui décrivent le déficit de densité, nous avons constaté que S , appelé la dilution, qui traduit le degré de mélange entre les fluides légers éjectés et le fluide environnant est le paramètre le plus fréquemment utilisé. La dilution est définie par $S = \frac{\rho_\infty - \rho_i}{\rho_\infty - \rho}$.

Aussi, la dilution peut être exprimée en fonction de η :

$$S = \frac{1 + \frac{\eta}{\eta_i}}{1 + \frac{1}{\eta_i}} \quad (2.82)$$

Dans notre étude, nous avons utilisé η comme paramètre décrivant le déficit de densité relatif.

2.6.1 Équation de la trajectoire

En l'absence d'entraînement, l'équation (2.25) est réécrite en utilisant (2.45) et (2.80) sous la forme :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\Lambda_i} \Gamma^{\frac{1}{3}} \cos^2 \theta \quad (2.83)$$

avec Λ_i est une longueur caractéristique définie par :

$$\Lambda_i = \frac{\beta_i \cos \theta_i}{2\alpha \Gamma_i^{\frac{2}{3}}} \quad (2.84)$$

La manipulation de l'équation (2.83) avec (2.75) et (2.76), en posant $T = \tan \theta$, conduit à :

$$\frac{dT}{d\xi} = (A + 3T + T^3)^{\frac{1}{3}} \quad (2.85)$$

$$\frac{dT}{d\zeta} = \frac{1}{T} (A + 3T + T^3)^{\frac{1}{3}} \quad (2.86)$$

La résolution analytique de ces deux dernières équations n'est pas possible, à cet effet, nous avons résolu le problème par une méthode numérique en utilisant l'algorithme RK4.

Néanmoins, il est possible de déterminer des solutions analytiques asymptotiques donnant T en fonction de ξ ou ζ dans les cas limites, cela est fait à l'aide d'une technique des mathématiques appliquées appelée méthode des perturbations qui donne les solutions au champ proche, et par des développements limités au voisinage de l'infini pour la recherche des solutions au champ lointain.

Cette technique stipule qu'il existe un paramètre de l'équation qui est très négligeable devant les autres quantités, ce paramètre est noté généralement ϵ . Trouver des approximations asymptotiques de perturbation est un art plutôt qu'une science; en effet, il n'y a pas de méthode "routine" appropriée à tous les problèmes ou à la même classe de problèmes.

Une fois les deux champs proche et lointains ont été trouvés, il faut qu'il y ait possibilité de raccordement (Maching) i.e. qu'il existe une zone dans laquelle les deux solutions sont valables, une telle zone est dite : *zone de recouvrement*.

Chapitre 3

Panaches ronds inclinés

Dans cette section, nous traitons le cas d'un panache rond entraîné par un milieu ambiant homogène non stratifié. La démarche de calcul ne diffère pas beaucoup de celle utilisée dans le cas plan. La figure 3.1 illustre le problème du panache rond incliné.

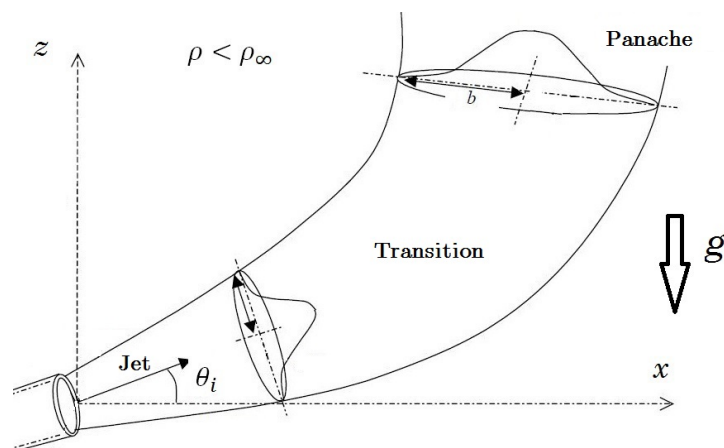


FIGURE 3.1 – Panache round incliné.

3.1 Mise en équations

Reprenons le problème du panache incliné plan déjà traité dans le chapitre 2 et considérons cette fois-ci un panache rond, i.e. le panache se développe axisymétriquement autour de son axe central repéré par sa coordonnée curviligne s et par son angle d'inclinaison θ .

Nous représentons dans la figure ?? un élément fluide cylindrique infinitésimal.

Équation de continuité

Reprenons la même démarche que dans le cas plan. Soit q_a le débit axial, et dq_r le débit radial élémentaire dû à l'entraînement du fluide ambiant. Nous avons :

$$q_a = \rho \pi b^2 u \quad (3.1)$$

$$dq_r = 2\pi b \alpha u \rho_\infty ds \quad (3.2)$$

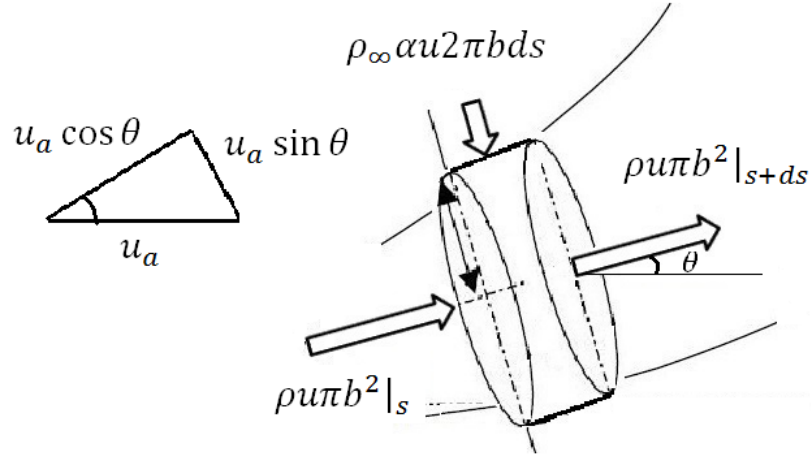


FIGURE 3.2 – Bilan dans un élément fluide cylindrique

La conservation du débit s'écrit sous la forme suivante :

$$q_a|_s + dq_r = q_a|_{s+ds} \quad (3.3)$$

d'où :

$$dq_a = dq_r \quad (3.4)$$

Ce qui implique que :

$$\frac{d(\rho b^2 u)}{ds} = 2\alpha_e b \rho_\infty u \quad (3.5)$$

Conservation de la quantité de mouvement

La projection de l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivant les directions x et z donne :

$$d(q_a u \cos \theta) = dq_r u_a \quad (3.6)$$

$$d(q_a u \sin \theta) = dF_A \quad (3.7)$$

avec dF_A est la poussée d'Archimède écrite comme suit :

$$dF_A = 2\pi g b^2 (\rho_\infty - \rho) ds \quad (3.8)$$

Ainsi nous arrivons à écrire :

$$\frac{d(\rho b^2 u^2 \sin \theta)}{ds} = gb^2(\rho_\infty - \rho) \quad (3.9)$$

$$\frac{d(\rho b^2 u^2 \cos \theta)}{ds} = 2\alpha_e b u_a u \quad (3.10)$$

Conservation de l'énergie

L'énergie E du fluide est égale à :

$$E = q_a h \quad (3.11)$$

avec h est l'enthalpie définie par :

$$h = c_p(T - T_1) \quad (3.12)$$

En absence de sources de chaleurs extérieures, l'énergie se conserve, ainsi :

$$\frac{dE}{ds} = 0 \quad (3.13)$$

En utilisant l'équation (2.15) définissant le coefficient de compressibilité κ , l'équation de conservation de l'énergie se met sous la forme suivante :

$$\frac{d(b^2 u (\rho_\infty - \rho))}{ds} = 0 \quad (3.14)$$

Nous introduisons le coefficient d'entraînement corrigé et le rayon modifié, respectivement définis par :

$$\alpha_e = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

$$\beta = b \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont réécrites en fonction des variables β , η et u sous la forme suivante :

$$\frac{d(\beta^2 u)}{ds} = 2\alpha\beta u \quad (3.17)$$

$$\frac{d(\beta^2 u^2 \cos \theta)}{ds} = 2\alpha\beta u_a u \quad (3.18)$$

$$\frac{d(\beta^2 u^2 \sin \theta)}{ds} = g\eta\beta^2 \quad (3.19)$$

$$\frac{d(\eta\beta^2 u)}{ds} = 0 \quad (3.20)$$

La manipulation des équations (3.18) et (3.19) donne :

$$\frac{d(\beta^2 u^2)}{ds} = g\beta^2 \eta \sin \theta + 2\alpha\beta u u_a \cos \theta \quad (3.21)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha}{\beta} \left(\frac{u_a}{u} \right) \sin \theta \quad (3.22)$$

Nous obtenons enfin un système d'équations différentielles (3.17), (3.20), (3.21) et (3.22), que nous tentons de résoudre dans ce qui suit pour les cas d'un jet et d'un panache.

3.2 Solution du problème de l'écoulement dans le cas d'un jet

En absence des forces de flottabilité, le jet n'est soumis qu'à l'effort du courant. Le système précédent s'écrit sous la forme :

$$\frac{d(b^2 u)}{ds} = 2\alpha b u \quad (3.23)$$

$$\frac{d(b^2 u^2)}{ds} = 2\alpha b u u_a \cos \theta \quad (3.24)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{2\alpha}{b} \left(\frac{u_a}{u} \right) \sin \theta \quad (3.25)$$

En introduisant les flux de débit et de quantité de mouvement définis par :

$$Q = b^2 u \quad (3.26)$$

$$M = b^2 u^2 \quad (3.27)$$

Le système ainsi devient :

$$\frac{dQ}{ds} = 2\alpha M^{\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

$$\frac{dM}{ds} = 2\alpha M^{\frac{1}{2}} u_a \cos \theta \quad (3.29)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{2\alpha u_a}{M^{\frac{1}{2}}} \sin \theta \quad (3.30)$$

Les expressions de M , de Q et de u sont similaires à celles données par les équations (2.35), (2.36) et (2.37) dans le cas d'un jet plan, par contre l'expression du rayon est différente. Dans ce cas, cette dernière s'écrit :

$$\frac{b}{b_i} = (1 + K(\sin \theta_i \cot \theta - \cos \theta_i)) \left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.31)$$

La solution paramétrée de l'équation de la trajectoire ne peut être donnée analytiquement.

ment que suivant la direction horizontale, nous obtenons alors en remplaçant M pas sa valeur dans l'équation (3.30) sachant que $dx = ds \cos \theta$:

$$\frac{d\xi}{d\theta} = -\frac{K \cos \theta}{2 \sin^{3/2} \theta} \quad (3.32)$$

avec $\xi = x/\Lambda_i$ et $\Lambda_i = \frac{b_i \sin \theta_i}{\alpha}$.

Ainsi, nous obtenons :

$$\xi(\theta) = K \left(\frac{1}{\sqrt{\sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\sin \theta_i}} \right) \quad (3.33)$$

Pour une éjection verticale, et sachant que $\tan \theta = d\zeta/d\xi$, l'équation de la trajectoire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = \left(\left(1 + \frac{\xi}{K} \right)^4 - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.34)$$

Cette équation différentielle ne peut pas être résolue analytiquement, les solutions exactes ne peuvent pas être obtenues. Les solutions numériques pour ce cas ont été obtenues en utilisant l'algorithme de RK4. Pour les champs proches et lointains, des solutions analytiques peuvent être trouvées. Selon que ξ est petit ou grand devant l'unité, des approximations peuvent être faites.

Champ proche

En faisant un développement limité au voisinage de zéro, nous trouvons après intégration la solution du champ proche suivante :

$$\zeta_K(\xi) = K^{\frac{1}{2}} \xi^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} K^{-\frac{1}{2}} \xi^{\frac{3}{2}} + \frac{11}{160} K^{-\frac{3}{2}} \xi^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{128} K^{-\frac{5}{2}} \xi^{\frac{7}{2}} - \frac{47}{6144} K^{-\frac{7}{2}} \xi^{\frac{9}{2}} + O(\xi^{\frac{11}{2}}) \quad (3.35)$$

Nous présentons dans 3.3 la solutions analytique asymptotique du champ proche comparée avec la solution numérique. Nous remarquons que la solution du champ proche est confondue au début avec la solution numérique. Cette solution s'écarte de la solution exacte lorsque $\xi = 60$.

Champ lointain

Pour des valeurs très grande de ξ , le développement limité au voisinage de l'infini suivi d'une intégration permet de déterminer la solution analytique du champ lointain, ainsi :

$$\zeta_K(\xi) = -\frac{11}{10} \frac{K^6}{\xi^5} + \frac{K^5}{\xi^4} - \frac{K^4}{\xi^3} + \frac{K^3}{\xi^2} - \frac{K^2}{\xi} + A + O\left(\frac{1}{\xi^6}\right) \quad (3.36)$$

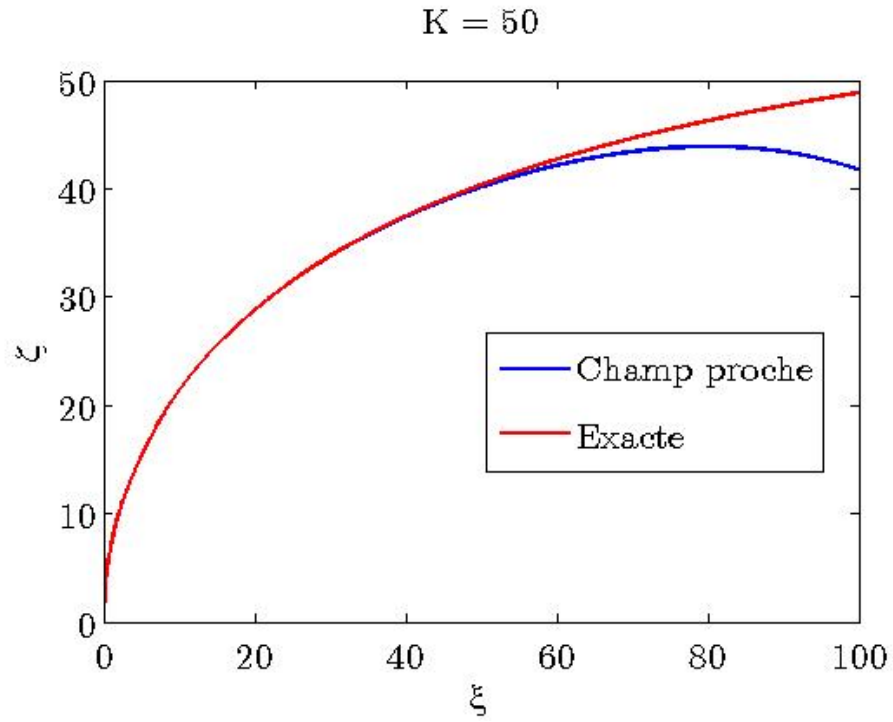


FIGURE 3.3 – Champ proche

avec A est une constante déterminée par le raccordement de la solution des champs proche et lointain. La figure 3.4 montre la solution du champ lointain comparée à la solution nu-

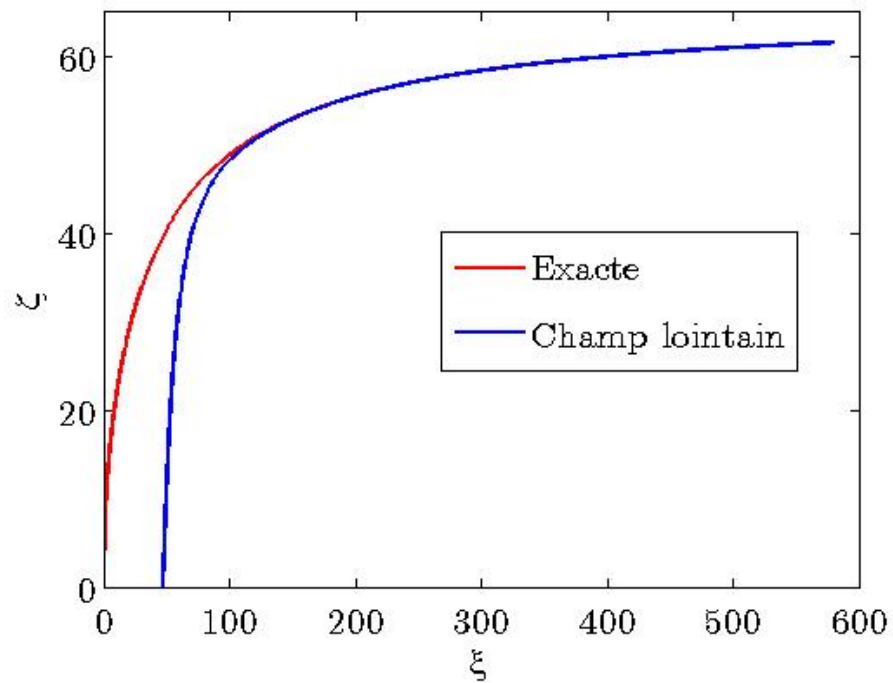


FIGURE 3.4 – Champ lointain

mérique. Cette solution est applicable au-delà d'une certaine valeur de ξ , dans cet exemple est de 150. La figure 3.5 illustre les deux champs, malheureusement, il n'y a pas une zone

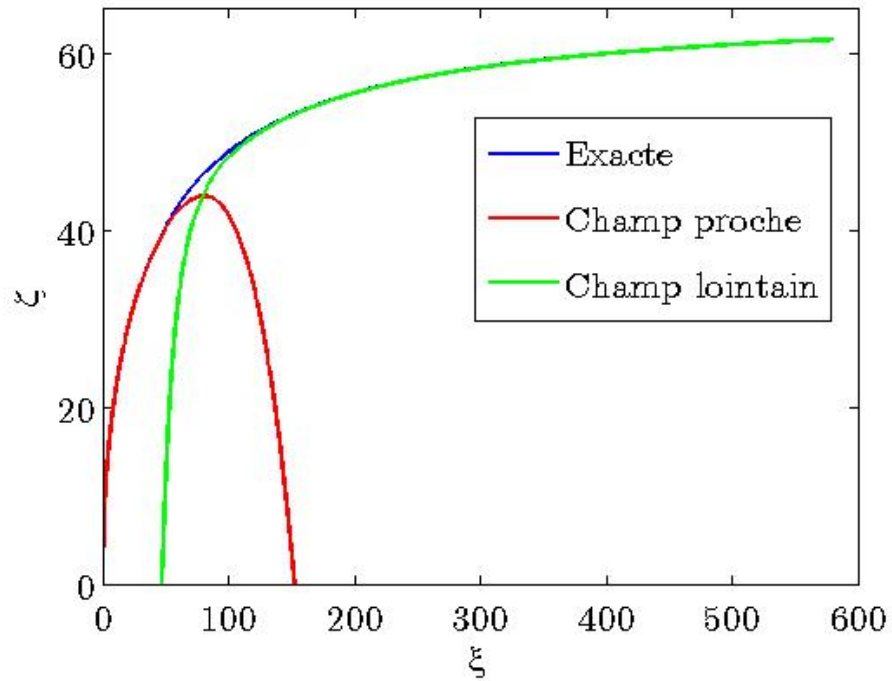


FIGURE 3.5 – Raccordement

de recouvrement dans laquelle les deux solutions se superposent. La figure 3.6 estime l'erreur commise dans l'utilisation des solutions analytiques asymptotiques raccordées. Cette erreur est maximale pour ξ environ égale à 80. L'erreur relative correspondante est de 5 %.

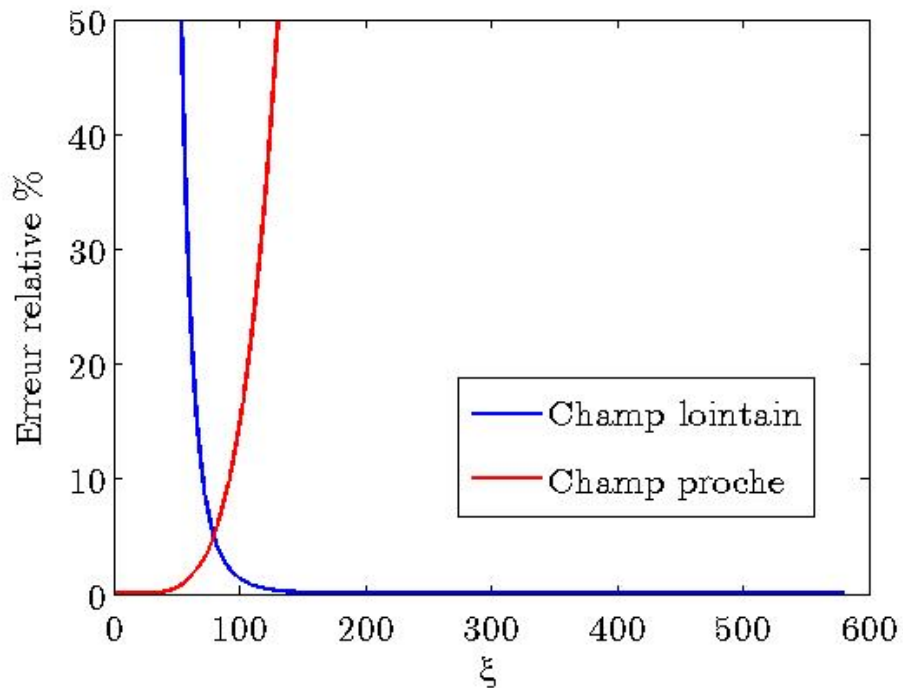


FIGURE 3.6 – Erreur relative

3.3 Solution du problème de l'écoulement dans le cas d'un panache

Nous introduisons la fonction panache Γ pour un panache rond définie cette fois-ci par :

$$\Gamma = \frac{5}{8\alpha} \frac{g\eta\beta}{u^2} \quad (3.37)$$

Rappelons encore une fois que cette fonction traduit la compétition entre les effets de flottabilité et de quantité de mouvement.

En utilisant l'équation de la trajectoire (3.22) et après développement des dérivées des produits et introduction de la fonction Γ , nous obtenons le système d'équations donnant les gradients de la vitesse, du rayon modifié et du déficit de densité :

$$\frac{1}{u} \frac{du}{d\theta} = \frac{\left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta + \frac{4}{5}\Gamma \sin \theta - 1}{\frac{4}{5}\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (3.38)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\theta} = \frac{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta - \frac{2}{5}\Gamma \sin \theta}{\frac{4}{5}\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (3.39)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\theta} = -\frac{1}{\frac{4}{5}\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (3.40)$$

En différenciant les fonction panache dans 3.37, nous obtenons :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\theta} + \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\theta} - \frac{2}{u} \frac{du}{d\theta} \quad (3.41)$$

Ainsi l'équation différentielle donnant la fonction de panache est :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{2 - \frac{5}{2} \left(\frac{u_a}{u}\right) \cos \theta - 2\Gamma \sin \theta}{\frac{4}{5}\Gamma \cos \theta - \left(\frac{u_a}{u}\right) \sin \theta} \quad (3.42)$$

Dans ce cas, on ne remarque aucune relation entre la fonction panache et les autres paramètres, contrairement au cas plan, qui donne une relation explicite entre Γ et u . La résolution de cette équation n'est pas possible analytiquement.

Dans le cas de l'absence de l'entraînement du milieu extérieur, l'équation (3.42) devient :

$$\frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{\cos \theta} - \Gamma \tan \theta \right) \quad (3.43)$$

3.4 Résolution numérique

Dans cette section, nous allons présenter les résultats du code numérique qui résout les équations de conservation en présence de l'entraînement ambiant. Dans les simulations,

nous choisissons les valeurs suivantes : $D = 0.5 \text{ m}$, $u_i = 10 \text{ m/s}$ et $\eta = 0.1$.

Effet du flux ambiant sur un panache vertical

En faisant varier le coefficient K entre l'infini et 5, nous obtenons les trajectoires du panache. Nous remarquons que sous l'effet du courant ambiant le panache tend à s'incliner, l'effet de ce courant devient important lorsque le coefficient K est inférieur ou égale à 10 (3.7).

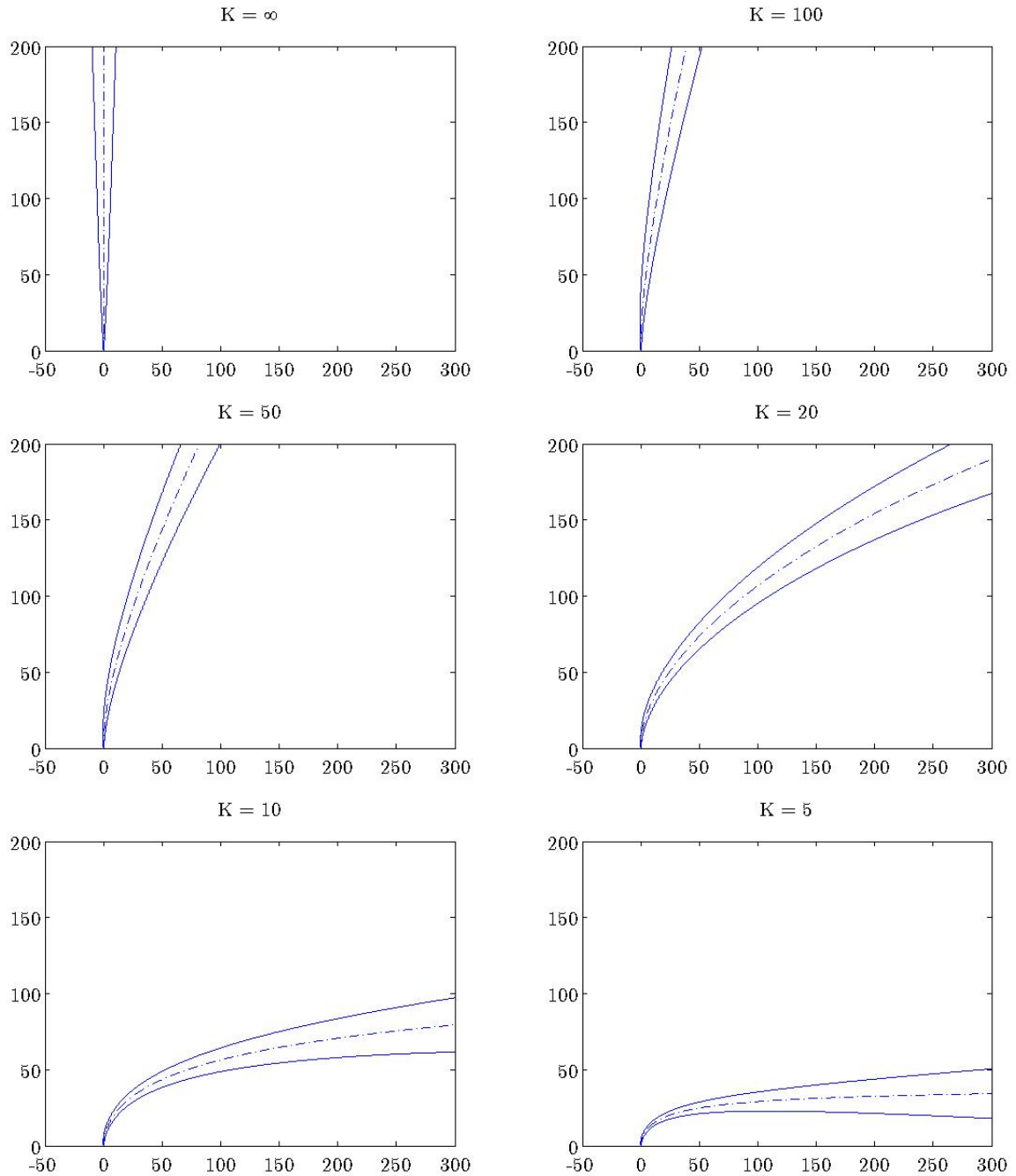


FIGURE 3.7 – Effet du courant ambiant sur un jet flottant vertical

Effet de la trainée

La figure 3.8 présente l'effet de la trainée sur un panache éjecté verticalement depuis une source avec un k pris égale à 50. Remarquons que pour des coefficients de trainée situés entre 0 et 1, le panache reprend suite au soufflage très sensiblement, une évaluation précise de C_D permet une prédiction meilleure du comportement du panache, Jirka [2] propose un coefficient de 1.2.

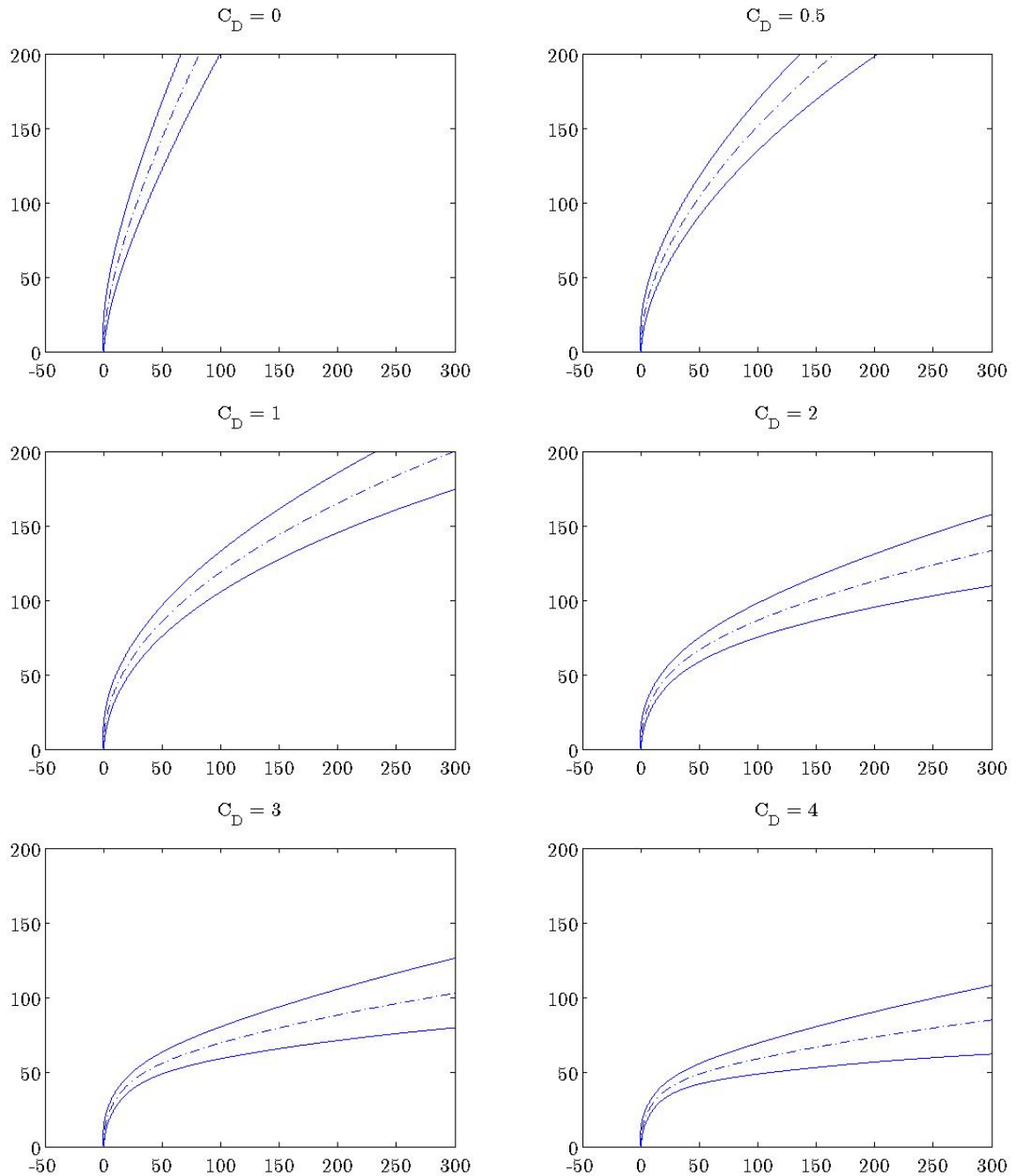


FIGURE 3.8 – Effet de la trainée sur un jet flottant vertical

Paramètres de l'écoulement

La figure 3.9 et 3.10 présentent respectivement les variations de la vitesse le long du jet ($\eta = 0$) et du panache. Remarquons que la vitesse tend vers celle de l'ambiance très rapidement dans le cas d'un jet, ceci est expliqué par le fait que le flux de flottabilité est absent dans ce cas. Dans les figures 3.11 et 3.12, les variations du rayon sont présentées en

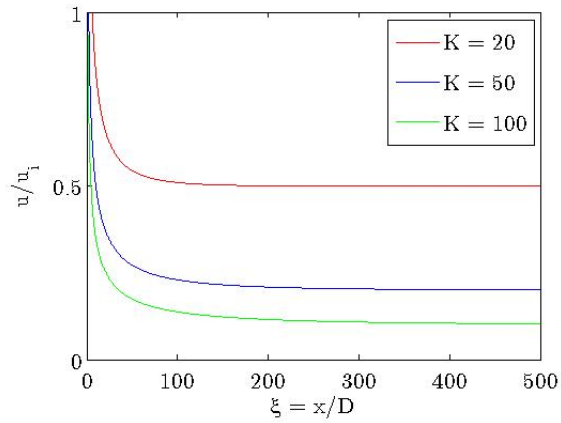


FIGURE 3.9 – Vitesse du jet

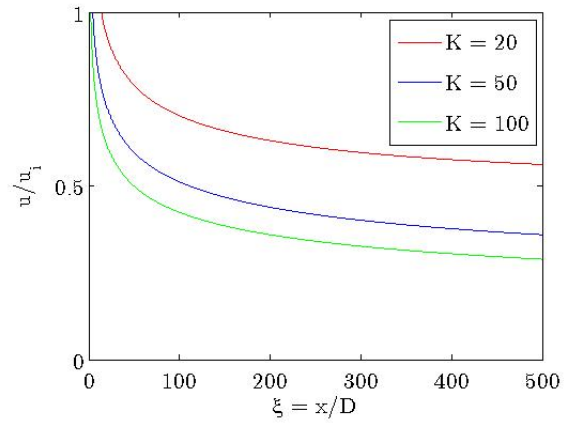


FIGURE 3.10 – Vitesse du panache

fonction de la coordonnée horizontale adimensionnelle $\xi = x/D$. Remarquons que, plus K est important, plus le rayon est grand. La variation devient linéaire plus loin de la source et de pente constante pour le jet. Néanmoins, pour le panache, cette pente est d'autant plus abrupte que le courant ambiant est faible.

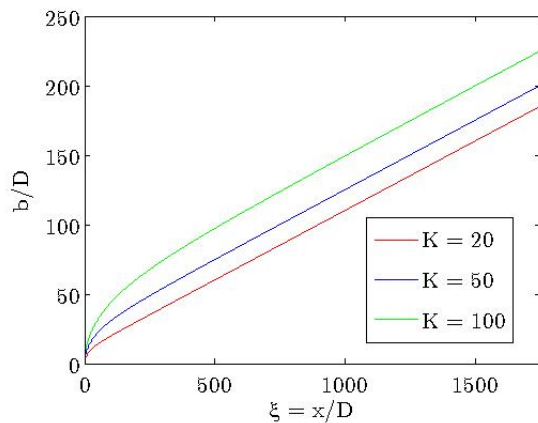


FIGURE 3.11 – Rayon du jet

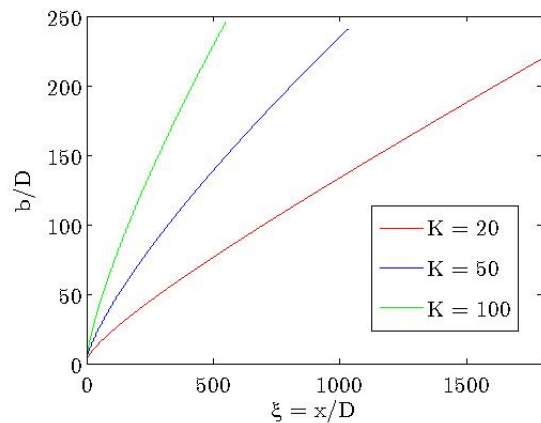


FIGURE 3.12 – Rayon du panache

La figure 3.13 montre les variations de η en fonction de ξ . Nous remarquons que la dilution est forte ; en effet, l'écart relatif entre la densité du panache et celle de l'ambiance atteint pratiquement 5 % de la valeur initiale au bout de 10 D .

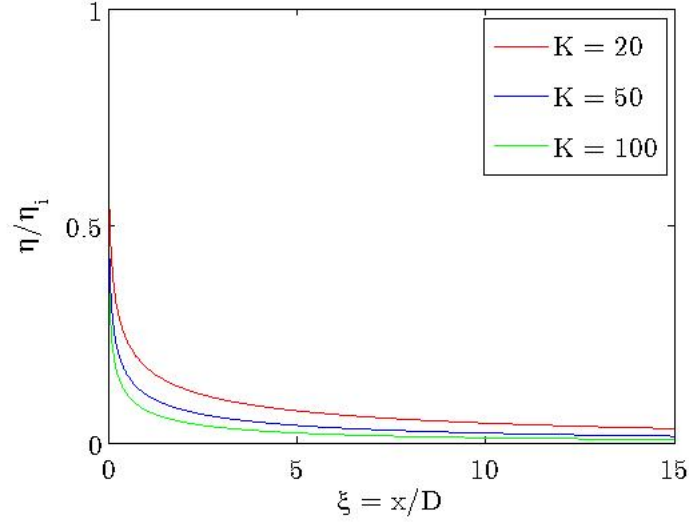


FIGURE 3.13 – Déficit de densité du panache

3.5 Écriture généralisée

Dans cette section, nous envisageons une écriture condensée pour traiter simultanément le cas plan et le cas rond dans l'étude des jets flottants turbulents. Les équations de conservation sont réécrites comme suit :

$$\frac{d(\rho b^{2j} u)}{ds} = 2\alpha_e \rho_\infty u b^{2j-1} \quad (3.44)$$

$$\frac{d(\rho b^{2j} u^2 \cos \theta)}{ds} = 2\alpha_e \rho_\infty u_a u b^{2j-1} \quad (3.45)$$

$$\frac{d(\rho b^{2j} u^2 \sin \theta)}{ds} = g b^{2j} (\rho_\infty - \rho) \quad (3.46)$$

$$\frac{d(b^{2j} u (\rho_\infty - \rho))}{ds} = 0 \quad (3.47)$$

avec

$$\alpha_e = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{j-\frac{1}{2}}$$

$j = \frac{1}{2}$ dans le cas plan, et $j = 1$ dans le cas rond.

En faisant introduire les paramètres modifiés, nous avons :

$$\frac{d(\beta^{2j}u)}{ds} = 2\alpha u \beta^{2j-1} \quad (3.48)$$

$$\frac{d(\beta^{2j}u^2)}{ds} = g\eta \beta^{2j} \sin \theta + 2\alpha u_a u \cos \theta \beta^{2j-1} \quad (3.49)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta \quad (3.50)$$

$$\frac{d(\eta \beta^{2j}u)}{ds} = 0 \quad (3.51)$$

avec

$$\beta = b \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\frac{3}{2}-j} \quad \eta = \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Si nous considérons l'effet de trainée, l'équation (3.50) devient :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta - \frac{2\alpha u_a}{\beta u} \sin \theta - C_D \frac{\mathbf{u}_a^2 \sin \theta}{\beta \mathbf{u}^2} \quad (3.52)$$

Nous introduisons la fonction panache définie par :

$$\Gamma = G \frac{g\eta\beta}{\alpha u^2} \quad (3.53)$$

avec

$$G = \frac{3}{8} + \frac{j}{4}$$

La connaissance de Γ permet de connaître parfaitement les propriétés du panache.

$$\frac{u}{u_i} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma} \right)^{j/3+1/6} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_i} \right)^{j/2-1/4} \quad (3.54)$$

$$\frac{\beta}{\beta_i} = \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i} \right)^{-j/3+5/6} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta} \right)^{-j/2+5/4} \quad (3.55)$$

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma} \right)^{j/3+1/6} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_i} \right)^{j/2+3/4} \quad (3.56)$$

Nous démontrons de même que Γ est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{a} \frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \Gamma \tan \theta \quad (3.57)$$

avec

$$a = \frac{7}{2} - j$$

La fonction panache est donnée en fonction de θ par :

$$\Gamma(\theta) = \left(\frac{\Gamma_i}{\cos^{5/2} \theta_i} + \frac{1}{a} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{du}{\cos^{a+1} u} \right) \cos^{5/2} \theta \quad (3.58)$$

En posant $T = \tan \theta$, l'équation de la trajectoire est donnée par :

$$\frac{dT}{d\xi} = \Gamma_i^{-j/3+5/6} \Gamma_i^{j/3+1/6} (1 + T^2)^{j/4+3/8} \quad (3.59)$$

avec ξ est la coordonnée horizontale adimensionnelle et Λ_i est une longueur caractéristique définie en fonction des conditions initiales, ainsi :

$$\xi = x/\Lambda_i \quad \Lambda_i = G\beta_i(\cos \theta_i)^{-j/2+5/4}$$

Chapitre 4

Étude expérimentale

4.1 Introduction

Dans la partie expérimentale de l'étude que nous avons menée, nous avons validé le modèle théorique décrivant le comportement d'un jet flottant turbulent incliné par une série d'expérience. Cela nous a permis de déterminer les limites d'applicabilité du modèle de Morton *et al.* [12].

Les expériences réalisées ont été faites sur des jets d'hélium avec plusieurs taux de dilution, la visualisation de l'écoulement est faite à l'aide d'une caméra digitale située perpendiculairement au plan laser qui coïncide avec le plan de la trajectoire de la ligne centrale du jet rond.

Cette technique a été utilisée par Papanicolaou [45](1984), Papanicolaou & List [57] (1988) et Kikkert [46] (2006). Ce dernier a utilisé la technique de l'atténuation de la lumière (LA) ainsi que la LIF pour la détermination des trajectoires et la mesure des concentrations.

4.2 Dispositif expérimental

Les expériences sont réalisées sur un banc d'essai schématisé sur la figure 4.1. Un mélange d'air et d'hélium est éjecté par une buse de section circulaire à différents débits et pour plusieurs angles d'inclinaison. Les débits d'air et d'hélium sont contrôlés par des débitmètres massiques à affichage digital de marque *Broukhorst*. Les débits mesurés varient entre 10 *l/min* et 200 *l/min*.

Pour visualiser l'écoulement, le mélange estensemencé par des sels de chlorure d'ammonium NH_4Cl obtenus par une réaction chimique entre de l'ammoniaque et des vapeurs d'acide. Les particules sont éclairées par un plan laser de marque RGBLase de puissance optique de sortie de 2 *W*. La lumière émise est verte de longueur d'onde 532 *nm*. Le plan laser coïncide parfaitement avec le plan de la trajectoire de la ligne centrale du panache. La succession d'image des panaches est enregistrée à l'aide d'une caméra digitale

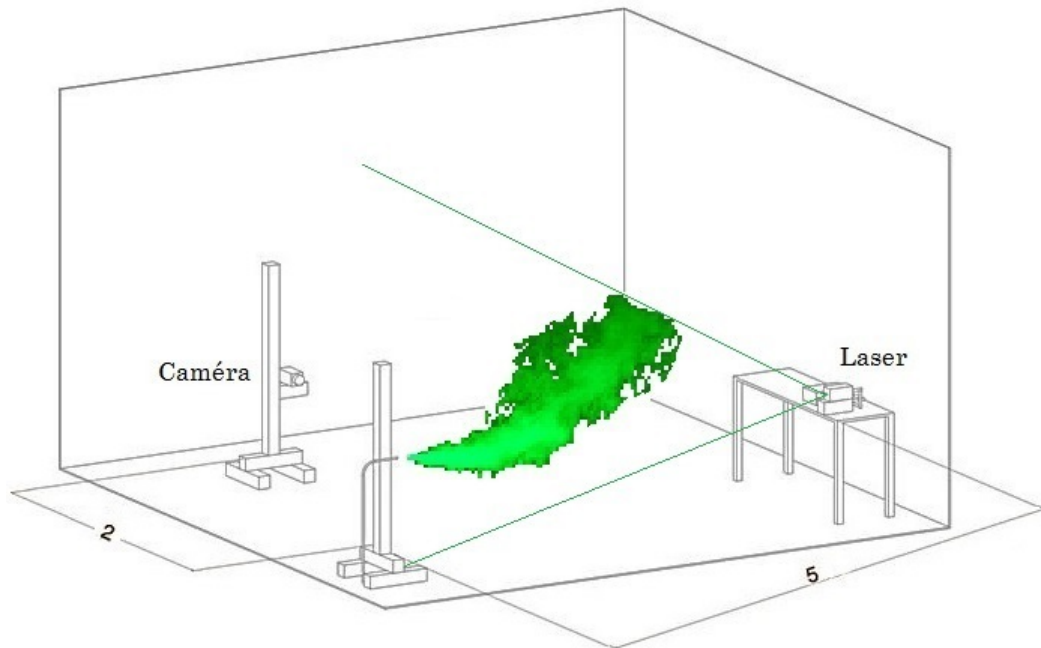


FIGURE 4.1 – Schéma du dispositif expérimental.

de marque *PowerViewTM Plus*, située perpendiculairement au plan laser, à une distance de 2 m (Fig. 4.1).

La fréquence d'acquisition des images, réglable grâce au logiciel CamWare, été fixée à 25 images par seconde. Pour chaque test, nous récupérons donc sur une durée de 30 secondes environ 600 images. Pour la correspondance entre le pixel de l'image et la longueur réelle, nous utilisons une *mire* (règle graduée) positionnée dans le plan du panache. Ce dispositif nous permet de fixer la résolution spatiale qui sera ici d'environ un millimètre.

Ces expériences nécessitent des conditions d'environnement bien contrôlées (pas de perturbations extérieures). Aussi, des parois en plexiglas ont été aménagées autour du banc pour prévenir de ces perturbations, sans altérer néanmoins le processus d'entraînement de l'air ambiant.

Dans notre étude, nous avons réalisé des expériences avec un diamètre de la buse d'éjection de 12.5 mm. Pour ce diamètre, plusieurs débits et plusieurs angles d'inclinaison ont été testés. La figure 4.2 est une photographie d'un panache éclairé par laser.

4.3 Protocole expérimental

Une fois le banc d'essai a bien été installé, nous procédons comme suit dans les expériences :

- Ouvrir les vannes de l'hélium et de l'air et noter le débit volumique de chacun.
- Éteindre la lumière et allumer le laser et faire correspondre le plan laser au plan du panache contenant la ligne centrale.

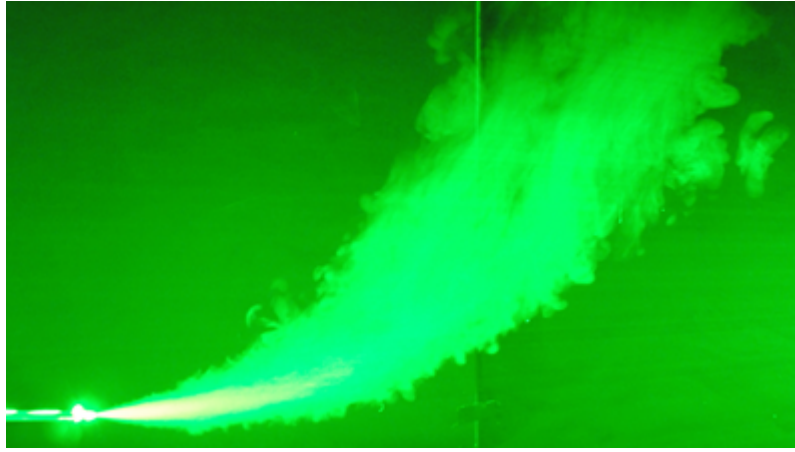


FIGURE 4.2 – Photographie d'un résultat expérimental.

- Laisser s'étaler le jet flottant environ 1 minute pour s'assurer que le régime permanent a bien été atteint.
- Lancer l'acquisition pendant environ 300 secondes puis sauvegarder les images.
- Fermer les vannes et activer la ventilation afin d'évacuer la salle de l'hélium.
- Post-traiter les images afin d'en extraire le coefficient d'entraînement.

4.4 Post-traitement des images

Pour l'obtention des résultats sous forme d'images, un post-traitement s'impose. L'étape suivante donc consiste à post-traiter les images afin d'en extraire des informations quantitatives sur la trajectoire et l'épanouissement du panache. Ceci est fait à l'aide des logiciels ImageJ et MATLAB. L'écoulement étant de nature turbulente, la détermination de la trajectoire ne peut se faire qu'après une moyenne des images permettant de s'affranchir des fluctuations. ImageJ est utilisé pour extraire une image moyenne (en intensité de niveaux de gris) à partir de 600 images instantanées. Cette image moyenne est ensuite exportée vers MATLAB pour tracer les contours des lignes d'égalité d'intensité. La figure 4.3 présente l'image moyennée ainsi que les trajectoires obtenues théoriquement, pour un panache éjecté horizontalement. Pour le même essai, la figure 4.4 représente les iso-densités basées sur les iso-niveaux de gris.

Afin de comparer les résultats du modèle théorique à ceux de l'expérience, nous avons choisi comme critère le rayon du panache. En pratique, ce rayon est obtenu, pour les expériences, par une méthode de seuillage des niveaux de gris effectuée avec le logiciel ImageJ. Le seuil du niveau de gris que nous avons considéré dans cette étude correspond à 35 % du niveau de gris maximal sur toute l'image. Par exemple, la figure 4.3 présente une image moyenne sur laquelle cette méthode de seuillage a été appliquée. Notons que le maximum de niveau de gris sur l'ensemble des pixels de cette image est de 255. Ceci implique que le seuil de niveaux de gris considéré est de 90. Finalement, tous les pixels

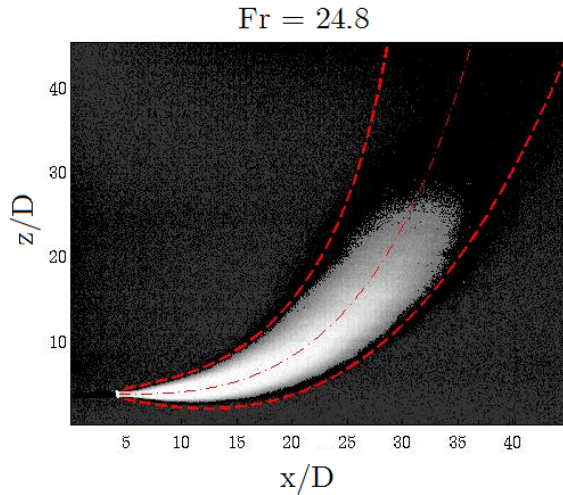


FIGURE 4.3 – Image moyennée de la trajectoire.

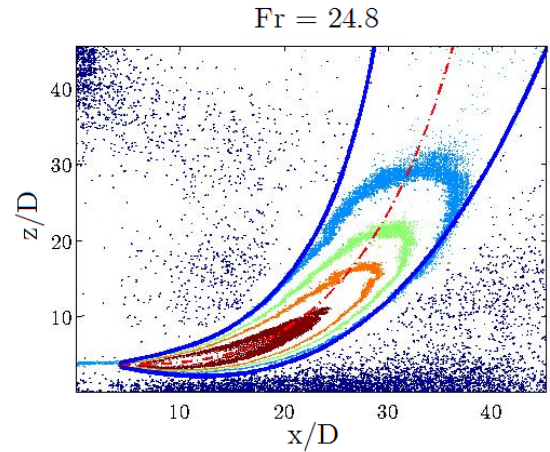


FIGURE 4.4 – Contours des concentrations.

ayant un niveau de gris inférieur à environ 90 seront mis à zéro (zone en noire sur la figure 4.3). Les zones éclairées quant à elles, correspondent à l'écoulement principal du panache. Quant à la ligne centrale traduisant la trajectoire du panache, elle sera calculée en faisant la moyenne entre l'intrados et l'extrados du panache.

Quelques auteurs, citons à titre d'exemple Kikkert [46] (2006) considère que la ligne centrale peut être déterminée sur la base des niveaux de gris associés aux valeurs maximales des concentrations. En d'autres termes, la ligne centrale est pour nous celle qui correspondra aux pics dans les profils radiaux des concentrations. (Fig. 4.5).

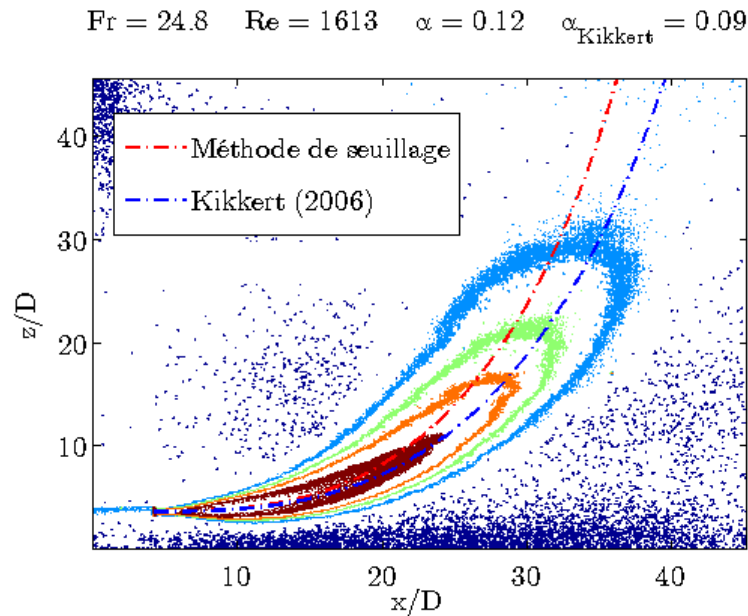


FIGURE 4.5 – Comparaison entre les deux critères de détermination de la ligne centrale.

La figure 4.5 présente une comparaison entre la trajectoire obtenue selon la méthode

de seuillage utilisée (en rouge) et la trajectoire obtenue selon Kikkert [46] (en bleu), nous remarquons que le coefficient donné par la première méthode est de 0.12, tandis que celui donné selon Kikkert [46] est de 0.09, i.e. une diminution dans l'entraînement de 25% par rapport à notre valeur.

4.5 Résultats et discussion

Les résultats obtenus numériquement avec le modèle développé sont confrontés à ceux obtenus expérimentalement afin d'évaluer la valeur du coefficient d'entraînement α . Le choix de α adéquat se fait visuellement de telle sorte que la frontière défini par la méthode de seuillage soit compatible avec la trajectoire déterminée théoriquement. Si ce coefficient conserve toujours une même valeur, on pourra considérer que l'approche théorique est satisfaisante, sinon, en cas de forte dispersion de la valeur de α il conviendra de réfléchir à une à modélisation plus élaborée du processus d'entraînement.

4.5.1 Cas des panaches horizontaux

Pour des nombres de Froude $Fr = 24.8, 31.3, 36.8$ et 44.9 relatifs à chaque expérience, les valeurs du coefficient d'entraînement α correspondants sont 0.12, 0.13, 0.13 et 0.13. Les comparaisons entre la solution numérique présentée par un trait en pointillé et l'expérience sont montrées sur la figure 4.6. Nous remarquons que le modèle reproduit de façon satisfaisante la trajectoire ainsi que le rayon du panache pour le nombre de Froude 24.8.

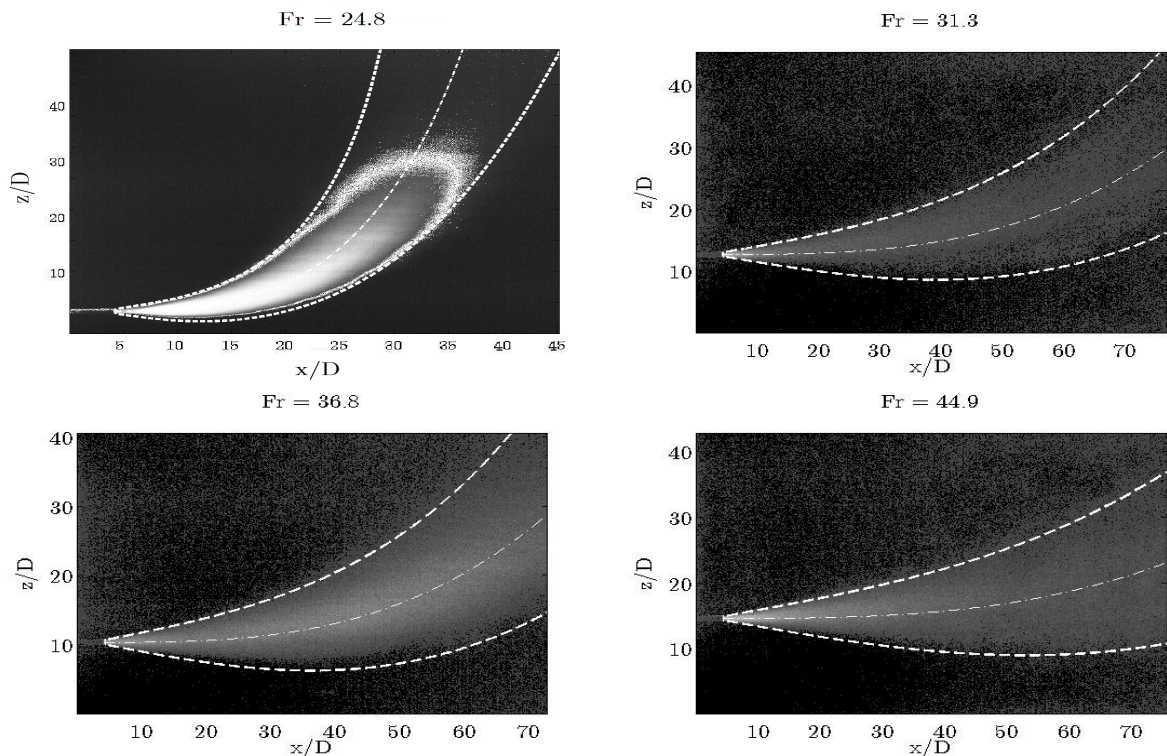


FIGURE 4.6 – Seuillage des images moyennées.

4.5.2 Cas des panaches inclinés

Panaches inclinés suivant un angles positif

Les expériences ont été menées pour des nombres de Froude allant de 20 à 40. Les résultats les plus significatifs sont obtenus pour un Froude de 34.4. Le panache est éjecté suivant deux angles positifs : $\theta_i = 15^\circ$ et $\theta_i = 30^\circ$, la détermination du coefficient d'entraînement est faite par la même méthode de seuillage utilisée pour les panaches horizontaux. Nous trouvons pour les deux cas de figure, une valeur de α de 0.12. Les figures 4.7 et 4.8 présentent les images moyennées à laquelle le seuillage est appliqué ainsi que les contours des niveaux de gris, pour $\theta_i = 15^\circ$ et $\theta_i = 30^\circ$ respectivement.

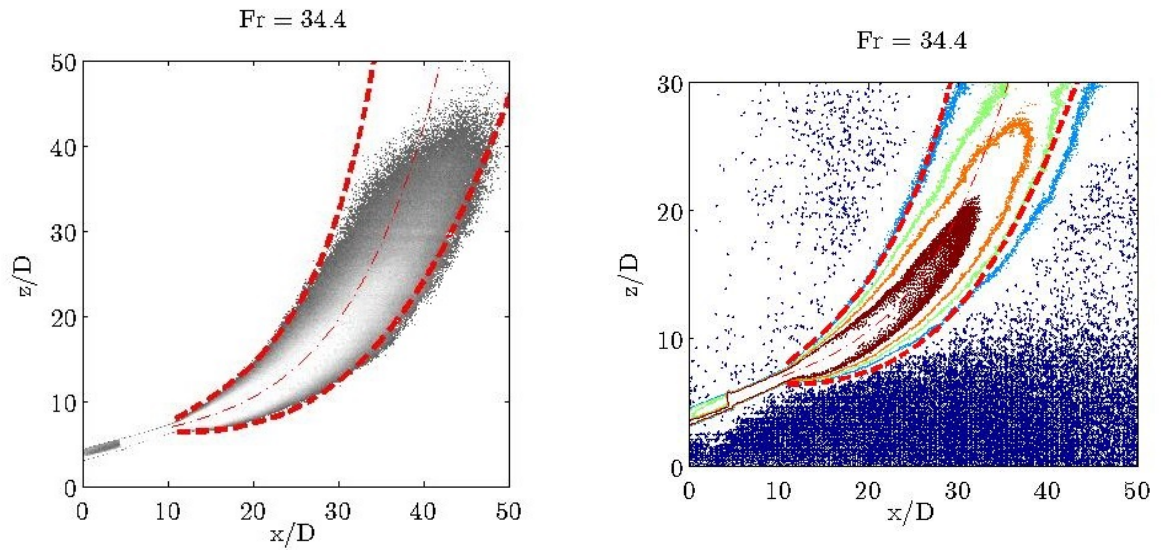


FIGURE 4.7 – Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = 15^\circ$.

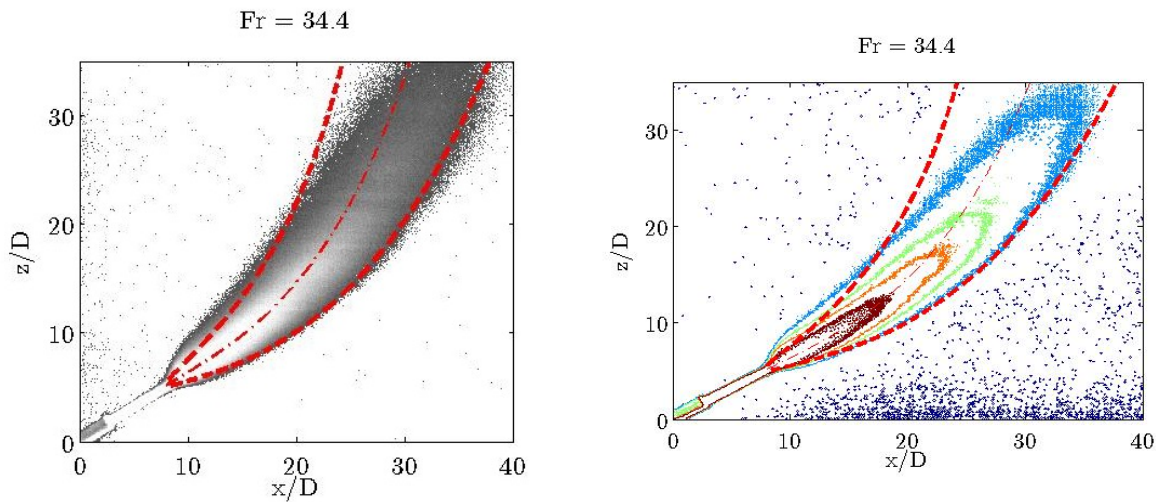


FIGURE 4.8 – Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = 30^\circ$.

Panaches inclinés suivants un angle négatif

Un seul angle d'éjection a été testé dans le cas des inclinaisons négatives, la figure 4.9 présente le cas avec $\theta_i = -15^\circ$ pour $Fr = 37.1$. Le coefficient d'entraînement α relatif à chaque angle est de 0.07.

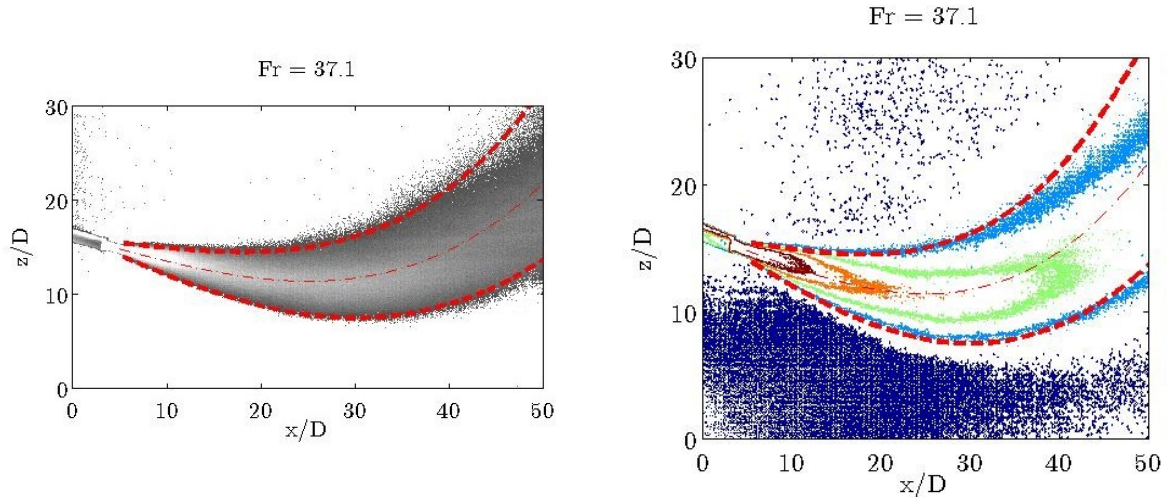


FIGURE 4.9 – Trajectoire et contours du panache pour $\theta_i = -15^\circ$.

4.6 Conclusion

A ce stade, il est clair que le modèle a bien été validé que se soit pour des éjections horizontales ou inclinées, malgré le fait que la méthode expérimentale mise en place est extrêmement simple et nous a permis d'obtenir des résultats très rapidement. Néanmoins, nous pensons qu'il est judicieux de reprendre ses expériences avec une méthode optique mieux contrôlée (éclairage par faisceau ou PLIF). En effet, la méthode expérimentale utilisée dans cette étude présente des incertitudes, notamment, liées à la non uniformité de l'intensité lumineuse du plan laser utilisé pour éclairer l'axe médian du panache. A un niveau moindre, le phénomène d'extinction lumineuse au sein des fumées est également une source d'incertitude sur la détermination de la trajectoire.

Chapitre 5

Simulation numérique par FDS sur les panaches plans verticaux

5.1 Présentation du logiciel

FDS (Fire Dynamics Simulator) est un modèle de CFD qui permet de résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes appropriées à faible vitesse par l'approche LES, pour la recherche du flux thermique moteur.

FDS est un programme informatique qui résout les équations qui décrivent l'évolution de l'écoulement. Il s'agit d'un programme Fortran qui lit les paramètres d'entrée à partir d'un fichier texte, et calcule une solution numérique pour ces équations, et écrit les données de sortie spécifiées. Smokeview est un programme d'accompagnement qui lit les fichiers FDS de sortie et produit des animations sur l'écran de l'ordinateur. Smokeview dispose d'une interface pilotée par menu simple.

5.2 Simulation des panaches turbulents plans

Pour pouvoir confirmer la validité du modèle développé dans le cas des panaches plans, il est intéressant de comparer ses résultats à ceux des simulations numériques, car il est plus délicat de réaliser au laboratoire un dispositif expérimental dédié à l'étude des panaches plans.

Deux méthodes sont utilisées pour la détermination du coefficient d'entraînement, la première méthode est basée sur les concentrations, tandis que la seconde est basée sur l'expression différentielle de l'entraînement, tirée de l'équation de conservation de la masse.

5.2.1 Méthode de seuillage

La méthode de seuillage consiste à déterminer le coefficient d'entraînement du panache sur la base des contours des concentrations. Nous avons considéré deux valeurs de seuillage, à savoir que le déficit de densité atteint 10% ou 5% de sa valeur initiale.

Les figures 5.1 et 5.2 illustrent cette méthode appliquée à un panache vertical éjecté depuis une rainure de largeur 12.5 mm avec $Fr = 20.9$ et $Re = 4775$.

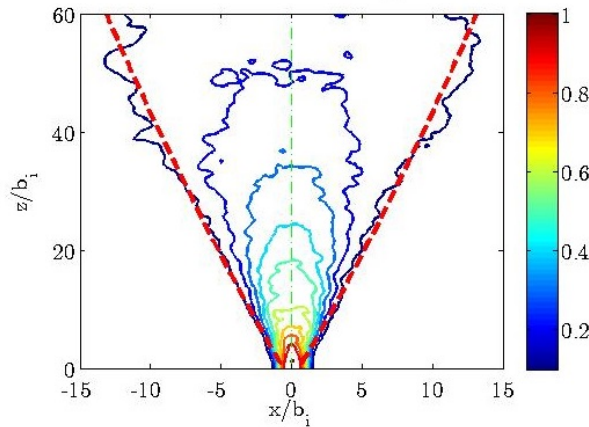


FIGURE 5.1 – Seuillage à 10%.

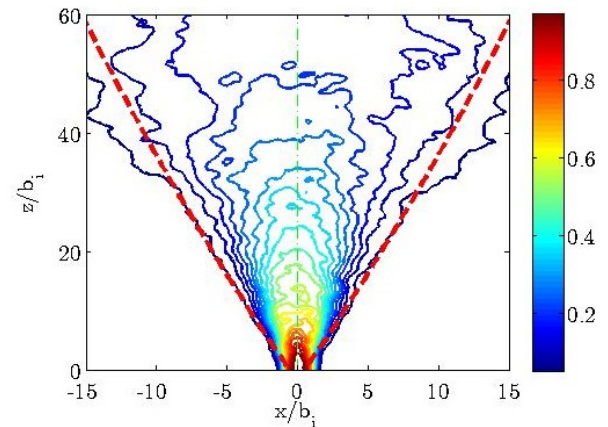


FIGURE 5.2 – Seuillage à 5%.

Dans le premier cas, le coefficient d'entraînement trouvé pour lequel le panache est bien enveloppé est égale à 0.11, tandis que dans le second cas, il est de 0.13. Ceci peut être prévu à l'avance car le panache est plus épanoui pour un degré de seuillage moins élevé, d'où l'entraînement est plus significatif.

Nous procédons de même pour la deuxième simulation, avec $Fr = 20.0$ et $Re = 5269$, les coefficients évalués dans ce cas est de 0.12 et 0.14 selon que le seuillage est de 10% ou 5%. Les figures 5.3 et 5.4 illustrent ce cas de figure.

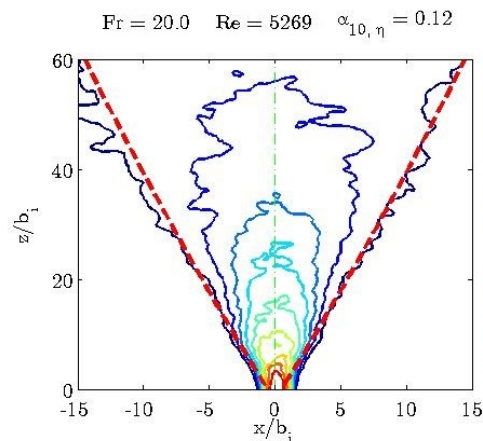


FIGURE 5.3 – Seuillage à 10%.

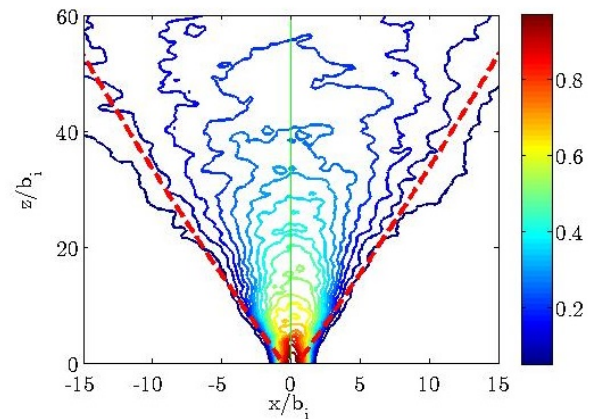


FIGURE 5.4 – Seuillage à 5%.

5.2.2 Méthode de conservation de la masse

Contrairement à la méthode de seuillage, cette méthode est basée sur la loi de conservation de la masse. Le coefficient d'entraînement est déterminé en fonction de l'altitude.

D'après l'équation de conservation de la masse, α est donné par :

$$\alpha = \frac{Q}{2M} \frac{dQ}{dz} \quad (5.1)$$

avec

$$Q = \int_{-B}^B u dx \quad M = \int_{-B}^B u^2 dx$$

avec B désigne la largeur du domaine de calcul.

Les figures 5.5 et 5.6 présentent les variations de l'entraînement en fonction de z .

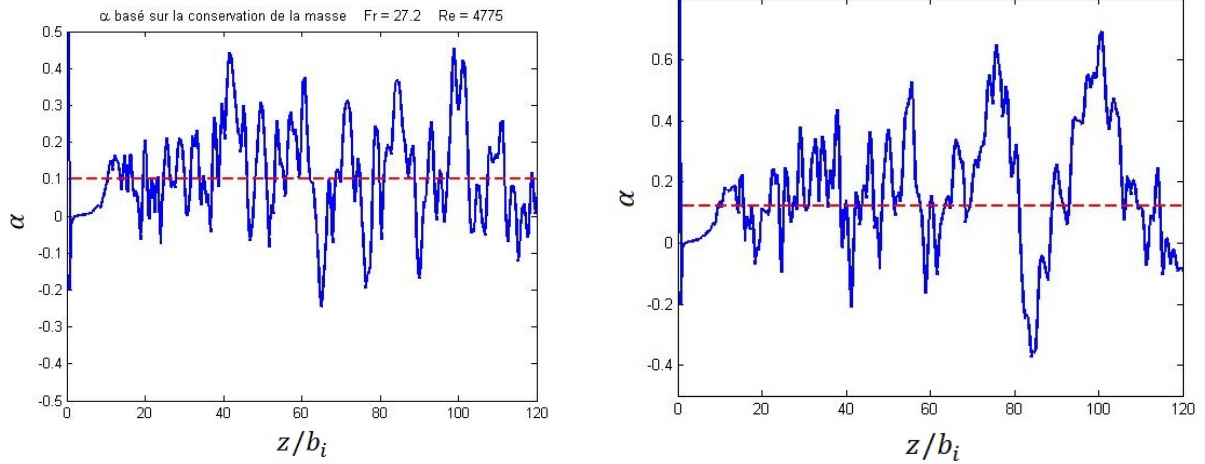


FIGURE 5.5 – Variations de α , $\alpha_{moy} = 0.10$. FIGURE 5.6 – Variations de α , $\alpha_{moy} = 0.12$.

Nous avons remarqué que la valeur de α se situe toujours autour de 0.12, c'est d'ailleurs la même valeur déjà évaluée dans les panaches ronds inclinés. La valeur de ce coefficient bien entendu est fonction du degré de seuillage choisi. Une seuillage à 10% de la valeur initiale est souvent un choix meilleur.

Cette méthode devra maintenant s'appliquer aux panaches inclinés plans pour étudier l'influence de la déflexion sur le taux d'aspiration du milieu ambiant.

Deuxième partie

Dispersion des Polluants dans les Milieux Stationnaires Linéairement Stratifiés

Chapitre 6

Modélisation mathématique et résolution

6.1 Introduction

Le deuxième partie de ce travail traite le problème des jets flottants turbulents en milieux stratifiés en densité. La stratification est considérée linéaire pour simplifier la résolution analytique du problème. Nous avons considéré que le panache est plan, i.e. que le problème est bidimensionnel. Contrairement au cas homogène, les équations régissant l'écoulement deviennent très vite complexe, ce qui justifie le recours aux méthodes numérique de résolution.

Nous parlons d'une stratification du milieu lorsque la densité est variable de l'altitude. La densité ρ_∞ n'est plus une constante comme c'est le cas pour les milieux homogènes. La photo de la figure 6.1 présente la dispersion d'un panache incendie dans l'atmosphère stratifié. Nous remarquons que la fumée monte verticalement sous l'effet de la flottabilité, la hauteur de transition peut être visiblement observée lorsque la densité du panache devient égale à celle de l'ambiance.



FIGURE 6.1 – Dispersion d'un panache d'incendie dans un milieu stratifié, Montréal en décembre 2012.

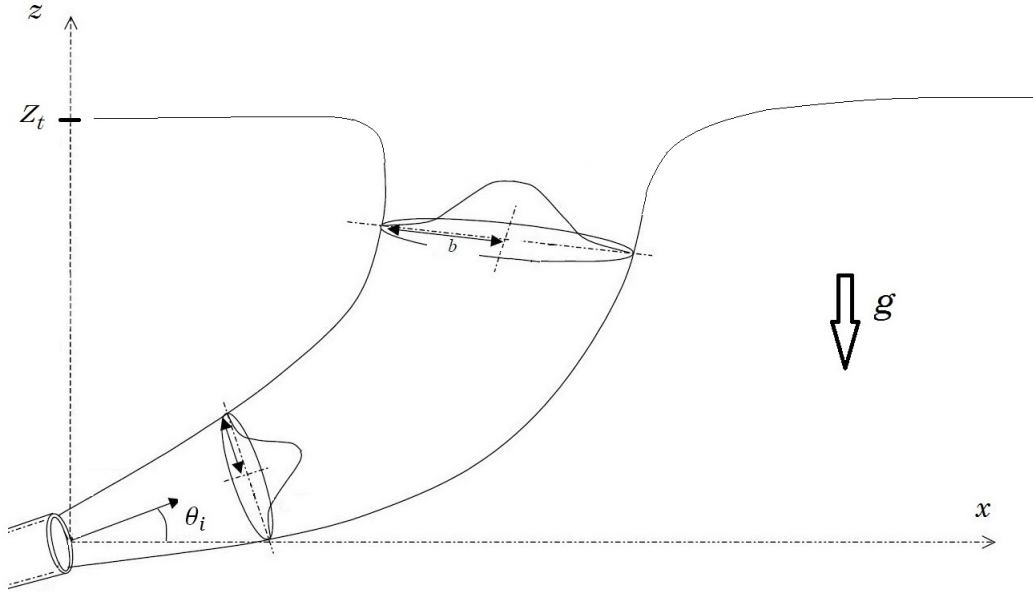


FIGURE 6.2 – Jet flottant en milieu stratifié

6.2 Description du modèle physique

Considérons le problème des jets flottants éjecté depuis un orifice de largeur b_i , de vitesse initiale u_i et de masse volumique ρ_i . Le jet flottant se disperse dans un milieu stratifié. Ce milieu est caractérisé par ν_{BV} , la célèbre fréquence de Brunt-Väisälä, définie par $\sqrt{gN^2}$ avec $N^2 = -\frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_\infty}{dz}$.

La figure 6.2 illustre ce modèle physique.

6.3 Mise en équations

Le figure 6.3 présente les variations de ρ_∞ en fonction de z dans un milieu linéairement stratifié pour $N^2 = 0.01 \text{ m}^{-1}$. Le milieu ambiant est considéré comme étant de l'air.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en variables b , u et η peuvent ainsi s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{d(bu)}{ds} = 2\alpha bu \quad (6.1)$$

$$\frac{d(bu^2 \cos \theta)}{ds} = 0 \quad (6.2)$$

$$\frac{d(bu^2 \sin \theta)}{ds} = g\eta b \quad (6.3)$$

$$\frac{d(\eta bu)}{ds} = -buN^2 \sin \theta \quad (6.4)$$

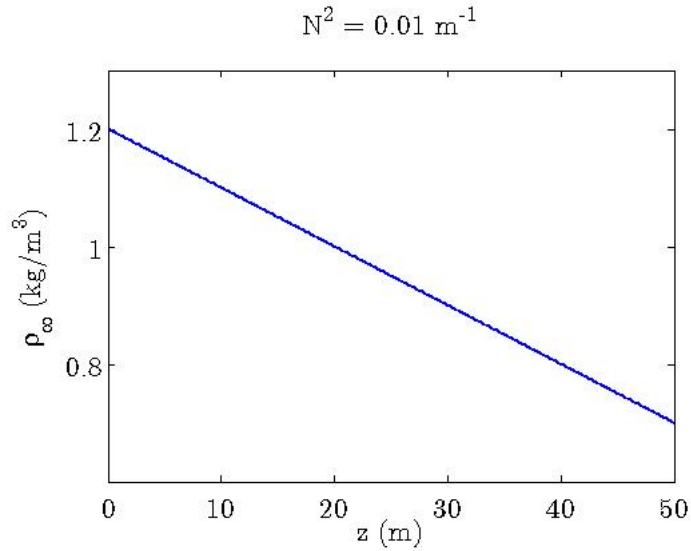


FIGURE 6.3 – Variations de ρ_∞ en fonction de z pour $N^2 = 0.01 \text{ m}^{-1}$.

Réécrivons ce système en faisant manipuler les deux équations (6.2) et (6.3), exactement comme détaillé dans le cas du milieu homogène. Nous arrivons ainsi à écrire le système suivant :

$$\frac{d(bu)}{ds} = 2\alpha u \quad (6.5)$$

$$\frac{d(bu^2)}{ds} = g\eta b \sin \theta \quad (6.6)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{g\eta}{u^2} \cos \theta \quad (6.7)$$

$$\frac{d(\eta bu)}{ds} = -buN^2 \sin \theta \quad (6.8)$$

En introduisant la fonction de panache définie dans (2.45), et une nouvelle fonction appelée fonction panache auxiliaire notée σ et définie par :

$$\sigma = \frac{N^2 u^2}{g\eta^2} \quad (6.9)$$

En utilisant les équations (6.2), (2.45) et (6.9), nous arrivons à exprimer les variables b , η et u explicitement en fonction de Γ et σ .

$$\frac{u}{u_i} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma}\right)^{1/6} \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/3} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta}\right)^{1/3} \quad (6.10)$$

$$\frac{b}{b_i} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_i}\right)^{1/3} \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_i}\right)^{2/3} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta}\right)^{1/3} \quad (6.11)$$

$$\frac{\eta}{\eta_i} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma}\right)^{2/3} \left(\frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right)^{1/3} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta}\right)^{1/3} \quad (6.12)$$

Nous arrivons à réécrire le système précédent sous la manière suivante en fonction de Γ et σ :

$$\frac{1}{u} \frac{du}{d\theta} = \frac{\Gamma \sin \theta - 1}{\Gamma \cos \theta} \quad (6.13)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\theta} = \frac{2 - \Gamma \sin \theta}{\Gamma \cos \theta} \quad (6.14)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\theta} = -\frac{1}{\Gamma \cos \theta} - \sigma \tan \theta \quad (6.15)$$

Ainsi, nous aboutissons à un système à deux équations différentielles :

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\theta} = 2(\sigma + 1) \tan \theta \quad (6.16)$$

$$\frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{3}{\cos \theta} - \Gamma(\sigma + 3) \tan \theta \quad (6.17)$$

L'équation (6.16) peut être résolue aisément analytiquement, après avoir appliquée les conditions initiales au niveau de la source, nous trouvons :

$$\sigma = \frac{1}{\frac{1 + \sigma_i \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_i}\right)^2}{\sigma_i} - 1} \quad (6.18)$$

La fonction σ est strictement croissante, elle tend vers l'infini lorsque les deux masses volumiques devient égales, c'est la phase dite de transition.

En faisant tendre le dénominateur vers zéro, nous arrivons à localiser l'angle de transition θ_t , ainsi :

$$\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} = \left(\frac{\sigma_i}{1 + \sigma_i}\right)^{1/2} \quad (6.19)$$

Contrairement à σ , la fonction Γ s'écrit sous une forme plus complexe en fonction de σ , nous trouvons après résolution et application des conditions initiales :

$$\Gamma = \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{\sigma}} \left(\frac{\Gamma_i \sqrt{\sigma_i}}{\cos^2 \theta_i} + \frac{3}{2} \left(\frac{|\sin \theta_i|}{\sqrt{\sigma_i} \cos^2 \theta_i} - \frac{|\sin \theta|}{\sqrt{\sigma} \cos^2 \theta} \right) + \frac{3}{4} (a+1) (\arctan R_i - \arctan R) \right) \quad (6.20)$$

avec

$$a = \frac{1 + \sigma_i}{\sigma_i \cos^2 \theta_i} \quad (6.21)$$

$$R = \frac{1}{2} \frac{1 - \sigma \sin^2 \theta}{\sqrt{\sigma} |\sin \theta|} \quad (6.22)$$

Nous définissons une nouvelle fonction Δ , tel que $\Delta = \sigma \Gamma^2$. Cette fonction tend vers une valeur constante au niveau de la transition.

Il est plus commode d'exprimer les équations (6.11) et (6.10) directement en fonction de Δ , nous avons :

$$\frac{u}{u_i} = \left(\frac{\Delta_i}{\Delta} \right)^{1/6} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta} \right)^{1/3} \quad (6.23)$$

$$\frac{b}{b_i} = \left(\frac{\Delta}{\Delta_i} \right)^{1/3} \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta} \right)^{1/3} \quad (6.24)$$

Les équations (6.23) et (6.24) conduisent à écrire une relation entre b et u , nous avons :

$$\left(\frac{u}{u_i} \right)^2 \left(\frac{b}{b_i} \right) = \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta} \quad (6.25)$$

Cette dernière équation prouve que le flux de quantité de mouvement M n'est fonction que de l'angle d'inclinaison θ .

Ainsi, le déficit de densité η vaut zéro, la vitesse u_t et le rayon b_t à cet endroit peut être exprimés comme suit :

$$\frac{u_t}{u_i} = \left(\frac{\Delta_i \sigma_i + 1}{\Delta_t \sigma_i} \right)^{1/6} \quad (6.26)$$

$$\frac{b_t}{b_i} = \left(\frac{\Delta_t}{\Delta_i} \right)^{1/3} \left(\frac{\sigma_i + 1}{\sigma_i} \right)^{1/6} \quad (6.27)$$

L'expression de Δ_t est déterminée à l'aide des deux équations (6.18) et (6.20), nous trouvons :

$$\Delta_t = \cos^4 \theta_i \left(\frac{\sigma_i}{1 + \sigma_i} \right)^2 \left(\frac{\Gamma_i \sqrt{\sigma_i}}{\cos^2 \theta_i} + \frac{3}{2} \frac{|\sin \theta_i|}{\sqrt{\sigma_i} \cos^2 \theta_i} + \frac{3}{4} (a+1) \left(\arctan R_i + \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 \quad (6.28)$$

Dans le cas d'un panache horizontal en milieu stratifié, l'expression de Δ_t est plus

simple, dans ces conditions nous obtenons :

$$\Delta_t = \left(\frac{\sigma_i}{1 + \sigma_i} \right)^2 \left(\Gamma_i \sqrt{\sigma_i} + \frac{3\pi}{4}(a + 1) \right)^2 \quad (6.29)$$

Les figures ci-dessous présentent les variations de σ , de Γ et de Δ pour un panache horizontal dans un milieu stratifié avec $N^2 = 0.01 \text{ m}^{-1}$. Prenons comme valeurs : $b_i = 0.02 \text{ m}$, $\eta_i = 1$ et $u_i = 10 \text{ m/s}$.

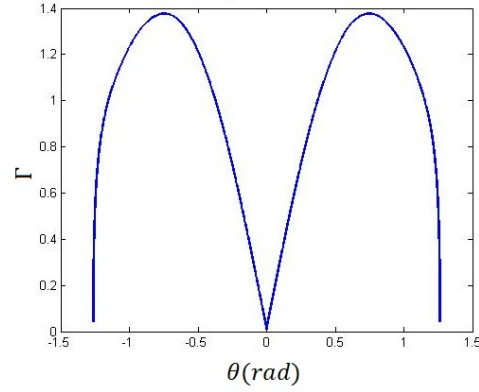
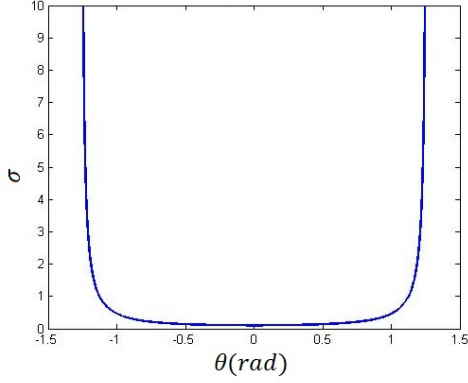


FIGURE 6.4 – Fonction σ en fonction θ . FIGURE 6.5 – Fonction Γ en fonction θ .

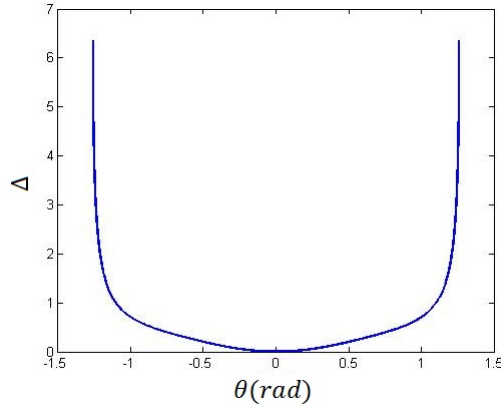


FIGURE 6.6 – Fonction Δ en fonction θ .

6.3.1 Équation de la trajectoire

En utilisant l'équation (6.7) couplée avec (6.24), nous obtenons après quelques arrangements :

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \left(\frac{\Gamma}{\sigma} \cos \theta \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.30)$$

avec $\xi = x/\Lambda_i$ et $\Lambda_i = \frac{5b_i}{8\alpha} \left(\frac{\cos \theta_i}{\Delta_i} \right)^{\frac{1}{3}}$

Autrement écrit :

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\sigma}} \left(A - \frac{3}{2} \frac{|\sin \theta|}{\sqrt{\sigma} \cos^2 \theta} - \frac{3}{4} (a+1) \arctan R \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.31)$$

avec

$$A = \frac{\Gamma_i \sqrt{\sigma_i}}{\cos^2 \theta_i} + \frac{3}{2} \frac{|\sin \theta_i|}{\sqrt{\sigma_i} \cos^2 \theta_i} + \frac{3}{4} (a+1) \arctan R_i \quad (6.32)$$

Malheureusement, cette équation ne peut pas être résolue analytiquement, d'où nous avons fait recours à la résolution numérique.

6.4 Résolution numérique

Nous avons résolu les équations de conservation régissant les panaches plans en milieu stratifié par un algorithme de Runge-Kutta de quatrième ordre. Le coefficient d'entraînement utilisé lors des simulations est égale à celui donné par Morton *et al.* [12] pour les panaches verticaux, i.e. 0.1. Prenons pour N^2 une valeur de 0.01 m^{-1} .

La figure 6.7 présente les variations de la ligne centrale pour un jet flottant éjecté horizontalement, nous remarquons que la hauteur de transition se situe à environ 400 fois la largeur de la rainure. L'écoulement se comporte comme une fontaine inclinée car le flux de quantité de mouvement agit suivant le sens opposé de celui de flottabilité. Á un certain moment, le flux de flottabilité va vaincre la quantité de mouvement, ce qui conduit à un changement de signe dans l'angle d'inclinaison. Nous remarquons clairement que le panache oscille suivant une position d'équilibre correspondante à la hauteur de transition z_t .

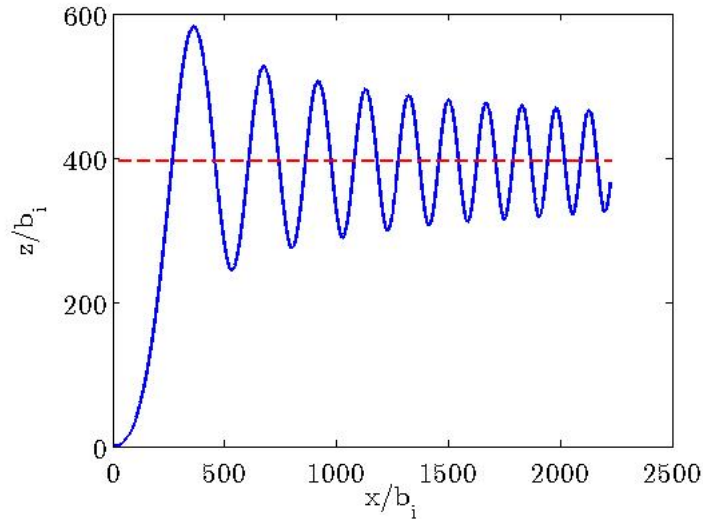


FIGURE 6.7 – Évolution de la ligne centrale du panache plan.

Les figures 6.8 et 6.9 présentent respectivement les variations de u/u_i et de η/η_i .

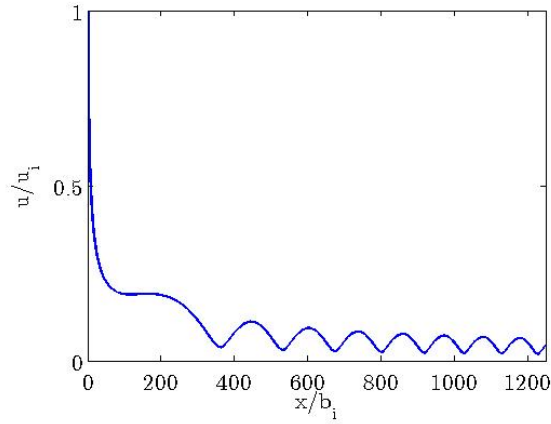


FIGURE 6.8 – Variations de la vitesse.

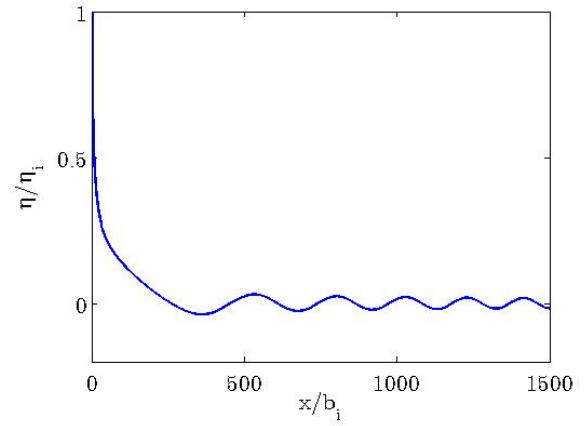


FIGURE 6.9 – Variations du déficit de densité.

Dans ce qui suit, nous allons chercher une corrélation donnant la hauteur de transition z_t en fonction de la fréquence de Brunt-Väisälä du milieu ν_{BV} . Pour un milieu homogène non-stratifié, cette fréquence est nulle, d'où la transition ne pas avoir lieu qu'à l'infini. De même, la hauteur de transition a tendance à tendre vers zéro pour des milieux fortement stratifiés. Considérons une loi de type fonction inverse pour modéliser le lien entre ces deux grandeurs, autrement dit :

$$\frac{z}{b_i} = \frac{A}{\nu_{BV}^n} \quad (6.33)$$

avec A et n des fonctions des variables de l'écoulement. La figure 6.10 illustre cette loi, pour les données de simulation choisies, nous avons trouvé $A = 87$ et $n = 1.29$.

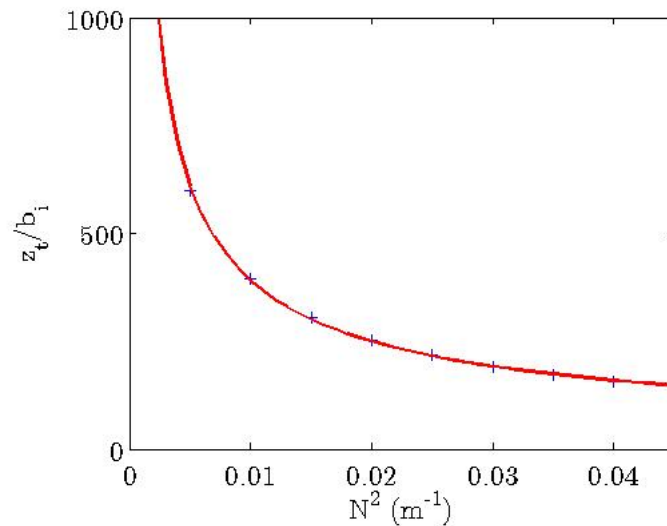


FIGURE 6.10 – Variation de la hauteur de transition en fonction de N^2 .

Conclusion générale & perspectives

Le modèle développé dans l'étude des panaches inclinés non-Boussinesq plans et ronds nous a permis de décrire d'une façon satisfaisante leur comportement dans un milieu homogène au repos. Ce modèle a bien été validé expérimentalement. Cette validation a justifié la recherche de solutions analytiques asymptotiques raccordées

Le paramètre clé dans l'étude théorique menée est la fonction panache Γ . Nous avons démontré que la connaissance de cette fonction entraîne la connaissance parfaite des autres variables du panache, telles que la densité et la vitesse. Le modèle d'entraînement adopté stipule que le taux d'aspiration du milieu ambiant est indépendant à la fois de l'angle d'inclinaison du panache ainsi qu'au nombre de Richardson local. Tenir compte de ces effets est parfois plus commode pour avoir plus de précision dans la prédiction de la trajectoire du panache.

Le formalisme suivi dans cette étude est relativement simple comparativement aux nouvelles approches qui traitent la dispersion des panaches dans des milieux plus denses. Néanmoins, nous pouvons le considérer comme une base afin de développer des modèles de second ordre plus pertinents.

Le modèle de Morton choisi malgré tous, présente quelques insuffisances. Il est à noter que le profil gaussien est bien adapté dans le coté extrados (la frontière extérieur convexe du panache), mais pas à l'intrados, ceci peut être remarqué clairement dans les contours des concentrations, il est dû en fait à l'effet de la *masse échappée* de l'écoulement principale (escaped mass approach), ce nouveau concept a été introduit récemment par Yannopoulos & Bloutsos [67].

L'expérience a montré que des blocs massiques du jet flottant s'échappent de la trajectoire, et montent verticalement vers le haut. Une explication physique préliminaire de ce phénomène a été donnée par Ferrari & Querzoli [68] (2010), et peut être justifié par des *mécanismes de la turbulence*. La région du jet flottant qui est en contact avec l'ambiance est caractérisée par une *intermittence* du champ des vitesses, et une instabilité de stratification du mélange. En l'occurrence, des tourbillons obligent quelques masses du jet à tourner (swirl) dans la région où l'entraînement est faible. Ainsi Plourde *et al.* [69] ont montré par des simulations numériques directes (DNS) d'un panache en expansion rapide que l'entraînement subit de larges variations dans le temps et dans l'espace.

L'approche de la masse échappée est une approche de second ordre (SOA), Yannopoulos & Bloutsos [67] ont introduit le coefficient de concentration, noté Λ pour décrire

le phénomène, ce coefficient est le rapport entre la valeur moyenne de la concentration de la masse échappée et la concentration à la ligne centrale.

En résumé, la trajectoire du panache dans le coté intrados subit une modification compte tenu de la masse échappée du champ central, ce qui est appelé une *flottabilité locale*. Dans le coté extrados, un mouvement de transport est constaté, ce qui engendre une chute de pression à cet endroit, d'où une augmentation de l'entraînement.

La vitesse verticale de la masse échappée surimpose dans le profil des vitesses dans le coté concave (intrados), ce qui rend le profil non-symétrique et fait déplacer le pic vers le coté convexe. Cet *écoulement secondaire* dû à la masse échappée produit un profil des concentrations similaire à celui des vitesses.

La considération de l'effet de la masse échappée est définitivement importante dans la détermination exacte de la trajectoire de la ligne centrale, l'extrados n'est pas affecté car la flottabilité locale est immédiatement balayée par l'écoulement central. Tandis que la dilution n'est pas significativement affectée, et le flux de débit reste quasiment inchangé. Ainsi l'effet de la masse échappée a tendance à augmenter l'entraînement, ce qui rend la pente de la trajectoire plus abrupte.

La frontière concave n'est pas simple à déterminer expérimentalement à cause de la modification des profils à cet endroit, nous allons déterminer les coordonnées de la ligne centrale par la connaissance des maximums de concentration sur les contours.

Les expériences menées lors de notre étude présentent une multitude de défauts, tels que la non-uniformité de l'intensité lumineuse du plan laser ou le phénomène d'atténuation de la lumière laser. Utiliser des techniques alternatives telles que le faisceau laser, peut réduire ces incertitudes de mesure.

Comme perspective, Il reste à vérifier la validité du modèle dans des situations plus générales, telles qu'en présence d'un courant ambiant, en menant des expériences dans la soufflerie, ou dans un milieu stratifié en densité. Trouver des corrélations pour estimer les variables du panache a une importance majeure pour les ingénieurs travaillant dans le domaine de la science du feu afin de prédire le comportement des panaches incendies et de décrire son évolution dans l'espace au cours du temps.

Finalement, ce mémoire ouvre la voie à un ensemble de sujets et devrait servir à l'avancement des connaissances dans le domaine de la dispersion des polluants dans la nature.

Bibliographie

- [1] Fan L.-N. & Brooks N. H. 1967 Turbulent buoyant jets into stratified of flowing ambient fluids., California Institute of Technology, Pasadena, California, USA.
- [2] G. H. Jirka 2004 Integral model for turbulent buoyant jets in unbounded stratified flows. Part I : Single round jet. *Envir. Fluid Mech.* **4**, 1-56.
- [3] Zimm W. 1921 Flow phenomena in free air currents Ueber die Stromungsvorgänge. *Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* **234**, 36.
- [4] Förthmann E. 1921 Über turbulente Strahlausbreitung. *Ing.-Arch* **5**, 42-54.
- [5] Tollmien W. 1926 Calculation of turbulent unconfined flow Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* **6(6)**, 468-478.
- [6] Görtler H. 1942 Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz aus Grund eines neuen Näherungsansatzes. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* **22**, 244-254.
- [7] Reichardt H. 1942 Gesetzmäßigkeiten der freien Turbulenzen. *VDI - Forschungsheft* **414**
- [8] Schmidt W. 1941 Turbulente Ausbreitung eines Stromes erhitzter Luft. *ZAMM* **21**, 265-271.
- [9] Reichardt H. 1943 On new theory of free turbulence. *Royal Aeronautical Society Journal* **47(390)**, 167-176.
- [10] Albertson M. L., Dai Y. B., Jensen R. A. & Rouse H. 1949 Diffusion of submerged jets. *American Society of Civil Engineers Proceedings* **75(10)**, 1541-1548.
- [11] Rouse H., Yih C. S. & Humphreys H. W. 1952 Gravitational convection from a boundary source. *Tellus* **4**, 201-210.
- [12] Morton B. R., Taylor G. I. and Turner J. S. 1956 Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. *Proc. R. Soc. Lond. A* **234**, 1-23.

- [13] Jordinson R. 1952 Flow in a jet directed normal to a wind. *Technical Report R & M* **3074**
- [14] Keffer J. F., & Baines W. D. 1963 The round turbulent jet in a cross-wind. *J. Fluid Mech.* **15(4)**, 481-497.
- [15] Scorer R. S. 1959 Behaviour of chimney plumes. *International Journal of Air Pollution* **1(3)**, 198-220.
- [16] Turner J. S. 1960 Comparison between buoyant vortex rings and vortex pairs. *J. Fluid Mech.* **7(3)**, 419-432.
- [17] Richards R. S. 1963 Experiment on the motion of isolated cylindrical thermals through unstratified surroundings. *International Journal of Air & Water Pollution* **7**, 17-34.
- [18] Cheung S. K. B., Leung D. Y. L., Wang W., Lee J. H. W. & Cheung V. 2000 VISJET – a computer ocean outfall modelling system. *Humans and Nature* Jun 19-Jun 24 2000, Geneva, Switzerland, 75-80.
- [19] Pun L. K. 1998 Hybrid models for jets and plumes in a flowing ambient fluid. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong.
- [20] Knudsen M. 1988 Buoyant horizontal jets in an ambient flow. Report 88-7, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- [21] Kaminski, E., Tait, S. & Carazzo, G. 2005 Turbulent entrainment in jets with arbitrary buoyancy. *J. Fluid Mech.* **526**, 361-376.
- [22] Papanicolaou P. N., Papakonstantis I. G. & Christodoulou G. C. 2008 On the entrainment coefficient in negatively buoyant jets. *J. Fluid Mech.* **614**, 447-470.
- [23] Middleton J. H. 1978 Time of rise for turbulent forced plumes. *Tellus* **31**, 82-88.
- [24] Scase, M. M., Caulfield, C. P., Dalziel, S. B. & Hunt, J. C. R. 2006 Time-dependent plumes and jets with decreasing source strengths. *J. Fluid Mech.* **563**, 443–461.
- [25] Scase M. M. & Hewitt R. E. 2012 Unsteady turbulent plume models. *J. Fluid Mech.* **697**, 455-480.
- [26] Turner J. S. 1962 The 'starting plume' in neutral surroundings. 1962, Radiophysics Laboratory, C.S.I.R.O., Sydney, Australia.

- [27] Sangras R & Faeth G. M 1999 Buoyant turbulent jets and plumes : III. Round turbulent non-buoyant starting jets and puffs, and buoyant starting plumes and thermals. *Ann. Arbor*, Michigan 48109-2140.
- [28] Ai J., Law A. W.-K. & Yu S. C. M 2006 On Boussinesq and non-Boussinesq starting forced plumes. *J. Fluid Mech.* **558**, 357-386.
- [29] Devenish, B. J., Rooney, G. G., Thomson, D. J. 2010 Large eddy simulation of a buoyant plume in uniform and stably stratified environment. *J. Fluid Mech.* **652**, 75-103.
- [30] Basu A. J. & Mansour N. N. 1999 Large eddy simulation of a forced round turbulent buoyant plume in neutral surroundings. *Ann. Res. Briefs*
- [31] Wang H. & Law A. W.-K. 2002 Second-order integral model for a round turbulent buoyant jet. *J. Fluid Mech.* **459**, 397-428.
- [32] Yannopoulos P. C. 2006 An improved integral model for plane and round turbulent buoyant jets. *J. Fluid Mech.* **547**, 267-296.
- [33] Fan L.-N. & Brooks N. H. 1969 Numerical solutions of turbulent buoyant jet problems., California Institute of Technology, Pasadena, California, USA.
- [34] Kaye, N. B. 2008 Turbulent plumes in stratified environments : a review of recent work. *Atmos. Ocean* **46** (4), 433-441.
- [35] Ansong J. K. 2009 Plumes in stratified environments. PhD thesis, University of Alberta, Canada.
- [36] Mehaddi, R., Vauquelin, O. & Candelier F. 2013 Naturally bounded plumes. *J. Fluid Mech.* **717**, 472-483.
- [37] Lassiter L. W. 1957 Turbulence in small air jets at exit velocities up to 705 feet per second. *ASME – Transactions – Journal of Applied Mechanics* **24(3)**, 349-354.
- [38] Abbis J. B., Bradbury L. J. S. & Wright M. P. 1975 Measurements on an axisymmetric jet using a photon correlator. Proceedings LDA Symposium, Copenhagen, Denmark, 319-335.
- [39] Capp S. P. 1983 Experimental Investigation of the Buoyant Axisymmetric Jet. University of Buffalo, State University of New York, Buffalo.
- [40] Hussein H. J., Capp S. P. & George W. K. 1994 Velocity measurements in a high-Reynolds number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. *J. Fluid Mech.* **258**, 31-75.

- [41] Simoens S. & Ayrault M. 1994 Concentration flux measurements of a scalar quantity in turbulent flows. *Experiments in Fluids* **16**, 273-281.
- [42] Ayoub G. M. 1971 Dispersion of buoyant jets in a flowing ambient fluid PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Imperial College of Science & Technology, University of London, London.
- [43] Chu P. C. K. 1996 Mixing of Turbulent Advected Line Puffs. PhD Thesis, Department of Civil and Structural Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong.
- [44] Chu P. C. K. 2000 Investigations of buoyant jet discharges using digital particle image velocimetry (DPIV) and planar laser induced fluorescence (PLIF). PhD Thesis, School of Civil and Structural Engineering, Nanyang Technological University, Singapore.
- [45] Papanicolaou P. N. 1984 Mass and momentum transport in a turbulent buoyant vertical axisymmetric jet., California Institute of Technology, Pasadena, California, USA.
- [46] Kikkert G. A. 2006 Jets with two and three-dimensional trajectories., PhD thesis, University of Canterbury, New Zealand.
- [47] Corrsin S. & Uberoi M. S. 1950 Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent air jet. *NACA Rep. 998*.
- [48] Corrsin S. & Uberoi M. S. 1954 Momentum and mass transfer in submerged water jet. *American Society of Mechanical Engineers*. Meeting A-38, Nov 28-Dec 3 1954, 4.
- [49] Sunavala P. D., Hulse C. & Thring M. W. 1957 Mixing and combustion in free and enclosed turbulent jet diffusion flames. *Combustion and Flame*. **1(2)**, 179-193.
- [50] Kiser K. M. 1963 Material and momentum transport in axisymmetric turbulent jets of water. *A.I.Ch.E. Journal*. **9(3)**, 386-390.
- [51] Law A. W.-K. & Wang H. 2000 Measurement of mixing processes with combined digital particle image velocimetry and planar laser induced fluorescence. *Experimental Thermal and Fluid Science*, **22(3)**, 213-229.
- [52] Abraham G. 2000 Jet diffusion in liquid of greater density. *ASCE – Proceedings – Journal of the Hydraulics Division American Society of Civil Engineers* – **86(HY6, Part 1)**, 1-13

- [53] Ricou F. P. & Spalding D. B. 1961 Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets. *J. Fluid Mech.* **11**(1), 21-32.
- [54] Anwar H. O. 1961 Experiment on an effluent discharging from a slot into a stationary or slow moving fluid of greater density. *Journal of Hydraulic Research* **7**(4), 411-430.
- [55] Fisher T. S. R. 1995 Dilution of axisymmetric buoyant jets and surface spreading fields. ME Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- [56] Papantoniou D. & List E. J. 1989 Large-scale structure in the far field of buoyant jets. *J. Fluid Mech.* **209**, 151-190.
- [57] Papanicolaou P. N. & List E. J. 1988 Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *J. Fluid Mech.* **195**, 341-391.
- [58] Lane-Serff G.F., Linden P.F. & Hillel M. 1993 Forced, angled plumes. *J. Hazard. Mat.* **33**, 75-99.
- [59] Morton, B. R. 1956 Forced Plumes. *J. Fluid Mech.* **5**, 151-163.
- [60] Malin, M. R. 1989 Analysis of turbulent forced plumes into a stable environment. *Appl. Math. Modelling* **13**, 122-126.
- [61] Papps D. A. 1995 Merging buoyant jets in stationary and flowing ambient fluids. PhD thesis, University of Canterbury, New Zealand.
- [62] Pantokratoras A. 1998 Horizontal penetration of inclined thermal buoyant water jets. *Int. Comm. Heat Mass Transfer* **25-4**, 561-569.
- [63] Xiao J., Travis J. R. & Breitung W. 2009 Non-Boussinesq integral model for horizontal turbulent buoyant round jets. *Hindawi Publishing Corporation*, Article ID 862934.
- [64] Michas S. N. & Papanicolaou P. N. 2009 Horizontal round heated jets into calm uniform ambient. *Desalination* **248**, 803-815.
- [65] El-Amine M. F. & Sun S. 2012 Horizontal hydrogen air turbulent buoyant jet resulting from hydrogen leakage. *Int. J. Hydrogen Energy* **37**, 3949-3957.
- [66] Michaux, G. & Vauquelin, O. 2008 Solutions for turbulent buoyant plumes rising from circular sources. *Phys. Fluids* **20**, 066601.
- [67] Yannopoulos P. C. & Bloutsos A. A 2012 Escaping mass approach for inclined plane and round buoyant jets. *J. Fluid Mech.* **695**, 81-111.

- [68] Ferrari S. & Querzoli G 2010 Mixing and re-entrainment in a negatively buoyant jet. *J. Hydraul. Res.* **48**, 632-640.
- [69] Ploudre F., Pham M. V., Kim S. D. & Balachandar 2008 Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume : structure and entrainment interaction. *J. Fluid Mech.* **604**, 99-123.

Index

- anémométrie
 - à tube de Pitot, 19
 - à fil chaud, 19
 - à fil chaud volatil, 20
 - doppler laser, 20
- atténuation de la lumière, 20, 52
- caméra digitale, 52
- champ
 - champ des concentrations, 20, 52
 - champ des vitesses, 19, 72
 - champ lointain, 42
 - champ proche, 35, 42
- co-flow, 22, 24
- contre-flow, 22
- couche limite, 39
- cross-flow, 22
- dissipation, 18
- écoulement, 3, 16, 18, 19, 23, 44, 52, 64, 72
- ensemencement, 52
- extinction des flammes, 22
- flottabilité, 20, 25, 32, 64, 73
- fluorescence induite par laser, 20, 52
- fonction panache, 33, 47, 50, 66
- fonction panache auxiliaire, 66
- fontaine, 70
- incendie, 64
- instabilité, 18, 72
- jet, 25
 - jet faible, 23
 - jet flottant, 64, 72
 - jet flottant horizontal, 35
 - jet fort, 24
- méthode des perturbations, 42
- méthode de seuillage, 54, 56
- méthode optique, 58
- milieu
 - milieu homogène, 27
 - milieu marin, 26
 - milieu stratifié, 64
 - milieu stratifié, 26
- niveau de gris, 55
- panache, 3, 15, 18, 21, 22, 26, 34, 37, 54
 - panache plan, 27, 59, 64
- post-traitement, 54
- profil
 - profil gaussien, 18, 72
 - profil non-symétrique, 73
 - profil uniforme, 28
- résolution spatiale, 53
- Richardson
 - nombre de Richardson, 33
- salinité, 26
- sillage, 39
- solution
 - solution analytique, 35
 - solution analytique asymptotique, 42
 - solution de similarité, 18
 - solution numérique, 36, 37, 46
 - solution semi-analytique, 32
- thermocouple, 20
- turbulence, 54, 72
 - diffusion turbulente, 18

entraînement turbulent, [18](#)
propriétés turbulentes, [20](#)
vortex turbulent, [18](#)

vortex

double vortex, [19](#), [39](#)
vortex tournant, [23](#)