

M0022/94B

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Minier

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# Analyse Factorielle Krigéante de Données de Prospection Géochimique Multi-élémentaire

Prospection de l'Or de Fourou, Mali  
(Zone sur-échantillonnée Nord-Est)

Travail présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magistère par:

Mr M. BENCHOUK

Rapporteurs: Pr Ph. Sonnet

Dr S. Chabou

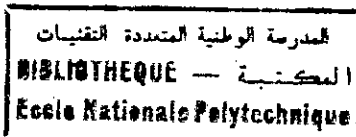
Membres du Jury:

Dr B. Touahri (O.R.G.M.) .....	Président
Dr A. Boufassa (O.R.G.M.) .....	Examineur
Mr A. Ouabdesslam (E.N.P.) .....	Examineur
Dr M. A. Bachar (E.N.P.) .....	Examineur
Dr S. Chabou (E.N.P.) .....	Rapporteur

Septembre 1994

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

*Département de Génie Minier*



## Analyse Factorielle Krigéante de Données de Prospection Géochimique Multi-élémentaire

Prospection de l'Or de Fourou, Mali  
(Zone sur-échantillonnée Nord-Est)

Travail présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magistère par:

**Mr M. BENCHOUK**

**Rapporteurs: Pr Ph. Sonnet**

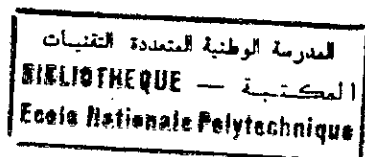
**Dr S. Chabou**

**Membres du Jury:**

<b>Dr B. Touahri (O.R.G.M.) .....</b>	<b>Président</b>
<b>Dr A. Boufassa (O.R.G.M.) .....</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mr A. Ouabdesslam (E.N.P.) .....</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Dr M. A. Bachar (E.N.P.) .....</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Dr S. Chabou (E.N.P.) .....</b>	<b>Rapporteur</b>

*Septembre 1994*

# Sommaire



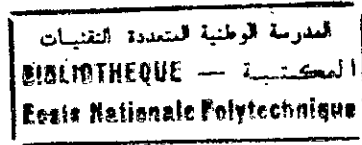
Remerciements .....	i
Références bibliographiques .....	ii
Résumé .....	v
Introduction .....	vi
■ Rappels d'éléments de théorie .....	1
Ière Partie: Introduction aux concepts de base en géostatistique monovariante .....	3
Sommaire .....	4
IIème Partie: Analyse factorielle krigéante .	
Outils pour l'interprétation d'information spatiale multivariante .....	32
Sommaire .....	33
■ Analyse factorielle krigéante de données de prospection géochimique multi-élémentaire. Prospection d'or de Fourou, Mali (Zone sur-échantillonnée Nord-Est) .....	53
Sommaire .....	54

## *Remerciements.*

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements au Pr. Philippe Sonnet pour le suivi, l'attention et la disponibilité, tout au long de mes séjours au sein de l'unité Géologie et Minéralogie de l'Université Catholique de Louvain.

Je remercie également Dr Salima Chabou pour son aide et ses conseils judicieux. Mme Jocelyne de Kerkhove et Mr Tran Van Hung pour leur collaboration. MM. Madani Diallo et Eric Hansen de BHP Utah International Exploration Inc, pour la mise à disposition des données. Dr B. Touahri pour avoir accepté de présider mon Jury.

# Références Bibliographiques



ARMSTRONG M., 1984. Improving the estimation and modelling of the variogram. G. Verly *and al.* editors, *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, pp. 1-19. D. Reidel, Dordrecht, NL.

DAVIS J., 1986. *Statistics and Data Analysis in Geology*. 2<sup>nd</sup> Edition. John Wiley and Sons, N.Y., U.S.A.

DEUTSCH C. V. and JOURNEL A. G., 1992. *GSLIB: Geostatistical Software Library, User's Guide - Version 1.2*. Oxford University Press, N.Y., U.S.A.

GOOVAERTS P., 1992a. Factorial Kriging Analysis: Useful tool for exploring the structure of multivariate spatial soil information. *Journal of Soil Sciences*, 43(4), 597-613.

GOOVAERTS P., 1992b. Multivariate geostatistical tools for studying scale dependent correlation structures and describing space-time variations. Ph.D thesis, Université Catholique de Louvain, Belgium.

GOOVAERTS P., SONNET Ph. and NAVARRE A., 1993. Factorial kriging analysis of springwater contents in the Dyle river bassin, Belgium. *Water Resources Research*, 29(7), 2115-2125, July 1993.

GOULARD M., 1989. Inference in a coregionalization model. M. Armstrong editor, *Geostatistics*, vol. 1, pp. 397-408. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, NL.

GOULARD M. and VOLTZ M., 1992. Linear coregionalization model: Tools for estimation and choice of cross-variogram matrix. *Mathematical Geology*, 24(3), 269-286.

ISAAKS E. H. and SRIVASTAVA R. M., 1989. *Applied geostatistics*. Oxford University

Press, N.Y., Oxford, U.S.A.

**JOURNEL A. G. and HUIJBREGHTS Ch. J.**, 1978, 1981. Mining geostatistics. Academic Press, Inc, London, GB. United States edition published by Academic Press, Inc, Orlando, Florida.

**MARCOTTE D.**, 1991. Cokriging with MATLAB. Computer and Geosciences, 17(9), 1265-1280. Pergamon Press, G.B.

**MATHERON G.**, 1970. La théorie des variables régionalisées et ses applications. Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Fascicule 5, 212 p.

**MATHERON G.**, 1982. Pour une analyse krigéante des données régionalisées. Internal note N-732. Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France.

**MYERS D. E.**, 1982. Matrix formulation of cokriging. Mathematical Geology, 14(3), 249-257.

**MYERS D. E.**, 1983. Estimation of linear combinations and cokriging. Mathematical Geology, 15(5), 633-637.

**MYERS D. E.**, 1986. On variogram estimation. Departement of Mathematics - University of Arizona, Tucson, Arizona 85721, U.S.A. pp 22.

**MYERS D. E.**, 1989. To be or not to be ... stationary? That is the question. Mathematical Geology, 21(3), 347-362.

**OLSON S. F., DIAKITE K., OTT L., GUINDO A., FORD R. B. Ch., WINER N., HANSEN E., LAY N., BRADLEY R. and POHL D.**, 1992. Regional setting, structure, and descriptive geology of the middle proterozoic Syama gold deposit, Mali, West Africa. Economic Geology, vol. 87, 1992, pp. 310-331.

**OLIVER M. A. and WEBSTER R.**, 1990. Statistical methods in soil and land resource survey. Oxford University Press, N.Y., U.S.A.

**PARK Ch. F. Jr. and MACDIARMID R. A.**, 1970. Ore deposits. 2<sup>nd</sup> Edition. W. H. Freeman and Company - San Francisco, U.S.A.

**PETERS W. C.**, 1987. Exploration and mining geology. 2<sup>nd</sup> Edition. John Wiley and Sons, N.Y., U.S.A.

**SONNET Ph., TRAN VAN H., BENCHOUK M. and de KERKHOVE J.**, 1992. Factorial kriging analysis of multielement geochemical exploration data - Fourou gold prospect, Mali. Study report. Laboratoire de Géologie et Minéralogie - Université Catholique de Louvain, Belgium.

**TRAN VAN H. et SONNET Ph.**, 1993. Analyse factorielle krigéante de données d'exploration géochimique multiélémentaire pour l'or en milieu latéritique au Mali. Compte-rendu des Journées de Géostatistique, 25-26 Mai 1993, Fontainebleau (E.N.S.M.P.), France. pp 12.

**WACKERNAGEL H.**, 1988. Geostatistical techniques for interpreting multivariate spatial information. C.F. Chung & al. editors; Quantitative Analysis of Mineral and Energy Resources, 393-409. D. Reidel Publishing Company, NL.

**WACKERNAGEL H.**, 1989. Description of a computer program for analyzing multivariate spatially distributed data. Computer & geosciences, 15(4), 593-598. Pergamon Press, Inc, GB.

**WACKERNAGEL H.**, 1992. Cours de géostatistique multivariée, 2<sup>ème</sup> édition. Centre de Géostatistique - Fontainebleau, Ecole des Mines de Paris, France.

**WACKERNAGEL H., PETITGAS P. and TOUFAIT Y.**, 1989. Overview of methods for coregionalization analysis. M. Armstrong editor, Geostatistics, Vol. 1., 409-420. Kluwer Academic Publishers, NL.

## Résumé

Une analyse factorielle krigéante est effectuée sur des données de prospection géochimique multi-élémentaire pour l'Or en milieu latéritique au Mali. L'étude est réalisée sur un domaine restreint sur-échantillonné appartenant à une zone de prospection plus large. Neuf éléments chimiques ont été sélectionnés pour l'analyse parmi les 33 disponibles. L'élément Au n'a pas été retenu. Un modèle linéaire de corégionalisation a été ajusté pour les 45 variogrammes directs et croisés incluant un effet de pépite et deux sphériques isotropes (portées de 200 m et de 800 m). L'étude des matrices de corégionalisation et des cartes des facteurs régionalisés a permis de mettre en évidence un facteur Or à l'échelle spatiale de 200 m. Il semble difficile de mettre en évidence l'allure des formations géologiques du bedrock sur un domaine restreint. Il apparaît donc que plus le domaine échantillonné est vaste par rapport à la taille des unités géologiques, plus il est possible de les discerner.



## Introduction

En géochimie, l'information disponible est souvent multi-élémentaire. En chaque point d'échantillonnage on dispose de résultats d'analyse de plusieurs éléments chimiques. Malgré le caractère multivariable de cette information la plupart des études géostatistiques sont monovariées et négligent ainsi l'information fournie par d'autres variables pourtant, corrélées spatialement. La structure multivariable de l'information est le plus souvent explorée par des techniques d'analyse factorielle. Ces méthodes ne permettent cependant pas de tenir compte de la corégionalisation éventuelle des variables. L'analyse simultanée de la structure spatiale des différentes variables doit en principe conduire à une meilleure identification des facteurs géochimiques, géologiques ou gîtologiques responsables de la structure de corrélation observée. *Comment?*

Matheron (1982) a développé une technique appelée analyse krigeante qui permet de prendre en compte le caractère spatialisé des données dans l'étude des relations entre variables. La méthode est basée sur l'ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation à l'ensemble des variogrammes simples et croisés. Ce modèle correspond à une décomposition des variables initiales en plusieurs composantes orthogonales, chacune étant caractéristique d'une échelle spatiale donnée (ponctuelle, locale, régionale...). Parallèlement à la matrice de variance-covariance qui résume la structure des dépendances linéaires entre variables, la matrice de corégionalisation renseigne sur la structure de corrélation associée à l'échelle spatiale considérée. Une analyse en composantes principales peut être réalisée sur ces deux types de matrices. Aux facteurs classiques déduits de la matrice de variance-covariance correspondent, pour les matrices de corégionalisation, des facteurs dits régionalisés qui synthétisent les principales sources de variation présentes à l'échelle étudiée et dont l'estimation est effectuée par cokrigeage.

Le travail présenté, ici, est composé d'une synthèse des éléments de théorie en géostatistique multivariable et d'une application de l'analyse factorielle krigeante à des données de prospection géochimique multi-élémentaire pour l'Or en milieu latéritique.

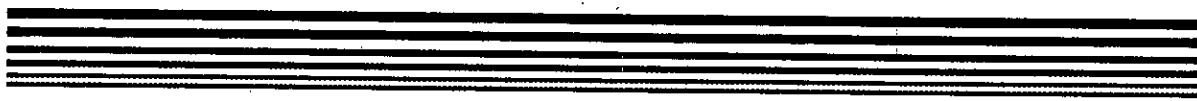
---

# ***RAPPELS D'ELEMENTS DE THEORIE***

---

*Applied geostatistics, or for that matter any applied statistics,  
is an art in the best sense of the term, and as such,  
is neither completely automatable nor purely objective.*

***André G. Journel***



*I<sup>ère</sup> Partie*

*Introduction aux Concepts de Base en*

*Géostatistique Monovariante*

# SOMMAIRE

I.1 Introduction .....	6
I.1.1 Terminologie de base en géostatistique .....	6
I.1.2 Applications de la géostatistique .....	7
I.1.3 A propos des notations .....	7
I.2 Variables régionalisées et fonctions aléatoires .....	8
I.2.1 Variables régionalisées et leur représentation probabiliste .....	8
I.2.1.1 Le concept d'une fonction aléatoire .....	9
I.2.1.2 Inférence statistique .....	11
I.2.2 Moments et stationnarité .....	11
I.2.2.1 Espérance mathématique ou moment d'ordre un .....	12
I.2.2.2 Moments d'ordre deux .....	12
I.2.2.3 Les hypothèses de stationnarité .....	13
a. Stationnarité stricte .....	13
b. Stationnarité d'ordre deux .....	13
c. Hypothèse intrinsèque .....	15
d. Quasi-stationnarité .....	15
I.3 A propos de la covariance et du variogramme .....	16
I.3.1 Conditions de définition positive .....	16
I.3.2 Combinaisons linéaires autorisées .....	17
I.3.3 Propriétés de la covariance .....	17
I.3.4 Absence de corrélation .....	18
I.3.5 Propriétés du variogramme .....	18
I.3.6 Phénomènes de transition .....	19
I.3.7 Comportement du variogramme près de l'origine .....	19
I.3.8 Comportement du variogramme à l'infini .....	21
I.3.9 Inférence des moments d'ordre deux .....	22
I.3.9.1 Variogramme expérimental .....	22
I.3.9.2 A propos de la robustesse du variogramme .....	24
I.3.10 Isotropie .....	25
I.3.11 Anisotropie .....	25

I.3.11.1 Anisotropie géométrique .....	26
I.3.11.2 Anisotropie zonale .....	26
I.3.12 Modélisation du variogramme expérimental .....	27
I.3.12.1 Pourquoi modéliser le variogramme? .....	27
I.3.12.2 Modèles autorisés .....	27
I.3.12.3 Structures gigognes .....	30

## I.1 INTRODUCTION

### I.1.1 Terminologie de base en géostatistique

Etymologiquement, le terme "*géostatistique*" désigne l'étude statistique de phénomènes naturels. G. Matheron (1962) donna la définition suivante à ce terme: "La géostatistique est l'application du formalisme des fonctions aléatoires à la reconnaissance et l'estimation des phénomènes naturels".

Un phénomène naturel peut souvent être caractérisé par la distribution dans l'espace d'une ou plusieurs variables appelées "*variables régionalisées*" (VR). La distribution de l'altitude dans un espace horizontal, par exemple, caractérise une surface topographique.

Soit  $z(x)$  la valeur de la variable  $z$  au point  $x$ . Le problème est de représenter la variabilité de la fonction  $z(x)$  dans l'espace (quand  $x$  varie). Cette représentation sera alors utilisée pour résoudre des problèmes comme l'estimation de la valeur  $z(x_0)$  à un point  $x_0$  où aucune donnée n'est disponible.

La solution géostatistique consiste à interpréter chaque valeur  $z(x_i)$  ( $z$  en caractère minuscule) comme une réalisation particulière d'une variable aléatoire (VA)  $Z(x_i)$  ( $Z$  en caractère majuscule) au point  $x_i$ . L'ensemble de ces VA auto-corrélées  $\{Z(x), \text{ quand } x \text{ varie dans le domaine } D\}$  constitue une "*fonction aléatoire*" (FA). Le problème de la caractérisation de la variabilité spatiale de  $z(x)$  est alors réduit à celui de la caractérisation des corrélations entre les différentes VA  $Z(x_i), Z(x_j)$  qui constituent la FA  $\{Z(x), x \in D\}$ . Cette interprétation

fondamentale est justifiée à posteriori si les solutions qui en résultent pour les différents problèmes rencontrés en pratique sont cohérentes et acceptables (Journel et Huijbregts, 1978).

### **I.1.2 Applications de la géostatistique**

La géostatistique et l'approche probabiliste en général, sont particulièrement applicables à l'étude des phénomènes naturels.

A ce stade la géostatistique a été appliquée avec succès à différents domaines comme l'exploitation minière, la géophysique, la géochimie, l'hydrologie, la géotechnique, les études d'environnement, l'agronomie, etc. L'application correcte des concepts de la géostatistique dépend des personnes directement concernées par chaque domaine. Par exemple, dans l'industrie minière, les conclusions adéquates d'une analyse de variabilité spatiale seront atteintes seulement si il existe une collaboration étroite avec le géologue, ou mieux encore si l'analyse est réalisée par le géologue lui même. Ceci souligne la nature instrumentale de la géostatistique.

### **I.1.3 A propos des notations**

Les notations seront définies avec précision dans le texte. Cependant il est utile d'introduire à ce stade les notations suivantes.

Pour simplifier la notation, les coordonnées  $(x_u, x_v, x_w)$  d'un point (dans un espace tridimensionnel) seront notées  $x$ . Le vecteur tridimensionnel  $(h_u, h_v, h_w)$  est noté  $h$ , et a pour module



$$r = |h| = \sqrt{(h_u^2 + h_v^2 + h_w^2)}$$

et pour direction  $(\alpha, \varphi)$ .

Les caractères minuscules,  $z$  ou  $y$ , sont réservés pour des valeurs réelles. Les caractères majuscules correspondants,  $Z$  ou  $Y$ , représentent l'interprétation de ces valeurs réelles comme une VA ou une FA.

Une valeur estimée est distinguée d'une valeur réelle, connue ou inconnue, par un asterisk \*. Donc,  $z^*(x)$  représente la valeur estimée de  $z(x)$ , et  $Z^*(x)$  représente l'interprétation de cet estimateur comme une VA ou une FA.

Les notations adoptées sont celles utilisées par Journel et Huijbregts (1978).

## 1.2 VARIABLES REGIONALISEES ET FONCTIONS ALEATOIRES

### 1.2.1 Variables régionalisées et leur représentation probabiliste

Quand une variable est distribuée dans un espace, elle est dite "*régionalisée*". Ce type de variable est souvent une caractéristique d'un certain phénomène. Les teneurs en métaux, par exemple, sont caractéristiques d'une minéralisation. Le phénomène représenté par une VR est appelé une "*régionalisation*".

Les VR ne sont pas spécifiques du domaine minier. La plupart des variables étudiées en sciences de la terre peuvent être considérées comme étant des variables régionalisées.

La définition d'une VR comme étant une variable distribuée dans un espace est purement descriptive et ne sous-entend aucune interprétation probabiliste (Journel et Huijbregts, 1978). D'un point de vue mathématique, une VR est simplement une fonction  $f(x)$  qui prend une valeur en chaque point  $x$  de coordonnées  $(x_u, x_v, x_w)$  d'un espace tridimensionnel. Cependant, le plus souvent, cette fonction varie d'une manière tellement irrégulière dans l'espace qu'il serait vain d'essayer directement de l'étudier mathématiquement. Malgré cela, un comportement caractéristique ou une structure de la variabilité spatiale de la VR étudiée peut être discerné derrière un aspect localement erratique. Une VR possède donc deux caractéristiques, apparemment contradictoires (cf. figure A):

- un aspect local aléatoire et erratique qui rappelle la notion de VA;
- un aspect général structuré qui requiert une certaine représentation fonctionnelle.

Une formulation correcte doit prendre, en considération, ce double aspect aléatoire et structuré. Une telle formulation est l'interprétation probabiliste donnée par les FA.

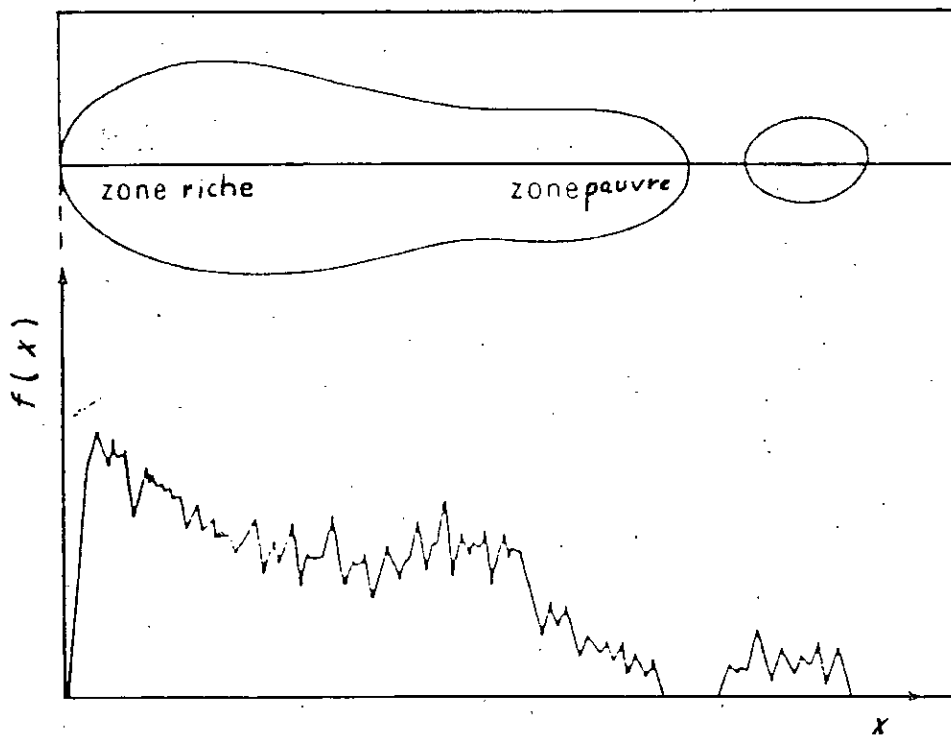
#### I.2.1.1 Le concept d'une fonction aléatoire

Une VA est une variable qui prend un certain nombre de valeurs numériques conformément à une certaine distribution de probabilité. Considérons, par exemple, la teneur  $z(x_1)=1.5\%$  Cu en un point particulier  $x_1$  d'un gisement de cuivre. Cette teneur peut être considérée comme étant une réalisation particulière d'une certaine VA  $Z(x_1)$  définie au point  $x_1$ . L'ensemble des teneurs  $z(x)$  pour tous les points  $x$  intérieurs au gisement, c.a.d. la VR  $z(x)$ , peut donc être considéré comme étant une réalisation particulière de l'ensemble des VA  $\{Z(x), x \in \text{gisement}\}$ . Cet ensemble de VA est appelé fonction aléatoire et sera noté  $Z(x)$ .

Cette définition d'une FA exprime les aspects aléatoire et structuré d'une VR (Journel et Huijbregts, 1978):

- localement, au point  $x_1$ ,  $Z(x_1)$  est une VA;
  - $Z(x)$  est aussi une FA dans le sens où pour chaque paire de points  $x_1$  et  $x_1+h$ , les VA
- 

Figure A: Aspects aléatoire et structuré d'une variable régionalisée.



correspondantes  $Z(x_1)$  et  $Z(x_1+h)$  ne sont pas, en général, indépendantes mais liées par une corrélation exprimant la structure spatiale de la VR initiale  $z(x)$ .

### I.2.1.2 Inférence statistique

L'interprétation probabiliste d'une VR  $z(x)$  comme étant une réalisation particulière d'une certaine FA  $Z(x)$  n'a de sens opérationnel que s'il est possible d'inférer toute ou une partie de la loi de probabilité qui définit entièrement cette FA. Evidemment, il n'est rigoureusement pas possible d'inférer la loi de probabilité d'une FA  $Z(x)$  à partir d'une seule réalisation  $z(x)$  qui est, en plus, limitée à un nombre fini de points échantillonnés  $x_i$ . Puisqu'en pratique nous serons limités à une seule réalisation  $\{z(x_i)\}$  (c.a.d. la FA aux positions  $x_i$ ), notre problème ne sera résolu que si certaines hypothèses sont émises. Ces hypothèses impliquent plusieurs degrés d'homogénéité spatiale. Elles seront introduites sous le titre général d'"*hypothèses de stationnarité*".

### I.2.2 Moments et stationnarité

Considérons la FA  $Z(x)$ . Pour chaque ensemble de  $k$  points dans  $R^n$  (espace  $n$ -dimensionnel)  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  appelés points supports, il correspond un vecteur de VA à  $k$  composantes

$$\{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_k)\}.$$

Ce vecteur de VA est caractérisé par la fonction de distribution à  $k$  variables

$$F_{x_1, \dots, x_k}(z_1, \dots, z_k) = \text{Prob} \{Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_k) < z_k\}.$$

L'ensemble de toutes ces fonctions de distribution, pour tous les entiers positifs  $k$  et pour chaque choix possible de points supports dans  $R^n$ , constitue la "loi spatiale" de la FA  $Z(x)$  (Journel et Huijbregts, 1978). Dans les applications de géostatistique, les données généralement disponibles sont insuffisantes pour inférer toute la loi spatiale. En géostatistique linéaire, seulement les deux premiers moments de la FA sont utilisés ; autrement dit, aucune distinction n'est faite entre deux FA  $Z(x_1)$  et  $Z(x_2)$  qui possèdent les mêmes moments d'ordre un et deux: les deux fonctions sont considérées représenter le même modèle.

### 1.2.2.1 Espérance mathématique ou moment d'ordre un

Considérons une VA  $Z(x)$  au point  $x$ . Si la fonction de distribution de  $Z(x)$  possède une espérance (et nous supposons qu'elle en possède), alors cette espérance est généralement fonction de  $x$  et est écrite (Journel and Huijbregts, 1978)

$$E\{Z(x)\} = m(x)$$

### 1.2.2.2 Moments d'ordre deux

Les trois moments d'ordre deux considérés en géostatistique sont comme suit (Journel et Huijbregts, 1978).

- **La variance**, ou plus précisément la "variance a priori" de  $Z(x)$ . De la même façon que pour  $m(x)$ , la variance est généralement fonction de  $x$ .

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m(x)]^2\}$$

- **La covariance**. Il est montré que si deux VA  $Z(x_1)$  et  $Z(x_2)$  ont des variances aux

points  $x_1$  et  $x_2$  alors elles possèdent une covariance qui est fonction de  $x_1$  et  $x_2$ ; elle est écrite

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\}$$

• *Le variogramme.* La fonction variogramme est définie comme étant la variance des incréments  $[Z(x_1) - Z(x_2)]$ , et est écrite

$$2\gamma(x_1, x_2) = \text{Var}\{Z(x_1) - Z(x_2)\}$$

La fonction  $\gamma(x_1, x_2)$  est donc le "*demi-variogramme*".

### I.2.2.3 Les hypothèses de stationnarité

a. Stationnarité stricte: Une FA est dite stationnaire au sens strict quand sa loi spatiale est invariante par translation. Plus précisément, les deux vecteurs à  $k$  composantes de VA  $\{Z(x_1), \dots, Z(x_k)\}$  et  $\{Z(x_1+h), \dots, Z(x_k+h)\}$  possèdent la même loi de distribution à  $k$  variables quel que soit le vecteur de translation  $h$  (Journel et Huijbregts, 1978).

Il est à noter que cette forme de stationnarité n'implique pas l'existence de moyennes, de variances ou de covariances (Myers, 1988). Dans toutes les situations, les données sont représentées comme un échantillon d'une réalisation unique de la FA et donc ne peuvent servir de base pour la vérification de la stationnarité de la FA (Myers, 1988). Nous concluons donc que la stationnarité stricte est une hypothèse très forte en toutes circonstances.

b. Stationnarité d'ordre 2: Une FA est dite stationnaire d'ordre deux si:

- l'espérance mathématique  $E\{Z(x)\}$  existe et ne dépend pas du point support  $x$ ; d'où

$$E\{Z(x)\} = m, \quad \forall x$$

• pour chaque paire de VA  $\{Z(x), Z(x+h)\}$  la covariance existe et dépend de la distance de séparation  $h$ ,

$$C(h) = E\{Z(x+h) \cdot Z(x)\} - m^2, \quad \forall x$$

où  $h$  représente un vecteur de coordonnées  $(h_u, h_v, h_w)$  dans un espace tridimensionnel.

La stationnarité de la covariance implique celles de la variance et du variogramme (Journel et Huijbregts, 1978). Les relations suivantes en découlent:

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m]^2\} = C(0), \quad \forall x$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = C(0) - C(h), \quad \forall x \quad (1)$$

Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, la relation (1) indique que la covariance et le variogramme sont deux outils équivalents pour caractériser les auto-corrélations entre deux variables  $Z(x+h)$  et  $Z(x)$  séparées par la distance  $h$ .

L'hypothèse de stationnarité d'ordre deux suppose l'existence d'une covariance et donc d'une variance *a priori* finie,  $\text{Var}\{Z(x)\} = C(0)$ . Maintenant, l'existence de la fonction variogramme représente une hypothèse plus faible que l'existence de la covariance ; de plus, il existe beaucoup de phénomènes physiques et de FA qui possèdent une capacité infinie de dispersion, c.a.d. qui n'admettent ni de variance *a priori* ni de covariance, mais pour lesquels un variogramme peut être défini. Comme conséquence, l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux peut être légèrement affaiblie quand on suppose uniquement l'existence et la stationnarité du variogramme.

c. Hypothèse intrinsèque: Une FA  $Z(x)$  est dite intrinsèque (forme de stationnarité introduite par Matheron, 1971, 1973) si:

- l'espérance mathématique existe et ne dépend pas du point support  $x$

$$E\{Z(x)\} = m \quad \forall x$$

- pour tous les vecteurs  $h$ , l'incrément  $[Z(x+h)-Z(x)]$  possède une variance finie ne dépendant pas de  $x$

$$\text{Var}\{Z(x+h) - Z(x)\} = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h) \quad \forall x$$

Donc, la stationnarité d'ordre deux implique l'hypothèse intrinsèque mais l'inverse n'est pas vrai: l'hypothèse intrinsèque peut aussi être vue comme étant la limitation de la stationnarité d'ordre deux aux incréments de la FA  $Z(x)$ .

d. Quasi-stationnarité: En pratique, la fonction structurale, covariance ou variogramme, est utilisée pour des distances limitées  $|h| \leq b$ . La limite  $b$  représente, par exemple, le diamètre du voisinage d'estimation (soit la zone qui contient l'information à utiliser). La limitation de l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux (ou l'hypothèse intrinsèque si uniquement le variogramme est considéré) aux seules distances  $|h| \leq b$  correspond à une hypothèse de quasi-stationnarité (ou à une hypothèse quasi-intrinsèque).

Pratiquement, nous pouvons définir des voisinages mobiles dans lesquels l'espérance et la covariance peuvent être considérées comme stationnaires et où les données sont suffisantes pour qu'une inférence statistique soit possible. L'hypothèse de quasi-stationnarité est réellement un compromis entre l'échelle d'homogénéité du phénomène et le nombre de données disponibles. En effet, il est toujours possible de produire une stationnarité en



réduisant considérablement la dimension  $b$  des zones de quasi-stationnarité, mais dans ce cas la plupart de ces zones ne comprendraient aucune donnée et donc il serait impossible d'en inférer les moments quasi-stationnaires.

### I.3 A PROPOS DE LA COVARIANCE ET DU VARIOGRAMME

#### I.3.1 Conditions de définition positive

Soit  $Z(x)$  une FA d'espérance  $m$  et de covariance  $C(h)$  ou demi-variogramme  $\gamma(h)$ .

Soit  $Y$  une combinaison linéaire finie quelconque du type

$$Y = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

pour tout coefficient de pondération  $\lambda_i$ .

Cette combinaison est une VA et sa variance ne peut être négative,  $\text{Var}\{Y\} \geq 0$ . Explicitement, cette variance est écrite (Journel et Huijbregts, 1978)

$$\text{Var}\{Y\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) \geq 0 \quad (2)$$

La fonction de covariance doit être telle qu'elle puisse assurer que la variance précédente soit toujours positive ou nulle. Par définition donc, la fonction  $C(h)$  est dite "*une fonction définie positive*".

Utilisant la relation (1), l'expression (2) peut être réécrite en termes de demi-variogrammes

$$\text{Var}\{Y\} = C(0) \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j)$$

Dans le cas où la variance  $C(0)$  n'existe pas alors l'hypothèse intrinsèque est seule supposée, et la variance de  $Y$  est définie sous la condition que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$$

d'où,

$$\text{Var}\{Y\} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) \quad (3)$$

La fonction variogramme doit être telle que  $\text{Var}\{Y\}$  soit positive ou nulle, avec la condition que  $\sum_i \lambda_i = 0$ . Par définition,  $-\gamma(h)$  est dite fonction "*définie positive conditionnelle*".

### I.3.2 Combinaisons linéaires autorisées

Quand seule l'hypothèse intrinsèque est supposée, les seules combinaisons linéaires possédant une variance finie sont celles vérifiant la condition sur les coefficients de pondération:  $\sum_i \lambda_i = 0$ . Donc, si uniquement ces combinaisons linéaires autorisées sont considérées (ce qui est le cas, en géostatistique linéaire), alors il n'y a aucun besoin de calculer la variance *a priori*  $C(0)$  ou de connaître l'espérance  $m = E\{Z(x)\}$  ou la covariance  $C(h)$ ; il suffit de connaître le demi-variogramme (Journel et Huijbregts, 1978).

### I.3.3 Propriétés de la covariance

La fonction de covariance  $C(h)$  étant définie positive implique les propriétés suivantes:

$C(0) = \text{Var}\{Z(x)\} \geq 0$ , une variance *a priori* ne peut être négative;

$C(h) = C(-h)$ , la covariance est une fonction paire;

$C(h) \leq C(0)$ .

Le degré de corrélation entre deux variables  $Z(x)$  et  $Z(x+h)$  décroît, généralement, à mesure que croît la distance  $h$ . Donc, en général, la fonction de covariance décroît de sa valeur à l'origine  $C(0)$  (cf. figure B).

### 1.3.4 Absence de corrélation

Très souvent, en pratique, la corrélation entre deux variables  $Z(x)$  et  $Z(x+h)$  disparaît quand la distance  $h$  devient trop grande:

$$C(h) \rightarrow 0, \quad \text{quand } |h| \rightarrow \infty$$

et, en pratique, nous pouvons poser  $C(h) = 0$ , une fois  $|h| \geq a$ . La distance  $a$  au delà de laquelle  $C(h)$  peut être considérée comme nulle est appelée la "*portée*". Elle représente la transition de l'état où une corrélation spatiale existe ( $|h| \leq a$ ) à l'état où il y a absence de corrélation ( $|h| > a$ ) (cf. figure B).

### 1.3.5 Propriétés du variogramme

La définition du variogramme comme étant la variance d'incrémentes implique les propriétés suivantes:

$$\gamma(0)=0, \text{ et}$$

$$\gamma(h)=\gamma(-h)\geq 0.$$

En général, à mesure que  $h$  croît, la déviation quadratique moyenne entre les deux variables  $Z(x)$  et  $Z(x+h)$  tend à croître et donc  $\gamma(h)$  croît à partir de sa valeur initiale nulle.

### I.3.6 Phénomènes de transition

Très souvent, en pratique, le demi-variogramme arrête de croître au delà d'une certaine distance et devient plus ou moins stable autour d'une valeur limite  $\gamma(\infty)$  appelée "*palier*" qui est simplement la variance *a priori* de la FA

$$\gamma(\infty) = \text{Var}\{Z(x)\} = C(0).$$

Dans ces situations, la variance *a priori* existe ainsi que la covariance. Ces variogrammes qui sont caractérisés par un palier et une portée sont appelés "*modèles de transition*". Ils correspondent à des FA qui sont non seulement intrinsèques mais aussi stationnaires d'ordre deux (Journel et Huijbregts, 1978) (cf. figure B).

### I.3.7 Comportement du variogramme près de l'origine

La continuité et la régularité dans l'espace de la FA  $Z(x)$  et donc de la VR  $z(x)$  qu'elle représente, sont liées au comportement du variogramme près de l'origine. Dans un ordre de régularité décroissante, quatre principaux types de comportement peuvent être distingués (cf. figure C).

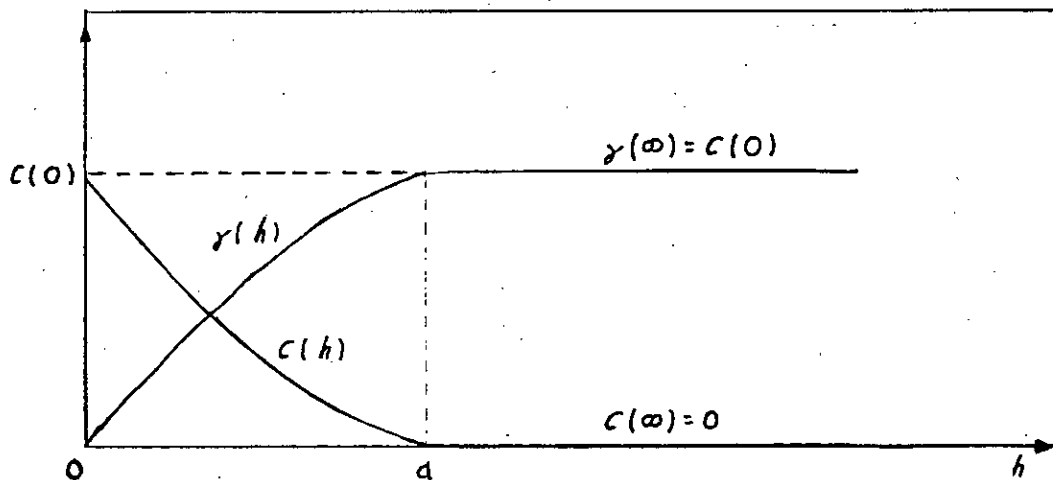
- *Comportement parabolique*:  $\gamma(h) \sim A|h|^2$  quand  $h \rightarrow 0$ . Ce type de comportement est caractéristique d'une variabilité spatiale très régulière.

- *Comportement linéaire*:  $\gamma(h) \sim A|h|$  quand  $h \rightarrow 0$ .

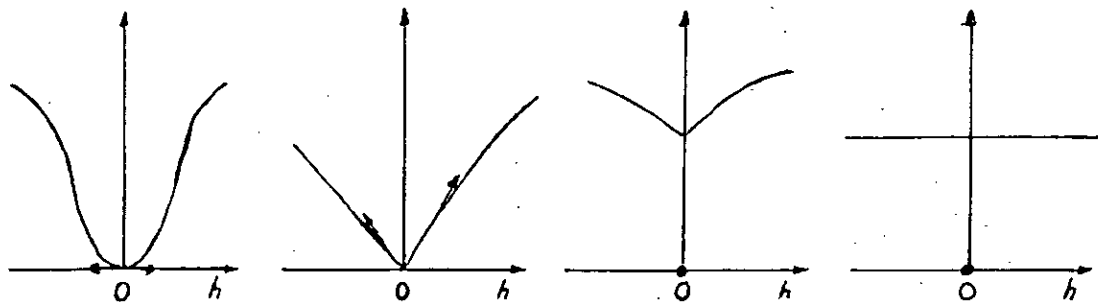
- *Discontinuité à l'origine*:  $\gamma(h)$  ne tend pas vers zéro quand  $h$  tend vers zéro, même si par définition  $\gamma(0)=0$ .

La discontinuité du variogramme à l'origine est appelée un "effet de pépite" et est due aux erreurs de mesure ainsi qu'aux micro-variabilités du phénomène étudié. Etant donné que la

**Figure B: Covariance et demi-variogramme.**



**Figure C: Comportement du variogramme près de l'origine.** (a) Comportement parabolique; (b) comportement linéaire; (c) effet de pépite; (d) pure effet de pépite.



structure de ces micro-variabilités est non accessible à l'échelle à laquelle les données sont disponibles, elles apparaissent sous la forme d'un bruit blanc.

- *Pure effet de pépite*: C'est le cas limite où  $\gamma(h)$  apparaît seulement comme une discontinuité à l'origine:

$$\gamma(0) = 0 \quad \text{et} \quad \gamma(h) = C_0 \quad \text{quand } h > \epsilon$$

Pour toutes les distances expérimentales, aussi petites qu'elles puissent être, les deux VA  $Z(x)$  et  $Z(x+h)$  ne sont pas corrélées. Le pur effet de pépite correspond donc à une totale absence d'auto-corrélation.

### I.3.8 Comportement du variogramme à l'infini

Utilisant la propriété de  $-\gamma$  qui est une fonction positive conditionnelle, il peut être montré que le variogramme croît nécessairement plus lentement à l'infini que ne le fait  $|h|^2$  (Journel et Huijbregts, 1978):

$$\lim_{|h| \rightarrow \infty} \frac{\gamma(h)}{|h|^2} = 0 \quad \text{quand } |h| \rightarrow \infty.$$

Comme conséquence, un variogramme expérimental qui croît au moins aussi rapidement que  $|h|^2$  pour des distances  $h$  grandes est incompatible avec l'hypothèse intrinsèque. Ce type d'accroissement du variogramme indique, le plus souvent, la présence d'une "dérive", c.a.d. une espérance mathématique non-stationnaire:

$$E\{Z(x)\} = m(x)$$

où  $m(x)$  dépend de  $x$ .

### 1.3.9 Inférence des moments d'ordre deux

En pratique, tout ce qui est connu de la fonction structurale  $\gamma(h)$ , ou  $C(h)$ , est un estimateur  $\hat{\gamma}(h)$  dérivé à partir des données  $z(x_i)$ .

Les expressions des différentes opérations géostatistiques sont souvent construites en utilisant la fonction variogramme  $\gamma(h)$ . Il est donc utile d'étudier la possibilité d'estimer  $\gamma(h)$  à partir d'un ensemble fini de données expérimentales  $\{z(x_i)\}$ .

#### 1.3.9.1 Variogramme expérimental

Soit  $Z(x)$  une FA supposée stationnaire sur des domaines d'étendue limitée  $V$ . Sur un tel domaine  $V$  le variogramme expérimental suivant peut être calculé, à partir des données expérimentales  $\{z(x_i)\}$  disponibles:

$$2\hat{\gamma}^*(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} [z(x_j+h) - z(x_j)]^2 \quad (4)$$

où  $N(h)$  est le nombre de paires de données sur  $V$  séparées par la distance vectorielle  $h$ .

Le variogramme expérimental  $2\hat{\gamma}^*(h)$  est relatif à la réalisation particulière  $z(x)$  de la FA  $Z(x)$ ; ce variogramme apparaît donc comme une VA dont l'espérance est précisément le variogramme théorique de la FA  $Z(x)$  (Journel et Huijbregts, 1978):

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = E\{2\hat{\gamma}^*(h)\}$$

- *Comment calculer un variogramme expérimental?*

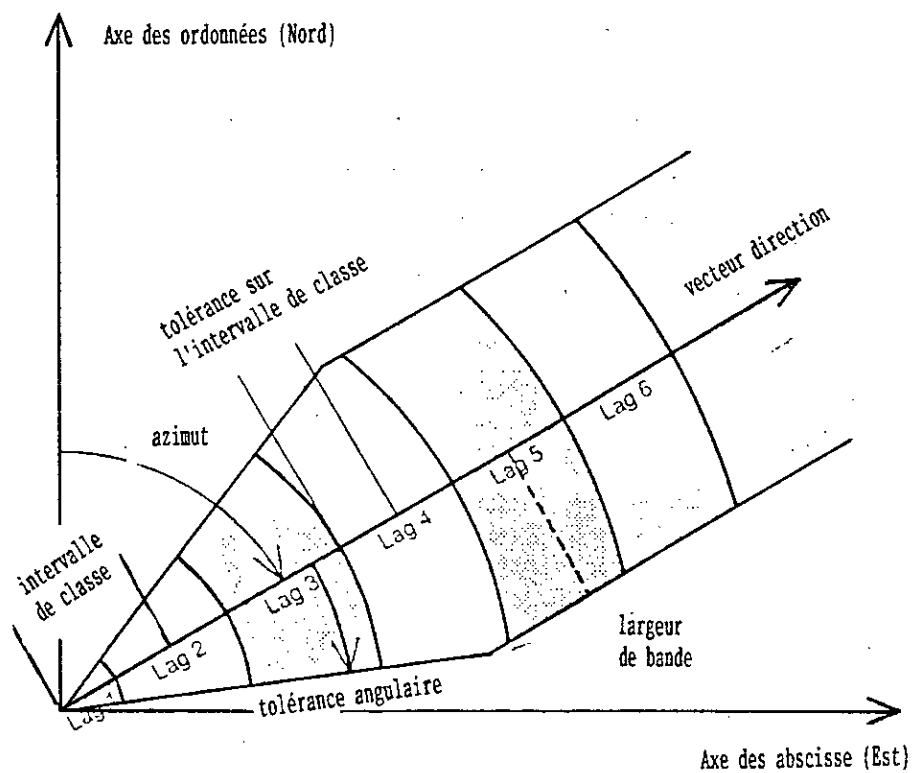
Pour calculer le variogramme expérimental à partir de données non-alignées, les paires de données sont à grouper en des classes de distances et des classes angulaires dans le but d'obtenir une estimation de  $\gamma(h)$  basée sur un nombre suffisant de paires. Dans un espace à deux dimensions, les paramètres requis pour calculer  $\gamma^*(h)$  sont (Deutsch et Journel, 1992) (cf. figure D):

- la distance de l'intervalle de classe;
- la tolérance sur l'intervalle de classe; celle-ci peut être la moitié de la distance de l'intervalle de classe ou plus petite;
- l'angle azimutal (direction suivant laquelle  $\gamma^*(h)$  est à calculer);
- la tolérance angulaire (pour définir des classes angulaires);
- la largeur de bande ou distance maximale acceptable dans la direction perpendiculaire au vecteur directeur.

Par conséquent,  $\gamma(h)$  n'est pas estimée à la distance  $h$  mais sur un intervalle  $[h \pm \Delta h]$  où  $\Delta h$  est la tolérance sur l'intervalle de classe. Un des effets de cette procédure est de lisser le variogramme. Ce lissage augmente avec la tolérance sur l'intervalle de classe. De plus, pour éviter que les parties extrêmes du champ ne soient seules prises en compte dans le calcul, un variogramme expérimental est à estimer uniquement pour des distances inférieures à la moitié de la plus grande dimension du champ (Journel et Huijbregts, 1978). Une bonne compréhension de l'arrangement spatial des données est donc essentielle pour prendre d'une façon intelligente des décisions à propos des paramètres de calcul des variogrammes comme l'intervalle de classe, les directions et les tolérances angulaires. En pratique il est préférable de réaliser des cartes de position et des cartes d'iso-valeurs des données avant de choisir les paramètres de calcul des variogrammes. Ceci permet de repérer des grappes de données, des tendances, des discontinuités, et d'autres particularités.



Figure D: Quelques paramètres pour le calcul d'un variogramme expérimental.



### I.3.9.2 A propos de la robustesse du variogramme

Etant donné que  $\gamma^*(h)$  est essentiellement une moyenne d'échantillon, il possède tous les désavantages communément associés à la moyenne d'échantillon, en particulier il est non-robuste.

Mis à part la nature non-robuste de  $\gamma^*(h)$  d'autres difficultés peuvent survenir en pratique. Dans un espace à 2 ou 3 dimensions,  $\gamma^*(h)$  est fonction d'une distance  $r$  ( $r=|hl|$ ) et de directions  $\alpha$  et  $\varphi$ . Dans le but d'identifier de possibles anisotropies (c.f. paragraphe I.3.11)  $\gamma^*(h)$  doit être comparé pour une série d'intervalles de classes et aussi pour une série de directions. Malencontreusement  $N(r,\alpha,\varphi)$  (soit le nombre de paires de données pour un intervalle de classe donné et pour une direction donnée) peut s'avérer très petit pour tout choix particulier de  $(r,\alpha,\varphi)$ . Ceci reste vrai même pour des grilles de données régulières. La plupart des logiciels incorporent l'utilisation de classes de distances ( $\bar{r}$ ) et de fenêtres angulaires ( $\bar{\alpha}, \bar{\varphi}$ ) pour calculer  $\gamma^*$ . Quand des classes de distances et des fenêtres d'angles sont utilisées il est souvent nécessaire de rechercher les largeurs de classes et les fenêtres donnant un grand nombre de paires pour les courtes distances puisque c'est cette portion du variogramme qui est la plus critique.

Etant donné la sensibilité du variogramme expérimental aux valeurs extrêmes (puisque'il requiert des carrés de différences pour le calculer), plusieurs autres estimateurs ont été proposés. Parmi ces estimateurs, le variogramme relatif, la médiane des carrés des différences, la distance inter quartile des différences, la moyenne des différences absolues,... Cependant on tend de plus en plus à remplacer l'usage aveugle d'estimateurs robustes par une analyse structurale critique. Ceci nécessite l'usage du sens commun et de techniques ordinaires de

nettoyage des données (Armstrong, 1984).

Une autre alternative pour la description de la continuité spatiale, notamment pour des distributions de données très asymétriques ou contenant des valeurs extrêmes, est la possibilité d'utiliser des transformations non-linéaires des variables originales (par exemple considérer les logarithmes, les racines carrées ...). Même si de telles transformations peuvent donner des variogrammes expérimentaux moins chaotiques, il est généralement difficile de rapporter le variogramme des données transformées au variogramme des données originales ou d'utiliser le variogramme des données transformées pour le processus de krigeage (technique d'estimation locale donnant un estimateur sans biais et avec une variance d'estimation minimale) (Myers, 1986).

### **I.3.10 Isotropie**

Quand une fonction  $\gamma(|h|, \alpha, \varphi)$  dépend uniquement du module  $|h|$  du vecteur  $h$ , le phénomène est dit "*isotrope*". La variabilité de la FA tri-dimensionnelle  $Z(x_u, x_v, x_w)$ , caractérisée par le demi-variogramme  $\gamma(|h|)$ , est identique dans toutes les directions de l'espace.

### **I.3.11 Anisotropie**

Un phénomène est dit "*anisotrope*" quand sa variabilité n'est pas identique dans toutes les directions. La fonction structurale  $\gamma(|h|, \alpha, \varphi)$  caractérisant la variabilité spatiale en moyenne dépend donc des paramètres de direction  $\alpha$  et  $\varphi$ .

En pratique, une réelle anisotropie de la fonction structurale  $\gamma(h)$  correspond à l'existence de directions préférentielles au temps de la genèse du phénomène étudié. Ces directions préférentielles sont, en général, connues *a priori* et le variogramme quantifie leurs variabilités respectives.

### I.3.11.1 Anisotropie géométrique

Un demi-variogramme  $\gamma(h_u, h_v, h_w)$  présente une anisotropie géométrique quand sa portée change avec la direction, pendant que son palier reste constant. Cette anisotropie peut être réduite à une isotropie par une simple transformation linéaire des coordonnées (Journel et Huijbregts, 1978):

$$\gamma(h_u, h_v, h_w) = \gamma'(\sqrt{(h'_u)^2 + (h'_v)^2 + (h'_w)^2})$$

avec

$$[h'] = [A] \cdot [h]$$

où  $[A]=[a_{ij}]$  représente la matrice de transformation des coordonnées, et  $[h]$  et  $[h']$  sont les deux matrices colonnes des coordonnées.

### I.3.11.2 Anisotropie zonale

Un demi-variogramme  $\gamma(h_u, h_v, h_w)$  présente une anisotropie zonale quand son palier change avec la direction, pendant que sa portée reste constante. En pratique il est rare de trouver une anisotropie zonale pure (Isaaks et Srivastava, 1989). Il est plus commun de

trouver un mélange d'anisotropies zonale et géométrique.

### I.3.12 Modélisation du variogramme expérimental

#### I.3.12.1 Pourquoi modéliser le variogramme?

En pratique  $\gamma(h)$  n'est pas connu ; il est estimé à partir des données disponibles. Nous obtenons donc, pour différentes valeurs de  $h$  une série de valeurs  $\gamma^*(h)$ . On est amené à ajuster une équation à ces valeurs expérimentales. Le besoin d'un modèle pour le variogramme vient donc du fait que l'on pourrait avoir besoin d'une valeur de variogramme pour une certaine distance ou direction pour laquelle on ne dispose pas de valeur expérimentale, principalement parce que les opérations géostatistiques ultérieures nécessitent un modèle pour  $\gamma^*(h)$ .

#### I.3.12.2 Modèles autorisés

Dans le but d'ajuster un modèle à un variogramme expérimental, on ne peut utiliser n'importe quelle fonction arbitraire. Un modèle de variogramme doit être conditionnellement défini négatif. Puisque, comme indiqué au paragraphe I.3.1 la fonction de covariance  $C(h)$  doit être définie positive, afin que la variance de toute combinaison linéaire de VA soit positive ou nulle.

En pratique, on n'utilise que quelques modèles autorisés connus. Ces fonctions sont dites "*modèles de base*". Nous pouvons combiner ces fonctions définies positives pour former de

nouvelles fonctions qui sont elles aussi définies positives.

On peut distinguer deux types de modèles de base de variogrammes; ceux qui atteignent un plateau (modèles de transition) et ceux qui n'en atteignent pas (ces variogrammes continuent de croître avec  $h$ ; ces modèles sont souvent nécessaires quand les données présentent une dérive).

■ *Modèles de transition:*

Les modèles présentés ci-après ont été normés à l'unité ; ils correspondent à des FA de variance *a priori* égale à l'unité. Pour obtenir un modèle avec un plateau  $C(0)=b \neq 1$ , il suffit de multiplier les expressions données de  $\gamma(h)$  ou  $C(h)$  par la constante  $b$ .

• *Modèles de transition à comportement linéaire à l'origine:*

• *Modèle sphérique:*

$$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^3}, & \forall h \in [0, a] \\ 1 = \text{palier}, & \forall h \geq a \end{cases}$$

• *Modèle exponentiel:*

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right)$$

Ce modèle atteint son palier asymptotiquement, avec une portée pratique définie comme étant la distance à laquelle la valeur du variogramme équivaut à 95% de celle du palier.

La différence entre les modèles sphérique et exponentiel réside dans la distance à laquelle leurs tangentes à l'origine rencontrent le palier (cf. figure E):

$h=2a/3$ , deux tiers de la portée pour le modèle sphérique;

$h=a/3$ , un tiers de la portée pratique pour le modèle exponentiel.

Le modèle sphérique atteint son palier plus rapidement que l'exponentiel.

- *Modèles de transition à comportement parabolique à l'origine:*

- *Modèle gaussien:*

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right)$$

Le palier est atteint asymptotiquement pour une portée pratique à laquelle  $\gamma(a)=0.95$ .

- *Modèles sans palier:*

- *Modèles en  $h^\theta$ :*

$$\gamma(h) = h^\theta \quad \text{avec} \quad \theta \in ]0, 2[$$

les limites 0 et 2 sont exclues.

En pratique, seul le modèle linéaire est couramment utilisé,

$$\gamma(h) = \omega h$$

avec  $\omega$  étant la pente à l'origine.

■ *Le modèle effet de pépité:*

$$\gamma_0(h) = \begin{cases} 0 & h=0 \\ 1 & h>0 \end{cases}$$

D'ordinaire, dans la littérature géostatistique l'effet de pépité n'est pas donné explicitement comme un modèle de base, mais apparaît plutôt comme une constante  $b_0$  dans l'équation du variogramme, en sous-entendant que cette "constante" est nulle pour  $h=0$ .

### I.3.12.3 Structures gigognes

Tous les modèles ci-dessus décrivent des lignes droites ou des courbes simples. Cependant, il arrive souvent de trouver le variogramme plus complexe pour qu'un modèle plus élaboré soit nécessaire pour mieux le décrire. Ceci peut être réalisé en combinant deux ou plusieurs fonctions de base. Ceci est permis parce que toute combinaison linéaire de modèles autorisés est elle-même autorisée. On pourrait donc avoir

$$\gamma(h) = b_1\gamma_1(h) + b_2\gamma_2(h) + \dots + b_i\gamma_i(h)$$

Cette combinaison linéaire de modèles de base de variogrammes forme un modèle de "structure gigognes".

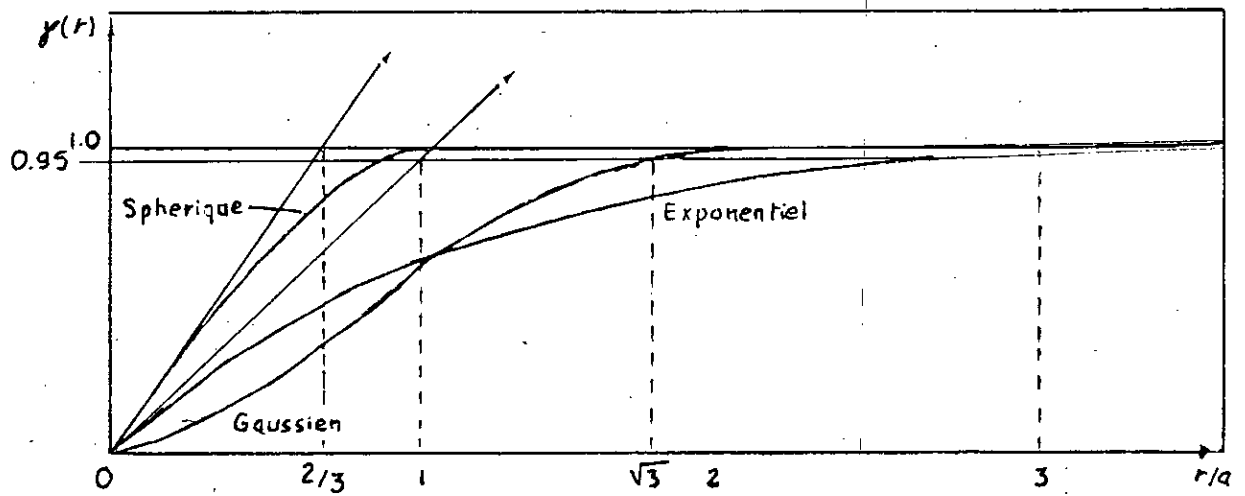
De tels modèles gigognes caractérisent une variabilité due à plusieurs sources indépendantes se manifestant à des portées différentes de l'échelle spatiale. En prospection géochimique on



rencontre souvent un variogramme contenant deux composantes spatiales reconnaissables. A ce propos le modèle double sphérique s'est avéré très utile (Oliver et Webster, 1990).

---

**Figure E: Modèles avec palier.**



---

---

---

---

---

---

---

*II<sup>ème</sup> Partie*

*Analyse Factorielle Krigeante.*

*Outils pour l'Interprétation  
d'Information Spatiale Multivariable*

## SOMMAIRE

II.1 Introduction .....	34
II.2 Le modèle géostatistique multivariable .....	34
II.3 Propriétés des moments croisés .....	36
II.4 Les matrices des fonctions variogramme et covariance .....	38
II.5 Inférence du variogramme croisé .....	39
II.6 Modélisation de la corégionalisation .....	40
II.6.1 Modèles autorisés .....	40
II.6.2 Le modèle linéaire de corégionalisation .....	41
II.6.3 Modélisation de la corégionalisation: pratique .....	44
II.7 Analyse factorielle des matrices de corégionalisation .....	46
II.7.1 Quelques définitions .....	46
II.7.2 Analyse en composantes principales .....	48
II.8 Cokrigage factoriel .....	49
II.8.1 Introduction .....	49
II.8.2 Cokrigage des facteurs régionalisés .....	50
II.8.3 Cartographie des facteurs régionalisés .....	52

## II.1 INTRODUCTION

La géostatistique est bien connue comme étant un ensemble de méthodes d'estimation et de sélection de ressources minérales. Matheron (1982) a proposé une méthode (analyse factorielle krigéante (AFK)) de synthèse et de représentation de données, et qui a été mise en pratique par Wackernagel (1985). Ce fut le point de départ d'applications visant la description des relations spatiales ainsi que la synthèse des caractéristiques de variables observées. Une application de la méthode proposée est la synthèse de données en prospection géochimique dont le but final est l'interprétation de valeurs anormales dans les données ("anomalies") qui pourraient donner des indications sur la présence de concentrations de ressources minérales particulières tout près.

## II.2 LE MODELE GEOSTATISTIQUE MULTIVARIABLE

Un phénomène régionalisé peut être représenté par plusieurs variables inter-corrélées et, dans certains cas, il pourrait être utile de les étudier simultanément. Les régionalisations simultanées considérées forment une "*corégionalisation*".

L'approche probabiliste d'une corégionalisation est similaire à celle de la régionalisation d'une seule variable. Un ensemble de  $p$  VR  $\{z_i(x); i=1, \dots, p, \forall x \in D\}$  sont interprétées comme étant une réalisation particulière d'un ensemble de  $p$  FA inter-corrélées  $\{Z_i(x); i=1, \dots, p, \forall x \in D\}$  noté  $Z(x)$ .  $Z(x)$  est appelée une FA multivariable (ou multidimensionnelle). En pratique, seul un échantillon fini (il est supposé que toutes les variables ont été observées en toute position  $x_\alpha$  (cas isotope)) d'une seule réalisation de  $Z(x)$   $\{z_i(x_\alpha); i=1, \dots, N_p; \alpha=1, \dots, N\}$  est

disponible. L'inférence statistique est donc impossible. Par conséquent, comme dans le cas monovarié, des hypothèses de stationnarité sont à émettre.

Une FA multivarié  $Z(x)$  est dite stationnaire d'ordre deux si (Journel et Huijbregts, 1978; Goovaerts, 1992b)

- pour chaque FA  $Z_i(x)$ , l'espérance mathématique existe et ne dépend pas de  $x$

$$E\{Z_i(x)\} = m_i \quad \forall x \in D; \quad i=1, \dots, p$$

- pour chaque paire de FA  $Z_i(x), Z_j(x)$ , la covariance croisée  $C_{ij}(h)$  existe et dépend seulement de  $h$

$$E\{(Z_i(x) - m_i)(Z_j(x) - m_j)\} = C_{ij}(h) \quad \forall x \in D; \quad i, j=1, \dots, p \quad (5)$$

Une FA multivarié  $Z(x)$  est dite intrinsèque si

- pour toute FA  $Z_i(x)$  et pour tout intervalle de classe  $h$ , l'espérance mathématique de l'incrément  $(Z_i(x) - Z_i(x+h))$  est nulle et ne dépend pas de  $x$

$$E\{Z_i(x) - Z_i(x+h)\} = 0 \quad \forall x \in D; \quad i=1, \dots, p$$

- pour toute paire de FA  $Z_i(x), Z_j(x)$ , et pour tous les intervalles de classe, la covariance entre les incréments  $(Z_i(x) - Z_i(x+h))$  et  $(Z_j(x) - Z_j(x+h))$  existe et dépend seulement de  $h$

$$\text{Cov}\{Z_i(x) - Z_i(x+h), [Z_j(x) - Z_j(x+h)]\} = 2\gamma_{ij}(h) \quad \forall x \in D; \quad i, j=1, \dots, p$$

le "variogramme croisé"  $\gamma_{ij}(h)$  est donc écrit

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x) - Z_i(x+h)][Z_j(x) - Z_j(x+h)]\} \quad (6)$$

## II.3 PROPRIETES DES MOMENTS CROISES

- Quand  $i=j$ , les équations (5) et (6) donnent les définitions de la covariance et du variogramme,  $C_{ii}(h)$  et  $\gamma_{ii}(h)$ .

- Un variogramme croisé  $\gamma_{ij}(h)$  peut prendre des valeurs négatives (puisque il est défini comme étant l'espérance d'un produit de différences). Une valeur négative du variogramme croisé indique qu'un accroissement de l'une des variables ( $j$ ) correspond, en moyenne, à un décroissement de l'autre variable ( $i$ ). Ceci peut être expliqué, par exemple, par un phénomène pour lequel un élément  $i$  est substitué à un élément  $j$ .  $\gamma_{ij}(h)$  est une mesure qui indique comment covariant les incréments spatiaux des variables  $z_i$  et  $z_j$  dans l'espace.

- Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, l'existence des covariances croisées implique celle des variogrammes croisés. Ces deux groupes d'outils structuraux sont liés par la relation

$$2\gamma_{ij}(h) = 2C_{ij}(0) - C_{ij}(h) - C_{ji}(h) \quad (7)$$

- Le variogramme croisé est symétrique en  $(i,j)$  et  $(h,-h)$  quand ceci n'est pas nécessairement le cas pour la covariance croisée (Wackernagel, 1992)

$$\gamma_{ij}(h) = \gamma_{ji}(h) \quad \text{et} \quad \gamma_{ij}(h) = \gamma_{ij}(-h)$$

$$C_{ij}(h) \neq C_{ij}(-h) \quad \text{et} \quad C_{ij}(h) \neq C_{ji}(h) \quad \text{mais} \quad C_{ij}(h) = C_{ji}(-h)$$

Une différence substantielle entre  $C_{ij}(h)$  et  $C_{ji}(h)$  indique la présence d'un décalage d'une variable par rapport à l'autre. Ceci est appelé effet de retard. Dans ce cas particulier, la fonction de covariance croisée atteint son maximum pour  $h \neq 0$ . Un tel effet de retard pourrait ne pas être visible sur le variogramme croisé et quand il est suspecté, la covariance croisée

serait à utiliser. Autrement, pour des raisons de consistance avec l'étude des variogrammes directs, il est préférable d'utiliser des variogrammes croisés (Journel et Huijbregts, 1978).

Dans la plupart des applications de la théorie des FA stationnaires, il est naturel de considérer que la relation statistique entre les quantités  $Z_i(x)$  et  $Z_j(x+h)$  doit être très mauvaise pour des valeurs de  $h$  assez grandes (Goovaerts, 1992b)

$$C_{ij}(h) \rightarrow 0 \quad \text{pour } |h| \rightarrow \infty \quad (8)$$

Donc, prenant en compte les équations (7) et (8), nous pouvons écrire

$$\gamma_{ij}(h) \rightarrow C_{ij}(0) \quad \text{pour } |h| \rightarrow \infty \quad (9)$$

- Fonction de corrélation croisée

La fonction de corrélation croisée  $\rho_{ij}(h)$  est définie comme

$$\rho_{ij}(h) = \frac{C_{ij}(h)}{\sqrt{C_{ii}(0)C_{jj}(0)}}$$

$\rho_{ij}(h)$  mesure la corrélation entre  $Z_i(x)$  et  $Z_j(x+h)$ . Le coefficient de corrélation point à point entre les variables  $z_i$  et  $z_j$  est  $\rho_{ij}(0)$ , notée  $r_{ij}$

$$r_{ij} = \rho_{ij}(0) = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii}(0)C_{jj}(0)}} = \rho_{ji}(0)$$

Prenant en compte l'équation (8) nous avons

$$\rho_{ij} \rightarrow 0 \quad \text{pour } |h| \rightarrow \infty.$$

- Le coefficient de codispersion

Le coefficient de codispersion  $r_{ij}(h)$  est défini comme

$$r_{ij}(h) = \frac{\gamma_{ij}(h)}{\sqrt{\gamma_{ii}(h) \gamma_{jj}(h)}} \quad (10)$$

$r_{ij}(h)$  est le coefficient de corrélation entre les incréments spatiaux des variables  $z_i$  et  $z_j$ . De plus, assumant l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux et à partir de l'équation (9),  $r_{ij}(h)$  tend à évaluer le coefficient de corrélation  $r_{ij}$  pour  $|h| \rightarrow \infty$

$$r_{ij}(h) \rightarrow r_{ij} \text{ pour } |h| \rightarrow \infty$$

## II.4 LES MATRICES DES FONCTIONS VARIOGRAMME ET COVARIANCE

Les quantités  $C_{ij}(h)$  et  $\gamma_{ij}(h)$  peuvent être rassemblées dans des matrices  $p \times p$  semi-définies positives

$$C(h) = \begin{bmatrix} C_{11}(h) & \dots & C_{1p}(h) \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ C_{p1}(h) & \dots & C_{pp}(h) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma(h) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(h) & \dots & \gamma_{1p}(h) \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \gamma_{p1}(h) & \dots & \gamma_{pp}(h) \end{bmatrix}$$



Selon les équations (5) et (6),  $C(h)$  et  $\Gamma(h)$  sont définies comme

$$C(h) = E\{ [Z(x) - m]^T [Z(x+h) - m] \}$$

$$\Gamma(h) = \frac{1}{2} E\{ [Z(x) - Z(x+h)]^T [Z(x) - Z(x+h)] \}$$

où  $Z(x) = [Z_1(x), Z_2(x), \dots, Z_p(x)]$ ,  $m = [m_1, m_2, \dots, m_p]$  est l'espérance de la FA multivariable  $Z(x)$ .

T indique la transposition matricielle.

A la classe zéro, la matrice de fonction covariance  $C(h)$  est égale à la matrice de variance-covariance  $V$

$$C(0) = E\{ [Z(x) - m]^T [Z(x) - m] \} = V$$

$C(h)$  et  $\Gamma(h)$  sont liées par l'expression

$$\Gamma(h) = C(0) - \frac{1}{2} (C(h) + C(-h))$$

En utilisant la notation matricielle l'équation (9) est écrite

$$\Gamma(h) \rightarrow V \text{ pour } |h| \rightarrow \infty. \quad (11)$$

## II.5 INFERENCE DU VARIOGRAMME CROISE

Le variogramme croisé expérimental est défini comme étant la moitié de la covariance expérimentale des incréments  $(z_i(x_\alpha) - z_i(x_\alpha + h))$  et  $(z_j(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h))$

$$\gamma_{ij}^*(h) = \frac{1}{2N_h} \sum_{\alpha=1}^{N_h} (z_i(x_\alpha) - z_i(x_\alpha + h)) (z_j(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h))$$

où  $z_i(x_\alpha)$  et  $z_i(x_\alpha+h)$  sont les valeurs des variables  $z_i$  aux positions  $x_\alpha$  et  $x_\alpha+h$ .  $N_h$  est le nombre des paires incrémentales dans la classe donnée.

Comme dans le cas monovarié, le variogramme croisé expérimental est à considérer seulement pour les distances inférieures à la moitié de la plus grande dimension du champ sur lequel il est à calculer.

Pour estimer de façon adéquate le variogramme croisé, il est supposé que toutes les variables sont mesurées aux mêmes positions. Ceci assure le caractère de semi-définie positive pour la matrice de variogrammes  $\Gamma^*(h)$  (Wackernagel, 1988). Dans un cas d'hétérotopie (variables observées en des positions différentes) le caractère de semi-définie positive de  $\Gamma^*(h)$  doit être vérifié pour chaque intervalle de classe  $h$  (Goovaerts, 1992b).

## II.6 MODELISATION DE LA COREGIONALISATION

### II.6.1 Modèles autorisés

Pour garantir la positivité de la variance de toute combinaison linéaire finie de FA  $Z_i(x)$ , la matrice des fonctions variogrammes doit être conditionnellement semi-définie négative. Par analogie avec l'approche monovarié, la variance d'une telle combinaison peut être écrite en termes de variogrammes comme (Goovaerts, 1992b)

$$\text{Var}\{Y\} = \text{Var}\left\{\sum_{j=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha j} Z_j(x_\alpha)\right\} = \sum_{\alpha=1}^n I_\alpha^T C(0) \sum_{\beta=1}^n I_\beta - \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n I_\alpha^T \Gamma(h) I_\beta \quad (12)$$

où  $I_\alpha$  est le vecteur  $p \times 1$  des coefficients de pondération  $\lambda_{\alpha i}$  et  $C(0)$  est la matrice des fonctions covariances à la classe zéro.

Sous l'hypothèse intrinsèque, la variance de  $Y$  est définie à condition que

$$\sum_{\alpha=1}^n I_\alpha = 0 \quad (13)$$

D'où, l'équation (12) devient

$$\text{Var}(Y) = - \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n I_\alpha^T \Gamma(h) I_\beta \quad (14)$$

Donc, pour assurer la positivité de  $Y$ ,  $\Gamma(h)$  doit être conditionnellement semi-définie négative, à la condition que la somme des vecteurs  $I_\alpha$  soit nulle (Wackernagel, 1992).

## II.6.2 Le modèle linéaire de corégionalisation

L'analyse géostatistique de données multivariées requiert le choix et l'ajustement de modèles théoriques à l'ensemble des variogrammes expérimentaux simples et croisés. Le "*modèle linéaire de corégionalisation*" (MLC) est la construction qui a reçu le plus d'attention. Il requiert la modélisation des  $p(p+1)/2$  variogrammes expérimentaux simples et croisés en tant que combinaison linéaire du même ensemble de  $N_s$  fonctions variogramme de base  $g^u(h)$

$$\gamma_{ij}(h) = \sum_{u=1}^{N_s} b_{ij}^u g^u(h) \quad (15)$$

où  $b_{ij}^u$  est le coefficient (qui correspond à la valeur du palier si  $g^u(h)$  est un modèle de transition) de la fonction  $g^u(h)$  dans le modèle. En utilisant la notation matricielle l'équation (15) est écrite

$$\Gamma(h) = \sum_{u=1}^{N_s} B^u g^u(h) \quad (16)$$

où chaque  $B^u = [b_{ij}^u]$  est une matrice symétrique  $p \times p$  appelée "matrice de corégionalisation".

La condition de semi-définie négative de  $\Gamma(h)$  est vraie si les  $g^u(h)$  sont des modèles autorisés (fonctions conditionnellement définies négatives) et si chaque matrice  $B^u$  est semi-définie positive (Wackernagel, 1992). La condition de semi-définie positive des  $B^u$  implique que les conditions nécessaires (mais non suffisantes) suivantes soient vérifiées

$$b_{ii}^u \geq 0 \quad \forall i, u \quad (17)$$

$$|b_{ij}^u| \leq \sqrt{b_{ii}^u b_{jj}^u} \quad \forall i, j, u \quad (18)$$

Selon l'équation (17), il n'est pas nécessaire pour chaque fonction  $g^u(h)$  d'être représentée sur chaque variogramme simple ; le palier  $b_{ii}^u$  peut être nul. L'équation (18) exprime le fait que chaque fonction variogramme de base  $g^u(h)$  apparaissant sur le variogramme croisé  $\gamma_{ij}(h)$  doit aussi apparaître sur les variogrammes simples  $\gamma_{ii}(h)$  et  $\gamma_{jj}(h)$  ; si  $b_{ij}^u \neq 0$  alors  $b_{ii}^u \neq 0$  et  $b_{jj}^u \neq 0$  pour vérifier la condition exprimée par l'équation (18). Cependant, il n'est pas nécessaire pour les fonctions  $g^u(h)$  apparaissant sur les variogrammes simples de l'être sur les

variogrammes croisés ; si  $b_{ii}^u \neq 0$  et  $b_{jj}^u \neq 0$  alors  $b_{ij}^u$  peut être nul ou ne pas l'être.

Le modèle gigogne décrit par l'équation (16) correspond à la décomposition de la FA multivariable  $Z(x)$  (supposée être stationnaire, d'ordre deux) en la somme de FA multivariées non corrélées  $Z^u(x)$  associées aux différentes fonctions variogramme de base  $g^u(h)$  (Wackernagel, 1992)

$$Z(x) = \sum_{u=1}^{N_s} Z^u(x) + m$$

de telle sorte que

$$E\{Z^u(x)\} = 0$$

$$\frac{1}{2} E\{ (Z^u(x) - Z^u(x+h))^T (Z^{u'}(x) - Z^{u'}(x+h)) \} = \begin{cases} B^u g^u(h) & \text{si } u=u' \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cette dernière condition exprime l'orthogonalité des  $Z^u(x)$ .

Les composantes de  $Z^u(x)$ ,  $Z_i^u(x)$ , sont des FA appelées *composantes spatiales*. Chaque  $Z_i^u(x)$  représente le comportement de la FA  $Z_i(x)$  à une échelle spatiale donnée  $u$  définie par la portée de  $g^u(h)$ .

Les  $p$  composantes spatiales corrélées de chaque  $Z^u(x)$  peuvent elles mêmes être exprimées comme combinaison linéaire de FA non corrélées  $Y_v^u(x)$  ( $v=1, \dots, p$ ) avec des coefficients  $a_{iv}^u$

$$Z^u(x) = Y^u(x) (A^u)^T \quad (19)$$

telles que

$$E\{Y^u(x)\}=0$$

$$\frac{1}{2} E\{(Y^u(x) - Y^u(x+h))^T (Y^{u'}(x) - Y^{u'}(x+h))\} = I_G^u(h) \quad \begin{array}{l} \text{si } u=u' \\ =0 \quad \text{sinon} \end{array}$$

où  $Y^u(x) = [Y_1^u(x), \dots, Y_p^u(x)]$

et  $A^u = [a_{jv}^u]$ .

Cette dernière condition exprime l'orthogonalité mutuelle des  $Y_v^u(x)$ .

Les  $Y_v^u(x)$  sont appelés "facteurs régionalisés" et chaque matrice  $A^u$  est obtenue par une

décomposition factorielle de la matrice de corégionalisation  $B^u$ , telle que  $B^u = A^u (A^u)^T$ .

Une méthode factorielle pour décomposer les matrices  $B^u$  est décrite au paragraphe II.7.2.

### II.6.3 Modélisation de la corégionalisation: pratique

L'hypothèse de base d'un MLC est que toutes les variables étudiées sont générées par le même ensemble de processus physiques indépendants. Ces processus agissent additivement aux différentes échelles spatiales. Pour chaque variable, l'importance relative de la fonction  $g^u(h)$  dans le modèle de variogramme est rapportée à l'influence du processus spatial correspondant sur les valeurs des variables étudiées.

Le problème de l'ajustement d'un modèle convenable à la corégionalisation consiste en trois aspects principaux

- le type des fonctions variogramme de base  $g^u(h)$ ;
- le nombre des  $g^u(h)$ ;

- la portée des  $g^u(h)$ .

De plus, l'ajustement est réalisé sous la contrainte de semi-définie négative de la matrice modèle  $\Gamma(h)$ , soient les contraintes sur l'estimation des  $b_{ij}^u$  exprimées par les équations (17) et (18).

L'ajustement d'un MLC est une tâche difficile, puisque le nombre de variogrammes simples et croisés à modéliser est de  $p(p+1)/2$ ,  $p$  étant le nombre de variables. Par bonheur, Goulard (1989) a développé une procédure itérative utilisant une technique similaire à celle des moindres carrés pour ajuster le MLC. Ceci est réalisé directement sous la contrainte de semi-définie positive des matrices  $B^p$  pour plusieurs variables. D'autres développements sur la procédure d'ajustement peuvent être trouvés dans Goulard et Voltz (1992).

Contrairement à la procédure d'ajustement, la sélection des modèles ne peut être faite automatiquement. Goulard et Voltz (1992) et Goovaerts (1992b) proposent l'approche suivante.

Premièrement, tous les variogrammes expérimentaux sont examinés ; les variables sont groupées selon l'allure des variogrammes simples. Les portées des processus agissants aux différentes échelles spatiales sont mises en évidence. Si tous les variogrammes simples ont, de façon distincte, des allures différentes alors les hypothèses du MLC ne sont pas vérifiées et le modèle ne peut donc être ajusté. Il est à noter qu'il n'est pas nécessaire pour chaque fonction  $g^u(h)$  d'être représentée sur chaque variogramme simple.

Deuxièmement, le choix des fonctions élémentaires est libre parmi l'éventail des modèles de variogrammes permis.

Troisièmement, le choix de plusieurs fonctions  $g^u(h)$  est à éviter. Puisqu'il peut être source d'instabilité dans l'estimation des coefficients  $b_{ij}^u$ . En général, trois fonctions variogramme de base  $g^u(h)$  sont suffisantes: un effet de pépite et deux autres fonctions autorisées (sphérique, exponentielle,...).

Deux situations peuvent subvenir après un premier ajustement. Dans la première situation l'ajustement est mauvais. Là, au moins une structure de base est à modifier ou une autre doit être ajoutée dans le modèle. Dans la seconde situation l'ajustement est bon. Là, il serait judicieux de voir si quelque structure de base est à omettre. Puisque, comme souligné précédemment, l'utilisation de plusieurs structures de base peut causer une instabilité dans les résultats de l'estimation et donc, peut amener à de fausses interprétations.

En résumé: on peut comparer la qualité de l'ajustement pour différentes combinaisons de fonctions  $g^u(h)$  de différentes portées. Pour ce, il est utile de considérer la somme des résidus pondérés résultant de la procédure itérative d'ajustement. Après sélection du meilleur modèle, de cette façon, les matrices de corégionalisation  $B^u$  sont analysées. Quand la structure de corrélation décrite par deux matrices de corégionalisation est similaire, le nombre des fonctions  $g^u(h)$  utilisé dans le modèle peut être réduit.

## **II.7 ANALYSE FACTORIELLE DES MATRICES DE COREGIONALISATION**

### **II.7.1 Quelques définitions**

Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, chaque matrice  $B^u$  dans le MLC



(équation 16) est actuellement la matrice de variance-covariance des composantes spatiales

$Z_i^u(x)$  (Goovaerts, 1992b)

$$E(Z^u(x))^T(Z^u(x)) = B^u$$

Chaque matrice de corégionalisation  $B^u$  décrit donc les relations entre les VR à l'échelle spatiale  $u$  définie par la portée de la fonction variogramme de base  $g^u(h)$  correspondante. Pour chaque matrice  $B^u$  et pour toute paire de FA  $Z_i(x)$  et  $Z_j(x)$ , le coefficient de corrélation structural  $r_{ij}^u$  est défini comme étant

$$r_{ij}^u = \frac{b_{ij}^u}{\sqrt{b_{ii}^u b_{jj}^u}} \quad (20)$$

Contrairement au coefficient de dispersion  $r_{ij}(h)$ , la valeur de  $r_{ij}^u$  est indépendante de l'intervalle de classe  $h$  ; cependant elle est associée à une échelle spatiale donnée  $u$  et dépend entièrement de la modélisation de la corégionalisation.

En supposant un comportement asymptotique des fonctions variogramme de base  $g^u(h)$ , soit  $g^u(h) \rightarrow 1$  quand  $|h| \rightarrow \infty$  et en tenant compte des équations (11) et (16), les matrices de corégionalisation sont liées à la matrice de variance-covariance  $V$  par

$$V = \sum_{u=1}^{N_s} B^u \quad (21)$$

L'équation (21) montre que la structure de la corrélation décrite par  $V$  est un mélange de structures de corrélations rencontrées aux différentes échelles spatiales. La matrice  $V$  ne donne donc pas une idée précise des corrélations entre variables quand la structure de corrélation

change en fonction de l'échelle spatiale. La structure de corrélation d'un ensemble de p VR peut donc être valablement explorée à travers l'analyse des matrices de corégionalisation  $B^u$ . L'analyse des  $B^u$  est appelée "*analyse de corégionalisation*". Cette analyse peut être réalisée en utilisant une des méthodes d'analyse de matrices de variance-covariance. Nous choisissons d'utiliser l'"*analyse en composantes principales*" (ACP). Cette méthode est décrite ci-après.

### II.7.2 Analyse en composantes principales

L'ACP vise à décomposer les matrices de corégionalisation  $B^u$  en des matrices  $A^u$  et à synthétiser les relations entre variables à chaque échelle spatiale. L'idée de base est de créer des variables nouvelles, orthogonales, appelées composantes principales et formant une combinaison linéaire des variables originelles avec des coefficients contenus dans la matrice des vecteurs propres. Les composantes principales sont triées par ordre décroissant de variance égale à la valeur propre correspondante. Les premières composantes sont donc les plus informatives, expliquant des pourcentages de la variance totale qui correspondent aux rapports des premières valeurs propres à la trace de la matrice (la variance totale). Les représentations graphiques des corrélations entre variables avec les premières composantes principales, prises deux à deux, appelées "*cercles de corrélations*" sont utilisées pour synthétiser ces corrélations. La position des variables sur les graphes est donnée par ses coordonnées sur les axes principaux, et sont contenues dans la matrice de transformation.

La décomposition en composantes principales d'une matrice de corégionalisation  $B^u$  est écrite (Wackernagel, 1992)

$$B^u Q^u = M^u Q^u \Lambda^u$$

avec

$$Q^{uT} M^u Q^u = I$$

où

$Q^u$  est une matrice orthonormée en  $M^u$  de vecteurs propres,

$\Lambda^u$  est une matrice diagonale de valeurs propres, et

$M^u$  est une matrice symétrique définie positive représentant une métrique.

Si nous choisissons d'utiliser la matrice identité en tant que métrique, alors nous pouvons écrire

$$B^u = Q^u \Lambda^u Q^{uT} = (Q^u \sqrt{\Lambda^u}) (Q^u \sqrt{\Lambda^u})^T = A^u A^{uT}$$

où  $A^u$  est une matrice  $p \times p$  de coefficients de transformation  $a_{iv}^u$ . Chaque  $a_{iv}^u$  correspond ici à la covariance entre la  $v^{\text{ème}}$  composante principale et la  $i^{\text{ème}}$  variable. Dans l'analyse des matrices de corégionalisation, les variables originelles sont les composantes spatiales  $Z_i^u(x)$ , et les composantes principales sont les facteurs régionalisés  $Y_v^u(x)$ .

D'autres détails sur l'ACP et d'autres méthodes pour l'analyse de corégionalisation peuvent être trouvés dans Wackernagel *et al* (1989) et Wackernagel (1992).

## II.8 COKRIGEAGE FACTORIEL

### II.8.1 Introduction

Le cokrigeage est l'extension au cas multivariable du krigeage. La théorie a été

présentée, en premier lieu, pour l'estimation d'une variable à partir de plusieurs autres par Matheron (1970). Un cas particulier du cokrigeage (*cokrigeage factoriel*) visant à filtrer les composantes d'un signal, a été présenté par Matheron (1982).

Le cokrigeage factoriel est la décomposition de  $p$  variables observées en  $r$  variables sous-jacentes (non observées). Il peut être vu comme un exemple extrême de sous-échantillonnage où les variables sous-jacentes sont non observées en tout point d'échantillonnage.

### II.8.2 Cokrigeage des facteurs régionalisés

Le MLC permet l'estimation de facteurs régionalisés  $Y_v^u(x)$  par cokrigeage.  $Y_v^u(x)$  dénote le  $v^{\text{ème}}$  facteur régionalisé associé à l'analyse de la  $u^{\text{ème}}$  matrice de corégionalisation  $B^u$ . La valeur de  $Y_v^u(x)$  au point donné  $x_0$  est estimée en utilisant l'information fournie par les valeurs des  $p$  variables  $Z_i(x)$  aux  $n$  points entourants  $x_0$ . L'estimateur de cokrigeage de  $Y_v^u(x)$  au point donné  $x_0$  est (Wackernagel, 1992)

$$Y_v^{u*}(x_0) = \sum_{i=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha i}^{uv} Z_i(x_\alpha)$$

Les  $nxp$  coefficients de pondération sont calculés de telle façon à ce que l'estimateur obtenu soit non biaisé et que la variance d'estimation soit minimale.

L'estimateur  $Y_v^{u*}(x)$  de  $Y_v^u(x)$  est sans biais si

$$E\{Y_v^u(x_0) - Y_v^{u*}(x_0)\} = \sum_{i=1}^p m_i \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha i}^{uv} = 0 \quad (22)$$

La condition exprimée par l'équation (22) est vérifiée pour

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha i}^{uv} = 0 \quad \forall i \quad (23)$$

La variance d'estimation  $\sigma_e^2$  est

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \text{Var}\{Y_v^u(x_0) - Y_v^{u*}(x_0)\} = E\{(Y_v^u(x_0) - Y_v^{u*}(x_0))^2\} \\ &= -g^u(x_0, x_0) + 2 \sum_{i=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha i}^{uv} a_{i v}^u g^u(x_\alpha, x_0) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha i}^{uv} \lambda_{\beta j}^{uv} \gamma_{ij}(x_\alpha, x_\beta) \end{aligned}$$

où:  $g^u(x_\alpha, x_0)$  est la valeur prise par la  $u^{\text{ème}}$  fonction variogramme de base  $g^u(h)$  entre le  $\alpha^{\text{ème}}$  point de données et le point  $x_0$  où est effectuée l'estimation ; les coefficients  $a_{i v}^u$  sont ceux requis par l'équation (19) et sont obtenus par une analyse factorielle de la matrice  $B^u$ .

Minimiser la variance d'estimation sous les  $p$  conditions de non biais amène au système de  $p(n+1)$  équations suivant

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^p \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta j}^{uv} \gamma_{ij}(x_\alpha, x_\beta) - \mu_i = a_{i v}^u g^u(x_\alpha, x_0) & \forall i=1 \dots p ; \forall \alpha=1 \dots n \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta i}^{uv} = 0 & \forall i=1 \dots p \end{cases}$$

Les  $\mu_i$  sont des multiplicateurs de Lagrange.

La condition: somme des coefficients de pondération nulle, exprime le fait que la moyenne locale de chaque facteur régionalisé est posée égale à zéro (Wackernagel, 1992).

Utilisant la notation matricielle introduite par Myers (1982), l'estimateur  $Y^{u*}(x_0)$  de l'ensemble des  $p$  facteurs régionalisés  $Y_v^u(x)$  au point donné  $x_0$  est (in Goovaerts *et al*,

1993)

$$Y^{u*} = \sum_{\alpha=1}^n Z(x_{\alpha}) L_{\alpha}$$

où  $Z(x_{\alpha})$  est le vecteur  $1 \times p$  des  $p$  variables  $Z_i(x)$  à la  $\alpha^{\text{ème}}$  position et  $L_{\alpha}$  est la matrice  $p \times p$  des coefficients de pondération  $\lambda_{i\alpha}^{\alpha}$ . Chaque  $\lambda_{i\alpha}^{\alpha}$  représente la contribution de la  $i^{\text{ème}}$  variable à la position  $x_{\alpha}$  à l'estimé du  $v^{\text{ème}}$  facteur régionalisé au point  $x_0$ .

Les coefficients de pondération sont obtenus en résolvant le système d'équations suivant

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \Gamma(x_{\alpha}-x_{\beta}) L_{\beta} - \mu = A^u g^u(x_{\alpha}-x_0) & \forall \alpha=1, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^n L_{\beta} = 0 \end{cases}$$

où  $\Gamma(x_{\alpha}-x_{\beta})$  est la matrice  $p \times p$  des  $\gamma_{ij}(x_{\alpha}-x_{\beta})$ ,  $\mu$  est la matrice  $p \times p$  des multiplicateurs de Lagrange,  $g^u(x_{\alpha}-x_0)$  est la valeur prise par la  $u^{\text{ème}}$  fonction variogramme de base  $g^u(h)$  entre le  $\alpha^{\text{ème}}$  point d'échantillonnage et  $x_0$ , le point où l'estimation est réalisée.

### II.8.3 Cartographie des facteurs régionalisés

L'interprétation des facteurs régionalisés est possible en cartographiant les résultats du cokrigage. Ceci peut être fait en dressant des cartes d'iso-valeurs des facteurs régionalisés. Nous obtenons différentes cartes de facteurs régionalisés associées aux différentes échelles spatiales considérées.

---

***ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE  
DE DONNEES DE PROSPECTION  
GEOCHIMIQUE MULTI-ELEMENTAIRE***

---

**Prospection d'Or de Fourou, Mali**

**(Zone sur-échantillonnée Nord-Est)**

## SOMMAIRE

Avant-propos .....	55
1. L'ensemble de données de la zone de prospection Fourou .....	56
2. Analyse exploratoire des données .....	57
2.1 Introduction .....	57
2.2 Cartes à symboles .....	57
2.3 Corrélations de variables .....	59
2.4 Description spatiale monovariante .....	60
3. Analyse factorielle krigéante .....	63
3.1 Sélection de variables .....	63
3.2 Estimation des variogrammes directs et croisés .....	63
3.3 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation .....	64
3.4 Discussion des résultats .....	65
3.4.1 Analyse factorielle des matrices de corégionalisation .....	65
3.4.2 Cokrigéage factoriel .....	66
a. Elaboration des cartes de facteurs régionalisés .....	66
b. Interprétation des cartes de facteurs régionalisés .....	67
4. Comparaison avec les résultats de l'AFK	
réalisée sur les données de Fourou2 .....	71
4.1 Comparaison des cartes de facteurs régionalisés .....	71
4.2 Conclusions .....	73
Liste des tableaux .....	75
Liste des figures .....	88
Références des logiciels, &	
Procédures de calcul: description et listing .....	173
Annexe .....	211



## AVANT-PROPOS

Rappelons tout d'abord ce qui suit.

Soit un ensemble de données de  $p$  variables échantillonnées aux mêmes positions. La structure de corrélation de l'ensemble des  $p$  variables régionalisées peut être analysée à travers trois types de matrices: la matrice de variance-covariance  $V(C(0))$ , les matrices variogrammes  $\Gamma(h)$  et les matrices de corégionalisation  $B^u$ .

Ces matrices sont définies sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux. Les matrices  $\Gamma(h)$  et  $B^u$ , contrairement à la matrice  $V$ , sont aussi définies sous l'hypothèse intrinsèque (stationnarité d'ordre deux des incréments spatiaux  $(Z_i(x+h)-Z_i(x))$ ).

Nous utiliserons donc ces matrices sous ces mêmes hypothèses.

## 1 L'ENSEMBLE DE DONNEES DE LA ZONE DE PROSPECTION FOUROU

L'ensemble de données disponibles consiste en 33 variables échantillonnées à chacun des 1430 noeuds d'une grille rectangulaire (11.1 x 3.8 km<sup>2</sup>). Les variables représentent les résultats d'analyses d'éléments chimiques de sol. Une liste de tous les éléments chimiques analysés, avec les unités correspondantes, est donnée dans le tableau 1. A partir de la figure 1, représentant les positions des points échantillonnés, nous remarquons qu'une grille d'échantillonnage de 50 x 400 m<sup>2</sup> couvre tout le domaine, avec cependant un échantillonnage supplémentaire de plus grande densité (50 x 100 m<sup>2</sup>) du domaine (1.30 x 1.65 km<sup>2</sup>) le plus au nord. Cette dernière surface représente, en nombre, approximativement un tiers des données disponibles.

Etant donné ce schéma d'échantillonnage particulier nous avons décidé (Sonnet *et al*, 1992) de subdiviser les données contenues dans un fichier global, appelé Fourou, en deux autres appelés Fourou1 (contenant les données de l'aire sur-échantillonnée) et Fourou2 (contenant les données des transects espacés de 400 m).

Cette étude traitera uniquement les données contenues dans Fourou1. L'utilité d'une AFK séparée pour la zone de Fourou1 sera jugée à la fin de ce travail en confrontant les résultats obtenus avec ceux de l'AFK de Fourou2 (Sonnet *et al*, 1992 ; Tran Van et Sonnet, 1993).

La figure 2 représente la position des points échantillonnés de Fourou1. Les indications du Nord et de l'Est sont propres à la grille d'échantillonnage (Prospection de Syama, Interprétation de la carte géologique au 1/20000, 31 Mars 1991).

## 2 ANALYSE EXPLORATOIRE DES DONNEES

### 2.1 Introduction

Avant d'aborder les premières étapes de cette étude, une première considération des valeurs des différentes variables nous a permis d'en écarter quelques unes considérées comme étant non-informatives. En effet, les valeurs de ces variables dépassent rarement le seuil de détection analytique. Six variables, dans Fourou1, ne sont pas détectées dans 90% des cas. Ces variables sont: B, Bi, Hg, Sb, Sn et Tl. Les rares échantillons où ces éléments sont détectés constituent déjà une population anormale ; il serait intéressant de les étudier d'un point de vue purement géochimique. En ce qui nous concerne nous ne trouvons aucun intérêt à inclure ces variables dans les traitements qui vont suivre. Nous décidons donc de les ignorer. 27 variables ont été retenues sur un total de 33. Les valeurs au-dessous de la limite de détection, parmi le restant des variables, ont été considérées comme étant nulles. Les pourcentages des valeurs au-dessous de la limite de détection, pour les variables retenues, sont donnés dans le tableau 2.

### 2.2 Cartes à symboles

Les cartes à symboles sont des représentations graphiques simples qui donnent une première idée sur l'organisation spatiale des données. Les figures 3 à 29 sont des cartes à "symboles linéairement proportionnels" pour toutes les variables retenues dans Fourou1. Sur chaque figure les diamètres des cercles sont proportionnels aux valeurs des données. La valeur  $r_{max}/r_{min}$  indiquée sur ces figures représente un rapport de dimensions: le plus grand diamètre

au plus petit. Ces figures permettent d'énoncer les remarques suivantes:

- Tendances générales:

- les grandes valeurs sont localisées dans la partie sud;
- la proportion des petites valeurs est plusieurs fois supérieure à celle des grandes valeurs. Les distributions des variables sont donc positivement asymétriques. Les statistiques calculées et listées dans le tableau 3 le montrent clairement. En effet, pour la plupart des variables le coefficient de variation est élevé, et la moyenne est beaucoup plus grande que la médiane (par exemple, le coefficient de variation de l'Au est de 229; la moyenne de l'Au est de 35 alors que sa médiane est de 12). Ceci est dû à la présence de valeurs extrêmes dans l'ensemble des données (par exemple, la valeur maximale de l'Au est 95 fois plus grande que la moyenne);

- les valeurs des données situées le long de la ligne d'échantillonnage la plus au nord sont, anormalement, plus grandes que les valeurs des données situées le long de la ligne immédiatement au sud d'elle (cf., pour exemple, les figures 4, 6, 9, 11,...). Ceci peut être dû à la contamination par d'anciens travaux miniers situés plus au nord (Sonnet *et al*, 1992).

-Exceptions:

- pour les variables La, W et Y les valeurs les plus élevées sont situées dans la partie nord;

- les cartes à symboles de certaines variables apparaissent très lissées. Ceci indique que les valeurs des données, pour ces variables, varient dans un intervalle restreint et possèdent de faibles variances. Les variables concernées sont: Be, In, Rb, et Th (cf. tableau 3).

- Autres remarques:

sur quelques cartes, des valeurs extrêmes apparaissent entourées par des valeurs beaucoup plus faibles. Les raisons d'une telle configuration peuvent être:

- des erreurs d'analyse;
- des erreurs d'enregistrement des données;
- la présence de "structural outliers" (valeurs qui sont réellement plus élevées que celles environnantes. Elles peuvent correspondre à une variabilité spatiale à une échelle très réduite de la variable considérée).

Nous n'avons pas la possibilité de déterminer précisément l'origine de ces valeurs. Le tableau 4 est une liste des valeurs les plus aptes à être considérées comme extraordinaires, avec les coordonnées correspondantes. Les valeurs des 8 données les plus proches sont également indiquées.

Considérant toutes ces remarques, nous avons décidé de supprimer les valeurs des données de la ligne d'échantillonnage la plus au nord et les valeurs listées dans le tableau 4 (les valeurs des données pour le reste des variables, aux mêmes positions, ont été également supprimées). Les résultats (Fourou1 débarrassé de toutes les données indiquées ci-dessus) sont stockés dans un fichier de données appelé Fourou11. L'utilité de nos suppositions sera vérifiée, ultérieurement, en utilisant les variogrammes. Des cartes à symboles supplémentaires (figures 30 à 39) sont données pour apprécier les changements produits. Ceci a été réalisé pour les variables listées dans le tableau 4 et pour les suivantes, pour lesquelles la valeur du maximum a été modifiée (cf., les statistiques calculées et listées dans le tableau 5): Ce, In et Pb.

### 2.3 Corrélations de variables

Pour étudier les corrélations entre les différentes variables nous avons calculé la matrice des coefficients de corrélation (cf. tableau 6). Pour synthétiser l'information obtenue, une ACP a été réalisée à partir de la matrice des coefficients de corrélation. Les cercles de corrélations réalisés pour les facteurs: 1 versus 2, 1 versus 3 et 2 versus 3 (cf. figures 40 à 42) révèlent les corrélations entre les différents groupes de variables ci-après: Nb-V-Fe, Cr-Mo-P, In-Ce et Zn-Cd. Les coefficients de corrélation entre paires de variables, pour chaque groupe, sont très élevés (proches de 1):

$$r_{(Nb,V)} = 0.99 \quad r_{(Nb,Fe)} = 0.94 \quad r_{(Fe,V)} = 0.95$$

$$r_{(Cr,Mo)} = 0.82 \quad r_{(Cr,P)} = 0.88 \quad r_{(Mo,P)} = 0.84$$

$$r_{(In,Ce)} = 0.86$$

$$r_{(Zn,Cd)} = 0.82$$

Ces résultats seront très utiles lors de la sélection de variables pour l'analyse de corégionalisation.

### 2.4 Description spatiale monovariante

Pour examiner le comportement spatial des variables de Fourou I et Fourou II (Fourou I débarrassé des valeurs extraordinaires), 18 variogrammes directionnels ont été calculés pour chacune d'elles. Les paires de données ont été groupées en classes de distances et d'angles (des classes identiques de distances et d'angles ont été utilisées pour toutes les directions) pour assurer une estimation des variogrammes basée sur un nombre de paires de données

suffisant (cf. figures 43 et 44). Le détail de tous les paramètres de calcul est listé en pages 186 et suivantes.

En utilisant la méthode d'interpolation des "inverses des carrés des distances", les résultats ont été représentés sous la forme de vues orthographiques (vues tri-dimensionnelles) (cf. figures 45 à 71). Ceci donne une image d'ensemble du comportement spatial de chaque variable en toutes directions.

L'observation des figures 45 à 71 qui présentent les variogrammes des variables de Fourou1 et de Fourou11, amène deux remarques:

- l'obtention de variogrammes plus lissés pour pratiquement toutes les variables (dû à la suppression des données de la ligne d'échantillonnage la plus au nord);
- un effet de pépite beaucoup moins important pour les variogrammes des variables mentionnées sur le tableau 4 (effet de la suppression des valeurs extraordinaires).

Conformément à ces remarques nous décidons de focaliser l'intérêt sur les variogrammes de Fourou11. La première distinction est faite entre les variogrammes non-structurés (pur effet de pépite) et les variogrammes structurés. Parmi les variogrammes structurés une autre distinction est faite entre les variogrammes anisotropes et ceux isotropes.

Trois variogrammes montrent une corrélation spatiale très pauvre suivant une ou plusieurs directions. Les variables concernées sont: Au, Ba et Sr.

Il est clair qu'aucun des variogrammes restants n'est parfaitement isotrope. Ils présentent tous, à différents degrés, une sévère anisotropie zonale. Néanmoins, quelques variogrammes

peuvent être considérés comme isotropes. Les variables concernées sont: Fe, Be, Cu, In, Nb, Ni, Pb, Ti, V et Zn. Il est à noter que les représentations graphiques utilisées exagèrent l'effet d'anisotropie. Ceci est dû à l'algorithme d'interpolation utilisé pour l'obtention de ces représentations. Des variogrammes directionnels (suivant les directions: E-W, NE-SW, N-S et NW-SE; cf. figure 72) réalisés pour ces dernières variables (ceux du Fe ne sont pas présentés ; cet élément ne sera pas retenu pour l'ajustement du MLC, cf. § 3.1) ne font pas apparaître des anisotropies importantes, exception faite de l'élément Pb. Cet élément a été retenu pour servir de traceur tactique (tactical tracer). Nous verrons par la suite (cf. § 3.4.2 b) que son comportement au sein de la corégionalisation est déterminant pour l'interprétation des cartes des facteurs régionalisés.



### **3 ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE**

#### **3.1 Sélection de variables**

Pour ajuster un modèle linéaire de corégionalisation (MLC) isotrope, seules les variables à variogrammes isotropes ont été retenues.

Pour réduire le temps des calculs lors de l'ajustement d'un MLC, l'information redondante dans l'ACP a été écartée. Parmi les variables redondantes, nous choisissons d'écartier l'élément Fe qui est considéré comme un élément majeur, comparativement aux autres. Le signal de l'élément Fe pourra être cependant représenté par les éléments Nb et V. Ces éléments, pris deux à deux, présentent des coefficients de corrélation élevés (cf. § 2.3).

Les variables retenues pour l'ajustement du MLC sont donc: Be, Cu, In, Nb, Ni, Pb, Ti, V et Zn. Le tableau 7 résume les différentes étapes de la sélection de variables.

#### **3.2 Estimation des variogrammes directs et croisés**

Pour obtenir une description spatiale de synthèse des variables et couples de variables retenus,  $p(p+1)/2$  ( $p=9$ ,  $p$ : nombre de variables) variogrammes directs et croisés omnidirectionnels (variogrammes calculés avec une tolérance angulaire de  $90^\circ$ ) expérimentaux ont été estimés. L'estimation a été réalisée en utilisant les paramètres suivants:

- demi tolérance angulaire sur l'angle de direction:  $90^\circ$ ;
- distance de l'intervalle de classe: 50 m;
- tolérance sur l'intervalle de classe: 20 m;
- largeur de bande ou distance maximale acceptable dans la direction perpendiculaire

au vecteur direction: 1500 m.

La liste complète des paramètres de calcul est donnée en pages 189 et 190. Des données normalisées ont été utilisées.

### 3.3 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation

Pour ajuster un MLC, deux paramètres sont requis:

- le nombre des structures de base;
- le type des fonctions variogramme pour chaque structure de base définie par sa portée.

Observant les variogrammes directionnels (figures 45 à 71) et la matrice des variogrammes directs et croisés (figure 73), nous notons en premier une discontinuité évidente à l'origine. Ceci est dû à la variabilité du phénomène étudié à une micro-échelle. De plus, un changement de la pente des variogrammes est visible entre 150 et 250 m (plus clairement observable sur des figures de variogrammes simples et croisés de plus grande échelle), et la présence d'un palier autour de 800 m est notée. Ceci suggère la présence de deux structures gigognes. La première peut être liée à des variations locales et la seconde à des variations régionales. Parmi les modèles autorisés de variogrammes le sphérique semble être le plus adéquat pour notre propos. Trois structures de base sont donc nécessaires pour ajuster le MLC: un effet de pépite, une structure sphérique à courte échelle (200 m) et une structure sphérique à grande échelle (800 m; cette distance représente la moitié de la longueur du domaine étudié). L'ajustement du MLC donne trois matrices de corégionalisation, une pour chaque échelle spatiale. La figure 73 représente tous les variogrammes expérimentaux directs et croisés (représentés par des points) avec le modèle de variogramme ajusté correspondant (lignes continues). Les

ajustements obtenus sont satisfaisants ; les paramètres choisis pour l'ajustement du MLC apparaissent être bons.

Nous venons d'ajuster un modèle linéaire de corégionalisation isotrope. Il serait intéressant dans un futur travail de penser à la façon d'ajuster un modèle prenant en considération l'anisotropie zonale. Cela permettra de mieux rendre compte du comportement spatial des différentes VR au sein de la corégionalisation considérée.

### **3.4 Discussion des résultats**

#### **3.4.1 Analyse factorielle des matrices de corégionalisation**

On peut essayer d'interpréter les matrices de corégionalisation en utilisant une ACP, étant donné que chaque matrice est actuellement la matrice de variance-covariance (ou de corrélations) pour l'échelle spatiale correspondante.

La figure 74 montre les cercles de corrélations obtenus. Pour chaque matrice, ont été retenues, les trois facteurs expliquant le plus haut pourcentage de la variance totale. Les facteurs spatiaux sont notés, sur les graphes, avec deux indices. Le premier est pour l'échelle considérée (0 = effet de pépite ; 1 = 200 m ; 2 = 800 m) et le second, entre parenthèses, est pour le rang du facteur (1 = facteur de plus haute variance). Pour exemple F1(2) indique: le second facteur de l'échelle spatiale de 200 m. Sur chaque figure, l'axe horizontal représente le facteur de plus haut rang.

Les pourcentages cumulés de variance expliqués par les troisièmes cercles de corrélation, notamment à l'échelle régionale, sont de moindre importance par rapport aux deux premiers. Il est donc douteux que leur interprétation puisse être significative.

A l'échelle ponctuelle, nous remarquons une opposition entre deux groupes de variables: (Zn, Ni) et (Nb, V, Be, Pb, Ti).

A l'échelle spatiale de 200 m, nous notons une opposition entre deux autres groupes: (Nb, V, Ti) et (Pb).

A l'échelle spatiale de 800 m toutes les variables apparaissent fortement corrélées.

Ces remarques expriment le fait que la corrélation entre les variables diffère d'une échelle spatiale à une autre. Cette différence existe car plusieurs processus, agissant à des échelles différentes, influent sur la composition chimique du sol. Ces processus peuvent être: le degré de latéritisation, la nature de la roche sous-jacente, la présence de zones d'altération hydrothermales autour de filons ou bien le découpage dû aux failles...

### 3.4.2 Cokrigage factoriel

Une illustration intéressante du comportement et des relations entre variables aux différentes échelles spatiales est donnée par la cartographie des facteurs régionalisés. Ces facteurs résument les principaux traits des données à chaque échelle spatiale.

#### a. Elaboration des cartes de facteurs régionalisés

L'estimation des facteurs régionalisés a été réalisée en cokrigant sur une grille de 50

x 50 m<sup>2</sup>. Pour chaque valeur estimée l'information donnée par les 8 points échantillonnés les plus proches a été utilisé. Un rayon de recherche de 300 m a été appliqué. Neuf cartes sont obtenues (cf. figures 75 à 83) ; les trois premiers facteurs régionalisés ont été cartographiés pour chaque échelle spatiale. Chaque carte couvre une surface de 1.5 x 1.2 km<sup>2</sup>. La grille utilisée pour l'estimation ne transgresse pas les limites de la surface échantillonnée. Les coordonnées des coins de la grille sont: (6000,14600), (7500,14600), (7500,15800), et (6000,15800).

Pour tracer les lignes d'isovaleurs une échelle de couleurs a été utilisée:

- le rouge correspond aux valeurs supérieures à 1.0;
- l'orange correspond aux valeurs comprises entre 0.5 et 1.0;
- le jaune correspond aux valeurs comprises entre 0 et 0.5;
- le vert correspond aux valeurs comprises entre -0.5 et 0;
- le bleu correspond aux valeurs comprises entre -1.0 et -0.5;
- le violet correspond aux valeurs inférieures à -1.

L'équidistance est de 0.5 pour les cartes des facteurs à l'échelle ponctuelle et de 0.25 pour les autres cartes.

#### b. Interprétation des cartes de facteurs régionalisés

La région étudiée se situe dans le Sud du mali, dans la ceinture de roches vertes de Syama Bundiali (Olson *et al*, 1992). Le domaine échantillonné (données de Fourou11), de relief plat, est entièrement recouvert de latérites d'épaisseur variable (5 à 30 m). Les seules informations dont on dispose sur les roches en profondeur (roche mère) sont des anomalies

géophysiques que l'on interprète comme des éléments structuraux (failles, contacts anormaux). Une telle configuration géologique pose problème lors de l'interprétation des données en prospection géochimique. Le sol échantillonné dérivant des roches en profondeur s'en distingue considérablement. La parenté chimique entre la roche et le sol qui en dérive est rendue difficilement identifiable. Le processus d'altération s'étant effectué avec une intensité variable dans l'espace et le temps. On se trouve alors en présence de sols à différents degrés de latéritisation et d'épaisseurs variables.

A partir des analyses multiélémentaires en milieu latéritique et à travers l'AFK, est-il possible de faire ressortir les traits du constat établi ci-dessus?

- Echelle ponctuelle

- La carte de F0(1) montre des spots de valeurs élevées situés à l'intersection des lignes d'échantillonnage et des structures linéaires (failles, contacts). Ils peuvent être dûs à une altération hydrothermale.

Les spots de valeurs négatives paraissent plutôt liés aux plateaux latéritiques.

- La carte de F0(2) montrent les mêmes détails que ceux de la carte de F0(1). Cependant ce qui est montré, sur F0(1), en spots de valeurs positives apparaît en spots négatifs sur F0(2). De même ce qui est montré, sur F0(1), en spots de valeurs négatives apparaît en spots positifs sur F0(2).

- La carte de F0(3) reprend quelques anomalies révélées par les cartes de F0(1) et F0(2). Elle montre, cependant, quelques anomalies qui semblent ne pas être liées aux plateaux latéritiques

ou aux structures linéaires.

- Echelle spatiale de 200 m

Les deux premiers facteurs cumulant 70% de la variabilité des composantes spatiales, suffisent à expliquer les données. Le troisième facteur ne représente que 13% de la variabilité totale et ne reflète aucune structure apparente.

- La carte de F1(1) présente de fortes anomalies positives qui coïncident parfaitement avec des plateaux latéritiques. Le cercle de corrélation représentant le facteur F1(1) montre que l'élément responsable de ces anomalies est le Pb. Le Pb étant un élément, géochimiquement, stable et donc non affecté par le processus de latéritisation (W. C. Peters, 1987 ; Ch. F. Park, Jr et R. A. MacDiarmid, 1970), tout comme l'élément Au (plus stable), les zones marquées par les anomalies positives sont probablement à un stade de latéritisation plus avancé et de puissance importante. Ceci pourrait être favorable à l'existence, dans la zone d'oxydation, de l'élément Au en teneurs appréciables. Ces zones peuvent être intéressantes pour une prospection plus poussée.

Les spots de valeurs positives élevées situés au NE de la carte sont probablement dûs à l'effet de contamination causé par les anciens travaux miniers et à la route qui passe à cet endroit. Les anomalies négatives contrastent fortement avec l'anomalie positive principale. Ces anomalies sont dues aux éléments Nb, V et Ti. Ces éléments représentent le signal de l'élément Fe qui est relativement moins stable que l'élément Pb (W. C. Peters, 1987 ; Ch. F. Park, Jr et R. A. MacDiarmid, 1970). Ces anomalies représenteraient des zones de latéritisation moins avancée et de puissance moins importante.

La carte de F1(1) représente donc les variations locales liées au degré de latéritisation et à la

puissance des latérites.

- La carte de F1(2) présente des anomalies allongées, parallèles aux failles et cassures détectées par la géophysique. Remarquez la bande orientée NE-SW. Ces anomalies semblent être légèrement translatées par rapport aux structures linéaires. La présence de ces anomalies pourrait être contrôlée par les remontées hydrothermales et l'altération qui leur est associée. Nous remarquons que pour chaque structure linéaire, selon son orientation, les anomalies positives sont situées au S ou à l'W de celle-ci, alors que les anomalies négatives se situent au N ou à l'E.

- Echelle spatiale de 800 m

Le premier facteur cumulant 88% de la variabilité des composantes spatiales, suffit à expliquer les données. Les deuxième et troisième facteurs ne représentent, respectivement, que 5% et 4% de la variabilité totale et ne reflètent aucune structure apparente.

- La carte de F2(1) montre une anomalie positive dans sa partie centrale sud. Les lignes d'isovaleurs marquant cette anomalie ne se referment pas. Ceci laisse penser qu'elle se continue plus au S. Cette anomalie semble être bordée à l'E par un contact géologique et à l'W par une faille. Elle pourrait donc correspondre à une formation métavolcanique basique intercalée dans les formations sédimentaires (Prospection de Syama, Interprétation de la carte géologique au 1/20000, 31 Mars 1991).



## 4. COMPARAISON AVEC LES RESULTATS DE L'AFK REALISEE SUR LES DONNEES DE FOUROU2

### 4.1 Comparaison des cartes de facteurs régionalisés

Il peut être intéressant de comparer les résultats que nous avons obtenu par AFK de Fourou1 à ceux de l'AFK de Fourou2 (Sonnet *et al*, 1992 ; Tran Van et Sonnet, 1993 ; ce dernier article est donnée en annexe, avec l'aimable permission des auteurs). Pour établir cette comparaison nous nous baserons sur les interprétations des cartes de facteurs régionalisés.

#### - Echelle ponctuelle

Les cartes de facteurs régionalisés, à cette échelle, montrent les mêmes détails. Des variations ponctuelles liées à la présence des plateaux latéritiques et des structures linéaires sont décelées dans les deux études.

Sur les cartes de facteurs régionalisés de Fourou2, ces variations ne sont pas toutes décelées dans la partie la plus au nord (zone d'échantillonnage de Fourou1). Ceci est dû au fait que l'ensemble de données Fourou2 reprend uniquement deux lignes d'échantillonnage sur les 13 de Fourou1. Nous ferons remarquer que ces deux lignes d'échantillonnage vont beaucoup plus vers l'W pour Fourou2 (cf. figure 1).

#### - Echelle spatiale de 200 m

Alors que la carte du facteur F1(1) pour Fourou2 semble montrer des caractéristiques liées à la lithologie du bedrock (métasédiments et métavolcaniques), la même carte, F1(1), pour Fourou1 met en relief les variations locales liées au degré de latéritisation et à la puissance

des latérites.

Il semblerait qu'il n'est pas possible de faire ressortir les détails liés à la lithologie du bedrock par l'AFK de Fourou11. A notre avis le domaine échantillonné Fourou11, de par son exigüité (1.2 x 1.5 km<sup>2</sup>) ne le permet pas. Nous ferons remarquer que le domaine Fourou2, couvre une surface de 3.5 x 10.5 km<sup>2</sup> (pratiquement 19 fois plus importante que celle du domaine Fourou11).

Les cartes de facteurs F1(2), pour les deux études, font ressortir des détails liés aux structures linéaires.

Les deux études s'accordent sur le fait que l'échelle spatiale de 200 m contient un "facteur or". La carte F1(2) de Fourou2 montre des pics de variation locale qui coïncident avec d'anciens travaux pour l'exploitation artisanale de l'or. La carte F1(1) de Fourou11 de par la différenciation de zones à différents degrés de latéritisation qu'elle met en évidence marque des zones favorables à la présence de l'or. Le rang du facteur (F1(2) pour Fourou2 et F1(1) pour Fourou11) mettant en exergue ces anomalies n'est pas important. Cela peut être dû au fait que les deux études n'utilisent pas les mêmes variables. Sur les dix utilisées pour l'AFK de Fourou2, seulement cinq sont reprises pour l'AFK de Fourou11.

Nous ferons constater, enfin, que pour les deux domaines (Fourou11 et Fourou2), ces anomalies sont situées à des endroits où les latérites semblent apparentées à la formation métavolcanique basique (Prospection de Syama, Interprétation de la carte géologique au 1/20000, 31 Mars 1991).

#### - Echelle spatiale de 800 m

Les cartes des facteurs F1(2) mettent en évidence une formation géologique d'orientation N-S. Elle correspondrait à une formation métavolcanique basique intercalée dans des formations

sédimentaires. Ces détails sont plus discernables sur la carte F2(1) de Fourou2, vu la superficie couverte.

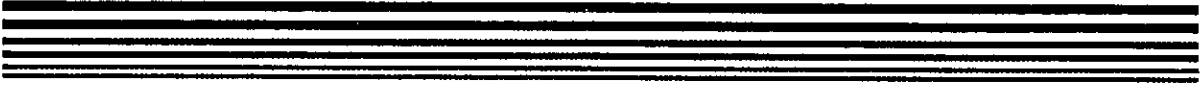
## 4.2 Conclusion

Quel est l'apport de l'AFK de Fourou11 à celle réalisée sur l'ensemble de la zone de prospection?

La comparaison entre les cartes de facteurs régionalisés sur Fourou2 et Fourou11, permet de penser que l'AFK appliquée à la zone d'échantillonnage dense (Fourou11) produit des cartes de facteurs montrant plus de détails aux échelles spatiales ponctuelle et locale de 200 m.

Il est intéressant de faire remarquer que l'anomalie qui semble liée à la présence de l'or (présente aussi sur la carte du facteur or de Fourou2) est mieux cernée par l'AFK de Fourou11.

La carte F2(1) de Fourou11 n'apporte pas d'information supplémentaire par rapport à l'ensemble. On peut alors dire que plus le domaine échantillonné est vaste par rapport à la taille des unités géologiques, plus il est possible de les discerner. La carte du facteur F2(2) de Fourou2 le montre clairement.



## *Tableaux*

## ***LISTE DES TABLEAUX***

Tableau 1: Liste des variables.

Tableau 2: Pourcentage des valeurs inférieures à la limite de détection analytique. (Fichier de données: Fourou1).

Tableau 3: Paramètres statistiques monovariées. Fichier de données: Fourou1.

Tableau 4: Les valeurs extrêmes les plus évidentes.

Tableau 5: Paramètres statistiques monovariées. Fichier de données: Fourou11.

Tableau 6: Matrice des coefficients de corrélation (Fourou11).

Tableau 7: Etapes pour la sélection des variables.

Variable	Unité	Variable	Unité	Variable	Unité
Ag	ppm	Cu	ppm	Rb	ppm
As	ppm	Fe	%	Sb	ppm
Au	ppb	Hg	ppm	Sn	ppm
B	ppm	In	ppm	Sr	ppm
Ba	ppm	La	ppm	Th	ppm
Be	ppm	Mn	ppm	Ti	ppm
Bi	ppm	Mo	ppm	Tl	ppm
Cd	ppm	Nb	ppm	V	ppm
Ce	ppm	Ni	ppm	W	ppm
Co	ppm	P	ppm	Y	ppm
Cr	ppm	Pb	ppm	Zn	ppm

Tableau 1: Liste des variables.

Variable	Nb de zéros	Pourcentage	Limite détect.
Fe	0	0.0	0.01 %
Ag	328	75.1	0.20 ppm
As	261	59.7	10.00
Au	10	2.3	1.00 ppb
Ba	0	0.0	2.00 ppm
Be	38	8.7	0.20
Cd	241	55.1	5.00
Ce	0	0.0	1.00
Co	46	10.5	2.00
Cr	0	0.0	2.00
Cu	0	0.0	2.00
In	1	0.2	2.00
La	31	7.1	2.00
Mn	1	0.2	5.00
Mo	3	0.7	1.00
Nb	0	0.0	2.00
Ni	0	0.0	2.00
P	0	0.0	10.00
Pb	2	0.5	2.00
Rb	3	0.7	2.00
Sr	122	27.9	2.00
Th	0	0.0	2.00
Ti	0	0.0	10.00
V	0	0.0	2.00
W	150	34.3	5.00
Y	0	0.0	0.20
Zn	11	2.5	2.00

Tableau 2: Pourcentage des valeurs inférieures à la limite de détection. (Fichier de données: Fouroul)

**Tableau 3: Paramètres statistiques monovariabiles.**  
**Fichier de données: Fouroul.**

	Fe	Ag	As	Au	Ba
N utilisé :	437	437	437	437	437
Moyenne :	3.542	.070	12.064	34.888	35.467
Ecart-type :	2.400	.130	21.828	79.935	44.913
Coef. Var. :	67.752	185.919	180.935	229.119	126.633
Coef. asym.:	1.069	1.689	3.021	7.966	9.487
Minimum :	.570	.000	.000	.000	5.000
25ème %tile:	1.690	.000	.000	5.000	20.000
Médiane :	2.620	.000	.000	12.000	26.000
75ème %tile:	4.990	.000	17.000	34.750	36.750
Maximum :	11.900	.700	168.000	1140.000	715.000

	Be	Cd	Ce	Co	Cr
N utilisé :	437	437	437	437	437
Moyenne :	.303	.963	43.188	6.638	42.201
Ecart-type :	.139	1.335	15.344	6.408	34.955
Coef. Var. :	45.920	138.606	35.529	96.528	82.828
Coef. asym.:	.117	1.467	2.003	3.475	2.241
Minimum :	.000	.000	18.000	.000	9.000
25ème %tile:	.200	.000	32.250	3.000	18.000
Médiane :	.300	.000	41.000	5.000	28.000
75ème %tile:	.400	2.000	50.000	8.000	57.000
Maximum :	.900	7.000	166.000	68.000	295.000

	Cu	In	La	Mn	Mo
N utilisé :	437	437	437	437	437
Moyenne :	17.101	7.297	9.144	408.252	6.998
Ecart-type :	12.648	3.069	5.150	431.686	4.630
Coef. Var. :	73.960	42.049	56.325	105.740	66.159
Coef. asym.:	3.126	1.869	.314	4.824	1.075
Minimum :	5.000	.000	.000	.000	.000
25ème %tile:	9.000	5.000	6.000	142.500	3.000
Médiane :	13.000	7.000	9.000	300.000	5.000
75ème %tile:	21.000	9.000	13.000	552.500	10.000
Maximum :	136.000	32.000	27.000	5400.000	30.000



Tableau 3: Suite.

	Nb	Ni	P	Pb	Rb
N utilisé :	437	437	437	437	437
Moyenne :	12.108	7.130	188.343	7.746	8.826
Ecart-type :	10.079	3.538	136.577	3.658	2.973
Coef. Var. :	83.246	49.618	72.515	47.227	33.689
Coef. asym.:	1.828	1.992	3.402	.938	-.188
Minimum :	3.000	3.000	26.000	.000	.000
25ème %tile:	5.000	5.000	95.000	5.000	7.000
Médiane :	8.000	6.000	154.000	7.000	9.000
75ème %tile:	15.000	8.000	248.750	10.000	11.000
Maximum :	58.000	26.000	1570.000	24.000	16.000

	Sr	Th	Ti	V	W
N utilisé :	437	437	437	437	437
Moyenne :	4.330	6.966	125.625	90.995	5.506
Ecart-type :	14.728	1.897	109.863	76.821	4.564
Coef. Var. :	340.187	27.229	87.453	84.423	82.902
Coef. asym.:	17.791	.336	2.457	1.878	.174
Minimum :	.000	3.000	27.000	18.000	.000
25ème %tile:	.000	6.000	57.250	40.000	.000
Médiane :	3.000	7.000	86.000	59.000	6.000
75ème %tile:	4.000	8.000	152.000	110.000	9.000
Maximum :	295.000	13.000	770.000	460.000	18.000

	Y	Zn
N utilisé :	437	437
Moyenne :	7.488	8.213
Std. Dev. :	3.406	5.980
Coef. Var. :	45.490	72.808
Coef. asym.:	.949	1.701
Minimum :	.900	.000
25ème %tile:	4.825	4.000
Médiane :	7.000	6.000
75ème %tile:	9.500	11.000
Maximum :	22.200	36.000

Variable	Est	Nord	Valeur	Valeurs des 8 données les plus proches							
Au	6450	15300	465	13	0	2	7	7	2	37	48
	7400	15300	1140	15	4	2	2	2	6	23	3
Ba	6500	14600	715	38	31	30	144	45	57	51	61
Co	6050	14800	68	14	11	15	28	18	14	5	7
Cu	6250	15300	136	26	17	15	16	14	13	39	23
Mn	6500	14600	5400	380	825	750	1050	615	790	740	840
P	7500	14800	1570	180	220	178	360	250	230	83	88
Sr	7500	14800	295	5	4	4	49	8	7	0	3

Tableau 4: Valeurs extrêmes les plus évidentes.

**Tableau 5: Paramètres statistiques monovariables.**  
**Fichier de données: Fouroull.**

	Fe	Ag	As	Au	Ba
N utilisé :	398	398	398	398	398
Moyenne :	3.501	.059	12.168	25.063	33.513
Ecart-type :	2.411	.121	21.699	41.570	28.958
Coef. Var. :	68.865	204.902	178.326	165.862	86.410
Coef. asym.:	1.087	1.989	2.931	4.411	5.009
Minimum :	.570	.000	.000	.000	5.000
25ème %tile:	1.630	.000	.000	4.000	20.000
Médiane :	2.540	.000	.000	11.000	26.000
75ème %tile:	4.915	.000	17.000	28.000	36.500
Maximum :	11.900	.700	168.000	365.000	315.000

	Be	Cd	Ce	Co	Cr
N utilisé :	398	398	398	398	398
Moyenne :	.295	.847	42.975	6.193	40.796
Ecart-type :	.135	1.263	14.576	5.209	33.376
Coef. Var. :	45.750	149.205	33.917	84.113	81.811
Coef. asym.:	-.081	1.656	1.105	1.574	2.299
Minimum :	.000	.000	18.000	.000	9.000
25ème %tile:	.200	.000	32.000	3.000	18.000
Médiane :	.300	.000	41.000	5.000	28.000
75ème %tile:	.400	2.000	51.000	8.000	56.000
Maximum :	.900	7.000	110.000	31.000	295.000

	Cu	In	La	Mn	Mo
N utilisé :	398	398	398	398	398
Moyenne :	16.719	7.173	9.374	397.038	7.219
Ecart-type :	11.398	2.879	5.198	358.543	4.639
Coef. Var. :	68.175	40.137	55.451	90.305	64.259
Coef. asym. :	1.720	.985	.294	2.210	1.006
Minimum :	5.000	.000	.000	.000	.000
25ème %tile:	9.000	5.000	6.000	136.000	4.000
Médiane :	12.000	7.000	9.000	295.000	6.000
75ème %tile:	21.000	9.000	13.000	572.500	10.000
Maximum :	63.000	20.000	27.000	2850.000	30.000

Tableau 5: Suite.

	Nb	Ni	P	Pb	Rb
N utilisé :	398	398	398	398	398
Moyenne :	11.869	7.058	179.613	7.714	8.867
Ecart-type :	10.055	3.507	114.367	3.579	3.045
Coef. Var. :	84.715	49.695	63.674	46.399	34.346
Coef. asym.:	1.867	2.032	1.471	.748	-.209
Minimum :	3.000	3.000	26.000	.000	.000
25ème %tile:	5.000	5.000	91.000	5.000	7.000
Médiane :	8.000	6.000	148.000	7.000	9.000
75ème %tile:	14.500	8.000	245.000	10.000	11.000
Maximum :	58.000	26.000	850.000	21.000	16.000

	Sr	Th	Ti	V	W
N utilisé :	398	398	398	398	398
Moyenne :	3.789	7.093	123.739	89.422	5.618
Ecart-type :	4.893	1.865	113.164	76.980	4.541
Coef. Var. :	129.149	26.300	91.454	86.086	80.826
Coef. asym.:	4.586	.298	2.488	1.925	.144
Minimum :	.000	3.000	27.000	18.000	.000
25ème %tile:	.000	6.000	56.000	39.000	.000
Médiane :	3.000	7.000	82.000	56.000	6.000
75ème %tile:	5.000	9.000	142.000	108.000	9.000
Maximum :	49.000	13.000	770.000	460.000	18.000

	Y	Zn
N utilisé :	398	398
Moyenne :	7.542	8.206
Ecart-type :	3.500	5.930
Coef. Var. :	46.404	72.260
Coef. asym.:	.928	1.496
Minimum :	.900	.000
25ème %tile:	4.800	4.000
Médiane :	7.000	6.000
75ème %tile:	9.600	11.000
Maximum :	22.200	36.000

**Tableau 6: Matrice des coefficients de corrélation (Fouroull).**

	Fe	Ag	As	Au	Ba
Fe	1.00				
Ag	0.59	1.00			
As	0.35	0.09	1.00		
Au	-0.09	-0.14	0.02	1.00	
Ba	0.18	0.31	0.16	-0.00	1.00
Be	0.53	0.33	0.17	0.03	0.20
Cd	0.85	0.69	0.24	-0.15	0.25
Ce	0.61	0.40	0.31	-0.12	0.30
Co	0.46	0.42	0.07	0.02	0.51
Cr	0.83	0.49	0.40	-0.13	0.17
Cu	0.80	0.51	0.22	-0.06	0.25
In	0.54	0.38	0.29	-0.10	0.28
La	-0.72	-0.35	-0.27	0.08	-0.03
Mn	0.64	0.59	0.24	-0.07	0.72
Mo	0.88	0.48	0.42	-0.08	0.12
Nb	0.94	0.66	0.20	-0.11	0.14
Ni	0.69	0.47	0.09	-0.05	0.16
P	0.89	0.58	0.31	-0.13	0.20
Pb	0.77	0.54	0.38	-0.16	0.26
Rb	-0.26	-0.12	0.15	-0.10	0.11
Sr	0.26	0.28	0.17	0.01	0.36
Th	0.42	0.37	0.09	-0.15	0.02
Ti	0.83	0.59	0.05	-0.09	0.02
V	0.95	0.64	0.20	-0.10	0.14
W	-0.42	-0.20	-0.12	0.07	-0.01
Y	-0.43	-0.14	-0.31	0.10	-0.02
Zn	0.84	0.57	0.27	-0.12	0.22

Tableau 6: Suite.

	Be	Cd	Ce	Co	Cr
Be	1.00				
Cd	0.46	1.00			
Ce	0.36	0.60	1.00		
Co	0.27	0.48	0.48	1.00	
Cr	0.51	0.68	0.36	0.22	1.00
Cu	0.40	0.78	0.62	0.63	0.51
In	0.33	0.59	0.86	0.43	0.35
La	-0.17	-0.57	-0.28	-0.30	-0.67
Mn	0.33	0.63	0.60	0.80	0.45
Mo	0.47	0.68	0.47	0.31	0.82
Nb	0.51	0.86	0.53	0.46	0.79
Ni	0.51	0.69	0.54	0.59	0.43
P	0.57	0.76	0.50	0.39	0.88
Pb	0.48	0.69	0.67	0.33	0.71
Rb	-0.03	-0.22	0.06	-0.21	-0.13
Sr	0.14	0.28	0.33	0.25	0.25
Th	0.40	0.42	0.39	0.04	0.38
Ti	0.36	0.73	0.41	-0.42	0.63
V	0.51	0.86	0.53	0.47	0.79
W	0.05	-0.32	-0.02	-0.21	-0.43
Y	0.09	-0.29	-0.18	-0.14	-0.46
Zn	0.41	0.82	0.71	0.60	0.55

	Cu	In	La	Mn	Mo
Cu	1.00				
In	0.57	1.00			
La	-0.49	-0.28	1.00		
Mn	0.65	0.52	-0.42	1.00	
Mo	0.61	0.34	-0.66	0.52	1.00
Nb	0.79	0.52	-0.63	0.61	0.77
Ni	0.85	0.50	-0.36	0.53	0.51
P	0.67	0.43	-0.68	0.59	0.84
Pb	0.54	0.53	-0.48	0.58	0.75
Rb	-0.29	-0.00	0.32	-0.11	-0.14
Sr	0.28	0.21	-0.08	0.34	0.28
Th	0.20	0.30	0.03	0.20	0.44
Ti	0.63	0.38	-0.61	0.53	0.70
V	0.80	0.51	-0.63	0.62	0.79
W	-0.25	0.06	0.74	-0.28	-0.50
Y	-0.23	-0.15	0.87	-0.26	-0.46
Zn	0.90	0.61	-0.57	0.68	0.68

Tableau 6: Suite.

	Nb	Ni	P	Pb	Rb
Nb	1.00				
Ni	0.71	1.00			
P	0.85	0.57	1.00		
Pb	0.68	0.46	0.74	1.00	
Rb	-0.36	-0.26	-0.16	0.07	1.00
Sr	0.20	0.18	0.38	0.46	0.16
Th	0.45	0.30	0.36	0.53	0.23
Ti	0.88	0.61	0.73	0.54	-0.44
V	1.00	0.71	0.86	0.68	-0.36
W	-0.35	-0.13	-0.43	-0.30	0.20
Y	-0.30	-0.07	-0.44	-0.34	0.13
Zn	0.80	0.82	0.75	0.65	-0.21

	Sr	Th	Ti	V	W
Sr	1.00				
Th	0.16	1.00			
Ti	0.16	0.43	1.00		
V	0.20	0.43	0.88	1.00	
W	-0.04	0.06	-0.39	-0.37	1.00
Y	-0.06	0.24	-0.27	-0.31	0.68
Zn	0.36	0.30	0.72	0.81	-0.33

	Y	Zn
Y	1.00	
Zn	-0.31	1.00

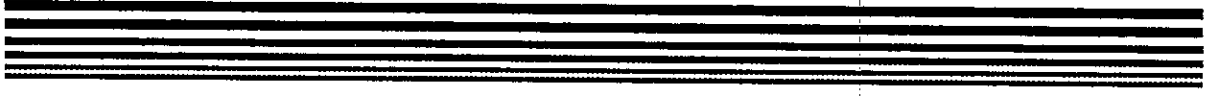
I	II	III	IV	V	VI
Fe	Fe			Fe	
Ag			Ag		
As			As		
Au		Au			
Ba		Ba			
Be				Be	Be
Cd	Cd		Cd		
Ce	Ce		Ce		
Co			Co		
Cr	Cr		Cr		
Cu	Cu			Cu	Cu
In	In			In	In
La			La		
Mn			Mn		
Mo	Mo		Mo		
Nb	Nb			Nb	Nb
Ni				Ni	Ni
P	P		P		
Pb			Pb		Pb
Rb			Rb		
Sr		Sr	Sr		
Th			Th		
Ti				Ti	Ti
V	V			V	V
W			W		
Y			Y		
Zn	Zn			Zn	Zn

Tableau 7: Etapes pour la sélection des variables.

Légende:

- I Liste de toutes les variables.
- II Liste des variables redondantes dans l'ACP.
- III Liste des variables à variogrammes non structurés.
- IV Liste des variables à variogrammes anisotropes.
- V Liste des variables à variogrammes isotropes.
- VI Liste des variables retenues pour l'ajustement du MLC.





## *Figures*

## ***LISTE DES FIGURES***

Figure 1: Position des points d'échantillonnage de Fourou.

Figure 2: Position des points d'échantillonnage de Fourou1.

Figures 3 à 29: Carte à symboles de l'élément X - Fourou1.

Figures 30 à 39: Carte à symboles de l'élément X - Fourou11.

Figure 40: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 1 et 2 (Fourou11).

Figure 41: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 1 et 3 (Fourou11).

Figure 42: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 2 et 3 (Fourou11).

Figure 43: Nombre de paires de données incluses dans le calcul des points de chaque variogramme expérimental (18 variogrammes directionnels).

Fichier de données: Fourou1.

Figure 44: Nombre de paires de données incluses dans le calcul des points de chaque variogramme expérimental (18 variogrammes directionnels).

Fichier de données: Fourou11.

Figures 45 à 71: Variogrammes expérimentaux de l'élément X.

Figure 72: Variogrammes expérimentaux des 9 variables sélectionnées pour l'ajustement du MLC.

Figure 73: Matrice des variogrammes expérimentaux directs et croisés des 9 variables sélectionnées avec leur fonction variogramme ajustée (ligne continue).

Figure 74: Structure de corrélation des composantes spatiales. (F0 = échelle ponctuelle; F1 = échelle spatiale de 200 m; F2 = échelle spatiale de 800 m; (1) = facteur 1; (2) = facteur 2; (3) = facteur 3).

Figure 75: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle, F0(1).

Figure 76: Carte du second facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle, F0(2).

Figure 77: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle, F0(3).

Figure 78: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle spatiale à 200 m, F1(1).

Figure 79: Carte du second facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 200 m, F1(2).

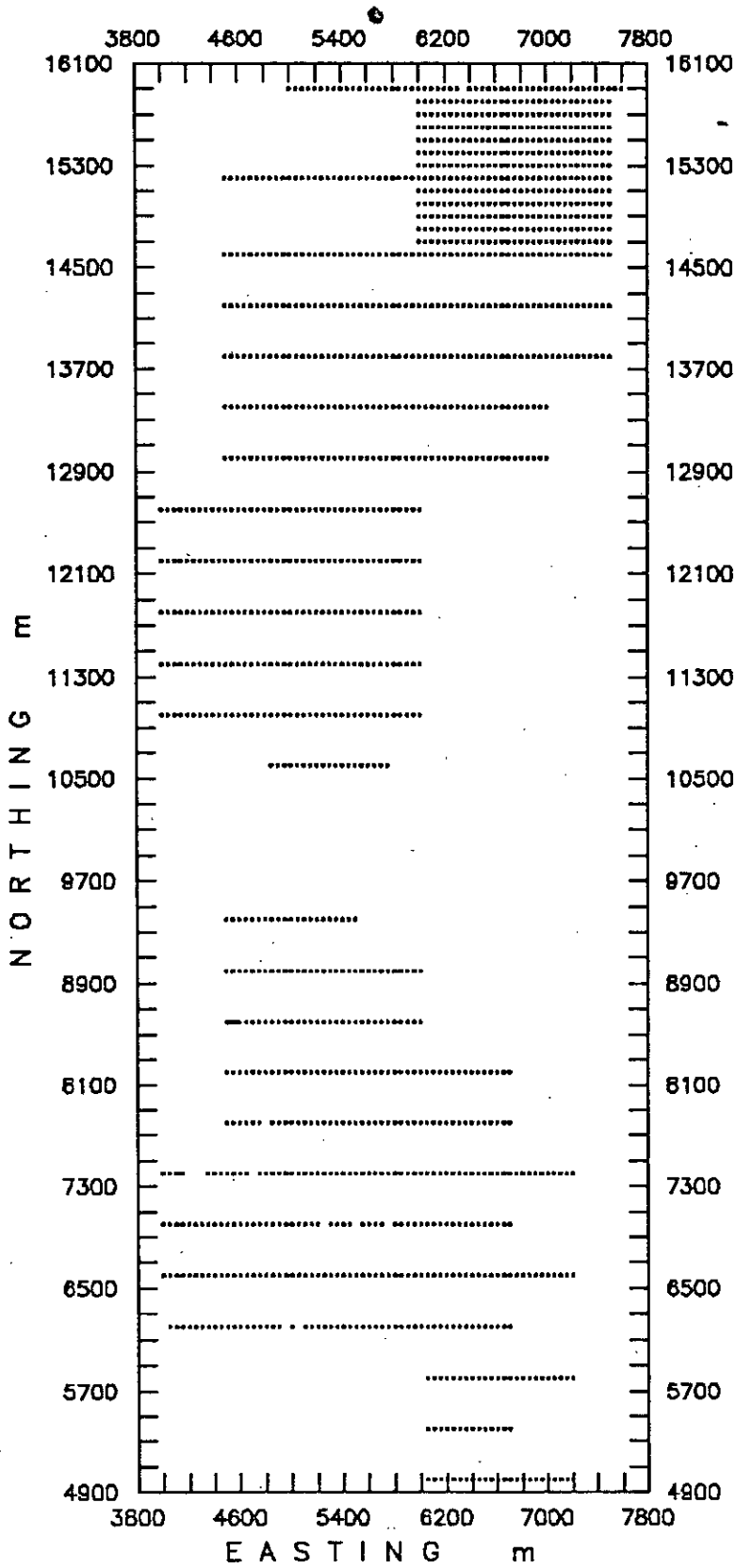
Figure 80: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 200 m, F1(3).

Figure 81: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(1).

Figure 82: Carte du deuxième facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(2).

Figure 83: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(3).

Figure 1: Position des points d'échantillonnage de Fourou.



**Figure 2: Position des points d'échantillonnage de Fourou1.**

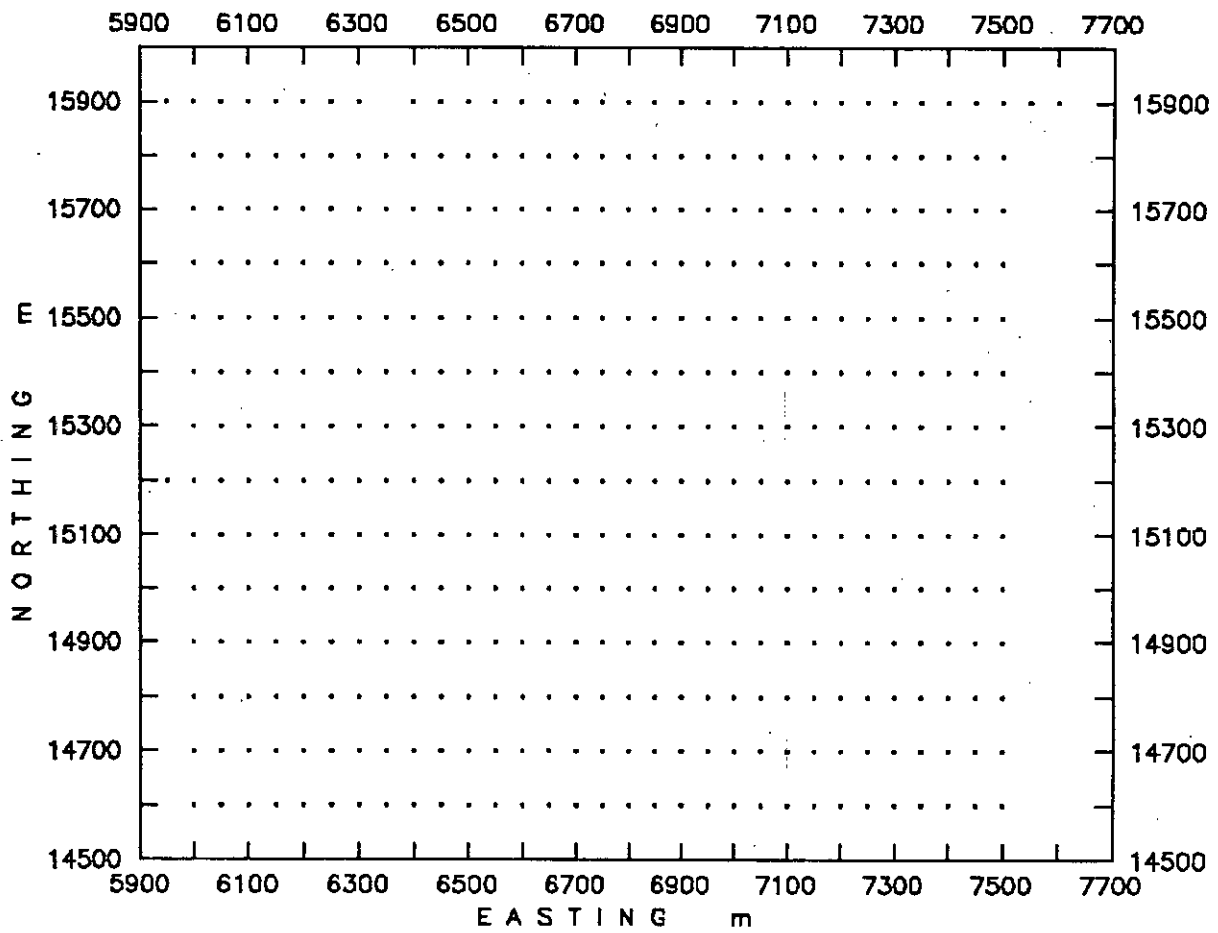


Figure 3: Carte à symboles de l'élément Fe - Fourou1.

Minimum: 0.57  
Maximum: 11.90  
 $r_{\max}/r_{\min}: 5$

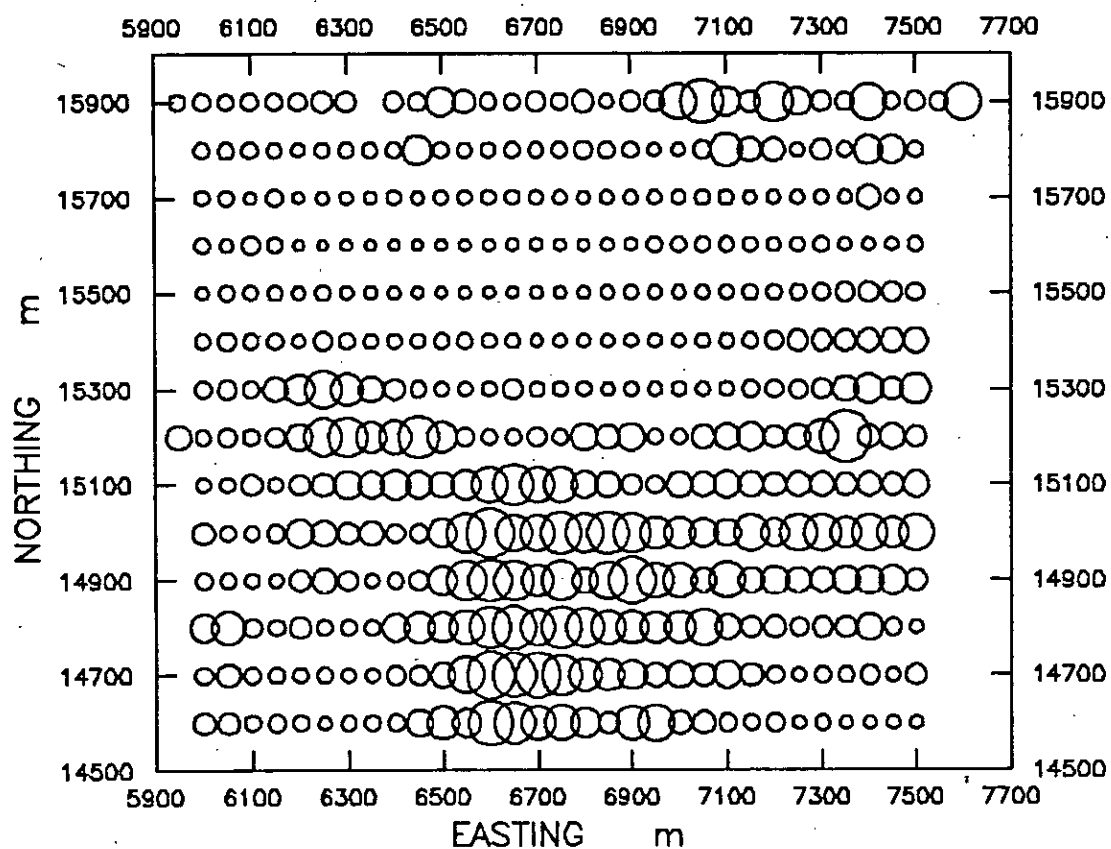


Figure 4: Carte à symboles de l'élément Ag - Fourou1.

Minimum: 0.00

Maximum: 0.70

$r_{max}/r_{min}: 5$

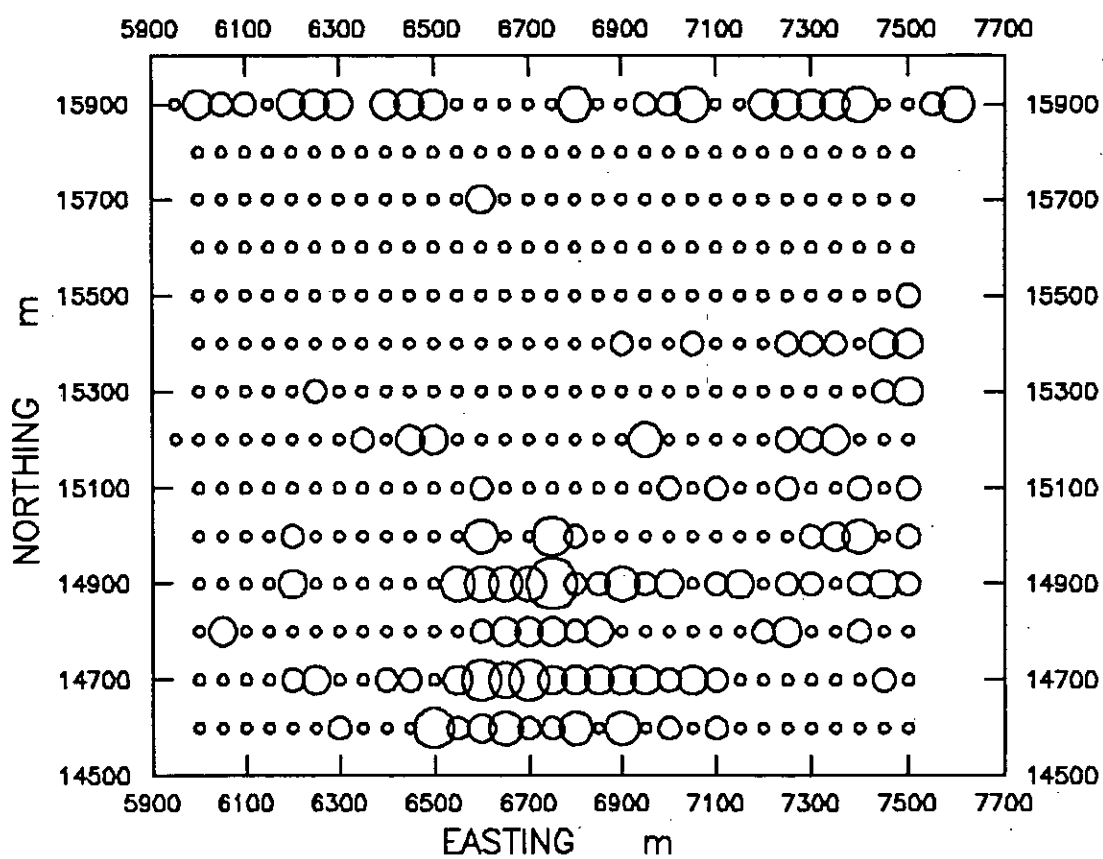


Figure 5: Carte à symboles de l'élément As - Fouroul.

Minimum: 0.00  
Maximum: 168.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

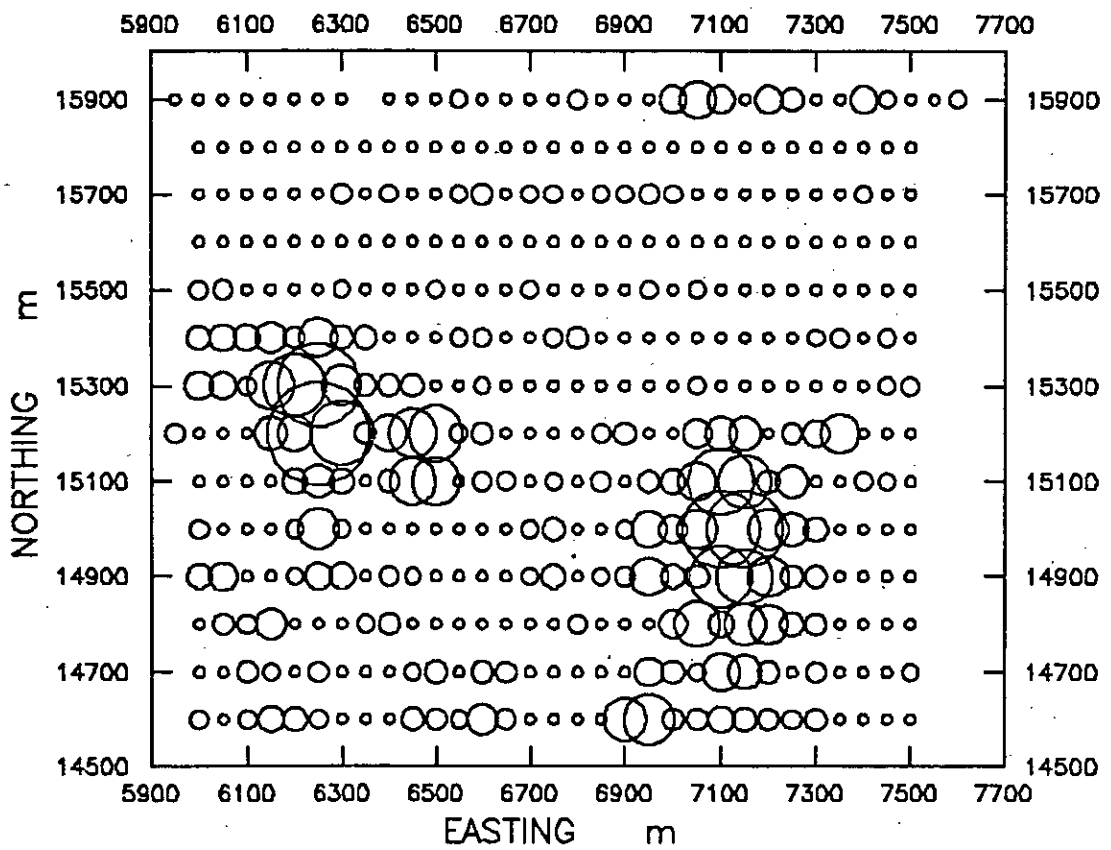




Figure 6: Carte à symboles de l'élément Au - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 1140.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

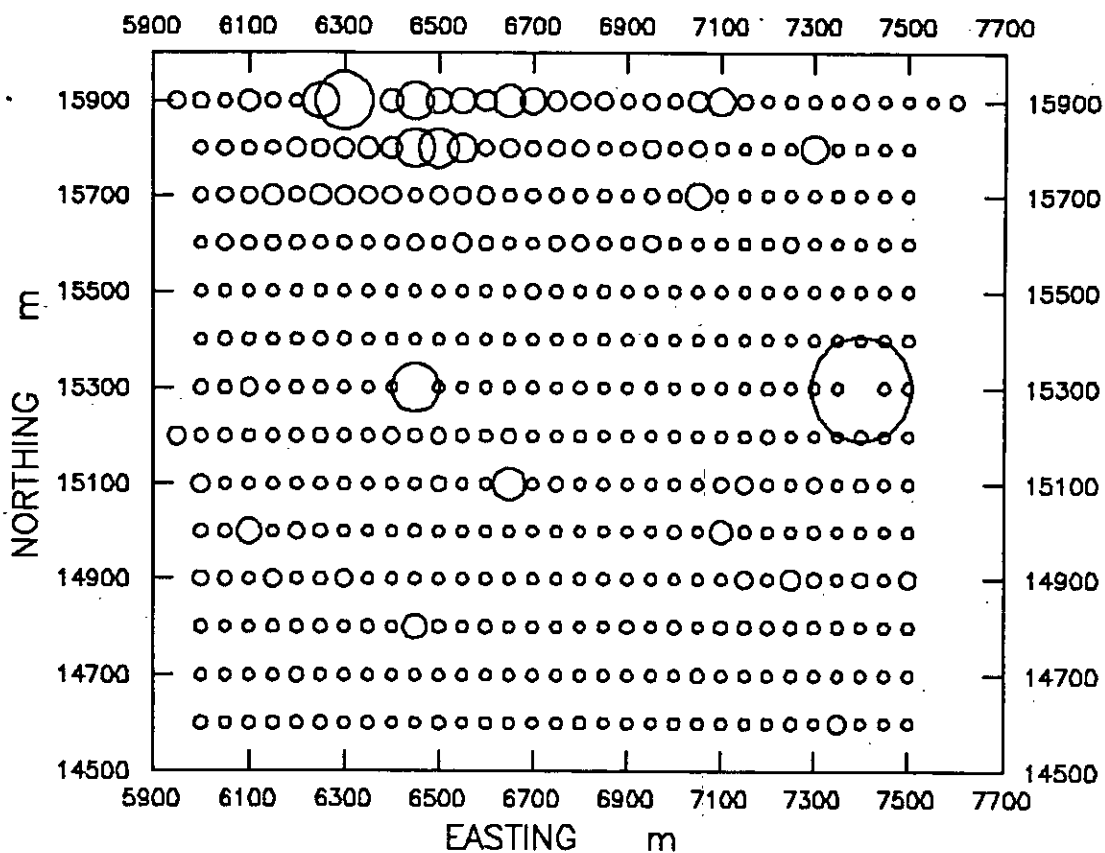


Figure 7: Carte à symboles de l'élément Ba - Fouroul.

Minimum: 5.00  
Maximum: 715.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

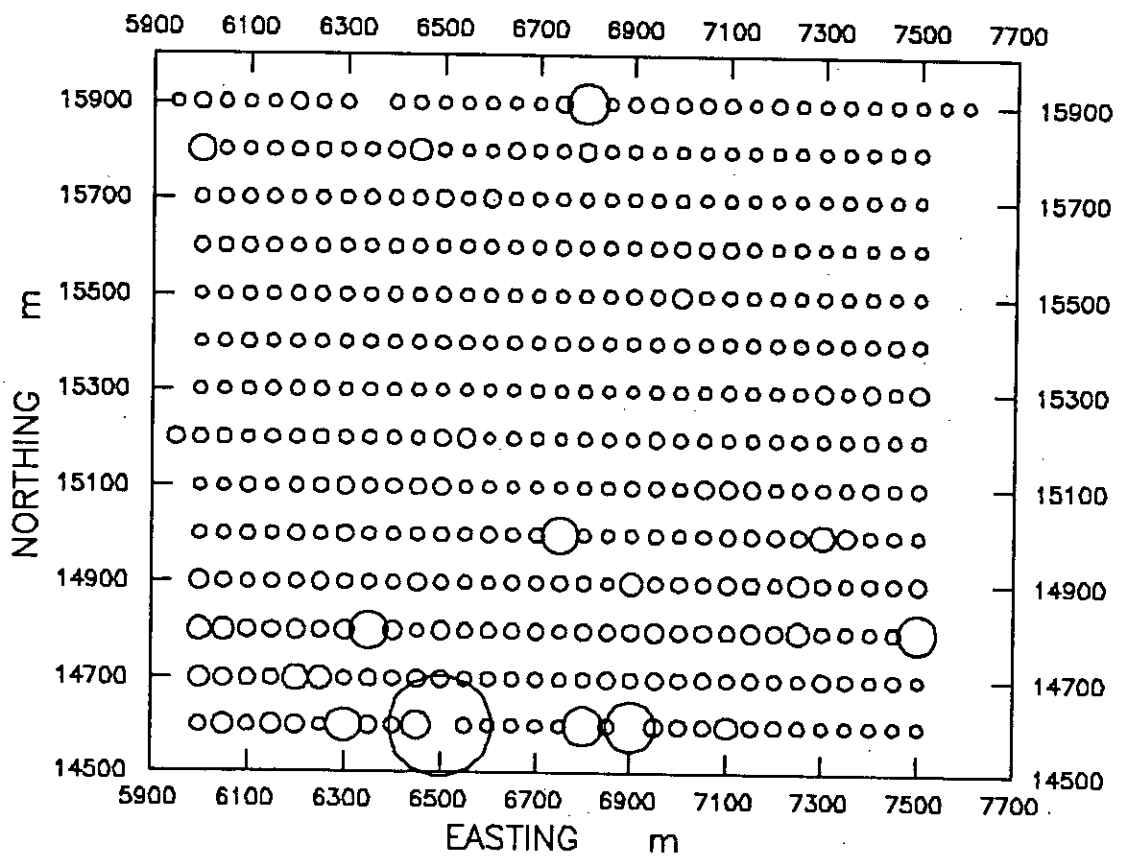


Figure 8: Carte à symboles de l'élément Be - Fourou1.

Minimum: 0.00

Maximum: 0.90

$r_{\max}/r_{\min}: 5$

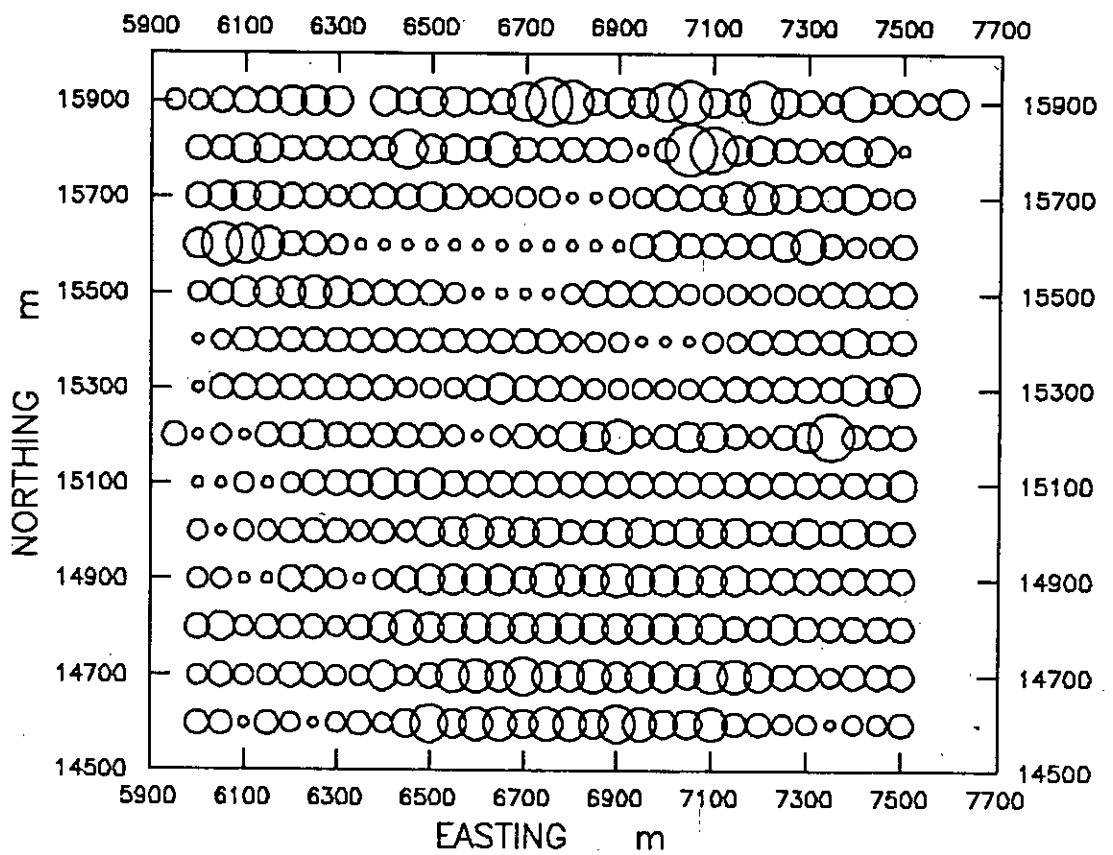


Figure 9: Carte à symboles de l'élément Cd - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 7.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

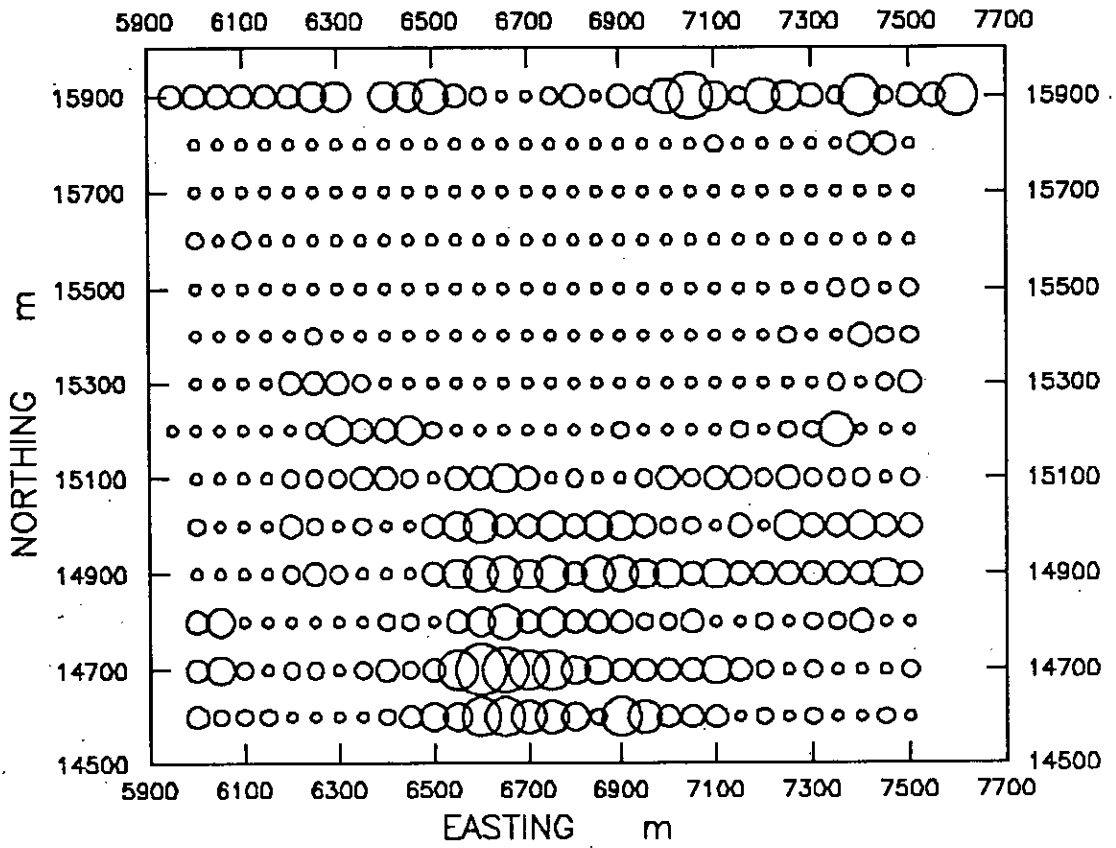


Figure 10: Carte à symboles de l'élément Ce - Fourou1.

Minimum: 18.00

Maximum: 168.00

$r_{max}/r_{min}$ : 10

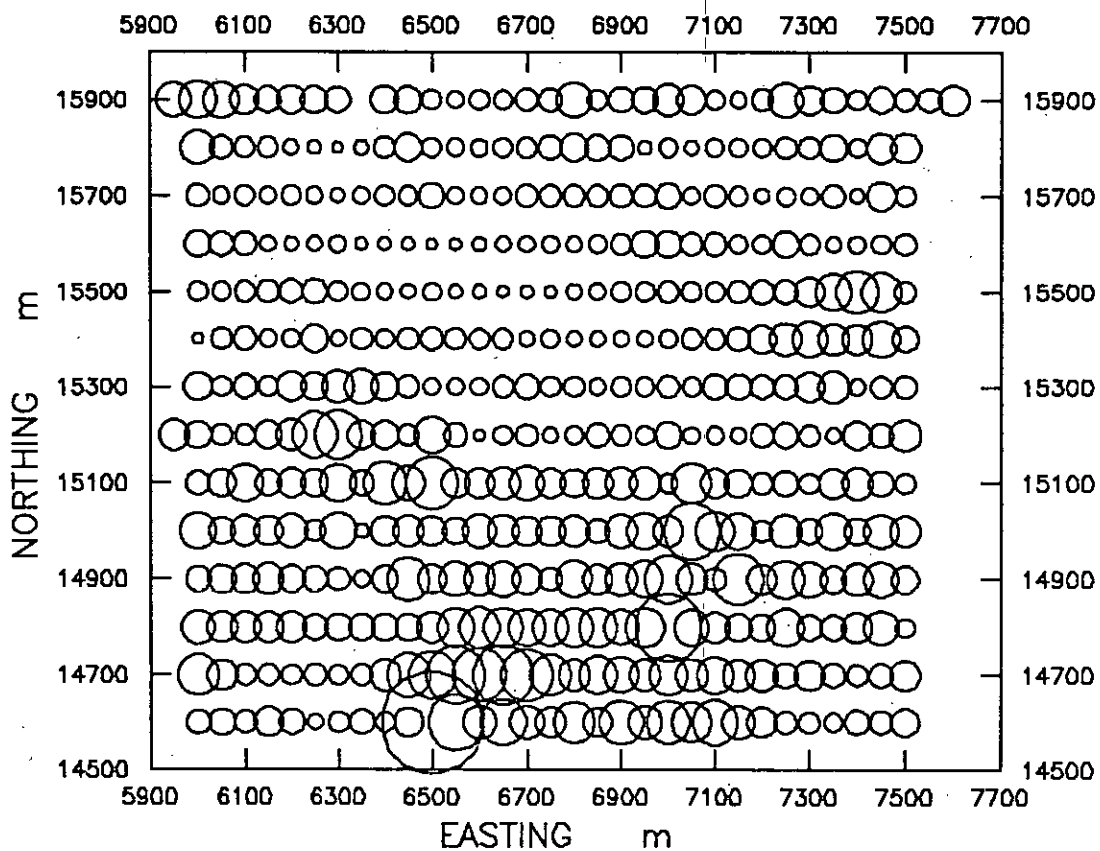


Figure 11: Carte à symboles de l'élément Co - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 68.00  
 $\Gamma_{\max}/\Gamma_{\min}$ : 10

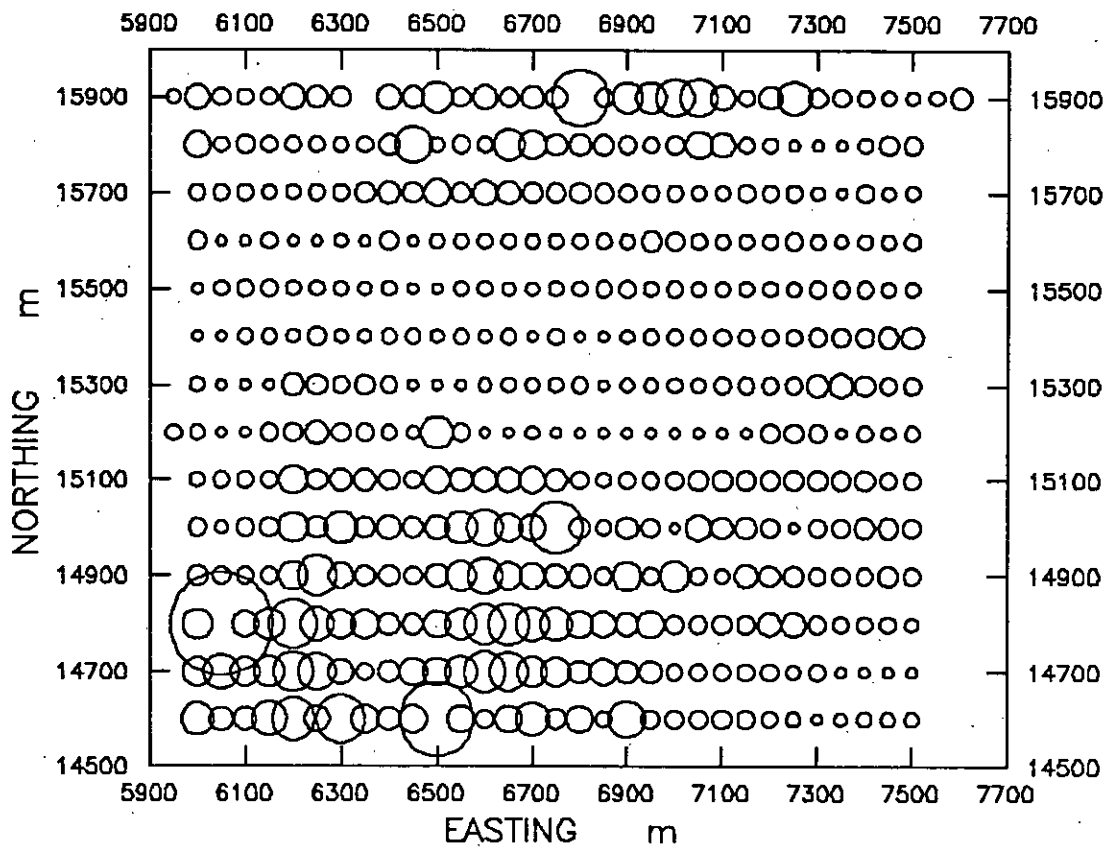


Figure 12: Carte à symboles de l'élément Cr - Fouroul.

Minimum: 9.00  
Maximum: 295.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

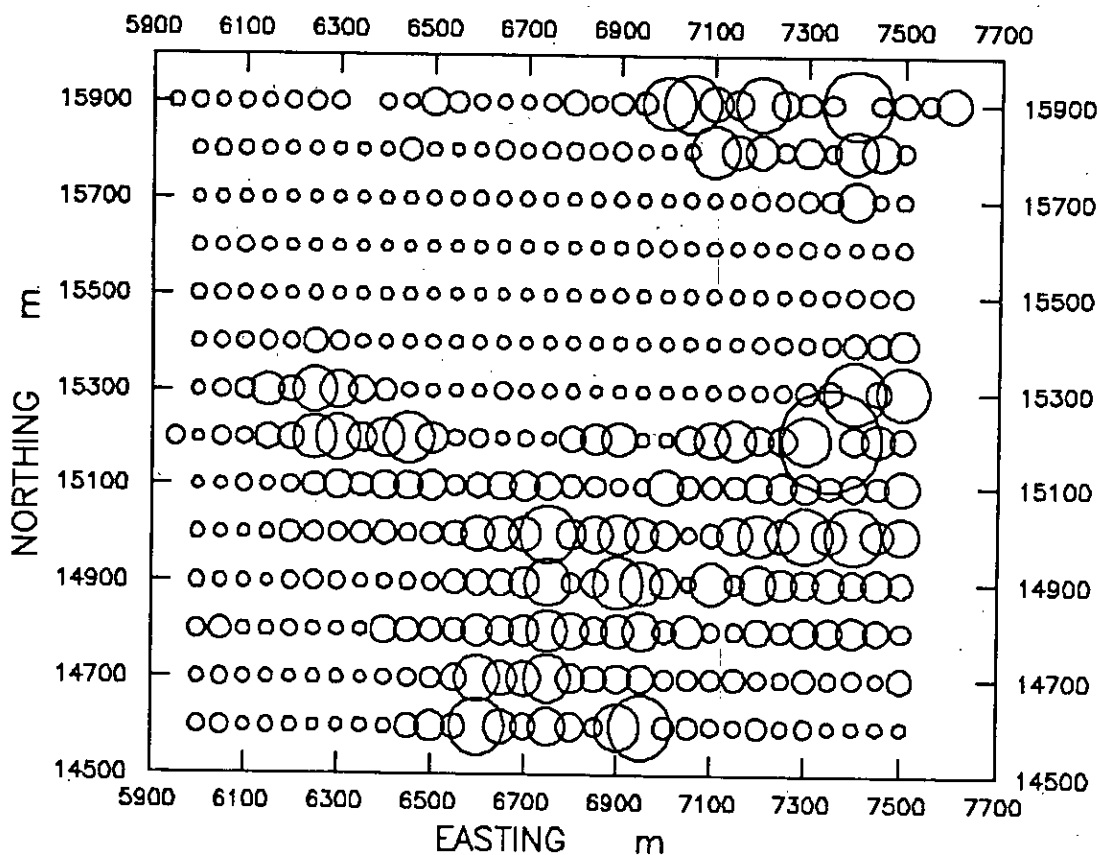


Figure 13: Carte à symboles de l'élément Cu - Fourou1.

Minimum: 5.00  
Maximum: 136.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

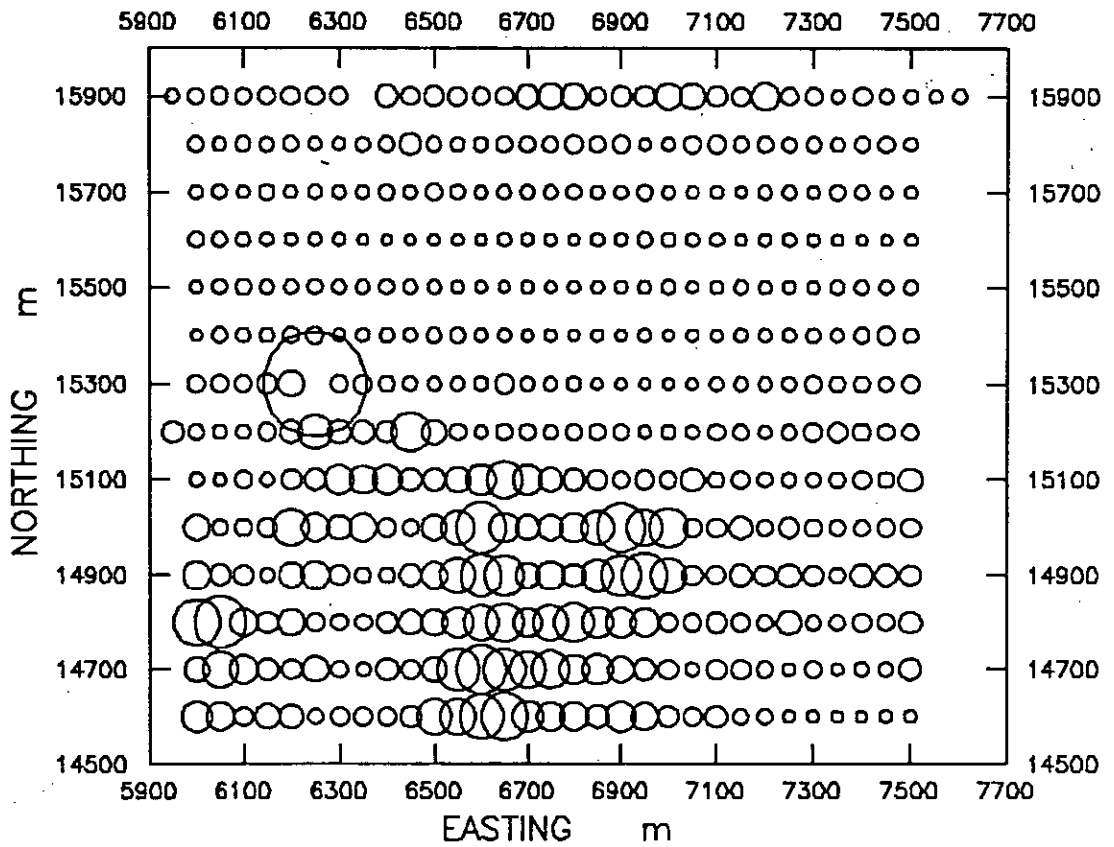




Figure 14: Carte à symboles de l'élément In - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 32.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

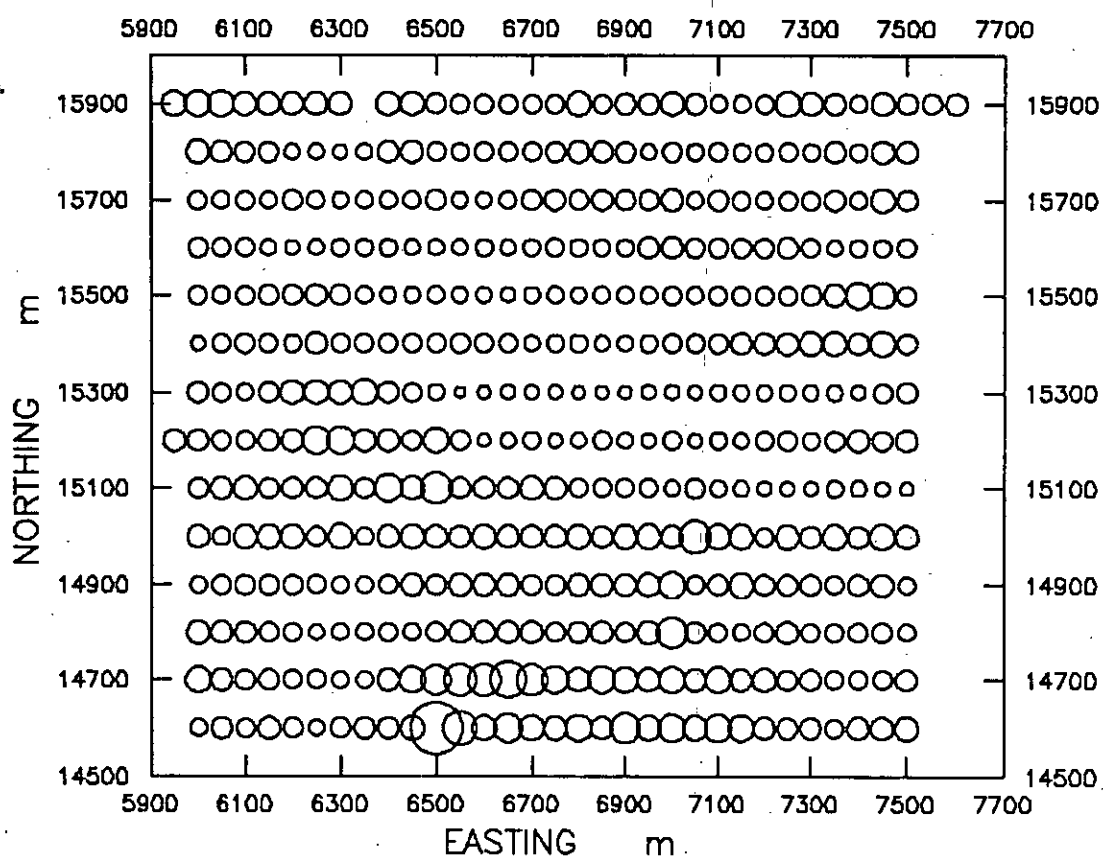


Figure 15: Carte à symboles de l'élément La - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 27.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 5$

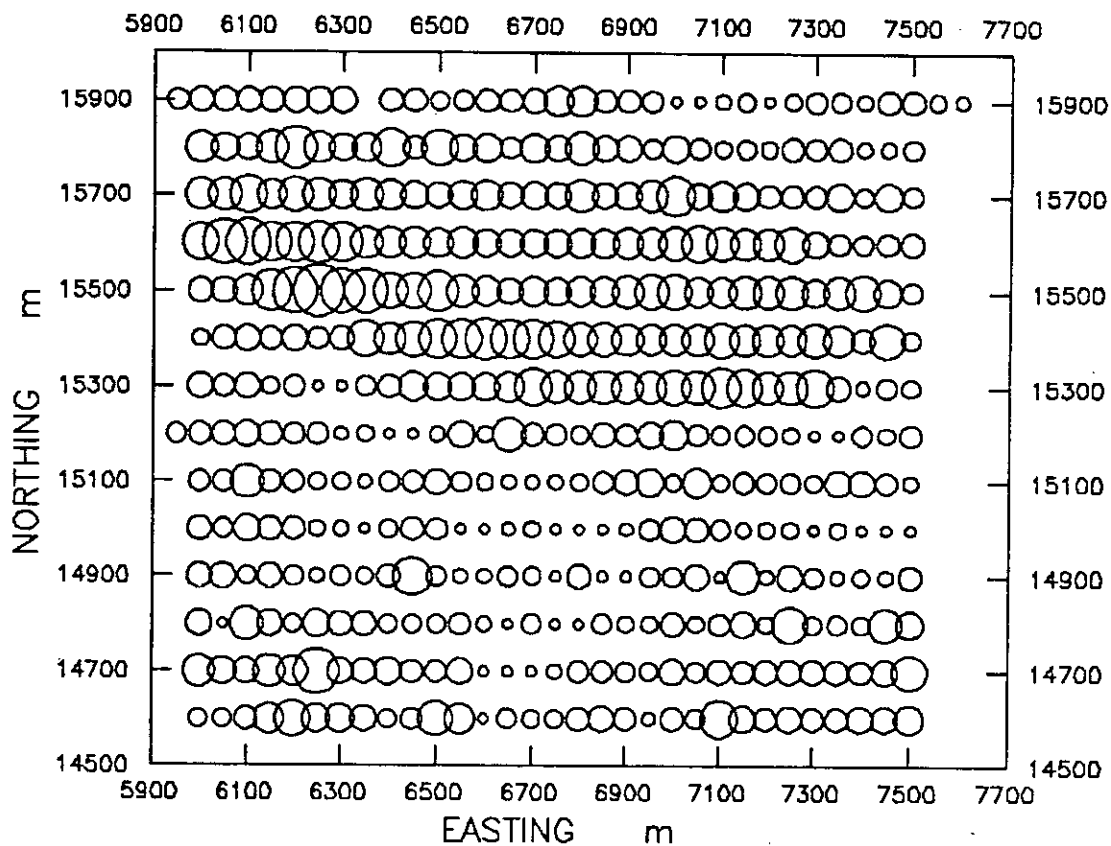


Figure 16: Carte à symboles de l'élément Mn - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 5400.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

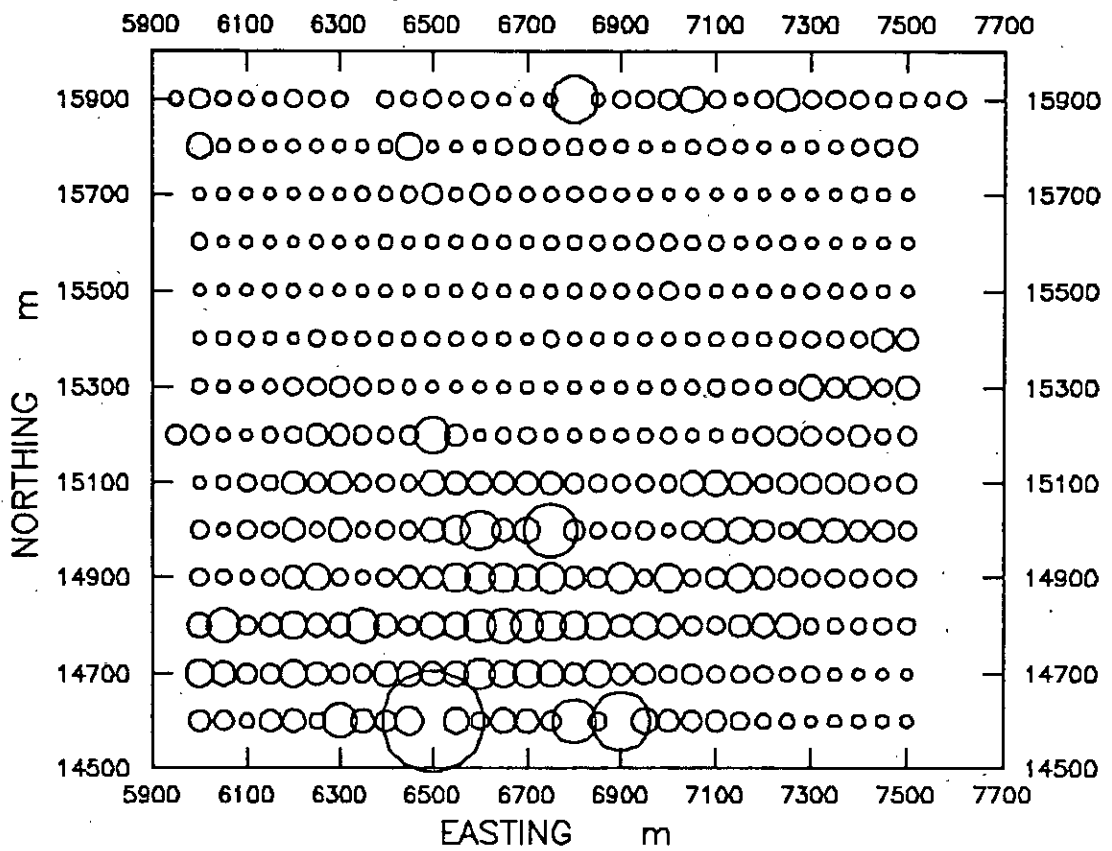


Figure 17: Carte à symboles de l'élément Mo - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 30.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

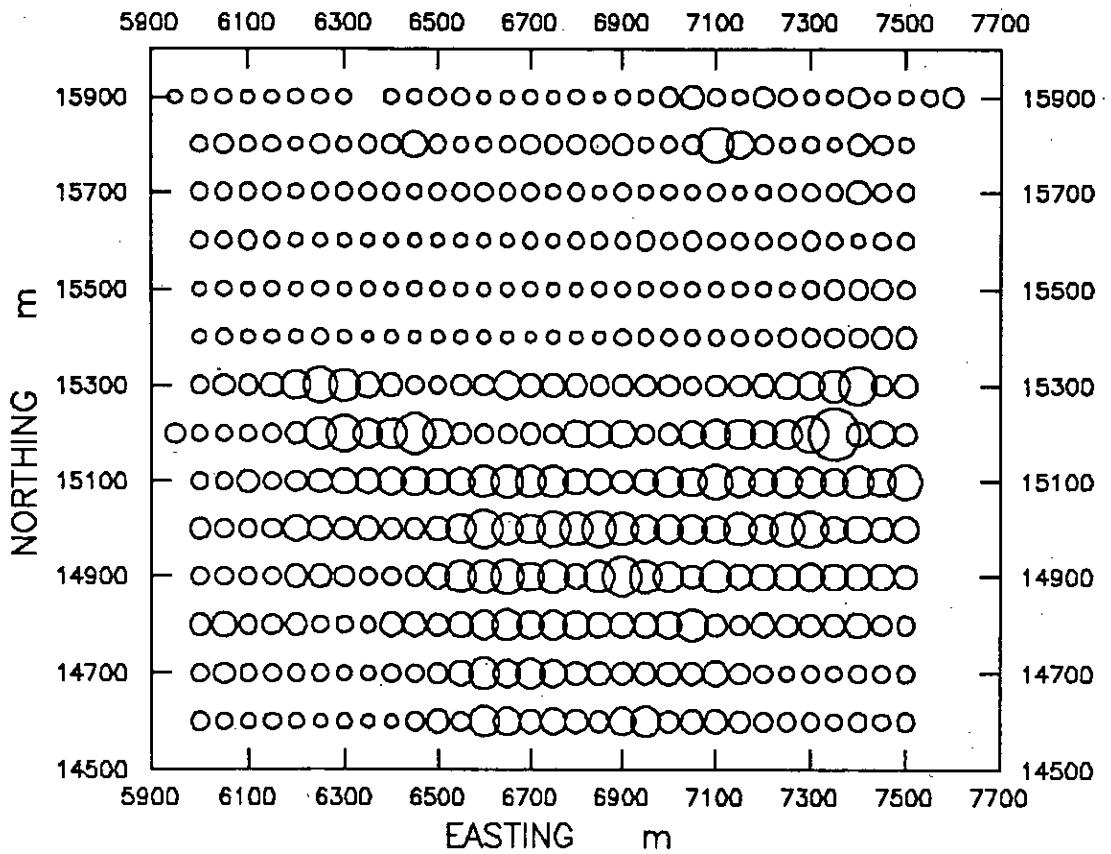


Figure 18: Carte à symboles de l'élément Nb - Fourou1.

Minimum: 3.00

Maximum: 58.00

$r_{\max}/r_{\min}: 5$

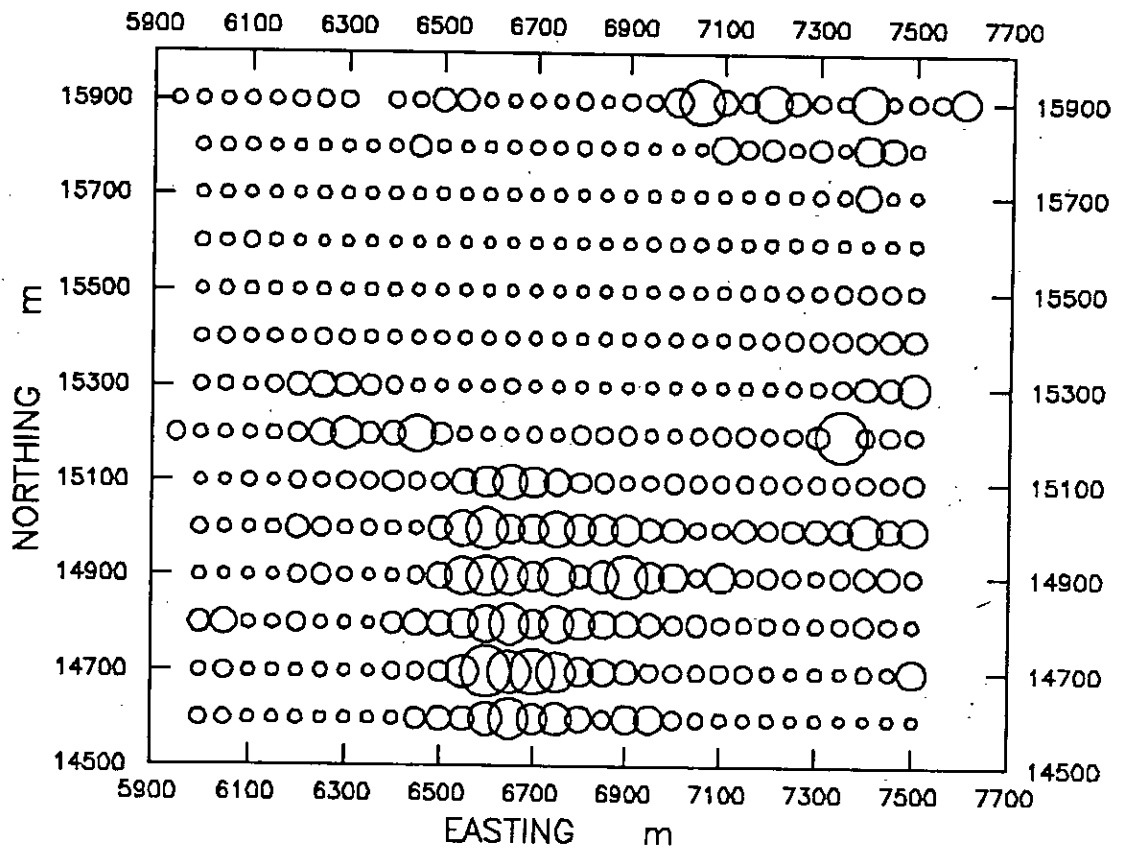


Figure 19: Carte à symboles de l'élément Ni - Fouroul.

Minimum: 3.00  
Maximum: 26.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

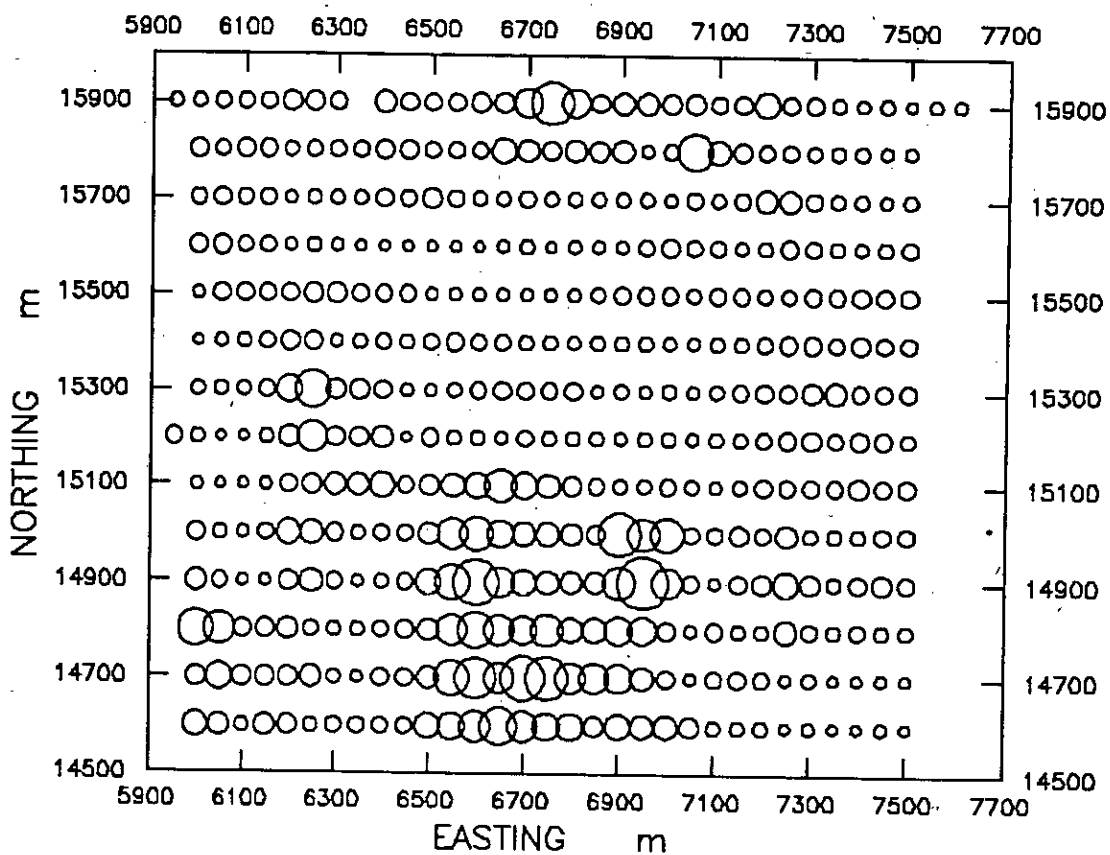


Figure 20: Carte à symboles de l'élément P - Fouroul.

Minimum: 26.00

Maximum: 1570.00

$r_{max}/r_{min}: 10$

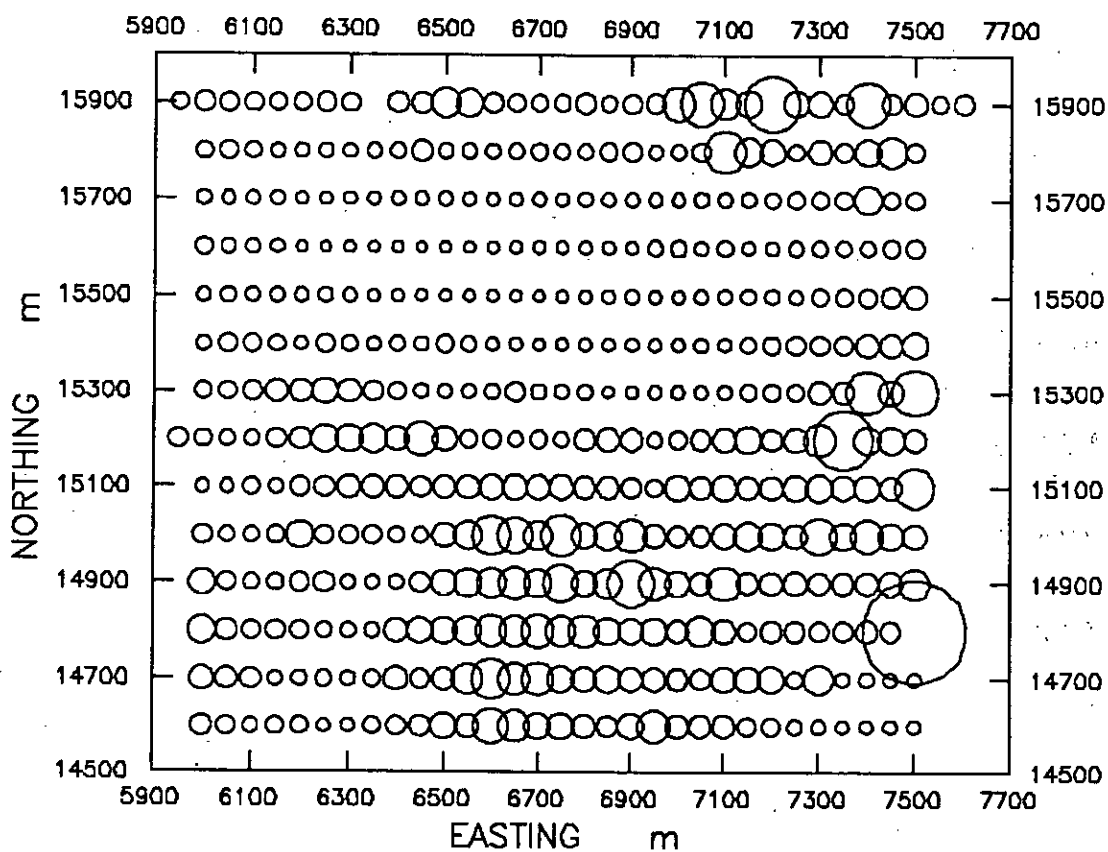


Figure 21: Carte à symboles de l'élément Pb - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 24.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

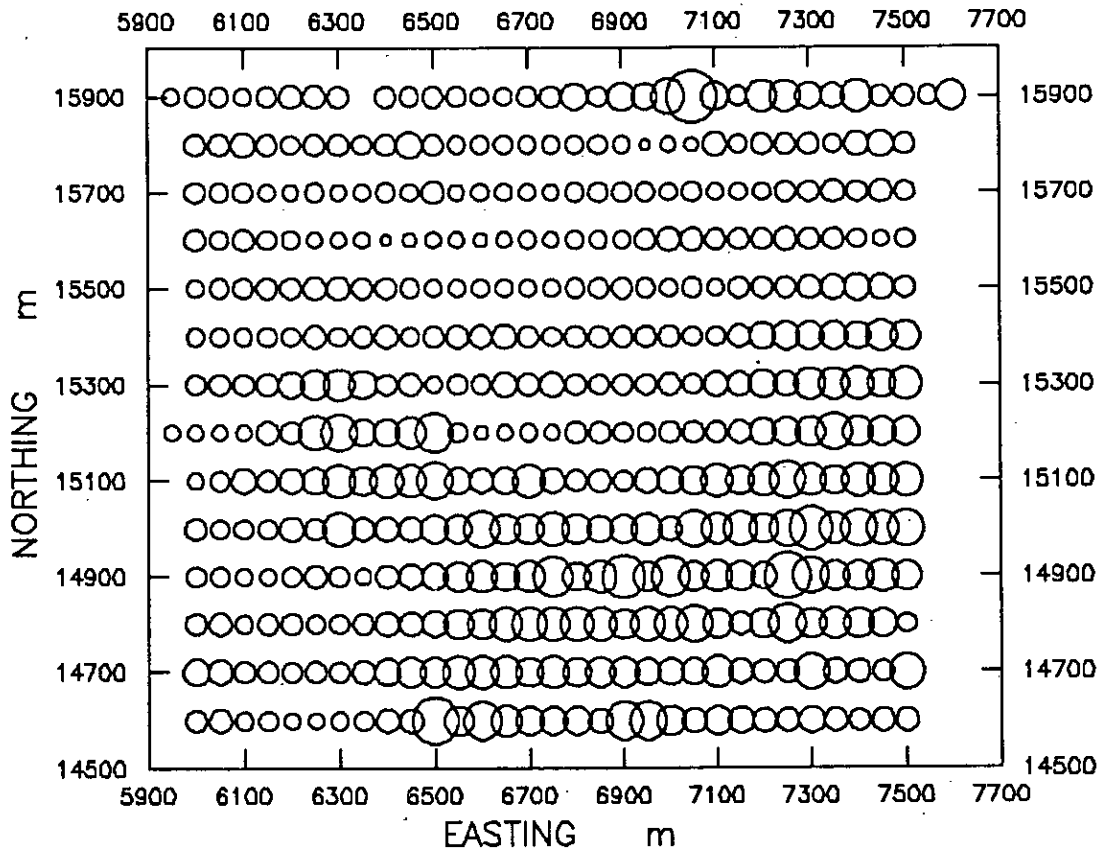




Figure 22: Carte à symboles de l'élément Rb - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 16.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 5$

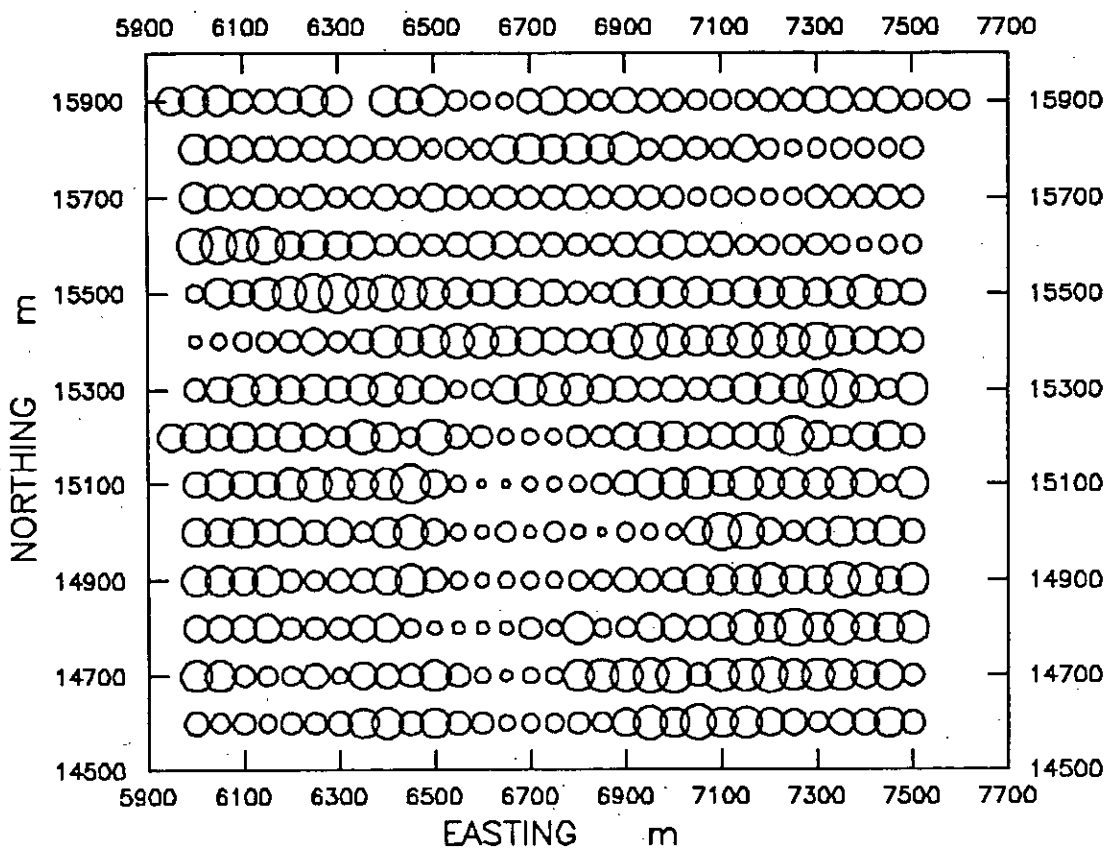


Figure 23: Carte à symboles de l'élément Sr - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 295.00  
 $r_{max}/r_{min}$ : 10

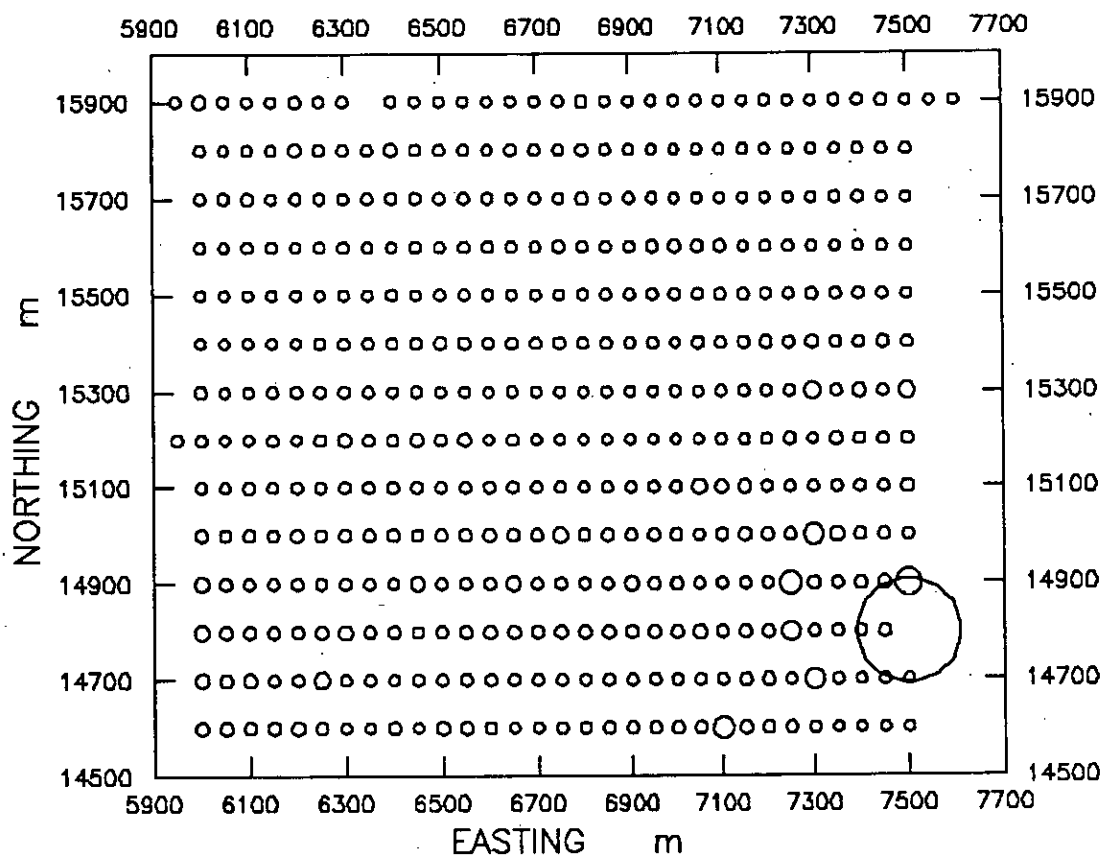


Figure 24: Carte à symboles de l'élément Th - Fourou1.

Minimum: 3.00  
Maximum: 13.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

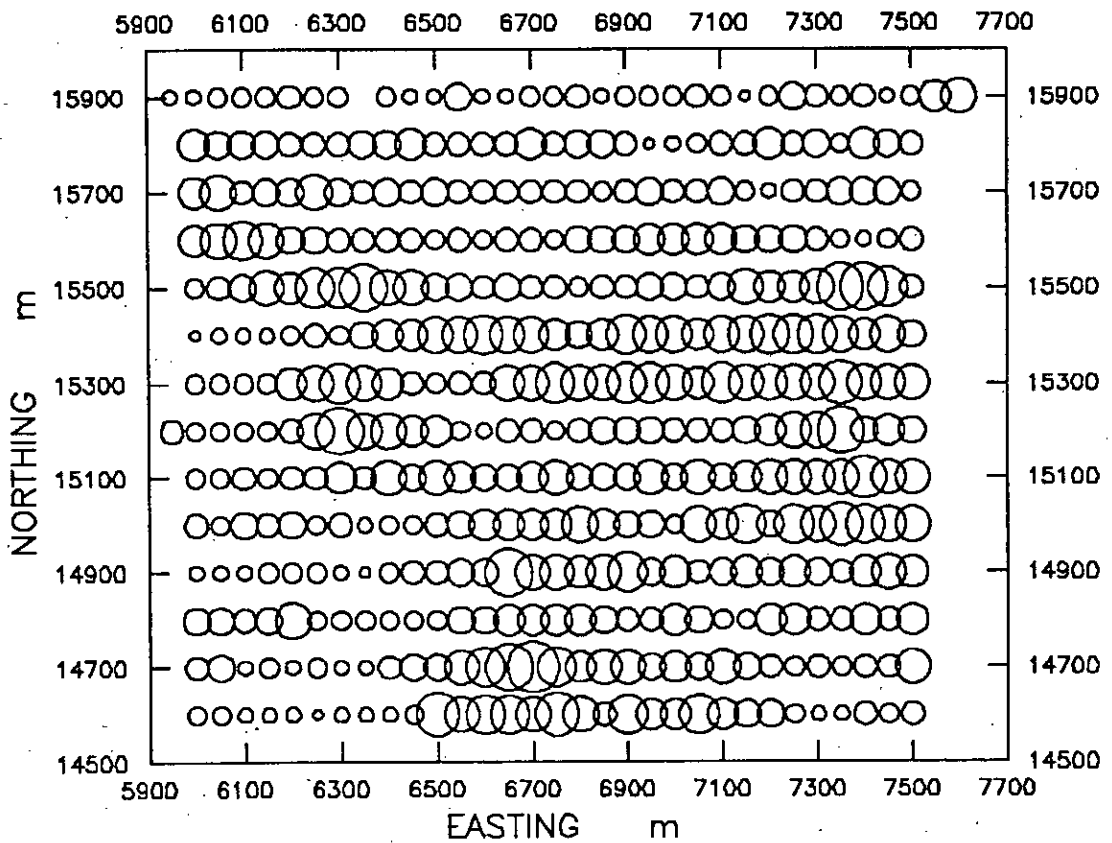


Figure 25: Carte à symboles de l'élément Ti - Fourou1.

Minimum: 27.00  
Maximum: 770.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

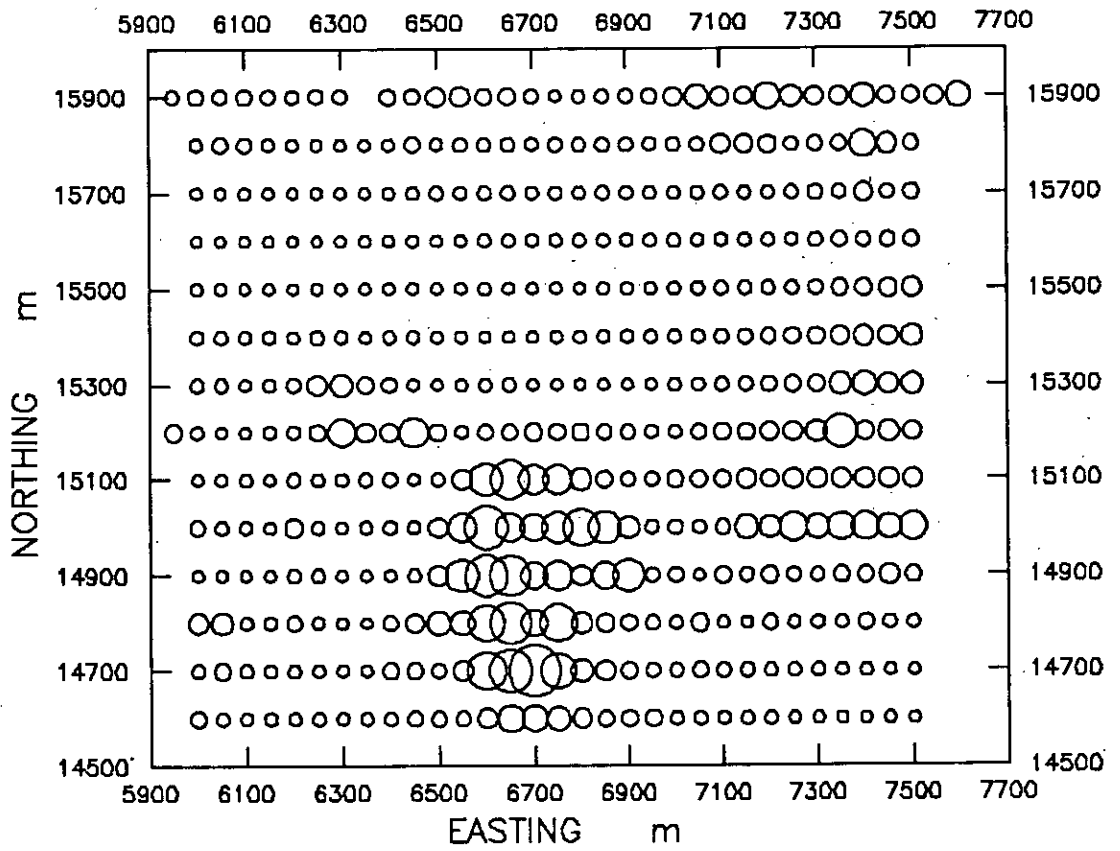


Figure 26: Carte à symboles de l'élément V - Fourou1.

Minimum: 18.00

Maximum: 460.00

$r_{max}/r_{min}: 5$

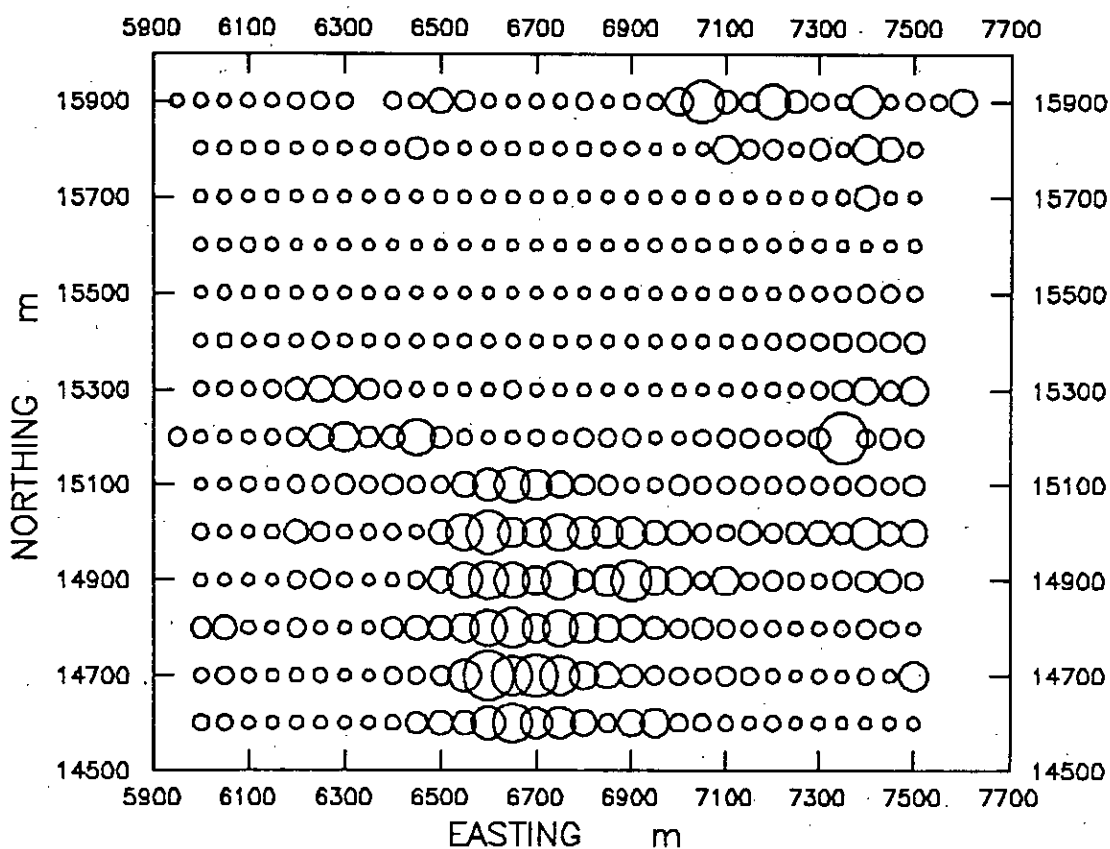


Figure 27: Carte à symboles de l'élément W - Fouroul.

Minimum: 0.00

Maximum: 18.00

$r_{\max}/r_{\min}: 5$

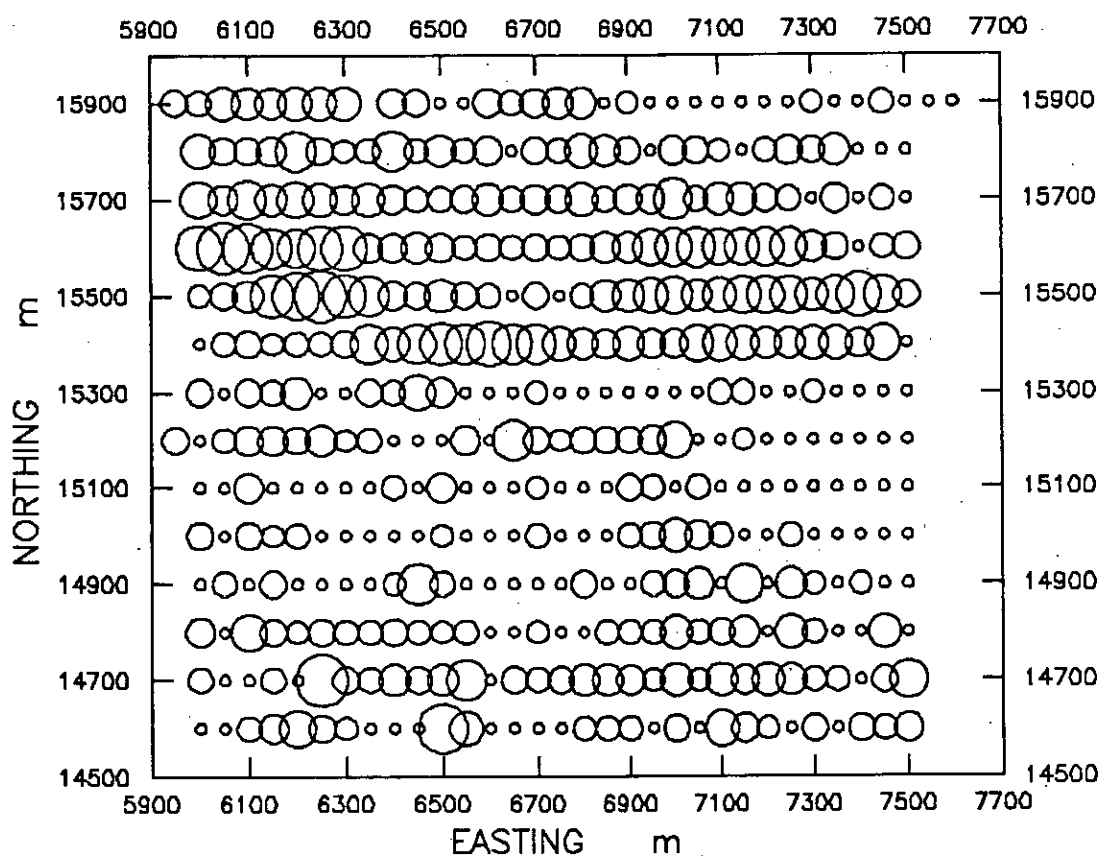


Figure 28: Carte à symboles de l'élément Y - Fourou1.

Minimum: 0.90  
Maximum: 22.20  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

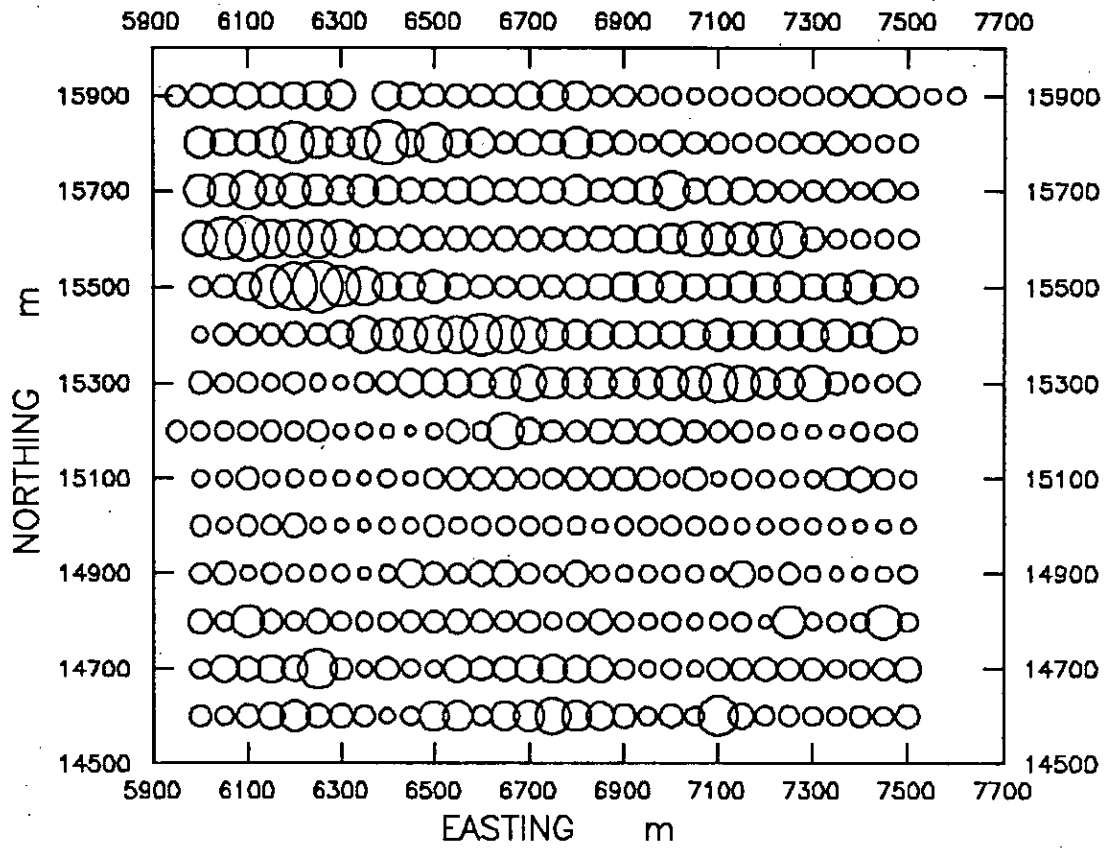


Figure 29: Carte à symboles de l'élément Zn - Fourou1.

Minimum: 0.00  
Maximum: 36.00  
 $r_{max}/r_{min}: 5$

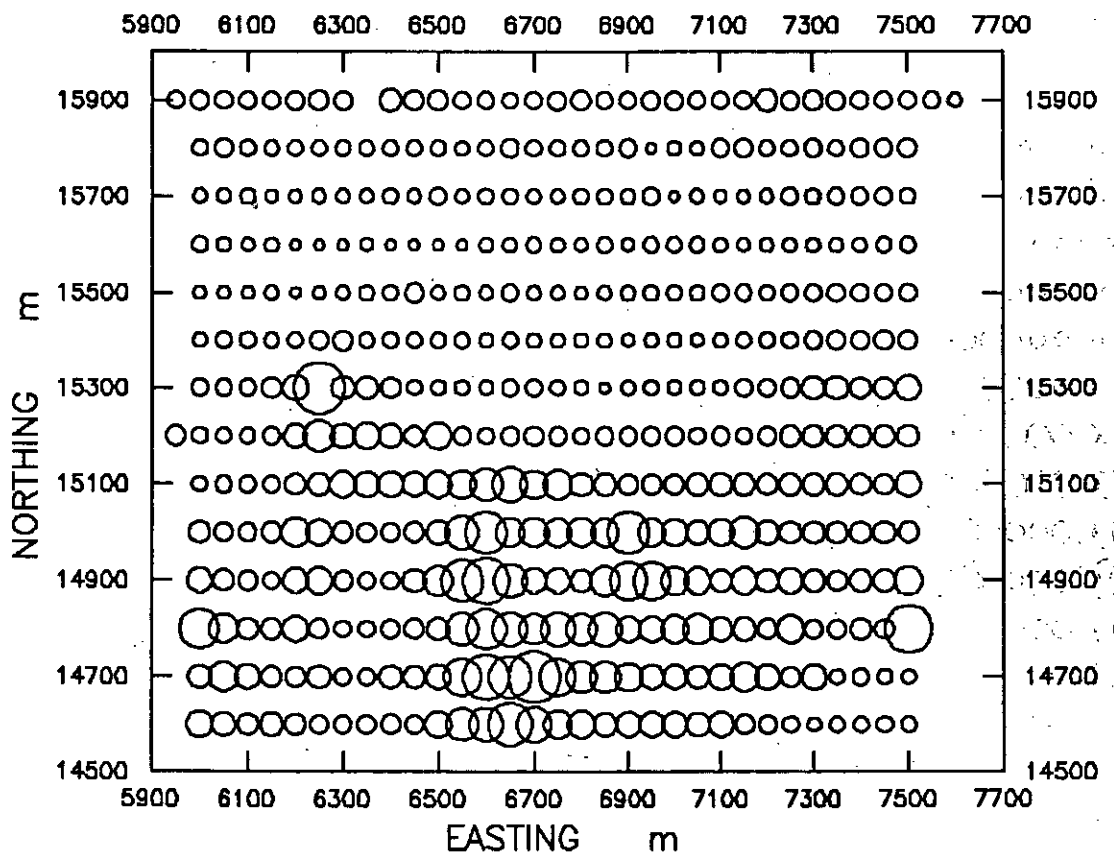




Figure 30: Carte à symboles de l'élément Au - Fourou11.  
(cf. figure 6)

Minimum: 0.00  
Maximum: 365.00  
 $r_{max}/r_{min}$ : 10

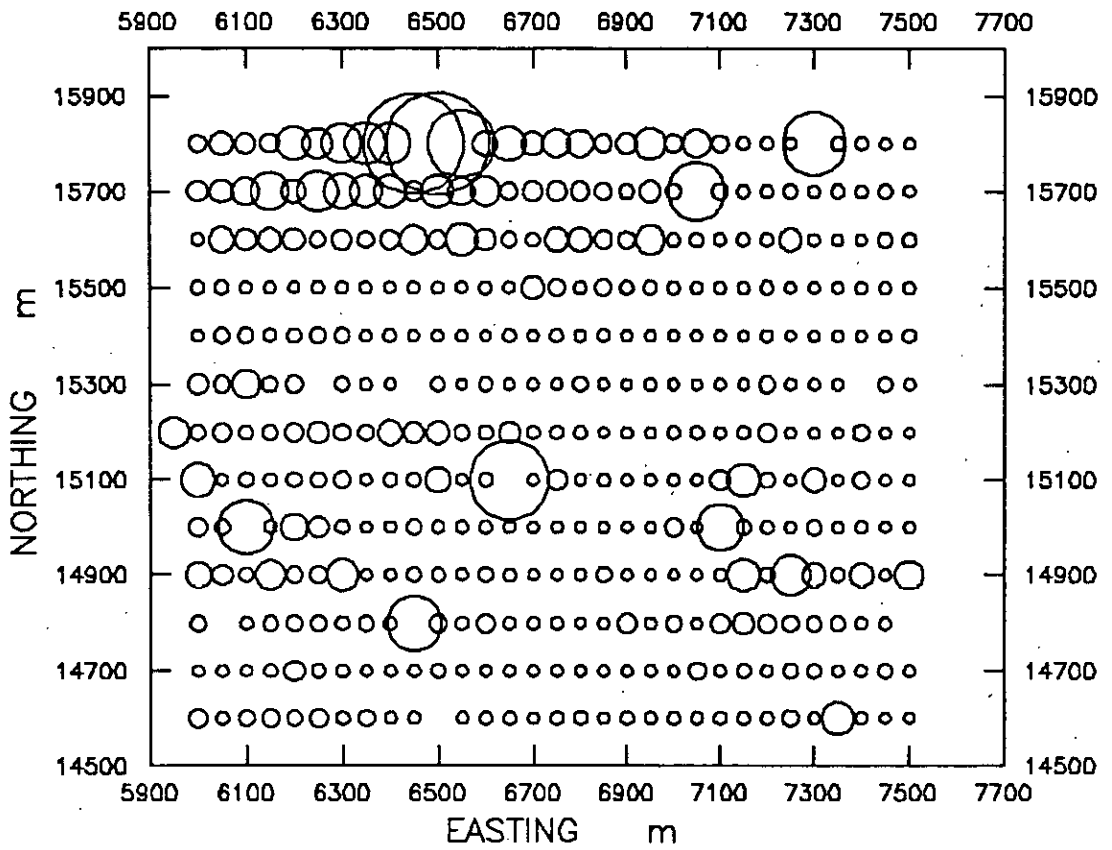


Figure 31: Carte à symboles de l'élément Ba - Fourrou11.  
(cf. figure 7)

Minimum: 5.00  
Maximum: 315.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

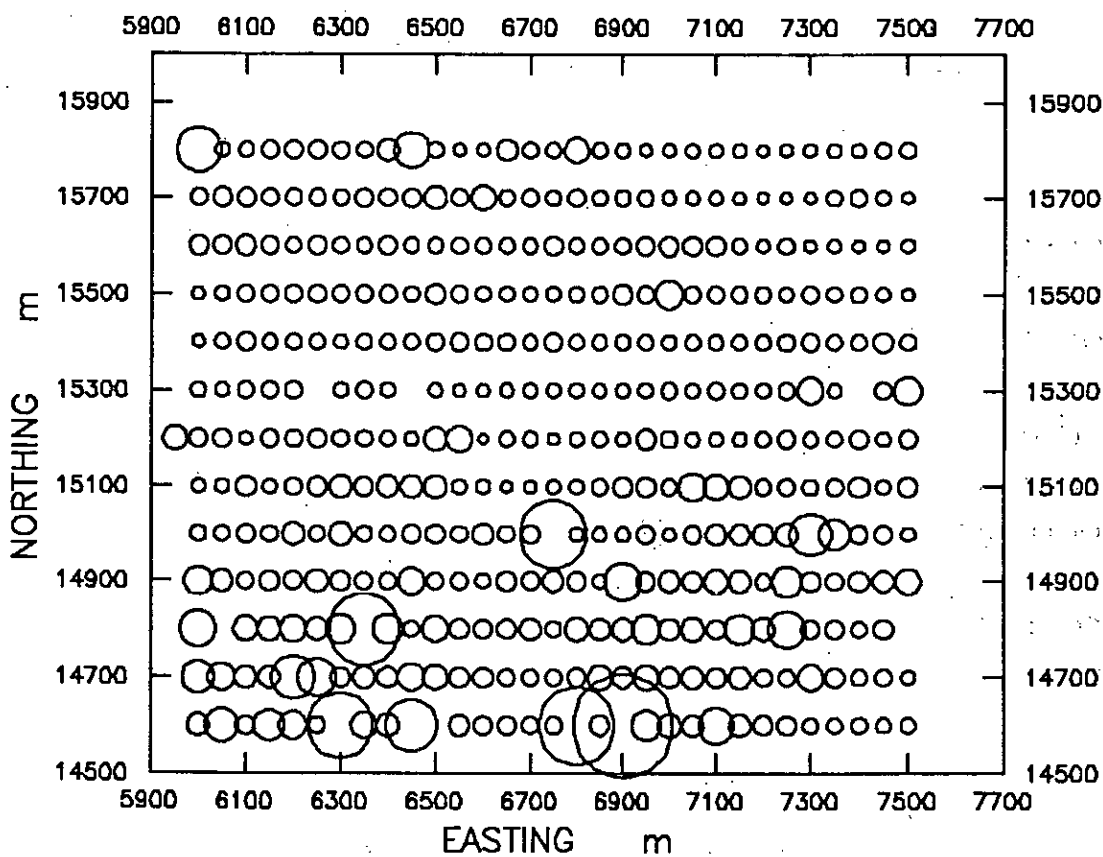


Figure 32: Carte à symboles de l'élément Ce - Fourou11.  
• (cf. figure 10)

Minimum: 18.00  
Maximum: 110.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 10$

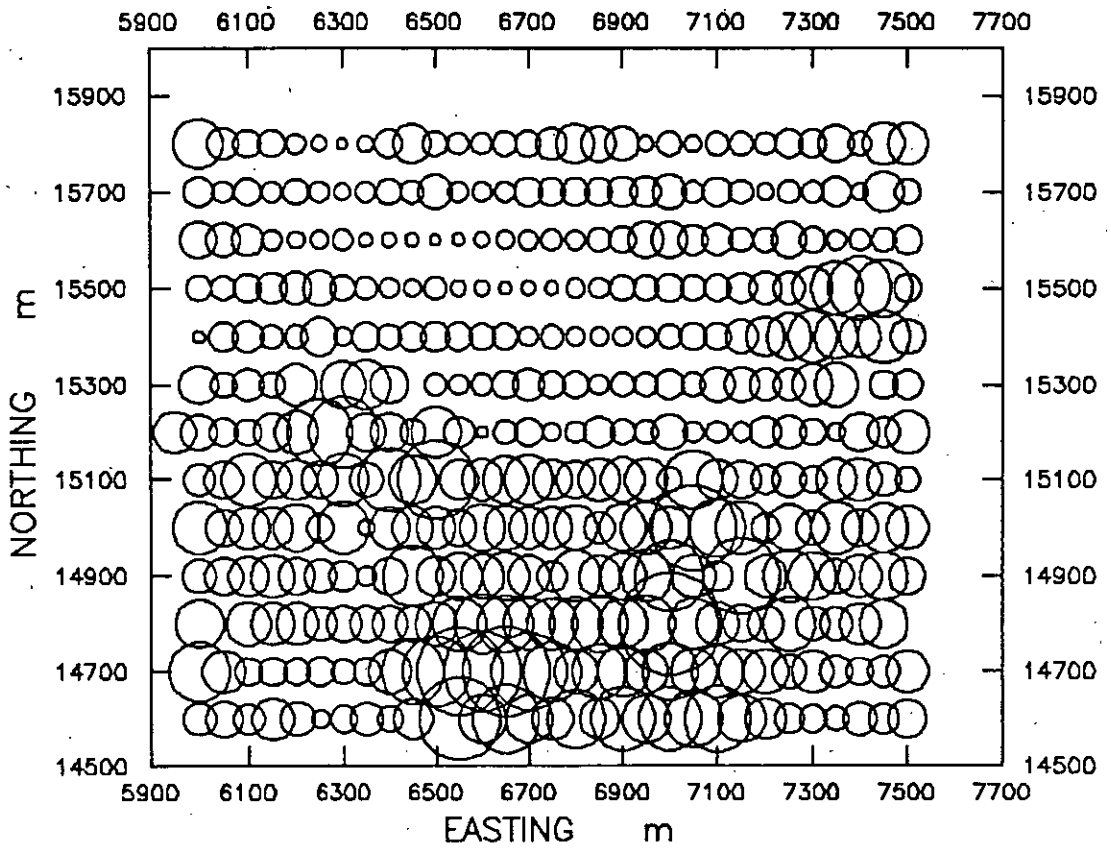


Figure 32: Carte à symboles de l'élément Ce - Fourou11.  
(cf. figure 10)

Minimum: 18.00  
Maximum: 110.00  
 $r_{\max}/r_{\min}$ : 10

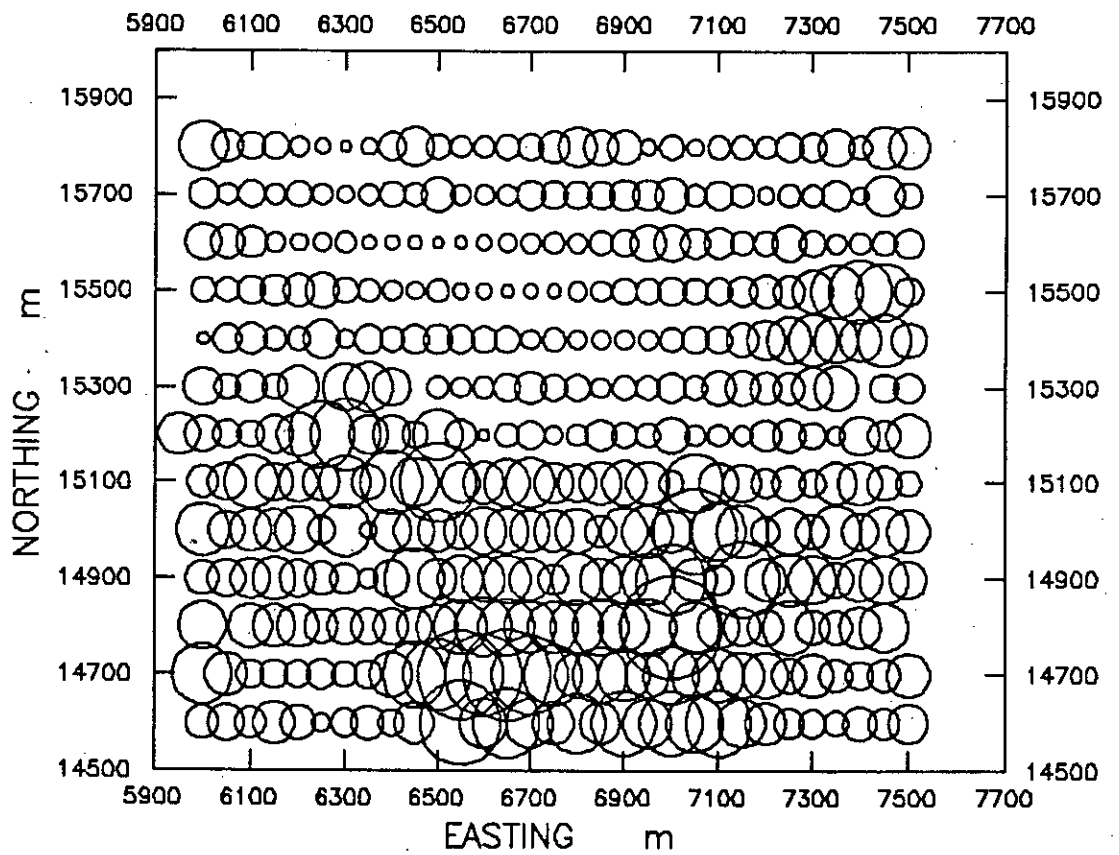


Figure 33: Carte à symboles de l'élément Co - Fourou11.  
(cf. figure 11)

Minimum: 0.00  
Maximum: 31.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 10$

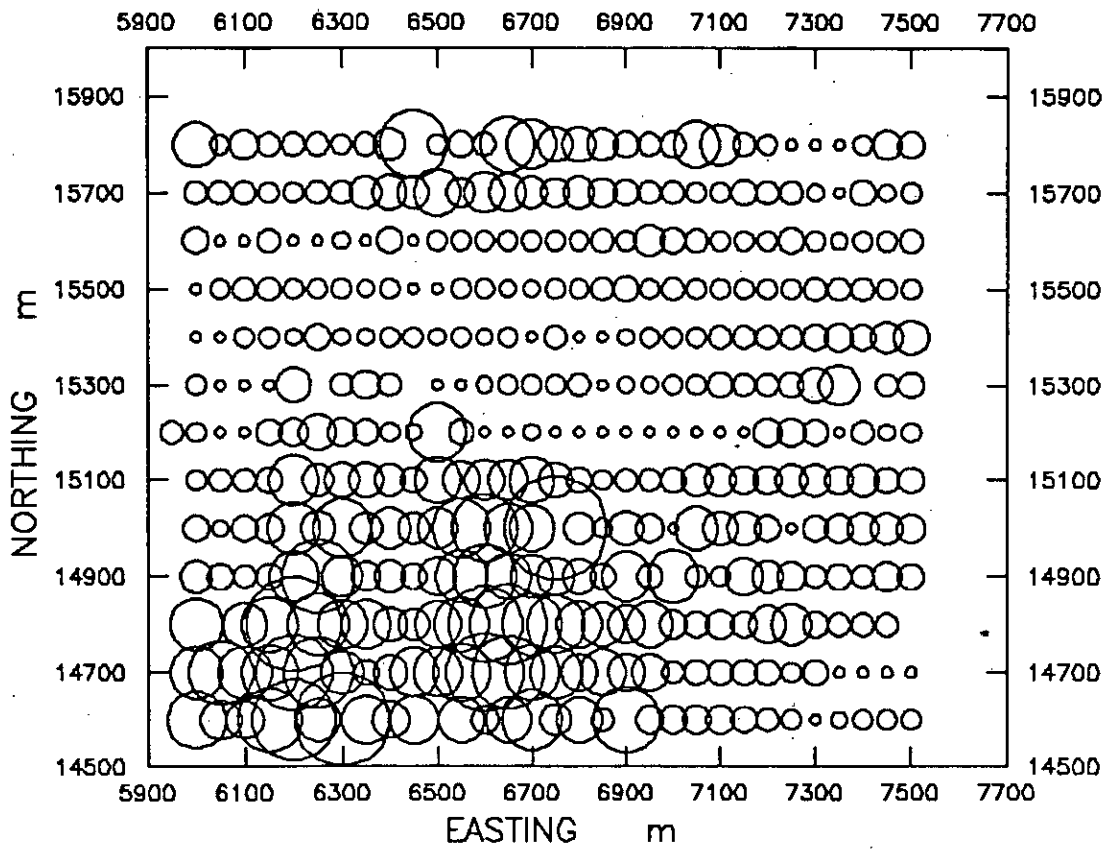


Figure 34: Carte à symboles de l'élément Cu - Fourou11.  
(cf. figure 13)

Minimum: 5.00  
Maximum: 63.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 10$

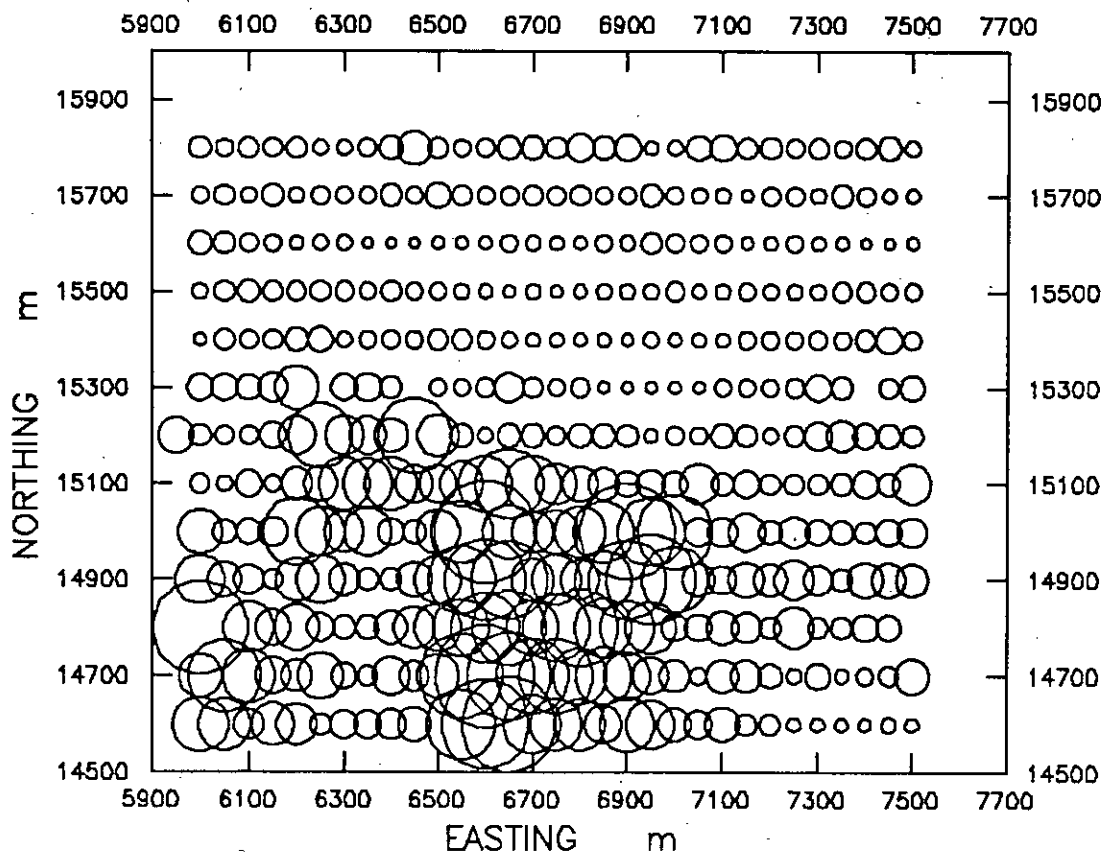


Figure 35: Carte à symboles de l'élément In - Fourou11.  
(cf. figure 14)

Minimum: 0.00  
Maximum: 20.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 5$

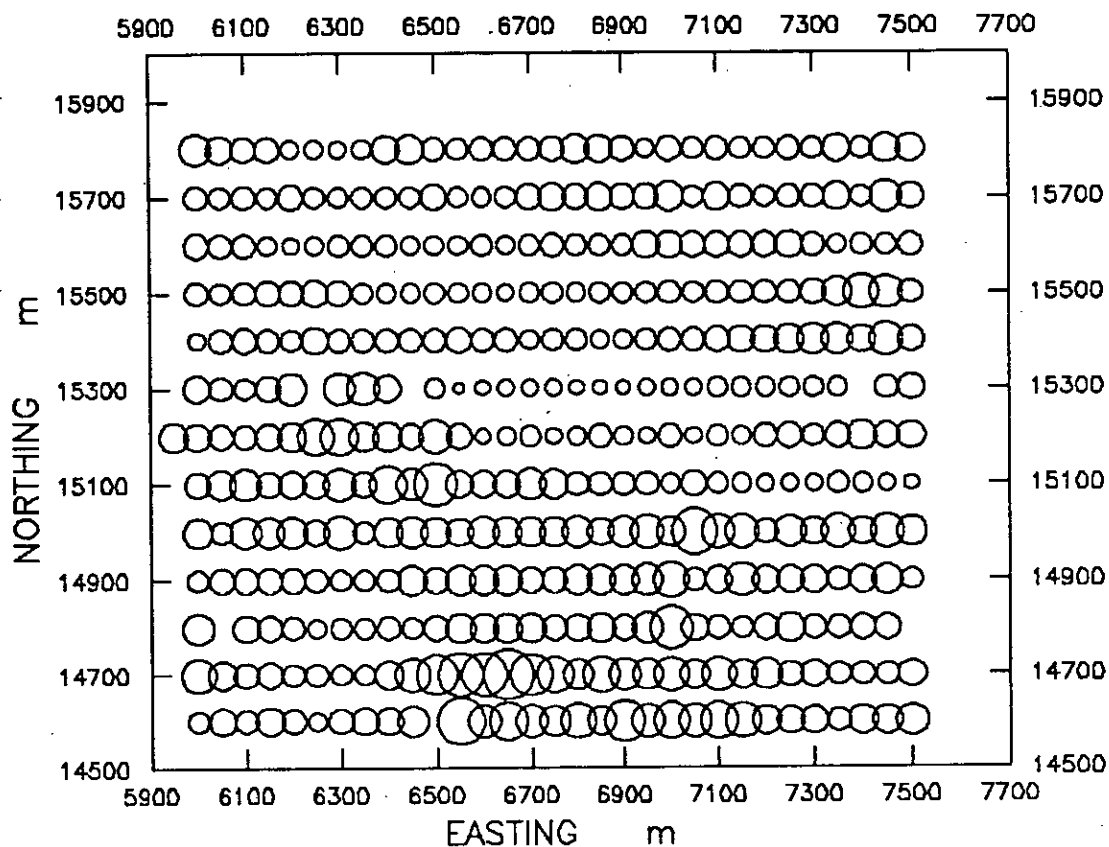


Figure 36: Carte à symboles de l'élément Mn - Fourou11.  
(cf. figure 16)

Minimum: 0.00  
Maximum: 2850.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

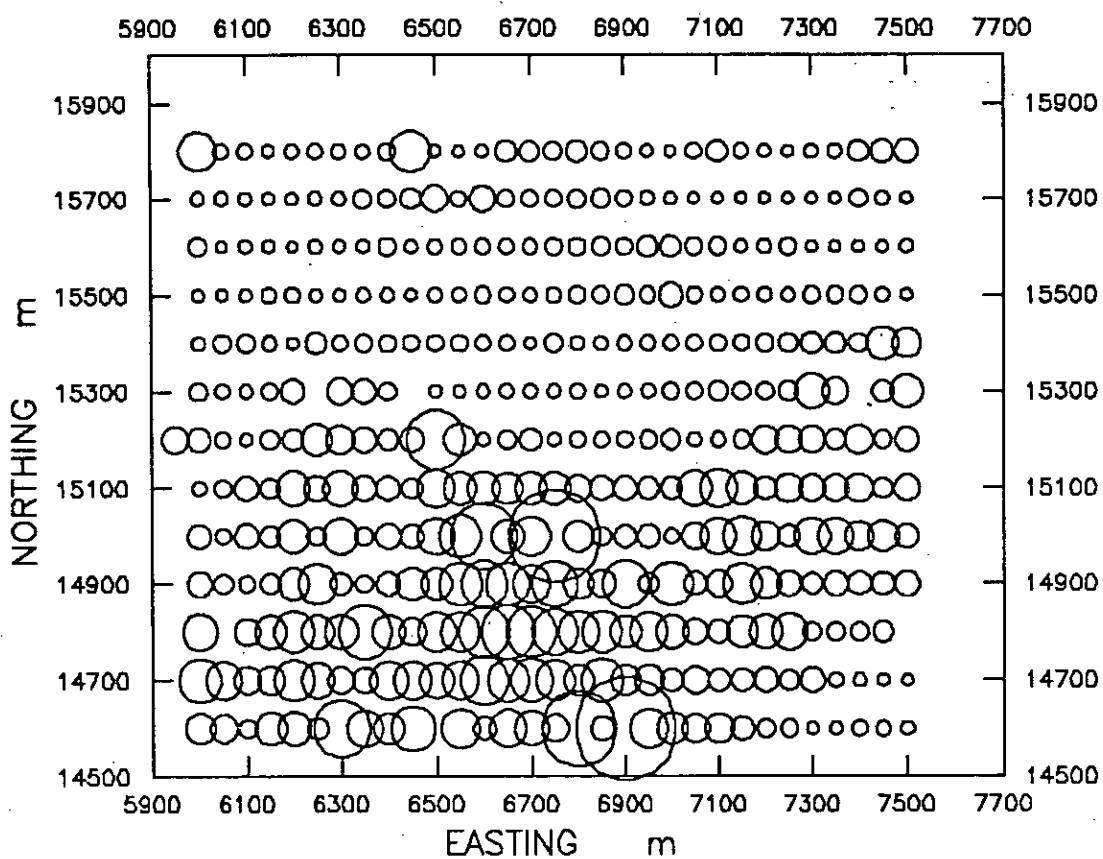




Figure 37: Carte à symboles de l'élément P - Fourou11.  
(cf. figure 20)

Minimum: 26.00  
Maximum: 850.00  
 $r_{\max}/r_{\min}$ : 10

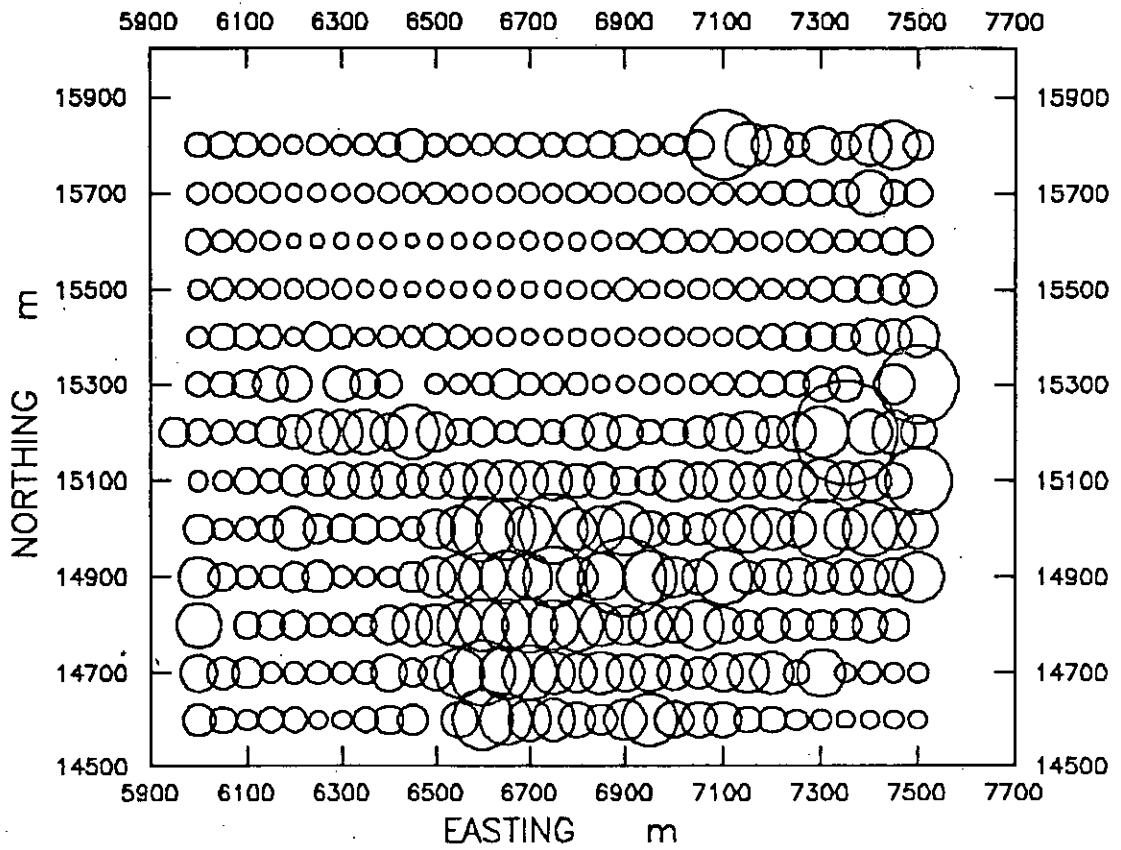


Figure 38: Carte à symboles de l'élément Pb - Fourou11.  
(cf. figure 21)

Minimum: 0.00  
Maximum: 21.00  
 $r_{\max}/r_{\min}: 5$

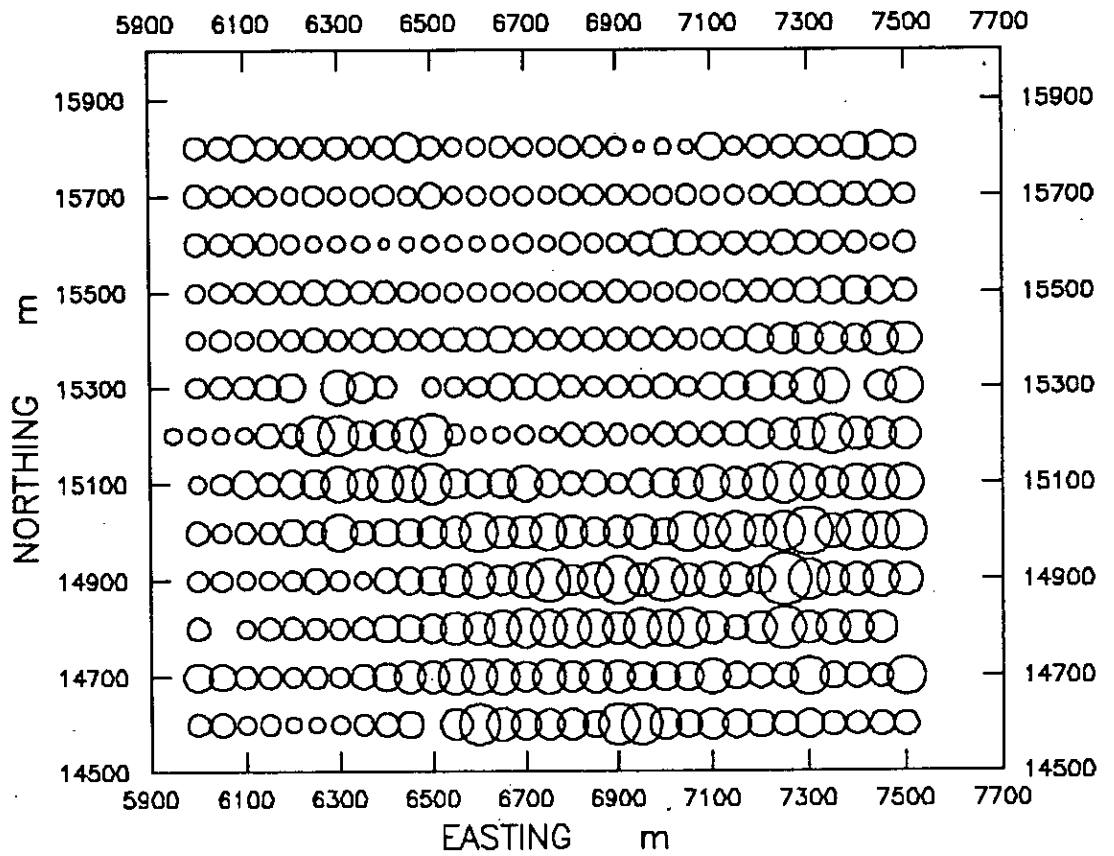


Figure 39: Carte à symboles de l'élément Sr - Fourou11.  
(cf. figure 23)

Minimum: 0.00  
Maximum: 49.00  
 $r_{max}/r_{min}: 10$

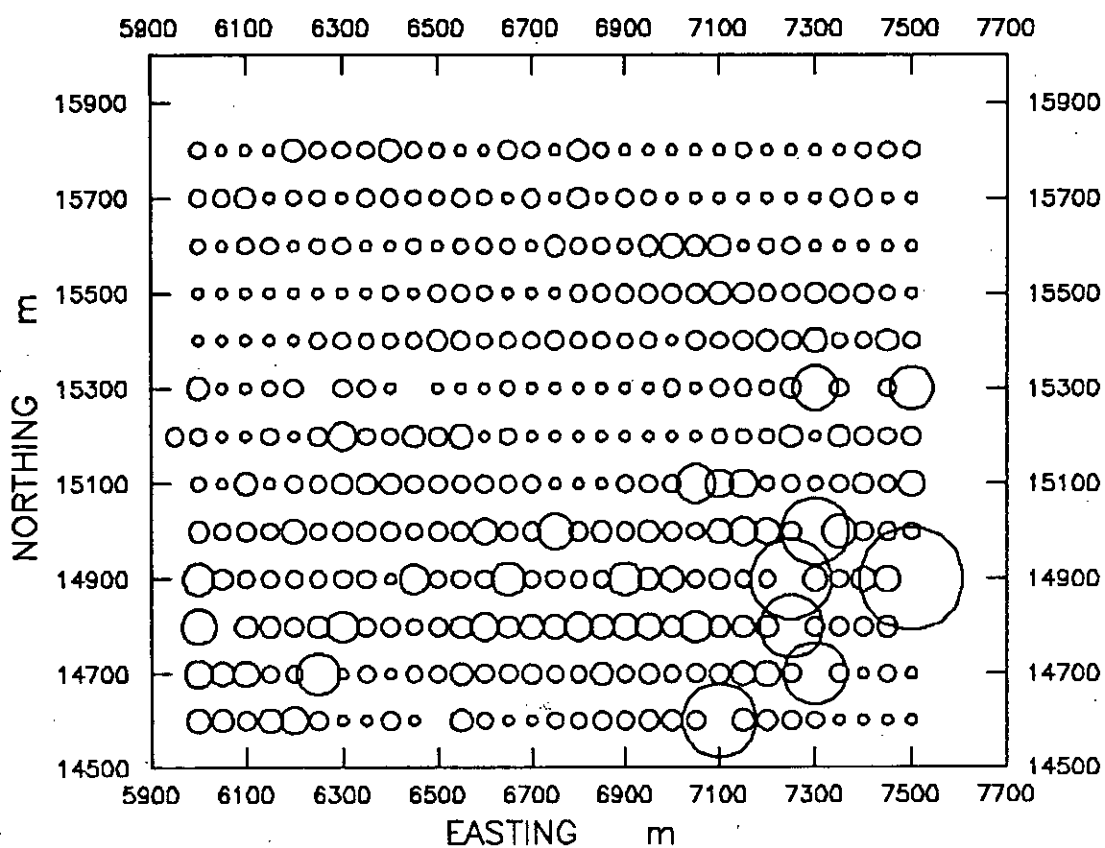


Figure 40: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 1 et 2 (Fourou11).

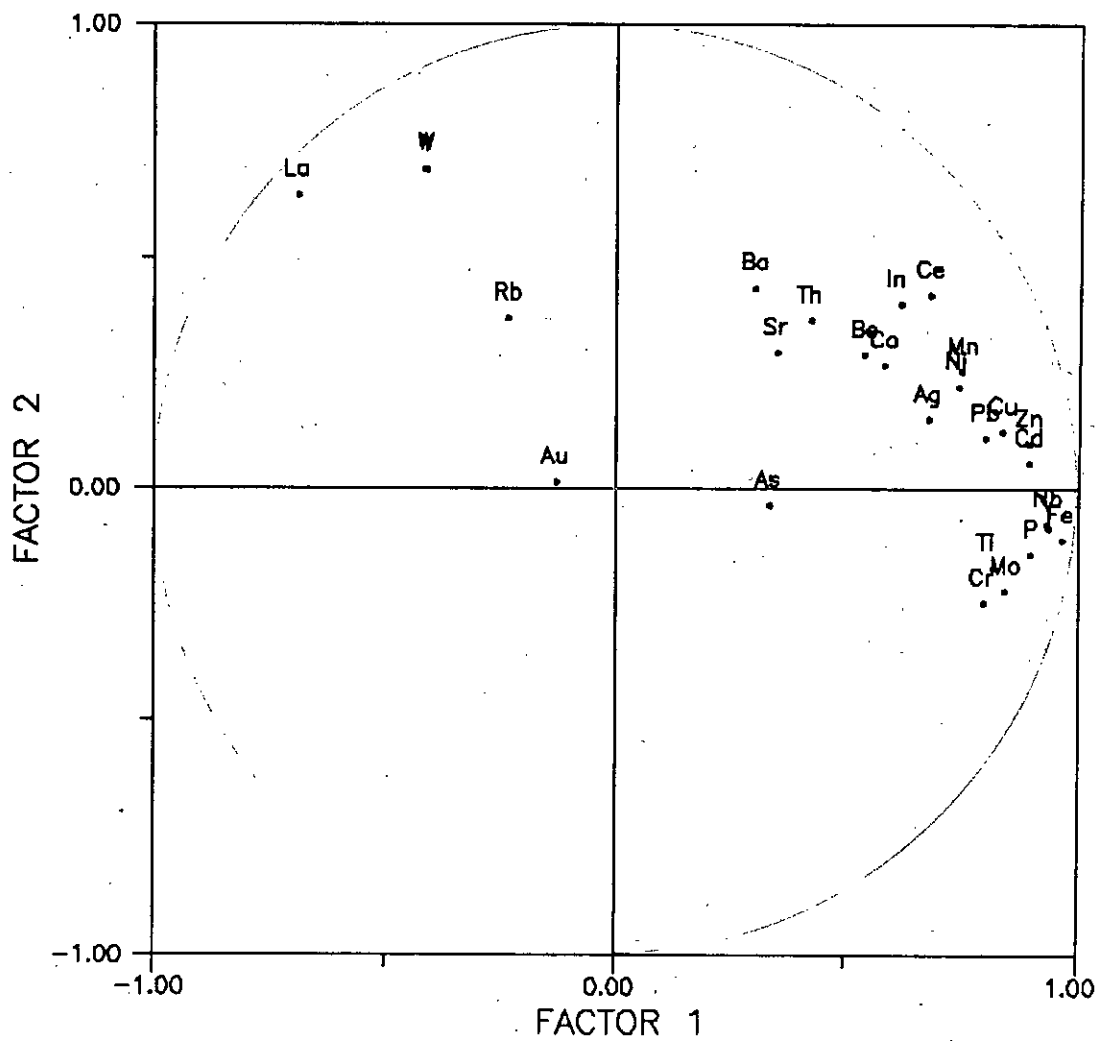


Figure 41: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 1 et 3 (Fourou11).

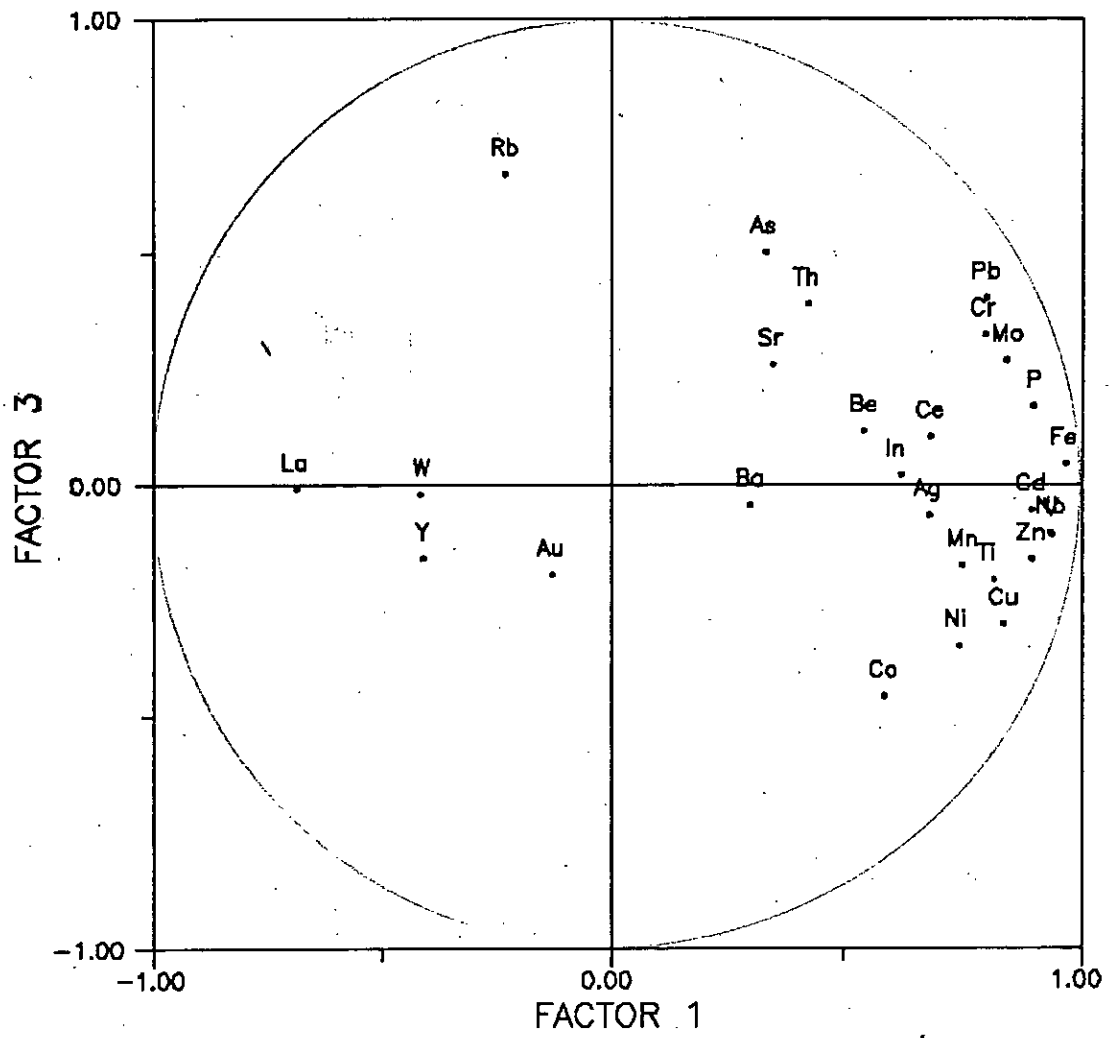


Figure 42: Cercle de corrélation - Plan principal des facteurs 2 et 3 (Fourou11).

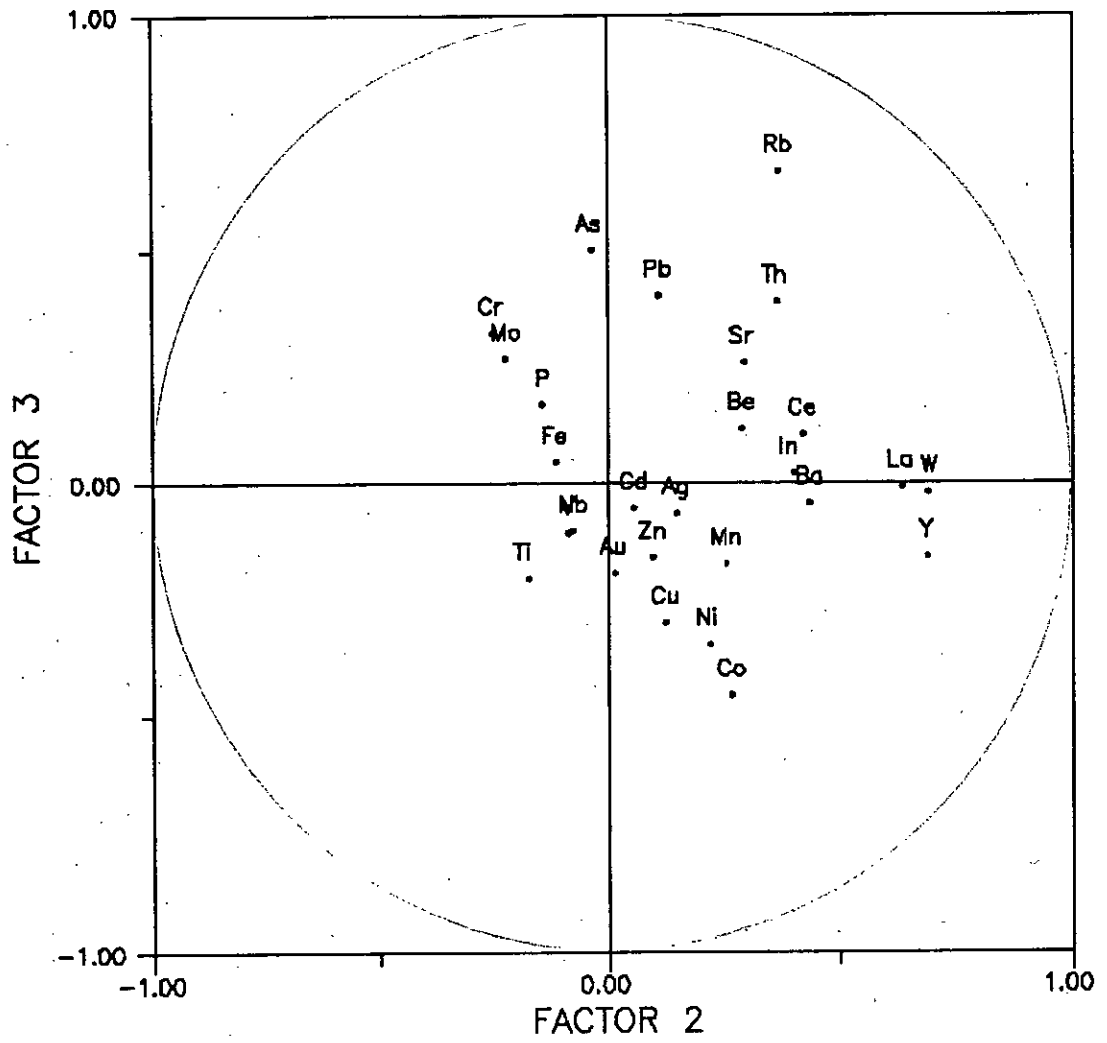


Figure 43: Nombre de paires de données incluses dans le calcul des points de chaque variogramme expérimental (18 variogrammes directionnels). Fichier de données: Fourou1.

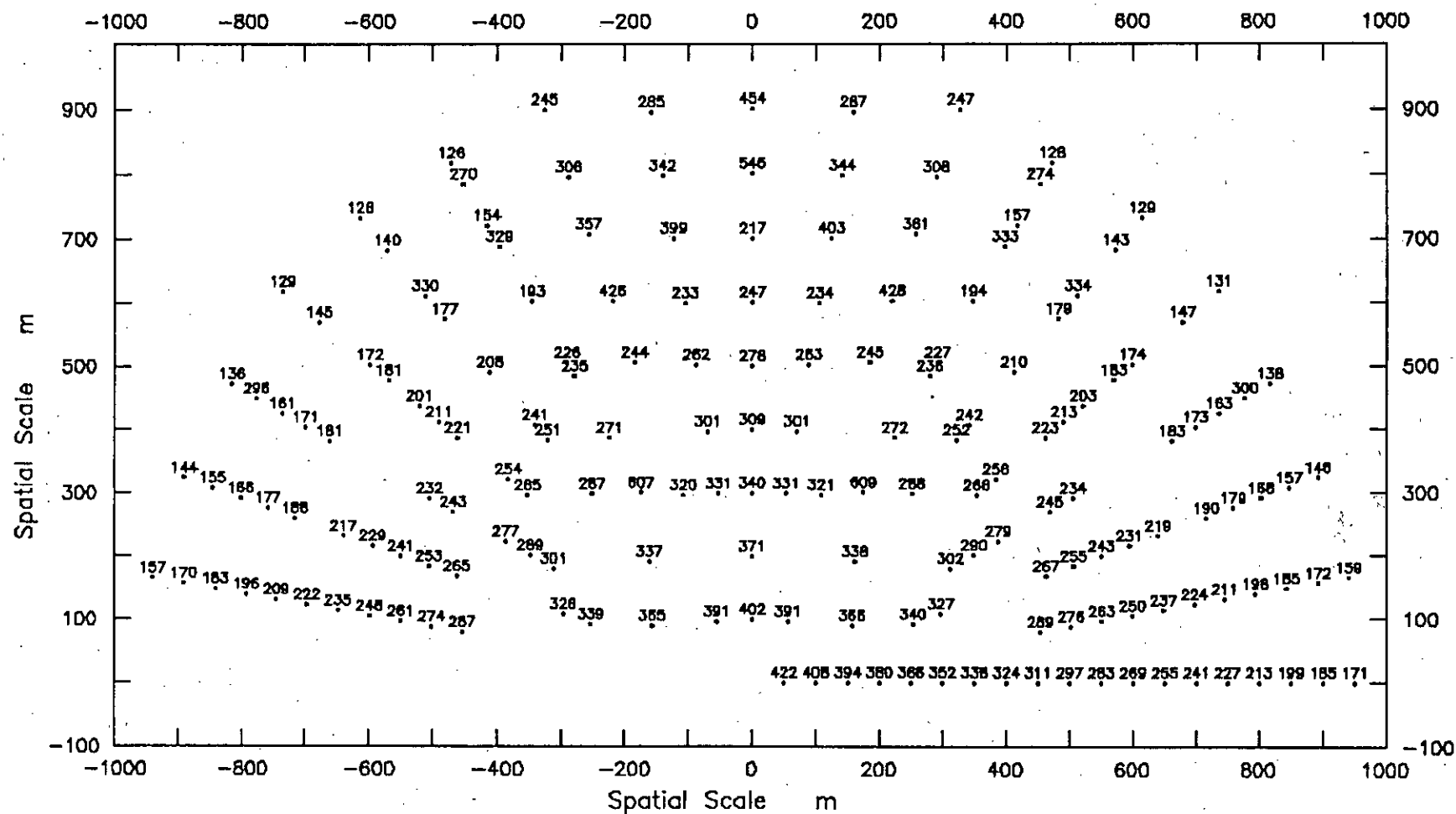


Figure 44: Nombre de paires de données incluses dans le calcul des points de chaque variogramme expérimental (18 variogrammes directionnels). Fichier de données: Fourou11.

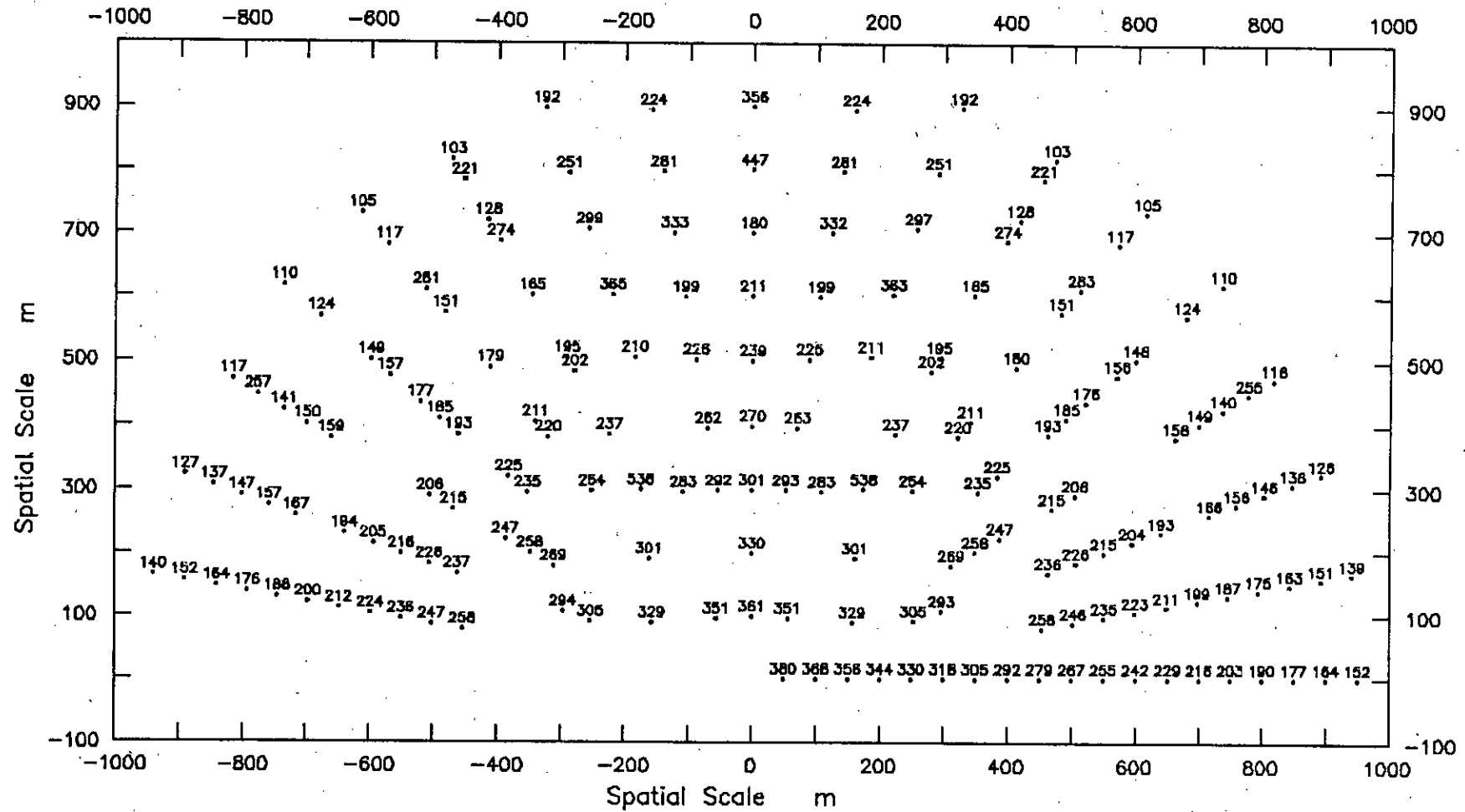




Figure 45: Variogrammes expérimentaux de la variable Fe.

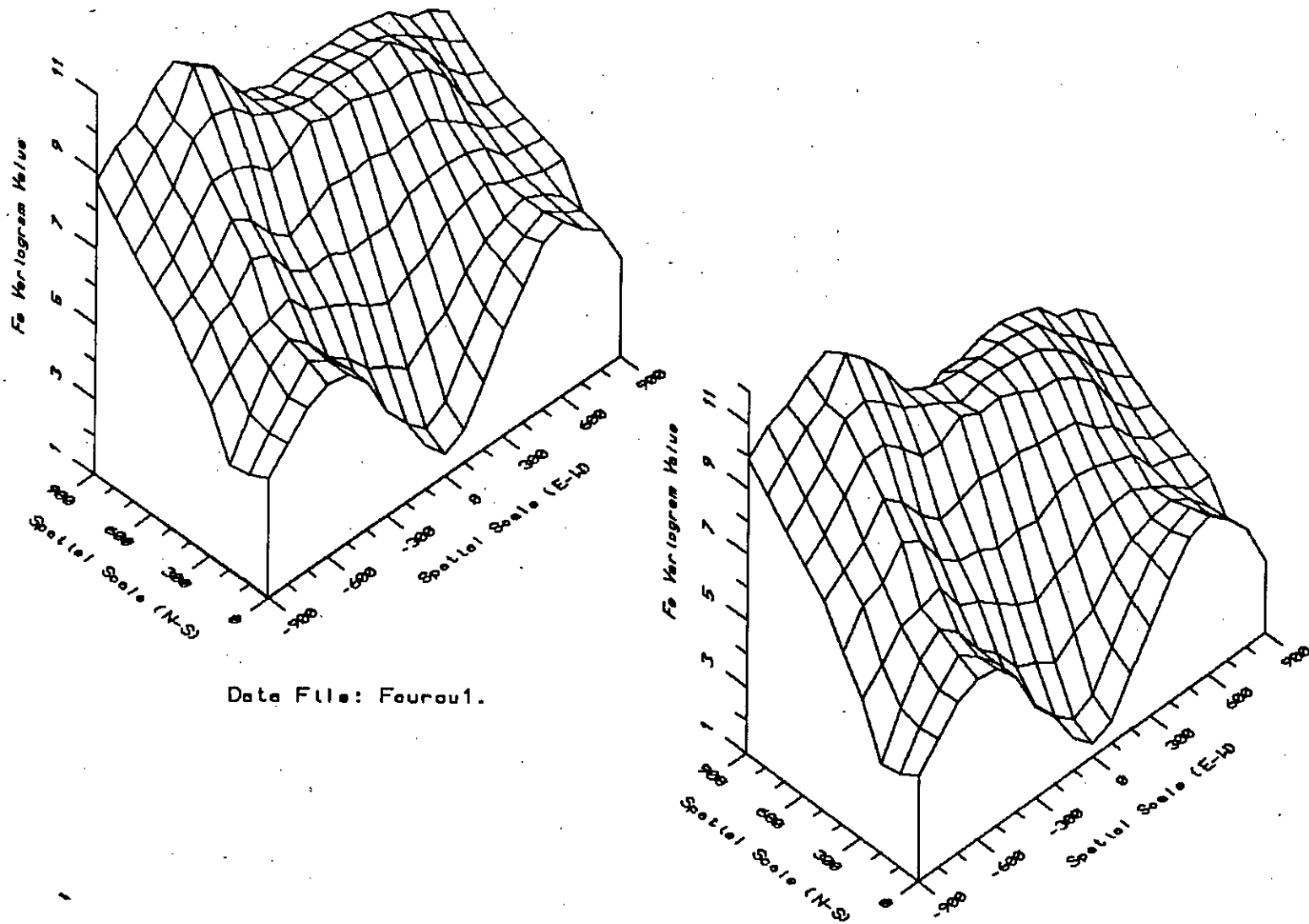
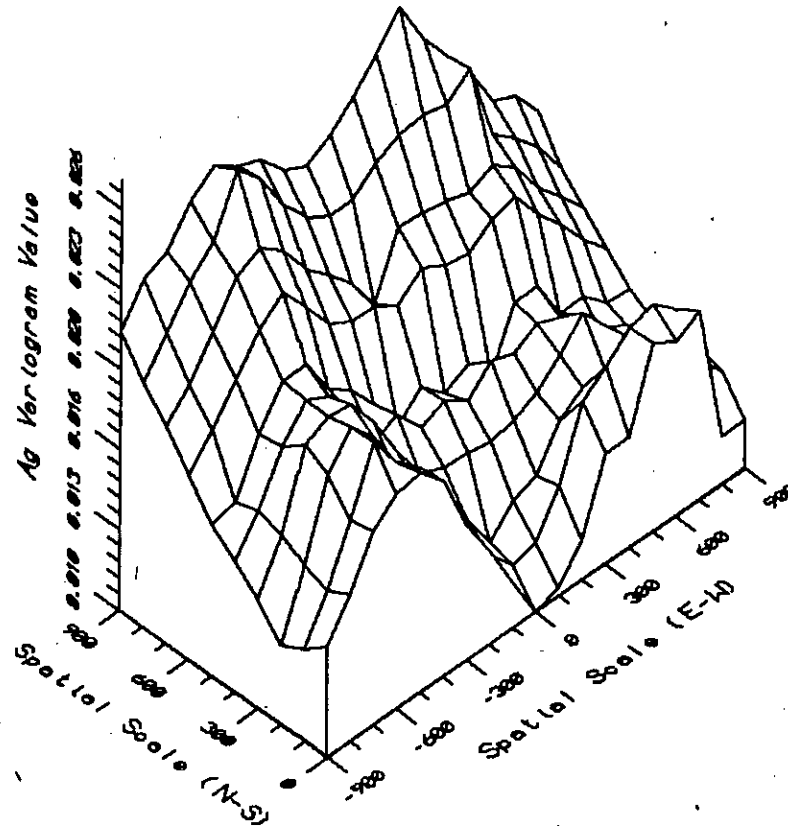
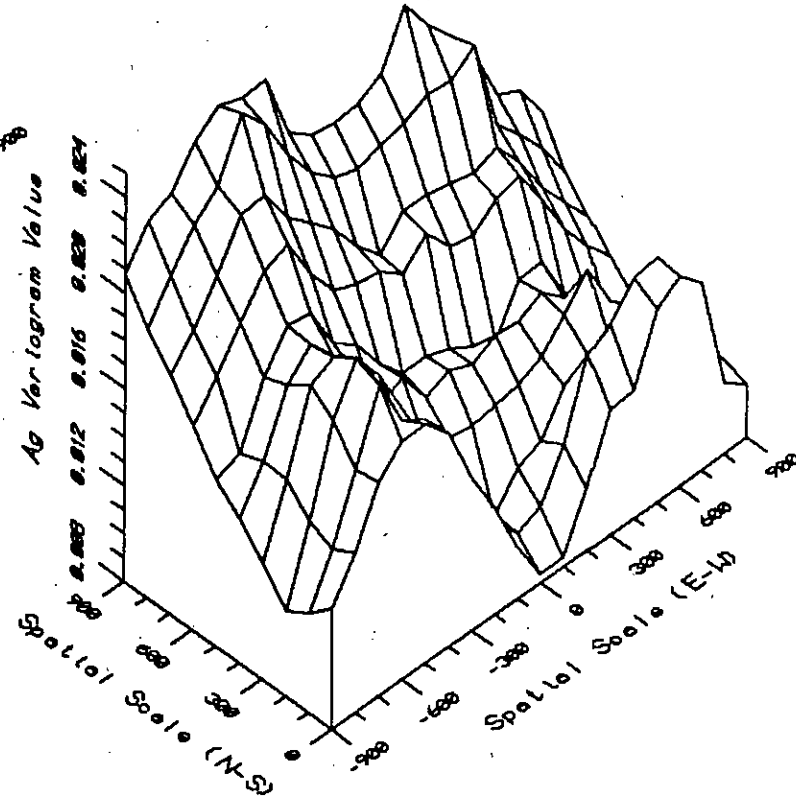


Figure 46: Variogrammes expérimentaux de la variable Ag.

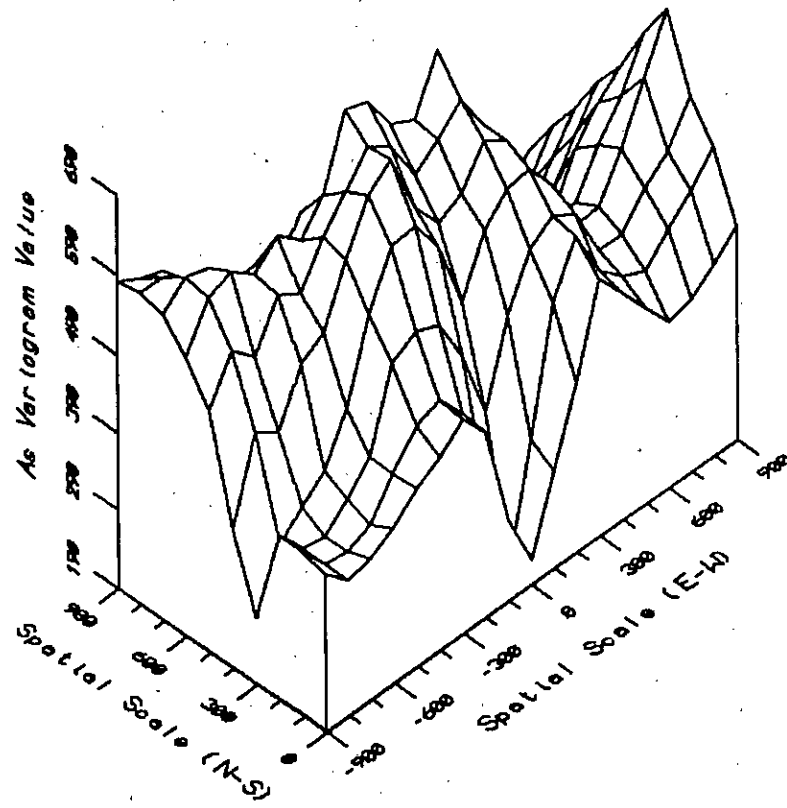


Data File: Fourou1.

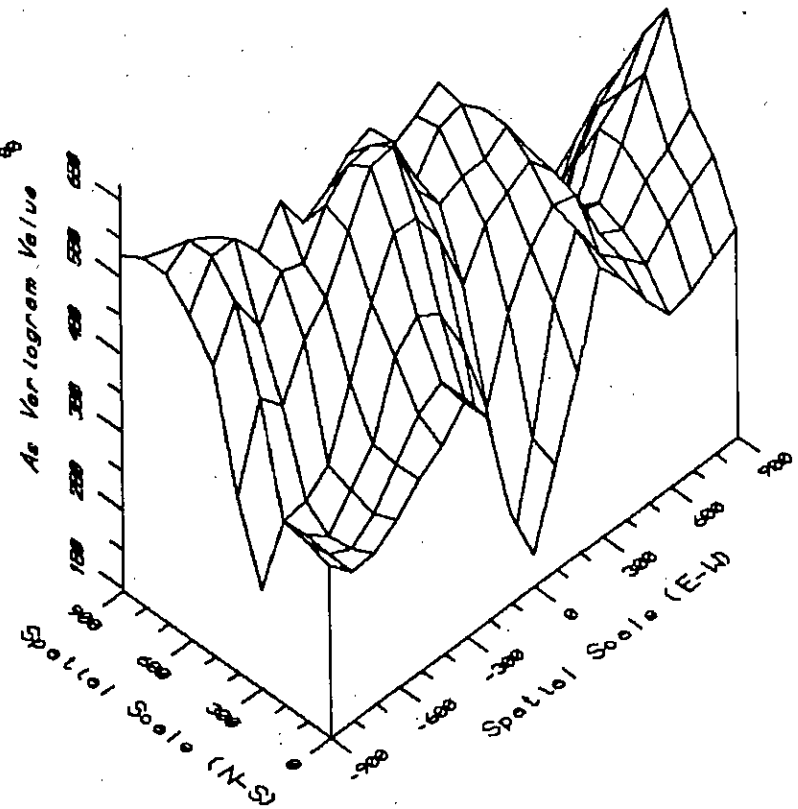


Data File: Fourou11.

Figure 47: Variogrammes expérimentaux de la variable As.

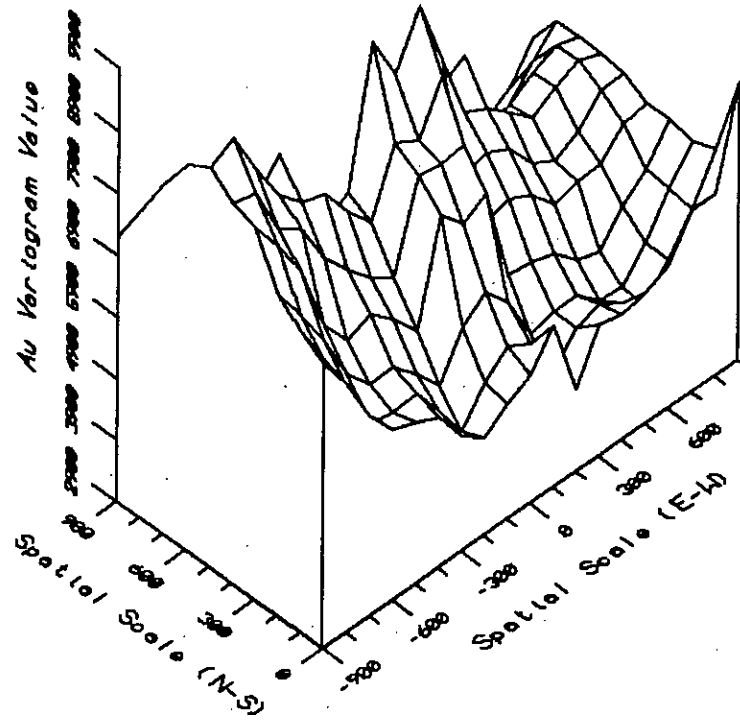


Data File: Fourou1.

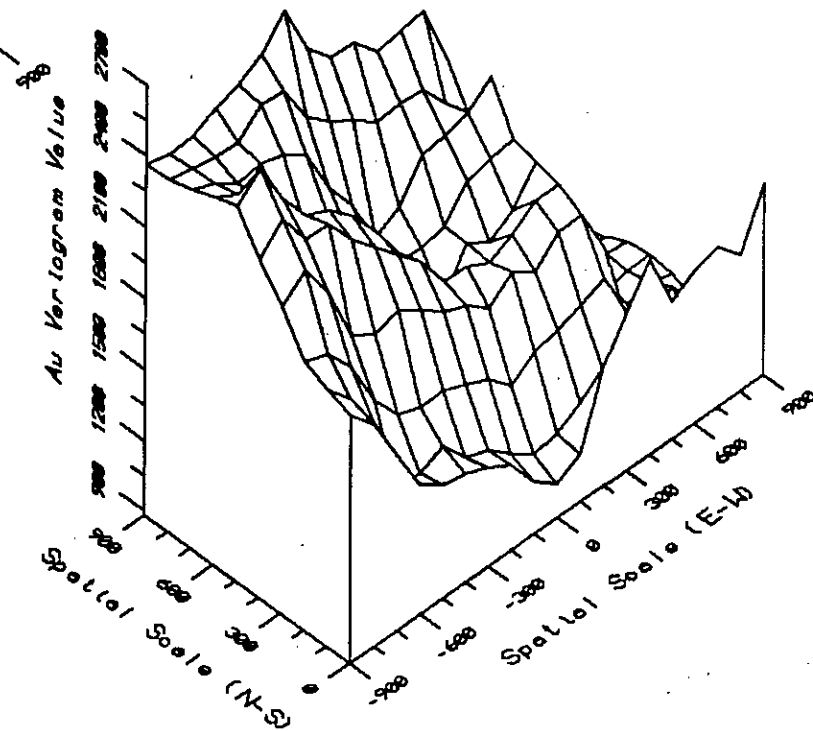


Data File: Fourou11.

Figure 48: Variogrammes expérimentaux de la variable Au.

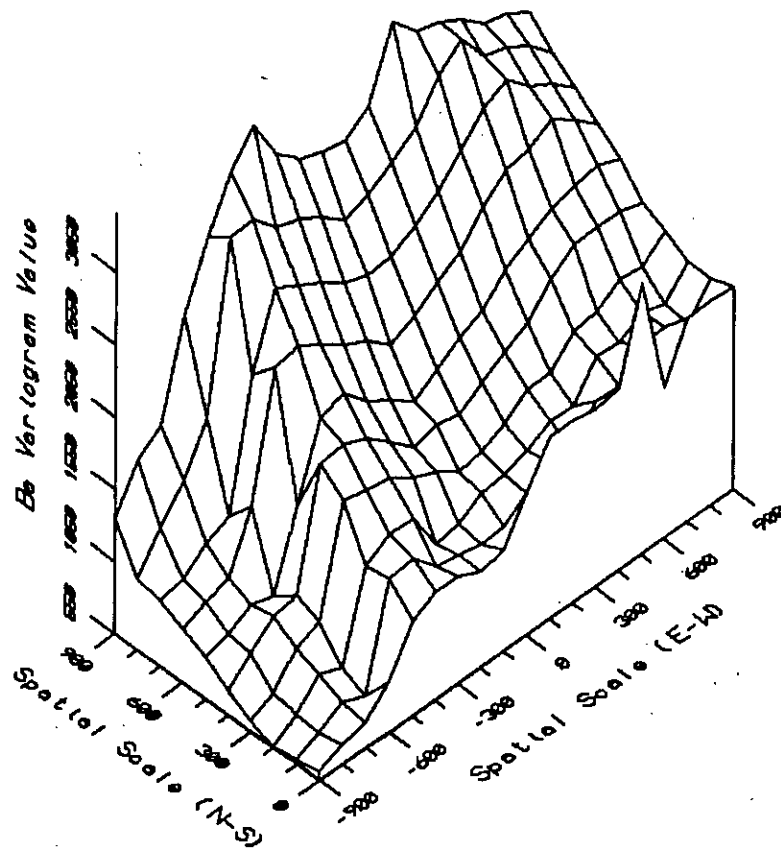


Data File: Fourou1.

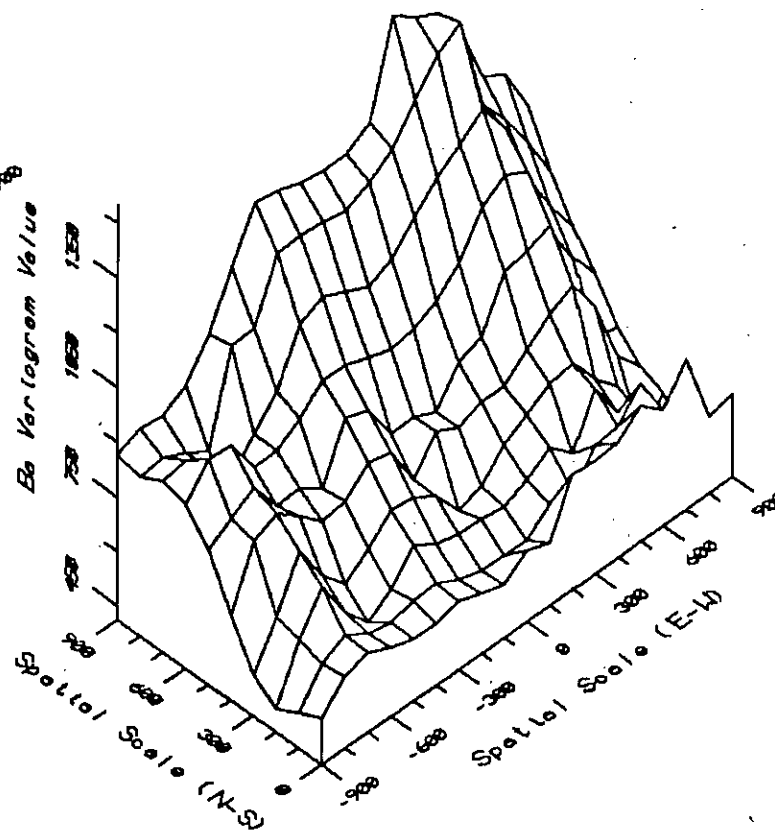


Data File: Fourou11.

Figure 49: Variogrammes expérimentaux de la variable Ba.

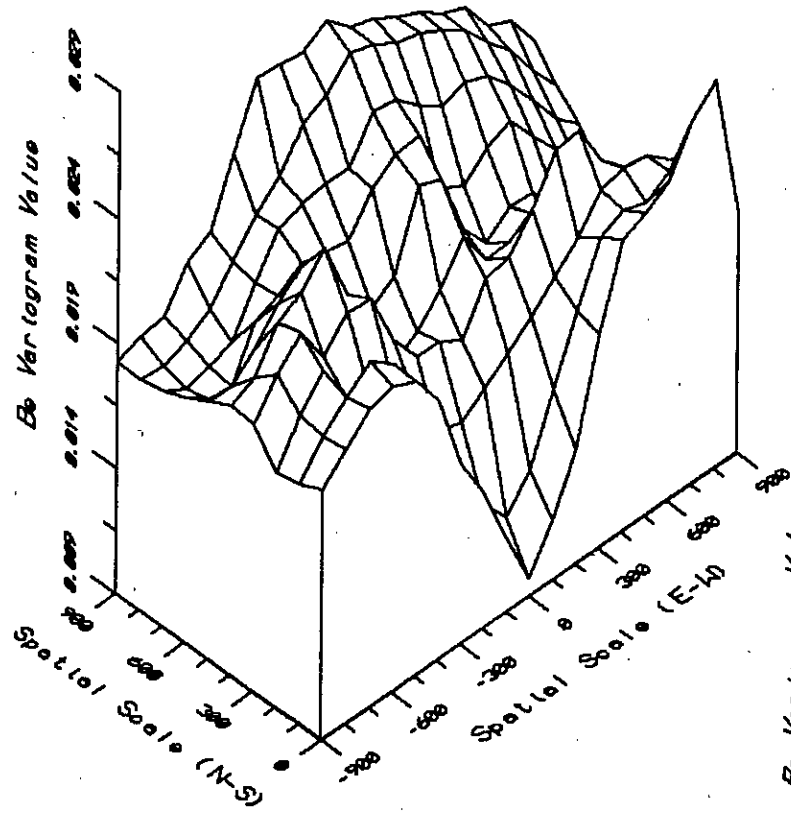


Data File: Fourou1.

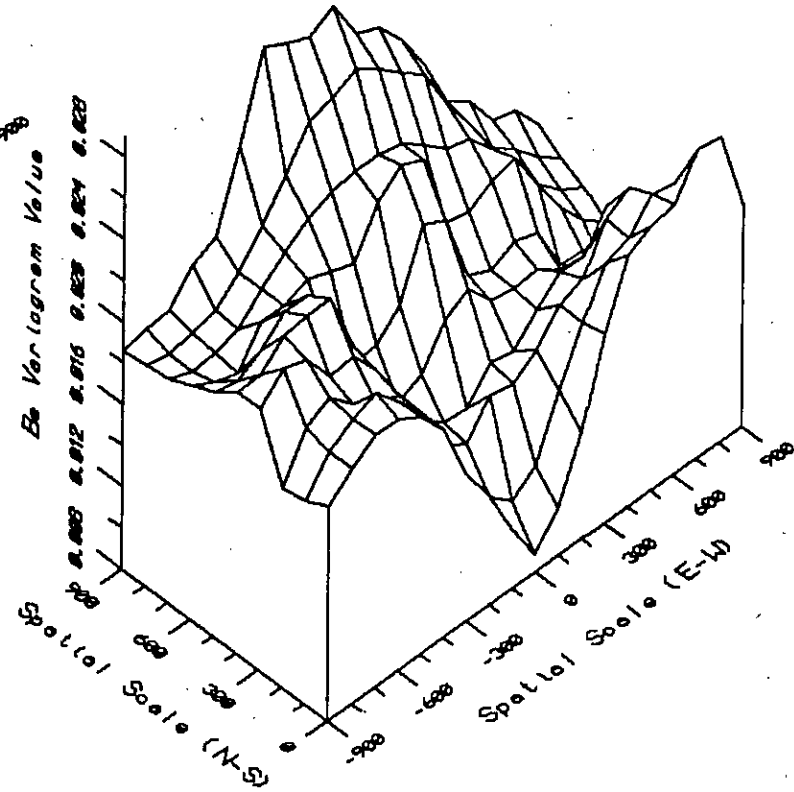


Data File: Fourou11.

Figure 50: Variogrammes expérimentaux de la variable Be.

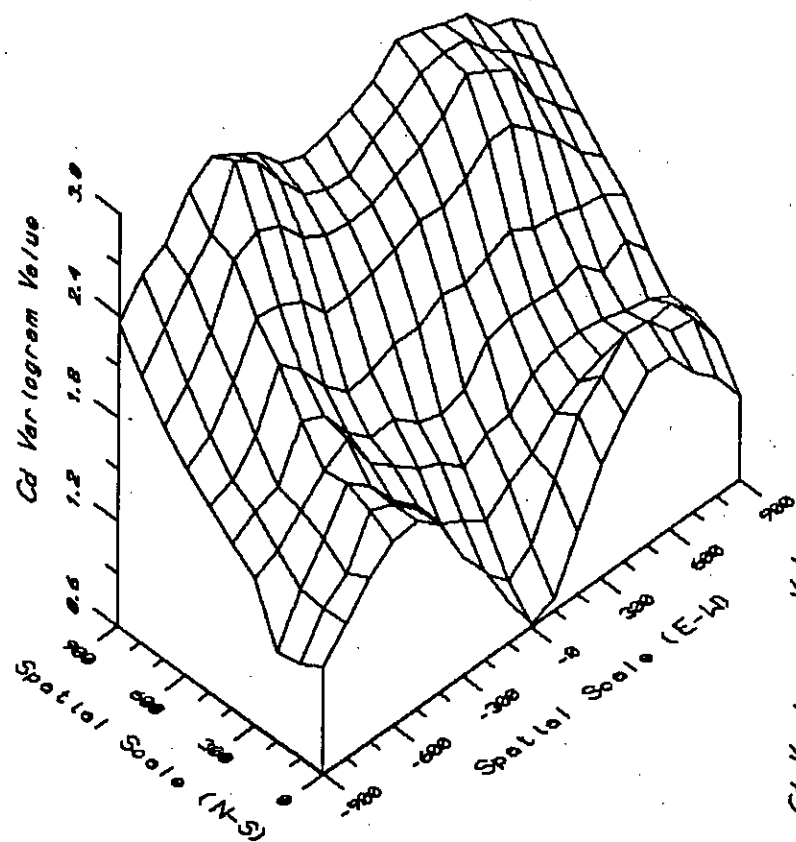


Data File: Fourou1.

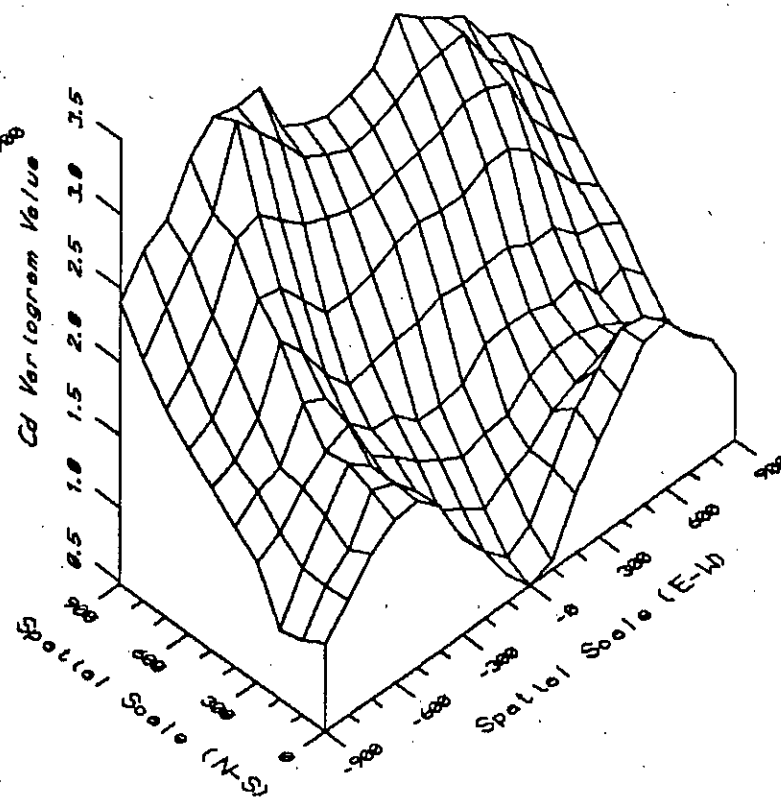


Data File: Fourou11.

Figure 51: Variogrammes expérimentaux de la variable Cd.

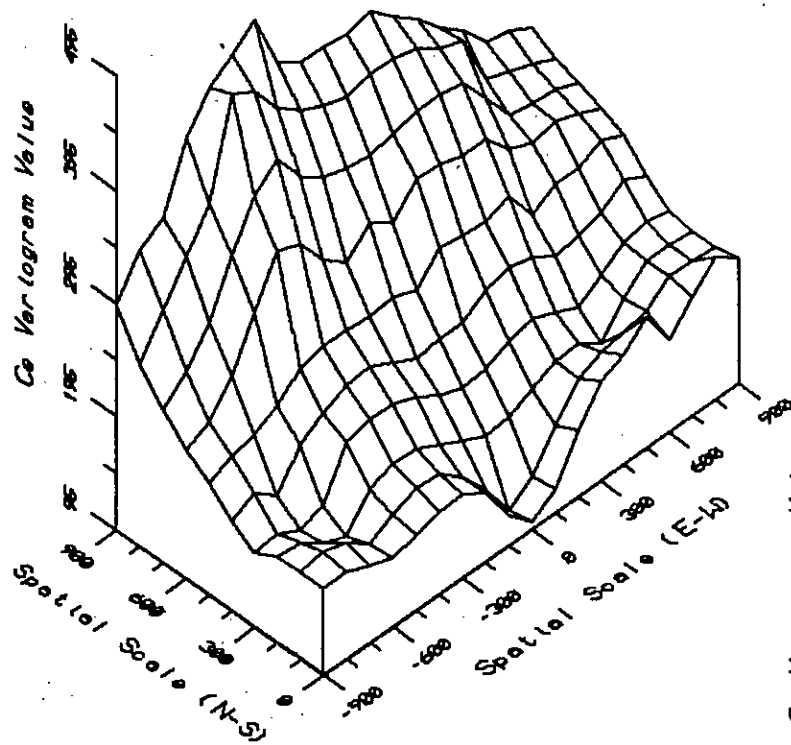


Data File: Fourou1.

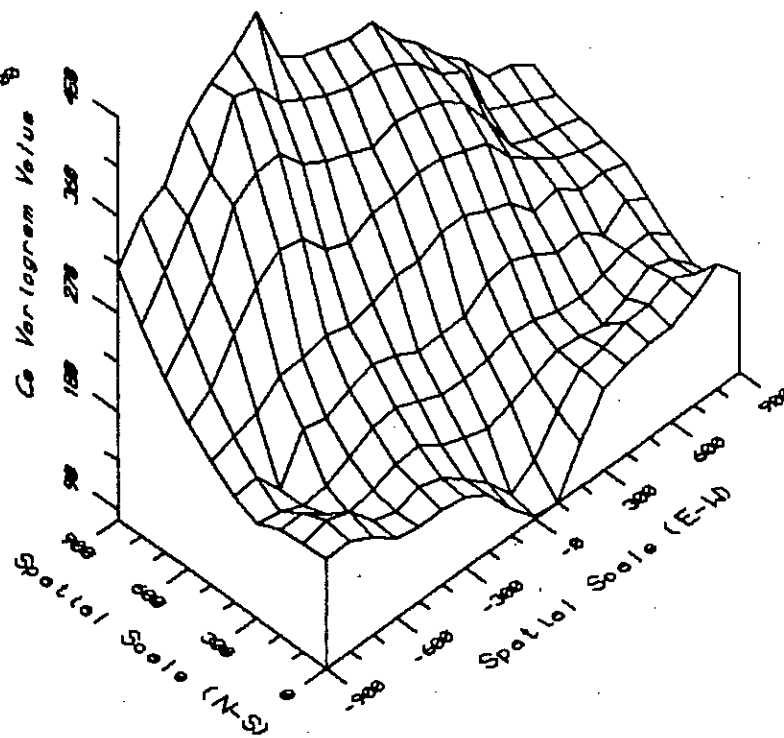


Data File: Fourou11.

Figure 52: Variogrammes expérimentaux de la variable Ce.



Data File: Fourou1.



Data File: Fourou11.



Figure 53: Variogrammes expérimentaux de la variable Co.

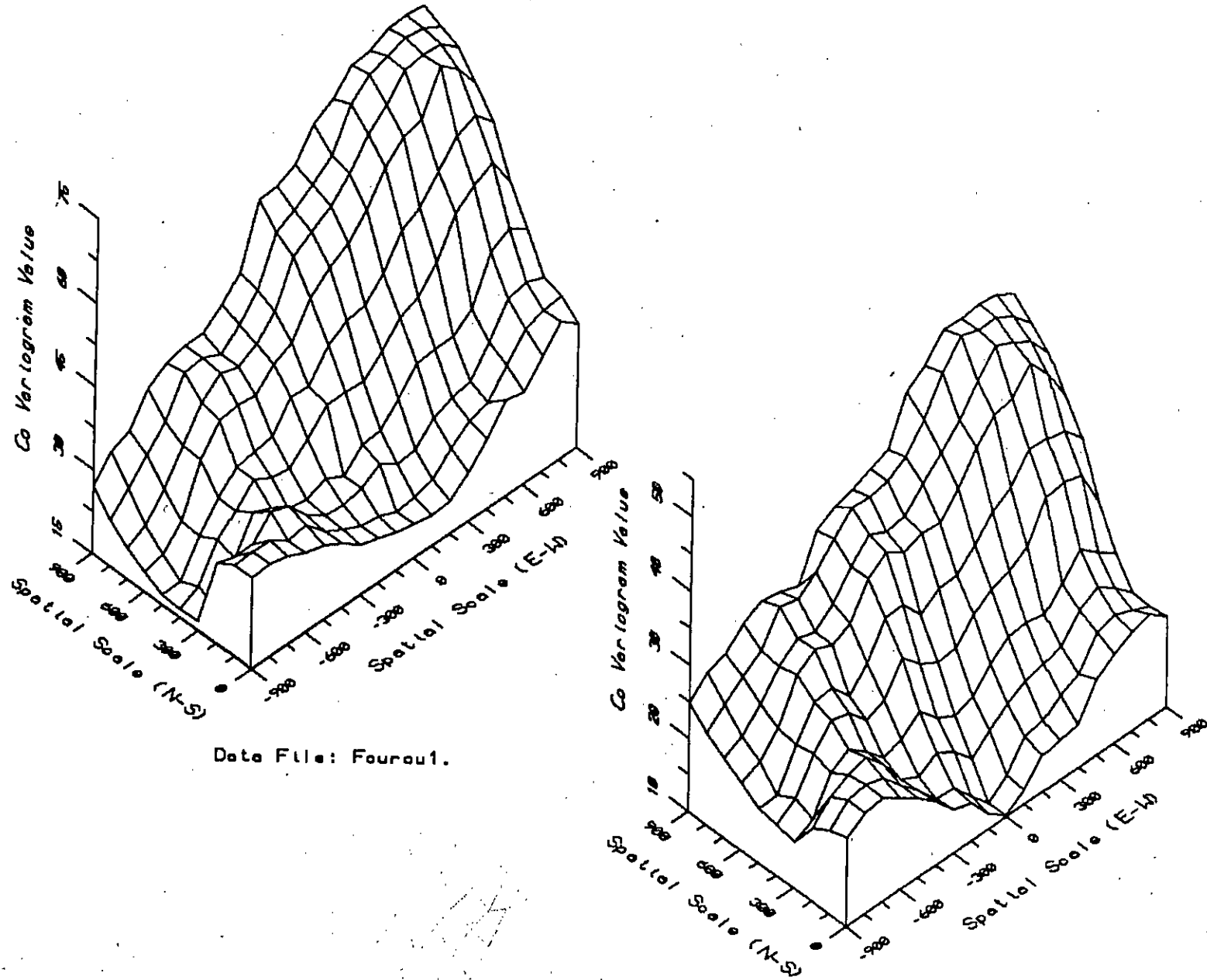
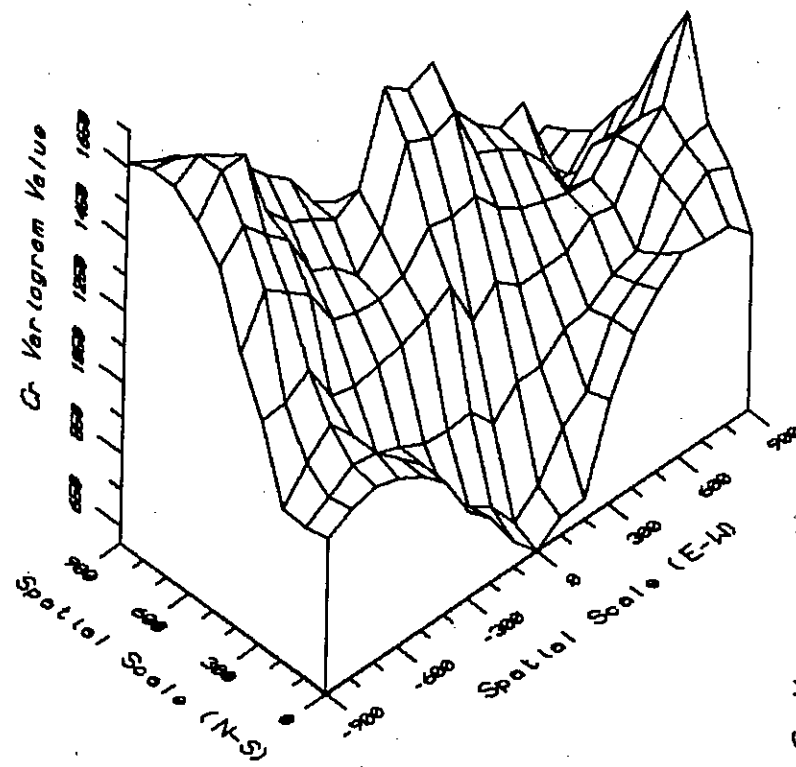
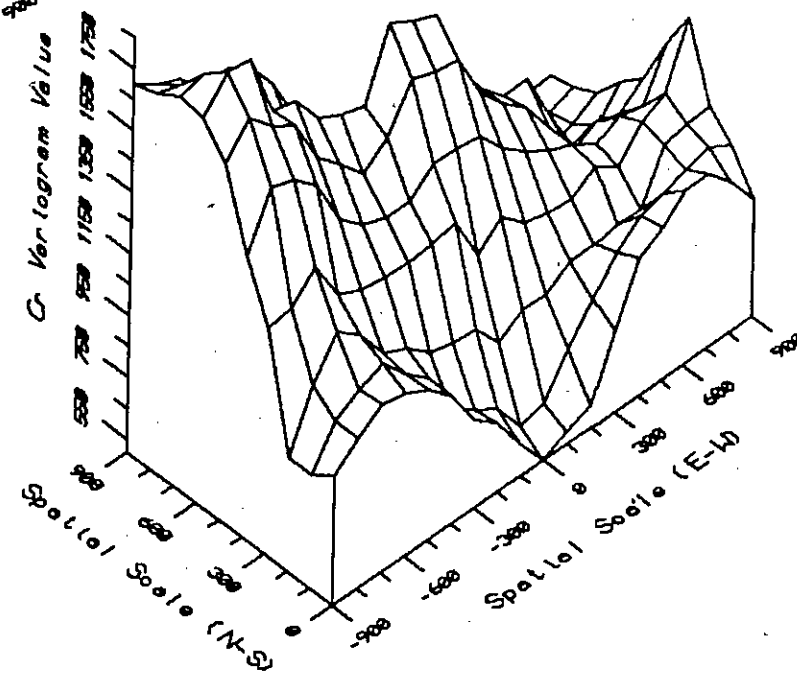


Figure 54: Variogrammes expérimentaux de la variable Cr.

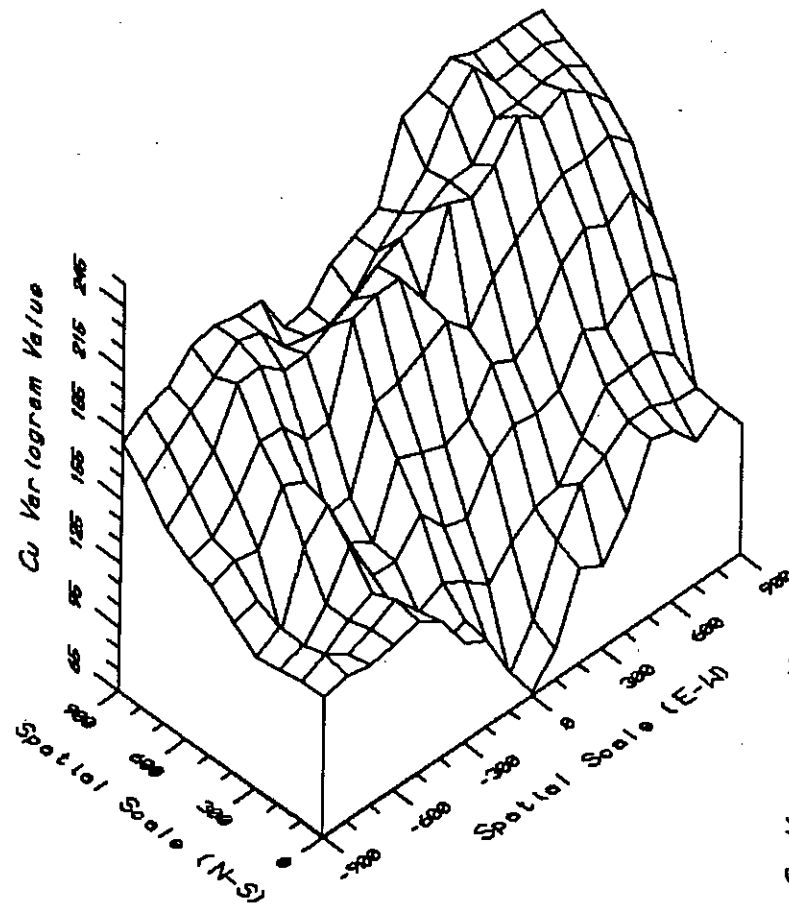


Data File: Fourou1.

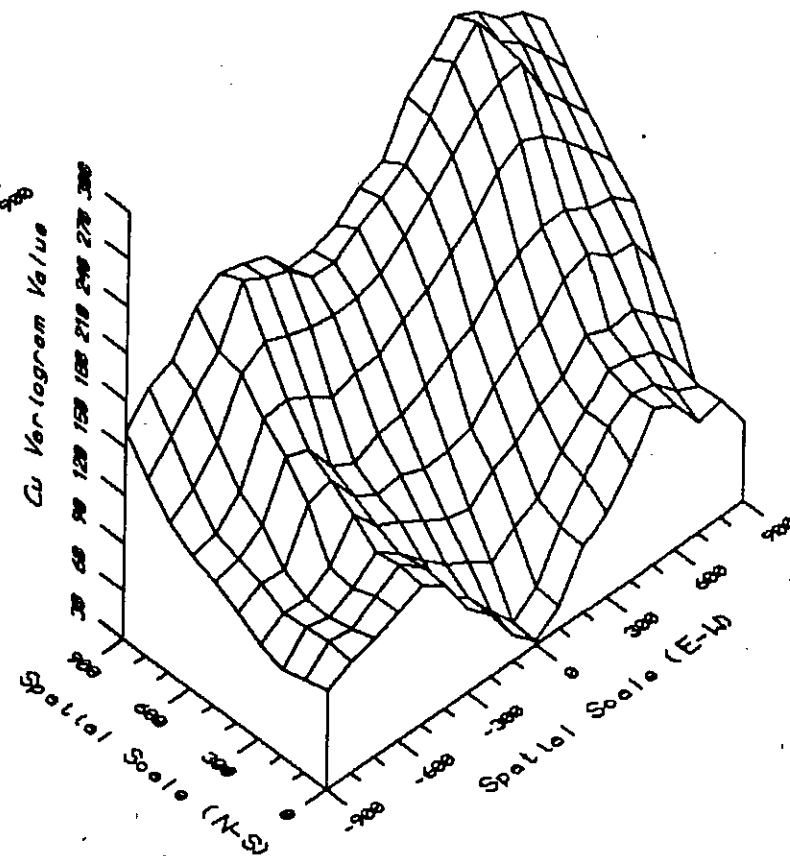


Data File: Fourou11.

Figure 55: Variogrammes expérimentaux de la variable Cu.

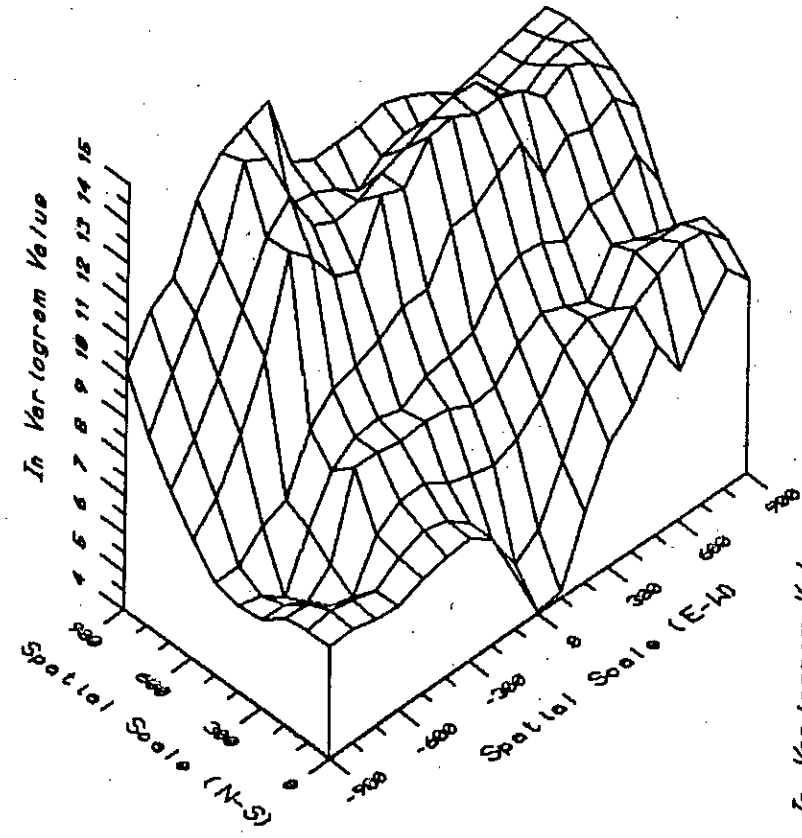


Date File: Fourou1.

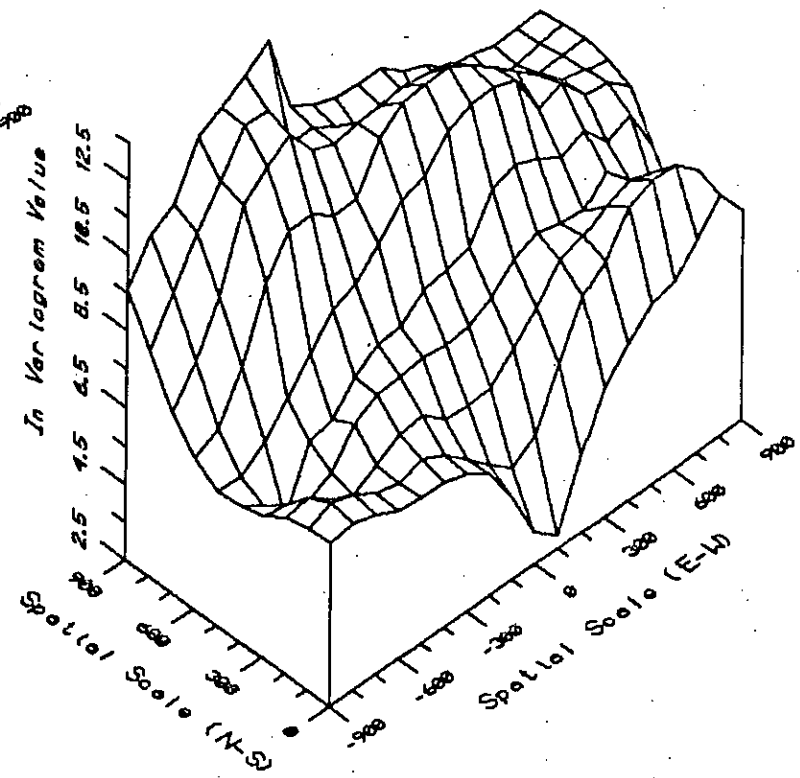


Date File: Fourou11.

Figure 56: Variogrammes expérimentaux de la variable In.

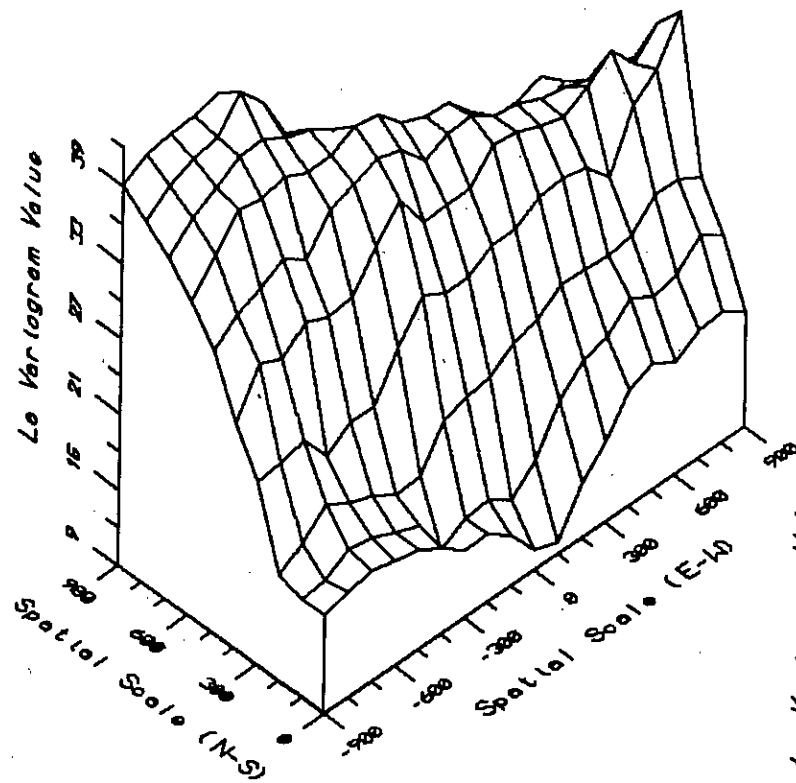


Data File: Fourou1.

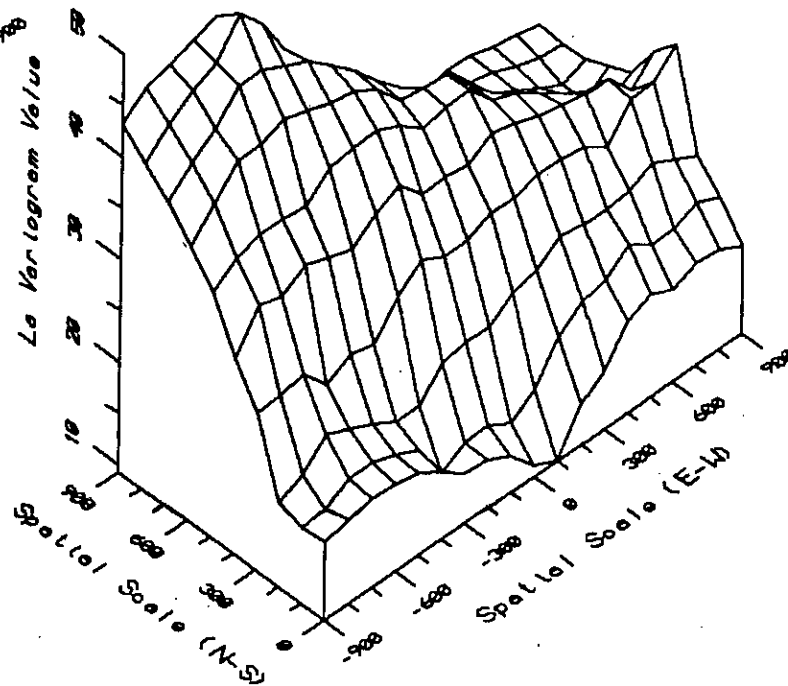


Data File: Fourou11.

Figure 57: Variogrammes expérimentaux de la variable La.

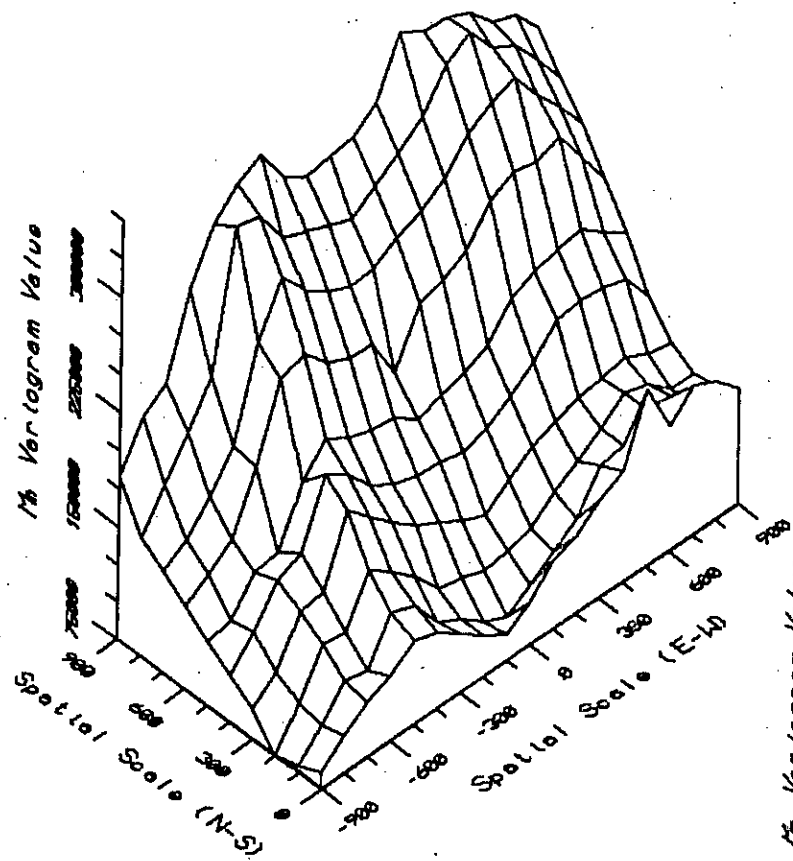


Data File: Fourou1.

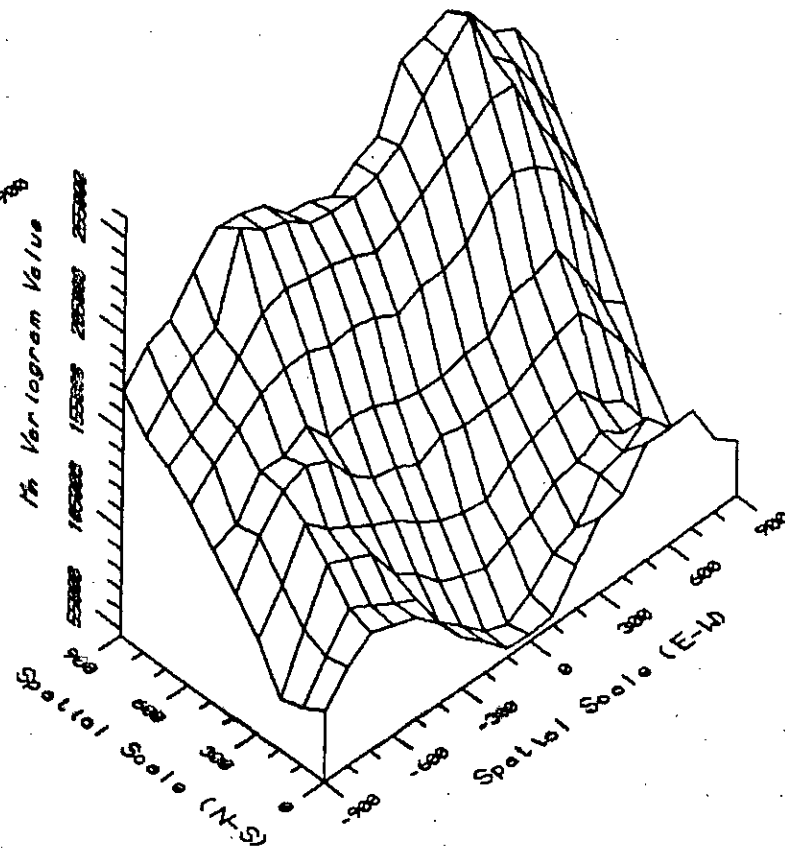


Data File: Fourou11.

Figure 58: Variogrammes expérimentaux de la variable Mn.

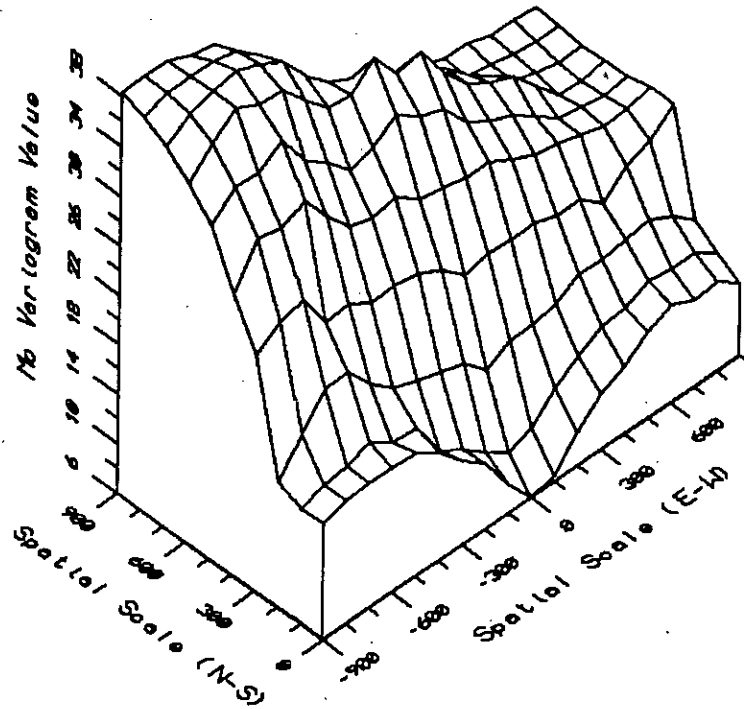


Data File: Fourou1.

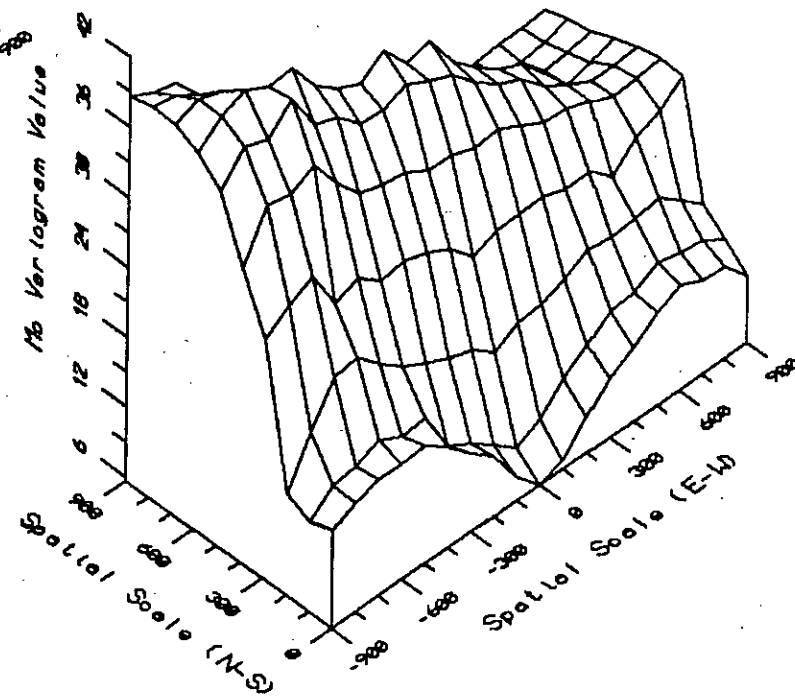


Data File: Fourou11.

Figure 59: Variogrammes expérimentaux de la variable Mo.

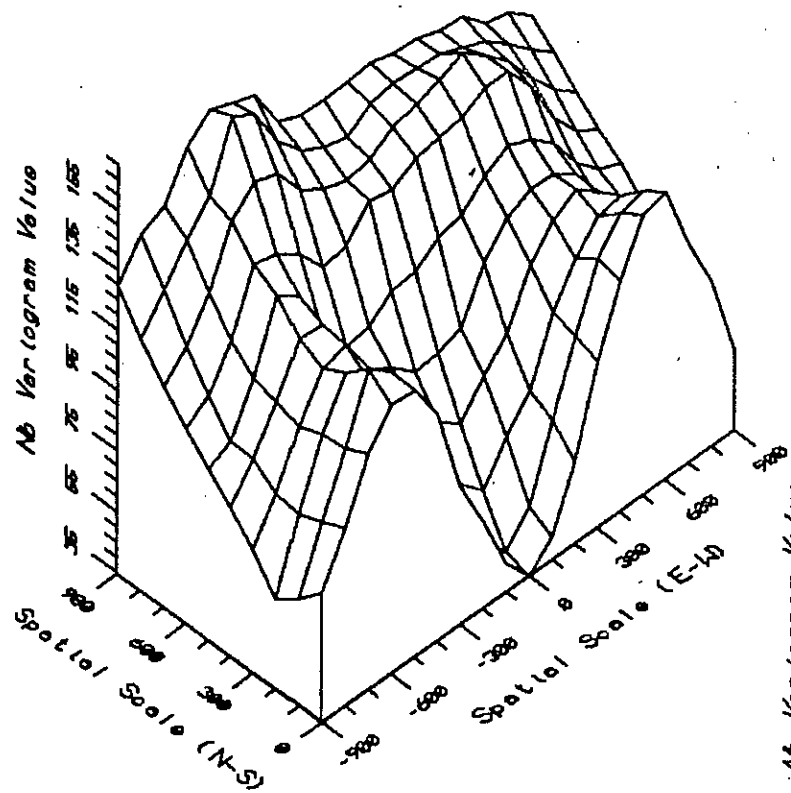


Data File: Fourou1.

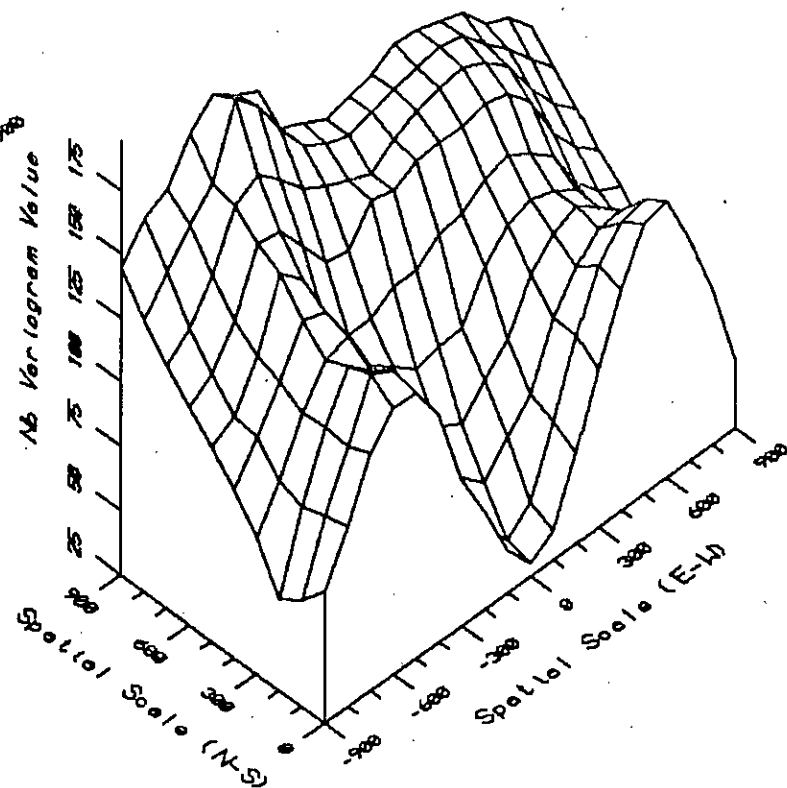


Data File: Fourou11.

Figure 60: Variogrammes expérimentaux de la variable Nb.



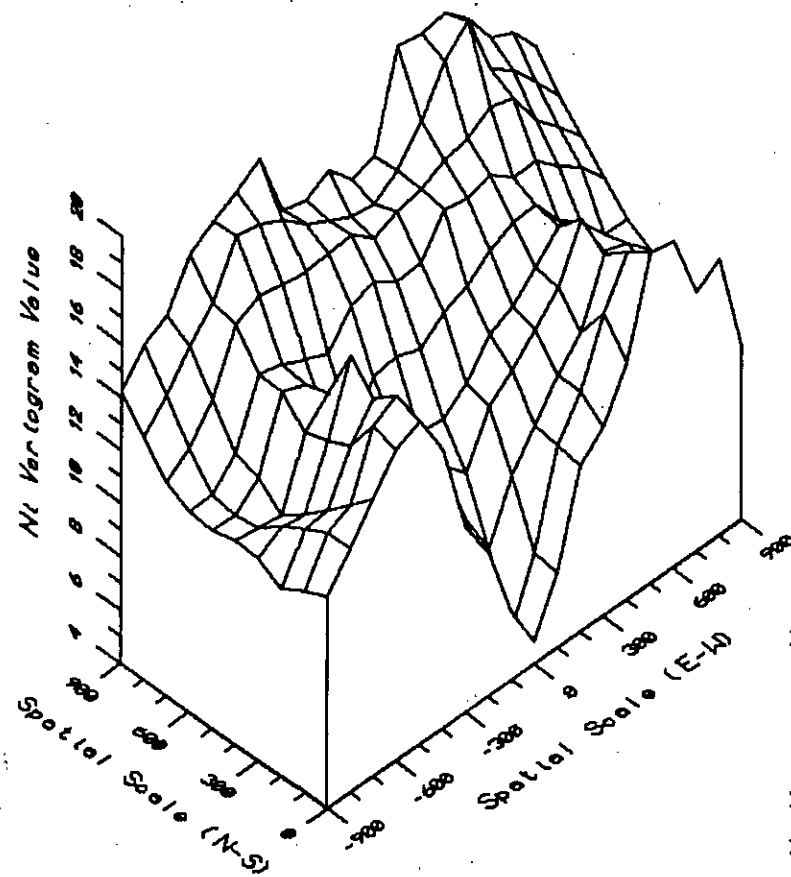
Data File: Fourou1.



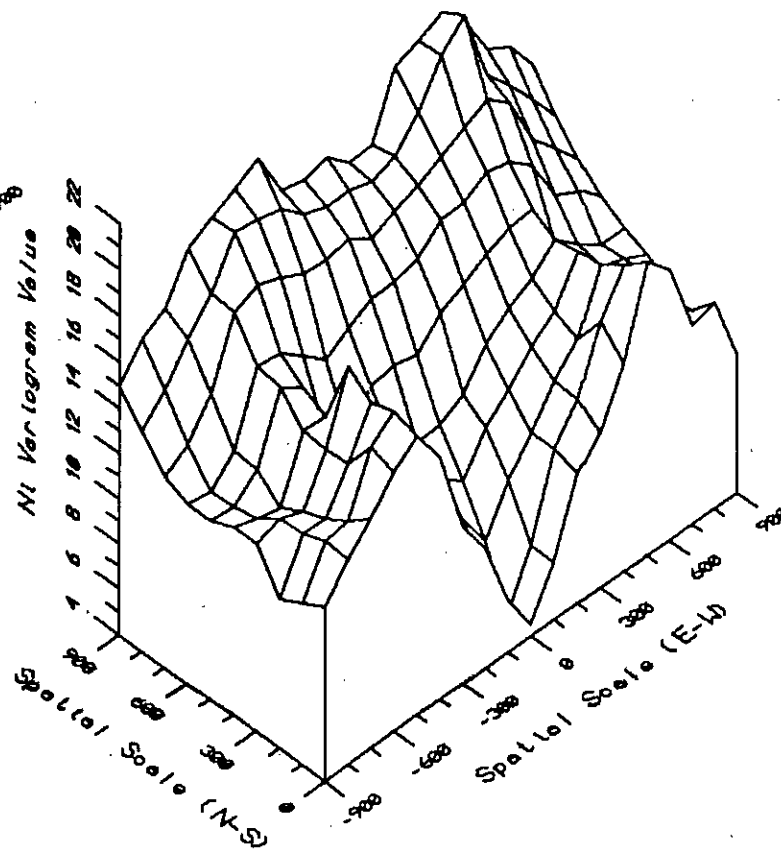
Data File: Fourou11.



Figure 61: Variogrammes expérimentaux de la variable Ni.

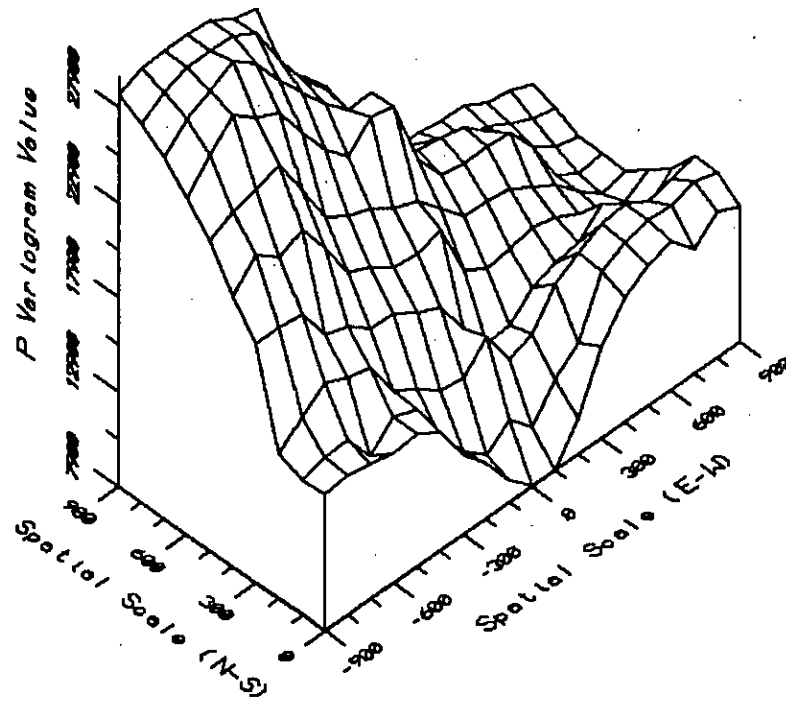


Data File: Fourou1.

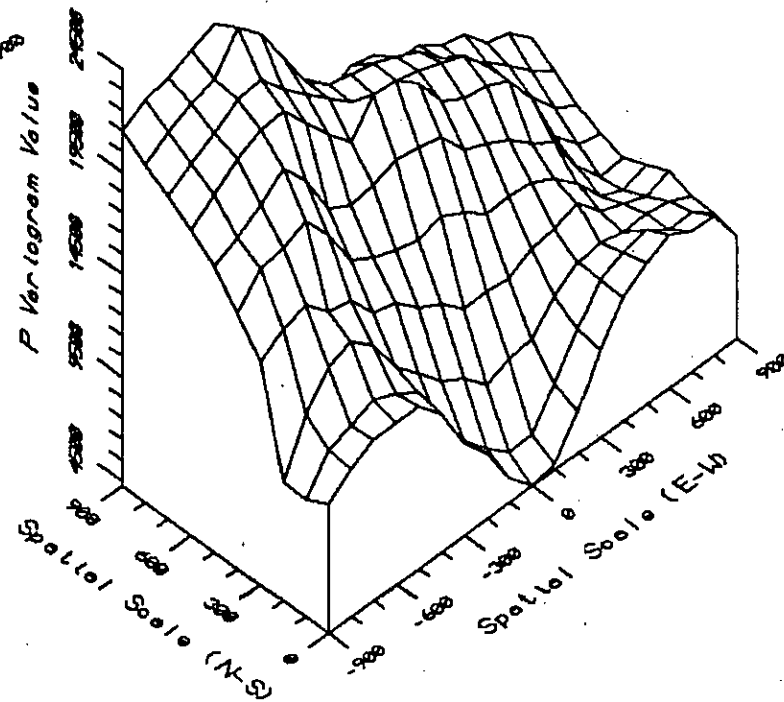


Data File: Fourou11.

Figure 62: Variogrammes expérimentaux de la variable P.

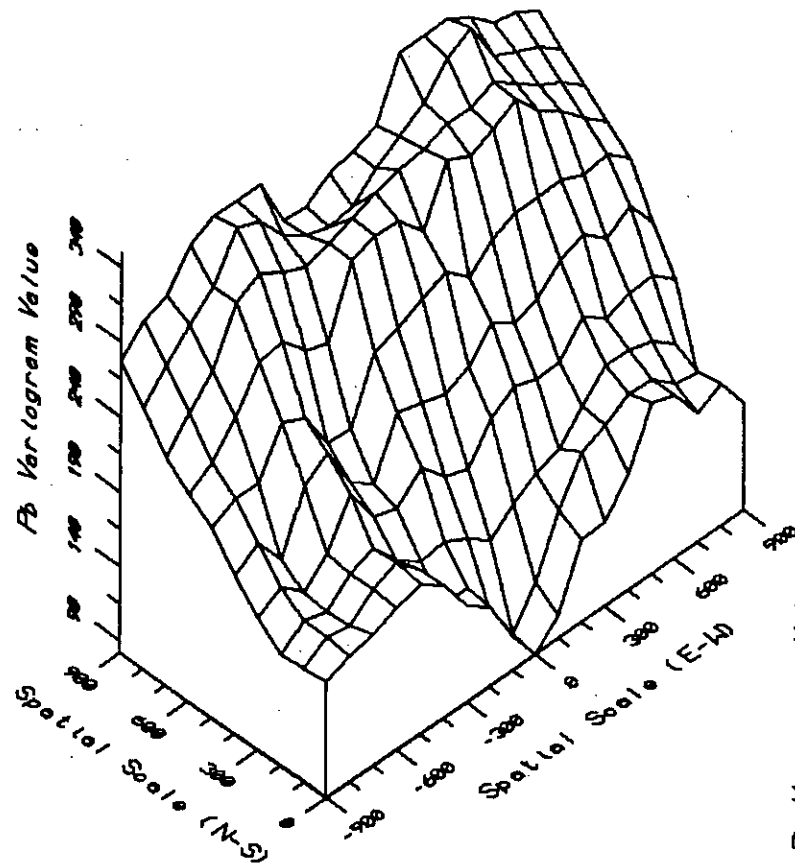


Data File: Fourou1.

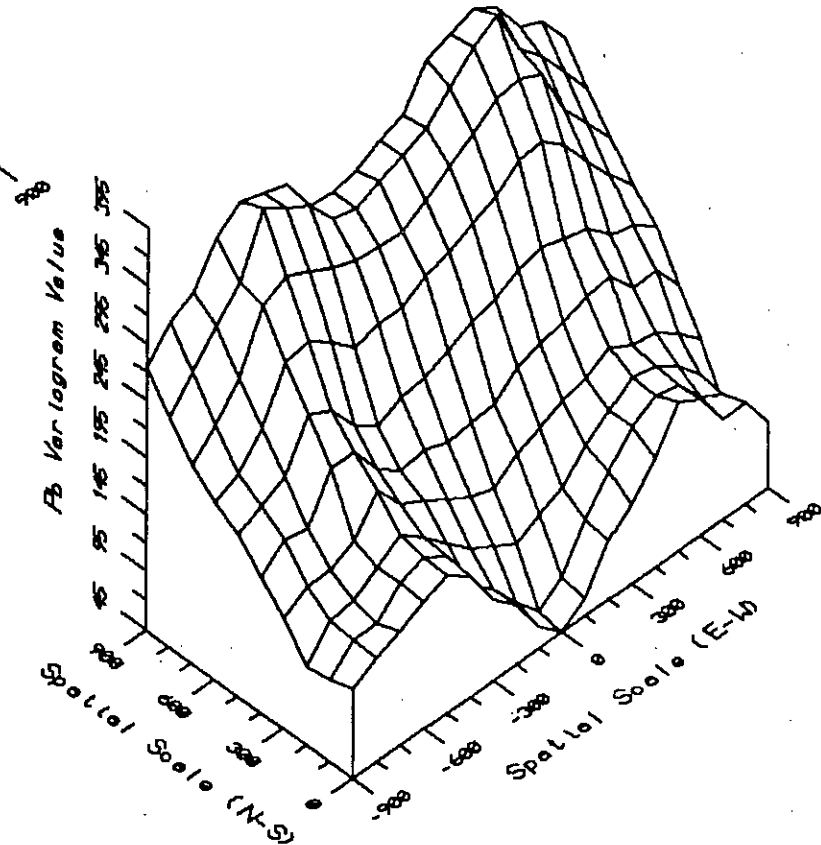


Data File: Fourou11.

Figure 63: Variogrammes expérimentaux de la variable Pb.

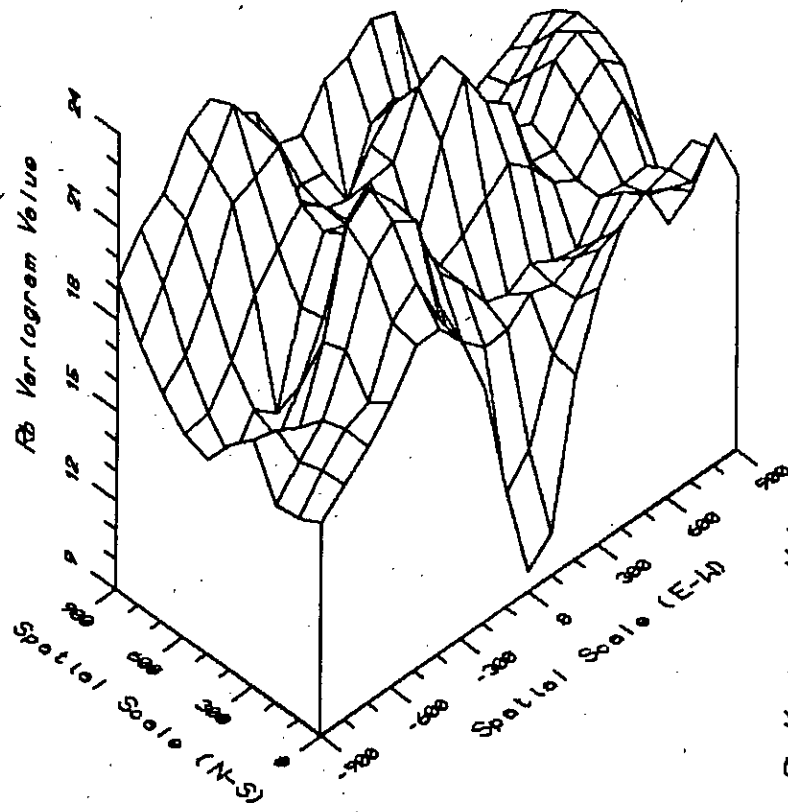


Data File: Fourou1.

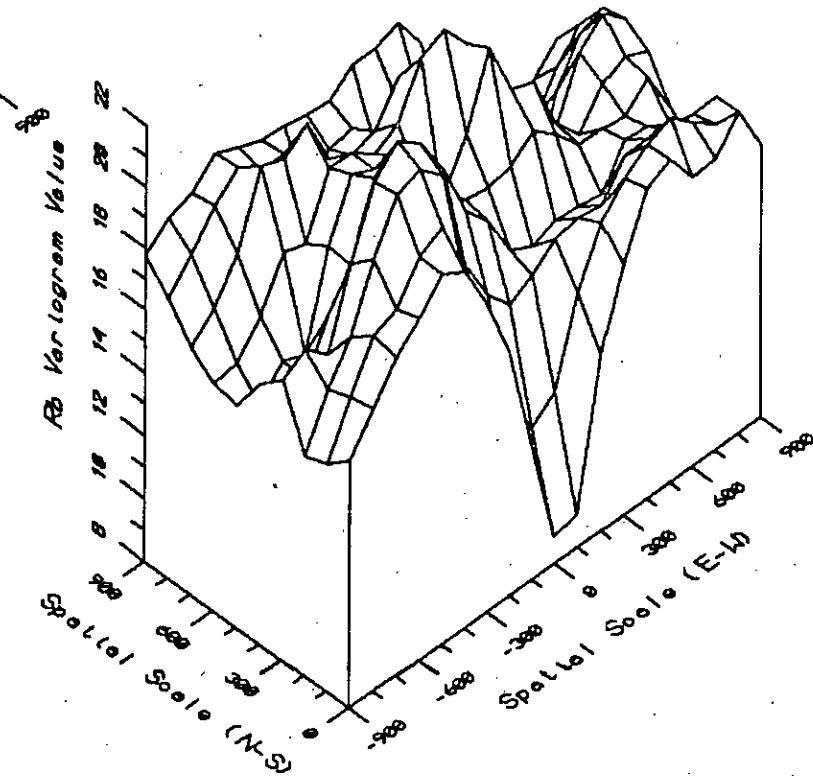


Data File: Fourou11.

Figure 64: Variogrammes expérimentaux de la variable Rb.

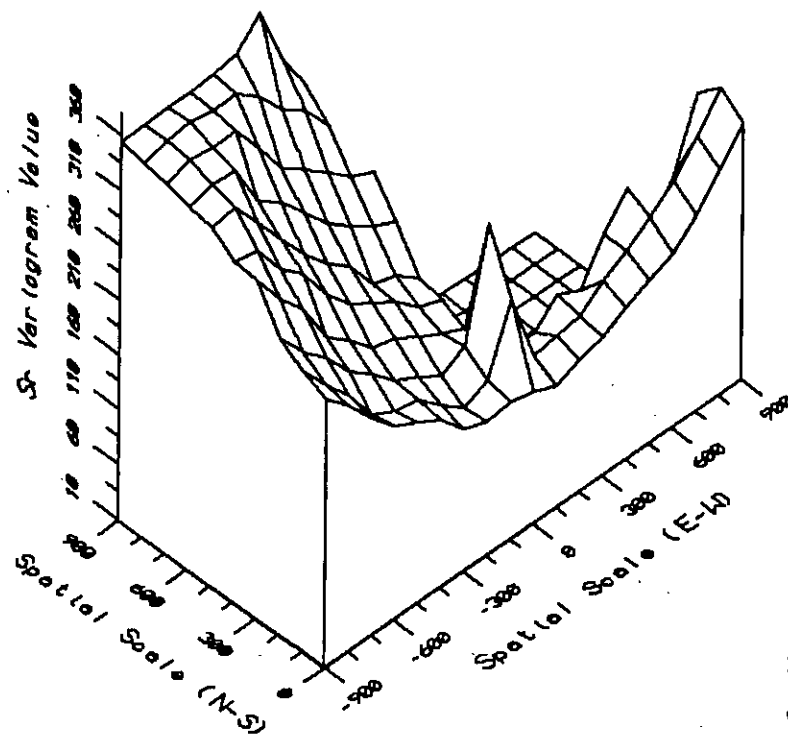


Data File: Fourou1.

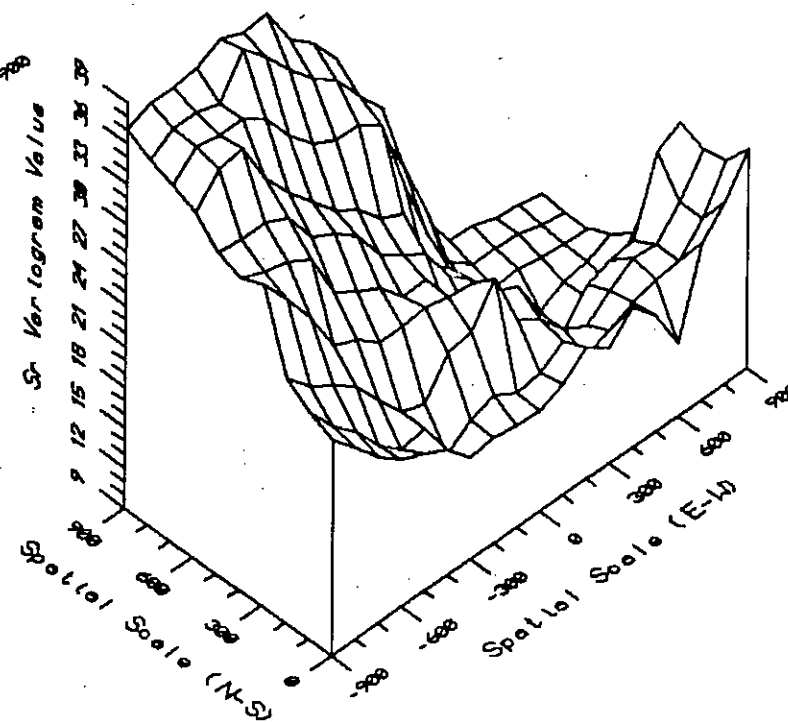


Data File: Fourou11.

Figure 65: Variogrammes expérimentaux de la variable Sr.

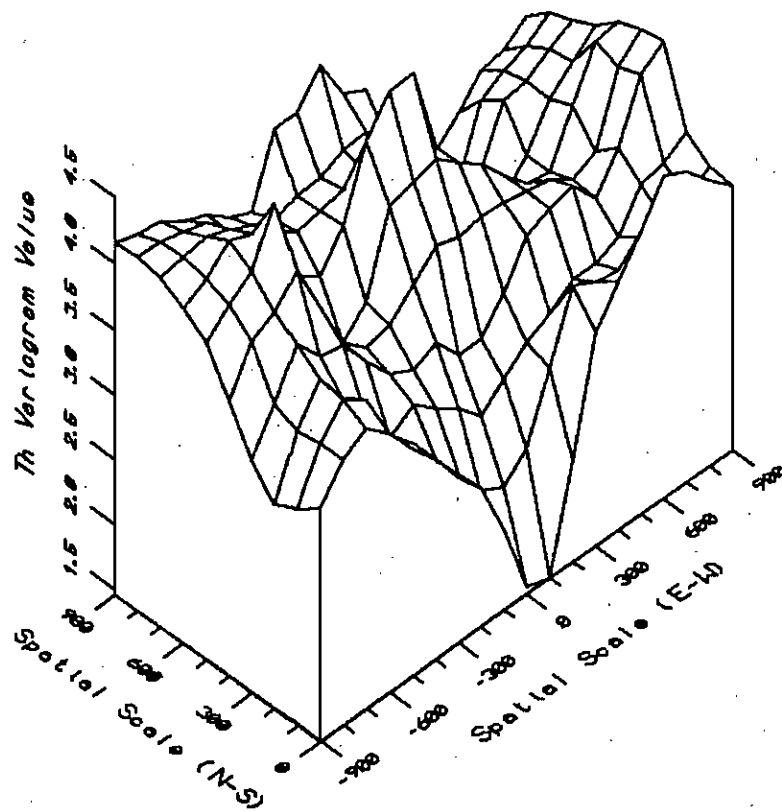


Data File: Fourou1.

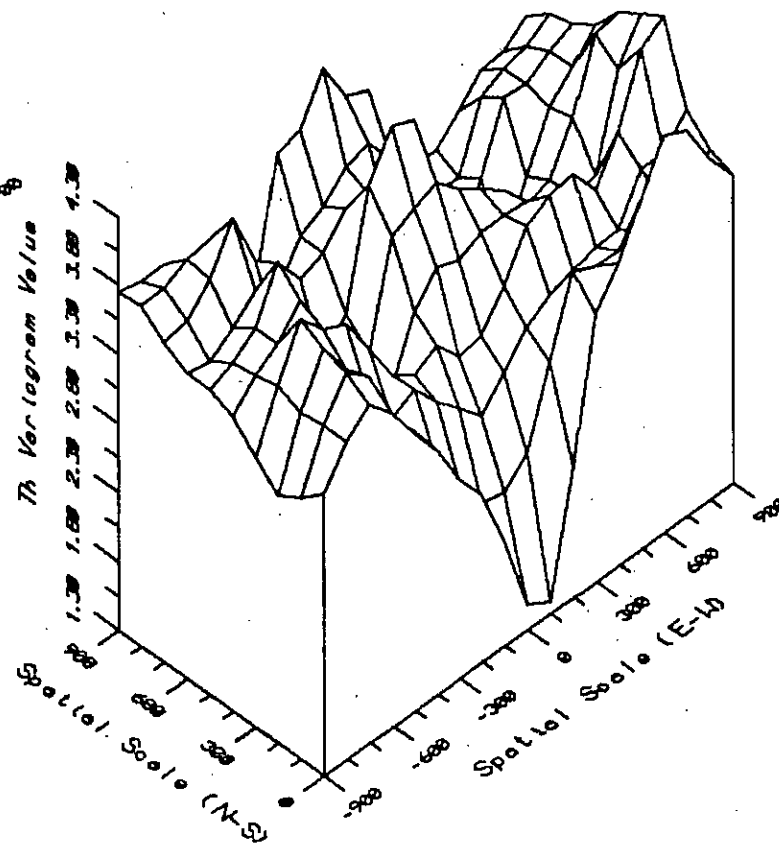


Data File: Fourou11.

Figure 66: Variogrammes expérimentaux de la variable Th.

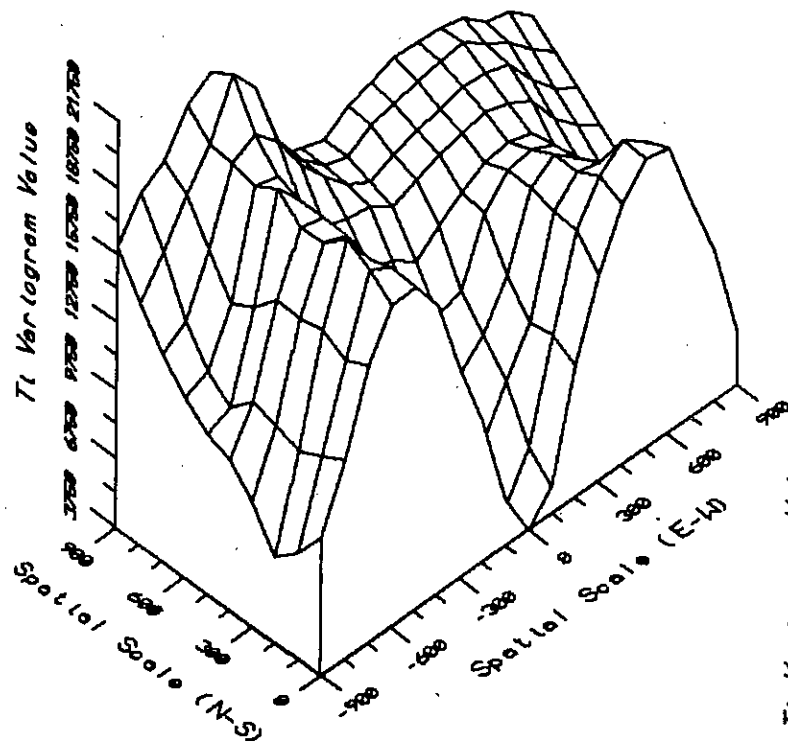


Data File: Fourou1.

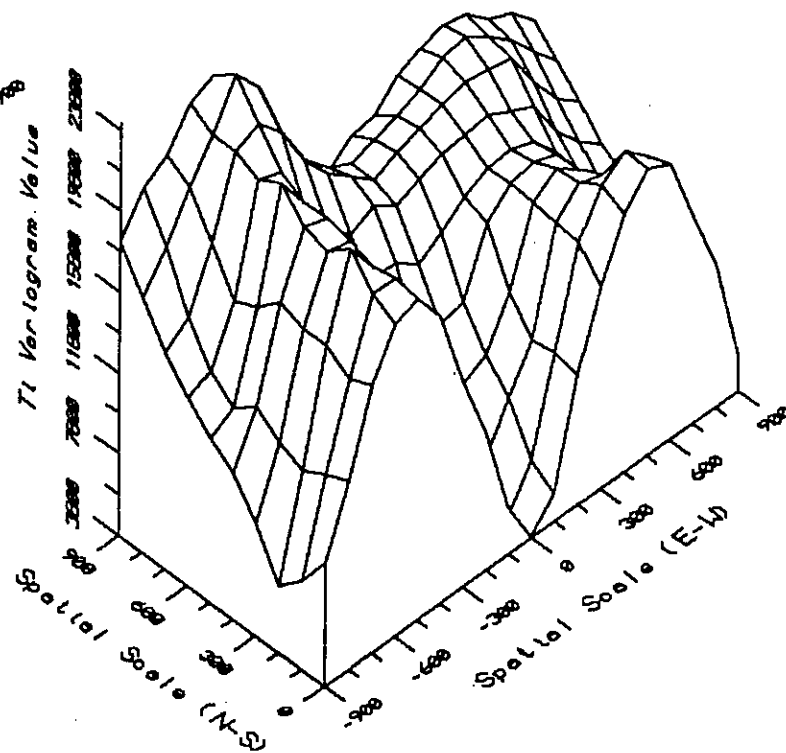


Data File: Fourou11.

Figure 67: Variogrammes expérimentaux de la variable Ti.

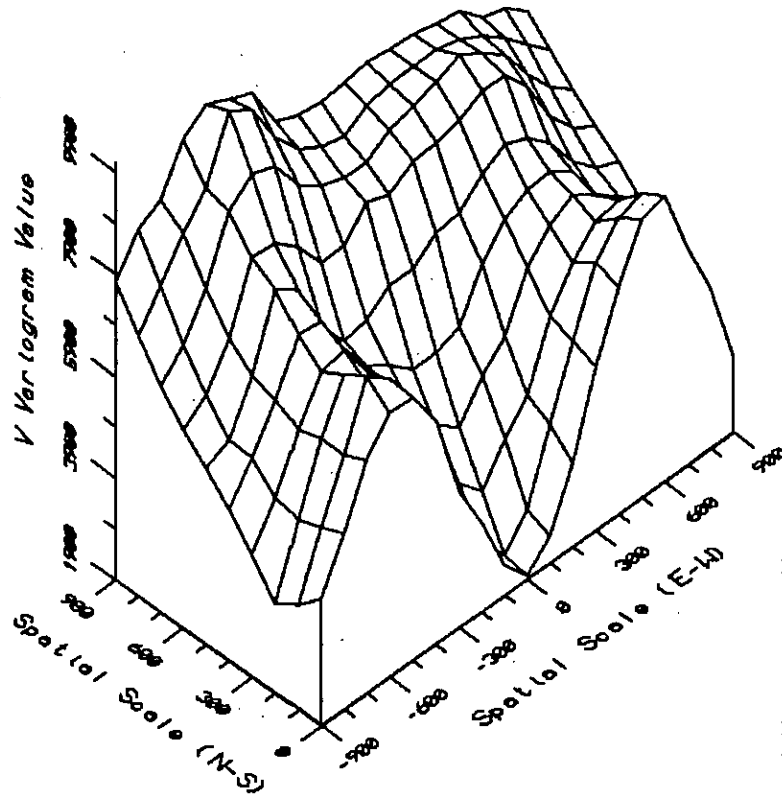


Data File: Fourou1.

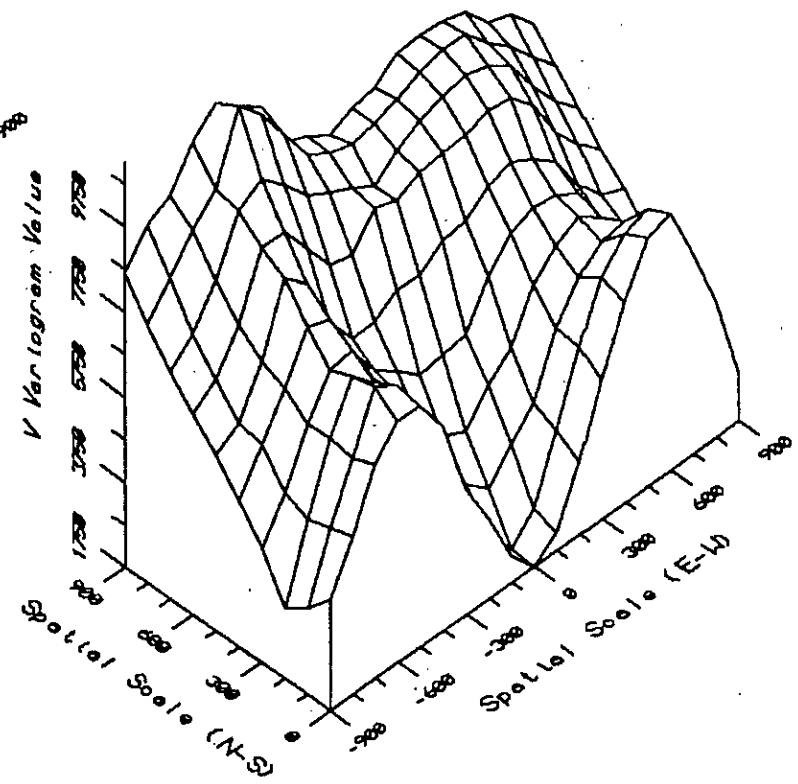


Data File: Fourou11.

Figure 68: Variogrammes expérimentaux de la variable V.



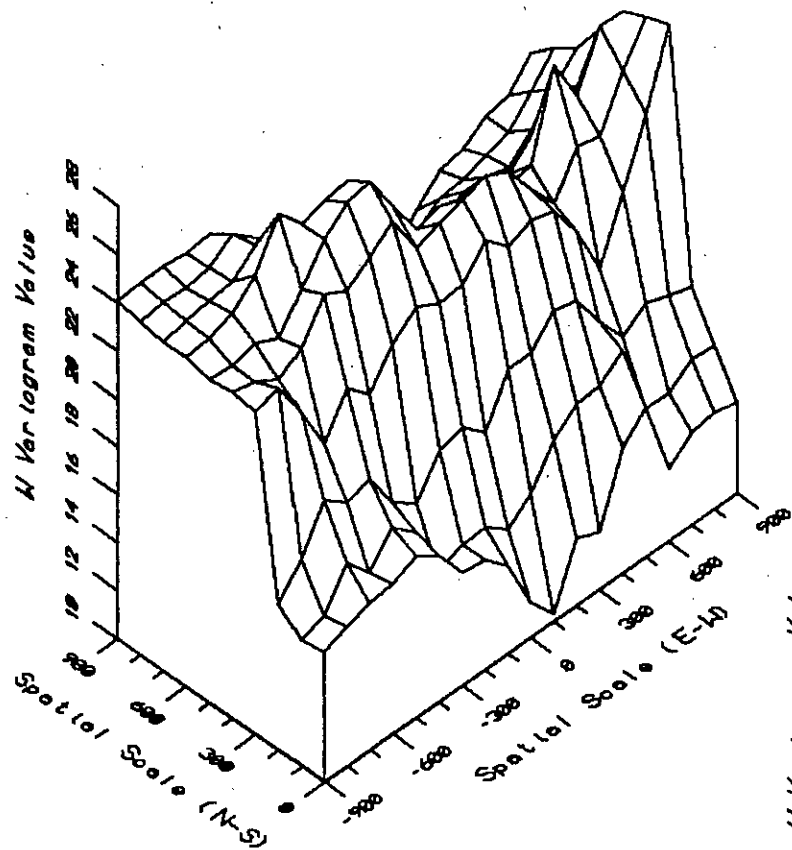
Data File: Fourou1.



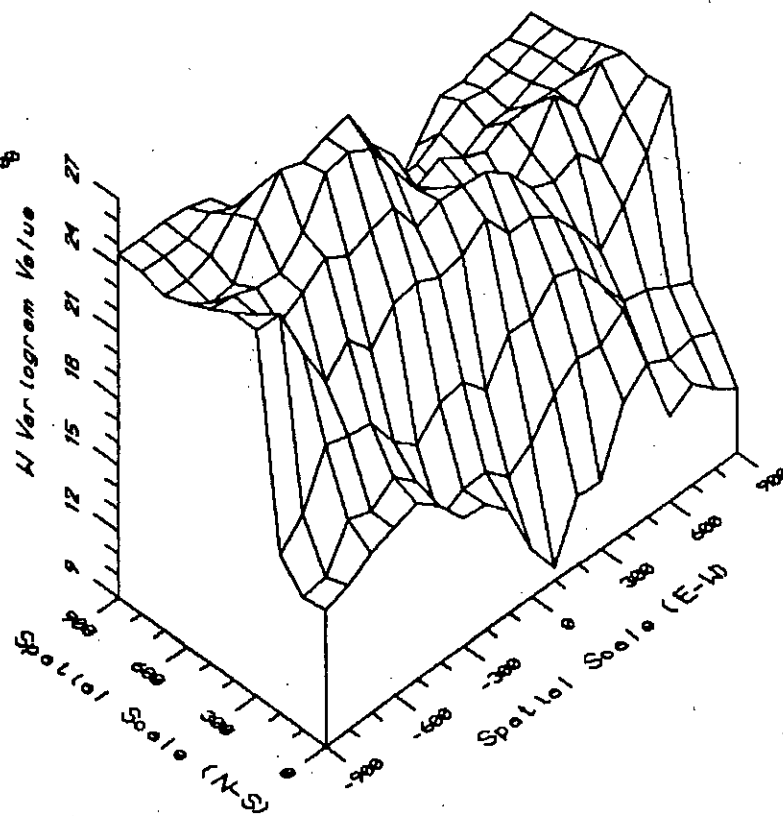
Data File: Fourou11.



Figure 69: Variogrammes expérimentaux de la variable W.

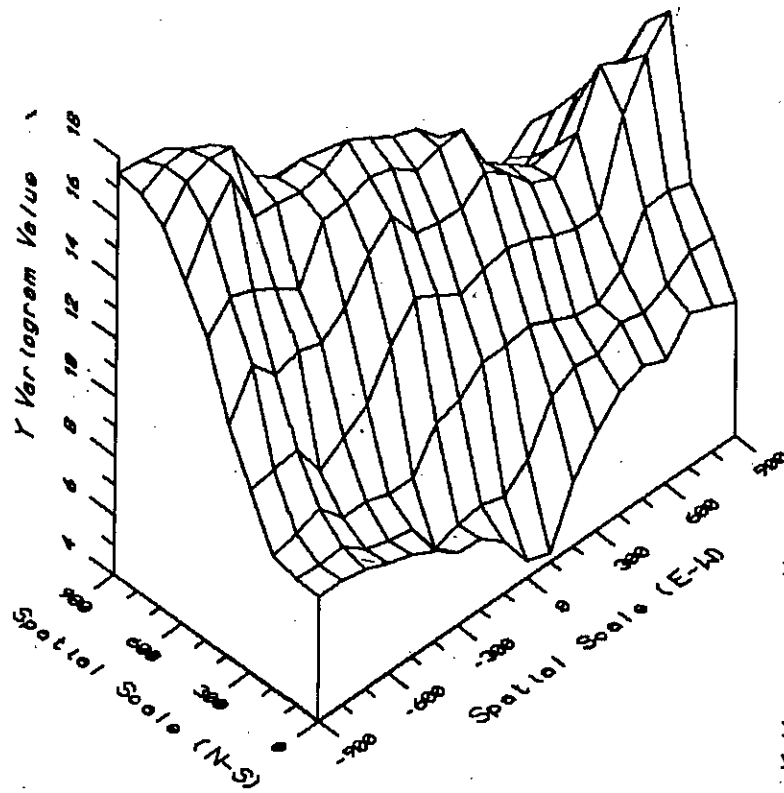


Data File: Fourou1.

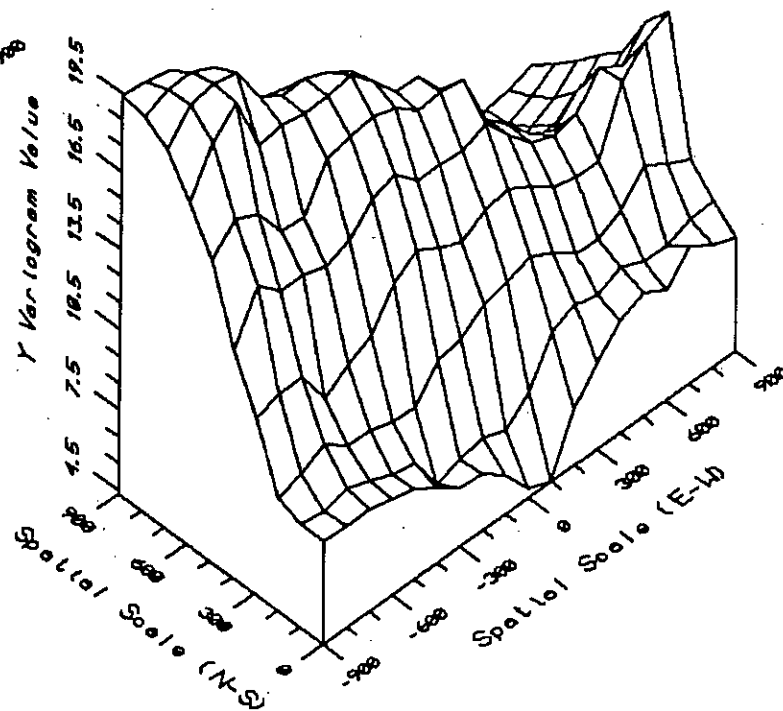


Data File: Fourou11.

Figure 70: Variogrammes expérimentaux de la variable Y.

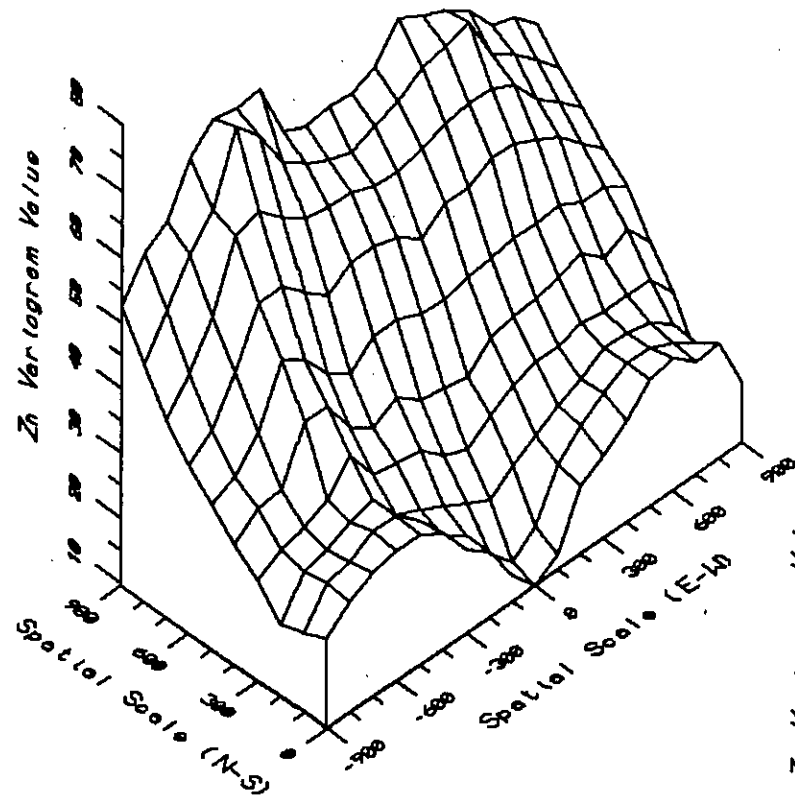


Data File: Fourou1.

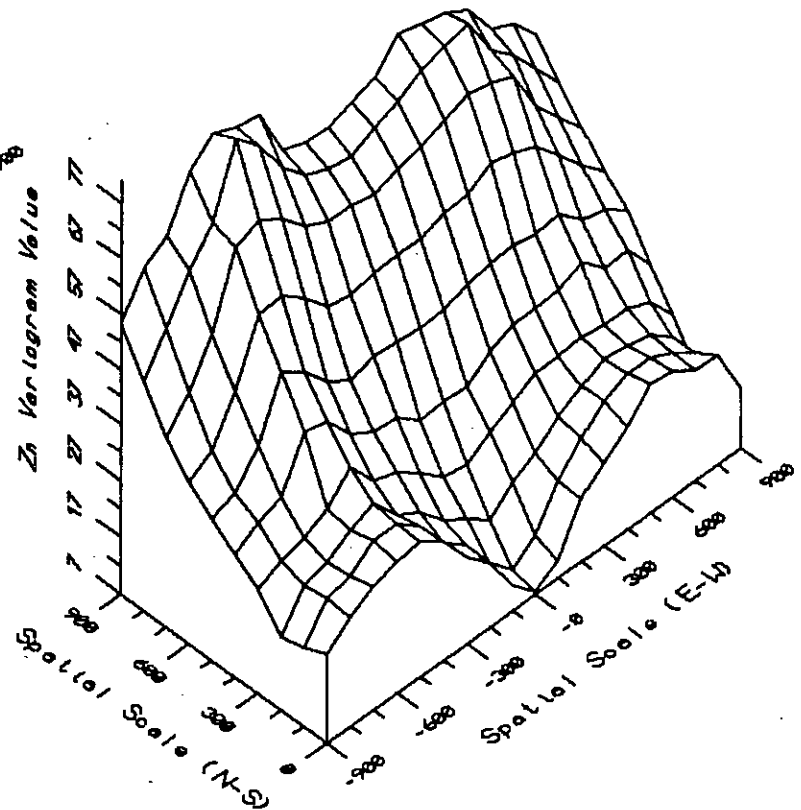


Data File: Fourou1

Figure 71: Variogrammes expérimentaux de la variable Zn.



Data File: Fourou1.



Data File: Fourou11.

Figure 72: Variogrammes expérimentaux des 9 variables sélectionnées pour l'ajustement du MLC.

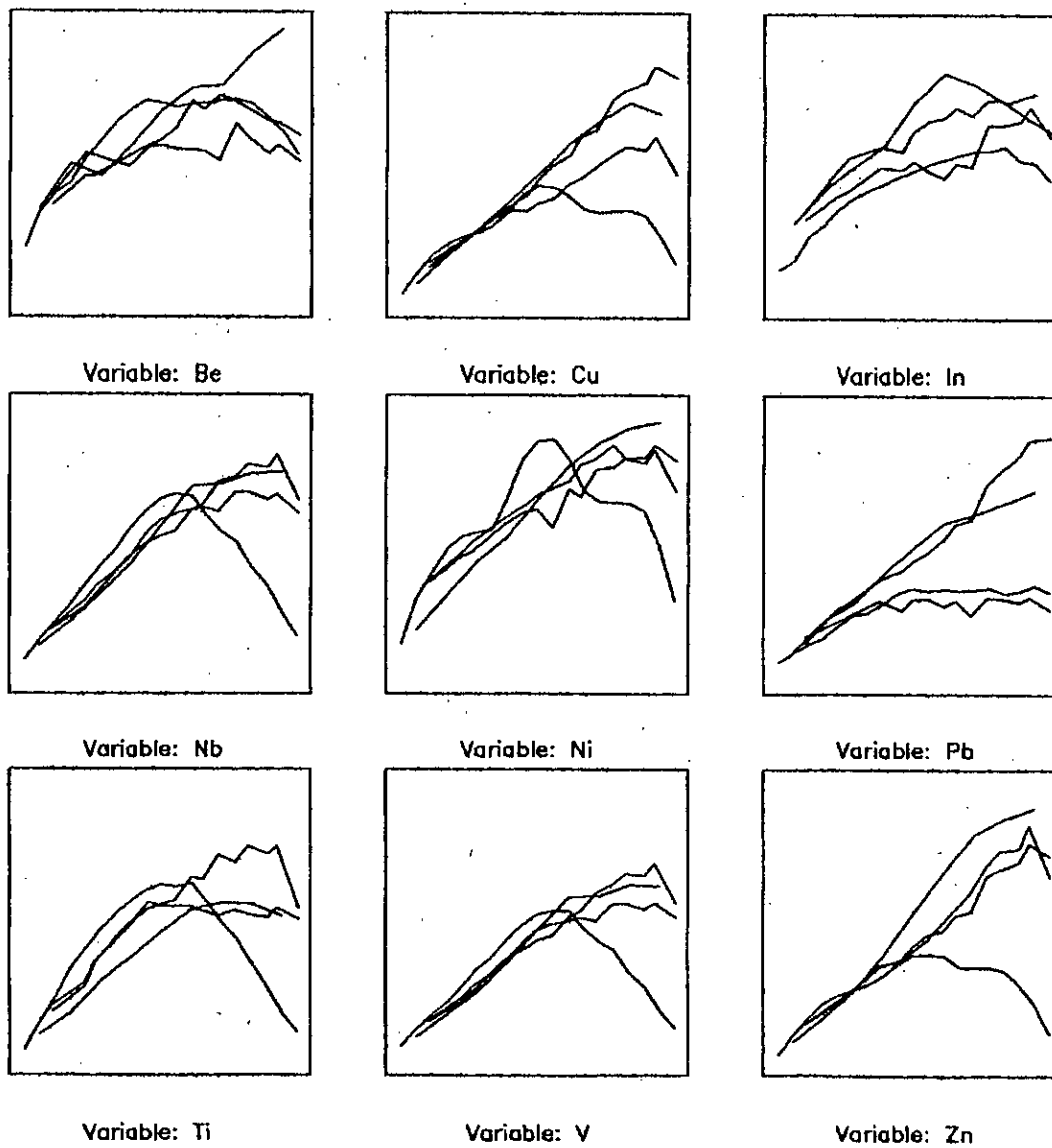


Figure 73: Matrice des variogrammes expérimentaux directs et croisés des 9 variables sélectionnées, avec leur fonction variogramme ajustée (ligne continue).

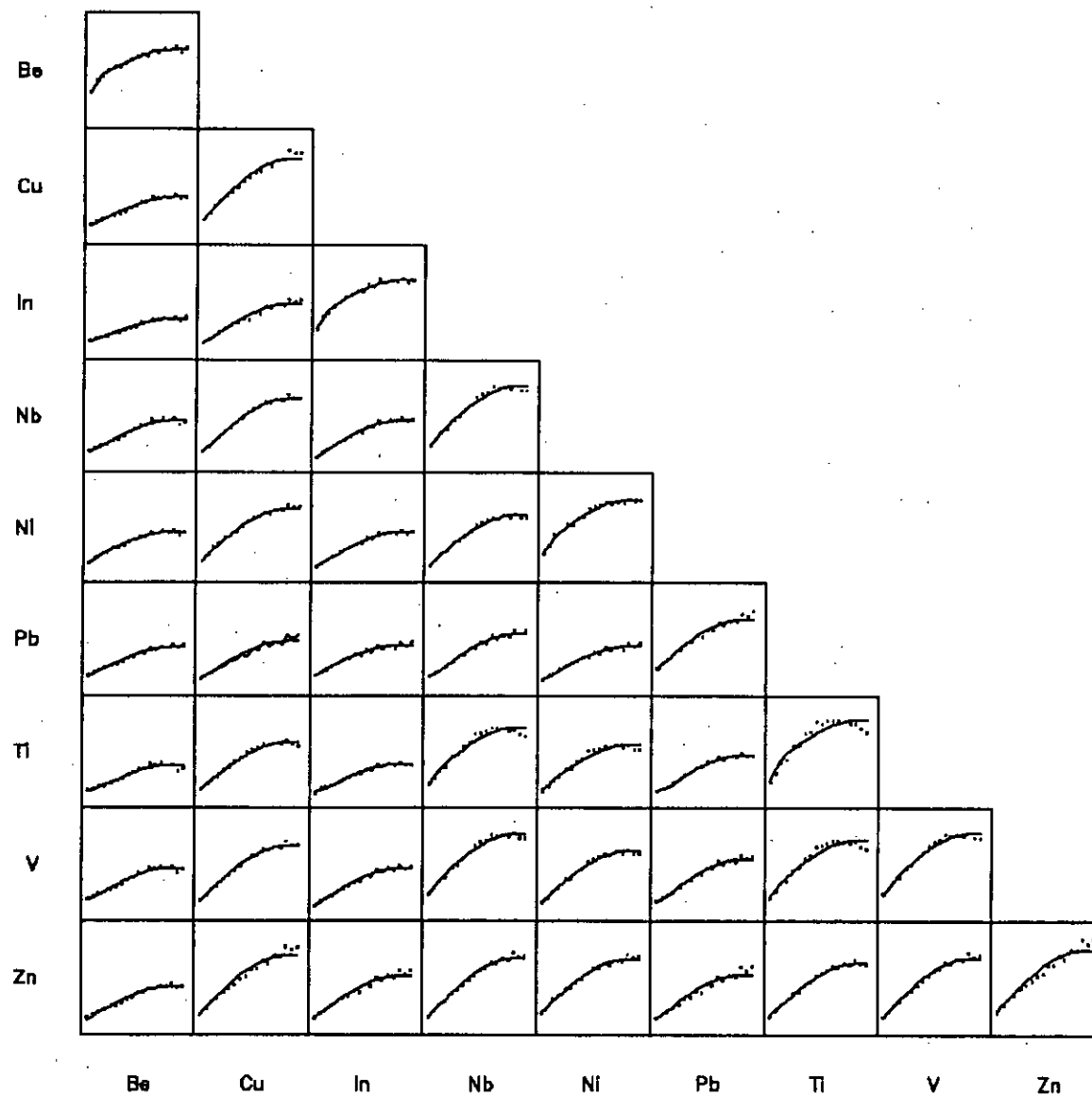


Figure 74: Structure de corrélation des composantes spatiales (F0 = échelle spatiale ponctuelle ; F1 = échelle spatiale de 200 m ; F2 = échelle spatiale de 800 m ; (1) = facteur 1 ; (2) = facteur 2 ; (3) = facteur 3)

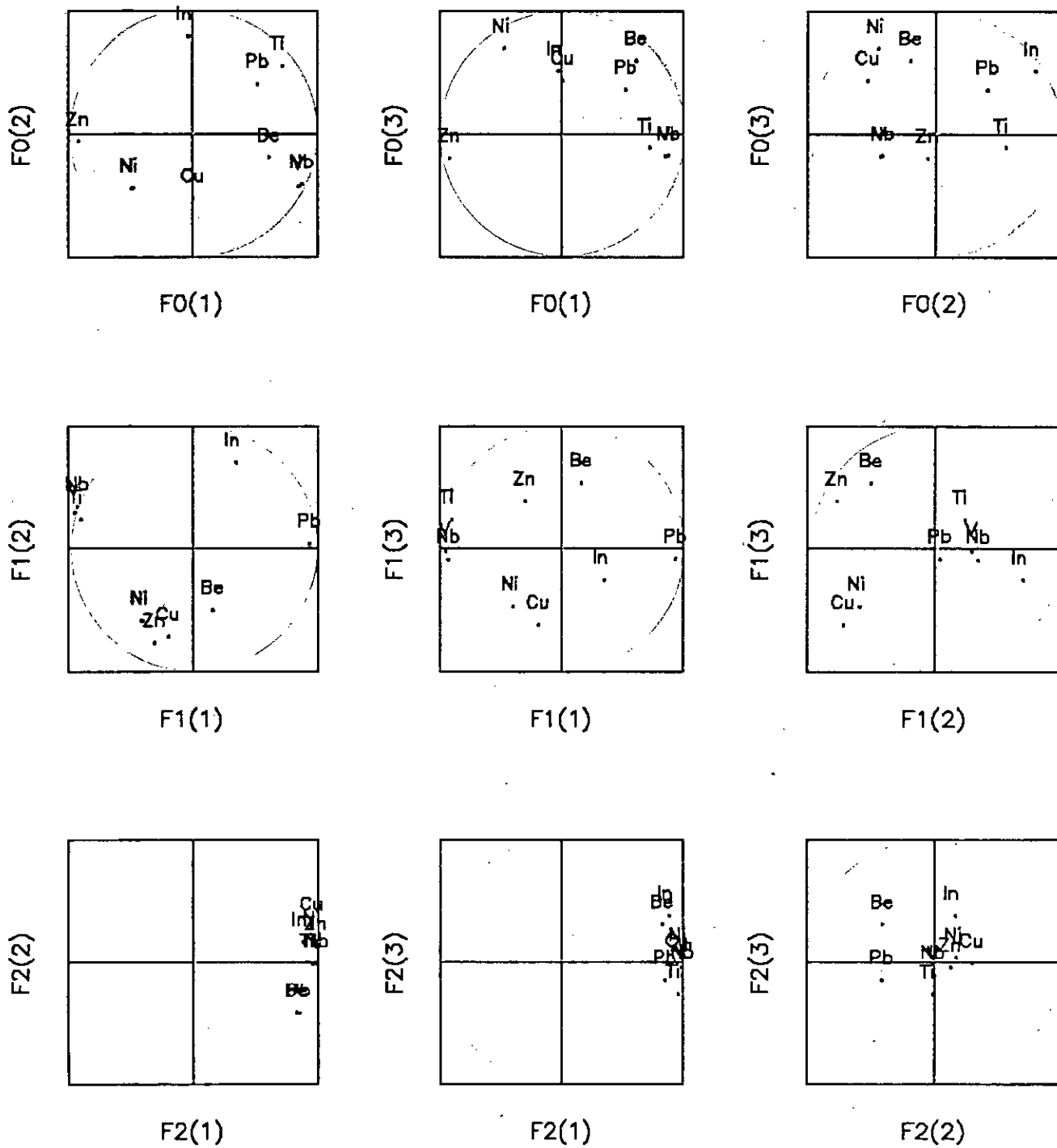
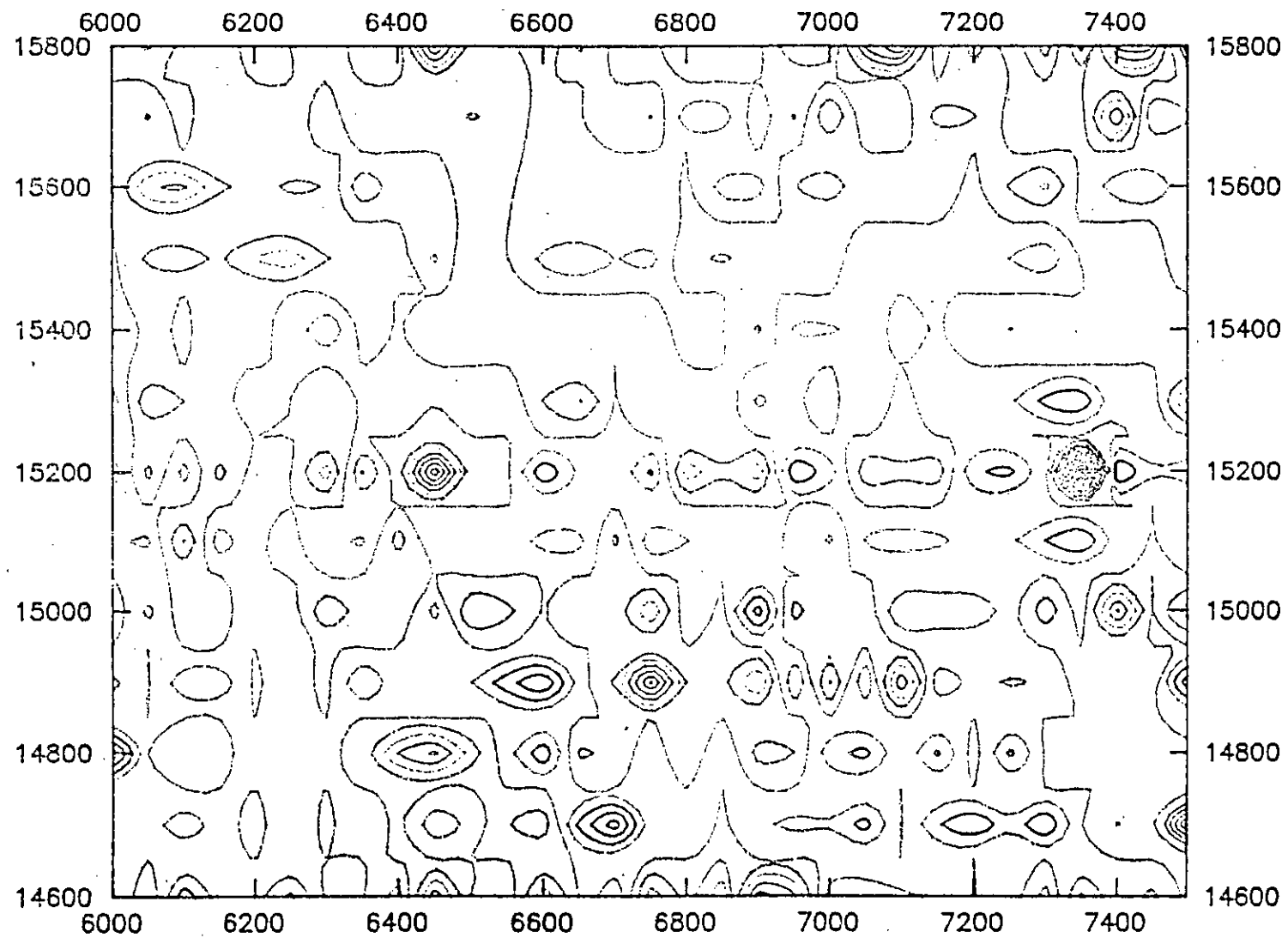
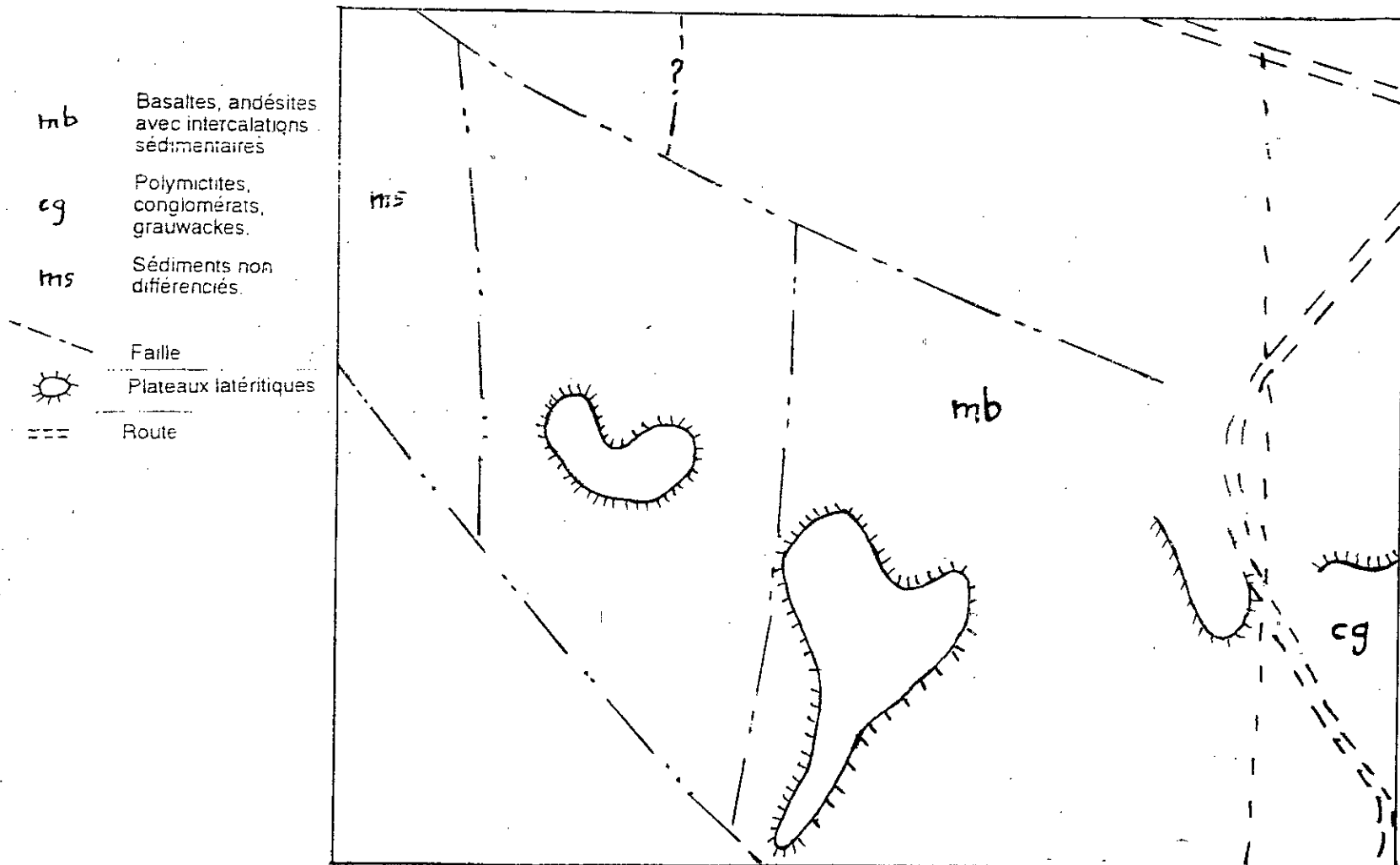


Figure 75: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle,  $F_0(1)$ .

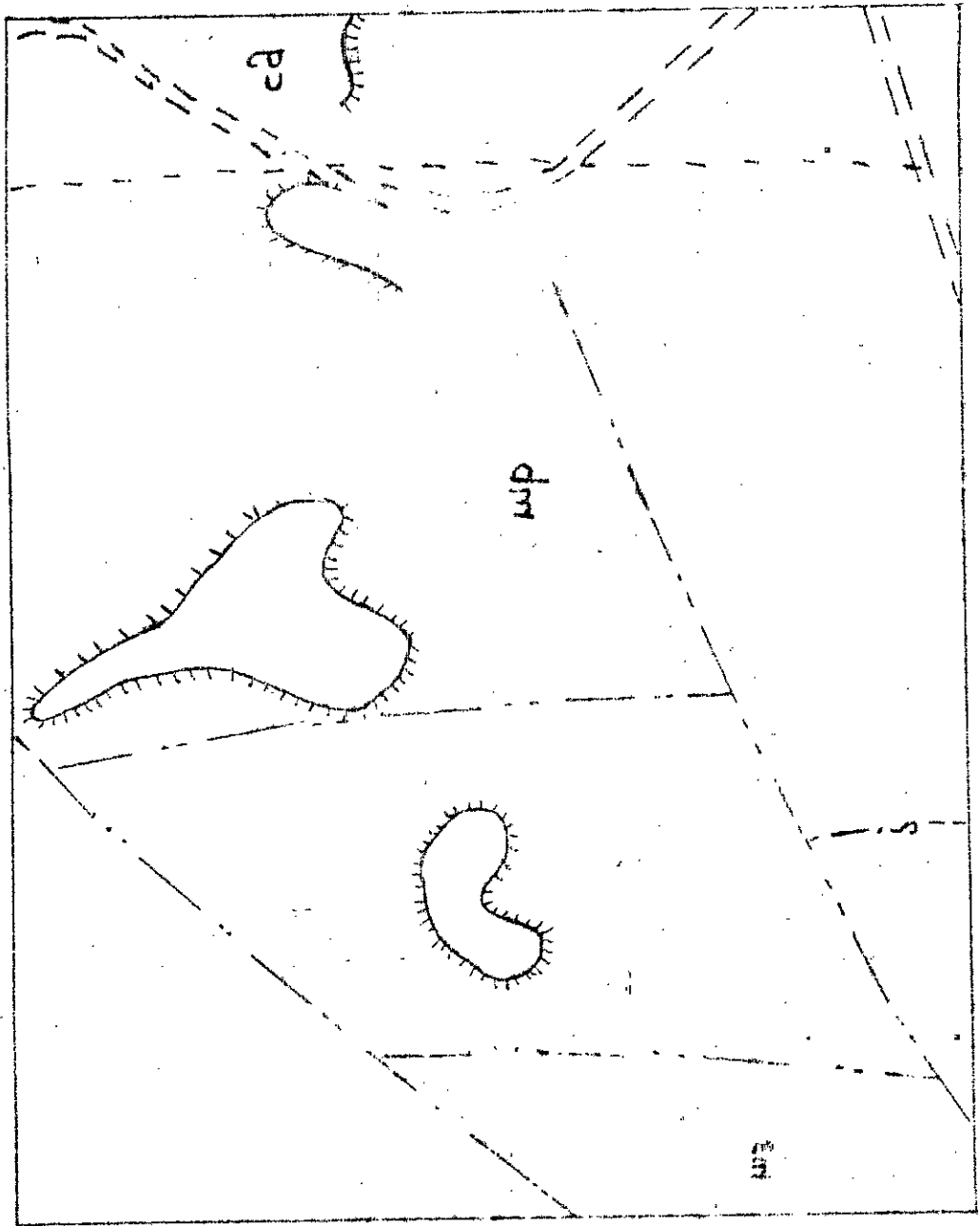


# Topographie et géologie.





Geological map of the area








- 
 dm  
 Basaltic andesites  
 with intercalations  
 of sandstones
- 
 p2  
 Conglomerate  
 and sandstones
- 
 rnh  
 Sandstone  
 and siltstone  
 with shaly partings
- 
 elevation
- 
 boundary

Figure 76: Carte du second facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle, F0(2).

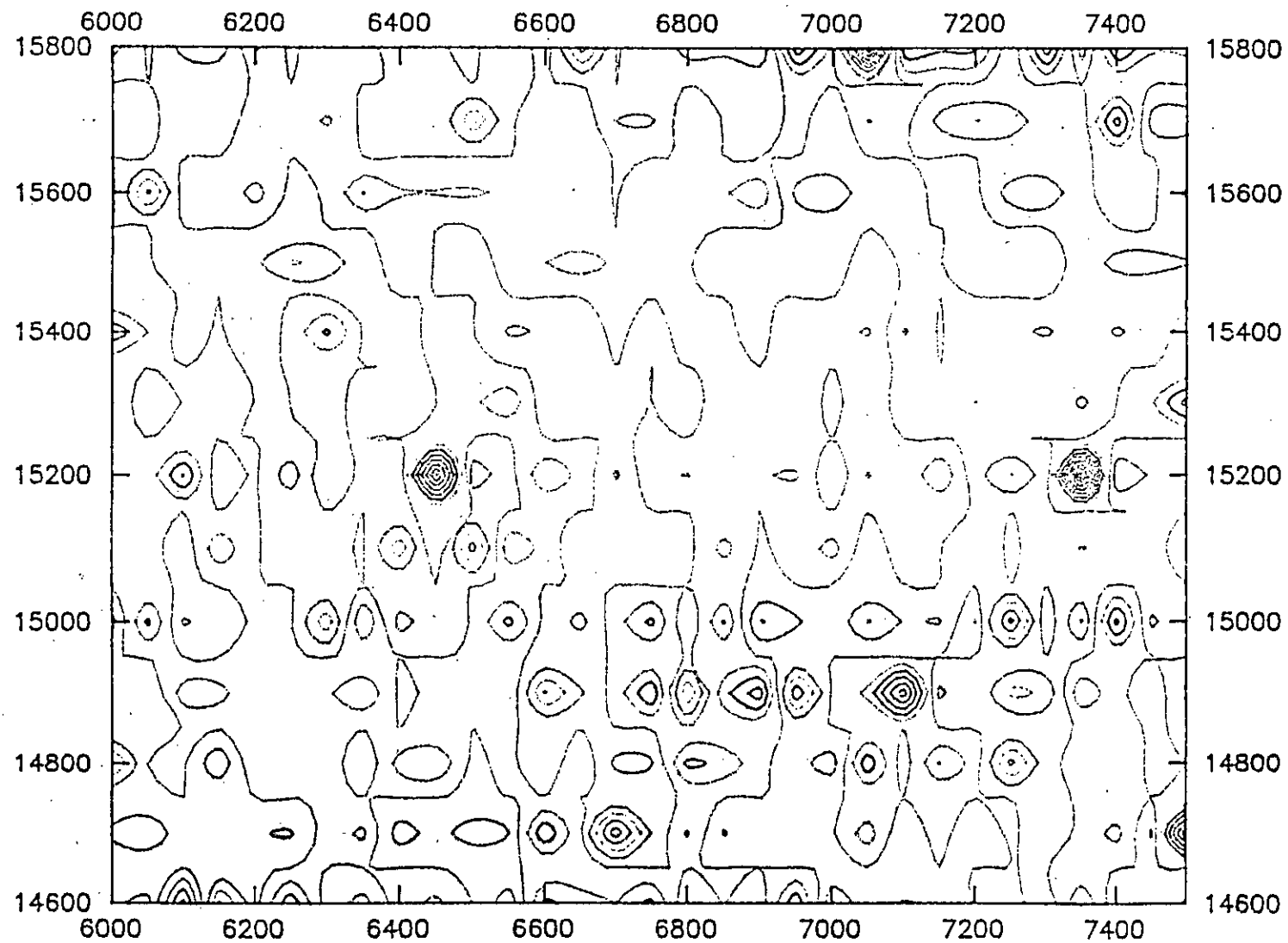


Figure 77: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle ponctuelle, F0(3).

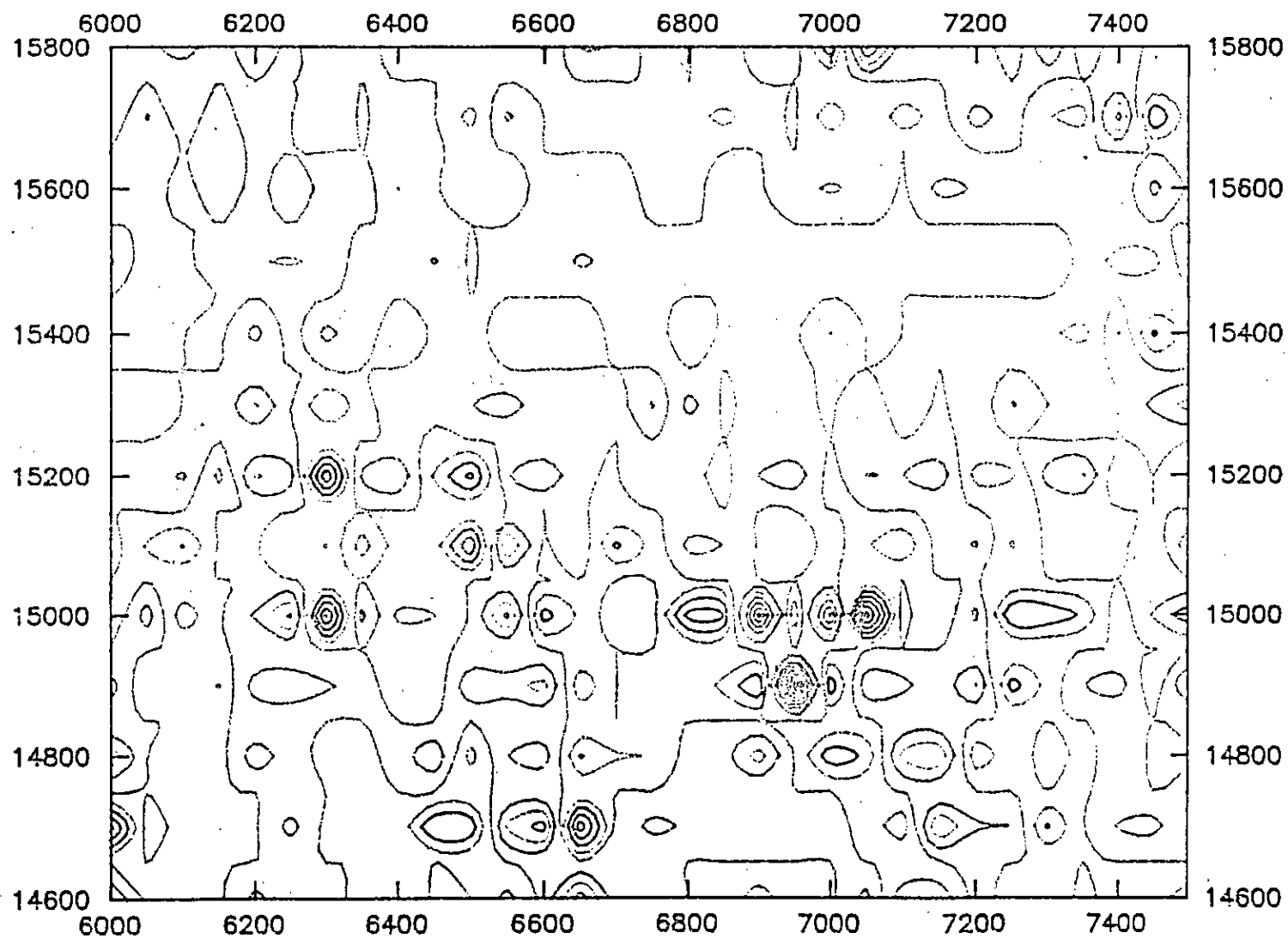


Figure 78: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 200 m, F1(1).

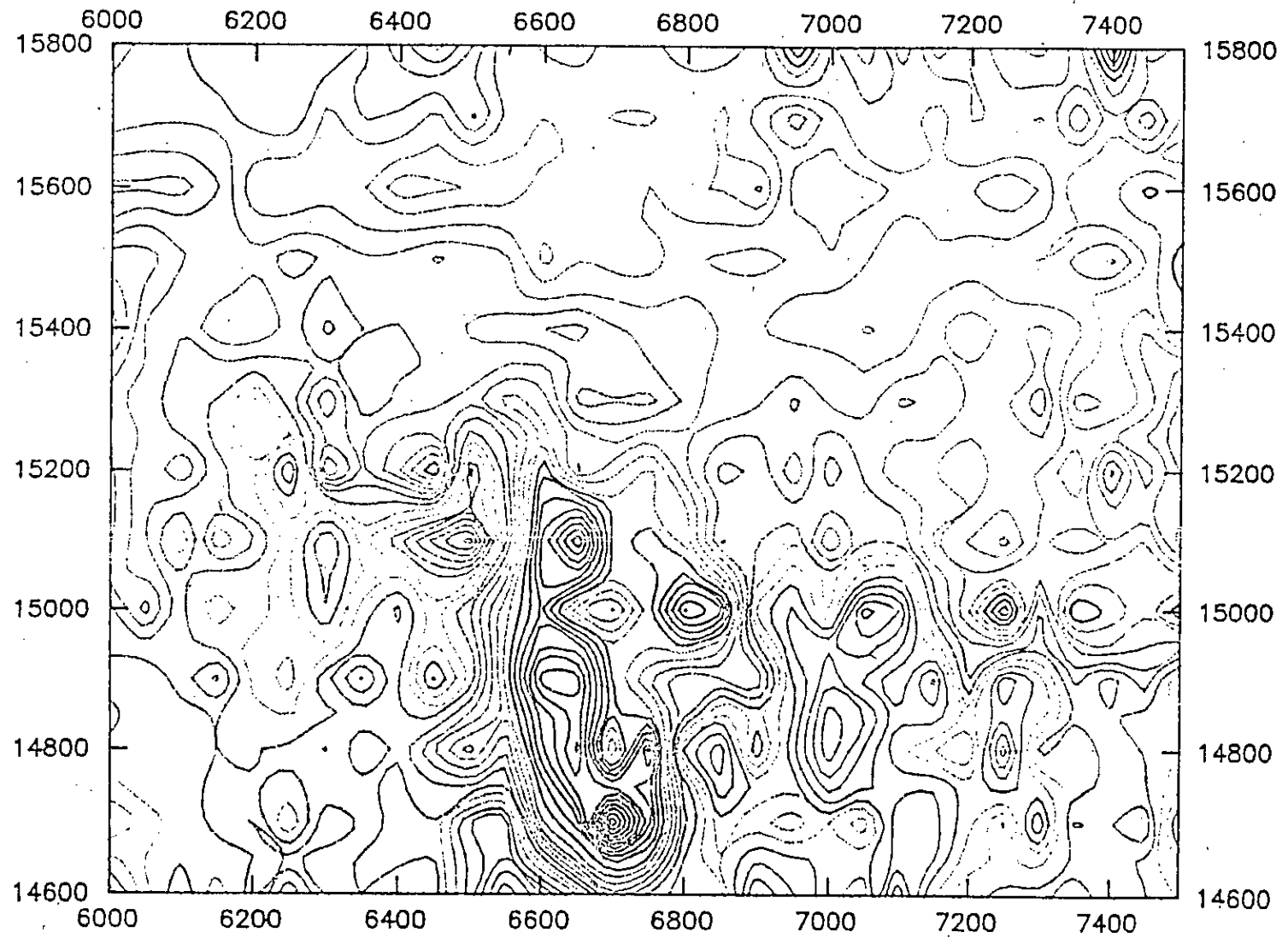


Figure 79: Carte du second facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 200 m, F1(2).

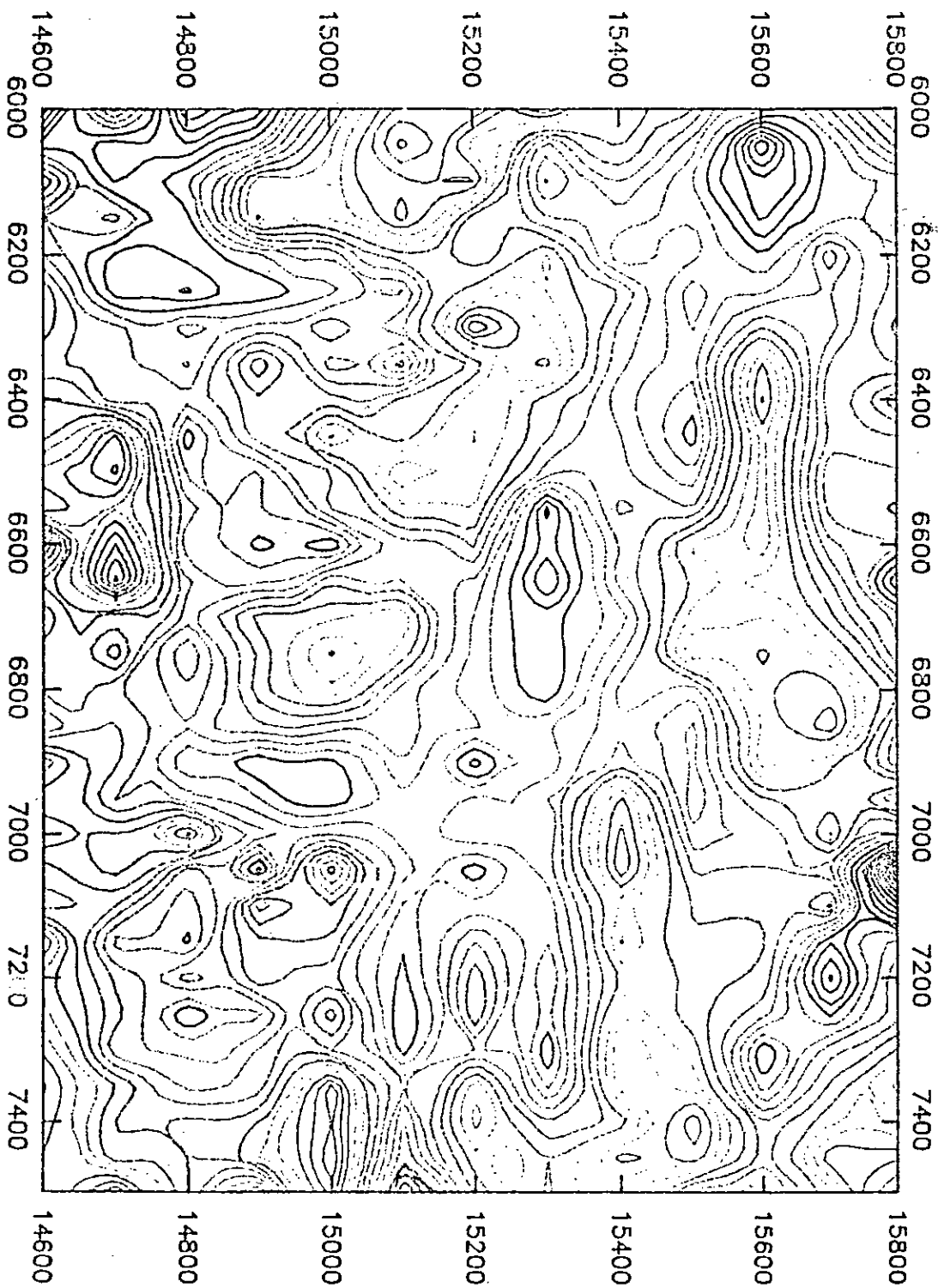


Figure 80: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 200 m, F1(3).

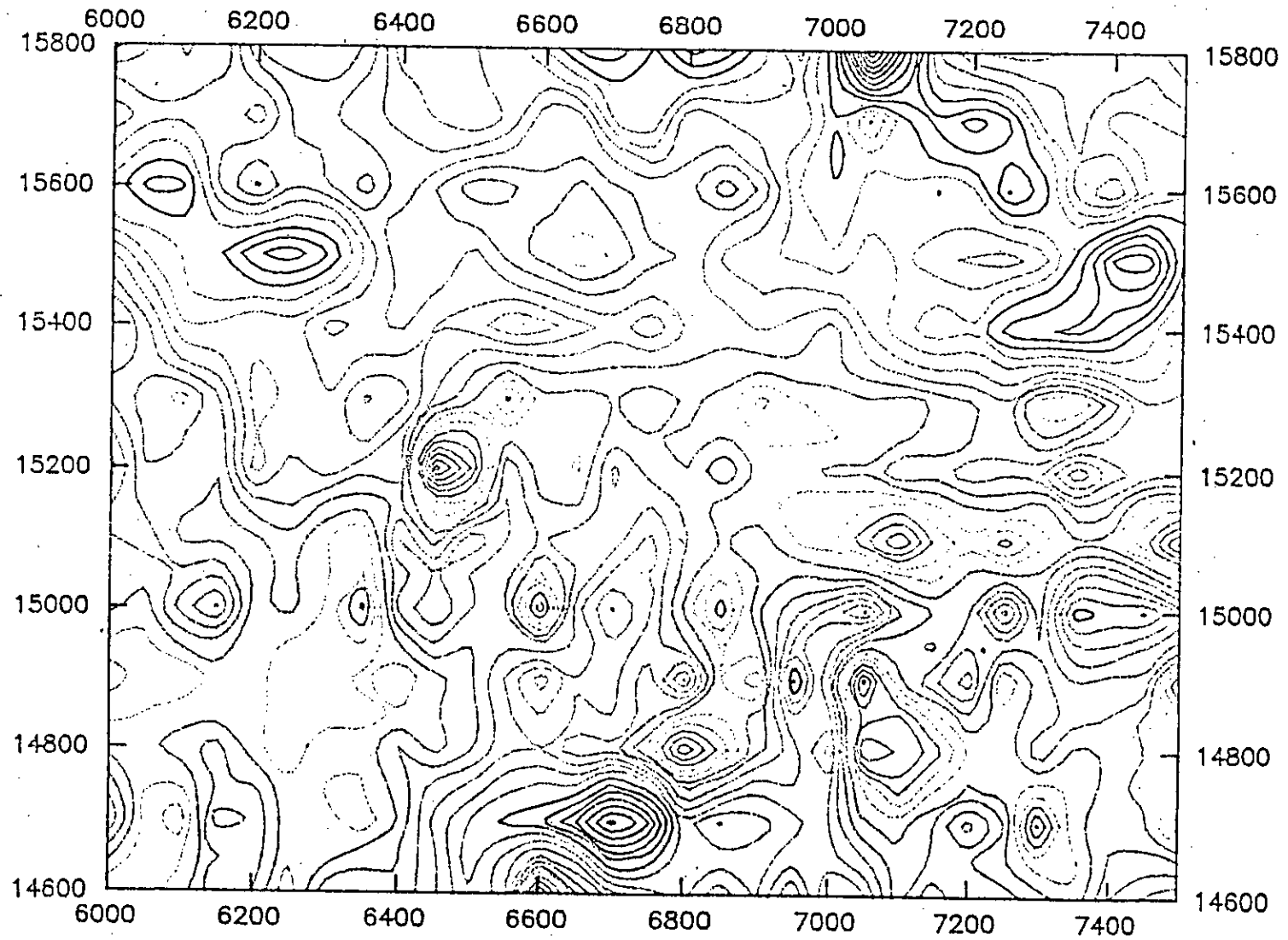


Figure 81: Carte du premier facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(1).

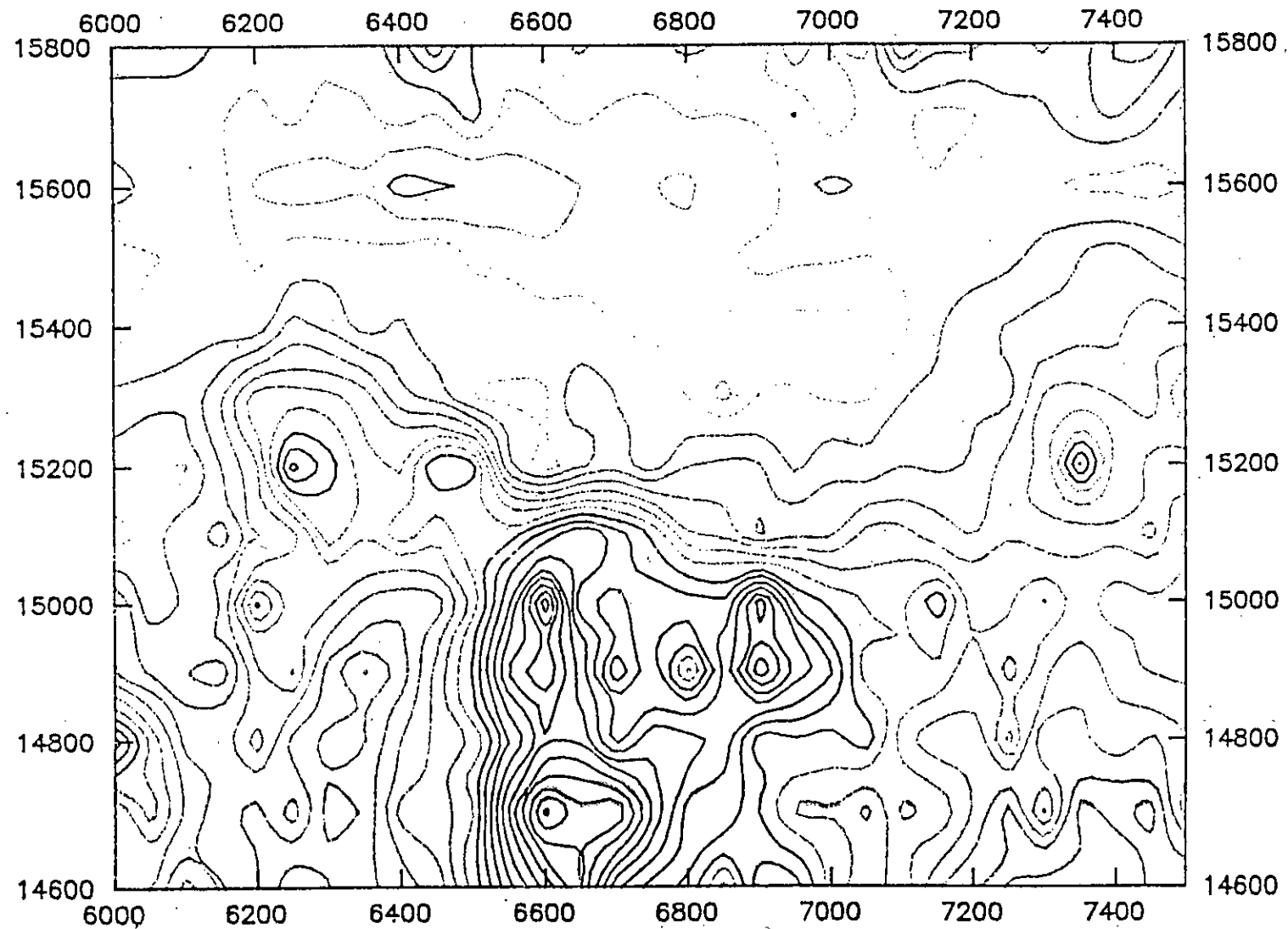


Figure 82: Carte du second facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(2).

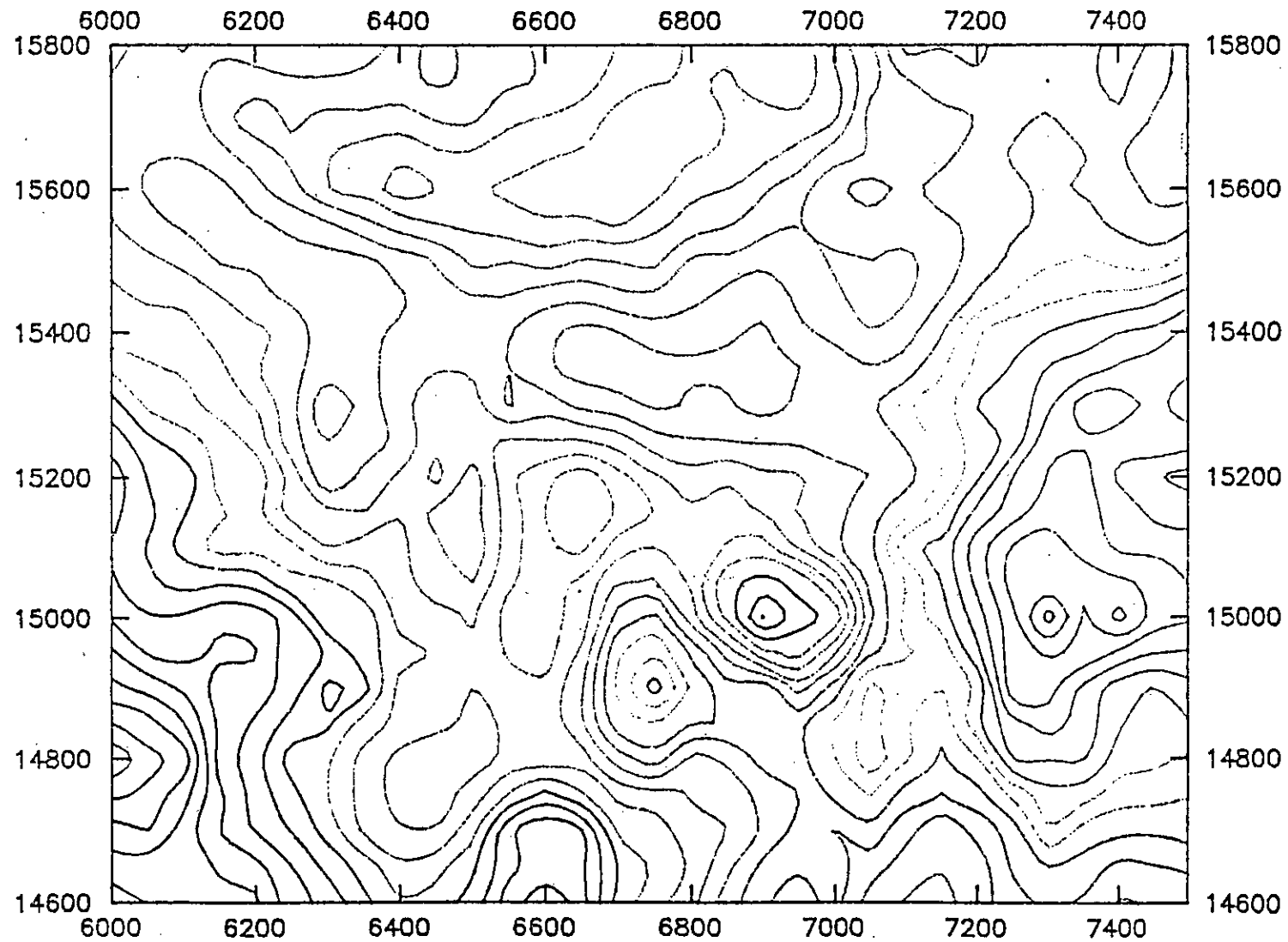
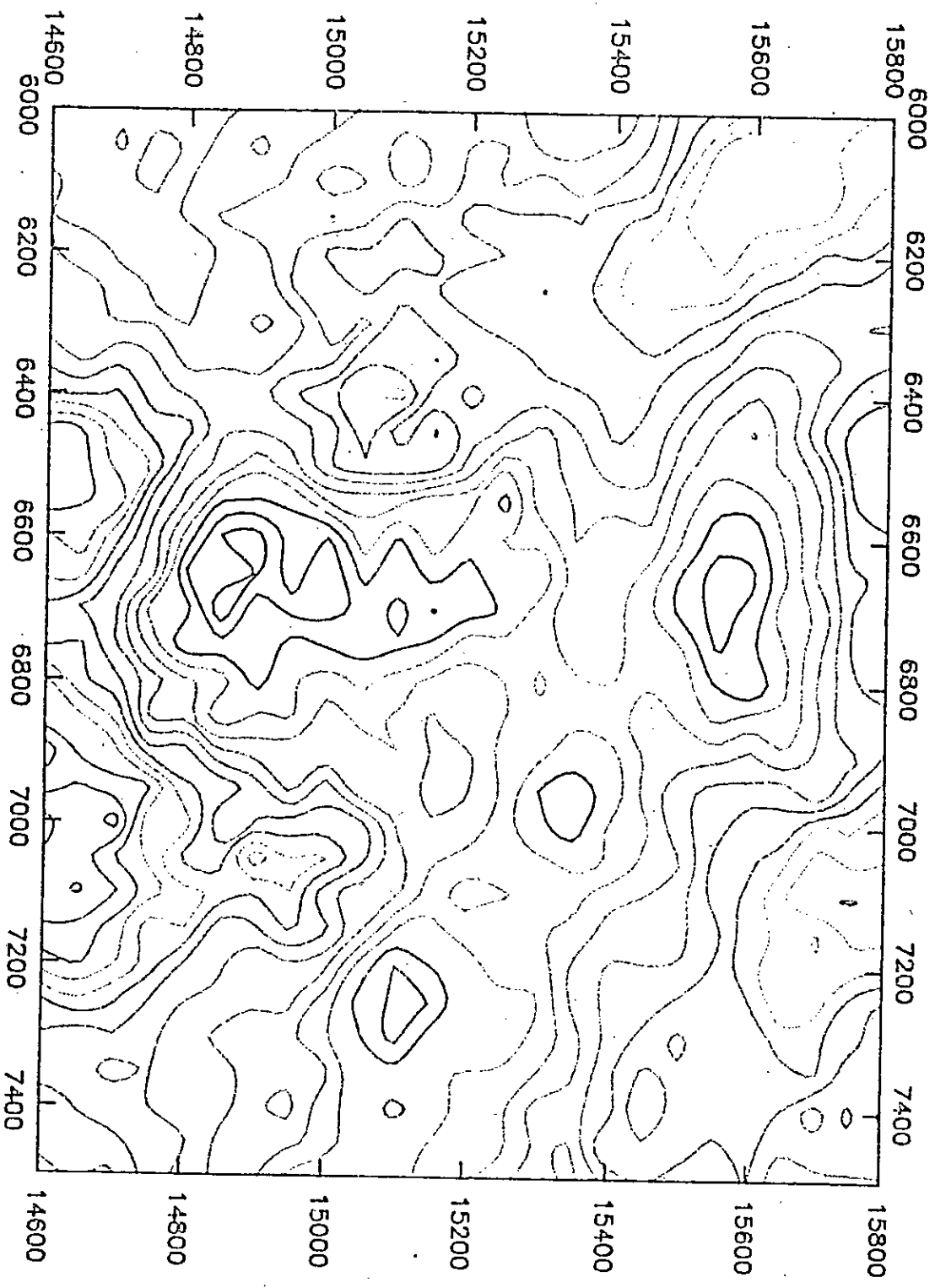




Figure 83: Carte du troisième facteur régionalisé de l'échelle spatiale de 800 m, F2(3).



---

---

---

---

---

*REFERNCES DES PROGRAMMES ET  
LOGICIELS.*

*&*

*PROCEDURES DE CALCUL:  
DESCRIPTION ET LISTING.*

## SOMMAIRE

1 Hardware .....	176
2 Références des programmes et logiciels .....	176
3 Description des procédures de calcul .....	177
3.1 Identification des fichiers .....	177
3.2 Paramètres statistiques monovariabiles .....	178
3.3 Calcul de la matrice des coefficients de corrélation .....	179
3.4 Etude de corrélations (ACP) .....	179
3.5 Calcul des variogrammes expérimentaux directs .....	179
3.6 Transformation des données .....	181
3.7 Calcul des variogrammes expérimentaux directs et croisés .....	181
3.8 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation .....	182
3.9 Analyse factorielle (ACP) des matrices de corégionalisation .....	183
3.10 Cokrigeage factoriel .....	183
3.11 Graphiques .....	184
4 Listing des fichiers de commande, de données, de paramètres et de résultats .....	184
4.1 Paramètres statistiques monovariabiles .....	184
4.2 Calcul de la matrice des coefficients de corrélation .....	184
4.3 Etude de corrélations (ACP) .....	185
4.4 Calcul des variogrammes expérimentaux directs .....	186
4.5 Transformation des données .....	189
4.6 Calcul des variogrammes expérimentaux directs et croisés .....	189
4.7 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation .....	191

4.8 Analyse factorielle (ACP) des matrices de corégionalisation .....	195
4.9 Cokrigage factoriel .....	198

## 1 HARDWARE

Tous les calculs ont été réalisés sur ordinateur du type PC 386 sous environnement MS-DOS.

## 2 REFERENCES DES PROGRAMMES ET LOGICIELS

**STAT1:** un des programmes du logiciel GeoEAS (*Geostatistical Environmental Assessment Software*, Version 1.2.1, 1990 - U.S. Environmental Protection Agency, Las Vegas, Nevada & Computer Sciences Corporation, Las Vegas, Nevada - U.S.A.). Ce programme calcule les paramètres statistiques monovariés.

**GSLIB 1.2:** (*Geostatistical Software Library*) une collection de procédures FORTRAN performant les calculs de variogrammes et réalisant plusieurs types de krigeage et de simulation stochastique. Les programmes ont été développés, à l'origine, par A. G. Journel, Department of Applied Earth Sciences - Stanford University, U.S.A. (C. V. Deutsch and A. G. Journel, 1992).

**MATLAB 3.5k:** logiciel interactif pour calculs numériques (The Mathworks Inc, 1991). MATLAB considère les tableaux de données (matrices) comme variables de base. Il comporte un grand nombre de procédures à usage général et pour les calculs numériques.

**COREG:** programme FORTRAN pour l'ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation. L'ajustement est réalisé itérativement par approximation du type moindres carrés sous la

contrainte de semi-définie positive de la matrice variogramme. L'algorithme a été proposé par M. Goulard *et al*, 1992.

**COKRI**: procédure exécutable sous MATLAB, écrite par D. Marcotte, 1991. Cette procédure réalise le cokrigeage simple, le cokrigeage ordinaire, le cokrigeage universel avec dérive d'ordre 1 ou 2 et le cokrigeage factoriel. L'algorithme a été développé sur la base de la théorie de cokrigeage initialement présentée par G. Matheron, 1970.

**GRAPHER 1.75**: outils pour la création de graphes en XY. Le logiciel est commercialisé par Golden Software Inc, 1988, U.S.A.

**SURFER 4.04**: outils pour la création de graphes en 2D ou 3D. Il offre plusieurs options pour la création de cartes en iso-valeurs et de représentations en relief de données en XYZ. Ce logiciel est commercialisé par Golden Software Inc, 1989, U.S.A.

**F77L 4.01**: compilateur FORTRAN sous environnement MS-DOS. Il est commercialisé par Lahey Computer System Inc, 1990, Pays-Bas.

### **3 DESCRIPTION DES PROCEDURES DE CALCUL**

#### **3.1 Identification des fichiers**

Dans le but de distinguer les différents types de fichiers utilisés, les conventions suivantes ont été adoptées.

- Fichiers d'extension ".dat": ce sont des fichiers de données en entrée (input data files). Quelques fichiers de sortie (output files) possèdent aussi cette extension quand ils sont destinés à être transformés ou utilisés par d'autres programmes.

- Fichiers d'extension ".out", ".var" ou ".res": ce sont des fichiers de sortie (fichiers de résultats intermédiaires ou finaux).

- Fichiers d'extension ".m": ce sont des fichiers de macro-commandes pour MATLAB. Ces macros ont été utilisées pour la transformation de données ou de résultats et pour générer quelques fichiers paramètres utilisés par des exécutable FORTRAN.

- Fichiers d'extension ".par": ce sont des fichiers paramètres utilisés par des exécutable FORTRAN.

- Fichiers sans extension: ce sont des exécutable FORTRAN compilés sous environnement MS-DOS.

### 3.2 Paramètres statistiques monovariabiles

Software: STAT1 de l'ensemble GeoEAS.

Fichiers de données: FOUROU1.DAT et FOUROU11.DAT

Fichiers de sortie: STAT1.OUT et STAT11.OUT, respectivement.

Les fichiers de données sont de simples fichiers texte en code ASCII. Ces fichiers doivent comporter un en-tête propre aux fichiers manipulés par l'ensemble des programmes GeoEAS:

- la première ligne du fichier est considérée comme étant un titre (jusqu'à 80 caractères);

- la seconde ligne contient une valeur numérique spécifiant le nombre de variables numériques *nvar* contenues dans le fichier de données;

- les *nvar* lignes suivantes contiennent des identificateurs ou noms de variables (jusqu'à 10 caractères) et des commentaires (optionels) décrivant chacune des variables;
- les lignes suivantes, de *nvar+3* jusqu'au bout du fichier, sont considérées comme étant des données et doivent comporter *nvar* valeurs numériques par ligne.

### **3.3 Calcul de la matrice des coefficients de corrélation**

Software: MATLAB

Fichier de données: FOUROU11.DAT

Fichier de commandes: CORMAT.M

Fichier de sortie: COR11.OUT

### **3.4 Etude des corrélations (ACP)**

Software: MATLAB

Fichier de données: FOUORU11.DAT

Fichiers de commandes: FEXTRACT.M

Fichier de sortie: FRES11.DAT

### **3.5 Calcul des variogrammes expérimentaux directs**

Programme: GAMV2, une procédure de l'ensemble GSLIB.

Fichiers de données: FOUROU1.DAT et FOUROU11.DAT

Fichier de paramètres: GEXPI.PAR et GEXP11.PAR



Le fichier de paramètres pour GAMV2 est un simple fichier ASCII contenant les informations suivantes:

- le nom du fichier de données (dans un format GeoEAS);
- les numéros des colonnes contenant les coordonnées x et y;
- le nombre de variables et les numéros d'ordre des colonnes leur correspondant dans

le fichier de données;

- les valeurs minimale et maximale acceptables (utilisées pour écarter les valeurs extrêmes);

- le nom du fichier de sortie;
- le nombre d'intervalles de classes à balayer;

- la distance intervalle de classe;

- la tolérance sur l'intervalle de classe;

- le nombre de directions à considérer (*ndir*);

- les *ndir* lignes suivantes doivent contenir trois valeurs chacune correspondant respectivement à l'azimuth, la tolérance sur l'azimuth et la largeur de bande;

- le nombre de variogrammes à calculer (*nvarg*);

- les *nvarg* lignes suivantes doivent contenir trois valeurs entières:

- + le numéro de la première variable contribuant au calcul du variogramme;

- + le numéro de la seconde variable contribuant au calcul du variogramme;

- + le code indiquant le type de variogramme à calculer (le code 1 est utilisé

pour le demi-variogramme traditionnel).

Exécution du programme: le programme a été compilé sous environnement MS-DOS.

Il est à appeler dans cet environnement; l'utilisateur aura à indiquer le nom du fichier de paramètres.

Fichiers de sortie: GEXP1.VAR et GEXP11.VAR

Le programme source a été modifié pour produire des fichiers de sortie contenant les informations suivantes:

pour chaque variogramme il y aura *nlag* lignes contenant:

- la projection sur l'axe des abscisses de la distance de séparation;
- la projection sur l'axe des ordonnées de la distance de séparation;
- la valeur du variogramme;
- le nombre de paires de données ayant contribué au calcul de la valeur du

variogramme.

### **3.6 Transformation des données**

Software: MATLAB

Fichier de données: FOUROU11.DAT

Fichier de commandes: NORM.M (réalise la normalisation des données).

Fichier de sortie: FNORM9.DAT

### **3.7 Calcul des variogrammes expérimentaux directs et croisés**

Programme: GAMV2

Fichier de données: FNORM9.DAT

Fichier de paramètres: FNORM9.PAR (le code 1 est utilisé pour les variogrammes directs et le code 2 pour les variogrammes croisés).

Execution du programme: le programme a été compilé sous environnement MS-DOS.

Il est à appeler dans cet environnement; l'utilisateur aura à indiquer le nom du fichier de paramètres.

Fichier de sortie: VARIO9.VAR

Pour chaque variogramme il y aura *nlag* lignes contenant les informations suivantes:

- la distance de séparation;
- la valeur du variogramme;
- le nombre de paires pour l'intervalle de classe.

### 3.8 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation

Programme: COREG

Fichier de données et de paramètres: COREG.PAR (un fichier ASCII) contenant les informations suivantes:

- le nom du fichier de sortie;
- le nombre d'intervalles de classes; le nombre des fonctions variogramme de base; le nombre des variables et le nombre d'éléments dans chaque matrice  $B^i$ ;
- le nombre maximum d'itérations; la structure de base pour commencer l'ajustement;
- la métrique pour l'ajustement;
- la fréquence de visualisation des résultats de l'ajustement; contrôle de l'initialisation;
- les valeurs contraintes d'itérations;
- *nlag* lignes de coefficients de pondération et de valeurs calculés des fonctions variogramme de base, une colonne pour chaque structure de base et une ligne pour chaque intervalle de classe.

Fichier de commandes: COREG.M; il est utilisé pour générer, sous MATLAB,

COREG.PAR à partir de VARIO9.VAR.

Exécution du programme: le programme a été compilé sous environnement MS-DOS. Il est à appeler dans cet environnement; l'utilisateur aura à indiquer le nom du fichier de paramètres.

Fichier de sortie: NO3FIT.OUT contenant les coefficients de pondération de chaque structure de base du modèle ajusté.

### **3.9 Analyse factorielle (ACP) des matrices de corégionalisation**

Software: MATLAB

Fichier de données: NO3FIT.OUT

Fichiers de commandes:

- COREL.M: génère les fichiers des trois matrices de corégionalisation: B0.DAT, B1.DAT et B2.DAT;

- FACTOR.M: réalise l'ACP des matrices de corégionalisation en prenant B0.DAT, B1.DAT et B2.DAT comme fichiers de données. Les résultats seront stockés dans les fichiers FRES.DAT et FRES.RES .

### **3.10 Cokrigage factoriel**

Software: MATLAB

Fichiers de données: FNORM9.DAT, NO3FIT.OUT et ESTGRID.DAT qui contient les coordonnées des points à estimer.

Fichiers de commandes:

- COKRIM.M: fichier de commandes principal;

- COKRI2.M, MEANS.M, et TRANS.M: les fonctions MATLAB appelées par

COKRIM (Marcotte, 1991).

Fichiers de sortie:

- XOSF.DAT: valeurs estimées pour les facteurs principaux (trois pour chaque échelle spatiale);

- SF.DAT: les variances de cokrigeage des facteurs principaux.

### 3.11 Graphiques

Tous les graphes ont été réalisés en utilisant GRAPHER et SURFER (Golden Software, Inc).

## 4 Listing des fichiers de commandes, de données, de paramètres et de résultats

### 4.1 Paramètres statistiques monovariabiles

STAT1.OUT et STAT2.OUT sont listés dans les tableaux 3 et 5 respectivement.

### 4.2 Calcul de la matrice des coefficients de corrélation

CORMAT.M

```
load fourou11.dat;
[n,m] = size(fourou11);
x = fourou11(:,3:m);
y = corrcoef(x);
!del cor11.out
for i = 1:m-2,
    for j = 1:i,
        fprintf('cor11.out','%6.2f',y(i,j));
```

```

end,
fprintf('cor11.out','\n');
end

```

COR11.OUT est listé dans le tableau 6.

### 4.3 Etude des corrélations (ACP)

#### FEXTRACT.M

```

load fourou11.dat;
[n,m] = size(fourou11);
x = fourou11(:,3:m);
y = corrcoef(x);
[u,s,v] = svd(y);
f = v * sqrt(s);
f1 = f(:,1);
f2 = f(:,2);
f3 = f(:,3);
ss = sum(s);
tvar = sum(ss);
for i = 1:m-2,
    sss(i,1) = (ss(1,i) * 100) / tvar;
end
!del fres11.dat
for j = 1:m-2,
    fprintf('fres11.dat','%8.4f %8.4f %8.4f', f1(j,1), f2(j,1), f3(j,1));
    fprintf('fres11.dat','%8.4f %8.4f', ss(1,j), sss(j,1));
    fprintf('fres11.dat','\n');
end
end

```

#### FRES11.DAT

0.9662	-0.1120	0.0452	12.9206	47.8541
0.6802	0.1501	-0.0655	2.7524	10.1942
0.3330	-0.0359	0.5012	1.9265	7.1350
-0.1287	0.0137	-0.1940	1.9190	7.1075
0.3000	0.4344	-0.0438	1.1822	4.3787
0.5413	0.2897	0.1161	1.1274	4.1754
0.8948	0.0552	-0.0544	0.8083	2.9937
0.6841	0.4199	0.1040	0.6956	2.5764
0.5846	0.2670	-0.4568	0.6392	2.3673
0.7992	-0.2480	0.3242	0.5692	2.1080
0.8390	0.1238	-0.3007	0.4768	1.7659

0.6207	0.4004	0.0208	0.3309	1.2254
-0.6889	0.6344	-0.0086	0.2822	1.0451
0.7504	0.2546	-0.1744	0.2220	0.8220
0.8438	-0.2221	0.2688	0.1992	0.7378
0.9346	-0.0765	-0.1030	0.1926	0.7132
0.7457	0.2208	-0.3480	0.1655	0.6128
0.8988	-0.1425	0.1693	0.1333	0.4937
0.8012	0.1096	0.4033	0.1003	0.3716
-0.2330	0.3684	0.6688	0.0930	0.3445
0.3485	0.2946	0.2591	0.0700	0.2594
0.4238	0.3648	0.3903	0.0497	0.1841
0.8173	-0.1719	-0.2049	0.0462	0.1710
0.9375	-0.0865	-0.1070	0.0424	0.1569
-0.4166	0.6901	-0.0214	0.0357	0.1321
-0.4105	0.6883	-0.1589	0.0171	0.0633
0.8959	0.0965	-0.1603	0.0029	0.0106

#### 4.4 Calcul des variogrammes expérimentaux directs

GEXPL.PAR

Parameters for GAMV2M

\*\*\*\*\*

START OF PARAMETERS:

../fourou1.dat

1 2

27 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

-1.0e21 1.0e21

gexpl.var

20

50

20

18

0. 5.0 150

10 5.0 150

20 5.0 150

30 5.0 150

40 5.0 150

50 5.0 150

60 5.0 150

70 5.0 150

80 5.0 150

90 5.0 150

100 5.0 150

110 5.0 150

120 5.0 150  
130 5.0 150  
140 5.0 150  
150 5.0 150  
160 5.0 150  
170 5.0 150

27

1 1 1  
2 2 1  
3 3 1  
4 4 1  
5 5 1  
6 6 1  
7 7 1  
8 8 1  
9 9 1  
10 10 1  
11 11 1  
12 12 1  
13 13 1  
14 14 1  
15 15 1  
16 16 1  
17 17 1  
18 18 1  
19 19 1  
20 20 1  
21 21 1  
22 22 1  
23 23 1  
24 24 1  
25 25 1  
26 26 1  
27 27 1

**GEXP11.PAR**

Parameters for GAMV2M

\*\*\*\*\*

START OF PARAMETERS:

../fourou11.dat

1 2

27 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

-1.0e21 1.0e21

gexp11.var

20



50

20

18

0.	5.0	150
10	5.0	150
20	5.0	150
30	5.0	150
40	5.0	150
50	5.0	150
60	5.0	150
70	5.0	150
80	5.0	150
90	5.0	150
100	5.0	150
110	5.0	150
120	5.0	150
130	5.0	150
140	5.0	150
150	5.0	150
160	5.0	150
170	5.0	150

27

1	1	1
2	2	1
3	3	1
4	4	1
5	5	1
6	6	1
7	7	1
8	8	1
9	9	1
10	10	1
11	11	1
12	12	1
13	13	1
14	14	1
15	15	1
16	16	1
17	17	1
18	18	1
19	19	1
20	20	1
21	21	1
22	22	1
23	23	1
24	24	1
25	25	1

```
26 26 1
27 27 1
```

#### 4.5 Transformation des données

##### NORM.M

```
load fourou11.dat
[n,m] = size(fourou11);
nb = [8 13 14 18 19 21 25 26 29];
for i = 1:9
    x = fourou11(:,nb(i));
end
avg = mean(x);
s = std(x);
for i = 1:n
    for j = 1:9
        z(i,j) = (x(i,j)-avg(j))/s(j);
    end
end
end
!del fnorm9.dat
for i = 1:n
    fprintf('fnorm9.dat','%6g %6g',fourou11(i,1),fourou11(i,2));
    for j = 1:9
        fprintf('fnorm9.dat','%8.4f',z(i,j));
    end
    fprintf('fnorm9.dat','\n');
end
end
```

#### 4.6 Calcul des variogrammes expérimentaux directs et croisés

##### FNORM9.PAR

```
Parameters for GAMV2M
*****
```

```
START OF PARAMETERS:
../fnorm9.dat
1 2
9 3 4 5 6 7 8 9 10 11
-1.0e21 1.0e21
vario9.var
18
50
```

20

1

0. 90.0 1500

45

1	1	1
2	1	2
2	2	1
3	1	2
3	2	2
3	3	1
4	1	2
4	2	2
4	3	2
4	4	1
5	1	2
5	2	2
5	3	2
5	4	2
5	5	1
6	1	2
6	2	2
6	3	2
6	4	2
6	5	2
6	6	1
7	1	2
7	2	2
7	3	2
7	4	2
7	5	2
7	6	2
7	7	1
8	1	2
8	2	2
8	3	2
8	4	2
8	5	2
8	6	2
8	7	2
8	8	1
9	1	2
9	2	2
9	3	2
9	4	2
9	5	2
9	6	2
9	7	2

```
9 8 2
9 9 1
```

#### 4.7 Ajustement d'un modèle linéaire de corégionalisation

##### COREG.M

```
range = [200;800];
lag = 18;
var = 45;
load variol1.var;
x = variol1(:,2);
gam = reshape(x,lag,var);
dis = variol1(1:lag,1);
for i = 1:lag,
    g(i,1) = 1;
    g(i,2) = 1;
    if dis(i) <= range(1),
        g(i,3) = 3/2 * dis(i) / range(1) - 0.5 * dis(i)^3 / range(1)^3;
    else
        g(i,3) = 1;
    end;
    if dis(i) <= range(2),
        g(i,4) = 3/2 * dis(i) / range(2) - 0.5 * dis(i)^3 / range(2)^3;
    else
        g(i,4) = 1;
    end;
end;
!del coreg.par
fprintf('coreg.par', '          Parameters for COREG \n');
fprintf('coreg.par', '          ***** \n');
fprintf('coreg.par', 'START OF PARAMETERS \n');
fprintf('coreg.par', 'no3fit.out \n');
fprintf('coreg.par', '18 3 9 45 \n');
fprintf('coreg.par', '3000 2 \n');
fprintf('coreg.par', '1 1 \n');
fprintf('coreg.par', '5 2 \n');
fprintf('coreg.par', '0.00001 0.00001 0.00001 \n');
for i = 1:lag;
    fprintf('coreg.par', '%8.0f',g(i,1));
    fprintf('coreg.par', '%8.6f %8.6f %8.6f \n',g(i,2),g(i,3), g(i,4));
end
for i = 1:lag;
    for j = 1:var,
        fprintf('coreg.par', '%8.6f',gam(i,j));
```

```

end,
fprintf('coreg.par', '\n');
end

```

**COREG.PAR**

Parameters for COREGM

\*\*\*\*\*

START OF PARAMETERS :

no3fit.out

18 3 10 45

3000 2

1 1

5 2

0.000001 0.000001 0.000001

1 1.000000 0.367188 0.093628

1 1.000000 0.719428 0.197200

1 1.000000 0.894709 0.267755

1 1.000000 0.999222 0.359140

1 1.000000 1.000000 0.466337

1 1.000000 1.000000 0.542251

1 1.000000 1.000000 0.621177

1 1.000000 1.000000 0.692519

1 1.000000 1.000000 0.759406

1 1.000000 1.000000 0.817837

1 1.000000 1.000000 0.866469

1 1.000000 1.000000 0.914003

1 1.000000 1.000000 0.946035

1 1.000000 1.000000 0.977844

1 1.000000 1.000000 0.995137

1 1.000000 1.000000 1.000000

1 1.000000 1.000000 1.000000

1 1.000000 1.000000 1.000000

0.37354 0.09581 0.17988 0.07145 0.03793 0.28777 0.13294 0.11434 0.00441

0.23084 0.10814 0.13801 0.03609 0.06488 0.27147 0.11088 0.06577 0.10739

0.10106 0.03585 0.24335 0.06516 0.07983 -0.00010 0.16040 0.04209 0.04855

0.19944 0.13627 0.11734 0.00177 0.23278 0.06526 0.10264 0.16216 0.23819

0.06232 0.10153 0.04062 0.06881 0.12995 0.04867 0.06829 0.06983 0.14366

0.58460 0.14834 0.29509 0.10944 0.10949 0.52194 0.18365 0.20684 0.11656

0.34704 0.20655 0.26177 0.12013 0.16477 0.43392 0.16451 0.13097 0.16303

0.15535 0.11209 0.33247 0.08922 0.15817 0.09840 0.27885 0.13172 0.09307

0.36454 0.18302 0.20972 0.10335 0.33929 0.16468 0.15550 0.27394 0.33942

0.11244 0.20421 0.12799 0.16381 0.24184 0.10875 0.16906 0.16232 0.26090

0.64319 0.18356 0.42095 0.14335 0.15833 0.56764 0.23464 0.29795 0.16169

0.45447 0.24451 0.40085 0.16153 0.27117 0.63330 0.20075 0.15926 0.20163

0.18910 0.14844 0.40320 0.12337 0.23899 0.12173 0.40064 0.23369 0.11780

0.54612	0.23518	0.29951	0.14738	0.44807	0.26938	0.18917	0.39760	0.44961
0.14922	0.31278	0.16891	0.26516	0.36958	0.14132	0.27930	0.26300	0.37740
0.75607	0.21694	0.49740	0.15327	0.23432	0.68526	0.24621	0.36737	0.21575
0.51674	0.30262	0.46323	0.23520	0.33196	0.66882	0.23914	0.24003	0.27056
0.26862	0.22068	0.49124	0.13367	0.29408	0.15281	0.45745	0.28400	0.18633
0.60338	0.24901	0.36869	0.20190	0.51103	0.33069	0.26507	0.45748	0.51393
0.17808	0.38452	0.24690	0.33525	0.42519	0.22096	0.33474	0.33415	0.44782
0.82242	0.25411	0.59279	0.21240	0.31402	0.77785	0.30360	0.49204	0.29322
0.69011	0.37734	0.58509	0.31756	0.49217	0.83059	0.29224	0.27967	0.33365
0.34291	0.28499	0.56836	0.18614	0.42187	0.21812	0.65910	0.44777	0.25796
0.86760	0.30631	0.49228	0.27943	0.68355	0.49041	0.33928	0.65712	0.68496
0.23462	0.48338	0.33733	0.46877	0.55421	0.27780	0.47919	0.46630	0.56526
0.81676	0.27718	0.66272	0.20795	0.36889	0.86321	0.33480	0.54647	0.33818
0.74286	0.37324	0.60287	0.34925	0.50538	0.80980	0.30412	0.36770	0.38881
0.43158	0.33418	0.66826	0.22231	0.46690	0.24700	0.69512	0.44675	0.33546
0.87596	0.33934	0.54776	0.32048	0.73597	0.50104	0.42796	0.69326	0.73843
0.24832	0.54805	0.38405	0.51504	0.57012	0.37037	0.50238	0.51313	0.62027
0.87874	0.31950	0.73670	0.26774	0.40301	0.90262	0.39021	0.64258	0.38663
0.87625	0.41979	0.68177	0.39534	0.61799	0.90473	0.35026	0.38500	0.41458
0.48274	0.36485	0.70893	0.26995	0.56695	0.28712	0.85074	0.56760	0.39005
1.07900	0.39461	0.64313	0.36931	0.86762	0.61322	0.47711	0.84867	0.86804
0.29879	0.61583	0.42738	0.61006	0.64621	0.40521	0.61274	0.60758	0.69238
0.93723	0.38282	0.83193	0.30302	0.46518	0.95953	0.47099	0.71879	0.44691
0.95883	0.48758	0.75663	0.45347	0.67656	0.95557	0.40121	0.47029	0.47408
0.57333	0.42896	0.80940	0.33981	0.63503	0.32768	0.91305	0.61976	0.47461
1.11317	0.47414	0.72254	0.42767	0.95348	0.67436	0.57111	0.91444	0.95803
0.36241	0.71004	0.49255	0.69473	0.71527	0.50724	0.67865	0.69579	0.78083
0.97798	0.41372	0.90485	0.32296	0.45719	0.94849	0.52093	0.81964	0.46503
1.09687	0.53274	0.86412	0.46679	0.80972	1.11067	0.43278	0.45193	0.46375
0.58952	0.44041	0.79996	0.38668	0.74080	0.35295	1.07021	0.76101	0.49022
1.29818	0.52224	0.82310	0.44620	1.08973	0.80803	0.58465	1.06951	1.09153
0.39503	0.75806	0.48358	0.77828	0.81009	0.48490	0.77422	0.77797	0.82287
1.03636	0.48924	0.99888	0.40503	0.57462	1.07924	0.59719	0.88985	0.56465
1.15347	0.59484	0.93078	0.57359	0.85289	1.15650	0.50909	0.57003	0.55826
0.69050	0.52094	0.91913	0.44164	0.78593	0.42548	1.08223	0.78024	0.56959
1.25592	0.59860	0.89639	0.54853	1.15121	0.85229	0.69130	1.08530	1.15789
0.47596	0.88258	0.60519	0.86476	0.89958	0.62502	0.82551	0.86727	0.96565
1.00263	0.48991	1.01942	0.39614	0.56547	1.04398	0.59136	0.92066	0.55679
1.18588	0.59222	0.95269	0.55843	0.89157	1.17422	0.49630	0.54566	0.52847
0.67670	0.49503	0.91101	0.45070	0.82178	0.41908	1.12788	0.81684	0.56675
1.31139	0.59316	0.92808	0.53892	1.18254	0.89166	0.67565	1.13026	1.18848
0.47900	0.89661	0.59336	0.90097	0.91107	0.60985	0.86470	0.90425	0.97129
1.09771	0.56855	1.13659	0.46047	0.69431	1.17252	0.69217	1.01978	0.67568
1.28416	0.66718	1.02340	0.66613	0.94654	1.22240	0.58831	0.69105	0.62694
0.81020	0.60099	1.04383	0.52829	0.88541	0.51653	1.17700	0.84703	0.65804
1.30626	0.69535	1.02869	0.65596	1.28211	0.94787	0.81249	1.17804	1.28894
0.55919	1.04064	0.73581	1.01956	1.00493	0.75649	0.94353	1.02427	1.13877

1.06837	0.54587	1.10152	0.44336	0.65118	1.10746	0.66242	0.98881	0.63746
1.25275	0.65053	0.98809	0.62910	0.92084	1.18028	0.56852	0.61731	0.57762
0.75281	0.54903	1.00472	0.51967	0.86246	0.49151	1.16532	0.83071	0.61388
1.31073	0.66553	0.99945	0.61811	1.25166	0.92517	0.75472	1.16821	1.25942
0.54867	0.99099	0.68845	0.98218	0.96664	0.68682	0.92086	0.98818	1.08555
1.13203	0.57683	1.20073	0.46947	0.72682	1.15487	0.70964	1.04588	0.69644
1.26857	0.69625	1.05651	0.66348	0.96922	1.21506	0.60547	0.69502	0.61495
0.80899	0.60313	1.07627	0.55355	0.90170	0.53994	1.15536	0.86625	0.66303
1.28217	0.71116	1.05761	0.68198	1.26652	0.97429	0.81114	1.15793	1.27364
0.59792	1.11791	0.77437	1.07161	1.04314	0.78965	0.98771	1.07941	1.23888
1.11660	0.55847	1.21706	0.46236	0.71008	1.12881	0.67096	1.03301	0.66234
1.24284	0.65753	1.05578	0.63536	0.93292	1.19771	0.59674	0.65867	0.58368
0.79399	0.56218	1.06479	0.49615	0.88131	0.49805	1.12351	0.82915	0.64634
1.25582	0.67489	1.04604	0.64988	1.24436	0.94076	0.79801	1.12971	1.25520
0.58499	1.11259	0.74059	1.05047	1.03388	0.75591	0.97030	1.06047	1.22224
1.17437	0.61333	1.37128	0.50225	0.81926	1.17199	0.70972	1.14383	0.72679
1.29886	0.70365	1.16140	0.70233	1.00571	1.26751	0.65463	0.83083	0.68428
0.91326	0.68239	1.19280	0.51443	0.94617	0.55747	1.14051	0.86550	0.72111
1.24472	0.71426	1.16078	0.72185	1.30121	1.01335	0.91950	1.14470	1.31282
0.63541	1.29338	0.86635	1.17541	1.14962	0.93364	1.04657	1.19017	1.42161
1.05962	0.53463	1.32418	0.41726	0.76072	1.11292	0.59695	1.07088	0.66600
1.21023	0.62225	1.12155	0.63921	0.92717	1.23627	0.59701	0.74451	0.62347
0.84634	0.61418	1.16405	0.40655	0.87993	0.50553	1.06391	0.78960	0.67068
1.17188	0.60391	1.08877	0.66061	1.21434	0.93792	0.85207	1.06939	1.22780
0.55616	1.22026	0.80059	1.09365	1.09151	0.85792	0.97751	1.10813	1.33590
1.15114	0.56430	1.33533	0.50737	0.80344	1.13896	0.64756	1.07597	0.70394
1.21022	0.67095	1.13195	0.68507	0.94037	1.25392	0.64911	0.82378	0.70438
0.89995	0.68071	1.25300	0.44243	0.84851	0.51175	1.02459	0.78315	0.67187
1.09809	0.65246	1.08984	0.70090	1.20921	0.94649	0.90353	1.02475	1.21700
0.59787	1.26983	0.86022	1.12422	1.13141	0.95418	0.95900	1.13491	1.41785

### NO3FIT.OUT

0.2186	0.0201	0.0480	0.0338	-0.0111	0.1129	0.0765	0.0031	-0.0427
0.0809	0.0388	0.0259	-0.0046	-0.0322	0.1230	0.0400	-0.0159	0.0329
0.0202	-0.0054	0.1048	0.0161	-0.0037	0.0139	0.0127	-0.0277	0.0131
0.0114	0.0716	0.0031	-0.0416	0.0799	-0.0321	0.0197	0.0102	0.0831
-0.0575	-0.0116	-0.0072	-0.0473	0.0307	-0.0521	-0.0167	-0.0482	0.0576
0.3060	-0.0039	0.0351	-0.0472	-0.0576	0.3362	-0.0562	-0.0008	-0.0084
0.0914	0.0552	0.0590	-0.0366	0.0315	0.2207	-0.0118	-0.0066	0.0372
-0.0615	-0.0462	0.0538	-0.0651	-0.0164	-0.0826	0.1612	0.0339	-0.1099
0.3740	-0.0492	0.0001	-0.0250	0.0843	0.0263	-0.0583	0.1595	0.0817
0.0156	0.0048	-0.0361	-0.0005	0.0155	-0.0050	0.0105	0.0009	0.0070
0.5996	0.5540	1.1544	0.4827	0.8040	0.7109	0.6604	1.0695	0.7388

1.1211	0.5804	1.0127	0.7181	0.9875	0.9256	0.5785	0.7345	0.5688
0.8815	0.6816	0.9518	0.5565	0.9392	0.5941	1.0064	0.8702	0.7826
0.9335	0.6622	1.0794	0.7405	1.1281	0.9961	0.8792	1.0134	1.1355
0.6260	1.1372	0.8131	1.1274	1.0241	0.8543	0.9999	1.1343	1.1726

#### 4.8 Analyse factorielle (ACP) des matrices de corégionalisation

##### COREL.M

```

load no3fit.out;
b = no3fit';
clear no3fit;
var = 9;
% Filling the coregionalization matrices
it = 1;
for i = 1:var,
    for j = 1:i,
        b0(i,j) = b(it,1);
        b0(j,i) = b(it,1);
        b1(i,j) = b(it,2);
        b1(j,i) = b(it,2);
        b2(i,j) = b(it,3);
        b2(j,i) = b(it,3);
        it = it + 1;
    end,
end;
for i = 1:var,
    for j = 1:var,
        fprintf('b0.dat', '%9.4f', b0(i,j));
        fprintf('b1.dat', '%9.4f', b1(i,j));
        fprintf('b2.dat', '%9.4f', b2(i,j));
    end,
    fprintf('b0.dat', '\n');
    fprintf('b1.dat', '\n');
    fprintf('b2.dat', '\n');
end;

```

##### B0.DAT

0.2186	0.0201	0.0338	0.0765	0.0388	0.0400	0.0161	0.0716	-0.0575
0.0201	0.0480	-0.0111	0.0031	0.0259	-0.0159	-0.0037	0.0031	-0.0116
0.0338	-0.0111	0.1129	-0.0427	-0.0046	0.0329	0.0139	-0.0416	-0.0072
0.0765	0.0031	-0.0427	0.0809	-0.0322	0.0202	0.0127	0.0799	-0.0473



0.0388	0.0259	-0.0046	-0.0322	0.1230	-0.0054	-0.0277	-0.0321	0.0307
0.0400	-0.0159	0.0329	0.0202	-0.0054	0.1048	0.0131	0.0197	-0.0521
0.0161	-0.0037	0.0139	0.0127	-0.0277	0.0131	0.0114	0.0102	-0.0167
0.0716	0.0031	-0.0416	0.0799	-0.0321	0.0197	0.0102	0.0831	-0.0482
-0.0575	-0.0116	-0.0072	-0.0473	0.0307	-0.0521	-0.0167	-0.0482	0.0576

**B1.DAT**

0.3060	-0.0039	-0.0472	-0.0562	0.0552	-0.0118	-0.0651	-0.0492	0.0156
-0.0039	0.0351	-0.0576	-0.0008	0.0590	-0.0066	-0.0164	0.0001	0.0048
-0.0472	-0.0576	0.3362	-0.0084	-0.0366	0.0372	-0.0826	-0.0250	-0.0361
-0.0562	-0.0008	-0.0084	0.0914	0.0315	-0.0615	0.1612	0.0843	-0.0005
0.0552	0.0590	-0.0366	0.0315	0.2207	-0.0462	0.0339	0.0263	0.0155
-0.0118	-0.0066	0.0372	-0.0615	-0.0462	0.0538	-0.1099	-0.0583	-0.0050
-0.0651	-0.0164	-0.0826	0.1612	0.0339	-0.1099	0.3740	0.1595	0.0105
-0.0492	0.0001	-0.0250	0.0843	0.0263	-0.0583	0.1595	0.0817	0.0009
0.0156	0.0048	-0.0361	-0.0005	0.0155	-0.0050	0.0105	0.0009	0.0070

**B2.DAT**

0.5996	0.5540	0.4827	0.6604	0.5804	0.5785	0.5565	0.6622	0.6260
0.5540	1.1544	0.8040	1.0695	1.0127	0.7345	0.9392	1.0794	1.1372
0.4827	0.8040	0.7109	0.7388	0.7181	0.5688	0.5941	0.7405	0.8131
0.6604	1.0695	0.7388	1.1211	0.9875	0.8815	1.0064	1.1281	1.1274
0.5804	1.0127	0.7181	0.9875	0.9256	0.6816	0.8702	0.9961	1.0241
0.5785	0.7345	0.5688	0.8815	0.6816	0.9518	0.7826	0.8792	0.8543
0.5565	0.9392	0.5941	1.0064	0.8702	0.7826	0.9335	1.0134	0.9999
0.6622	1.0794	0.7405	1.1281	0.9961	0.8792	1.0134	1.1355	1.1343
0.6260	1.1372	0.8131	1.1274	1.0241	0.8543	0.9999	1.1343	1.1726

**FCATOR.M**

```

load b0.dat;
load b1.dat;
load b2.dat;
var = 9;
for i = 1:var,
    r0(i,j) = b0(i,j)/sqrt(b0(i,i)*b0(j,j));
    r1(i,j) = b1(i,j)/sqrt(b1(i,i)*b1(j,j));
    r2(i,j) = b2(i,j)/sqrt(b2(i,i)*b2(j,j));
end;
[u0,s0,v0] = svd(r0);
[u1,s1,v1] = svd(r1);
[u2,s2,v2] = svd(r2);

```

```

f0 = v0 * sqrt(s0);
f1 = v1 * sqrt(s1);
f2 = v2 * sqrt(s2);
ft = [f0 f1 f2];
nb = [1 2 3 var+1 var+2 var+3 2*var+1 2*var+2 2*var+3];
for i = 1:9,
    fres(:,i) = ft(:,nb(i));
end;
l0 = diag(so);
l1 = diag(s1);
l2 = diag(s2);
tvar0 = sum(l0);
tvar1 = sum(l1);
tvar2 = sum(l2);
for i = 1:var,
    pvar0(i,1) = (l0(i,1) * 100)/tvar;
    pvar1(i,1) = (l1(i,1) * 100)/tvar;
    pvar2(i,1) = (l2(i,1) * 100)/tvar;
end;
lres = [l0 pvar0 l1 pvar1 l2 pvar2];
!del fres.dat
!del fres.res
for i = 1:var,
    for j = 1:9,
        fprintf('fres.dat','%8.4f',fres(i,j));
    end,
    fprintf('fres.dat','\n');
    for k = 1:6,
        fprintf('fres.res','%9.4f',lres(i,k));
    end,
    fprintf('fres.res','\n');
end
end

```

## FRES.RES

3.7391	41.5355	3.8878	43.1964	7.9298	88.1077
1.9726	21.9121	2.4296	26.9951	0.4917	5.4628
1.5418	17.1272	1.1654	12.9482	0.3550	3.9448
0.9025	10.0257	0.9976	11.0839	0.2059	2.2876
0.7024	7.8029	0.3857	4.2854	0.0144	0.1595
0.1423	1.5806	0.1179	1.3095	0.0032	0.0358
0.0011	0.0123	0.0160	0.1772	0.0001	0.0009
0.0002	0.0022	0.0003	0.0032	0.0001	0.0007
0.0001	0.0015	0.0001	0.0010	0.0000	0.0002

## FRES.DAT

```
0.6140 -0.1951 0.5944 0.1608 -0.4975 0.5307 0.8299 -0.4075 0.3102
0.0078 -0.5288 0.4372 -0.1919 -0.7150 -0.6187 0.9520 0.2922 -0.0072
-0.0323 0.7898 0.5135 0.3503 0.6970 -0.2543 0.8851 0.1622 0.3802
0.8779 -0.4152 -0.1800 -0.9292 0.3381 -0.0851 0.9928 -0.0121 -0.1058
-0.4743 -0.4466 0.6954 -0.4001 -0.5859 -0.4693 0.9781 0.1711 0.0405
0.5238 0.4073 0.3613 0.9368 0.0402 -0.0812 0.8524 -0.4099 -0.1468
0.7232 0.5511 -0.1122 -0.8992 0.2366 0.2341 0.9590 -0.0139 -0.2573
0.8527 -0.4310 -0.1842 -0.9501 0.2904 -0.0208 0.9919 -0.0021 -0.1090
-0.9169 -0.0629 -0.2018 -0.3000 -0.7652 0.3834 0.9895 0.1273 -0.0420
```

## 4.9 Cokrigeage factoriel

### ESTGRID.M

```
eastmin = 6000;
eastmax = 7500;
northmin = 14600;
northmax = 15800;
k = 1;
for i = eastmin:50:eastmax,
    for j = northmin:50:northmax,
        east(k,1) = i;
        north(k,1) = j;
        k = k+1;
    end,
end;
[n,m] = size(east);
!del eastgrid.dat
for i = 1:n,
    fprintf('eastgrid.dat','%6g %6g',east(i,1),north(i,1));
    fprintf('eastgrid.dat','\n');
end;
```

### COKRIM.M

```
clear
load fnorm9.dat;
x = fnorm9;
clear fnorm9;
[n var0] = size(x);
var = var0-2;
vari = var*(var+1)/2;
```

```

for i = 1:n,
    x(i,var0+1) = NaN;
    x(i,var0+2) = NaN;
    x(i,var0+3) = NaN;
    x(i,var0+4) = NaN;
    x(i,var0+5) = NaN;
    x(i,var0+6) = NaN;
    x(i,var0+7) = NaN;
    x(i,var0+8) = NaN;
    x(i,var0+9) = NaN;
end;
load estgrid.dat;
x0 = estgrid;
clear estgrid;
model = [1      1
         4    200
         4    800];
load b0.dat;
load b1.dat;
load b2.dat;
[c0,l0] = eig(b0);
[c1,l1] = eig(b1);
[c2,l2] = eig(b2);

ct=[sqrt(l0(var,var))*c0(:,var),sqrt(l0(var-1,var-1))*c0(:,var-1),sqrt(l0(var-2,var-2)) * c0(:,var-2),zeros(var,6)];
vt = zeros(9,9);
vt(1,1) = l0(var,var);
vt(2,2) = l0(var-1,var-1);
vt(3,3) = l0(var-2,var-2);
v0t = [b0,ct;ct',vt];

ct=[zeros(var,3),sqrt(l1(var,var))*c1(:,var),sqrt(l1(var-1,var-1))*c1(:,var-1),sqrt(l1(var-2,var-2)) * c1(:,var-2),zeros(var,3)];
vt = zeros(9,9);
vt(4,4) = l1(var,var);
vt(5,5) = l1(var-1,var-1);
vt(6,6) = l1(var-2,var-2);
v1t = [b1,ct;ct',vt];

ct=[zeros(var,6),sqrt(l2(var,var))*c2(:,var),sqrt(l2(var-1,var-1))*c2(:,var-1),sqrt(l2(var-2,var-2)) * c2(:,var-2)];
vt = zeros(9,9);
vt(7,7) = l2(var,var);
vt(8,8) = l2(var-1,var-1);
vt(9,9) = l2(var-2,var-2);
v2t = [b2,ct;ct',vt];

```

```

c = [v0;v1;v2];
type = 1;
block = [1 1];
nd = [1 1];
avg = [0 0 0];
ival = 0;
nk = 8;
rad = 300;
ntok = 1;
[x0,s,sv,id,b] = cokr(x,x0,model,c,type,avg,block,nd,ival,nk,rad,ntok);
[m,d] = size(x0);
idel x0sz.dat
for i = 1:m,
    fprintf('x0sz.dat','%6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f',x0s(i,1),x0s(i,2));
    for j = 3:var+2,
        fprintf('x0sz.dat','%8.4f',x0s(i,j));
    end,
    fprintf('x0sz.dat','\n');
end;

idel x0sf.dat
for i = 1:m,
    fprintf('x0sf.dat','%6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f',x0s(i,1),x0s(i,2));
    for j = var+3:var+11,
        fprintf('x0sf.dat','%8.4f',x0s(i,j));
    end,
    fprintf('x0sf.dat','\n');
end;

idel sz.dat
for i = 1:m,
    fprintf('sz.dat','%6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f',s(i,1),s(i,2));
    for j = 3:var+2,
        fprintf('sz.dat','%8.4f',s(i,j));
    end,
    fprintf('sz.dat','\n');
end;

idel sf.dat
for i = 1:m,
    fprintf('sf.dat','%6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f %6.0f',s(i,1),s(i,2));
    for j = var+3:var+11,
        fprintf('sf.dat','%8.4f',s(i,j));
    end,
    fprintf('sf.dat','\n');
end;

```

## COKRI.M

```
function [x0s,s,sv,id,l] = cokri (x, x0, model, c, itype, avg, block, nd, ival,
nk, rad, ntok)
%
% COKRI performs point or block cokriging in D dimensions (any integer)
%       of P variables (any integer) with a combination of K basic models
%       (any integer).
%
% Syntax:
% [x0s,s,sv,id,l]=cokri(x,x0,model,c,itype,avg,block,nd,ival,nk,rad,ntok)
%
% Input description:
% x: The n x (p+d) data matrix. This data matrix can be imported from an
%     existing ascii file. Missing values are coded 'nan' (not-a-number).
% x0: The m x d matrix of coordinates of points to estimate.
% model: Each row of this matrix describes a different elementary structure.
%        The first column is a code for the model type, the d following
%        columns give the ranges along the different coordinates and the
%        subsequent columns give rotation angles (a maximum of three).
%        The codes for the current models are:
%            1: nugget effect
%            2: exponential model
%            3: gaussian model
%            4: spherical model
%            5: linear model
%        Note: a linear model is specified by arbitrary ranges and a sill
%              such that sill/range gives the desired slope in the direction
%              considered.
% c: The (rp x p) coefficient matrix of the coregionalization model.
%     Position (i,j) in each submatrix of size p x p give the sill of the
%     elementary component for each cross-variogram (variogram) between
%     variable i and variable j.
% itype: Code to indicate which type of cokriging is to be performed:
%         1: simple cokriging
%         2: ordinary cokriging with one nonbias condition
%           (Isaaks and Srivastava).
%         3: ordinary cokriging with p nonbias condition.
%         4: universal cokriging with drift of order 1.
%         5: universal cokriging with drift of order 2.
%         99: cokriging is not performed, only sv is computed.
% block: Vector (1 x d), giving the size of the block to estimate;
%        any values when point cokriging is required.
% nd: Vector (1 x d), giving the discretization grid for block cokriging;
%     put every element equal to 1 for point cokriging.
% ival: Code for cross-validation.
```

```

%           0: no cross-validation
%           1: cross-validation is performed by removing one variable
%           at a time at a given location.
%           2: cross-validation is performed by removing all variables
%           at a given location.
%   nk: Number of nearest neighbors in x matrix to use in the cokriging
%       (this includes locations with missing values even if all variables
%       are missing).
%   rad: Search radius for neighbors.
%   ntok: Points in x0 will be kriged by groups of ntok grid points.
%         When ntok>1, the search will find the nk nearest samples within
%         distance rad from the current ntok grid points centroid.
%
%-----
% Output description:
%
% For the usual application, only x0s and s are required and the other
% output matrices may be omitted.
%
%   x0s: m x (d+p) matrix of the m points (blocks) to estimate by the
%         d coordinates and p cokriged estimates.
%   s: m x (d+p) matrix of the m points (blocks) to estimate by the
%         d coordinates and the p cokriging variances.
%   sv: 1 x p vector of variances of points (blocks) in the universe.
%   id: (nk x p) x 2 matrix giving the identifiers of the lambda weights
% for the last cokriging system solved.
%   l: ((nk x p) + nc) x (ntok x p) matrix with lambda weights and
%       Lagrange multipliers of the last cokriging system solved.
%
%
casesen off;
% definition of some constants.
[m,d]=size(x0);
% check for cross-validation
if ival>=1,
    ntok=1;
    x0=x(:,1:d);
    nd=ones(1,d);
    [m,d]=size(x0);
end
[rp,p]=size(c);
[n,t]=size(x);
nk=min(nk,n);
ntok=min(ntok,m);
idp=[1:p]';
ng=prod(nd);

```

```

% echo of data and input options and parameters

%echo_input=['dimension ',num2str(d)]
%echo_input=['number of variables ',num2str(p)]
%'Strike any key when ready',pause
%x
%['Strike any key when ready'],pause
%x0
%['Strike any key when ready'],pause
%model
%c
%['Strike any key when ready'],pause
%itype,ival
%avg
%block,nd
%['Strike any key when ready'],pause
%nk,rad,ntok

% compute point (ng=1) or block (ng>1) variance

for i=1:d,
    nl=prod(nd(1:i-1));
    nr=prod(nd(i+1:d));
    t=[.5*(1/nd(i)-1):1/nd(i):.5*(1-1/nd(i))];
    t2=[t2,kron(ones(nl,1),kron(t,ones(nr,1)))];
end
grid=t2.*(ones(ng,1)*block);
t=[grid,zeros(ng,p)];

% for block cokriging, a double grid is created by shifting slightly the
% original grid to avoid the zero distance effect (Journel and Huijbregts,
p.96).

if ng>1,
    grid=grid+ones(ng,1)*block/(ng*1e6);
end
[x0s,s,id,l,k0]=cokri2(t,grid,[],model,c,sv,99,avg,ng);

% sv contain the variance of points or blocks in the universe

for i=1:p;
    sv=[sv,means(means(k0(i:p:ng*p,i:p:ng*p)))];
end

% start cokriging

for i=1:ntok:m,

```



```

nnx=min(m-i+1,ntok);
{'kriging points #',num2str(i),' to ', num2str(i+nnx-1)}

% sort x samples in increasing distance relatively to % centroid of
'ntok'
% points to kriging

centx0=ones(n,1)*means(x0(i:i+nnx-1,:));
tx=[x(:,1:d)-centx0].*[x(:,1:d)-centx0]*ones(d,1);
[tx,j]=sort(tx);

% keep samples inside search radius; create an identifier % of each sample
% and variable (id)

t=[];
id=[];
ii=1;
tx=[tx;nan];
while ii<=nk & tx(ii)<rad*rad,
    t=[t;x(j(ii),:)];
    id=[id;[ones(p,1)*j(ii),idp]];
    ii=ii+1;
end
t2=x0(i:i+nnx-1,:);

% if block cokriging discretize the block

t2=kron(t2,ones(ng,1))-kron(ones(nnx,1),grid);

% check for cross-validation

if ival>=1,
    est=zeros(1,p);
    sest=zeros(1,p);

    % each variable is cokriged in its turn

    if ival==1,
        np=1;
    else
        np=p;
    end
    for ip=1:np:p,

        % because of the sort, the closest sample is the sample to
        % cross-validate and its value is in row 1 of t; a temporary vector
        % keeps the original values before performing cokriging.

```

```

    vtemp=t(1,d+ip:d+ip+np-1);
    t(1,d+ip:d+ip+np-1)=ones(1,np)*nan;
    [x0ss,ss] = cokri2(t,t2,id,model,c,sv,itype,avg,ng);
    est(ip:ip+np-1)=x0ss(ip:ip+np-1);
    sest(ip:ip+np-1)=ss(ip:ip+np-1);
    t(1,d+ip:d+ip+np-1)=vtemp;
end
x0s=[x0s;[t2,est]];
s=[s;[t2,sest]];
else
    [x0ss,ss,id,l]=cokri2(t,t2,id,model,c,sv,itype,avg,ng);
    x0s=[x0s;[x0(i:i+nnx-1,:),x0ss]];
    s=[s;[x0(i:i+nnx-1,:),ss]];
end
end
end

```

## COKRI2.M

```

function [x0s,s,id,l,k0]=cokri2(x,x0,id,model,c,sv,itype, avg,ng)
%
% COKRI2 : This function is called from COKRI. The description % for input and
output is given in COKRI. The only new % variables are 'k0' which is the
right member matrix of the % cokriging system and 'ng' which is the total
number of % points for block discretization.

% here we define the equations for the various covariograms. % Any new model
can be added here.

Gam=['h==0 %nugget
      'exp(-h) %exponential
      'exp(-(h).^2) %gaussian
      '1-(1.5*min(h,1)/1-.5*(min(h,1)/1).^3) %spherical
      '1-h %linear

% definition of some constants

[n,t]=size(x);
[rp,p]=size(c);
r=rp/p;
[m,d]=size(x0);

% if no samples found in the search radius, return NaN

if n==0,
    x0s=NaN*ones(m/ng,p);

```

```

s=NaN*ones(m/ng,p);
return
end
cx=[x(:,1:d);x0];

% calculation of left covariance matrix K and right covariance % matrix K0
k=zeros(n*p,(n+m)*p);
for i=1:r,

    % calculation of matrix of reduced rotated distances H

    [t]=trans(cx,model,i);
    t=t*t';
    h=sqrt(-2*t+diag(t)*ones(1,n+m)+ones(n+m,1)*diag(t)');
    h=h(1:n,:);
    ji=(i-1)*p+1; js=i*p;

    % evaluation of the current basic structure

    g=eval(Gam(model(i,1),:));
    k=k+kron(g,c(ji:js,:));
end
k0=k(:,n*p+1:(n+m)*p); k=k(:,1:n*p);

% constraints are added according to cokriging type

if itype==99,

    % the system does not have to be solved
    return
end
if itype==2,

    % cokriging with one non-bias condition (Isaaks and Srivastava, 1990, p.410)

    k=[k,ones(n*p,1);ones(1,n*p),0]; k0=[k0;ones(1,m*p)]; nc=1;
elseif itype>=3,

    % ordinary cokriging (Myers, Math. Geol, 1982)

    t=kron(ones(1,n),eye(p));
    k=[k,t';t,zeros(p,p)];
    k0=[k0;kron(ones(1,m),eye(p))]; nc=p;

    % cokriging with one non-bias condition in the z direction

```

```
if itype == 3.5,
```

```
    t=kron(cx(1:n,d),ones(p,1));  
    k=[k,[t;zeros(p,1)];[t',zeros(1,1+p)]];  
    t=kron(cx(n+1:n+m,d)',ones(1,p));  
    k0=[k0;t];  
    nc=nc+1;
```

```
end;
```

```
if itype >=4,
```

```
    % universal cokriging ; linear drift constraints
```

```
    t=kron(cx(1:n,:),ones(p,1));  
    k=[k,[t;zeros(p,d)];[t',zeros(d,d+p)]];  
    t=kron(cx(n+1:n+m,:),ones(1,p));  
    k0=[k0;t];  
    nc=nc+d;
```

```
end;
```

```
if itype==5,
```

```
    % universal cokriging ; quadratic drift constraints
```

```
    nca=d*(d+1)/2;  
    cx2=[];  
    for i=1:d,  
        for j=i:d,  
            cx2=[cx2,[cx(:,i).*cx(:,j)]];  
        end  
    end  
    t=kron(cx2(1:n,:),ones(p,1));  
    k=[k,[t;zeros(nc,nca)];[t',zeros(nca,nc+nca)]];  
    t=kron(cx2(n+1:n+m,:),ones(1,p));  
    k0=[k0;t];  
    nc=nc+nca;
```

```
end
```

```
end
```

```
% columns of k0 are summed up (if necessary) for block cokriging
```

```
m=m/ng;
```

```
t=[];
```

```
for i=1:m,
```

```
    for ip=1:p,
```

```
        j=ng*p*(i-1)+ip;
```

```
        t=[t,means(k0(:,j:p:i*ng*p)')'];
```

```
    end
```

```

end
k0=t;
end
t=x(:,d+1:d+p);
%if itype<3,

    % if simple cokriging or cokriging with one non bias condition, the means
    % are substracted

%   t=(t-ones(n,1)*avg)';
%else
    t=t';
%end

% removal of lines and columns in K and K0 corresponding to missing values

z=zeros(n*p,1);
z(:)=t;
iz=~isnan(z);
iz2=[iz;ones(nc,1)];
nz=sum(iz);

% if no samples left, return NaN

if nz==0,
    x0s=nan;
    s=nan;
    return;
else
    k=k(iz2,iz2');
    k0=k0(iz2,:);
    id=id(iz,:);

    % solution of the cokriging system by gauss elimination

    l=pinv(k)*k0;

    % calculation of cokriging estimates

    t2=l(1:nz,:)'*z(iz);
    t=zeros(p,m);
    t(:)=t2;

    % if simple or cokriging with one constraint, means are added back

%   if itype<3,
%       t=t'+ones(m,1)*avg;

```

```

% else
    t=t';
% end
x0s=t;

% calculation of cokriging variances

s=kron(ones(m,1),sv);
t=zeros(p,m);
t(:)=diag(l'*k0);
s=s-t';
end

```

### MEANS.M

```

function y = means(x)
%
% MEANS Average or mean value. For column vectors MEANS(x) % returns the
mean value. For matrices or row vector, MEANS(x) % is a row vector containing the
mean value of each column. % The only difference with MATLAB function MEAN
is for a row % vector, where MEANS returns the row vector instead of the
% mean value of the elements of the row.
%
[m,n] = size(x);
if m > 1,
    y = sum(x) / m;
else
    y = x;
end

```

### TRANS.M

```

function [cx]=trans(cx,model,im);
% TRANS is called from COKRI2. It takes as input original %coordinates and
return the rotated and reduced coordinates % following specifications
described in model(im,:).

% some constants are defined

[n,d]=size(cx);
[m,p]=size(model);

% check for 1-D or isotropic model

if p-1>d,

```

```

% perform rotation counterclockwise

if d==2,
    ang=model(im,4); cang=cos(ang/180*pi);
sang=sin(ang/180*pi);
    rot=[cang,-sang;sang,cang];
else

    % rotation matrix in 3-D (the first three among d
coordinates) is computed around x, y and z in that % order

    rot=eye(3);
    for i=1:3,
        ang=model(im,4+i); cang=cos(ang/180*pi);
sang=sin(ang/180*pi);
        rot2=[cang,-sang;sang,cang];
        axe=ones(3,1); axe(i)=0;
        rot(axe,axe)=rot(axe,axe)*rot2;
    end
end

% rotation is performed around x, y and z in that order, % the other
coordinates are left unchanged.

dm=min(3,d);
cx(:,1:dm)=cx(:,1:dm)*rot;
t=diag([model(im,2:1+dm),ones(d-dm,1)]);
else
    t=eye(d)*model(im,2);
end

% perform contractions or dilatations (reduced h)
t=max(t,1e-10);
cx=cx/t;
end

```



## *Annexe*



# ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE DE DONNEES D'EXPLORATION GEOCHIMIQUE MULTI-ELEMENTAIRE POUR L'OR EN MILIEU LATERITIQUE AU MALI

Hung TRAN VAN et Philippe SONNET  
Laboratoire de Géologie et Minéralogie  
Université Catholique de Louvain  
Place Louis Pasteur, 3  
1348 LOUVAIN-LA-NEUVE  
BELGIQUE

**RESUME.** Cet article présente les résultats d'une Analyse Factorielle Krigeante (AFK) effectuée sur des données de prospection géochimique multi-élémentaire pour l'or en milieu latéritique au Mali. Dix éléments chimiques ont été sélectionnés pour l'analyse. Un modèle linéaire de corégionalisation a été ajusté pour les 55 variogrammes directs et croisés incluant un effet de pépite et deux sphériques isotropes (portées de 200m et 800m). Une Analyse en Composantes Principales a été appliquée sur les trois matrices de corégionalisation. Les cercles des corrélations des trois composantes principales de chacune des trois structures spatiales montrent que les éléments chimiques se regroupent de façon différente suivant que l'on considère les processus ponctuels, locaux ou régionaux. Le cokrigeage factoriel a été réalisé pour les 9 facteurs régionalisés (3 pour chaque échelle spatiale). Les cartes de contours des facteurs régionalisés permettent de donner une signification géologique à certains facteurs et de faire apparaître, sous la couche de sol latéritique, l'allure des formations géologiques du bedrock.

## Table des Matières

I INTRODUCTION . . . . .	2
II ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE . . . . .	2
II.1 Modèle linéaire de corégionalisation . . . . .	2
II.2 Analyse en Composantes Principales des matrices de corégionalisation . . . . .	3
II.3 Cokrigeage des facteurs régionalisés . . . . .	4
III APPLICATION . . . . .	4
III.1 Description des données . . . . .	4
III.2 Discussion des résultats . . . . .	5
1 Etude des cercles des corrélations . . . . .	6
2 Interprétation des cartes de facteurs régionalisés . . . . .	7
IV CONCLUSION . . . . .	11

## I INTRODUCTION

Disposant des données d'exploration géochimique multi-élémentaire, le géologue souhaite avoir des informations sur les processus géologiques sous-jacents. Or ces données sont, en général, spatialement corrélées et elles peuvent l'être de façon différente suivant l'échelle spatiale à laquelle on considère les phénomènes. Pour cette raison, les méthodes multivariées de la statistique classique, qui ne prennent pas en compte l'aspect spatial, fournissent des résultats généralement décevants.

La théorie des variables régionalisées de la géostatistique (Matheron, 1970) a été développée pour tenir compte des corrélations spatiales. En se basant sur cette théorie, Matheron (1982) a proposé la méthode d'Analyse Factorielle Krigeante. Cette méthode constitue un outil en passe de devenir courant pour explorer des données géologiques (Wackernagel, 1988; 1993). Son application a été étendue à plusieurs domaines : environnement, sciences du sol, hydrogéologie (Goovaerts, 1992; Goovaerts et Sonnet, 1993; Meyers, 1988). Elle consiste à modéliser des variogrammes multivariés, à effectuer une analyse des matrices de corégionalisation et à générer des cartes par cokrigeage.

Cet article présente les résultats d'une Analyse Factorielle Krigeante (AFK) effectuée sur des données multi-élémentaires de prospection pour l'or au Mali.

Les données posent un problème d'interprétation géologique qui est souvent rencontré lorsque l'on effectue une prospection géochimique en milieu latéritique. Une épaisse couche (5 à 30m) de sol latéritique recouvre les formations géologiques. Les seules informations dont on dispose sur les roches en profondeur sont des anomalies géophysiques que l'on interprète comme des éléments structuraux (failles, contacts). Pour tenter d'identifier la nature des roches en profondeur, on analyse les sols qui en dérivent par latéritisation. Cependant, la parenté chimique entre la roche et le sol qui en dérive est rendue complexe par le fait que le processus de formation du sol, la latéritisation, s'est effectué avec une intensité variable dans l'espace. Suivant le degré de latéritisation (roche-saprolite-cuirasse latéritique), le chimisme du sol est profondément modifié. Pour interpréter des analyses en milieu latéritique, il est donc nécessaire de séparer deux effets : l'influence de la nature des roches sur les sols qui en dérivent (= le signal utile) et l'intensité de la latéritisation (= le bruit).

## II ANALYSE FACTORIELLE KRIGEANTE

### II.1 Modèle linéaire de corégionalisation

L'exposé qui suit se base sur Goovaerts (1992) dont les notations ont également été adoptées. Soit  $\{z_i(x_\alpha); i = 1..p, \alpha = 1..n\}$  un tableau des valeurs centrées et réduites observées en  $n$  points de coordonnées  $x_\alpha$  d'un vecteur des fonctions aléatoires  $Z = \{Z_i(x); i = 1..p\}$ . Sous l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, les variogrammes simples et croisés sont définis par :

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E \{ \{Z_i(x) - Z_i(x+h)\} \{Z_j(x) - Z_j(x+h)\} \}$$

Les variogrammes sont estimés par classes de distances à l'aide de la relation suivante:

$$\hat{\gamma}_{ij}(h) = \frac{1}{2N_h} \sum_{\alpha=1}^{N_h} \{z_i(\mathbf{x}_\alpha) - z_i(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})\} \{z_j(\mathbf{x}_\alpha) - z_j(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})\}$$

où :

$\mathbf{h}$  : distance entre paires de points,

$N_h$  : nombre de paires de points dont la distance de séparation tombe dans la classe.

Les valeurs des variogrammes simples et croisés sont regroupés dans une matrice symétrique  $\Gamma(\mathbf{h})$  :

$$\Gamma(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(\mathbf{h}) & \dots & \gamma_{1p}(\mathbf{h}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{p1}(\mathbf{h}) & \dots & \gamma_{pp}(\mathbf{h}) \end{bmatrix}$$

On peut démontrer que  $\Gamma(\mathbf{h})$  tend vers la matrice de variance et covariance  $\mathbf{V} = \frac{1}{2}\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}$  lorsque  $h \rightarrow \infty$  (Wackernagel, 1988).

Les variogrammes peuvent être modélisés sous forme d'une combinaison linéaire de  $N_s$  variogrammes élémentaires  $g^u(\mathbf{h})$  :

$$\Gamma(\mathbf{h}) = \sum_{u=1}^{N_s} \mathbf{B}^u g^u(\mathbf{h})$$

où  $\mathbf{B}^u$  est appelée la matrice de corégionalisation correspondant à l'échelle spatiale  $u$ .

Cette modélisation correspond à une décomposition de chacune des fonctions aléatoires  $\{Z_i(\mathbf{x}); i = 1..p\}$  en un ensemble de  $N_s$  fonctions aléatoires mutuellement orthogonales  $\{Z_i^u(\mathbf{x}); i = 1..p, u = 1..N_s\}$ , appelées composantes spatiales, telles que :

$$Z_i(\mathbf{x}) = \sum_{u=1}^{N_s} Z_i^u(\mathbf{x})$$

Chacune des composantes spatiales  $Z_i^u(\mathbf{x})$  est caractérisée par une fonction de variogramme  $g^u(\mathbf{h})$  et représente le comportement de  $Z_i(\mathbf{x})$  à l'échelle spatiale  $u$ .

## II.2 Analyse en Composantes Principales des matrices de corégionalisation

Chaque matrice de corégionalisation  $\mathbf{B}^u$  est, en fait, la matrice de variance-covariance des composantes spatiales  $Z_i^u(\mathbf{x})$  correspondantes (Goovaerts, 1993). Elle résume la relation entre variables à l'échelle spatiale  $u$ . En effet, si nous notons  $\mathbf{Z}^u$  le vecteur de fonctions aléatoires  $\{Z_i^u(\mathbf{x}); i = 1..p\}$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{2}\mathbf{Z}^u T \mathbf{Z}^u = \mathbf{B}^u$$

Sous hypothèse de stationnarité d'ordre 2 et du comportement asymptotique des fonctions de variogramme élémentaire  $g^u(h)$ , la matrice de variance-covariance  $V$  peut s'écrire comme une somme de  $N_s$  matrices de corégionalisation  $B^u$ :

$$V = \sum_{u=1}^{N_s} B^u$$

On peut appliquer une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur chacune des matrices  $B^u$  pour obtenir une décomposition de l'ensemble des fonctions aléatoires  $\{Z_i^u(x); i = 1..p\}$  en un ensemble de fonctions aléatoires orthogonales  $\{Y_v^u(x); v = 1..p\}$ , appelées facteurs régionalisés, représentant des processus non corrélés sous-jacents agissant à chaque échelle spatiale  $u$ :

$$Z_i^u = \sum_{v=1}^p a_{iv}^u Y_v^u$$

où  $a_{iv}^u$  sont des éléments de la matrice résultante de la décomposition par l'ACP de la matrice  $B^u$ .

### II.3 Cokrigage des facteurs régionalisés

L'estimation au point de coordonnées  $x_0$  des facteurs régionalisés  $Y_i^u$  peut être réalisée par cokrigage à l'aide de l'estimateur linéaire :

$$\hat{Y}_v^u(x_0) = \sum_{i=1}^p \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{i\alpha}^u z_i(x_\alpha)$$

où  $\lambda_{i\alpha}^u$  sont les coefficients de pondération qui minimisent la variance de l'erreur d'estimation. On peut trouver une description complète de la méthode dans Wackernagel (1988) et dans Goovaerts (1992).

## III APPLICATION

### III.1 Description des données

La région étudiée se situe dans le Sud du Mali, dans la ceinture de roches vertes de Syama-Bundiali (Steven *et al.*, 1992). Les données sont constituées par les teneurs de 33 éléments chimiques en trace dans 1037 échantillons prélevés au sein d'une zone de  $3.5 \times 10.2 \text{ km}^2$ . Les échantillons sont prélevés à 50m d'intervalle le long des transects de 3500m orientés Est-Ouest. Les transects sont distants entre eux de 400m.

Il existe des différences géologiques et géographiques entre la moitié Nord et la moitié Sud de la zone étudiée. Le Nord est plus plat que le Sud. Au Nord, il y a une couverture continue de latérite. La partie Sud est entaillée par une vallée de direction Nord-Sud dont le fond est constitué de saprolite (bedrock altéré). Pour tenir compte de cette connaissance "à priori" et assurer la stationnarité, l'analyse a été réalisée séparément pour le Nord avec 486 échantillons et pour le Sud avec 569 échantillons.

Pour des raisons de capacité de calcul, 10 éléments sont sélectionnés à partir des 33 éléments disponibles. Ont été éliminés :

- les éléments dont les valeurs sont trop proches de la limite de détection,
- les éléments contenant des informations redondantes dans l'ACP,
- les éléments dont le variogramme montre un effet de pépite pur.

Les 10 éléments retenus pour l'analyse sont Be, Ce, Co, Cu, Mn, Nb, Pb, Rb, Th et V. L'or a été écarté pour les raisons ci-dessus mais également parce que l'étude devait pouvoir permettre de déterminer, de façon indirecte, les circonstances favorables pour la présence de concentrations aurifères.

### III.2 Discussion des résultats

Les variogrammes omnidirectionnels et unidirectionnels des 10 éléments montrent qu'il y a isotropie et qu'il existe 3 paliers de variation : à l'origine, à 200m et à 800m. Ceux-ci suggèrent la présence de trois structures de variabilité spatiale : ponctuelle, locale et régionale. Un modèle linéaire de corégionalisation constitué de trois fonctions de variogrammes élémentaires a été ajusté : un effet de pépite (0), une fonction sphérique isotrope de portée 200m (1) et une fonction sphérique isotrope de portée 800m (2). L'ajustement a été effectué à l'aide du programme de Goulard et Voltz (1992) et a permis d'obtenir les trois matrices de corégionalisation  $B^0$ ,  $B^1$  et  $B^2$ . Chacune des 10 variables (Be, Ce, Co, Cu, Mn, Nb, Pb, Rb, Th, V) a ainsi été décomposée en 3 composantes spatiales ( $Be^0, \dots, V^0; Be^1, \dots, V^1; Be^2, \dots, V^2$ ).

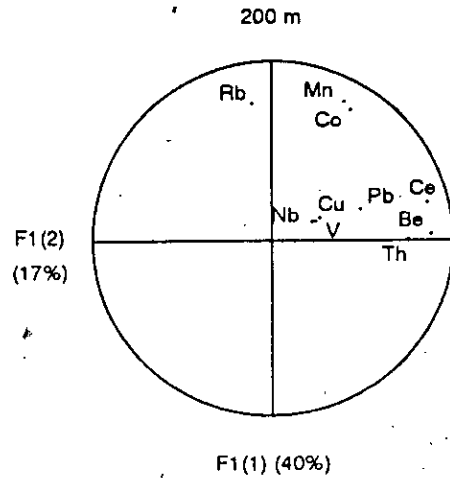
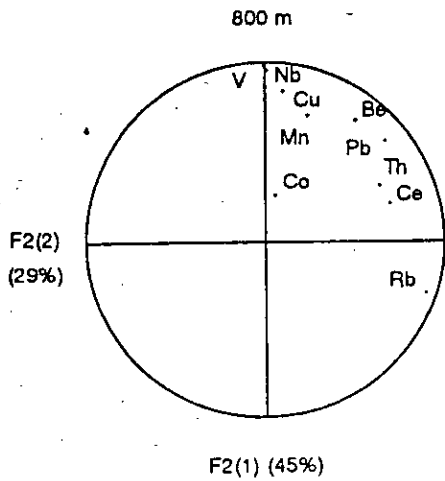
Une ACP a permis d'extraire les facteurs régionalisés. Ainsi,  $B^0$  donne 10 facteurs régionalisés :  $F0(1), \dots, F0(10)$ . De même  $B^1$  et  $B^2$  donnent aussi chacune 10 facteurs régionalisés :  $F1(1), \dots, F1(10)$  et  $F2(1), \dots, F2(10)$ .

De ces 10 facteurs, seuls les 3 facteurs reprenant le plus de variance totale sont retenus pour la suite de l'analyse. Enfin, une rotation supplémentaire VARIMAX est appliquée sur chacune des trois séries de trois facteurs afin d'améliorer la signification géologique des facteurs spatiaux. La rotation VARIMAX consiste à faire pivoter les trois axes factoriels retenus tout en conservant leur orthogonalité de façon à ce que chacune des variables se projette soit près de l'extrémité d'un axe, soit près de l'origine. La méthode revient à modifier les coefficients de corrélation entre les facteurs et les variables de départ de façon à ce qu'ils prennent des valeurs soit proches de  $\pm 1$  soit proches de zéro. Après rotation, chacun des trois axes factoriels se caractérise par des saturations (loadings) soit basses soit élevées et un nombre de valeurs intermédiaires réduites au minimum.

Les cercles des corrélations des facteurs régionalisés sont présentés sur la figure 1. Le nombre associé à chaque axe donne le pourcentage de la variance totale qui, pour la structure spatiale considérée, est expliqué par le facteur.

Les caractéristiques topographiques et géologiques de la région étudiée sont présentées sur la figure 2. Les figures 3 et 4 présentent les cartes de facteurs régionalisés obtenus par cokrigage. Seuls les deux premiers facteurs pour chacune des trois échelles spatiales sont représentés.

Partie Nord



Partie Sud

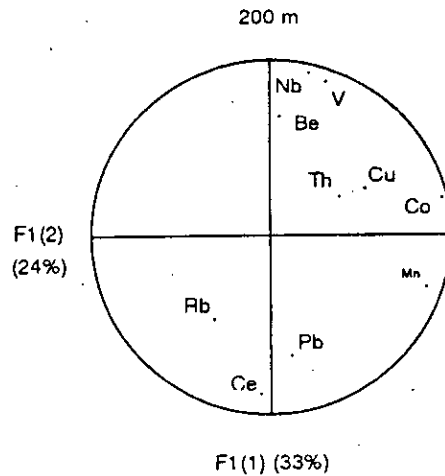
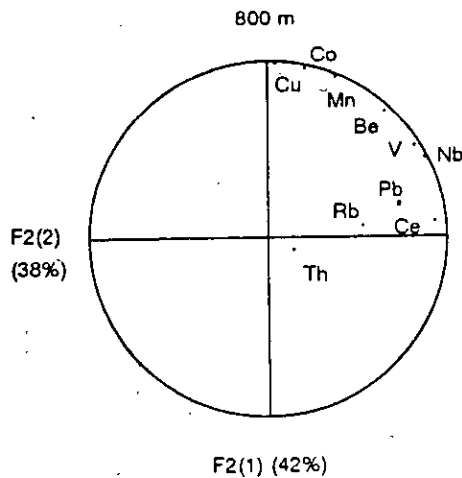


Figure 1. Structure de corrélation des composantes spatiales.

## 1 Etude des cercles des corrélations

Les cercles des corrélations permettent de décrire la structure de corrélation des composantes spatiales. La figure 1 présente les cercles des corrélations pour les composantes spatiales à 800m et 200m pour la partie Nord et la partie Sud de la zone étudiée. Chacun des 4 cercles des corrélations a comme axe vertical le premier facteur spatial et comme axe horizontal le second. En comparant des cercles pour une même région, on observe que la structure de corrélation à 800m est différente de celle à 200m. Cette différence existe parce que plusieurs processus, agissant à des échelles différentes, règlent la composition chimique du sol : la latéritisation et la nature de la roche sous-jacente, qui sont des phénomènes d'extension régionale; la présence de zones d'altérations hydrothermales autour de filons et le découpage dû aux failles, qui sont des phénomènes d'extension locale.

Par ailleurs, analyser séparément la partie Nord et la partie Sud révèle des comportements contrastés de certains éléments. Par exemple, au Nord, Th, Ce et Pb restent groupés aussi bien à l'échelle régionale qu'à l'échelle locale, alors qu'au Sud, Th s'éloigne

de Ce et de Pb à l'échelle locale. Dans le Sud, Be, Nb et V restent regroupés, tandis qu'au Nord, Be ne varie pas de la même manière que Nb et V.

## 2 Interprétation des cartes de facteurs régionalisés

L'utilité des cartes de facteurs régionalisés peut être jugée sur les critères suivants :

La carte fait-elle apparaître des particularités qui coïncident géographiquement avec la présence ou l'absence de latérite ? Si oui, le facteur régionalisé considéré reflète des processus actifs à l'échelle régionale ou locale, liés à la latéritisation.

Les courbes d'isovaleur suivent-elles les contacts lithologiques détectés par prospection géophysique ? Si oui, ce facteur régionalisé reflète des processus actifs à l'échelle régionale ou locale où la roche mère joue un rôle.

Les orientations des failles et des shear-zones révélées par prospection géophysique sont perpendiculaire ou à 45° par rapport aux transects d'échantillonnage. Si ces structures linéaires sont accompagnées d'une altération hydrothermale, on peut observer des pics de variation élevée. Ces pics doivent se trouver dans les endroits où les transects d'échantillonnage coupent les structures linéaires.

+ Echelle spatiale de 800m

Les deux premiers facteurs, cumulant 75% de la variabilité des composantes spatiales, suffisent à expliquer les données. Le troisième facteur ne présente que 10% de la variabilité totale et ne reflète aucune structure apparente.









Les cartes des facteurs régionalisés à cette échelle peuvent être interprétées de la façon suivante :

- Les lignes de contours de F2(2) suivent remarquablement bien des plateaux latéritiques. Ce facteur spatial reflète donc des processus agissant à grande échelle et liés à la latéritisation.

- En comparant les cartes pour F2(1) et F2(2) on se rend compte que l'effet de latérite a été filtré par F2(1). Les lignes de contours pour F2(1) épousent l'allure générale N-S des formations géologiques. En particulier, on voit nettement se détacher une bande de valeurs positives au centre de la carte. Cette bande correspond à ce qui est probablement une formation métavolcanique basique intercalée dans des formations métasédimentaires.

+ Echelle spatiale de 200m

Ces cartes montrent des caractéristiques qui ne sont pas contrôlées par la présence ou l'absence de latérite mais plutôt par la lithologie du bedrock. Les faibles valeurs de F1(1) se trouvent dans les métasédiments. Les valeurs élevées se trouvent dans les métavolcaniques. Les caractéristiques tectoniques semblent être la cause des variations locales de F1(2). Les pics de variation locale correspondent aux failles et peuvent être attribués à l'altération hydrothermale qui leur est liée. Enfin, il y a coïncidence de certains pics de variation locale avec d'anciens travaux pour l'exploitation artisanale de l'or.

-  Basaltes, andésites avec intercalations sédimentaires.
-  Polymictites, conglomérats, grauwackes.
-  Sédiments non différenciés.
-  Faille
-  Cherts
-  Plateaux latéritiques
-  Anciens travaux
-  Route

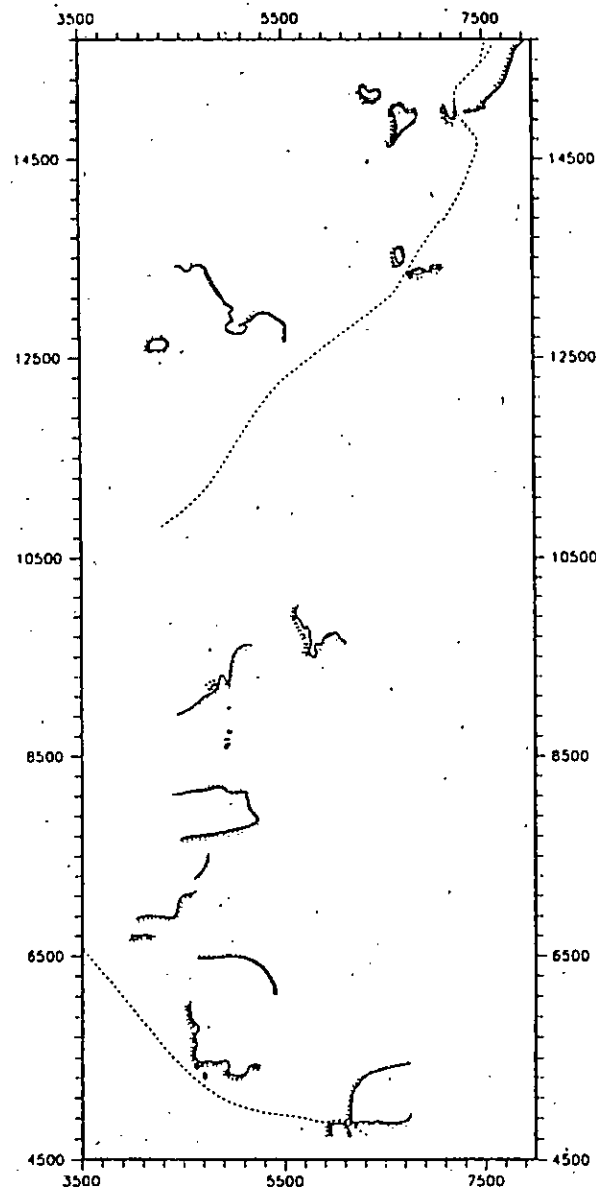
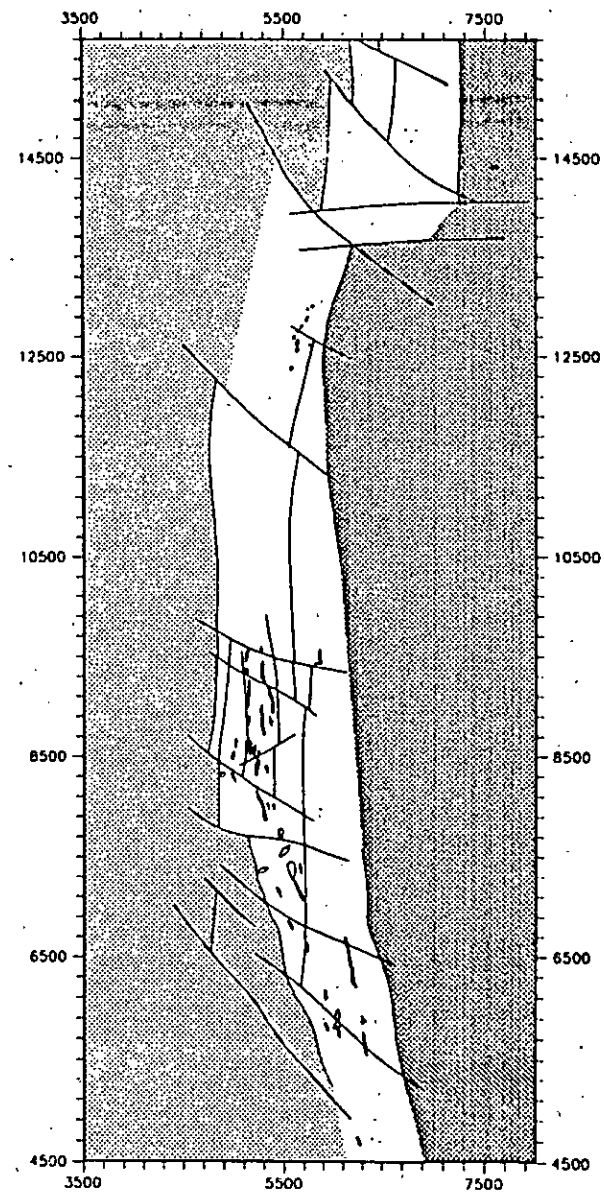


Figure 2 :  
Topographie et géologie.





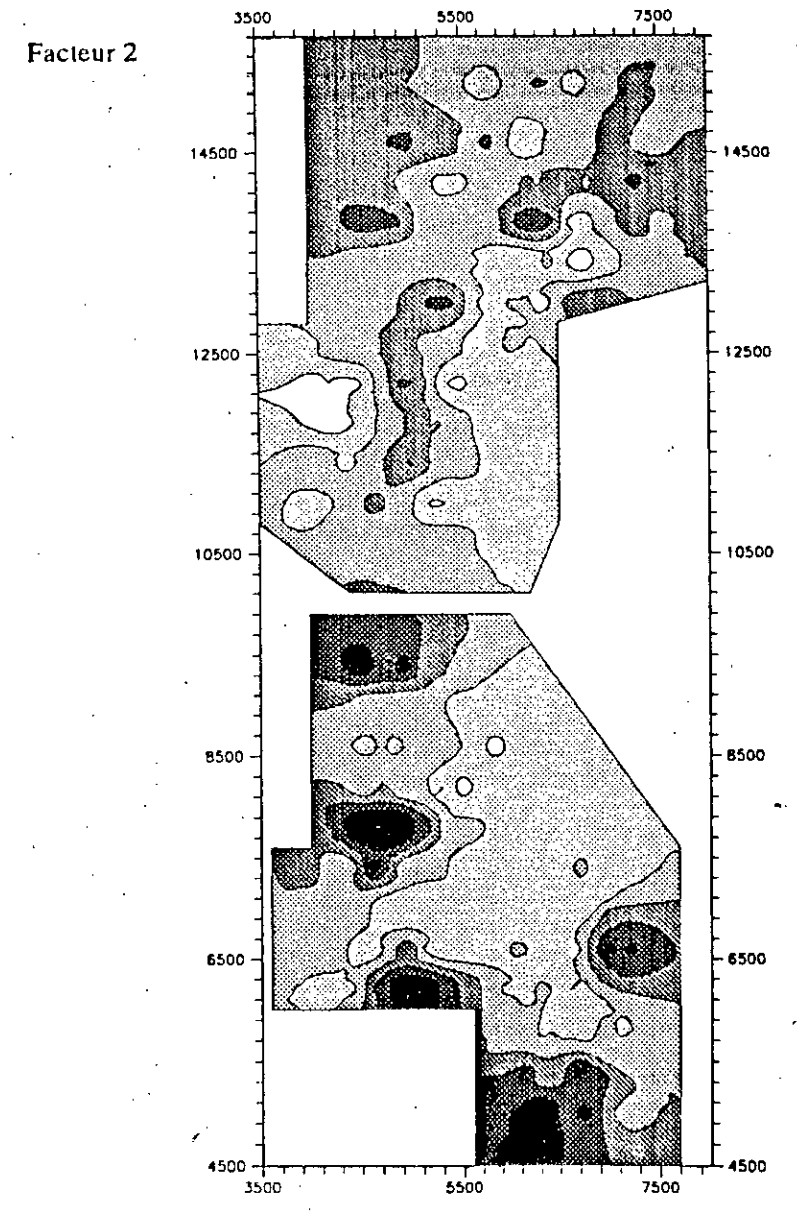
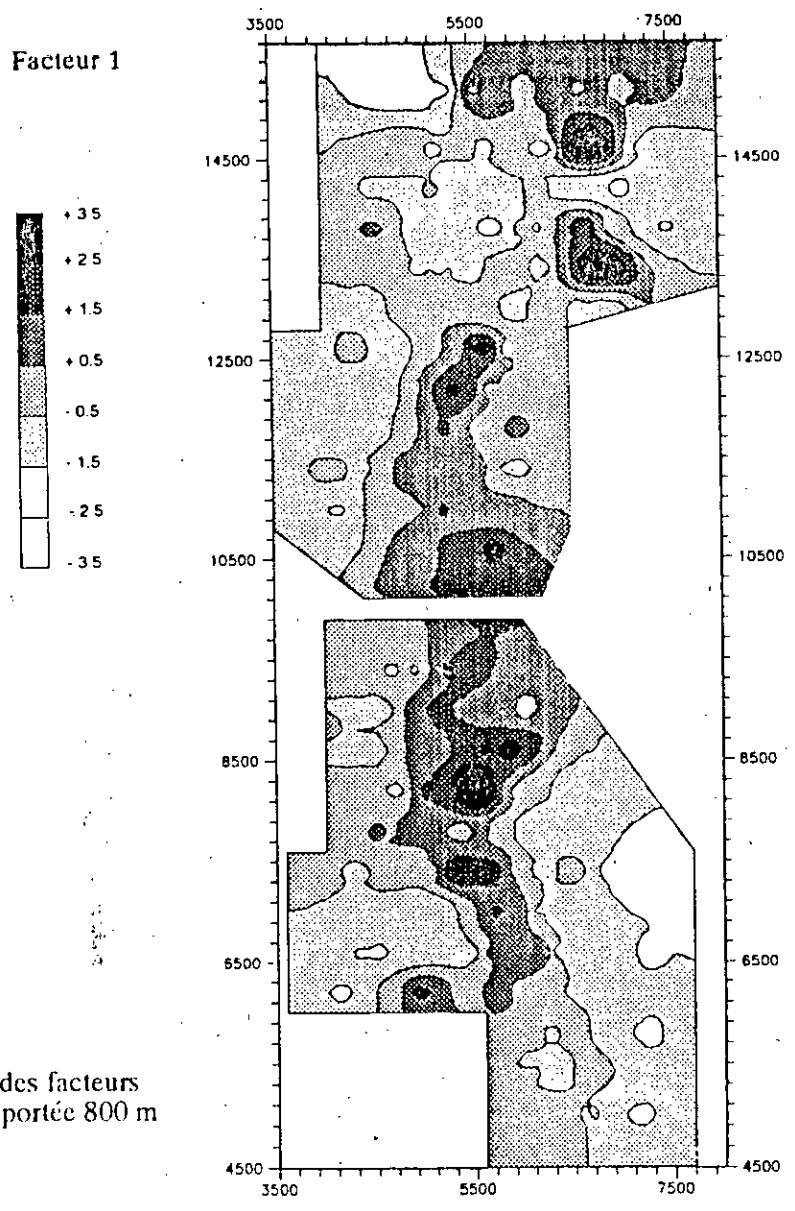


Figure 3 :  
Cartographie des facteurs  
régionalisés : portée 800 m

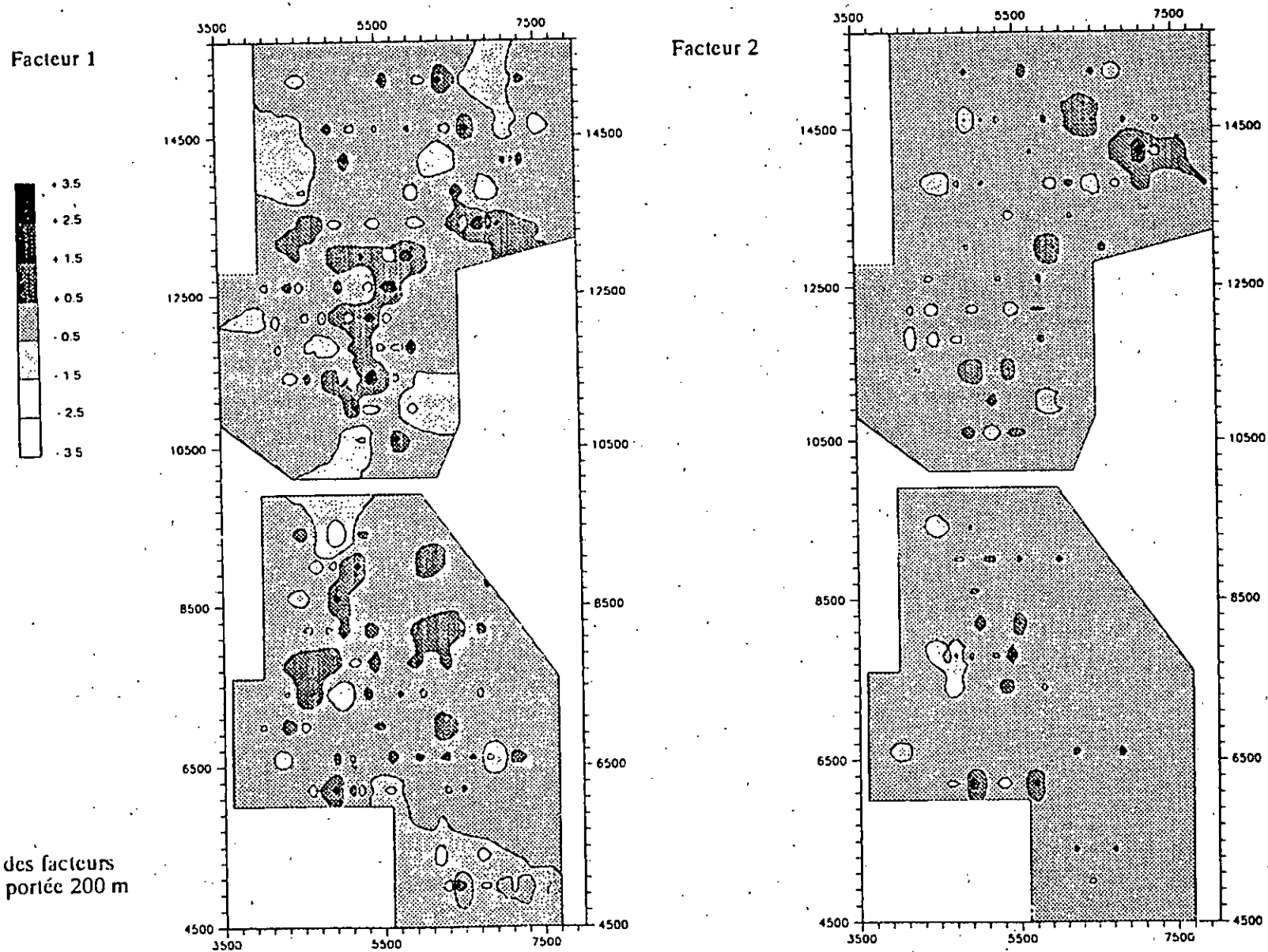


Figure 4 :  
Cartographie des facteurs  
régionalisés : portée 200 m

## IV CONCLUSION

L'Analyse Factorielle Krigeante fournit le moyen de prendre en compte non seulement la relation entre échantillons due à leur position géographique mais également la relation entre variables due à la redondance de l'information.

En partant de l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, l'AFK modélise les variogrammes simples et croisés sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de variogrammes élémentaires. Ceci permet de décomposer le phénomène global en quelques composantes spatiales. Chacune de ces composantes agit à une échelle spatiale déterminée, caractérisée par une matrice de corégionalisation. Une ACP de ces matrices de corégionalisation décompose les informations multivariées redondantes en quelques facteurs régionalisés indépendants.

La présente étude a montré que les facteurs régionalisés générés par l'AFK peuvent être porteurs d'une signification géologique réelle. Ainsi, parmi les deux premiers facteurs agissant à l'échelle régionale (800m), le premier facteur est lié à la latéritisation, tandis que l'autre représente la nature de la roche sous-jacente. A l'échelle locale, le premier facteur est lié à la lithologie de la roche sous-jacente : origine métasédimentaire ou volcanique, altération hydrothermale. Le second facteur à cette échelle correspond aux éléments tectoniques détectés par prospection géophysique. Enfin, certains pics de variation locale de ce facteur coïncident avec les anciens travaux d'exploitation pour l'or.

## REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient MM. Madani Diallo et Eric Hanssen de la société BHP-Utah International Exploration Inc. pour la mise à disposition des données et pour l'aide fournie lors de l'interprétation. M. Mustapha Benchouk et Mme Jocelyne de Kerkhove ont également collaboré aux phases préliminaires de l'étude. Le projet a bénéficié du soutien financier de la société BHP-Utah.

## Références

- [1] Goovaerts, P., 1992. *Multivariate geostatistical tools for studying scale-dependent correlation structures and describing space-time variations*. Thèse Dr., Université Catholique de Louvain.
- [2] Goovaerts, P., 1993. Spatial orthogonality of principal components computed from coregionalized variables. *Mathematical Geology*, 25. In press.
- [3] Goovaerts, P. and Sonnet, Ph., 1992. Study of spatial and temporal variations of hydrogeochemical variables using Factorial Kriging Analysis. In : Amilcar Soares (ed.), *Geostatistics Troia '92*: 745-756.
- [4] Golard, M. and Voltz, M., 1992. Linear coregionalisation model : Tools for estimation and choice of cross-variogram matrix. *Mathematical Geology*, 24(3): 269-286.