

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
 BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
 Ecole Nationale Polytechnique

**Thèse  
 Présentée à**

**L'école Nationale Polytechnique  
 En vue de l'Obtention  
 du Grade de Magister**

**Spécialité : Electrotechnique**

**Par**

**Nacéra ROUHA**

**Ingénieur d'Etat**

**SUJET**

*Etude et modélisation de la  
 dégradation des polymères par  
 le phénomène d'arborescence*

Soutenue le 06/07/1994 Devant la Commission d'Examen :

Mm	R. IBTIOUEN	Maître de conférence à L'E.N.P	Président
	A. BEROUAL	Professeur à L'E.N.P	Rapporteur
	A. BOUBAKEUR	Maître de conférence à L'E.N.P	Examineurs
	S. BOUAZABIA	Chargé de cours à L'U.S.T.H.B	
	A. MEKHALDI	Chargé de cours à L'E.N.P	
	L. NEZLI	Chargé de cours à L'E.N.P	
	M. KHAILI	Chef de Dept ENICAB	Invité

Thèse  
Présentée à

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

L'école Nationale Polytechnique  
En vue de l'Obtention  
du Grade de Magister

Spécialité : Electrotechnique

Par

Nacéra ROUHA

Ingénieur d'Etat

SUJET

*Etude et modélisation de la  
dégradation des polymères par  
le phénomène d'arborescence*

Soutenue le 06/07/1994 Devant la Commission d'Examen :

Mm	R. IBTIOUEN	Maître de conférence à L'E.N.P	Président
	A. BEROUAL	Professeur à L'E.N.P	Rapporteur
	A. BOUBAKEUR	Maître de conférence à L'E.N.P	Examineurs
	S. BOUZABIA	Chargé de cours à L'U.S.T.H.B	
	A. MEKHALDI	Chargé de cours à L'E.N.P	
	L. NEZLI	Chargé de cours à L'E.N.P	
	M. KHAILI	Chef de Dept ENICAB	Invité

~o~ Dédicaces ~o~  
~~o~~

*A ma chère famille*

*A mes chers amis (es)*

*Nacéra*

## AVANT PROPOS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Haute Tension de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, sous la direction de Monsieur A. BEROUAL, professeur à l'E.N.P pour qui j'adresse mes remerciements les plus sincères pour l'aide précieuse, le suivi constant et les encouragements soutenus qu'il n'a cessé de me prodiguer.

Je remercie particulièrement Monsieur R. IBTIOUEN Maître de Conférence à l'E.N.P, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

J'exprime ma sincère reconnaissance envers Monsieur A. BOUBAKEUR, Maître de Conférence à l'E.N.P qui n'a cessé de manifester un grand intérêt pour ce travail, qu'il me soit permis de le remercier, ainsi que Messieurs S. BOUAZABIA, A. MEKHALDI, L. NEZLI Chargés de Cours à l'E.N.P. pour avoir accepté d'honorer de leur présence le jury de cette thèse.

Je remercie également Monsieur M. KHAILI chef de département technique à l'ENICAB de Gué de Constantine de me faire l'honneur de participer au jury de soutenance.

Je tiens à remercier tout le personnel du Bureau d'Etudes "INFORMATEL" de Béjaia, le personnel de la GEMA de Béjaia ainsi que le personnel de l'ENICAB de Gué de Constantine pour avoir mis à ma disposition le matériel nécessaire pour la réalisation de ce travail.

C'est avec un grand plaisir que je remercie tous mes amis (es) et collègues de travail, particulièrement S. GUERBAS, N. CHOUAI, K. MEKHTOUB, A. BOUKHELIFA, L. BARAZANE, N. KHALECHE, M. TEGUAR N. BOUFEDECHE et F. BENAI, pour l'aide constante qu'ils m'ont apportée, pour l'ambiance qu'ils ont sus créer et les idées fructueuses que nous avons échangées.

Je n'oublierai pas de remercier Monsieur A. RABHI pour toute l'aide qu'il m'a apporté.

Mes remerciements les plus chaleureux vont à l'adresse de mes parents, mes frères et soeurs pour leur aide, leur soutien et leur amour.

Mon manuscrit a été saisi avec efficacité et rapidité par Mademoiselle G. LOULOU qu'elle trouve ici l'expression de ma très sincère reconnaissance.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES

Introduction.....	1
Premier chapitre : Etude bibliographie	
I- Définition et origines des arborescences.....	4
II- Les arborescences électrochimiques.....	6
II-1- Définition.....	7
II-2- Structures et formes des arborescences d'eau.....	7
II-3- Phases d'évolution des arborescences d'eau.....	9
a)- Amorçage ou incubation.....	9
b)- Propagation.....	9
c)- Evolution vers le claquage.....	9
II-4- Mécanismes d'évolution des arborescences d'eau.....	9
a)- Mécanisme des décharges partielles.....	10
b)- Mécanisme électrochimique.....	10
c)- Mécanisme thermique.....	11
d)- Effets mécaniques des forces électriques.....	11
II-5- Arborescences chimiques.....	12
III- Les arborescences électriques.....	13
III-1- Définition.....	14
III-2- Structures et formes des arborescences électriques...	14
III-3- Les phases d'évolution des arborescences électriques.	15
1- Phase d'initiation.....	15
2- Phase de propagation.....	16
3- Phase d'avalanche et claquage.....	17

III-4- Les mécanismes d'évolution des arborescence électriques.....	17
4-1- Mécanismes d'initiation des arborescences électriques.....	18
a- Mécanismes électriques.....	18
b- Mécanismes thermiques.....	19
4-2- Mécanismes de propagation des arborescences électriques.....	19
a- Mécanismes électriques.....	19
b- Mécanismes thermiques.....	20
IV- Facteurs influent sur les arborescences.....	23
1- Effet de la tension appliquée.....	23
2- Effet de la température.....	24
3- Effet de la contrainte mécanique.....	25
4- Rôle de l'eau.....	26
5- Nature du matériau isolant.....	27
6- Choix du système d'électrodes.....	29
V - Moyens permettant de limiter le phénomène d'arborescence..	30
VI- Conclusion.....	32
 Deuxième chapitre : Modélisation analytique des arborescences	
Introduction.....	33
 Première partie : Mise en équation	
I - Pression électrostatique.....	35
II - Expression du champ électrique.....	41
II-1- Cas d'une arborescence ouverte ( $\sigma = 0$ ).....	41
II-1-1- Arborescence en forme de buisson.....	41
1- Sphère tangente à la pointe.....	44

2- Sphère centrée sur la pointe.....	44
2-a- Sphère centrée sur la tête de la pointe en P...	44
2-b- Sphère centrée en 0.....	45
II-1-2- Arborescence filamentaire.....	45
a-approximation sphérique.....	46
b-approximation hyperboloïdale.....	46
II-2- Cas d'une arborescence "Neoud-papillon" ( $\sigma \neq 0$ ).....	48
1- Equation décrivant le modèle.....	48
2- Calcul du champ électrique.....	53
a- Cas d'une tension continue.....	53
b- Cas d'une tension sinusoïdale.....	53
Deuxième partie : Modélisation analytique : équation de propagation des arborescences.	
III- Equations de propagation des arborescences.....	58
III-1- Interface non-chargé ( $\sigma = 0$ ).....	58
III-1-1- Arborescence en buisson-bilan énergétique.....	58
a- Arborescence assimilée à une sphère tangente à la pointe P.....	60
b- Arborescence assimilée à une sphère centrée sur la pointe.....	62
* Sphère centrée sur P.....	62
* Sphère centrée sur 0.....	63



III-1-2- Arborescence filamenteuse-bilan énergétique.....	64
a- Approximation sphérique.....	65
b- Approximation hyperboloidale.....	66
III-1-3- Arborescence Noeud-papillon.....	68
a- Cas où le site est une impureté solide.....	68
b- Cas où le site est une cavité gazeuse ou liquide..	73
III-2- Interface arborescence/isolant chargée.....	75
1- Arborescence ouverte ( $\sigma \neq 0$ ).....	76
2- Arboréscence en Noeud-papillon ( $\sigma \neq 0$ ).....	79
3- Autre type d'arborescence d'eau.....	83
III-3- Régime de propagation.....	84
III-4- Conclusion.....	86
Troisième chapitre : simulation numérique des arborescences	
Introduction.....	87
I- Présentation et interprétation des résultats de simulation numérique.....	87
1- Sphère tangente à la pointe P.....	91
2- Sphère centrée sur la pointe.....	102
3- Arborescence filamenteuse.....	112
4- Arborescence ouverte à $\sigma \neq 0$ .....	126
Conclusion générale.....	133

# LISTE DES SYMBOLES

LISTE DES SYMBOLES

a	:	rayon de la cavité (particule)
D	:	induction électrique
d	:	distance interélectrodes
E	:	champ électrique
$E_b$	:	champ de claquage
$E_c$	:	énergie cinétique
$E_{cr}$	:	champ électrique critique
$E_{max}$	:	champ électrique à la tête de l'arborescence (champ maximal)
$E_{moy}$	:	champ électrique moyen
$E_0$	:	champ électrique loin de la cavité
$E_s$	:	champ électrique stationnaire
$E_{tr}$	:	champ électrique transitoire
e	:	porteur de charge
$f_r$	:	fréquence du champ électrique
i	:	courant injecté
L	:	durée de vie
$L_a$	:	duré de vie moyenne
$L_1, L_2$	:	distance de la particule aux électrodes
l	:	longueur de l'arborescence à l'instant t
$l_0$	:	longueur initiale de l'arborescence
N	:	nombre de cycle
$P_a$	:	pression hydrostatique
$P_e$	:	pression électrostatique
$P_i$	:	pression à l'intérieur de l'arborescence
$P_n$	:	polynome de Legendre d'ordre n
$P_s$	:	pression due à la tension superficielle
q	:	quantité de charge
R	:	rayon de l'arborescence à l'instant t
$R_0$	:	rayon initial de l'arborescence
r	:	distance d'un point du matériau au point d'incubation de l'arborescence (cavité, particule)
$r_c$	:	rayon de la cavité (particule)
$r_f$	:	rayon du canal (filament)
$r_p$	:	rayon de courbure de la pointe de l'aiguille
S	:	contrainte mécanique
T	:	température
$T_0$	:	température du réseau
$T_p$	:	période de temps
t	:	variable temps
$t_b$	:	temps de claquage
U, V	:	tension aux électrodes
$U_m$	:	tension maximale
v	:	vitesse de propagation de l'arborescence
W	:	travail

$\omega$	:	pulsation
$\Delta W$	:	énergie
$z$	:	distance de la particule à l'électrode
$\epsilon_0, \epsilon_r$	:	permittivité absolue, relative
$\sigma$	:	densité de charge
$\sigma_f$	:	tension superficielle
$\phi$	:	potentiel électrique
$\gamma$	:	conductivité électrique
$\rho$	:	masse volumique
$C_x$	:	courbure de la cavité au point $x$
$\tau$	:	temps de relaxation
$\theta$	:	angle polaire

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# INTRODUCTION

## INTRODUCTION

Vu leurs excellentes propriétés diélectriques, les polymères synthétiques et plus particulièrement le polyéthylène, sont utilisés de manière très courante pour isoler les cables de transport d'énergie électrique.

Malgré les précautions prises lors de leur mise en oeuvre, ces isolations présentent toujours des impuretés et des défauts [1] qui sont à l'origine de leur dégradation. Ces impuretés et ces défauts provoquent une distorsion et une concentration du champ électrique dont l'intensité peut atteindre des valeurs élevées, parfois voisines de la rigidité diélectrique intrinsèque du matériau; Ceci peut entraîner la dégradation de l'isolant à court ou à long terme, par un mécanisme appelé "arborescence", pouvant aller jusqu'à la perforation complète de l'isolation [2-6].

Le phénomène d'arborescence se manifeste par l'apparition, dans l'isolant, de canaux ou cavités microscopiques [2,3,7,8] dont l'ensemble évoque la forme d'un arbre d'où le nom donné à cette dégradation.

On distingue deux types d'arborescences : les arborescences électriques [4-8] qui se développent en milieu anhydre et les arborescences électrochimiques parmi lesquelles on distingue les arborescences d'eau qui prennent naissance dans les isolants fonctionnant en milieu humide [2-3] et les arborescences chimiques se développant dans un environnement contenant une certaine quantité de sulfure [5-6-9] .

La durée de vie des polymères dépend du moment où apparaît une première arborescence [10]; C'est pourquoi ce phénomène a donné lieu à de nombreuses études qui permettent de mieux comprendre le mécanisme de leur naissance et de leur évolution et qui pourrait aider à trouver une parade à un tel danger.

L'objet de ce travail est d'étudier l'évolution de ces arborescences (propagation, temps de retard au claquage ...), en fonction de différents paramètres opérationnels intervenant dans ce processus de dégradation.

Notre travail est subdivisé en trois chapitres. dans le premier chapitre, nous ferons le point sur les connaissances actuelles concernant les deux types d'arborescences électrique et électrochimique.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation

analytique des arborescences. Dans la première partie de ce chapitre, nous ferons une mise en équation de la pression électrostatique et des champs électriques en fonction des configurations. Dans la deuxième partie nous essayerons d'élaborer différents modèles analytiques d'arborescences, selon leurs formes: sphérique (buisson), filamenteuse (branche), papillon...etc.

Le troisième chapitre est réservé à l'exposé des résultats de simulation des différents modèles, suivi d'une tentative d'interprétation de ces derniers, comme nous procéderons à leur validation par des résultats tirés de la littérature.

Nous terminerons notre travail par une discussion suivie d'une conclusion générale.

# **PREMIER CHAPITRE**

## **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**



Afin de mieux cerner l'état d'avancement des travaux entrepris sur le sujet, nous avons effectué une étude bibliographique faisant référence à plus d'une centaine de publications. Elle permet de faire ressortir les points importants du problème.

Tout d'abord, nous y décrirons les deux types d'arborescences: électrique et électrochimique et les différentes étapes conduisant au claquage des isolations dû à ce phénomène de dégradation, ainsi que les différents mécanismes pouvant intervenir dans leur évolution.

Enfin, nous passerons en revue les différents paramètres opérationnels influents sur ce phénomène et certaines solutions apportées à ce problème.

## I- Définition et origines des arborescences

Les diélectriques solides utilisés dans l'isolation en haute et moyenne tension, présentent des défauts tels que des microcavités et des impuretés macroscopiques [1,11]. Cette présence est à l'origine de la distorsion et la concentration locale du champ électrique. L'intensité du champ peut atteindre des valeurs élevées (plusieurs fois  $E_{\text{moyen}}$ ), parfois voisines de la rigidité diélectrique du matériau, ce qui peut entraîner la dégradation des isolants haute tension par un phénomène qui se manifeste par l'apparition dans l'isolant de canaux ou cavités microscopiques, dont l'ensemble rappelle une forme d'arbre appelée "arborescence" [7].

Les arborescences sont classées selon l'endroit où elles prennent naissance dans l'isolant et de l'environnement où fonctionne celui-ci.

On distingue deux type d'arborescence :

- Les arborescences ouvertes (vented trees) qui sont issues de défauts de contact écran/isolant.

- et les arborescences en noeud-papillon (Bow-tie-trees) qui se développent à partir de microcavités ou des inclusions internes.

La croissance des arborescences ouvertes et en noeud-papillon semble être soumise à des comportements différents.

Les arborescences ouvertes, qui sont suceptibles aux pénétrations d'air et d'humidité, peuvent causer d'éventuelles réactions chimiques, une augmentation de la conductivité et une croissance large et rapide [9,12]. Elles sont de tailles réduites dans les premiers stades de vieillissement et peuvent continuer à croître jusqu'à être en mesure de court-circuiter l'isolation; c'est pour cette raison qu'elles sont souvent considérées comme les plus dangereuses [12].

En revanche, les arborescences en noeud-papillon ne se développent pas largement et semblent cesser de grandir assez rapidement [9,12], leur surface ne semble pas être conductrice [9,10]. Elles ne sont donc pas dangereuses [9,13].

Dans les deux cas, le développement des arborescences se fait dans la direction du champ électrique.

Il est d'usage de classer les arborescences selon deux grandes catégories [13].

- Les arborescences électriques
- et les arborescences électrochimiques dans lesquelles on distingue les arborescences d'eau et les arborescences chimiques.

La seule mesure physique qui fait une différence entre les deux catégories de dégradation est la mesure des décharges partielles.

Ils ne semble pas, jusqu'à ce jour, que l'on ait pu en détecter dans les arborescences d'eau, tout au moins tant que celles-ci ne se sont pas transformées en arborescences électriques [14].

## II- ARBORESCENCES D'EAU

La dégradation des propriétés électriques de l'isolation due au phénomène des arborescences d'eau a été mise en évidence, il y a plus d'une vingtaine d'années par T.Miyashita [15,16] qui décrit le phénomène comme une structure fine ressemblant aux branches d'un arbre. Depuis leur découverte, les arborescences d'eau ont été l'objet d'un très grand nombre d'études destinées à les caractériser, à déterminer les paramètres dont elles dépendent et à comprendre les mécanismes qui les gouvernent. .

## 1- Définition

Les arborescences d'eau se développent dans les isolants fonctionnant en milieu humide. L'eau nécessaire à leur formation et leur propagation peut pénétrer en cours d'exploitation soit par l'extérieur du câble, soit accidentellement par l'intérieur lors de la jonction de deux sections [2,3,17]. La présence simultanée de l'eau et d'un champ électrique intense provoque l'apparition d'arborescence d'eau [14,18,21] qui a tendance à suivre les lignes de force du champ électrique [2,3,13,14,22,25].

Les arborescences d'eau peuvent entraîner le claquage à long terme du câble après quelques années ou quelques dizaines d'années d'exploitation. Elles peuvent également donner naissance à des arborescences électriques qui conduisent inéluctablement au claquage [2,3,26,29]. Cette transformation a été liée à la perturbation du champ électrique et du potentiel d'espace due à la permittivité élevée des arborescences d'eau [26], ce qui a amené J. Viard [26] à introduire la quantité d'eau et la taille des arborescences dans son calcul du champ électrique.

Les arborescences d'eau ne sont pas le siège de décharges partielles [2,3,28] comme l'ont supposé Nitta [30] et Tanaka [31,32].

## 2- Structures et formes des arborescences d'eau

Les arborescences d'eau étaient supposées constituées de canaux remplis d'eau [20,23,27] de diamètre d'ordre de micron, avant que d'autres études [1,3,26,31,33,34] viennent montrer que celles-ci n'étaient pas constituées de canaux, mais de microcavités non-interconnectées de diamètres compris entre 0,8 à 9,8  $\mu\text{m}$  [35] contenant de l'eau et alignées globalement dans la direction des lignes de champ électrique.

D'autres auteurs voient plutôt des amas de microcavités remplis d'eau [17], alors que J.J. de Bellet et al [36] et J. Viard [26] font état de canaux d'environ 1  $\mu\text{m}$  liant les microcavités développées sous un champ électrique d'environ 30 kV/mm.

T.W.Dakin [25] quant à lui, a supposé que la structure discontinue peut se former après suppression du champ électrique.

Cette incertitude révèle les difficultés rencontrées dans l'observation directe de la structure interne des arborescences: la coupe du matériau nécessaire pour l'observation, peut modifier sa structure et, lors de l'observation, la situation des

échantillons peut être notablement différentes de celle qui existe pendant la croissance des arborescences sous champ électrique [3].

Certains auteurs [37] supposent que l'arborescence se comporte comme un conducteur à cause des canaux qui relient l'ensemble des microcavités la constituant; cependant, J. Viard [26] a mentionné, lors de ses expériences, qu'une arborescence électrique prenant naissance à partir de l'électrode opposée à l'arborescence d'eau, peut mettre cette dernière en contact avec cette électrode pendant quelques minutes sans toutefois provoquer un claquage ; résultat qui lui a permis de conclure sur l'aspect diélectrique de l'arborescence d'eau, comme il a été supposé par d'autres auteurs [3,38].

A cet effet, J.Y KOO [3] a estimé la permittivité relative des arborescences d'eau égale à 5.

L'arborescence d'eau contient une quantité importante d'eau [39], occupant de l'ordre de 2 à 10% de son volume [14,40] et distribuée sur l'ensemble des microcavités qui esquissent des formes différentes.

Deux types d'arborescences d'eau peuvent être observées selon leur localisation dans l'isolation.

1- Les arborescences en noeud-papillon qui partent des défauts (impuretés, microcavités ou autres inclusions). Elles se développent de part et d'autre du défaut, dans la direction du champ électrique [14,17,23,31,32,41,42].

2- Les arborescences ouvertes ou de surface qui prennent naissance à partir des défauts ou d'inhomogénéités se trouvant sur des sites privilégiés notamment au voisinage des écrans semi-conducteurs internes et externes [14,20,23,43].

Selon la nature du polymère et des conditions expérimentales (température, tension, fréquence...) [1], les arborescences de ce type présentent des aspects très variés [20,28,39] : branche, buisson, éventail, plume, fougère... Ce sont les plus dangereuses.

En effet, leur présence diminue notablement la rigidité diélectrique du câble, contribuant à raccourcir sa durée de vie [14,18,28,33]. Leur longueur moyenne peut atteindre quelques centaines de  $\mu\text{m}$  [26].

### 3- Phases d'évolution des arborescences d'eau

Malgré leur divergence sur la question de la structure des arborescences d'eau, les auteurs sont cette fois unanimes à distinguer trois phases dans le développement de cette dégradation [20,28,44,45]: amorçage ou incubation, propagation et évolution vers le claquage.

#### a- Amorçage ou incubation

A la faveur des cycles thermiques auxquels sont soumis les câbles, l'eau diffuse dans l'isolant et peut ainsi s'accumuler sur des défauts de l'enveloppe isolante (impureté, cavité, zone de mauvaise adhérence).

Le champ électrique peut d'ailleurs accélérer un tel phénomène dans les câbles en service. L'amorçage proprement dit a lieu lorsqu'apparaissent les premières microcavités ayant la structure organisée caractéristique de l'arborescence.

#### b- Propagation

C'est la croissance de la structure orientée formée par les nouvelles microcavités contenant de l'eau.

#### c- Evolution vers le claquage

Le claquage n'intervient pas de manière brutale par la présence des arborescences d'eau. Il se produit à la faveur d'une étape intermédiaire au cours de laquelle l'arborescence d'eau donne naissance à une arborescence électrique qui conduit au claquage.

### 4- Mécanismes d'évolution des arborescences d'eau

De nombreux mécanismes ont été proposés pour tenter d'expliquer l'initiation et la propagation des arborescences d'eau: électrique, chimique, thermique, mécanique... certaines sont irréalistes d'autres paraissent possibles.

M.J. Givén et al [46] considèrent la pénétration des ions dans le polymère comme la première étape du développement des arborescences d'eau.

Cette pénétration des ions dans les régions saines du polymère déforme la structure de celui-ci en forçant les chaînes de ces régions amorphes. L'augmentation de la rupture des chaînes entraîne la croissance de la vitesse de migration des molécules d'eau à travers le polymère, conduisant alors à la formation des arborescences.

#### a- Mécanisme des décharges partielles

La détection d'oxygène et d'émission lumineuse dans l'arborescence d'eau a conduit Y. Nitta et al [30,39] à proposer, comme mécanisme possible, la formation des décharges partielles. Cependant, Raharimalala [2] et J.C. Filippini et al [24,47], malgré l'utilisation d'un dispositif expérimental très sensible de détection d'émission de lumière n'ont pu mettre en évidence un tel phénomène ni avant, ni pendant la propagation. Un tel mécanisme a été donc écarté [3].

Pour expliquer la présence des décharges partielles de Nitta, E.F. Steenis et al [14] ont fait deux hypothèses: soit que des décharges partielles soient produites durant la phase d'initiation à cause du champ électrique élevé à la pointe de l'aiguille ou encore des arborescences électriques aient pris naissance à partir des arborescences d'eau.

#### b- Mécanisme électrochimique

Certains auteurs tels que R. Fournie et al [20] ont supposé que des réactions électrochimiques pourraient se produire en présence du champ électrique à l'interface eau-électrode. Il en résulterait la décomposition de l'eau et un dégagement gazeux d'oxygène et d'hydrogène qui serait à l'origine des arborescences d'eau et favoriserait leur propagation. De plus, l'analyse des zones d'arborescences par spectroscopie infrarouge a montré pour certains auteurs [48,49,50] une modification du polymère mettant en évidence une oxydation ultérieure. De même, une réduction de masse a été constatée par H. Karner et al [19] due à des effets de décomposition par hydrolyse après une contrainte permanente à température et humidité élevée. Cependant, J.Y Koo [3] n'a pu mettre en évidence de tels phénomènes qu'il qualifie alors de secondaires.



### c- Mécanisme thermique

Certains auteurs comme T. Tanaka et al [17,31,32,41] ont proposé que les microcavités remplies d'eau éclatent par échauffement local et dilatation de l'eau sous l'action des pertes diélectriques ou de l'effet Joule dans l'isolation, entraînant ainsi une augmentation de pression faisant progresser l'arborescence par création de microfissures ou de nouvelles microcavités.

S. Bamji [24] et J.Y. Koo [3] ont remis en cause cette explication, vu que leurs analyses enthalpiques n'ont montré aucun échauffement appréciable par effet Joule dans la zone de l'échantillon avec arborescence. Ce même auteur [3] a cependant mis en évidence l'action des effets thermiques en haute fréquence.

### d- Effets mécaniques des forces électriques

Plusieurs mécanismes faisant intervenir les forces dues au champ électrique sont invoqués pour expliquer la pénétration de l'eau dans le polymère et la propagation des arborescences d'eau.

Plusieurs auteurs font appel à la diélectophorèse [3,2,13] et à l'effet capillaire [14] pour expliquer l'agrégation de l'eau dans les régions de champ fort et par conséquent sa pénétration de l'extérieur vers l'intérieur du câble.

Le mécanisme d'électroosmose a été proposé par Möle [51], J.Sletbak [52] et D.W. Aukland et al [53] pour expliquer la propagation des arborescences d'eau.

La pression électroosmotique à l'intérieur des pores du polymères remplis d'eau peut résulter une déformation locale du polymère augmentant le diamètre des pores et les faisant avancer.

D'autres auteurs comme T. Tanaka et al [31] et H. Matsuba et al [17] ont émis l'hypothèse que de nouvelles microcavités pourraient se former à partir d'une microcavité pleine d'eau sous l'effet de contraintes apparaissant dans le polymère (PE) par électrostriction dans l'eau. Leur effet est cependant supposé négligeable [37] devant celui dû à la pression électrostatique proposé par C. Mayer et al [54].

L'eau considérée conductrice, exerce sur le polymère (à l'extrémité des canaux remplis d'eau) une pression électrostatique qui serait à l'origine de leur propagation.

Selon V. Rahanimalala [2] et J.Y. Koo [3], l'arborescence se propagerait par un mécanisme analogue à la fracture sous l'effet

des contraintes qu'elle induit dans le polymère.

Certains mécanismes proposés, telque celui des décharges partielles, paraissent peu probables, les autres ne peuvent pas expliquer à eux tout seul le phénomène de propagation et de développement des arborescences d'eau. Ils peuvent coexister ou se succéder tout au long de la vie des arborescences.

Certains des résultats obtenus par R. Rahirimalala et al [2,55] et d'autres [36], sur la propagation des arborescences d'eau dans le polyéthylène sont énumérés ci-dessous :

La durée de vie des isolations de câble dépend du temps de propagation des arborescences d'eau. Leurs caractéristiques électriques sont modifiées lorsque cette dégradation atteint 25% de son épaisseur ; les pertes diélectriques augmentent, et la tension de claquage est réduite.

Les zones endommagées sont préférentiellement constituées par les espaces amorphes intra-sphérolitique ainsi que les centres des sphérolites qui sont des régions mécaniquement faible.

La propagation de l'endommagement est canalisée par les fibrilles lamillaires des sphérolites. La propagation des arborescences d'eau est très ralentie dans la direction perpendiculaire à l'orientation des chaînes moléculaires et est par contre favorisée dans la direction parallèle.

#### 5- Arborescences chimiques: [5,6,9]

Pour qu'il puisse y avoir apparition de ce type d'arborescence, il faut une certaine quantité de sulfure dans l'environnement du câble (sous forme de  $H_2S$  ou de  $S(NH_4)_2$ ).

Il y a alors diffusion des sulfures dans l'isolation jusqu'à l'âme conductrice, soit sous forme moléculaire, soit sous leur forme hydratée. Si l'âme du câble est en cuivre, il y a formation de  $Cu_2S$  sous forme de cristaux puis initiation d'arborescence d'aspect très particulier (sulfide trees). Elles peuvent aussi accompagner les arborescences d'eau.

### III- ARBORESCENCES ELECTRIQUES

La découverte des arborescences électriques remonte aux années 1920. L'une des premières publications sur ce phénomène est celle de Reyners [56], traitant le claquage des isolations de câble en présence de décharges, parue en 1912, et depuis, des recherches fructueuses n'ont pas cessé de mettre de la lumière sur ce phénomène qui continue à préoccuper les fabricants et les utilisateurs d'isolation, qui considèrent les arborescences électriques comme un réel danger pour les câbles.

## 1- Définition

Les arborescences électriques se développent dans les isolants synthétiques anhydres, leur évolution est assez rapide et suivie d'un claquage qui détruit les zones atteintes. Elles ont pour origines des défauts dans l'isolation (vacuoles, particules organiques ou minérales...) ou au contact écran-isolant tel qu'il se produit en ces points une concentration importante du champ électrique [5-8].

Les canaux, qui les forment, contiennent des gaz et sont le siège de décharges partielles, accompagnées d'une émission de lumière [4,8,57,58]. Cette dernière est détectée sur tout l'espace interélectrodes et est liée à l'énergie dépensée au cours du processus de décharge.

Le diamètre des canaux semble être étroitement lié à l'intensité des décharges partielles donc à l'émission lumineuse, il en est de même de la forme de la dégradation [5-8].

## 2- Structures et formes des arborescences électriques

Les arborescences électriques sont constituées de canaux creux renfermant essentiellement de l'hydrogène [4-8] et dont le diamètre varie de quelques nanomètres à l'initiation [59] à quelques micromètres (2 à 50  $\mu\text{m}$ ) pendant la propagation [4-5-28-35].

Des arborescences de différentes formes et couleurs sont observées dans les tests à fréquences et tensions variables ; elles peuvent être en forme de branche, de buisson, de buisson-branché ou de buissons multiples... [6-8].

L'effet de la température sur la forme de l'arborescence dépend de celle de la tension appliquée. Cet effet est mis en évidence par Ieda et al [60] qui ont observé des arborescences en branche et en noëud-papillon aux températures respectives de 30°C et 196°C sous tension alternative et des arborescences en branche indépendante de la température sous tension impulsionnelle.

Des arborescences en noëud-papillon sont également observées au niveau des inclusions internes [9,27].

Le niveau des décharges partielles enregistré peut renseigner sur le type d'arborescence développée, qui en retour affecte le temps de claquage [7]. La section de l'arborescence après claquage a

révélee une sévère érosion et une carbonisation à l'intérieur de certains buissons, leur procurant une texture spongieuse [7]; et le fait que les microcanaux ne provoquent pas la perforation immédiate à laisser supposer [5] que leur paroi n'est pas totalement conductrice.

### 3- Les phases d'évolution des arborescences électriques

L'évolution des arborescences électriques se fait suivant trois phases différentes [5,6,61], on distingue :

- la phase d'initiation ou d'incubation qui représente la période séparant l'application d'une tension au système et l'apparition de la première branche en pointe d'aiguille.

- la phase de propagation durant laquelle on observe le développement des microcanaux dans l'espace interélectrodes.

- la phase d'avalanche conduisant à la perforation de l'éprouvette.

#### 1- La phase d'initiation

C'est la phase la plus mal connue puisqu'aucune mesure n'a pu être réalisée pendant cette période. Aucune décharge partielle d'une amplitude supérieure à  $5 \cdot 10^{-2}$  pC ni émission lumineuse ne sont détectées durant la phase d'incubation [4,7,34,59]. Si toutefois toutes les précautions ont été prises pour éviter la formation d'interstices dans l'échantillon.

Certains auteurs comme S. Gluchowski et al [63] et C. Laurent et al [33,62] définissent l'initiation des arborescences comme le moment où des décharges partielles d'environ 0,1 pC se produisent simultanément avec une augmentation de l'émission lumineuse dépassant largement le niveau de l'électroluminescence. Il est supposé à cet instant qu'une cavité pleine de gaz s'est formée et qu'un changement qualitatif du mécanisme de vieillissement du polymère se produit.

Le temps d'incubation varie beaucoup pour les mêmes conditions expérimentales. Il est d'autant plus court que la fréquence est élevée et que le champ électrique est intense [6]. Il serait donné par l'équation établie par G. Bahder et al [28] telle que:

$t \sim 1/(f^x \cdot E^n)$  ; où E est la valeur du champ appliqué ; f sa fréquence, n et x des constantes telles que n varie de 9 à 20 et x voisin de l'unité.

Le temps d'initiation diminue avec l'augmentation de la tension V appliquer suivant l'équation ci-dessous :

$$\text{Log}t = A - n \text{Log}V ; \text{ où } A \text{ et } n \text{ sont des constantes.}$$

Une fois formées, les arborescences peuvent se développer sous une tension inférieure à celle de leur formation et rien ne peut les arrêter jusqu'au claquage [34].

## 2- Phase de propagation

Quelque soit la forme de la tension appliquée [8,59,64], le développement des arborescences électriques est toujours accompagné de décharges partielles mesurables [4-8,23,59,61,64] qui se propageraient à une vitesse de  $10^7$  cm/s [4]. Leur présence se signale par des dégagements gazeux et des phénomènes lumineux [4-6,58]. Les gaz rencontrés dans les canaux sont généralement de l'hydrogène et de l'eau sous forme gazeux; de faibles quantités de produits relativement conducteurs ont aussi été mises en évidence [7,16].

Le temps de propagation des arborescences est court et moins dispersé que le temps d'initiation; une relation liant celui-ci à la longueur des arborescences électriques sous tension discontinue a été établi par F. Nota et al [57] telque :

$$t = a_1 \cdot t_0^{b_1} \text{ où } a_1 \text{ et } b_1 \text{ sont des constantes dépendant du temps } t_0 \text{ d'application de la tension.}$$

Selon G. Bahder et al [28] le temps de propagation serait proportionnel à  $1/(f^x \cdot E)$  , avec x voisin de l'unité et où E est la valeur du champ électrique et f sa fréquence.

L'arborescence se propage plus rapidement quand on utilise des système à aiguille avec une cavité à sa pointe (vented needle), mais l'expérience présente un caractère aléatoire [57,65].

### 3- Phase d'avalanche et claquage

Il est établi que la perforation peut ne pas avoir lieu même après pénétration complète de l'arborescence au travers de l'isolation [5].

Le claquage est provoqué par la remontée d'un filament de l'électrode reliée à la terre vers l'électrode haute tension. Le point de départ de ce filament prend naissance d'un microcanal pontant l'isolation.

La perforation a lieu lorsque l'extrémité de ce filament interagit avec les canaux proches de l'électrode haute tension [5,7].

G. Lessard et al [66] ont proposé qu'à cet instant, les porteurs de charge ( $e$ ) auront gagné une énergie  $\Delta w$  à partir du champ, durant leur passage à travers le canal de longueur  $l$ , et le champ de claquage serait égal à :  $E_b(T) = \Delta w / (e.l(T))$ ; où  $l(T)$  exprime la dépendance de  $l$ , donc de  $E_b$ , de la température à laquelle est portée le matériau.

L'étape de disruption qui suit l'établissement du canal de décharge (de diamètre d'environ  $10 \mu m$ ) entre les électrodes est gouverné par le passage d'un courant. La tension de claquage est d'autant plus élevée que le diamètre des canaux est petit, approchant ainsi celui de l'avalanche électronique [8].

Un effet thermique a été observé au moment de la perforation de l'éprouvette [5,67], ayant pour conséquence la présence de zone répartie autour du canal de décharge présentant un indice de réfraction différent du reste du matériau et des zones ayant subies une fusion locale suite aux décharges partielles intenses, pouvant excéder les 5000 pC avant le claquage [6-8], qui ont eu lieu dans les canaux. La résistance des parois du canal étant alors suffisamment faible [5,7].

### 4- Les mécanismes d'évolution des arborescences électriques

Plusieurs mécanismes sont proposés pour expliquer l'évolution des arborescences électriques. Sur le plan de l'initiation, on est le plus souvent réduit à des hypothèses. Les mécanismes de propagation sont plus concrets.

## 1- Mécanismes d'initiation des arborescences électriques

Plusieurs théories d'initiation sont envisagées, et que nous divisons en deux mécanismes fondamentaux: électriques et thermiques.

### a- Mécanismes électriques

- Il est possible que des décharges partielles non mesurables se développent dans les microcavités et produisent des trous acérés. Suite à une diminution de la résistivité des parois de ces derniers, le champ électrique serait alors reporté à leurs pointes créant ainsi les conditions nécessaires à la naissance d'un nouveau microcanal [5,7,25,28,41,60].

- Le mécanisme d'initiation des arborescences électriques peut aussi être décrit par le concepte des forces de Maxwell [7,11,41,61] ; la contrainte mécanique due à ces forces produites par le champ électrique élevé aux alentours de la concentration de la contrainte (pointe de l'aiguille), peut causer une compression et/ou une fatigue de l'isolation résultant de la formation de fissure à partir de défauts ou de microcavités existants.

- Il semblerait que l'injection électronique soit un phénomène fondamental dans le mécanisme d'initiation [4-8,13,34,58,62,63] sous tension alternative, durant l'alternance négative, les électrons sont émis dans les régions de champ intense (pointe d'aiguille ou impuretés); si ces électrons ne sont pas piégés, ils reviennent pendant l'alternance positive pour être réémis par la suite. Au cours de leur déplacement, ils peuvent acquérir une énergie suffisante (~ 10 eV) pour ioniser le polymère, suite aux collisions avec les molécules, ce qui entraîne leur décomposition en gaz et en produits de plus faible poids moléculaire. Avec le temps, la pression du gaz formé devient suffisante pour provoquer les fissures et par là des arborescences.

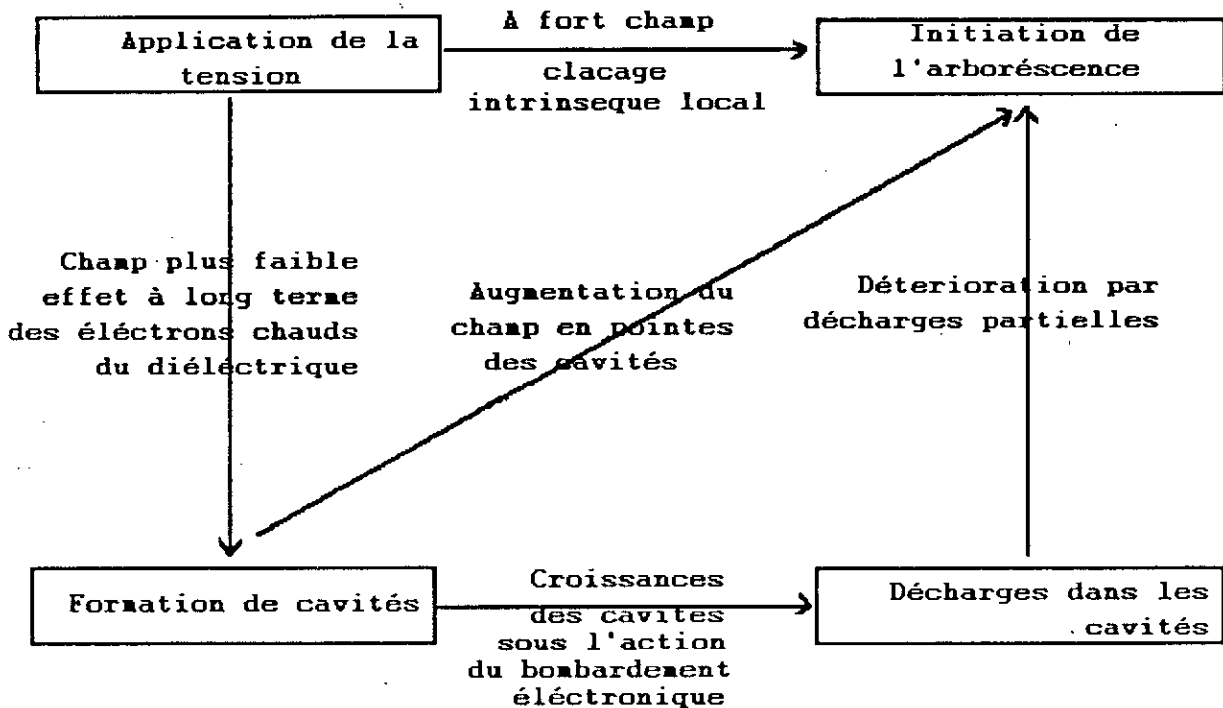
- L'effet des charges d'espace sous tension continue et impulsionnelle a été également envisagé [64] durant la phase d'initiation ; leur répartition autour de l'électrode injectante résulterait de la modification du champ électrique qui expliquerait l'effet quantitativement différents des formes de tension et de la polarité (voir ch.1-IV-1).



## b- Mécanisme thermique

L'action du bombardement par des particules provoque une élévation locale de température, donc la possibilité d'une dégradation thermique locale du matériau [59].

Une étude intéressante sur l'initiation des arborescences dans les résines époxydes est à souligner. Dans ce travail J.H. Claderwood [68] développe le schéma suivant :



## 2- Mécanismes de propagation des arborescences électriques

Les mêmes mécanismes que pour l'initiation (électriques et thermique) sont invoqués pour expliquer la propagation des arborescences électriques.

### a- Mécanismes électriques

On admet généralement que des décharges se produisent dans les canaux rendant conducteur le gaz qui les remplit. Le champ est reporté à leur pointe et provoque des claquages locaux qui les font progresser [8,25,58,58,61]. La diminution de la résistivité des parois des filaments pourrait également expliquer le report du champ électrique en pointe des branches, d'où l'apparition de nouveau microcanaux prenant naissance à l'extrémité des branches [4].

Le concepte des électrons chauds est aussi évoqué pour expliquer la propagation des canaux d'arborescences [58,69]. L'action des électrons chauds accélérés dans les microcavités serait à l'origine de leur extension [4,58,62].

Les charges d'espace semblent jouer un rôle dans la phase de propagation, elles seraient créées par l'impact des décharges partielles sur les parois des vacuoles [70] ; réparties au voisinage du bout d'arborescence, une charge d'espace permanente aura tendance à baisser le champ au bout de l'arborescence et à ralentir sa propagation ; les déplacements de charges d'espace augmenteront, en tension alternative, le gradient au bout de l'arborescence et par conséquent accéléreront sa propagation [20,38,70].

#### b- Mécanismes thermiques

Sous l'action des décharges partielles, la dégradation de l'isolant peut avoir lieu par évaporation locale du matériau, suite à une élévation locale de température par le bombardement des particules [4-7]; ce mécanisme de dégradation prépondérant dans l'EPDM, peut être, favorisé par l'état amorphe du matériau [6].

Ce mécanisme est aussi évoqué par F. Noto et al [11] pour expliquer la propagation de ce type d'arborescences dans le PVC (polychlorure de vinyl), et ont établi, à cet effet, une équation qui décrit le claquage électrothermique telle que :

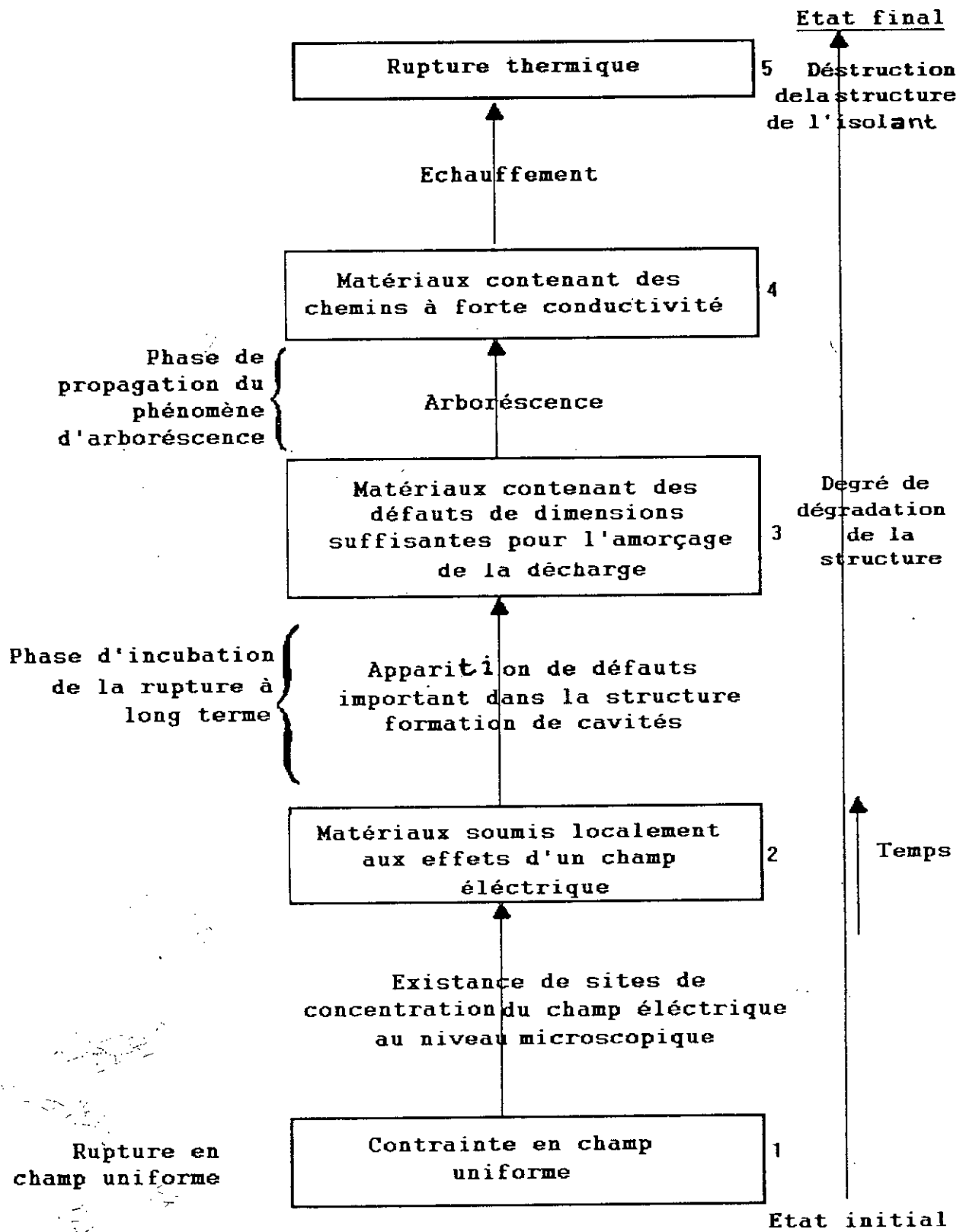
$\ln E = A + \Delta V / (K.T_0)$  , où E est le champ électrique ; K, la constante de Boltzman ;  $T_0$ , la température du réseau ;  $\Delta V$ , l'énergie des électrons sous la bande de conduction (- 0,1 ev à 0,2 ev) et A une constante.

La dégradation peut aussi avoir lieu sous l'effet combiné des mécanismes de décharges partielles et thermique [29].

Du fait de l'importance du coefficient de dilatation des polymères, par rapport à celui des matériaux non-organiques tels que les métaux et les minéraux, des contraintes peuvent exister dans le polymère lui-même à l'interface polymère/métal ou polymère/charge; ce qui peut provoquer des fissurations ou la formation de cavités en particulier après des cycles thermiques pouvant conduire à la destruction sous l'action des décharges partielles [29].

L'existence dans le volume du matériau de chemin à fortes conductivité par rapport au volume vierge de l'isolant, à laisser supposer [4] que la rupture par arborescence est une rupture thermique, hypothèse d'ailleurs confirmée par M. Nagao [67] grâce à son analyse thermographique.

Le diagramme ci-dessous résume la conception de la rupture par arborescence d'après C. Laurent [4].



Enfin, signalons une différence relevée des résultats rapportés par la littérature sur le phénomène de l'émission lumineuse observé dans les arborescences électriques.

Certains auteurs comme C. Laurent [4,7,62,70] affirment n'avoir détecté aucune émission en tension continue positive et négative dans le polyéthylène ; contrairement à ce résultat, I. Kittani et K. Arii [64] les ont détectés en tension continue et impulsionnelle pour les deux polarités positive et négative, dans le PMMA (polyméthylmethacrylate).

Il est probable que les phénomènes observés soient relatifs à un matériau particulier et un test d'arrangement donné, il en serait donc de même des mécanismes proposés.

#### IV- Facteurs influent sur les arborescences

La durée de vie d'un cable se mesure en fonction de ses propriétés électriques (rigidité diélectrique, facteur de perte...) et mécanique (module d'élasticité) qui dépendent directement de l'ensemble des contraintes appliquées à son isolation: électrique, mécanique, thermique, chimique, structurale et morphologique.

##### 1- Effet de la tension appliquée

Il semble que les arborescences peuvent être obtenues aussi bien sous tension alternative [2-7], continue [64,71,72] que sous tension impulsionnelle [9,59]; bien que les arborescences d'eau paraissent plus difficiles à obtenir en continue [71,72].

La contrainte de tension constitue le facteur d'influence prépondérant du développement des arborescences, car elle détermine l'amplitude du champ électrique en bout du canal [61].

La forme, le temps d'application, la vitesse de croissance, la fréquence et l'amplitude de la tension appliquée conditionnent la forme, la vitesse de propagation et les temps d'initiation des arborescences et de rupture du matériau et par là, les mécanismes qui gouvernent ce phénomène de dégradation. On a constaté expérimentalement que plus le champ appliqué est fort, plus le temps de rupture est court [4,57], car la vitesse de propagation des arborescences augmente avec la tension, elle peut varier avec la tension à la puissance 1 [28] ou comme le carré [17] ou le cube [34] de celle-ci.

La tension d'initiation des arborescences est plus élevée en continu que sous tension impulsionnelle et alternative [7,64], il en est de même des champ de claquage [9,69].

Aussi bien sous tension continue qu'impulsionnelle, les tensions d'initiation et de rupture sont plus importante en polarité négative qu'en polarité positive [64], fait attribué [64,73] à la relaxation du champ qui serait plus rapide en polarité négative que positive.

Pour représenter les données expérimentales, on utilise le plus souvent aussi bien la loi de l'inverse de la puissance que la loi exponentielle telles que :  $L = K.V^{-n}$  ou  $L = A \exp (B.V)$

où : L,V,A,B et n sont la durée de vie, la tension et des constantes respectivement.

Une méthode simple de calcul de l'exposant n est établie par J.R. Laghan et al [74] qui utilisent une contrainte par pas. La fréquence qui induit une contrainte cyclique est un facteur important qui peut faciliter l'avancement des canaux [14,22,23].

Toutefois, tout au long de sa propagation, l'avancement de l'aborescence rapporté au nombre de cycle décroît quand la fréquence augmente [14,22,23,45]. La valeur d'inflexion varie selon les auteurs entre 500 Hz [17] et 1 kHz [45], fréquence au delà de laquelle l'effet accélérateur serait modéré.

## 2- Effet de la température

Des avis contradictoires sont rapportés concernant l'effet de la température sur le développement des arborescences. Certains auteurs [4,7,60,66] pensent que les températures élevées accélèrent la croissance des aborescences, alors que d'autres [14,16,42,45] affirment le contraire.

On a constaté expérimentalement, qu'au delà de la température de transition du matériau, la vitesse de propagation des arborescences développées sous tension impulsionnelle croît avec la température [60].

Contrairement à cela, T. Miyashita et T. Inoué [16] ont observé un ralentissement du développement des arborescences d'eau à haute température.

R. Bartnikas et al [45], E.F. Steenis et al [14] et M. Karakelle et al [42] ont déterminé une plage de température, variable suivant le type d'arborescences, qui serait favorable au développement de celles-ci et au delà de laquelle la température n'exercerait qu'un effet d'accélération modéré sur l'arborescence, voir même contraire.

La température de 55°C, comprise dans cette plage, produirait la plus forte incubation d'aborescence d'eau [42]. La température favoriserait l'apparition de l'arborescence d'eau puisqu'il existe un effet stimulant de la température sur la diffusion de l'eau [29]. Ces auteurs [4,7,48,66] sont, toutefois, unanimes à observer une réduction significative des temps d'initiation et de claquage avec l'augmentation de la température, qui peut être associée à l'affaiblissement de la rigidité intrinsèque du matériau avec la température.

Des études intéressantes [76,77] sur la rupture thermique du PVC a montré qu'un vieillissement thermique de courte durée (<1560 h) confère au matériau une meilleure rigidité, du fait de la réticulation et de la perte de plastifiant; cependant, une très

nette diminution de la rigidité diélectrique, la résistance électrique, les valeurs de tension et des temps de rupture est observée pour des temps de vieillissement assez important (> 1560 jusqu'à 3660 h) [76] ainsi qu'avec les températures élevée, (> 140°C) [77]. Cette diminution a été attribuée à la détérioration du matériau dans lequel des ruptures de chaînes seraient produites. A ce stade la détérioration aurait atteint sa valeur maximale.

La durée de vie d'un système d'isolation soumis à une contrainte de température est souvent déterminée en utilisant l'équation suivante :  $L = A \cdot \exp(B/T)$ .

Où L, T, A et B sont respectivement, la durée de vie, la température et des constantes [29].

### 3- Effet de la contrainte mécanique

La contrainte mécanique n'est pas nécessaire au développement des arborescences. Cependant, elle peut aggraver la sévérité du phénomène [9].

Qu'elle soit imposée à l'isolation (ex : contrainte de torsion) ou y soit présente (ex : due à la fonte lors de l'opération d'extrusion), la contrainte mécanique réduit la durée de vie du polymère [7,12,25].

Les arborescences sont concentrées dans les régions où cette contrainte se trouvent importante [14]. Celles-ci sont plus favorisées par les contraintes d'élongation que par les contraintes de compression [14].

La contrainte mécanique change la direction de propagation de l'arborescence. Celle-ci se développe dans le plan perpendiculaire à cette contrainte [9,7].

C'est la loi de l'inverse de la puissance qui est utilisée comme expression générale de la fatigue.

$N = K \cdot S^{-m}$ , où N, S, K et m sont le nombre de cycle jusqu'à la rupture, la contrainte mécanique et des constantes [29].

En supposant que les facteurs de vieillissement indépendant sont appliqués simultanément à un système d'isolation, sa durée de vie moyenne est donnée par l'équation suivante :

$$\ln(La) = A + B/T - n \cdot \ln V - m \cdot \ln S$$

Où  $L_a$ ,  $T$ ,  $V$ ,  $S$ ,  $A$  et  $B$  sont respectivement, la durée de vie moyenne, la température, la tension, la contrainte mécanique et des constantes [29].

#### 4- Rôle de l'eau

La présence d'une solution aqueuse est un facteur indispensable pour l'initiation et le développement des arborescences d'eau [19]. Sa présence dans le matériau isolant a été mise en évidence [29] par des essais qui ont permis d'enregistrer une augmentation d'épaisseur de l'isolation de 2 à 3%, et un séchage consécutif a montré une légère réduction de masse en comparaison avec la masse d'origine à sec.

L'intervention d'un mécanisme de migration de l'eau à l'intérieur du câble par diffusion, semble plausible [19,25,28].

La quantité d'eau absorbée et la vitesse de diffusion dépendent d'une façon complexe à la fois du matériau lui-même, de l'humidité et de la température.

Les auteurs [12,19,25,29,46] sont unanimes à observer un effet favorable du gradient de température sur la diffusion de l'eau. Cependant, l'influence du champ électrique sur le processus de migration de l'eau a suscité plusieurs discussions.

A. Winchalls et al [12] excluent toute influence du champ électrique sur la perméabilité à travers le polymère (PE) vu que le mécanisme est une diffusion moléculaire ; alors que d'autres auteurs [40,48,78] introduisent une force du champ électrique qui forcerait les ions de la solution à l'intérieur des phases amorphes du matériau isolant. Ce processus serait facilité quand le liquide présente une certaine affinité pour le polymère [78].

Il a été remarqué [12,14,29,48,75] que les arborescences d'eau se développent uniquement dans les parties de l'isolant où l'humidité est supérieure à un certain taux (60 à 70%) et sont accélérées dans le rang de 75 à 95% ; ce qui affecterait fortement les propriétés diélectriques de l'isolation de câble par l'augmentation du facteur de perte  $\tan \delta$  (de  $3 \cdot 10^{-4}$  à  $3 \cdot 10^{-2}$  pour l'EPR) et une réduction spectaculaire de la rigidité diélectrique pouvant aller jusqu'à 90% de sa valeur [78].

La nature et la concentration des sels en solution semblent avoir un effet notable sur la vitesse de propagation des arborescences d'eau. Des résultats expérimentaux ont montré que la vitesse de



propagation des arborescences croît avec les faibles concentrations de sel [3,16,23,25]; aux fortes concentrations, la vitesse de propagation passe par un maximum puis décroît jusqu'à la saturation [3,46,79,80].

Rye et al [50] ont essayé d'expliquer ce résultat en supposant que l'oxygène favorise la propagation des arborescences, tandis qu'on sait que le niveau de solubilité de l'oxygène est très faible dans les fortes solutions de sel. La combinaison de ces deux faits explique la réduction de la propagation des arborescences d'eau.

Les sels de NaCl et KBr semblent offrir les plus grandes longueurs d'arborescences, les sels de cuivre les plus petites [3]. Un résultat contraire a cependant été obtenu par S. Bamji et al [24].

Ces mêmes auteurs [24] s'accordent à dire qu'aucune dégradation n'a été observée dans l'eau déminéralisée, alors que R. Fournie et al [20] affirment avoir noté une progression des arborescences assez rapide au début, puis s'atenuée avant de se stabiliser après quelques dizaines d'heures ; cependant aucune dégradation n'a été observée.

Ascharaft [38] et d'autres [15,16,44] ont trouvé que la propagation des arborescences d'eau est favorisée à grand PH et décroît à faible PH. Les solutions de sels métalliques semblent beaucoup moins actives et des essais effectués avec des liquides isolants se sont avérés négatifs [3,28].

##### 5- Nature du matériau isolant

Le comportement de la croissance des arborescences et ses effets sur les propriétés de l'isolant varient d'un matériau à l'autre.

Pour chaque matériau génétique (EPR, PE, PVC...), la croissance des arborescences et les caractères qui en résultent peuvent être affectés par la composition des matériaux, ou par le procédé de fabrication [42]. Pour cela, la susceptibilité aux arborescences de différents matériaux isolant a été étudiée.

Les plus lentes arborescences ont été observées dans le XLPE [38], fait attribué aux produits résiduels réticulés (acétophenone) qui serait capable de réduire, voir même de supprimer les arborescences de ce matériau [2,7,35,55].

Il a été également remarqué que les produits de haute densité (PEHD) présentent de meilleures caractéristiques par rapport aux produits de basse densité (PEBD), en ce qui concerne le phénomène

d'arborescence [4], et que la croissance des arborescences d'eau est plus rapide dans les échantillons de bas poids moléculaire que ceux de poids moléculaire élevé [2,55]. Ce comportement a été associé à l'augmentation des enchevêtrements des chaînes moléculaires qui renforcerait les forces d'interaction moléculaires (force de Van Der Waals), offrant ainsi au matériau une meilleure résistance mécanique qui diminuerait, de ce fait, l'amplitude des défauts plastiques des molécules de liaison donc, retarderait le phénomène de cavitation, ce qui conférerait au matériau une meilleure résistance vis à vis de la propagation des arborescences [2,55].

Des mesures sur des films de polypropylène (PP) [14] ont relevé une diminution de la rigidité diélectrique du polymère lorsque la taille des sphérolites augmente ; alors que Raharimala et al [2,55] ont observé un effet contraire et ont remarqué que plus la taille des sphérolites est grande, moins dense est l'arborescence d'eau.

De même, M. Ieda et al [60] ont montré que la tension impulsionnelle d'initiation des arborescences croît légèrement avec le rayon des sphérolites. Les canaux d'arborescences tendent à se propager le long des régions faibles, c'est à dire des régions amorphes situées entre les lamelles cristallines, dans la direction du rayon des sphérolites et montrent une tendance à changer de direction de propagation quand les canaux arrivent aux centres des sphérolites et aux limites entre sphérolites [2,36,55,60], ce qui explique pourquoi les polymères cristallins développent moins d'arborescences que les polymères amorphes [5,81].

L'effet du recuit est de permettre au polymère de relaxer en partie ou en totalité les contraintes apparues lors de leurs mises en oeuvre. Les recuits précédés d'un long dégazage et faits sous atmosphère neutre ou d'azote ont permis d'améliorer la résistance mécanique du matériau et de le rendre plus isotrope, éliminant de ce fait les axes préférentiels de propagation des arborescences [2,55].

En effet, l'opération de dégazage permet de remplacer le gaz actif tel que l'oxygène piégé dans le matériau qui semblerait être un facteur d'augmentation de la vitesse de propagation des arborescences d'eau [2,50,55,82]. La vitesse de propagation dépend de la température de recuit, de la durée de recuit et de l'environnement de recuit [2].

La présence d'irrégularité telles que les vacuoles ou des impuretés dans l'isolant est extrêmement favorable à l'apparition des arborescences [7,9,12,21,83].

## 6- Choix du système d'électrodes

La nature du métal des électrodes, leurs rayons de courbure, la distance interélectrodes, sont d'une influence particulière sur le phénomène d'arborescence. Des expériences [3,20] ont révélé que le développement des arborescences d'eau est fortement réduit quand on utilise des électrodes en fer ou en plomb, les plus grandes propagations sont obtenues avec des électrodes en platine ou en cuivre [20]. Cette différence a été attribuée à l'existence d'une réaction électrochimique au contact métal-solution dont l'importance dépend du potentiel d'oxydo-réduction qui est fonction de la nature de l'électrode [3,20].

J.Y.Koo [3] a montré par ses expériences que la nature des électrodes n'a pas d'action, par elle même, sur le phénomène de propagation des arborescences; Le métal des électrodes peut, cependant, avoir une influence selon un mécanisme chimique. Ce sont les espèces nées d'une attaque chimique de l'électrode (produit de corrosion du fer en solution dans l'eau) qui influencent la propagation des arborescences.

L'effet de ces métaux en solution dans l'eau sur le phénomène de dégradation sous tension alternative a été rapporté par F.Noto et al [43], pour trois types d'électrodes, classées dans l'ordre suivant: platine > laiton > cuivre. Cependant, cet ordre se trouve inversé lorsqu'une tension continue est appliquée tel que l'on ait: cuivre > laiton > platine.

L'adoption des électrodes avec des pointes très aiguës ( $0.1 \mu\text{m}$  à  $0.03 \mu\text{m}$ ) donnerait, pour les mêmes valeurs de tension d'essai, des temps beaucoup plus courts de déclenchement des arborescences et une dispersion nettement plus faible des résultats obtenus en comparaison des aiguilles normales [33,63] ; de plus, ce système d'électrodes permettrait une meilleur différentiation des polymères, en ce qui concerne leur résistance à la formation d'arborescence, que l'aiguille classique [33,63].

La tension d'initiation des arborescences et de rupture des polymères, par ce phénomène, augmente avec la distance interélectrodes [44].

#### IV- Moyens permettant de limiter le phénomène d'arborescence

Plusieurs méthodes visant à ralentir le phénomène d'arborescence ont été proposées. Mais d'abord, certaines mesures préventives (lors de l'extrusion et de la fabrication des isolations) sont nécessaires pour minimiser ou supprimer la formation de ces arborescences, notamment :

La réduction des défauts de l'isolant et des interfaces isolant-protection [4,9,27]; c'est pourquoi une préférence est donnée à l'utilisation des écrans semi-conducteurs extrudés offrant des interfaces lisses.

La réduction de la teneur en eau et des entrées d'humidité en ce qui concerne les arborescences d'eau [27], en évitant la présence de l'eau dans le conducteur (en cours de fabrication, de stockage, de transport ou de pose), et en utilisant des gaines externes à propriétés mécaniques améliorées: gaine de polyéthylène (PE) ou gaine plus épaisse en PVC (pour  $U = 10$  à  $30$  kV) ; gaine externe en aluminium composite ou gaine métallique (pour  $U \geq 60$  kv) [27].

Aussi, des étanchéités longitudinales et radiales à l'eau dans les zones des écrans, pour éviter la diffusion de l'eau [14,27,84] sont requises.

Il a été montré [9-12,44,80,85-87] que l'utilisation de polymères modifiés (additifs) offre une meilleure résistance au claquage. L'étude faite par Raharimalala [2] a montré que les techniques d'alliages visant à améliorer les propriétés mécaniques sont exploitables pour améliorer la résistance des matériaux à la propagation des arborescences (d'eau), telles que l'adjonction d'éthylène-éthyle-acétate (E.E.A), copolymère très élastique, et bien connu pour améliorer la résistance du PEBD à la fissuration.

On sait également que le PE linéaire, ajouté en un certain pourcentage dans le PEBD confère à ce dernier une meilleure résistance mécanique (augmentation de la résistance à la traction, augmentation de l'allongement à la rupture).

En plus de cela, la présence de produits de réticulation (acétophénone) [20,38,43] ou de stabilisateur de tension (additifs organiques : 1% d'anthracène, semi-conducteur organique (PHR) est capable de supprimer les arborescences dans le matériau [10,30,40]; de même, l'ajout de 20% en masse d'oxyde de Zinc (additif inorganique) peut faire reculer de deux décades le moment d'apparition d'une arborescences [10].

L'amélioration de la tenue à long terme de l'isolation, par la charge non-organique, a été reliée à l'augmentation de la

proportion de la phase cristalline due à l'additif [10]. Une amélioration analogue a été obtenue avec des charges telles que l'oxyde de Titane ( $\text{TiO}_2$ ) et le Kaolin [10].

M. Hanai et al [44,88] ont amélioré les tensions alternatives d'initiation des arborescences et de claquage du PE par imprégnation de celui-ci dans certains gaz électronégatifs tels que le  $\text{SF}_6$  et le Fréon C318 et Raharimalala [2] a montré qu'un traitement de recuit sous atmosphère neutre ainsi que l'augmentation de la masse moléculaire ont pour effet d'améliorer la résistance du matériau à la fissuration, donc de ralentir la propagation des arborescences [2,9].

Cependant, H. Kato et al [85] sont arrivés à supprimer l'initiation des arborescences d'eau dans les limites des aiguilles sur des échantillons de XLPE à 1.2 kHz, en utilisant un mélange de différents additifs: ferrocène, siloxane oligomère et 8-hydroxyquinole. La résistance à l'initiation observée a été attribuée [85-87] à la combinaison de la migration de ces additifs aux irrégularités et à la désactivation des électrons et des ions métalliques à travers les pièges.

## VI- Conclusion

Cette étude bibliographique nous a permis d'apporter des précisions sur les caractéristiques des différentes arborescences, les paramètres qui influent sur elles, ainsi que les remèdes possibles apportés pour pallier aux problèmes sérieux qu'elles engendrent et qui restent, cependant, toujours posés.

A cet effet, nous pouvons penser que l'utilisation de câbles munis de filtres et de barrières (radiales et longitudinales) et isolés aux polymères modifiés (ex: XLPE) pourrait être un sérieux facteur pour résoudre le problème d'arborescence et particulièrement les arborescences d'eau.

## **DEUXIEME CHAPITRE**

# **MODELISATION ANALYTIQUE DES ARBORESCENCES**

## INTRODUCTION :

Il ressort de ce qui précède, que l'arborescence peut être initiée soit au niveau d'une particule conductrice (impureté métallique) ou diélectrique (cavité gazeuse ou cavité remplie d'eau) dans le volume de l'isolant, dès que le champ électrique local atteint une valeur dite de "seuil". Les arborescences se présentent sous forme dite "ouverte" ou en "Noeud-Papillon".

La technique de l'observation a permis aux auteurs [1-89] de suivre les différentes étapes d'évolution de ces arborescences et de mieux comprendre ce phénomène qui conduit inéluctablement au claquage.

Des travaux récents ont également permis d'établir différents modèles qui renseignent sur leur évolution en fonction des contraintes (électrique, mécanique ou physique) appliquées au matériau isolant où elles prennent naissance.

Les lois de l'inverse de la puissance et exponentielles [29] sont le plus souvent utilisées pour évaluer la durée de vie (électrique, thermique ou mécanique) d'un système d'isolation, et une corrélation entre la durée de vie du matériau, la tension appliquée, la température et la contrainte mécanique (dans le cas où ces facteurs de vieillissement indépendants sont appliqués simultanément) a été établie et rapporté par S. Hirabayashi [29].

D'autres relations liant la tension de rupture à la contrainte mécanique [81], la longueur de l'arborescence au temps d'application de la tension ( $l = at^b$ ) [57, 38, 90], sa vitesse de propagation au champ électrique ( $dl/dt = K.E^m$ ) [23, 38, 90] et les temps d'initiation et de rupture au champ électrique et à sa fréquence ( $t = 1/(f^x.E^n)$ ) [28] sont mises en vigueur.

Cependant, ces auteurs [23, 38, 90] ne sont pas d'accord sur la valeur de l'exposant "m" du champ E, en ce qui concerne la vitesse de propagation des arborescences. J.C. Filippini et al [23] ont trouvé que celui-ci (m) dépend du rayon de courbure de l'aiguille haute tension, donc de l'amplitude du champ électrique et de sa fréquence (champ calculé comme si l'arborescence n'existait pas) et rejettent, de ce fait, le modèle établi par Ashcraft [38] qui a trouvé que le taux de croissance de l'arborescence varie comme le carré du champ électrique ( $dl/dt \sim E^2$ ), résultat pourtant trouvé par d'autres auteurs tels que H. Matsuba et al [17] et M.S. Mashikian et al [90].

De même, dans le cas des arborescences d'eau, des corrélations entre le nombre de sites d'incubation et la tension appliquée [42, 91], ainsi qu'entre la longueur de l'arborescence et l'intensité lumineuse émise [26] ont été établies.

Dans ce qui va suivre, nous nous proposons d'étudier l'évolution de ces arborescences (propagation, temps de retard au claquage...) qu'elles soient électriques ou électrochimiques (d'eau), en les assimilant à des formes géométriques simples: sphère pour les arborescences touffues (en forme de buisson ou hérisson) et canaux cylindriques pour les arborescences filamenteuses, par analogie avec ce qui a été fait dans les isolants liquides [92, 100].

Nous ne nous intéresserons pas à la phase de génération, celle-ci ne faisant pas l'objet de la présente étude.



Il s'agit donc de faire l'inventaire des différentes contraintes agissant sur l'arborescence (c'est-à-dire l'interface arborescence/solide isolant) et d'établir l'équation d'équilibre à tout instant et en tout point de l'interface. Parmi ces contraintes, celle résultant directement de l'application du champ électrique: la pression électrostatique.

Par conséquent, il serait utile de connaître l'expression de la pression électrostatique en tout point de l'arborescence ainsi que la répartition du champ électrique dans le matériau isolant en présence de cette arborescence.

## **CHAPITRE 2**

### **PREMIÈRE PARTIE : MISE EN ÉQUATION**

## I- PRESSION ELECTROSTATIQUE

L'expression de la pression électrostatique  $P_e$  qui a servie jusqu'à ce jour, pour interpréter les résultats relatifs à la propagation des arborescences, c'est celle qui consiste à admettre que l'interface arborescence/polymère est dépourvue de toute charge électrique ; la densité de charge surfacique est prise égale à zéro ( $\sigma = 0$ ) :

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r (\epsilon_r - 1) \cdot E^2 \quad (1)$$

Comme nous le verrons par la suite, cette expression est celle relative aux arborescences électriques (c'est-à-dire le cas où l'arborescence ne contient que du gaz :  $\epsilon_{r2} = 1$ ).

En pratique, l'existence de charges d'espace dans le volume de l'isolant (à cause d'irradiations par exemple) [64, 70] ou celles induites par injection, ainsi que les microdécharges apparaissant à l'intérieur de l'arborescence [7, 9, 48, 64], conduisent à la création d'une densité de charge surfacique  $\sigma$ , généralement non nulle.

Comme cela a été exposé auparavant, une arborescence est une cavité gazeuse (arborescence électrique) ou une cavité remplie d'eau (arborescence d'eau) ou encore la jonction de microcavités d'eau ou de gaz.

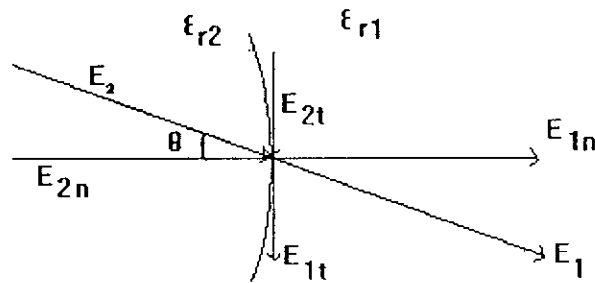
Dans tous ces cas et pour éviter les répétitions, nous utiliserons le mot "cavité" pour désigner toutes ces formes d'arborescences. De même, nous utiliserons la même approche que celle utilisée par A. Beroual [98] dans le cas de suspensions dans les diélectriques liquides.

Soit une cavité de permittivité  $\epsilon_2$ , dans un matériau non chargé initialement de permittivité  $\epsilon_1$ , soumis à un champ électrique  $E_1$  dont les composantes normale et tangentielle sont respectivement  $E_{1n}$  et  $E_{1t}$ .

Soit  $\sigma$ , la densité de charge surfacique et  $E_2$ , le champ électrique à l'intérieur de cette cavité et dont les composantes normale et tangentielle sont respectivement  $E_{2n}$  et  $E_{2t}$ . En tout point de la surface de la cavité, la pression électrostatique totale  $P_e$  est :

$$P_e = T_1 + T_2 \quad (2)$$

Où  $T_1$  et  $T_2$  sont les pressions électrostatiques correspondant respectivement aux champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  des deux côtés de l'interface de la cavité (fig.1).



**Fig.1:** Représentation des champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  des deux côtés de l'interface de la cavité.

D'après le tenseur de Maxwell :

$$T_1 = \varepsilon_1 (E_1 \cdot n_1) \cdot E_1 - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \cdot E_1^2 \cdot n_1 \quad (3)$$

$$\text{et } T_2 = \varepsilon_2 (E_2 \cdot n_2) \cdot E_2 - \frac{1}{2} \varepsilon_2 \cdot E_2^2 \cdot n_2 \quad (4)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} E_1 = E_{1n} \cdot n_1 + E_{1t} \cdot t_1 \\ E_2 = -E_{2n} \cdot n_2 + E_{2t} \cdot t_2 \\ E_{1t} = E_{2t} \end{cases} \quad (5)$$

$(n_1, t_1)$  et  $(n_2, t_2)$  sont les vecteurs unitaires (normal et tangentiel) respectivement dans le matériau isolant et dans la cavité en tout point de sa surface, telle que :

$$n_1 = -n_2 \quad \text{et} \quad t_1 = t_2$$

Par substitution de (5) dans (3) et (4), on aura :

$$T_1 = \varepsilon_1 \cdot E_{1n} \cdot E_1 - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1^2 \cdot n_1$$

$$T_2 = -\varepsilon_2 \cdot E_{2n} \cdot E_2 + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 \cdot n_1$$

d'où :

$$P_e = \frac{1}{2} [(\varepsilon_1 \cdot E_{1n}^2 - \varepsilon_2 \cdot E_{2n}^2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_{1t}^2] n_1 + (\varepsilon_1 \cdot E_{1n} - \varepsilon_2 E_{2n}) \cdot E_{1t} \cdot t_1 \quad (6)$$

D'autre part,  $E_{2t} = E_2 \cdot \sin\theta$  et  $E_{2n} = E_2 \cdot \cos\theta$

$$\text{Comme } \sigma = \varepsilon_1 \cdot E_{1n} - \varepsilon_2 \cdot E_{2n} \quad (7)$$

L'équation (6) devient, après arrangement :

$$P_e = -\frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2\theta] \cdot E_2^2 - 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cdot \cos\theta - \sigma^2\} \cdot n_1 + \sigma \cdot E_2 \cdot \sin\theta \cdot t_1$$

Ou encore :

$$P_e = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2\theta] \cdot E_2^2 - 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cdot \cos\theta - \sigma^2\} \cdot n_2 + \sigma \cdot E_2 \cdot \sin\theta \cdot t_2 \quad (8)$$

Par conséquent, les composantes normale ( $P_{en}$ ) et tangentielle ( $P_{et}$ ) de la pression électrostatique  $P_e$  agissant en tout point de la cavité, sont :

$$P_{en} = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2\theta] \cdot E_2^2 - 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cdot \cos\theta - \sigma^2\} \quad (9)$$

et :

$$P_{et} = \sigma \cdot E_2 \cdot \sin\theta \quad (10)$$

Dans le cas particulier d'une cavité non chargée ( $\sigma = 0$ ),  $P_e$  n'admettra qu'une composante normale :

$$P_e(\sigma = 0) = P_{en}(\sigma = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2\theta] \cdot E_2^2 \quad (11)$$

et :

$$P_{et}(\sigma = 0) = 0.$$

Si on considère la pression  $P_e$  dans la direction du champ appliqué aux électrodes, c'est à dire celle qui est prise en considération pour la propagation de l'arborescence, on aura :

$$P_e(\sigma = 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2$$

et comme  $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$  ;  $E_1 = E_{1n}$  et  $E_2 = E_{2n}$ .

on aura

$$P_e = \frac{1}{2\varepsilon_2} \cdot \varepsilon_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot E_1^2. \quad (12)$$

Pour  $\varepsilon_{2r} = 1$ , ce qui est le cas de l'arborescence électrique :

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{1r} (\varepsilon_{1r} - 1) \cdot E_1^2.$$

C'est l'expression de la pression électrostatique utilisée dans la littérature dans le cas des arborescences.

Si maintenant, on revient au cas général ( $\sigma \neq 0$ ), la pression électrostatique, orientée dans la direction de l'axe des électrodes, aura pour expression :

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = P_{en} (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) =$$

$$\frac{1}{2\varepsilon_1} [\varepsilon_2 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot E_2^2 - 2\sigma \varepsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2] \quad (13)$$

ou encore, sachant que :

$$\sigma = \varepsilon_1 E_1 - \varepsilon_2 E_2 \Rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1 - \sigma}{\varepsilon_2}$$

on aura :

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \left\{ \frac{\varepsilon_2 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2^2} \cdot [\varepsilon_1^2 \cdot E_1^2 + \sigma^2 - 2\sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1] - 2\sigma (\varepsilon_1 E_1 - \sigma) - \sigma^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \left\{ \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2^2} \cdot \varepsilon_1^2 \cdot E_1^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1 \cdot \left[ \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2^2} + 1 \right] + \sigma^2 \cdot \left[ \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2^2} + 1 \right] \right\}$$

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2^2} \cdot \left\{ \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot E_1^2 - 2\sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1 [\varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2^2] + \sigma^2 \cdot [\varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2^2] \right\} \quad (14)$$

Selon le type d'arborescence en question, l'expression (14) prendra une forme plus ou moins simplifiée. En effet :

1er cas : arborescence électrique ( $\epsilon_{r2} = 1$ )

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1}} \cdot \{ \epsilon_0^2 \cdot \epsilon_{r1}^2 (\epsilon_{r1} - 1) \cdot E_1^2 - 2\sigma \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot E_1 [(\epsilon_{r1}-1)+1] + \sigma^2 [(\epsilon_{r1} - 1)+1] \}$$

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2} \cdot \{ \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} (\epsilon_{r1} - 1) \cdot E_1^2 - 2\sigma \cdot \epsilon_{r1} \cdot E_1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} \} \quad (15)$$

2ème cas: arborescence d'eau ( $\epsilon_{r2} \approx 80$ )

$$P_e (\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_1} \cdot \epsilon_1^2 \cdot E_1^2 - \frac{1}{2 \cdot \epsilon_2} \cdot [2 \sigma \cdot \epsilon_1 \cdot E_1 - \sigma^2] \quad (16)$$

On retrouve ainsi, l'expression utilisée pour ce type d'arborescence lorsque la densité de charge surfacique est prise égale à zéro :

$$P_e (\sigma = 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_1 \cdot E_1^2 \cdot n_2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_1 \cdot E_1^2 \cdot n_1 \quad (17)$$

Comme on peut le remarquer, la répartition des champs électriques est d'une grande importance. Il serait donc utile de connaître cette répartition pour les différentes configurations.



## II- EXPRESSION DU CHAMP ELECTRIQUE

L'expression du champ électrique est fonction du site où est générée l'arborescence et de la forme de celle-ci.

### II-1- Cas d'une arborescence ouverte: ( $\sigma = 0$ )

En général, pour générer des arborescences à des niveaux de tensions modérés (quelques kV) tout en essayant d'atteindre les champs seuils d'apparition de ces arborescences, qui eux peuvent être de quelques MV/cm, on utilise comme électrode d'incubation, des aiguilles pointes) de très faibles rayons de courbure (quelques centaines d' $A^\circ$  à quelques  $\mu m$ ). C'est ce qu'on appelle le "needle test". Une fois l'arborescence générée, c'est le champ en son front qui va lui permettre de se développer.

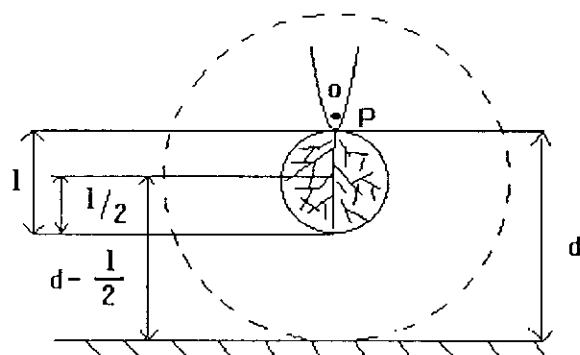
Selon que l'arborescence est en forme de buisson ou filamentaire, le champ électrique est déterminé en utilisant une approximation sphérique ou une approximation hyperboloïdale.

#### II-1-1- Arborescence en forme de buisson

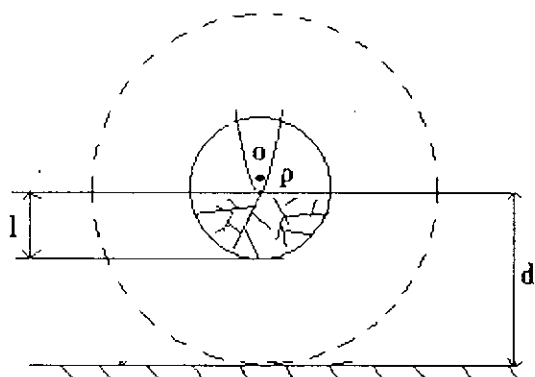
Dans ce cas, l'arborescence est assimilée à une sphère portée au même potentiel électrique que l'électrode pointe. Trois formes peuvent être considérées (figure.2).

**Fig.2** : Représentation schématique des différents modèles sphériques.

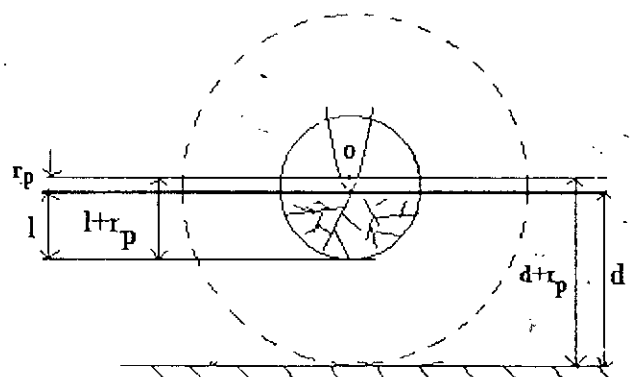
- (a): sphère tangente à la pointe, (b): sphère centrée sur la pointe P,  
(c): sphère centrée en O.



(a)



(b)



(c)

### II-1-1-1- Sphère tangente à la pointe

La longueur  $l$  de l'arborescence est égale au diamètre de la sphère qui reste tangente à la tête P de la pointe (aiguille).

L'électrode opposée (plane) est assimilée à une sphère concentrique à la première (fig.2.a).

L'application des conditions aux limites : (1)  $r = l/2 \implies \phi(r) = U$   
et (2)  $r = d - l/2 \implies \phi(r) = 0$

à l'équation de Laplace en coordonnées sphériques, nous permet de déterminer le champ électrique sur le front de la sphère interne et qui aura pour expression :

$$E(l) = \left(\frac{U}{d}\right) \cdot \frac{[2-l/d]}{[1-l/d] \cdot (l/d)} \quad (18)$$

avec; U: tension appliquée aux électrodes  
l: longueur de l'arborescence  
d: intervalle interélectrodes  
 $\phi$ : potentiel électrique

### II.1.1.2 - Sphère centrée sur la la pointe

Pour bien faire remarquer l'influence du rayon de courbure de la pointe, même si on utilise l'approximation sphérique pour calculer le champ électrique, nous considérons deux cas:

#### II.1.1.2.a - Sphère centrée sur la tête de la pointe (P)

La longueur de l'arborescence est égale au rayon de la sphère qui reste centrée sur le point P de la pointe. L'électrode opposée est assimilée à une sphère centrée sur le même point (fig. 2b).

Le champ électrique sur le front de la sphère interne obtenue pour les conditions aux limites suivantes:

(1):  $r = l \implies \phi(r) = U$   
et (2):  $r = d \implies \phi(r) = 0$

a pour expression:

$$E(l) = \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{[(l/d) \cdot (1 - (l/d))]} \quad (19)$$

Remarquons que ce modèle ne tient pas compte du rayon de courbure de la pointe.

### II.1.1.2.b - Sphère centrée en O

La sphère de rayon  $(l + r_p)$  est centrée en O(O: origine du rayon de courbure de la pointe). l'électrode opposée est assimilée à une sphère concentrique à la première (fig.2.c). Le champ électrique sur le front de la sphère interne déterminé pour les conditions aux limites,

$$\begin{aligned} (1) : r = l + r_p & \implies \phi(r) = U \\ \text{et } (2) : r = d + r_p & \implies \phi(r) = 0 \end{aligned}$$

a pour expression :

$$E(l) = \left(\frac{U}{d}\right) \cdot \frac{[1 + (r_p/d)]}{[1 - (l/d)] \cdot [(l/d) + (r_p/d)]} \quad (20)$$

Comme on peut le remarquer, ce modèle tient compte du rayon de courbure de la pointe  $r_p$ . Dans le cas où on suppose  $r_p \ll d$ , l'expression de l'équation (20) se réduit à celle de (19).

Notons, toutefois, que pour tous ces modèles, le champ électrique admet un minimum compris dans l'intervalle réduit  $0.45 < x < 2/3$ , où  $x = l/d$  (fig. 3). Le champ à la pointe de l'aiguille est d'autant plus important que le rayon de courbure de celle-ci est faible. (fig.3.b) et devient aussi important qu'en début de propagation, à l'approche du claquage (fig.3).

### II-1-2- Arborescence filamentaire

Chaque branche peut être assimilée à un cylindre dont le diamètre ( $2.r_f$ ) est égal à celui des branches.

Le champ à la tête active des filaments permet d'entretenir la propagation. Il peut être calculé soit en assimilant cette tête vive à une demi-sphère de rayon  $r_f$ , soit à une pointe dont le rayon est égal à  $r_p$  (fig.4).

avec :  $r_f$  : le rayon des filaments  $\approx r_p$ .

$r_p$  : le rayon de courbure de l'électrode pointe.

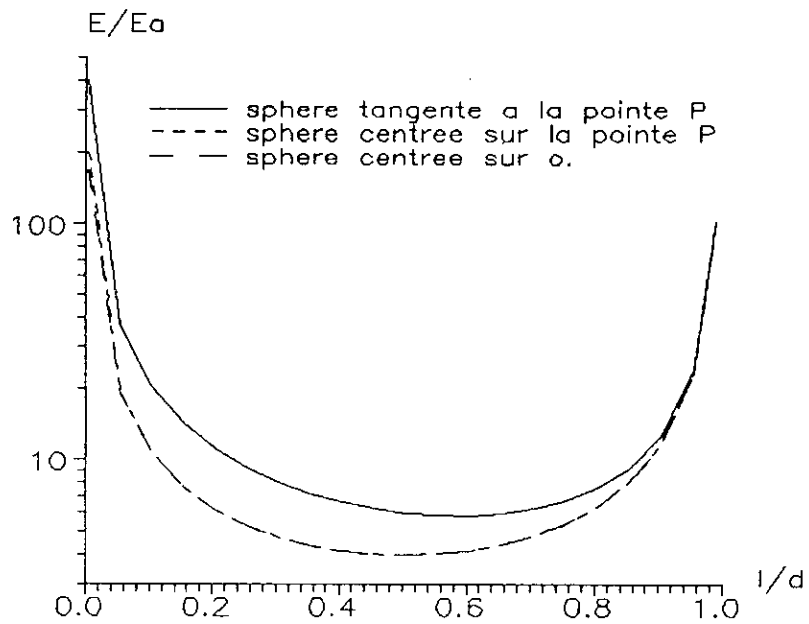


fig. 3.a: Champ relatif  $E/(U/d)$  pour les modeles d'arborescence en buisson, en fonction de leur evolution. avec  $d=1\text{mm}$  et  $r_0=1\mu\text{m}$ .

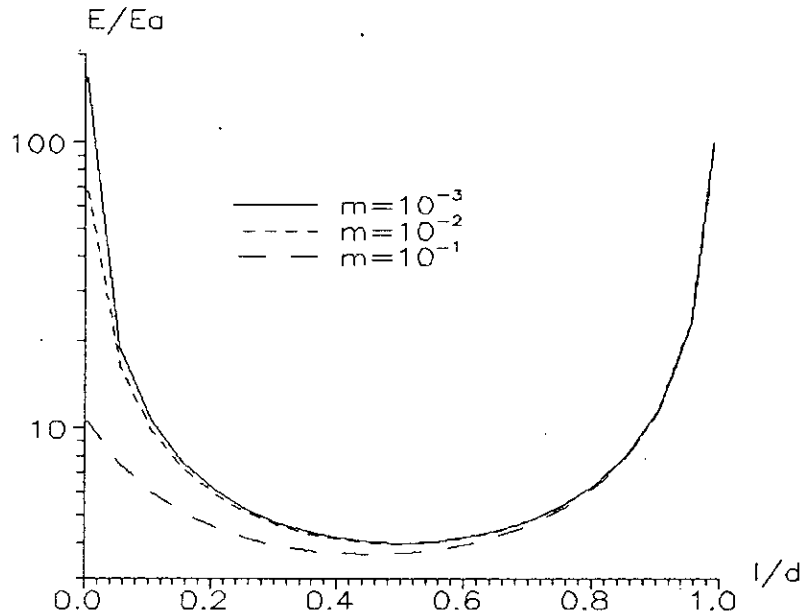


fig. 3.b: Champ relatif  $E/(U/d)$  de la sphere centree sur o, en fonction de l'evolution de l'arborescence pour differentes valeurs de  $m=r_0/d$ .

fig. 3

### II-1-2-a- Approximation sphérique

Le champ électrique sur le front de la petite sphère de rayon  $r_f$  (fig.4.a) est déterminé pour les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} (1) \quad r = r_f & \implies \phi(r) = U \\ \text{et} \quad (2) \quad r = d-l+r_f & \implies \phi(r) = 0 \end{aligned}$$

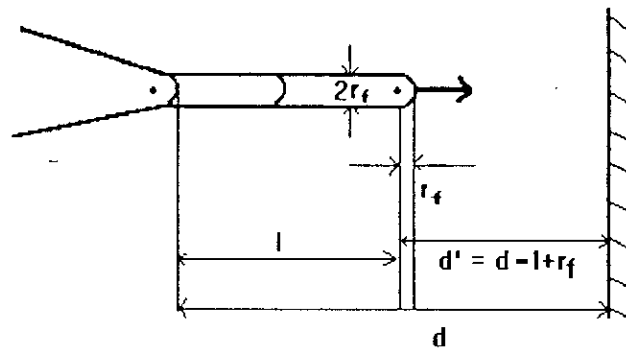
et a pour expression :

$$E(l) = \left( \frac{U}{d} \right) \cdot \left[ \frac{d}{r_f} + \frac{1}{[1-(l/d)]} \right] \quad (21)$$

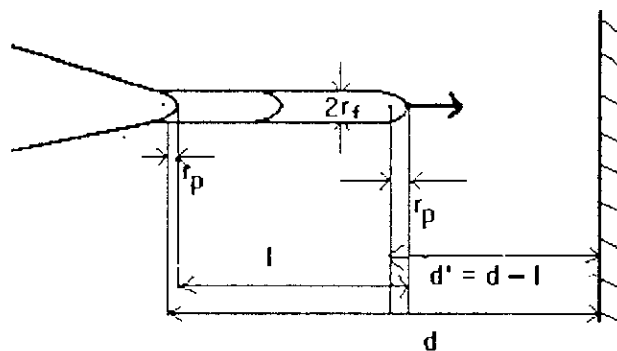
### II-1-2-b- Approximation hyperboloïdale

Le filament progresse tel une extension de la pointe, se déplaçant vers l'électrode opposée (fig.4.b). Le champ électrique à l'extrémité du filament peut être estimé, en assimilant le système d'électrodes à des hyperboloïdes [105]. Son expression approchée est donnée par :

$$E = \left( \frac{U}{d} \right) \cdot \frac{2d/r_p}{L_n [1+4 \{(d-l)/r_p\}]} \quad (22)$$



(a)



(b)

**Fig.4 :** Représentation schématique du modèle filamentaire

(a) : approximation sphérique.

(b) : approximation hyperboloïdale.

## II-2- Cas d'une arborescence "Noeud-papillon" ( $\sigma \neq 0$ )

Nous allons, dans ce qui va suivre, essayer de déterminer le champ électrique dans un matériau solide entre deux électrodes planes en présence d'une cavité ou d'une particule solide, de forme sphérique, se trouvant dans le volume du matériau.

Pour cela, nous utiliserons les notations suivantes :

E - Champ électrique

D - Induction électrique

$\phi$  - Potentiel électrique

$E_0$  - Champ électrique loin de la cavité (particule)

U - Tension aux électrodes

$\epsilon$  - Permittivité électrique

$\gamma$  - Conductivité électrique

a - Rayon de la cavité (particule)

r - Distance d'un point du matériau à la cavité (particule)

$\sigma$  - Densité de charge électrique superficielle de la cavité

d - Intervalle interélectrodes

t - Variable temps

$\theta$  - Angle polaire

$P_n$  - Polynôme de Legendre d'ordre n.

### II-2-1- Equation décrivant le modèle

Soit une particule (cavité) sphérique dans un solide diélectrique soumis à un champ électrique uniforme et définie telle qu'il est indiqué sur la figure (5). Considérons un système de coordonnées sphérique ( $r, \theta, \psi$ ) dont l'origine 0 est fixée au centre de la particule (cavité) et dont l'axe des z est orienté dans le sens du champ électrique ; ce qui implique une symétrie par rapport à l'axe Oz.

Comme le potentiel électrique dans ce cas est indépendant de  $\psi$ , on peut appliquer l'équation de laplace à ce modèle sous la forme :

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\text{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} = 0 \quad (23)$$



D'autre part, on a les relations suivantes :

$$E_{1n} = - \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \quad (24)$$

et

$$E_{1t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} \quad (25)$$

En supposant la densité de charge superficielle non nulle, on aura :

$$\sigma = D_{1n} - D_{2n} \quad ; \quad r = a \quad (26)$$

Où

$$D_1 = \epsilon_1 \cdot E_1 \quad \text{et} \quad D_2 = \epsilon_2 \cdot E_2$$

de même, on a :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \gamma_2 \cdot E_{2n} - \gamma_1 \cdot E_{1n} \quad ; \quad r = a \quad (27)$$

La solution de l'équation (23) doit satisfaire les conditions aux limites :

- (1)  $r = a \quad ; \quad E_{1t} = E_{2t}$
- (2)  $r \gg a \quad ; \quad \phi_1 = - E_0 \cdot r \cdot \cos \theta$
- (3)  $t = 0 \quad ; \quad \phi_1 = 0$

Ainsi, la solution de l'équation (23) sera de la forme :

$$\phi_1 = A_0 + A_1 \cdot r \cdot \cos \theta + \frac{B_0}{r} + \frac{B_1}{r^2} \cdot \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{B_n}{r^{n+1}} \cdot P_n(\cos \theta) \quad (28)$$

En vertu de la première condition aux limites, on aura quelque soit  $\theta$  :

$$B_1 = -a^3 (A_1 + E_2) \text{ et } B_n = 0$$

et de la deuxième condition aux limites, on déduit

$$A_0 = 0 ; \quad A_1 = -E_0 \text{ et } B_0 = 0$$

Il en résulte que :

$$B_1 = a^3 (E_0 - E_2)$$

L'équation (28) devient alors :

$$\phi_1 = -E_0 \cdot r \cdot \cos\theta + (E_0 - E_2) \frac{a^3}{r^2} \cdot \cos\theta \quad (29)$$

Par substitution dans (26), on aura :

$$\sigma = \varepsilon_1 \cdot [3 \cdot E_0 - (2 + \eta) \cdot E_2] \cdot \cos\theta, \quad (30)$$

avec  $\eta = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ .

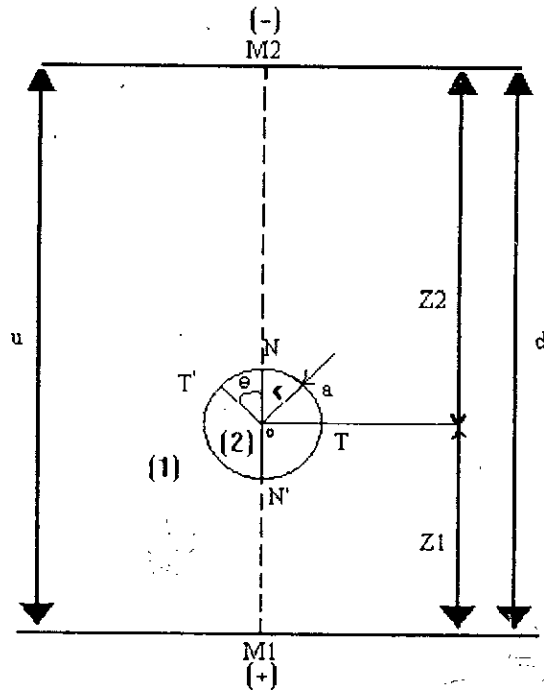


fig.5 : Modèle d'une particule sphérique présente dans un diélectrique solide.

A  $t = 0$  ;  $\sigma$  est indépendante de  $\theta$ , ce qui donne en vertu de (30)

$$3.E_0(0) - (2+\eta) E_2(0) = 0 \quad (31)$$

avec :  $E_0(0) = E_0(t=0)$  et  $E_2(0) = E_2(t=0)$

Les équations (27) et (30) donnent :

$$\{\varepsilon_1 [3. \frac{\partial E_0}{\partial t} - (2+\eta) \cdot \frac{\partial E_2}{\partial t}] + \gamma_1 [3 E_0 - (2+\mu) E_2]\} \cdot \cos\theta = 0 \quad (32)$$

avec  $\mu = \gamma_2 / \gamma_1$

Pour que l'équation (32) soit vérifiée quelque soit  $\theta$ , le coefficient de  $\cos\theta$  doit être nul.

$$\varepsilon_1 [3. \frac{\partial E_0}{\partial t} - (2+\eta) \frac{\partial E_2}{\partial t}] + \gamma_1 [3. E_0 - (2+\mu) E_2] = 0 \quad (33)$$

La résolution de cette équation nécessite une relation supplémentaire entre  $E_0$  et  $E_2$ . Pour cela, considérons l'expression de  $U$ . Par hypothèse, on a :

$$U = V_{M1} - V_{M2}$$

Où  $M_1$  et  $M_2$  (fig.5) ont pour coordonnées respectivement  $(z_1, \pi)$  et  $(z_2, 0)$  ;  $z_1 > 0$  et  $z_2 > 0$

Par conséquent :

$$U = \phi_1(z_1, \pi) - \phi_1(z_2, 0) \quad (34)$$

Par substitution de (29) dans (34), on aura :

$$U = E_0(z_1 + z_2) - (E_0 - E_2) \cdot a^3 \cdot \left( \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} \right)$$

$$U = E_0 \cdot a \cdot \left[ \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) - (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \right] + E_2 \cdot a (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)$$

$$U = E_0 \cdot a \cdot \left[ \frac{\alpha_1(1-\alpha_2^3) + \alpha_2(1-\alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \right] + E_2 \cdot a \cdot (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)$$

$$\text{d'où } \frac{U}{a} = C_1 \cdot E_0 + C_2 \cdot E_2 \quad (35)$$

avec :

$$C_1 = \frac{\alpha_1 (1-\alpha_2^3) + \alpha_2 (1-\alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2}$$

$$C_2 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)$$

$$\alpha_1 = \frac{a}{z_1} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{a}{z_2}$$

De l'équation (35), on tire  $E_0$ ,

$$E_0 = \frac{1}{C_1} \cdot \left[ \frac{U}{a} - C_2 \cdot E_2 \right] \quad (36)$$

En dérivant par rapport à  $t$ , on obtient :

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} = \frac{1}{C_1} \cdot \left[ \frac{1}{a} \cdot \frac{dU}{dt} - C_2 \cdot \frac{\partial E_2}{\partial t} \right] \quad (37)$$

En substituant (36) et (37) dans (33), on aura :

$$\varepsilon_1 \cdot [3 \cdot C_2 + (2 + \eta) \cdot C_1] \cdot \frac{\partial E_2}{\partial t} + \gamma_1 [3 \cdot C_2 + C_1 (2 + \mu)] E_2 = 3 \varepsilon_1 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{dU}{dt} + 3 \gamma_1 \cdot \frac{U}{a}$$

ou encore :

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} + k_1 \cdot E_2 = L_1 \cdot \frac{dU}{dt} + L_2 \cdot U \quad (38)$$

avec :

$$k_1 = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3C_2 + (2 + \mu)C_1}{3C_2 + (2 + \eta) \cdot C_1} \right]$$

$$L_1 = 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \left[ \frac{1}{3C_2 + (2 + \eta) \cdot C_1} \right]$$

$$L_2 = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot L_1$$

L'équation (38) décrit le modèle. Elle permet de déterminer  $E_2$ .

Le champ électrique  $E_1$  sera déduit des équations (24, 25, 29 et 36).

La valeur maximum de  $E_1$ , qui est d'une grande importance est obtenue pour  $\theta = 0$  et  $r = a$ .

Ainsi :

$$E_{1\max} = \frac{3.U}{C_1.a} - \left(\frac{3C_2 + 2C_1}{C_1}\right) \cdot E_2.$$

ou encore :

$$E_{1\max} = 3 \cdot \left(\frac{d}{C_1.a}\right) \cdot E_{\text{moy}} - \left(\frac{3C_2 + 2C_1}{C_1}\right) E_2 \quad (39)$$

avec :

$$E_{\text{moy}} = \frac{U}{d}$$

### III-2-2- Calcul du champ électrique

Le champ électrique  $E_2$  à l'intérieur de la particule (cavité) dépend de la forme de la tension appliquée aux électrodes.

Considérons les deux types de tension les plus intéressantes pour les utilisateurs de câble: la tension continue et la tension sinusoïdale.

a- Cas d'une tension continue ( $U = \text{constante}$ )

$$E_2 = \frac{L_2.U}{k_1} \cdot [1 - e^{-k_1 t}] \quad (40)$$

b- Cas d'une tension sinusoïdale ( $U = U_m \cdot \sin \omega t$ )

$$E_2 = \frac{1}{(\omega^2 + k_1^2)} \cdot [(L_2 k_1 + L_1 \omega^2) \cdot U + (L_1 \cdot k_1 - L_2) \omega \cdot U_m \cdot (\cos \omega t - e^{-k_1 t})] \quad (41)$$

Ainsi, le champ  $E_2$  apparaît comme étant la résultante de deux champs: stationnaire  $E_{2s}$  et transitoire  $E_{2tr}$ ,

$$E_2 = E_{2s} + E_{2tr}$$

Les composantes  $E_{2S}$  et  $E_{2tr}$  dépendent des conductivités et des permittivités du matériau et de la particule (cavité).

Dans le cas d'une tension continue, deux cas peuvent se présenter, selon que le rapport  $(\gamma_2/\gamma_1)$  soit très grand ou petit devant 1.

Dans le cas où la conductivité de la particule est de plusieurs fois supérieure à celle du matériau (cas d'une impureté conductrice par exemple), le champ  $E_2$  n'a qu'une composante transitoire. Il peut s'écrire sous la forme :

$$E_2 = K \cdot E_{moy} \cdot A(t) \quad (42)$$

Où  $k$  est une constante dépendant des conductivités des deux milieux,  $A(t)$  est une fonction du temps liée à la forme de la tension. En posant  $(\gamma_2/\gamma_1) \gg 1$ , et en supposant que  $\alpha_i \ll 1$ , avec  $i = 1, 2$  on aura :

$$E_{2S} = \frac{L_2}{k_1} \cdot U \approx \frac{3}{d} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot U \approx 0$$

et

$$E_{2tr} = - \frac{L_2}{k_1} \cdot U \cdot e^{-k_1 t} \approx k \cdot E_{moy} \cdot A(t)$$

avec

$$K \approx - 3 \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

$$E_{moy} = \frac{U}{d}$$

et  $A(t) = e^{-\gamma_2 t / (\epsilon_1 (2+\eta))}$

On remarque que  $A(t)$  tend vers 1 lorsque  $t$  tend vers zéro ( $t$  très faible) et elle s'annule quand  $t$  tend vers l'infini (fig.6) ; cela signifie qu'une fois le régime établi,  $E_2$  devient nul et

$$E_{1\max} = 3 \cdot \frac{d}{C_{1.a}} \cdot E_{\text{moy}} \quad (43)$$

C'est l'expression du champ électrique connue pour une particule conductrice. En effet, si les dimensions de la particule sont très faibles par rapport à l'intervalle interélectrodes ( $\alpha_1 \ll 1$ ,  $\alpha_2 \ll 1$ ) alors :

$$E_{1\max} = 3 \cdot E_{\text{moy}} \quad (44)$$

Par contre, si la conductivité de la particule est du même ordre de grandeur que celle du matériau (cas d'une particule isolante présente dans un autre matériau isolant), le champ électrique  $E_2$ , ne s'annule pas quand on tend vers un régime établi. Par conséquent, le champ  $E_1$  se maintient à des valeurs modérées au voisinage de la particule, par rapport à celles qu'il prendrait si  $E_2$  était nul (d'après l'équation 39).

Cependant, dans le cas d'une tension sinusoïdale, nous ne pouvons pas conclure sur les variations du champ  $E_1$  en fonction des valeurs du rapport  $\gamma_1/\gamma_2$ , donc de  $E_2$ , vu que la composante stationnaire de ce dernier est une fonction périodique.

D'autres cas particuliers sont également possibles. Selon la position géométrique de la particule (cavité) par rapport aux électrodes, on peut avoir :

#### \* Particule au milieu de l'intervalle interélectrodes

$$z_1 = z_2 = \frac{d}{2}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = \frac{2.a}{d}$$

$$C_1 = 2 \cdot \left( \frac{1 - \alpha^3}{\alpha} \right) = \left( \frac{d}{a} \right) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2.a}{d} \right)^3 \right]$$

$$C_2 = 2 \cdot \alpha^2 = 2 \cdot \left( \frac{2.a}{d} \right)^2 = 8 \cdot \left( \frac{a}{d} \right)^2$$

\* Particule se trouvant sur l'une des électrodes

$$z_1 = a \quad , \quad z_2 = d - a$$

$$\alpha_1 = 1 \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{a}{d-a}$$

$$C_1 = \frac{1-\alpha_2^3}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2} - \alpha_2^2 = \frac{d-a}{a} - \left(\frac{a}{d-a}\right)^2$$

$$C_2 = \alpha_2^2 + 1 = \left(\frac{a}{d-a}\right)^2 + 1$$



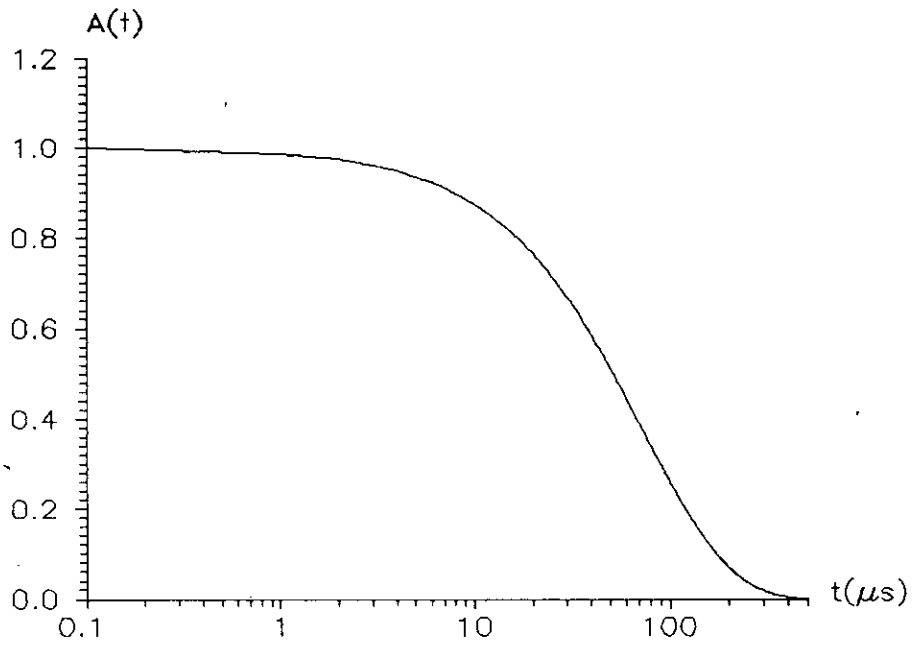


fig.6-a: Caractéristique  $A(t)$  pour une tension continue constante, avec  $\varepsilon_{r1}=2.3$ ,  $\varepsilon_{r2}=80$  et  $\gamma_2=10^{-5} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ .

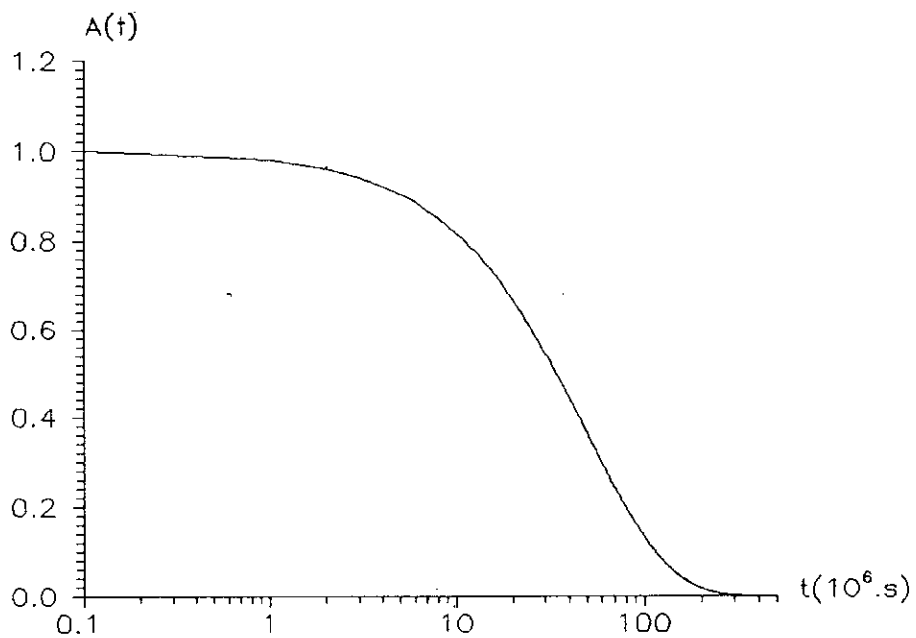


fig.6-b: Caractéristique  $A(t)$  pour une tension continue constante, avec  $\varepsilon_{r1}=2.3$ ,  $\varepsilon_{r2}=1$  et  $\gamma_2=10^{-18} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ .

fig. 6

## **CHAPITRE 2**

### **DEUXIÈME PARTIE : MODELISATION ANALYTIQUE DES ARBORESCENCES - EQUATION DE PROPAGATION**

### III- Equations de propagation des arborescences

#### III-1- Interface non-chargé ( $\sigma = 0$ )

Quoique dans la pratique,  $\sigma$  ne soit pas nulle, ce cas est toujours intéressant à étudier vu qu'il permet d'avoir une idée sur la propagation de l'arborescence.

##### \* Arborescence électrique ( $\epsilon_{r2} = 1$ )

$$P_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_{r1} (\epsilon_{r1} - 1) E_1^2 = K_{el} \cdot E_1^2 \quad (45)$$

avec  $k_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_{r1} (\epsilon_{r1} - 1)$

##### \* Arborescence d'eau ( $\epsilon_{r2} = 80$ )

$$P_{ea} = \frac{1}{2\epsilon_{r2}} \cdot \epsilon_0 \epsilon_{r1} (\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}) E_1^2 = - \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot E_1^2 = K_{ea} \cdot E_1^2 \quad (46)$$

avec  $K_{ea} = - \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1}$

Par conséquent, pour les deux types d'arborescences, on peut prendre comme expression générale de  $P_e$  :

$$P_e = K \cdot E_1^2 \quad (47)$$

#### III-1-1- Arborescence en buisson - bilan énergétique

Si on assimile l'arborescence à une cavité conductrice qui se développe de la pointe vers l'électrode plane tout en gardant une forme sphérique durant son expansion, le travail fourni par toutes les forces à l'interface arborescence/polymère, sera :

$$W = \int_{R_0}^R 4 \pi R^2 (P_e + P_a + P_s - P_i) dR \quad (48)$$

Où  $P_e$  - Pression électrostatique  
 $P_a$  - Pression hydrostatique  
 $P_s$  - Pression due à la tension superficielle  
 $P_i$  - Pression à l'intérieur de l'arborescence  
 $R_0$  - Rayon initial de l'arborescence  
 $R$  - Rayon de l'arborescence à l'instant t.

En pratique, pour des tensions élevées, les pressions  $P_s$ ,  $P_a$  et  $P_i$  sont négligeables devant  $P_e$ . Dans ces conditions, l'expression de l'équation (48) devient :

$$W \approx \int_{R_0}^R 4 \pi R^2 \cdot P_e \cdot dR \quad (49)$$

Le travail doit être équilibré par l'énergie cinétique du polymère

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right) \cdot \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (50)$$

avec  $\rho$  : masse volumique du polymère.

L'équations (49) et (50) nous donnent :

$$W = \int_{R_0}^R 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot P_e \cdot dR = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right) \cdot \left( \frac{dR}{dt} \right)^2$$

Par différentiation on obtient :

$$4 \pi \cdot R^2 \cdot P_e = 2 \pi \rho \cdot R^2 \left[ \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{d^2R}{dt^2} \right) \right]$$

$$\text{d'où } P_e = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left[ \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{d^2R}{dt^2} \right]$$

En supposant le mouvement de l'arborescence uniforme, les dérivées secondes de R par rapport aux temps sont nulles. Cette hypothèse nous permet d'écrire l'expression de  $P_e$  sous la forme suivante :

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (51)$$

En utilisant les expressions de  $P_e$  obtenues auparavant, pour les différentes configurations, on obtiendra les équations de propagation correspondantes.

### III-1-1-a- Arborescence assimilée à une sphère tangente à la pointe (P)

Les expressions (18), (47) et (51) nous donnent :

$$K \cdot \left\{ \frac{U}{d} \cdot \frac{[2-l/d]}{[1-l/d] (l/d)} \right\}^2 = \frac{1}{8} \cdot \rho \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^2$$

avec  $l = 2.R$

d'où :

$$\boxed{k \cdot \frac{U}{d} = \frac{(2-l/d)}{(1-l/d) (l/d)} \frac{dl}{dt} = \frac{8.K}{\rho}} \quad (52)$$

avec  $k^2 = \frac{8.K}{\rho}$

A partir de l'équation (52) qui donne la vitesse de croissance des arborescences en fonction des différents paramètres, on peut étudier la cinétique de l'arborescence (variation de  $l$  en fonction de  $t$ ), pour différentes formes de tension dont les plus intéressantes sont la tension continue et la tension sinusoïdale.

On peut également déterminer le temps de retard au claquage  $t_b$ .

\* Cas d'une tension continue :  $U = \text{constante}$

Après séparation de variables et intégration de l'équation (52), on aura :

$$k \int_0^t U \cdot dt = \int_0^l \frac{1}{(2d-l)} \cdot dl$$

$$\text{Soit } k \cdot U \cdot t = \frac{l^2}{2} + d \cdot l + 2d^2 \ln \left( 1 - \frac{l}{2d} \right)$$

Le temps d'évolution de l'arborescence est donné par l'équation (53) suivante :

$$t = \frac{l}{k \cdot U} \cdot \left[ \frac{l^2}{2} + d \cdot l + 2 \cdot d^2 \cdot \ln \left( 1 - \frac{l}{2d} \right) \right] \quad (53)$$

Le temps de retard au claquage est obtenu pour  $l = d$  tel que :

$$t_b \approx 0,1137 \cdot \frac{d^2}{k.U} \quad (54)$$

L'étude de la fonction (54) montre que  $t_b$  décroît lorsque l'amplitude de la tension augmente et croît avec l'augmentation de la distance interélectrodes.

\* Cas d'une tension alternative :  $U = U_m \cdot \sin \omega t$

Du fait de la périodicité de l'onde de tension, l'équation (52), doit être intégrée après chaque période  $T_p$ , en prenant comme conditions initiales, les conditions finales de l'intégration précédente. Ceci est traduit par l'équation de propagation suivante :

$$\int_{(i-1).T_p}^t k \cdot U_m \cdot \sin \omega t \cdot dt = \int_{l_{i-1}}^l \frac{(d-l)}{(2d-l)} \cdot dl \quad (55)$$

pour  $i = 1, \dots, n$ .

où  $n$  est le nombre de période  $T_p$ ,  $l_{i-1}$  est la longueur de l'arborescence à la  $(i-1)$ ème période. Cette explication reste valable pour les modèles suivants.

Le temps d'évolution de l'arborescence, déterminé à partir de l'équation (55) est donné par l'expression suivante :

$$t = \frac{1}{\omega} \left\{ \arccos \left[ 1 - \frac{\frac{(l^2 - l_{i-1}^2)}{2} + d(d - l_{i-1}) + 2d^2 \cdot \text{Ln} \left( \frac{2d-l}{2d-l_{i-1}} \right)}{k \cdot U_m} \cdot \omega \right] \right\} + n \cdot T_p \quad (56)$$

et le temps de retard au claquage est donné pour  $l = d$  tel que

$$t_b = \frac{1}{2\pi f} \cdot \left\{ \arccos \left[ 1 - \frac{\frac{(d^2 - l_{i-1}^2)}{2} + d(d - l_{i-1}) + 2d^2 \cdot \text{Ln} \left( \frac{d}{2d-l_{i-1}} \right)}{k \cdot U_m} \cdot 2\pi f \right] \right\} + n \cdot T_p \quad (57)$$

Comme on peut le remarquer, l'étude de la variation de  $t_b$  en fonction des différents paramètres ( $U_m$ ,  $d$ ,  $f$ ) est impossible, vu qu'il dépend des états précédents ( $l_{i-1}$ ,  $n$ ) qui sont alors inconnue. C'est pourquoi, nous ne nous intéresserons pas à cette variable ( $t_b$ ) dans les prochains modèles, pour ce cas de tension. Cependant, l'équation (57) peut renseigner sur la variation du temps de rupture  $t_b$  en fonction de la fréquence du champ électrique appliqué au matériau isolant.

Cette fonction montre bien que  $t_b$  décroît lorsque la fréquence augmente, à tension  $U_m$  constante, admet un minimum puis augmente légèrement pour des fréquences plus grandes, comme cela a été rapporté dans la littérature [17,4].

### III-1-1-b- Arborescence assimilée à une sphère centrée sur la pointe

#### \* Sphère centré en P

Les expressions (19), (47) et (51) nous donnent :

$$K \left\{ \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{[(l/d) \cdot (1 - (l/d))]} \right\}^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^2$$

avec  $l = R$

$$\text{d'où } kp \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{[(l/d) (1 - (l/d))]} = \frac{dl}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dl}{dt} = kp \cdot U \cdot \frac{1}{l \cdot (1 - l/d)}} \quad (58)$$

$$\text{avec } kp^2 = \frac{2K}{\rho}$$

#### \* Cas d'une tension continue : $U = \text{constante}$

Après séparation de variables et intégration de l'équation (58), on aura :

$$\int_0^t kp \cdot U \cdot dt = \int_0^l \frac{1}{l \cdot (1 - \frac{l}{d})} \cdot dl$$

$$\text{soit : } kp \cdot U \cdot t = \frac{l^2}{6d} \cdot (3d - 2l) \quad (59)$$

$$\text{d'où } t = \frac{l}{6 \cdot kp \cdot d \cdot U} \cdot l^2 (3d - 2l) \quad (60)$$

$$\text{et } t_b = \frac{d^2}{6 \cdot kp \cdot U} \quad (61)$$

\* Cas d'une tension sinusoïdale:  $U = U_m \cdot \sin \omega t$

Pour la même raison que pour le modèle précédent, l'équation de propagation de l'arborescence s'écrit :

$$\int_0^t \frac{k_p \cdot U_m \cdot \sin \omega t}{(i-1) \cdot T_p} dt = \int_{l_{i-1}}^l \left(1 - \frac{1}{d}\right) \cdot dl \quad (62)$$

Pour  $i = 1, \dots, n$

Les mêmes remarques que pour le modèle précédent, peuvent être faites quant aux variations de  $l(t)$  et  $t_b$ , pour les deux cas de tensions étudiés.

- Sphère centrée en 0

Les expressions (20), (47) et (51) nous donnent :

$$K \cdot \left\{ \frac{U}{d} \cdot \frac{[1 + (r_p/d)]}{[1 - (l/d)][(l/d) + (r_p/d)]} \right\}^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{dl}{dt}\right)^2$$

avec  $l + r_p = R$ .

d'où :

$$\boxed{k_0 \cdot U \cdot \frac{(d+r_p)}{(d-l)(1+r_p)} = \frac{dl}{dt}} \quad (63)$$

avec  $k_0^2 = \frac{2 \cdot K}{\rho}$

\* Cas d'une tension continue :  $U = \text{constante}$

Après séparation des variable et intégration de l'équation (63) on aura :

$$\int_0^t k_0 \cdot U \cdot dt = \int_0^l \frac{(d-l)(1+r_p)}{(d+r_p)} \cdot dl \quad (63)$$

$$\text{Soit : } k_0 \cdot U \cdot t = \frac{1}{(d+r_p)} \cdot \left\{ r_p \cdot d \cdot l + \frac{l^2}{2} \cdot (d-r_p) - \frac{l^3}{3} \right\} \quad (64)$$



$$\text{d'où } t = \frac{1}{k_0 \cdot U \cdot (d+r_p)} \cdot \left\{ r_p \cdot d \cdot l + \frac{l^2}{2} \cdot (d-r_p) - \frac{l^3}{3} \right\}$$

$$\text{et } t_b = \frac{d^2}{6 \cdot k_0 \cdot U} \cdot \left[ \frac{d+3r_p}{d+r_p} \right] \quad (65)$$

$$\text{Si } r_p \ll d \quad ; \quad t_b = \frac{d^2}{6 \cdot k_0 \cdot U}$$

\* Cas d'une tension sinusoïdale :  $U = U_m \cdot \sin \omega t$

De la même manière que précédemment, on aura :

$$\int_{(i-1) \cdot T_p}^t k_0 \cdot U_m \cdot \sin \omega t \, dt = \int_{l_{i-1}}^l \frac{(d-l) \cdot (l+r_p)}{(d+r_p)} \cdot dl \quad (66)$$

Remarquons que pour  $r_p \ll d$ , ce modèle se réduit au modèle précédent (sphère centré sur P).

### III-1-2- Arborescence filamentaire - bilan énergétique :

Si on considère un filament comme une extension de la pointe se déplaçant vers l'électrode opposée et on l'assimile à un cylindre de rayon  $r_f$ , l'expression du travail de toutes les forces agissant sur les parois du filament (interface arborescence/polymère), en négligeant les pressions  $P_a$ ,  $P_s$  et  $P_i$ , sera donné par :

$$W \approx \int_{l_0}^l \pi \cdot r_f^2 \cdot P_e \cdot dl \quad (67)$$

Ce travail doit être équilibré par l'énergie cinétique du polymère

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (\pi \cdot r_f^2 \cdot l) \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^2 \quad (68)$$

Les équations (67) et (68) nous donnent :

$$\int_{l_0}^l \pi \cdot r_f^2 \cdot P_e \cdot dl = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (\pi \cdot r_f^2 \cdot l) \cdot \left(\frac{dl}{dt}\right)^2$$

Par différentiation, on obtient :

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left[ \left(\frac{dl}{dt}\right)^2 + 2 \cdot l \cdot \frac{d^2l}{dt^2} \right]$$

Pour  $\frac{d^2l}{dt^2} \approx 0$ , on aura :

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{dl}{dt}\right)^2 \tag{69}$$

Remarquons que nous retrouvons la même expression que dans le cas d'une arborescence en buisson. Ainsi, en utilisant les approximations hyperboloïdales ou sphérique, on aura :

### III-1-2-a- Approximation sphérique

Des expression (12), (21) et (69), il vient :

$$k_f \cdot \left\{ \frac{U}{d} \cdot \left[ \left(\frac{d}{r_f}\right) + \frac{1}{(1-l/d)} \right] \right\}^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{dl}{dt}\right)^2$$

d'où :

$$\boxed{k_f \cdot \frac{U}{d} \cdot \left[ \frac{d}{r_f} + \frac{1}{1-(l/d)} \right]} = \frac{dl}{dt} \tag{70}$$

avec :  $K_f = \frac{1}{2\epsilon_{r2}} \cdot \epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0 (\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})$

et :  $k_f = \frac{2K_f}{\rho}$

Après séparation des variables, on obtient :

$$k_f \cdot U \cdot dt = \left[ \frac{r_f(d-l)}{d-l-r_f} \right] \cdot dl$$

ou encore :

$$k_f \cdot U \cdot dt = \left[ r_f - \frac{r_f^2}{d+r_f-l} \right] \cdot dl \quad (71)$$

\* Cas d'une tension continue:  $U = \text{constante}$

Par intégration de l'équation (71), on aura :

$$k_f \int_0^t U \cdot dt = \int_0^l \left[ r_f - \frac{r_f^2}{d+r_f-l} \right] \cdot dl$$

$$\text{Soit : } k_f \cdot U \cdot t = r_f \cdot l + r_f^2 \cdot L_n(d+r_f-l) \quad (72)$$

$$\text{d'où } t = \frac{r_f \cdot l + r_f^2 \cdot L_n(d+r_f-l)}{k_f \cdot U} \quad (73)$$

$$\text{et } t_b = t(l=d) = \frac{l}{k_f \cdot U} \cdot r_f \cdot [d+r_f - L_n(r_f)] \quad (74)$$

\* Cas d'une tension sinusoïdale :  $U = U_m \cdot \sin \omega t$

La même explication que pour les arborescences en buisson, peut être donnée pour traduire la cinétique de propagation du filament sous tension alternative sinusoïdale.

On peut alors écrire :

$$\int_{(i-1)r_p}^t k_f \cdot U_m \cdot \sin(\omega t) dt = U \cdot dt = \int_{li-l}^l \left[ r_f - \frac{r_f^2}{d+r_f-l} \right] \cdot dl \quad (75)$$

### II-1-2-b- Approximation hyperboloïdale

Des équations (12), (22) et (69), on obtient :

$$k_f \cdot \left\{ \frac{U}{d} \cdot \frac{(2d/r_p)}{L_n[1+4(d-l)/r_p]} \right\}^2 = \frac{l}{2} \cdot \rho \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^2$$

d'où :

$$k_f \frac{U}{d} \cdot \frac{(2d/r_p)}{L_n [1+4 \{(d-l)/r_p\}]} = \frac{dl}{dt} \quad (76)$$

avec  $k_f^2 = \frac{2K_f}{\rho}$

après séparation de variable, on aura :

$$k_f \cdot U \cdot dt = \frac{r_f}{2} \cdot L_n [1+4 \left(\frac{d-l}{r_p}\right)] \cdot dl \quad (77)$$

\* Cas d'une tension continue:  $U = \text{constante}$

Par intégration de l'équation (77), on aura :

$$k_f \int_0^t U \cdot dt = \frac{r_p}{2} \cdot \int_0^l L_n [1+4 \left(\frac{d-l}{r_p}\right)] \cdot dl$$

$$\text{Soit : } k_f \cdot U \cdot t = \frac{r_p}{2} \cdot \left\{ 1 \left[ L_n \left( \frac{r_p + 4(d-l)}{r_p} \right) - 1 \right] - \frac{r_p + 4d}{4} \cdot L_n \left( 1 - \frac{4l}{r_p + 4d} \right) \right\} \quad (78)$$

$$\text{d'où } t = \frac{r_p}{2k_f \cdot U} \left\{ 1 \left[ L_n \left( \frac{r_p + 4(d-l)}{r_p} \right) - 1 \right] - \frac{r_p + 4d}{4} \cdot L_n \left( 1 - \frac{4l}{r_p + 4d} \right) \right\} \quad (79)$$

Le temps de claquage est déterminé pour  $l = d - r_p$  tel que :

$$t_b = \frac{r_p}{2k_f \cdot U} \cdot \left\{ (d-r_p) \left[ L_n \left( \frac{5}{2} \right) - 1 \right] - \frac{r_p + 4d}{4} \cdot L_n \left( \frac{5r_p}{r_p + 4d} \right) \right\} \quad (80)$$

Pour  $r_p \ll d$ , on aura :

$$t_b = \frac{r_p \cdot d}{2k_f \cdot U} \cdot \left\{ L_n \left( \frac{4d}{r_p} \right) - 1 \right\}$$

\* Cas d'une tension sinusoïdale :  $U = U_m \cdot \sin\omega t$

$$\int_{(i-1)T_p}^t k_f \cdot U_m \cdot \sin\omega t \, dt = \frac{r_p}{2} \int_{li-1}^1 L_n \left[ 1 + 4 \left( \frac{d-l}{r_p} \right) \right] \cdot dl \quad (81)$$

Une application des cinq modèles étudiés ci-dessus est réalisée dans le cas des arborescences électrique et d'eau. La cinétique de propagation de ces deux types d'arborescence est déterminée sur trois sortes de polymère (PE, EPDM et PVC), en fonction des différents paramètres opérationnels: forme de la tension appliquée (continue, alternative), son amplitude, sa fréquence, la distance interélectrodes et le rayon de courbure de la pointe (aiguille).

Les résultats de cette étude seront présentés dans le troisième chapitre de ce travail.

### III-1-3- Arborescence "Noeud-papillon"

Comme nous l'avons indiqué auparavant, ces arborescences prennent naissance dans le volume du matériau isolant. Leurs sièges sont soit des impuretés solides (diélectrique ou conducteur) donc non déformable, soit des cavités gazeuse ou liquide, (eau en particulier) auquel cas, leur déformation doit être prise en considération dans le processus d'évolution de l'arborescence.

#### III-1-3-a- Cas où le site est une impureté solide

Le rayon de la particule  $r_c$  supposée sphérique est donc constant. Pour le cas de l'arborescence "Noeud-papillon", la meilleure approximation serait celle de deux sphères tangentes à la particule. Les longueurs des deux ailes (1) et (2) (fig. 7), seraient respectivement les diamètres des deux sphères (1) et (2), c'est à dire :  $l_1 = 2R_1$  et  $l_2 = 2R_2$ .

Pour le calcul des champs  $E_1$  et  $E_2$ , on approxime le système aile du papillon et électrode plane opposée, par un système de deux sphères concentriques, on aura d'après l'équation (18).

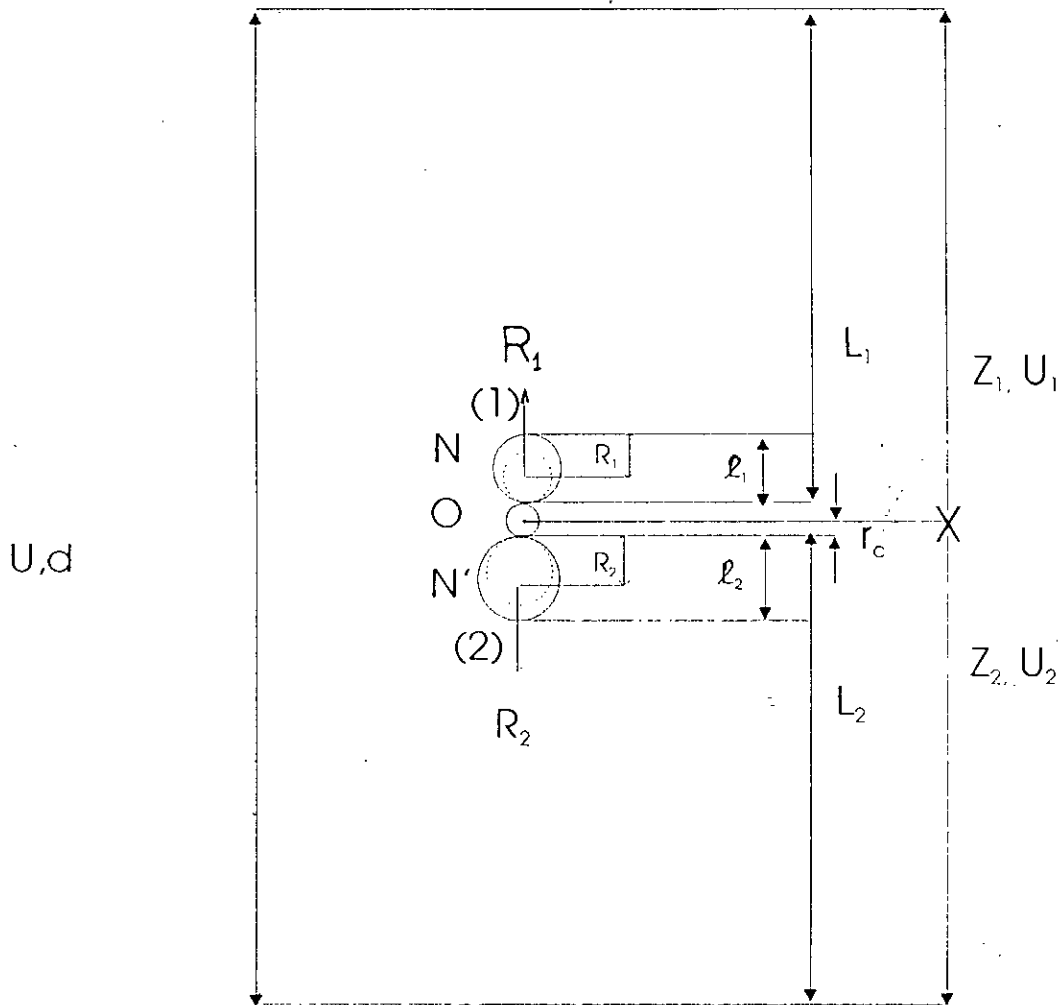


Fig. (7): Représentation schématique du modèle de l'arborescence "Noeud-papillon"

$$E_1(l_1) = \frac{U_1}{L_1} \cdot \frac{[2 - (l_1/L_1)]}{(l_1/L_1) [1 - (l_1/L_1)]} \quad (82)$$

et

$$E_2(l_2) = \frac{U_2}{L_2} \cdot \frac{[2 - (l_2/L_2)]}{(l_2/L_2) [1 - (l_2/L_2)]} \quad (83)$$

avec :  $U = U_1 + U_2$  ;  $L_1 = z_1 - r_c$  ;  $L_2 = z_2 - r_c$  ;  $z_1 + z_2 = L_1 + L_2 + 2r_c = d$

On peut donc étudier l'évolution de chaque aile du Noeud-papillon, séparément en utilisant le même raisonnement que dans le cas de l'arborescence "ouverte". La difficulté réside dans la détermination des tensions partielles  $U_1$  et  $U_2$ .

Pour pallier à ce problème, nous supposons que les tensions  $U_1$  et  $U_2$  sont proportionnelles aux distances  $L_1$  et  $L_2$  de la particule par rapport aux électrodes, telles que :

$$U_1 = \frac{L_1 \cdot U}{d} \quad \text{et} \quad U_2 = U - U_1 = \frac{L_2 \cdot U}{d}$$

Ainsi, d'après l'équation (52), on aura :

$$k \cdot \frac{L_1}{d} \int U \cdot dt = \int \frac{l_1 (L_1 - l_1)}{2 L_1 - l_1} \cdot dl_1 \quad (84)$$

et

$$\frac{k \cdot L_2}{d} \int U \cdot dt = \int \frac{l_2 (L_2 - l_2)}{2 L_2 - l_2} \cdot dl_2 \quad (85)$$

Dans le cas d'une tension continue, ( $U = \text{constante}$ ) les équations (84) et (85) deviennent :

$$\frac{1}{2} l_j^2 + l_j \cdot L_j + 2L_j^2 \cdot \ln \left( 1 - \frac{l_j}{2L_j} \right) = k \cdot \frac{L_j}{d} \cdot U \cdot t_j \quad (86)$$

$$\text{d'où } t_j = \frac{d}{k L_j U} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot l_j^2 + l_j \cdot L_j + 2L_j^2 \cdot L_n \left( 1 - \frac{l_j}{2L_j} \right) \right] ; \text{ ou } j = 1, 2 \quad (87)$$

Le claquage aura lieu quand  $l_1 = L_1$  ou  $l_2 = L_2$  tel que :

$$t_{b1} = \frac{d^3}{k \cdot L_1 \cdot U} \cdot 0,1137 \quad (88)$$

$$\text{et } t_{b2} = \frac{d^3}{k \cdot L_2 \cdot U} \cdot 0,1137 \quad (89)$$

Sous tension sinusoïdale ( $U = U_m \sin \omega t$ ), les équations (84) et (85) nous donnent :

$$\int_{(i-1)T_p}^t k \cdot \frac{L_j}{d} \cdot U_m \cdot \sin \omega t \, dt = \int_{l_{i-1}}^l \frac{l_j (L_j - l_j)}{2L_j - l_j} \cdot dl_j \quad (90)$$

avec  $j = 1 ; 2$  et  $i = 1, n$ .

Un cas particulier intéressant, c'est celui où l'impureté est à équidistance des deux électrodes, tel que :

$$L_1 = L_2 \approx \frac{d}{2} \quad \text{d'où } l_1 = l_2 = l_p \quad \text{et } U_1 = U_2 = \frac{U}{2}$$

Dans ces conditions, le système d'équation précédent se réduit à :

$$\frac{k}{2} \int U \cdot dt = \int \frac{l_p \cdot (d/2 - l_p)}{(d - l_p)} \cdot dl_p \quad (91)$$

et le claquage aura lieu quand  $l_p = d/2$ , tel que l'on ait sous tension continue :  $U = \text{constante}$

$$t_b = \frac{0,1137 \cdot d^2}{2 \cdot k \cdot U} \quad (92)$$



Remarquons que, si la particule est située sur l'une des électrodes ( $L_2 = 0$  donc  $l_1 = 0$ , ou  $L_2 = 0$ , donc  $l_2 = 0$ ), nous retrouvons les mêmes expressions que dans le cas d'une arborescence ouverte en buisson tangente à la pointe (chap. III.1.1.a).

L'étude de l'arborescence en Noeud-papillon se résume à celle d'une arborescence ouverte sur un intervalle réduit qui dépend de la position de la particule solide par rapport aux électrodes.

Les expressions du champ électrique que nous avons utilisées ci-dessus, sont celles correspondant à un régime établi. Or, d'après le paragraphe (II-2-2), l'expression du champ électrique est de la forme :

$$E_2 = E_{2S} + E_{2tr}$$

où  $E_{2S}$  est le champ stationnaire .

et  $E_{2tr}$  est le champ transitoire.

Tous dépendra des rapports de conductivités et de permittivités des cavités et du polymère. La détermination de la fonction  $I(t)$ , sera plus complexe encore. Cependant, une tentative d'étude de ce cas (interface chargée) sera présentée ultérieurement (chap. III.2).

### III-1-3-b- Cas ou le site est une cavité gazeuse ou liquide

L'expansion de la cavité est partie intégrante de l'arborescence. Sa déformation ne sera pas symétrique sauf dans le cas où elle est à mi-distance des deux électrodes. Pour étudier cette déformation, on peut appliquer la même méthode que celle utilisée dans le cas des huiles isolantes [92].

La méthode consiste à établir et à résoudre l'équation d'équilibre entre les différentes contraintes agissant en tout point de la surface de la cavité, c'est à dire à l'interface arborescence/polymère.

Après déformation, l'équilibre des forces appliquées en tout point X de l'interface est exprimé par la relation :

$$P_a + P_{ex} + \sigma_f \cdot \varphi_x = P_i \quad (93)$$

et au point T correspondant à l'angle polaire  $\theta = \pi/2$  :

$$P_a + P_{et} + \sigma_f \cdot \varphi_t = P_i \quad (94)$$

avec :  $\sigma_f$  : Tension superficielle en tout point de l'interface

$P_a$  : Pression extérieure, celle-ci devient importante lorsque le câble est enterré ou déposé dans les fonds marins.

$P_i$  : Pression à l'intérieur de la cavité

$P_{ex}$  : Pression électrostatique au point x

$\varphi_x$  : Courbure de la cavité au point x.

Des équations (9), (93) et (94), on obtient :

$$\varphi_x - \varphi_T = -\frac{1}{2\sigma_f \varepsilon_1} \cdot [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 \cdot E^2 \cdot \cos^2\theta + 2\varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cos\theta + (\sigma^2 - \sigma_0^2)] \quad (95)$$

où  $\sigma_0 = \sigma(\theta = \pi/2)$ .

Cette équation définit la forme de la cavité en tout point sous champ électrique.

Il ressort de (95), qu'il existe une symétrie par rapport au plan parallèle à la direction du champ et qu'une dissymétrie est possible par rapport au plan perpendiculaire à ce dernier.

Soit N et N' deux points appartenant à la surface de la cavité et correspondant respectivement à  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ . D'après (95),

$$\varphi_{N'} - \varphi_N = \frac{S'}{2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma_f} \cdot [2 \varepsilon_2 \cdot E_2 + (\sigma(0) - \sigma(\pi))] \quad (96)$$

avec  $S' = \sigma(0) + \sigma(\pi)$

C'est en fonction de  $S'$  que la déformation sera donc symétrique ou non.

La présence de charge d'espace et d'injection peut induire une charge globale sur la cavité et de ce fait on peut ne pas avoir électroneutralité, c'est à dire que  $S'$  sera différent de 0. La déformation de la bulle sera dissymétrique. Dans le cas où  $S' > 0$ , la courbure sera plus accentuée en  $N'$  qu'en  $N$  et dans le cas où  $S' < 0$ , cela sera le contraire (fig.8).

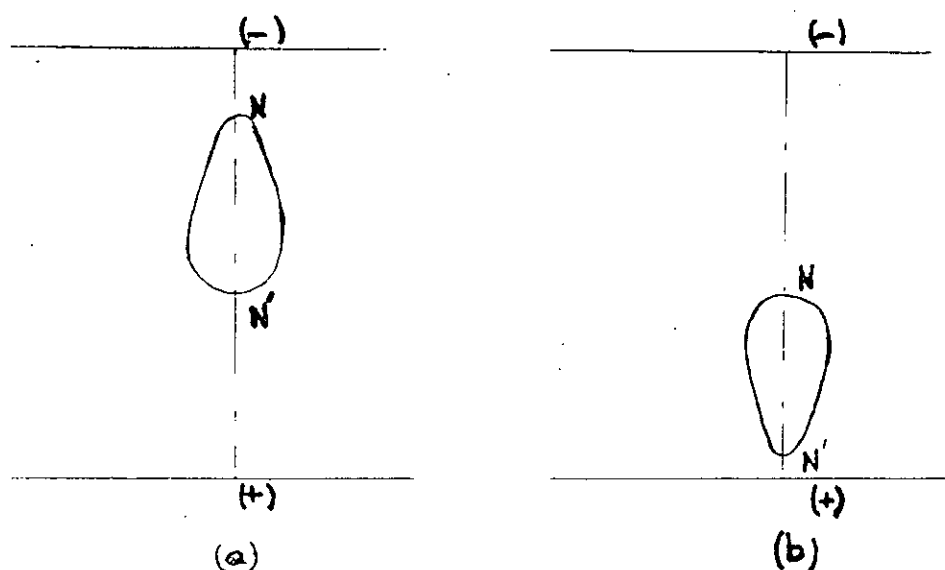


Fig.8: Schéma des différentes formes de la cavité, en fonction de la valeur de  $S'$ : (a)  $S' < 0$ , (b)  $S' > 0$ .

Il faut noter que la polarité de  $\sigma$  dépend de la tension appliquée et des conditions  $\gamma_2/\epsilon_2 >$  ou  $< \gamma_1/\gamma_2$ .

$\gamma_2$  et  $\gamma_1$  sont les conductivités respectives de la cavité et du polymère.

En effet, d'après les équations de Maxwell :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \gamma_2 E_{2n} - \gamma_1 \cdot E_{1n} \quad (97)$$

et après substitution de (26) dans (97), il vient :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\gamma_2}{\epsilon_1} \cdot \sigma = \left( \frac{\gamma_2}{\epsilon_2} - \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \right) \cdot \epsilon_1 \cdot E_{1n} \quad (98)$$

Il ressort de cette équation que, dans le cas où  $\frac{\gamma_2}{\epsilon_2} = \frac{\gamma_1}{\epsilon_1}$ ,

il n'y aura pas d'accumulation de charge à l'interface ( $\sigma = 0$ ) d'où la déformation sera symétrique.

Il faut également remarquer que, dans le cas où l'arborescence est constituée de jonction de microcavités (cas de l'arborescence d'eau), le terme  $\sigma f$  est très important (la déformation de microcavités de très faibles diamètres est très difficile).

D'autre part, les différentes formes possibles que peut prendre la cavité sont décrites par l'équation (93). Dans le cas où la forme initiale est sphérique, la déformation serait probablement symétrique, et l'équation (95) permettrait d'étudier l'évolution de l'arborescence, celle-ci aurait une forme plus simple.

En supposant une symétrie sphérique, l'extension de la cavité peut être étudiée en utilisant le même raisonnement que dans le cas de l'arborescence en Noeud-papillon à  $\sigma \neq 0$ , où la cavité évoluerait comme si on avait une seule aile du papillon (voir ultérieurement chap. III-2-2).

### III-2- Interface arborescence/isolant chargée

Dans ce cas, l'équation décrivant la propagation de l'arborescence est beaucoup plus complexe que celle où  $\sigma = 0$ . En effet,  $E_2$  et  $\sigma$  dépendent dans ce cas de plusieurs paramètres tels que  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $t$ ,  $U$  et  $\omega$ .

Ils sont donnés par la résolution des équations (13) et (7) respectivement.

Ainsi, des équations (13) et (47), on obtient :

$$\frac{1}{2 \cdot \epsilon_1} \cdot [\epsilon_2 (\epsilon_1 - \epsilon_2) E_2^2 - 2\sigma \cdot \epsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2] = \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 \cdot \frac{\rho}{2} \quad (99)$$

$$\text{pour } \frac{d^2R}{dt^2} \approx 0$$

Comme on peut le voir, la résolution de cette équation n'est pas aussi aisée que dans le cas où l'interface (arborescence/matériau isolant) est dépourvue de toute charge électrique.

Selon le type d'arborescence (ouverte ou en Noeud-papillon), on déterminera  $E_2$  et  $\sigma$ .

### III-2-1- Arborescence "ouverte" ( $\sigma \neq 0$ )

Considérons l'arborescence à ses débuts, c'est à dire le cas où la longueur ( $l=2.a$ ) de celle-ci est faible par rapport à l'épaisseur de l'isolant ( $a/d \ll 1$ ). Dans ce cas, en appliquant les résultats obtenus auparavant (eq. II.38) pour :

$$z_1 = a = l/2 \quad ; \quad z_2 \approx d$$

$$\alpha_1 = 1 \quad ; \quad \alpha_2 = \left(\frac{a}{d}\right) \ll 1.$$

on aura :

$$C_1 = \left(\frac{d}{a}\right) \quad ; \quad C_2 = 1$$

$$k_1 = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left(\frac{3 + (2+\mu)(d/a)}{3 + (2+\eta)(d/a)}\right) = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \frac{(2+\mu)}{(2+\eta)}$$

avec  $\mu = \gamma_2/\gamma_1$  et  $\eta = \varepsilon_2/\varepsilon_1$

$$L_1 = \frac{3}{a} \cdot \frac{1}{3+(2+\eta).d/a} \approx \frac{3}{d} \cdot \frac{1}{(2+\eta)}$$

$$L_2 = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot L_1$$

Rappelons l'expression du champ  $E_1$  donnée par l'équation (39) telle que :

$$E_1(\theta = 0) = \frac{3.U}{C_1.a} - \left(\frac{3C_2 + 2C_1}{C_1}\right) \cdot E_2$$

En appliquant les conditions citées ci-dessus, on obtient :

$$E_1(\theta = 0) \approx \frac{3.U}{d} - 2E_2 \tag{100}$$

Or  $\sigma = \varepsilon_1 \cdot E_1 - \varepsilon_2 \cdot E_2.$

Par substitution de (100) dans cette équation, on aura :

$$\sigma = 3 \cdot \epsilon_1 \cdot \frac{U}{d} - (2\epsilon_1 + \epsilon_2) \cdot E_2 \quad (101)$$

et par substitution de (101) dans (99), on aura :

$$\frac{1}{\rho} \cdot \left\{ (\epsilon_2 - 4\epsilon_1) E_2^2 + 12 \epsilon_1 \cdot U \frac{E_2}{d} - 9 \cdot \epsilon_1 \left( \frac{U}{d} \right)^2 \right\} = \frac{1}{4} \left( \frac{dl}{dt} \right)^2$$

La vitesse de propagation de l'arborescence est donnée par la relation :

$$\frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4}{\rho} \cdot [(\epsilon_2 - 4\epsilon_1) \cdot E_2^2 + 12 \cdot \epsilon_1 \cdot \frac{U}{d} \cdot E_2 - 9 \cdot \epsilon_1 \cdot \left( \frac{U}{d} \right)^2] \right\}^{1/2}$$

ou encore :

$$\frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4 \cdot \epsilon_0}{\rho} \cdot [(\epsilon_{r2} - 4\epsilon_{r1}) \cdot E_2^2 + 12 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \frac{U}{d} \cdot E_2 - 9 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \left( \frac{U}{d} \right)^2] \right\}^{1/2} \quad (102)$$

En admettant que  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  ne varient pratiquement pas avec la fréquence, on aura :

\* Pour une arborescence électrique ( $\epsilon_{r2} \approx 1$ ) :

$$\frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4 \cdot \epsilon_0}{\rho} \cdot [(1 - 4\epsilon_{r1}) \cdot E_2^2 + 12 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \frac{U}{d} \cdot E_2 - 9 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \left( \frac{U}{d} \right)^2] \right\}^{1/2} \quad (103)$$

\* Pour une arborescence d'eau ( $\epsilon_{r2} \approx 80$ )

Tout dépend du choix du matériau isolant, donc de  $\epsilon_{r1}$ . Celle-ci varie de 2,1 à 7 environ. Pour le polyéthylène ou le polypropylène, la valeur moyenne de  $\epsilon_{r1}$  est de l'ordre de 2,3.

$$\text{d'où } \frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4 \cdot \epsilon_0}{\rho} \cdot [(70,8 \cdot E_2^2 + 27,6 \cdot \frac{U}{d} \cdot E_2 - 20,7 \cdot \left( \frac{U}{d} \right)^2] \right\}^{1/2} \quad (104)$$

D'autre part, comme on l'a déjà vu,  $E_2$  dépend également de la forme de la tension. Or, les tensions les plus intéressantes à étudier sont les tensions continue et alternative.

Considérons donc  $E_2$  donné par les relations (40) et (41) tel que l'on ait respectivement :

$$E_2 = \frac{L_2 \cdot U}{k_1} \cdot [1 - e^{-k_1 t}], \quad \text{pour } U = \text{constante}$$

$$\text{ou } E_2 = \frac{1}{\omega^2 + k_1^2} \cdot [(L_2 k_1 + L_1 \omega^2) U + (L_1 \cdot k_1 - L_2) \omega \cdot U_m \cdot (\cos \omega t - e^{-k_1 t})], \text{ pour}$$

$$U = U_m \cdot \sin \omega t ; \quad \text{avec } \omega = 2\pi f.$$

Les expressions simplifiées de ces deux équations sont respectivement :

$$E_2 = \frac{3}{d} \cdot \frac{1}{(2+\mu)} \cdot [1 - e^{-k_1 t}] \quad (105)$$

$$E_2 = \frac{1}{(\omega^2 + k_1^2)} \cdot L_1 \cdot \left[ \left( k_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} + \omega^2 \right) \cdot U + \left( k_1 - \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \right) \omega U_m (\cos \omega t - e^{-k_1 t}) \right] \quad (106)$$

Pour une tension, continue ( $U = \text{constante}$ ), l'équation de propagation de l'arborescence, obtenue par substitution de (105) dans (102) est donnée par :

$$\frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4 \cdot \epsilon_0}{\rho} \cdot [(\epsilon_{r2} - 4\epsilon_{r1}) \cdot \left\{ \frac{3d}{(2+\mu)} [1 - e^{-k_1 t}] \right\}^2 + \frac{36 \epsilon_{r1}}{(2+\mu)} \cdot [1 - e^{-k_1 t}] - 9 \epsilon_{r1}] \right\}^{1/2} \cdot U/d \quad (107)$$

Sous tension alternative, en pratique  $E_2$  (eq. 106) tend très vite vers :

$$E_2 = \frac{L_1}{\omega^2 + k_1^2} \cdot \left[ k_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} + \omega^2 \right] \cdot U ;$$

et l'équation de propagation devient :

$$\frac{dl}{dt} = \left\{ \frac{4 \cdot \epsilon_0}{\rho} \cdot [(\epsilon_{r2} - 4\epsilon_{r1}) \cdot \left\{ \frac{L_1 \cdot d^2}{(\omega^2 + k_1^2)} \cdot \left( \frac{k_1 \cdot \gamma_1}{\epsilon_1} + \omega^2 \right) \right\}^2 + \frac{12 \cdot \epsilon_{r1} \cdot d \cdot L_1}{(\omega^2 + k_1^2)} \cdot \left( \frac{k_1 \cdot \gamma_1}{\epsilon_1} + \omega^2 \right) - 9 \epsilon_{r1} \right\}^{1/2} \cdot \frac{U_m \cdot \sin \omega t}{d} \quad (108)$$

Ainsi, il apparait que la propagation de l'arborescence dépend de la conductivité de l'eau (cavité), donc de sa salinité et du matériau isolant (polymère), des permittivité  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ , de l'amplitude de la tension et de sa fréquence et de la densité du matériau.

### III-2-2- Arborescence en Noeud-papillon" ( $\sigma \neq 0$ )

L'arborescence en Noeud-papillon est assimilée à deux sphères tangentes l'une par rapport à l'autre (dénotées N et N' respectivement), de rayons respectifs  $a_N = l_N/2$  et  $a_{N'} = l_{N'}/2$  (fig.9).

On peut donc étudier l'évolution de chaque aile du Noeud-papillon séparément, en utilisant le même raisonnement que dans le cas de l'arborescence ouverte, après avoir déplacé le point d'incubation de l'arborescence (point de tangence des deux ailes), par rapport aux électrodes ( $d_N, d_{N'}$ ).

Pour le calcul des champs  $E_{1N}$  ( $l_N$ ) et  $E_{1N'}$  ( $l_{N'}$ ), nous adaptons les expressions des champs  $E_1$  (eq. 39) et  $E_2$  (eq. 40 ou 41), à chacune des ailes du papillon, indépendamment l'une de l'autre.

Pour se faire adoptons les notations suivantes :

$E_{1N}, E_{1N'}$  : les champs électriques dans le polymère du côté de l'aile N et N' respectivement.

$E_{2N}, E_{2N'}$  : les champs électriques dans l'aile N et N' respectivement.

$l_N$  et  $l_{N'}$  : longueur des ailes N et N' respectivement.

Ainsi, d'après l'équation (39), on aura :

$$E_{1i} = \frac{3 \cdot U}{C_{1i} (l_i/2)} \cdot \left[ \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right] \cdot E_{2i} \quad ; \quad i = N, N' \quad (109)$$



De la même manière que précédemment, nous considérons l'arborescence à ces début ( $a_i/d_i \ll 1$  ;  $i = N, N'$ ) ; Dans ce cas, on aura :

$$Z_{1N} = d - d_N + \frac{l_N}{2} \approx d - d_N \quad ; \quad Z_{1N'} = d - d_{N'} - \frac{l_{N'}}{2} \approx d - d_{N'}$$

$$Z_{2N} = d_N - \frac{l_N}{2} \approx d_N \quad ; \quad Z_{2N'} = d_{N'} - \frac{l_{N'}}{2} \approx d_{N'}$$

d'où :  $\alpha_{1i} = \frac{l_i/2}{d-d_i}$  ;  $\alpha_{2i} = \frac{l_i/2}{d_i}$

$$C_{1i} = \frac{\alpha_{1i}(1-\alpha_{2i}^3) + \alpha_{2i}(1-\alpha_{1i}^3)}{\alpha_{1i} \cdot \alpha_{2i}} = \frac{1}{4 l_i} \cdot \left[ \frac{8 d_i^3 - l_i^3}{d_i^2} + \frac{8 (d-d_i)^3 - l_i^3}{(d-d_i)^2} \right]$$

et  $C_{2i} = \alpha_{1i}^2 + \alpha_{2i}^2 = \frac{l_i^2}{4} \cdot \left[ \frac{1}{(d-d_i)^2} + \frac{1}{d_i^2} \right]$  ;

Pour  $i = N, N'$ .

D'après l'équation (7), on aura :

$$\sigma_i = \varepsilon_1 \cdot E_{1i} - \varepsilon_2 \cdot E_{2i} \quad ; \quad i = N, N' \quad (110)$$

Par substitution de (109) dans (110), on aura :

$$\sigma_i = \frac{6 \cdot \varepsilon_1 \cdot U}{C_{1i} \cdot l_i} - \left[ \varepsilon_1 \cdot \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right) + \varepsilon_2 \right] \cdot E_{2i}, \quad i = N, N' \quad (111)$$

et par substitution de (111) dans (99), on aura :

$$\frac{\rho}{4} \cdot \left( \frac{dl_i}{dt_i} \right)^2 = \left\{ \left[ \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right) \right]^2 \cdot E_{2i}^2 + \frac{12 \cdot \varepsilon_1 \cdot U}{C_{1i} \cdot l_i} \cdot \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right) \cdot E_{2i} - \frac{U}{36 \cdot \varepsilon_1 \cdot \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i} \cdot l_i} \right)^2} \right\} ; \quad i = N, N' \quad (112)$$

Les vitesses de propagation des ailes du papillon sont données par :

$$\frac{dli}{dt} = \left\{ \frac{4}{\rho} \left[ (\epsilon_2 - \epsilon_1) \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right)^2 \right] \cdot E_{2i}^2 + \frac{12 \cdot \epsilon_1 \cdot U}{C_{1i} \cdot l_i} \cdot \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right) \cdot E_{2i} - \frac{U}{36 \cdot \epsilon_1 \cdot \left( \frac{U}{C_{1i} \cdot l_i} \right)^2} \right\}^{1/2}; i = N, N' \quad (113)$$

$$\frac{dli}{dt} = \left\{ \frac{4\epsilon_0}{\rho} \left[ (\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1}) \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right)^2 \right] \cdot E_{2i}^2 + \frac{12 \cdot \epsilon_{r1} \cdot U}{C_{1i} \cdot l_i} \cdot \left( \frac{3C_{2i} + 2C_{1i}}{C_{1i}} \right) \cdot E_{2i} - \frac{U}{36 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \left( \frac{U}{C_{1i} \cdot l_i} \right)^2} \right\}^{1/2}; i = N, N' \quad (112)$$

Considérons l'expression de  $E_{2i}$  (eq. 41) donnée pour une tension sinusoïdale qui est importante à plus d'un titre, puisque l'arborescence d'eau se développe surtout sous ce type de tension [1, 2, 20].

$$E_{2i} = \frac{1}{(\omega^2 + k_{1i}^2)} \cdot [(L_{2i} \cdot k_{1i} + L_{1i} \cdot \omega^2) \cdot U + (L_{1i} \cdot k_{1i} - L_{2i}) \cdot \omega \cdot U_m \cdot (\cos \omega t - e^{-k_{1i} t})], i = N, N' \quad (115)$$

avec :

$$k_{1i} = \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \cdot \left[ \frac{3C_{2i} + C_{1i} (2+\mu)}{3C_{2i} + C_{1i} (2+\eta)} \right]$$

$$L_{1i} = \frac{6}{l_i} \cdot \left[ \frac{1}{3C_{2i} + (2+\eta) C_{1i}} \right]$$

$$L_{2i} = \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \cdot L_{1i}$$

$$\mu = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad \text{Pour } i = N, N'$$

La substitution de (115) dans (114) nous donne l'expression générale du système d'équation décrivant la propagation de l'arborescence en Noeud-papillon.

La résolution numérique de ce système analytique pourrait donner une solution approchée.

La même constatation que pour les arborescences ouvertes ( $\sigma \neq 0$ ) peut être faite, quant aux paramètres influents sur la propagation de ce type d'arborescence "Noeud-papillon".

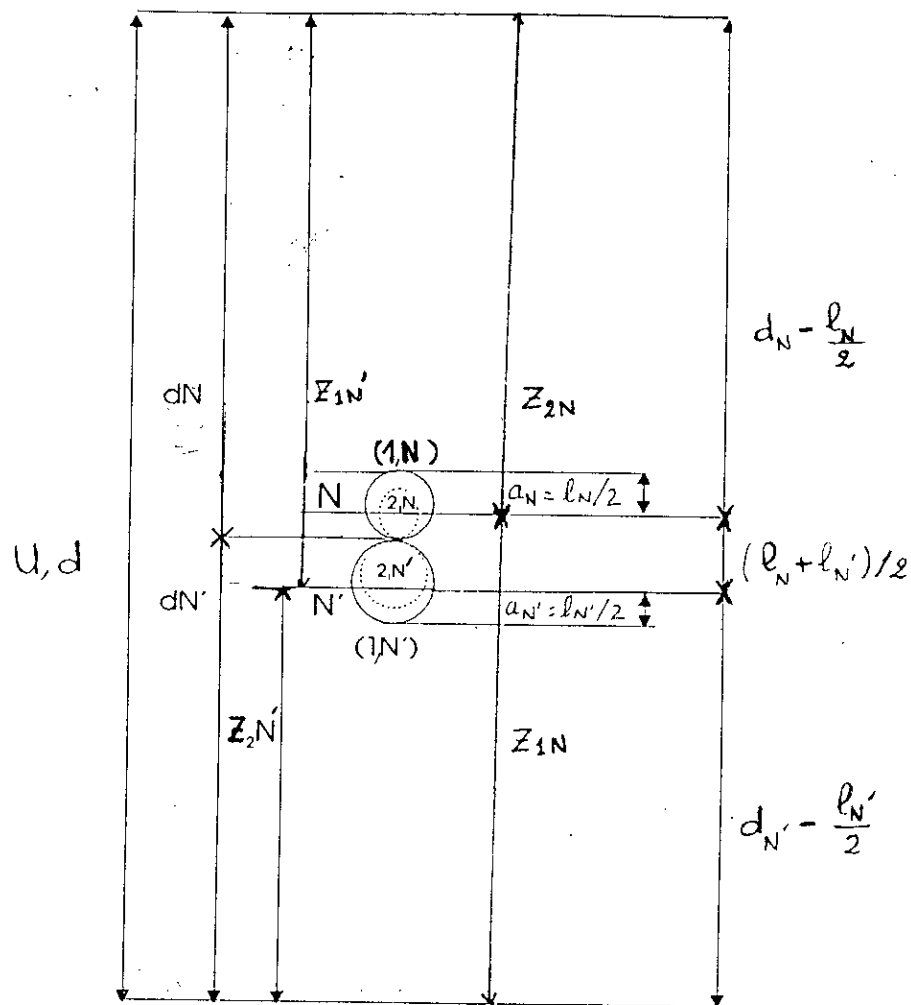


Fig. 9: Représentation schématique du modèle de l'arborescence "Noeud-papillon" pour  $E_2 = E_{2S} + E_{2tr}$

### III-2-3- Autre type d'arborescence d'eau

La structure de l'arborescence d'eau peut être constituée d'un réseau de fins passages (de diamètre 0,2 à 0,6  $\mu\text{m}$ ) reliant des volumes de diamètre compris entre 0,5 et 9,8  $\mu\text{m}$  [35, 35, 403].

La morphologie du polymère influence la structure de l'arborescence car celle-ci progresse dans les zones intercrystallines du polymère [2,36].

Dans ces conditions, l'arborescence dépendra de la concentration de ces microcavités et du champ électrique qui provoquera l'élongation de ces dernières et la jonction entre elles (fig. 10).

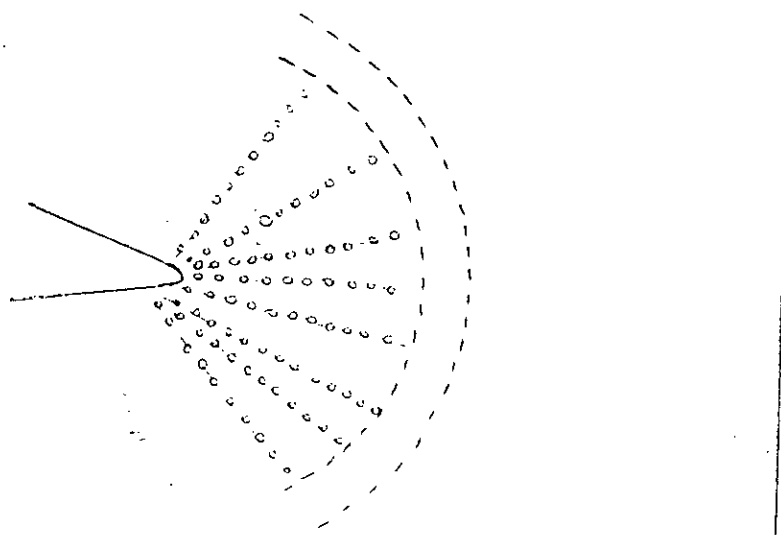


Fig. 10 : Arborescence d'eau constituée par un ensemble de microcavités reliées par un réseau de fins passages.

Si on admet que leur forme initiale est sphérique et que  $\sigma = 0$ , soumises à un champ électrique, ces microcavités vont s'allonger et prendre une forme proche de celle d'un ellipsoïde de révolution [92].

Pour étudier leur évolution, on peut appliquer la même méthode que celle utilisée par Garton et Krasuki [101] dans le cas des huiles isolantes.

Comme les microcavités sont conductrices et que le rapport des permittivités  $\epsilon_{2r}/\epsilon_{1r}$  est proche de 20, leur élongation critique (c'est à dire le rapport  $m$  des demi-axes majeur  $P$  par le mineur  $q$  de cet ellipsoïde) sera de l'ordre de 1,85 [101].

D'autre part, si  $r_c$  est le rayon initial des microcavités (supposées être de même dimensions), le demi-axe majeur sera :

$$P = r_c \times m^{2/3} = r_c \times 1,5 \quad (116)$$

Ainsi, l'élongation critique d'une microcavité sera :

$$2.P = 3. r_c \quad (117)$$

Si  $n_c$  est le nombre de microcavités se trouvant sur la même ligne de champ, la longueur de l'arborescence sera au moins égale à :

$$l = n_c \times 2. P = 3. n_c . r_c \quad (118)$$

En effet, si après élongation, les microcavités ne se rejoignent pas au niveau de leurs pôles, elles le seront par des petits canaux grâce à la diffusion de l'eau et du champ appliqué. La longueur de l'arborescence sera supérieure à  $l = 3. n_c . r_c$ .

La connaissance du champ électrique aux pôles des microcavités et la concentration des microcavités sont nécessaires pour l'étude de la propagation de l'arborescence.

L'expression du champ critique local pour une seule cavité ellipsoïdale est de la forme [102] :

$$E_{cr} = k_c . \left( \frac{\sigma_f}{r_c . \epsilon_{r1}} \right)^{1/2} . \text{ en c.g.s} \quad (119)$$

où  $k_c$  est une constante variant selon les auteurs de 380 à 487.  
Dans le cas de  $n_c$  microcavités situées sur la même ligne de champ.

$$E_{cr} = k_c . \left( \frac{\sigma_f}{r_c . \epsilon_{r1}} \right)^{1/2} . F (r_c, n_c, t, \epsilon, \gamma) \quad (120)$$

La fonction  $F$  a été déterminée dans un travail antérieur par A. Beroual [102].

Notons que la forme exacte des microcavités est décrite par l'équation établie auparavant (eq.95).

### III-3- Régime de propagation

Comme nous l'avons mentionné au premier chapitre, la propagation des arborescences dépend de la morphologie du matériau et des contraintes qui lui sont appliquées.

D'autre part, nous avons montré, pour chacun des modèles proposés dans cette partie, que la propagation dépend du type de tension appliquée. Elle est continue si cette dernière est continue, et s'effectue par saut quand la tension est alternative.

De ce fait, on pourrait penser, que pour ce dernier cas, ces sauts sont liées aux processus physico-chimiques (injection de charge) qui ont lieu à l'intérieur des branches, durant la phase transitoire ( $E_{2tr} \neq 0$ ).

Si on admet que, pour réaliser un saut de longueur donnée, il faut que  $E_2$  atteigne une certaine valeur critique  $E_{2cr}$ , alors la durée de ce saut est d'autant plus courte que le temps  $t_{tr}$  pendant lequel  $E_{2tr}$  (donc  $A(t)$ ) atteint sa valeur maximale est faible. Or,  $t_{tr}$  est d'autant plus faible que  $\gamma_2$  est élevée, c'est pourquoi, la propagation des arborescences d'eau dépend de la conductivité de celle-ci. La propagation est d'autant plus rapide que la conductivité de l'eau est élevée (donc son degré de salinité est élevé).

En effet, par extension de la formule établie par A. BEROUAL [93] pour décrire la propagation par sauts, en admettant qu'un matériau solide (polymère en particulier) est un liquide dont la viscosité est très importante, on aura :

$$v_j^2 = \frac{2}{\pi \cdot r_k^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \left( \int i_j \cdot dt \right) \cdot E_k \quad (121)$$

Où  $v_j$  est la vitesse de propagation partielle correspondant à une injection de courant  $i_j$ ,  
 $i_j$ , courant injecté lors d'un saut  $j$ .

$E_k$ , le champ à la tête vive de la branche  $k$ , en supposant que l'arborescence est constituée de  $n$  branches.

$r_k$ , rayon de la tête de la branche  $k$  assimilée à une demi-sphère.

et  $\rho$ , masse volumique du matériau solide.

$$\text{Or, } E_k = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q_j}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r_k^2}$$

En supposant les branches identiques ( $E_k = E$  et  $r_k = r$ ), on aura :

$$E = \frac{q_j}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \quad (122)$$

$$\text{d'où } v_j = \left( \frac{4}{\epsilon \cdot \rho} \right)^{1/2} \cdot \sigma = 2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{\epsilon \cdot \rho}} \quad (123)$$

Ou encore :

$$V_j = \frac{1}{(\epsilon \rho)^{1/2}} \cdot \frac{q_j}{\pi \cdot r^2} = \frac{1}{(\epsilon \cdot \rho)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot r^2} \cdot \int i_j \cdot dt \quad (124)$$

l'équation (123) montre que le déplacement partielle de l'arborescence  $v_j$  (saut  $j$ ) est d'autant plus élevé que  $\sigma$  est élevée.

Le terme ( $\rho \cdot \varepsilon$ ) représente le temps de relaxation du matériau isolant.

$$\tau = \rho \cdot \varepsilon \quad (125)$$

$$\text{d'où } v_j = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{\pi \cdot r^2} \cdot \int i_j dt = 2 \sigma / \sqrt{\tau} \quad (126)$$

Il ressort de cette équation que  $v_j$  dépend également de la morphologie du matériau, comme nous l'avons déjà souligné auparavant.

### III-4- CONCLUSION

Ces modèles font ressortir les différents facteurs influent sur la propagation de l'arborescence, ainsi que le mode de propagation de celle-ci qui dépend exclusivement de la forme de la tension appliquée.

Une application des modèles d'arborescences ouvertes ( $\sigma = 0$  et  $\sigma \neq 0$ ), nous permettra de vérifier cela, ce qui fera l'objet du troisième chapitre.

**TROISIÈME CHAPITRE :**  
**SIMULATION NUMÉRIQUE DES**  
**ARBORESCENCES**



## INTRODUCTION

Il ressort, de ce qui précède, que la cinétique de propagation de l'arborescence dépend, avant tout, de la forme de la tension appliquée et de l'endroit où elle prend naissance (arborescence ouverte ou en noeud-papillon). De plus, l'amplitude de la tension, sa fréquence, la distance interélectrodes, le rayon de courbure de l'aiguille, ainsi que la nature du matériau isolant sont des facteurs influents sur sa cinétique.

Pour vérifier cela, nous avons effectué une application des modèles d'arborescences ouvertes à  $\sigma=0$  et  $\sigma \neq 0$ , dans le cas des arborescences électriques et d'eau.

La cinétique de propagation de ces arborescences est déterminée sur trois types de polymères (PE, EPDM et PVC) en fonction des contraintes de service figurant sur chacun des modèles. Aux résultats de simulation, sont conjuguées des mesures optiques relevées de la littérature, permettant la validation des premiers.

### I-PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS DE SIMULATION

Dans ce chapitre, nous exposerons les résultats de la simulation numérique, des modèles d'arborescences, présentés dans la deuxième partie du second chapitre. Nous déterminerons, à cet effet, les courbes de propagation  $l(t)$ , où  $l$  est la longueur de l'arborescence et  $t$  la durée d'application de la tension pour cette longueur, ainsi que les temps de retard au claquage  $t_b(U)$  sous tension continue, où  $U$  est le niveau de tension appliqué. Nous y présenterons également les variations de  $l(t)$  et  $t_b(U)$  en fonction des différents paramètres opérationnels intervenant dans l'expression des équations de propagation.

Pour se faire, nous avons élaboré un programme informatique permettant d'intégrer les équations différentielles, décrivant la cinétique de propagation des arborescences, obtenues pour chacun des modèles d'arborescences ouvertes (pour  $\sigma=0$  et  $\sigma \neq 0$ ) étudiés ci-dessus.

La méthode d'intégration de RUNGE-KUTTA d'ordre quatre est alors choisie, pour répondre à ces exigences.

Les caractéristiques  $l(t)$  sont déterminées pour la plupart des modèles pour:

- 3 niveaux de tension appliquée:  $U=10, 15$  et  $20$  kV,
- 3 distances interélectrodes:  $d=1, 2$  et  $3$  mm,
- 3 rayons de courbure de l'aiguille:  $r_p=0.5, 5$  et  $10$   $\mu\text{m}$ ,
- 3 fréquences du champ électrique (dans le cas de la tension sinusoïdale):  $f=50, 100$  et  $1000$  Hz,
- 3 types de polymères: PE, EPDM et PVC, dont les caractéristiques intervenant dans la détermination de  $l(t)$  sont résumées dans le tableau 1.

Ceci pour les deux formes de tension: continue et sinusoïdale et pour les deux types d'arborescences électrique et d'eau, caractérisées par leur permittivité relative  $\epsilon_{r2}$  et leur conductivité  $\gamma_2$ .

Dans le cas des arborescences d'eau (à  $\sigma \neq 0$ ), trois valeurs de la conductivité de la solution ( $\gamma_2$ ) sont également injectées pour relever son influence sur  $l(t)$ .

Le tableau 2 donne les valeurs de  $\epsilon_{r2}$  et  $\gamma_2$  pour les deux types d'arborescences.

Ces différentes valeurs sont également appliquées pour déterminer la variation de  $t_b(U)$ , à chaque fois que les facteurs correspondant sont mis en jeu.

Tableau 1: Caractéristiques des polymères utilisés [104,105]

Polymère	Permittivité relative $\epsilon_{r1}$	masse volumique $\rho$ (kV/m <sup>3</sup> )	conductivité $\gamma_1$ ( $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ )
PE	2.3	920	$2 \cdot 10^{-16}$
EPDM	3	1000	$10^{-15}$
PVC	3.4	1400	$10^{-13}$

Tableau 2: Valeurs de  $\epsilon_{r2}$  et  $\gamma_2$  relatives aux arborescences électriques et d'eau [106]

Arborescence	Contenu de l'arborescence	$\epsilon_{r2}$	$\gamma_2 (\Omega^{-1} \cdot m^{-1})$
Electrique	air	1	$10^{-16}$
d'Eau	eau normale	80	$10^{-3}$
	eau chimiquement pure	80	$10^{-6}$
	solution de NaCl à 10%	80	12.12

Pour valider ou rejeter nos résultats, nous avons comparés ces derniers à des résultats de littérature (mesures optiques). Nous avons fait référence aux travaux de M.Ieda et al [61], M.Morita [44], J.C.Filippini et al [23,72], A.Jantzen [71] et I.Kitani et al [64].

Les résultats obtenus répondent bien au mode de propagation de l'arborescence. Cependant, pour être conforme avec l'échelle des résultats de la littérature [23,44,61,64,71 et 72], nous avons introduit un facteur de correction  $F_c$  qui varie selon le type d'arborescence considérée, ainsi qu'avec la forme de la tension appliquée.

Dans le cas des arborescences développées sous tension alternative, les caractéristiques  $l(t)$ , obtenues par mesures optiques, nous ont permis de déterminer la valeur du facteur de correction, tel que  $F_c$  est égal à la pente de la droite  $l=f(l_m)$ , où  $l$  est la longueur simulée de l'arborescence et  $l_m$ , la longueur mesurée correspondant au même temps d'application de la tension et obtenue sous des conditions expérimentales identiques (à la limite voisines) aux données de la simulation numérique.

Les travaux de J.Filippini et al [23] et R.Fournie et al [20] sur la propagation des arborescences d'eau, de M.Ieda [61] et al et M.Morita et al [44] sur la propagation des arborescences électriques ont été de bonnes références pour ce cas de tension.

Cependant, très peu de recherches sont réalisées sur la génération des arborescences sous tension continue et la comparaison de nos résultats obtenus sous cette forme de tension est alors difficile.

Toutefois, les résultats des travaux de I.Kitani et al [64], sur des échantillons de PMMA de 3 mm d'épaisseur interélectrodes, soumis à une tension continue de rampe positive qui croît à une

vitesse de 1 kV/s, nous ont permis d'estimer la vitesse de propagation des arborescences électriques sous tension continue positive, à 15  $\mu\text{m/s}$  en début de propagation, pour les conditions expérimentales citées ci-dessus; Ce qui, en retour, nous a permis de déterminer la valeur du facteur de correction  $F_c$  correspondant à chacun des modèles.

De même, les valeurs de  $F_c$  relatives aux arborescences d'eau, sous tension continue, sont déterminées en tenant compte de la vitesse de propagation de celle-ci, estimée par A.Jantzen [71] et J.C.Filippini et al [72] égale à  $10^{-2} \mu\text{m/h}$ .

Le tableau 3 ci-dessous résume les différentes valeurs attribuées à  $f_c$  dans le cas de chacun des modèles.

Tableau 3

* * *	Type de tension =====>	Continue		Sinusoidale	
	Type d'arborescence =====>	Elect- rique	d'Eau	Elect- rique	d'Eau
M O D E L E S	Arborescence en buisson tangente à la pointe P ( $\sigma=0$ )	$10^{-8}$	$10^{-18}$	$10^{-7}$	$5.10^{-12}$
	Arborescence en buisson centrée sur la pointe P ( $\sigma=0$ )	$3.10^{-8}$	4. $10^{-18}$	$3.10^{-7}$	2. $10^{-11}$
	Arborescence en buisson centrée sur o ( $\sigma=0$ )	$3.10^{-8}$	2. $10^{-17}$	3,1. $10^{-7}$	2,5. $10^{-11}$
	Arborescence filamentaire: approximation sphérique ( $\sigma=0$ )	$3.10^{-8}$	3,5. $10^{-15}$	7,5. $10^{-7}$	2,5. $10^{-10}$
	Arborescence filamentaire: approximation hyperboloidale ( $\sigma=0$ )	8,88. $10^{-10}$	1,3. $10^{-14}$	2,1. $10^{-6}$	8,5. $10^{-10}$
	Arborescence ouverte ( $\sigma \neq 0$ )	$3.10^{-8}$	9,5. $10^{-13}$	3,5. $10^{-7}$	3,4. $10^{-10}$

## 1-SPHERE TANGENTE A LA POINTE P.

Les résultats de ce modèle sont en parfait accord avec ceux trouvés dans la littérature (fig. 11-19), et ce après l'introduction du facteur de correction  $F_c$ , relatif à chaque type d'arborescence et dépendant de la forme de la tension appliquée (tableau 3).

Ils montrent la cinétique de propagation de l'arborescence avec le temps et sa dépendance des différents facteurs opérationnels mis en jeu.

Ces résultats nous ont permis de faire certaines constatations, pour la plupart, déjà soulignées dans la littérature.

Les courbes  $l(t)$  de propagation des arborescences électriques (fig. 13a-19a) présentent des variations semblables en tension continue et sinusoïdale, mais des taux de croissance plus élevés en alternatif qu'en continu [44,64], et des allures quasi-linéaires conduisant à des claquages assez rapides [9,69] par rapport à ceux des arborescences d'eau (fig.11 et 12).

Par contre, les courbes  $l(t)$  de propagation des arborescences d'eau sont quasi-linéaires sous tension continue (fig. 13b-15b), car la vitesse de croissance est constante [71,72], et laissent distinguer deux phases distinctes sous tension sinusoïdale (fig. 16b-19b): la première phase où la cinétique de propagation est très rapide. Cette phase dure une dizaine d'heures. La deuxième est plus lente est dure jusqu'à la fin du temps de vieillissement, comme cela a été rapporté par V.Raharimalala [2].

La cinétique de propagation des arborescences électrique et d'eau est d'autant plus grande que le niveau de tension est plus élevé, quelque soit la forme de la tension appliquée: continue ou sinusoïdale (fig. 14 et 17), ce qui implique des temps de rupture plus courts [4,57], comme le montrent les figures 11 et 12.

Le rôle accélérateur de la fréquence du champ électrique [14,22,23] est également mis en évidence (fig. 19). Cependant, dans le cas des arborescences d'eau, la fréquence présente une valeur maximale (100 Hz), au delà de laquelle ce rôle accélérateur devient modéré, comme cela a été rapporté par la littérature [17,45].

De même, la réduction de l'intervalle interélectrodes augmente la vitesse de propagation de l'arborescence (fig. 13 et 16), bien que de manière moins sensible dans le cas des arborescences d'eau, car l'influence de la distance interélectrodes n'est pas marquée durant les premières heures d'évolution de

l'arborescence. Celle-ci doit être plus visible à l'approche du claquage, comme le montre la courbe des temps de retard au claquage (fig.11).

Cette courbe illustre la dépendance de ces derniers, de la tension appliquée et de l'intervalle interélectrodes. Ils sont d'autant plus courts que la tension est grande et la distance interélectrodes est réduite, Ce qui rejoint les travaux de M.Morita et al [44] montrant la croissance de la tension de claquage avec la distance interélectrodes.

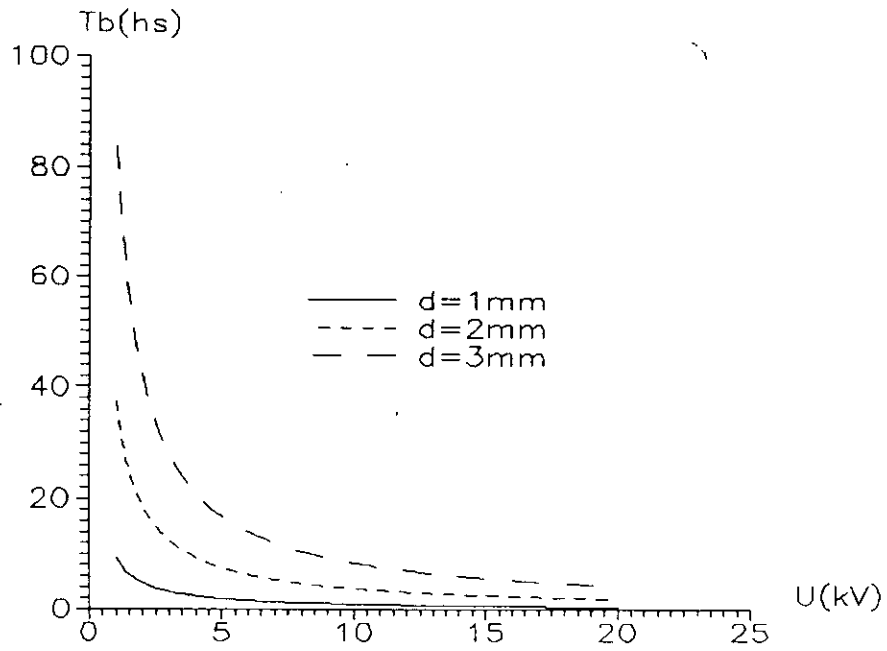
Ce modèle traduit également le mode de propagation de l'arborescence: sous tension continue, l'arborescence se propage de manière continue, alors que sous tension alternative, elle évolue par saut pendant chaque cycle de tension et ce durant tout le temps de vieillissement.

Cependant, ce modèle ne permet pas de tirer des conclusions sur l'influence du matériau isolant, caractérisé par sa masse volumique  $\rho$  et sa permittivité  $\epsilon_{r1}$ , sur sa résistance aux arborescences (fig. 12,15 et 18). Il semblerait que cette dernière soit plutôt liée à la taille des sphérolites et à la masse moléculaire du matériau [2,55,60].

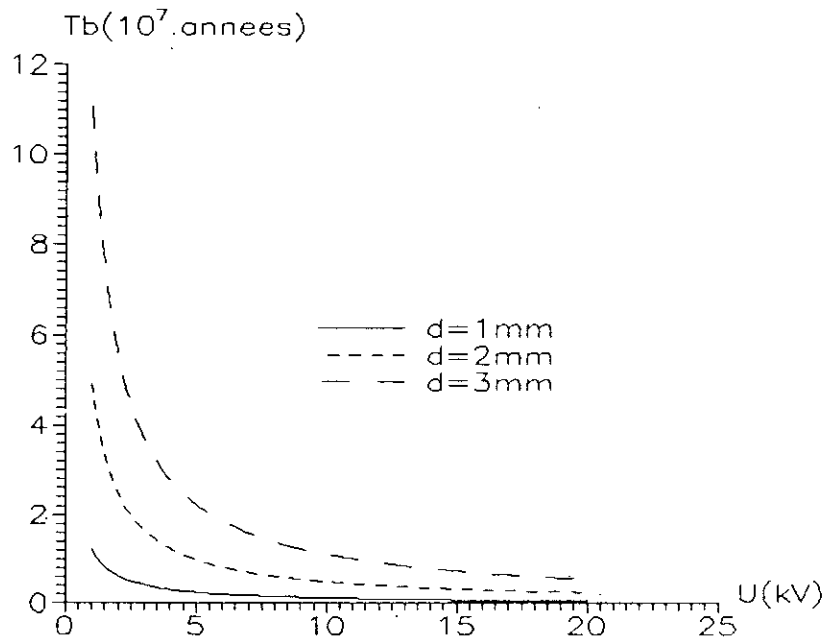
Le fait que ce modèle ne tienne pas compte de la densité de charge  $\sigma$  et de la totalité des paramètres qui peuvent influencer la cinétique de l'arborescence, entre autres, la contrainte mécanique et la température, explique l'introduction du facteur de correction  $F_c$ .

Cependant, ce modèle reste intéressant, dans la mesure où il renseigne sur l'évolution de l'arborescence sous l'influence de différents paramètres.

Néanmoins, il ne répond pas au cas de polarité négative de la tension continue.

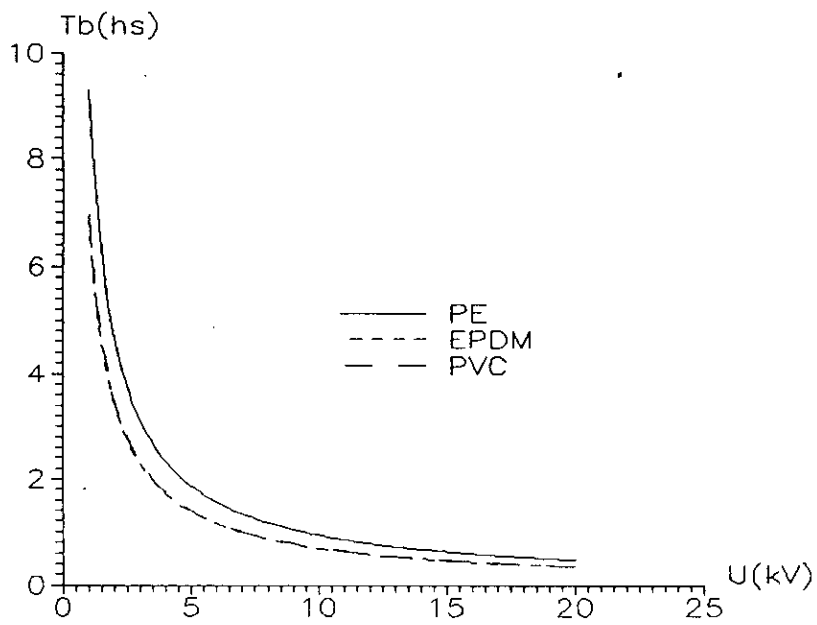


(a): Arborescence électrique.

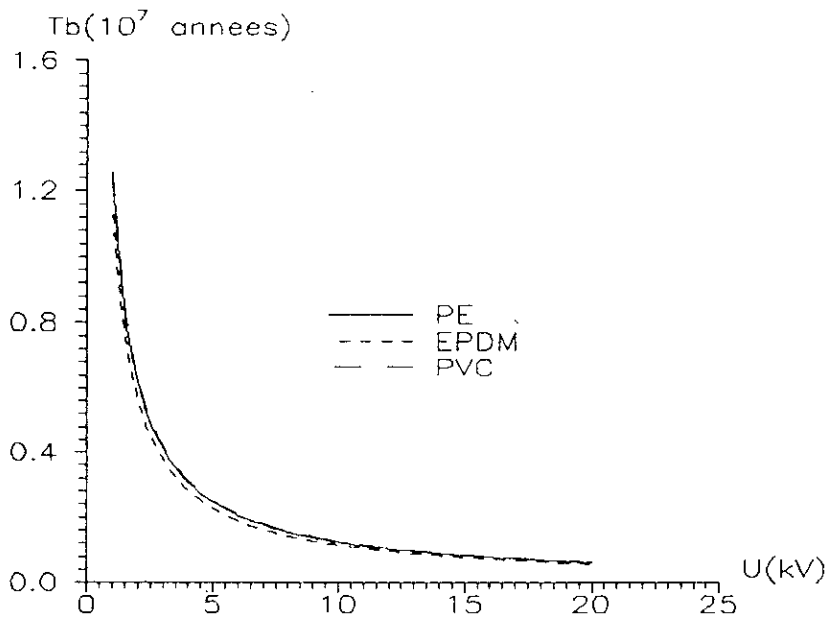


(b): Arborescence d'eau

fig. 11: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliquée, pour différentes distances interélectrodes (modèle de la sphère tangente à la pointe P).



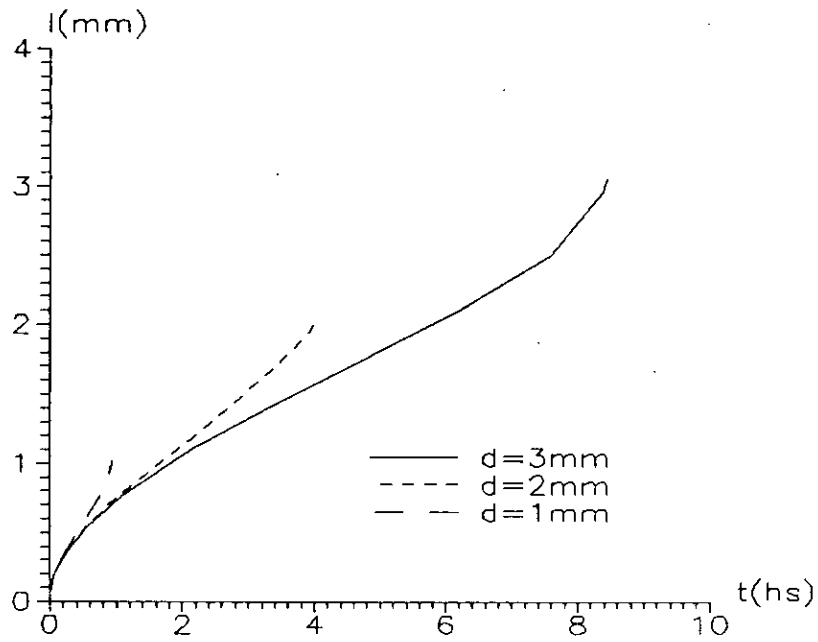
(a): Arborescence électrique.



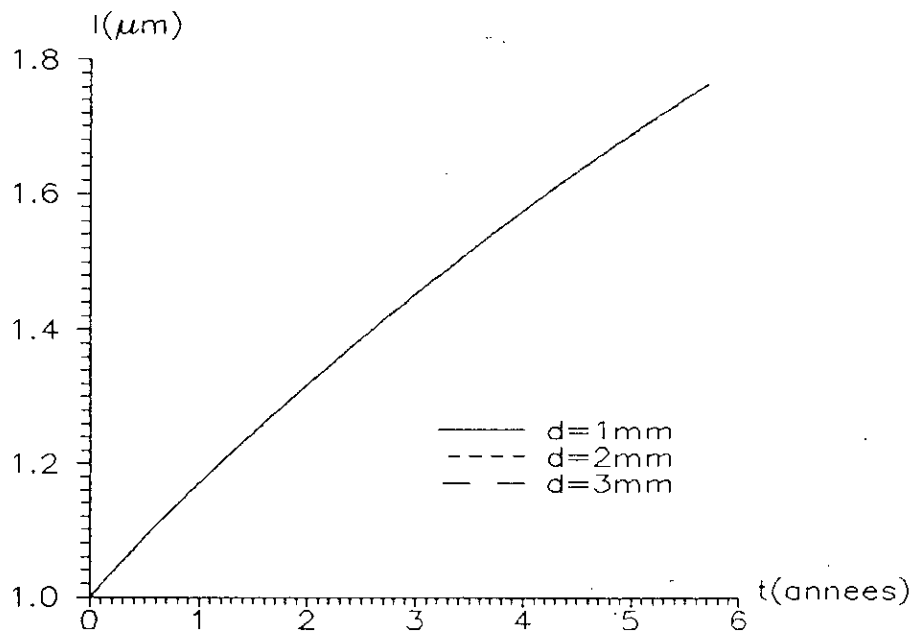
(b): Arborescence d'eau.

fig. 12: Variation du temps de claquage de différents matériaux diélectriques en fonction du niveau de tension appliqué, pour  $d=1\text{mm}$  (modèle de la sphère tangente à la pointe P).



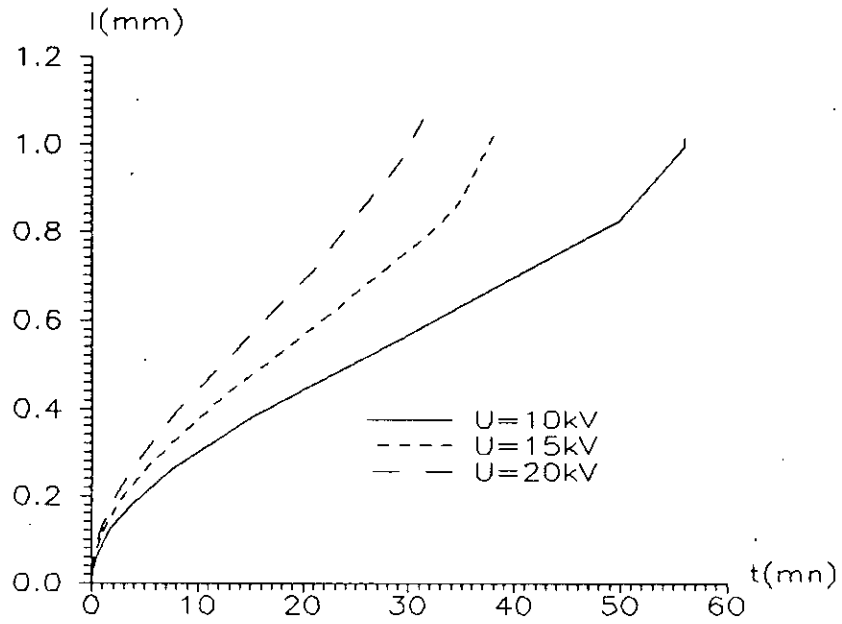


(a): Arborescence électrique.

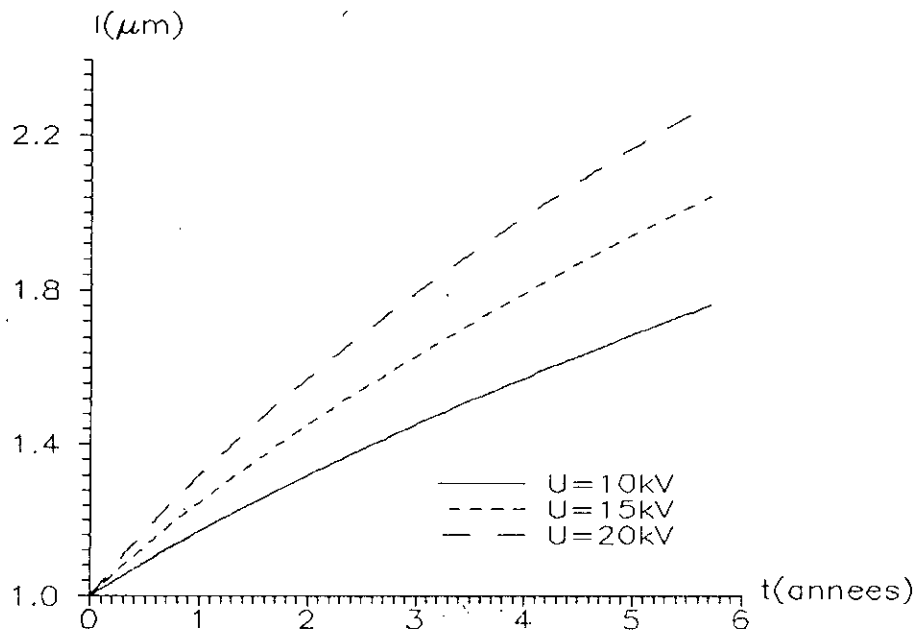


(b): Arborescence d'eau.

fig. 13: Cinétique de propagation de l'arborescence, sous tension continue, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U=10$  kV, PE (modèle de la sphère tangente à la pointe P).

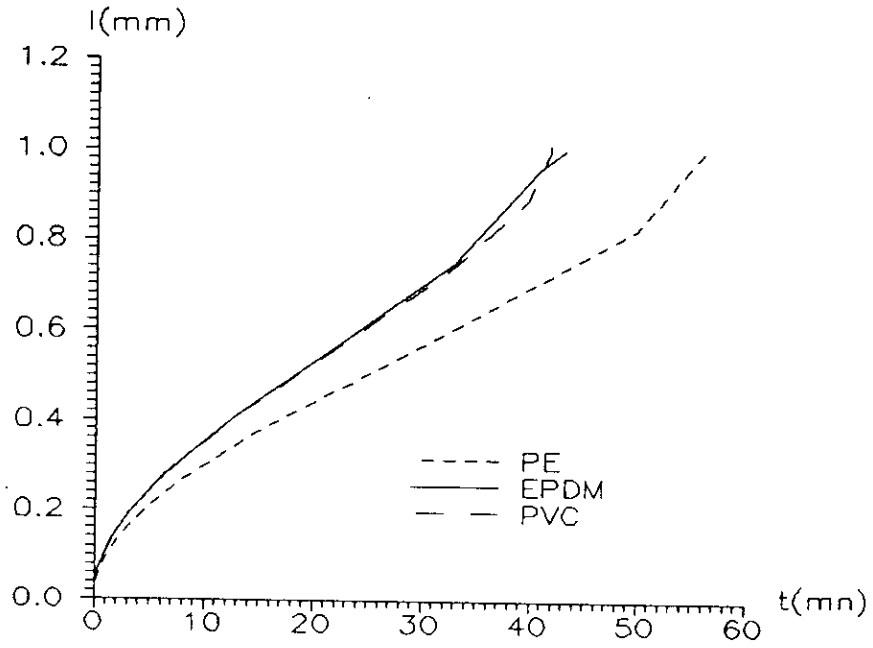


(a): Arborescence electrique.

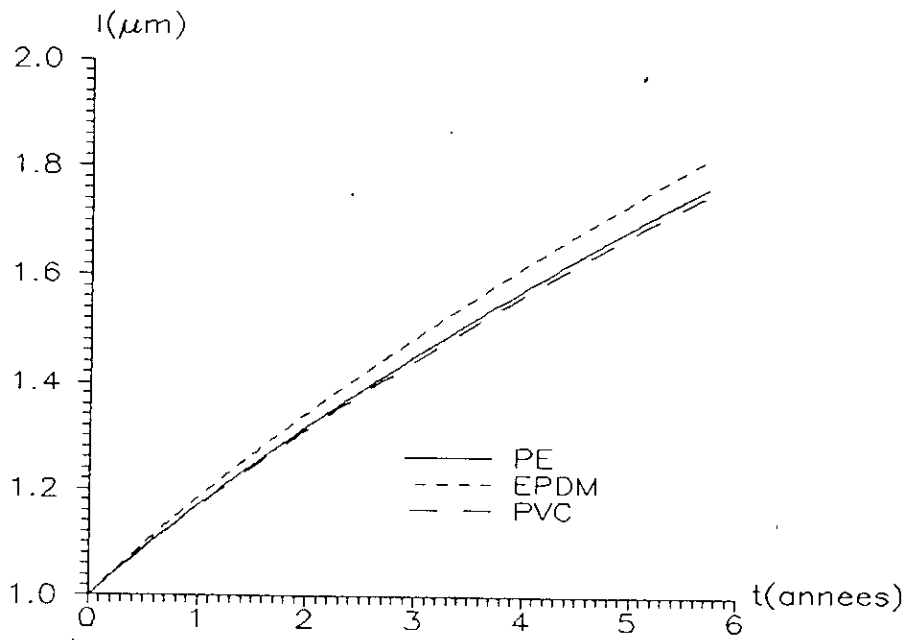


(b): arborescence d'eau.

fig. 14: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ , PE (modèle de la sphère tangente à la point P).

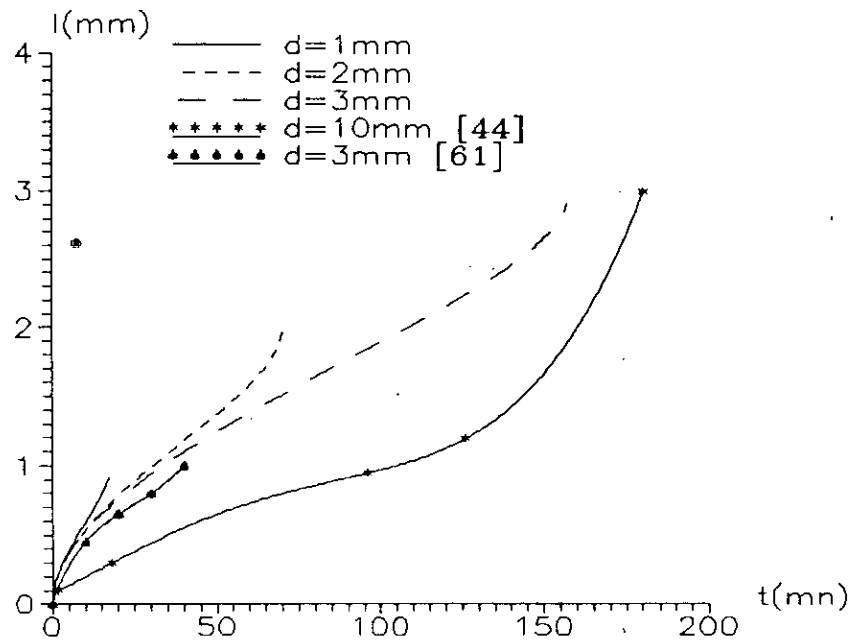


(a): Arborescence électrique.

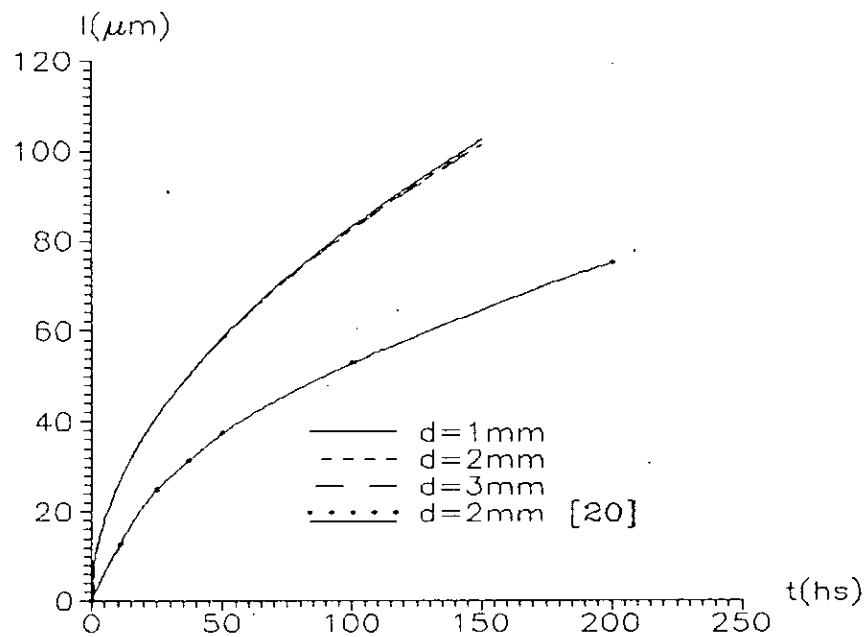


(b): Arborescence d'eau.

fig. 15: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du matériau isolant utilisé, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $U=10\text{ kV}$  (modèle de la sphère tangente à la point P).

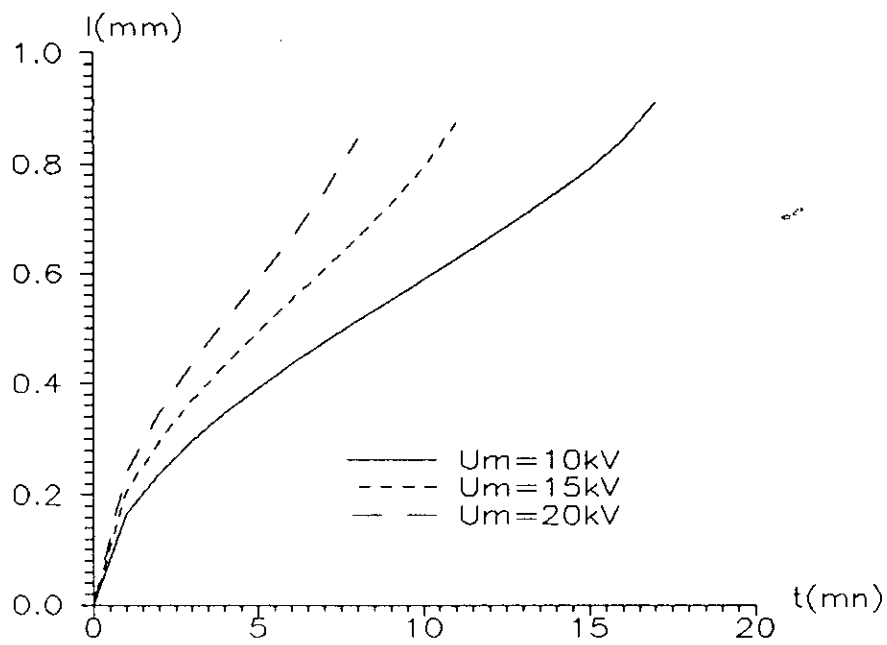


(a): Arborescence électrique.

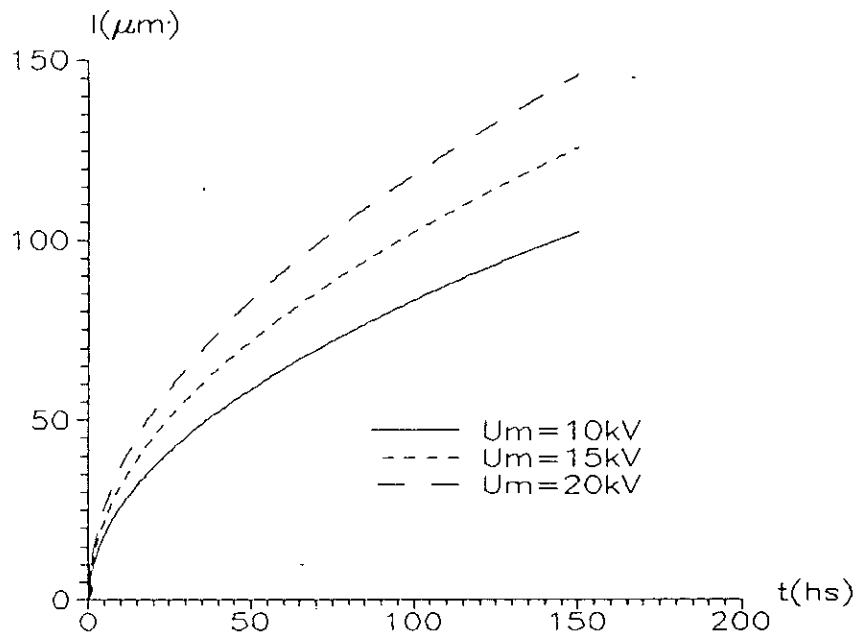


(b): Arborescence d'eau.

fig. 16: Cinétique de propagation de l'arborescence, sous tension sinusoïdale, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U_m=10\text{ kV}$ ,  $f_r=50\text{ Hz}$ , PE (modèle de la sphère tangente à la pointe P).

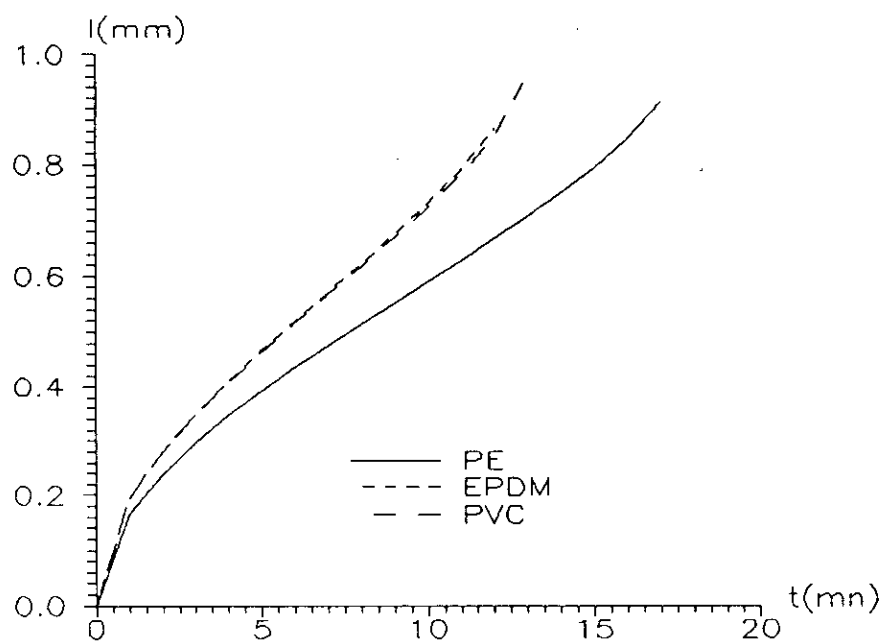


(a): Arborescence électrique.

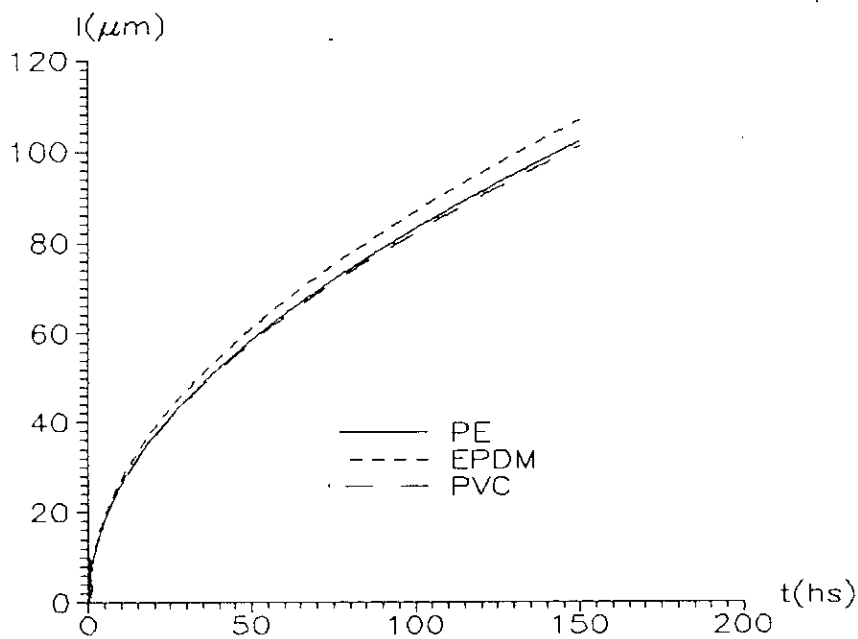


(b): Arborescence d'eau.

fig. 17: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $f_r=50\text{ Hz}$ , PE (modèle de la sphère tangente à la point P).

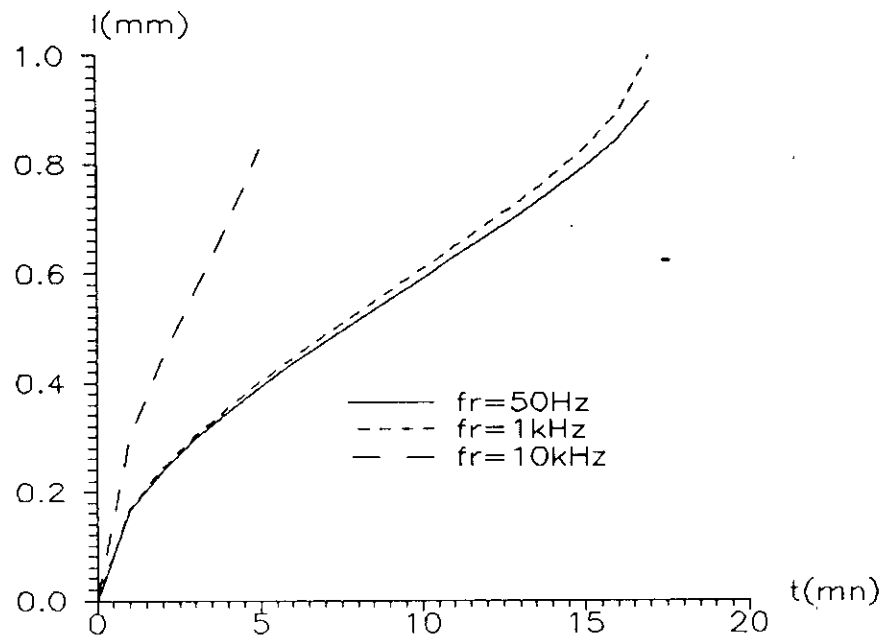


(a): Arborescence électrique.

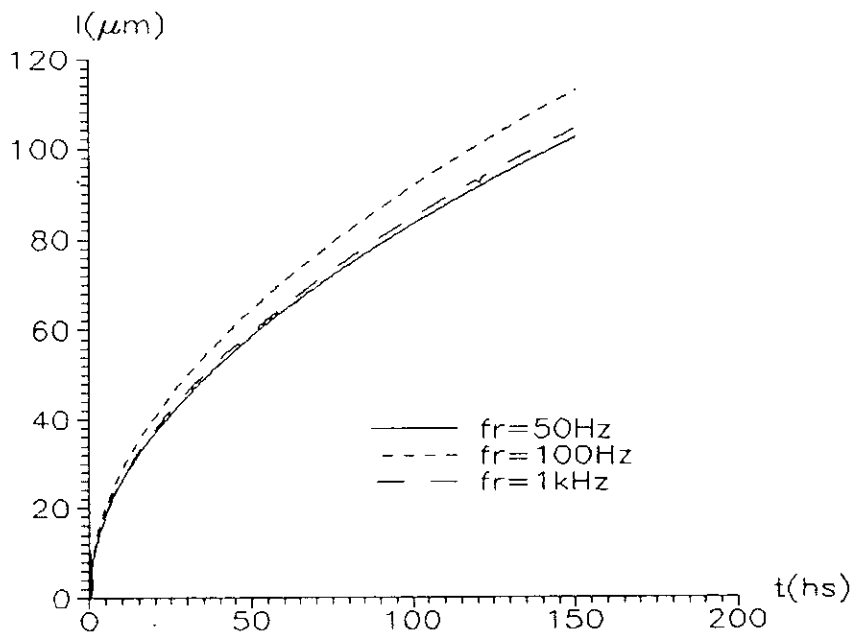


(b): Arborescence d'eau.

fig. 18: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du matériau isolant utilisé, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $U_m=10\text{ kV}$ ,  $f_r=50^2\text{ Hz}$  (modèle de la sphère tangente à la point P).



(a): Arborescence électrique.



(b): Arborescence d'eau.

fig. 19: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction de la fréquence du champ électrique, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $U_m=10\text{ kV}$ , PE (modèle de la sphère tangente à la point P).

## 2- SPHERE CENTREE SUR LA POINTE

Pour bien faire remarquer l'influence du rayon de courbure de la pointe, nous avons proposé deux modèles: la sphère centrée sur la tête de la pointe P et la sphère centrée en o.

Le premier modèle n'a pas répondu à nos espérances, et pour des facteurs de correction voisins de ceux du modèle précédent (sphère tangente à la point P), ce modèle offre les mêmes caractéristiques que ce dernier (fig. 20-28), et les mêmes constatations peuvent alors être faites en ce qui concerne la cinétique de propagation des arborescences et les temps de retard au claquage, en foction des differents facteurs opérationnels.

Dans le cas du test de l'aiguille (needle test), le deuxième modèle, par contre, fait bien remarquer cette influence.

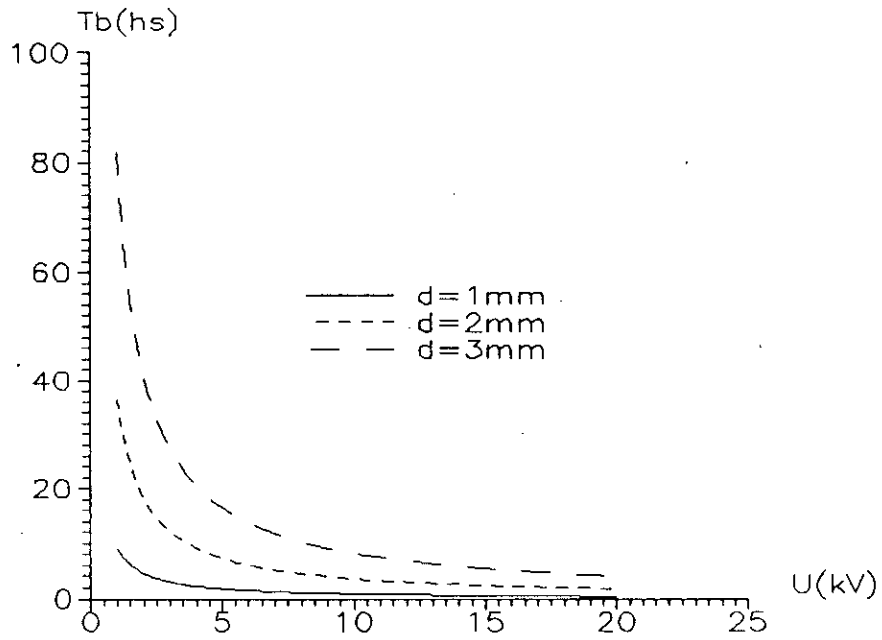
Les temps de propagation, pour une longueur donnée, et les temps de retard au claquage sont influencés par le rayon de courbure de la pointe  $r_p$ .

En effet, ils sont d'autant plus faibles que  $r_p$  est faible, toute chose égale par ailleurs [33,63] (fig.26). Par conséquent, comme  $r_p$  intervient par le biais du champ électrique, en admettant que l'arborescence est générée par un champ seuil donné, la propagation sera d'autant plus importante que  $r_p$  est faible (27 et 28).

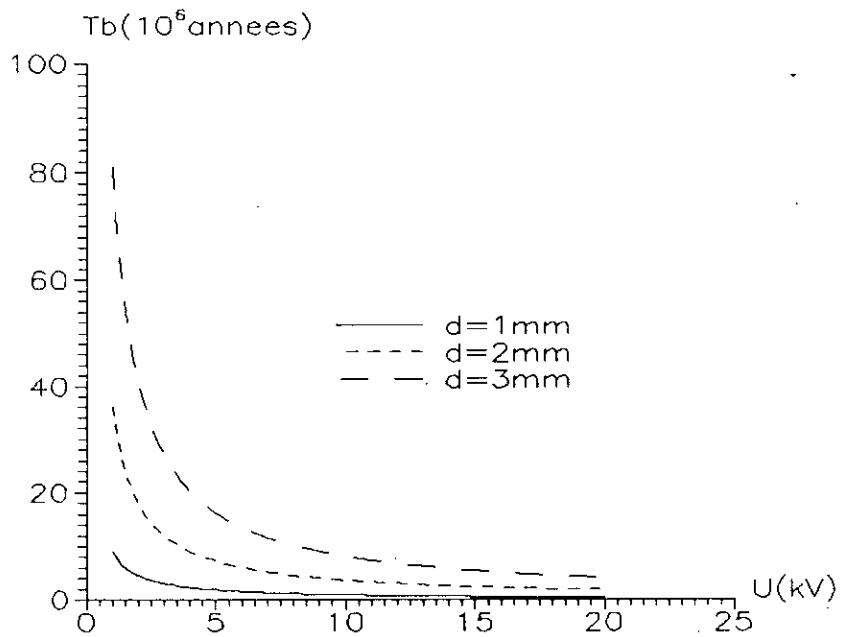
L'influence des autres paramètres (U, d,  $f_r$ , nature du matériau) est également marquée et les caractéristiques  $l(t)$  et  $t_b(U)$  obtenues pour la sphère centrée sur la pointe P sont également valables dans le cas de ce modèle.

Donc, ce qui a été dit pour les modèles précédent, sur la variation de la cinétique de propagation de l'arborescence et les temps de retard au claquage, en fonction de ces facteurs reste toujours valable.



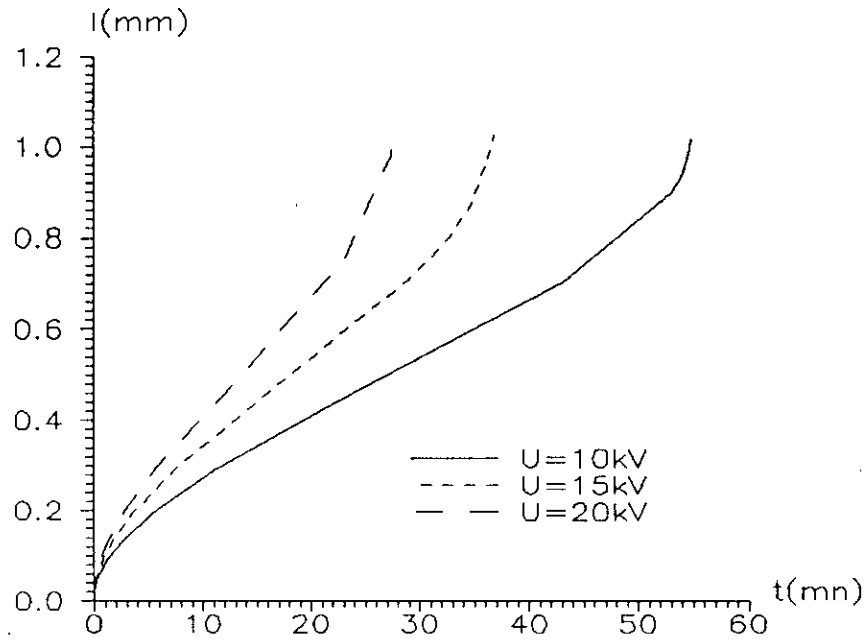


(a): Arborescence électrique.

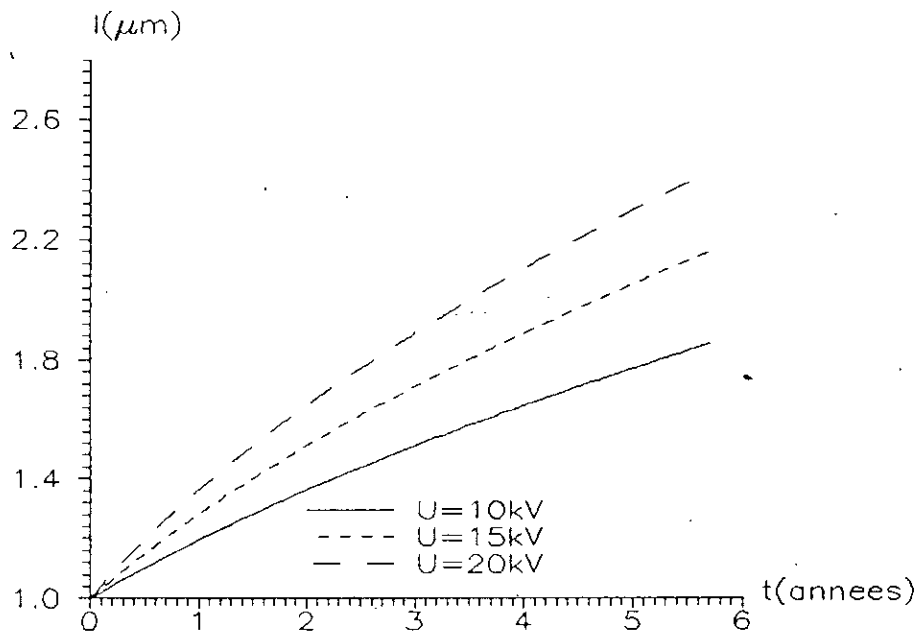


(b): Arborescence d'eau.

fig. 20: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliquée, pour différentes distances interélectrodes (modèle de la sphère centrée sur la pointe P).

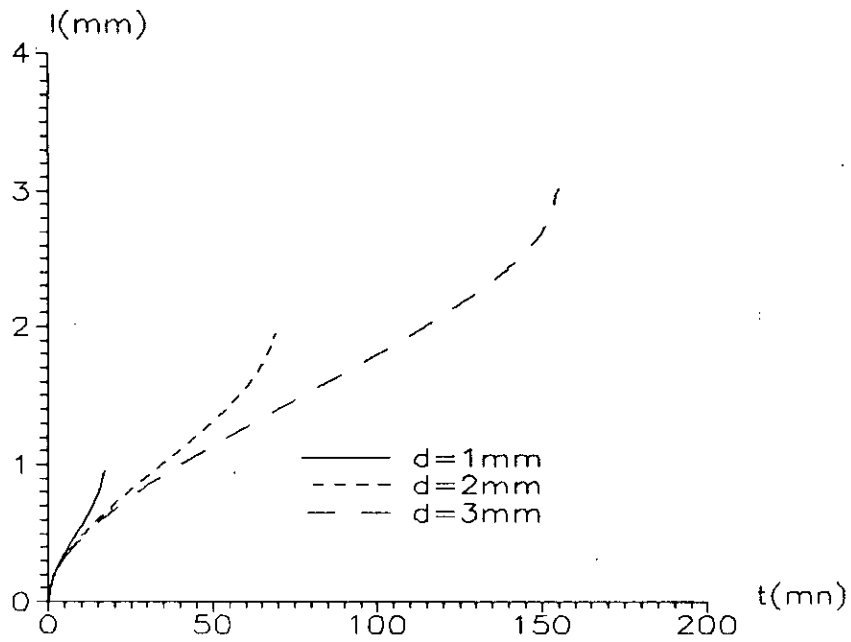


(a): Arborescence électrique.

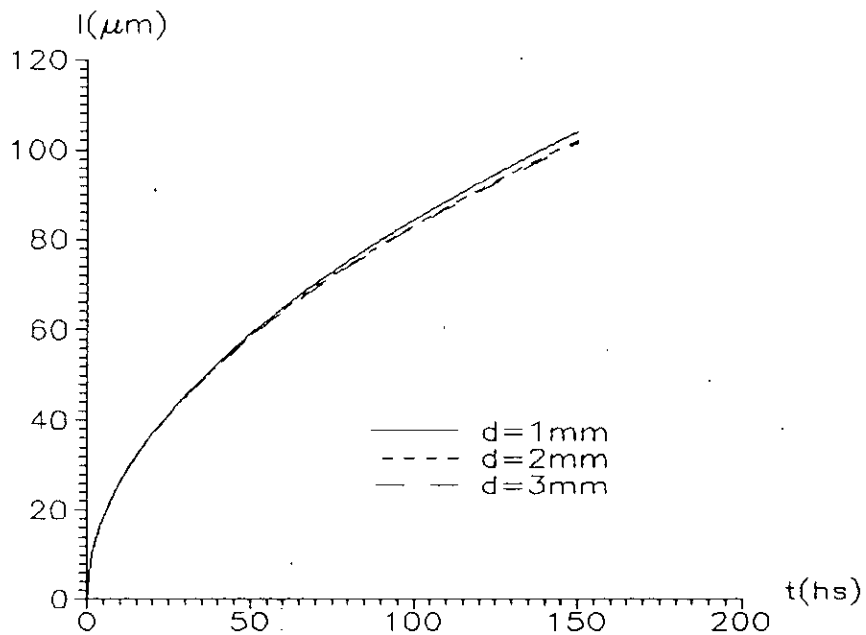


(b): Arborescence d'eau.

fig. 21: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ , PE (modèle de la sphère centrée sur la point P).

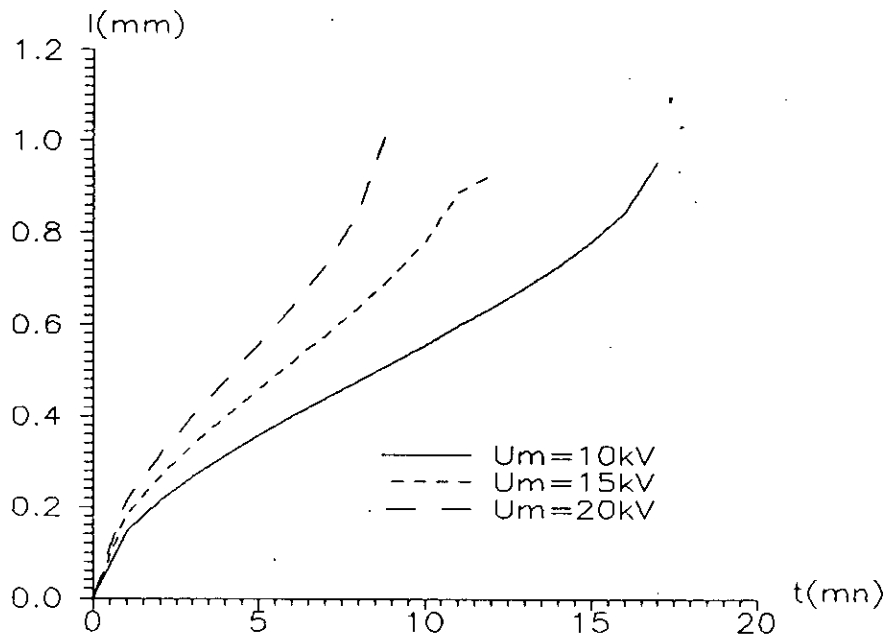


(a): Arborescence électrique.

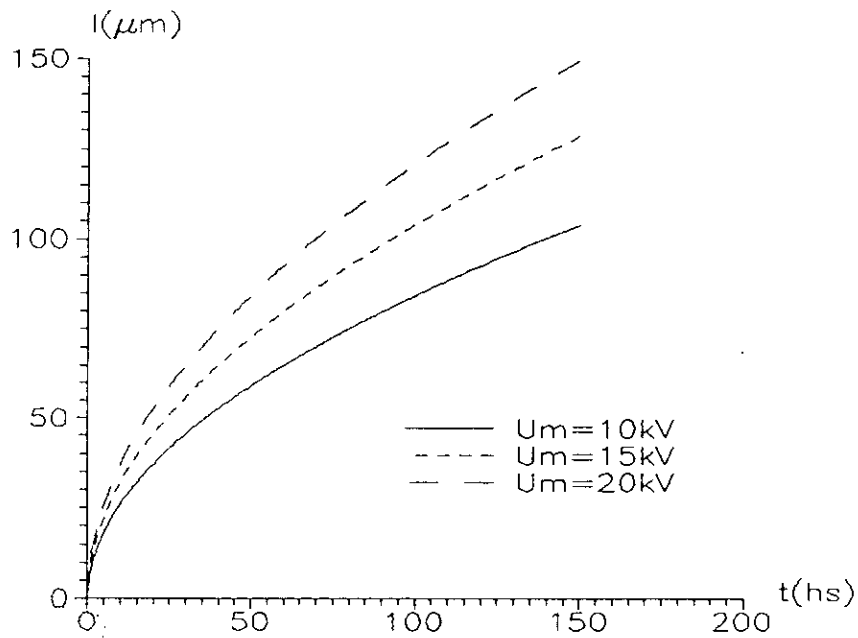


(b): Arborescence d'eau.

fig. 22: Cinétique de propagation de l'arborescence, sous tension sinusoïdale, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U_m=10$  kV,  $f_r=50$  Hz, PE (modèle de la sphère centrée sur la pointe P).

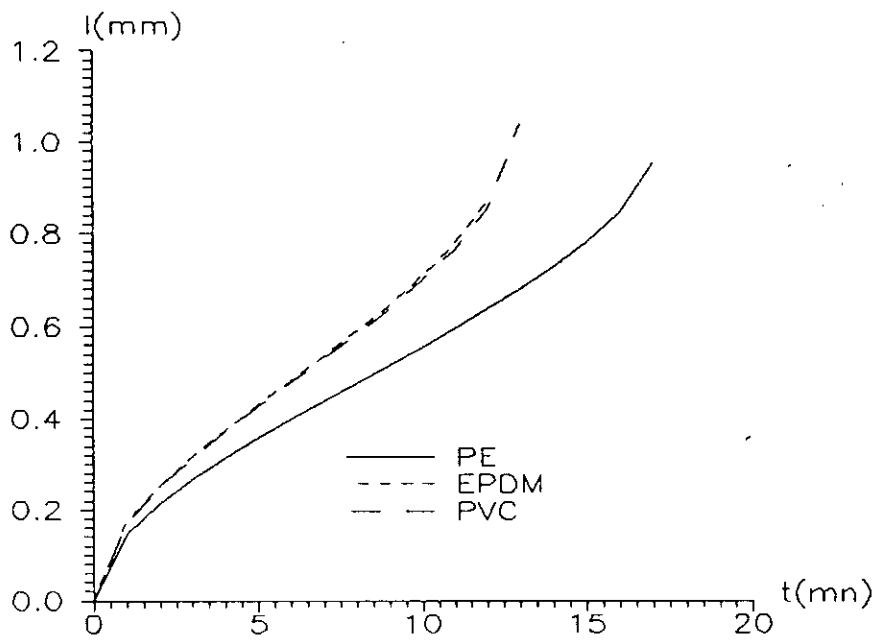


(a): Arborescence électrique.

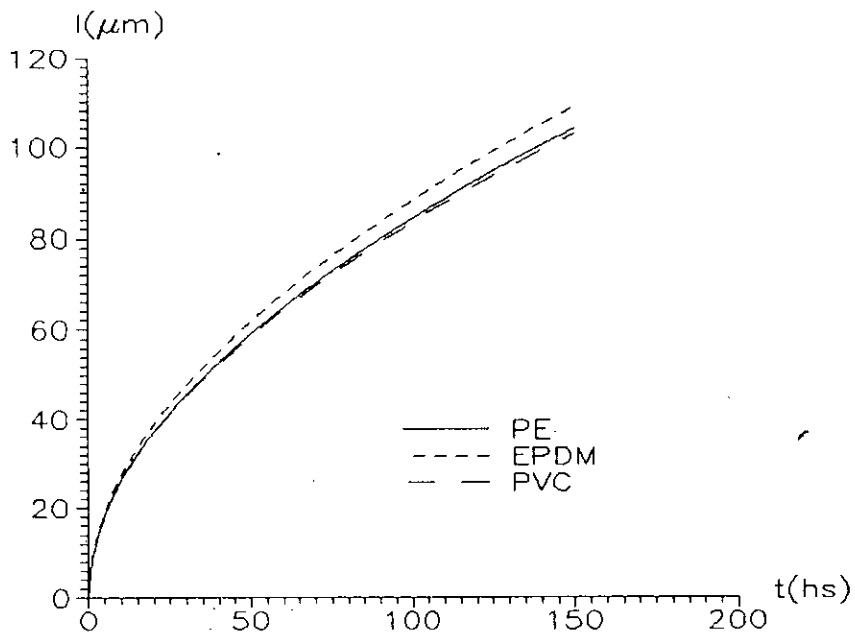


(b): Arborescence d'eau.

fig. 23: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $f_r=50\text{ Hz}$ , PE (modèle de la sphère centrée sur la point P).

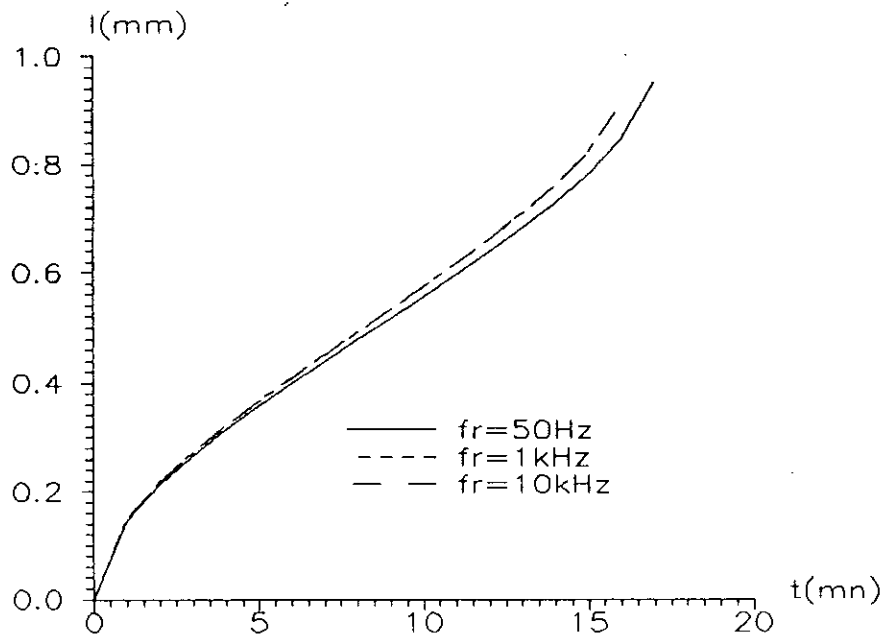


(a): Arborescence électrique.

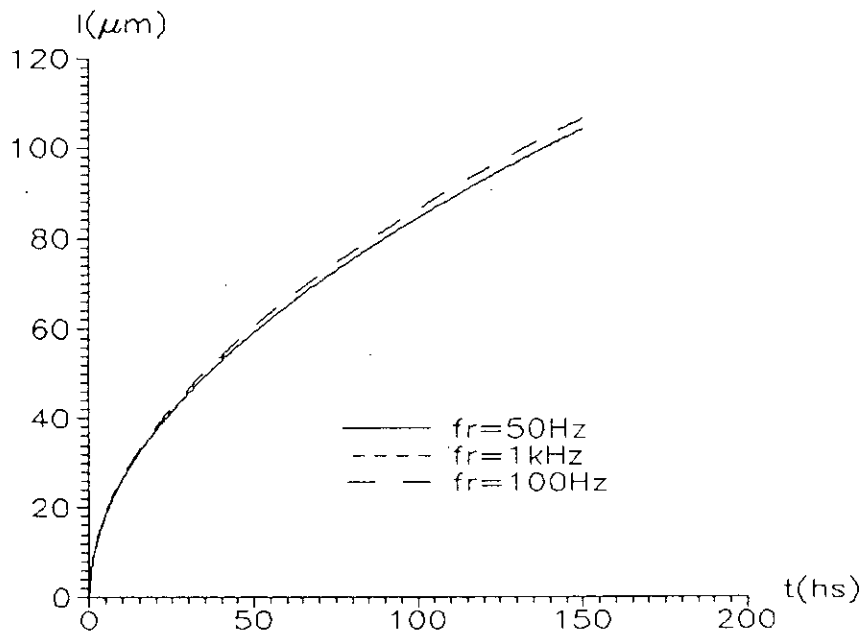


(b): Arborescence d'eau.

fig. 24: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du matériau isolant utilisé, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $U_m=10\text{ kV}$ ,  $f_r=50\text{ Hz}$  (modèle de la sphère centrée sur la point P).

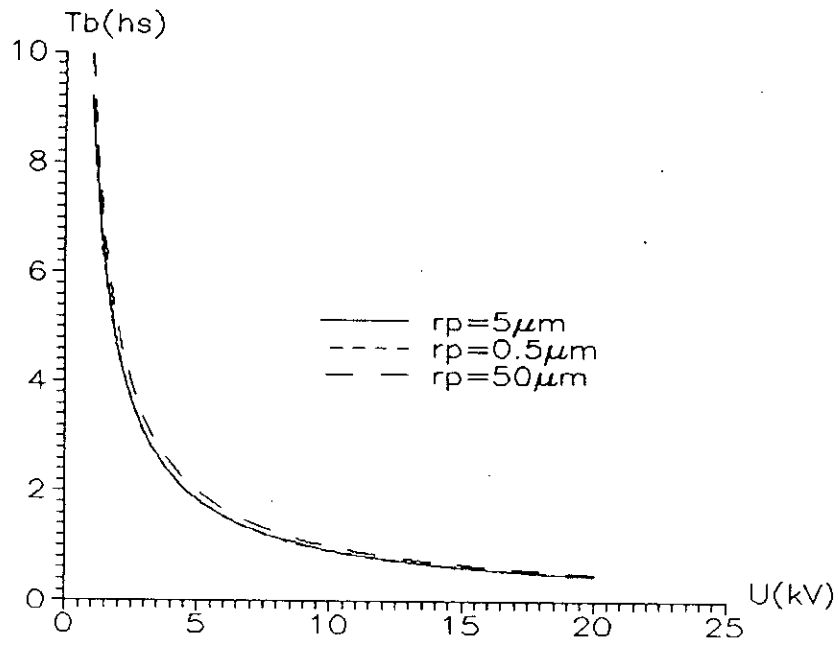


(a): Arborescence électrique.

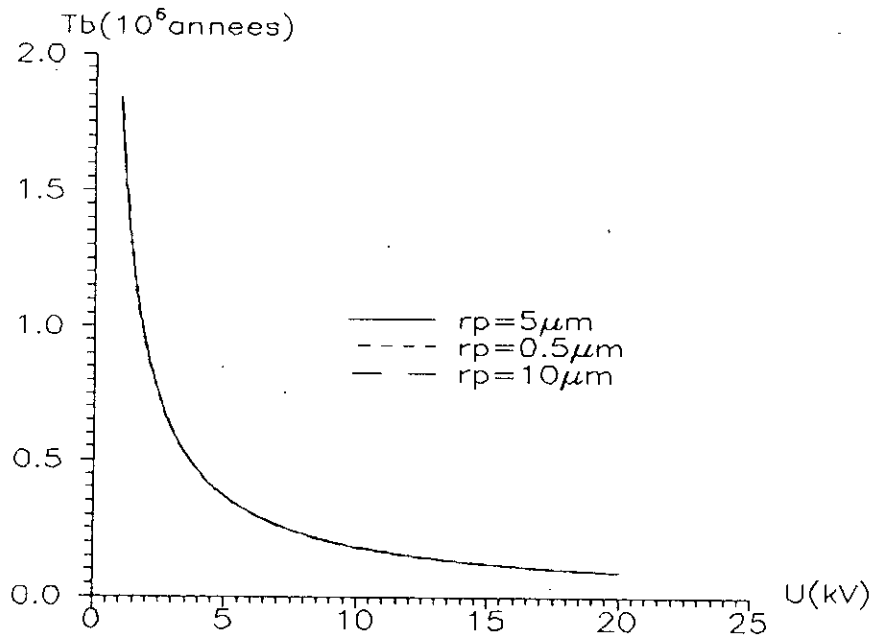


(b): Arborescence d'eau.

fig. 25: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction de la fréquence du champ électrique, avec  $d=1\text{mm}$ ,  $U_m=10\text{ kV}$ , PE (modèle de la sphère centrée sur la point P).

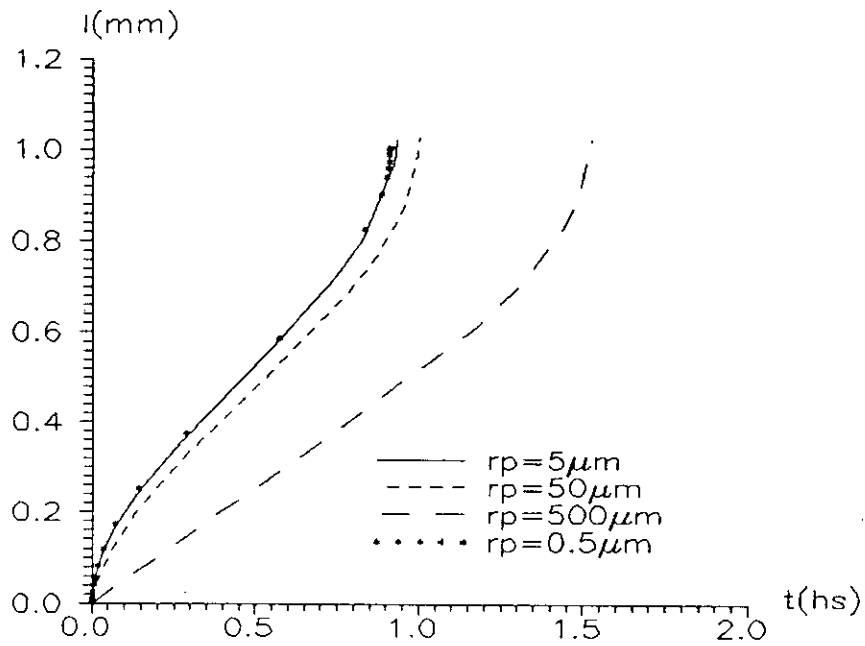


(a): Arborescence électrique.

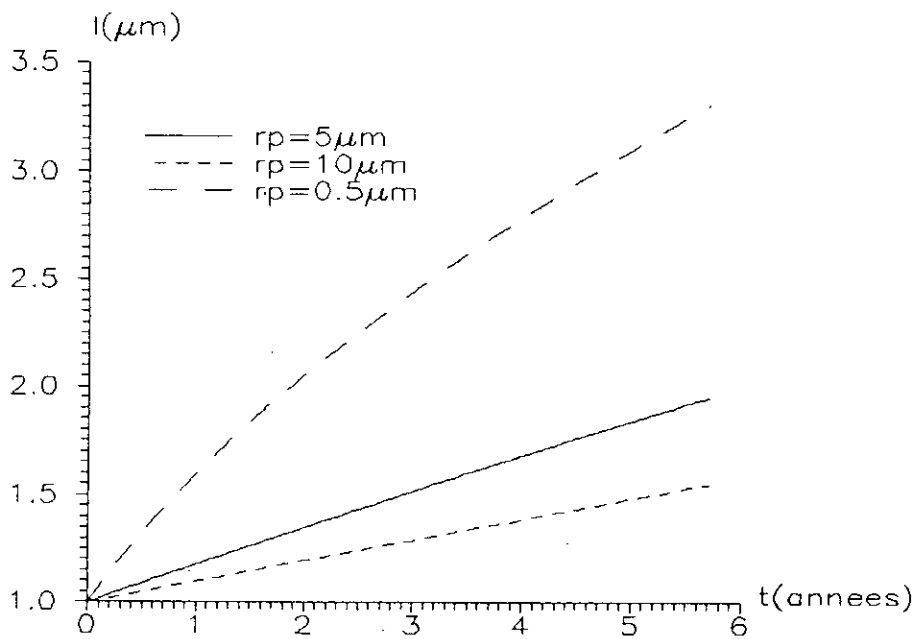


(b): Arborescence d'eau.

fig. 26: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliqué, pour différents rayons de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$  (modèle de sphère centrée sur  $o$ ).



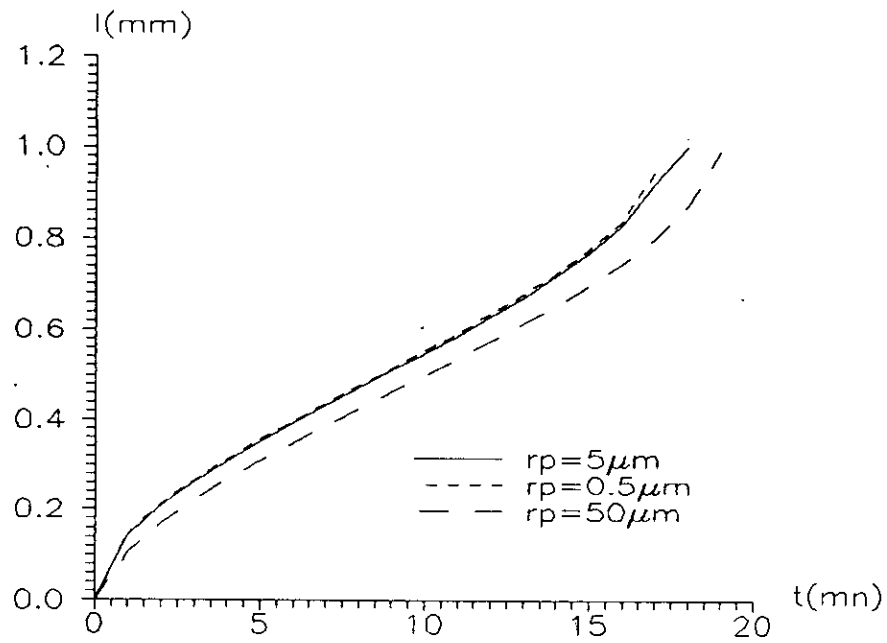
(a): Arborescence électrique.



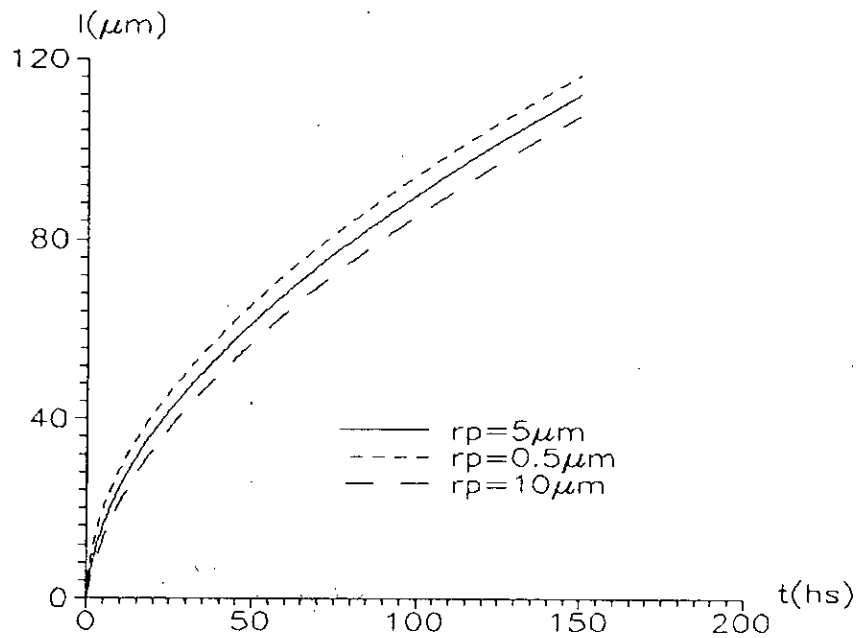
(b): Arborescence d'eau.

fig. 27: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du rayon de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$ ,  $U=10 \text{ kV}$ , PE (modèle de la sphère centrée sur o).





(a): Arborescence électrique.



(b): Arborescence d'eau.

fig. 28: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du rayon de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$ ,  $U_m=10 \text{ kV}$ ,  $f_r=50 \text{ Hz}$ , PE (modèle de la sphère centrée sur o).

### 3-ARBORESCENCE FILAMENTAIRE

Deux modèles d'arborescence filamenteuse ont été proposés: l'approximation sphérique et l'approximation hyperboloïdale.

Les résultats de ces modèles s'accordent avec ceux de la littérature [7,61], qui révèlent des vitesses de propagation importantes, de ce type d'arborescence, pouvant être 100 à 1000 fois plus grandes que celles des arborescences en buisson.

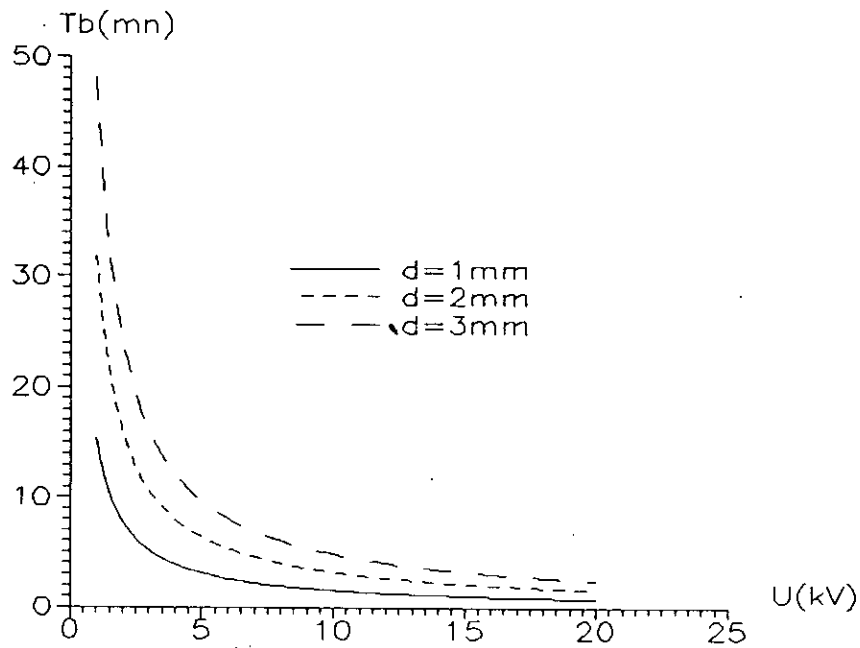
En effet, en affectant ces modèles des mêmes facteurs de correction que ceux attribués aux arborescences en buisson, nous avons remarqué une augmentation de la vitesse de propagation des arborescences filamenteuses, d'environ 23 fois plus par rapport à celle des arborescences en buisson.

Cependant, pour être conforme avec les résultats de M.Ieda [61] et R.Densley [7], nous avons attribué, à chacun des modèles, un nouveau facteur de correction (tableau 3), ramenant nos résultats à ceux de ces auteurs (fig. 29-41)

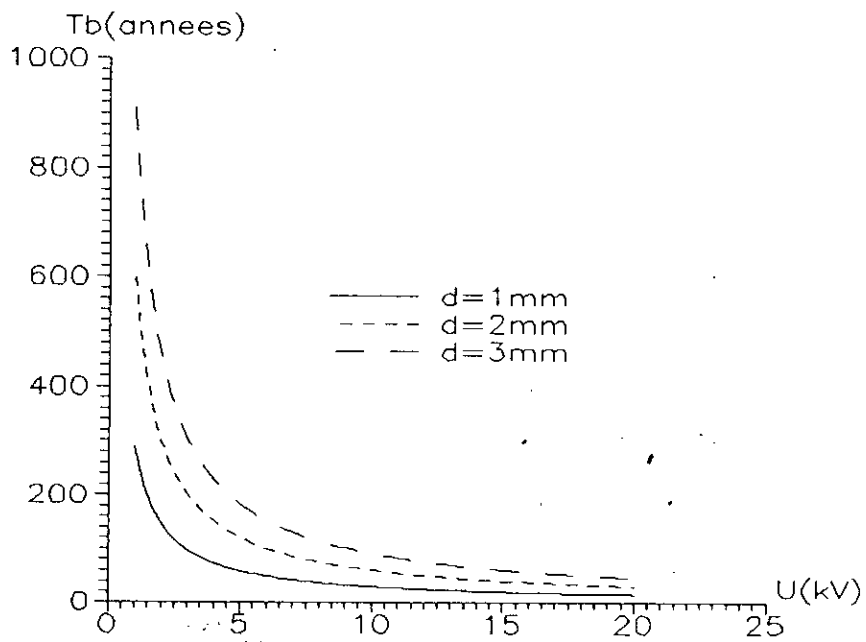
Notons, toutefois, que dans le cas de l'approximation hyperboloïdale, le choix de  $f_c$ , relatif à l'arborescence électrique développée sous tension continue, est limité par la fonction logarithmique caractérisant ce modèle. A cet effet, le taux d'accroissement de la vitesse de propagation  $a$ , par contre, diminue (fig. 37a et 38a).

La dépendance de la cinétique de propagation de ces arborescences et les temps de retard aux claquages de la tension, la distance interélectrodes, le rayon de courbure de l'aiguille et le type de matériau utilisé reste toujours vérifiée (fig. 29-41).

Cependant, ces deux modèles ne font pas bien ressortir l'effet de la fréquence du champ électrique sur la cinétique de propagation de l'arborescence. (Le rayon  $r_f$  des filaments est pris égal au rayon de courbure  $r_p$  de l'aiguille, dans le cas de l'approximation sphérique).

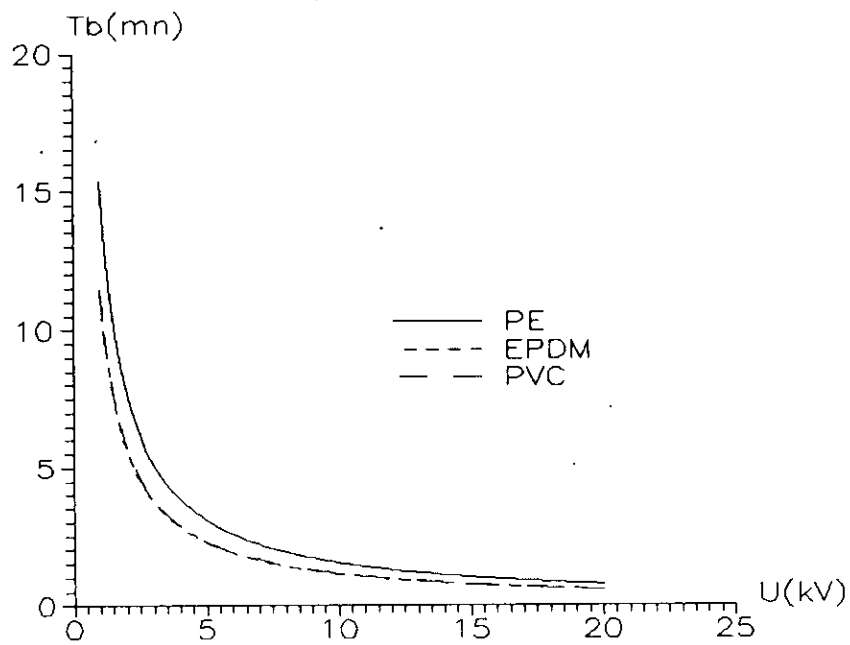


(a): Arborescence électrique.

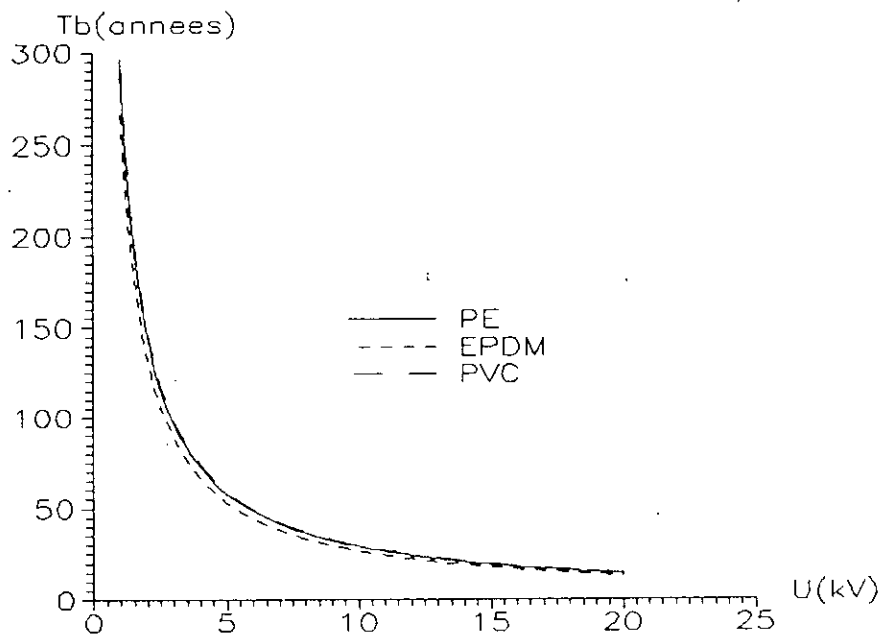


(b): Arborescence d'eau.

fig. 29: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliqué, pour différentes distances interélectrodes, avec  $r_p = 5\ \mu\text{m}$  (approximation sphérique du modèle filamentaire).

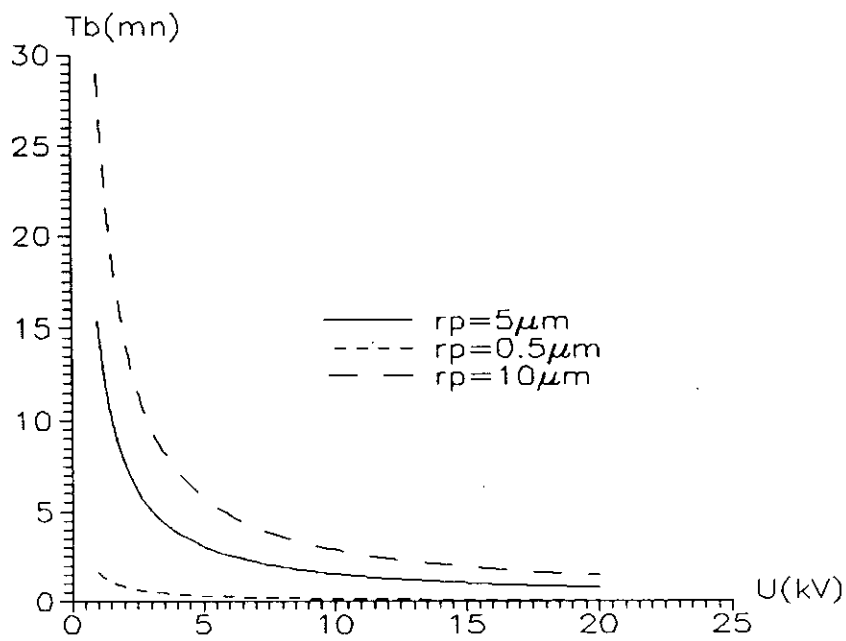


(a): Arborescence électrique.

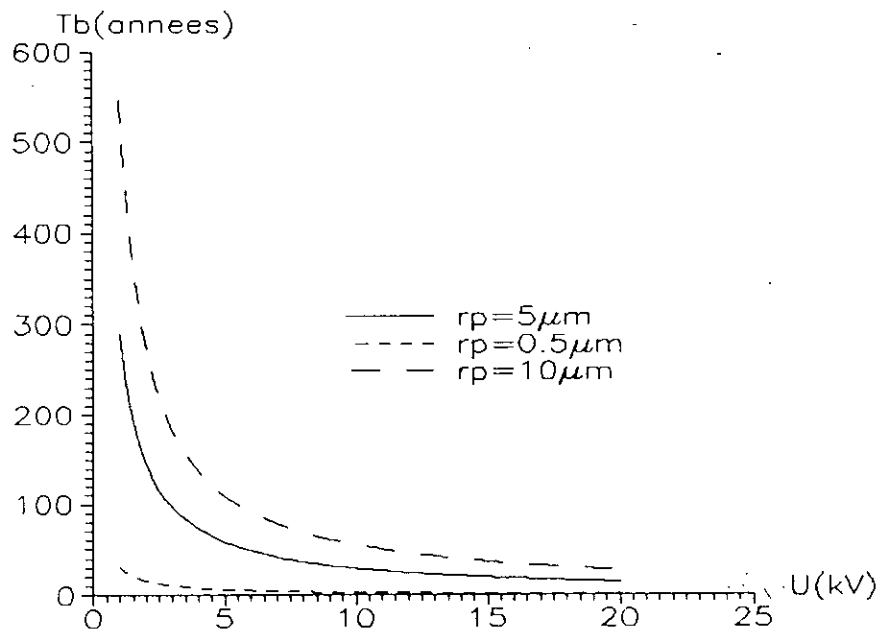


(b): Arborescence d'eau.

fig. 30: Variation du temps de claquage de différents matériaux diélectriques en fonction du niveau de tension continue appliqué, avec  $d=1$  mm,  $r_p=5$   $\mu$ m (approximation sphérique du modèle filamentaire).

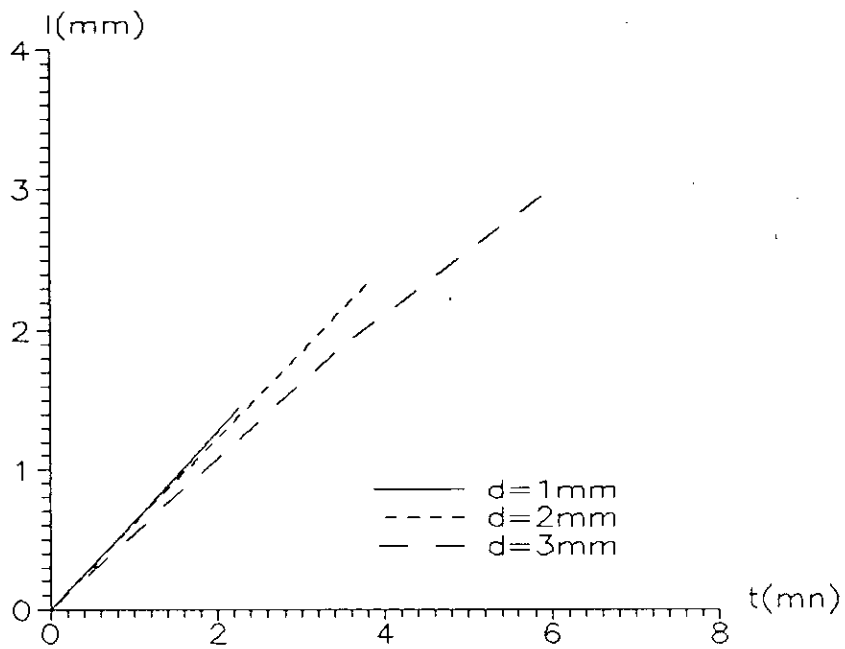


(a): Arborescence électrique.

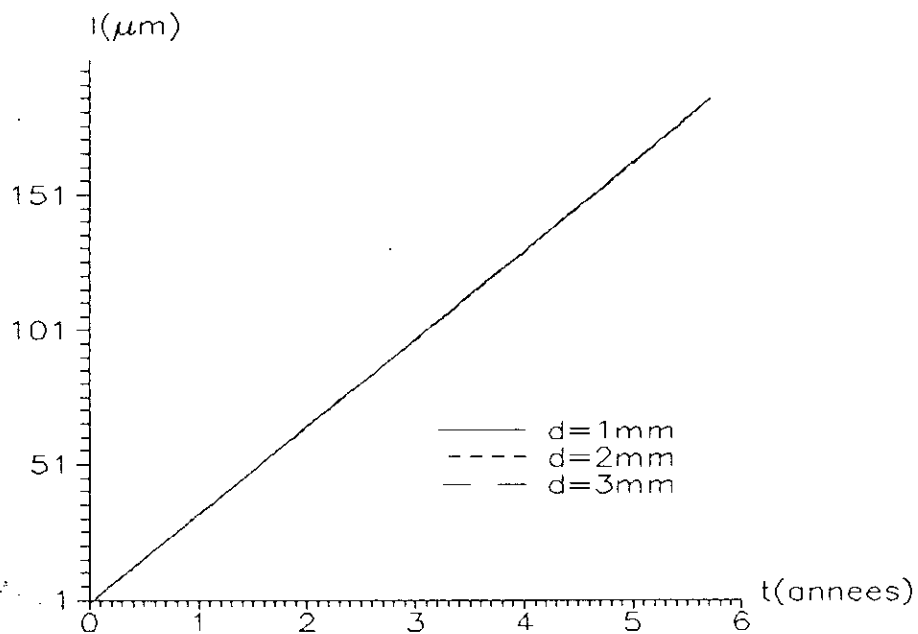


(b): Arborescence d'eau.

fig. 31: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliqué, pour différents rayons de courbure de la pointe, avec  $d=1$  mm (approximation sphérique du modèle filamentaire).

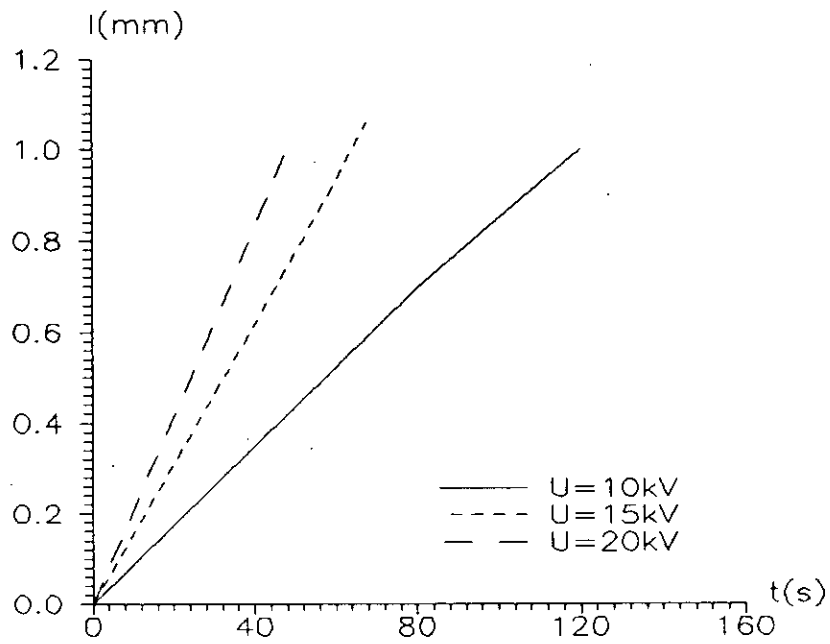


(a): Arborescence électrique.

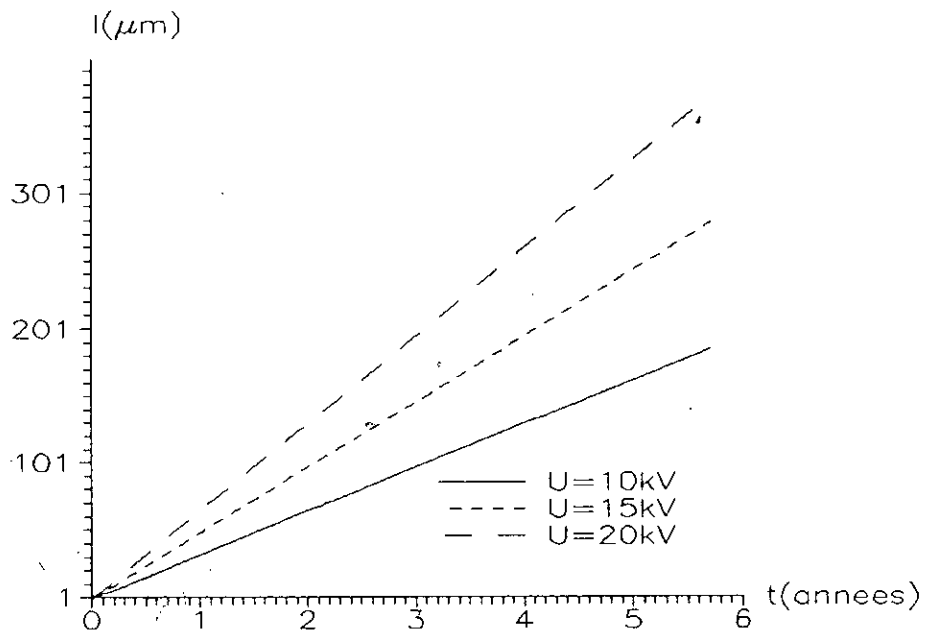


(b): arborescence d'eau.

fig. 32: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U=10\text{ kV}$ ,  $r_p=5\ \mu\text{m}$ , PE (approximation sphérique du modèle filamentaire).

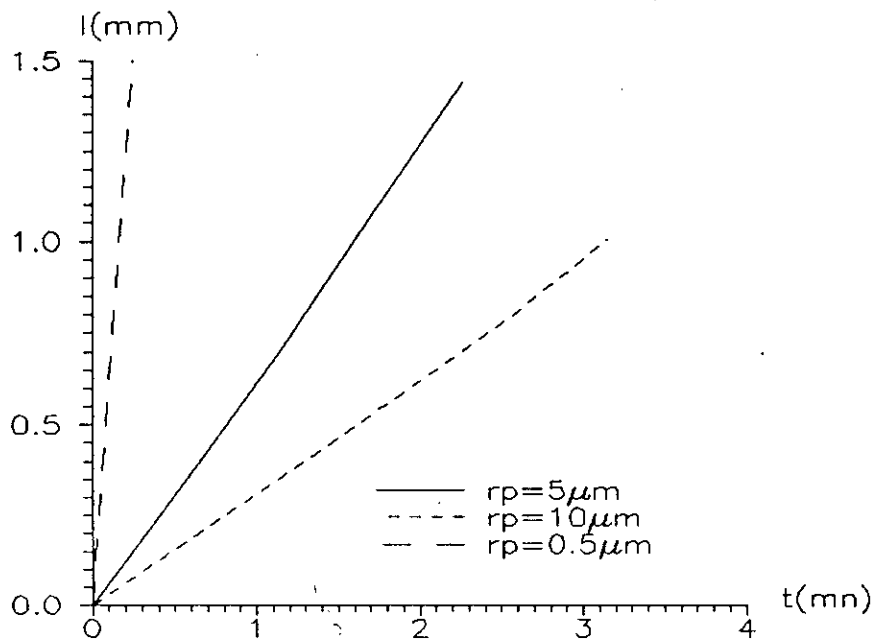


(a): Arborescence électrique.

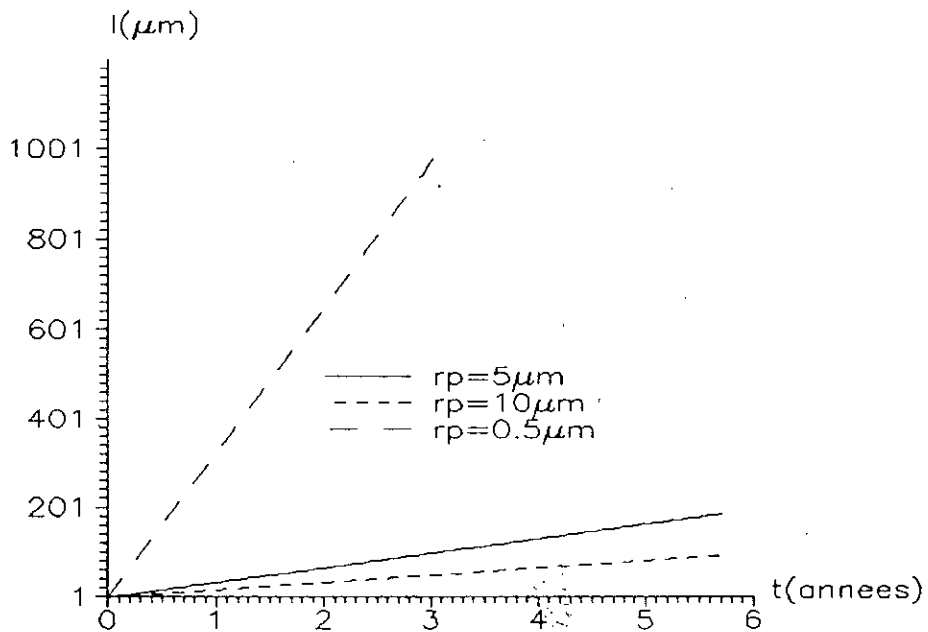


(b): Arborescence d'eau.

fig. 33: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{ mm}$ ,  $r_p=5\ \mu\text{m}$ , PE (approximation sphérique du modèle filamentaire).



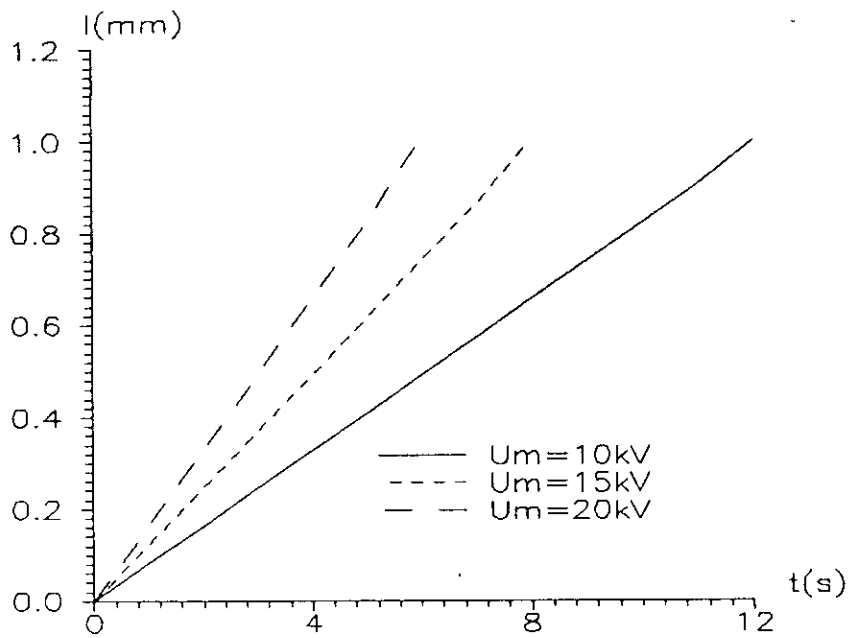
(a): Arborescence électrique.



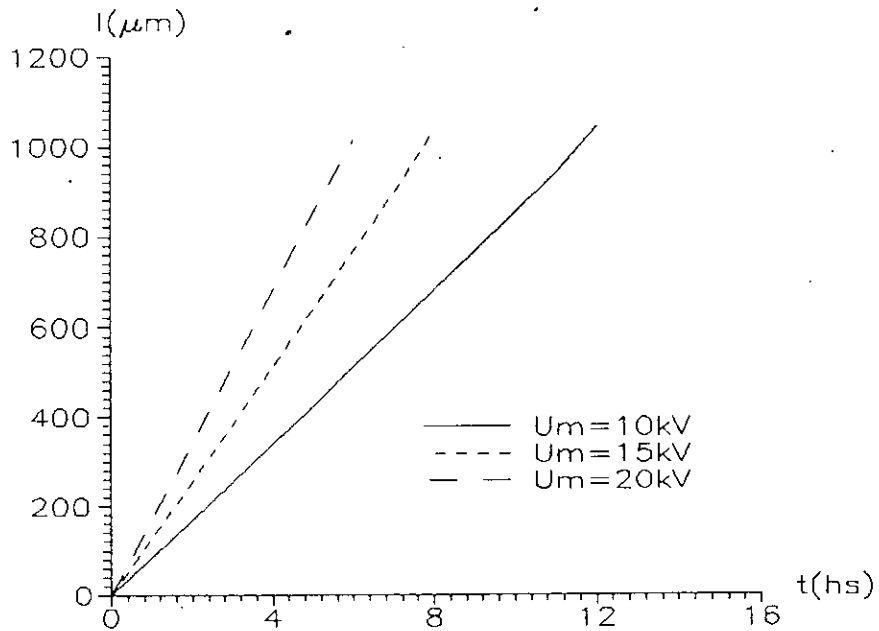
(b): Arborescence d'eau.

fig. 34: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du rayon de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$ ,  $U=10 \text{ kV}$ , PE (approximation sphérique du modèle filamentaire).



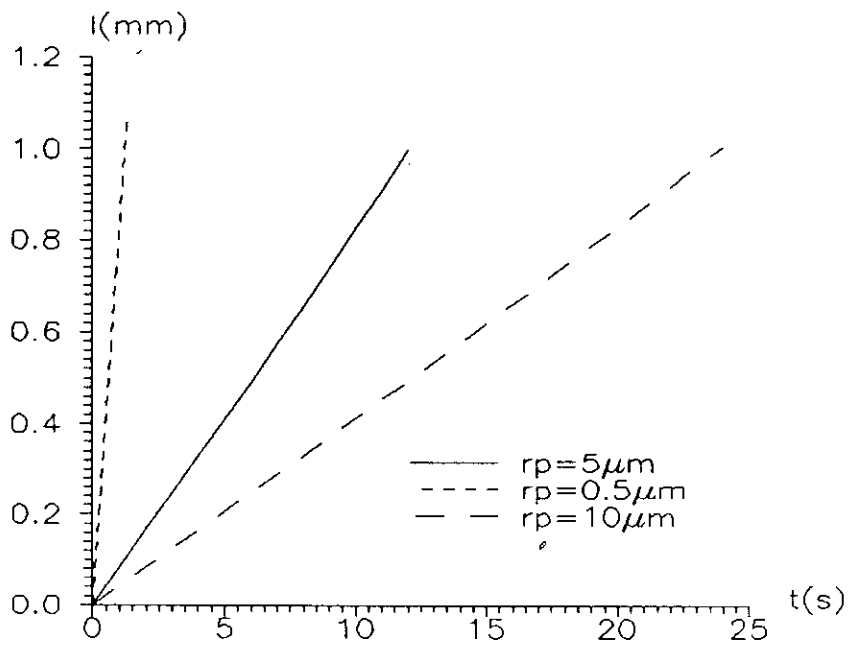


(a): Arborescence électrique.

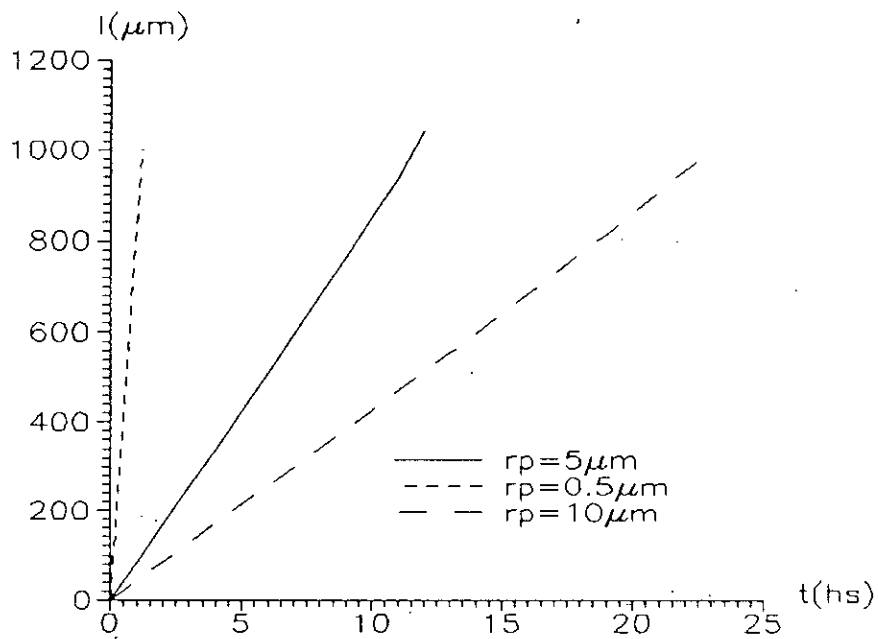


(b): Arborescence d'eau.

fig. 35: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{ mm}$ ,  $r_p=5\text{ }\mu\text{m}$ , PE (approximation sphérique du modèle filamentaire).

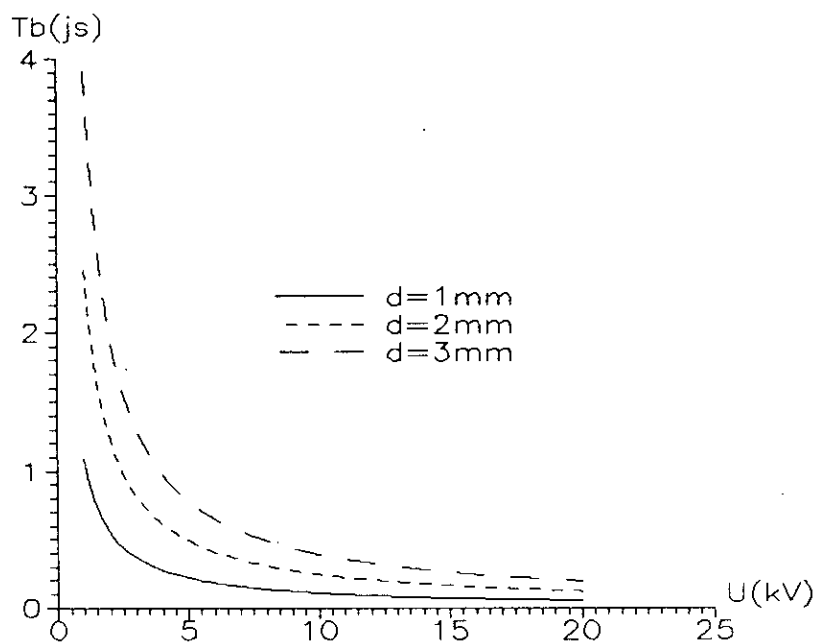


(a): Arborescence électrique.

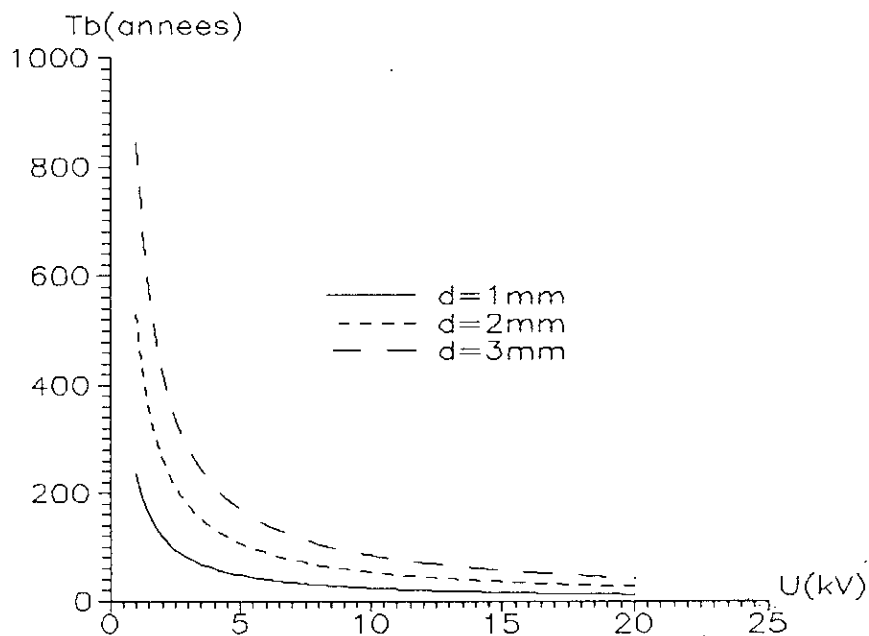


(b): Arborescence d'eau.

fig. 36: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du rayon de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$ ,  $U_m=10 \text{ kV}$ , PE approximation sphérique du modèle filamentaire).

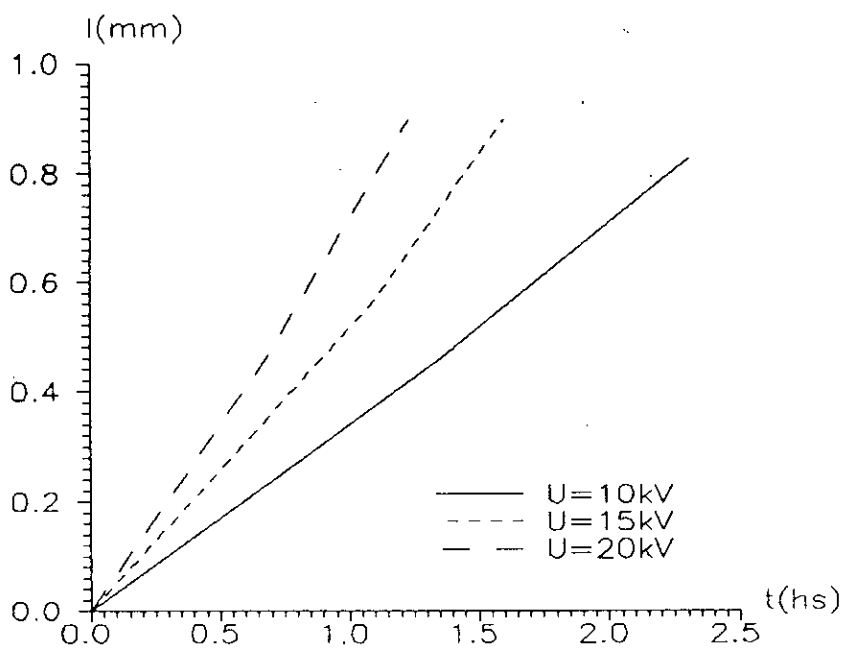


(a): Arborescence électrique.

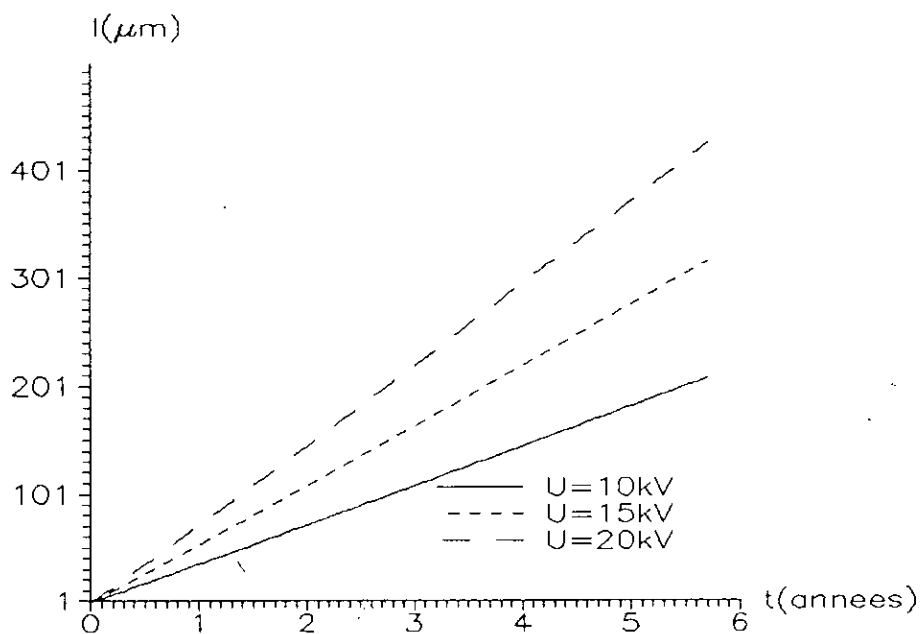


(b): Arborescence d'eau.

fig. 37: Variation du temps de claquage du PE en fonction du niveau de tension continue appliqué, pour différentes distances interélectrodes, avec  $r_p=5\ \mu\text{m}$  (approximation hyperboloidale du modèle filamentaire).

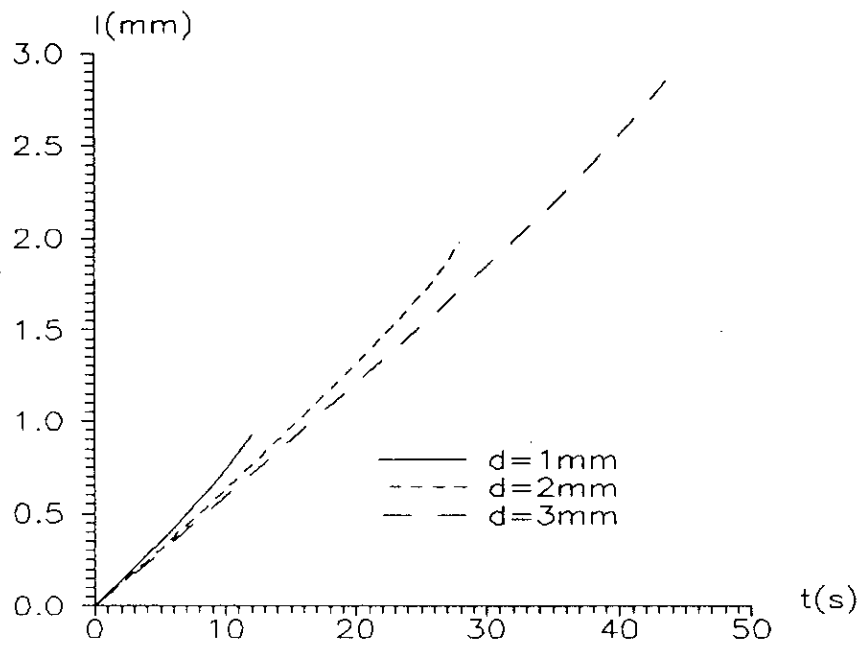


(a): Arborescence électrique.

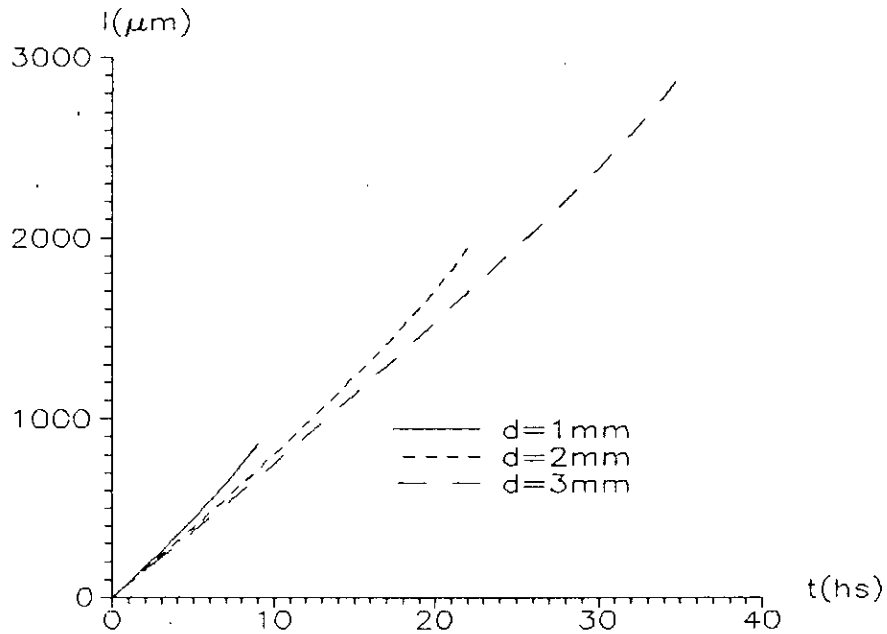


(b): Arborescence d'eau.

fig. 38: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension continue, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1$  mm,  $r_p=5$   $\mu$ m, PE (approximation hyperboloidale du modèle filamentaire).

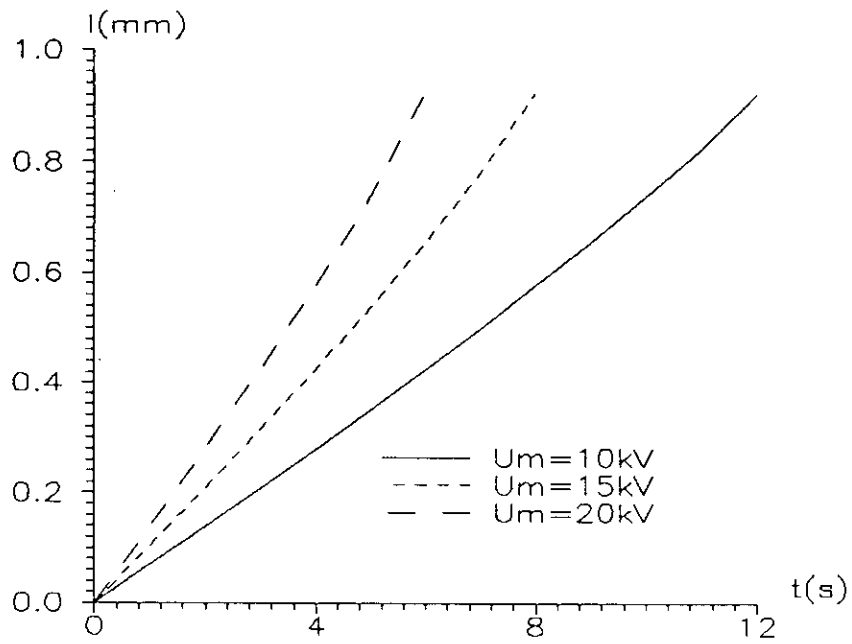


(a): Arborescence électrique.

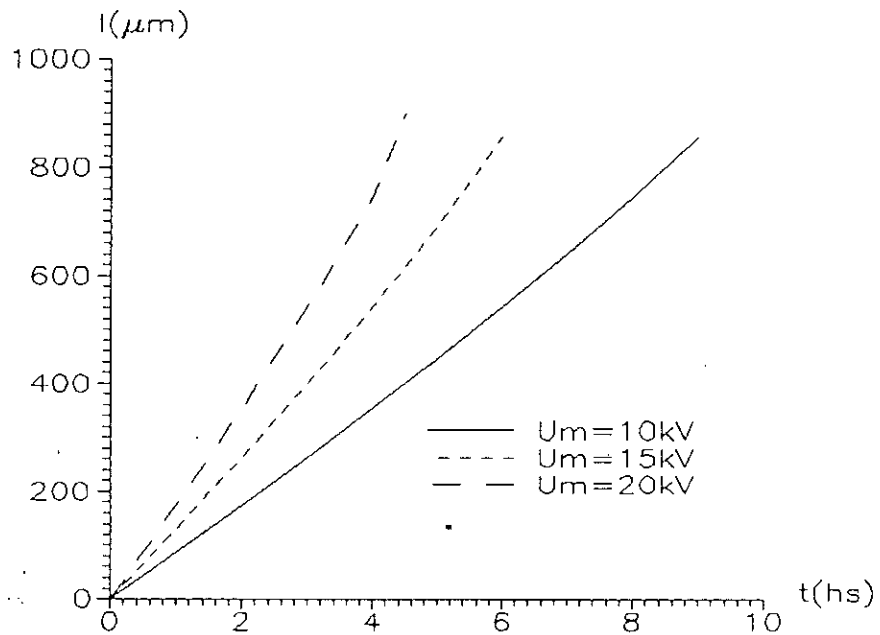


(b): Arborescence d'eau.

fig. 39: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U_m=10$  kV,  $r_p=5$   $\mu$ m, PE (approximation hyperboloidale du modèle filamentaire).

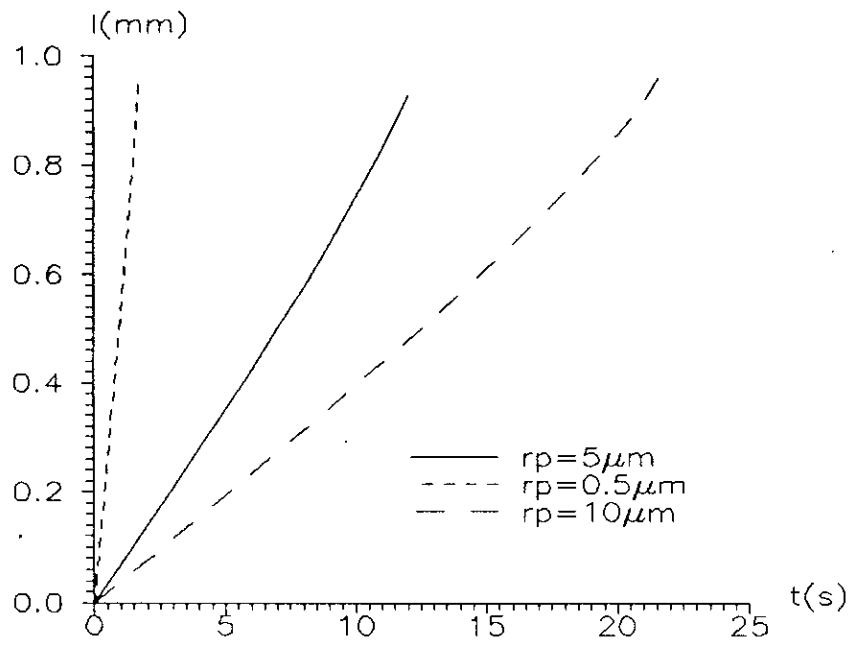


(a): Arborescence électrique.

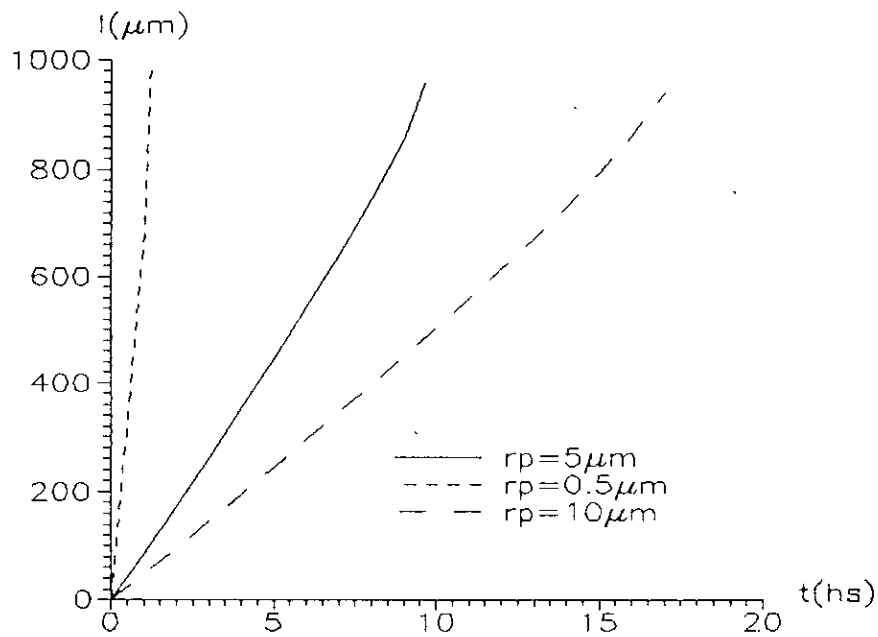


(b): Arborescence d'eau.

fig. 40: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{ mm}$ ,  $r_p=5\ \mu\text{m}$ , PE (approximation hyperboloidale du modèle filamentaire).



(a): Arborescence électrique.



(b): Arborescence d'eau.

fig. 41: Cinétique de propagation des arborescences, sous tension sinusoïdale, en fonction du rayon de courbure de la pointe, avec  $d=1 \text{ mm}$ ,  $U_m=10 \text{ kV}$ , PE approximation hyperboloidale du modèle filamentaire).

#### 4- ARBORESCENCE OUVERTE A $\sigma \neq 0$

En tenant compte de la densité de charge  $\sigma$ , nous avons espéré nous rapprocher davantage de la réalité des arborescences, et par là, faire tendre le facteur de correction  $F_c$  vers l'unité.

En effet, en plus des facteurs rencontrés dans les modèles précédent, à l'exception du rayon de courbure de l'aiguille, ce modèle fait intervenir la conductivité des deux milieux, à savoir, celle du polymère (tableau 1) et de la cavité qui peut être gazeuse ou liquide (tableau 2).

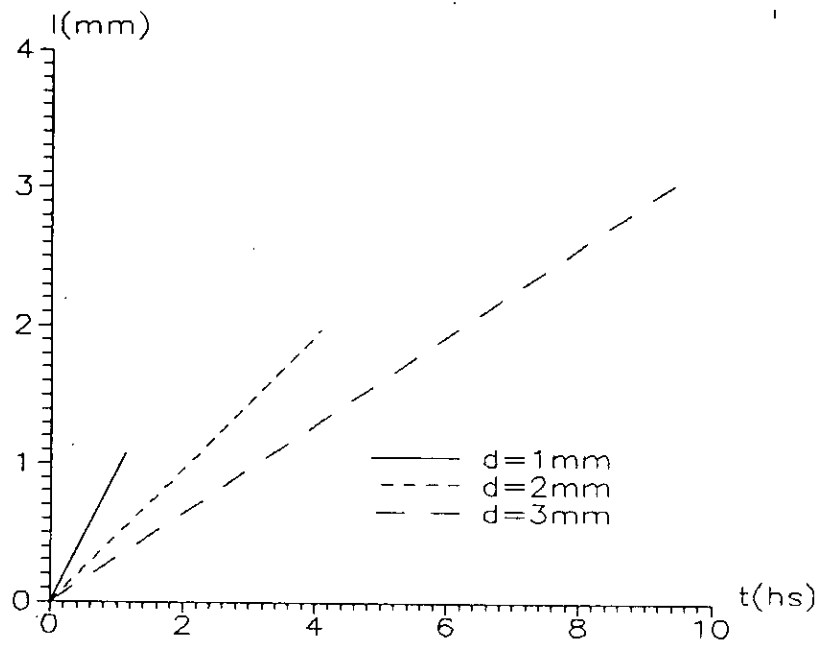
Néanmoins, l'effet de ces conductivités sur la cinétique des arborescences électriques et d'eau, pour les données numériques utilisées, n'est pas marqué, aussi bien sous tension continue que sinusoïdale, de même que l'effet de la fréquence du champ électrique sur l'évolution de l'arborescence électrique .

La dépendance de la cinétique de propagation des arborescences des autres paramètres mis en jeu ( $d$ ,  $U$ ,  $\epsilon_{r1}$ ,  $\epsilon_{r2}$  et  $\rho$ ) reste, cependant, vérifiée (fig. 42-46).

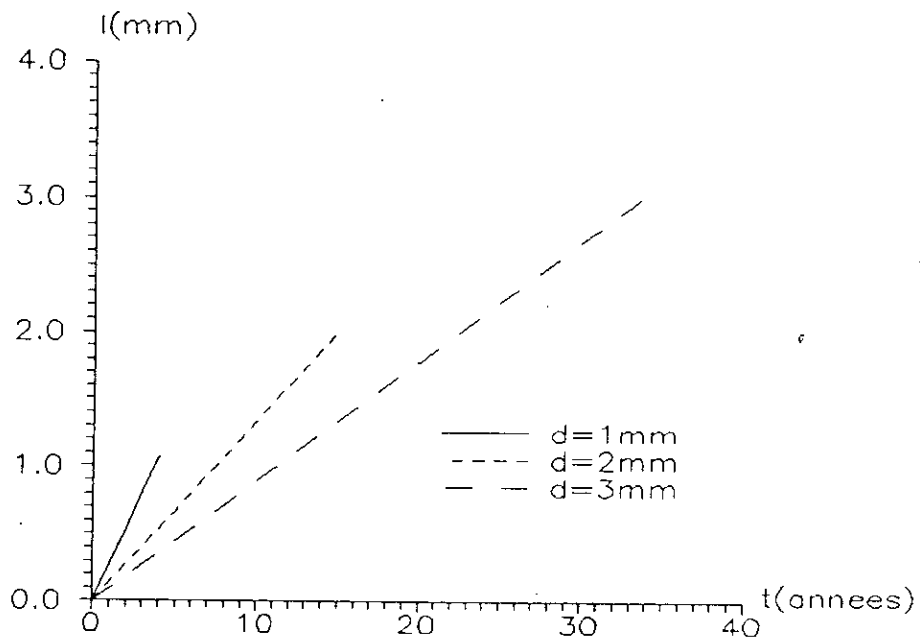
Remarquons, surtout, la linéarité des courbes, traduisant un taux d'accroissement des arborescences constant, décrit par les équations 107 et 108.

Rappelons que dans le cas des modèles d'arborescences à  $\sigma=0$ , nous avons obtenu, pour les mêmes vitesses de propagation, en début de croissance, une diminution de cette dernière jusqu'à atteindre un minimum, pour augmenter de nouveau jusqu'au claquage (exemple des figures 13 et 17). Ce qui est une conséquence de la variation du champ électrique  $E$  avec l'évolution de l'arborescence (fig.3).



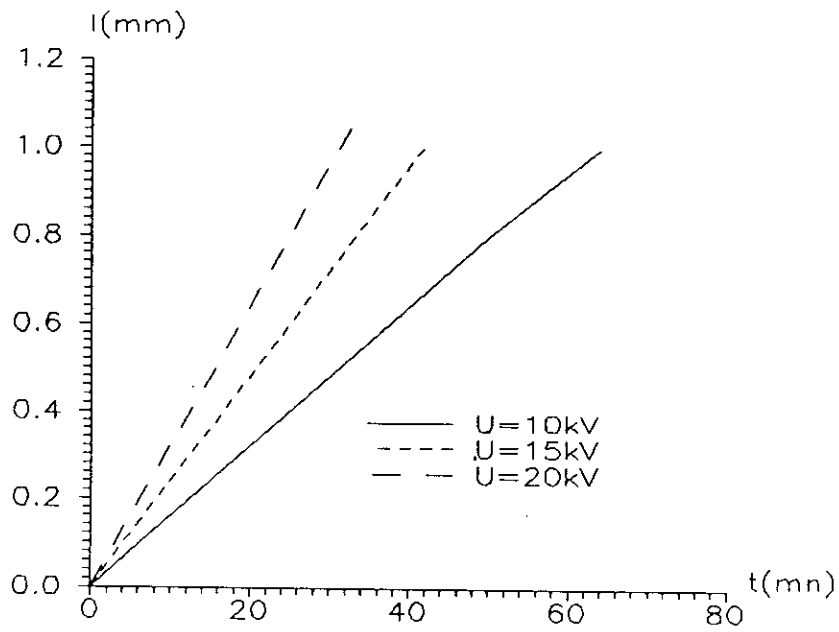


(a): Arborescence électrique.

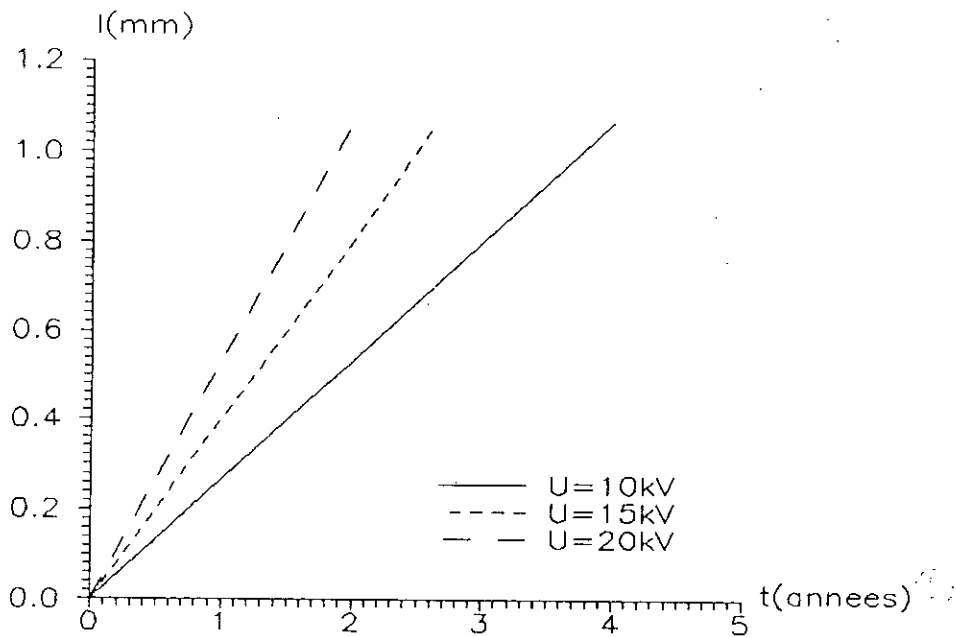


(b): Arborescence d'eau.

fig. 42: Cinétique de propagation des arborescences sous tension continue, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U=10$  kV, PE (modèle de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$ )

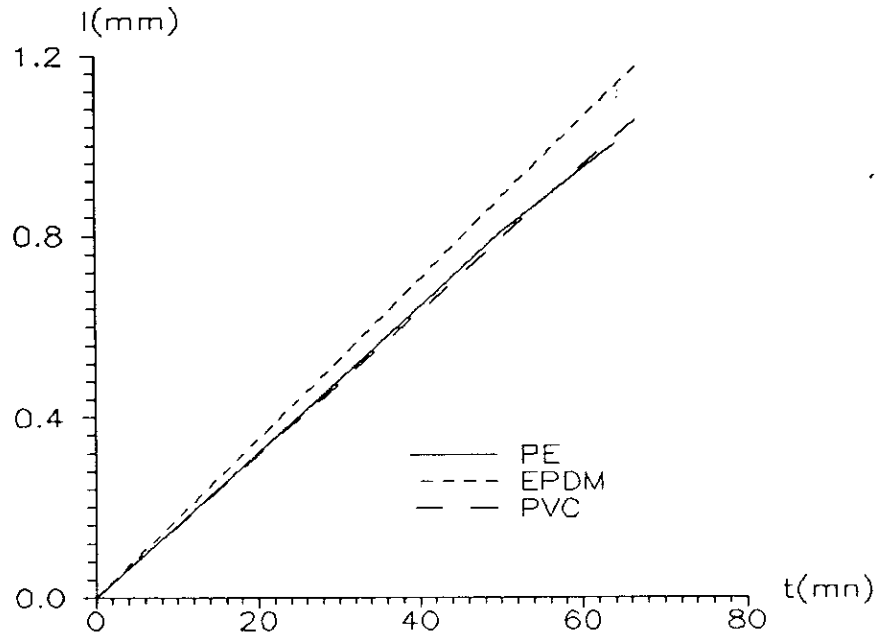


(a): Arborescence electrique.

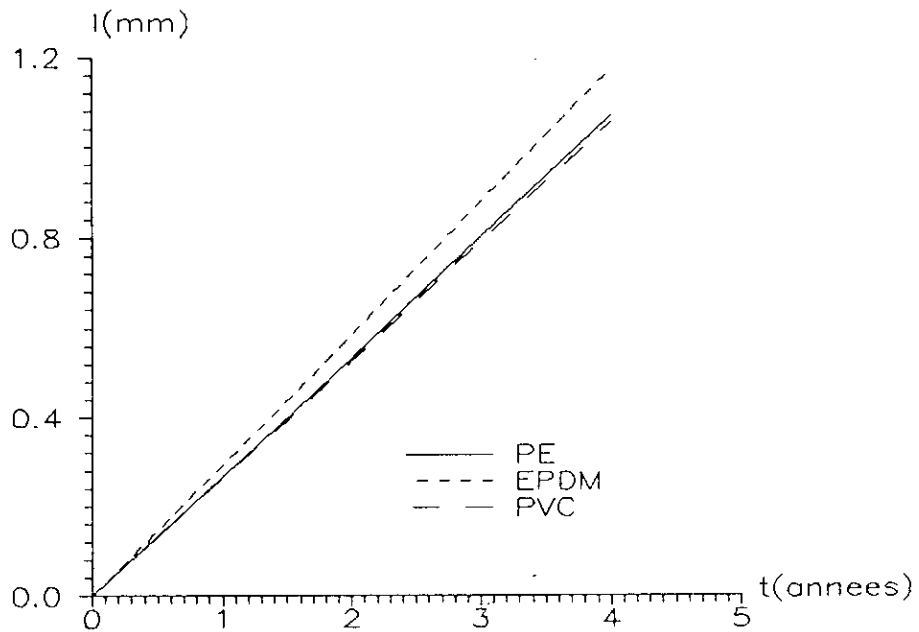


(b): arborescence d'eau.

fig. 43: Cinétique de propagation des arborescences sous tension continue, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ , PE (modèle de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$ )

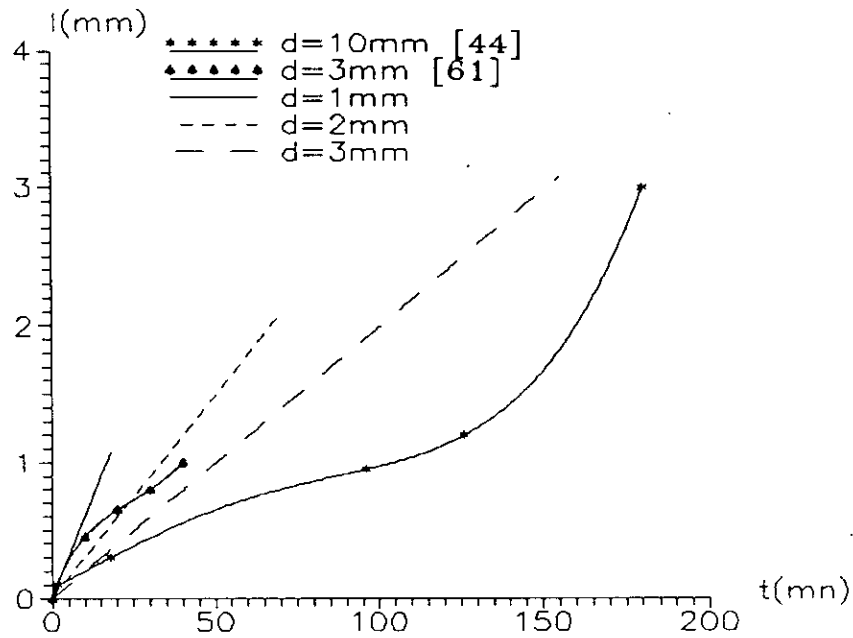


(a): Arborescence électrique.

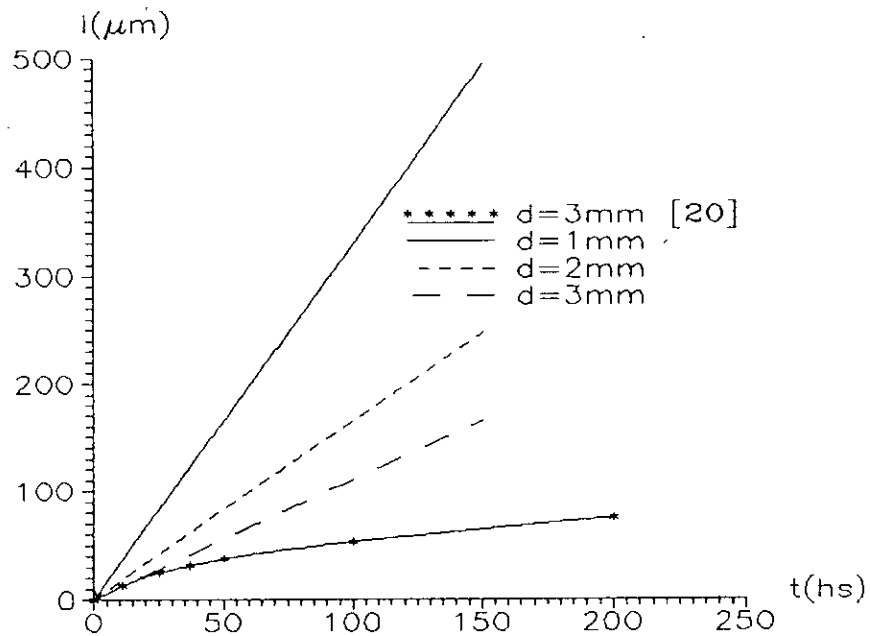


(b): Arborescence d'eau.

fig. 44: Cinétique de propagation des arborescences sous tension continue, en fonction du matériau isolant utilisé, avec  $U=10$  kV, PE (modèle de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$ )

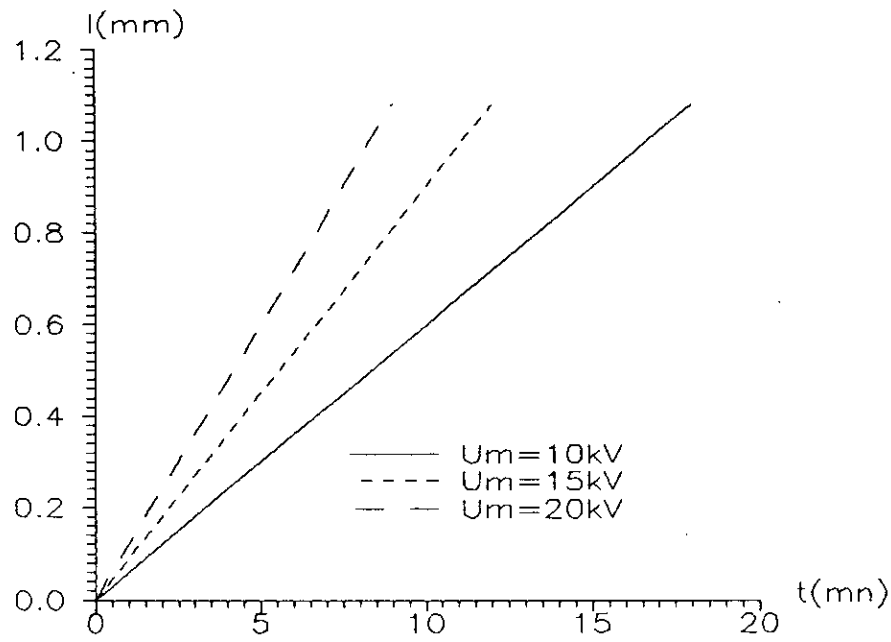


(a): Arborescence électrique.

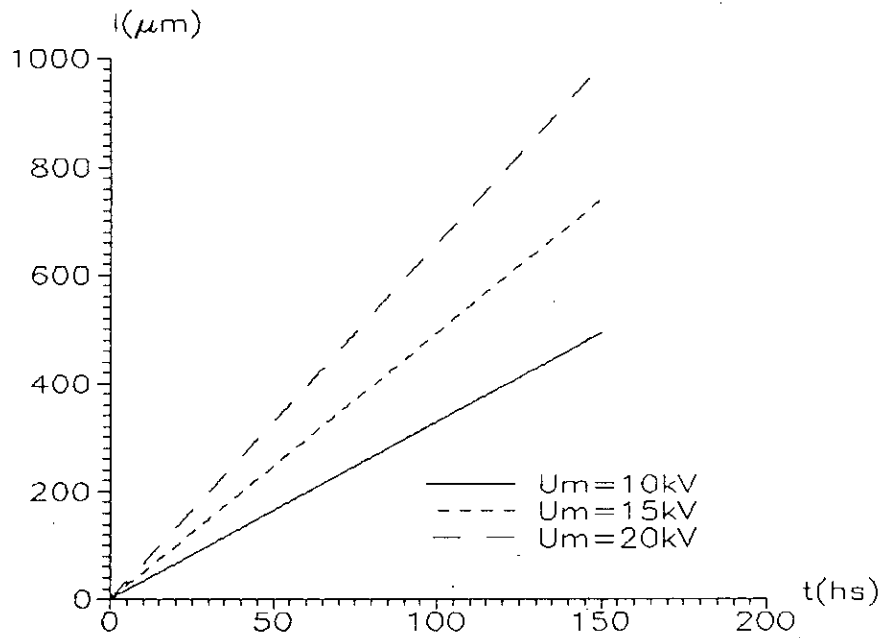


(b): Arborescence d'eau.

fig. 45: Cinétique de propagation des arborescences sous tension sinusoïdale, en fonction de la distance interélectrodes, avec  $U_m=10\text{ kV}$ ,  $f_r=50\text{ Hz}$ , PE (modèle de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$ )



(a): Arborescence électrique.



(b): Arborescence d'eau.

fig. 46: Cinétique de propagation des arborescences sous tension sinusoïdale, en fonction du niveau de tension appliqué, avec  $d=1\text{mm}$ , PE (modèle de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$ )

## 5-DISCUSSION

L'hypothèse de base de notre travail considère que l'arborescence résulte d'un endommagement dû essentiellement à l'effet de pression électrostatique.

Les modèles mathématiques établis suite à cette hypothèse, décrivent l'évolution de l'arborescence (propagation, temps de retard au claquage...) qu'elle soit électrique ou d'eau, en l'assimilant à des formes géométriques simples selon qu'elle soit ouverte ou en noeud papillon, en buisson ou filamentaire.

Des corrélations entre la dégradation du matériau (évolution de l'arborescence) et différents paramètres mis en jeu sont alors mises en évidence, tels que l'effet du niveau de tension appliquée, sa fréquence, la distance interélectrodes, le rayon de courbure de l'aiguille (électrode haute tension), la nature du matériau isolant et les conductivités des deux milieux (polymère-arborescence).

Les résultats de ces modèles: courbes de propagation  $l(t)$  et de temps de retard au claquage  $t_b(U)$ , sont pour la plupart en bon accord avec ceux de la littérature, vu la concordance respective des allures et des échelles, bien que corrigées par un facteur de correction  $F_c$  relatif à chaque modèle, chaque type d'arborescence et dépendant de la forme de la tension appliquée.

Ces facteurs de correction permettent, d'une part, de ramener les résultats de simulation à l'échelle de dégradation réelle, rapportée par la littérature, de sorte à rendre nos modèles exploitables et renseignent sur le degré d'approche de cette réalité, offrent par chacun des modèles, d'autre part.

Il est vrai que les modèles proposés font intervenir plusieurs facteurs pouvant influencer la cinétique de propagation de l'arborescence. Cependant, certains facteurs, dont l'importance n'est pas négligeable, ne sont pas pris en considération, tels que la température, la contrainte mécanique, les rayonnements, la nature du matériau conducteur. Ce qui a pour conséquence directe l'introduction de ces facteurs de correction traduisant l'écart existant entre l'échelle des résultats des modèles proposés et celle des résultats expérimentaux rapportés par la littérature, qui eux tiennent compte de l'effet de tous ces facteurs, donc se rapprochent le plus de la réalité des arborescences.

# CONCLUSION

## CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de l'étude de la dégradation des polymères par le phénomène d'arborescence.

Une étude bibliographique nous a permis d'apporter des précisions sur les caractéristiques des différentes arborescences, les mécanismes qui les gouvernent, les paramètres qui influent sur elles, ainsi que les remèdes possibles apportés pour pallier aux problèmes sérieux qu'elles engendrent.

La complexité du problème, liée au grand nombre de paramètres mis en jeu, nous a conduit à faire abstraction de l'influence de certains facteurs liés à l'environnement de l'isolant tels que la température, les contraintes mécaniques ou les rayonnements qui pourraient être responsables d'une dégradation de sa structure. La seule contrainte envisagée est celle qui résulte de l'existence d'un champ électrique au sein du polymère: la pression électrostatique.

Délaissant délibérément le problème d'initiation de l'arborescence, et tenant compte de la seule hypothèse d'une dégradation liée au mécanisme de pression électrostatique, nous avons établi plusieurs modèles mathématiques de dégradation des polymères par le phénomène d'arborescence selon l'endroit où celle-ci prend naissance (arborescence ouverte ou en noeud-papillon), sa forme (en buisson ou filamenteuse), celle de la tension appliquée (continue ou sinusoïdale) et selon que l'on tienne compte de la densité de charge  $\sigma$  ou non.

Ces modèles décrivent l'évolution des arborescences (propagation, temps de retard au claquage...) quelles soient électrique ou électrochimique (d'eau), en les assimilant à des formes géométriques simples: sphère pour les arborescences touffues (en forme de buisson ou noeud-papillon) et canaux cylindrique pour les arborescences filamenteuses.

Par le biais de ces modèles, nous sommes arrivés à mettre en évidence des corrélations entre la cinétique de propagation de l'arborescence, son temps de retard au claquage et les différents paramètres opérationnels mis en jeu tels que le niveau de tension appliqué, la fréquence du champ électrique, la distance interélectrodes, le rayon de courbure de la pointe, la nature du matériau isolant et les conductivités des deux milieux (polymère/arborescence).

Pour faire ressortir l'intérêt de ces modèles, nous avons effectué une application numérique des modèles d'arborescences



ouvertes ( à  $\sigma=0$  et  $\sigma\neq 0$ ), dans le cas des arborescences électriques et d'eau, développées sous les deux formes de tension étudiées: continue et sinusoïdale.

Nous avons déterminé à cet effet, les courbes de propagation  $l(t)$ , et de temps de retard au claquage  $t_b(U)$  et leurs variations en fonction des différents paramètres opérationnels mis en jeu.

Un programme informatique d'intégration des équations différentielles relatives à chaque modèle, utilisant la méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre quatre, a été élaboré pour arriver à cette fin.

Les résultats de ces modèles proposés sont en parfait accord avec ceux de la littérature, et ce après l'introduction d'un facteur de correction  $f_c$ , relatif à chaque modèle, chaque type d'arborescence et dépendant de la forme de la tension appliquée.

L'intervention de ces facteurs de correction est une conséquence de l'abstraction de certains paramètres pouvant influencer l'évolution de l'arborescence, comme les facteurs liés à l'environnement de l'isolant tels que la température et les contraintes mécaniques.

Cette simulation numérique a permis la validation de ces modèles, en les comparant à des mesures optiques rapportées par la littérature, et montre que ces derniers décrivent de manière satisfaisante la cinétique de propagation de l'arborescence et répondent au rôle accélérateur joué par la tension, la fréquence, la distance interélectrodes, et le rayon de courbure de l'aiguille, quant à la propagation des arborescences.

Cependant, les paramètres relatifs au polymère (masse volumique, permittivité relative), ne renseignent pas sur le classement des matériaux vis à vis de leur résistance aux arborescences.

Ces modèles traduisent également le mode de propagation de l'arborescence qui dépend exclusivement de la forme de la tension appliquée: sous tension continue, l'arborescence se propage de manière continue, alors que sous tension sinusoïdale, elle évolue par saut pendant chaque cycle de tension, et ce durant tout le temps de vieillissement.

A la lumière des résultats de simulation numérique, nous avons pu porter un choix sur les modèles permettant de décrire de manière plus satisfaisante, l'évolution de l'arborescence.

Bien que nous ayant pris en considération la densité de charge  $\sigma$  dans l'un des modèles proposés, nous ne sommes toujours pas arrivés à supprimer le facteur de correction  $f_c$ .

Les caractéristiques obtenues dans le cas de ce modèle n'offre pas un avantage particulier par rapport aux autres modèles qui ne tiennent pas compte de cette contrainte ( $\sigma$ ), en plus de la complexité des calculs entrepris pour l'établissement de ce modèle.

Il est donc plus intéressant de ne pas tenir compte de  $\sigma$ . C'est pourquoi un intérêt particulier doit être porter sur le modèle de la sphère centrée sur  $o$ , dans le cas des arborescences en buisson, et sur l'approximation sphérique dans le cas des arborescences filamenteuses, vu que ces modèles s'accordent de manière parfaite avec les résultats de la littérature, d'une part, et tiennent compte d'un plus grand nombre de paramètres influent sur la cinétique de l'arborescence, d'autre part; En plus de la simplicité des calculs qu'ils offrent.

Les autres modèles restent, toutefois, intéressants dans la mesure où ils renseignent sur l'évolution de l'arborescence.

Cette étude peut être une voie dans la mise au point de nouveaux modèles offrant une meilleure approche des arborescences.

# ANNEXE

ANNEXE

1-PRESENTATION DES DEUX TYPES D'ARBORESCENCES.

Les figures ci-dessous montrent la localisation et la forme des deux types d'arborescences: ouvertes et noeud-papillon.

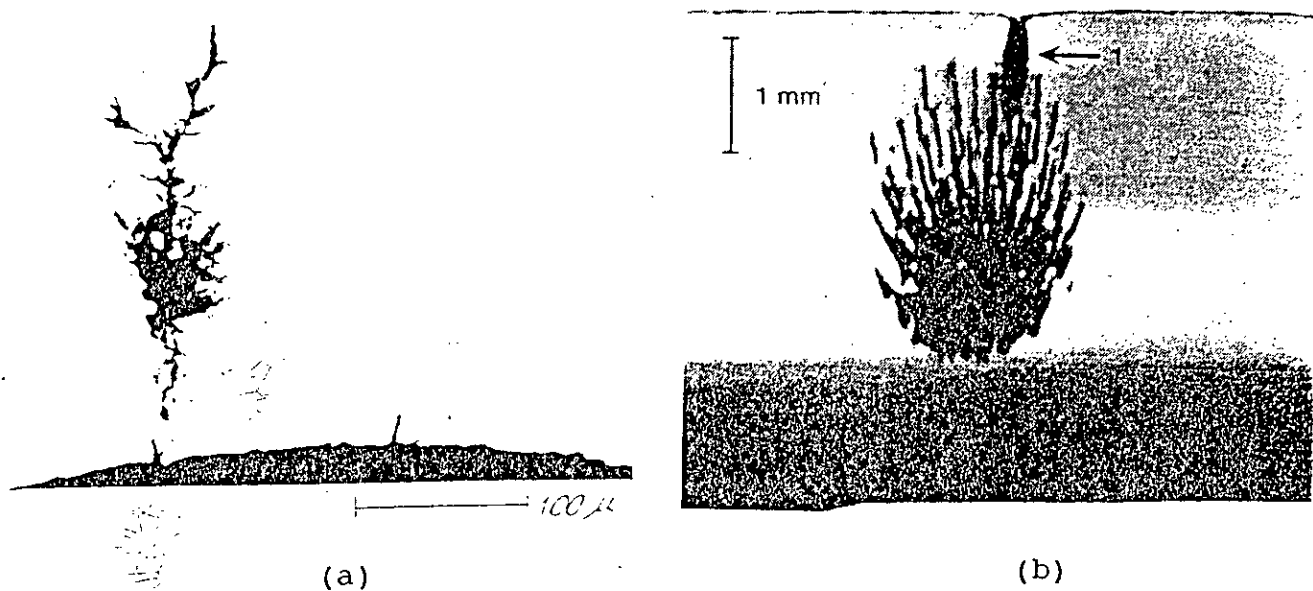


fig. 47: Arborescences ouvertes développées à partir de l'écran semi-conducteur interne, (a): filamentaire [13], (b): en buisson où un canal de déchargé est visible, marqué 1 [14].

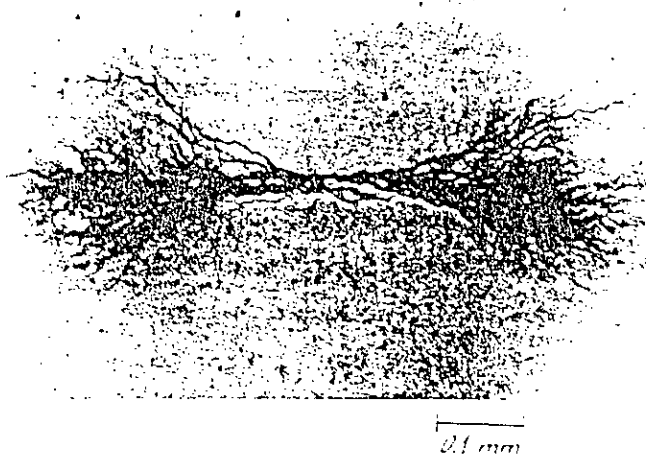
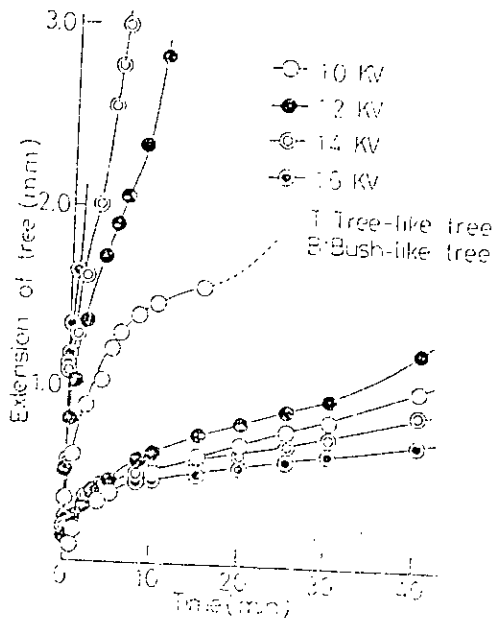


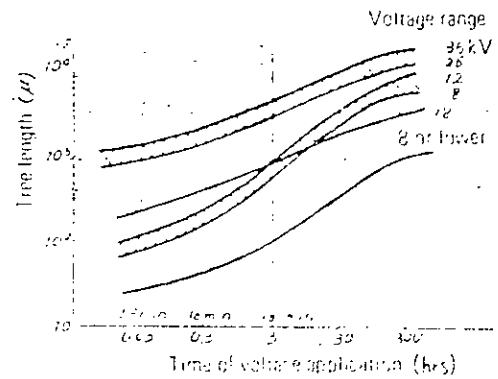
Fig. 48: arborescence en noeud-papillon développée à partir d'une impureté au sein de l'isolant [13].

## 2-COURBES DE COMPARAISON TIREES DE LA LITTERATURE

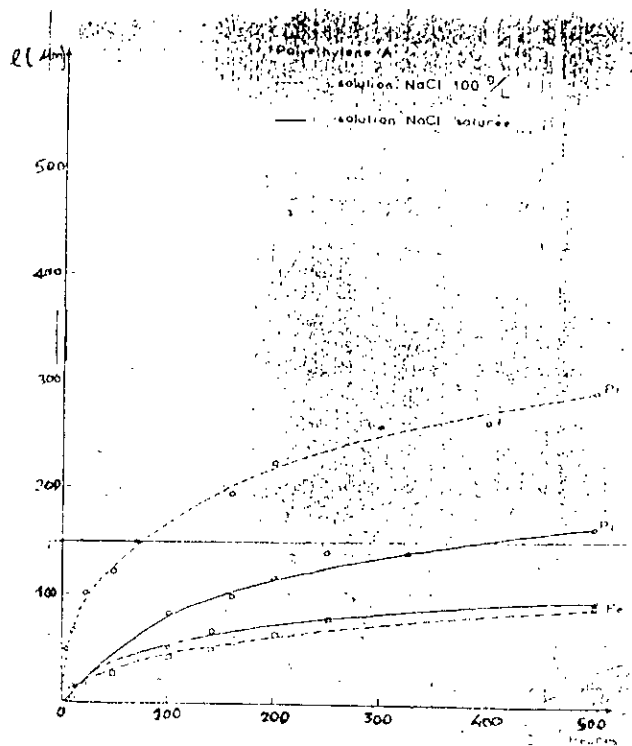
Les figures suivantes, représentent les caractéristiques expérimentales tirées de la littérature, utilisées pour la validation des résultats de simulation numérique relatifs aux modèles proposés



(a)



(b)



(c)

fig.49: cinétique de propagation des arborescences développées sous tension sinusoïdale à 50 Hz dans le PE, (a) et (b): électriques respectivement avec  $d=3\text{mm}$  [61] et  $d=10\text{mm}$  [44] (c): d'eau (aiguille en platine,  $U_m=10\text{kV}$ ,  $r_p=5\mu\text{m}$ ,  $d=2\text{mm}$ ) [20].

## BIBLIOGRAPHIE

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.P.CRINE, S.HARIDOSS, P.HINRICHSEN, H.HOUDAYER et G.KAJRYS, "Impureties in electrical trees grown in field-aged cables", Université de Montréal, Montréal, Québec, Canada, CEIDP 1988.
- [2]: V.RAHARIMALALA, "influence de la structure et de la morphologie du polymère sur le développement et la propagation des arborescences d'eau", thèse de doctorat, Juin 1987, INP Grenoble.
- [3]: J.Y.KOO, "Contribution à l'étude de la propagation des arborescences d'eau dans le polyéthylène", thèse de Docteur Ingénieur, Mars 1984, INP Grenoble.
- [4]: C.LAURENT, "Contribution à l'étude des mécanismes de la rupture diélectrique à long terme des polymères", thèse de Docteur d'Etat, Décembre 1984, UPS Toulouse.
- [5]: C.LAURENT, "Etude de la propagation des arborescences dans le polyéthylène par voies optique et électrique", thèse de Docteur Ingénieur, Mars 1979, UPS Toulouse.
- [6]: M.A .HANDALA, "Contribution à l'étude de la propagation des arborescences électriques dans l'EPDM", mémoire de Magister, Juin 1982, USTHB Alger.
- [7]: R.J.DENSLEY, "An investigation into the growth of electrical trees in XLPE cable insulation", IEEE, trans. elect. insul. , vol. EI-14 N° 5, June 1979.
- [8]: R.J.DENSLEY, T.S.SUDARSHAN, " Some results of partial discharge measurements during the growth of electrical trees", National Research Concil, Canada.
- [9]: O.K.SPURR et R.M.EICHHORN, "treeing in PE insulation power cables", Bound Brook, N.J., Technical Center, 1975.
- [10]: M.EBERHARDT, W. MORSCH, F.FETZOLD, D.FLÜGGE, P.KÜLLIG, "Résistance du polyéthylène aux arborescences et leur détection". CIGRE 84, T.1, Gr. 15-01.
- [11]: F.NOTO et N.YOSCHIMURA, "Initiation and growth of trees in polymeric dielectric materials", CEIDP 1973.
- [12]: A.WIMCHOLLS, E.F.STEENIS, "Arborescences dues à l'eau - état de la technique", Gr. 15, 21-02, Session 29 Aout. 1er sep 1990.

- [13]: R.M. EICHHORN, "Treeing in solid extruded electrical insulation", IEEE trans. on elect. insul., Sol EI-12, N°1, Feb.1976.
- [14]: E.F. STEENIS, F.H. KRENGER, "Water treeing in PE cables", IEEE. trans. on elect. insul. vol. 25 N°5, oct. 1990.
- [15]: T. MIYASHITA, "Deterioration of water-immersed polyethylene coated wire by treeing", IEEE. trans. on elect. ins. EI-6, N°3, P 129-135, sept. 1971.
- [16]: T.MIYASHITA, T.INOUE, "Treeing phenomena in polyethylene-coated wire immersed in water", Elect. Eng. in Japon, vol. 90, N°3, 1970.
- [17]: H.MATSUBA, E.KAWAI, "Water tree mechanism in electrical insulation", IEEE. trans. on power apparatus and systems, vol. pas-95, N°2, Mar/apr. 1976.
- [18]: C.ARNAND, H.AUCLAIR, D.ROY, "Analyse du matériau isolant soumis à l'action de l'eau au voisinage du point de claquage", R.G.E., 3/1984.
- [19]: H.KARNER, U.STRETZEL, M.SAURE, W.COLZ, "détermination des faibles quantités d'eau dans les isolants solides organiques et influence de l'humidité sur la caractéristique diélectrique", CIGRE, 84. Gr, 15-02.
- [20]: R.FOURNIE, J.PERRET, P.RECOUPE, "Contribution à l'étude des arborescences électrochimiques dans le polyéthylène pour câbles à haute tension", Electricité de France, Oct. 1976.
- [21]: M.KARAKELLE, P.J.PHILLIPS, "The influence of structure on water treeing in cross linked PE : tree morphology and the influence of organic contaminants", I.E.E.E. trans. on elect. insul. vol. 24, N° 6. Dec. 1989, PP. 1101-1108.
- [22]: M. EL KAHEL "Effet de l'amplitude et de la fréquence du champ électrique sur la propagation des arborescences d'eau", Recueil de thèse de troisième cycle, Juin 1983, INPG-LEMD
- [23]: J.E.FILIPPINI, C.T. MEYER, M.EL KAHEL "Some mechanical aspects of the propagation of water tree in PE", CEIDP. 1982.
- [24]: S.BAMJI, J. DENSLEY, A.GARTON, N.SHIMIZU, "Arborescences électrochimiques dans les isolations synthétiques". CIGRE 84. Gr. 15-07, Showa electric wire and cable company, Japan.



- [25]: T.W. DAKIN, "Treeing in polyethylene", Rapporteur's report, session D, CEIDP 1974. P. 197-206.
- [26]: J.VIARD, "Correlation of optical and electric properties of water trees in PE", J. App. Phys. 73(2). 15 Juin 1993.
- [27]: W.KALKNER, U.MÜLLER, E.PESCHHE, H.J. HENKELL, "Arborescences dues à l'eau dans les câbles à haute tension isolés au PP ou au PRC", La CIGRE, section 21. 07, Sept. 1982.
- [28]: G. BAHDER, C.KATZ " Treeing effects in PE and XLPE insulation" CEIDP, 1972, P.19-198.
- [29]: S. HIRABAYASHI, C.W REED, J. SLETBAK, "comportement sous contraintes multiples de matériaux isolants et de structures d'isolation", CIGRE 84, T.1, G15 - 03.
- [30]: Y. NITTA, "a possible mechanism of propagation of water trees from water electrode", IEEE. tran. on elec. ins. vol. EI-9, n°3, P. 109-112, Sept. 1974.
- [31]: T. TANAKA, T. FUKUDA, S.SUZIKI, "water tree formation and lifetime estimation in 3.3 kV 6.6 kV XLPE and PE power cable", IEEE. trans. Pas 95, N°6, P. 1892-1900 Nov./Dec. 1976.
- [32]: T.TANAKA, T. FUKUDA, S. FUZIKI, Y. NITTA, H. GOTO, K. KUBOTA, "water tree in cross linked PE cable", IEEE. trans. Pas 03, P.693-702, 1974.
- [33]: S.GLUCHOVSKI, J.JUCHNIEWICZ, "essai de création d'arborescences" CIGRE 84- T.1, Gr. 15-06 .
- [34]: G.BAHDER, T.W.DAKIN, J.H.LAWSON, "analyse du claquage par arborescence", CIGRE, rapport du Gr.15-05, 1974 .
- [35]: S.BAMJI, A.BULENSKI, J.DENSLEY, A.GARTON, "etching and the morphology of cross linked polyethylene cable insulation", IEEE. trans. on elect. insul. Vol. EI-19, n°1, Feb. 1983.
- [36]: J.J.DE BELLET, G.MATEY, L.ROSE, V.ROSE, "some aspects of the relationship between water treeing morphology and microstructure of polymers", IEEE.trans. on elect. insul. vol. EI-22 n°2, Apr. 1987.
- [37]: B.S.BERNSTEIN, in conference record of the 1984 international symposium on electrical insulation, Montreal, Canada, edited by IEEE. 1984, P.327 .

- [38]: A.C.ASHCRAFT, "water treeing in polymeric dielectrics", world electrical congress, Moscow, P.1-19, June 1977.
- [39]: J.H.LAWSON, W.VAHLSTROM Jr. "investigation of insulation deterioration in 15kV and 22kV polyethylene cable removed from service", Part II. IEEE. trans. Pas. 92, P.824-835, 1973.
- [40]: C.T.MEYER, "water absorption during water treeing in polyethylene", IEEE. trans. on elect. insul. vol. EI- 18. N°1. Feb. 1983.
- [41]: F.NOTO, N.YOSHIMURA, "tracking and treeing phenomena", IEEE. trans. on elect. insul. vol. EI-21, n°6. Dec. 1986.
- [42]: M.KARAKELLE, P.J. PHILLIPS, "The influence of structure an water treeing in crosslinked PE", IEEE. trans. on elect. insul. vol. 24, N°6. Dec. 1989.
- [43]: RAINER PATSCH, "on tree- inhibition in PE" , IEEE. 1978.
- [44]: M.MORITA, M.HANAI, H.SHIMANUKI, "voltage stabilizers and their mechanisms in solid dielectrics" Showa electric wire and cable company. ltd. Kawasaki, Japan.
- [45]: R.BARTNIKAS, R.J.DENSLEY, R.M. EICHHORN, "Accelerated aging tests for polymer insulated cables under wet conditions", IEEE. trans. on power delivery, vol. 6, N°3, July 1991.
- [46]: M.J.GIVEN, R.A FOURACRE, B.H.CRICHTON, "The role of ions in the mechanism of water tree growth", I.E.E.E. trans. on elect. insul. vol. E.I. 22, N°2, Apr. 1987.
- [47]: J.C. FILIPPINI, C.LAURANT, C.MAYOUX, "An investigation into the initiation mechanisms of water trees in PE from attempts to detect an emission of lights", I.E.E.E. trans. on elect. insul., vol. E.I. - 21, N°1, Feb. 1986.
- [48]: T.YOSHIMITSU, H.MITSUI, S.KENJO, T.NAKAKITA, "Some considerations on AC water trees in crosslinked PE", IEEE., trans. on elect. insul. vol. EI 18, N°1. Feb. 1983.
- [49]: A.GARTON, S.BAMJI, A.BULINSKI, J.DENSLEY, "Oxydation and water tree formation in service-aged XLPE cable insulation", IEEE. trans. on elect. insul. vol. EI - 22, N°4. Aug. 1987.
- [50]: J.RYE, R.M. BROWN, G.L. LE POIDEVIN et W.T. EELES, "Oxydation of PE as a possible prelude to water treeing", I.E.E. conference record on dielectric materials, mesurements and application, July 21-25 Cambridge, PP. 36-39 , 1975

- [51]: G.MÖLE, "A mechanism of water treeing in PE cable insulation", word electrical congress, June 21-25, Moscow 1977.
- [52]: J.SLETBAK, "A theory of water tree initiation and growth", I.E.E.E. trans. Pas, vol. 98, N°4. July/August, PP 1358-1365, 1979.
- [53]: D.W. AUCKLAND, R. COOPER, C. WALKER, "Absorption of water by electrically stressed polyethylene", Proc. IEE., v. 125(8), PP. 776-777, aug. 1978.
- [54]: C.T. MEYER, J.C. FILIPPINI, N. FELICI, "Water tree propagation in relation to mechanical properties of PE." CEIDP 1979.
- [55]: Y.POGGI, V.RAHARIMALALA, J.C.FILIPPINI, J.J. DE BELLET, G.MATEY, "Water treeing as mechanical damage : macroscopic and microscopic approach, influence of test specimen process paramets". IEEE. trans. on elect. insul. Vol. 25, N° 6, Dec. 1990.
- [56]: RAYNER, E.H, BRITISH JIEE 49. 1912. P3.
- [57]: F. NOTO, N.YOSCHIMURA, "Growth and forms of trees in polyethylene studied using intermitted applied voltages", conf. elect. insul. Diel. phen. 1972, P 165-169.
- [58]: RAINER PATCH, "Breakdown of polymer : tree initiation and growth", CEIDP 1975.
- [59]: N. HAZUMI, M.ISHIDA, T.OKAMOTO, H.FUKAGAWA, "The influence of morphology on electrical tree initiation in PE under AC and impulse voltage", IEEE. trans. on elect. insul. vol. 25, N°4, Aug. 1990.
- [60]: M.IEDA, M.NAWATA, H.KAWAMURA, "Influence of polymer morphology on treeing breakdown phenomena", 4 th. Int. symp. on high volt. eng. Greece, 5-9, Sept. 1983.
- [61]: M.IEDA, M.NAWATA, "Consideration of treeing in polymers", Nagoya University, Nagoya, Japan.
- [62]: C. LAURENT, C. MAYOUX, S.NOEL, "Dielectric breakdown on PE in divergent field : role of dissolved gazes and electroluminescence", J. appl. Phys. 54(3), March 1983.
- [63]: S. GLUCHOWSKI, J. JUCHNIEWICZ, "A new approach to treeing inception tests", IEEE, trans. on elect. insul. vol. EI 22, n°1, Feb. 1987.
- [64]: I.KITANI, K. ARII, "DC tree associated with space charge in PMMA", IEEE, trans. on elect. insul. Vol. EI 22, n°3, June 1987.

- [65]: E.J. MAHON, "A tutorial on treeing", IEEE, trans. on elect. insul. EI 13(4), PP.277-288, Aug. 1978.
- [66]: G. LESSARD, S. PELISSON, H. ST-ANGE, M.R. WERTHEIMER, "Comparison of high temperature breakdown behaviour in low and high density polyethylene", IEEE 1986.
- [67]: M. NAGAO, T. KIMURA, Y. MISUNO, M. KASAKI, "Detection of Joule heating before dielectric breakdown in PE films", IEEE, trans. on elect. insul. vol 25, n°4, Aug. 1990.
- [68]: Y. SHIBUYA, S. ZOLEDZIOWSKI, J.H. CALDERWOOD, "Void formation and electrical breakdown in epoxy resin", IEEE, on power apparatus and syst., vol. pas. 96 n° 1, Jun/Feb. 1977.
- [69]: D.M.TU, W.B. LIN, G.P. ZHUANG, Z.Y. LIU, K.C. KAO, "Electric breakdown under quasi-uniform field conditions and effect of emission shields in PE", IEEE, trans. on elect. insul. vol. 24, n°4, Aug. 1989.
- [70]: S. NOEL, C. LAURENT, C. MAYOUX, "An investigation of AC electrical aging phenomena in PE by thermally stimulated discharge current measurement", IEEE, trans. on elect. insul. Vol. EI-22, n°1, Feb. 1987.
- [71]: A. JANTZEN, "Etude des arborescences d'eau dans le PE sous tension continue", DEA, matériaux macromoléculaires, université Claude Bernard. CNRS. Grendole. Juin 1985.
- [72]: J.C. FILIPPINI, A. JANTZEN, B. DALLE, L. DESCHAMPS, J.PERRET, "Câbles à courants continu à isolant synthétique et arborescence d'eau".
- [73]: J.H.MASON, "The deterioration and breakdown of dielectrics resulting from internal discharges", IEEE, 98, PP. 44-59, 1951.
- [74]: J.R. LAGHAN, P. CYGAN, W. KHECHEN, "A short method of estimating lifetime of polypropylene film using step-stress tests", IEEE, trans. on elect. insul. vol. 25, n°6, Dec. 1990.
- [75]: W.D. WILKENS, "A study of treeing in medium voltage power cables", IEEE, Paper C 73, 498 - 3.
- [76]: N. KHALECHE, "Rupture par arborescence électrique du PVC vieilli thermiquement", thèse de magister, juillet 1993, ENP Alger.

- [77]: M. NEDJAR, "Influence du vieillissement thermique sur les propriétés du polychlorure de vinyle utilisé dans l'isolation des câbles de haute tension", thèse de magister, Dec. 1991, Université de Tizi-Ouzou.
- [78]: N.J. FELICI, "Charge absorption and charge transport in polymers watted by an insulating liquid and subjected to an electric field", C.N.R.S, Laboratoire d'électrostatique. 166x, 3842 Grenoble Cedex France.
- [79]: B. GOSSE, J.P. GOSSE, M. SAUVIAT, "Interactions between the solide and the ions of liquid in impregated paper", IEEE, trans. on elect. insul. vol. EI 15, n°2, Apr. 1980.
- [80]: J.C. FILIPPINI, J.Y. KOO, "Une nouvelle méthode d'essai pour évaluer la résistance des matériaux aux arborescences d'eau : surveillance in situ de la croissance des arborescences d'eau individuelles sur des spécimens de laboratoire au moyen de la géométrie à aiguilles", CIGRE session 1992, 30 Aout, 5 sept. 1992. Gr. 15/21 - 01.
- [81]: CH. PARK, K. OKAJIMA, M. HARA, M. AKAZAKI, "Effect of heat treatment on dielectric strength of polyethylene terephthalate under compressive stress", IEEE 1983.
- [82]: N. IZEKI, F. TATSUTA, "Behavior of void discharges in short gap spaces", 4 th, Ins. sym. on high vol. ing. athens, Greece, Sept. 1983.
- [83]: P.Y. TIMBRELL, A. BULINSKI, S.S. BAMJI, J. DENSLEY, "Backscattered electron imaging and energie - dispersive x-ray studies of water-treed polymeric insulation", I.E.E.E, trans. on elect. insul. Vol. 25, n°4, Aug. 1990.
- [84]: Y. YAMANO, Y. TAKAHOSHI, S. KOBAYASHI, "Improving insulator reability with insulating barriers", IEEE, trans. on elect. insul. vol. 25, n°6, Dec. 1990.
- [85]: H. KATO, N. MAEKAWA, S. INOUE, H. FUJITA, "Effect and mechanism of some new voltage stabilizers of crosslinked polyethylene insulation", annual report conference on electrical insulation and dielectric phenomena, PP. 229-238, 1974.

- [86]: M.SAURE, W. KALKNER, "On water tree testing of materials. status report of CIGRE TF 15-06. CIGRE Symposium 05-87 Vienna, section 6-2, Number 620-10, 1987.
- [87]: P. FISCHER, E.F. PERCHKE, R.G. SCHROTH, A.A. FARKAS, "development and realisation of water tree retardant XLPE compound and cables", CIGRE Symposium Vienna, 1987.
- [88]: T. KOJIMA, M. HANAI, K. YAGI, K. OKUSA, M. AIHARA, K. HAGA, "Characteristics of PE impregnated with various gases", IEEE Power Ing. Soc., May 1973.
- [89]: J.H. MASON, "discharge channel initiation and propagation through polymers", Communication au groupe CIGRE W.G.: 15-06 Londres, 1973.
- [90]: N. S. MASHIKIAN, J.H. GOEGER, B.S. BERNSTEIN, R.M. EICHHORN, R.A. HARTLEIN, B.K. HWAN, "Essais de détection de la vulnérabilité des matériaux et des câbles à la formation d'arborescences d'eau, réalisés aux états unis", CIGRE Gr. 15/21-02 session 1992, 30 Aout - 5 Sept.
- [91]: M. KARAKELLE, P.J. PHILLIPS, "the influence of structure on water treeing in crosslinked growth", IEEE, trans. on elect. insul. vol. 24, n°6, Dec 1989, PP. 1093 - 1100.
- [92]: A. BEROUAL, "Déformations des bulles dans un champ électrique", CR. acad. Paris t. 296, 24 janvier 1983, série II 169.
- [93]: A. BEROUAL, "Electric and gaseous processes in the breakdown phenomena of dielectric liquids", J. appl. phys., 1 May 1993.
- [94]: A. BEROUAL, C. MARTEAU, R. TOBAZEON, "Measurement of the charge of a single or of a serie of streamers in liquids subjected to a voltage step", IEEE, trans. on elect. insul. vol. 23, n° 3, June 1988.
- [95]: A. BEROUAL, "Mouvement de particules impures dans un diélectrique liquide soumis à un champ électrique uniforme", ENP. 5 - 06-1982.
- [96]: A. BEROUAL, R. TOBAZEON, "Breakdown phenomena in liquid dielectrics", IEEE, trans. on elect. insul. vol. EI-21, n°4, Aug. 1986.
- [97]: A. BEROUAL, "Relation entre courant charge et vitesse de propagation des streamers dans les diélectriques liquides", ENP, Alger, ALGERIE.

- [98]: A. BEROUAL, "Champ électrique dans un diélectrique liquide en présence de suspensions pour différentes formes de tensions", ENP. 1984, Alger, ALGERIE.
- [99]: A. BEROUAL, "The growth of the prebreakdown disturbances in liquid dielectrics with point - plane geometry", Lab. Electroth. Mat. Die. Grenoble. France.
- [100]: A. BEROUAL, "Cours de matériaux diélectriques et haute tension, 1ère année de post-graduation, ENP. 1990-1991.
- [101]: C.G.CARTON, Z. KRASUKI, "Bubbles in insulating liquids, stability in an electric field", Pro. R. SOC. A., 28.1964, PP. 211-226.
- [102]: A. BEROUAL, "Distribution spatiale et temporaire du champ électrique en présence de suspensions dans les diélectriques liquides", Praca Naukowa, Doktorat Nauk Technicznych, Politechnika wroclawska, wroclaw, (Pologne), 1979.
- [103]: G. TAYLOR, "Desintegration of water drops in an electric field", Proc. Roy. Soc. A., 280, 1964, PP. 383.
- [104]: HAMIA, "Conception et réalisatin d'un câble de 30kV", Projet de fin d'étude, ENP, Juin 1983.
- [105]: Technique de l'ingénieur E 1850 - 2 et 5.
- [106]: S. KALACHNIKOV, "Electricité". Edition Mir Moscou 1980.

## RESUME:

Le travail, présenté dans cette thèse, s'inscrit dans le cadre de la rupture diélectrique.

Dans cette étude, nous avons proposé plusieurs modèles mathématiques de dégradation des polymères par le phénomène d'arborescences, selon l'endroit où celle-ci prend naissance (arborescence ouverte ou en noeud-papillon), sa forme (en buisson ou filamentaire), celle de la tension appliquée (continue ou sinusoïdale) et selon que l'on tienne compte de la densité de charge  $\sigma$  ou non.

Ces modèles décrivent l'évolution de l'arborescence (propagation, temps de retard au claquage ...), qu'elle soit électrique ou d'eau, en les assimilant à des formes géométriques simples : sphère pour les arborescences touffues (en forme de buisson ou noeud-papillon) et canaux cylindriques pour les arborescences filamentaires. Ils mettent en évidence la relation liant la longueur de l'arborescence, le temps de retard au claquage, aux différents facteurs intervenant dans ce processus de dégradation.

Les résultats des modèles proposés sont en parfait accord avec ceux de la littérature, et ce après l'introduction d'un facteur de correction  $F_c$ , relatif à chaque modèle, chaque type d'arborescence et dépendant de la forme de la tension appliquée.