

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

Ecole Nationale Polytechnique  
Département d'Electronique  
Laboratoire Signal et Communications LSC



مخبر الإشارات والاتصالات  
Signal & Communications Lab.

# Thèse de Doctorat en Electronique

Présentée par:

**M<sup>r</sup> BOUKABA Toufik**

Magister en Electronique EMP Alger

Intitulé

## Détection Paramétrique Robuste dans un Clutter Non Gaussien et Non Stationnaire

Soutenue publiquement le 25/06/2015 devant le jury composé de :

<b>Président :</b>	HAMAMI Latifa	Professeur	E.N.P. Alger
<b>Directeur :</b>	BERKANI Daoud	Professeur	E.N.P. Alger
<b>Co-directeur :</b>	ZOUBIR M. Abdelhak	Professeur	T. U. Darmstadt
<b>Examineurs :</b>	GUERTI Mhania	Professeur	E.N.P. Alger
	GUESSOUM Abderezak	Professeur	U. Blida
	DJENDI Mohamed	M.C.A.	U. Blida
	HAMADOUCHE M'hamed	M.C.A.	U. M. B. Boumerdes

**ENP 2015**

# Remerciements

La présentation des résultats d'un travail est souvent un heureux événement non seulement parce que ça représente l'aboutissement de plusieurs années de labeur, mais également parce que c'est l'occasion de manifester la reconnaissance du candidat envers tous ceux qui ont contribué à sa réussite.

Je tiens en premier lieu à témoigner ma reconnaissance et à présenter mes sincères remerciements aux professeurs BERKANI D. et ZOUBIR A. qui ont accepté d'encadrer ce travail de recherche. Je vous remercie d'avoir cru en mes capacités, pour le temps et la patience que vous m'avez accordés tout au long de ces années et pour vos précieux conseils et suggestions qui m'ont été salutaires dans les moments difficiles d'égarement et d'incertitude. Je garderai dans mon cœur votre générosité, votre compréhension et votre efficacité. Pour tout ce que vous m'avez donné, je vous remercie très sincèrement. Je remercie particulièrement le professeur ZOUBIR A. de m'avoir accueilli au sein du groupe de recherche en traitement du signal de l'université de Darmstadt en Allemagne (Fachgebiet Signalverarbeitung, Technische Universität Darmstadt) pendant mes séjours qui ont été pour moi une expérience inoubliable. Je le remercie vivement pour le précieux temps qu'il m'a accordé pendant ces séjours et pour avoir généreusement mis à ma disposition toute sa compétence scientifique et toute son expérience doublée d'une vue d'ensemble d'une valeur inestimable.

C'est avec toute ma sympathie et toute ma considération que je m'adresse au professeur HAMAMI L., de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider ce jury. Mes remerciements s'adressent également aux professeurs GUERTI M. de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger et GUESSOUM A. de l'université de Blida, à Monsieur DJENDI M. maître de conférence à l'université de Blida et à Monsieur HAMADOUCHE M. maître de conférence à l'université de Boumerdes. Je les remercie vivement pour l'honneur qu'ils me font en acceptant d'évaluer ce modeste travail et en participant à ce jury en qualités d'examineurs.

Pour avoir dès le début et pour toujours cru en mes capacités, je tiens à remercier le Commandant de l'Ecole Supérieure des Techniques de l'Aéronautique Monsieur

FRAOUCENE M.

J'adresse également mes sincères remerciements au Directeur Général des Enseignements de l'Ecole Supérieure des Techniques de l'Aéronautique Monsieur BETTAYEB A., pour son aide, sa compréhension et sa totale conviction quant à l'aboutissement de cette thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur EL KORSO M. N. de l'université Paris Ouest Nanterre La Défense pour ses précieux conseils et les longues discussions que nous avons eu à propos de mon thème de recherche.

Mes remerciements vont également à Monsieur YOUNSI A. de l'Ecole Militaire Polytechnique d'Alger pour son aide et ses suggestions.

Pour avoir effectué ce travail au niveau du laboratoire Signal et Communication (LSC) du département d'électronique de l'Ecole Nationale Polytechnique, et au niveau du groupe de traitement du signal (Signal Processing Group SPG / Technische Universität Darmstadt), Je remercie l'ensemble des chercheurs ainsi que tout le personnel de ces départements et laboratoires.

Je saisis cette occasion pour exprimer toute ma reconnaissance envers ma famille qui m'a soutenu tout au long de ces années. Merci de m'avoir aidé à surmonter les moments difficiles de stress et de doute, merci d'avoir supporté mes longues absences, sans vous je n'aurai jamais réussi.

Il m'est difficilement possible de trouver les mots pour témoigner mes ressentiments et ma reconnaissance envers tous ceux qui ont œuvré pour me donner la chance de vivre cette expérience, peut être tout simplement leur dire : Merci

# Dédicace

Ce modeste travail est dédié à la mémoire de mon oncle paternel Salah et à toute ma famille.

Alger, 25 Juin 2015.

# Table des matières

<b>Liste des abréviations</b>	<b>IX</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>XI</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>XV</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1 Avant propos . . . . .	1
2 Discussion du thème et contributions . . . . .	4
3 Organisation de la thèse . . . . .	6
<b>1 Modélisation des signaux et des bruits dans un radar</b>	<b>8</b>
1.1 Généralités sur les radars . . . . .	8
1.2 Signaux parasites et bruits dans un radar . . . . .	10
1.2.1 Bruit interne (thermique) . . . . .	11
1.2.2 Bruit radiométrique . . . . .	11
1.2.3 Bruits externes artificiels (brouillage) . . . . .	11
1.2.4 Echos parasites . . . . .	12
1.3 Modélisation des signaux dans un radar . . . . .	14
1.3.1 Signaux à bande étroite . . . . .	14
1.3.2 Modèle unidimensionnel des signaux de cibles . . . . .	15
1.3.3 Modélisation des fluctuations des cibles . . . . .	16
1.3.3.1 Modèle Swerling I (fluctuations scan to scan) . . . . .	16
1.3.3.2 Modèle Swerling II (fluctuations pulse to pulse) . . . . .	17
1.3.3.3 Modèle Swerling III (fluctuations scan to scan) . . . . .	17
1.3.3.4 Modèle Swerling IV (fluctuations pulse to pulse) . . . . .	17
1.3.3.5 Cibles non fluctuantes . . . . .	18
1.3.4 Intégration des signaux dans un radar . . . . .	18
1.3.4.1 Intégration non cohérente . . . . .	18
1.3.4.2 Intégration cohérente . . . . .	18

---

1.4	Modélisation du clutter . . . . .	19
1.4.1	Modèle Gaussien . . . . .	19
1.4.1.1	Modèle Gaussien unidimensionnel . . . . .	20
1.4.1.2	Modèle Gaussien réel multidimensionnel . . . . .	20
1.4.1.3	Modèle Gaussien complexe multidimensionnel . . . . .	21
1.4.2	Modèle non Gaussien . . . . .	21
1.4.2.1	Définition d'un SIRV . . . . .	22
1.4.2.2	Cas particulier : le modèle Gaussien . . . . .	24
1.4.2.3	Cas particulier : le modèle Weibull distribué . . . . .	24
1.4.2.4	Cas particulier : le modèle k-distribué . . . . .	25
1.5	Conclusion . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Etat de l'art de la détection radar</b>	<b>27</b>
2.1	Théorie des tests d'hypothèses . . . . .	27
2.1.1	Les tests paramétriques . . . . .	28
2.1.2	Les tests non paramétriques . . . . .	28
2.1.3	Règle de décision d'un test . . . . .	28
2.1.4	Erreur de première espèce ( $\alpha$ ) . . . . .	29
2.1.5	Erreur de deuxième espèce ( $\beta$ ) . . . . .	29
2.1.6	Puissance d'un test . . . . .	29
2.2	Théorie de la détection radar . . . . .	29
2.2.1	Critère de Bayes . . . . .	31
2.2.2	Critère de Neyman-Pearson . . . . .	32
2.2.2.1	Cas d'hypothèses simples . . . . .	32
2.2.2.2	Cas d'hypothèses composées . . . . .	34
2.2.2.3	Cas particulier . . . . .	34
2.2.2.4	Rapport de vraisemblance généralisé . . . . .	34
2.3	Détection CFAR dans un clutter Gaussien . . . . .	35
2.3.1	Détection non adaptative . . . . .	36
2.3.1.1	Cas de la matrice de covariance du clutter totalement connue . . . . .	36

---

2.3.1.2	Cas de la matrice de covariance connue à un facteur près	37
2.3.2	Détection adaptative . . . . .	38
2.3.2.1	Le test de vraisemblance généralisé (GLRT) de Kelly .	38
2.3.2.2	Le filtre adapté adaptatif (adaptive matched filter AMF)	39
2.3.2.3	Le filtre adapté adaptatif normalisé (adaptive normalized matched filter ANMF) . . . . .	40
2.4	Détection CFAR dans un clutter non Gaussien . . . . .	40
2.5	Conclusion . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire</b>	<b>43</b>
3.1	Introduction à la détection séquentielle . . . . .	43
3.2	Critères de selection d'un test sequentiel . . . . .	45
3.2.1	Fonction caractéristique (Operating characteristic function OCF)	45
3.2.2	Taille moyenne de l'échantillon (Average sample number function ASN) . . . . .	46
3.3	Test séquentiel du rapport de probabilités (Sequential probability ratio test SPRT) . . . . .	47
3.3.1	Operating characteristic function du SPRT . . . . .	48
3.3.2	ASN du SPRT . . . . .	49
3.4	Approche proposée pour la détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire . . . . .	50
3.4.1	Motivation de l'approche proposée . . . . .	50
3.4.2	Détection paramétrique dans un clutter corrélé . . . . .	51
3.4.2.1	Modélisation paramétrique du clutter corrélé . . . . .	51
3.4.2.2	Détection paramétrique dans un clutter corrélé . . . . .	54
3.4.3	Détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire . . . . .	56
3.4.3.1	Distributions de $\Lambda_{AR-PANMF}$ pour le cas d'un clutter Gaussien . . . . .	57

3.4.3.2	Distributions de $\Lambda_{AR-PANMF}$ pour le cas d'un clutter non Gaussien . . . . .	63
3.4.3.3	Calcul des seuils de décision . . . . .	65
3.4.3.4	Detection séquentielle paramétrique (S-AR-PANMF) . . . . .	69
3.5	Résultats . . . . .	70
3.5.1	Résultats en utilisant des données simulées (cas du clutter Gaussien) . . . . .	71
3.5.2	Résultats en utilisant des données simulées non Gaussiennes (cas du clutter Weibull distribué) . . . . .	76
3.5.3	Résultats en utilisant des données simulées non Gaussiennes (cas du clutter k-distribué) . . . . .	80
3.5.4	Résultats en utilisant des données simulées de clutter Gaussien non stationnaire . . . . .	84
3.5.5	Résultats en utilisant des données réelles (clutter non Gaussien) . . . . .	88
3.6	Conclusion . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Détection paramétrique dans un clutter non homogène</b>	<b>97</b>
4.1	Introduction . . . . .	97
4.2	Robustesse en traitement du signal . . . . .	98
4.3	Effet des outliers sur les statistiques classiques . . . . .	99
4.3.1	La moyenne et l'écart-type . . . . .	100
4.3.2	Estimation par maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood Estimation MLE) . . . . .	101
4.3.3	Estimateurs des moindres carrés (least squares LS) . . . . .	104
4.4	Statistiques robustes . . . . .	105
4.4.1	La médiane . . . . .	106
4.4.2	La moyenne tronquée ( $\alpha$ -trimmed mean) . . . . .	106
4.4.3	L'écart absolu par rapport à la médiane (Median Absolute deviation MAD) . . . . .	107
4.4.4	M-estimateurs (M-estimators) . . . . .	108
4.5	Mesures de la robustesse en traitement du signal . . . . .	112

---

4.5.1	La fonction d'influence (Influence Function IF) . . . . .	112
4.5.2	Point de rupture (Breakdown Point BP) . . . . .	113
4.5.3	Biais asymptotique maximum (Maximum asymptotic bias curve MBC) . . . . .	114
4.6	Séries temporelles (Time series) . . . . .	115
4.6.1	Modèles probabilistes des outliers dans les séries temporelles . .	116
4.6.1.1	Outliers additifs (AO) . . . . .	116
4.6.1.2	Outliers en innovation (IO) . . . . .	116
4.6.1.3	Outliers par remplacement (RO) . . . . .	117
4.6.2	Estimation robuste des modèles AR . . . . .	118
4.7	approche proposée . . . . .	118
4.7.1	Filtrage robuste . . . . .	120
4.8	Résultats . . . . .	123
4.8.1	Mesures de robustesse de l'approche proposée . . . . .	123
4.8.2	Efficacité de l'approche proposée . . . . .	124
4.8.3	Probabilité de détection . . . . .	124
4.8.4	Probabilité de fausses alarmes . . . . .	124
4.9	Conclusion . . . . .	126
	<b>Conclusion</b>	<b>128</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>131</b>

---

## Liste des abréviations

<b>AMF</b>	Adaptive Matched Filter
<b>ANMF</b>	Adaptive Normalized Matched Filter
<b>AO</b>	Additive Outlier
<b>AR</b>	Auto-Régressif
<b>ARMA</b>	Auto-Regressive Moving Average
<b>AR-PANMF</b>	Auto-Regressive Parametric Adaptive Normalized Matched Filter
<b>ASN</b>	Averaged Sample Number
<b>BORD</b>	Bayesian Optimum Radar Detector
<b>BP</b>	Breakdown point
<b>CFAR</b>	Constant False Alarm Rate
<b>CUT</b>	Cell Under Test
<b>CW</b>	Continuous wave
<b>DC</b>	Direct Current
<b>GLRT</b>	Generalized Likelihood Ratio Test
<b>IF</b>	Influence Function
<b>IO</b>	Innovation Outlier
<b>IPIX</b>	Ice multi-Parameter Imaging X-band radar
<b>LR</b>	Likelihood Ratio
<b>LRT</b>	Likelihood Ratio Test
<b>MA</b>	Moving Average
<b>MAD</b>	Median Absolute Deviation
<b>MADN</b>	Median Absolute Deviation Normalized
<b>MBC</b>	Maximum Bias Curve
<b>MED</b>	Median
<b>MF</b>	Matched Filter

<b>MIT</b>	Massachusetts Institute of Technology
<b>ML</b>	Maximum Likelihood
<b>MLE</b>	Maximum Likelihood Estimate
<b>NMF</b>	Normalized Matched Filter
<b>OCF</b>	Operating characteristic Function
<b>OGD</b>	Optimum Gaussian Detector
<b>ONERA</b>	Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
<b>PANMF</b>	Parametric Adaptive Normalized Matched Filter
<b>PDF</b>	Probability Distribution Function
<b>pdf</b>	Probability Density Function
<b>PR</b>	Pulse Repetition
<b>PRF</b>	Pulse Repetition Frequency
<b>SAR</b>	Synthetic Aperture Radar
<b>S-AR-PANMF</b>	Sequential Auto-Regressive Parametric Adaptive Normalized Matched Filter
<b>SCM</b>	Sample Covariance Matrix
<b>SCR</b>	Signal-to-Clutter Ratio
<b>SIRP</b>	Spherically Invariant Random Process
<b>SIRV</b>	Spherically Invariant Random Vector
<b>SNR</b>	Signal-to-Noise Ratio
<b>SPRT</b>	Sequential Probability Ratio Test
<b>TFAC</b>	Taux de Fausses Alarmes Constant
<b>UMP</b>	Uniformly Most Powerful
<b>VAR</b>	Vecteur Auto-Régressif

# Liste des figures

1.1	Principe de fonctionnement du radar . . . . .	2
3.1	Règle de décision pour un test séquentiel . . . . .	45
3.2	OCF idéale . . . . .	46
3.3	Paramètre de Pearson $\kappa$ sous $\mathcal{H}_0$ (clutter Gaussien, $N=20$ , 1000 itérations)	58
3.4	Paramètre de Pearson $\kappa$ sous $\mathcal{H}_1$ (clutter Gaussien, $N=20$ , 1000 itérations)	59
3.5	Paramètre de Pearson $\kappa$ sous $\mathcal{H}_0$ (clutter non Gaussien, $N=20$ , 1000 itérations) . . . . .	64
3.6	Paramètre de Pearson $\kappa$ sous $\mathcal{H}_1$ (clutter non Gaussien, $N=20$ , 1000 itérations) . . . . .	64
3.7	Seuils $A_N$ et $B_N$ en fonction de la taille de l'échantillon ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	67
3.8	Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , $f_d=0.4$ ) . . . . .	72
3.9	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_1$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	72
3.10	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_1$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ )	73
3.11	Probabilité de fausses alarmes en fonction de $f_d$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	73
3.12	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_0$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	74
3.13	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_0$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ )	74
3.14	Seuil bas $B_N$ et $1/N$ en fonction de la taille, clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	75
3.15	Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , $f_d=0.4$ ) . . . . .	77
3.16	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_1$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	78

3.17	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_1$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	78
3.18	Probabilité de fausses alarmes en fonction de $f_d$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	79
3.19	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_0$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	79
3.20	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_0$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	80
3.21	Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , $f_d=0.4$ ) . . . . .	81
3.22	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_1$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	81
3.23	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_1$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	82
3.24	Probabilité de fausses alarmes en fonction de $f_d$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	82
3.25	Taille de l'observation $N_s$ utilisée par le S-AR-PANMF sous $\mathcal{H}_0$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	83
3.26	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_0$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	83
3.27	Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 10$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	85
3.28	Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 27$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	85
3.29	Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 50$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	86
3.30	Rapport $N_f/N_s$ obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 10$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	86
3.31	Rapport $N_f/N_s$ obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 27$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	87

3.32	Rapport $N_f/N_s$ obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur $\tau = 50$ , ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ ) . . . . .	87
3.33	Données de la cellules 17, résolution 30 mètres . . . . .	90
3.34	Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, $f_d=0.4$ ) . . . . .	92
3.35	Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 2, résolution 15 m, polarisation VV, $f_d=0.4$ ) . . . . .	93
3.36	Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV, $f_d=0.4$ ) . . . . .	93
3.37	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_1$ ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, resolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV) . . . . .	94
3.38	Probabilité de fausses alarmes en fonction de $f_d$ ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, resolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV) . . . . .	94
3.39	Rapport des tailles $N_f/N_s$ sous $\mathcal{H}_0$ ( $\alpha = 0.001$ , $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, resolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV) . . . . .	95
4.1	Densité de probabilité Gaussienne et Densité de probabilité Gaussienne contaminée par des outliers . . . . .	99
4.2	Effet d'un seul outlier sur la moyenne et l'écart-type d'un échantillon Gaussien . . . . .	101
4.3	Estimation par maximum de vraisemblance . . . . .	102
4.4	Processus AR Gaussien d'ordre 3 avec un outlier . . . . .	103
4.5	Effet d'un seul outlier sur l'estimation d'une régression linéaire par la méthode des moindres carrés . . . . .	105
4.6	Fonction de Huber et les fonctions score et poids correspondantes . . .	110
4.7	Cas particuliers de la fonction de Huber . . . . .	110
4.8	Fonction bisquare et les fonctions score et poids correspondantes . . . .	111

---

4.9	IF de la moyenne, de la médiane et du M-estimateur pour une distribution $\mathcal{N}(0, 1)$ . . . . .	113
4.10	Effet d'un seul AO sur un processus AR d'ordre 3 . . . . .	117
4.11	Effet d'un seul IO sur un processus AR d'ordre 3 . . . . .	117
4.12	Schéma de l'approche proposée . . . . .	119
4.13	Effet du filtre robuste sur un processus AR d'ordre 3 contaminé par 04 AO . . . . .	122
4.14	Biais maximum pour le cas d'un clutter Gaussien . . . . .	125
4.15	Biais maximum pour le cas d'un clutter Weibull distribué . . . . .	125
4.16	Efficacité de l'approche proposée . . . . .	125
4.17	Probabilité de détection ( $N = 20, L = 2, p = 3, f_d = 0.3, p_{fa} = 10^{-3}$ , degrés de contamination = 20%) . . . . .	126
4.18	Probabilité de fausses alarmes ( $N = 20, L = 2, p = 3$ , degrés de conta- mination = 20%) . . . . .	126

# Liste des tableaux

2.1	Algorithme Monte-Carlo pour l'estimation du seuil $\eta_{np}$ . . . . .	33
3.1	Types de distributions définis dans le système de Pearson . . . . .	58
3.2	Algorithme S-AR-PANMF . . . . .	70
3.3	Caractéristiques du radar IPIX de l'université McMaster / Canada . . .	89
3.4	Caractéristiques des fichiers utilisés . . . . .	90
4.1	Effet d'un outlier sur l'estimation MLE des paramètres AR . . . . .	104
4.2	Effet d'un outlier sur les statistiques classiques et les statistiques robustes	107
4.3	Points de rupture (BP) des estimateurs de position et de dispersion . .	114

---

# Introduction

## 1 Avant propos

Le terme RADAR qui est assez courant de nos jours est un acronyme construit à partir des mots anglais RAdio Detection And Ranging. Il désigne un équipement électronique ayant la faculté de détecter des objets pas forcément coopératifs et de déterminer leur direction, leur altitude ou leur vitesse en utilisant l'énergie électromagnétique réfléchie. Les radars utilisent des ondes modulées et des antennes directives pour l'émission de l'énergie électromagnétique dans un volume de l'espace afin d'y détecter des cibles. Ces dernières réfléchissent alors une proportion de cette énergie vers le radar sous forme d'échos qui sont traités par le récepteur du radar afin d'en extraire les caractéristiques qui permettent d'identifier et de localiser la cible (figure 1.1). Les fréquences utilisées dans les systèmes radar étant insensibles à l'obscurité et dans une certaine mesure aux conditions météorologiques, permettent la détection d'objets invisibles à l'œil nu, de jour comme de nuit, par tous les temps et à des distances plus ou moins élevées [1]. L'objectif majeur de tout système radar est la détection d'objets d'intérêt (cibles), évoluant dans un environnement pas forcément connu. Il s'agit de la décision prise par le récepteur radar concernant la présence ou l'absence de la cible étant donné un écho reçu suite à l'émission d'un train d'impulsions. Cette décision est ensuite utilisée pour déterminer les paramètres de la cible, comme la position, la vitesse, la forme, etc.

La qualité de la détection est souvent perturbée par la présence d'une multitude de signaux indésirables, naturels ou artificiels, internes ou externes. Tous ces signaux qui ne correspondent pas à celui de la cible sont considérés comme des bruits.

La principale perturbation interne dans un système radar est le bruit thermique, inhérent à tout récepteur électronique. Il provient généralement de l'agitation thermique des électrons, il est modélisé comme un bruit blanc Gaussien et n'induit pas de difficultés dans une stratégie de détection.

Dans certains cas, le radar doit également faire face aux échos indésirables issus de l'environnement situé autour de la cible. Ces interférences externes au système radar

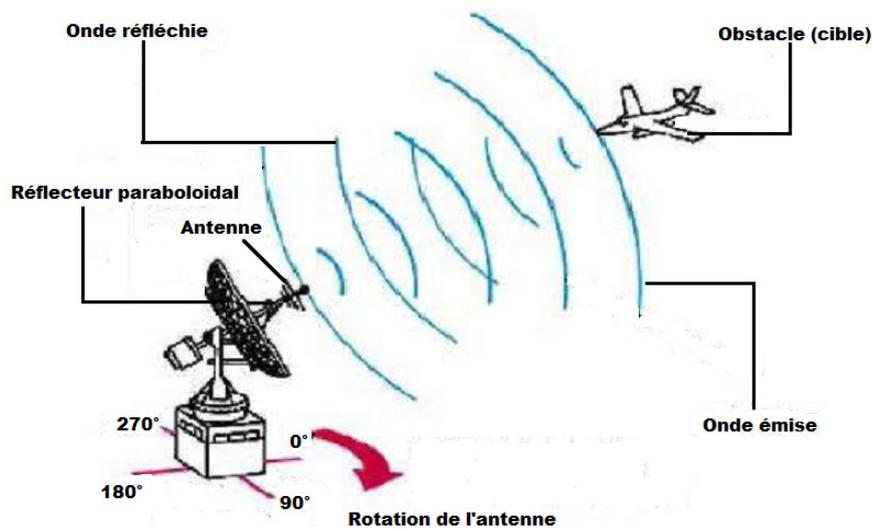


FIGURE 1. Principe de fonctionnement du radar

émanent des réflecteurs constituant le sol, la mer, les nuages, la pluie, etc. Ces signaux parasites sont généralement assimilés à du bruit aléatoire se superposant au bruit thermique, et constituent ce que l'on nomme le fouillis ou clutter.

La détection de cibles noyées dans du clutter, qui a été un domaine de recherche en constante évolution dès les premiers jours du radar, demeure un des problèmes les plus importants de cette technologie. Une importance d'autant plus grande que le développement des systèmes radar et l'extraordinaire évolution de leurs domaines d'utilisation ont induit énormément de complexité sur les propriétés statistiques du clutter, qui dépendent à la fois des paramètres du radar (résolution, longueur d'onde, polarisation, etc.) et de l'environnement de la cible. Ce dernier présente souvent des variations spatio-temporelles qui confèrent de surcroît un caractère non stationnaire aux statistiques du clutter. Dans la littérature, plusieurs types de caractéristiques sont utilisées pour décrire le clutter, notamment l'intensité relative, le spectre, les fonctions d'autocorrélation dans le temps et dans l'espace, la fonction de distribution de probabilité (PDF -Probability Distribution Function-) ou la fonction de densité de probabilité

---

(pdf -probability density function-), etc. Cette dernière est l'un des plus importants outils de description du clutter et de ses effets sur une stratégie de détection. Dans le cas où le clutter s'apparente à du bruit Gaussien (distribution Rayleigh de l'amplitude), les détecteurs construits sur cette hypothèse permettent une détection optimale [2]. Ce modèle qui décrit parfaitement les échos de clutter dans les radars à faible résolution découle de l'application du théorème de centrale limite, justifiée par le nombre élevé de réflecteurs indépendants qui constituent ces échos. Malheureusement dans de nombreuses situations pratiques, la statistique du clutter ne s'apparente pas à une Gaussienne [3]. Ce phénomène se produit dans le cadre de la détection d'une cible évoluant à site bas (incidence inférieure à quelques degrés) ou que le pouvoir de résolution distance du radar augmente (baisse du nombre de réflecteurs élémentaires du clutter). Dans ces situations, la statistique du clutter peut ne plus s'apparenter à une Gaussienne. Le clutter est alors modélisé par des lois possédant un nombre de degrés de liberté plus élevé (ex : loi de Weibull ou K-distribution). Une bonne description de ce phénomène est donnée dans la littérature pour des échos de clutter de mer [4] [5] [6], ainsi que pour des mesures de clutter de sol issues d'expérimentations réalisées par différents organismes tels que l'ONERA et le MIT [7]. Dans chacune de ces situations, le radar est confronté à des bruits à caractère impulsionnel, qu'il considère comme étant des cibles, ce qui engendre une augmentation du taux de fausses alarmes (fausses détections). Le radar doit alors adapter son seuil de détection pour réduire ce niveau de fausses alarmes. Les nombreuses approches visant cet objectif s'inscrivent dans deux axes de recherches : le but du premier est l'optimisation des détecteurs classiques par des techniques adaptatives issues d'un traitement non-cohérent sur les données radar. Ces techniques permettent le maintien d'un Taux de Fausses Alarmes Constant (TFAC ou CFAR -Constant False Alarm Rate- en anglais) tout au long du traitement en adaptant le seuil de détection aux variations locales du clutter. Cette stratégie de détection obtenue initialement sous l'hypothèse Gaussienne ne permet pas d'atteindre l'optimalité des traitements. Le deuxième axe de recherches porte sur la modélisation du clutter non-Gaussien et la mise en place de détecteurs adaptés aux statistiques de ce dernier. L'énorme essor qu'a connu ce domaine de la recherche a permis de proposer

de nombreuses distributions pour modéliser les échos réels de clutter observés dans différents milieux. Dans [8], la distribution log-normale est proposée comme alternative à la distribution de Rayleigh pour décrire l'amplitude du clutter. La distribution Weibull est utilisée pour modéliser un clutter de sol dans [9]. Le modèle k-distribué est également proposé pour décrire la distribution de l'amplitude du clutter de mer [10] et [11]. Le modèle Gaussien composé (compound-Gaussian) est également proposé et appliqué avec succès pour la modélisation du clutter non-Gaussien corrélé [12]. L'interprétation mathématique de ce modèle comme étant le produit de deux variables aléatoires indépendantes (speckle et texture), permet sa compatibilité avec une large gamme de distributions [13], en particulier la distribution Gaussienne, la distribution Weibull et la K distribution. La variante multi-variables de ce modèle offre également une modélisation flexible de la corrélation pulse-to-pulse du clutter [14].

## 2 Discussion du thème et contributions

En se basant sur le modèle Gaussien composé, des solutions sous-optimales ont été proposées pour la détection de signaux noyés dans un clutter non-Gaussien corrélé, dont la matrice de covariance est inconnue [15] [16] [17]. En pratique, des techniques adaptatives sont utilisées pour estimer cette matrice en utilisant les données secondaires issues des cellules adjacentes à la cellule sous test (CUT -Cell Under Test-). Ces cellules secondaires sont supposées contenir uniquement du clutter, ayant les mêmes propriétés statistiques.

Deux grandes classes de méthodes d'estimation de la matrice de covariance du clutter sont à distinguer, les méthodes non-paramétriques et les méthodes paramétriques. Dans la première classe, aucune hypothèse n'est faite sur le clutter, tandis que dans les techniques paramétriques, le clutter est supposé appartenir à une famille ou à un modèle ayant certaines propriétés. Ce modèle est généralement défini par des paramètres inconnus qui sont eux même estimés. Ces deux classes de méthodes de détection adaptative supposent que les données secondaires utilisées pour estimer les paramètres inconnus sont stationnaires dans une certaine mesure dans l'espace et dans le temps. Les li-

mites de cette hypothèse de stationnarité constituent un problème particulièrement intéressant car les diverses applications révèlent de plus en plus la forte dynamique des milieux d'évolution des objets à détecter.

Concernant la stationnarité spatiale, il est important de rappeler que les détecteurs adaptatifs basés sur des estimateurs non-paramétriques de la matrice de covariance du clutter, présentent certes l'avantage d'utiliser directement les données secondaires sans émettre d'hypothèses quant à leurs propriétés statistiques. Toutefois, la condition d'utiliser un nombre de cellules secondaires supérieur ou égal à la taille de l'observation est imposée pour garantir la non-singularité de l'estimée de la matrice de covariance qui doit être inversée dans l'expression finale du détecteur. Le recours à ces approches suppose donc la stationnarité du clutter dans un nombre assez élevé de cellules secondaires, équivalent à une certaine mesure de l'espace de part et d'autre de la cellule sous test.

Le recours aux méthodes paramétriques permet de s'affranchir de cette condition et offre la possibilité de minimiser l'étendue des zones où le clutter est supposé stationnaire. En ce qui concerne la stationnarité dans le temps, l'utilisation de toutes les approches adaptatives (paramétriques ou non-paramétriques), basées sur une taille fixe des données secondaires utilisées pour estimer les paramètres inconnues (matrice de covariance du clutter), pour la construction du détecteurs et pour la prise de décision pose forcément le problème de la définition on-line de la valeur de la taille minimale nécessaire pour garantir des performances données.

Le critère de Neyman-Pearson qui est généralement utilisé dans le domaine de la détection radar ne permet pas de minimiser à la fois les erreurs de première et de seconde espèce ainsi que la taille de l'observation nécessaire au test basé sur ce critère [18] [19]. L'ambition de proposer une solution on-line pour la détection de signaux dans un clutter non-Gaussien, corrélé et non-stationnaire, où la taille de l'observation est minimisée pose également le problème des seuils de détection, qui sont généralement déterminés en utilisant la méthode Monte Carlo dont l'utilisation on-line est impossible en plus de son coût élevé en terme de calcul.

Dans ce cadre, la première contribution de cette thèse consiste en une approche de

détection paramétrique dans un clutter non-stationnaire distribué selon le modèle Gaussien composé. Les contributions concernent les aspects suivants :

- La détermination analytique des distributions de la statistique paramétrique sous les deux hypothèses, pour le cas d'un clutter Gaussien complexe ;
- La généralisation de ces distributions pour le cas non Gaussien ;
- La détermination des expressions analytiques des seuils de détection qui sont jusque là approximés par la méthode de Monte Carlo ;
- La proposition d'un algorithme de détection séquentielle à faible coût en calcul ;
- L'utilisation d'un nombre réduit de cellules secondaires ;
- La minimisation de la taille de l'observation requise pour atteindre une puissance donnée du test de détection ;

Des expressions originales des distributions de la statistique et des seuils de détection sont données dans cette partie. Ces expressions, non connues jusque là dans la littérature constituent la majeure contribution de cette thèse.

La seconde contribution concerne la détection paramétrique dans un clutter non homogène en utilisant les statistiques robustes. Les cibles interférentes et les bords de clutter dans les cellules secondaires sont considérés comme des observations atypiques. Un filtrage robuste est proposé comme pré-traitement qui précède la construction du détecteur paramétrique. Cette approche est proposée pour un test basé sur le critère classique de Neyman-Pearson. La robustesse, l'efficacité et le gain en probabilité de détection sont évalués.

### **3 Organisation de la thèse**

La présente thèse comporte trois principales parties. La première partie qui est composée des chapitres 1 et 2 est une présentation générale du contexte du problème de la détection radar. Dans la première section du chapitre 1 un bref aperçu sur l'évolution des radars et leurs diverses applications au cours de l'histoire est donné. Dans la deuxième partie de ce chapitre les signaux parasites et les bruits qui caractérisent la détection radar sont présentés. Un accent particulier est mis sur la notion de fouillis

---

ou clutter et son importance dans le choix d'une stratégie de détection. Les deux dernières sections de ce chapitre viennent compléter cette vue d'ensemble en définissant les modèles généralement utilisés pour les signaux utiles (signaux de cibles) et les échos parasites (clutter). Le modèle Gaussien composé qui sera adopté dans la suite de cette thèse est détaillé dans la dernière partie de ce chapitre. Dans le chapitre 2 un état de l'art de la détection à taux de fausses alarmes constant est dressé. Le détecteur adaptatif qui sera utilisé dans la suite de la thèse est présenté pour le cas du clutter Gaussien ainsi que pour le cas du clutter Gaussien composé.

La deuxième partie de ce travail est dédiée aux contributions et résultats obtenus. Elle comporte les chapitres 3 et 4. Dans le chapitre 3 une approche de détection paramétrique dans un clutter non Gaussien, corrélé et non stationnaire est proposée. Elle est basée sur un test séquentiel au lieu du test classique basé sur une taille fixe des observations. La théorie de base de la détection séquentielle est donnée au début de ce chapitre. Elle est suivie de la dérivation analytique des expressions originales des distributions de la statistique de détection sous les deux hypothèses dans le cas d'un clutter Gaussien ainsi qu'une généralisation au cas non Gaussien. Des expressions analytiques originales des seuils de détection sont ensuite calculées et un nouveau algorithme de détection séquentielle basé sur ces expressions est proposé. Des résultats qui concrétisent l'apport de l'approche proposés sont présentés en dernière partie de ce chapitre. Ils concernent les performances obtenues dans le cas de données simulées et de données réelles qui correspondent à un clutter de mer.

La seconde contribution de cette thèse est présentée dans le chapitre 4. Elle porte sur la détection paramétrique dans le cas d'un clutter non homogène où des cibles ou des bords de clutter dans les cellules secondaires perturbent l'estimation du modèle paramétrique utilisé pour la construction du détecteur. La notion de robustesse ainsi que les effets des observations atypiques sur les estimateurs classiques sont présentés. Un aperçu sur les estimateurs et les statistiques robustes est ensuite donné. Il est suivi par la proposition d'un pré-traitement basé sur un filtre robuste qui permet d'obtenir des données secondaires constituées uniquement de clutter homogène. Ce filtre est ensuite associé au détecteur paramétrique pour donner un schéma de détection robuste.

# Chapitre 1

## Modélisation des signaux et des bruits dans un radar

### 1.1 Généralités sur les radars

Bien que les principes généraux du radar soient connus depuis longtemps, la conception des premiers systèmes utilisables a nécessité énormément d'avancées en électronique. Le scientifique Allemand Heinrich Hertz, dont le nom est donné à l'unité de mesure de la fréquence, découvrit en 1886 les ondes électromagnétiques. Il démontra que celles-ci avaient les mêmes propriétés que les ondes optiques et établit notamment leur faculté d'être réfléchies par des objets métalliques. En 1903, l'ingénieur Allemand Hülsmeyer a obtenu un brevet pour un dispositif capable de détecter des navires, mais il suscita peu d'intérêt à cause de sa portée très limitée. Au cours d'une conférence donnée en 1922, Marconi a attiré l'attention sur les travaux de Hertz en présentant les premiers principes du radar [20]. Bien que le radar fut utilisé au milieu des années 1920 pour déterminer la hauteur de l'ionosphère, il a fallu attendre l'année 1935 pour que les premiers radars à impulsions soient utilisés avec succès pour détecter un aéronef et mesurer sa distance. Durant la suite des années 1930, les techniques radar ont connue un développement simultané et indépendant en Grande Bretagne, en Allemagne, en France et aux États Unis. En 1937, un premier radar fut installé sur un navire de guerre et en 1939, des avancées considérables en terme de performances ont été accomplies [21]. Au cours de la seconde guerre mondiale le radar s'est imposé comme l'idéale technique pour détecter l'ennemi de jour comme de nuit. Dans certaines situations, il a joué un rôle décisif précipitant la victoire d'un protagoniste ou de l'autre, la bataille d'Angleterre en est l'illustre exemple. En effet la Royal Air Force menée par Watson Watt, développa en 1940 un immense réseau de radars de surveillance qui lui a permit au moment où les bombardements allemands battaient leur plein de déclencher des alertes suffisamment tôt pour préparer la riposte. De l'autre coté de la manche, les allemands n'en font

---

pas moins, et réussirent à partir de 1942 à monter leur propre réseau de radars de surveillance [22].

Les radars peuvent être classés en tant que systèmes au sol, aéroportés, montés sur satellites ou embarqués sur bateaux. Ils peuvent également être classés dans de nombreuses catégories basées sur leurs missions et/ou leurs fonctionnalités. Ceci inclut : la météo, l'acquisition et la recherche, la poursuite, la lutte contre le feu, la détection précoce, les radars d'évitement d'obstacles et anti collision... etc. Une autre classification est également possible en considérant certaines caractéristiques spécifiques, telles que la bande de fréquence, le type d'antenne et les formes d'onde utilisées. Un exemple de radars qui utilisent un type d'antennes particulier est le radar à balayage électronique qui utilise des réseaux d'antennes à commande de phase. Ces radars sont souvent appelés radars multifonctionnels (à plusieurs modes de fonctionnement). Les réseaux d'antennes synthétisent des faisceaux directifs étroits qui peuvent être orientés, mécaniquement ou électroniquement. La direction électronique est réalisée en commandant la phase du courant électrique alimentant les éléments du réseau. Les radars sont le plus souvent classés selon le type de l'onde qu'ils emploient, ou par leur fréquence d'opération. Concernant les formes d'onde, les radars peuvent être à onde continue (CW) ou à impulsions (PR). Les radars à onde continue sont ceux qui rayonnent de l'énergie électromagnétique sans interruption. Ils utilisent des antennes distinctes pour l'émission et la réception. Les radars CW avec onde non modulée peuvent mesurer exactement la vitesse radiale de la cible (Effet Doppler) ainsi que sa position angulaire. L'information de position ne peut cependant pas être extraite sans utiliser une certaine forme de modulation. L'utilisation des radars CW avec onde non modulée concerne généralement la mesure de la vitesse d'une cible ainsi que le guidage des missiles. Les radars à impulsions utilisent un train des formes d'onde pulsées. Dans cette catégorie, les systèmes de radar peuvent être classés sur la base de la fréquence de répétition de l'impulsion (PRF), en tant que radars à bas PRF, à moyen PRF et à haut PRF. Les radars à bas PRF sont principalement utilisés pour la détection de cibles pour lesquelles la vitesse (le décalage Doppler) est sans intérêt. Les radars à haut PRF sont principalement utilisés pour mesurer la vitesses des cibles. Les radars à onde

continue aussi bien que les radars à impulsions peuvent mesurer à la fois la portée et la vitesse radiale de la cible en utilisant différents modes de modulation.

## 1.2 Signaux parasites et bruits dans un radar

La détection d'un signal réfléchi par une cible est souvent limitée par la présence de signaux indésirables qui peuvent être internes ou externes au radar, naturels ou artificiels. Tous ces signaux qui ne correspondent pas au signal de la cible sont considérés comme bruit quoique la plupart n'ait pas la même nature associée généralement au bruit. En outre un signal source de perturbation pour une application peut s'avérer utile pour une autre ; les échos atmosphériques qui constituent des bruits pour la détection des cibles volantes sont des cibles d'intérêt pour les radars météorologiques.

La classification des bruits dans un radar peut être accomplie des trois manières suivantes :

– Du point de vue de leur origine :

1. Bruit interne (bruit thermique) ;
2. Bruit externe naturel (bruit radiométrique) ;
3. Bruit externe artificiel (pollution électromagnétique due aux signaux de brouillage ou aux interférences avec d'autres radars) ;
4. Echos parasites (fausses cibles créés par les réflexions des ondes émises par le radar sur des surfaces réfléchives naturelles autour de la cible).

– Du point de vue de leurs caractéristiques spectrales :

1. Coloré ;
2. Blanc.

– Du point de vue de leurs propriétés statistiques (distribution) :

1. Gaussien ;
2. Non Gaussien.

### 1.2.1 Bruit interne (thermique)

A l'instar de tout récepteur, la limite de détection d'un signal utile dépend du bruit interne du récepteur radar. Ce bruit est généralement appelé bruit thermique à cause de son origine; en effet il est créé par l'agitation thermique des électrons dans les différents éléments qui constituent le récepteur. Le bruit interne est donc un signal de variations aléatoires, que tous les composants électroniques génèrent de façon inhérente à différents degrés, il apparaît typiquement comme constitué de variations aléatoires superposées au signal d'écho reçu par le radar. Plus la puissance du signal désiré est faible, plus il est difficile de le discerner du bruit. Le modèle retenu pour ce genre de bruit est le modèle blanc Gaussien.

### 1.2.2 Bruit radiométrique

Même quand il n'y'a pas d'émission de signal, l'antenne du radar collecte tous les signaux rayonnés par son environnement : radiations cosmiques, radiations industrielles dues à l'activité humaine, radiation thermiques de la terre...etc. A cause des pertes ohmiques (quelques dB) qui caractérisent l'antenne du radar et les circuits micro-onde situés avant le récepteur, une large partie du bruit radiométrique est occultée par le bruit produit par ces éléments.

### 1.2.3 Bruits externes artificiels (brouillage)

Le brouillage (jamming) se présente sous forme de contre-mesures électroniques dans lesquelles les signaux interférents sont transmis à des fréquences dans la bande du radar pour occulter ou déformer les signaux utiles qui correspondent à des cibles intéressantes. Le brouillage peut être intentionnel (un dispositif antiradars dans le cas d'une guerre électronique) ou non voulu (par exemple dans le cas de forces alliées utilisant du matériel qui émet dans la même gamme de fréquences). Le brouillage est considéré comme une source d'interférences active, puisqu'il est causé par des éléments

extérieurs au radar et généralement sans lien avec les signaux du radar. Le brouillage pose des problèmes aux radars puisque les signaux de brouillage n'ont besoin de parcourir que le trajet aller (du brouilleur au récepteur du radar) alors que les échos du radar parcourent un aller-retour (radar-cible-radar) et sont donc beaucoup moins puissants une fois de retour au récepteur. Les brouilleurs ont donc beaucoup moins besoin d'être puissants que les radars afin de masquer efficacement les sources le long du champ de vision depuis le brouilleur vers le radar (brouillage du lobe principal). Les brouilleurs ont un effet supplémentaire sur les radars situés le long d'autres champs de visions, à cause des lobes secondaires du récepteur du radar (brouillage des lobes latéraux). Le brouillage du lobe principal peut généralement être réduit seulement en réduisant son angle solide, et ne peut jamais être complètement éliminé si le brouilleur est situé directement face au radar et s'il utilise les mêmes fréquences et polarisations que le radar. Le brouillage des lobes secondaires peut être surmonté en réduisant les lobes de réception secondaires dans la conception de l'antenne du radar et en utilisant une antenne unidirectionnelle afin d'ignorer tous les signaux non destinés au lobe principal. Des travaux sont également menés sur les antennes à balayage électronique actif qui à terme permettront de repositionner dynamiquement leurs lobes secondaires en cas de brouillage.

#### 1.2.4 Echos parasites

Les échos parasites sont des retours venant de cibles qui sont par définition inintéressantes pour l'opérateur radar. Les causes de ces échos sont :

- Les sources naturelles tels que le sol, la mer, les forêts, les précipitations (pluie, neige ou grêle), les tempêtes de sable, les animaux (particulièrement les oiseaux en vol de groupe), les turbulences atmosphériques, et d'autres effets atmosphériques (par exemple les chutes de météores).
- Les objets construits par l'homme tels que les immeubles ou les paillettes métalliques lâchées intentionnellement comme contre-mesures dans la guerre électronique.
- Les réflexions venant des trajets multiples. En effet, lorsque le faisceau radar éclaire une cible l'onde émise est réfléchiée dans toutes les directions. Une partie de cette

- énergie peut alors être réfléchi sur une autre cible avec suffisamment de puissance et retourner au radar. Comme le temps mis par cette seconde réflexion pour atteindre le radar est plus long que le retour direct, la cible sera placée au mauvais endroit.
- Les objets très réfléchissants visibles au travers d'un lobe secondaire de l'antenne, alors que l'antenne pointe vers une zone moins réfléchissante.

La discrimination entre les échos de cibles et les échos parasites issus des sources autour de celles-ci est l'une des difficultés majeures qui caractérisent les systèmes radar. Les propriétés de ces échos et les moyens utilisés pour les éliminer sont tributaires des sources de ces échos (sol, mer, atmosphère...). Ces échos parasites de tout objet autre qu'une cible, et en l'absence de brouillage accidentel (interférence avec un autre radar par exemple) ou intentionnel (brouilleur ennemi), sont appelés fouillis, le mot anglo-saxon équivalent est « clutter ». Nous distinguons généralement deux types de clutter ; le clutter de surface et le clutter de volume. Le clutter de surface est celui qui provient des échos de la mer et du sol alors que le clutter de volume est dû essentiellement aux phénomènes atmosphériques. Il est à noter que la désignation écho indésirable est relative, en effet un écho parasite pour certains ne l'est pas forcément pour d'autres. Ainsi en détection des cibles volantes (aviation) on s'efforce d'éliminer tous les échos issus des phénomènes atmosphériques alors que les météorologistes considèrent que les avions sont du bruit et ne veulent garder que les signaux provenant des précipitations. Les échos parasites sont considérés comme une source d'interférences passive, puisqu'elles ne sont détectées qu'en réponse aux signaux émis par le radar. Il existe plusieurs façons d'éliminer ces échos. Plusieurs de ces méthodes reposent sur le fait que ces échos tendent à être statiques lors des balayages du radar. Ainsi, en comparant des sondages radar successifs, la cible désirée sera mobile et tous les échos (immobiles) pourront être éliminés. Les échos de mer peuvent être réduits en utilisant une polarisation horizontale [23], tandis que l'effet de la pluie est réduit avec une polarisation circulaire (notez que les radars météorologiques souhaitent obtenir l'effet inverse, ils utilisent donc une polarisation horizontale afin de détecter les précipitations). Les autres méthodes visent à augmenter le rapport signal sur bruit.

La nécessité aux concepteurs et aux analystes de prévoir exactement les performances des systèmes radar face au clutter a mené à beaucoup de tentatives de mesure et de modélisation de ce dernier pendant les décennies qui ont suivi la deuxième guerre mondiale. Le problème est toujours d'actualité et fortement complexe en raison de la variabilité et de la dynamique du clutter d'un site à un autre.

## 1.3 Modélisation des signaux dans un radar

Une chaîne radar classique est constituée de traitements séparables en distance, Doppler et éventuellement angle, chacun permettant de mesurer les informations relatives à la distance radar-cible, la vitesse radiale et la direction d'arrivée de la cible. Ces traitements sont mis en œuvre en supposant qu'à l'échelle de la durée d'observation, la cible n'a pas significativement bougé dans l'espace des paramètres (distance, Doppler, angle), relativement aux résolutions selon chacun de ces axes. Par ailleurs, la probabilité de détection d'une cible ainsi que les précisions d'estimation de ses paramètres sont proportionnelles à sa durée d'observation. Si l'on souhaite par exemple augmenter les performances des radars sans modifier leurs architectures matérielles (puissance d'émission, antenne,...etc), il est nécessaire de recourir à des traitements d'intégration qui consistent à faire intervenir explicitement la cinématique de la cible, de façon à réaliser une intégration du signal reçu le long de la trajectoire de cette dernière. Toutes ces opérations de traitement sont basées sur des modèles mathématiques qui permettent de représenter les signaux utiles et les bruits.

### 1.3.1 Signaux à bande étroite

A l'instar de tous les systèmes de communication qui fonctionnent en modulant une forme d'onde portant des informations sur une porteuse sinusoïdale, les signaux radar sont souvent considérés à bande étroite.

Un signal est dit à bande étroite si ses composantes fréquentielles sont essentiellement

contenues dans une bande de largeur inférieure à sa fréquence centrale. la représentation pratique de ce genre de signaux est généralement de la forme :

$$x(t) = x_A(t)\cos(2\pi f_c t + x_p(t)) \quad (1.1)$$

$x_A(t)$  et  $x_p(t)$  étant respectivement la fonction de modulation de l'amplitude et celle de la phase et  $f_c$  la fréquence porteuse.

L'équation (1.1) peut également être exprimée en utilisant la notion de l'enveloppe complexe de  $x(t)$  de la manière suivante :

$$x(t) = \Re[x_A(t)\exp[j(2\pi f_c t + x_p(t))]] = \Re[x_c(t)\exp(j2\pi f_c t)] \quad (1.2)$$

où  $\Re(\cdot)$  désigne la partie réelle et  $x_c(t)$  l'enveloppe complexe de  $x(t)$  définie par :

$$x_c(t) = x_A(t)\exp[jx_p(t)] \quad (1.3)$$

D'autre part, le développement de (1.1) donne lieu à une autre représentation de  $x(t)$  en fonction de ses composantes en phase  $x_I(t)$  et en quadrature de phase  $x_Q(t)$ . On obtient alors :

$$x(t) = x_A(t)\cos(2\pi f_c t)\cos(x_p(t)) - x_A(t)\sin(2\pi f_c t)\sin(x_p(t)) = x_I(t)\cos(2\pi f_c t) + x_Q(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (1.4)$$

Cette notion de composantes en phase et en quadrature de phase s'applique également à l'enveloppe complexe  $x_c(t)$  de  $x(t)$  pour laquelle nous obtenons la relation suivante :

$$x_c(t) = x_{c_I}(t) + jx_{c_Q}(t) \quad (1.5)$$

### 1.3.2 Modèle unidimensionnel des signaux de cibles

Les deux modèles de signaux généralement utilisés dans la littérature sont le modèle unidimensionnel et le modèle multidimensionnel. Dans cette section nous présentons brièvement le premier modèle qui sera utilisé dans la suite de notre travail.

Dans plusieurs applications de la détection, le modèle unidimensionnel est le plus utilisé. Ce type de signal comporte, en général, les informations relatives à l'amplitude

complexe du signal, à la fréquence Doppler  $f_d$  de la cible (mesure de la vitesse de la cible), au retard du signal reçu par rapport à l'impulsion émise (mesure de la distance de la cible) et à la direction de visée du radar. La forme complexe de ce modèle est donnée par :

$$x(t) = x_I(t) + jx_Q(t) = Ae^{j\vartheta} e^{j\varphi} = \delta \mathbf{d} \quad (1.6)$$

La surface équivalente radar (SER) de la cible et les pertes dues au canal de transmission sont modélisées par le facteur  $A$ ,  $\vartheta$  représente la phase initiale du train d'impulsions reçu. Le vecteur  $\mathbf{d} = e^{j\varphi}$  est souvent appelé vecteur directionnel (steering vector). Les composantes du vecteur  $\varphi$  sont définies par (pour un vecteur signal de dimension  $N$ ) :

$$\varphi[k] = 2\pi f_d k T_R, \quad k = 1, \dots, N \quad (1.7)$$

$T_R$  désigne la fréquence de répétition des impulsions émises par le radar (pulse repetition frequency PRF).

Le modèle unidimensionnel 1.6 est largement utilisé non seulement dans les applications radar mais également dans le traitement des signaux issus d'un réseau de capteurs et les traitements spatio-temporels.

Le vecteur directionnel  $\mathbf{d}$  est supposé connu (fréquence Doppler connue). En pratique des bancs de filtres à différentes fréquences sont utilisés pour déterminer le décalage Doppler de la cible.

En fonction de la nature de  $A$ ,  $\vartheta$  et  $\delta$ , le modèle correspond à un signal cible parfaitement connu ou à un des modèles de fluctuations.

### 1.3.3 Modélisation des fluctuations des cibles

Quatre modèles statistiques sont généralement utilisés pour modéliser les fluctuations des cibles [24].

#### 1.3.3.1 Modèle Swerling I (fluctuations scan to scan)

Dans ce cas, la puissance du signal est supposée constante pour toutes les impulsions reçues à chaque balayage. La fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du signal

à la sortie du détecteur quadratique est une loi exponentielle de la forme :

$$f_S(s) = \frac{1}{m_s} \exp\left(\frac{-s}{m_s}\right), \quad s \geq 0 \quad (1.8)$$

$m_x$  est dans ce cas la puissance moyenne du signal reçu.

### 1.3.3.2 Modèle Swerling II (fluctuations pulse to pulse)

La fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du signal à la sortie du détecteur quadratique est la même que pour le modèle Swerling I. Toutefois, dans ce cas les fluctuations sont plus rapides et sont donc considérées indépendantes d'une impulsion à une autre.

### 1.3.3.3 Modèle Swerling III (fluctuations scan to scan)

Dans le cas du modèle Swerling III, les fluctuations sont supposées lentes et la fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du signal à la sortie du détecteur quadratique suit la loi suivante :

$$f_S(s) = \frac{4s}{m_s^2} \exp\left(\frac{-2s}{m_s}\right), \quad s \geq 0 \quad (1.9)$$

### 1.3.3.4 Modèle Swerling IV (fluctuations pulse to pulse)

Les cibles sont dans ce cas caractérisées par des fluctuations rapides avec des amplitudes indépendantes d'une impulsion à une autre. La fonction de densité de probabilité de l'enveloppe du signal est dans ce cas donnée par 1.9.

En pratique, les cas Swerling I et Swerling II sont adoptés pour représenter les fluctuations des échos d'avions. Ils correspondent à des cibles composées de plusieurs réflecteurs élémentaires indépendants. Les modèles Swerling III et Swerling IV sont par contre utilisés pour représenter des cibles composées d'un réflecteur dominant constant et de petits réflecteurs indépendants. Les missiles et les satellites sont des exemples de cibles dont les fluctuations sont représentées par ces deux modèles.

### 1.3.3.5 Cibles non fluctuantes

Les cibles non fluctuantes sont en général représentées par le modèle Swerling 0. Dans ce cas il n'y a aucune fluctuation de l'amplitude du signal reçu.

## 1.3.4 Intégration des signaux dans un radar

Le rapport signal sur bruit (SNR) est un facteur fondamental pour la détermination de la qualité de nombreuses opérations de traitement du signal radar. Cette importance se manifeste sous divers aspects dont par exemple [25] :

- Pour une probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  donnée, la probabilité de détection  $P_d$ , augmente avec le SNR ;
  - La précision de mesure de la portée, de l'angle et de la fréquence Doppler augmente (écart-type de l'erreur de mesure diminue) lorsque le SNR augmente ;
  - Le contraste de l'image du radar à synthèse d'ouverture (SAR) croît avec le SNR.
- De nombreuses opérations de traitement de signaux radar cherchent à augmenter le SNR et donc les performances du radar en ajoutant (intégrant) des échantillons de données multiples. Deux grandes classes d'intégration sont alors à distinguer : l'intégration cohérente et l'intégration non cohérente.

### 1.3.4.1 Intégration non cohérente

Dans l'intégration non cohérente, la sommation est appliquée à une fonction de l'amplitude de l'échantillon de données complexes, en éliminant donc l'information de phase avant l'intégration. L'intégration est généralement effectuée sur une fonction linéaire, quadratique ou logarithmique de l'amplitude.

### 1.3.4.2 Intégration cohérente

L'intégration est considérée comme cohérente lorsqu'elle est exécutée sur les données complexes, de sorte qu'à la fois l'amplitude et la phase des données sont utilisées.

## 1.4 Modélisation du clutter

De nos jours les systèmes radar opèrent dans une large gamme de domaines, où ils sont appelés à assurer certaines performances dans des milieux très différents. L'ajustement des caractéristiques et la prédiction des performances de ces systèmes passent inévitablement par la modélisation des échos indésirables (clutter) qui caractérisent chaque milieu, tout en considérant les caractéristiques du radar.

A cause de sa variabilité, et de son caractère aléatoire, le clutter est généralement décrit par sa fonction de densité de probabilité pdf (probability density function). Cette dernière sera l'outil fondamental de description des différents modèles de clutter qui fera l'objet des sections 1-4-1 et 1-4-2. Outre la pdf d'une variable aléatoire unidimensionnelle, la notion de pdf conjointe de variables aléatoires multidimensionnelles sera utilisées car dans la majorité des cas pratiques en radar, sonar et communications le signal reçu se présente sous forme d'un vecteur. Dans le cas particuliers des radars, ces derniers traitent à un instant donné un certain nombre d'impulsions à la fois qu'ils considèrent comme un vecteur observations. D'autre part, les modèles de signaux évoqués dans les sections précédentes imposent également le recours à la notion de l'enveloppe complexe pour caractériser le clutter.

### 1.4.1 Modèle Gaussien

Bien que plusieurs études expérimentales ont démontré les limites du modèle Gaussien face au développement des radars, surtout en termes de résolution, l'étude de ce dernier demeure incontournable. En effet, ce modèle fut à l'origine de plusieurs détecteurs qui présentent des performances intéressantes surtout dans le cas de radars à faible résolution ou à angle de visée relativement élevé.

### 1.4.1.1 Modèle Gaussien unidimensionnel

Une variable aléatoire  $X$  de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$  suit une loi gaussienne (ou normale)  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  quand sa fonction densité de probabilité s'écrit sous la forme :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.10)$$

Une gaussienne est entièrement définie par  $m$  et  $\sigma^2$ . Quand  $m = 0$  et  $\sigma^2 = 1$ , la loi est dite normale standard ou centrée réduite. Si une variable aléatoire  $X$  suit une loi gaussienne normale standard alors la variable aléatoire  $Y = \sigma X + m$  suit la loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ .

La fonction de répartition d'une variable aléatoire Gaussienne est donnée par :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(t-m)^2}{2\sigma^2}\right) dt = 1 - \mathcal{Q}(x) \quad (1.11)$$

La fonction  $\mathcal{Q}(x)$ , classiquement appelée fonction de Marcum (fonction de répartition complémentaire), ne se calcule pas sous forme analytique, des tables de ses valeurs existent dans la littérature [26].

Le modèle Gaussien qui occupe une position centrale en statistiques a été introduit par Gauss et Laplace dans le cadre de leurs travaux relatifs à l'astronomie.

### 1.4.1.2 Modèle Gaussien réel multidimensionnel

Pour un vecteur réel Gaussien  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$ , la pdf conjointe est donnée par [27], [28] :

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \det(\mathbf{M})^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}})^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}})\right] \quad (1.12)$$

où :

$\det(\cdot)$  désigne le déterminant,

$\mathbf{M}(N \times N)$  est la matrice de covariance de  $\mathbf{x}$ , elle est symétrique et supposée inversible.

Ses éléments sont donnés par :

$$\mathbf{M}_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j) = E[(x_i - E(x_i))(x_j - E(x_j))] \quad (1.13)$$

$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}}$  désigne le vecteur moyenne de  $\mathbf{x}$  définit par :

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x}] = [E(x_1), E(x_2), \dots, E(x_{N-1})]^T \quad (1.14)$$

### 1.4.1.3 Modèle Gaussien complexe multidimensionnel

La définition usuelle de la distribution Normale complexe multidimensionnelle est la suivante [29–33] :

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi^N \det(\mathbf{M})} \exp \left[ -(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}})^H \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}}) \right] \quad (1.15)$$

$\mathbf{x} \in \mathcal{C}^{N \times 1}$  est un vecteur de variables aléatoires complexes définit par :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_I + j\mathbf{x}_Q = [x_{I_0} + jx_{Q_0}, x_{I_1} + jx_{Q_1}, \dots, x_{I_{N-1}} + jx_{Q_{N-1}}] \quad (1.16)$$

où :

$x_{I_i}, x_{Q_i} \in \mathfrak{R}^1$  pour  $i = 0, \dots, N - 1$

L'exposant  $H$  désigne le transposé conjugué

$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}} = E(\mathbf{x}) = E(\mathbf{x}_I) + jE(\mathbf{x}_Q)$  désigne le vecteur moyenne

$j$  est le nombre complexe qui satisfait  $j^2 = -1$

$\mathbf{M} \in \mathcal{C}^{N \times N}$  est la matrice complexe de covariance de  $\mathbf{x}$  définie par :

$$\mathbf{M} = E \left[ (\mathbf{x} - E[\mathbf{x}]) (\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^H \right] \quad (1.17)$$

Une définition plus généralisée de la distribution Gaussienne complexe multidimensionnelle existe également dans [34].

## 1.4.2 Modèle non Gaussien

Les performances de certains détecteurs qui sont optimales en environnement Gaussien se dégradent drastiquement dès que la distribution du clutter dévie de cette hypothèse. Partant de ce constat, deux axes de recherche ont été explorés : l'objectif du premier est d'optimiser les détecteurs classiques. Cela a pour effet d'adapter le seuil de

détection à la puissance réelle du clutter et de conserver ainsi un taux de fausses alarmes constant tout au long du traitement. Le deuxième axe de recherche porte plutôt sur la modélisation du clutter non-gaussien et la mise en place de détecteurs adaptés aux statistiques de celui-ci.

Ce genre de modélisation est motivé par les résultats des mesures expérimentales de clutter réalisées par divers organismes de recherche [7], [11], [35] qui ont montré que le clutter n'est ni gaussien ni stationnaire, notamment lorsqu'il s'agit de clutter de mer ou de sol, éclairé à faible incidence ou par des radars à haute résolution. Dans ces environnements les données peuvent être correctement décrites par certains modèles non Gaussiens. Une des modélisations les plus élégantes et, de surcroît, assez maniable analytiquement, provient du fameux modèle Gaussien composé (compound Gaussian). Les échos de clutter sont dans ce cas modélisés par le produit d'un processus complexe Gaussien centré corrélé nommé *speckle* par un processus réel positif, indépendant du premier nommé *texture*. Ce modèle est en pratique bien décrit par les processus aléatoires sphériquement invariants ou SIRP (Spherically Invariant Random Process). Ces modèles qui définissent la modulation aléatoire de la puissance instantanée (variance) d'un bruit Gaussien décrivent parfaitement certaines situations expérimentales. Leur loi de probabilité étant connue dans de nombreux cas, ils suscitent un engouement particulier et par conséquent, une littérature abondante [36], [37], [38] et [39].

Dans le cas de la détection radar, l'aspect vectoriel des observations impose le recours dans la suite de notre travail aux vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou SIRV (Spherically Invariant Random Vectors) . Un SIRV est défini comme étant le vecteur obtenu suite à l'échantillonnage (discrétisation) d'un SIRP [40], [13] et [41].

#### 1.4.2.1 Définition d'un SIRV

A partir de la définition du modèle Gaussien composé, et en supposant une texture aléatoire constante pendant un intervalle de traitement cohérent, l'expression

mathématique d'un vecteur de clutter  $\mathbf{c}$  modélisé par un SIRV est donnée par [42] :

$$\mathbf{c} = \sqrt{\tau} \mathbf{x} \quad (1.18)$$

où :

$\tau$  est une variable aléatoire scalaire et positive qui représente la texture qui admet une densité de probabilité  $f_\tau(\tau)$ , appelée pdf caractéristique du SIRV.

$\mathbf{x} = \mathbf{x}_I + j\mathbf{x}_Q$  est un vecteur aléatoire complexe Gaussien de moyenne nulle ( $\boldsymbol{\mu}_\mathbf{x} = \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_I} = \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_Q} = \mathbf{0}$ ) et de matrice de covariance  $\mathbf{M} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$ , qui représente le speckle ( $\mathbf{x} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M})$ ).

Par définition  $\mathbf{M}$  est hermitienne *i.e*  $\mathbf{M}^H = \mathbf{M}$ . Elle est liée aux matrices de covariance des composantes en quadrature  $\mathbf{x}_I$  et  $\mathbf{x}_Q$  et à celle du clutter  $\mathbf{M}_\mathbf{c}$  par les relations suivantes :

$$\mathbf{M} = 2\mathbf{M}_{\mathbf{x}_I} = 2\mathbf{M}_{\mathbf{x}_Q} \quad (1.19)$$

$$\mathbf{M}_\mathbf{c} = E[\tau]\mathbf{M} = \mu_\tau \mathbf{M} \quad (1.20)$$

$\mu_\tau$  étant la puissance moyenne du clutter.

En utilisant la définition de la densité de probabilité Gaussienne multidimensionnelle, on peut obtenir la pdf conditionnelle du clutter  $\mathbf{c}$  pour une valeur donnée de la texture  $\tau$  :

$$f_{\mathbf{c}|\tau}(\mathbf{c} | \tau) = \frac{1}{(\pi\tau)^N \det(\mathbf{M})} \exp \left[ \frac{-\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau} \right] \quad (1.21)$$

Pour obtenir la pdf de  $\mathbf{c}$  on intègre  $f_{\mathbf{c}|\tau}(\mathbf{c} | \tau)$  sur toutes les valeurs possibles de la texture qui est réelle positive.

$$f_\mathbf{c}(\mathbf{c}) = E_\tau [f_{\mathbf{c}|\tau}(\mathbf{c} | \tau)] = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\pi\tau)^N \det(\mathbf{M})} \exp \left[ \frac{-\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau} \right] f_\tau(\tau) d\tau \quad (1.22)$$

L'équation (1.22) montre que la densité de probabilité d'un SIRV est complètement définie par la spécification de la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  du speckle  $\mathbf{x}$ , de la texture  $\tau$  et de la pdf caractéristique  $f_\tau(\tau)$  qui sont en pratique inconnues et doivent être estimés en utilisant des données secondaires. Dans le cas général, lorsque le vecteur moyenne  $\boldsymbol{\mu}_\mathbf{x}$  n'est pas nul, il doit également être spécifié pour définir le SIRV.

Pour des raisons d'identifiabilité,  $\mathbf{M}$  est en général normalisée selon  $Tr(\mathbf{M}) = N$  [16], [15]. A défaut d'une telle normalisation plusieurs couples de paramètres ( $\mathbf{M}, \tau$ ) peuvent

caractériser le même SIRV.

A partir de la pdf caractéristique de la texture plusieurs modèles de clutter non Gaussiens peuvent être obtenu à partir du modèle Gaussien composé. En effet, à chaque SIRV correspond une loi de texture, connue analytiquement ou pas. Dans la section suivante, des exemples de modèles de clutter généralement utilisés dans la détection radar sont présentés. Une étude plus exhaustive de tous les cas particuliers possibles de SIRV est disponible dans la littérature [39] et [2].

### 1.4.2.2 Cas particulier : le modèle Gaussien

Le cas Gaussien est obtenu pour une texture déterministe égale à la variance  $\sigma_{IQ}^2$  des composantes en quadrature  $\mathbf{x}_I$  et  $\mathbf{x}_Q$ . La pdf caractéristique est dans ce cas donnée par :

$$f_{\tau}(\tau) = \delta(1 - \sigma_{IQ}^2) \quad (1.23)$$

où  $\delta(\cdot)$  représente la fonction de Dirac. Le clutter suit dans ce cas une loi Gaussienne complexe ( $\mathbf{c} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_{IQ}^2 \mathbf{M})$ ).

### 1.4.2.3 Cas particulier : le modèle Weibull distribué

La distribution de Weibull est une loi à deux paramètres. Elle est utilisée comme modèle de clutter non Gaussien dans certains environnements [43], [44]. L'expression générale de la pdf d'une variable aléatoire  $x$  unidimensionnelle Weibull distribuée est donnée par [27] :

$$f_X(x; \sigma, \lambda) = \frac{\lambda}{\sigma} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\lambda-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\lambda}\right\}; \quad x \geq 0; \quad \sigma, \lambda > 0 \quad (1.24)$$

$\sigma$  et  $\lambda$  sont respectivement le paramètre d'échelle et le paramètre de forme.

Bien que la distribution de Weibull soit consistante avec le modèle Gaussien composé, l'expression analytique de la pdf caractéristique  $f_{\tau}(\tau)$  n'existe pas dans ce cas. Elle admet toutefois la représentation intégrale suivante, liée aux fonctions de Meyer [45] :

$$f_{\tau}(\tau) = \frac{1}{2\pi\tau^2} \int_0^{+\infty} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma} x^{\frac{\lambda}{2}} \cos\left(\frac{\pi\lambda}{4}\right)\right\} \cos\left\{\frac{1}{\sigma} x^{\lambda/x^{\lambda/2}} \sin\left(\frac{\pi\lambda}{4} - \frac{x}{2\tau}\right)\right\} dx \quad (1.25)$$

### 1.4.2.4 Cas particulier : le modèle k-distribué

La K-distribution est une loi à deux paramètres, un paramètre d'échelle  $b$  et un paramètre de forme  $\nu$ . Lorsque ce dernier tend vers l'infini, la pdf tend vers une Gaussienne. Cette loi est définie sur  $\mathcal{R}^+$  et doit son nom à la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce,  $K_\nu(x)$ . L'expression de la pdf d'une variable aléatoire  $x$  unidimensionnelle k-distribuée est donnée par [46], [47] et [48] :

$$f_X(x; b, \nu) = \frac{b^{\nu+1}}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} x^\nu \mathcal{K}_{\nu-1}(bx); \quad x \geq 0; \quad b, \nu > 0 \quad (1.26)$$

où :

$\Gamma(\cdot)$  désigne la fonction Gamma donnée par :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} \exp(-t) dt \quad z > 0 \quad (1.27)$$

$\mathcal{K}_{\nu-1}(\cdot)$  désigne la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce et d'ordre  $\nu - 1$  définie par [49] :

$$\mathcal{K}_\nu(z) = \frac{\Gamma(\nu + 1/2)(2z)^\nu}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{\cos t dt}{(t^2 + z^2)^{\nu+1/2}} \quad (1.28)$$

La loi de la texture pour une K-distribution est une loi Gamma de paramètres  $\nu$  et  $2/b^2$  ( $\mathcal{G}(\nu, 2/b^2)$ ) dont l'expression est donnée par [27] :

$$f_\tau(\tau) = \left(\frac{b^2}{2}\right)^\nu \frac{\tau^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)} \exp\left(\frac{-b^2\tau}{2}\right) \quad (1.29)$$

La loi jointe du vecteur SIRV (vecteur complexe  $\mathbf{c}$ ) s'écrit alors [50] :

$$f_c(\mathbf{c}) = \frac{b^{2N} \left[ b\sqrt{2\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}} \right]^{\nu-N} \mathcal{K}_{N-\nu}(b\sqrt{2\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}})}{\pi^N 2^{\nu-1} \Gamma(\nu) \det(\mathbf{M})} \quad (1.30)$$

La théorie des SIRV présentée brièvement dans cette section donne une idée sur les possibilités qu'offrent ces processus pour la modélisation du clutter (Gaussien ou non Gaussien). Leurs formes composées permettent d'obtenir les lois jointes des vecteurs de clutter, nécessaires dans la théorie de détection. En effet, comme on le verra dans le chapitre 2 dédié à cette théorie, il est nécessaire de connaître les statistiques des échos reçus par le récepteur radar. Ces données qui représentent les composantes en

quadrature sont complexes et leur modélisation en utilisant les SIRV permet d'élaborer les tests de décisions appropriés. Un aperçu sur l'état de l'art de la détection dans un clutter non Gaussien modélisés par les SIRV est donné en deuxième partie du chapitre 2. Ce modèle est également adopté dans la contribution de cette thèse, présentée dans les chapitres 3 et 4.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre une vue d'ensemble du contexte de la détection radar est présentée. Après un bref rappel de l'évolution des radars et de leurs applications, nous avons définis l'ensemble des bruits qui perturbent la détection des signaux utiles. Les échos de clutter sont particulièrement mis en valeur car ils sont à l'origine des problèmes formulés dans la suite de cette thèse. Cette vue d'ensemble est ensuite complétée par les modèles utilisés pour représenter les signaux utiles et le clutter. Pour ce dernier, un intérêt particulier est accordé au modèle Gaussien composé, qui est très utilisé dans la littérature et qui est compatible avec plusieurs modèles non Gaussiens dont le modèle de Weibull et le modèle k-distribué.

---

## Chapitre 2

# Etat de l'art de la détection radar

## 2.1 Théorie des tests d'hypothèses

Un test d'hypothèse est un procédé d'inférence qui permet d'accepter ou de rejeter la validité d'hypothèses relatives à une ou plusieurs populations à partir de l'étude d'un ou plusieurs échantillons aléatoires. Les méthodes de l'inférence statistique nous permettent de déterminer, avec une probabilité donnée, si les différences constatées au niveau des échantillons peuvent être imputables au hasard ou si elles sont suffisamment importantes pour signifier que les échantillons proviennent de populations vraisemblablement différentes. Le principe des tests d'hypothèse est de poser une hypothèse de travail et de prédire les conséquences de cette hypothèse pour la population ou l'échantillon. On compare ces prédictions avec les observations et l'on conclut en acceptant ou en rejetant l'hypothèse de travail à partir de règles de décisions objectives [51].

L'hypothèse nulle notée  $\mathcal{H}_0$  est l'hypothèse que l'on désire vérifier : elle consiste à dire qu'il n'existe pas de différence entre les paramètres comparés ou que la différence observée n'est pas significative et est due aux fluctuations d'échantillonnage.

L'hypothèse alternative notée  $\mathcal{H}_1$  est la négation de  $\mathcal{H}_0$ , elle est équivalente à dire «  $\mathcal{H}_0$  est fausse ». La décision de rejeter  $\mathcal{H}_0$  signifie que  $\mathcal{H}_1$  est réalisée ou  $\mathcal{H}_1$  est vraie. Il existe une dissymétrie importante dans les conclusions des tests. En effet, la décision d'accepter  $\mathcal{H}_0$  n'est pas équivalente à «  $\mathcal{H}_0$  est vraie et  $\mathcal{H}_1$  est fausse ». Cela traduit seulement l'opinion selon laquelle, il n'y a pas d'évidence nette pour que  $\mathcal{H}_0$  soit fausse. Un test conduit donc à rejeter ou à ne pas rejeter une hypothèse nulle jamais à l'accepter d'emblée.

Dans la littérature, on distingue deux classes de tests : les tests paramétriques et les tests non paramétriques.

### 2.1.1 Les tests paramétriques

Les tests paramétriques sont le cadre classique des statistiques. Le modèle est dans ce cas décrit par un nombre fini de paramètres. Ces tests requièrent un modèle à fortes contraintes (normalité des distributions ou approximation normale pour des grands échantillons). Ces hypothèses sont d'autant plus difficiles à vérifier que les effectifs étudiés sont plus réduits [52].

### 2.1.2 Les tests non paramétriques

Les tests non paramétriques sont des tests dont le modèle ne précise pas les conditions que doivent remplir les paramètres de la population dont a été extrait l'échantillon. Il n'y a pas d'hypothèse de normalité au préalable.

Les tests paramétriques, quand leurs conditions sont remplies, sont plus puissants que les tests non paramétriques. Les tests non paramétriques s'emploient lorsque les conditions d'applications des autres méthodes ne sont pas satisfaites, même après d'éventuelles transformation de variables. Ils peuvent être utilisés même pour des échantillons de taille très faible [53].

### 2.1.3 Règle de décision d'un test

il s'agit d'une règle qui va nous pousser, en fonction des mesures sur les échantillons, à rejeter ou à ne pas rejeter  $\mathcal{H}_0$ . Pour cela, on utilise une statistique, c'est-à-dire une variable aléatoire dont on connaît la loi sous  $\mathcal{H}_0$ , et qui va mesurer la différence entre les deux échantillons. Le calcul de cette variable sur l'échantillon donne une valeur que l'on compare à une valeur "seuil" obtenue à partir du risque de première espèce. Si cette valeur de la statistique (différence entre les échantillons) est assez grande, on est amené à rejeter  $\mathcal{H}_0$ .

### 2.1.4 Erreur de première espèce ( $\alpha$ )

c'est le risque, qu'on accepte de prendre, de conclure à tort à une différence significative, c'est donc la probabilité d'accepter  $\mathcal{H}_1$  sachant que  $\mathcal{H}_0$  est vraie. La valeur de cette erreur est fixée à priori.

### 2.1.5 Erreur de deuxième espèce ( $\beta$ )

c'est le risque de conclure à une absence de différence significative alors qu'elle existe, c'est donc la probabilité de ne pas rejeter  $\mathcal{H}_0$  sachant que  $\mathcal{H}_1$  est vraie.

### 2.1.6 Puissance d'un test

lorsque l'on suppose que les deux populations d'origine ne sont pas les mêmes ( $\mathcal{H}_1$  est vraie), on doit clairement s'attendre à trouver une différence significative entre les résultats sur les échantillons, c'est-à-dire à rejeter  $\mathcal{H}_0$ , avec une probabilité d'autant plus grande que l'étude est puissante. La puissance peut être fixée *a priori* et peut servir à calculer le nombre de sujets nécessaires pour avoir un test assez puissant.

## 2.2 Théorie de la détection radar

En physique, et dans des nombreuses autres disciplines expérimentales, on se retrouve souvent face au problème de la détection d'un signal physique "intéressant" de faible intensité dans un enregistrement bruité. Le bruit peut être dû à l'instrument de mesure ou à l'environnement où on fait la mesure. On peut mentionner beaucoup d'exemples, allant de la mesure du signal électrique émis par une cellule neuronale, à la détection de l'onde gravitationnelle émise au cours de la coalescence d'un système binaire d'étoiles, en passant par la détection de l'écho du signal émis par un radar.

Typiquement, la problématique de la détection radar peut se formuler selon le principe

suivant : pour une cellule d'analyse fixée (le radar découpe en effet sa zone d'analyse en cellules, en fonction de la distance au radar et de la résolution de ce dernier), dans un vecteur complexe (composantes en phase I et en quadrature Q)  $\mathbf{x}$  de dimension  $\mathbf{N}$ , on cherche à détecter un signal complexe  $\mathbf{s}$ , caractérisant une cible et corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$  (clutter). Ce problème est formulé généralement par le test d'hypothèses binaires suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{x} = \mathbf{c} & \mathbf{Z}_k = \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, L \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{c} & \mathbf{Z}_k = \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, L \end{cases} \quad (2.1)$$

Les vecteurs d'observations  $\mathbf{Z}_k$  sont appelées données secondaires. Ils sont obtenues à partir de cellules de résolution de part et d'autre de la cellule d'analyse dite cellule sous test. Ces vecteurs sont supposés indépendants de  $\mathbf{s}$ , indépendants entre eux et identiquement distribués. Ils contiennent uniquement du clutter et permettent d'estimer les paramètres inconnus de ce dernier.

Généralement, en détection radar le problème (2.1) est également formulé comme suit :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \theta \in \Theta_0 \\ \mathcal{H}_1 : \theta \in \Theta_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $\theta$  désigne un paramètre (ou dans le cas général un vecteur de paramètres) qui caractérise la présence du signal de la cible.

Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , le signal complexe  $\mathbf{x}$  reçu par le radar est supposé ne contenir que les échos du clutter, provenant des réflexions sur les différents éléments de l'environnement, ainsi que le bruit thermique. Ces parasites admettent une certaine densité de probabilité ou pdf (probability density function), notée  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0) = f_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)$ .

Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$ , le signal reçu  $\mathbf{x}$  est supposé contenir le signal  $\mathbf{s}$  provenant des échos de la cible mais noyé dans les mêmes échos parasites que sous  $\mathcal{H}_0$ . Sa densité de probabilité est alors notée  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_1 | \mathcal{H}_1) = f_{\mathbf{s}+\mathbf{c}}((\mathbf{s}+\mathbf{c}), \theta_1 | \mathcal{H}_1)$ .

L'objectif de la détection est de déterminer laquelle des deux hypothèses est la plus vraisemblable.

Dans ce contexte, l'erreur de première espèce est appelée probabilité de fausse alarme ( $P_{fa}$ ). L'erreur de seconde espèce est communément appelée probabilité de perte de détection ( $P_m$ ), elle correspond au complément à 1 de la probabilité de détection ( $P_d$ ) qui représente la puissance du test.

La probabilité de fausse alarme ( $P_{fa}$ ) et la probabilité de détection ( $P_d$ ) sont généralement utilisées pour la prédiction des performances d'un récepteur et l'évaluation de l'intérêt d'un détecteur.

En pratique, la nature des cibles et de l'environnement étant le plus souvent inconnue, il est impossible de s'affranchir totalement des erreurs de détection ( $P_{fa}$  et  $P_m$ ). Le choix de l'hypothèse se fait alors par application de certains critères (Bayes ou Neyman-Pearson) qui visent à obtenir des compromis en termes de performances. Une statistique  $\Lambda(\mathbf{x})$ , fonction des observations est évaluée et comparée à un seuil  $\gamma$  :

$$\Lambda(\mathbf{x}) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma \quad (2.3)$$

Quelque soit le critère utilisé, la détection optimale ne peut être atteinte que si la pdf du clutter et les paramètres de la cible sont parfaitement connus. A défaut de ces informations, des solutions sous optimales peuvent être obtenues [54].

### 2.2.1 Critère de Bayes

On attribue à chacune des quatre situations : "on décide  $\mathcal{H}_i$  alors que  $\mathcal{H}_j$  est vraie", un coût  $C_{ij}$ . A la règle de décision, on associe un coût moyen, appelé risque de Bayes et noté  $\mathcal{R}_{Bayes}$  :

$$\mathcal{R}_{Bayes} = C_{00}P_0P(\mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_0) + C_{10}P_0P(\mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) + C_{01}P_1P(\mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) + C_{11}P_1P(\mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1) \quad (2.4)$$

$P_0$  et  $P_1$  sont les probabilités *a priori* des hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ .

$P(\mathcal{H}_i | \mathcal{H}_j)$  représente la probabilité de décider  $\mathcal{H}_i$  alors que  $\mathcal{H}_j$  est vraie.

Pour le vecteur d'observations  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ , on appelle rapport de vraisemblance la statistique donnée par :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_1 | \mathcal{H}_1)}{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)} \quad (2.5)$$

La décision optimale (qui minimise le critère de Bayes) est obtenue en comparant le rapport de vraisemblance,  $\Lambda(\mathbf{x})$ , à un seuil scalaire, noté  $\eta_b$  :

$$\Lambda(\mathbf{x}) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_b = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})} \quad (2.6)$$

Le seuil  $\eta_b$  qui définit le test (2.6) dépend des probabilités *a priori* ( $P_0$  et  $P_1$ ) qui sont généralement inconnues et des coûts  $C_{ij}$ , auxquels, il est souvent difficile d'attribuer des valeurs réalistes. Ce test est donc assez difficile à mettre en œuvre en pratique.

## 2.2.2 Critère de Neyman-Pearson

Pour contourner les difficultés qui caractérisent le test de Bayes, le critère de Neyman-Pearson est souvent utilisé. Il définit le détecteur optimal comme étant celui qui minimise l'erreur de seconde espèce  $\beta$  (minimiser  $P_m$  et maximiser  $P_d$ ) tout en maintenant l'erreur de première espèce  $\alpha$  ( $P_{fa}$ ) à une valeur de consigne fixée par l'utilisateur.

### 2.2.2.1 Cas d'hypothèses simples

Dans le cas d'hypothèses simples, le problème de détection (2.2) se pose de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \theta = \theta_0 \\ \mathcal{H}_1 : \theta = \theta_1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Le test de vraisemblance donné dans ce cas par :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_1 | \mathcal{H}_1)}{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{np} \quad (2.8)$$

est optimal pour le critère de Neyman-Pearson [18].

Le seuil de détection  $\eta_{np}$  est déterminé de façon à avoir une  $P_{fa}$  fixée à une valeur de consigne  $\alpha$ . Dans le cas où la pdf  $f_{\Lambda}(\Lambda | \mathcal{H}_0)$  de la statistique  $\Lambda$  est connue,  $\eta_{np}$  est obtenu par la résolution de l'équation suivante :

$$\alpha = 1 - \int_{-\infty}^{\eta_{np}} f_{\Lambda}(\Lambda | \mathcal{H}_0) d\Lambda \quad (2.9)$$

La  $P_{fa}$  peut être calculée si la pdf  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)$  du clutter est connue par la résolution de l'équation :

$$\alpha = \int_{\mathcal{D}_1} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0) dx \quad (2.10)$$

$\mathcal{D}_1$  étant l'ensemble des observations contenues dans le domaine de décision de l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$ .

En pratique il est souvent difficile d'obtenir des expressions analytiques du seuil  $\eta_{np}$ . Même les solutions numériques de l'équation (2.8) ne peuvent pas toujours être implémentées car  $f_\Lambda(\Lambda | \mathcal{H}_0)$  est dans la majorité des cas pratiques inconnue.

Le recours aux simulations Monte-Carlo, dont l'algorithme est donné dans le tableau (2.1) permet d'obtenir une estimation acceptable du seuil  $\eta_{np}$ .

- **Étape 1** : Générer  $B$  vecteurs d'observations  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_B$  suivant la distribution  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)$  ;
- **Étape 2** : Evaluer la statistique  $\Lambda(\mathbf{x})$  pour chaque vecteur d'observation pour obtenir  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_B$  ;
- **Étape 3** : Ordonner les statistiques obtenues dans un ordre croissant  $\Lambda_{(1)} \leq \Lambda_{(2)} \leq \dots \leq \Lambda_{(B)}$  ;
- **Étape 4** : L'estimée de  $\eta_{np}$  est donnée par  $\hat{\eta}_{np} = \Lambda_{(q)}$  tels que  $q = \lceil (B+1)(1-\alpha) \rceil$ .  
 $\lceil z \rceil$  étant la partie entière de  $z$ .

TABLE 2.1. Algorithme Monte-Carlo pour l'estimation du seuil  $\eta_{np}$

L'estimée du seuil tend vers la valeur exacte de ce dernier lorsque  $B \rightarrow +\infty$ . En pratique le nombre de répliques  $B$  est fini et obéit à la règle empirique  $B \geq 100/\alpha$ .

La régulation des fausses alarmes est un aspect très important dans le choix d'une stratégie de détection. Elle permet d'aboutir à des détecteurs à taux de fausses alarmes constants (constant false alarm rate CFAR) et elle consiste à déterminer le seuil  $\eta_{np}$  pour une valeur de consigne  $\alpha$  de la  $P_{fa}$ . La probabilité de détection  $P_d$  est ensuite évaluée pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit (signal to noise ratio SNR) et ce pour une valeur donnée de la  $P_{fa}$ .

Dans le cas où la pdf de la statistique  $\Lambda(\mathbf{x})$  ou celle de l'observation est connue sous l'hypothèse alternative  $\mathcal{H}_1$ ,  $P_d$  est donnée respectivement par :

$$P_d = 1 - \int_{-\infty}^{\eta_{np}} f_\Lambda(\Lambda | \mathcal{H}_1) d\Lambda \quad (2.11)$$

$$P_d = \int_{\mathcal{D}_1} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_1 | \mathcal{H}_1) dx \quad (2.12)$$

A l'instar de la  $P_{fa}$  donnée par (2.8) et (2.9), il est souvent difficile d'obtenir des expressions analytiques pour  $P_d$ . Les simulations de type Monte-Carlo sont alors utilisées pour l'estimer pour chaque valeur du SNR.

### 2.2.2.2 Cas d'hypothèses composées

Dans le cas d'hypothèses composées, et si on considère  $\theta$  comme étant une variable aléatoire, le test de vraisemblance est alors exprimé en fonction de  $h_0(\theta_0)$  et  $h_1(\theta_1)$  qui sont les pdf de  $\theta$  respectivement sous  $\mathcal{H}_0$  et sous  $\mathcal{H}_1$  :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Theta_1} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_1 | \mathcal{H}_1) h_1(\theta_1) d\theta_1}{\int_{\Theta_0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0) h_0(\theta_0) d\theta_0} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{np} \quad (2.13)$$

Ce test est optimal dans le sens de Neyman-Pearson si  $h_0(\theta_0)$  et  $h_1(\theta_1)$  sont parfaitement connues.

### 2.2.2.3 Cas particulier

Dans le cas particulier où l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  est simple ( $\theta = \theta_0$ ) et  $\mathcal{H}_1$  est composée ( $\theta \in \Theta_1$ ), un test est dit uniformément plus puissant (uniformly most powerful UMP) s'il est optimal dans le sens de Neyman-Pearson indépendamment de la valeur que prend  $\theta$  sous l'hypothèse alternative  $\mathcal{H}_1$ . En d'autres termes, il s'agit d'un test qui maximise  $P_d$  tout en maintenant la  $P_{fa}$  fixée à une valeur de consigne  $\alpha$  pour toutes les valeurs de  $\theta$  dans l'ensemble  $\Theta_1$ .

### 2.2.2.4 Rapport de vraisemblance généralisé

En pratique et particulièrement dans le domaine du radar, il est établi que [55] :

- L'hypothèse que le signal de la cible  $\mathbf{s}$  soit parfaitement connu n'a lieu d'être que dans une minorité de cas. Il est souvent supposé déterministe inconnu ;

- La distribution  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \theta_0 | \mathcal{H}_0)$  n'est que partiellement connue ;
- Les tests UMP n'existent que très rarement et sont souvent limités au cas du clutter Gaussien.

Face à ces contraintes pratiques, les spécialistes en détection radar ont souvent recours à des tests d'hypothèses basés sur le rapport de vraisemblance généralisé (generalized likelihood ratio tests GLRT). Le principe de ces derniers consiste à remplacer les paramètres inconnus  $\theta_0$  et  $\theta_1$  dans le rapport de vraisemblance (2.5) par leurs estimées  $\hat{\theta}_{0_{ml}}$  et  $\hat{\theta}_{1_{ml}}$ , obtenues en utilisant l'estimation au sens du maximum de vraisemblance (maximum likelihood ML). Un nouveau seuil est dans ce cas estimé en utilisant la valeur de consigne de la  $P_{fa}$ .

L'expression du GLRT est alors donnée par [54–59] :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \hat{\theta}_{1_{ml}} | \mathcal{H}_1)}_{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \hat{\theta}_{0_{ml}} | \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma \quad (2.14)$$

## 2.3 Détection CFAR dans un clutter Gaussien

Dans cette section nous nous plaçons sous l'hypothèse classique d'un clutter (bruit additif) Gaussien. Le problème considéré est celui de la détection d'un signal complexe déterministe inconnu de rang un.

Rappelons que dans ce cas le problème (2.1) est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{x} = \mathbf{c} & \mathbf{Z}_k = \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, L \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{x} = \delta \mathbf{d} + \mathbf{c} & \mathbf{Z}_k = \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, L \end{cases} \quad (2.15)$$

Le vecteur du clutter  $\mathbf{c}$  est modélisé par un processus aléatoire complexe Gaussien de moyenne  $\boldsymbol{\mu}$  nulle et de matrice de covariance  $\mathbf{M}$ . La pdf de  $\mathbf{c}$  est donnée dans ce cas par :

$$f_{\mathbf{c}}(\mathbf{c} | \mathcal{H}_0) = \frac{1}{\pi^N \det(\mathbf{M})} \exp[-\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}] \quad (2.16)$$

$\delta$  est l'amplitude de la cible supposée déterministe et inconnue.

$\mathbf{d} = [d(0), d(1), \dots, d(N-1)]^T$  est le vecteur de direction (steering vector) dont les composantes qui dépendent de la fréquence Doppler normalisée  $f_d$  (supposée connue), sont données par :

$$d(n) = \exp(j2\pi f_d n), \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (2.17)$$

## 2.3.1 Détection non adaptative

### 2.3.1.1 Cas de la matrice de covariance du clutter totalement connue

Dans le cas où  $\mathbf{M}$  est supposée totalement connue, les données secondaires sont inutiles. Nous nous intéressons alors au détecteur basé sur le GLRT où le seul paramètre à estimer est l'amplitude  $\delta$  du signal cible qui n'existe que sous l'hypothèse alternative  $\mathcal{H}_1$ .

Comme nous avons dans ce cas  $\mathbf{c} = \mathbf{x} - \delta\mathbf{d}$ , la fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit alors comme suit :

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \delta | \mathcal{H}_1) = \frac{1}{\pi^N \det(\mathbf{M})} \exp \left[ -(\mathbf{x} - \delta\mathbf{d})^H \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{x} - \delta\mathbf{d}) \right] \quad (2.18)$$

L'estimation de l'amplitude  $\delta$  au sens du ML correspond à la solution de l'équation suivante :

$$\hat{\delta}_{ml} = \arg \max_{\delta} \left( \frac{1}{\pi^N \det(\mathbf{M})} \exp \left[ -(\mathbf{x} - \delta\mathbf{d})^H \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{x} - \delta\mathbf{d}) \right] \right) \quad (2.19)$$

Si on maximise le logarithme de la fonction de vraisemblance, la solution est donnée par [18] :

$$\hat{\delta}_{ml} = \frac{\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}}{\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}} \quad (2.20)$$

En substituant  $\hat{\delta}_{ml}$  dans l'expression du GLRT (2.14) et après simplification on obtient la règle de décision suivante :

$$\Lambda_{MF} = \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{MF} \quad (2.21)$$

Ce détecteur qui est communément appelé filtre adapté (matched filtre MF) a été proposé par Reed et al [60]. Il est également qualifié dans la littérature de détecteur optimal Gaussien (Optimum Gaussian Detector OGD) [18].

Dans ce cas précis, il est possible de déterminer la pdf de la statistique  $\Lambda_{MF}$  sous  $\mathcal{H}_0$ . en effet On démontre que  $f_{\Lambda_{MF}}(\Lambda_{MF} | \mathcal{H}_0)$  est une  $\chi_2^2$  [61]. Le seuil de détection qui permet d'obtenir une  $P_{fa}$  fixée à une valeur de consigne  $\alpha$  est donné par :

$$\gamma_{MF} = \sqrt{-\ln(\alpha)} \quad (2.22)$$

### 2.3.1.2 Cas de la matrice de covariance connue à un facteur près

Dans certains cas la matrice de covariance du clutter et supposée connue à un facteur de puissance près  $\mathbf{M} = \sigma^2 \mathbf{\Gamma}$ . le test d'hypothèses à mettre en œuvre est dans ce cas composite à la fois sous  $\mathcal{H}_0$  et sous  $\mathcal{H}_1$  car la puissance du bruit  $\sigma^2$  est inconnue sous les deux hypothèses tandis que l'amplitude du signal utile  $\delta$  est inconnue sous l'hypothèse alternative.

Les estimateurs de ces deux grandeurs au sens du ML obtenus dans [62] sont respectivement :

– estimateur de  $\delta$  sous  $\mathcal{H}_1$

$$\hat{\delta}_{ml} = \frac{\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x}}{\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{d}} \quad (2.23)$$

– estimateur de  $\sigma^2$  sous  $\mathcal{H}_0$

$$\hat{\sigma}_{ml}^2 = \frac{\mathbf{x}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x}}{N} \quad (2.24)$$

– estimateur de  $\sigma^2$  sous  $\mathcal{H}_1$

$$\hat{\sigma}_{ml}^2 = \frac{1}{N} \left[ \mathbf{x}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x} - \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{d}} \right] \quad (2.25)$$

En substituant  $\hat{\delta}_{ml}$  et  $\hat{\sigma}_{ml}^2$  dans l'expression du GLRT (2.14) et après simplification on obtient une règle de décision qui correspond au détecteur connu sous le nom de filtre adapté normalisé (Normalized Matched Filter NMF) donné par [15] :

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{d})(\mathbf{x}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{NMF} \quad (2.26)$$

Le seuil de détection qui permet d'obtenir une  $P_{fa}$  fixée à une valeur de consigne  $\alpha$  est donné par :

$$\gamma_{NMF} = 1 - \alpha \left( \frac{1}{N-1} \right) \quad (2.27)$$

Cette expression du seuil  $\gamma_{NMF}$  montre que ce dernier est indépendant de la puissance du clutter. Le détecteur est dans ce cas CFAR par rapport à  $\sigma^2$ .

### 2.3.2 Détection adaptative

En pratique même si on retient l'hypothèse d'un clutter Gaussien, chose qui n'est pas toujours valable, les détecteurs décrits dans les sections précédentes souffrent cependant du fait que la matrice de covariance du clutter  $\mathbf{M}$  n'est pas connue. Elle doit par conséquent être estimée en utilisant des données secondaires issues des cellules de résolutions voisines de la cellule sous test (CUT). La proximité de ces cellules à la CUT permet de supposer que les données secondaires partagent les mêmes propriétés statistiques avec les données de la CUT. Un estimateur de  $\mathbf{M}$  est donc introduit dans les détecteurs précédents pour donner des formes adaptatives de ces derniers. Un détecteur est dit adaptatif si les données sont utilisées pour estimer un ou plusieurs paramètres inconnus.

Dans ce cas de figures les tests élaborés pour la décision sont basés sur le rapport de vraisemblance généralisé (GLRT) et les performances des détecteurs qui en découlent sont largement tributaires des estimateurs utilisés. En règle générale toutes les méthodes adaptatives qui utilisent des estimateurs non paramétriques supposent que le nombre  $L$  de cellules secondaires utilisées est supérieur ou égal à la taille du vecteur de l'observation  $\mathbf{x}$ . Cette condition est nécessaire pour assurer l'inversibilité de cette matrice de covariance empirique.

#### 2.3.2.1 Le test de vraisemblance généralisé (GLRT) de Kelly

Pour résoudre le problème de détection (2.1) dans un contexte où l'amplitude complexe du signal de la cible  $\delta$  et la matrice de covariance du clutter  $\mathbf{M}$  sont inconnus, Kelly [63] a proposé un algorithme adaptatif basé sur le GLRT. Il y montre notamment que ce test prend la forme suivante :

$$\Lambda_{Kelly} = \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}) \left[1 + \frac{1}{L} (\mathbf{x}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x})\right]} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{Kelly} \quad (2.28)$$

Kelly a également montré que le seuil qui permet d'assurer une  $P_{fa}$  constante est indépendant de  $\mathbf{M}$  et que le détecteur (2.28) est donc CFAR par rapport à  $\mathbf{M}$ .

### 2.3.2.2 Le filtre adapté adaptatif (adaptive matched filter AMF)

La non connaissance de la matrice de covariance du clutter n'est pas la seule contrainte qui caractérise le problème de détection dans le domaine du radar. En effet même si une estimation initiale de  $\mathbf{M}$  est disponible, celle-ci peut varier dans l'espace et dans le temps. Sous l'hypothèse de clutter Gaussien et sans *a priori* sur la nature de sa matrice de covariance, la théorie du maximum de vraisemblance fournit comme estimation de celle-ci la Sample Covariance Matrix (SCM), qui est basée uniquement sur les données secondaires et qui est largement étudiée dans la littérature [64], [65] [66]. L'expression du SCM est donnée par :

$$\hat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{k=L} \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H \quad (2.29)$$

$\mathbf{z}_k, k = 1, \dots, L$  représentent les vecteurs ( $N \times 1$ ) de données secondaires supposés mutuellement indépendants et ne contenant que du clutter Gaussien ( $\mathbf{z}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}), k = 1, \dots, L$ ).

L'utilisation de cet estimateur par une méthode de type *ad hoc* dans le filtre adapté (2.21) permet d'obtenir un détecteur adaptatif appelé filtre adapté adaptatif Adaptive Matched Filter (AMF), défini par [67] :

$$\Lambda_{MF} = \frac{|\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{d}} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{AMF} \quad (2.30)$$

L'utilisation de l'estimateur  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$  qui est obtenu à partir des données secondaires donne tout son sens au concept d'adaptativité. D'autre part le choix des vecteurs de données secondaires issus des cellules à proximité de la CUT permet à ce détecteur de s'adapter à l'environnement réel pour lequel il est élaboré.

Le AMF est CFAR par rapport à la matrice de covariance  $\mathbf{M}$ . Il est également invariant si les données primaires (données de la CUT) et les données secondaires sont multipliées par le même gain. Par contre dans le cas où la covariance des données primaires n'est pas partagée par les données secondaires ( $\mathbf{x} | \mathcal{H}_0 \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_{CUT}^2 \mathbf{M})$  et  $\mathbf{z}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}), k = 1, \dots, L$ ) la propriété d'invariance n'est plus satisfaite. Cette situation correspond également au cas où les données primaires et les données secondaires, initialement ayant la même covariance, sont multipliées par des gains différents.

### 2.3.2.3 Le filtre adapté adaptatif normalisé (adaptive normalized matched filter ANMF)

Pour remédier à ce problème et garantir l'invariance du MF et du AMF, une version normalisée (NMF) du MF fut proposée dans [68]. L'expression du NMF obtenu est équivalente à (2.21) où la matrice de covariance est connue à un facteur près. Cette expression est donnée par :

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}) (\mathbf{x}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{NMF} \quad (2.31)$$

Dans le cas où la matrice  $\mathbf{M}$  n'est pas connue elle est remplacée par son estimée au sens du ML. La forme adaptative ANMF est alors donnée par [69] :

$$\Lambda_{ANMF} = \frac{|\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{d}) (\mathbf{x}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{ANMF} \quad (2.32)$$

La propriété d'invariance de cette statistique qui signifie qu'elle ne varie pas lorsque les données primaires et les données secondaires sont multipliés par des gains différents est très importante dans les applications radar.

## 2.4 Détection CFAR dans un clutter non Gaussien

La compatibilité de la plupart des statistiques de clutter rencontrées en pratique avec le modèle Gaussien composé fait de ce dernier un puissant outil pour l'élaboration des stratégies de détection optimales en environnement non Gaussien. En effet, étant donné qu'à chaque SIRV correspond une loi de texture, connue analytiquement ou pas, des solutions pour chaque cas particulier de SIRV peuvent être développées. Dans ce cadre plusieurs travaux concernant non seulement la détection radar cohérente dans un clutter non Gaussien corrélé mais également les domaines du sonar et des télécommunications ont été menés [70] [71] [12]. Les auteurs ont particulièrement mis en évidence la dégradation considérable des performances des détecteurs conventionnels, basés sur l'hypothèse d'un clutter Gaussien lorsque cette dernière n'est pas valable. Dans cette section, une analyse résumée des approches développées dans ce contexte

est proposée.

La construction du détecteur correspondant à une modélisation SIRV passe par l'expression (2.5) du rapport de vraisemblance qui est tributaire de la pdf du clutter sous  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ . Afin de conserver le contexte réaliste du problème, il sera question de rapport de vraisemblance généralisé puisque la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  du speckle Gaussien et la texture  $\tau$  sont supposées inconnues.

Une des approches développées dans la littérature est basée sur une estimation bayésienne de la pdf de la texture à partir d'un prior informatif. Ce dernier est fourni par la seule information disponible *a priori* et qui concerne la positivité de la texture.

L'estimateur de  $f_\tau(\tau)$  obtenu dans ce cas est donné par [72] [73] :

$$\hat{f}_\tau(\tau) = \frac{\tau^{-N-1}}{2^N \Gamma(N)L} \sum_{k=1}^{k=L} (\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k)^N \exp \left[ -\frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{2\tau} \right] \quad (2.33)$$

$\Gamma(\cdot)$  étant la fonction Gamma donnée par :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} \exp(-t) dt \quad z > 0 \quad (2.34)$$

$\mathbf{c}_k$ ,  $k = 1, \dots, L$  désigne les données secondaires utilisées pour l'estimation des paramètres inconnus. En substituant  $\hat{f}_\tau(\tau)$  dans l'expression du rapport de vraisemblance généralisé (2.14) on obtient le Bayesian Optimum Radar Detector (BORD) dont l'expression asymptotique en terme de  $L$  est la suivante [74] :

$$\Lambda_{BORD} = \frac{|\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}) (\mathbf{x}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{BORD} \quad (2.35)$$

Des résultats similaires à cette expression asymptotique du BORD ont été obtenus en utilisant différentes autres approches. C'est le cas de [17] où K. J. Sangstone et al considèrent la texture comme un paramètre déterministe inconnu qu'ils estiment au sens du maximum de vraisemblance. Le détecteur obtenu dans ce cas coïncide avec le NMF déjà présenté. Par ailleurs Conte et al [15] utilisent un calcul asymptotique dans le cas d'un clutter k-distribué et obtiennent également une expression similaire. Auparavant, B. Picinbono et G. Vezzosi [75] ont aboutit à ce résultat sous l'hypothèse d'un bruit non Gaussien réel.

Dans le cadre général est pratique, la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  du speckle n'est pas

connue. En la remplaçant par son estimée on obtient encore une fois l'expression du ANMF :

$$\Lambda_{ANMF} = \frac{|\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\left(\mathbf{d}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{d}\right) \left(\mathbf{x}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x}\right)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{ANMF} \quad (2.36)$$

Cette expression du ANMF qui correspond au cas d'un clutter non Gaussien complexe sera adoptée dans la suite de la thèse, notamment dans le chapitre 3 où une approche séquentielle est proposée pour le cas d'un clutter non stationnaire.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un état de l'art de la détection radar à taux de fausses alarmes constant est dressé. La théorie des tests statistiques qui est à l'origine du problème de détection est brièvement rappelée. Le problème de la détection radar est ensuite formulé pour le cas d'un clutter Gaussien puis pour le cas d'un clutter non Gaussien. A travers la définition des deux critères généralement utilisés, les difficultés qui caractérisent l'implémentation du critère de Bayes et qui justifient le recours au test de Neyman-Pearson sont mises en évidence.

Pour un clutter Gaussien, une solution au problème de détection dans le cas général (hypothèses composées) est donnée par le filtre adapté adaptatif normalisé (ANMF). Ce détecteur présente une propriété d'invariance très importante dans les applications radar.

Pour le clutter non Gaussien, le modèle Gaussien composé est adopté. Le cas général correspond alors à une pdf de la texture et à une matrice de covariance du speckle inconnues. Une solution équivalente au ANMF est donnée dans ce cas. Parmi les méthodes qui permettent d'obtenir cette solution dans la littérature, celle basée sur une estimation Bayésienne de la pdf de la texture est présentée.

## Chapitre 3

# Détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire

### 3.1 Introduction à la détection séquentielle

*“Some objects are so good or so bad that with a quick look we are able to accept or reject them. For others, we need more information to know if they are good enough or not”*

Lorsqu'on teste l'hypothèse nulle  $\mathcal{H}_0$  contre l'hypothèse alternative  $\mathcal{H}_1$ , on distingue deux types d'erreurs :

- L'erreur de première espèce,  $\alpha$ , qui est la probabilité de décider  $\mathcal{H}_1$  alors que  $\mathcal{H}_0$  est vraie. Cette erreur est communément appelée probabilité de fausse alarme ( $P_{fa}$ ).
- L'erreur de seconde espèce,  $\beta$ , qui est la probabilité de décider  $\mathcal{H}_0$  alors que  $\mathcal{H}_1$  est vraie. Cette erreur est également appelée probabilité de perte de détection ( $P_m$ ).

Dans la théorie de détection classique, la taille de l'échantillon d'expérimentation qui permet de prendre une décision, avec un certain seuil d'erreur, est fixée à l'avance. La décision d'accepter l'hypothèse nulle ou de la rejeter (accepter l'hypothèse alternative) doit être prise une fois l'observation acquise. Même si dans certains cas, la conviction à l'égard de cette décision n'est pas assez forte, elle est néanmoins prise. Il est ainsi impossible de minimiser à la fois la taille de l'observation, l'erreur de première espèce qui correspond à la probabilité de fausse alarme ( $P_{fa}$ ) ainsi que l'erreur de seconde espèce qui correspond à la probabilité de perte de détection ( $P_m=1-P_d$ ) [18] [19]. C'est le cas du critère de Neyman-Pearson qui est utilisé dans la détection radar.

Un aspect essentiel de l'analyse séquentiels, par opposition à la procédure décrite ci-dessus, est que cette théorie offre une troisième alternative qui consiste à considérer plus d'échantillons. Le nombre d'observations nécessaires à ces tests (ie. séquentiels) n'est de ce fait pas défini *a priori*, mais plutôt une variable aléatoire qui dépend de ces mêmes observations.

La méthode séquentielle pour un test d'hypothèses consiste à définir une règle qui

permet à chaque itération d'une expérience, de prendre une décision parmi les trois suivantes :

1. Accepter l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ .
2. Accepter l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$ .
3. Faire une observation supplémentaire.

A la première observation, le test est arrêté si l'une des deux premières décisions est prise. Dans le cas contraire, un échantillon supplémentaire est enrôlé. Cette procédure se poursuit ainsi jusqu'à ce que l'une des deux premières décisions soit prise. Ce déroulement révèle le caractère aléatoire du nombre d'échantillons requis par ce type de tests.

La règle qui permet de prendre l'une des trois précédentes décisions peut être décrite de la manière suivante : L'espace échantillons (espace des observables) de dimension  $N$  est divisé en trois régions mutuellement exclusives  $R_N^0$ ,  $R_N^1$  et  $R_N$  (au lieu de deux régions pour les tests classiques). Un exemple de règle de décision d'un test séquentiel est donné en figure 3.1. Lorsque le premier échantillon  $x_1$  est acquis, l'hypothèse à tester est acceptée si  $x_1$  appartient à la région  $R_1^0$  et elle est rejetée si  $x_1$  appartient à  $R_1^1$ . Si  $x_1$  appartient à  $R_1$ , un deuxième échantillon est alors considéré. L'une de deux premières décisions est prise si  $(x_1, x_2)$  appartient à  $R_2^0$  ou à  $R_2^1$ , sinon (ie.  $(x_1, x_2)$  appartient à  $R_2$ ) une troisième observation est acquise. La procédure se poursuit ainsi. Elle n'est arrêtée que si et seulement si l'une des deux premières décisions est prise.

Un test séquentiel est donc totalement défini si les trois ensembles  $R_N^0$ ,  $R_N^1$  et  $R_N$  le sont pour tout entier  $N$  [76]. Un seuil haut  $A_N$  et un seuil bas  $B_N$  sont choisis à chaque récurrence de l'expérience pour définir les ensembles  $R_N^0$ ,  $R_N^1$  et  $R_N$ . Ces seuils sont déterminés de façon à minimiser la taille de l'observation requise pour garantir des erreurs de première et de seconde espèces bornées par des valeurs de consigne :

$$P_{\text{fa}} \leq \alpha$$

$$P_{\text{m}} \leq \beta$$

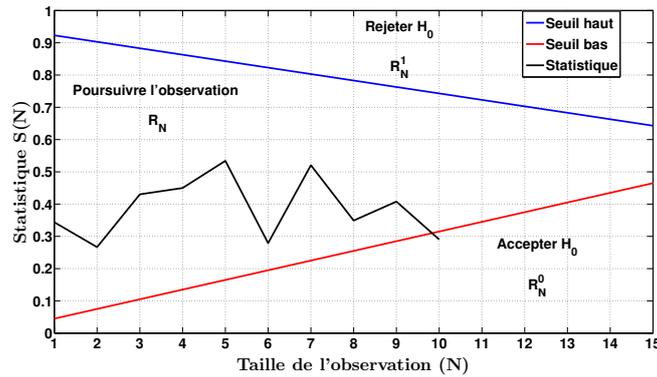


FIGURE 3.1. Règle de décision pour un test séquentiel

La prise de décision se fait alors de la manière suivante :

- La décision 1 est prise si la statistique considérée est inférieure ou égale au seuil bas  $B_N$ .
- La décision 2 est prise si la statistique considérée est supérieure ou égale au seuil haut  $A_N$ .
- La décision 3 est prise si la statistique considérée appartient à l'intervalle  $]B_N, A_N[$ .

Les expressions analytiques des deux seuils  $A_N$  et  $B_N$  n'existent dans la littérature que pour le cas particulier du test SPRT (Sequential Probability Ratio Test) [19], [77], [78] pour le test d'une hypothèse simple et d'une seule alternative. Ce test (i.e. SPRT) qui a fortement dominé la détection séquentielle pendant de longues années est décrit dans la section 3.3.

## 3.2 Critères de selection d'un test séquentiel

### 3.2.1 Fonction caractéristique (Operating characteristic function OCF)

Le choix particulier d'un test séquentiel signifie la définition des régions  $R_N^0$ ,  $R_N^1$  et  $R_N$  et le choix des seuils  $A_N$  et  $B_N$ . La fonction caractéristique (OCF) est définie comme étant la probabilité que le test se termine par la décision 1 (accepter  $\mathcal{H}_0$ ).

Cette probabilité dépend uniquement de la distribution de l'observation  $x$ . Si cette distribution est supposée de forme connue et fonction d'un ensemble de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ , alors la fonction caractéristique est également fonction de  $\boldsymbol{\theta}$  et sera notée  $L(\boldsymbol{\theta})$ .

Sous l'hypothèse que le test considéré se termine avec une probabilité égale à 1, la probabilité de prendre la décision 2 (rejeter  $\mathcal{H}_0$ ) est égale à  $1 - L(\boldsymbol{\theta})$ . Ainsi, la fonction caractéristique  $L(\boldsymbol{\theta})$  est étroitement liée à la notion de puissance d'un test classique. Celle-ci est définie comme étant la probabilité de rejeter  $\mathcal{H}_0$  pour une valeur  $\boldsymbol{\theta}_0$  de  $\boldsymbol{\theta}$  non consistante avec  $\mathcal{H}_0$ . La puissance est donc égale à  $1 - L(\boldsymbol{\theta}_0)$ .

La propriété requise pour  $L(\boldsymbol{\theta})$  est d'être maximale pour toutes les valeurs du vecteur paramètre  $\boldsymbol{\theta}$  appartenant à l'ensemble des valeurs définies par  $\mathcal{H}_0$ . Autrement dit, si la vraie valeur de  $\boldsymbol{\theta}$  est supposée appartenir à un ensemble  $\Omega$  sous  $\mathcal{H}_0$ , alors le test considéré est d'autant meilleur que la probabilité d'accepter  $\mathcal{H}_0$  est plus élevée lorsque  $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ , ce qui correspond à une valeur maximale de  $L(\boldsymbol{\theta})$ .

Un exemple d'une OCF idéale est donné dans la figure 3.2. Le vecteur inconnu  $\boldsymbol{\theta}$  est dans ce cas supposé être un scalaire  $\theta$ , dont la valeur sous  $\mathcal{H}_0$  vérifie  $\theta \leq \theta_0$ .

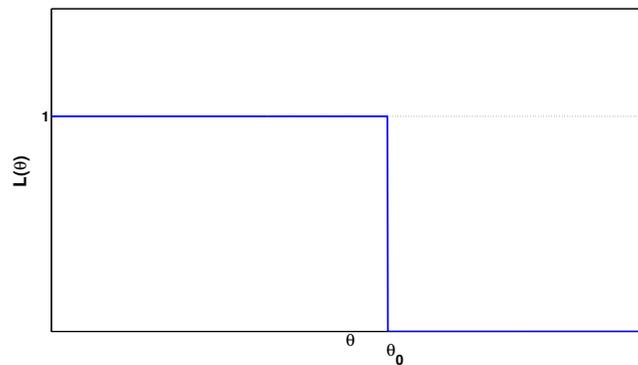


FIGURE 3.2. OCF idéale

### 3.2.2 Taille moyenne de l'échantillon (Average sample number function ASN)

Dans un test séquentiel, à chaque étape la décision d'arrêter ce dernier (prendre la décision 1 ou la décision 2) dépend des résultats des observations précédentes. La

taille  $N$  de l'observation nécessaire pour l'arrêt du test est par conséquent une variable aléatoire dont les propriétés statistiques dépendent uniquement de la distribution des observations. La valeur moyenne de cette taille aléatoire est associée à la fonction caractéristique OCF pour qualifier (choisir) un test séquentiel. Si la distribution des observations est supposée de forme connue et fonction d'un ensemble de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ , alors la valeur moyenne de la taille est elle-même fonction de  $\boldsymbol{\theta}$  et notée  $E_{\boldsymbol{\theta}}(N)$ . A titre de critère de choix, une valeur réduite de  $E_{\boldsymbol{\theta}}(N)$  est souhaitable pour un test séquentiel. En substance on peut dire que l'OCF décrit de quelle façon un test séquentiel atteint son objectif, alors que le ASN mesure le prix à payer en termes d'observations. Une comparaison objective entre deux procédures séquentielles doit considérer les deux propriétés simultanément.

### 3.3 Test séquentiel du rapport de probabilités (Sequential probability ratio test SPRT)

La théorie de l'analyse séquentielle connut ses débuts en 1943 avec les travaux de A. Wald aux Etats Unis et G. A. Barnard en Grande Bretagne. Cependant, A. Wald fut le premier à découvrir et à proposer le SPRT pour tester une hypothèse simple  $\mathcal{H}_0$  contre une seule alternative simple  $\mathcal{H}_1$  ( $\boldsymbol{\theta}_0 = \theta_0$  et  $\boldsymbol{\theta}_1 = \theta_1$ ).

Dans cette section nous proposons une analyse plus ou moins détaillée du SPRT, qui, d'une part est le plus populaire test séquentiel et d'autre part il permet d'obtenir des expressions relativement simples de ses propriétés (OCF et ASN).

Pour définir le SPRT, on considère une observation aléatoire  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ , où les variables aléatoires  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  sont i.i.d. et admettent pour distribution  $f_X(x, \theta)$ . On voudrait tester l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  contre l'alternative  $\mathcal{H}_1$  en utilisant un test construit sur la base de l'observation  $\mathbf{x}$ , tel que :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \theta = \theta_0 \\ \mathcal{H}_1 : \theta = \theta_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Le test à construire doit décider en faveur de  $\theta_0$  lorsque celle-ci est la vraie valeur avec une probabilité d'au moins  $1 - \alpha$  et décider en faveur de  $\theta_1$  quand celle-ci est la vraie

valeur avec une probabilité d'au moins  $1 - \beta$ .  $\alpha$  et  $\beta$  étant respectivement les erreurs de première et de seconde espèce.

Dans le cas d'une procédure classique où la taille de l'observation  $N$  est fixe, la solution optimale est donnée par Neyman et Pearson (1928), qui ont montré que le test qui minimise  $\beta$  (most powerful test) pour une valeur donnée de  $\alpha$  dépend du rapport de vraisemblance  $\Lambda_N(\mathbf{x})$  donné par :

$$\Lambda_N(\mathbf{x}) = \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} = \prod_{i=0}^{N-1} \frac{f_X(x_i, \theta_1)}{f_X(x_i, \theta_0)} \quad (3.2)$$

Le test décide en faveur ou contre  $\mathcal{H}_0$  en comparant  $\Lambda_N(\mathbf{x})$  à un seuil dont la valeur est choisie pour obtenir la valeur de l'erreur de première espèce  $\alpha$ .

Dans le cas du SPRT qui est le test le plus connu en analyse séquentielle, la taille de l'observation n'est pas choisie *a priori*, puisqu'elle dépend du déroulement du test. Celui-ci est défini par le choix de deux seuils, un seuil haut  $A_N$  et un seuil bas  $B_N$ . A chaque étape le rapport  $\Lambda_N(\mathbf{x})$  est calculé puis comparé à  $A_N$  et  $B_N$ . La décision est alors prise de la manière suivante :

- Si  $B_N < \Lambda_N(\mathbf{x}) < A_N$  : considérer une observation supplémentaire ;
- Si  $\Lambda_N(\mathbf{x}) \leq B_N$  : décider en faveur de  $\theta_0$  ;
- Si  $\Lambda_N(\mathbf{x}) \geq A_N$  : décider en faveur de  $\theta_1$ .

Dans le cas du SPRT, les expressions de  $A_N$  et  $B_N$  sont données par [19] (pages de 40 à 46) :

$$A_N = \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (3.3)$$

$$B_N = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (3.4)$$

### 3.3.1 Operating characteristic function du SPRT

Pour le SPRT tel que défini dans la section précédente, la fonction OCF est donnée par [19] :

$$L(\theta) = \frac{A_N^{h(\theta)} - 1}{A_N^{h(\theta)} - B_N^{h(\theta)}} \quad (3.5)$$

où  $h(\theta)$  est la solution de  $\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right]^{h(\theta)} f_X(x, \theta) dx = 1$  pour le cas continu et la solution de  $\sum_x \left[ \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right]^{h(\theta)} f_X(x, \theta) = 1$  pour le cas discret. Des exemples de l'OCF du SPRT sont donnés pour le cas binomial dans [19], [77] et [79] ainsi que pour le cas Gaussien (test d'hypothèses sur la moyenne d'une variable Gaussienne à variance connue) [19]. Les expressions de  $h(\theta)$  dans ces deux cas sont données par :

– Cas binomial :

$h(\theta)$  est la solution de :

$$\theta \left( \frac{\theta_1}{\theta_0} \right) + (1 - \theta) \left( \frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_0} \right)^h = 1 \quad (3.6)$$

– Cas Gaussien :

$$h(\theta) = \frac{\theta_1 + \theta_0 - 2\theta}{\theta_1 - \theta_0} \quad (3.7)$$

### 3.3.2 ASN du SPRT

Une approximation de la valeur moyenne de la taille de l'observation (ASN) pour le test SPRT est donnée par [19] :

$$E_\theta(N) \simeq \frac{L(\theta) \log B_N + [1 - L(\theta)] \log A_N}{E_\theta \left[ \log \left( \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right) \right]} \quad (3.8)$$

où  $E_\theta(z)$  désigne l'espérance de  $z$  lorsque  $\theta$  est la vraie valeur du paramètre inconnu. Pour le cas binomial et le cas Gaussien on obtient les expressions suivantes de  $E_\theta \left[ \log \left( \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right) \right]$  :

– Cas binomial :

$$f_X(1, \theta) = \theta \text{ et } f_X(0, \theta) = 1 - \theta$$

$$E_\theta \left[ \log \left( \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right) \right] = \theta \log \left( \frac{\theta_1}{\theta_0} \right) + (1 - \theta) \log \left( \frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_0} \right) \quad (3.9)$$

– Cas Gaussien :

$$f_X(x, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[ -\frac{(x-\theta)^2}{2\sigma^2} \right]$$

$$E_\theta \left[ \log \left( \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right) \right] = \frac{1}{\sigma^2} [2(\theta_1 - \theta_0)\theta + \theta_0^2 + \theta_1^2] \quad (3.10)$$

Une formule particulière est donnée dans [19] et [80] pour les cas où  $E_{\theta} \left[ \log \left( \frac{f_X(x, \theta_1)}{f_X(x, \theta_0)} \right) \right] = 0$ .

## 3.4 Approche proposée pour la détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire

### 3.4.1 Motivation de l'approche proposée

La formulation du problème de détection ainsi que les solutions généralement utilisées pour le résoudre, tels que détaillées dans les chapitres 1 et 2 montrent que les performances de détection d'un radar ou de toute autre application sont forcément liées à la nature et aux propriétés statistiques des interférences dans lesquelles les signaux reçus sont noyés. Ces interférences communément appelées clutter sont généralement une superposition du bruit thermique blanc Gaussien, intrinsèque au récepteur et des échos indésirables issus des réflecteurs qui constituent l'environnement de l'objet à détecter. La correction des effets du clutter et l'amélioration des performances impliquent donc l'étude de certaines propriétés de celui-ci parmi lesquelles la distribution ou la pdf, la stationnarité, la corrélation, ...etc. La détection des signaux dans un clutter non Gaussien corrélé est un problème qui suscite un intérêt particulier, non seulement dans le domaine du radar où les progrès accomplis en termes de résolution ont induit un aspect impulsif non Gaussien du clutter, mais également dans les domaines des télécommunications et du sonar [70], [71], [12].

Dans la plupart des travaux le modèle compound Gaussien est proposé et utilisé pour modéliser la distribution du clutter. Des approximations sont alors dérivées pour la détection des signaux à paramètres inconnus et donnent lieu à des expressions de détecteurs équivalentes à celle du filtre adapté normalisé (normalized matched filter NMF) obtenue pour le cas d'un clutter Gaussien.

La mise en œuvre de ces solutions est généralement basée sur des techniques adaptatives qui utilisent un ensemble de données secondaires issues des cellules de résolution

au voisinage de la CUT pour estimer les paramètres inconnus. Ces cellules sont supposées ne contenir que du clutter ayant les mêmes propriétés statistiques dans toutes ces cellules.

Le filtre adapté adaptatif normalisé (ANMF) correspond à la solution sous optimale où la matrice de covariance du clutter est remplacée par son estimée. Deux classes de méthodes d'estimation de cette matrice sont alors à distinguer : les méthodes non paramétriques et les méthodes paramétriques. Dans la première classe, les données secondaires sont utilisées sans émettre aucune hypothèse quant à leurs propriétés. Une condition de non singularité de l'estimée de la matrice de covariance est cependant imposée. Elle consiste à utiliser un nombre de cellules secondaires au moins égal à la taille de l'observation (taille des données dans chaque cellule secondaire). Le recours aux méthodes paramétriques permet de s'affranchir de cette condition. Ces méthodes supposent que le clutter suit un modèle donné avec des paramètres inconnus estimés en utilisant les données secondaires. Les propriétés du modèle sont ensuite utilisées pour construire le détecteur. Dans le cas du clutter corrélé, le modèle le plus utilisé est le modèle autoregressif (AR) [81–84].

Cependant même le recours aux méthodes paramétriques associées à la théorie de détection basée sur une taille fixe des observations ne permet pas de définir et de minimiser cette taille. Des simulations sont utilisées pour évaluer les performances pour différentes valeurs de la taille. Dans un contexte de non stationnarité du clutter, l'approche séquentielle proposée dans la suite de ce chapitre permet de remédier à cette insuffisance et de donner des expressions analytiques des seuils de détection qui peuvent être calculés et utilisés en temps réel.

## 3.4.2 Détection paramétrique dans un clutter corrélé

### 3.4.2.1 Modélisation paramétrique du clutter corrélé

Le problème de la détection (binaire) consiste à décider entre deux hypothèses statistiques  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$  pour une observation aléatoire donnée. Dans le cas particulier de la détection radar, l'observation aléatoire correspond au signal reçu suite à l'émission de

$N$  impulsions. Les deux hypothèses sont alors :

$\mathcal{H}_0$  : représente l'hypothèse de l'absence d'une cible,

$\mathcal{H}_1$  : représente l'hypothèse de la présence d'une cible.

Dans la suite de l'approche proposée dans cette section, le modèle unidimensionnel (rang un) du signal sera utilisé. Ce modèle est donné par :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{x} = \mathbf{c} \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{x} = \delta \mathbf{d} + \mathbf{c} \end{cases} \quad (3.11)$$

où :

$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  désigne le signal reçu dans la cellule de résolution sous test (cell under test CUT),

$\mathbf{c} = [c(0), c(1), \dots, c(N-1)]^T$  désigne le clutter,

$\delta$  est l'amplitude supposée déterministe et inconnue,

$\mathbf{d} = [d(0), d(1), \dots, d(N-1)]^T$  est le vecteur de direction (steering vector) dont les composantes qui dépendent de la fréquence Doppler normalisée  $f_d$  (supposée connue), sont données par :

$$d(n) = \exp(j2\pi f_d n), \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.12)$$

Comme c'est le cas dans toutes les méthodes adaptatives, l'approche proposée est basée sur l'utilisation d'un ensemble de données secondaires issues des  $L$  cellules de résolution voisines de la CUT de part et d'autre. Les signaux secondaires  $\mathbf{c}_k = [c_k(0), c_k(1), \dots, c_k(N-1)]^T, k = 1, \dots, L$ , ainsi obtenus, sont approximés dans chaque cellule en segments stationnaires, où dans chaque segment, le clutter est modélisé par un processus autoregressif AR stationnaire.

En supposant que l'ordre  $p$  du modèle AR est connu et que les  $L$  cellules secondaires contiennent uniquement du clutter, le signal  $\mathbf{c}_k$  issu de chaque cellule de résolution peut être modélisé comme un processus AR selon l'expression suivante [33] :

$$c_k(n) = - \sum_{i=1}^p a(i) c_k(n-i) + w_k(n) \quad (3.13)$$

pour  $n = 0, \dots, N-1$  et  $k = 1, \dots, L$ .

Dans cette expression  $a(i)$  est le  $i$ -ième coefficient AR et  $w_k$  désigne le bruit blanc qui

engendre le processus AR (innovations).

L'estimation des coefficients AR est obtenue en minimisant l'erreur quadratique globale de la prédiction linéaire directe pour toutes les cellules secondaires considérées de part et d'autre de la CUT pour assurer la prise en compte de l'ensemble de tout l'environnement de celle-ci.

Pour aboutir à une forme compacte de cette erreur quadratique globale, l'expression générale du modèle AR donnée dans (3.13) peut être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{c}_k = -\mathbf{C}_k \mathbf{a} + \mathbf{w}_k, \quad k = 1, \dots, L \quad (3.14)$$

où  $\mathbf{a} = [a(1), a(2), \dots, a(p)]^T$  désigne le vecteur des coefficients AR (VAR),  $\mathbf{w}_k$  désigne le vecteur innovation et  $\mathbf{C}_k$  est donné par :

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_k(0) & 0 & \dots & 0 \\ c_k(1) & c_k(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_k(p-1) & c_k(p-2) & \dots & c_k(0) \\ c_k(p) & c_k(p-1) & \dots & c_k(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_k(N-2) & c_k(N-3) & \dots & c_k(N-p-1) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Pour chacune des  $L$  cellules secondaires, l'erreur quadratique de la prédiction linéaire directe est donnée par :

$$\rho_k = \sum_{n=0}^{N-1} |e_k(n)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |c_k(n) - \hat{c}_k(n)|^2 \quad (3.16)$$

avec  $n = 0, \dots, N-1$  and  $k = 1, \dots, L$

$\hat{c}_k(n) = -\sum_{i=1}^p a(i)c_k(n-i)$  désigne ici la prédiction linéaire directe de  $c_k(n)$ .

l'erreur  $\rho_k$  peut également se mettre sous la forme :

$$\rho_k = \mathbf{e}_k^H \mathbf{e}_k = (\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_k)^H (\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_k), \quad k = 1, \dots, L \quad (3.17)$$

Ainsi, l'erreur quadratique globale pour toutes les cellules secondaires est :

$$\rho = \sum_{k=1}^L \rho_k = \sum_{k=1}^L (\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_k)^H (\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_k) \quad (3.18)$$

En remplaçant le vecteur  $\hat{\mathbf{c}}_k$  qui désigne le vecteur de prédiction par  $-\mathbf{C}_k \mathbf{a}$ , on obtient l'expression finale suivante de l'erreur :

$$\rho = \sum_{k=1}^L (\mathbf{c}_k + \mathbf{C}_k \mathbf{a})^H (\mathbf{c}_k + \mathbf{C}_k \mathbf{a}) = \sum_{k=1}^L (\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k + \mathbf{a}^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{c}_k + \mathbf{c}_k^H \mathbf{C}_k \mathbf{a} + \mathbf{a}^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k \mathbf{a}) \quad (3.19)$$

L'estimé du vecteur autoregressif obtenu en minimisant cette erreur est :

$$\hat{\mathbf{a}} = - \left( \sum_{k=1}^L \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^L \mathbf{C}_k^H \mathbf{c}_k \right) \quad (3.20)$$

La condition de non singularité de la matrice à inverser dans (3.20) est [82] :

$$L \geq \frac{p}{(N - p)}$$

### 3.4.2.2 Détection paramétrique dans un clutter corrélé

Tenant compte du modèle unidimensionnel retenu dans cette approche, l'objectif de cette section est de construire une règle de décision pour la détection d'un signal dont l'amplitude est supposée déterministe inconnue et noyé dans un clutter corrélé. Pour pouvoir utiliser le filtre adapté adaptatif normalisé (adaptive normalized matched filter ANMF) décrit dans le chapitre 2 et dérivé dans [16], on suppose que le vecteur de clutter  $\mathbf{c}_k$  dans chaque cellule secondaire est un vecteur aléatoire sphériquement invariant (spherically invariant random vector SIRV) à moyenne nulle. Ce vecteur est par ailleurs modélisé par le processus AR d'ordre  $p$  estimé dans la section précédente et généré par le bruit blanc  $w_k$ , de variance  $\sigma_w^2$ .

Rappelons que l'expression du filtre adapté adaptatif normalisé (adaptive normalized matched filter ANMF), dans le cas d'un clutter ayant une distribution Gaussienne composée est donnée par :

$$\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{d}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{d}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{d})(\mathbf{x}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma \quad (3.21)$$

où  $\widehat{\mathbf{M}}$  est l'estimé de la matrice de covariance inconnue du clutter  $\mathbf{M}$ , obtenue en utilisant les données secondaires.

En adoptant le modèle AR, dont les coefficients sont estimés par (3.20), il est possible de construire l'inverse de la matrice de covariance du clutter  $\widehat{\mathbf{M}}^{-1}$  en utilisant la décomposition de Cholesky [85]. On obtient ainsi l'expression suivante de  $\widehat{\mathbf{M}}^{-1}$  :

$$\widehat{\mathbf{M}}^{-1} = \widehat{\mathbf{A}}^H \widehat{\mathbf{E}}^{-1} \widehat{\mathbf{A}} \quad (3.22)$$

où  $\widehat{\mathbf{A}}$  est une matrice triangulaire inférieure de dimension  $(N \times N)$  construite en utilisant les coefficients AR et donnée par :

$$\widehat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \hat{a}_1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hat{a}_p & \cdot & \hat{a}_1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \hat{a}_p & \cdot & \hat{a}_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

La matrice  $\widehat{\mathbf{E}}$  est la matrice diagonale donnée par :

$$\widehat{\mathbf{E}} = \text{diag}[\hat{\sigma}_w^2, \dots, \hat{\sigma}_w^2] = \hat{\sigma}_w^2 \mathbf{I}_{(N \times N)} \quad (3.24)$$

En remplaçant dans (3.21),  $\widehat{\mathbf{M}}^{-1}$  par son expression (3.22) on aboutit à une forme du ANMF qui est le résultat d'une approche paramétrique où le modèle supposé est le modèle AR, qu'on va désigner dans la suite de ce chapitre par AR-PANMF pour AR-parametric adaptive normalized matched filter. L'expression du AR-PANMF est donc donnée par :

$$\Lambda_{AR-PANMF}(\mathbf{x}) = \frac{|(\mathbf{d}^H \widehat{\mathbf{A}}^H)(\widehat{\mathbf{E}}^{-1})(\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{x})|^2}{(\mathbf{d}^H \widehat{\mathbf{A}}^H)(\widehat{\mathbf{E}}^{-1})(\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{d})(\mathbf{x}^H \widehat{\mathbf{A}}^H)(\widehat{\mathbf{E}}^{-1})(\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{x})} \quad (3.25)$$

La structure de la matrice  $\widehat{\mathbf{A}}$  fait que celle-ci a un effet de blanchiment par les coefficients AR sur  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{d}$ . Ainsi,  $\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{x}$  blanchit le clutter et donne la séquence de l'erreur de la prédiction directe  $\hat{\mathbf{e}}_x$ , tandis que  $\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{d}$  blanchit le vecteur de direction et donne la séquence  $\hat{\mathbf{e}}_d$ .

L'expression finale du détecteur AR-PANMF est par conséquent la suivante :

$$\Lambda_{AR-PANMF}(\mathbf{x}) = \frac{|\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2}{(\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d)(\hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x)} \quad (3.26)$$

Dans la théorie classique des tests d'hypothèses, à l'instar du critère de Neyman-Pearson, la taille  $N$  de l'observation sur laquelle le test est appliqué est définie *a priori* et considérée constante. Le seuil  $\gamma$  dans (3.21) est fixé en fonction de la probabilité de fausses alarmes  $P_{fa}$ . Ce seuil assure la maximisation de la probabilité de détection  $P_d$  sous la contrainte de maintenir la  $P_{fa}$  à une valeur de consigne pré-définie.

Cette définition de la taille  $N$  *a priori* n'offre aucune possibilité d'adapter celle-ci en temps réel. Sous  $\mathcal{H}_1$ , quelque soit la puissance du signal reçu, l'étendue temporelle de l'observation demeure la même. Dans le cas d'un clutter non stationnaire, où la taille de l'observation est importante, cette approche ne permet donc pas de minimiser celle-ci tout en considérant des performances données en termes de détection.

Les méthodes existantes dans la littérature pour la détection paramétrique avec modélisation AR du clutter non stationnaire considèrent des modèles AR qui varient dans le temps (time varying AR TV-AR). Ces modèles ont fait l'objet de plusieurs travaux et ce pour diverses applications [86] [87] [88] et plus particulièrement pour la détection radar dans [84]. Le principe de cette approche consiste à utiliser des coefficients AR variables dans le temps et modélisés par des combinaisons linéaires de certaines fonctions, généralement des fonctions trigonométriques. Cependant en plus de leur complexité, ces méthodes ne permettent pas de définir la taille de l'observation requise pour une performance donnée.

### 3.4.3 Détection paramétrique séquentielle dans un clutter corrélé non stationnaire

Dans cette partie de la thèse, nous proposons une nouvelle approche qui s'appuie sur la théorie des tests séquentiels pour la détection dans un clutter modélisé par un processus AR dont les paramètres sont estimés en minimisant l'erreur quadratique de prédiction pour l'ensemble de cellules secondaires. L'objectif est dans ce cas de définir et minimiser la taille des segments où le clutter est supposé stationnaire, tout en utilisant un nombre réduit de cellules secondaires. Dans cette perspective, nous construisons un test séquentiel basé sur la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  donnée par (3.26).

Tel qu'illustré dans la section 3.1, la construction d'un test séquentiel signifie la détermination des deux seuils de décision  $A_N$  et  $B_N$ , dont les expressions analytiques n'existent dans la littérature que pour le cas du SPRT (test d'hypothèses simples). Pour la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$ , où les paramètres inconnus dans l'expression de base du filtre adapté sont remplacés par leurs estimées, même une approximation des deux seuils n'existe pas.

Afin d'aboutir aux expressions de  $A_N$  et  $B_N$ , nous dérivons les distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  de  $\Lambda_{AR-PANMF}$ , respectivement sous  $\mathcal{H}_0$  et sous  $\mathcal{H}_1$  pour le cas d'un clutter Gaussien, puis nous proposons une généralisation de ces distributions pour le cas non Gaussien. Ces distributions sont ensuite utilisées pour le calcul des seuils.

### 3.4.3.1 Distributions de $\Lambda_{AR-PANMF}$ pour le cas d'un clutter Gaussien

Nous introduisons la dérivation analytique de  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  par une étude de leurs natures en utilisant une méthode d'approximation. Les approximations de distributions sont généralement obtenues en utilisant des familles prédéterminées, appelées systèmes. Dans la littérature, trois méthodes sont particulièrement utilisées : Les familles (systèmes) de Pearson, le développement en séries et les transformations de distributions. Toutes ces méthodes supposent la connaissance des moments de la variable aléatoire jusqu'à un certain ordre [89]. Cependant, pour examiner la forme d'une distribution, la méthode de Pearson est la plus adaptée car elle permet de situer la distribution dans une famille bien déterminée.

La distribution d'une variable aléatoire  $Z$  peut être identifiée comme appartenant à une des familles définies dans le système de Pearson en fonction des valeurs d'un paramètre  $\kappa$  donné par [89] :

$$\kappa = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)} \quad (3.27)$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des fonctions des moments de  $Z$  ( $\mu_i = E[Z^i]$ ), donnés par :

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

En fonction des valeurs de  $\kappa$ , plusieurs courbes peuvent être obtenues. Les familles de distributions qui correspondent à ces courbes sont résumées dans le tableau suivant :

Valeur de $\kappa$	Type de la distribution dans le système de Pearson
$\kappa < 0$	Type I (distribution Beta)
$\kappa = 0$ ( $\beta_1 = 0$ ), $\beta_2 < 3$	Type II
$\kappa = \infty$	Type III (e.g. distribution Gamma)
$0 < \kappa < 1$	Type IV
$\kappa = 1$	Type V (e.g. Distribution Gaussienne inverse)
$\kappa > 1$	Type VI (Beta distribution de deuxième espèce)
$\kappa = 0$ ( $\beta_1 = 0$ ), $\beta_2 > 3$	Type VII (e.g. t-distribution)

TABLE 3.1. Types de distributions définis dans le système de Pearson

Afin d'identifier les familles (types) de distributions auxquelles  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  appartiennent, nous simulons un clutter Gaussien dans deux cellules secondaires, que nous utilisons par la suite pour estimer les coefficients AR. Ces derniers sont alors utilisés pour évaluer la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  sous  $\mathcal{H}_0$  et sous  $\mathcal{H}_1$ . Le paramètre  $\kappa$  est calculé en utilisant les moments de  $\Lambda_{AR-PANMF}$  et ce pour différentes valeurs de la variance du clutter. Les valeurs maximales de  $\kappa$  sont ensuite relevées pour des gammes relativement étendues de la fréquence Doppler normalisée  $f_d$  sous  $\mathcal{H}_0$  et du rapport signal au clutter (SCR) sous  $\mathcal{H}_1$ .

La figure 3.3 représente les valeurs maximales du paramètre  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_0$  pour  $f_d$  variant de -0.5 à 0.5.

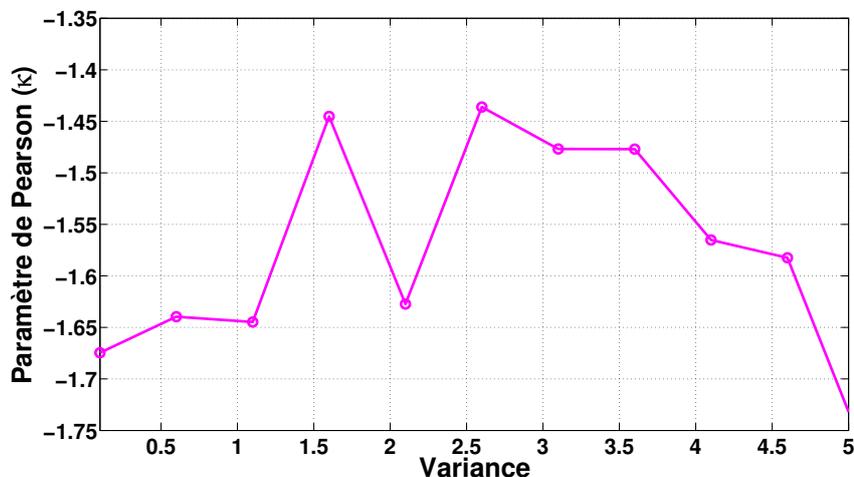


FIGURE 3.3. Paramètre de Pearson  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_0$  (clutter Gaussien,  $N=20$ , 1000 itérations)

La figure 3.4 représente les valeurs maximales du paramètre  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_1$  pour un SCR variant de -20 dB à 20 dB.

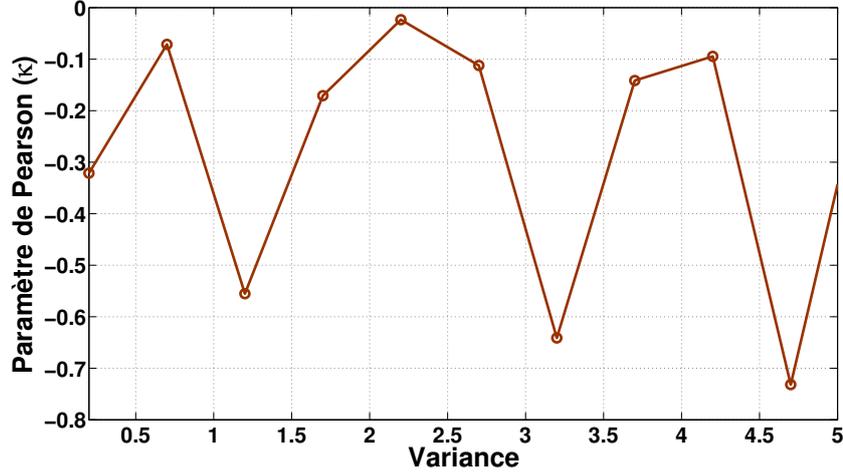


FIGURE 3.4. Paramètre de Pearson  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_1$  (clutter Gaussien,  $N=20$ , 1000 itérations)

A travers ces résultats et les familles de distributions définies dans le tableau 3.1, les distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  ont tendance à être du type I, qui correspond à la distribution Beta. Cette dernière est définie comme étant la distribution d'une variable aléatoire  $X$  tel que [90] :

$$X = \frac{X_1^2}{X_1^2 + X_2^2} \quad (3.28)$$

où  $X_1^2$  et  $X_2^2$  sont des variables aléatoires indépendantes qui vérifient :

$$X_1^2 \sim \chi_{\nu_1}^2, X_2^2 \sim \chi_{\nu_2}^2$$

où  $\chi_{\nu}^2$  est la distribution Chi-2 à  $\nu$  degrés de liberté. La beta distribution a dans ce cas les paramètres de forme suivants :

$$b = \frac{\nu_1}{2}, c = \frac{\nu_2}{2}$$

A présent nous allons dériver les expressions analytiques des distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  de  $\Lambda_{AR-PANMF}$ , sous  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$  pour un clutter Gaussien complexe ( $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ ).

La statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  donnée par (3.26) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Lambda_{AR-PANMF}(\mathbf{x}) = \frac{\left| \frac{\hat{\mathbf{e}}_d^H}{\sqrt{\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d}} \hat{\mathbf{e}}_x \right|^2}{(\hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x)}$$

Par comparaison de cette expression à (3.28), nous définissons  $X_1^2$  et  $X_2^2$  de la manière suivante :

$$X_1^2 = \left| \frac{\hat{\mathbf{e}}_d^H}{\sqrt{\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d}} \hat{\mathbf{e}}_x \right|^2$$

et

$$X_1^2 + X_2^2 = \hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x$$

Le vecteur unitaire  $\mathbf{U} = \frac{\hat{\mathbf{e}}_d}{\sqrt{\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d}}$  peut être considéré comme une base orthonormale d'un sous espace.

Par définition,  $\mathbf{U}$  possède un complément orthogonal  $\mathbf{U}^\perp$  à  $(N - 1)$  colonnes linéairement indépendantes qui forment la base du sous espace complémentaire, tel que  $[\mathbf{U} \ \mathbf{U}^\perp]$  est unitaire.

Le vecteur  $\hat{\mathbf{e}}_x$  peut être décomposé de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{e}}_x = \mathbf{P}\hat{\mathbf{e}}_x + \mathbf{P}^\perp\hat{\mathbf{e}}_x = \tilde{\mathbf{e}}_x + \tilde{\mathbf{e}}_x^\perp$$

où :

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I} - \mathbf{P}^\perp$$

$$\mathbf{P}^\perp = \mathbf{U}^\perp(\mathbf{U}^\perp)^H$$

En remplaçant le vecteur  $\hat{\mathbf{e}}_x$  par sa décomposition on obtient :

$$\hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x = (\tilde{\mathbf{e}}_x)^H \tilde{\mathbf{e}}_x + (\tilde{\mathbf{e}}_x^\perp)^H \tilde{\mathbf{e}}_x^\perp$$

$$(\tilde{\mathbf{e}}_x)^H \tilde{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x)^H (\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x) = |\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2$$

et

$$(\tilde{\mathbf{e}}_x^\perp)^H \tilde{\mathbf{e}}_x^\perp = ((\mathbf{U}^\perp)^H \hat{\mathbf{e}}_x)^H ((\mathbf{U}^\perp)^H \hat{\mathbf{e}}_x) = \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{u}_i^\perp{}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2$$

où  $\mathbf{u}_i^\perp$  sont les colonnes linéairement indépendantes de  $\mathbf{U}^\perp$ .

On obtient les expressions suivantes de  $X_1^2$  et  $X_2^2$  :

$$\begin{cases} X_1^2 = |\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2 \\ X_2^2 = \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{u}_i^\perp{}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2 \end{cases}$$

Sous  $\mathcal{H}_0$

$$\mathbf{x} = \mathbf{c}$$

où  $\mathbf{c} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I})$ .

Posons :

$$\begin{cases} Y_1^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} X_1^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} |\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2 \\ Y_2^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} X_2^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{u}_i^\perp{}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2 \end{cases}$$

où  $\sigma_w^2$  est la variance du bruit blanc qui engendre le clutter modélisé par un processus AR.

Nous avons donc :

$$\frac{Y_1^2}{Y_1^2 + Y_2^2} = \frac{X_1^2}{X_1^2 + X_2^2} = \Lambda_{AR-PANMF}(\mathbf{x})$$

Etant donné que  $Y_1 = \frac{1}{\sigma_w} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ , la pdf de son amplitude  $r$  est donnée par [30] :

$$g(r) = 2r \exp(-r^2)$$

où  $r = |\frac{1}{\sigma_w} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x|$ .

En utilisant une transformation simple, on peut montrer que la pdf de  $2Y_1^2 = 2r^2$  est de la forme :

$$g(x) = \frac{1}{2} \exp(-\frac{x}{2})$$

Par conséquent, la distribution de  $2Y_1^2$  est une  $\chi_2^2$ .

De la même manière, on démontre que la distribution de  $2Y_2^2$  est une  $\chi_{2(N-1)}^2$ .

La distribution  $F_{0\Lambda, N}$  est donc une Beta distribution avec les paramètres de forme  $b = 1$  and  $c = N - 1$ .

Sous  $\mathcal{H}_1$

$$\mathbf{x} = \delta \mathbf{d} + \mathbf{c}$$

$Y_1^2$  and  $Y_2^2$  sont alors donnés par :

$$Y_1^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} |\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} |\mathbf{U}^H (\delta \hat{\mathbf{e}}_d + \hat{\mathbf{e}}_c)|^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} |\delta \sqrt{\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d} + \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{e}}_c|^2$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{u}_i^\perp H (\delta \hat{\mathbf{e}}_d + \hat{\mathbf{e}}_c)|^2$$

La pdf de l'amplitude  $r$  dans le cas d'une moyenne  $\mu$  non nulle est donnée par [30] :

$$g(r) = 2r \exp(-(r^2 + |\mu|^2)) I_0(2|\mu|r)$$

où  $I_0$  est la fonction de Bessel modifiée du premier type et d'ordre zero.

En utilisant la même transformation, la pdf de  $2Y_1^2$  est de la forme :

$$g(x) = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{-(x + 2|\mu|^2)}{2}\right) I_0(\sqrt{2|\mu|^2 x})$$

où  $\mu = \delta \sqrt{\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d}$ .

La distribution de  $2Y_1^2$  est donc une  $\chi_2^2$  non centrale avec un paramètre de non centralité  $\xi = 2|\delta|^2 \hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d$ .

Comme  $\mathbf{U}^\perp$  est le complément orthogonal de  $\mathbf{U}$ , nous avons :

$$Y_2^2 = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{u}_i^\perp H \hat{\mathbf{e}}_c|^2$$

$2Y_2^2$  a donc la même distribution que sous  $\mathcal{H}_0$ .

Par conséquent, la distribution  $F_{1\Lambda, N}$  est une Beta non centrale ayant les paramètres de forme  $b = 1$ ,  $c = N - 1$  et un paramètre de non centralité  $\xi = 2|\delta|^2 \hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d$ .

Les expressions analytiques de  $F_{0\Lambda, N}$  et  $F_{1\Lambda, N}$  pour le cas du clutter Gaussien sont finalement les suivantes :

$$F_{0\Lambda, N}(\lambda) = I_\lambda(1, N - 1) \quad (3.29)$$

$$F_{1\Lambda, N}(\lambda) = \sum_{j=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{j!}\right) \left(\frac{\xi}{2}\right)^j \exp\left(\frac{-\xi}{2}\right) I_\lambda(1 + j, N - 1) \quad (3.30)$$

où :

$I_x(b, c)$  est la fonction Beta incomplète de  $x$ , avec les paramètres de forme  $b$  et  $c$ ,

$N$  est la taille de l'échantillon,

$\xi$  est le paramètre de non centralité fonction de l'amplitude inconnue  $\delta$  et donné par :

$$\xi = 2|\delta|^2 \hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d$$

### 3.4.3.2 Distributions de $\Lambda_{AR-PANMF}$ pour le cas d'un clutter non Gaussien

Pour le cas du clutter non Gaussien, la dérivation analytique de  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  n'est pas abordée dans ce travail à cause de sa complexité et du manque (voir inexistence) de relations explicites de transformation de distributions pour les variables aléatoires non Gaussiennes dans la littérature. Cependant, pour pouvoir généraliser l'approche proposée pour les données de clutter non Gaussien, nous proposons dans cette section d'examiner la nature de ces deux distributions pour les cas de clutter Gamma distribué, Weibull distribué et K distribué. Ces trois modèles sont les plus populaires pour la modélisation du clutter dans différents milieux et pour diverses caractéristiques des systèmes radar.

À défaut de dériver des expressions analytiques, l'objectif de cette section est de vérifier si la Beta distribution demeure valide pour caractériser  $\Lambda_{AR-PANMF}$  lorsque le clutter suit l'une des trois distributions non Gaussiennes sus-citées. Les trois modèles de clutter sont simulés et le système de Pearson décrit en 3.4.3.1 est utilisé pour analyser les distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$ , en mettant l'accent sur la famille de distributions de type I qui correspond à la Beta distribution.

Rappelons que selon le tableau 3.1, la distribution d'une variable aléatoire  $Z$  est de type I, si la condition suivante est satisfaite [89] :

$$\kappa < 0 \tag{3.31}$$

où  $\kappa$  est donné par (3.27).

Le paramètre  $\kappa$  est évalué en utilisant les moments de la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  et ce pour différentes valeurs du paramètre de forme de chacun des trois modèles de clutter (Gamma, Weibull, K distribution).

Sous  $\mathcal{H}_0$ , la valeur maximale de  $\kappa$  est représentée sur la figure 3.5, pour une fréquence Doppler normalisée  $f_d$  variant de -0.5 à 0.5.

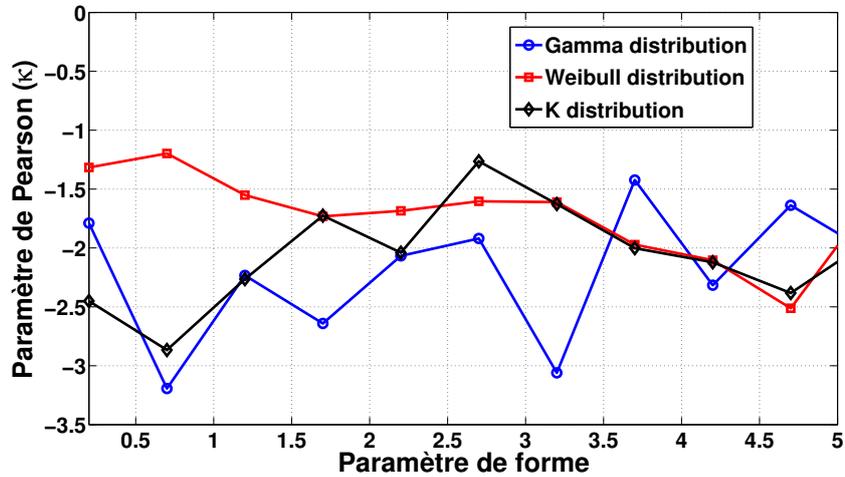


FIGURE 3.5. Paramètre de Pearson  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_0$  (clutter non Gaussien,  $N=20$ , 1000 itérations)

Sous  $\mathcal{H}_1$ , la valeur maximale de  $\kappa$  est représentée sur la figure 3.6, pour un SCR variant de -20 dB à 20 dB. Toutes ces valeurs ont été relevées après 1000 itérations.

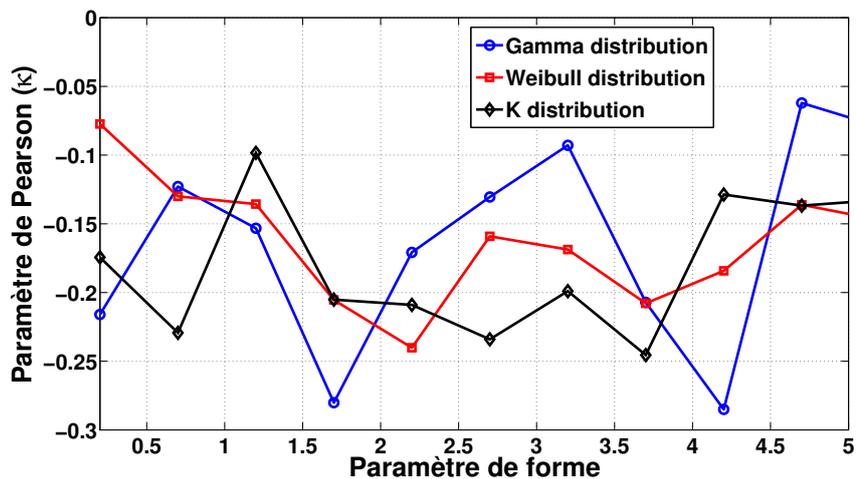


FIGURE 3.6. Paramètre de Pearson  $\kappa$  sous  $\mathcal{H}_1$  (clutter non Gaussien,  $N=20$ , 1000 itérations)

Cette analyse basée sur des simulations montre que la condition (3.31) est vérifiée pour

les trois modèles de clutter, pour différentes valeurs du paramètre de forme et ce pour une large gamme de  $f_d$  sous  $\mathcal{H}_0$  et de SCR sous  $\mathcal{H}_1$ .

Les distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  sont donc de type I qui correspond à la Beta distribution.

### 3.4.3.3 Calcul des seuils de décision

En utilisant les expressions (3.29) et (3.30) des deux distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$ , nous allons à présent dériver les deux seuils  $A_N$  and  $B_N$  qui permettent de construire le test séquentiel.

La connaissance des distributions de la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  ne permet pas à elle seule de calculer les seuils de décision pour un test séquentiel. En effet, contrairement aux tests classiques où la taille de l'observation est fixe et les erreurs de première et de seconde espèce sont directement utilisées pour calculer les seuils, dans un test séquentiel les valeurs de consigne  $\alpha$  et  $\beta$  correspondent aux erreurs à l'arrêt du test. Les égalités ( $P_{fa} = \alpha$ ) et  $P_m = 1 - P_d = \beta$  ne sont valables que pour la taille de l'observation qui correspond à l'arrêt du test et ne peuvent donc pas être considérées pour le seuillage pour les valeurs intermédiaires de la taille (avant l'arrêt du test). Notons par ailleurs que la taille qui correspond à l'arrêt d'un test séquentiel est une variable aléatoire. Pour résoudre ce problème de calcul des seuils dans ces conditions, on remarque que ce dernier peut être posé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P \left( \max_{N_I \leq N \leq N_{T_r}} \Lambda_{AR-PANMF} \geq A_N | \mathcal{H}_0 \right) &\leq \alpha \\ P \left( \min_{N_I \leq N \leq N_{T_r}} \Lambda_{AR-PANMF} \leq B_N | \mathcal{H}_1 \right) &\leq \beta. \end{aligned} \quad (3.32)$$

où :

$N_I$  est la valeur initiale de la taille de l'échantillon (taille au début du test), égale à  $p + 1$  dans le cas du modèle AR utilisé pour modéliser le clutter,

$N_{T_r}$  est la taille de la version tronquée de l'échantillon, qui est choisie assez grande ( $N_{T_r} \gg N_I$ ) pour garantir que la probabilité que la taille à l'arrêt du test  $N_s$  soit supérieure à  $N_{T_r}$ , est négligeable sous chacune des deux hypothèses ( $P(N_s > N_{T_r} | \mathcal{H}_0) \ll$

et  $P(N_s > N_{T_r} | \mathcal{H}_1) \lll$ .

Pour faciliter la lisibilité,  $\Lambda_{AR-PANMF}$  sera noté  $\Lambda$  dans la suite de ce chapitre.

Pour une séquence de variables aléatoires  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_M$ , la fonction de distribution de probabilité  $P_{os}$  du  $i^{eme}$  élément de la statistique d'ordre est donnée par :

$$P_{os}(\Lambda_{(i)} \leq \lambda) = \sum_{k=i}^M \binom{M}{k} F_{\Lambda}(\lambda)^k [1 - F_{\Lambda}(\lambda)]^{M-k} \quad (3.33)$$

où :  $F_{\Lambda}$  est la distribution de la variable aléatoire  $\Lambda$ ,

$M$  est la taille de la séquence, donnée dans ce cas par  $M = N_{T_r} - N_I + 1 = N_{T_r} - p$ .

Pour résoudre le problème de seuillage tel que posé dans (3.32), nous obtenons les valeurs suivantes de  $P$  :

– Pour le minimum ( $i = 1$ ) :

$$P_{os}(\min(\Lambda) \leq \lambda) = \sum_{k=1}^{N_{T_r}-p} \binom{N_{T_r}-p}{k} F_{\Lambda}(\lambda)^k [1 - F_{\Lambda}(\lambda)]^{N_{T_r}-p-k} \quad (3.34)$$

– Pour le maximum ( $i = N_{T_r} - p$ ) :

$$P_{os}(\max(\Lambda) \leq \lambda) = F_{\Lambda}(\lambda)^{N_{T_r}-p} \quad (3.35)$$

En substituant (3.34) dans (3.32), le seuil bas  $B_N$  est obtenu comme étant la solution de l'équation suivante :

$$\sum_{k=1}^{N_{T_r}-p} \binom{N_{T_r}-p}{k} F_{1\Lambda,N}(B_N)^k [1 - F_{1\Lambda,N}(B_N)]^{N_{T_r}-p-k} - \beta = 0 \quad (3.36)$$

En substituant (3.35) dans (3.32), le seuil haut  $A_N$  est égal à :

$$A_N = F_{0\Lambda,N}^{-1}[(1 - \alpha)^{1/(N_{T_r}-p)}] \quad (3.37)$$

La distribution Beta non centrale  $F_{1\Lambda,N}(\cdot)$  utilisée dans (3.36) pour le calcul du seuil  $B_N$  est approximée dans (3.30) par une mixture de poisson de plusieurs distributions Beta centrales [47]. Dans cette mixture, les fonctions de Poisson sont évaluées pour le paramètre de non centralité ( $\xi = 2|\delta|^2 \hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d$ ), qui est fonction de l'amplitude inconnue  $\delta$ .

Afin d'éviter cette dépendance du seuil bas  $B_N$  de l'amplitude inconnue, tout en favorisant une prise de décision rapide (qui utilise un minimum d'échantillons), et ce en

faveur de la décision 1 ou de la décision 2, le paramètre de non centralité  $\xi$  est choisi de façon à maximiser la variance de la statistique  $\Lambda$  [91], i.e. :

$$\xi_0 = \arg \max_{\xi} (E[\Lambda^2] - E[\Lambda]^2) \quad (3.38)$$

Les moments  $E[\Lambda^k]$  de la variable aléatoire  $\Lambda$ , ayant une distribution Beta non centrale sont donnés en fonction des paramètres de forme et de non centralité (respectivement  $b$ ,  $c$  et  $\xi$ ) par [47] :

$$E[\Lambda^k] = \sum_{j=0}^{+\infty} \exp\left(\frac{-\xi}{2}\right) \frac{\left(\frac{\xi}{2}\right)^j}{j!} \frac{\prod_{i=1}^k (b + j + k - i)}{\prod_{i=1}^k (b + c + j + k - i)} \quad (3.39)$$

Dans le cas de la distribution  $F_{1\Lambda, N}$ ,  $b = 1$  et  $c = N - 1$ .

Les seuils obtenus pour des valeurs de référence  $\alpha = 0.001$  et  $\beta = 0.01$  sont représentés sur la figure 3.7.

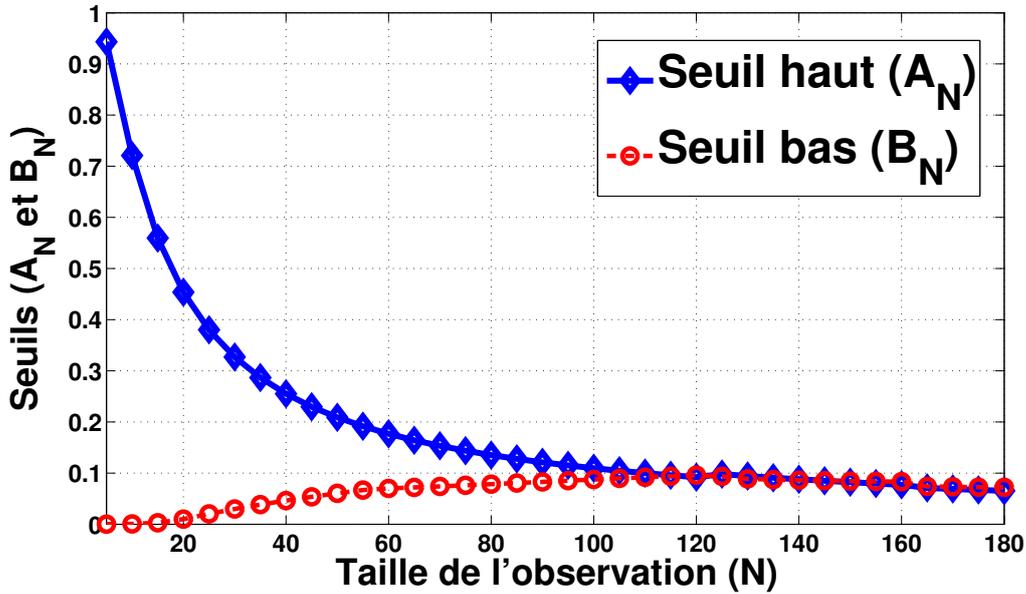


FIGURE 3.7. Seuils  $A_N$  et  $B_N$  en fonction de la taille de l'échantillon ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

La valeur de la taille de l'échantillon pour laquelle  $A_N = B_N$  correspond à la taille nécessaire à l'approche classique (basée sur une taille fixe) pour atteindre les mêmes performances. Cette valeur de la taille peut être obtenue analytiquement par la résolution

de (3.36) en remplaçant  $B_N$  par l'expression de  $A_N$  donnée par (3.37).

En termes de coût en calculs, on propose dans cette section une comparaison entre la solution analytique 3.37 pour le calcul du seuil haut et l'estimation de ce dernier en utilisant la méthode Monte Carlo détaillée dans la section 2 du deuxième chapitre.

L'application de cette méthode dans le cas du AR-PANMF nécessite l'évaluation de la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  pour chaque réplique. Les  $B$  valeurs obtenues sont ensuite ordonnées dans un ordre croissant  $\Lambda_{AR-PANMF(1)} \leq \Lambda_{AR-PANMF(2)} \leq \dots \leq \Lambda_{AR-PANMF(B)}$ . La valeur estimée du seuil haut est alors  $\Lambda_{AR-PANMF(q)}$  tel que  $q = \lceil (B + 1)(1 - \alpha) \rceil$ , où  $\lceil x \rceil$  désigne la partie entière de  $x$  et  $\alpha$  la valeur de consigne de la  $P_{fa}$ . La règle utilisée pour déterminer le nombre de répliques est  $B \geq 100/\alpha$ .

L'évaluation de la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  comporte les étapes suivantes :

1. Estimation des coefficients AR ;
2. Calcul des erreurs de prédiction ;
3. Evaluation de la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$ .

En terme de calcul, l'estimation des coefficients AR est la plus consistante car elles comporte :

- $L$  multiplications de matrices  $((p \times N) \times (N \times p)) \rightarrow LO(p^2N)$  ;
- $L$  additions de matrices  $((p \times p) + (p \times p)) \rightarrow LO(p)$  ;
- Inversion d'une matrice  $(p \times p) \rightarrow O(p^3)$  en utilisant l'algorithme de Gauss-Jordan (ou au minimum  $O(p^{2.373})$  en utilisant l'algorithme de Williams) ;
- $L + 1$  multiplications matrices-vecteurs  $\rightarrow LO(pN) + O(p^2)$  ;
- $L$  additions de vecteurs  $((p \times 1) + (p \times 1)) \rightarrow LO(p)$ .

Toutes ces opérations doivent être effectuées au moins  $B = 100/\alpha$  fois, ce qui engendre un coût en calcul très important comparé à l'expression analytique 3.37 où l'inverse de la fonction Beta incomplète peut être calculée en utilisant la méthode de Newton-Raphson par exemple. Il est également important de noter que l'augmentation du nombre de cellules secondaires fait croître considérablement le coût de la méthode Monte Carlo tandis qu'elle n'a aucun effet sur l'expression analytique.

Outre ce gain en calcul, la solution analytique proposée dans cette thèse ne nécessite pas la connaissance de la distribution du clutter, chose qui est indispensable pour la méthode Monte Carlo.

#### 3.4.3.4 Détection séquentielle paramétrique (S-AR-PANMF)

Pour pouvoir utiliser une approche séquentielle basée sur la statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$ , nous avons dérivé les distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$  pour le cas d'un clutter Gaussien. Nous avons montré que ces distributions sont du même type pour les trois modèles les plus communs de clutter non Gaussien.

En utilisant ces deux distributions, nous avons proposé une méthode qui permet d'obtenir les expressions analytiques des deux seuils  $A_N$  et  $B_N$  qui permettent de définir le test séquentiel.

Il est important de noter que les deux seuils  $A_N$  et  $B_N$  sont fonction uniquement de la taille de l'observation, ce qui signifie qu'il est possible de les calculer *a priori* et de les mémoriser dans une base dédiée. Le coût de l'approche proposée en terme de calcul est ainsi substantiellement réduit.

En supposant que l'ordre  $p$  du modèle AR soit connu et qu'au lancement du test séquentiel  $(p + 1)$  données (observations) sont disponibles dans la CUT ainsi que dans une cellule secondaire de part et d'autre de celle-ci (une cellule de garde est considérée de chaque côté de la CUT), l'approche proposée (S-AR-PANMF) est résumée dans l'algorithme suivant (les seuils  $A_N$  et  $B_N$  sont calculés *a priori*) :

<p>Initialisation :</p> $\mathbf{x}_0 = [x(0), x(1), \dots, x(p)]^T$ $\mathbf{c}_{k_0} = [c_k(0), c_k(1), \dots, c_k(p)]^T \quad k = 1, 2$ $\mathbf{d}_0 = [d(0), d(1), \dots, d(p)]^T$
<p>Vecteurs de données à l'instant <math>n</math> :</p> $\mathbf{x}_n = [x(0), x(1), \dots, x(n-1)]^T$ $\mathbf{c}_{k_n} = [c_k(0), c_k(1), \dots, c_k(n-1)]^T \quad k = 1, 2$ $\mathbf{d}_n = [d(0), d(1), \dots, d(n-1)]^T$
<p>– <b>Step 1</b> : Estimer les coefficients AR en utilisant <math>\mathbf{C}_k</math> donné par (3.15) :</p> $\hat{\mathbf{a}} = - \left( \sum_{k=1}^2 \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^2 \mathbf{C}_k^H \mathbf{c}_{k_n} \right)$ <p>– <b>Step 2</b> : Calculer <math>\Lambda</math> en utilisant <math>\hat{\mathbf{A}}</math> donnée par (3.23) :</p> $\hat{\mathbf{e}}_x = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{x}_n$ $\hat{\mathbf{e}}_d = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{d}_n$ $\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{ \hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_x ^2}{(\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d)(\hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x)}$ <p>– <b>Step 3</b> : Comparer <math>\Lambda(\mathbf{x})</math> au seuils :</p> <pre> <b>if</b> <math>\Lambda(\mathbf{x}) \leq B_N</math> <b>then</b>     Accepter <math>\mathcal{H}_0</math> ; <b>else</b>     <b>if</b> <math>\Lambda(\mathbf{x}) \geq A_N</math> <b>then</b>       Accepter <math>\mathcal{H}_1</math> ;     <b>else</b>       <math>n \rightarrow n + 1</math> ;       répéter Steps 1 jusqu'à 3     <b>end</b> <b>end</b> </pre>

TABLE 3.2. Algorithme S-AR-PANMF

## 3.5 Résultats

L'évaluation de l'approche proposée porte sur deux aspects, à savoir les performances en termes de détection (évaluation de la  $P_d$  et de la  $P_{fa}$ ) et la taille de l'observation nécessaire pour obtenir ces performances.

Une comparaison entre l'approche séquentielle (S-AR-PANMF) et la méthode classique basée sur la statistique AR-PANMF qui utilise une taille fixe de l'observation est proposée. Dans ce cas l'unique seuil utilisé est obtenu par la résolution de (3.37), en remplaçant la taille  $N$  par la valeur obtenue en considérant l'égalité entre les deux

seuils  $A_N$  et  $B_N$ .

La première partie de cette section est dédiée aux résultats obtenus en utilisant des données simulées d'un clutter Gaussien, et d'un clutter non Gaussien qui suit une loi de Weibull et une  $k$  distribution. La deuxième partie est quant à elle consacrée à l'évaluation de l'approche proposée dans le cas d'un clutter Gaussien en utilisant des données réelles. Dans tous les résultats présentés, l'ordre AR est considéré connu et égal à 3.

### 3.5.1 Résultats en utilisant des données simulées (cas du clutter Gaussien)

La comparaison des performances du S-AR-PANMF et du AR-PANMF est réalisée en générant un clutter Gaussien corrélé dans  $N_s = 34$  cellules de résolution.

Pour le S-AR-PANMF, on considère une fenêtre d'analyse de dimensions  $N_s \times (L + 1)$ , où  $N_s$  est une variable aléatoire qui correspond à la taille de l'échantillon à chaque instant (taille pour laquelle le test séquentiel est exécuté),  $L$  est le nombre de cellules secondaires entre lesquelles se trouve la CUT (au milieu de la fenetre d'analyse en considérant une cellule de garde de part et d'autre).

Pour le AR-PANMF, la taille aléatoire  $N_s$  est remplacée par la taille fixe  $N_f$  obtenue pour les valeurs de consigne  $P_{fa} = \alpha$  et  $P_m = \beta$ , et ce en résolvant (3.36) où  $B_N$  est remplacé par l'expression de  $A_N$  donnée par (3.37).

Une cellule secondaire est utilisée de part et d'autre de la CUT ( $L = 2$ ). Le test séquentiel est exécuté comme décrit dans l'algorithme du tableau 3.2. La probabilité de détection  $P_d$  est évaluée en insérant une cible synthétique (simulée) de type Swerling I dans la CUT.

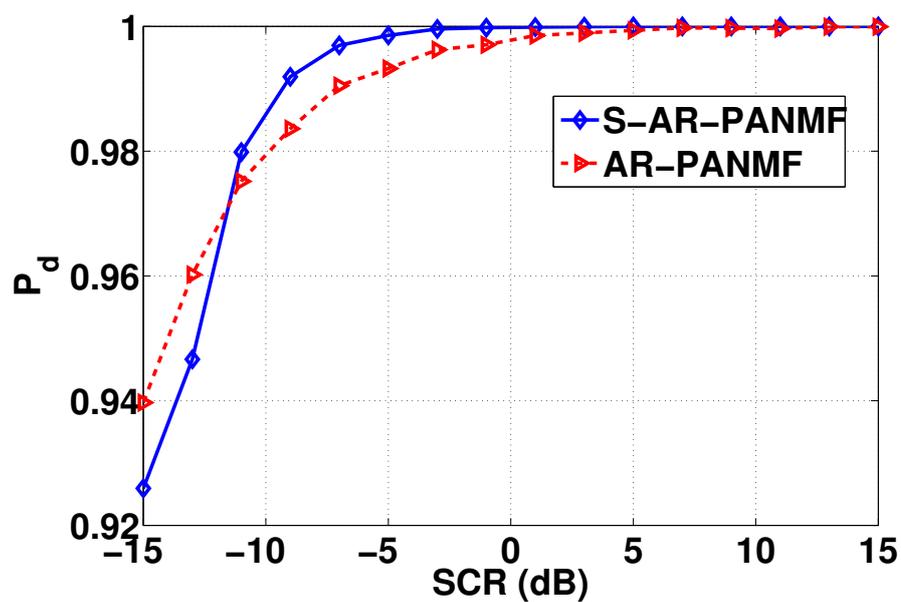


FIGURE 3.8. Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $f_d=0.4$ )

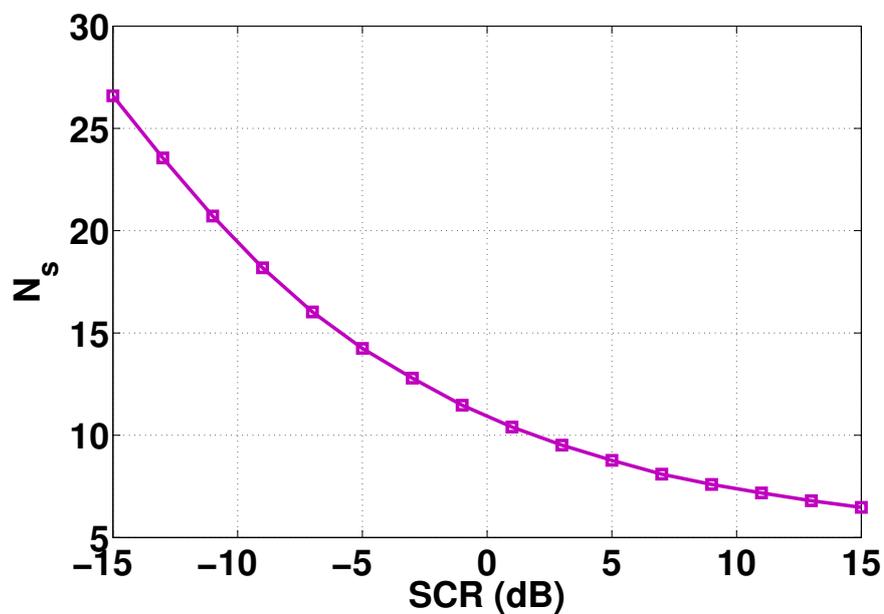


FIGURE 3.9. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

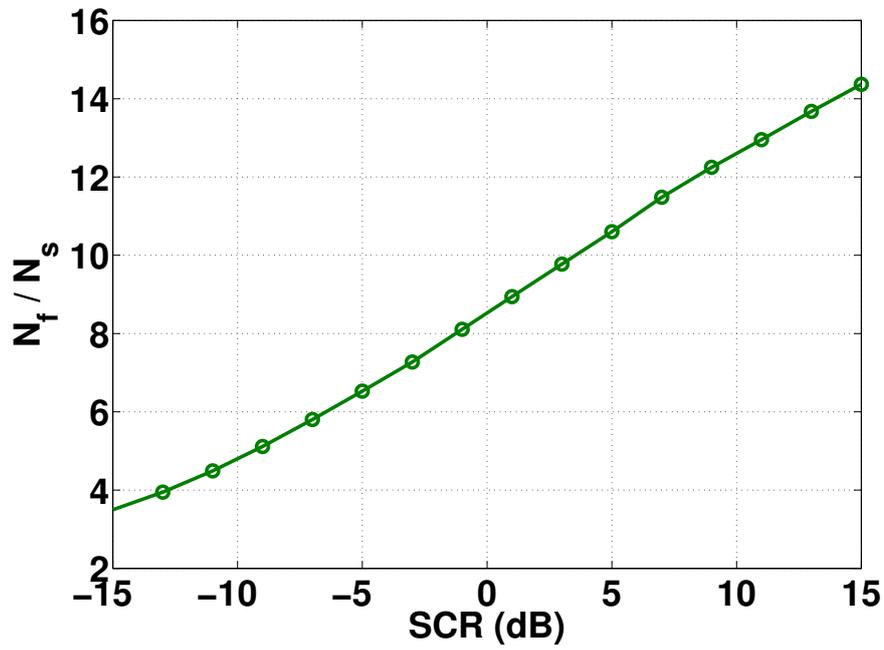


FIGURE 3.10. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

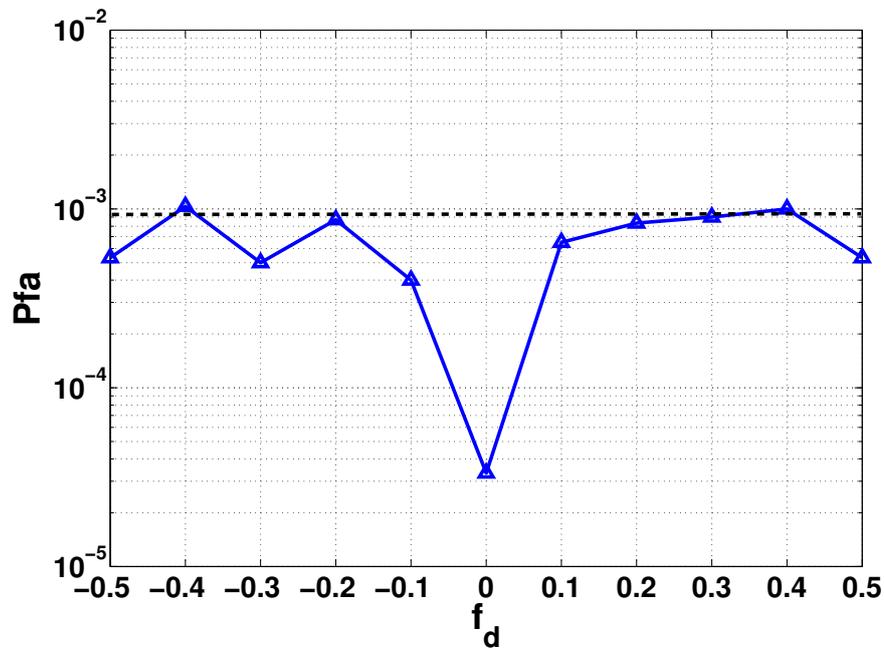


FIGURE 3.11. Probabilité de fausses alarmes en fonction de  $f_d$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

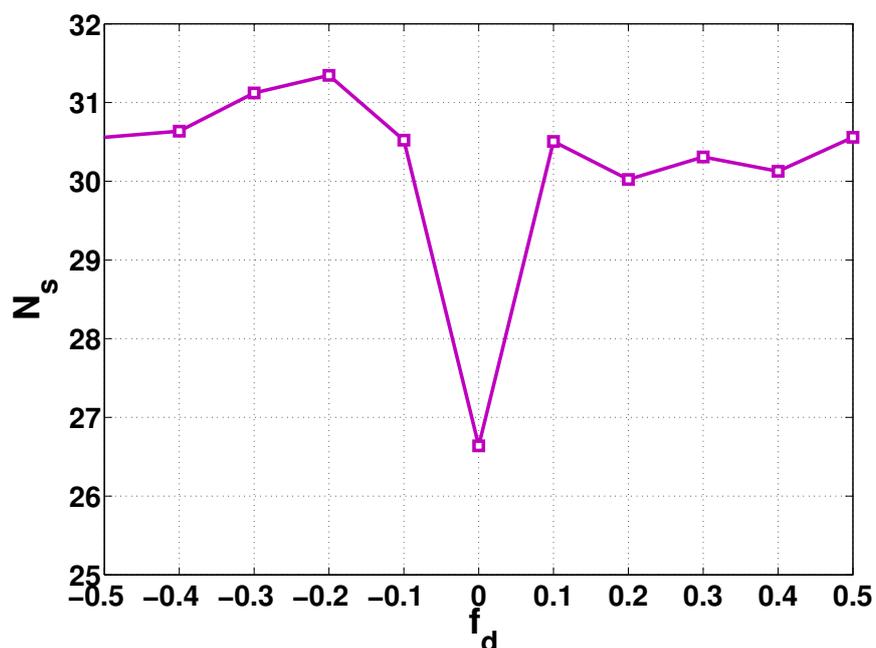


FIGURE 3.12. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

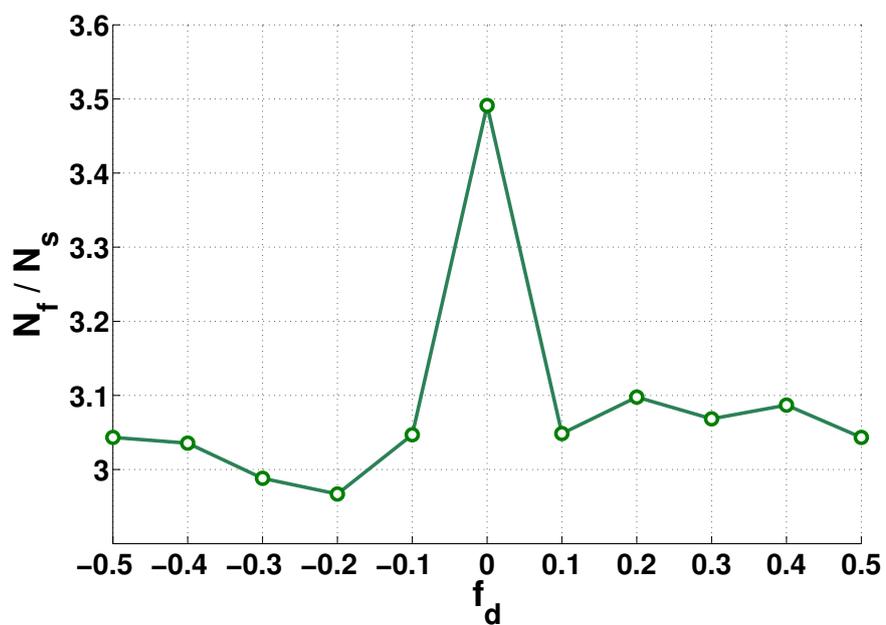


FIGURE 3.13. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

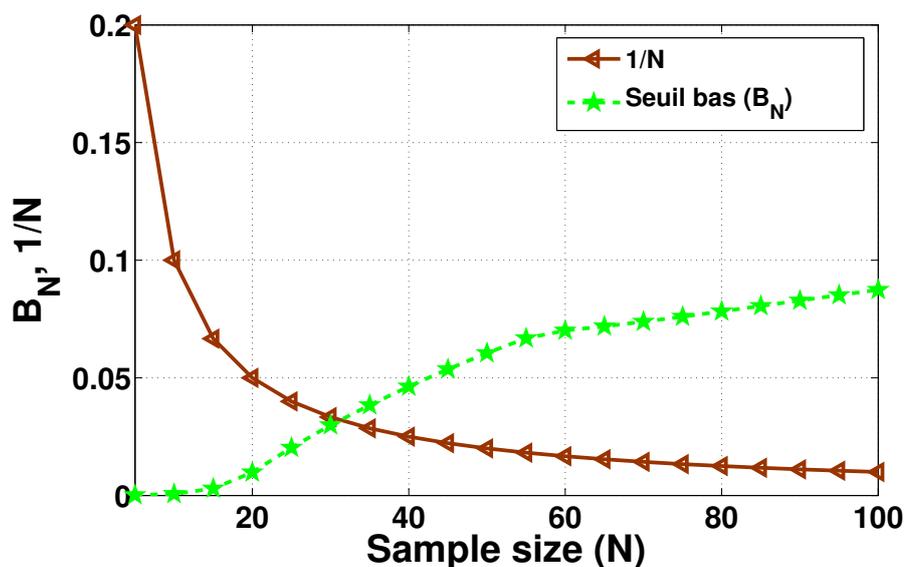


FIGURE 3.14. Seuil bas  $B_N$  et  $1/N$  en fonction de la taille, clutter Gaussien ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

Sur la figure 3.8 qui représente la probabilité de détection  $P_d$  obtenue en utilisant le S-AR-PANMF et le AR-PANMF, on constate que pour des valeurs de SCR inférieures à -11 dB, on note une perte de détection du S-AR-PANMF par rapport au AR-PANMF inférieure à 2 %, tandis que pour des valeurs de SCR supérieures à -11 dB, la  $P_d$  obtenue en utilisant le S-AR-PANMF est légèrement meilleure que celle obtenue en utilisant le AR-PANMF, avec un gain d'environ 1 %. Les deux approches sont par conséquent pratiquement équivalentes en termes de probabilité de détection (les deux tests ont la même puissance).

Cependant, si on considère la taille nécessaire pour chacun des tests (le S-AR-PANMF et le AR-PANMF) pour atteindre cette performance, le S-AR-PANMF présente l'avantage d'utiliser des échantillons de taille réduite par rapport au AR-PANMF. Sur la figure 3.10, qui représente le rapport entre les tailles ( $N_f/N_s$ ), on constate que ce dernier est croissant en fonction du SCR avec une valeur minimale supérieure à 3 (pour les valeurs faibles du SCR) et une valeur maximale légèrement supérieure à 14.

Sous  $\mathcal{H}_0$ , les figures 3.11, 3.12 et 3.13 représentent respectivement la probabilité de fausses alarmes évaluée en utilisant le S-AR-PANMF, la taille  $N_s$  et le rapport  $N_f/N_s$ ,

pour différentes valeurs de  $f_d$ . Le rapport  $N_f/N_s$  qui exprime le gain en nombre d'observations est d'environ 3, une valeur prévisible si l'on tient compte des valeurs de ce rapport pour les faibles valeurs du SCR dans la figure 3.10. La valeur pic qui caractérise les trois courbes pour  $f_d = 0$  est due à la structure du vecteur  $\mathbf{d}$  défini par (3.12), pour lequel nous avons :

$$\Lambda_{f_d=0}(\mathbf{x}) = \frac{|\sum_{i=0}^{N-1} e_x(i)|^2}{N \sum_{i=0}^{N-1} |e_x(i)|^2}$$

Pour un clutter à moyenne nulle,  $\Lambda_{f_d=0} \ll \frac{1}{N}$  atteint rapidement le seuil bas  $B_N$ , puisque l'égalité  $\frac{1}{N} = B_N$  survient pour de petites valeurs de la taille  $N$ , comme c'est montré sur la figure 3.14. Ainsi, pour  $f_d = 0$  la décision en faveur de  $\mathcal{H}_0$  est rapidement prise.

### 3.5.2 Résultats en utilisant des données simulées non Gaussiennes (cas du clutter Weibull distribué)

Pour mettre en évidence l'apport de l'approche séquentielle proposée, l'algorithme S-AR-PANMF est appliqué dans le cas d'un clutter qui suit une distribution de Weibull. Ce modèle caractérisé par une loi à deux paramètres est utilisé pour modéliser le clutter non Gaussien dans certains environnements, en particulier dans le cas d'un clutter du sol [92], [93] et [94]. Les mêmes aspects d'évaluations considérés pour le cas Gaussien sont examinés, à savoir une comparaison des probabilités de détection obtenues en utilisant le AR-PANMF et le S-AR-PANMF, les tailles des observations nécessaires et la probabilité de fausses alarmes.

La figure 3.15 montre une quasi équivalence entre les deux approches en terme de probabilité de détection. Les figures 3.16 et 3.17 montrent que pour atteindre cette performance, le S-AR-PANMF utilise des échantillons dont la taille est au pire des cas (valeurs faibles du SCR) trois fois plus petite que celle requise par le AR-PANMF. Le rapport  $N_f/N_s$  à une allure semblable à celle obtenue pour le cas Gaussien caractérisée par une proportionnalité au SCR, avec toutefois des valeurs moins élevées qui s'étendent à une valeur maximale égale à 9 contre 14 pour le cas Gaussien. Sous  $\mathcal{H}_0$ , la  $P_{fa}$  est maintenue à des valeurs inférieures à la valeur de consigne avec des

rapports  $N_f/N_s$  compris entre 2.2 et 3.2.

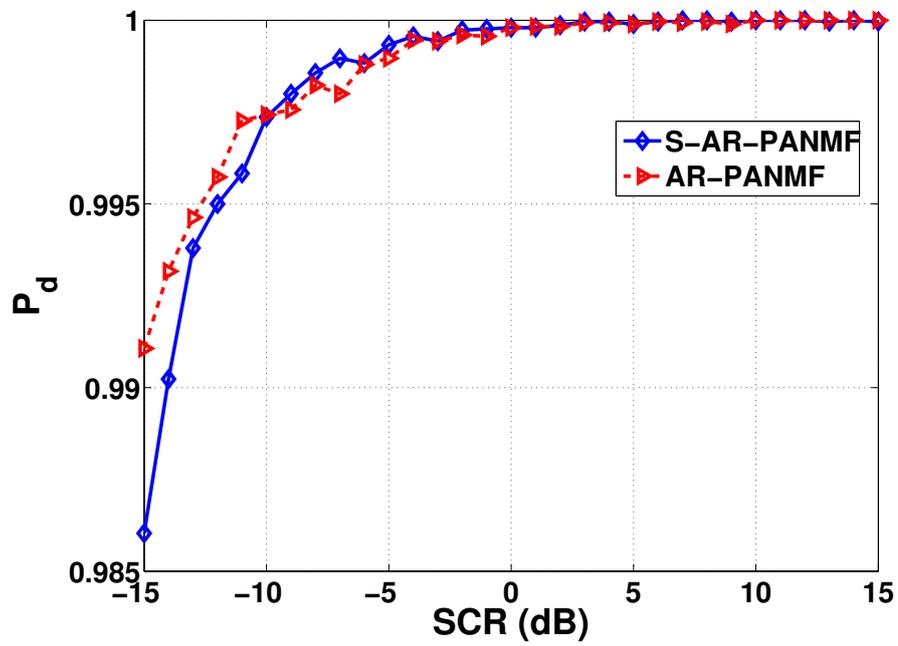


FIGURE 3.15. Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $f_d=0.4$ )

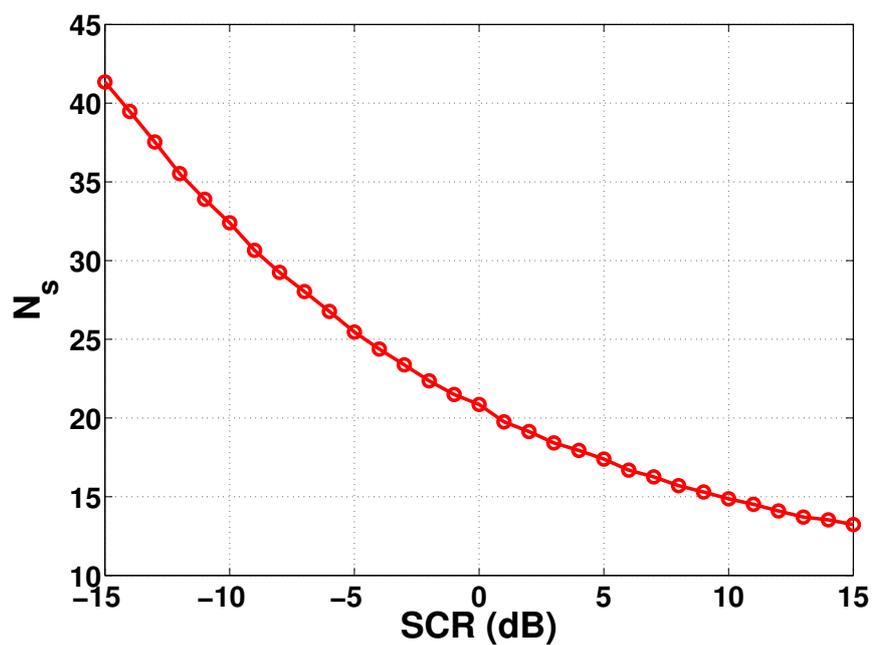


FIGURE 3.16. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

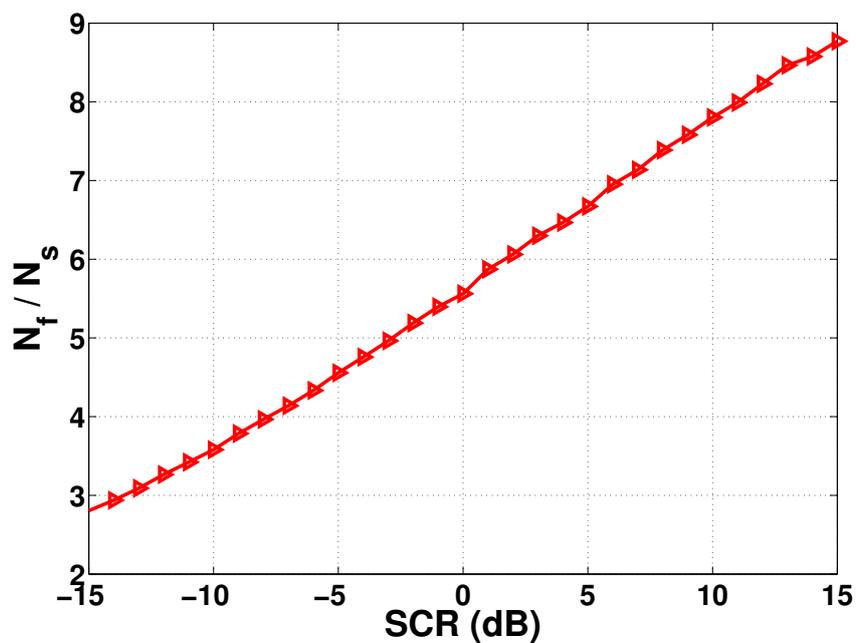


FIGURE 3.17. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

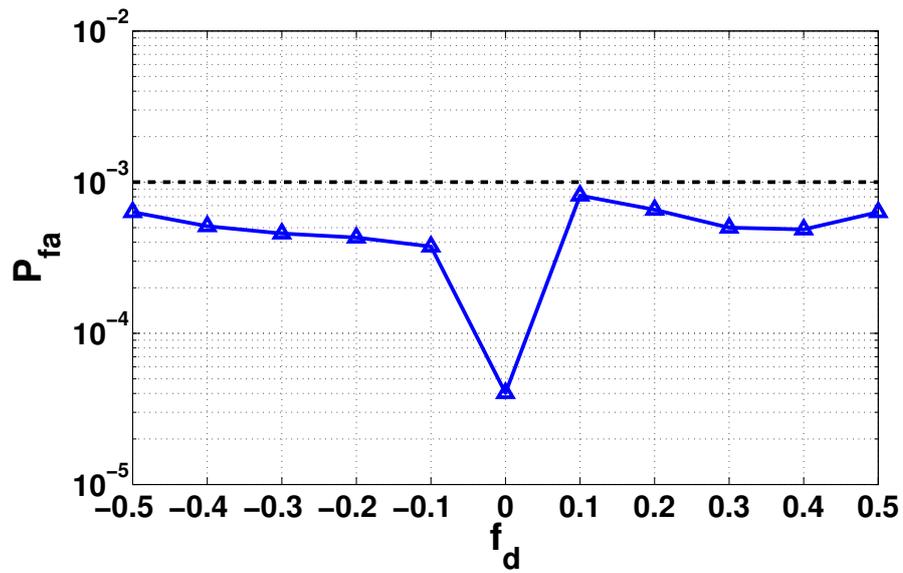


FIGURE 3.18. Probabilité de fausses alarmes en fonction de  $f_d$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

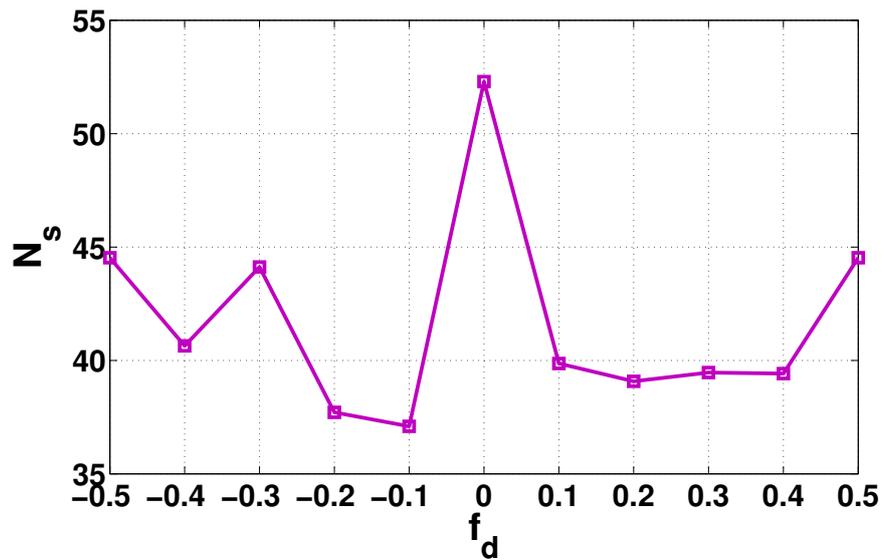


FIGURE 3.19. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

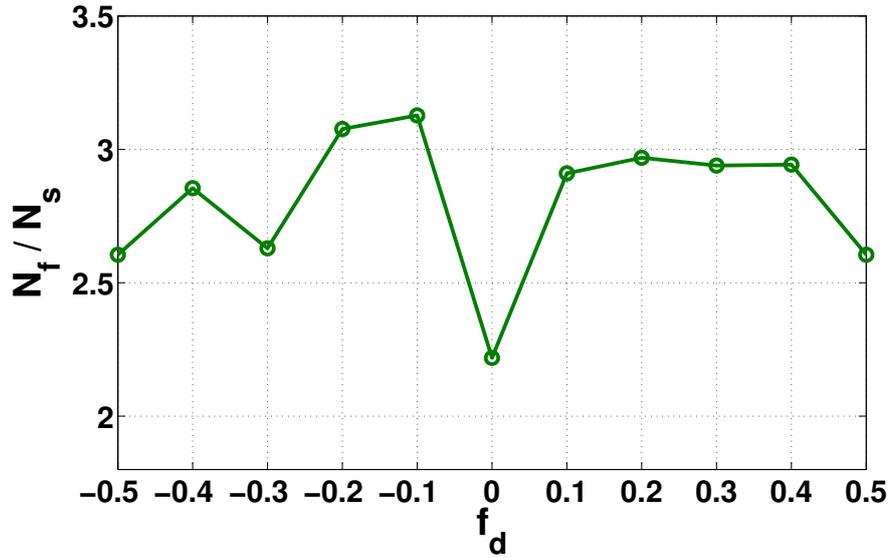


FIGURE 3.20. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter Weibull distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

### 3.5.3 Résultats en utilisant des données simulées non Gaussiennes (cas du clutter k-distribué)

Le deuxième modèle de clutter non Gaussien considéré dans cette thèse est le modèle k distribué. Cette distribution qui est un cas particulier du modèle Gaussien composé est généralement utilisée pour décrire le clutter de mer [95], [96] et [97]. Le S-AR-PANMF est déroulé de la même façon que pour les deux cas précédents.

L'équivalence en probabilité de détection représentée sur la figure 3.21 est encore une fois constatée. Le rapport  $N_f/N_s$  représenté sur la figure 3.23 est dans ce cas compris entre 2 et 8. Sous  $\mathcal{H}_0$ , la  $P_{fa}$  donnée en figure 3.24 présente un pic proche de la valeur nominale à  $f_d = 0.1$ . Le rapport  $N_f/N_s$  est dans ce cas compris entre 2.1 et 2.4.

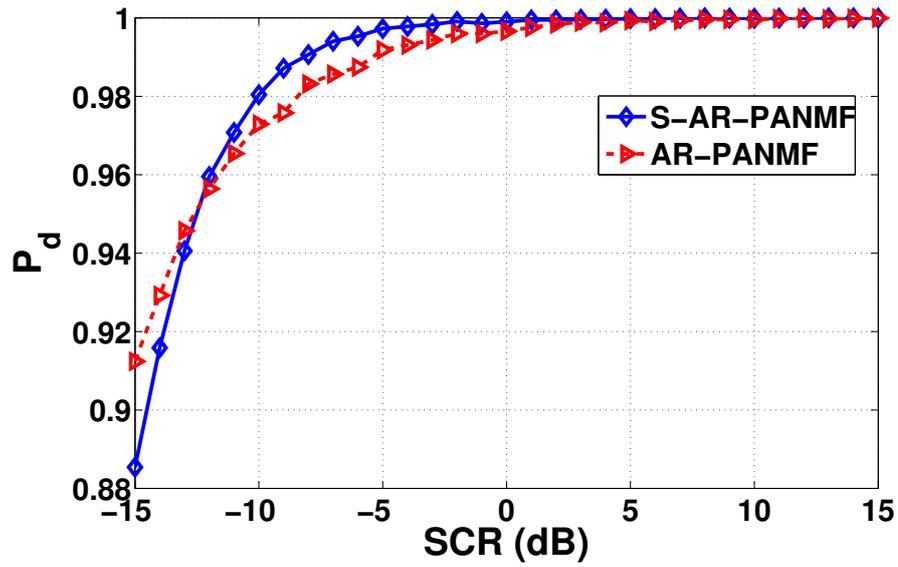


FIGURE 3.21. Probabilité de détection en fonction du SCR, clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $f_d=0.4$ )

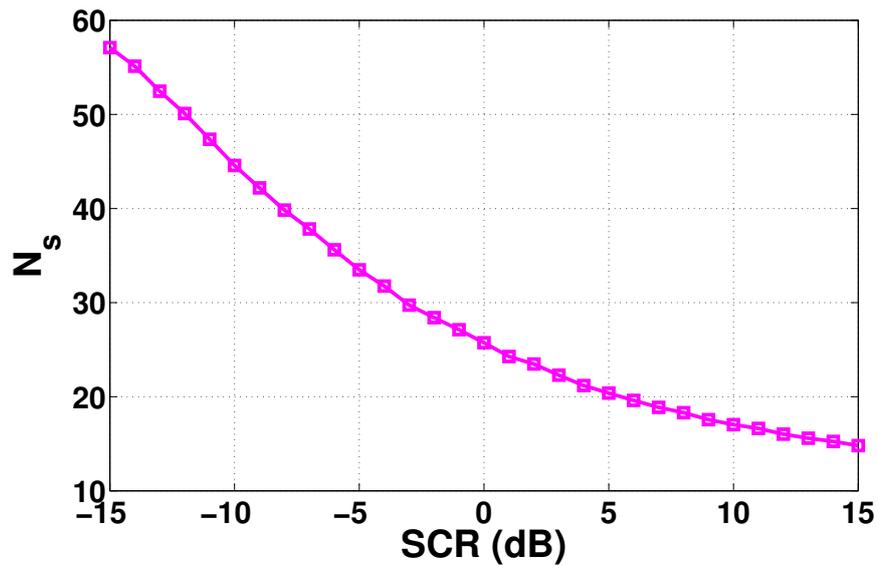


FIGURE 3.22. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

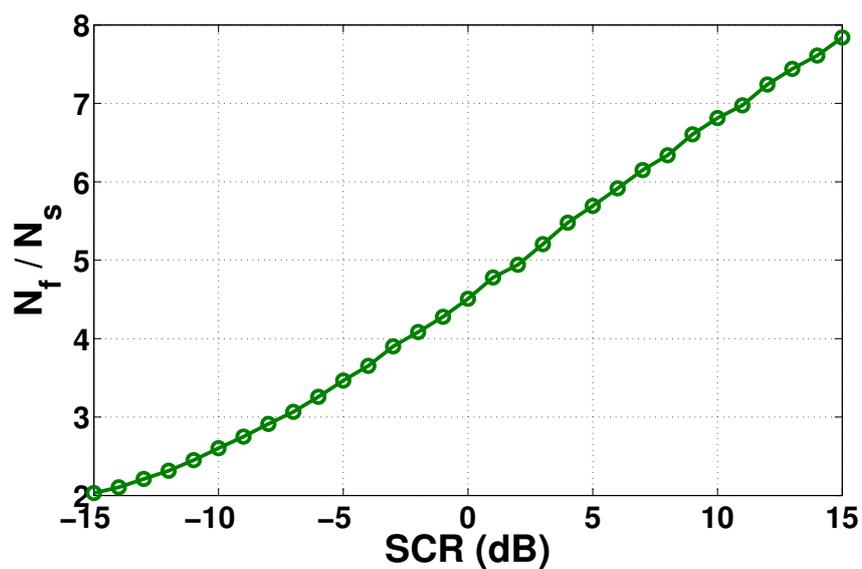


FIGURE 3.23. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_1$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

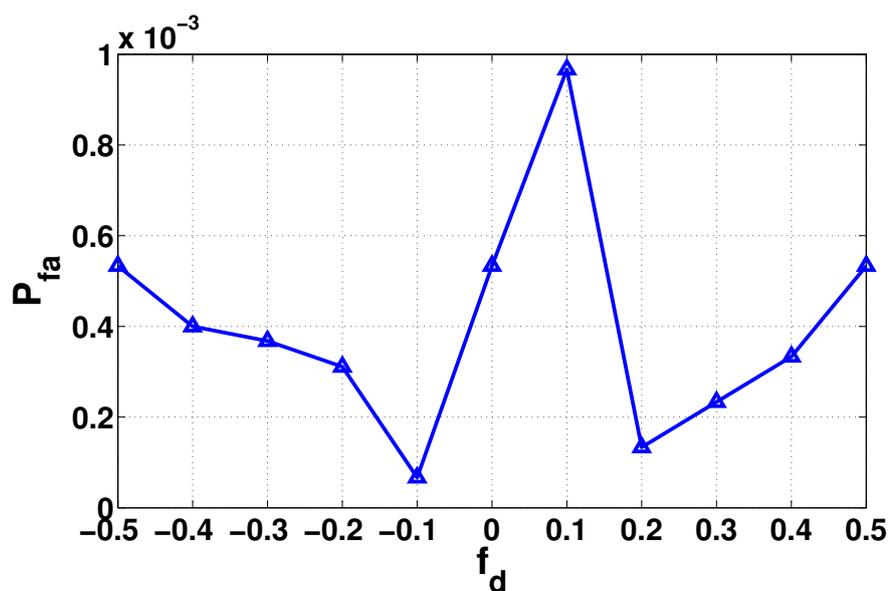


FIGURE 3.24. Probabilité de fausses alarmes en fonction de  $f_d$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

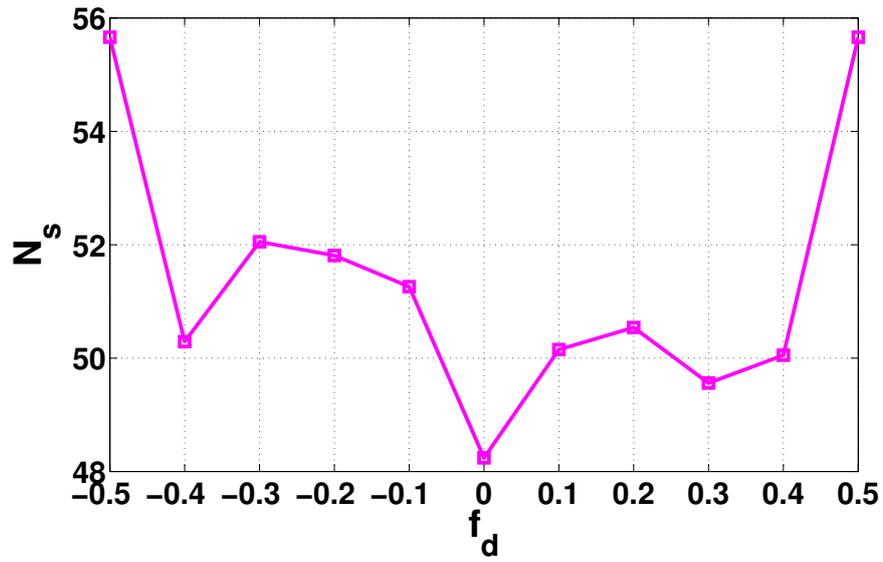


FIGURE 3.25. Taille de l'observation  $N_s$  utilisée par le S-AR-PANMF sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

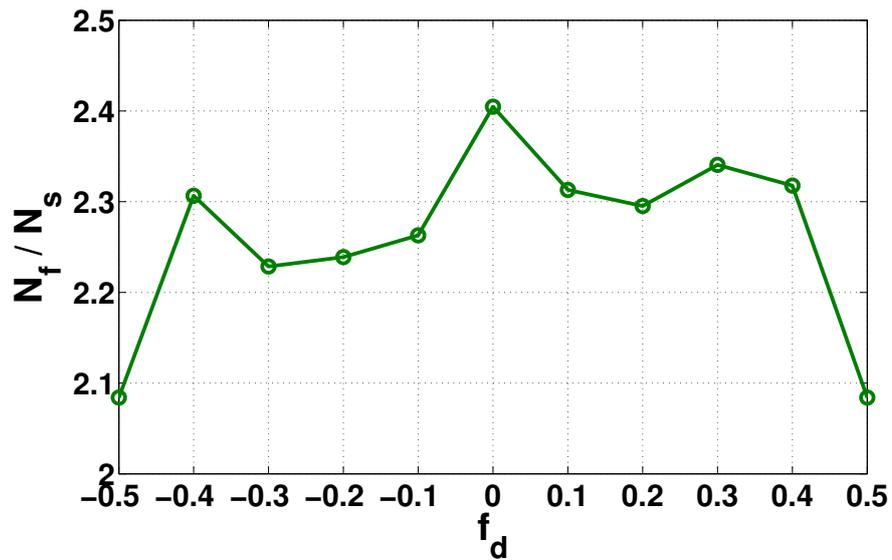


FIGURE 3.26. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_0$ , clutter k-distribué ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

### 3.5.4 Résultats en utilisant des données simulées de clutter Gaussien non stationnaire

Dans les résultats présentés dans la section précédente, le détecteur S-AR-PANMF est comparé au détecteur conventionnel AR-PANMF dans le cas d'un clutter approximé par un processus autoregressif dont les coefficients sont constants. Dans cette partie nous proposons de mettre en évidence l'apport du S-AR-PANMF dans le cas d'un clutter approximé par un processus autoregressifs dont les coefficients sont variables. Pour cela nous simulons des processus AR Gaussiens avec des coefficients qui ne sont constants que sur des segments d'une certaine taille  $\tau$  qu'on fait varier afin de simuler une dynamique de variation. Le modèle utilisé dans les résultats sélectionnés dans cette thèse est basé sur des coefficients AR uniformément distribués sur  $[0, 1]$ .

Les figures 3.27, 3.28 et 3.29 qui représentent la probabilité de détection en fonction du SCR pour trois différentes valeurs de  $\tau$  ( $\tau=10$ ,  $\tau=27$  et  $\tau=50$ ) montrent que le S-AR-PANMF présente des performances de détection supérieures à celles du AR-PANMF. Un gain maximal est enregistré pour une taille des segments stationnaires d'une longueur égale à la taille maximale nécessaire au S-AR-PANMF dans le pire des cas (worst case) du point de vue SCR. Cette valeur de  $\tau$  qui est approximativement égale à 27 est déduite à partir de la figure 3.9. Sur les figures 3.30, 3.31 et 3.32, le rapport entre les tailles nécessaires pour les deux détecteurs pour obtenir ces performances tend à avoir la même allure dans les trois cas.

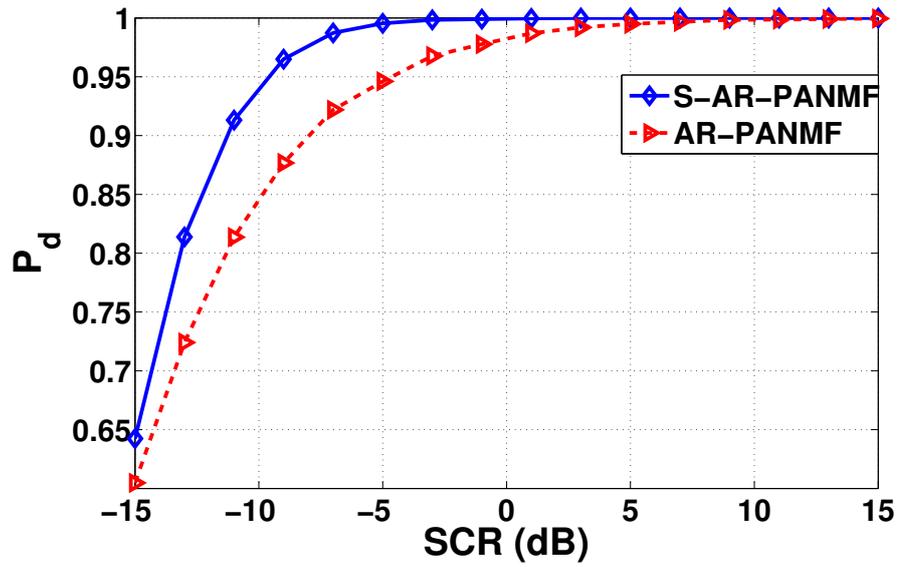


FIGURE 3.27. Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 10$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

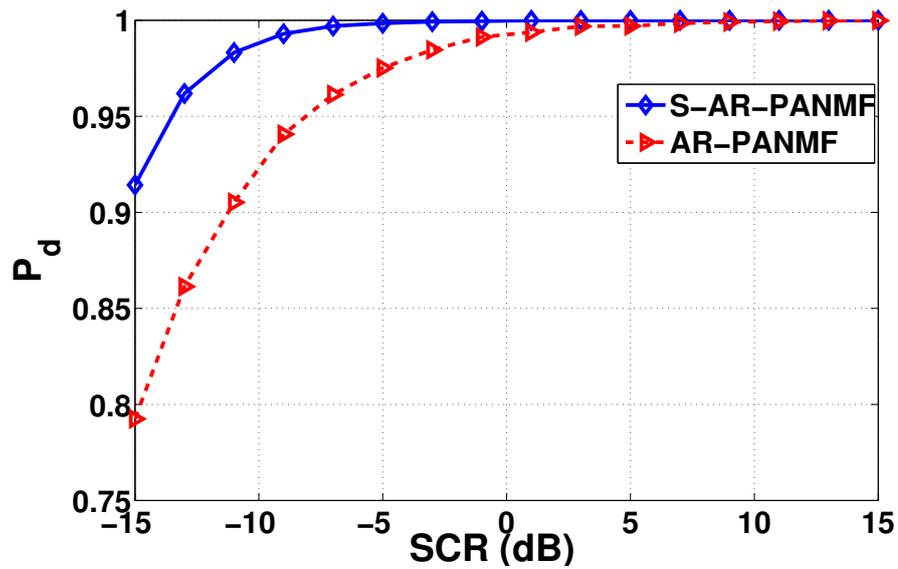


FIGURE 3.28. Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 27$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

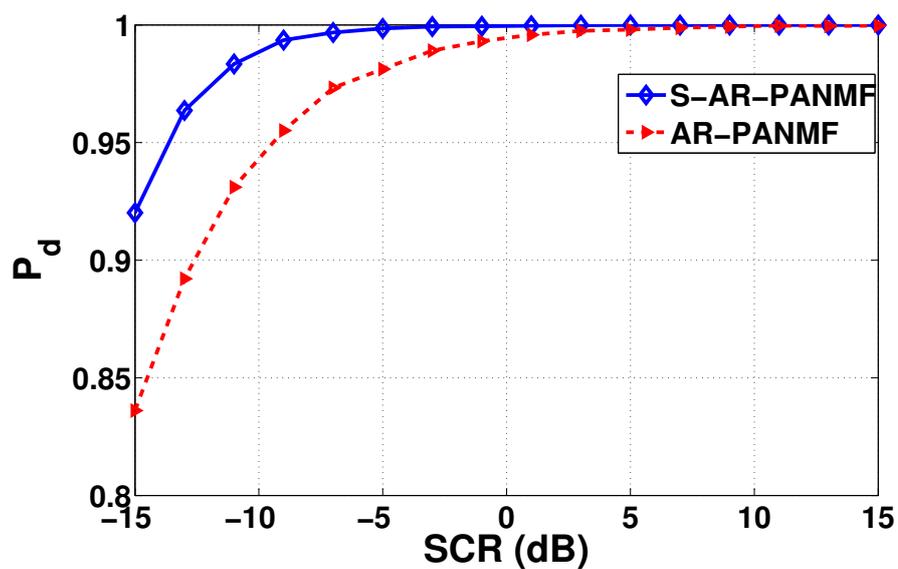


FIGURE 3.29. Probabilité de détection obtenue pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 50$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

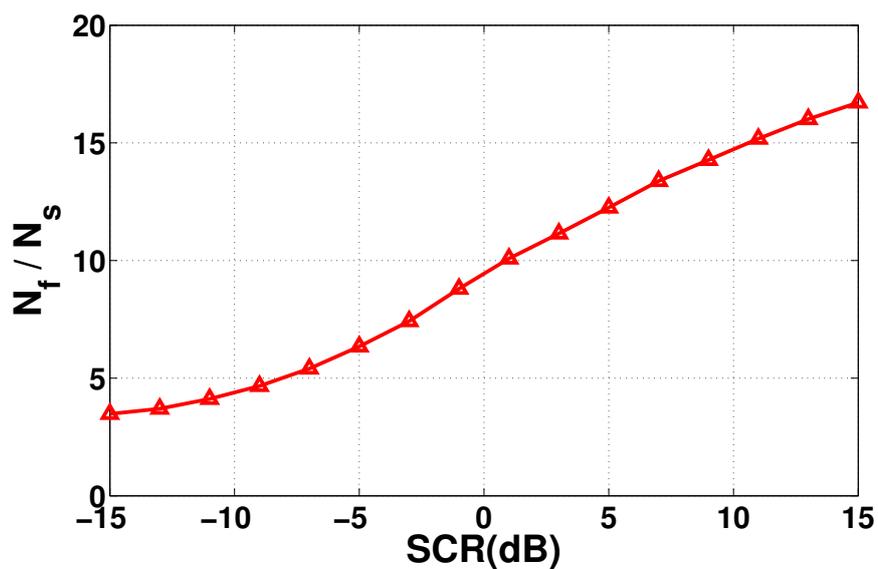


FIGURE 3.30. Rapport  $N_f/N_s$  obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 10$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

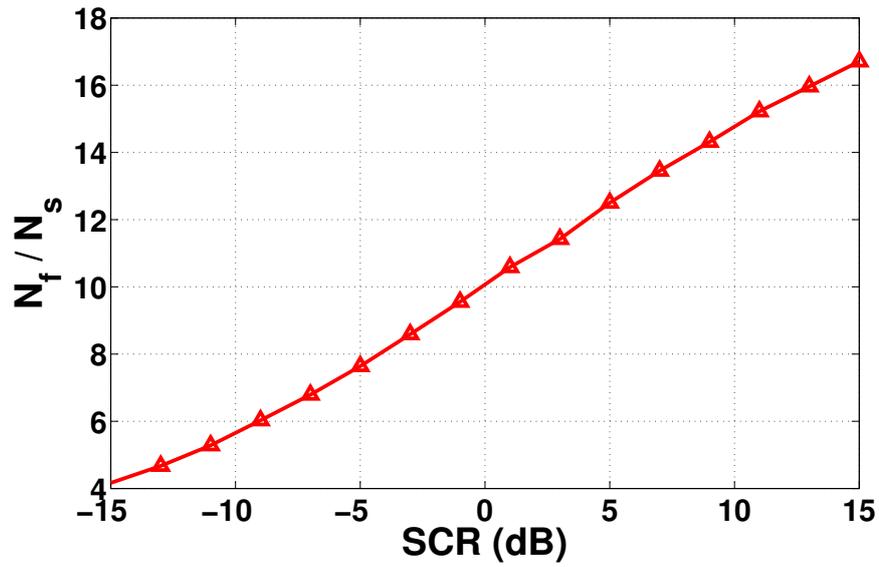


FIGURE 3.31. Rapport  $N_f/N_s$  obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 27$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

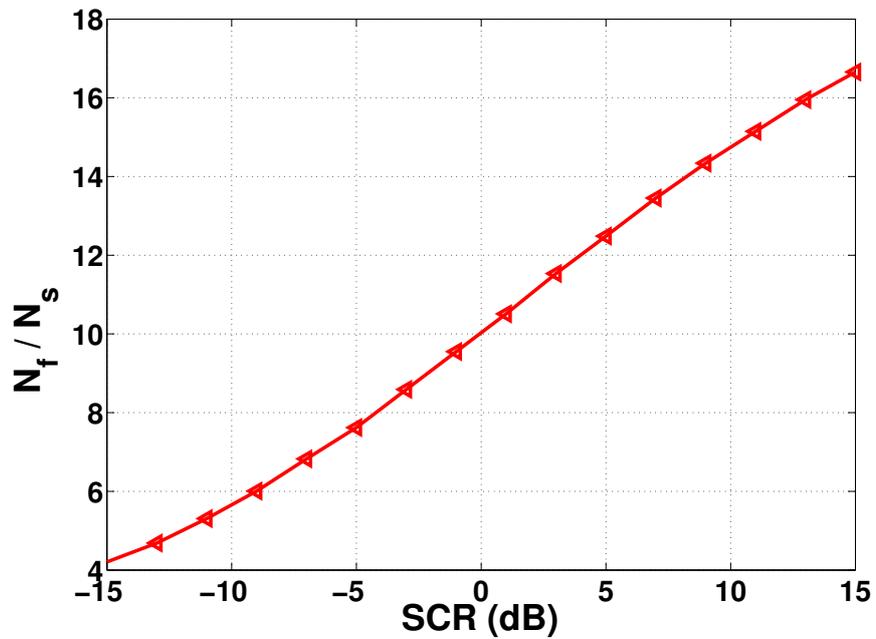


FIGURE 3.32. Rapport  $N_f/N_s$  obtenu pour des segments stationnaires d'une longueur  $\tau = 50$ , ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ )

### 3.5.5 Résultats en utilisant des données réelles (clutter non Gaussien)

L'algorithme S-AR-PANMF proposé dans la présente thèse est par sa structure destiné à une application réelle. En effet il permet d'une part de calculer les seuils de détection *a priori* grâce à leurs expressions analytiques sans recourir à la méthode Monte Carlo. Il permet d'autre part de définir et de minimiser la taille de l'observation nécessaire pour des performances données. Aussi, pour une application effective de cet algorithme, il est nécessaire d'évaluer ses performances en utilisant des données réelles qui correspondent à différentes conditions environnementales et à diverses caractéristiques des systèmes radars.

L'objectif de cette section est d'examiner les performances du S-AR-PANMF et de les comparer à celles du AR-PANMF en appliquant ces deux tests à des données réelles expérimentales de clutter de mer, acquises par le radar IPIX (Ice Multiparameter Imaging X-Band Radar) de l'université McMaster / Canada en Février 1998 [98]. Le radar IPIX est un radar à haute résolution et à polarisation double qui permet de comparer les retours dans les directions similaires ou croisées (HH, VV, HV, VH).

Les caractéristiques de ce radar sont résumées dans le tableau 3.3.

Les données haute résolution mesurées grâce au radar IPIX constituent une référence pour le test des algorithmes de détection. Dans notre cas, l'utilisation de ces données est motivée par le caractère non Gaussien de leurs distributions [99], [5]. ceci nous permet d'évaluer la validité des deux distributions  $F_{0\Lambda, N}$  et  $F_{1\Lambda, N}$  et ce à travers les performances du S-AR-PANMF défini par les deux seuils  $A_N$  et  $B_N$ . La base de données que nous utilisons dans cette thèse correspond aux relevés réalisés sur un site qui surplombe le lac Ontario à partir du rivage de Grimsby. Les données tels que disponibles pour utilisation sont sauvegardées dans une matrice complexe de dimension  $(N_t \times N_c)$ , où  $N_t$  désigne le nombre d'impulsions tandis que  $N_c$  désigne le nombre de cellules de résolution. Un traitement préalable a permis d'en supprimer l'offset DC ainsi que les écarts de phase dûs aux imperfections matérielles (hardware) inhérentes à tout système d'acquisition de données.

Les caractéristiques des fichiers utilisés sont résumées dans le tableau 3.4.

Emetteur (Tx)	Caractéristiques
Puissance crête	8 kW
Polarisation	H ou V, commutable pulse-to-pulse
Fréquence fixe	9.39 GHz
Fréquence agile	De 8.9 à 9.4 GHz
Largeur d'impulsion (20 ns steps)	20-200 ns
Largeur d'impulsion (200 ns steps)	200-5000 ns
Fréquence de répétition d'impulsions PRF	Jusqu'à 20 kHz
Intervalle de répétition d'impulsions	Configurable
Récepteur (Rx)	Caractéristiques
Réception	Fully coherent
Nombre de récepteurs	02 Rx linéaires, un en H un en V
Intégration hardware	10 bit
A/Ds	4 (I et Q pour chaque Rx)
Taux d'échantillonnage en portée	Jusqu'à 50 MHz
Sauvegarde	Sauvegarde sur disque
Antenne	Caractéristiques
Type d'antenne	Antenne parabolique ( $\phi = 2.4m$ )
Ouverture	0.9°
Gain	44 dB
Lobes secondaires	< -30 dB
Isolation polarisation croisée (cross polarization)	Activé
Contrôle de position par ordinateur	-3° à +9° en élévation (en site)
Rotation 360° en azimuth	0 - 10 rpm

TABLE 3.3. Caractéristiques du radar IPIX de l'université McMaster / Canada

L'angle d'incidence (grazing angle) est calculé en utilisant le modèle courbé de la terre, avec un rayon de 6371 km. L'expression de cet angle est dans ce cas [100] :

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{H^2 + 2HR_e - R^2}{2RR_e} \right)$$

où :

$H$  est la hauteur (élévation du radar) ;

$R_e$  désigne le rayon de la terre ;

$R$  désigne la distance entre la surface de la cible et le radar.

La figure 3.33 représente les données I et Q (en phase et en quadrature) de la cellule numéro 17 du fichier qui correspond à la résolution 30 mètres.

	Fichier 1	Fichier 2	Fichier 3
Nom	19980223_165836	19980223_170435	19980223_171533
Date	23 Février 1998	23 Février 1998	23 Février 1998
Heure	16 : 58 : 36	17 : 04 : 35	17 : 15 : 33
Fréquence RF (GHz)	9.39	9.39	9.39
Polarisation	Agilité	Agilité	Agilité
Larg. d'impulsion (ns)	200	100	20
PRF (Hz)	1000	1000	1000
Hauteur du radar (m)	20	20	20
Portée/résolution (m)	[3000 3030...3900] / 30	[3501 3516...3996] / 15	[3501 3504...3600] / 03
Angle d'incidence (°)	[0.3669 0.3669...0.2694]	[0.3096 0.3096...0.2694]	[0.3096 0.3096...0.3038]
Angle d'azimuth (°)	[342.2955...343.8226]	[342.2845...346.7505]	[342.3340...345.7727 ]
Angle d'élévation (°)	[359.7858...359.7803]	[359.7693...359.7748]	[359.7748...359.7693 ]
Latitude du radar (°)	43.21	43.21	43.21
Longitude du radar (°)	79.60	79.60	79.60
$N_t$ (nbre d'impulsions)	60000	60000	60000
$N_c$ (nbre de cellules)	34	34	34

TABLE 3.4. Caractéristiques des fichiers utilisés

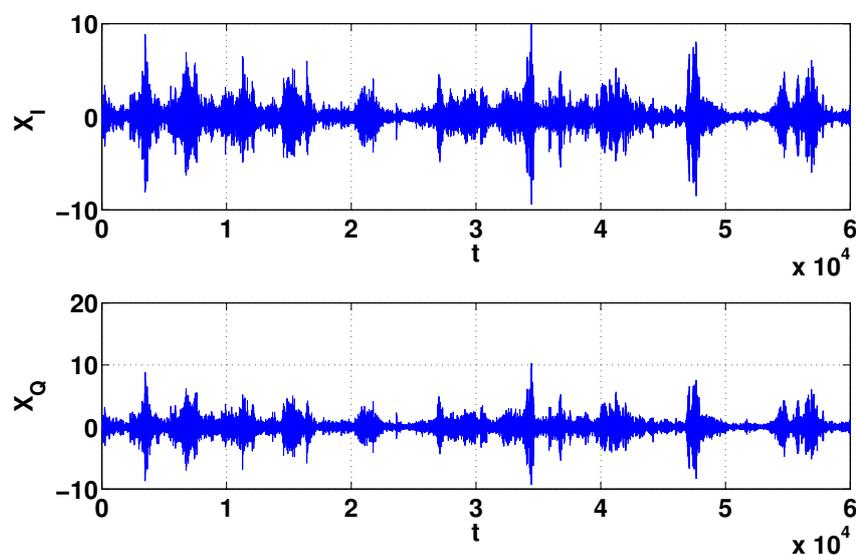


FIGURE 3.33. Données de la cellules 17, résolution 30 mètres

Pour chacun des fichiers utilisés, on déroule les deux tests (S-AR-PANMF et AR-PANMF) en considérant une fenêtre d'analyse construite de la manière suivante :

– Dans l'espace (portée du radar) :

La fenêtre comporte une CUT ainsi qu'une cellule de garde et une cellule secondaire

de chaque côté de la CUT. Cette fenêtre glisse d'une cellule de résolution à la suivante.

– Dans le domaine temporel (impulsions reçues) :

Pour le test séquentiel (S-AR-PANMF), la fenêtre d'analyse s'étend de l'observation qui suit la fin du test précédent jusqu'à la fin du test actuel, avec une étendue aléatoire  $N_s$ . Cette fenêtre glisse ainsi jusqu'à la fin de la matrice de données.

Pour le test classique (AR-PANMF), la fenêtre s'étend sur  $N_f$  observations et glisse uniformément jusqu'à la fin de la matrice de données.

La probabilité de détection  $P_d$  est évaluée en insérant une cible synthétique (simulée) de type Swerling I dans la CUT.

Les figures 3.34, 3.35 et 3.36 représentent la  $P_d$  obtenue en utilisant les fichiers 1, 2 et 3, qui correspondent respectivement aux résolutions 30 mètres, 15 mètres et 03 mètres et aux polarisations respectives HH, VV et VV.

En dépit du caractère non Gaussien des données, le S-AR-PANMF défini par les deux seuils  $A_N$  et  $B_N$ , calculés en utilisant les deux distributions  $F_{0\Lambda,N}$  et  $F_{1\Lambda,N}$ , présente une probabilité de détection de même allure que celle obtenue pour le cas Gaussien (données simulées) pour les données des fichiers 1 et 3. En effet, pour des valeurs de SCR inférieures à -7 dB, on constate moins de 1 % de perte de détection pour le fichier 1 et 10 % au pire des cas pour le fichier 3 (pour la plus faible valeur de SCR). Pour des valeurs de SCR supérieures à -7 dB, le S-AR-PANMF est globalement équivalent au AR-PANMF avec un léger gain dans le cas des données du fichier 3.

Pour les données du fichier 2 (resolution 15 mètres et polarisation VV), le S-AR-PANMF est sensiblement plus performant que le AR-PANMF. Le gain procuré dans ce cas est de 3 %.

La figure 3.37 représente les rapports entre les tailles ( $N_f/N_s$ ). On constate que le S-AR-PANMF nécessite dans le pire des cas 50 % moins d'échantillons que le AR-PANMF basé sur une taille fixe.

Sur la figure 3.38 qui représente la probabilité de fausse alarme ( $P_{fa}$ ) obtenue pour les trois fichiers en fonction de l'écart Doppler  $f_d$ , on constate qu'elle présente un pic (target-like peak) pour  $-0.1 \leq f_d \leq 0.2$ . Cet apparence de la  $P_{fa}$  a été observée

dans plusieurs travaux où le ANMF est utilisé avec les mêmes fichiers de données réelles [4], [101] et [99]. Dans tous ces travaux il a été constaté que la valeur de la  $P_{fa}$  est supérieure à la valeur nominale ( $10^{-3}$  dans notre cas) lorsque  $f_d$  est proche de la valeur crête de la densité spectrale de puissance du clutter. L'analyse spectrale des données IPIX est détaillée dans [101] et [5].

Dans le cas du fichier 1 qui correspond à une résolution de 30 mètres, la valeur excessive de la  $P_{fa}$  est due au fait que nous avons utilisé la totalité des 34 cellules alors que l'analyse de ce fichier disponible dans [101] montre que les cinq dernières cellules (cellules 30 à 34) contiennent un signal cible qui correspond à un petit objet flottant. Le rapport des tailles  $N_f/N_s$  obtenu sous  $\mathcal{H}_0$  est représenté sur la figure 3.39. Une valeur minimale d'environ 2.1 est constatée pour les régions de pic de la  $P_{fa}$ . La performance du S-AR-PANMF qui consiste à utiliser 50 % moins d'échantillons que le AR-PANMF est donc maintenue sous  $\mathcal{H}_0$  pour des données réelles non Gaussiennes qui correspondent à un clutter de mer.

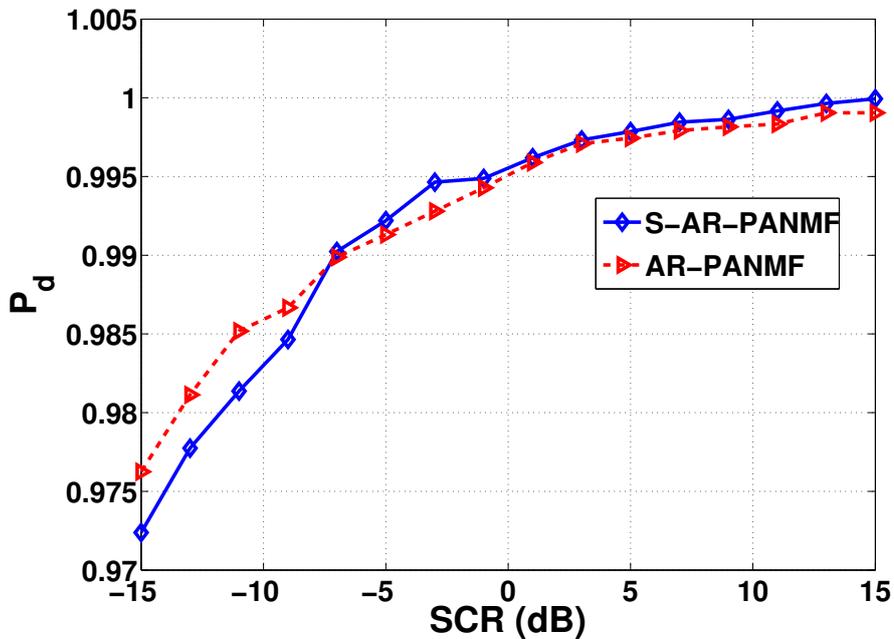


FIGURE 3.34. Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH,  $f_d=0.4$ )

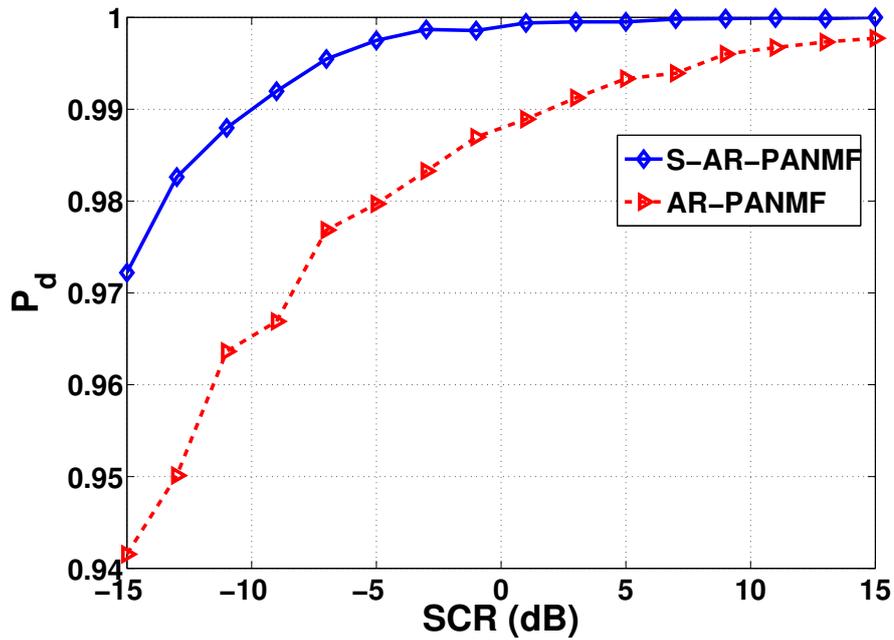


FIGURE 3.35. Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 2, résolution 15 m, polarisation VV,  $f_d=0.4$ )

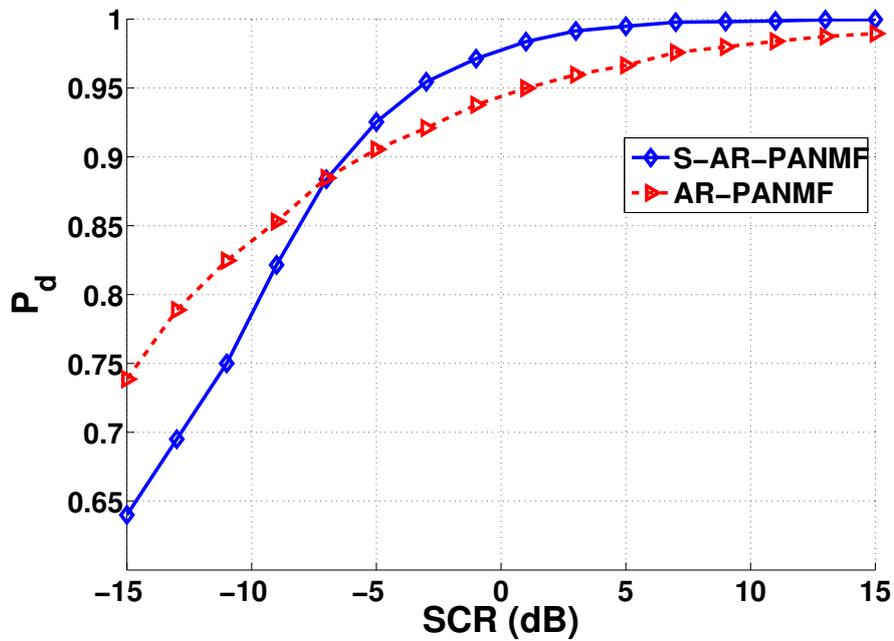


FIGURE 3.36. Probabilité de détection en fonction du SCR ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV,  $f_d=0.4$ )

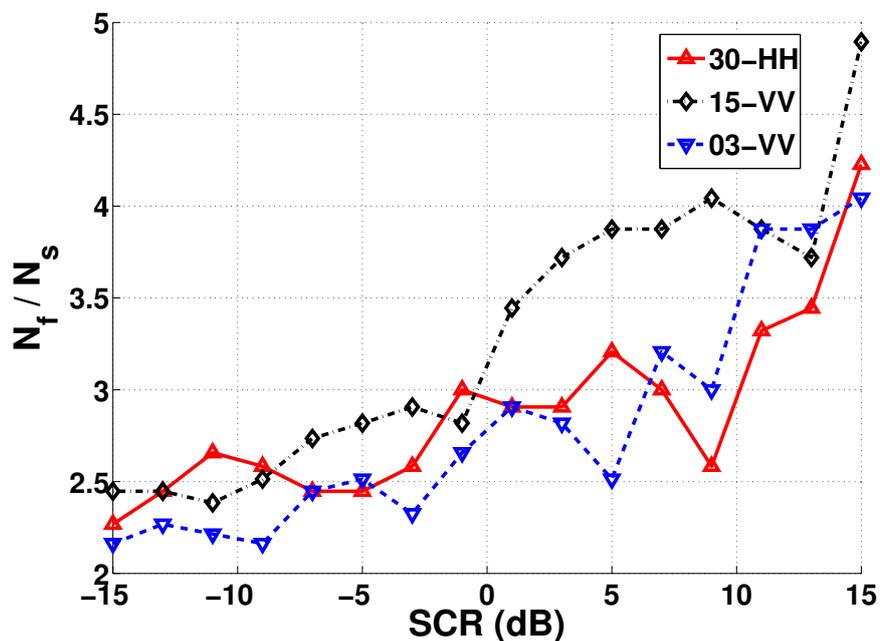


FIGURE 3.37. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_1$  ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, résolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV)

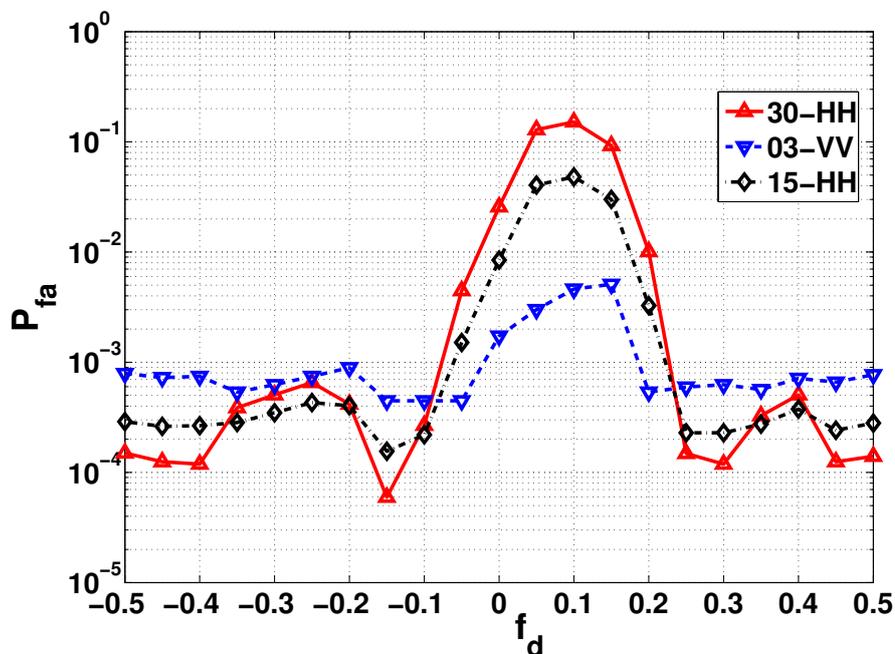


FIGURE 3.38. Probabilité de fausses alarmes en fonction de  $f_d$  ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, résolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV)

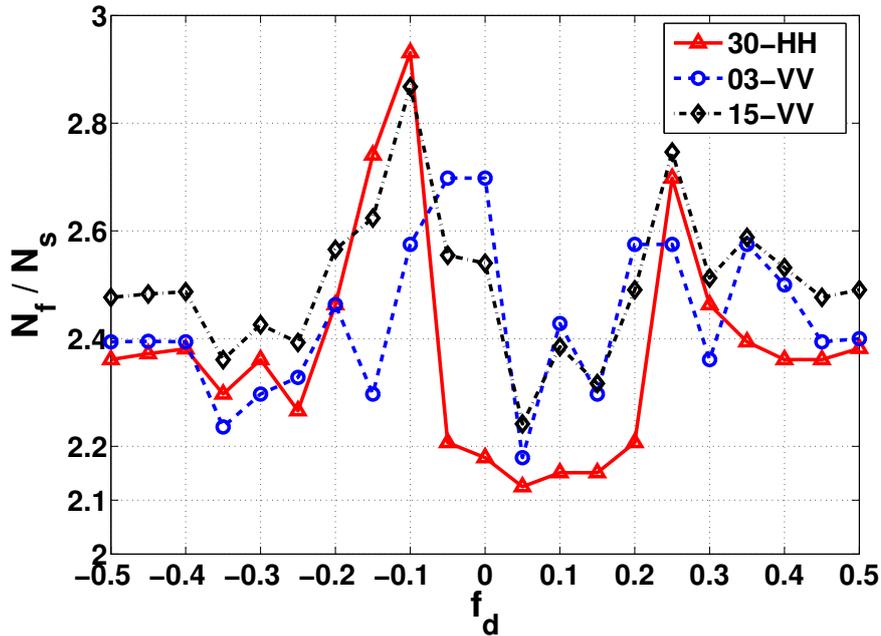


FIGURE 3.39. Rapport des tailles  $N_f/N_s$  sous  $\mathcal{H}_0$  ( $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.01$ , fichier 1, résolution 30 m, polarisation HH, fichier 2, résolution 15 m, polarisation VV et fichier 3, résolution 03 m, polarisation VV)

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une nouvelle approche de détection paramétrique dans un clutter non Gaussien, corrélé et non stationnaire. En se basant sur la modélisation de ce dernier par un processus autorégressif (AR), une version paramétrique du filtre adapté adaptatif normalisé (AR-ANMF) est utilisée. Les coefficients AR sont estimés en minimisant l'erreur de prédiction globale pour toutes les cellules secondaires. La matrice inverse de la matrice de covariance du speckle construite à partir de ce modèle AR est remplacée dans l'expression original du ANMF pour donner le AR-PANMF. Afin de minimiser la taille des données nécessaires pour obtenir des performances de détection données, une approche séquentielle (S-AR-PANMF) est proposée. Pour permettre l'implémentation de cet algorithme séquentiel deux seuils (un seuil bas et un seuil haut) doivent être définis. Pour ce faire, nous avons calculé les distributions de la statistique de détection sous les deux hypothèses pour le cas Gaus-

sien puis nous avons généralisé ces distributions pour le cas non Gaussien à travers une étude basée sur des simulations. A partir de ces deux distributions nous avons proposé des solutions qui nous ont permis de donner une expression analytique compacte et originale du seuil de détection haut. Le seuil bas et quant à lui donné sous forme d'une solution d'une équation également originale. Le coût en calcul de l'approche proposée est considérablement réduit car les deux seuils peuvent être calculés *a priori* vu qu'ils ne dépendent que de la taille des observations.

Les résultats obtenus en utilisant des données simulées (clutter Gaussien et clutter non Gaussien) et des données réelles non Gaussiennes montrent que les performances du détecteur séquentiel S-AR-PANMF en terme de détection sont très proches de celles du détecteur paramétrique conventionnel (AR-PANMF). toutefois, ce détecteur séquentiel utilise une taille réduite des observations pour atteindre ces performances. Le rapport de taille des observations est au pire des cas égal à 2 en faveur du S-AR-PANMF.

---

## Chapitre 4

# Détection paramétrique dans un clutter non homogène

### 4.1 Introduction

Un des principaux problèmes de la détection dans un clutter corrélé concerne l'estimation de la matrice de covariance de ce dernier. Les performances de tout détecteur sont forcément liées à la précision de cette estimation. Tel qu'établit dans les chapitres précédents, les différentes approches invoquées dans la littérature pour estimer la matrice de covariance du clutter sont dites adaptatives dans la mesure où elles utilisent les données secondaires issues des cellules voisines de la cellule sous test (CUT). Ces données secondaires ne peuvent être représentatives de l'interférence dans la CUT que si elles ne contiennent que du clutter homogène. Malheureusement, cette hypothèse est loin de faire l'unanimité en pratique. En effet, les cellules secondaires sont fréquemment contaminées par des cibles interférentes ou tout simplement par des bords de clutter. Dans ces deux cas, les données secondaires utilisées pour estimer la matrice de covariance ne sont plus homogènes et leurs propriétés statistiques ne sont plus représentatives de celles du clutter dans la CUT. L'estimation de la matrice de covariance du clutter en utilisant des données secondaires non-homogènes entraîne une dégradation des performances de détection ainsi qu'une altération des propriétés CFAR. L'impact de la non-homogénéité des données secondaires sur l'estimation de la matrice de covariance et par conséquent, sur les détecteurs radar adaptatifs ainsi que les méthodes de pré-traitement qui permettent d'y remédier ont fait l'objet de plusieurs travaux [102–106]. Des améliorations significatives des performances de détection peuvent être accomplies en utilisant ces techniques de pré-traitement qui permettent d'obtenir des données secondaires homogènes.

## 4.2 Robustesse en traitement du signal

Au delà de son sens propre, le terme *robustesse* est utilisé dans divers contextes, souvent avec des connotations très différentes. En traitement du signal, la robustesse signifie l'insensibilité aux petites déviations par rapport à un ensemble d'hypothèses émises *a priori*. L'importance de ce concept découle du fait que les méthodes d'inférence statistique ne sont pas basées uniquement sur les observations, mais elles s'appuient autant sur un certain nombre d'hypothèses implicites ou explicites [107], [108]. Ces hypothèses qui formalisent les connaissances et les suppositions du statisticien par rapport au problème auquel il fait face, ne sont en fait qu'une rationalisation de connaissances non précises qui permettent souvent d'obtenir des solutions maniables.

Les hypothèses généralement invoquées concernent l'indépendance, la stationnarité, la distribution des données, ...etc. L'hypothèse que les données observées suivent une loi *normale* (Gaussienne) est de loin la plus utilisée vu qu'elle fut longtemps fondée sur des arguments théoriques qui la justifient, dont le théorème de centrale limite. Cependant, de nombreux travaux basés sur des campagnes de mesures ont mit en évidence les limites de cette conjecture. Dans [70], une étude très exhaustive de ce phénomène est proposée avec des exemples qui concernent diverses applications.

En substance, il arrive souvent dans la pratique qu'un modèle de distribution Gaussienne des observations ne soit en réalité adéquat qu'approximativement, dans la mesure où il décrit exactement la majorité des données mais pas leur totalité. Certaines observations peuvent en effet suivre un ou plusieurs modèles différents. Ces données atypiques différentes de la majorité des observations sont appelées *outliers*. La fonction de densité de probabilité (ou la distribution) d'un échantillon contaminé par des outliers est typiquement celle qui a une forme Gaussienne dans la région centrale, mais qui présente des queues plus lentes (*heavy tails*) que celles d'une Gaussienne. La figure 4.1 représente un exemple de fonction de densité de probabilité (probability density function pdf) parfaitement Gaussienne ainsi qu'une pdf Gaussienne contaminée par des outliers dans une certaine proportion  $\varepsilon$ . Le modèle utilisé pour générer une pdf ou une distribution Gaussienne contaminée (*contaminated Normal distribution*) est le

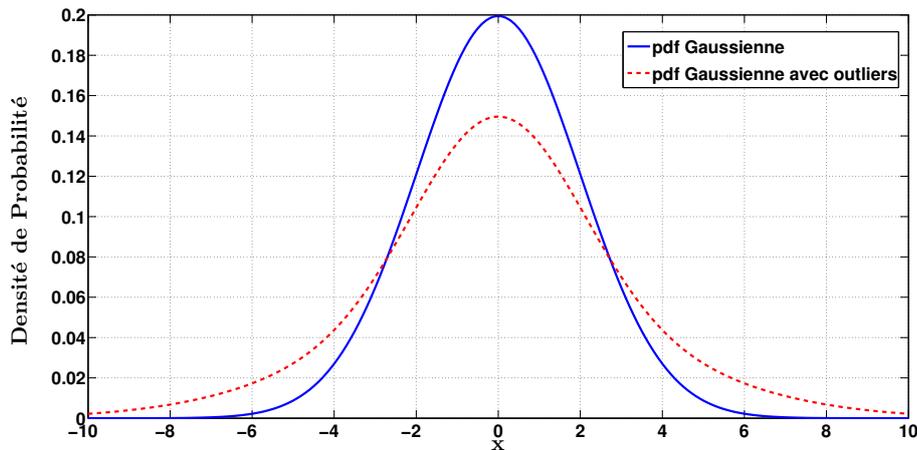


FIGURE 4.1. Densité de probabilité Gaussienne et Densité de probabilité Gaussienne contaminée par des outliers

suivant [107], [108] :

$$F = (1 - \varepsilon)G + \varepsilon H \quad (4.1)$$

où :  $G = \mathcal{N}(\mu_G, \sigma_G^2)$  et  $H$  peut être une distribution quelconque. Dans notre exemple  $H$  est également Gaussienne  $H = \mathcal{N}(\mu_H, \sigma_H^2)$ .

Si  $G$  et  $H$  admettent les pdf respectives  $g$  et  $h$ , alors  $F$  admet une pdf  $f$  donnée par :

$$f = (1 - \varepsilon)g + \varepsilon h \quad (4.2)$$

### 4.3 Effet des outliers sur les statistiques classiques

Dans la littérature, les statistiques *classiques* désignent les méthodes d'inférence qui supposent une conformité exacte des données aux hypothèses. Des solutions optimales sont alors obtenues sous forme d'estimateurs, de détecteurs, de filtres, ...etc. Cette optimalité n'est toutefois pas atteinte si les données ne sont pas exactement conformes aux hypothèses. Les performances de ces solutions optimales peuvent subir des dégradations significatives même pour des déviations légères.

L'excessive sensibilité des statistiques classiques aux outliers fait que la présence d'une

seule donnée atypique dans un échantillon peut entraîner des dégradations drastiques sur ces statistiques ainsi que sur les performances des solutions qui en découlent. Pour mettre en exergue ce constat, on considère l'exemple de la moyenne et de l'écart-type, ainsi que l'estimateur par maximum de vraisemblance et l'estimateur des moindres carrés.

### 4.3.1 La moyenne et l'écart-type

La moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $\sigma$  (standard deviation) d'un échantillon aléatoire  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$  sont données respectivement par :

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \quad (4.3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \mu)^2} \quad (4.4)$$

Tenant compte de ces deux définitions, l'on s'attend à ce que la moyenne, qui est le centre autour duquel les valeurs de l'échantillon tendent à se concentrer fournisse une bonne estimation de position (location), tandis que l'on s'attend à ce que l'écart-type soit une bonne estimation de la dispersion des données. Sur la figure 4.2, sont représentés respectivement, un échantillon aléatoire Gaussien pur, le même échantillon auquel on a ajouté un seul outlier, la moyenne et l'écart-type qui sont estimés dans les deux cas. La moyenne de l'échantillon qui contient un outlier est de 7.18. Elle est à deux exceptions près supérieure à toutes les données, ce qui en fait une mauvaise estimation de position. Dans l'échantillon original, la valeur de la moyenne est de 5.12, qui est d'après la figure une bonne estimation de position. L'écart-type est quant à lui six fois plus élevé lorsque un outlier est ajouté aux données. Cet effet d'un outlier sur la moyenne et l'écart-type n'est pas borné, dès lors que si l'outlier est remplacé par une valeur qui varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ , la moyenne variera également de  $-\infty$  à  $+\infty$ , tandis que l'écart-type variera d'une certaine valeur positive à  $+\infty$ . L'effet que peut avoir un certain nombre d'outliers sur les statistiques classiques est évidemment lié à la taille de l'observation ou au degré de contamination.

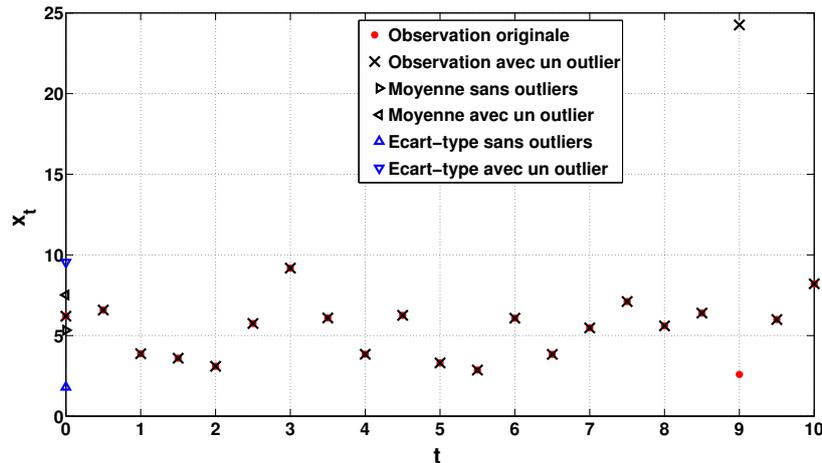


FIGURE 4.2. Effet d'un seul outlier sur la moyenne et l'écart-type d'un échantillon Gaussien

### 4.3.2 Estimation par maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood Estimation MLE)

L'application de l'estimation par maximum de vraisemblance (MLE) au domaine de l'inférence statistique est simple et fournit généralement des résultats très utiles. Dans plusieurs cas, ces estimateurs correspondent aux estimateurs non biaisés à variance minimale (minimum variance unbiased MVU) [66]. Le principe de l'estimation MLE peut être décrit comme suit :

Soit  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$  une observation aléatoire ayant une pdf de forme connue  $f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$  et paramétrée par le vecteur de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta}$ . Si les  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  sont indépendants et identiquement distribués (iid), on a :

$$f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = f(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}; \boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=0}^{i=N-1} f(x_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.5)$$

Pour une réalisation  $\hat{\mathbf{x}}$  de  $\mathbf{x}$ , l'estimation de  $\boldsymbol{\theta}$  par maximum de vraisemblance consiste à déterminer la valeur  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  pour laquelle  $\hat{\mathbf{x}}$  est plus probable à être observée que pour toute autre valeur de  $\boldsymbol{\theta}$ . On dit alors que l'avènement de  $\hat{\mathbf{x}}$  est plus vraisemblable pour  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  et on parle d'estimation par maximum de vraisemblance (MLE).

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} f(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}) = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \prod_{i=0}^{i=N-1} f(\hat{x}_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.6)$$

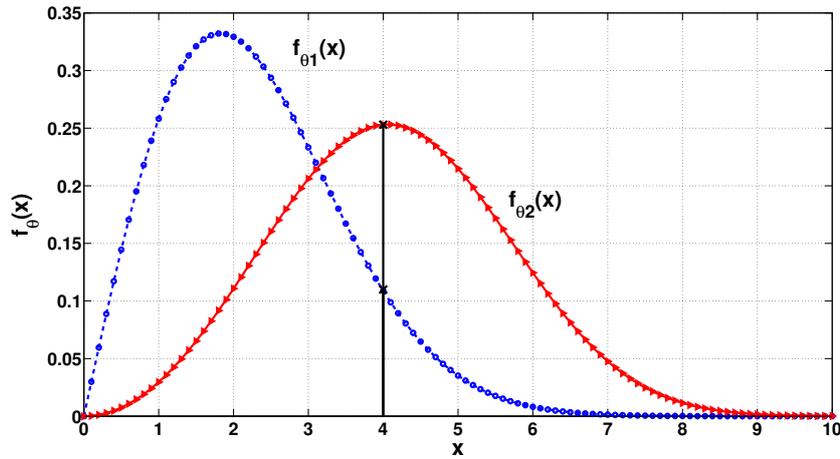


FIGURE 4.3. Estimation par maximum de vraisemblance

La pdf  $f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ , évaluée pour  $\hat{\mathbf{x}}$  est appelée fonction de vraisemblance  $l(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}) = f(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$ .

Le logarithme  $L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}) = \ln(f(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}))$  est généralement utilisé et on a alors :

$$L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}) = \ln(f(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})) = \sum_{i=0}^{i=N-1} \ln(f(\hat{x}_i; \boldsymbol{\theta})) \quad (4.7)$$

Si  $L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$  est dérivable sur  $\boldsymbol{\theta}$ , le MLE  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  est la racine de l'équation de vraisemblance :

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln(f(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})) = 0 \quad (4.8)$$

Les performances de l'estimateur MLE dépendent des hypothèses sur la distribution des données. Il est asymptotiquement optimal (non biaisé, consistant et atteint la borne de Cramer-Rao) si les données suivent exactement le modèle (modèle correct) [66], [109]. Dans le cas contraire, les performances du MLE ne sont pas garanties, il est biaisé et inefficace.

A cause de la popularité des estimateurs MLE, l'effet des outliers sur ces estimateurs peut être illustré par divers exemples. Si on considère l'estimation de la moyenne et de la variance d'une observation qui suit une loi Gaussienne, les estimateurs MLE sont alors donnés par les équations 4.3 et 4.4 [27]. L'effet de la présence d'un seul outlier est donc le même que celui présenté dans la section précédente. Le deuxième exemple que nous présentons concerne l'effet des outliers sur l'estimation des coefficients et de la variance d'un processus auto-régressifs (AR). L'expression générale d'un processus

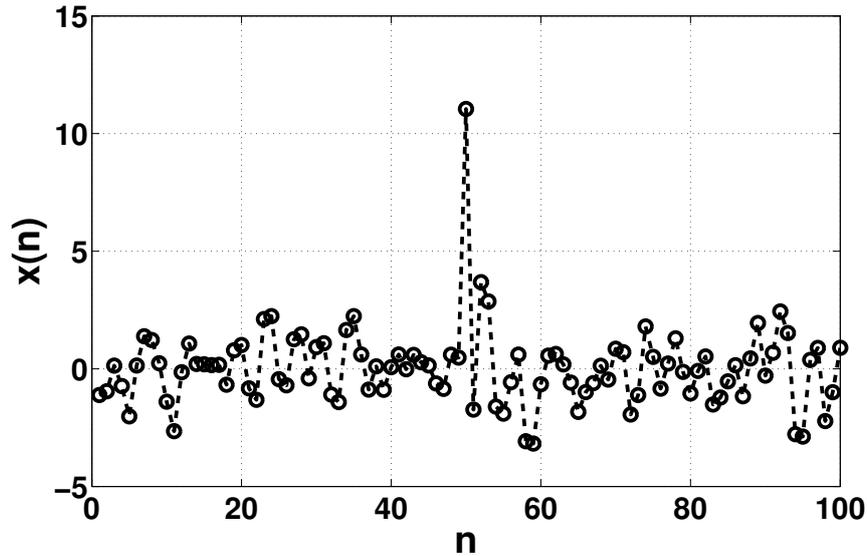


FIGURE 4.4. Processus AR Gaussien d'ordre 3 avec un outlier

AR,  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ , d'ordre  $p$  est donnée par [33] :

$$x(n) = - \sum_{i=1}^p a(i)x(n-i) + w(n) \quad (4.9)$$

où  $a(i)$  est le  $i$ -ème coefficient AR et  $w$  désigne le bruit blanc qui engendre le processus AR (innovations). Le système d'équations à résoudre pour l'estimation MLE des coefficients  $a(i)$  est donné par [66], [110] :

$$\sum_{i=1}^p \hat{a}(i)\hat{r}_{xx}(k-i) = -\hat{r}_{xx}(k) \quad k = 1, \dots, p \quad (4.10)$$

où  $\hat{r}_{xx}(i)$  sont les estimés des fonctions d'autocorrélation.

L'estimation de la variance est donnée par [66] :

$$\hat{\sigma}_w^2 = \hat{r}_{xx}(0) + \sum_{i=1}^p \hat{a}(i)\hat{r}_{xx}(i) \quad (4.11)$$

Un processus AR Gaussien d'ordre 3 dans lequel une seule observation atypique est insérée est représenté sur la figure 4.4. Les coefficients AR ainsi que la variance sont estimés dans les deux cas. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau 4.1

Paramètre AR \ Valeurs	Exacte	Estimée sans outlier	Estimée avec un outlier
$a(1)$	-0.52	-0.58	-0.12
$a(2)$	0.72	0.70	0.25
$a(3)$	-0.38	-0.37	-0.10
$\sigma_w^2$	1.00	0.96	2.85

TABLE 4.1. Effet d'un outlier sur l'estimation MLE des paramètres AR

### 4.3.3 Estimateurs des moindres carrés (least squares LS)

La méthode des moindres carrés est basée sur la minimisation du carré de la différence entre une observation  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$  et un modèle supposé  $\mathbf{S} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]$ , qui dépend d'un ensemble de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_k]$ . L'estimation de  $\boldsymbol{\theta}$  dans le sens des moindres carrés détermine les valeurs  $\theta_1, \dots, \theta_k$  qui minimisent le carré de l'écart entre l'observation  $\mathbf{x}$  et le modèle  $\mathbf{S}$  :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=0}^{N-1} [x_i - s_i]^2 \quad (4.12)$$

La méthode des moindres carrés est largement utilisée en pratique pour les raisons suivantes [66] :

- Facilité relative de son implémentation ;
- Aucune hypothèse statistique n'est faite sur l'observation, l'hypothèse concerne uniquement le modèle  $\mathbf{S}$  qui est déterministe.

Pour illustrer l'effet des outliers sur l'estimateur LS, on considère l'exemple courant de la régression linéaire, où l'on cherche la droite qui s'ajuste le mieux possible à un nuage de points  $\{(x_i, y_i) : i = 0, 1, \dots, N - 1\}$  :

$$y_i = \alpha + x_i \beta + u_i \quad (4.13)$$

$\mathbf{u} = [u_0, u_1, \dots, u_{N-1}]$  représente une erreur aléatoire.

Les estimateurs LS de  $\beta$  et  $\alpha$  sont donnés respectivement par [111], [112] :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \mu_x)^2} \quad (4.14)$$

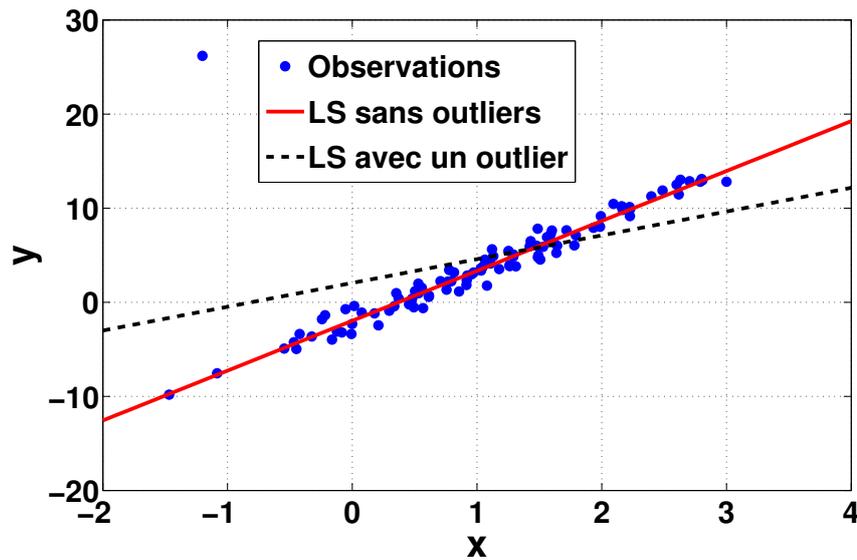


FIGURE 4.5. Effet d'un seul outlier sur l'estimation d'une régression linéaire par la méthode des moindres carrés

$$\hat{\alpha} = \mu_y - \mu_x \hat{\beta} \quad (4.15)$$

La figure 4.5 représente les droites obtenues pour un nuage de points homogène et un nuage de points qui contient une seule observation atypique (outlier). La solution obtenue dans ce cas s'ajuste très mal à l'ensemble des données et ne peut donc pas fournir une bonne prédiction de ces données.

## 4.4 Statistiques robustes

Une des approches adoptées pour pallier à cette inefficacité des méthodes classiques suggère simplement la détection et l'élimination des outliers [113], [114]. Pour certaines applications l'élimination d'une donnée suscite certaines interrogations, notamment :

- La présence d'outliers exprime un phénomène à prendre en considération ;
- Il est souvent difficile de quantifier d'une manière absolue le degré d'aberration d'un individu par rapport à une population ;
- Certaines “bonnes” données peuvent être éliminées à tort ;
- Le recours à des critères subjectifs ne permet pas de définir les propriétés statistiques de ces procédures.

La seconde voie consiste à proposer des statistiques et des estimateurs robustes, qui sont insensibles aux outliers.

#### 4.4.1 La médiane

La médiane d'un ensemble de données  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$  est tout nombre  $m$  tel que le nombre de données de part et d'autre de  $m$  est le même :

$$m = \text{Med}(\mathbf{x}) \Rightarrow \text{card}\{x_i > m\} = \text{card}\{x_i < m\} \quad (4.16)$$

La médiane de l'échantillon  $\mathbf{x}$  est généralement définie en utilisant la statistique d'ordre  $[x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}]$  obtenue en ordonnant les éléments de  $\mathbf{x}$  dans un ordre croissant  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$ .

Suivant la parité de  $N$  on a :

- Si  $N$  est impair,  $N = 2m - 1$  alors  $\text{Med}(\mathbf{x}) = x_{(m)}$
- Si  $N$  est pair,  $N = 2m$ , alors  $\text{Med}(\mathbf{x}) = \frac{x_{(m)} + x_{(m+1)}}{2}$

#### 4.4.2 La moyenne tronquée ( $\alpha$ -trimmed mean)

La moyenne tronquée est un estimateur robuste de position basé sur la suppression d'une proportion de valeurs extrêmes de l'ensemble des données (les plus grandes et les plus petites). L'expression de la moyenne tronquée est donnée comme suit :

$$\bar{x}_\alpha = \frac{1}{N - 2m} \sum_{i=m+1}^{N-m} x_{(i)} \quad (4.17)$$

où :

$$\alpha \in [0, \frac{1}{2}];$$

$$m = \lceil \alpha(N - 1) \rceil \text{ est la partie entière de } \alpha(N - 1);$$

$x_{(i)}$  désigne la  $i^{\text{eme}}$  statistique d'ordre.

La moyenne et la médiane sont des cas particuliers de la moyenne tronquée qui correspondent respectivement à  $\alpha = 0$  et  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

### 4.4.3 L'écart absolu par rapport à la médiane (Medain Absolute deviation MAD)

L'écart absolu à la médiane (MAD) est une mesure robuste de la dispersion des données. Il est défini comme suit :

$$MAD(\mathbf{x}) = MAD([x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]) = Med[|\mathbf{x} - Med(\mathbf{x})|] \quad (4.18)$$

Le centre des données est estimé puis utilisé pour former les résidus absolus  $|\mathbf{x} - Med(\mathbf{x})|$  dont le centre est égal à l'écart absolu à la médiane. Généralement, l'écart absolu à la médiane normalisé (Medain Absolute deviation Normalized MADN) est utilisé pour avoir une équivalence entre l'écart-type et le MAD pour une loi Gaussienne :

$$MADN(\mathbf{x}) = \frac{MAD(\mathbf{x})}{0.6745} \quad (4.19)$$

Comme 0.6745 est le MAD de la loi Gaussienne centrée réduite on a  $MADN\{X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)\} = \sigma$ . Les valeurs des statistiques classiques (moyenne et écart-type) et des statistiques robustes (médiane et MADN) obtenues pour l'exemple de la section 4.3.1 sont reportées dans le tableau 4.2 :

Données \ Statistiques	Moyenne	Médiane	Ecart-type	MADN
Sans outliers	5.1288	5.0630	1.4968	1.7699
Avec un outlier	7.1858	5.0712	9.3967	1.7803

TABLE 4.2. Effet d'un outlier sur les statistiques classiques et les statistiques robustes

L'analyse des données du tableau 4.2 donne lieu à deux remarques :

- La médiane et le MADN sont nettement moins affectés par la présence d'un outlier que la moyenne et l'écart-type ;
- Comparées à la moyenne et à l'écart-type obtenus pour l'échantillon non contaminé, la médiane et le MADN fournissent de bonnes estimations de la position et de la dispersion.

Cette résistance de la médiane et de l'écart absolu à la médiane MADN aux outliers n'est cependant pas suffisante pour justifier la généralisation de leur utilisation. Les performances statistiques de ces deux estimateurs sont en effet nettement inférieures à celles de la moyenne et de l'écart-type lorsque les données ne sont pas contaminées [108], [115].

#### 4.4.4 M-estimateurs (M-estimators)

Les estimateurs par maximum de vraisemblance (MLE) ne sont optimaux que si les données suivent une distribution de forme parfaitement connue (en général si elle est parfaitement Gaussienne). Malheureusement, en pratique les données n'obéissent qu'approximativement au modèle supposé. La présence de données atypiques engendre des déviations dont les effets sont remarquables même pour des taux de contamination réduits. L'objectif des méthodes robustes est la recherche d'estimateurs qui sont "presque" optimaux lorsque les données suivent exactement le modèle (suivent une distribution Gaussienne) et qui ne subissent pas de dégradations notoires lorsque les données ne suivent le modèle qu'approximativement. Dans cette perspective, Huber proposa en 1964 une généralisation des estimateurs MLE en remplaçant la fonction de vraisemblance ( $l(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$  ou  $L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$ ) par une autre fonction à maximiser  $\rho(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$ . Les estimateurs obtenus sont appelés M-estimateurs.

D'une façon générale, tout estimateur  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  défini par un problème de minimisation de la forme :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=0}^{N-1} \rho(\hat{x}_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.20)$$

où  $\rho$  est une fonction arbitraire, est appelé M-estimateurs. Cet estimateur peut être également défini en utilisant la fonction  $\psi(x; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \rho(x; \boldsymbol{\theta})$ , appelée fonction score :

$$\sum_{i=0}^{N-1} \psi(\hat{x}_i; \boldsymbol{\theta}) = 0 \quad (4.21)$$

Il existe également une autre solution des M-estimateurs, basée sur le poids  $\omega$  qui représente l'importance de chaque échantillon et sa contribution à l'estimation. La

fonction poids  $\omega$  est définie comme suit :

$$\omega(x; \boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} \frac{\psi(x; \boldsymbol{\theta})}{\psi'(0; \boldsymbol{\theta})} & \text{si } x \neq 0 \\ \psi'(0; \boldsymbol{\theta}) & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

L'estimateur est donné par :

$$\sum_{i=0}^{N-1} \omega(\hat{x}_i; \boldsymbol{\theta}) \hat{x}_i = 0 \quad (4.23)$$

La fonction  $\rho(x; \boldsymbol{\theta})$  (ou  $\psi(x; \boldsymbol{\theta})$ ) est choisie de façon à ce que l'estimateur ait de bonnes propriétés (biais, efficacité) lorsque les données suivent exactement le modèle de distribution supposé et qu'il maintienne des performances acceptables quand les données ne suivent le modèle qu'approximativement. Ce double objectif impose à ces fonctions des propriétés qui permettent de limiter les effets des outliers sur les estimateurs. Il est notamment établi qu'un M-estimateur n'est robuste que si et seulement si la fonction  $\psi(x; \boldsymbol{\theta})$  est continue et bornée [107], [108]. Une classe de fonctions qui présentent des propriétés intéressantes dans ce sens est la famille des fonctions de Huber qui sont définies comme suit [107], [108] :

$$\rho_k(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{si } |x| \leq k \\ k|x| - \frac{k^2}{2} & \text{si } |x| > k \end{cases} \quad (4.24)$$

Les fonctions score et poids correspondantes sont :

$$\psi_k(x) = \begin{cases} x & \text{si } |x| \leq k \\ k \operatorname{sgn}(x) & \text{si } |x| > k \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\omega_k(x) = \min \left( 1, \frac{k}{|x|} \right) \quad (4.26)$$

Les fonctions  $\rho_k(x)$ ,  $\psi_k(x)$  et  $\omega_k(x)$  sont représentées sur la figure 4.6, pour différentes valeurs de  $k$ . La fonction  $\rho_k(x)$  est quadratique dans la région centrale qui est de plus en plus large lorsque  $k$  augmente. Elle est linéairement croissante avec  $|x|$  à l'infini. La fonction poids  $\omega_k(x)$  est par conséquent non croissante avec  $|x|$  ce qui permet d'attribuer les poids le plus faibles aux observations atypiques (outliers) et de réduire ainsi leur contribution dans l'estimation. La valeur de  $k$  est choisie de façon à permettre un équilibre entre la robustesse et l'efficacité. Cette dernière étant définie par le rapport entre la variance asymptotique du MLE  $\sigma_0^2$  et celle du M-estimateurs  $\sigma^2$ . Ce rapport exprime le nombre d'observations nécessaires au M-estimateur pour atteindre une variance égale à celle du MLE. Pour les deux valeurs limites de  $k$ , la famille des M-estimateurs comprend en particulier :

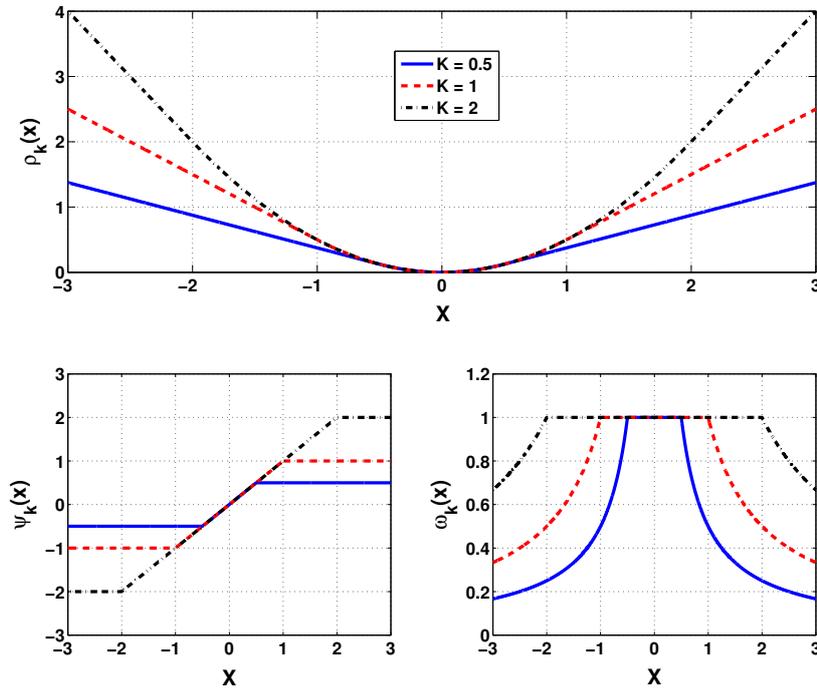


FIGURE 4.6. Fonction de Huber et les fonctions score et poids correspondantes

- La moyenne (sample mean) :  $\rho(x) = \frac{x^2}{2}$   $k \rightarrow +\infty$  ;
- La médiane (sample median) :  $\rho(x) = |x|$   $k = 0$ .

Les estimateurs MLE sont également compris dans cette classe d'estimateurs, ils correspondent au choix particulier  $\rho(x) = -\ln(f(\hat{x}; \theta))$ .

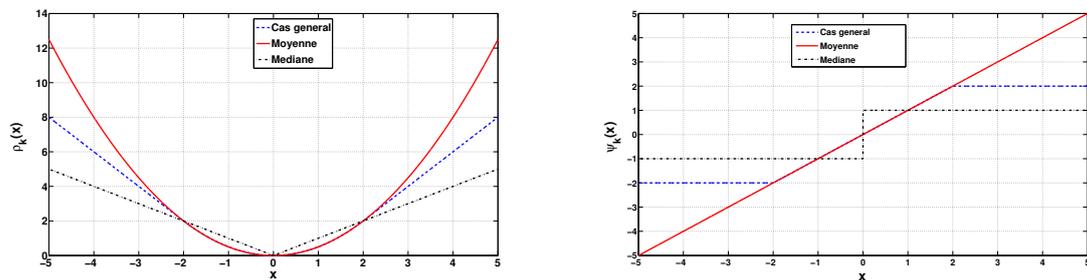


FIGURE 4.7. Cas particuliers de la fonction de Huber

Les fonctions poids  $\omega_k(x)$  représentées sur la figure 4.6 ne convergent pas rapidement vers 0, en particulier lorsque la valeur de  $k$  augmente. Ce comportement correspond à des

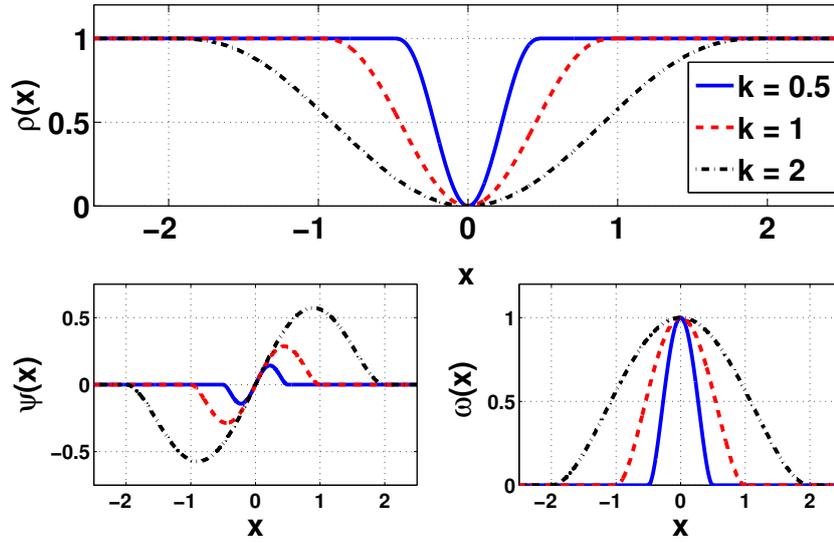


FIGURE 4.8. Fonction bisquare et les fonctions score et poids correspondantes

fonctions score  $\psi_k(x)$  qui ont des valeurs constantes en dehors de l'intervalle  $[-k, +k]$ . Pour des données ayant des distributions à queues lentes, il est plus approprié d'utiliser des fonctions score qui s'affaiblissent en dehors de cette intervalle. Les fonctions  $\rho_k(x)$  doivent dans ce cas croître moins rapidement que celles de Huber qui sont linéaires. Le choix le plus populaire dans ce cas est la famille des fonctions dites *bisquare* ou *biweight* dont la définition est comme suit :

$$\rho_k(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2\right]^3 & \text{si } |x| \leq k \\ 1 & \text{si } |x| > k \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\psi_k(x) = \begin{cases} \frac{6x}{k^2} \left[1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2\right]^2 & \text{si } |x| \leq k \\ 0 & \text{si } |x| > k \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\omega_k(x) = \frac{6}{k^2} \left[1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2\right]^2 \mathbf{I}(|x| \leq k) \quad (4.29)$$

## 4.5 Mesures de la robustesse en traitement du signal

Comme nous l'avons montré dans les sections précédentes, les statistiques classiques permettent de définir des estimateurs ayant certaines performances (souvent optimales) lorsque les données suivent exactement un modèle prédéfini. Toutefois, ces statistiques sont sensibles aux déviations par rapport à ce modèle. Cette sensibilité qui est remarquable même pour de petits écarts, affecte sévèrement les performances de ces estimateurs. Les statistiques robustes permettent de remédier à cette déficience en proposant des solutions (estimateurs) ayant des performances acceptables au voisinage du modèle supposé. Le recours aux statistiques robustes nécessite néanmoins la familiarisation avec les mesures utilisées pour quantifier cette robustesse.

### 4.5.1 La fonction d'influence (Influence Function IF)

La fonction d'influence d'un estimateur décrit l'effet d'une contamination infinitésimale dont la position est arbitraire sur le biais d'un estimateur. Elle est donnée par la courbe asymptotique de la sensibilité de ce dernier. Pour rappel, la sensibilité d'un estimateur  $\hat{\mu}$  pour un échantillon  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]'$  est définie par la différence :

$$\hat{\mu}(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}, x_o) - \hat{\mu}(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}) \quad (4.30)$$

où  $(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}, x_o)$  est l'échantillon auquel on ajoute un outlier  $x_o$ . La courbe de sensibilité est alors obtenue pour toutes les positions possibles de  $x_o$  dans l'échantillon. Pour un échantillon de variables aléatoires i.i.d.  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]'$ , ayant une distribution  $F$ , la fonction influence de l'estimateur  $\hat{\mu}$  est définie comme suit :

$$IF_{\hat{\mu}}(x_o, F) = \lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{\hat{\mu}_{\infty}((1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_{x_o}) - \hat{\mu}_{\infty}(F)}{\varepsilon} = \left. \frac{\partial[\hat{\mu}_{\infty}((1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_{x_o})]}{\partial\varepsilon} \right|_{\varepsilon \searrow 0} \quad (4.31)$$

où :

$\varepsilon \searrow 0$  désigne la limite par la droite ;

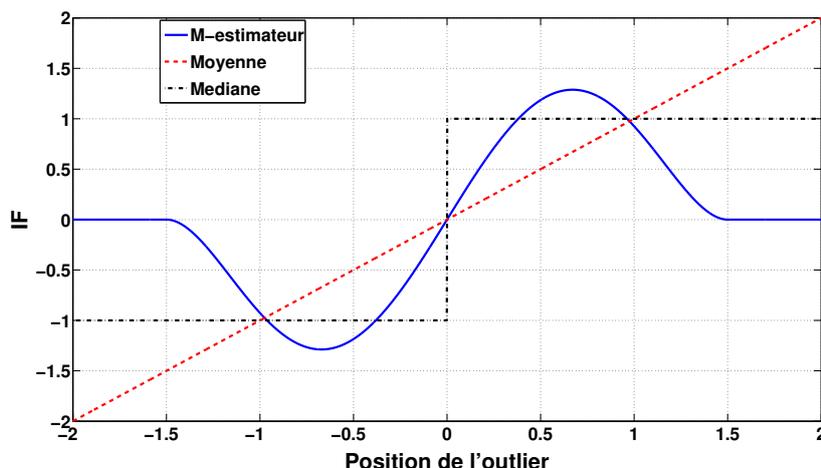


FIGURE 4.9. IF de la moyenne, de la médiane et du M-estimateur pour une distribution  $\mathcal{N}(0, 1)$

$\hat{\mu}_\infty$  désigne la valeur asymptotique de l'estimateur  $\hat{\mu}$  ;

$\delta_{x_o}$  désigne la fonction masse au point  $x_o$ .

Un estimateur est dit qualitativement robuste si sa fonction IF est continue et bornée. La continuité signifie que les faibles variations des données ne provoquent que de petites fluctuations de l'estimateur. Le caractère borné de la IF garantit que les taux de contaminations réduits ont un effet limité sur l'estimateur. La IF des M-estimateurs pour une distribution Gaussienne centrée réduite est proportionnelle à leurs  $\psi$ -fonctions [70], [116]. Les courbes des IF obtenues pour la moyenne, la médiane et le M-estimateur sont représentées sur la figure 4.9. La IF de la moyenne est une fonction continue mais non bornée. Celle de la médiane, quoique bornée présente une discontinuité à l'origine. Le M-estimateur est dans cet exemple qualitativement robuste (IF continue et bornée).

#### 4.5.2 Point de rupture (Breakdown Point BP)

Le point de rupture BP d'un estimateur  $\hat{\mu}$  pour une distribution  $F$  désigne la proportion maximale d'outliers  $\varepsilon^*$  (taux maximum de contamination) que peuvent contenir les données sans induire une valeur infinie de  $\hat{\mu}$  (ou une valeur hors de l'ensemble des valeurs possibles de  $\mu$  lorsque cet ensemble est défini et non vide).

$$\forall \varepsilon < \varepsilon^*, \hat{\mu}_\infty[(1 - \varepsilon)F + \varepsilon G] < \infty \quad \forall G \quad (4.32)$$

Le BP est une mesure quantitative de la robustesse qui prend ses valeurs entre 0 % et 50 %. Un estimateur est d'autant plus robuste que son BP est plus élevé.

Les valeurs des BP des estimateurs (classiques et robustes) de position et de dispersion sont données dans le tableau 4.3.

Estimateurs	Moyenne	Moyenne $\alpha$ -trimmed ( $\alpha = 0.25$ )	Médiane	Ecart-type	MADN
BP (en %)	0	25	50	0	50

TABLE 4.3. Points de rupture (BP) des estimateurs de position et de dispersion

### 4.5.3 Biases asymptotique maximum (Maximum asymptotic bias curve MBC)

La fonction d'influence et le point de rupture sont des mesures des états limites de la robustesse d'un estimateur. La première traite l'effet des contaminations infinitésimales tandis que le second donne la contamination maximale que l'estimateur peut tolérer.

Le biais asymptotique maximum complète ces deux mesures en examinant l'allure (la plus mauvaise) de l'estimateur entre ces deux états extrêmes. La courbe obtenue renseigne sur la valeur maximale du biais induit par tout taux de contamination  $\varepsilon < \varepsilon^*$ .

L'expression du biais asymptotique maximum  $MB$  est donnée par :

$$MB(\varepsilon, \mu) = \max\{|b_{\hat{\mu}}(F, \mu)| : F \in \mathcal{F}_{\varepsilon, \mu}\} \quad (4.33)$$

où :

$b_{\hat{\mu}}(F, \mu) = \hat{\mu}_\infty(F_\mu) - \mu$  désigne le biais asymptotique de  $\hat{\mu}$  ;

$\mathcal{F}_{\varepsilon, \mu} = [(1 - \varepsilon)F + \varepsilon G]$  définit un ensemble de distributions voisines de  $F$  ( $\varepsilon$ -neighborhood) ;

$G$  est une distribution de contamination arbitraire.

## 4.6 Séries temporelles (Time series)

Une série temporelle (ou chronologique) est une suite de nombres indexés par des entiers relatifs au temps qui décrivent l'évolution d'une quantité. Pour chaque instant  $t$ , la valeur de la quantité étudiée  $x_t$  est une variable aléatoire. L'ensemble des valeurs  $x_t$  lorsque le temps varie forme un processus aléatoire. Des modèles mathématiques permettent d'établir les propriétés de ces séries et de prévoir leur comportement futur. Les modèles les plus populaires sont le modèle autorégressif (AR), le modèle à moyenne mobile (Moving Average MA) et le modèle autorégressif et moyenne mobile (ARMA). Dans ces trois cas, la valeur courante de la quantité décrite est liée uniquement à ses valeurs passées et aux valeurs passées ou courantes d'une perturbation aléatoire, appelée innovation [110].

Dans la suite de ce chapitre, notre étude portera essentiellement sur les processus AR qui sont utilisés dans cette thèse comme modèle du clutter corrélé.

L'étude des outliers et de leurs effets sur les séries temporelles en général et sur les processus AR en particulier est un peu plus complexe que les exemples cités dans les sections précédentes, où les données sont généralement supposées indépendantes. Ce caractère particulier est imputé aux raisons suivantes :

- La difficulté induite par la corrélation et la nécessité d'adapter les estimateurs à celle-ci ;
- Les outliers observés dans les séries temporelles peuvent être de natures différentes :
  - Outliers isolés ;
  - Outliers sous forme de patches ;
  - Outliers sous forme de changement de niveau (level shift).
- L'existence de plusieurs modèles probabilistes à l'origine des outliers dans les séries temporelles :
  - Outliers additifs (AO) ;
  - Outliers en innovation (IO) ;
  - Outliers par remplacement (RO).
- Les définitions des mesures de robustesse propres aux séries temporelles sont différentes des mesures utilisées pour les données indépendantes.

## 4.6.1 Modèles probabilistes des outliers dans les séries temporelles

### 4.6.1.1 Outliers additifs (AO)

Les outliers additifs ont été introduit en 1972 par Fox [117] qui les a appelé outliers de type I. Ces outliers qui traduisent généralement une erreur grossière de mesure, peuvent également correspondre à un phénomène alternatif réel, de nature différente de celle de l'ensemble des observations. Dans le cas de la détection radar basée sur une approche adaptative, ce phénomène alternatif se manifeste par la présence de cibles interférentes dans les cellules secondaires. Le modèle mathématiques des AO dans une série temporelle est le suivant :

$$y_t = x_t + v_t \quad (4.34)$$

où :

$y_t$  est l'Observation effective (avec AO);  $x_t$  est l'observation originale (sans AO);  $v_t$  est un processus de génération d'outliers indépendant de  $x_t$ . Suivant la distribution de  $v_t$ , les AO peuvent être isolés ou sous forme de patches.

### 4.6.1.2 Outliers en innovation (IO)

Les outliers en innovation (IO) sont également introduits par Fox [117] sous le nom outliers de type II. Un outlier en innovation (IO) correspond à la situation où une seule innovation est aberrante. Les IO sont observés lorsque l'innovation qui engendre le processus suit une distribution à queue lente (heavy tailed) au lieu d'une distribution Gaussienne. Pour un processus AR dont le modèle est donné en (4.9), les IO sont observés lorsque l'innovation  $w$  suit une distribution de la forme :

$$F_w = (1 - \varepsilon)\mathcal{N}(0, \sigma_0^2) + \varepsilon\mathcal{N}(0, \sigma_1^2) \quad (4.35)$$

avec  $\sigma_1^2 \gg \sigma_0^2$ .

Les figures 4.10 et 4.11 représentent respectivement l'effet d'un seul AO et d'un seul

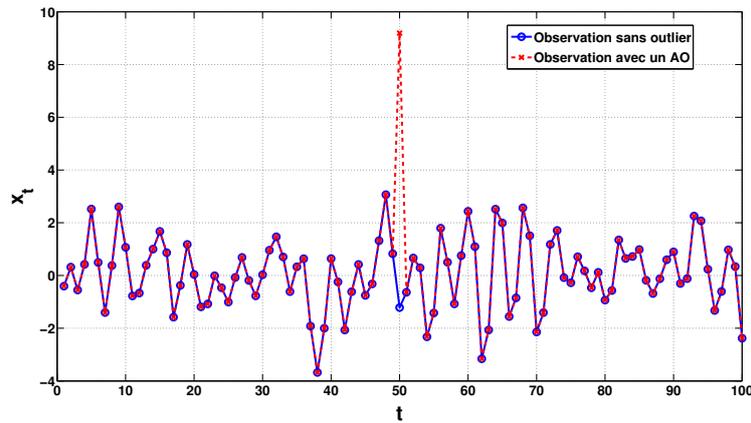


FIGURE 4.10. Effet d'un seul AO sur un processus AR d'ordre 3

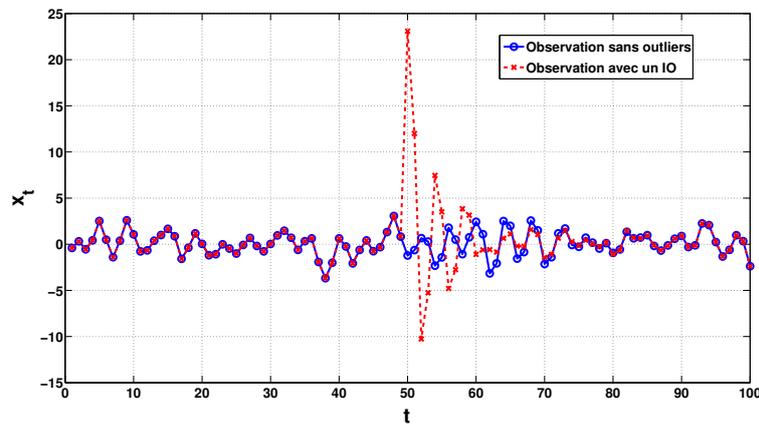


FIGURE 4.11. Effet d'un seul IO sur un processus AR d'ordre 3

IO sur un processus AR d'ordre 3. Contrairement à un AO dont l'effet est limité à l'observation en cours (qui est aberrante), celui d'un IO se propage sur un certain nombre d'observations qui dépend de l'ordre AR.

#### 4.6.1.3 Outliers par remplacement (RO)

Le modèle probabiliste qui permet de générer des RO est le suivant :

$$y_t = (1 - z_t)x_t + z_tv_t \quad (4.36)$$

$y_t$  est l'Observation effective (avec RO) ;

$z_t$  est un processus qui prend les deux valeurs 0 et 1 avec  $P(z = 0) = 1 - \varepsilon$  ;

$x_t$  l'observation originale (sans RO);

$z_t$  est un processus de remplacement pas nécessairement indépendant de  $x_t$ .

### 4.6.2 Estimation robuste des modèles AR

L'exemple cité dans la section 4.3.2 ainsi que les nombreux cas évoqués dans la littérature montrent que les estimateurs classiques des modèles AR ne sont pas robustes aux outliers, notamment les outliers additifs (AO). Ces estimateurs qui sont basés sur la minimisation de l'erreur quadratique de prédiction sont biaisés et présentent des variances excessives lorsque les données sont avariées par des AO même en proportions réduites. Une solution intuitive à ce problème est évidemment envisageable en exploitant l'analogie entre les estimateurs LS des modèles AR et la régression linéaire ce qui permet le recours aux méthodes robustes utilisées dans ce cas. Un exemple de ces méthodes est évoqué dans la section 6.4.5, où l'utilisation des M-estimateurs basés sur la minimisation d'une fonction  $\rho$  des résidus (erreurs de prédiction) donne des estimations robustes, sous condition que  $\rho$  soit bornée.

Cependant, la structure particulière de tout processus AR d'ordre  $p$  (AR( $p$ )) qui prolonge l'effet d'un seul AO sur  $p + 1$  résidus, donne lieu à une robustesse inversement proportionnelle à  $p$ . Il est ainsi établi que le BP d'un M-estimateur dans ce cas ne peut excéder  $0.5/(p + 1)$  [108], [118]. Partant de ce constat, il est évident que l'amélioration des performances de l'estimation des modèles AR en terme de robustesse passe forcément par la circonscription de la propagation des effets des outliers dans les résidus. Ceci est possible par le remplacement de ces derniers par des résidus robustes obtenus en remplaçant les observations atypiques qui correspondent aux outliers par des valeurs obtenues par filtrage robuste [119].

## 4.7 approche proposée

Dans cette partie de la thèse, le problème de la détection adaptative paramétrique dans un clutter corrélé est considéré dans le cas où les données secondaires contiennent des

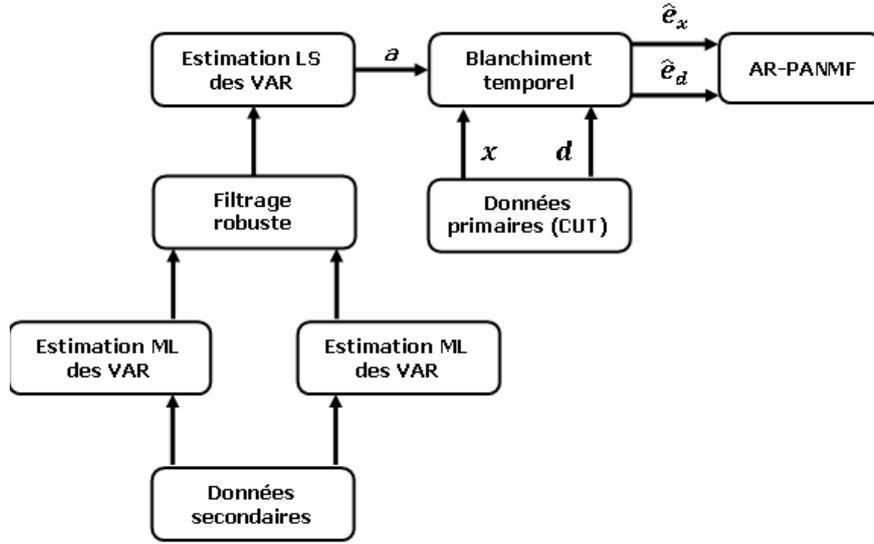


FIGURE 4.12. Schéma de l'approche proposée

cibles interférentes ou des bords de clutter. Le détecteur AR-PANMF défini dans le chapitre 3 et dont l'expression est donnée par :

$$\Lambda_{AR-PANMF}(\mathbf{x}) = \frac{|\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_x|^2}{(\hat{\mathbf{e}}_d^H \hat{\mathbf{e}}_d)(\hat{\mathbf{e}}_x^H \hat{\mathbf{e}}_x)} \quad (4.37)$$

est basé sur l'approximation du clutter par un processus AR. La statistique  $\Lambda_{AR-PANMF}$  dépend donc de l'estimation des coefficients de ce dernier. Or, Les exemples du tableau 4.1 et des figures 4.10 et 4.11 montrent clairement que la présence d'une seule observation atypique influe considérablement sur l'estimation des coefficients AR en utilisant les estimateurs conventionnels.

Pour remédier à cette contre performance, les cibles interférentes sont considérés dans l'approche proposée comme des outliers et un filtrage robuste des données secondaires est proposé comme pré-traitement avant l'estimation des coefficients AR. La figure 4.12 représente l'ensemble de l'approche proposée [120]. Un modèle AR est estimé pour chaque cellule secondaire, ensuite celui-ci est utilisé pour construire le filtre robuste qui est utilisé pour éliminer les outliers de chaque vecteur de données secondaires. Les données obtenues après filtrage sont alors utilisées pour l'estimation du vecteur des coefficients AR (VAR) en minimisant l'erreur quadratique globale pour toutes les cellules.

### 4.7.1 Filtrage robuste

La structure du filtre robuste utilisé dans cette section est donnée dans [108] et [121]. Dans [122], R. D. Martin et D. J. Thomson ont également proposé la même structure de filtrage. Son action consiste à adapter les outliers aux valeurs prédites à partir du reste des observations et à la structure du modèle. Pour définir le filtre robuste, on considère un processus AR( $p$ ),  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$  et une observation  $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$  qui correspond au processus  $\mathbf{x}$  auquel sont ajoutés des AO selon le modèle donné dans (4.34). Les récursions qui régissent ce filtre sont basées sur la représentation d'état d'un processus AR( $p$ ), qui est donnée par [123] :

$$\mathbf{x}_t = \Phi \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{D} \epsilon_t \quad (4.38)$$

$\mathbf{x}_t = [x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p+1}]^T$  est le vecteur état ;

$$\Phi = \begin{pmatrix} a_1 & \dots & \mathbf{I}_{p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_p & \dots & \mathbf{0}_{p-1}^T \end{pmatrix}^T \text{ est la matrice de transition ;}$$

$a_i (i = 1, \dots, p)$  sont les coefficients AR ;

$\mathbf{I}_k$  est la matrice identité ( $k \times k$ ) ;

$\mathbf{0}_k$  est le vecteur zéro ;

$\mathbf{D}_{(p \times 1)} = (1, 0, 0, \dots, 0)^T$  ;

$\epsilon_t = y_t - \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i}$ .

Cette forme générale de la représentation d'état est utilisée dans la structure du filtre robuste qui comporte les deux étapes suivantes :

– Prédiction :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} = \mathbf{\Phi} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1|t-1} \\ \hat{\epsilon}_t = y_t - \mathbf{D}^T \mathbf{\Phi} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1|t-1} \\ \mathbf{P}_{t|t-1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{P}_{t-1|t-1} \mathbf{\Phi}^T + \sigma_\epsilon^2 \mathbf{D} \mathbf{D}^T \end{cases} \quad (4.39)$$

– Correction :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \frac{\mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{D} \psi(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t})}{S_t} \\ \mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{P}_{t|t-1} - \frac{\mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{D} \omega(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t}) \mathbf{D}^T \mathbf{P}_{t|t-1}}{S_t^2} \end{cases} \quad (4.40)$$

$\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}$  est le vecteur prédit à l'instant  $t$  ;

$\tilde{\mathbf{x}}_{t-1|t-1}$  est le vecteur filtré lors de l'étape précédente (à l'instant  $t - 1$ ) ;

$\hat{\epsilon}_t$  désigne l'erreur de prédiction (résidus) ;

$\mathbf{P}_{t|t-1}$  désigne la matrice de covariance de l'erreur de prédiction ;

$\mathbf{P}_{t-1|t-1}$  désigne la matrice de covariance de l'erreur de filtrage (à l'instant  $t - 1$ ) ;

$\tilde{\mathbf{x}}_{t|t}$  est le vecteur filtré à l'instant  $t$  ;

$S_t$  est un estimateur robuste de la dispersion des résidus ;

$\psi(\cdot)$  est une fonction bornée et continue dont l'expression est donnée par :

$$\psi(x) = \begin{cases} x & \text{si } |x| \leq k \\ 0 & \text{si } |x| > k \end{cases} \quad (4.41)$$

$\mathbf{P}_{t|t}$  désigne la matrice de covariance de l'erreur de filtrage (à l'instant  $t$ ) ;

$\omega(\cdot)$  est la fonction poids relative à  $\psi(\cdot)$  et dont la définition est donnée dans (4.22).

A chaque instant les vecteurs de données filtrées auparavant sont utilisés pour calculer les vecteurs prédits et les erreurs de prédiction. Ces vecteurs prédits sont ensuite utilisés pour le calcul des vecteur filtrés.

Les conditions initiales pour la procédure itérative sont les suivantes :

$$\tilde{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{0}_p$$

$\mathbf{P}_{0|0}$  est la  $(p \times p)$  estimée de la matrice de covariance de  $(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$

Pour mettre en évidence l'action du filtre sur les outliers, on se propose de calculer le premier élément du vecteur filtré  $\tilde{\mathbf{x}}_{t|t}$ .

Si le vecteur prédit et le vecteur filtré sont donnés respectivement par :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} = [\hat{x}_{t|t-1}, \hat{x}_{t-1|t-1}, \dots, \hat{x}_{t-p+1|t-1}]^T \text{ et } \tilde{\mathbf{x}}_{t|t} = [\tilde{x}_{t|t}, \tilde{x}_{t-1|t}, \dots, \tilde{x}_{t-p+1|t}]^T \text{ et comme le}$$

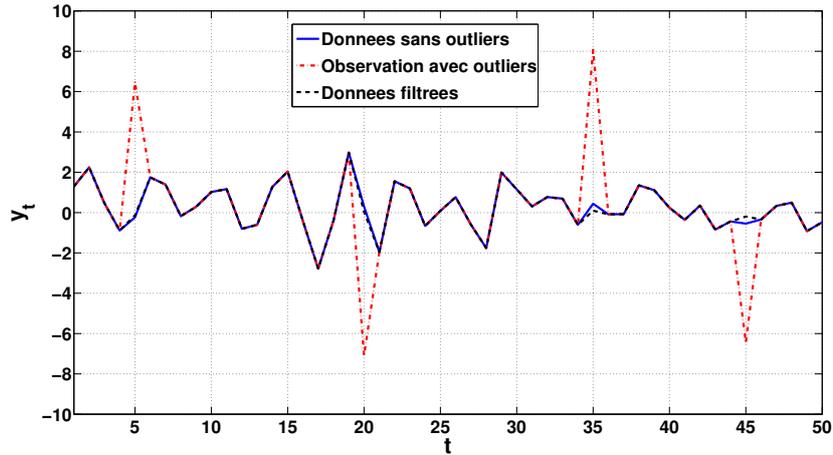


FIGURE 4.13. Effet du filtre robuste sur un processus AR d'ordre 3 contaminé par 04 AO

premier élément de  $\mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{D}$  correspond au premier élément de  $\mathbf{P}_{t|t-1}$  qui est égal à  $S_t^2$  nous avons alors :

$$\tilde{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + S_t \psi\left(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t}\right) \quad (4.42)$$

Rappelons que la fonction  $\psi$  donnée par (4.41) s'annule si  $|x| > k$ , on a donc :

– Si  $\left(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t}\right) \leq k$  :

$$\tilde{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + S_t \left(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t}\right) = \hat{x}_{t|t-1} + \hat{\epsilon}_t = y_t \quad (4.43)$$

– Si  $\left(\frac{\hat{\epsilon}_t}{S_t}\right) > k$  :

$$\tilde{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} \quad (4.44)$$

Le filtre remplace donc les observations qui correspondent aux outliers par des valeurs prédites en utilisant les données filtrées précédemment, tout en maintenant les observations typiques sans changement.

La figure 4.13 représente l'action du filtre sur un processus AR(3) contaminé par 04 AO.

## 4.8 Résultats

L'évaluation de l'approche proposée est effectuée selon trois aspects différents. En premier lieu la robustesse par rapport à la présence de cibles interférentes (outliers) dans les cellules secondaires est considérée. Cette aspect est quantifié par le biais maximum en fonction du degrés de contamination en outliers. Ce biais dont la définition est donnée dans la section 4-5-3 est évalué en utilisant des répliques Monte Carlo selon la méthode décrite dans [108]. Des processus AR d'ordre 3 sont générés selon une distribution Gaussienne et une distribution de Weibull. Des outliers sont injectés dans les cellules secondaires au nombre de 2 (1 cellule de part et d'autre de la CUT) selon le modèle AO et dans des proportions de contamination variant de 0 % à 50 %. Le deuxième aspect d'évaluation concerne l'efficacité de l'estimateur des coefficients AR associé au filtre robuste. Le dernier aspect d'évaluation des performances concerne la probabilité de détection. Une comparaison entre le détecteur paramétrique classique et celui associé au filtre robuste est proposée pour un degrés de contamination de 20 %.

### 4.8.1 Mesures de robustesse de l'approche proposée

Les figures 4.14 et 4.15 représentent le biais maximum évalué pour une taille de l'observation égale à 50, en fonction du degrés de contamination et ce respectivement pour le cas Gaussien et le cas Weibull distribué. Les coefficients AR utilisés sont -0.5, 0.5 et -0.9. On remarque que pour le cas Gaussien, le biais du premier et du troisième coefficient sont approximativement constants pour des contaminations supérieures à 25 %. Le biais du second coefficient a quant à lui une limite autour de 40 % de contamination. Ces résultats impliquent que l'approche proposée peut traiter des données ayant subies jusqu'à 40 % de contamination. Dans le cas d'un clutter Weibull distribué, les limites sont respectivement 45 % pour le premier coefficient, 35 % pour le deuxième et le troisième coefficient.

### 4.8.2 Efficacité de l'approche proposée

L'efficacité de la méthode proposée est évaluée par le rapport des variances entre l'approche classique et l'approche proposée et ce pour le cas Gaussien sans outliers et pour différentes tailles des observations. La figure 4.16 montre que l'approche proposée tend asymptotiquement -en terme de taille de l'observation- vers l'estimateur classique basé sur la minimisation de l'erreur quadratique globale pour toutes les cellules secondaires.

### 4.8.3 Probabilité de détection

La probabilité de détection est évaluée en ajoutant une cible de type Swerling-I à la CUT ainsi que des outliers qui représentent la non homogénéité du clutter au cellules secondaires et ce dans un taux de contamination de 20 %. La taille des données utilisée dans ce cas est de 20 échantillons tandis que la valeur de consigne de la  $P_{fa}$  est de  $10^{-3}$ . La figure 4.17 qui représente la  $P_d$  montre un net gain lorsque le détecteur paramétrique est appliqué en utilisant des données secondaires filtrées.

### 4.8.4 Probabilité de fausses alarmes

La probabilité de fausses alarmes représentée sur la figure 4.18 montre la propriété CFAR de l'approche proposée. la valeur de consigne est de  $10^{-3}$ .

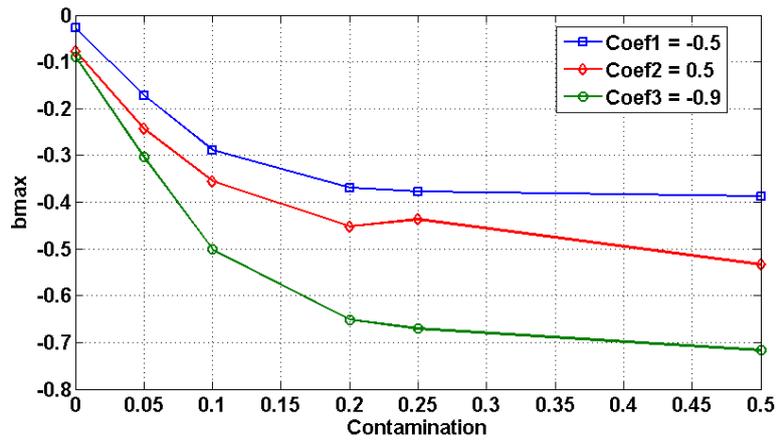


FIGURE 4.14. Biais maximum pour le cas d'un clutter Gaussien

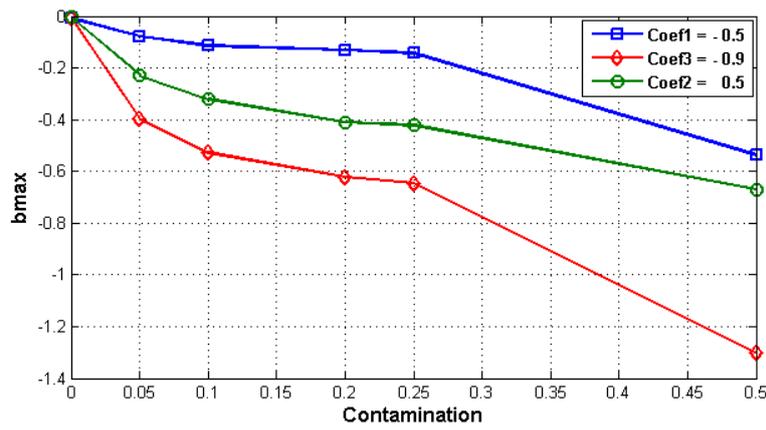


FIGURE 4.15. Biais maximum pour le cas d'un clutter Weibull distribué

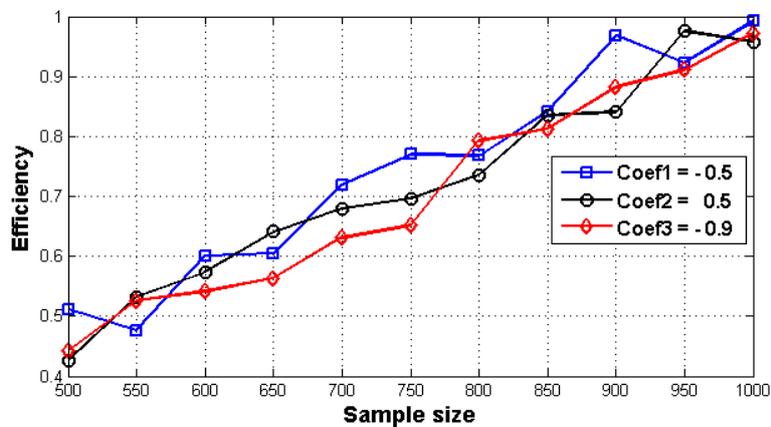


FIGURE 4.16. Efficacité de l'approche proposée

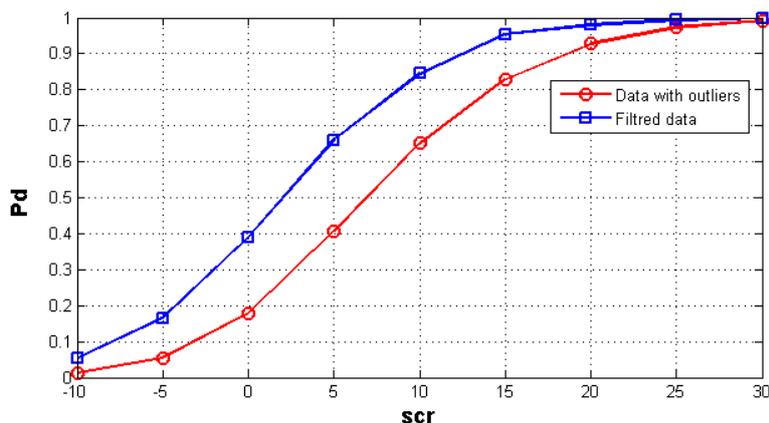


FIGURE 4.17. Probabilité de détection ( $N = 20$ ,  $L = 2$ ,  $p = 3$ ,  $f_d = 0.3$ ,  $p_{fa} = 10^{-3}$ , degrés de contamination = 20%)

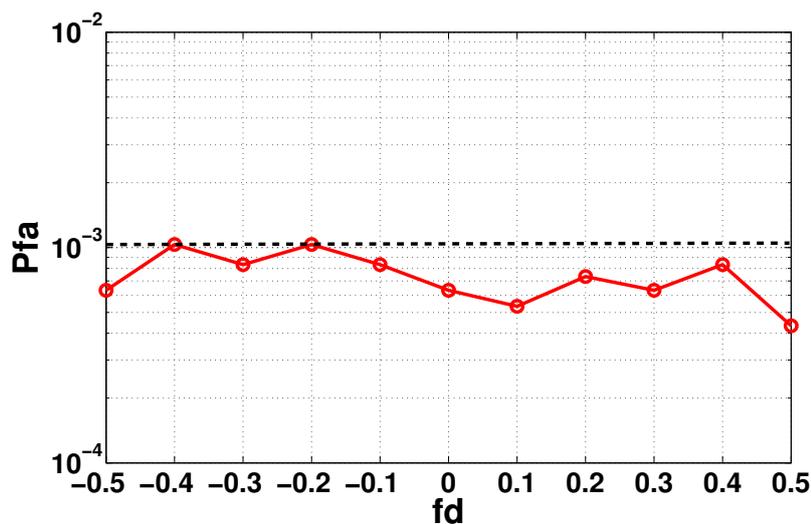


FIGURE 4.18. Probabilité de fausses alarmes ( $N = 20$ ,  $L = 2$ ,  $p = 3$ , degrés de contamination = 20%)

## 4.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons considéré le problème de la détection à taux de fausses alarmes constant dans le cas d'un clutter non homogène. Cette situation est observée en pratique lorsque des bords de clutter ou des cibles sont présents dans les cellules

---

secondaires. Dans le but d'obtenir des données secondaires représentatives du clutter, un pré-traitement basé sur un filtrage robuste de chacune des cellules secondaires est associé au détecteur paramétrique AR-PANMF. La définition de ce filtre et de son effet sont précédés par la définition de la notion de robustesse dans ce cas précis. Un rappel des effets des outliers sur les estimateurs et les statistiques classiques est également présenté au début du chapitre. Il est suivi par quelques exemples de statistiques et d'estimateurs robustes, notamment les M-estimateurs qui sont à l'origine du filtre robuste utilisé.

La robustesse de l'approche est évaluée par les variations du biais maximum de l'approche proposée en fonction du taux de contamination. Elle présente des points de rupture d'une valeur de 35 % dans le pire des cas. Pour le cas Gaussien pur, la variance de l'approche proposée tend asymptotiquement vers celle du détecteur classique.

## Conclusion

## Conclusion

Dans cette thèse nous avons considéré deux problèmes. Le premier concerne la détection radar à taux de fausses alarmes constant (CFAR), dans un clutter non Gaussien, corrélé et non stationnaire tandis que le second est relatif à la détection CFAR dans le cas d'un clutter non homogène. Nous avons au préalable défini le contexte général de ce problème de détection en définissant tous les bruits et signaux perturbateurs qui lui sont associés, en particulier le clutter dont la modélisation et les effets sur les détecteurs sont des domaines de recherche d'actualité et qui suscitent un engouement particulier. A ce titre le modèle Gaussien composé, qui est le plus populaire dans ce domaine, est adopté d'une part à cause de son aptitude à décrire des phénomènes réels et d'autre part à cause de sa maniabilité et des possibilités de solutions qu'il offre. Basée sur ce modèle, une solution au problème de la détection d'un signal déterministe inconnu et noyé dans du clutter non Gaussien corrélé est donnée dans le cas général qui correspond à une pdf de la texture et à une matrice de covariance du speckle inconnues. Cette solution équivalente au ANMF utilisé dans le cas particulier du clutter Gaussien est obtenue en estimant la pdf de la texture et en remplaçant la matrice de covariance du speckle par son estimée obtenue en utilisant les données secondaires.

Les performances de ce détecteur adaptatif (ANMF) sont évidemment tributaires de l'estimateur utilisé pour estimer la matrice de covariance du speckle. Dans un contexte de non stationnarité du clutter nous avons choisi un détecteur paramétrique basé sur la modélisation du clutter corrélé par un processus autorégressif (AR). Une version paramétrique du filtre adapté adaptatif normalisé (AR-ANMF) est utilisée. Les coefficients AR sont estimés en minimisant l'erreur de prédiction globale pour toutes les cellules secondaires. La matrice inverse de la matrice de covariance du speckle construite à partir de ce modèle AR est remplacée dans l'expression original du ANMF pour donner le AR-PANMF. Le choix de l'utilisation de ce détecteur paramétrique est dû au fait que le nombre de cellules secondaires utilisé n'obéit pas à une contrainte précise ce qui n'est pas le cas des estimateurs non paramétriques ou ce nombre doit être au moins égal à la taille des données utilisées. L'hypothèse de stationnarité spatiale du clutter

peut ainsi être considérée pour un nombre minimal de cellules de résolutions voisines de la CUT.

Pour limiter l'impact de la non stationnarité du clutter dans le temps nous avons proposé le S-AR-PANMF qui est une approche séquentielle qui permet de minimiser la taille des données nécessaires pour obtenir des performances de détection données. Deux seuils (un seuil bas et un seuil haut) sont alors à définir. Pour déterminer ces seuils d'une façon qui permet l'implémentation on-line de cet algorithme séquentiel, nous avons calculé les distributions de la statistique de détection sous les deux hypothèses pour le cas Gaussien puis nous avons généralisé ces distributions pour le cas non Gaussien à travers une étude basée sur des simulations. A partir de ces deux distributions nous avons proposé des solutions qui nous ont permis de donner une expression analytique compacte et originale du seuil de détection haut. Le seuil bas et quant à lui donné sous forme d'une solution d'une équation également originale. Le coût en calcul de l'approche proposée est considérablement réduit car les deux seuils peuvent être calculés *a priori* vu qu'ils ne dépendent que de la taille des observations. Pour obtenir des performances de détection pratiquement égales à celles du détecteur paramétrique conventionnel (AR-PANMF), basé sur une taille fixe, le détecteur séquentiel (S-AR-PANMF) offre un gain considérable dans la taille de données utilisées et ce dans le cas d'un clutter simulé Gaussien et non Gaussien ainsi que dans le cas d'un clutter réel non Gaussien. L'effet de la réduction du nombre de données utilisées est clairement constaté pour les exemples de clutter non stationnaire.

Le second problème considéré dans cette thèse et qui concerne l'utilisation du détecteur paramétrique AR-PANMF dans le cas d'un clutter non homogène est traité en considérant les cibles interférentes dans les cellules secondaires comme étant des outliers qui se manifestent dans un ensemble de données homogènes. Une technique de filtrage utilisée dans le domaine des statistiques robustes est proposée comme pré-traitement qui permet d'obtenir des données secondaires parfaitement homogènes et représentatives du clutter. Ce filtre associé au détecteur AR-PANMF présente des mesures de robustesse acceptables et permet un gain en probabilité de détection en fonction du taux de contamination.

## Bibliographie

- [1] P. Lacomme, J.-C. Marchais, J.-P. Hardange, and E. Normant, *Air and spaceborne radar systems : An introduction*. William Andrew, 2001.
- [2] E. Jay, *Détection en Environnement non Gaussien*. PhD thesis, Université de Cergy Pontoise, 2002.
- [3] K. Ward, C. Baker, and S. Watts, “Maritime surveillance radar. part i : Radar scattering from the ocean surface,” in *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, vol. 137, pp. 51–62, IET, 1990.
- [4] A. Younsi, *Robust adaptive CFAR radar detection*. PhD thesis, Ecole Militaire Polytechnique, Algiers, (2010).
- [5] M. Greco, F. Gini, and M. Rangaswamy, “Statistical analysis of measured polarimetric clutter data at different range resolutions,” in *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings*, vol. 153, pp. 473–481, IET, 2006.
- [6] E. Conte, A. De Maio, and C. Galdi, “Statistical analysis of real clutter at different range resolutions,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 40, no. 3, pp. 903–918, 2004.
- [7] J. B. Billingsley, “Ground clutter measurements for surface-sited radar,” tech. rep., DTIC Document, 1993.
- [8] K. R. Menon, N. Balakrishnan, M. Janakiraman, and K. Ramchand, “Characterization of fluctuation statistics of radar clutter for indian terrain,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 33, no. 2, pp. 317–324, 1995.
- [9] J. B. Billingsley, A. Farina, F. Gini, M. V. Greco, and L. Verrazzani, “Statistical analyses of measured radar ground clutter data,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 579–593, 1999.
- [10] S. Watts, “Radar clutter and multipath propagation,” in *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 138, pp. 73–74, IET, 1991.
- [11] V. Anastassopoulos, G. A. Lampropoulos, A. Drosopoulos, and M. Rey, “High resolution radar clutter statistics,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 1, pp. 43–60, 1999.
- [12] K. Ward, “Compound representation of high resolution sea clutter,” *Electronics letters*, vol. 17, no. 16, pp. 561–563, 1981.
- [13] M. Rangaswamy, D. Weiner, and A. Ozturk, “Non-gaussian random vector identification using spherically invariant random processes,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 111–124, 1993.
- [14] K. Ward, R. Tough, and P. Shepherd, “Modelling sea clutter : correlation, resolution and non-gaussian statistics,” in *Radar 97 (Conf. Publ. No. 449)*, pp. 95–99, IET, 1997.
- [15] E. Conte, M. Lops, and G. Ricci, “Asymptotically optimum radar detection in compound-gaussian clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 617–625, 1995.
- [16] F. Gini and M. Greco, “Suboptimum approach to adaptive coherent radar detection in compound-gaussian clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 1095–1104, 1999.

- 
- [17] K. J. Sangston, F. Gini, M. V. Greco, and A. Farina, "Structures for radar detection in compound gaussian clutter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 445–458, 1999.
- [18] S. M. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing*, vol. 2 : Detection theory. Prentice Hall PTR, (1998).
- [19] A. Wald, *Sequential analysis*. Courier Corporation, 1973.
- [20] G. T. Capraro, A. Farina, H. Griffiths, and M. C. Wicks, "Knowledge-based radar signal and data processing : a tutorial review," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, no. 1, pp. 18–29, 2006.
- [21] W. Wiesbeck, *Radar System Engineering*. Universität Karlsruhe, Institut für höchstfrequenztechnik und electronic, 2007.
- [22] G. J. Wheeler, *Radar fundamentals*. Prentice-Hall, 1967.
- [23] G. V. Trunk, "Range resolution of targets using automatic detectors," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, no. 5, pp. 750–755, 1978.
- [24] M. Barkat, *Signal detection and estimation*. Artech house Boston, MA, USA :, 2005.
- [25] M. A. Richards, *Fundamentals of radar signal processing*. Tata McGraw-Hill Education, 2005.
- [26] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *et al.*, *Handbook of mathematical functions*, vol. 1. Dover New York, 1972.
- [27] K. Bury, *Statistical distributions in engineering*. Cambridge University Press, 1999.
- [28] C. Forbes, M. Evans, N. Hastings, and B. Peacock, *Statistical distributions*. John Wiley & Sons, 2011.
- [29] R. Wooding, "The multivariate distribution of complex normal variables," *Biometrika*, pp. 212–215, 1956.
- [30] K. S. Miller, *Complex stochastic processes : an introduction to theory and application*. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, (1974).
- [31] K. Miller, "Complex gaussian processes," *Siam Review*, vol. 11, no. 4, pp. 544–567, 1969.
- [32] N. Goodman, "Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution (an introduction)," *Annals of mathematical statistics*, pp. 152–177, 1963.
- [33] S. Haykin, *Adaptive filter theory*. Prentice-Hall, (2002).
- [34] H. Andersen, M. Højbjerg, D. Sørensen, and P. Eriksen, "The multivariate complex normal distribution," in *Linear and Graphical Models*, pp. 15–37, Springer, 1995.
- [35] E. P. Blasch and M. Hensel, "Fusion of distributions for radar clutter modeling," tech. rep., DTIC Document, 2004.
- [36] E. Conte, M. Longo, and M. Lops, "Modelling and simulation of non-rayleigh radar clutter," in *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, vol. 138, pp. 121–130, IET, 1991.

- 
- [37] F. Gini, "A cumulant-based adaptive technique for coherent radar detection in a mixture of k-distributed clutter and gaussian disturbance," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 6, pp. 1507–1519, 1997.
- [38] F. Gini, "Sub-optimum coherent radar detection in a mixture of k-distributed and gaussian clutter," in *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings-*, vol. 144, pp. 39–48, IET, 1997.
- [39] A. Farina, A. Russo, F. Scannapieco, and S. Barbarossa, "Theory of radar detection in coherent weibull clutter," in *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*, vol. 134, pp. 174–190, IET, 1987.
- [40] J. Goldman, "Detection in the presence of spherically symmetric random vectors," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 1, pp. 52–59, 1976.
- [41] T. J. Barnard and D. D. Weiner, "Non-gaussian clutter modeling with generalized spherically invariant random vectors," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 10, pp. 2384–2390, 1996.
- [42] K. Yao, "A representation theorem and its applications to spherically-invariant random processes," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 5, pp. 600–608, 1973.
- [43] M. Sekine and Y. Mao, *Weibull radar clutter*. No. 3, IET, 1990.
- [44] J. Hubbert, M. Dixon, and S. Ellis, "Weather radar ground clutter. part ii : Real-time identification and filtering," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, vol. 26, no. 7, pp. 1181–1197, 2009.
- [45] E. Conte and G. Ricci, "Sensitivity study of glrt detection in compound-gaussian clutter," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 1, pp. 308–316, 1998.
- [46] A. Maresch, "Properties of moment estimators for the k-distribution," in *Radar Conference, 2009. EuRAD 2009. European*, pp. 397–400, IEEE, 2009.
- [47] C. Walck, "Hand book on statistical distributions for experimentalists," tech. rep., Particle physics group, university of Stockholm, (1996).
- [48] K. D. Ward, S. Watts, and R. J. Tough, *Sea clutter : scattering, the K distribution and radar performance*, vol. 20. IET, 2006.
- [49] S. G. Samko, A. A. Kilbas, and O. I. Marichev, "Fractional integrals and derivatives : Theory and applications. 1993," *Gordon and Breach, Yverdon*.
- [50] A. Jeffrey and D. Zwillinger, *Table of integrals, series, and products*. Academic Press, 2007.
- [51] K. R. Murphy, B. Myors, and A. Wolach, *Statistical power analysis : A simple and general model for traditional and modern hypothesis tests*. Routledge, 2014.
- [52] J. H. Pollard, *A handbook of numerical and statistical techniques : with examples mainly from the life sciences*. CUP Archive, 1979.
- [53] G. Saporta, *Probabilités, analyse des données et statistique*. Editions Technip, 2011.
- [54] H. L. Van Trees, *Detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.

- 
- [55] F. Pascal, *Détection et estimation en environnement non Gaussien*. PhD thesis, Université de Nanterre-Paris X, 2006.
- [56] K. J. Sangston and K. R. Gerlach, “Coherent detection of radar targets in a non-gaussian background,” *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 2, pp. 330–340, 1994.
- [57] F. A. Pentini, A. Farina, and F. Zirilli, “Radar detection of targets located in a coherent k distributed clutter background,” in *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 139, pp. 239–245, IET, 1992.
- [58] E. Conte, M. Lops, and G. Ricci, “Radar detection in k-distributed clutter,” *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, vol. 141, no. 2, pp. 116–118, 1994.
- [59] E. Conte, M. Longo, M. Lops, and S. Ullo, “Radar detection of signals with unknown parameters in k-distributed clutter,” in *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 138, pp. 131–138, IET, 1991.
- [60] L. E. Brennan and I. S. Reed, “Theory of adaptive radar,” *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, no. 2, pp. 237–252, 1973.
- [61] G. Pailloux and S. T. du Signal, *Estimation structurée de la covariance du bruit en détection adaptative*. PhD thesis, Thèse de doctorat. Université de Paris 10, 2010.
- [62] L. L. Scharf and B. Friedlander, “Matched subspace detectors,” *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 8, pp. 2146–2157, 1994.
- [63] E. J. Kelly, “An adaptive detection algorithm,” *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, no. 2, pp. 115–127, 1986.
- [64] A. K. Gupta and D. K. Nagar, *Matrix variate distributions*, vol. 104. CRC Press, 1999.
- [65] A. W. Van der Vaart, *Asymptotic statistics*, vol. 3. Cambridge university press, 2000.
- [66] S. M. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing*, vol. 1 : Estimation theory. Prentice Hall PTR, (1993).
- [67] D. R. Fuhrmann, E. J. Kelly, and R. Nitzberg, “A cfar adaptive matched filter detector,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*, vol. 28, no. 1, pp. 208–216, 1992.
- [68] L. McWhorter, L. Scharf, and L. Griffiths, “Adaptive coherence estimation for radar signal processing,” in *Signals, Systems and Computers, 1996. Conference Record of the Thirtieth Asilomar Conference on*, vol. 1, pp. 536–540, IEEE, 1996.
- [69] L. L. Scharf and L. T. McWhorter, “Adaptive matched subspace detectors and adaptive coherence estimators,” in *Signals, Systems and Computers, 1996. Conference Record of the Thirtieth Asilomar Conference on*, pp. 1114–1117, IEEE, 1996.
- [70] A. M. Zoubir, V. Koivunen, Y. Chakhchoukh, and M. Muma, “Robust estimation in signal processing : a tutorial-style treatment of fundamental concepts,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 4, pp. 61–80, 2012.
- [71] J. Wang, A. Dogandzic, and A. Nehorai, “Maximum likelihood estimation of compound-gaussian clutter and target parameters,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 10, pp. 3884–3898, 2006.

- 
- [72] C. Robert, *The Bayesian choice : from decision-theoretic foundations to computational implementation*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [73] M. A. Tanner, *Tools for Statistical Inference : Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions*. Springer-Verlag, 1993.
- [74] E. Jay, J. P. Ovarlez, D. Declercq, and P. Duvaut, “Bord : Bayesian optimum radar detector,” *Signal Processing*, vol. 83, no. 6, pp. 1151–1162, 2003.
- [75] B. Picinbono and G. Vezzosi, “Détection d’un signal certain dans un bruit non stationnaire et non gaussien,” in *Annales des Télécommunications*, vol. 25, pp. 433–439, Springer, 1970.
- [76] B. K. Ghosh and P. K. Sen, *Handbook of sequential analysis*. CRC Press, 1991.
- [77] G. B. Wetherill, *Sequential methods in statistics*. Chapman and Hall, 1975.
- [78] Z. Govindarajulu, *Sequential statistics*. World Scientific, 2004.
- [79] D. Siegmund, *Sequential analysis : tests and confidence intervals*. Springer, 1985.
- [80] N. Johnson, “Sequential analysis : A survey,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, pp. 372–411, 1961.
- [81] Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley, “Adaptive time-varying processing for stationary target detection in nonstationary interference,” *Adaptive Sensor and Array Processing Journal (2005)*, 2005.
- [82] Y. Dong, “Parametric adaptive matched filter and its modified version,” *Defense Science and Technology Organization South Australia (2006)*, 2006.
- [83] H. Li and J. H. Michels, “Parametric adaptive signal detection for hyperspectral imaging,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 7, pp. 2704–2715, 2006.
- [84] D. Ramakrishnan and J. Krolik, “Adaptive radar detection in doubly nonstationary autoregressive doppler spread clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 484–501, 2009.
- [85] L. L. Scharf, *Statistical signal processing : detection, estimation, and time series analysis*. Addison-Wesley, (1991).
- [86] K. B. Eom, “Time-varying autoregressive modeling of hrr radar signatures,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 974–988, 1999.
- [87] M. G. Hall, A. V. Oppenheim, and A. S. Willsky, “Time-varying parametric modeling of speech,” *Elsevier Signal Processing Journal*, vol. 5, no. 3, pp. 267–285, 1983.
- [88] S. Haykin, R. Bakker, and B. W. Currie, “Uncovering nonlinear dynamics—the case study of sea clutter,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, no. 5, pp. 860–881, 2002.
- [89] N. L. Johnson, S. Kotz, and N. Balakrishnan, *Continuous univariate distributions*, vol. 1. John Wiley and sons, (1994).
- [90] N. L. Johnson and S. Kotz, *Continuous univariate distributions*, vol. 2. John Wiley and sons, (1970).

- 
- [91] T. Boukaba, A. M. Zoubir, and D. Berkani, "Parametric detection in non-stationary correlated clutter using a sequential approach," *Digital Signal Processing*, vol. 36, pp. 69–81, 2015.
- [92] S. Sayama and H. Sekine, "Weibull, log-weibull and k-distributed ground clutter modeling analyzed by aic," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 3, pp. 1108–1113, 2001.
- [93] A. Ephrath, Z. Eshcoli, and F. Berkowitz, "Probability of detection for  $\chi^2$  radar target in weibull clutter," in *Microwaves, Communications, Antennas and Electronics Systems (COMCAS), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 1–5, IEEE, 2011.
- [94] R. Vicen-Bueno, M. Rosa-Zurera, M. Jarabo-Amores, and R. Gil-Pita, "Automatic target detection in simulated ground clutter (weibull distributed) by multilayer perceptrons in a low-resolution coherent radar," *Radar, Sonar & Navigation, IET*, vol. 4, no. 2, pp. 315–328, 2010.
- [95] S. Watts, "Radar detection prediction in k-distributed sea clutter and thermal noise," *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, vol. 23, pp. 40–45, 1987.
- [96] J. Carretero-Moya, J. Gismero-Menoyo, A. Blanco-del Campo, and A. Asensio-Lopez, "Statistical analysis of a high-resolution sea-clutter database," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 4, pp. 2024–2037, 2010.
- [97] S. Bocquet, "Calculation of radar probability of detection in k-distributed sea clutter and noise," tech. rep., DTIC Document, 2011.
- [98] <http://soma.crl.mcmaster.ca/ipix>.
- [99] M. Greco, P. Stinco, F. Gini, and M. Rangaswamy, "Impact of sea clutter nonstationarity on disturbance covariance matrix estimation and cfar detector performance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 46, no. 3, pp. 1502–1513, 2010.
- [100] M. W. Long, *radar reflectivity of land and sea, 3rd edition*. Artech house, 2001.
- [101] M. Gini, F. Greco and R. M., "Analysis of the influence of non-stationarity of sea clutter on covariance matrix estimation and its impact on cfar detection," tech. rep., Universita di Pisa, Dipartimento di ingegneria dell informazione, (2007).
- [102] W. L. Melvin, "Space-time adaptive radar performance in heterogeneous clutter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 621–633, 2000.
- [103] L. Griffiths, P. Techau, J. Bergin, and K. Bell, "Space-time adaptive processing in airborne radar systems," in *International Radar Conference, 2000. The Record of the IEEE 2000*, pp. 711–716, IEEE, 2000.
- [104] Y.-L. Wang, J.-W. Chen, Z. Bao, and Y.-N. Peng, "Robust space-time adaptive processing for airborne radar in nonhomogeneous clutter environments," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, no. 1, pp. 70–81, 2003.
- [105] M. Rangaswamy, J. H. Michels, and B. Himed, "Statistical analysis of the non-homogeneity detector for stap applications," *Digital Signal Processing*, vol. 14, no. 3, pp. 253–267, 2004.

- 
- [106] M. Rangaswamy, F. C. Lin, and K. R. Gerlach, "Robust adaptive signal processing methods for heterogeneous radar clutter scenarios," *Signal Processing*, vol. 84, no. 9, pp. 1653–1665, 2004.
- [107] P. J. Huber, *Robust statistics*. Springer, 2011.
- [108] R. Maronna, D. Martin, and V. Yohai, *Robust Statistics : Theory and Methods*. Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley, 2006.
- [109] S. Miller and D. Childers, *Probability and random processes : With applications to signal processing and communications*. Academic Press, 2004.
- [110] C. Chatfield, *The analysis of time series : an introduction*. CRC press, 2013.
- [111] A. Atkinson and M. Riani, *Robust diagnostic regression analysis*. Springer, 2000.
- [112] P. J. Rousseeuw and A. M. Leroy, *Robust regression and outlier detection*. John Wiley & Sons, 2005.
- [113] V. Barnett and T. Lewis, *Outliers in statistical data*, vol. 3. Wiley New York, 1994.
- [114] R. Bremer, "Outliers in statistical data," *Technometrics*, vol. 37, no. 1, pp. 117–118, 1995.
- [115] F. R. Hampel, E. M. Ronchetti, P. J. Rousseeuw, and W. A. Stahel, *Robust statistics : the approach based on influence functions*, vol. 114. John Wiley & Sons, 2011.
- [116] P. J. Huber and E. M. Ronchetti, "Robust statistics, hoboken," *NJ : Wiley.*, vol. 10, no. 1002, 2009.
- [117] A. J. Fox, "Outliers in time series," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pp. 350–363, 1972.
- [118] R. D. Martin, "Robust estimation of autoregressive models," *Directions in time series*, vol. 1, pp. 228–262, 1980.
- [119] C. Masreliez, "Approximate non-gaussian filtering with linear state and observation relations," *IEEE Transactions on Automatic Control.*, vol. 20, no. 1, pp. 107–110, 1975.
- [120] T. Boukaba, A. M. Zoubir, and D. Berkani, "Robust parametric detection in non homogeneous clutter," in *8th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM 2014)*, pp. 473–476, IEEE, 2014.
- [121] C. Masreliez and R. Martin, "Robust bayesian estimation for the linear model and robustifying the kalman filter," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 3, pp. 361–371, 1977.
- [122] R. D. Martin and D. J. Thomson, "Robust-resistant spectrum estimation," *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1097–1115, 1982.
- [123] P. J. Brockwell and R. A. Davis, *Introduction to time series and forecasting*, vol. 1. Taylor & Francis, 2002.

العمل المقدم في هذه الأطروحة يتضمن اقتراح كاشف تسلسلي لكشف إشارة غير معروفة ممزوجة بركام لا يخضع لتوزيع غوس، مترابط و غير مستقر. حيث يفترض أن هذا الأخير يتبع توزيع غوس المركب و أنه مقرب بمتغير ذاتي التراجع. و الذي تقدر عوامله باعتبار القيمة الصغرى للخطأ التربيعي للتنبؤ لكل الخلايا الثانوية المستعملة. باستعمال هذه العوامل يتم إنشاء مقدر وسيطي. العبارات التحليلية لتوزيعات هذا المقدر تم حسابها في حالة الركام الذي يتبع توزيع غوس كما تم توسيعها إلى الحالة العامة. اعتمادا على هذه العبارات تم حساب عبارات تحليلية جديدة تنشر للمرة الأولى لعتبات الكشف التي استعملت بدورها في إنشاء خوارزمية للكشف التسلسلي تمكن من تقليص عدد الإشارات الضرورية للوصول لقدرات كشف مماثلة للطريقة الاعتيادية. فيما يتعلق بالكشف في حالة ركام غير متجانس فقد عولجت بدمج مرشح متين مع الكاشف الوسيطي.

### كلمات مفتاحية

كاشف ذو نسبة خطأ ثابتة، نموذج غوس مركب، كشف متأقلم، بمتغير ذاتي التراجع، كشف تسلسلي، إحصائيات متينة.

## Résumé

Dans cette thèse nous avons considéré le problème de la détection radar d'un signal déterministe inconnu noyé dans un clutter non Gaussien, corrélé et non stationnaire. Ce dernier qui suit une distribution Gaussienne composée est approximé par un processus autorégressif dont les coefficients sont estimés en minimisant l'erreur quadratique de prédiction pour toutes les cellules secondaires utilisées. Un détecteur paramétrique est ensuite construit en utilisant ces coefficients. Les expressions analytiques des distributions de ce détecteur sous les deux hypothèses sont déterminées pour le cas Gaussien et généralisées au cas non Gaussien. Des expressions analytiques originales des seuils de détection sont également dérivées et utilisées pour la construction d'un algorithme de détection séquentielle qui permet de réduire considérablement la taille des échantillons utilisés pour des performances de détection équivalentes à celles de l'approche classique. Le cas de la détection dans un clutter non homogène est traité en dernière partie ou un filtrage robuste est associé au détecteur paramétrique.

## Mots clés

Détecteurs CFAR, processus SIRP, modèle Gaussien composé, détection adaptative, processus autorégressifs, détection séquentielle, statistiques robustes.

## Abstract

In this thesis we address the problem of radar detection of deterministic unknown signal drowned in non-Gaussian correlated and non-stationary clutter. The former is assumed following the compound Gaussian distribution and is approximated as an autoregressive process which coefficients are estimated by minimization of the global forward prediction square error for secondary cells. A parametric detector is then built based on these coefficients. Analytic expressions of the distributions of this detector are derived for the Gaussian case and generalized to the non-Gaussian one. Original closed form expressions of detection thresholds are also derived and used to perform a sequential detection algorithm which reduces substantially the required sample size all with detection performance close to those of the conventional approach. A robust filter cleaner is used to deal with the problem of target detection in non-homogeneous clutter.

## Key words

CFAR detectors, SIRP process, compound Gaussian model, adaptive detection, autoregressive process, sequential detection, robust statistics.