



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
Ecole Nationale Polytechnique

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

LABORATOIRE DE GÉNIE MÉCANIQUE ET DÉVELOPPEMENT

MÉMOIRE DE MAGISTER

Par :

BOUFENAR MOHAMED

Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique – ENP –

Thème :

ELEMENTS DE MAINTENANCE PREVENTIVE DES MACHINES TOURNANTES PAR ANALYSE DES VIBRATIONS

Jury :

S. LARBI	M.C	Président	ENP
S. RECHAK	Pr.	Rapporteur	ENP
M. HADDADI	Pr.	Examinateur	ENP
A. MILOUDI	M.C	Examinateur	USTHB
A. AMMICHE	C.C	Examinateur	ENP

Septembre 2006

AVANT - PROPOS

Ce travail a été effectué dans le Laboratoire de Génie Mécanique et Développement (LGMD) de l'Ecole Nationale Polytechnique, dirigé par Monsieur le Professeur Saïd RECHAK.

Je tiens à exprimer à Monsieur RECHAK ma très vive gratitude pour m'avoir permis de mener à bien l'ensemble de mes travaux, pour les conseils qu'il m'a prodigués, pour ses encouragements et pour l'intérêt constant qu'il a porté à mes recherches.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur MILOUDI A., Maître de Conférence à l'USTHB, en acceptant d'examiner ce travail.

Je remercie également Monsieur HADADI M., Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour avoir bien voulu examiner ce travail.

Je tiens aussi à remercier Monsieur AMMICHE A., Chargé de Cour à l'ENP, pour les encouragements qu'il m'a prodigués et pour avoir accepté de participer à ce jury.

Je ne saurais présenter ce travail sans exprimer mes vifs remerciements à Monsieur LARBI S., Maître de Conférence à l'ENP, pour les très nombreuses discussions et idées échangées et d'avoir accepté de présider ce jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur REZIG M., Chargé de recherche au CRND de Draria, pour les conseils qu'il m'a donnés, pour les discussions nombreuses et fertiles que nous avons eues sur ce sujet, pour les encouragements qu'il m'a prodigués et pour l'intérêt qu'il a prêté à la lecture de ce manuscrit.

Enfin je n'oublierais pas mes collègues du laboratoire et du CRND sans qui ce travail n'aurait pas pu être. Je citerais notamment BABA H. S., LADJEL K., BERMAD F., MEHRANE F., ZAMOUN L., MOKRANI M., BOUZEGZI K., BOUMEDIEN A. et tous qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail et dont la collaboration m'a été très précieuse.

العنوان : عناصر الصيانة الوقائية للماكينات الدوارة عن طريق تحليل الاهتزازات

الملخص :

في هذه المذكرة اقترحنا إنشاء هيكلية لتشخيص أعطاب الماكينات الدوارة باستعمال تقنيات تحليل الاهتزازات. لهذا الغرض تعرضنا أولا لمختلف خصائص اهتزازات منظومة عمود دوار - حامل. في هذا الصدد، نموذج رياضي كامل لعمود دوار زائد حامل أحيط بالدراسة الوافية حيث استعملنا فيها طريقة العناصر المنتهية. نتائج هذه الدراسة سمحت لنا بحساب السرعات المرحجة لتشكيل مخطط كامل وحساب حدود الاتزان وكذلك محاكاة تأثير عدم الاتزان الكتلتي للعمود.

في الجزء الثاني من المذكرة، تناولنا دراسة و مقارنة مختلف تقنيات تشخيص أعطاب الماكينات الدوارة. وقد قارنا على وجه الخصوص التقنيتين الجديتين: التحليل الفيضي و تحليل الغلاف بتقنية التحليل الطيفي. و في الأخير، لتأكيد أعمالنا، قمنا بتطبيقها على نموذج تجريبي أعدناه لهذا الغرض في المخبر.

هذه التقنيات الأنفة الذكر، قمنا ببرمجتها في الحاسوب برنسامج **LABVIEW**. هذا البرنامج يحتوي على إمكانيات عديدة لتحليل القياسات، والتي من بينها: التحليل الذبذبي و التنقية و التكيف و دوال التحليل الطيفي و كذلك العديد من الدوال الرياضية المعقدة.

لوحة المفاتيح :

الماكينات الدوارة ؛ تحليل الاهتزازات ؛ التحليل الطيفي؛ التحليل الفيضي؛ الكشف بتحليل الغلاف

TITRE : ELEMENTS DE MAINTENANCE PRÉVENTIVE DES MACHINES TOURNANTES PAR ANALYSE DES VIBRATIONS

RÉSUMÉ :

Dans ce mémoire nous proposons un cadre structurel pour la surveillance et la détection des défauts des machines tournantes en vue de mettre en œuvre une maintenance conditionnelle par analyse vibratoire. Pour accomplir cette tâche, nous avons examiné en premier, les caractéristiques vibratoires d'un système rotor – paliers. Un modèle mathématique complet d'un système multi paliers a été présenté. L'effet gyroscopique et l'amortissement sont inclus dans l'analyse par le modèle en éléments finis. Par conséquent, les vitesses critiques (diagramme de Campbell), les seuils d'instabilité et la réponse dynamique du système à un défaut de balourd sont obtenus par le modèle mathématique développé. Dans la seconde partie, les possibilités de détection et de diagnostic par les techniques les plus utilisées sont discutées et comparées sur la base des résultats expérimentaux. En particulier, les nouvelles approches basées sur l'analyse du cepstre et du spectre d'enveloppe sont développées et comparées à l'analyse spectrale. Les résultats sont validés par des applications expérimentales sur un banc d'essai réalisé pour cet objectif, dans notre laboratoire. Ces outils ont été conçus dans l'environnement de programmation graphique LabVIEW. Cet environnement intègre des fonctions d'analyse des mesures comprenant le calcul de RMS, la détection de crêtes, l'analyse harmonique, le filtrage et les fonctions d'analyse de fréquence, aussi bien qu'un grand nombre de fonctions mathématiques et statistiques complexes.

Mots-clefs :

Machines tournantes, analyse vibratoire, Analyse spectrale, cepstre; détection d'enveloppe

TITLE: PREVENTIVE MAINTENANCE ELEMENTS OF ROTATING MACHINERY BY VIBRATIONS ANALYSIS

ABSTRACT:

In this memory we propose a framework for fault monitoring and damage detection of rotating machinery, for conditional maintenance implement by vibratory analysis. To accomplish this task, we have examined at first, the vibration characteristics of a rotor bearing system. A complete mathematical model for a multi-bearing rotor system has been presented. Gyroscopic effects as well as damping are included in the analysis by the F.E.M model of the shaft. Hence, critical speeds ((Mode Analysis Damped Natural Frequency Map (Campbell Diagram)), thresholds of instability and unbalance response of the system are obtained by the developed mathematical model. In the second part, the detection and the diagnostic capability of some of the most effective techniques are discussed and compared on the basis of experimental results. In particular, the new approaches based on cepstrum and envelope spectrum analysis evaluation for conditional maintenance are developed and compared to the spectral analysis. The results are validated by experimental applications on a test rig realized to this purpose, in our laboratory. These tools were designed by LabVIEW graphical programming environment. LabVIEW has built-in functions for measurement analysis including RMS calculation, peak detection, harmonic analysis, filtering, and frequency analysis functions, as well as a large number of complex mathematical and statistical functions.

Key-words:

Rotating machinery ; vibrations analysis ; spectral analysis ; cepstrum ; envelope detection

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
-----------------------------	---

PARTIE I. : ANALYSE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES ROTORS

CHAPITRE 1 : MODÉLISATION ET MISE EN ÉQUATIONS PAR ÉLÉMENTS FINIS

I.	Enoncé des hypothèses	5
II.	Calcul des énergies cinétique et de déformation	6
	II.1. Le disque	9
	II.2. L'arbre	10
	II.3. Le balourd	12
	II.4. Les paliers	14
III.	La formulation par la méthode des éléments finis	14
	III.1. Expression indicielle de l'énergie cinétique de l'arbre	17
	III.2. Expression indicielle de l'énergie de déformation de l'arbre	19
IV.	Application de l'équation de Lagrange	20
	IV.1. La matrice des masses de l'arbre	22
	IV.2. La matrice de rigidité	23
	IV.3. La matrice gyroscopique	23
V.	Prise en compte des paramètres d'influence	24
	V.1. Effet de l'énergie cinétique du disque	24
	V.2. Effet du balourd	24
	V.3. Effet des paliers	25
	V.4. Influence des fondations flexibles sur la structure	25
VI.	Etablissement des équations de mouvement	28
VII.	Conclusion	39

CHAPITRE 2 : PROGRAMME DE CALCUL ET MÉTHODES DE RÉOLUTION

I.	Structure globale du programme de calcul	30
II.	Problème des valeurs propres d'un système non amortie	32
III.	Problème des valeurs propres d'un système amorti	35
IV.	Réponse permanente du déséquilibre de masse (balourd)	40
V.	Analyse de stabilité	45
VI.	Conclusion	48

PARTIE II. PRINCIPES DU TRAITEMENT DU SIGNAL ET OUTILS D'ANALYSE ADAPTES A LA DETECTION DES DEFAUTS

CHAPITRE 3. PRINCIPES DE BASE LIÉS AU TRAITEMENT DU SIGNAL

I.	Définitions des grandeurs et caractéristiques d'un signal	50
II.	L'échantillonnage	51
	II.1. Echantillonnage idéal	52
	II.2. Théorème de SHANON pour l'échantillonnage des signaux.....	54
III.	Le Moyennage	54
	III.1. Moyennage linéaire	55
	III.2. Moyennage exponentiel	55
IV.	Fenêtres de troncatures	55
	IV.1. Rappels mathématiques	55
	IV.2. Conditions que doit satisfaire une fenêtre de pondération	56
	IV.3. Type de fenêtres usuelles et leurs caractéristiques	57
V.	Le filtrage	60
	V.1. Filtrage temporel	60
	V.2. Filtrage fréquentiel	60
	V.3. Filtrage numérique	60
VI.	La Transformation de Fourier	62
	VI.1. Théorème de fourrier	63
	VI.2. Conditions de Dirichlet	63
	VI.3. Procédure de transformation de Fourier	63
	VI.4. Signification physique de la transformation de Fourier	65
	VI.5. Quelques propriétés de la transformée de Fourier	65
	VI.6. Transformé de fourrier discrète	66

VII.	Puissance, énergie des signaux	67
VII.1.	Puissance instantanée d'un signal	67
VII.2.	Puissance moyenne sur une période	67
VII.3.	Théorème de Parseval	68

CHAPITRE 4. OUTILS D'ANALYSE ADAPTES À LA DÉTECTION DES DÉFAUTS DES MACHINES TOURNANTES

I.	Représentation des signaux vibratoires	69
II.	Structure des signaux vibratoires des machines tournantes	70
III.	Choix des grandeurs physiques à mesurer	71
IV.	Outils de traitement adaptés à la recherche des défauts	72
V.	Analyse temporelle des vibrations de type impulsionnel	72
VI.	Analyse spectrale des signaux vibratoires des machines tournantes	76
VI.1.	Suivi des indicateurs en mode global 'Large Bande'	78
VI.2.	Suivi de la forme spectrale des indicateurs par comparaison avec un gabarit (Spectre à Bande Etroite)	81
VI.3.	Conclusion	82
VII.	Analyse en bandes d'octaves (spectres à pourcentage de bande constant PBC)...	83
VII.1.	Analyse en bandes d'octave par filtrage numérique	84
VII.2.	Analyse en bandes d'octave par synthèse FFT	85
VII.3.	Conclusion	85
VIII.	L'analyse Cepstrale	86
IX.	Phénomène de modulation et technique de détection d'enveloppe	89
IX.1.	Modulation harmonique d'amplitude	90
IX.2.	Modulation harmonique de phase	91
IX.3.	Démodulation par Transformée de Hilbert	92
IX.4.	Conclusion	95

PARTIE III. ANALYSE DES EFFETS DES DEFAUTS SUR LES SIGNAUX D'ACCELERATION
--

CHAPITRE 5. BANC D'ESSAIS ET CHAÎNE DE MESURE

I.	Le banc d'essais	98
II.	La chaîne de mesure	101
III.	Choix des défauts à analyser sur le modèle expérimental	103
IV.	Choix des grandeurs physiques à mesurer	103
V.	Fréquences caractéristiques des principaux défauts des machines tournantes.....	104

CHAPITRE 6 : APPLICATION DES OUTILS DE DIAGNOSTIC POUR L'ANALYSE DES DEFAUTS

I.	Le déséquilibre massique (Balourd)	105
	1. Conséquences pratiques du balourd	106
	2. Distinction entre balourds statique et dynamique	107
	3. Les défauts qui induisent des vibrations à la fréquence de rotation	108
	4. Equilibrage des machines tournantes sur leurs propres appuis	109
II.	Défaut d'alignement ou de flexion du rotor	110
III.	Suivi des indicateurs spécifiques aux roulements	112
IV.	Analyse temporelle des défauts des roulements.....	116
V.	Analyse spectrale en mode global des défauts de roulements	117
VI.	Diagnostic avec les techniques de cepstre et de détection d'enveloppe	120
VII.	Conclusion	127
	CONCLUSION GÉNÉRALE	128
	BIBLIOGRAPHIE	131
	ANNEXES	133

NOMENCLATURE

Variable	Désignation
T	Energie cinétique
U	Energie de déformation.
q_i	Coordonnées généralisées du système
Q_i	Forces généralisées
ψ	Angle de précession autour de l'axe Oz
θ	Angle de nutation autour de l'axe Ox
ϕ	Angle de rotation autour de l'axe Oy
Ω	Vitesse de rotation
ω	Pulsation propre
u	Déplacement de l'arbre selon l'axe Ox
v	Déplacement de l'arbre selon l'axe Oy
w	Déplacement de l'arbre selon l'axe Oz
u_p	Déplacement du palier selon l'axe Ox
w_p	Déplacement du palier selon l'axe Oz
\bar{I}_O	Tenseur d'inertie dans le repère R_{Oxyz}
S	Section de l'arbre
ρ	Masse volumique
F_u	Force généralisée autour de l'axe Ox
F_w	Force généralisée autour de l'axe Oz
$f_i(y)$	Fonctions de forme
η	Vecteur des déplacements nodaux
q_i	Déplacements nodaux selon l'axe Oz
δ_i	Déplacements nodaux selon l'axe Ox
l	Longueur de l'arbre
E	Module de Young
M_{ij}	Eléments de la matrice des masses
K_{ij}	Eléments de la matrice de rigidité
G_{ij}	Eléments de la matrice gyroscopique
C_{ij}	Coefficients de la matrice d'amortissement
$[C]_p$	Matrice d'amortissement due aux paliers
$[K]_p$	Matrice de rigidité due aux paliers
K_{ij}^s	Eléments de la matrice de rigidité due aux supports

Variable	Désignation
C_{ij}^s	Eléments de la matrice de rigidité due aux supports
λ_i	Valeurs propres
α	Partie réelle de la valeur propre
β	Partie imaginaire de la valeur propre
θ	Angle de phase
$\{X\}$	Vecteur de déplacements nodaux
M_p	Masse du palier
F_w^s	Forces généralisées autour de l'axe Oz , appliquées sur les paliers
F_u^s	Forces généralisées autour de l'axe Ox , appliquées sur les paliers
A_c	Amplitude crête
N	Nombre d'échantillons
T_e	Période d'échantillonnage
ν_e	Fréquence d'échantillonnage
ν_c	Fréquence de coupure
ν_N	Fréquence de Nyquist
$\delta(t)$	Impulsion de Dirac
$Pgn(t)$	Fonction peigne de Dirac
$\Pi_\nu(\nu)$	Fonction porte
$\varphi(t)$	Fenêtre temporelle
$\Phi(\nu)$	Fenêtre spectrale
$H(k)$	Réponse impulsionnelle du filtre
$H_z(z)$	Transformé en Z
f_{rot}	Fréquence de rotation
F_{bi}	Fréquence de défaut de bague intérieure
F_{be}	Fréquence de défaut de bague extérieure
F_{er}	Fréquence de défaut d'élément roulant
f_e	Fréquence d'engrènement
RMS	Root mean square

INTRODUCTION GENERALE

I. Vue d'ensemble :

Les machines tournantes sont intégrées aux systèmes qui manipulent des énergies sur supports variés. La gestion des énergies doit satisfaire les besoins d'un processus organisé pour atteindre des objectifs bien définis: des transformations, des transports, des fabrications, ... Les caractéristiques et les performances des ensembles automatiques qui règlent les valeurs de certaines grandeurs sont fixées par des critères liés à la qualité exigée. Les quantités produites dans un intervalle de temps défini sont entre autres, essentiellement liées à la fiabilité des machines tournantes, c'est à dire au temps moyen (stratégique) pendant lequel les fonctions qui leurs sont assignées sont réalisées selon un programme et des performances préétablis.

La fiabilité des machines tournantes peut dépendre de nombreux paramètres. Les vibrations sont souvent au fondement de cette fiabilité. Ainsi, dans le cadre de la maintenance préventive, pour augmenter la durée de vie de ces machines, pour optimiser leur rendement et pour assurer leur régularité de fonctionnement, l'analyse des signaux de vibrations, issus d'accéléromètres piézoélectriques fixés sur ces machines constitue un moyen approprié pour permettre la mise en évidence des défauts. Ces défauts se caractérisent dans le spectre de fréquences associé aux vibrations induites dans la machine, par des niveaux de puissance qui rendent compte selon leurs amplitudes, de la gravité, de la localisation et éventuellement de l'identification de la cause de la vibration. L'analyse des signaux mesurés peut être réalisée à différents niveaux. Certains cas nécessitent simplement un relevé du niveau global et une comparaison avec un seuil, d'autres, une analyse plus fine, afin d'identifier le ou les éléments défectueux par la recherche des caractéristiques émergentes. A cette fin, il est à exploiter les techniques et les méthodes d'analyse et de traitement des signaux issus fondamentalement d'accéléromètres fixés en des points judicieusement choisis au niveau de la machine en fonction de l'origine et de l'incidence des vibrations.

Cependant, la connaissance des caractéristiques vibratoires normales des machines tournantes doit permettre par comparaison de spécifier les situations anormales décelées par des systèmes de surveillance. Cette connaissance doit être acquise par l'observation directe et par le questionnement des ensembles qui résultent des caractérisations mathématiques, ce qui est désigné par la modélisation. Le travail effectué a suivi cette démarche et le document synthétique présenté est articulé en trois parties.

Dans la première partie de ce mémoire, une analyse théorique de la dynamique des rotors soumis à une excitation de type balourd est développée. Ce travail est consacré à l'élaboration d'un outil numérique fondé sur la méthode des éléments fini dédié à la maintenance prévisionnelle des machines tournantes. Cette tâche est décomposée en trois étapes; la première étape consiste à l'élaboration des différentes énergies cinétique et de déformation des organes constituant le modèle adopté en vue d'établir les équations de mouvement par le biais du formalisme de Lagrange. Pour parvenir à cet objectif, un certain nombre de problèmes intermédiaires ont préalablement, été pris en charge, entre autres, l'effet gyroscopique, l'influence des paliers et la flexibilité des fondations. La deuxième étape est consacrée à la présentation de la formulation de la méthode des éléments finis et à sa mise en oeuvre numérique.

Dans la troisième et dernière étape nous avons présenté les méthodes de résolutions des équations du système et les résultats obtenus. Cette démarche vise à simuler le comportement de la machine tournante. Elle nous a permis d'identifier les vitesses critiques lors de la montée en régime, d'analyser par conséquent, le problème de stabilité de la machine et de déterminer la signature du balourd permettant ainsi, de former une base de décision sur la sévérité du défaut.

Dans la seconde partie de ce mémoire, une introduction au concept du traitement de signal et l'analyse de Fourier est donnée pour définir les moyens de mesure, de traitement et de mise en forme du signal des défauts sélectionnés. L'analyse des effets des avaries et la nature du système mécanique à surveiller permettent d'aider à choisir la chaîne de mesure adéquate. Il s'agit aussi d'une présentation détaillée des moyens et des techniques d'analyse numérique du signal pour la mise en œuvre des méthodes applicables pour l'analyse des spectres de vibrations obtenus à partir des signaux délivrés par des accéléromètres moyennant des techniques de traitement du signal.

Les signaux de mesure bruts ne peuvent qu'assez rarement fournir des indicateurs directement exploitables; les méthodes de traitement et d'analyse seront sélectionnées de façon à permettre un diagnostic fiable des défauts recherchés, avec un minimum d'indicateurs à surveiller. Nous avons fait état des principales méthodes pouvant être appliquées pour le dépistage et le diagnostic des défauts survenant dans le fonctionnement des machines tournantes. Nous avons développé l'analyse spectrale, l'analyse cepstrale, l'analyse du spectre d'enveloppe et les outils statistiques. L'ensemble des outils présentés, ne constitue pas une liste exhaustive de ceux développés en recherche. Ces outils ont été conçus dans l'environnement de programmation graphique LabVIEW. Ce dernier a des fonctions intégrées pour l'analyse des mesures comprenant le calcul de la moyenne carrée du signal (RMS), la détection de crêtes, l'analyse harmonique, le filtrage, et les fonctions d'analyse de fréquence, aussi bien qu'un grand nombre de fonctions mathématiques et statistiques complexes.

Dans la dernière partie, nous avons mis en pratiques les outils développés dans la partie précédente en vue de valider nos travaux et de dresser une étude comparative sur la base des résultats expérimentaux. Pour cela, nous avons réalisé un modèle expérimental (banc d'essai) de système réel pour simuler les défauts à surveiller à savoir, le défaut de balourd, de désalignement et les avaries des roulements. L'exploitation de ce modèle permettra de déterminer la signature de chaque avarie et de définir les moyens de traitements adéquats à la détection d'anomalies. Nous avons mis en place aussi, une chaîne de mesure pour collecter les signaux d'accélération qui ont servis de base de données pour les différentes analyses. Il s'agit aussi, de détailler l'influence des effets isolés sur les signaux d'accélération, de suivre l'évolution du signal en fonction de la gravité du défaut et de fournir une base de comparaison entre les effets.

Cette analyse est développée dans l'objectif de cerner les conditions de travail et le maximum d'avaries susceptible d'affecter le comportement opératoire de la machine. En effet, il est possible de considérer plusieurs types de défauts: vice de fabrication, défauts de jeunesse, avarie d'usure, conditions de travail, défaut de montage.... Pour cela, il a été choisi d'analyser des défauts dont la modification des signaux qu'ils engendrent est suffisamment identifiable et constituent les modes d'endommagements les plus fréquents des machines tournantes.

II. Approches de maintenance préventive :

L'utilisation des différents équipements technologiques existants nécessite un suivi de comportement visant à garantir la sécurité, la qualité des produits, la disponibilité des installations, et la minimisation des coûts d'exploitation. La solution de **maintenance corrective** qui consiste à intervenir en cas de panne, est abandonnée dès que les exigences de coûts, de qualité et de sécurité deviennent primordiales. La maintenance devient alors préventive, et peut être systématique. Dès lors que le taux de défaillance peut être obtenu pour des composants, et pour des systèmes, à partir des retours d'expériences, la maintenance préventive systématique est tout à fait satisfaisante. Les opérations d'entretien telles que la lubrification, les purges, ou le resserrage de connexions, constituent un autre type de maintenance préventive systématique. Il ne s'agit pas d'interventions curatives de renouvellement de composants, mais d'actions visant à minimiser le taux de défaillances, qui sont de plus généralement simples et peu coûteuses.

Cependant, la dispersion de géométrie, l'hétérogénéité des matériaux utilisés ou les surcharges d'utilisation peuvent entraîner des défaillances avant la date optimale prévue. C'est pourquoi pour des systèmes mécaniques où la sécurité est un paramètre de grande importance, la **maintenance préventive conditionnelle** est appliquée. Parmi les méthodes de surveillance de système en fonctionnement, on peut citer **les mesures de température, de pression, et d'hygrométrie**. Ces mesures sont effectuées en continu ou à intervalle programmé. Elles fournissent une indication sur l'état global du système, à condition de connaître les ordres de grandeurs de ces quantités dans les cas de fonctionnement défini comme normal. Les mesures de température par exemple, peuvent être prises sur une surface jouxtant un contact entre deux éléments, ou dans un fluide (huile) entourant le contact. Les résultats des mesures sont exploitées en les comparant à des seuils acceptables : elles permettent de déceler un état anormal du système, **mais ne permettent pas forcément de déceler avec précision l'origine du dysfonctionnement, ni un diagnostic précoce**.

L'analyse des vibrations s'inscrit dans le cadre d'une politique de maintenance prévisionnelle de l'outil de production industrielle. Les objectifs d'une telle analyse sont de :

- Réduire le nombre d'arrêts sur casse ;
- Fiabiliser l'outil de production ;
- Augmenter son taux de disponibilité ;

Pour cela, l'amplitude de déformation de l'arbre, sous diverses sollicitations, doit être maîtrisée, ses fréquences de résonance connues et ses instabilités repérées afin d'éviter une trop grande vibration du système. En effet, une trop grande amplitude de vibration engendre un moindre rendement, un bruit trop important, et peut même aboutir à l'endommagement du système : rupture par fatigue, endommagement des paliers, frottement rotor/stator. L'étude de la dynamique des machines tournantes est donc plus que jamais d'actualité.

En outre, l'analyse des vibrations régulièrement recueillies sur une machine tournante, permet une détection précoce d'éventuels dysfonctionnements et de suivre leur évolution dans le but de planifier ou reporter une intervention mécanique. Les objectifs énoncés plus hauts sont donc atteints dès l'instant où l'activité est confiée au personnel compétent et expérimenté. D'autre part, les coûts de préparation et de mise en œuvre sont largement inférieurs.

PARTIE I.

ANALYSE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES ROTORS

CHAPITRE 1 : MODÉLISATION ET MISE EN ÉQUATIONS PAR ELEMENTS FINIS

D'une manière générale, un rotor est constitué d'un arbre supporté aux extrémités par des paliers et comportant un ou plusieurs disques. L'objectif de cette partie d'étude est de développer les équations du mouvement qui régissent le comportement dynamique d'un rotor soumis à un mouvement de rotation constante et d'examiner les phénomènes particuliers pouvant survenir lors de la rotation. Les caractéristiques de chaque élément composant un rotor sont développées. La méthode des éléments finis est ensuite utilisée pour mettre en place un code de calcul permettant de traiter le cas d'une flexion simple du rotor et de mettre en évidence les phénomènes de base. Les équations du mouvement du rotor sont obtenues par application des équations de Lagrange. La sollicitation prise en compte est le balourd. La démarche utilisée est semblable à celles développées dans la littérature [ALA98], [DUC03], [MAH90] ... pour la prévision du comportement dynamique des rotors dont le support est fixe.

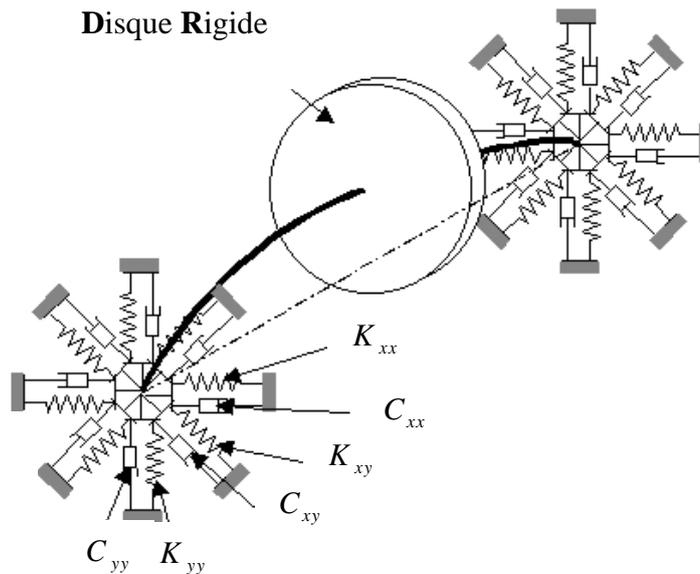


Figure 1.1 : Modèle du rotor [BIG80]

I. Enoncé des hypothèses :

On retient comme hypothèses :

1. Les transformations sont considérées comme infinitésimales et on étudie les petites oscillations autour de la position d'équilibre stable. Cela permet de linéariser les équations.

2. L'effet de cisaillement est négligé. L'hypothèse de Navier – Bernoulli : ‘toute section droite reste droite et inaltérée’ permet d’étudier la section en bloc.
3. Le milieu est considéré comme continu et homogène.
4. Le matériau a un comportement élastique linéaire.
5. Le champ de déplacement est cinématiquement admissible.
6. L’arbre est déformable et les disques sont rigides
7. Le rotor tourne à une vitesse constante.

Ces hypothèses correspondent à la majorité des rotors industriels. Les cas de disque souple et de variations rapides de vitesse conduisent à des développements spécifiques qui ne sont pas traités dans cette étude.

II. Calcul des énergies cinétique et de déformation :

Dans le cas de coordonnées généralisées indépendantes, les équations de Lagrange s’écrivent :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (1.1)$$

T et U sont les énergies cinétique et de déformation. Les q_i sont les coordonnées généralisées du système et les Q_i , sont les forces généralisées (Le symbole \cdot désigne la dérivée par rapport au temps). Les disques sont supposés rigides, ils sont donc caractérisés uniquement par leur énergie cinétique T_D . Les éléments d’arbre sont caractérisés par leur énergie cinétique T_A et par leur énergie de déformation U_A . L’influence des balourds est prise en compte grâce à leur énergie cinétique T_B .

L’établissement des équations du mouvement nécessite alors, le calcul des différentes énergies des composants du système à savoir les énergies cinétiques du disque, de l’arbre et du balourd, l’énergie de déformation de l’arbre et le travail virtuel des forces extérieures.

- **Etablissement des matrices de passage :**

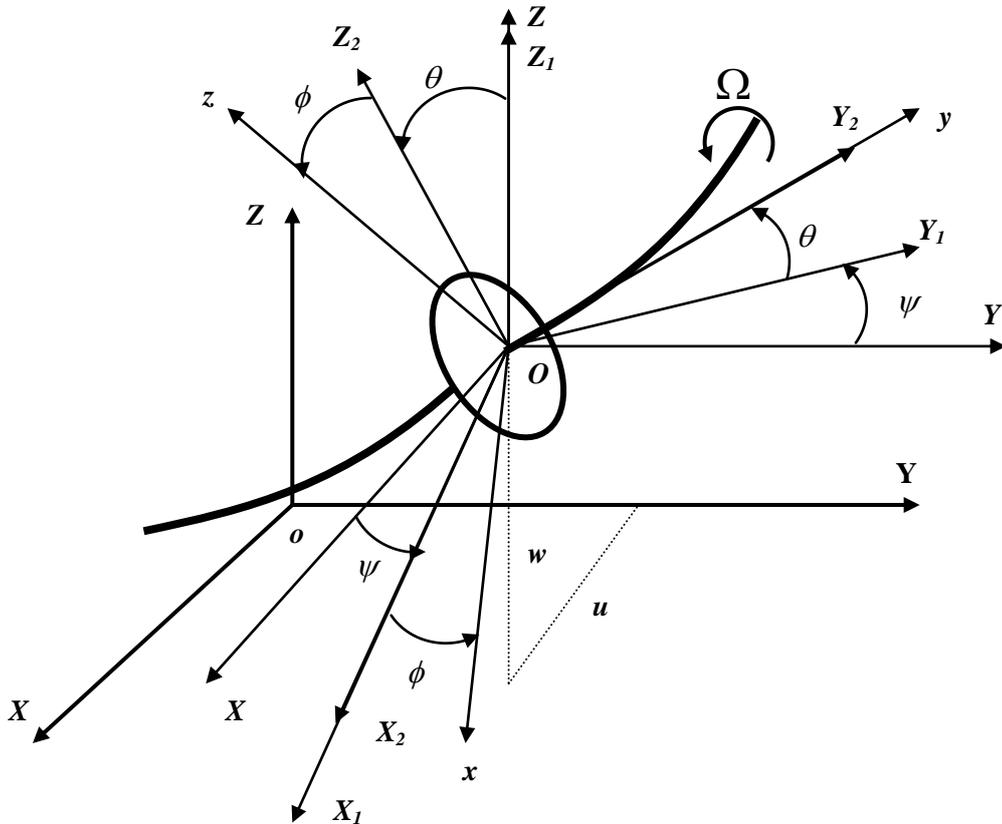


Figure 1.2 : Système de repérage du rotor [ALA98]

De manière classique en dynamique des rotors, la rotation du repère R_{xyz} lié à l'arbre déformé par rapport au repère fixe R_{XYZ} est définie par les angles ψ , θ , et ϕ (**Figure 1.2**). L'orientation du repère R_{xyz} est définie par:

- Une rotation d'un angle ψ (**précession**) autour de Z (repère intermédiaire) $R_1(X_1, Y_1, Z_1)$.
- Une rotation d'un angle θ (**nutation**) autour du nouvel axe X_1 (repère intermédiaire) $R_2(X_2, Y_2, Z_2)$.
- Une rotation d'un angle ϕ (**rotation propre**) autour de l'axe final $y // Y_2$ (repère final) $R(x, y, z)$.

1. Matrice de passage du repère $R_{XYZ} \rightarrow R_{X_1Y_1Z_1}$:

$$P_1 = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

2. Matrice de passage du repère $R_{X_1Y_1Z_1} \rightarrow R_{X_2Y_2Z_2}$:

$$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

3. Matrice de passage du repère $R_{X_2Y_2Z_2} \rightarrow R_{xyz}$:

$$P_3 = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

• **Le vecteur rotation instantané :**

Le repère R_{oXYZ} est un repère principal d'inertie. Les déplacements suivant les axes \vec{X} et \vec{Z} sont notés respectivement u et w . Le déplacement selon \vec{Y} est supposé nul car on suppose que chaque point du rotor se déplace dans un plan perpendiculairement à \vec{Y} . Les rotations autour des trois axes sont respectivement ψ , θ , et ϕ . Le vecteur rotation instantanée s'écrit :

$$\vec{\omega}_{R_o/R_o} = \dot{\psi}\vec{Z} + \dot{\theta}\vec{X}_1 + \dot{\phi}\vec{y} \quad (1.5)$$

Soit, dans le repère R_{oXYZ} :

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\{\omega\}_{R_o/R_o} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\dot{\psi}\cos\theta\sin\phi + \dot{\theta}\cos\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi}\sin\theta \\ \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi + \dot{\theta}\sin\phi \end{Bmatrix} \quad (1.6)$$

La vitesse de rotation du rotor est suivant l'axe y ; ψ et θ représentent les déformées angulaires de l'arbre dans les directions Z et X_1 ; ϕ représente sa position angulaire par rapport au support. L'arbre ne subit que de petites déformations (*domaine élastique*), ψ et θ sont donc considérés comme des angles infiniment petits. D'après les hypothèses, le rotor tourne à vitesse constante $\dot{\phi}$:

$$\dot{\phi} = \Omega \quad \text{et} \quad \phi = \Omega t \quad (1.7)$$

- **Le vecteur déplacement :**

En rotation, la ligne moyenne de l'arbre ne reste pas confondue avec la droite \overrightarrow{OY} . Soient (u , v , w) les déplacements d'un point C de l'arbre dans le repère R_{oXYZ} , u et w sont variables alors que v est considéré comme constant puisque seuls les mouvements de flexion de l'arbre sont étudiés.

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} u(y,t) \\ v \\ w(y,t) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

II.1. Le disque :

Le disque supposé parfaitement rigide est caractérisé par son énergie cinétique uniquement. Le disque de centre O est situé à la position arbitraire y . Son énergie cinétique s'écrit:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\vec{V}^o(O))^2 + \frac{1}{2} \vec{\Omega}_{R_o}^{R_o} \overline{I}_O \vec{\Omega}_{R_o}^{R_o} \quad (1.9)$$

Où M_D est la masse du disque et \overline{I}_O son tenseur d'inertie dans le repère R_{Oxyz} ;

$$I_{/O} = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

L'énergie cinétique du disque s'écrit donc:

$$T_D = \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2) \quad (1.11)$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Les angles ψ et θ étant petits et le disque étant généralement symétrique, $I_{Dx} = I_{Dz} = I_D$, l'expression de l'énergie cinétique du disque devient:

$$T_D = \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_D}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{I_{Dy}}{2} (2\dot{\phi}\dot{\psi}\theta + \dot{\phi}^2) \quad (1.13)$$

$$T_D = \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_D}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{I_{Dy}}{2} \dot{\phi}^2 + I_{Dy} \dot{\phi}\dot{\psi}\theta \quad (1.14)$$

Cette expression fait apparaître les termes classiques de la dynamique des rotors :

$\frac{I_{Dy}}{2} \dot{\phi}^2$: Terme constant représentant l'énergie de rotation du disque. Il n'a pas d'influence sur les équations du mouvement.

$\frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2)$: Énergie cinétique d'un élément due aux déplacements selon les axes X et Z.

$\frac{I_D}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2)$: Énergie cinétique due à la rotation de l'élément autour des axes X_I et Z.

$I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\psi} \theta$: Effet gyroscopique (**Coriolis**).

II.2. L'arbre :

L'arbre est considéré comme déformable. Il est nécessaire de calculer à la fois son énergie cinétique et son énergie de déformation.

II.2.a. Expression de l'énergie cinétique :

L'énergie cinétique élémentaire d'un arbre dT_a peut être déduite par extension de l'énergie cinétique du disque en considérant une section d'arbre infiniment mince d'épaisseur dy , de section S (supposée constante), de masse volumique ρ et d'inerties de section I_x et I_z (également supposées constantes) (**Figure 1.3**).

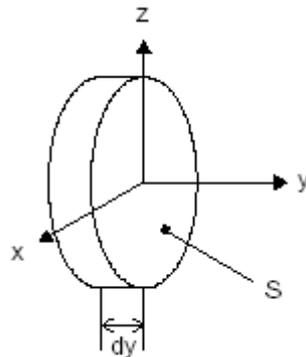


Figure 1.3 : Section d'arbre infiniment mince

Alors ;

$$dT_a = \frac{1}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dm + \frac{1}{2} (\omega_x^2 dI_x + \omega_y^2 dI_y + \omega_z^2 dI_z) \quad (1.15)$$

Avec ;

$$\begin{aligned}
 dm &= \rho S dy \\
 dI_x &= \iiint_{(V)} z^2 dm = \rho I_x dy \\
 dI_z &= \iiint_{(V)} x^2 dm = \rho I_z dy \\
 dI_y &= \iiint_{(V)} (x^2 + z^2) dm = \rho I_y dy
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

L'énergie cinétique élémentaire d'une section d'arbre infiniment mince s'écrit alors :

$$dT_a = \left[\frac{1}{2} \rho S (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (\rho I_x \omega_x^2 + \rho I_y \omega_y^2 + \rho I_z \omega_z^2) \right] dy \tag{1.17}$$

Afin d'obtenir l'énergie cinétique d'un arbre de longueur l , il suffit d'intégrer sur la longueur de l'arbre :

$$T_A = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I_y (2\theta \dot{\psi} \dot{\phi}) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I_y \dot{\phi}^2 dy \tag{1.18}$$

Où ρ représente la masse volumique de l'arbre, S sa section, $I_x = I_z = I$ et I_y ses inerties de section.

II.2.b. Expression de l'énergie de déformation de l'arbre :

L'énergie de déformation est donnée par :

$$U_A = \frac{1}{2} \int_v \varepsilon \sigma dv \tag{1.19}$$

Où v est le volume de l'arbre et σ est la contrainte de flexion.

$$U_A = \frac{E}{2} \int_0^L \int_S \left(x^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dS dy \tag{1.20}$$

En négligeant les termes du second ordre et en introduisant les inerties de section l'énergie de déformation de l'arbre s'écrit :

$$I_x = \iint_{(S)} z^2 dS \quad \text{et} \quad I_z = \iint_{(S)} x^2 dS$$

$$U_A = \frac{E}{2} \int_0^l \left(I_z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) dy \quad (1.21)$$

Par symétrie de l'arbre, $I_x = I_z$

$$U_A = \frac{1}{2} EI \int_0^l \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (1.22)$$

Où E est le module de Young.

II.3. Le balourd :

Le balourd initial est généralement réparti de manière continue et quelconque sur le rotor.

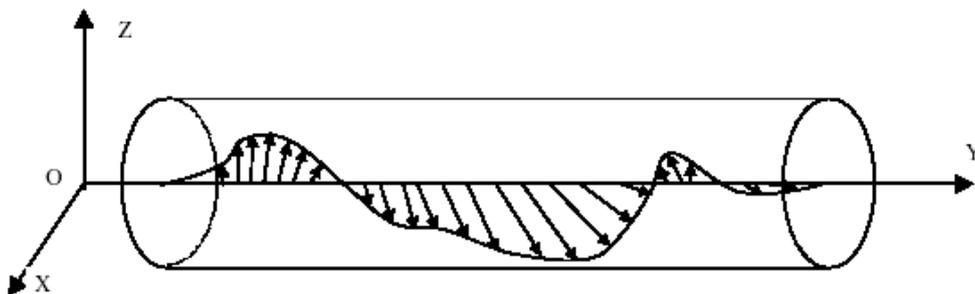


Figure 1.4 : Répartition du balourd sur le rotor

Pour modéliser simplement ce balourd, il est décomposé en masses concentrées situées dans différents plans. Ces masses sont supposées avoir le même effet que le balourd continu sur le comportement dynamique du rotor.

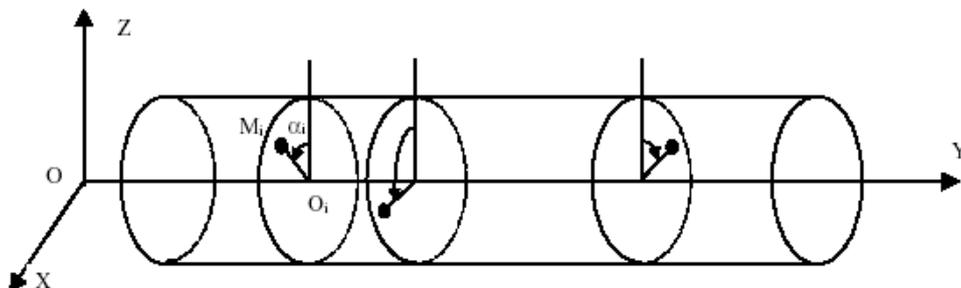


Figure 1.5 : Modélisation de la répartition du balourd sur le rotor [ALA98]

A l'arrêt, la position M_i de chaque masse m_i est définie par :

- ⇒ Son abscisse sur l'axe Y_i ,
- ⇒ La distance $r_i = O_i M_i$, O_i étant le centre de la section de l'arbre,
- ⇒ L'angle α_i que fait la position de la masse par rapport au repère tournant de référence.

Lors de la rotation du rotor, chaque masse m_i est liée à l'arbre en position déformée. Le vecteur de déplacement et la vitesse associée s'écrivent:

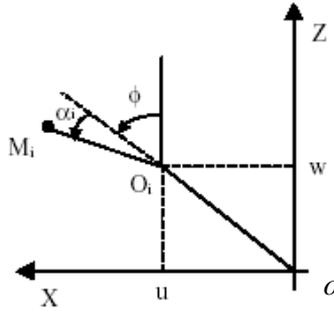


Figure 1.6 : Paramétrage du balourd

L'énergie cinétique de balourd :

$$T = \frac{1}{2} M_i (\overrightarrow{V}_{M_i})^2 \quad (1.23)$$

$$\{oM_i\} = \left\{ \begin{array}{c} u + r_i \sin(\phi + \alpha_i) \\ y \\ w + r_i \cos(\phi + \alpha_i) \end{array} \right\}_{R_o} \quad (1.24)$$

$$\{V_{M_i}\} = \frac{d\{oM_i\}}{dt} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{u} + \dot{\phi} r_i \cos(\phi + \alpha_i) \\ 0 \\ \dot{w} - \dot{\phi} r_i \sin(\phi + \alpha_i) \end{array} \right\} \quad (1.25)$$

Alors;

$$T_B = \frac{1}{2} m_i \vec{V}^2 = \frac{1}{2} m_i \left\{ (\dot{u} + r_i \dot{\phi} \cos(\phi + \alpha_i))^2 + (\dot{w} - r_i \dot{\phi} \sin(\phi + \alpha_i))^2 \right\} \quad (1.26)$$

$$T_B = \frac{1}{2} m_i \vec{V}^2 = \frac{1}{2} m_i \left\{ \dot{u}^2 + \dot{w}^2 + r_i^2 \dot{\phi}^2 + 2r_i \dot{\phi} (\dot{u} \cos(\phi + \alpha_i) - \dot{w} \sin(\phi + \alpha_i)) \right\} \quad (1.27)$$

II.4. Les paliers :

Un palier comporte des caractéristiques de raideur et d'amortissement dans les deux plans, plus des termes croisés (**Figure 1.7**). Les forces induites par ces paliers sont dues au déplacement de l'arbre par rapport au support.

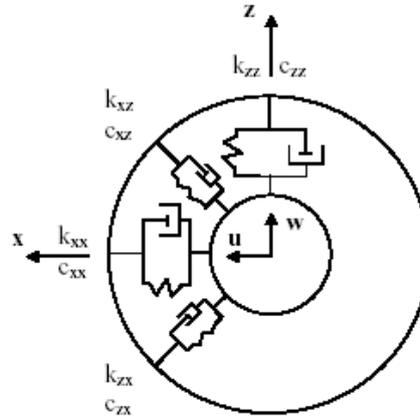


Figure 1.7 : Amortissement et Raideur de Palier

Le travail virtuel des forces agissant sur l'arbre s'écrit :

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (1.28)$$

Où F_u et F_w sont les forces généralisées [DUC03], [ALA98], [BIG80]:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xz} \\ C_{zx} & C_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (1.29)$$

III. La formulation par la méthode des éléments finis :

Dans cette partie, les équations générales du mouvement sont développées à l'aide de la méthode des éléments finis. Les matrices élémentaires des différents éléments du rotor sont explicitées (disque, arbre, balourd et palier) et la forme générale des équations de mouvement est présentée.

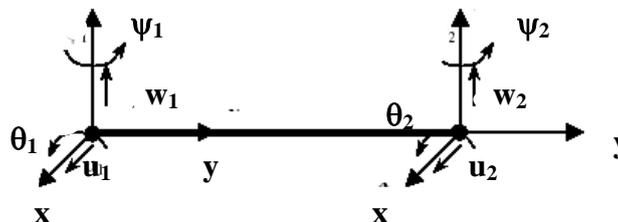


Figure 1.8 : Modèle de poutre en éléments finis [DUC03]

Dans les méthodes approchées de Rayleigh Ritz, on écrit la déformée d'une poutre de la forme :

$$u(y,t) = f_1(y)q_1(t) + f_2(y)q_2(t) + \dots + f_n(y)q_n(t) \quad (1.30)$$

Chaque fonction $f_i(y)$ est une fonction ayant l'allure de la déformée supposée de la barre à son i^{eme} mode; le paramètre $q_i(t)$ correspondant est choisi comme représentatif du mouvement à ce mode de vibration. Dans les méthodes de Ritz et de Rayleigh, il faut donc, à chaque fois, déterminer $f_i(y)$ et $q_i(t)$ en fonction de la morphologie du système étudié et du mode de vibration. Dans la majorité des cas concernant les vibrations de flexion simple des poutres droites, les déformations dues à l'effort normal sont négligeables devant celles dues à la flexion. De ce fait, on ne tient pas compte de l'élongation longitudinal et l'étude d'un élément se réduit à écrire, en flexion simple, la relation :

$$u(y,t) = f_1(y)u_A(t) + f_2(y)\psi_A(t) + f_3(y)u_B(t) + f_4(y)\psi_B(t) \quad (1.31)$$

La méthode des **éléments finis** consiste à effectuer de façon systématique ces déterminations, en choisissant des fonctions de forme et de paramètres cinématiques tels que l'assemblage entre les différents tronçons s'effectue automatiquement. Le modèle de **Rayleigh** pour une poutre droite en flexion simple [YAN86], nous permet d'écrire les fonctions de forme comme suit :

$$\begin{aligned} f_1(y) &= 1 - 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 & f_3(y) &= 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 \\ f_2(y) &= y - 2\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) & f_4(y) &= -\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right) \end{aligned} \quad (1.32)$$

Alors :

$$\begin{cases} u(y,t) = f_1(y)u_1(t) + f_2(y)\psi_1(t) + f_3(y)u_2(t) + f_4(y)\psi_2(t) \\ w(y,t) = f_1(y)w_1(t) + f_2(y)\theta_1(t) + f_3(y)w_2(t) + f_4(y)\theta_2(t) \end{cases} \quad (1.33)$$

Le vecteur des déplacements nodaux est :

$$\eta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (1.34)$$

Ce vecteur est séparé en deux vecteurs de déplacement correspondant chacun à une direction [DUC03] :

$$\eta_u = \delta = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad \text{et} \quad \eta_w = q = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (1.35)$$

D'une manière générale, on écrit :

$$\begin{cases} u(y,t) = f_1(y)\delta_1(t) + f_2(y)\delta_2(t) + f_3(y)\delta_3(t) + f_4(y)\delta_4(t) \\ w(y,t) = f_1(y)q_1(t) + f_2(y)q_2(t) + f_3(y)q_3(t) + f_4(y)q_4(t) \end{cases} \quad (1.36)$$

Le champ de déplacement en un point M de la section S de l'arbre s'écrit :

$$\bar{u}(M,t) \begin{cases} u(M,t) = \sum_{i=1}^4 f_i(y)\delta_i(t) \\ w(M,t) = \sum_{i=1}^4 f_i(y)q_i(t) \end{cases} \quad (1.37)$$

De même, le torseur distributeur des déplacements en ce même point a pour expression :

$$\begin{cases} u(M,t) \\ w(M,t) \\ \psi(M,t) = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_y = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} \right) \delta_i(t) \\ \theta(M,t) = \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_y = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} \right) q_i(t) \end{cases} \quad (1.38)$$

Champ des vitesses d'un point M de l'arbre :

$$\bar{V}(M,t) \begin{cases} \dot{u}(M,t) = \frac{d}{dt} u(M,t) = \sum_{i=1}^4 f_i(y)\dot{\delta}_i(t) \\ \dot{w}(M,t) = \frac{d}{dt} w(M,t) = \sum_{i=1}^4 f_i(y)\dot{q}_i(t) \end{cases} \quad (1.39)$$

Le torseur distributeur des vitesses en ce même point a pour expression :

$$\begin{cases} \dot{u}(M,t) \\ \dot{w}(M,t) \\ \dot{\psi}(M,t) = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{\partial u(M,t)}{\partial y} \right) \right] = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} \right) \dot{\delta}_i(t) \\ \dot{\theta}(M,t) = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{\partial w(M,t)}{\partial y} \right) \right] = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} \right) \dot{q}_i(t) \end{cases} \quad (1.40)$$

III.1. Expression indicielle de l'énergie cinétique de l'arbre :

On a :

$$T_A = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I_y (2\theta\dot{\psi}\dot{\phi}) dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I_y \dot{\phi}^2 dy$$

$$T_A = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S \dot{u}^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I \dot{\psi}^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho S \dot{w}^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I \dot{\theta}^2 dy + \dot{\phi} \int_0^l \rho I_y (\theta\dot{\psi}) dy + \frac{\rho I_y}{2} \dot{\phi}^2 l$$

$$T_A = \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^l \rho S \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dy}_{T_1} + \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^l \rho I \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \right)^2 dy}_{T_2} + \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^l \rho S \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dy}_{T_3} + \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^l \rho I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right)^2 dy}_{T_4} + \underbrace{\dot{\phi} \int_0^l \rho I_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \right) dy}_{T_5} + \frac{\rho I_y}{2} \dot{\phi}^2 l$$

(1.41)

Où :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 f_i(y) f_j(y) \dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 f_i(y) f_j(y) \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \end{cases} \quad (1.42)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \dot{\delta}_i(t) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \dot{q}_i(t) \end{cases} \quad (1.43)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \end{cases} \quad (1.44)$$

Or ;

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho S f_i(y) f_j(y) dy \right] \quad (1.45)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_0^l \rho I \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right] \quad (1.46)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \int_0^l \rho S f_i(y) f_j(y) dy \right] \quad (1.47)$$

$$T_4 = \frac{1}{2} \int_0^l \rho I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \int_0^l \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right] \quad (1.48)$$

$$T_5 = \dot{\phi} \int_0^l \rho I_y \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} dy = \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \quad (1.49)$$

Alors ;

$$\begin{aligned} T_A = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left(\dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho S f_i(y) f_j(y) dy \right) + \left(\dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \right] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left(\dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \int_0^l \rho S f_i(y) f_j(y) dy \right) + \left(\dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \int_0^l \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \right] + \\ & + \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy + \frac{\rho I_y l}{2} \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (1.50)$$

D'où,

$$\begin{aligned}
T_A &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{\delta}_i(t) \dot{\delta}_j(t) \left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \right] + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \right] + \\
&+ \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_i(t) \dot{\delta}_j(t) \int_0^l \rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy + \frac{\rho I_y l}{2} \dot{\phi}^2
\end{aligned} \tag{1.51}$$

III.2. Expression indicielle de l'énergie de déformation :

En négligeant l'effet dû au cisaillement ($\gamma = 0$), et en négligeant les termes du second ordre, l'énergie de déformation de l'arbre s'écrit :

$$U_A = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dy \tag{1.52}$$

Où E est le module de Young et I le moment d'inertie de la poutre ; avec :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \delta_i(t) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} q_i(t) \end{cases} \tag{1.53}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \delta_i(t) \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} \delta_j(t) \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} q_i(t) \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} q_j(t) \end{cases} \tag{1.54}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \delta_i(t) \delta_j(t) \left[\frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} \right] \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_i(t) q_j(t) \left[\frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} \right] \end{cases} \tag{1.55}$$

Alors ;

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \delta_i(t) \delta_j(t) \int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_i(t) q_j(t) \int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy$$

D'où :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\delta_i(t) \delta_j(t) \int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) + \left(q_i(t) q_j(t) \int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) \right\} \quad (1.56)$$

IV. Application de L'équation de Lagrange :

Pour appliquer l'équation de Lagrange on doit calculer les termes $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}_i} \right)$, $\frac{\partial T}{\partial \eta_i}$ avec, $\eta_i(q_i, \delta_i)$ les coordonnées généralisées.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}_i} \right) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right] \ddot{\delta}_j(t) + \\ &+ \dot{\phi} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{q}_j(t) \right] \end{aligned} \quad (1.57)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right] \ddot{q}_j(t) \quad (1.58)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \delta_i} = 0 \quad (1.59)$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{\delta}_j(t) \right] \quad (1.60)$$

Alors :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \eta_i} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[\left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \ddot{\delta}_j(t) \right] + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \ddot{q}_j(t) \right] + \\
&+ \dot{\phi} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{q}_j(t) \right] - \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{\delta}_j(t) \right]
\end{aligned} \tag{1.61}$$

D'autre part ;

$$\frac{\partial U}{\partial \delta_i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) \delta_j(t) \right\} \tag{1.62}$$

Et :

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) q_j(t) \right\} \tag{1.63}$$

Enfin l'application de l'équation de Lagrange donne:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \ddot{\delta}_j(t) \right] + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left\{ \int_0^l \left(\rho S f_i(y) g_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \right\} \ddot{q}_j(t) \right] + \\
&+ \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{q}_j(t) \right] - \dot{\phi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\int_0^l \left(\rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \right) \dot{\delta}_j(t) \right] + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) \delta_j(t) \right\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \left(\int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \right) q_j(t) \right\} = Q_i
\end{aligned} \tag{1.64}$$

De ce fait, les termes de la matrice de masse s'écrivent de la forme suivante :

$$M_{Aij} = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\rho S f_i(y) f_j(y) + \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} \right) dy \quad (1.65)$$

On pose ;

$$[M_A] = [M_S] + [M_I]$$

Alors ;

$$M_{Sij} = \frac{1}{2} \int_0^l \rho S f_i(y) f_j(y) dy \quad (1.66)$$

Et ;

$$M_{Iij} = \frac{1}{2} \int_0^l \rho I \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \quad (1.67)$$

Les termes de la matrice gyroscopique sont de la forme suivante:

$$G_{ij} = \dot{\phi} \int_0^l \rho I_y \frac{\partial f_i(y)}{\partial y} \frac{\partial f_j(y)}{\partial y} dy \quad (1.68)$$

Et enfin, les termes de la matrice de rigidité s'écrivent comme suit :

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \int_0^l EI \frac{\partial^2 f_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j(y)}{\partial y^2} dy \quad (1.69)$$

IV.1. La matrice des masses de l'arbre :

La matrice de masse $[M]$ globale s'écrit comme suit :

$$[M_A] = [M_S] + [M_I]$$

Avec :

$$[M_S] = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (1.70)$$

$$[M_i] = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

Avec ;

$$\{\eta\} = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \psi_2, \theta_2]$$

IV.2. La matrice de Rigidité :

La matrice de rigidité $[K]$ s'écrit comme suit :

$$[K] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (1.72)$$

IV.3. La matrice Gyroscopique :

Les termes de la matrice gyroscopique $[G]$ de l'arbre s'écrivent comme suit :

$$[G] = \frac{\rho I_y \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.73)$$

V. Prise en compte des paramètres d'influence :

V.1. Effet de l'énergie cinétique du disque :

L'énergie cinétique du disque s'ajoute automatiquement à celle de l'arbre pour constituer l'énergie cinétique totale du rotor qui peut être explicitée de la manière suivante:

$$\begin{aligned}
 T_R = & \frac{1}{2} \int_0^l \rho S (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{M_D}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \frac{I_D}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \\
 & + \int_0^l \rho I_y (\theta \dot{\psi} \dot{\phi}) dy + I_{Dy} \theta \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{1}{2} \int_0^l \rho I_y \dot{\phi}^2 dy + \frac{I_{Dy}}{2} \dot{\phi}^2
 \end{aligned}
 \tag{1.74}$$

Alors l'ajout d'un disque rigide à un nœud particulier implique l'ajout du système d'équations suivant au niveau correspondant [KIM02]:

$$\begin{bmatrix} M_e^D & 0 \\ 0 & M_e^D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\delta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & G_e^D \\ -G_e^D & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_u^D \\ f_w^D \end{Bmatrix}
 \tag{1.75}$$

Avec :

$$M_e^D = \begin{bmatrix} M_D & 0 \\ 0 & I_D \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad G_e^D = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega I_{Dy} \\ -2\Omega I_{Dy} & 0 \end{bmatrix}
 \tag{1.76}$$

V.2. Effet du balourd :

L'énergie cinétique du balourd i qui participe à la construction du vecteur force d'excitation étant [ALA98] :

$$T_B = m_i r_i \dot{\phi} [\dot{u} \cos(\phi + \alpha_i) - \dot{w} \sin(\phi + \alpha_i)]
 \tag{1.77}$$

L'application des équations de Lagrange permet de déterminer les efforts dus au balourd i :

$$\begin{cases} F_u = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{u}} \right) = m_i r_i \dot{\phi}^2 \sin(\phi + \alpha_i) \\ F_w = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{w}} \right) = m_i r_i \dot{\phi}^2 \cos(\phi + \alpha_i) \end{cases}
 \tag{1.78}$$

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i r_i \cos \alpha_i \\ -m_i r_i \sin \alpha_i \end{Bmatrix} \dot{\phi}^2 \sin \phi + \begin{Bmatrix} m_i r_i \sin \alpha_i \\ m_i r_i \cos \alpha_i \end{Bmatrix} \dot{\phi}^2 \cos \phi \quad (1.79)$$

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i r_i \cos \alpha_i \\ -m_i r_i \sin \alpha_i \end{Bmatrix} \Omega^2 \sin \phi + \begin{Bmatrix} m_i r_i \sin \alpha_i \\ m_i r_i \cos \alpha_i \end{Bmatrix} \Omega^2 \cos \phi$$

Or ;

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \\ F_\psi \\ F_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i r_i \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_i) \\ m_i r_i \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_i) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.80)$$

V.3. Effets des paliers :

Les matrices d'amortissement et de rigidité dues aux paliers $[C]_p$ et $[K]_p$ s'écrivent, comme suit (elles sont introduites dans le système aux nœuds correspondants) :

$$[C]_p = \begin{bmatrix} C_{xx}^i & C_{xy}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{yx}^i & C_{yy}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [K]_p = \begin{bmatrix} K_{xx}^i & K_{xy}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{yx}^i & K_{yy}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

V.4. Influence des fondations flexibles sur la structure :

Si la machine tournante est posée sur des supports (fondations) flexibles (sa rigidité n'est pas infinie). L'influence de la flexibilité des fondations sur la structure est schématisée sur la **figure 1.9**.

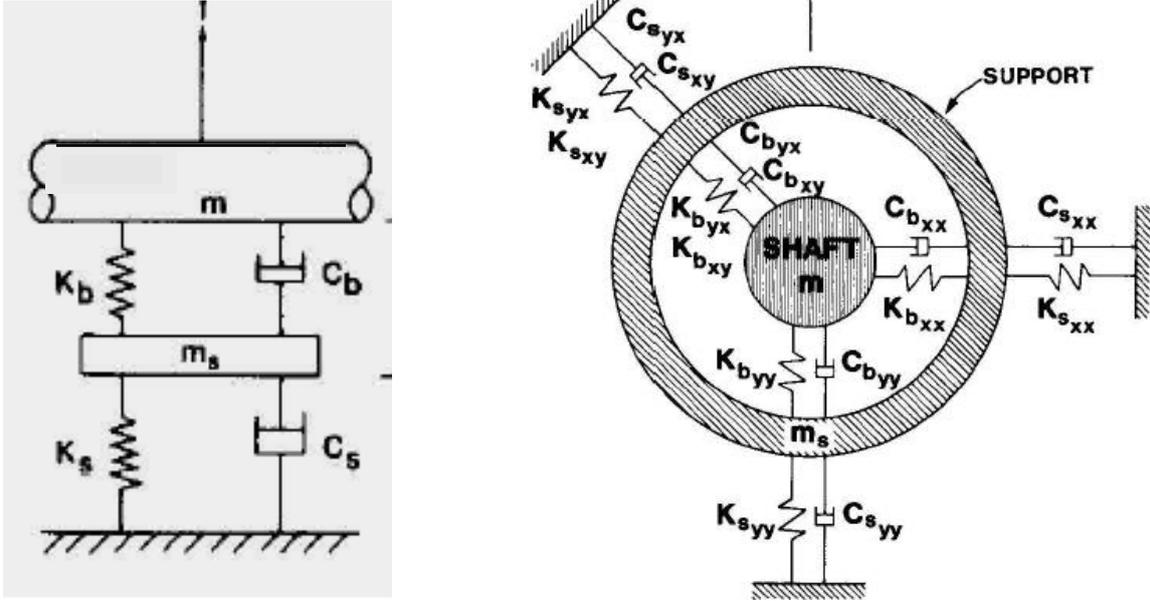


Figure 1.9 : Modèle des fondations flexibles

L'influence des fondations flexibles est prise en compte par l'ajout de deux autres degrés de liberté aux nœuds correspondants aux supports, traduisant les déplacements des paliers selon x et z . Le système d'équation ci-dessous correspond aux fondations [NIC01].

$$\begin{Bmatrix} F_u^S \\ F_w^S \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx}^S & K_{xz}^S \\ K_{zx}^S & K_{zz}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_P \\ w_P \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx}^S & C_{xz}^S \\ C_{zx}^S & C_{zz}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_P \\ \dot{w}_P \end{Bmatrix} \quad (1.82)$$

L'introduction de ce système dans l'ensemble des équation se fait comme suit :

$$\begin{aligned} M_p \ddot{u}_p &= -K_{xx}^s u_p - K_{xx} (u_p - u) - K_{xz}^s w_p - K_{xz} (w_p - w) - C_{xx}^s \dot{u}_p - C_{xx} (\dot{u}_p - \dot{u}) - C_{xz}^s \dot{w}_p - C_{xz} (\dot{w}_p - \dot{w}) \\ M_p \ddot{w}_p &= -K_{zz}^s w_p - K_{zz} (w_p - w) - K_{zx}^s u_p - K_{zx} (u_p - u) - C_{zz}^s \dot{w}_p - C_{zz} (\dot{w}_p - \dot{w}) - C_{zx}^s \dot{u}_p - C_{zx} (\dot{u}_p - \dot{u}) \end{aligned} \quad (1.83)$$

D'où :

$$\begin{aligned} M_p \ddot{u}_p - K_{xx} u + (K_{xx}^s + K_{xx}) u_p - K_{xz} w + (K_{xz}^s + K_{xz}) w_p - C_{xx} \dot{u} + (C_{xx}^s + C_{xx}) \dot{u}_p - C_{xz} \dot{w} + (C_{xz}^s + C_{xz}) \dot{w}_p &= 0 \\ M_p \ddot{w}_p - K_{zz} w + (K_{zz}^s + K_{zz}) w_p - K_{zx} u + (K_{zx}^s + K_{zx}) u_p - C_{zz} \dot{w} + (C_{zz}^s + C_{zz}) \dot{w}_p - C_{zx} \dot{u} + (C_{zx}^s + C_{zx}) \dot{u}_p &= 0 \end{aligned} \quad (1.84)$$

$$[C]_s = \begin{bmatrix} & & & & -C_{xx} & -C_{zx} & & & & & & & & & [C]_{4 \times q} \\ & [C]_{4 \times 4} & & & -C_{xz} & -C_{zz} & & & & & & & & & & \\ & & & & 0 & 0 & & & & & & & & & & \\ & & & & 0 & 0 & & & & & & & & & & \\ -C_{xx} & -C_{xz} & 0 & 0 & C_{xx} + C_{xx}^S & C_{xz} + C_{xz}^S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ -C_{zx} & -C_{zz} & 0 & 0 & C_{zx} + C_{zx}^S & C_{zz} + C_{zz}^S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & & & & & & & & & & \\ & & & & 0 & 0 & & & & & & & & & & \\ & [C]_{q \times 4} & & & . & . & & & & & & [C]_{q \times q} & & & & \\ & & & & 0 & 0 & & & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (1.87)$$

Le vecteur des coordonnées généralisées devient alors;

$$\{\eta\} = \{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad u_{p1} \quad w_{p1} \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \psi_2 \quad \dots\dots\dots\}$$

VI. Etablissement des équations de mouvement :

Le vecteur des déplacements nodaux du rotor est noté $\{X\}$. Il comprend les degrés de liberté u , w , θ et ψ de tous les nœuds du rotor, soit n ddl degrés de liberté. Le système différentiel à résoudre est :

$$[M]\{\ddot{X}\} + (\Omega[C_g] + [C_p])\{\dot{X}\} + ([K_r] + [K_p])\{X\} = \Omega^2[\{F_1\}\sin\phi + \{F_2\}\cos\phi] \quad (1.88)$$

$\{\dot{X}\}$ et $\{\ddot{X}\}$ sont les vecteurs vitesse et accélération du modèle, en fonction du temps. Les matrices du système sont :

- $[M]$: Matrice de masse symétrique,
- $[C_g]$: Matrice gyroscopique antisymétrique,
- $[C_p]$: Matrice non symétrique d'amortissement visqueux dû aux Paliers,
- $[K_r]$: Matrice de raideur symétrique de l'arbre,
- $[K_p]$: Matrice raideur non symétrique des paliers linéaires,
- $\{F_1\}$; $\{F_2\}$: Vecteurs des forces extérieures.

VII. Conclusion :

Les équations générales d'un rotor soumis à une rotation uniforme ont été développées dans ce chapitre. L'essentiel du travail a consisté en un développement important dans lequel le calcul symbolique a été largement utilisé. Cela a permis de mettre en place un modèle pour prévoir le comportement dynamique des rotors. Le modèle développé avec la méthode des éléments finis est intéressant en raison de sa simplicité. Les résolutions pas à pas sont donc très rapides. Il est plus adapté pour modéliser les systèmes réels car il est plus précis et permet d'étudier l'ensemble des modes de vibration du rotor. Il est également modulaire car chaque élément du rotor possède ses propres caractéristiques. Des éléments peuvent donc être ajoutés ou enlevés au gré de l'utilisateur qui peut également ajouter des raideurs, des amortissements ou des forces extérieures en chaque nœud.

CHAPITRE 2 : PROGRAMME DE CALCUL ET MÉTHODES DE RESOLUTION

Plusieurs phénomènes de base relatifs à la dynamique des rotors sont étudiés dans cette partie. Les diverses études, réalisées sur le modèle adopté concernent le problème des valeurs propres avec et sans amortissement, la réponse du système à une excitation du type balourd et l'analyse d'instabilité basée sur l'analyse des valeurs propres et le calcul d'énergie des forces non conservatives. Des résolutions pas à pas des équations sont effectuées sur plusieurs paliers de vitesses.

I. Structure globale du programme de calcul :

La relation ci-dessous est un système d'équation de dimension n ddl. Il doit être résolu pas à pas compte tenu de l'évolution de la vitesse de rotation. Il permet la détermination du vecteur des déplacements nodaux $\{X\}$:

$$[M]\{\ddot{X}\} + (\Omega[C_g] + [C_p])\{\dot{X}\} + ([K_r] + [K_p])\{X\} = \Omega^2[\{F_1\}\sin\phi + \{F_2\}\cos\phi] \quad (2.1)$$

$\{\dot{X}\}$ et $\{\ddot{X}\}$ sont les vecteurs vitesse et accélération du modèle, en fonction du temps. Dans le cas de cette étude, les variables sont des fonctions du temps. La variation de la vitesse de rotation est uniforme. Le choix du pas est déterminant pour la précision et pour la rapidité des calculs.

L'organigramme ci-dessous représente la structure globale du programme en fortran **ANDYROT** (Analyse Dynamique des Rotors) pour la résolution de problème de valeurs propres, d'analyse de stabilité ainsi que la réponse du système au balourd. Ce Programme prévoit le comportement dynamique des rotors en flexion dans le domaine linéaire. L'arbre est discrétisé en éléments finis de poutre. Les disques sont considérés comme rigides et n'interviennent donc que par leur masse et leurs inerties.

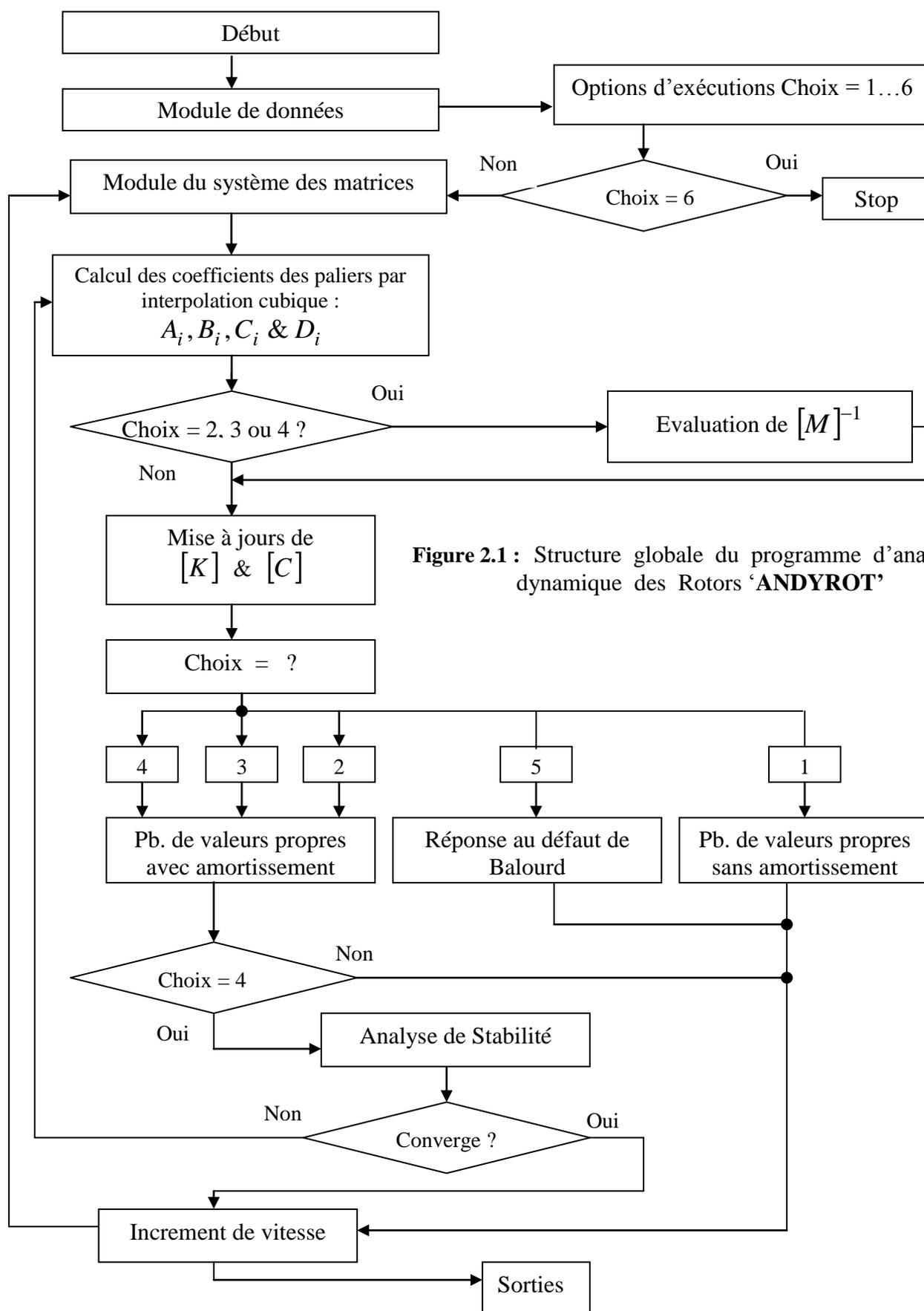


Figure 2.1 : Structure globale du programme d'analyse dynamique des Rotors 'ANDYROT'

II. Problème des valeurs propres d'un système non amorti :

Pour les vibrations libres non amorties, les équations du mouvement sont :

$$[M]_s \{\ddot{q}\} + [K]_s \{q\} = \{0\} \quad (2.2)$$

Où,

$$\begin{aligned} [K]_s &: \text{Partie symétrique de la matrice de rigidité :} \\ [K]_s &= \frac{1}{2} \left([K]_s + [K]_s^T \right) \end{aligned}$$

Supposons une réponse harmonique du mouvement de la forme :

$$\{q\} = \{\varphi\} \sin(\omega t + \theta) \quad (2.3)$$

Substituons $\{q\}$ dans le système d'équations du mouvement,

$$\left[-\omega^2 [M]_s + [K]_s \right] \{q\} = \{0\} \quad (2.4)$$

Pour une solution non singulière, le déterminant du système d'équations ci-dessus doit être nul :

$$\left| -\omega^2 [M]_s + [K]_s \right| = 0 \quad (2.5)$$

Ceci constitue l'équation caractéristique du problème des valeurs propres non amortie donnant comme solution ω_n^2 , ($n = 1, 2, 3, \dots, N$) appelées les fréquences naturelles du système, et $[\varphi]$, appelée la matrice modale contenant dans ses colonnes les vecteurs des modes de vibration.

La méthode la plus utilisée pour ce type de problème est celle de Jacobi. La méthode de **Jacobi** permet de déterminer toutes les valeurs propres et tous les vecteurs propres d'une matrice **réelle et symétrique**. La méthode consiste à transformer une matrice A en une matrice diagonale par l'application d'une suite de rotations successives du plan de référence pour réduire les éléments extra diagonales à zéro. Ceci est possible par une suite de transformations orthogonales. Les éléments diagonaux de la matrice finale sont les valeurs propres car les transformations orthogonales conservent les valeurs propres. La subroutine **JACOBI** dans notre programme calcule les valeurs et les vecteurs propres du système non amorti. Les résultats sont donnés sous forme de graphes indiquant les différents modes propres du rotor.

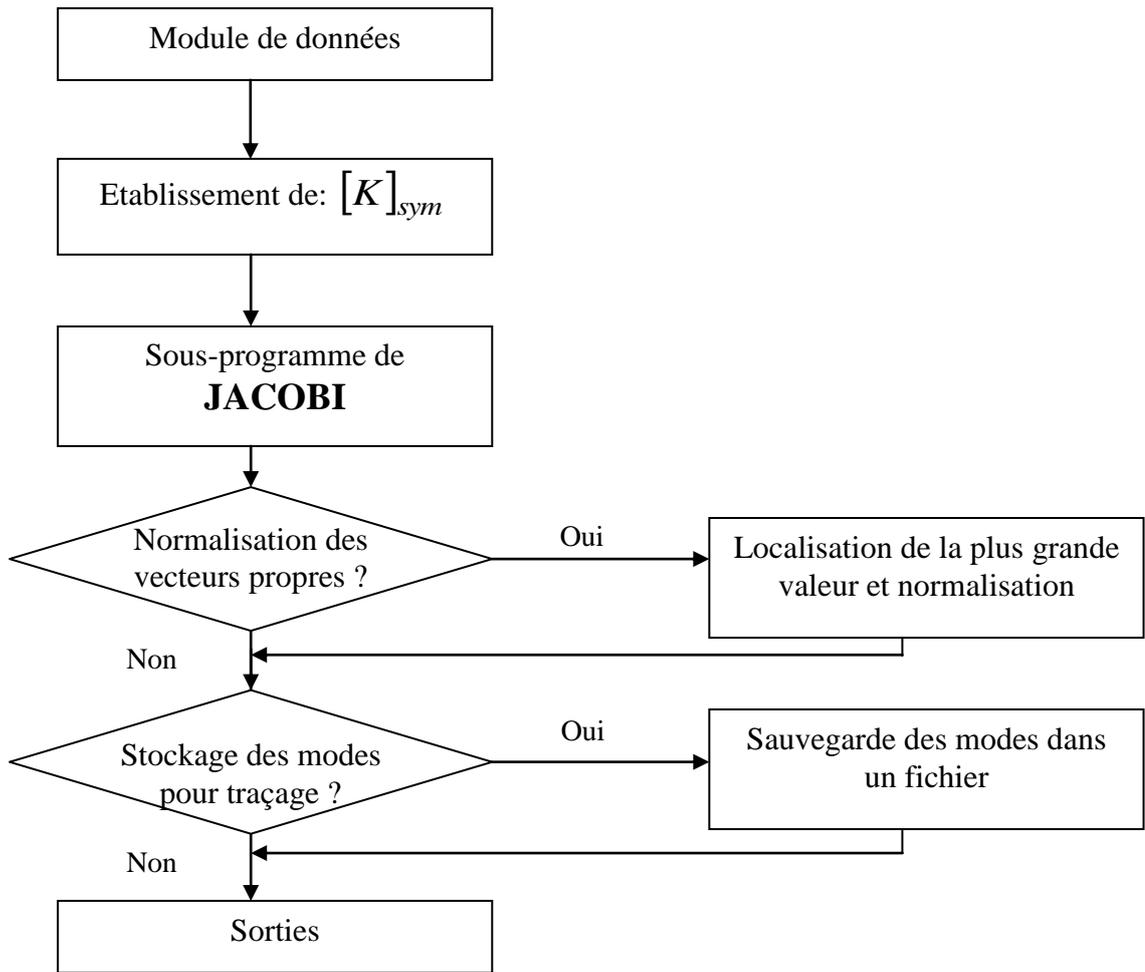


Figure 2.2 : Problème des Valeurs Propres du Modèle Sans Amortissement

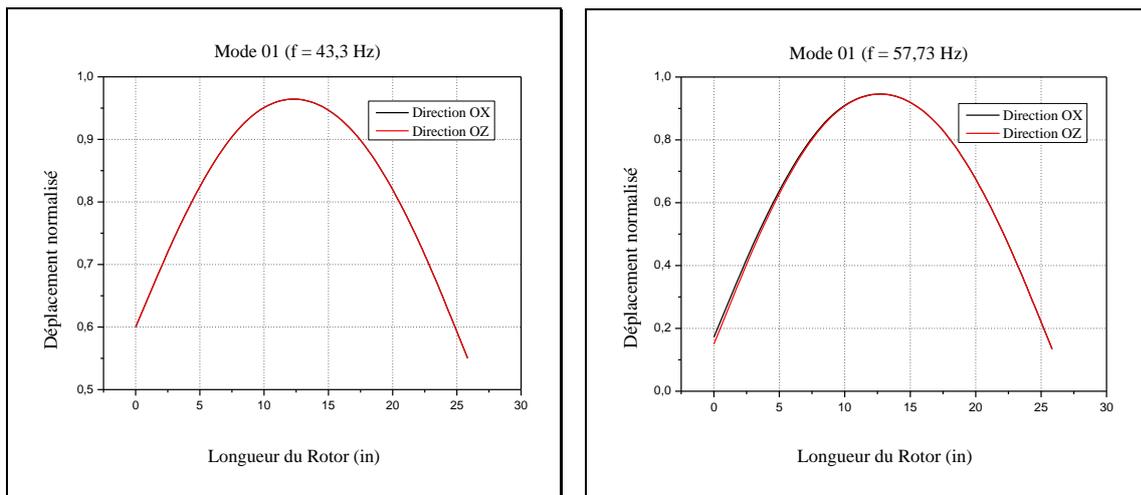


Figure 2.3 : Modes Propres du rotor

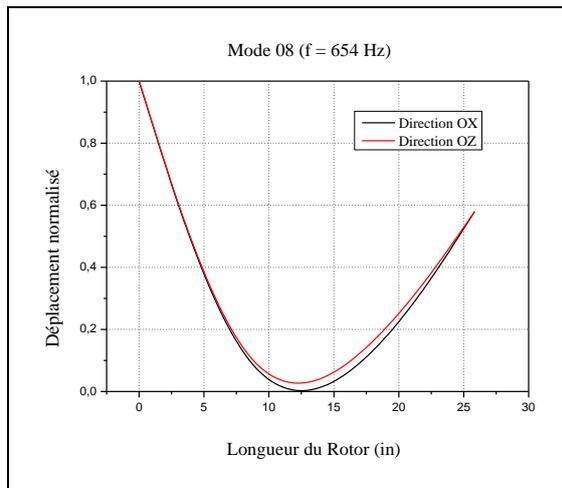
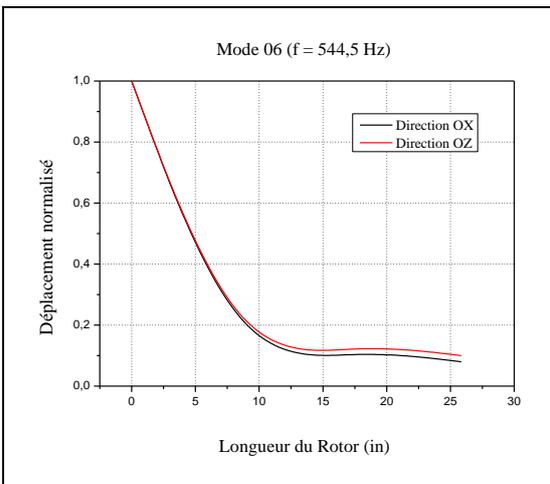
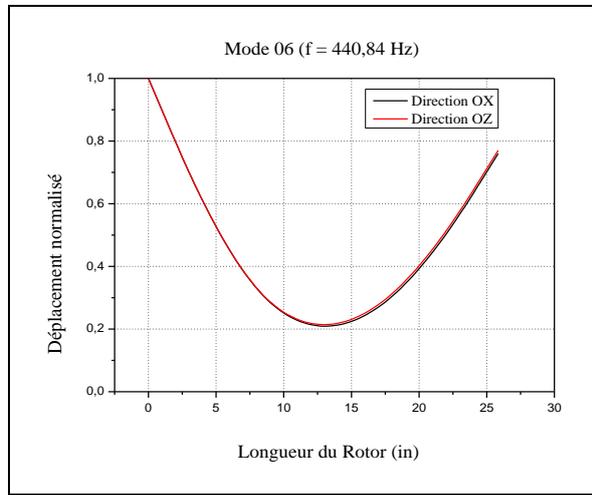
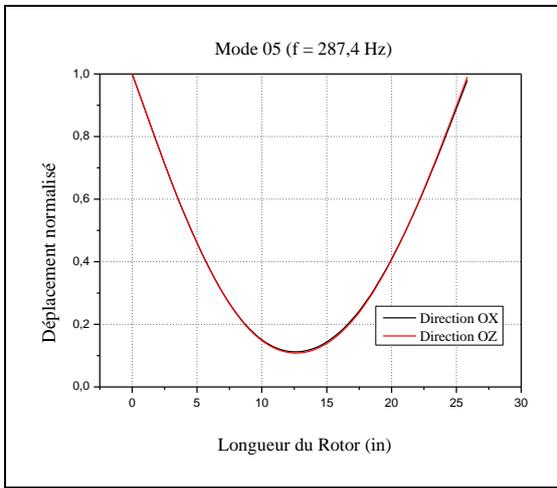
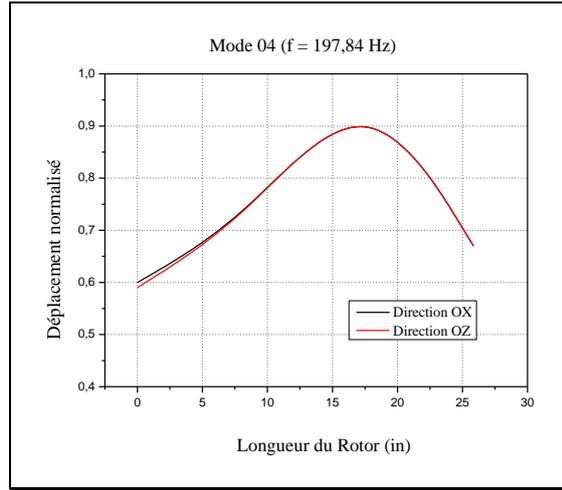
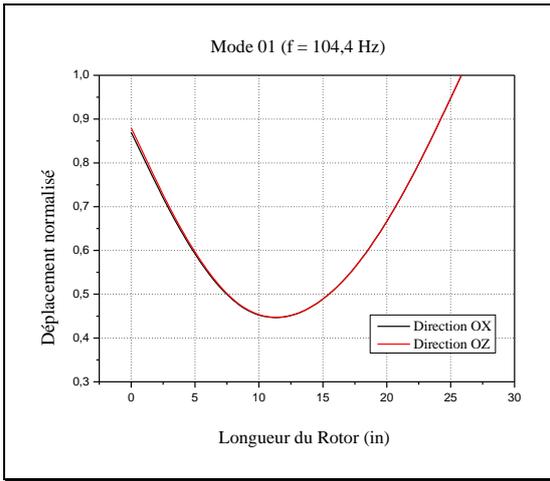


Figure 2.4 : Modes Propres du rotor 'suite' (Données du programme : se référer à l'annexe 01)

III. Problème des valeurs propres d'un système amorti :

Pour les vibrations libres avec amortissement, les équations de mouvement sont :

$$[M]_s \{\ddot{q}\} + [C]_s \{\dot{q}\} + [K]_s \{q\} = \{0\} \quad (2.6)$$

Par un changement approprié des coordonnées, ce système à N équations différentielles du second ordre est transformé en un système de $2N$ équations du premier ordre comme suit. En multipliant le système d'équations ci-dessus par $[M]_s^{-1}$, on obtient :

$$[M]_s^{-1} [M]_s \{\ddot{q}\} = -[M]_s^{-1} [C]_s \{\dot{q}\} - [M]_s^{-1} [K]_s \{q\} \quad (2.7)$$

D'où :

$$\{\ddot{q}\} = -[M]_s^{-1} [C]_s \{\dot{q}\} - [M]_s^{-1} [K]_s \{q\} \quad (2.8)$$

D'où on forme le système suivant:

$$\begin{cases} \{\ddot{q}\} = -[M]_s^{-1} [C]_s \{\dot{q}\} - [M]_s^{-1} [K]_s \{q\} \\ \{\dot{q}\} = [I] \{\dot{q}\} + [0] \{q\} \end{cases} \quad (2.9)$$

Utilisons la notation $\{z\} = [\dot{q} \ q]^T$, ce système devient alors :

$$\{\dot{z}\} = [A] \{z\} \quad (2.10)$$

Avec :

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]_s^{-1} [C]_s & \cdot & -[M]_s^{-1} [K]_s \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ [I] & \cdot & [0] \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (2.11)$$

Supposons une solution de la forme :

$$\{z\} = \{\varphi\} \exp(\lambda t) \quad (2.12)$$

Ainsi,

$$\{\dot{z}\} = \lambda [I] \{\varphi\} \exp(\lambda t) \quad (2.13)$$

$$\text{Or,} \quad \{\dot{z}\} = \lambda [I] \{z\} \quad (2.14)$$

Substituons dans l'expression $\{\dot{z}\} = [A] \{z\}$

$$\{\dot{z}\} = \lambda [I] \{z\} = [A] \{z\} \quad (2.15)$$

Alors :

$$([A] - \lambda [I]) \{z\} = \{0\} \quad (2.16)$$

Ceci constitue le problème général standard des valeurs propres avec amortissement avec, $\lambda = \alpha \pm i\beta$. La matrice modale amortie $[\phi]$ est une matrice complexe d'ordre $2N \times 2N$.

Où :

α : partie réelle de la valeur propre (partie amortie)

β : partie imaginaire de la valeur propre (partie harmonique)

La méthode utilisée pour ce type de problème de valeurs propres complexes est la méthode **QR** dans sa configuration générale. Cette méthode repose sur des transformations orthogonales. Elle consiste à décomposer (factoriser) la matrice **A**, en un produit d'une matrice orthogonale **Q** et d'une matrice triangulaire supérieure **R** dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de **A**.

La subroutine **HQR** calcule la décomposition **QR** d'une matrice générale en utilisant les transformations de **Householder**. La transformation de Householder sur le vecteur V correspondant à la colonne **k** de la matrice **A** est donnée par :

$$H_k = H(V_k) = I - \frac{2V_k V_k^T}{V_k^T V_k} \quad (2.17)$$

Cette transformation nous permet de construire $(n-1)$ matrices de Householder H_1, H_2, \dots, H_{n-1} telle que :

$$A_k = H_k H_{k-1} H_{k-2} \dots H_1 A, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

Ou encore :

$$A_{n-1} = H_{n-1} H_{n-2} H_{n-3} \dots H_1 A$$

Alors ;

$$A = (H_{n-1} H_{n-2} H_{n-3} \dots H_1)^{-1} A_{n-1} \quad (2.19)$$

En effet, si on pose :

$$\begin{cases} R = A_{n-1} \\ Q = (H_{n-1} H_{n-2} H_{n-3} \dots H_1)^{-1} = H_1 H_2 \dots H_{n-1} \end{cases} \quad (2.20)$$

Nous obtenons $A = QR$; produit d'une matrice orthogonale **Q**, produit de $(n-1)$ matrices de Householder, et une matrice triangulaire supérieure **R** dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de **A**.

Dans notre programme la subroutine **RG** donne les valeurs propres d'un tel système et la subroutine **INVITE** nous donne les vecteurs propres associés. L'organigramme suivant montre les étapes principales du calcul.

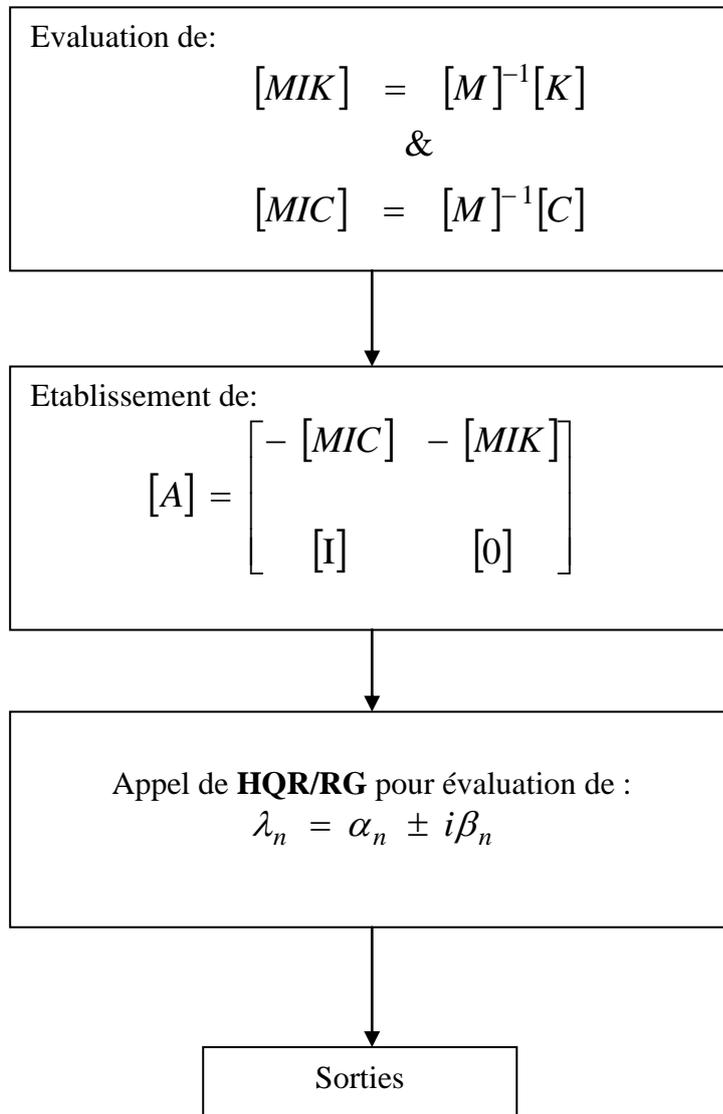


Figure 2.5 : Problème des Valeurs Propres Avec Amortissement

Fréquences Naturelles Amorties (Diagramme de Campbell) :

Le diagramme de Campbell met en évidence les fréquences propres dans la plage de rotation de la machine en fonction de sa vitesse de rotation. Les modes correspondants sont présentés sur les figures ci-dessous. Les tableaux (2.1, 2.2 et 2.3) suivants récapitulent les résultats de comparaison de notre programme aux valeurs des résultats de deux autres codes de calcul développés par NASA MVS/XA system (Arizona State University) [MAG89].

Vitesses (tr/min)		Fréquences propres (Rad/sec)		
1000	57,29619	58,01374	389,7976	392,2157
1360	78,82765	80,16317	389,0633	391,8495
3410	184,7777	192,8324	383,4066	389,6732
6600	256,5506	263,6843	387,5358	388,3488

Vitesses (tr/min)		Fréquences propres (tr/min)		
1000	547,1	553,9	3722,3	3745,4
1360	752,8	765,5	3715,3	3741,9
3410	1764,5	1841,4	3661,3	3721,1
6600	2449,9	2517,9	3700,7	3708,5

Tableau 2.1 : Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation

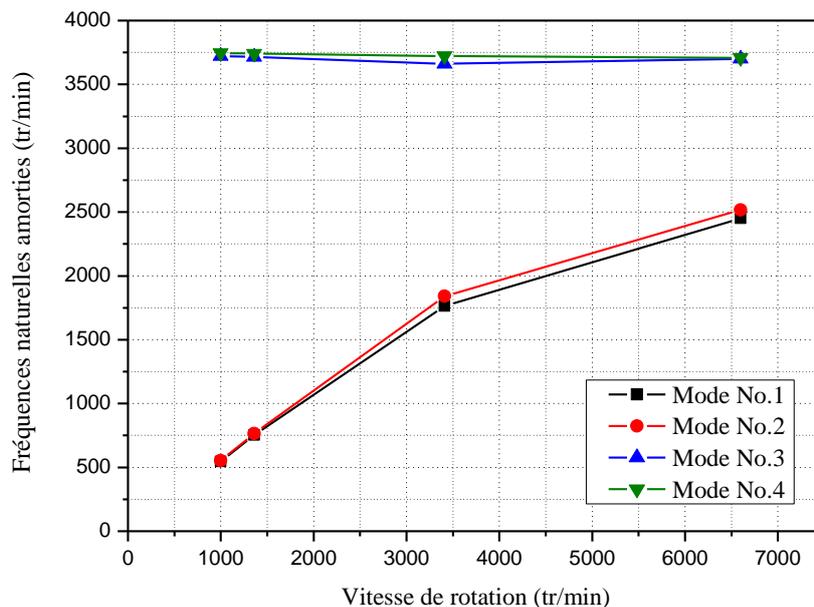


Figure 2.6 : Diagramme de Campbell (Données en annexe 01)

La figure ci-dessus met en évidence les quatre premiers modes de vibrations d'un système amorti. Ces modes sont déterminés par le module de calcul des fréquences propres amorties de ANDYROT).

La comparaison de ces résultats par les deux codes de calcul développés par NASA MVS/XA system (Arizona State University) est donnée ci-après :

1. Code RDA :

Le tableau suivant donne les deux modes de vibrations d'un système amorti (fréquences propres amorties) établies par le code de calcul RDA ; et ceci pour quatre paliers de vitesse de rotation.

Vitesse (tr/min)	1000	1360	3410	6600
Fréquence propre du Mode 01 (tr/min)	516.63	752.99	1763.5	3085.0
Fréquence propre du Mode 02 (tr/min)	522.98	765.47	1840.7	3139.8

Tableau 2.2 : Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation (**RDA Solution**)

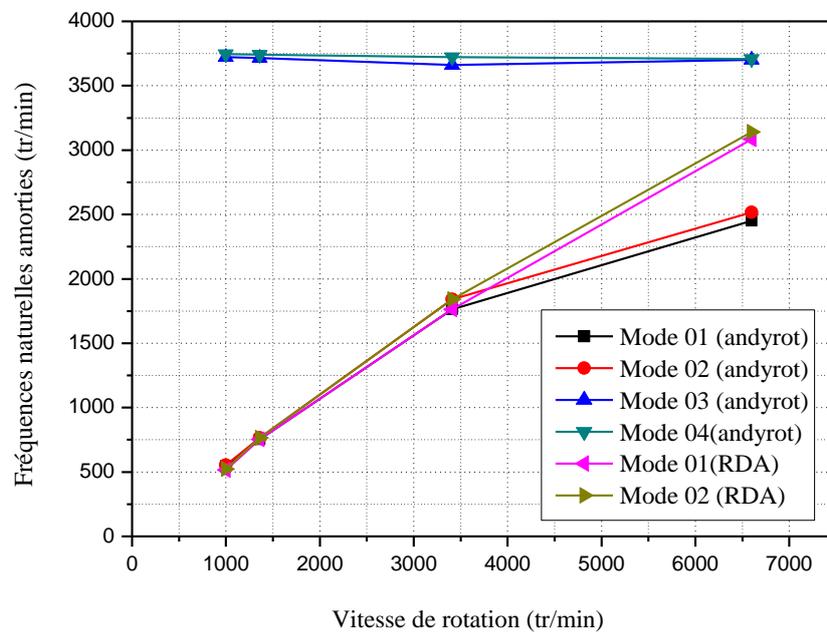


Figure 2.7 : Diagrammes de Campbell de comparaison (**ANDYROT / RDA**)

2. Code ARDS :

Vitesse (tr/min)	1000	1360	3410	6600
Fréquence propre du Mode 01(tr/min)	518.9	760.2	1781.4	3196.5
Fréquence propre du Mode 02(tr/min)	530.4	783.4	1856.7	3217.7

Tableau 2.3 : Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation (**ARDS Solution**)

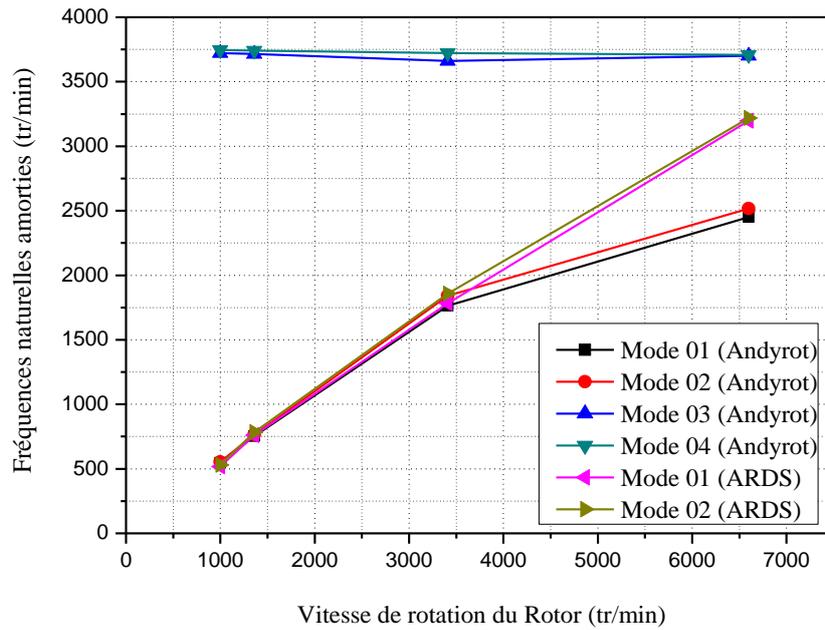


Figure 2.8 : Diagrammes de Campbell de comparaison (ANDYROT / ARDS)

Les comparaisons entre les résultats des programmes de calcul pour les fréquences naturelles du modèle amorti, obtenues pour ce type de mouvement donnent de bons résultats lorsque la vitesse de rotation est faible. Par contre, lorsque la vitesse de rotation augmente, les résultats sont moins bons, mais les ordres de grandeur restent corrects.

IV. La Réponse permanente du déséquilibre de masse (balourd) :

L'équation du mouvement d'un système forcé et amorti est :

$$[M]_s \{\ddot{q}\} + [C]_s \{\dot{q}\} + [K]_s \{q\} = \{F(t)\} \quad (2.21)$$

Où :

$$\{F(t)\} = \{F_0 \exp i(\Omega t + \varphi)\} \quad (2.22)$$

F_0 : La magnitude de la force excitatrice,

φ : Angle de phase [rad]

Ω : Vitesse de rotation du Rotor [rad/sec]

Supposons une solution harmonique de la forme :

$$\{q\} = \{q_0 \exp i(\Omega t + \theta)\} \quad (2.23)$$

$$\{\dot{q}\} = i\Omega \{q_0 \exp i(\Omega t + \theta)\} \quad (2.24)$$

$$\{\ddot{q}\} = -i\Omega^2 \{q_0 \exp i(\Omega t + \theta)\} \quad (2.25)$$

Substituons l'équation de mouvement et divisons par $\exp(i\Omega t)$, les équations d'origines deviennent :

$$[-\Omega^2 [M]_s + i\Omega [C]_s + [K]_s] \{q_0 \exp(i\theta)\} = \{F_0 \exp(i\varphi)\} \quad (2.26)$$

Or,

$$[Z] \{q_0 \exp(i\theta)\} = \{F_0 \exp(i\varphi)\} \quad (2.27)$$

Où,

$$[Z] = [-\Omega^2 [M]_s + i\Omega [C]_s + [K]_s] \quad (2.28)$$

Si on multiplie par $[Z]^{-1}$ on aura :

$$\{q_0 \exp(i\theta)\} = [Z]^{-1} \{F_0 \exp(i\varphi)\} \quad (2.29)$$

Avec :

$$q_0 : \text{L'amplitude des Vibrations} = \sqrt{[(\text{Re}(q_0))^2 + (\text{Im}(q_0))^2]}$$

$$\theta : \text{L'angle de phase des Vibrations} = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}(q_0)}{\text{Re}(q_0)}\right)$$

La subroutine **CGESL** de notre programme permet de résoudre le système général d'équations algébriques linéaires avec les coefficients complexes. Cette résolution passe tout d'abord par une factorisation de la matrice A en deux matrices triangulaires $A = LU$ (L triangulaire inférieure et U triangulaire supérieure). Cette factorisation est effectuée par la subroutine **CGEFA**. Le système $Ax = b$ est alors, transformé en un système triangulaire simple de type : $LU x = b$.

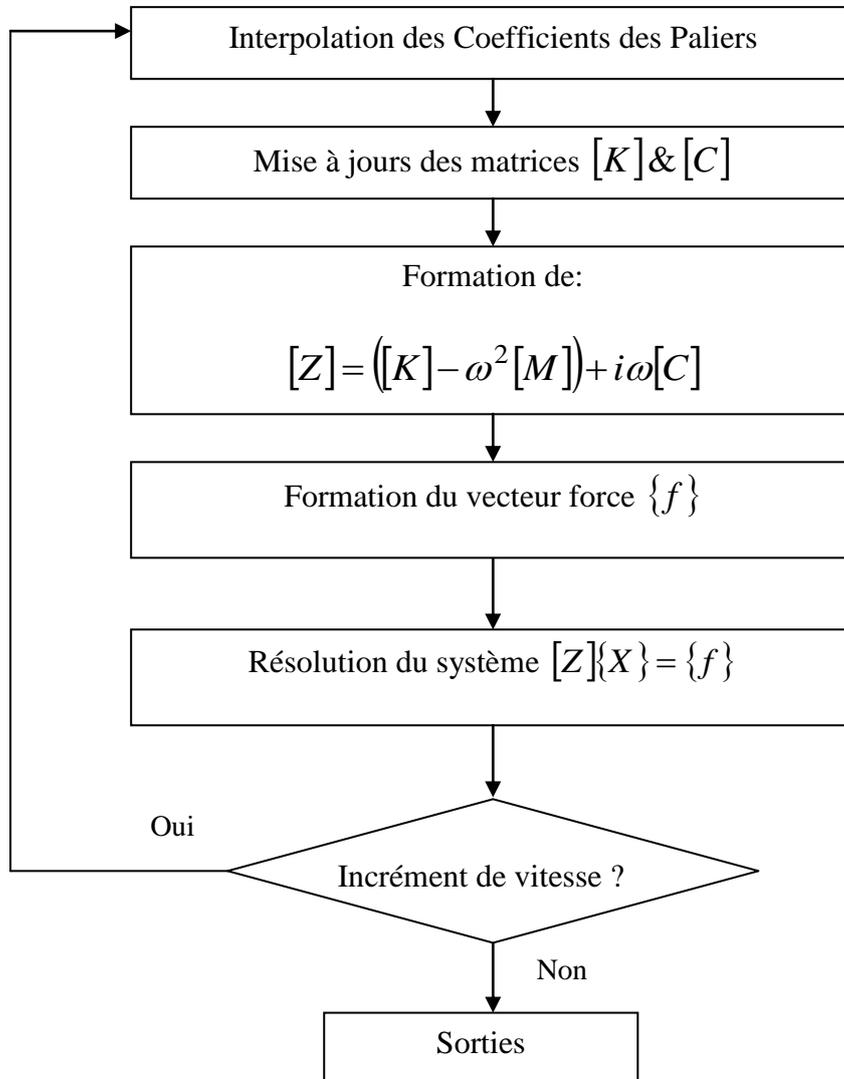


Figure 2.9 : Organigramme de calcul de la réponse stationnaire due au Balourd

Réponse du système au Balourd (Données du programme: se référer à l'annexe 1):

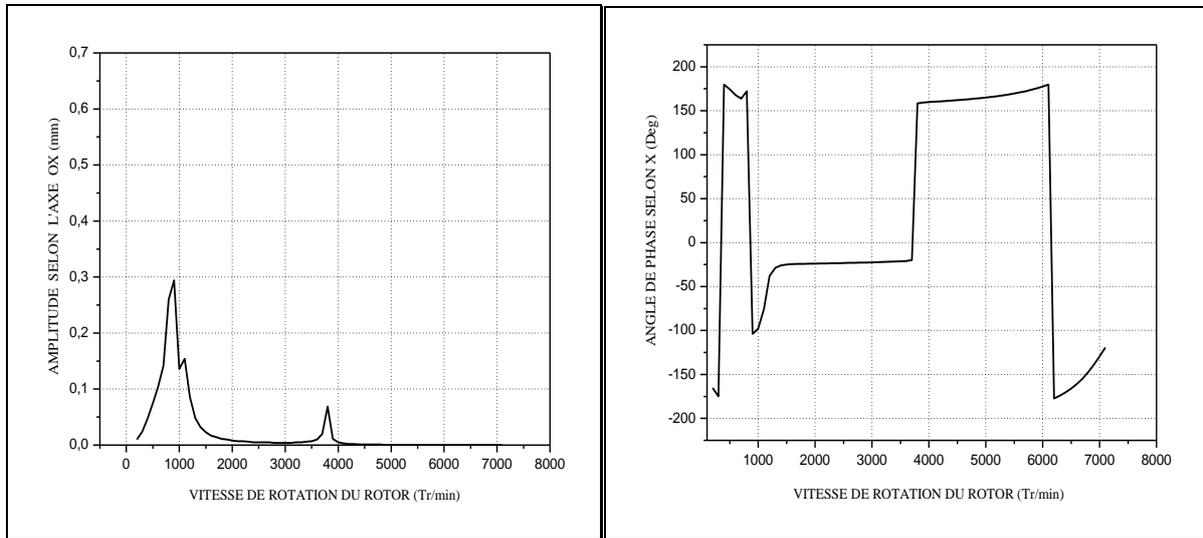


Figure 2.10 : Réponse au balourd du Noeud No.01 (Réponse selon OX)

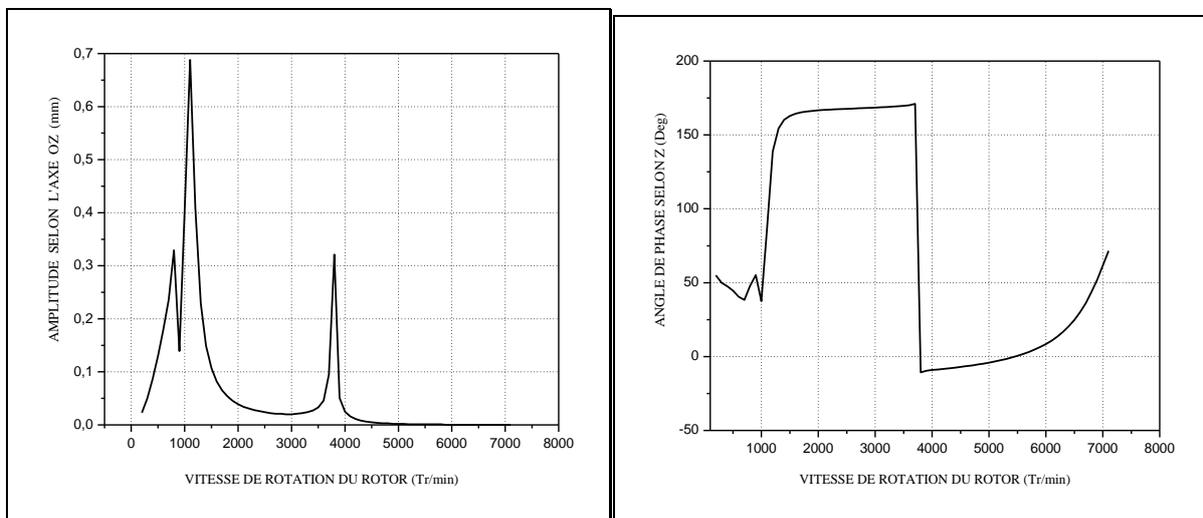


Figure 2.11 : Réponse au Balourd du noeud No.01 (Réponse selon OZ)

Les figures ci-dessus présentent trois pulsations de résonance qui correspondent aux vitesses critiques, dont les valeurs numériques sont à : 900 tr/min, 1100.0 tr/min et 3800.0 tr/min. Ces résonances sont repérées lorsque la vitesse de rotation ω coïncide avec une de ces fréquences propres, la déformation va tendre vers l'infini. Un autre phénomène intéressant peut être observé sur la **figure 2.10**, la troisième fréquence de résonance est à peine visible. Cela s'explique par le fait que le premier pic a pour direction privilégiée l'axe **OX** et le deuxième et le troisième pic la direction **OZ**.

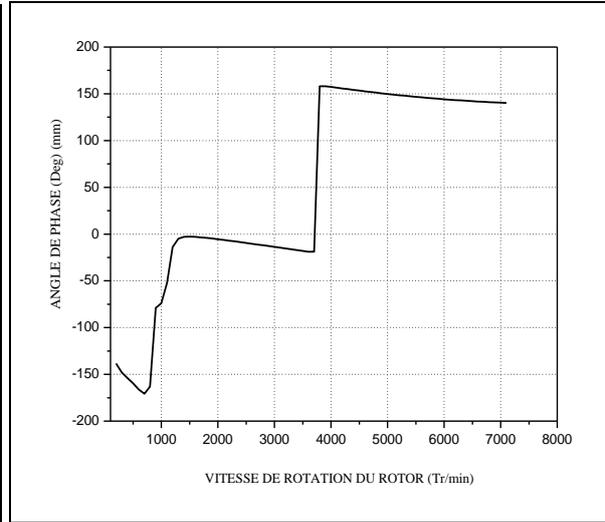
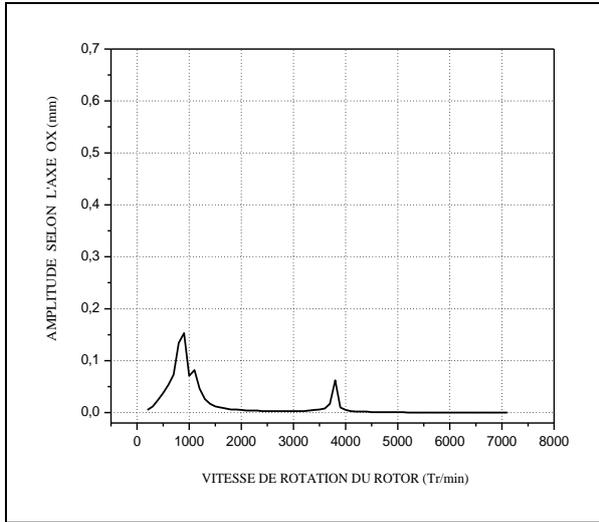


Figure 2.12 : Réponse au Balourd du noeud No.04 (Réponse selon OX)

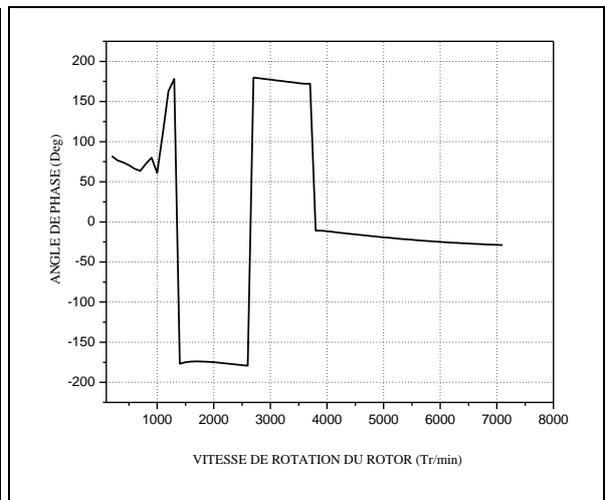
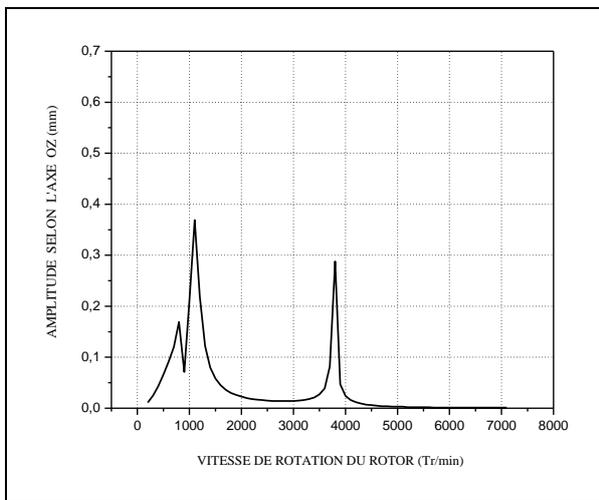


Figure 2.13 : Réponse au Balourd du noeud No.04 (Réponse selon OZ)

V. Analyse de stabilité :

Dans les systèmes à rotors – paliers ils existent des non symétries dans les matrices de rigidités et d’amortissement. Les non symétries dans la matrice de rigidité et la matrice d’amortissement sont dues aux forces radiales des paliers (rigidité et amortissement). Ces non symétries peuvent être décomposées en partie symétrique et anti – symétrique comme suit [MAG89]:

$$[C] = [C]^s + [C]^{ss} \quad \text{et} \quad [K] = [K]^s + [K]^{ss} \quad (2.30)$$

Avec :

$$[C]^s = \frac{1}{2}([C] + [C]^T) \quad (2.31)$$

$$[C]^{ss} = \frac{1}{2}([C] - [C]^T) \quad (2.32)$$

$$[K]^s = \frac{1}{2}([K] + [K]^T) \quad (2.33)$$

$$[K]^{ss} = \frac{1}{2}([K] - [K]^T) \quad (2.34)$$

Le vecteur force défini comme suit :

$$\{P\} = -[C]^s \{\dot{X}\} - [K]^{ss} \{X\} \quad (2.35)$$

Représente les forces non conservatives qui peuvent déstabiliser le système. L’énergie par cycle correspondante à ce vecteur est définie comme suit :

$$E_{cyc} = \oint \{P\} \cdot \{dX\} \quad (2.36)$$

Avec :

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} X \sin(\Omega t + \theta_x) \\ Y \sin(\Omega t + \theta_y) \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

Et :

$$\{\dot{X}\} = \Omega \begin{Bmatrix} X \cos(\Omega t + \theta_x) \\ Y \cos(\Omega t + \theta_y) \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\{dX\} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

En substituant dans l'expression de l'intégral on trouve :

$$E_{cyc} = -\pi \left\{ \Omega \left[C_{xx}^s X^2 + 2C_{xx}^s XY \cos(\theta_x - \theta_y) + C_{yy}^s Y^2 \right] - 2K_{xy}^{ss} XY \sin(\theta_x - \theta_y) \right\} \quad (2.40)$$

On remarque que lorsque la vitesse de rotation augmente l'énergie par cycle passe d'une valeur négative au positive et le système devient par la suite instable. Quand l'énergie par cycle $E_{cyc} = 0$ s'annule ceci correspond à la vitesse de rotation seuil d'instabilité.

D'autre part, selon le critère de Routh-Herwitz qui découle de la théorie des perturbations, pour qu'il ait stabilité de la rotation du rotor, il faut et il suffit que toutes les parties réelles des valeurs propres soient négatives, [ROS84], [KRO01], [GRO00].....

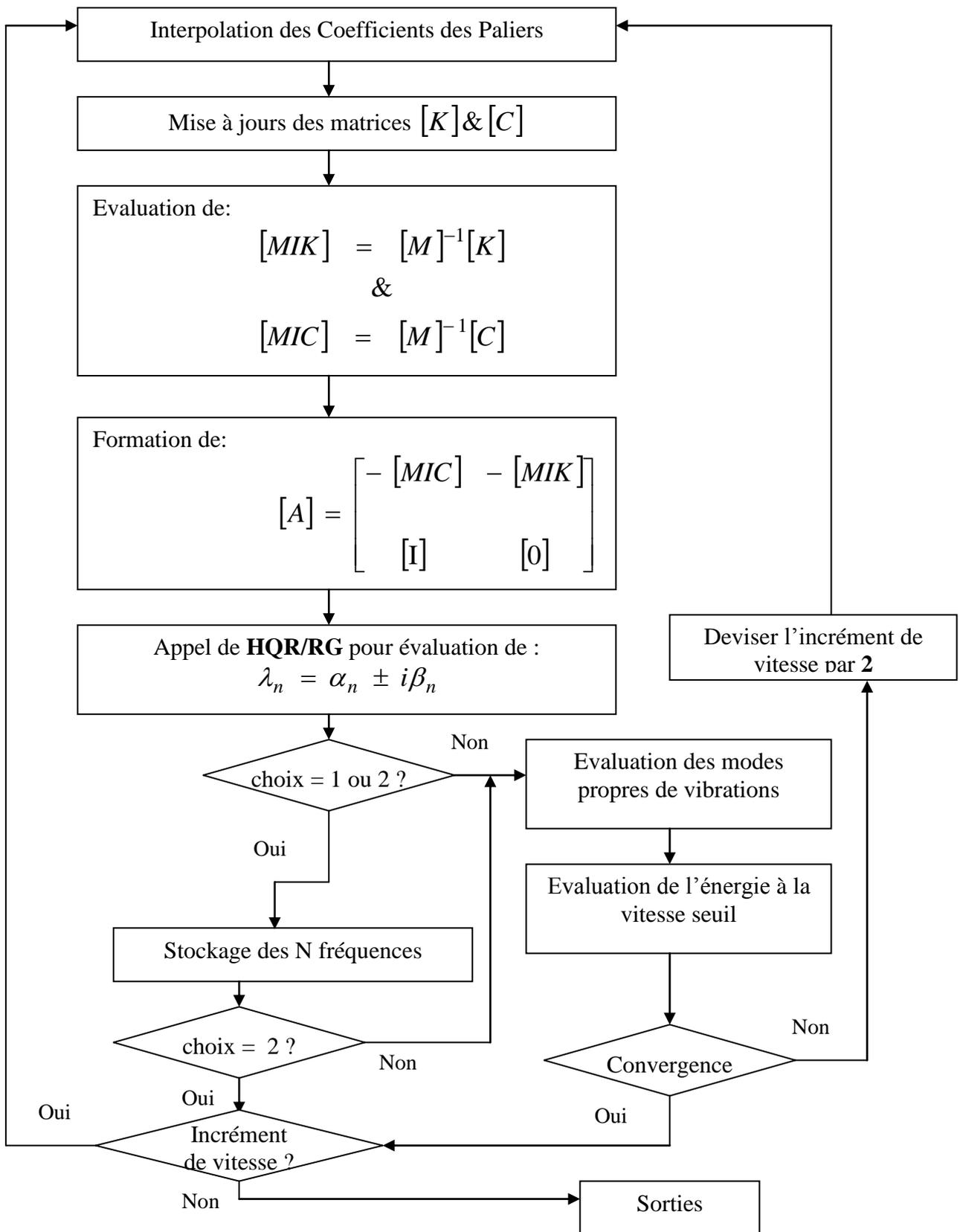


Figure 2.14 : Organigramme d'analyse de stabilité

Résultats du programme pour l'analyse de stabilité (Données en Annexe 01)

Vitesse (tr/min)	Partie réelle des valeurs propres (rad/sec)			
200.0000	-21.67396	-21.67882	-9.212646	-0.7081299
1200.000	-52.14724	-51.95312	-19.91394	-4.116714
2200.000	-69.96049	-67.19749	-27.81647	-7.165451
3200.000	-75.23881	-68.77270	-34.43401	-7.473511
4200.000	-64.14653	-57.04178	-34.94974	-5.797672
5200.000	-50.88489	-42.86312	-35.23042	-4.759888
6200.000	-45.98958	-32.24089	-41.92081	-4.671875

Vitesse (tr/min)	Partie imaginaire des valeurs propres (rad/sec)			
200.0000	14.44199	14.49362	392.0555	392.8763
1200.000	68.92169	69.93984	389.3802	392.0016
2200.000	138.3565	142.6031	386.8626	390.4230
3200.000	182.3114	190.3189	383.4798	389.6143
4200.000	185.3141	192.0636	384.9309	389.9046
5200.000	189.6052	194.5825	387.6875	389.9125
6200.000	222.8051	228.1584	388.6567	389.0534

VI. Conclusion :

Les comparaisons entre les résultats des programmes de calcul sur les fréquences naturelles obtenues pour ce type de mouvement donnent de bons résultats lorsque la vitesse de rotation est faible. Par contre, lorsque la vitesse de rotation augmente, les résultats sont moins bons, même si les ordres de grandeur restent corrects. L'étude des amplitudes de déformation (réponse du balourd) obtenues pour ce type de mouvement prouve que, d'un point de vue qualitatif, le modèle numérique est très proche de la réalité. Les instabilités ne peuvent pas être observées à cause de l'amortissement du système.

PARTIE II.

PRINCIPES DU TRAITEMENT DU SIGNAL ET OUTILS D'ANALYSE ADAPTÉS À LA DÉTECTION DES DÉFAUTS

CHAPITRE 3. PRINCIPES DE BASE LIÉS AU TRAITEMENT DU SIGNAL

L'élaboration, la détection et l'interprétation des signaux porteurs d'informations sont les principaux objectifs du traitement des signaux. Cette discipline s'appuie essentiellement sur la théorie des mécanismes ainsi que de l'informatique. Son point de départ le plus intéressant est le modèle de Fourier sur lequel est fondé le traitement des signaux dans le diagnostic des machines. Il conduit aux concepts féconds de dualité temps fréquence et de spectre fréquentiel, qui s'applique aussi bien à l'étude des signaux déterministes que des signaux aléatoires, continus ou échantillonnés. La théorie du traitement du signal est une discipline appartenant au domaine des techniques de l'information où on rencontre des nombreux phénomènes à interpréter. Les signaux vibratoires, qu'émet une machine tournante constituent une application intéressante de cette théorie. Ces signaux porteurs d'informations sont pratiquement toujours de type analogiques (amplitude et temps continus). Le traitement de ces signaux par l'ordinateur nécessite la numérisation de ces derniers, il faudrait donc au préalable, les représenter par une suite de valeurs ponctuelles prélevées d'habitude régulièrement, un tel prélèvement est appelé échantillonnage. Il réalise donc, une fonction de conversion analogique – numérique. En plus de ceci il est impossible en pratique, d'observer un signal indéfiniment, d'où la nécessité à limiter la durée d'acquisition. Ces deux opérations sont nécessaires pour le traitement numérique du signal vibro-acoustique. Cependant, ces dites opérations, introduisent des erreurs de troncature du signal, et se répercutent sur les spectres sous forme de distorsions d'où la nécessité de d'opérer un filtrage du signal. Toutes les notions examinées dans ce chapitre nous serviront de base pour analyser les problèmes de prise du signal, de son échantillonnage et des distorsions qui leurs sont liées.

I. DÉFINITIONS DES GRANDEURS ET CARACTÉRISTIQUES D'UN SIGNAL :

1. La Fréquence :

La fréquence est le nombre de fois qu'un phénomène se répète en un temps donné. Lorsque l'unité de temps choisi est la seconde, la fréquence s'exprime en Hertz (Hz).

$$1\text{Hz} = 1 \text{ cycle / seconde}$$

2. L'Amplitude :

On appelle amplitude d'un signal vibratoire, la valeur de ses écarts par rapport au point d'équilibre. On peut définir :

➤ Les valeurs maximales (pic à pic) :

L'amplitude maximale par rapport au point d'équilibre appelée amplitude crête A_c ou niveau crête. L'amplitude double, aussi appelée l'amplitude crête à crête A_{cc} (Peak to Peak) ou niveau crête – crête. L'amplitude pic à pic ou l'amplitude d'un pic sont contrôlées en tant que valeurs caractéristiques lorsque, suite à un changement des conditions vibratoires sur une machine, il faut une intervention rapide et des arrêts d'urgence en cas de constat de casse.

➤ **La valeur moyenne :**

La valeur moyenne d'un signal pris dans une intervalle de temps T est donnée par :

$$\bar{A} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(t) dt \quad (3.1)$$

L'intérêt pratique de cette valeur est limité car elle ne tient pas en compte le développement en temps du signal.

➤ **La valeur efficace (RMS) :**

L'amplitude efficace A_{eff} , aussi appelée **RMS** (Root Mean Square) ou niveau efficace, est souvent utilisée pour évaluer la puissance vibratoire. La valeur RMS peut être déterminée aussi bien dans le domaine temporel qu'en fréquence. Dans le cas d'une vibration de type sinusoïdal, l'amplitude efficace s'exprime en fonction de l'amplitude crête de la façon suivante :

$$A_{eff} = \frac{\sqrt{2}}{2} A_c = 0,707 A_c \quad (3.2)$$

Dans le cas d'une vibration complexe quelconque :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (3.3)$$

3. Les Signaux Stochastiques Stationnaires :

Considérons un ensemble d'enregistrements du même phénomène stochastique :

$$\{x(t)\} = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \quad (3.4)$$

Le signal $\{x(t)\}$ est dit stationnaire si ses propriétés statistiques sont les mêmes, quelle que soit l'origine des temps considérés, c'est-à-dire quelle que soit la place de la tranche T de l'histoire du processus considéré. La valeur moyenne $\mu_x(t)$ sera donc indépendante du temps avec :

$$\mu_x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{N=1}^N x_i(t) \quad (3.5)$$

II. L'échantillonnage :

Dans de très nombreux cas, on ne traite pas directement les signaux analogiques fournis par les capteurs de mesure. En fait, seule la représentation numérique du signal est utilisée pour réaliser les calculs voulus.

La numérisation du signal est une transformation discrète du signal physique considéré comme continu dans le sens mathématique du terme. Le signal est donc vu comme une suite de points prenant des valeurs d'amplitude différentes. Cette synthèse de l'information ne va pas sans poser quelques problèmes que nous allons évoquer ci-après. En effet, cette numérisation du signal déforme sa nature et peut influencer sa signification (Phénomène de repliement ou aliasing).

La fonction $f(t)$ caractérisant le signal est remplacée par les valeurs que prend cette fonction aux instants $t_i = k_i T_e$ espacés habituellement d'une manière périodique, sur l'axe des temps (échantillonnage régulier) et où T_e représente la période d'échantillonnage du signal, on dit alors, que l'on échantillonne à une fréquence :

$$\nu_e = \frac{1}{T_e} \quad (3.6)$$

Il est donc indispensable de considérer l'effet de cet échantillonnage sur les signaux continus.

II.1 L'échantillonnage idéal :

Les durées d'observation sont infiniment brèves, l'échantillonnage est réalisé par une suite d'impulsions infiniment brèves, appelée fonction peigne $Pgn(t)$:

$$Pgn_{\nu_e}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{\nu_e}\right) \quad (3.7)$$

Soit une fonction $f(t)$ et sa transformée de Fourier $F(\nu)$ tel que : $f(t) \Leftrightarrow F(\nu)$. Échantillonner $f(t)$ à la fréquence ν_e revient à multiplier $f(t)$ par une suite d'impulsions de Dirac de fréquence de récurrence ν_e , donc séparées de T_e .

$$f(t) \cdot Pgn_{\nu_e}(t) = f(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_e) \quad (3.8)$$

Le peigne de Dirac permet donc de formaliser la périodicité d'un signal. En vertu de la propriété de symétrie appliquée sur l'impulsion de Dirac, on a :

$$\delta(t) \Leftrightarrow F(\nu) = 1 \quad \text{et} \quad F(t) = 1 \Leftrightarrow \delta(\nu) \quad (3.9)$$

Dans le domaine fréquentiel, un peigne de Dirac unitaire et centré est défini par une relation analogue :

$$\mathfrak{F}\left\{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{k}{\nu_e}\right)\right\} = \nu_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\nu - n\nu_e) \quad (3.10)$$

Donc :

$$\mathfrak{F}(Pgn_{v_e}(t)) = v_e \cdot Pgn_{T_e}(v) \quad (3.11)$$

Si nous désignons par $\hat{f}(t)$ la fonction échantillonnée :

$$\hat{f}(t) = f(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{v_e}\right) \quad (3.12)$$

D'où :

$$\mathfrak{F}\left(\hat{f}(t)\right) = F(v) * v_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(v - n v_e) \quad (3.13)$$

Ce qui signifie que le spectre de $\hat{f}(t)$ est celui de $f(t)$ 'périodisé'. Si on multiplie cette expression par une fonction porte de largeur v_e , soit $\Pi_{v_e/2}(v)$; cette fonction étant nulle à l'extérieur de l'intervalle $-v_e/2, +v_e/2$, on va retrouver le spectre initial [MAX85]. On aura donc :

$$\left[F(v) * v_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(v - n v_e) \right] \cdot \Pi_{v_e/2}(v) = F(v) v_e \quad (3.14)$$

Si nous prenons la transformée inverse de Fourier des deux membres, avec :

$$\left[F(v) * v_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(v - n v_e) \right] \Leftrightarrow \hat{f}(t) \quad (3.15)$$

Et :

$$\Pi_{v_e/2}(v) \Leftrightarrow v_e \frac{\sin \pi v_e t}{\pi v_e t} \quad (3.16)$$

Alors :

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{k}{v_e}\right) \cdot \frac{\sin \pi v_e \left(t - \frac{k}{v_e}\right)}{\pi v_e \left(t - \frac{k}{v_e}\right)} \quad (3.17)$$

Ce résultat très important, montre que l'on peut reconstituer une fonction à partir de ces échantillons, pourvu que la fréquence d'échantillonnage soit supérieure ou égale à deux fois la plus haute fréquence contenue dans le spectre.

Ceci est le théorème de Shannon et l'interpolation par $\frac{\sin \pi v_e \left(t - \frac{k}{v_e} \right)}{\pi v_e \left(t - \frac{k}{v_e} \right)}$ est appelée

interpolation de Shannon.

Toutefois, comme cela a été dit plus haut, le processus d'échantillonnage tel qu'il vient d'être décrit est théorique, car on ne peut jamais réaliser l'échantillonnage en un temps infiniment court.

II.2. Théorème de SHANNON pour l'échantillonnage des signaux :

Connu aussi sous le nom de critère de Nyquist, ce théorème s'énonce comme suit : Un signal analogique $f(t)$ ayant un spectre de type passe-bas s'étendant jusqu'à une fréquence limite v_c (fréquence de coupure) est entièrement décrit par la suite complète des valeurs instantanées $f(k)$ prélevées à intervalles réguliers de durée T_e inférieur ou égale à : $\frac{1}{2v_c}$.

En d'autres termes la condition de non repliement du spectre (création de fréquences artificielles qui ne sont pas représentatives du phénomène physique) est assurée si :

$$v_e \geq 2v_c \quad (3.18)$$

La fréquence v_c est appelée aussi, fréquence de Nyquist. Pour éviter l'apparition de ces fréquences de repliement, les analyseurs sont équipés des filtres anti-repliement qui sont des filtres passe-bas de très forte pente éliminant ainsi la partie haute fréquence des signaux qui perturberait l'interprétation de l'analyse spectrale. La présence d'un filtre anti-repliement analogique relié à la fréquence d'échantillonnage est donc indispensable à une mesure correcte. Il en faut un pour chaque voie d'acquisition. Sa fréquence de coupure doit être au plus égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. En effet, il est impossible de réaliser un filtre anti-repliement avec une pente infiniment raide. Une marge de sécurité est donc prise pour permettre d'éliminer les effets de repliement sur la plus grande dynamique possible (généralement 80 dB utile).

III. Le Moyennage :

Ce qui sort du calcul de la FFT est un 'spectre instantané'. Ce spectre instantané ne représente qu'une partie de la vie énergétique du signal en fonction de la fréquence. En pratique, un moyennage sur les spectres instantanés est effectué pour obtenir un 'auto spectre'. En fait, on regarde le signal plus longtemps et l'estimation de l'énergie s'en trouve améliorée. Bien entendu, cette estimation va dépendre de la nature même du signal.

III.1. Moyennage linéaire :

Chaque spectre instantané est compté avec un poids identique dans la moyenne. Le résultat est le niveau énergétique total contenu dans chaque bande d'analyse (raie FFT) pendant la durée de mesure.

III.2. Moyennage exponentiel :

Le dernier spectre instantané entré à un poids équivalent aux n premiers spectres instantanés mesurés. Il s'agit en fait d'une moyenne glissante dont le lissage est assuré par le nombre de moyennes choisies (équivalent à la mesure d'un niveau de pression en mode lent ou rapide).

IV. Fenêtres de troncatures :

Le signal que l'on cherche à mesurer est un signal physique, réel, non prédictible. Il est à priori non périodique, et même s'il l'était, sa période ne serait pas celle définie par la fréquence d'échantillonnage que nous avons choisi (NT_e). La formulation de Fourier nous invite de travailler sur un temps infiniment long, sauf si la fonction est périodique. Aucune mémoire n'est suffisamment importante pour accueillir la totalité du signal, d'où la nécessité de limiter de la durée d'observation à un bloc de longueur donnée. Cette limitation entraîne comme conséquence, de considérer notre signal comme périodique, de période égale à la durée d'observation (la longueur du bloc temporel). Cette périodisation artificielle crée des discontinuités dans le signal temporel. De telles discontinuités dans le domaine physique correspondent à des énergies infinies.

Cependant, on ne travaille pas sur un signal continu mais sur un signal numérisé, ce qui fait que la discontinuité ne se traduit pas par un saut à énergie infinie mais par un saut de pente plus ou moins raide, donc une énergie plus ou moins importante qui vient s'ajouter au signal. L'erreur commise est alors proportionnelle à la 'hauteur' de la discontinuité qui n'est plus que le fruit du hasard.

Plusieurs recherches ont été faites dans ce domaine, en vue de trouver une fenêtre de troncature qui minimiserait les distorsions qui lui sont dues. De nombreux 'mathématiciens' se sont penchés sur le problème et ont défini un certain nombre de fenêtres temporelles répondant à ce compromis en optimisant l'erreur maximale commise sur le niveau mesuré et la résolution fréquentielle. Les fenêtres de troncature seront donc à choisir en fonction du type de signal analysé et du compromis désiré.

Dans notre étude nous nous limiterons uniquement à exposer les différentes fenêtres usuelles en analyse spectrale, à donner leurs caractéristiques et d'essayer ainsi de trouver à partir de celles-ci la fenêtre qui satisferait nos conditions. Le plus important à signaler c'est qu'il n'existe pas de méthode exacte qui donne la forme de la fenêtre, mais plutôt, une approximation, c'est qu'expliquent les différents efforts faits dans ce domaine.

IV.1 Rappels mathématiques :

Soit un signal $f(t)$ enregistré sous sa forme continue de $-\infty$ à $+\infty$, l'échantillonnage de ce signal, comme on a déjà vu s'obtient en multipliant le signal par un peigne de Dirac unitaire et centré de période T_e , on obtient ainsi une suite de même durée que le signal.

$$f^*(k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e) \quad (3.19)$$

La limitation de la durée de cette suite quand on ne spécifie pas le genre de fenêtre utilisée s'obtient en multipliant $f(t)$ par une fenêtre rectangulaire d'intensité l'unité et de longueur T_0 . Cette seconde opération nous fournit une suite tronquée contenant N échantillons :

$$f_{T_0}^*(k) = \sum_{k=0}^{N-1} f(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e) \quad \text{Où : } N = \frac{T_0}{T_e} \quad (3.20)$$

En établissant la relation fondamentale de la transformée de Fourier on obtient :

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{f_{T_0}^*(k)\} &= \mathfrak{F}\left\{\sum_{k=0}^{N-1} f(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e)\right\} = \sum_{k=0}^{N-1} f(kT_e) \cdot \mathfrak{F}\{\delta(t - kT_e)\} \\ \mathfrak{F}\{f_{T_0}^*(k)\} &= \sum_{k=0}^{N-1} f(kT_e) \cdot \exp\{-j2\pi\nu kT_e\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Finalemment :

$$\{f_{T_0}^*(k)\} \Leftrightarrow \sum_{k=0}^{N-1} f(kT_e) \cdot \exp\{-j2\pi\nu kT_e\} \quad (3.22)$$

IV.2. Conditions que doit satisfaire la fenêtre de pondération :

Soit $f(t) \Leftrightarrow F(\nu)$ la fenêtre temporelle utilisée ; pour diminuer le plus possible les distorsions dues à l'application de $f(t)$ au signal, trois conditions devraient être satisfaites par $F(\nu)$:

1. Un pic central le plus étroit possible.
2. Des lobes d'amplitudes insignifiantes.
3. Eviter si possible les lobes négatives.

Autrement dit, la définition d'une fonction utilisable en tant que fenêtre de pondération répond à la recherche du compromis suivant :

- Elle doit suffisamment déformer le signal temporel pour le rendre périodique.
- Elle doit respecter suffisamment le signal pour que les résultats trouvés restent réalistes.

IV.3. Type de fenêtres usuelles et leurs caractéristiques :

1. La Fenêtre rectangulaire :

C'est la plus simple, elle ne correspond en fait, à aucune pondération. Elle n'est à utiliser que dans les cas où la totalité du signal peut être incluse dans la mémoire de calcul, c'est à dire des signaux très courts, qui partent de 0 et arrivent à 0, comme par exemple les signaux impulsionnels. Dans le cas d'un signal périodique de longueur supérieure à la fenêtre, la valeur de fréquence est respectée, mais l'amplitude peut varier de manière importante suivant la valeur de la fréquence du phénomène par rapport à la résolution fréquentielle de l'analyse. Cette fenêtre est définie par la relation suivante :

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.23)$$

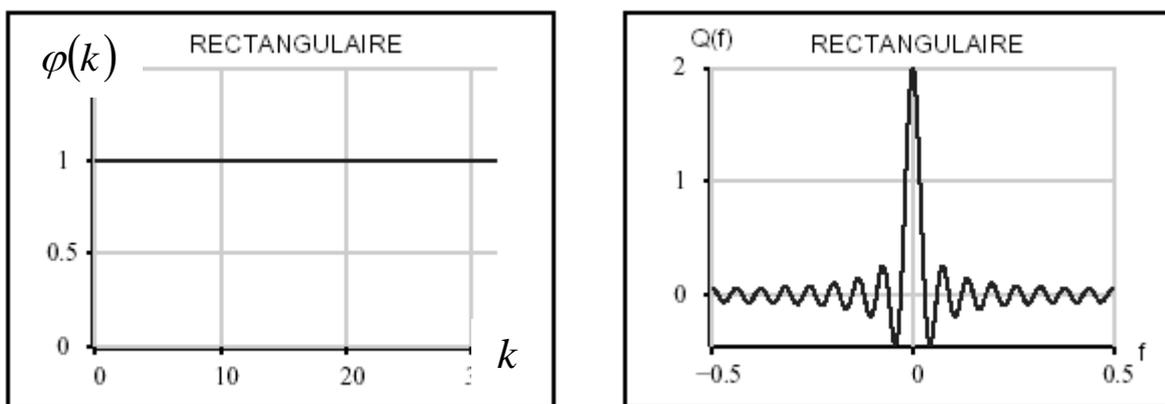


Figure 3.1 : La fenêtre rectangulaire

Cette fenêtre satisfait la première condition, mais ne vérifie pas la seconde. Autrement dit, l'avantage de cette fenêtre est qu'elle introduit dans le domaine spectral un pic central étroit. En d'autres termes cette fenêtre conduit à une assez bonne résolution spectrale ceci est dû à la forme plate que possède celle-ci dans le domaine temporel entre 0 et T_0 ; mais l'inconvénient est qu'elle introduit dans le domaine fréquentiel des lobes très amples d'où introduction de hautes fréquences dans le signal à analyser, ceci étant dû aux extrémités abruptes que possède cette fenêtre dans le domaine temporel. On peut remédier à cet inconvénient en modifiant la forme de la fenêtre tout en conservant la même ouverture T_0 .

2. La Fenêtre de HANNING :

Appelée aussi fenêtre de Tukey, c'est de loin la fenêtre la plus utilisée. Elle est à utiliser pour l'analyse des signaux pseudo stationnaire (par exemple le bruit d'une machine). C'est celle qui optimise le mieux le compromis résolution fréquentielle / résolution amplitude. Partant de 0 et arrivant à 0 elle rend bien notre signal périodique sur la durée d'examen sans discontinuités brutales. Elle est définie comme suit :

$$\varphi(t) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi.t}{T_0}\right) & -\frac{T_0}{2} \leq t \leq +\frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.24)$$

Puisque nous travaillons sur l'intervalle $[0, T_0]$, faisant un changement de variable, tel que :

$$t = t' - \frac{T_0}{2} \quad \text{D'où :} \quad 0 \leq t' \leq T_0 \quad (3.25)$$

Et en posant $t = (k-1)T_e$ avec $T_0 = nT_e$ et $1 \leq k \leq n$. La relation (3.24) s'écrit :

$$\varphi(k) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi(2(k-1)-n)}{2n}\right) & 1 \leq k \leq n \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.26)$$

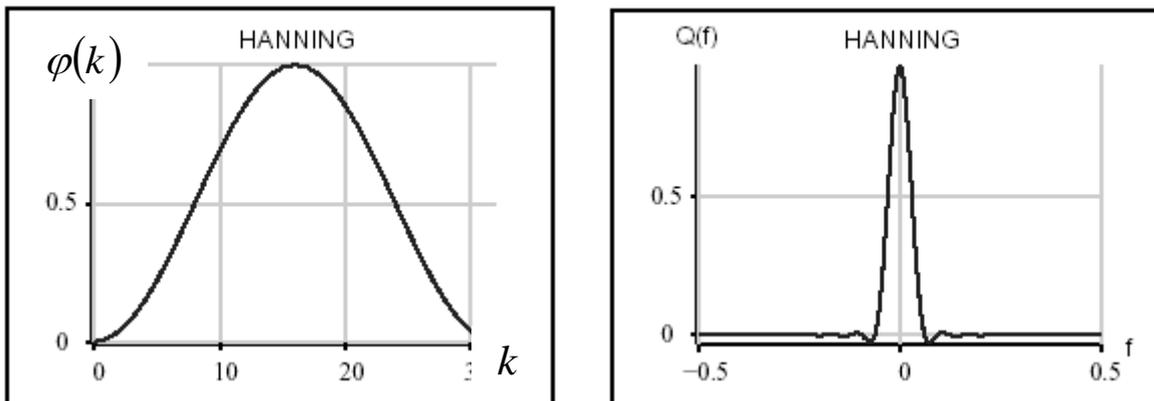


Figure 3.2 : La fenêtre de Hanning

Cette fenêtre présente dans le domaine fréquentiel un lobe secondaire négatif assez important mais les autres lobes s'atténuent rapidement. Elle présente finalement des lobes latéraux petits et c'est l'avantage, mais elle présente un pic central assez large qui est un inconvénient en vertu des conditions déjà citées, ceci étant dû à la forme arrondie (non aplatie) que possède cette fenêtre pendant la durée du signal.

3. La Fenêtre de HAMMING :

La fenêtre de Hamming est dérivée de la fenêtre de Hanning (même utilisation) mais l'accent a été mis sur la résolution fréquentielle (donc au détriment de la résolution en amplitude). Elle est à conseiller lors de la recherche de la fréquence 'exacte'. Elle est définie comme suit :

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos\left(\frac{\pi(2t - T_0)}{2T_0}\right) & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.27)$$

De même, si on pose $t = (k - 1)T_1$ et $T_0 = NT_1$ avec $1 \leq k \leq N$. La relation ci-dessus devient :

$$\varphi(k) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos\left(\frac{\pi(2(k - 1) - N)}{2N}\right) & 1 \leq k \leq N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.28)$$

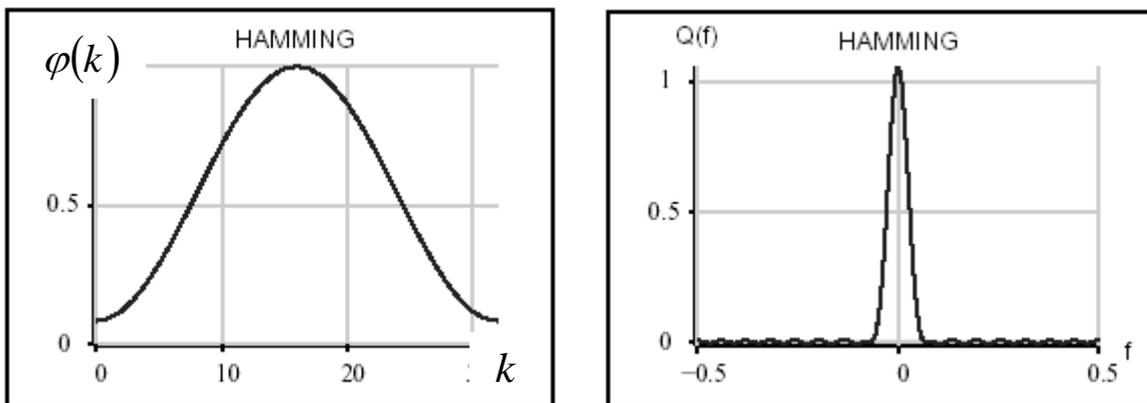


Figure 3.3 : La fenêtre de Hamming

Cette fenêtre présente dans le domaine spectral les mêmes caractéristiques que celle de **HANNING**, c'est à dire un pic central assez large, mais l'avantage par rapport à cette dernière est que son lobe secondaire négatif s'atténue totalement et que les autres lobes latéraux s'atténuent lentement.

4. Fenêtre de Kaiser Bessel :

La fenêtre de Kaiser Bessel est l'optimisation inverse de Hamming dans le sens où la résolution en amplitude est optimisée (au détriment de la résolution fréquentielle). Elle est à conseiller lors de la recherche du niveau 'exacte'.

5. Fenêtre Flat Top :

C'est la seule fenêtre qui donne l'amplitude exacte d'une raie de mesure. Par contre, sa résolution fréquentielle est très mauvaise, ce qui interdit toute utilisation lorsque le spectre est composé de plusieurs fréquences caractéristiques proches les unes des autres. C'est une fenêtre à réserver pour l'étalonnage [MAX85].

6. Combinaison de deux fenêtres :

Très souvent, on utilise une combinaison d'une fenêtre rectangulaire avec une fenêtre de **HAMMING** ou de **HANNING** pour exploiter l'avantage de la fenêtre rectangulaire en ce qui concerne la largeur du pic central, et diminuer ainsi l'effet des lobes en lui juxtaposant à ces deux extrémités une fenêtre de Hamming ou de Hanning.

V. Le filtrage :

Le filtrage est un outil de traitement du signal très puissant, et, dans de nombreux cas très simples à mettre en œuvre. Cette mise en œuvre demande néanmoins certaine rigueur si l'on veut garder son efficacité, et cela qu'il s'agisse de filtres analogiques ou de filtres numériques. Le filtrage est la dernière étape de l'amélioration du spectre.

V.1. Filtrage temporel :

Nous définissons, dans un souci de généralité, le filtrage temporel comme étant l'opération d'interruption ou d'atténuation d'un signal. Filtrer $f(t)$ par $x(t)$ c'est réaliser le produit $f(t) \cdot x(t)$. Le spectre de fréquence $F(\nu)$ est affecté par ce filtrage, comme le montre le théorème de Plancherel :

$$f(t) \cdot x(t) \longleftrightarrow F(\nu) * X(\nu) \quad (3.29)$$

V.2. Filtrage fréquentiel :

L'opération de filtrage appliquée à la représentation temporelle d'un phénomène peut également être appliquée à sa représentation fréquentielle. Filtrer $F(\nu)$ par $H(\nu)$ c'est réaliser le produit $F(\nu) \cdot H(\nu)$. Mais on peut, en vertu du théorème de Plancherel, remplacer un produit dans le domaine fréquentiel par un produit de convolution dans le domaine temporel.

$$F(\nu) \cdot X(\nu) \longleftrightarrow f(t) * x(t) \quad (3.30)$$

V.3. Filtrage numérique :

Les filtrages exposés ci-dessus sont analogiques, et sont en fait, les filtrages des signaux à temps continu et à amplitude continue. Ce sont des signaux de la forme $y = f(t)$ dans lesquelles à la fois y et t sont susceptibles de variations continues; c'est-à-dire que $f(t)$ existe pour n'importe quelle valeur de t . Il existe des signaux à temps discrets, pour ces signaux, la grandeur $y = f(t)$ n'existe que pour des valeurs bien définies de t ; en général $t = KT_e$, avec T_e période d'échantillonnage. A ce type de signaux correspondent les filtres dits à échantillonnage. Les signaux numérisés sont des signaux à la fois discrétisés en temps ou 'échantillonnés' et discrétisés en amplitude ou 'quantifiés'. Ce sont donc des signaux à temps discret et à amplitudes discrètes.

A ces signaux on applique les méthodes de filtrage numérique. Les filtres numériques sont plus intéressants que les filtres analogiques de nos jours, du fait qu'ils présentent des avantages appréciables tels que : la précision, la fiabilité et en plus l'absence de problème de réalisation technologiques. Ils consistent en une simulation numérique par micro-ordinateur.

De ce fait, le filtre numérique est défini par un algorithme de calcul qui réalise une combinaison linéaire des signaux d'entrée et de sortie du système qui réalise le filtre, par lequel une séquence de nombres $X(n)$ dite séquence d'entrée est transformé en une autre séquence de nombres $Y(n)$ dite séquence de sortie. Le filtrage numérique consiste à l'élimination des raies situées à partir d'une certaine fréquence, appelée fréquence de coupure ν_c .

Ce filtrage revient en fait, à faire la multiplication de la densité spectrale $F(\nu)$ correspondant au signal $f(t)$ à analyser par une fenêtre spectrale rectangulaire $\Phi(\nu)$. Le filtrage numérique revient à faire en vertu du théorème de la convolution, la convolution dans le domaine temporel du signal $x(t)$ avec la transformée inverse de Fourier $\varphi(t)$ de la fenêtre spectrale rectangulaire $\Phi(\nu)$.

V.3.1. Filtre réel et filtre idéal :

En pratique pour que cette convolution soit possible il faudrait limiter $\varphi(t)$, ce qui introduirait des distorsions au niveau de $\Phi(\nu)$, on peut conclure qu'on ne peut jamais obtenir un filtre idéal. Numériquement :

- $\varphi(t)$ est notée $H(k)$, appelée : réponse impulsionnelle du filtre
- $\Phi(\nu)$ est notée $h(k')$, appelée : fonction de transfert du filtre .
- et N sont les échantillons du filtre, appelés aussi ordre du filtre.

V.3.2. Convolution rapide :

Dans les systèmes numériques qui sont de type discret, la convolution se traduit par une sommation. Ainsi si la suite à filtrer s'écrit $x(n)$, la suite filtrée $y(n)$ s'exprime par la sommation suivante :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} H(k).x(n-k) \quad (3.31)$$

Où;

- ⇒ k et n sont des entiers.
- ⇒ $y(n)$ est une suite finie de N échantillons.
- ⇒ $H(k)$ est une suite finie de N échantillons, appelée réponse impulsionnelle du filtre.

V.3.3. Fonction de transfert des filtres par la transformée en Z :

Définition de la transformée en z :

$$H_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n(t) \cdot z^{-n} \quad , \quad z = e^{j2\pi f \Delta t} \quad (3.32)$$

La fonction de transfert d'un filtre numérique récursif à n pôles (en utilisant la notation en z) est donnée par la formule suivante :

$$H_z(Z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_l A_l \cdot z^{-l}}{1 - \sum_k B_k \cdot z^{-k}} \quad (3.33)$$

$$Y_n = \sum_{k=l}^N B_k \cdot Y_{n-k} + \sum_{l=0}^N A_l \cdot X_{n-l} \quad (3.34)$$

avec Y_n la sortie, et X_n l'entrée.

Les coefficients A_l et B_k définissent les propriétés du filtre telles que : la forme, la bande passante et le type (passe-haut, passe-bas, passe bande ...). La fréquence de coupure d'un filtre numérique est définie par un coefficient qui représente la fréquence de coupure divisée par la fréquence d'échantillonnage. Un avantage important de ce type de filtre est que les propriétés ne dépendent que de la fréquence d'échantillonnage. Lorsque les coefficients sont définis, le filtre donne les informations dans n'importe quelle bande de l'axe des fréquences en ajustant la fréquence de coupure (inférieur à la fréquence maximum d'analyse donnée par la fréquence d'échantillonnage originale et le théorème de Shannon). Cependant, pour des raisons de repliement, il est nécessaire d'appliquer un filtre passe-bas lorsque la fréquence d'échantillonnage est modifiée.

VI. Transformation de Fourier :

Lorsqu'on considère un signal quelconque, il est indispensable d'avoir présent à l'esprit deux représentations possible de ce signal. Une représentation temporelle, de la forme $y = f(t)$ dans laquelle la variable indépendante est le temps t (la durée qui s'écoule) et une représentation fréquentielle, de la forme $Y = F(\nu)$ où la variable indépendante est la fréquence ν (dont la dimension est l'inverse du temps). Ces deux représentations sont reliées entre elles par la transformation de **Fourier** qui est un outil d'importance capitale, pour pouvoir utiliser les méthodes de traitement du signal, et de savoir manipuler ces deux représentations complémentaires.

VI.1. Théorème de Fourier :

Toute fonction $f(t)$ satisfaisant les conditions de **Dirichlet** peut être décomposée en une somme d'un nombre infini de fonctions sinusoïdales, la somme est appelé 'série de Fourier'.

VI.2. Conditions de Dirichlet :

On démontre que, pour qu'une fonction $f(t)$ ait une transformée de Fourier, fonction de ν , il faut et il suffit que :

- ❖ La fonction $f(t)$ soit bornée (pas de valeurs infinies).
- ❖ $f(t)$ soit périodique, si $f(t)$ n'est pas périodique mais définie sur un intervalle de longueur fini, la série de Fourier converge vers $f(t)$ dans cet intervalle, et représente une répétition de $f(t)$ à l'extérieur de cet intervalle.
- ❖ $f(t)$ doit être continue par morceaux avec un nombre fini de discontinuités.
- ❖ L'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt$ converge

Remarque :

Pratiquement toutes les fonctions décrivant les processus physiques réels et les processus vibroacoustiques des machines connues, satisfont les conditions de Dirichlet.

VI.3. Procédure de transformation de Fourier :

On définit la transformée de Fourier $F(\nu)$ d'une fonction $f(t)$ supposée stochastique répondant aux conditions de Dirichlet, comme suit :

a. Cas d'une fonction périodique :

Soit $f(t)$ une fonction de t , périodique de période T . Alors, $f(t)$ peut être décomposée en séries de Fourier sous la forme suivante :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi}{T} nt + b_n \sin \frac{2\pi}{T} nt \right) \quad (3.35)$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos 2\pi \nu_0 nt + b_n \sin 2\pi \nu_0 nt) \quad (3.36)$$

Les coefficients a_n et b_n sont donnés par les relations suivantes :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos 2\pi \nu_0 n t dt \quad (3.37)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin 2\pi \nu_0 n t dt \quad (3.38)$$

Si l'on pose :

$$F(n\nu_0) = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) \quad (3.39)$$

Alors :

$$F(n\nu_0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) \exp(-2\pi j n \nu_0 t) dt \quad (3.40)$$

$F(n\nu_0)$ appelée, spectre de fréquences, est une grandeur en général complexe. On aura donc :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(2\pi j n \nu_0 t) \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(\sigma) \exp(-2\pi j \nu_0 n \sigma) d\sigma \quad (3.41)$$

NB. Les valeurs négatives de n sont introduites pour rendre les équations plus simples; on vérifie aisément que si $f(t)$ est réel :

$$a_{-n} = a_n \quad \text{Et} \quad b_{-n} = -b_n \quad (3.42)$$

Il est important de remarquer que le spectre d'une fonction périodique de période T est composé de raies dont l'écart minimum sur l'axe des fréquences est ν_0 . Le spectre d'une fonction périodique est donc essentiellement discontinu, il n'existe que pour les valeurs de la fréquence multiples de ν_0 .

b. Cas d'une fonction non périodique :

On peut considérer cette non périodicité comme résultant d'une extension à l'infini de la période T . L'intervalle de fréquences ν tend alors vers 0 et le spectre devient alors une fonction qui peut être continue. Alors on a :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(2\pi j \nu t) d\nu \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma) \exp(-2\pi j \nu \sigma) d\sigma \quad (3.43)$$

On défini :

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-j2\pi \nu t) dt \quad (3.44)$$

Cette dernière expression, est appelée la **Transformé de Fourier** de $f(t)$. Alors :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu) \exp(j2\pi \nu t) d\nu \quad (3.45)$$

On écrit habituellement :

$$f(t) \leftrightarrow F(\nu) \quad (3.46)$$

VI.4. Signification physique de la transformation de Fourier :

Lorsque l'on écrit l'équation :

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-j2\pi\nu t) dt \quad (3.47)$$

$F(\nu)$ et $f(t)$ représentent la même grandeur physique, mais dans une représentation différente. $F(\nu)$ représente la somme des valeurs du produit $f(t)\exp(-j\omega t)$ sur le domaine de définition. En vertu des propriétés d'orthogonalité des fonctions trigonométriques, le facteur $\exp(-j\omega t)$ joue le rôle d'opérateur qui extrait du signal $f(t)$ la composante sinusoïdale ayant la fréquence ν . Le spectre $F(\nu)$ est donc l'ensemble des composantes sinusoïdales de $f(t)$.

La décomposition en éléments sinusoïdaux, pour la représentation fréquentielle des signaux est choisie comme telle, parce que ces éléments sont des fonctions propres du filtre linéaire ; c'est à dire qu'une telle forme n'est pas déformée par passage dans un filtre linéaire. Ceci explique l'intérêt d'une telle décomposition.

VI.5. Quelques propriétés de la transformée de Fourier :

La transformation de Fourier vérifie les propriétés suivantes :

➤ **Propriété de produit :**

Le produit simple de deux fonctions dans le domaine temporel correspond à la convolution de leur transformés de Fourier dans le domaine fréquentiel et réciproquement :

$$f(t), g(t) \xrightarrow{F.F.T} F(\nu) * G(\nu) \quad (3.48)$$

$$f(t) * g(t) \xrightarrow{F.F.T} F(\nu), G(\nu) \quad (3.49)$$

➤ **Propriété de Convolution :**

$$H(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau).g(t - \tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t - \tau).g(\tau).d\tau \quad (3.50)$$

➤ **Propriété de similitude :**

$$f(at) \xleftrightarrow{F.F.T} \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\nu}{a}\right) \quad (3.51)$$

Autrement dit, un étalement de l'échelle des temps conduit à une 'contraction' de l'échelle des fréquences et inversement.

➤ **Propriété de translation :**

$$f(t - t_0) \leftrightarrow F(\nu). \exp(-j2\pi\nu t_0) \quad (3.52)$$

Ceci signifie que les transformées de Fourier de $f(t)$ et $f(t - t_0)$ ont même module mais la transformée de Fourier de $f(t - t_0)$ subit une rotation de phase supplémentaire de $2\pi\nu t_0$.

VI.6. Transformé de Fourier discrète :

Comme en général $f(t)$ est un signal analogique non **défini** par une fonction mathématique simple, il doit être échantillonné en des points discrets. Ce signal peut être transformé dans le domaine des fréquences en substituant à l'intégral de Fourier la transformée de Fourier discrète ou **T.F.D** calculée à partir d'un nombre fini de **N** échantillons. Pour passer du domaine continu au domaine discret, on utilise la correspondance ci-dessous.

$$\begin{aligned} t &\rightarrow nt_e & dt &\rightarrow t_e = \Delta t \\ \int_{-\infty}^{+\infty} &\rightarrow \sum_0^{N-1} & f &\rightarrow n\Delta f \end{aligned} \quad (3.53)$$

$t_e = \Delta t$: intervalle de temps entre deux échantillons dans le domaine temporelle et Δf intervalle de fréquence dans le domaine fréquentiel.

$$\begin{aligned} F(k) = F(k\Delta f) &= \frac{1}{N} \sum_{N=0}^{N-1} f(n) \exp(-j2\pi k \frac{n}{N}) \\ f(n) = f(nt_e) &= \sum_{N=0}^{N-1} F(k). \exp(j2\pi k \frac{n}{N}) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Cette formation se prête bien à un calcul numérique mais elle nécessite pour obtenir un spectre, N^2 opérations. Des algorithmes appropriés permettent de réduire considérablement ce nombre si N est multiple de 2. Le plus connu est le l'algorithme de **Cooley Tukey**. Il permet de ramener les N^2 opérations à: $N \ln N$; d'où son nom de transformer de Fourier Rapide. En conclusion un analyseur **F.F.T** est essentiellement constitué d'un convertisseur analogique numérique suivi d'un calculateur. Les problèmes que l'on rencontre pour obtenir un spectre aussi proche que possible du spectre vrai sont dus aux effets de l'échantillonnage et au nombre fini N d'échantillons.

VII. Puissance, énergie des signaux :

Toute transmission d'information est liée à une transmission d'énergie. Lorsqu'on fait une mesure, le processus objet de la mesure subit toujours un prélèvement d'énergie de la part du dispositif de mesure. Cette notion de puissance d'un signal est donc très importante.

VII.1. Puissance instantanée d'un signal :

Considérons un signal $f(t)$ quelconque, donc pouvant être complexe; on peut l'écrire :

$$f(t) = a(t) + jb(t) \quad (3.55)$$

$a(t)$ et $b(t)$ étant alors deux fonctions réelles. La puissance instantanée de $f(t)$ est :

$$P(t) = [a(t)]^2 + [b(t)]^2 \quad (3.56)$$

VII.2. Puissance moyenne sur une période :

Elle est définie par :

$$P(t_0, T) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot f^*(t) dt \quad (3.57)$$

Si f est réelle (cas des signaux physiques).

$$P(t_0, T) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [f(t)]^2 dt \quad (3.58)$$

L'énergie d'un signal est l'intégrale de sa puissance sur tout le domaine d'existence du signal.

$$E_f = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \quad (3.59)$$

La puissance peut être considérée comme une fonction du temps, c'est la puissance temporelle, plus communément appelée puissance. Elle peut aussi être considérée comme une fonction de la fréquence, c'est alors la puissance fréquentielle, plus communément appelée densité spectrale de puissance (**D.S.P**) ou densité spectral ou spectre. Elle est notée S_{ff} .

$$S_{ff} = |F(\nu)|^2 \quad (3.60)$$

Ceci montre que S_{ff} est réelle et non négative. L'énergie totale du signal sera :

$$E_f = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\nu)|^2 d\nu \quad (3.61)$$

VII.3. Théorème de Parseval :

Il est intuitif que l'énergie totale d'un signal ne dépend pas de la représentation choisie : elle sera la même qu'il s'agisse de la représentation temps ou de la représentation fréquence, ce qui nous permet d'écrire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\nu)|^2 d\nu \quad (3.62)$$

CHAPITRE 4. OUTILS D'ANALYSE ADAPTES À LA DÉTECTION DES DÉFAUTS DES MACHINES TOURNANTES

L'analyse des signaux de vibrations issus d'accéléromètres fixés sur les machines tournantes à surveiller constitue un moyen approprié pour permettre la mise en évidence des défauts qui se caractérisent par des incidences vibratoires représentées par la présence dans des domaines de fréquences spécifiques à chaque type de vibrations induites dans la machine, des niveaux de puissance qui rendent compte selon leur amplitude, de la gravité, de la localisation et éventuellement de l'identification de la cause de la vibration. Afin de pouvoir corréler la forme des spectres et l'état de la machine suivie, une étude doit être effectuée en tenant compte de ses caractéristiques électromécaniques, en vue d'identifier toutes les sources possibles de vibrations et de déterminer les fréquences de vibrations mises en jeu. Bien que, supposés stochastiques, ces signaux ne sont pas facilement compréhensibles et donc difficilement exploitables. Pour ce faire, il est nécessaire d'effectuer une certaine élaboration conduisant à une répartition d'une grandeur caractéristique (amplitude, énergie, puissance) en fonction de la fréquence, d'où la notion d'analyse spectrale, qui est l'application pratique est directe du traitement des signaux. Son outil de base est le développement en série de fonctions orthogonales, dont le cas le plus pratique, est celui de Fourier.

I. REPRÉSENTATION DES SIGNAUX VIBRATOIRS :

1. Représentation temporelle :

Le signal vibratoire délivré par un capteur peut être représenté de différentes façons. La première qui vient à l'esprit est la représentation en fonction du temps (représentation temporelle). Cette représentation est d'ailleurs utilisée pour suivre le comportement vibratoire d'une machine en fonction de ses paramètres de fonctionnement (par exemple, étude de la vibration générée lors de l'ouverture d'un clapet sur un compresseur à pistons). Ce type de représentation, aisé à exploiter lorsque le signal est simple (par exemple, vibration de type sinusoïdal induite par le balourd d'un rotor); devient vite inexploitable lorsque le signal a pour origine des sollicitations multiples. Pour qu'il puisse être interprété, le signal doit être décomposé en différentes sinusoïdales élémentaires. Si cette décomposition est théoriquement possible, sa représentation dans le domaine temporel devient vite inextricable donc inexploitable.

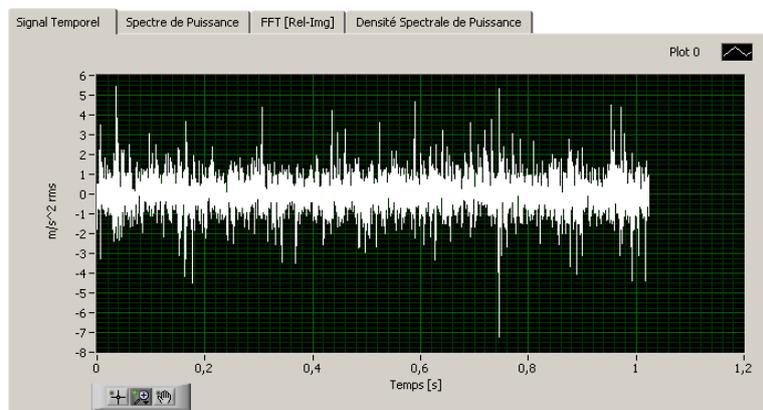


Figure 4.1 : Signal temporel de mesure d'accélération sur le palier à roulement

2. Représentation fréquentielle (spectrale) :

Faute de pouvoir représenter le signal vibratoire en fonction du temps dans une forme exploitable, on a cherché à le représenter dans un diagramme amplitude / fréquence appelé spectre. Avec ce type de représentation, chacune des composantes sinusoïdales élémentaires du signal est parfaitement définie par son amplitude et sa fréquence. La représentation spectrale du signal devient ainsi plus claire et exploitable. L'analyse spectrale permet de décomposer un signal complexe en composantes sinusoïdales caractérisées par leur amplitude et leur fréquence.

3. Intérêt pratique de l'analyse spectrale :

Toute anomalie affectant une machine tournante (balourd, désalignement, phénomène de tourbillon d'huile, déformation d'arbre, jeu excessif, desserrage de paliers, défaut de roulements ou d'accouplements, anomalie électromagnétique au niveau du stator ou du rotor d'un moteur, engrènement défectueux, ...) se traduit par des vibrations dont les fréquences correspondent aux fréquences d'apparition des forces qui les induisent et leur harmoniques (multiples des fréquences d'apparition). L'analyse spectrale permet d'identifier sinon, tout au moins localiser l'origine de l'anomalie. Le spectre est un graphe dans lequel sont représentées les amplitudes et les fréquences de toutes les composantes vibratoires élémentaires induites par le fonctionnement d'une machine. Chaque composante est représentée par un segment vertical appelé raie dont l'abscisse représente la fréquence et l'ordonnée, l'amplitude. Notons que dans certains cas (raies confondues et dépassant largement le signal, ...) nous ne parlons plus de raie mais de pic. L'interprétation d'un spectre consiste dans un premier temps à trouver l'origine cinématique de chaque composante ou famille de composantes.

II. STRUCTURE DES SIGNAUX VIBRATOIRES DES MACHINES TOURNANTES :

Les signaux vibratoires relevés sur les systèmes mécaniques en fonctionnement contiennent l'information nécessaire relative à l'état des composants de la machine, tout le problème consiste à isoler l'information relative à chaque élément. En effet, les signaux ont une structure complexe, et sont constitués de différentes composantes :

- ✓ Une partie du signal provient des phénomènes cycliques se produisant dans le système, comme la rotation des arbres, les chocs des engrènements, les mouvements existants au sein d'un roulement...,
- ✓ Une partie aléatoire, due aux phénomènes parasites générés lors du fonctionnement d'un système.

Les vibrations que génère une machine tournante quelconque en fonctionnement, peuvent être classées de la façon suivante :

✓ Les vibrations périodiques de type sinusoïdal :

Les vibrations périodiques de type sinusoïdal simple ou sinusoïdale complexe, sont appelées ainsi par référence à la forme du signal qu'elles génèrent.

Elles sont représentatives du fonctionnement normal ou anormale d'un certain nombre d'organes mécaniques (rotations de lignes d'arbre, engrènement, passages d'encoches sur un moteur, ...) ou d'un certain nombre d'anomalies (déséquilibres, désalignement, déformations, instabilité de palier fluides, déversement de bagues de roulements, ...).

✓ **Les vibrations périodiques de type impulsif :**

Elles sont appelées ainsi par référence aux forces qui les génèrent caractérisées par leur caractère brutal, bref et périodique. Ces chocs peuvent être produits par des événements normaux (presses automatiques, broyeurs à marteaux, compresseurs à pistons, ...) ou par des événements anormaux comme l'écaillage de roulements, défauts d'engrenages ou un jeu excessif.

✓ **Les vibrations aléatoires de type impulsif :**

Elles peuvent, par exemple, être générées par un défaut de lubrification sur un roulement, la cavitation d'une pompe ou un phénomène aérodynamique, ...etc. Ces signaux ne sont globalement pas stationnaires. En effet, ils ne sont pas indépendants du temps même si la vitesse de fonctionnement reste constante. Cette non stationnarité a plusieurs origines :

- ✓ Vieillesse du système et dérive progressive,
- ✓ Excitation du système en vibration due aux chocs internes successifs voire chaotiques (engrenages, roulements...),
- ✓ Non stationnarité des efforts transmis à travers le système,
- ✓ Imperfection des surfaces de contact et contact variable entre dentures.

D'une manière générale, l'évolution des signaux vibratoires n'est pas aléatoire. Les événements se reproduisent de façon cyclique 'à peu près' identique. Le terme 'à peu près' constitue la non stationnarité; il existe une similitude de la réponse vibratoire d'un cycle de fonctionnement à un autre.

Les paramètres statistiques des signaux varient périodiquement, on parle alors de signaux cyclo - stationnaires. Ces caractéristiques des signaux vibratoires des transmissions de puissance sont abordées de manière différente dans les différents pôles de recherche. Les outils de diagnostic utilisés couramment n'utilisent pas d'indicateur de cyclo - stationnarité au sens propre. La plupart des procédures de diagnostic négligent la cyclo - stationnarité, en considérant le signal comme stationnaire. Cette approche est utilisée dans l'analyse spectrale, cepstrale et dans la combinaison de la transformée d'Hilbert et du spectre [BRE02].

III. CHOIX DES GRANDEURS PHYSIQUES À MESURER :

La grandeur retenue pour la mesure est appelée paramètre ou indicateur de surveillance. Ainsi, par rapport à une mesure effectuée en mode vitesse, la mesure en mode de déplacement aura pour effet d'atténuer toutes les composantes moyennes et hautes fréquences et d'amplifier les composantes basses fréquences. En revanche, la mesure en mode accélération aura pour effet d'atténuer les composantes basses fréquences et d'amplifier les composantes hautes fréquences.

Concrètement cela se traduit par les observations suivantes :

- ⇒ Un phénomène vibratoire induit par un phénomène donné se traduit par un déplacement significatif si sa fréquence est faible. C'est la raison pour laquelle la mesure en mode déplacement n'est généralement utilisée que pour mettre en évidence des phénomènes basse fréquence ou dont les composantes prépondérantes se situent à 1 ou 2 fois la fréquence de rotation (déséquilibre, déformation, désalignement, desserrage, ...).
- ⇒ La mesure en mode vitesse permet d'observer correctement des phénomènes dont la fréquence n'est pas trop élevée, c'est à dire ne dépassant pas 4 000 à 5 000 Hz (passage des pales d'un ventilateur ou d'une pompe, engrènement sur réducteur, défauts de roulements dans le cas d'écaillage localisés, ...), et bien évidemment les défauts traditionnels des lignes d'arbres (déséquilibre, désalignement, déformation, instabilité, frottement, ...).
- ⇒ La mesure en mode accélération (directement proportionnelle aux forces dynamiques induisant le mouvement) permet de mettre en évidence des phénomènes dont les fréquences sont élevées (engrènement sur un multiplicateur, passage d'encoches sur un moteur, ...) ou qui génèrent des signaux impulsif de courte durée, riches en composantes haute fréquence (écaillage de roulement, jeu, cavitation, ...).

IV. OUTILS DE TRAITEMENT ADAPTÉS AUX RECHERCHES DES DÉFAUTS :

La première observation possible d'un signal est donc la représentation temporelle. Cet outil est aisé à employer lorsque le signal est simple (vibration de type sinusoïdal du balourd d'un rotor par exemple), mais devient inexploitable dans le cas de sollicitations multiples et de faible influence de défauts. Plusieurs indicateurs globaux ont été définis à partir de l'analyse temporelle afin de caractériser la forme de celle-ci, mais une telle démarche ne permet pas de détecter de manière fiable un défaut ni d'identifier son origine. Les domaines spectral, cepstral ou de l'enveloppe sont en général plus adaptés au diagnostic.

Actuellement, bon nombre de systèmes de détection embarqués existent pour la détection de défauts d'engrenages et de roulements. Les différentes techniques de traitement de signal utilisées répondent à des critères communs. En effet, il est primordial pour le diagnostic que les indicateurs extraits des méthodes de traitements du signal soient calculables rapidement, et soient le moins nombreux possibles. L'objectif est de détecter la présence d'un ou plusieurs défauts et d'identifier leur origine à partir de quelques indicateurs numériques dont on compare la valeur à une valeur seuil. Nous présentons ici quelques indicateurs répondant à ces caractéristiques : le niveau global, le facteur de crête....

V. ANALYSE TEMPORELLE DES VIBRATIONS DE TYPE IMPULSIONNEL :

Pour déterminer l'origine d'une anomalie, la reconnaissance de la nature des vibrations est un élément précieux, il est donc intéressant de rechercher des grandeurs physiques ou des indicateurs adaptés à cette reconnaissance, notamment pour savoir s'il s'agit ou non des vibrations de type impulsif et si ces derniers présentent ou non un caractère de gravité. Les vibrations de type impulsif sont généralement engendrées par des chocs qui induisent des vibrations ou 'ondes de chocs' de très courte durée d'amplitude crête importante et se manifestant généralement jusqu'en haute fréquence.

Les indicateurs utilisant ces propriétés sont principalement le facteur de crête et le kurtosis, capables de donner une indication sur un ensemble des vibrations de type impulsionnel et les mesures effectuées dans la plage de résonance plus spécialement destinées à la surveillance des chocs de très courte durée de type écaillage.

1. Facteur de crête :

Le facteur de crête est l'indicateur le plus simple : c'est le rapport de la valeur crête sur la valeur efficace de l'amplitude enregistrée par le capteur. Une vibration de type sinusoïdal aura un facteur de crête voisin de $\sqrt{2}$, alors qu'une vibration de type impulsionnel aura un facteur de crête beaucoup plus important. Cet indicateur permet une détection plus précoce [BRUEL & KJAER]. Le facteur de crête suit une évolution caractéristique au fil de l'aggravation du défaut de roulement (Figure 4.2). A l'apparition du défaut, il reste constant, puis avec l'augmentation des chocs le niveau de crête devient plus élevé alors que la valeur efficace n'est pas influencée. Il en résulte une augmentation significative du facteur de crête. Le suivi de celui-ci représente le même investissement et le même procédé d'exploitation que le niveau global de vibration. Cependant, il permet la détection plus précoce de l'anomalie. Il nécessite toutefois un suivi régulier, puisqu'en fin de vie du roulement, le facteur de crête peut retomber à sa valeur initiale, car la valeur de crête se stabilise alors que la valeur efficace continue d'augmenter. Une seule prise en fin de vie ne permet donc pas de conclure à la présence d'une dégradation. L'inconvénient de ce type d'indicateur est sa sensibilité aux autres sources de vibrations du système. Il n'est utilisable de façon fiable qu'en présence de seuls défauts de roulements, et ne permet pas de détecter tous les défauts.

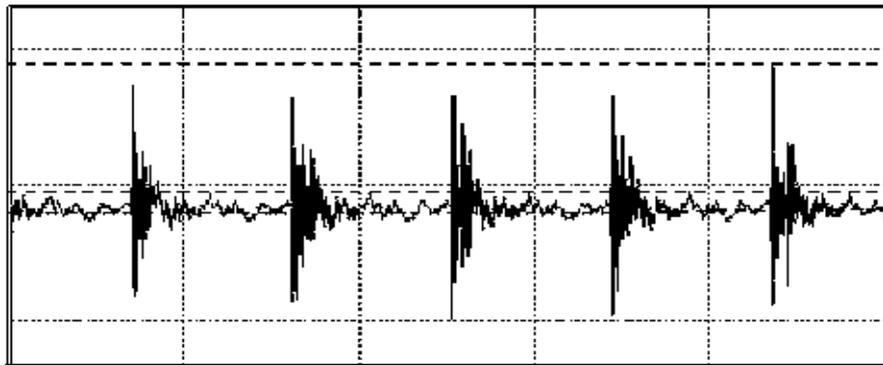


Figure 4.2 : Vibrations excitées par des impulsions des chocs [BAR94]

2. Distribution de l'Amplitude : Kurtosis

L'analyse statistique du signal est un autre indicateur intéressant : les vibrations de type sinusoïdal ou impulsionnel génèrent des allures de courbes de densité différentes. Pour quantifier cette différence, le kurtosis (k), qui dérive du moment statistique d'ordre 4, est le plus représentatif. Le Kurtosis est donné par la formule suivante :

$$k = \int_{-x}^{+x} \frac{(x-x)^4}{\sigma^4} P(x) dx \quad (4.1)$$

Avec :

- ◆ x , l'amplitude du signal,
- ◆ \bar{x} , la valeur moyenne de x ,
- ◆ $P(x)$, la probabilité d'apparition de x ,
- ◆ σ , l'écart type

Concrètement, k quantifie l'aplatissement de la courbe de densité de probabilité du signal enregistré. Un roulement en bon état (ou paradoxalement dont les pistes sont très fortement dégradées) engendre un signal vibratoire dont la distribution de l'amplitude est 'gaussienne'. Pour un roulement dégradé, présentant des écaillages, des indentations ou des jeux importants, l'allure de la distribution de l'amplitude du signal est modifiée et le **Kurtosis** k est supérieur ou égal à 4.

Dans la pratique, on détermine le Kurtosis sur plusieurs bandes de fréquences puisqu'en fonction de l'évolution de la dégradation, le défaut va exciter des modes de résonances dont les fréquences se situent dans des plages de fréquences différentes. Il est bon de noter que, dans le cas d'une forte détérioration du roulement, l'allure de la distribution de l'amplitude redevient gaussienne avec k voisin de trois, mais aussi une augmentation importante de l'amplitude efficace. Comme pour le facteur de crête, il y a lieu de tenir compte simultanément de l'évolution des deux critères : Kurtosis et amplitude efficace.

3. Analyse dans la plage de résonance du capteur :

Appelée parfois aussi mesures des ondes de chocs, elles sont généralement réservées à la surveillance spécifique des roulements, contrairement aux mesures d'amplitude 'classique', qui sont effectuées dans la plage de réponse 'utile' du capteur (plage de linéarité fréquentielle du capteur), ces mesures sont effectuées dans la plage de résonance du capteur utilisé. L'originalité de cette pratique est d'utiliser la résonance du capteur, non seulement comme amplificateur, mais aussi comme filtre qui supprime les basses fréquences et permet ainsi de s'affranchir des phénomènes de type sinusoïdal tels les balourds, désalignement qui se manifestent à la fréquence de rotation et à ces premières harmoniques.

Le principe de ce type de mesures réside donc dans l'emploi d'un capteur de vibrations dont la fréquence de résonance est de l'ordre de 30 kHz et dont on mesure la réponse à l'excitation provoquée par un défaut de type impulsif (écaillage de roulements ou défaut sur des engrenages, ...). Certains constructeurs de matériels de mesure ont établi par expérience une valeur réputée être la valeur de référence mesurée sur un roulement neuf. La différence entre la valeur trouvée et la valeur de référence témoigne de la dégradation du roulement. D'autres, comme Schenck, IRD ou SKF, associent aux valeurs mesurées dans la plage de résonance du capteur, des paramètres d'amplitude plus traditionnelles telle la valeur efficace et le facteur de crête pour définir des indicateurs spécifiques de mesure dont le nom est propre à chaque fabricant.

4. Analyse de la Forme d'Onde 'Waveform' :

Une autre technique d'analyse utilisée est la technique de phase et de temps qui est basée sur la comparaison de la forme des signaux mesurés dans des intervalles constants. Cette technique est employée avec succès pour contrôler l'état des machines avec plusieurs pièces identiques (des cylindres et des pistons) chargées à intervalles constants (**Figure 4. 3**).

Les impulsions sont déterminées par la façon dont le carburant brûle et comment les pistons et les valves fonctionnent. Par comparaison des vibrations des différents cylindres induites par les différents impacts et des vibrations en conditions de temps initiales, La forme et l'amplitude rend possible la détection des défauts des machines à piston et des systèmes d'allumage et de distribution. La comparaison des paramètres de l'impulsion permet un diagnostic assez simple des unités qui sont les sources de ces impacts. Mais, en même temps, ces impulsions fortes entravent l'analyse des vibrations produites par d'autres sources, par exemple, les vibrations des paliers du vilebrequin. Par conséquent, cette technique d'analyse n'est pas la seule utilisée dans le diagnostic des moteurs à combustion interne.

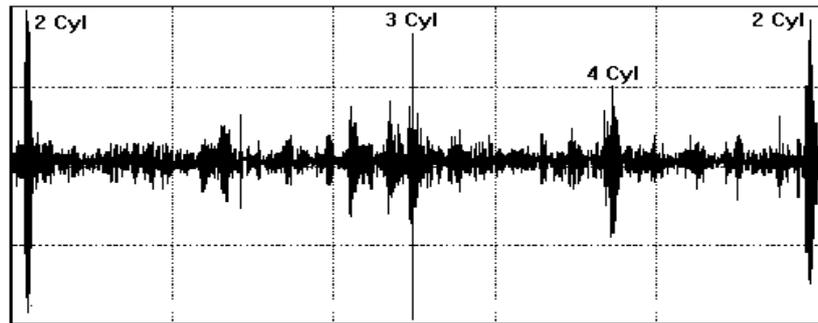


Figure 4.3 : Spectre de vibrations d'un moteur à piston mesuré entre le cylindre 2 et 3 [BAR94]

Une autre technique est employée pour comparer la forme du signal à une forme standard. L'information du diagnostic peut être trouvée dans les rapports entre les amplitudes et les phases de certains composants et de leurs harmoniques. Cette technique est appliquée pour l'analyse des vibrations, du bruit, de pression et aussi bien, le courant et la tension des machines électriques. Par exemple, on considère la **Figure 4.4** qui montre la forme des signaux des vibrations mesurés sur un transformateur sans défauts et avec une saturation magnétique du noyau actif. L'analyse du signal de vibration montre que la saturation magnétique du noyau actif est suivie par une déformation de la forme d'onde et de l'augmentation des composants des vibrations aux harmoniques de l'alimentation d'énergie.

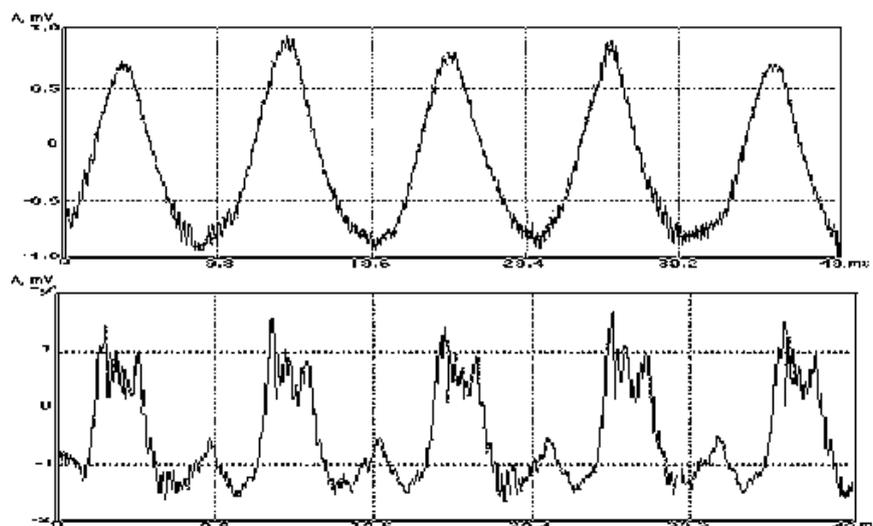


Figure 4.4 : Forme d'ondes temporelles des vibrations du noyau d'un transformateur fonctionnant dans des conditions normales et sous la surcharge (saturation) magnétique du noyau actif [BAR94].

Toutes les techniques ci-dessus ont une limitation commune pour le diagnostic d'état pour détecter des défauts naissants. Le problème est que les variations des paramètres des mesures excèdent typiquement les changements indiquant les défauts naissants même dans les machines non défectueuses.

VI. ANALYSE SPECTRALE DES SIGNAUX VIBRATOIRES DES MACHINES:

Le signal mesuré est considéré comme une combinaison des réponses des composants constituant le système. La plupart des fréquences caractéristiques sont proportionnelles à la fréquence de rotation des arbres. Mathématiquement, un signal quelconque $f(t)$ peut être décomposé en signaux sinusoïdaux élémentaires. L'analyse spectrale consiste à identifier la fréquence et l'amplitude de ces sinus, ce qui permet de tracer la représentation amplitude / fréquence du signal. Ainsi cette analyse permet de mettre en évidence les différentes périodicités dans le signal original. Pour obtenir le spectre $F(\nu)$ de $f(t)$, on applique la fonction mathématique transformée de Fourier :

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-j2\pi \nu.t) dt \quad (4.2)$$

Numériquement, la transformée de Fourier discrète correspondante s'exprime comme suit :

$$F(k) = F(k\Delta \nu) = \frac{1}{N} \sum_{N=0}^{N-1} f(n) \exp(-j2\pi k \frac{n}{N})$$

$$f(n) = f(nt_e) = \sum_{N=0}^{N-1} F(k). \exp(j2\pi k \frac{n}{N}) \quad (4.3)$$

Elle est calculée à partir d'un signal discret de N points. Pour une fréquence d'échantillonnage fixée plus le vecteur signal est grand, plus la résolution en fréquence est fine.

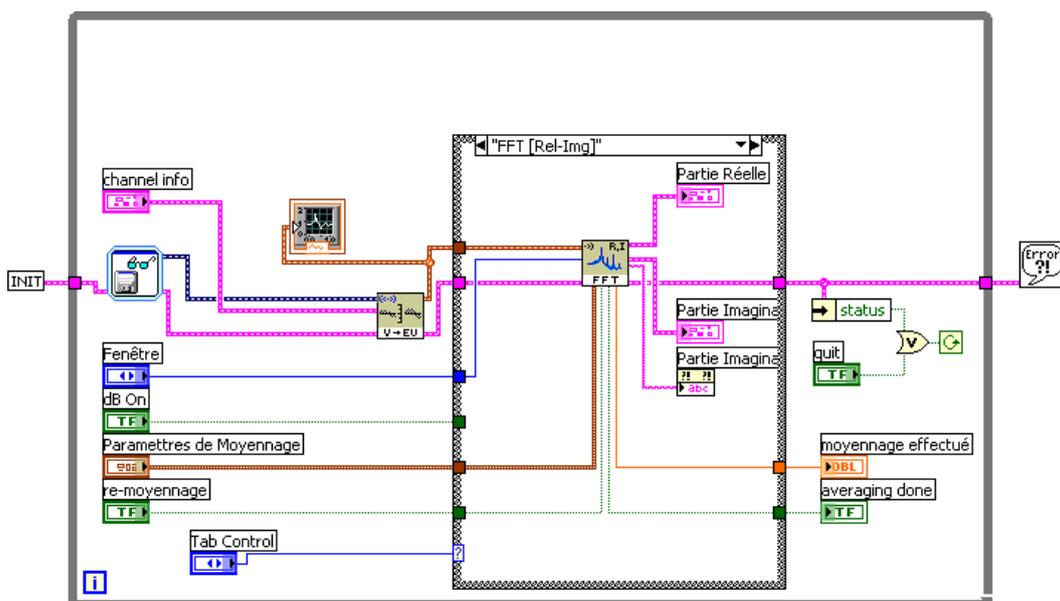


Figure 4.5 : Organigramme de calcul du spectre fréquentiel

L'interprétation d'un spectre consiste à trouver l'origine cinématique des composantes ou familles de composantes les plus énergétiques. La lecture d'un spectre nécessite donc le maximum de renseignements concernant les conditions de fonctionnement du système : type de roulement, vitesse de fonctionnement, nombre de dents des engrenages, ...

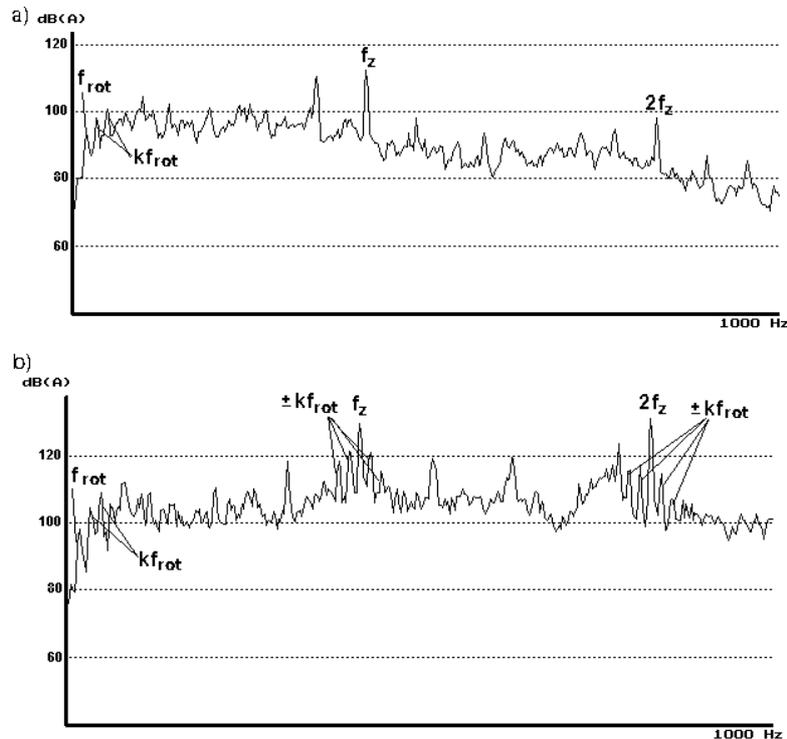


Figure 4.6 : Spectres caractéristiques de signaux d'accélération aux paliers d'une transmission de puissance par engrenages [BAR94].

Les familles de composantes émergentes sous l'influence de défauts peuvent se présenter tant sous forme de peignes de raies que sous forme de bandes latérales de modulation autour d'une fréquence cinématique (fréquence d'engrènement, fréquence de rotation ...) (**Figure 4.6**). L'identification visuelle de ces fréquences sur le spectre n'est pas toujours évidente. On utilise alors l'outil **cepstre**, adapté à la mise en évidence des défauts induisant des chocs périodiques ou une modulation en amplitude.

Le spectre est à la base de tout diagnostic. Il permet de visualiser, à la façon d'un électroencéphalogramme en médecine, l'état de santé de la machine surveillée; l'origine de chaque composante ou famille de composantes est identifiée en fonction des caractéristiques cinématiques des différents organes constitutifs et de leurs vitesses de rotation.

1. Représentation graphique d'un spectre :

Le choix des échelles permettant la représentation graphique d'un spectre est déterminant dans la lisibilité de ce dernier :

- ✓ Si l'échelle de l'axe des ordonnées est linéaire en unité physique, le spectre ne met en évidence que les raies d'amplitude prépondérantes et 'noie' dans le bruit de fond des raies de faible amplitude, qui véhiculent souvent des informations déterminantes.
- ✓ Si l'échelle de l'axe des ordonnées est en décibel, le spectre en revanche montre les composantes d'amplitudes très élevées et met aussi en évidence les composantes de faibles amplitudes et les familles d'harmoniques (multiple d'une fréquence donnée) ou de bandes latérales de modulation riches en informations pour le diagnostic.

Il s'agit bien évidemment d'une représentation graphique, l'amplitude des composantes pouvant toujours rester exprimée en unité physique. La correspondance entre décibel et unité physique est donnée par la relation suivante :

$$L(\text{en dB}) = 10 \text{Log}(A/A_0)^2 = 20 \text{Log}(A/A_0) \quad (4.4)$$

L : La valeur de la variation de la grandeur mesurée

A : La valeur de la grandeur mesurée par unité physique

A_0 : Une valeur de référence dans la même unité, qui peut être fixée conventionnellement par des normes ou prise égale à 1'unité physique.

2. Qualité d'un spectre :

La qualité d'un spectre dépend de sa capacité à mettre en évidence les fréquences qui permettent d'identifier les défauts recherchés. Elle est donc principalement liée à :

- ✓ La résolution ou l'aptitude à dissocier deux composantes de fréquences proches. Cette résolution pourra être améliorée de façon spécifique non seulement en ayant recours à un zoom, mais aussi en découpant la plage de fréquences et en réalisant un spectre dont la résolution est adaptée à chacune des parties obtenues.
- ✓ La possibilité d'observer deux composantes de fréquences proches, même si l'une des deux présente une amplitude importante vis-à-vis de l'autre, tendant ainsi à la reléguer dans le bruit de fond. Très souvent, des composantes d'amplitude faible devant un balourd ou un défaut d'engrènement sont en fait révélatrices de défauts parfois très graves et le diagnostiqueur doit pouvoir les observer.

C'est pourquoi l'utilisation des échelles logarithmiques ou en décibel pour représenter les amplitudes est recommandée. Elles seules permettent, sur un même écran, visualiser des composantes d'amplitudes aussi différentes que celles induites par l'engrènement d'un train d'engrenage et la déformation des arbres supports.

VI.1. Suivi des Indicateurs en Mode global 'Large Bande' :

Le mouvement vibratoire global induit par le fonctionnement normal ou anormal de la machine est caractérisé ici par un indicateur dont l'évolution sera suivie de manière périodique ou continue. Le niveau global NG est donné par la relation suivante :

$$NG = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + \dots} \quad (4.5)$$

Avec : A, B, C, D, \dots les amplitudes respectives des composantes du spectre. L'avantage de ce type d'indicateur de défaut est sa simplicité et son petit investissement. Il suffit en effet de traiter les mesures d'accéléromètres et de ne saisir régulièrement qu'une seule valeur. Ce type de suivi permet ainsi de connaître l'état vibratoire de la machine et d'en surveiller l'évolution, sans pouvoir toutefois déterminer la cause de la vibration (par exemple, un balourd ou un désalignement). En surveillance périodique, ce suivi sommaire et approximatif ne nécessite qu'un appareillage simple.

Il est utilisé généralement pour mettre en évidence les machines d'un parc qu'il va falloir surveiller plus étroitement par des mesures rapprochées. Ce suivi également souvent utilisé en surveillance continue des machines tournants très rapidement afin de les stopper avant avarie grave ou accident : on utilise alors des appareils simples installés à post fixe sur les machines. Cette technique ne permet pas de détecter des défauts naissants et certaines avaries comme l'apparition d'un écaillage sur un élément roulant.

1. Danger de l'effet de masque :

L'effet de masque est l'écueil le plus sérieux de ce type de suivi et limite considérablement le domaine d'utilisation et la fiabilité. Généralement, ce sont les amplitudes efficaces des indicateurs qui sont mesurées. Compte tenu de l'élévation au carré, il est certain que cette valeur du NG est essentiellement sensible à l'évolution de défauts induisant des vibrations d'amplitude élevée et qu'une évolution importante d'un défaut induisant des vibrations d'amplitude moindre (mais pas forcément de gravité moindre) risque d'être complètement masquée. Il est difficile avec ce type de suivi de déterminer les seuils d'intervention ; si l'on arrête la machine à une valeur fixe, elle pourrait être fréquemment stoppée pour des problèmes peu importants de balourd et, en revanche, ne pas l'être pour le problème du roulement, bien que celui-ci présente des signes proches de la casse. Lorsque, dans le suivi en mode global 'large bande', les indicateurs sont mesurés en amplitude crête, le danger d'effet de masque est encore plus net. En effet, la valeur de la mesure est celle de l'amplitude de la composante maximale enregistrée pendant la durée de cette mesure, ce qui occulte ainsi tous les phénomènes se manifestant à un autre instant du cycle.

2. Possibilité d'Amélioration :

Parmi ces possibilités, nous notons :

- a. Optimisation de la formule de corrélation du niveau global
- b. Un découpage de la bande passante en bandes de fréquences.

a. Optimisation de la formule de corrélation du NG :

L'expression du niveau global peut être transformé de sorte que les amplitudes des composants du spectre seront multipliées, et non pas ajoutées. L'amplitude résultante du spectre A devient alors [BAR94] :

$$A = \prod_{j=1}^{N_i} A_{f_j} \quad (4.6)$$

A_{f_j} : Amplitude de la $j^{\text{ième}}$ composante du spectre généralisé.

N_i : Le nombre des composantes du spectre généralisé.

L'amplitude résultante du spectre A est uniformément sensible aux changements ou à l'apparition des composants vibratoires faibles ou forts. Ainsi qu'à l'apparition des bandes latérales faibles qui se produisent dans le spectre de vibration quand la composante harmonique forte (porteuse) est modulée par un certain signal.

Cet algorithme peut être optimisé aussi, par l'introduction de certains coefficients de pondération sur les amplitudes des composants d'importance particulière du spectre [BAR94], l'expression du niveau globale devient alors :

$$L = \frac{1}{\sum_{j=1}^{N_i} C_j} \sum_{j=1}^{N_i} C_j L_{f_j} + 10 \log N_i \quad (4.7)$$

L_{f_j} : Niveau de la $j^{\text{ième}}$ composante du spectre.

C_j = Coefficient de pondération pour les composantes particulières ($C_j=1$ pour les composantes aléatoires).

L'application de la méthode du niveau global des spectres généralisés de vibrations pour la surveillance des machines tournantes permet de :

- Diminuer la quantité de travail d'analyse des vibrations mesurées et de simplifier le problème de son automatisation sans perte d'information utile pour le diagnostic.
- Minimiser le nombre de points de mesure sur la machine.

b. Découpage de la Bande Passante en Bandes de Fréquences :

Pour minimiser le danger d'effet de masque lors du suivi des indicateurs en mode global 'large bande', certains appareils offrent la possibilité de mesurer les indicateurs à l'intérieur de plusieurs bandes de fréquences définies par l'utilisateur et de suivre l'évolution du niveau global à l'intérieur de chacune de ces bandes. Cette technique est aisée à mettre en place et à exploiter lorsqu'il est possible de :

- ✓ Définir des bandes de fréquences bien dissociées en fonction des principaux défauts redoutés sur la machine à surveiller.
- ✓ Fixer, pour chacune de ces bandes, un seuil d'intervention et un indicateur différents si nécessaire.

Le suivi des indicateurs en mode global par bandes de fréquences est une technique pratique, incontestablement plus fiable que le simple suivi en mode global 'large bande' (**Figure 4.7 et 4.8**).

Il permet de minimiser l'effet de masque, mais reste insuffisant chaque fois que subsiste la possibilité de cohabitation de composantes vibratoires correspondant à plusieurs défauts d'amplitude et de gravité différentes, et ce, à l'intérieur d'une même bande de fréquences.

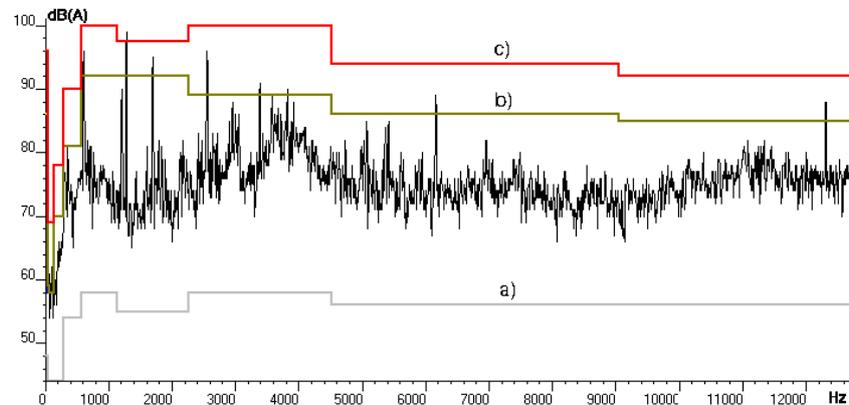


Figure 4.7 : Surveillance des vibrations d'une machine par bandes de fréquences

- a) Niveau bas du signal vibratoire
- b) Niveau moyen du signal vibratoire
- c) Niveau haut du signal vibratoire

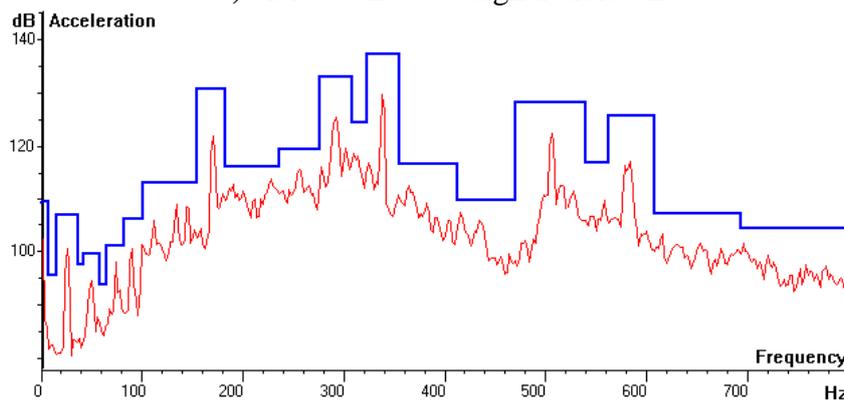


Figure 4.8 : Spectre Global avec seuil d'alarme. Habituellement les seuils d'alarme sont fixés par l'opérateur guidé par son expérience et les caractéristiques et spécifications de conception de machines [BAR94].

VI.2. Suivi de la Forme Spectrale des Indicateurs par Comparaison avec un Gabarit (Spectre à Bande Etroite) :

Cette technique de dépistage consiste à comparer le spectre vibratoire de la machine surveillée à un gabarit. Ce gabarit est déterminé à partir d'un spectre dit spectre de base ou spectre de référence obtenu dans des conditions identiques, à un moment où l'état de l'installation a pu être considéré comme satisfaisant. Une alarme peut être déclenchée dès que l'amplitude d'une composante dépasse le seuil défini, pour cette composante, par le gabarit. Contrairement au suivi en mode global par bandes de fréquences où la largeur des bandes à observer est fixée par l'utilisateur en fonction de la cinématique de la machine à surveiller, le gabarit est établi manuellement ou automatiquement autour du spectre de référence 'signature' avec un léger débatement fréquentiel sur chaque bande du gabarit, car la vitesse peut légèrement changer d'une mesure à l'autre. Tout changement significatif du nouveau spectre se traduit par un dépassement du gabarit, qui déclenche l'alarme.

Cependant, il est impossible de couvrir une large plage de fréquences avec un seul spectre sans rencontrer les écueils des techniques précédemment évoquées, et notamment l'effet de masque. Un exemple d'un spectre à bande étroite est présenté sur la **Figure 4.9**. Quand un défaut s'est produit dans un des pignons dans un réducteur de vitesses, les harmoniques de la fréquence d'engrènement f_z et $2f_z$ ont été modulées par la fréquence de rotation. Un certain nombre de bandes latérales peuvent être trouvées dans le spectre à bande étroite (**Figure 4.10**).

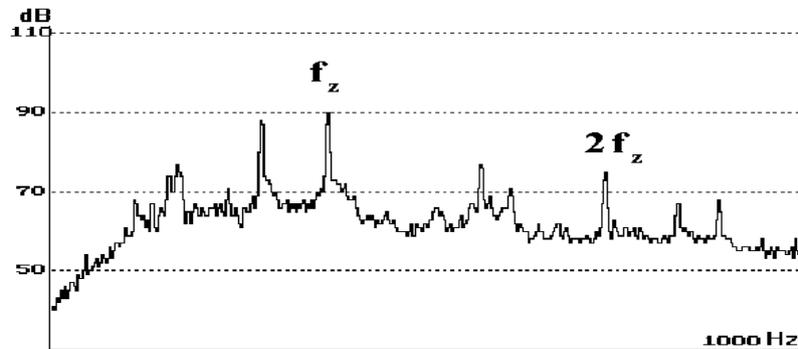


Figure 4.9 : Spectre à bandes étroites sans défauts d'un réducteur de vitesse.

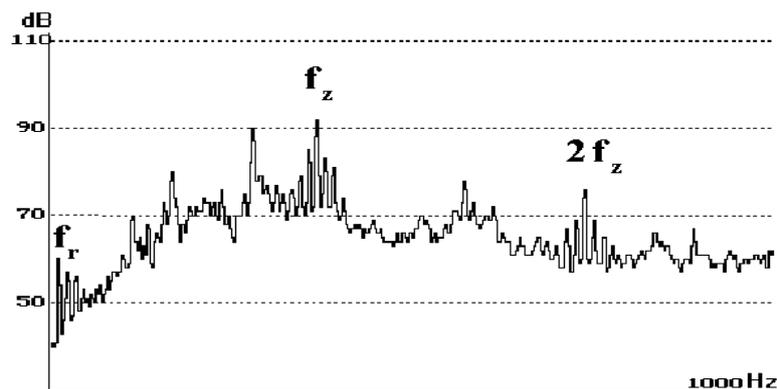


Figure 4.10 : Spectre à bande étroite du même réducteur de vitesse avec une dent usée [BAR94]

VI.3. Conclusion :

Car le spectre global de vibration contient l'information principale du diagnostic, il est possible de l'employer non seulement pour la détection des changements de l'état des vibrations de la machine, mais d'identifier également les raisons de tels changements. Le suivi de la forme spectrale des indicateurs par comparaison avec un gabarit est plus fin et plus fiable que la technique du niveau global 'large bande'. Il permet généralement d'éviter que l'apparition et l'évolution de nouveaux pics puissent passer inaperçues, pour peu que la résolution choisie pour le gabarit soit en rapport avec la fiabilité désirée. Le seul point faible commun de l'analyse des spectres en mode global et à bande étroite est que ces méthodes sont peu sensibles aux modulations d'amplitudes des composants aléatoires des vibrations. Ce problème peut être surmonté par l'analyse d'enveloppe des composants aléatoires des vibrations mesurées dans les points de référence de la machine.

VII. ANALYSE EN BANDES D'OCTAVES (SPECTRES À POURCENTAGE DE BANDE CONSTANT 'PBC') :

On utilise des échelles logarithmiques pour la fréquence, aussi bien en acoustique qu'en vibrations de machines. Dans la pratique, pour caractériser le bruit par un ensemble de valeurs réduit, on découpe le domaine des fréquences en bandes d'octaves ou de tiers d'octaves. La largeur d'une bande d'octave est telle que sa fréquence supérieure vaut le double de sa fréquence inférieure. En acoustique appliquée, dans le but de simplifier les procédures de mesures et de permettre la comparaison directe de résultats, on utilise des fréquences normalisées. Chaque bande de fréquence normalisée est repérée par sa fréquence centrale. Pour des raisons pratique, les valeurs sont arrondies.

Octaves	31.5			63			125			250		
Tiers d'octaves	25	31.6	40	50	63	80	100	125	160	200	250	316

Octaves	500			1000			2000		
Tiers d'octaves	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500

Octaves	8000			16000		
Tiers d'octaves	6300	8000	10000	12500	16000	20000

Tableau 1 : Fréquences Centrales de bandes d'octaves et de tiers d'octaves (Hz)

Les filtres d'octave ou de tiers d'octave sont des filtres dont les bandes passantes sont d'une octave ou d'un tiers d'octave. La fréquence centrale d'un filtre est la moyenne géométrique de ses fréquences de coupure, elle est donnée par le tableau suivant :

1 Octave	1/3 Octave
$\nu_2 = 2.\nu_1$	$\nu_2 = \sqrt[3]{2}.\nu_1$
$\nu_c = \sqrt{2}.\nu_1$	$\nu_c = \sqrt[6]{2}.\nu_1$
$\frac{\Delta\nu}{\nu_c} = 71\%$	$\frac{\Delta\nu}{\nu_c} = 23\%$

Tableau 2 : Calcul de la fréquence Centrale de bande d'octave et de tiers d'octave (Hz)
 ν_1 : Fréquence inférieure. ν_2 : Fréquence supérieure. ν_c : Fréquence centrale;

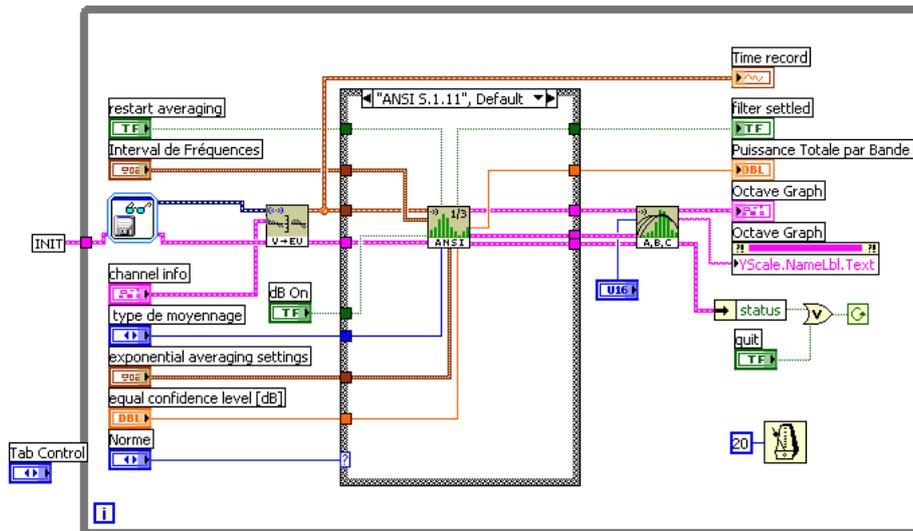


Figure 4.11 : Organigramme de calcul du spectre en 1/3 d'octave par synthèse FFT

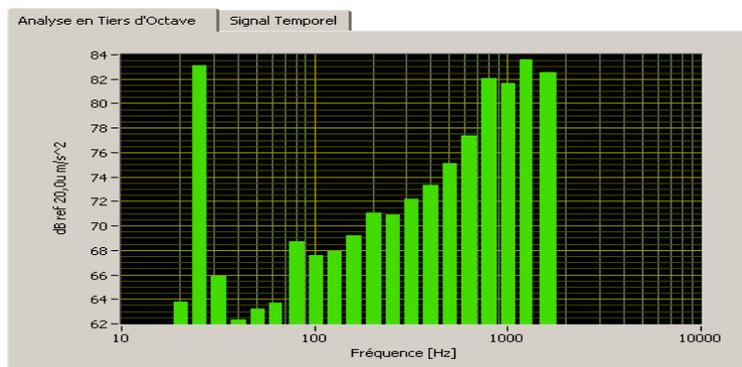


Figure 4.12 : Spectre en tiers d'octave d'un signal relevé sur le palier 01 du banc d'essais

VII.1. Analyse en Bandes d'octave par Filtrage Numérique :

Cette technique de traitement du signal vient de la nécessité d'obtenir des spectres octave ou 1/3 octave pour la mesure de manière temps réel. Il est ainsi possible de suivre tous les changements du signal et d'obtenir le spectre plus vite qu'avec les analyseurs à bande fine. Les filtres numériques utilisés sont communément appelés : filtres récursifs à 2 pôles.

L'analyse en bandes de tiers d'octave par filtrage numérique consiste en l'application de 3 filtres. La première étape est donc de définir les coefficients pour les trois filtres afin qu'ils s'appliquent aux tiers d'octave haut, médium et bas. Lorsque les coefficients des filtres sont connus, le principe de l'analyse en bandes de tiers d'octave est d'appliquer les trois filtres sur le signal, d'effectuer sur celui-ci un sous échantillonnage de facteur 2 (avec filtrage passe-bas) puis de recommencer le calcul sur le signal sous échantillonné. Et ceci jusqu'à ce que la bande minimum requise soit atteinte. En pratique, les filtres récursifs à deux pôles sont mis en cascade pour obtenir les pentes nécessaires respectant la normalisation **CEI 1260**. On obtient alors des filtres multi pôles. L'un des nombreux avantages du filtrage numérique est la possibilité de réaliser n'importe quelle pente et n'importe quelle fréquence centrale avec le même principe, en changeant uniquement les constantes de calcul.

VII.2. Analyse en Bandes d'Octave par Synthèse FFT :

Les spectres par bandes d'octave et 1/3 d'octave peuvent être obtenus aussi par synthèse **FFT** par recombinaison et ceci de manière temps réel (sans perte d'échantillons) même si le calcul est réalisé en temps différé. Avec la méthode FFT, les bandes d'octave ou de tiers d'octave seront synthétisées à partir du spectre de bande fine. Un minimum de lignes par bande étant nécessaire pour calculer une octave ou un tiers d'octave. La bande de fréquence la plus basse disponible pour l'analyse est limitée. Cependant, cette méthode est habituellement plus rapide que la méthode par filtrage numérique.

Cette technique permet de créer une nouvelle représentation du spectre consistant à supprimer un grand nombre de points dans le domaine spectral, en scannant le graphe avec un pas variable tel que : $\Delta\nu/\nu = Cte$. Δf Représente une largeur variable de bande de fréquence. On commence à une valeur faible de ν , puis on calcule $\Delta\nu$ et on remonte au ν suivant par $\nu = \nu + \Delta\nu$; on réitère ensuite le processus. Pour chaque largeur de bande donnée, une recherche de maximum est réalisée, et l'ensemble des points de la bande en cours est remplacé par le maximum déterminé.

Cette méthode fournit un signal épuré, ayant conservé l'essentiel de ses caractéristiques. Il existe tout de même une perte d'informations, en particulier dans les hautes fréquences, car pour garder un ratio constant, il est nécessaire d'augmenter $\Delta\nu$, lorsque ν augmente. La comparaison des spectres à pourcentage de bande constant est plus efficace que l'analyse du niveau global de vibration. En effet, le niveau global n'augmente que si la plus forte composante du spectre augmente. Cependant, le spectre à **PBC** présente une allure significative de la présence d'un défaut bien avant que le niveau global ait atteint une valeur suffisamment importante.

Cependant, le suivi des spectres à **PBC** est plus complexe que celui du niveau global de vibrations et du facteur de crête, puisqu'il s'agit d'observation de l'allure générale du spectre, ou tout au moins de plusieurs zones du spectre. Cette méthode ne permet pas de détecter uniquement les défauts du déséquilibre, du désalignement, des jeux, etc. ... mais il est possible d'accéder aux défauts de roulements [**BRUEL & KJAER**]. Le déséquilibre ou le désalignements provoquent dans un spectre des pics émergents à basses fréquences, alors que les défauts de roulements entraînent une augmentation de niveau dans les hautes fréquences. L'utilisation du spectre à pourcentage de bande constante permet de dissocier les deux sources d'anomalie.

VII.3. Conclusion :

L'analyse en bande d'octaves ou 1/3 d'octaves par synthèse FFT est un outil de suivi, de recherche et de diagnostic et s'avère nécessaire pour les mesures acoustiques (elle se rapproche de la sensibilité fréquentielle de l'oreille de l'être humain). Elle est demandée dans la grande majorité des normes. Elle est aussi utile lors des mesures sur machines tournantes dont la vitesse fluctue légèrement car elle permet une comparaison plus facile des signatures (Mode détection en Maintenance Conditionnelle). La largeur de bande gommait cette fluctuation. Ce mode d'analyse sert également en contrôle qualité. Cette analyse est sans compromis et donc plus facile à utiliser. C'est un outil normatif et simplificateur en terme de résultats (moins de valeurs à lire ou à comparer sur un spectre).

VIII. L'ANALYSE CEPSTRALE :

Généralement, on distingue deux types de structures périodiques dans le spectre :

- Les peignes de raies qui correspondent à des familles de composantes dont les fréquences ν_k sont des multiples entiers d'une fréquence de base ν_0 : $\nu_k = k.\nu_0$.
- Les familles de bandes latérales de modulation qui représentent les composantes de fréquences ν_{p0} autour (de part et d'autre) d'une composante centrale de fréquence ν_0 avec un pas d'espacement constant ν_m : $\nu_{p0} = \nu_0 \pm p.\nu_m$ p : (nombre entier positif).

La lecture de l'ensemble de ces interactions se trouve grandement compliquée. Il est donc nécessaire de définir des indicateurs qui permettront de mettre 'clairement' en évidence le défaut recherché. Le 'cepstre' (anagramme du mot spectre) est un opérateur mathématique qui, associé à un spectre, permet d'identifier et de quantifier immédiatement toutes les structures périodiques (peignes de raies ou familles de bandes latérales) contenues dans le spectre original [DAL00]. Il est en quelque sorte le spectre d'un spectre logarithmique, il est défini comme étant la Transformée de Fourier inverse du logarithme du spectre de puissance [COU03], [BRE02] :

$$C(\tau) = TF^{-1}[\log_{10}(F(\nu))] \quad (4.8)$$

L'une des premières applications du cepstre fut l'étude des signaux contenant des échos. Il a aussi été utilisé en analyse vocale (Capdessus *et al.* 1977) pour la détection du contenu harmonique et des formants de la voix. Différentes approches théoriques ont été faites dans ce sens (Bigret *et al.* 1994; Badaoui *et al.* 1997). La variable τ , qui a la dimension d'un temps, représente les périodes d'oscillations des réponses impulsionnelles et les périodes des répétitions et de modulation des forces d'excitations. On appelle τ , la Quéfrencé (anagramme du mot fréquence) en milliseconde.

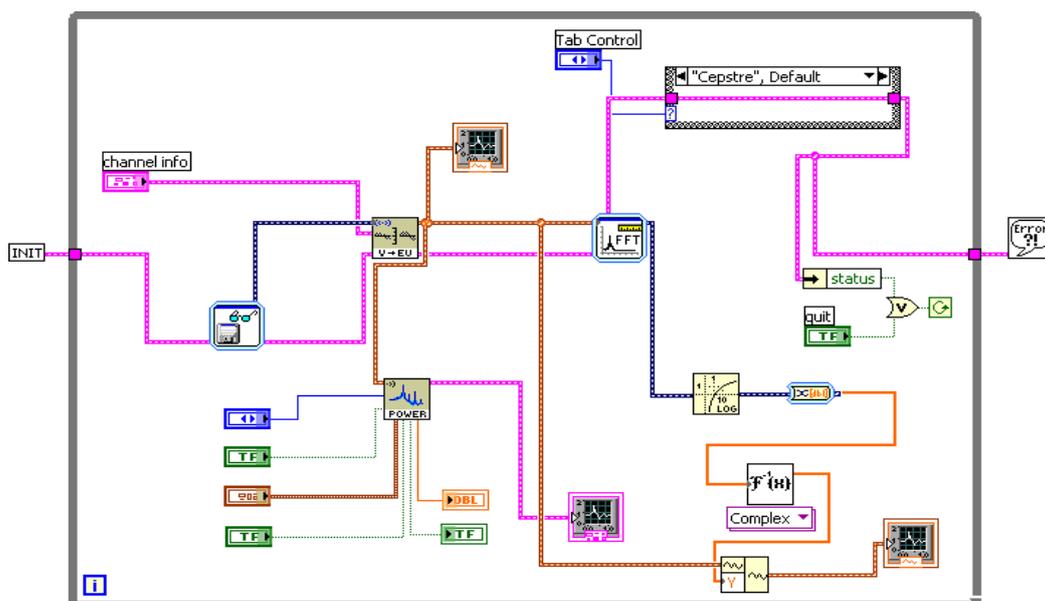


Figure 4.13 : Organigramme de calcul du Cepstre

Les fréquences de résonance des structures rigides sont hautes et par conséquent leurs périodes d'oscillations τ tendent vers des valeurs très faibles. Les fréquences de répétition (peignes de raie) ou de modulation, générées par les forces d'excitation, se manifestent à des fréquences faibles ou moyennes, de l'ordre de la fréquence de rotation et par conséquent leurs périodes se manifestent à des valeurs moyennes ou grandes. Une petite qu'éfrencce représente des espacements grands entre les fluctuations dans le spectre et une haute qu'éfrencce des espacements petits.

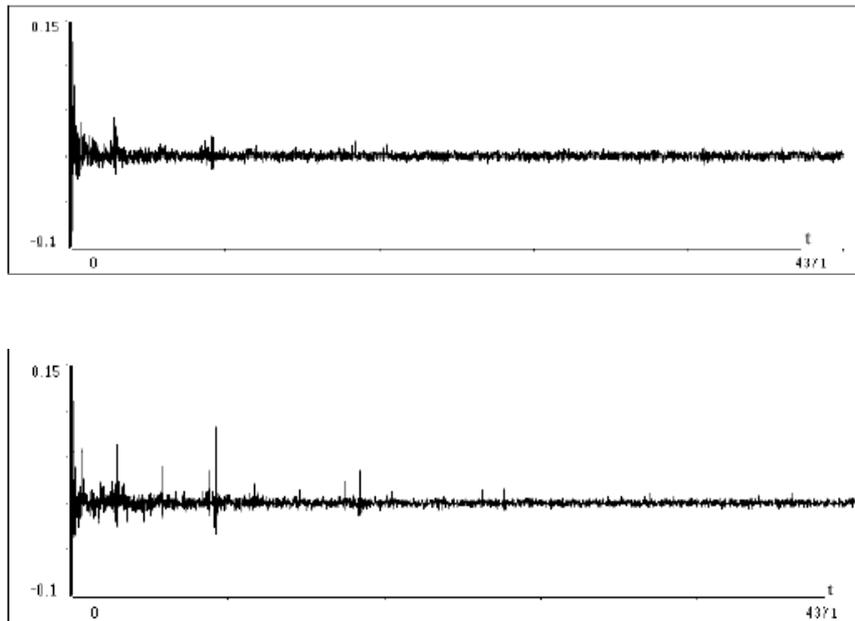


Figure 4.14 : Analyse Cepstrale d'un réducteur sans et avec défaut local d'engrenages [BADAoui Et GUILLET 1998]

1. Attribut supplémentaire du Cepstre :

Le logarithme du spectre est pris avant l'opération de transformée inverse, il s'agit là d'un des principaux intérêts de cet outil pour notre application. En effet les signaux d'accélérations recueillis au niveau du capteur placé sur la structure surveillée caractérisent le signal vibratoire. Ils sont le produit de convolution d'une force d'excitation $e(t)$ par la réponse impulsionnelle $h(t)$ de la structure de la machine au point de fixation du capteur (Boulanger *et al.* 1998) :

$$S(t) = h(t) * e(t) \quad (4.9)$$

L'insertion de cette expression dans l'équation (4.8), donne :

$$C[S(t)] = TF^{-1}[\log_{10} TF[h(t) * e(t)]] \quad (4.10)$$

La transformée de Fourier du produit de convolution des de deux fonctions est égal au produit des transformées de Fourier de chacune d'elles, et donc l'équation (4.10) devient :

$$C[S(t)] = TF^{-1}[\log_{10} TF[h(t)]] + TF^{-1}[\log_{10} TF[e(t)]] \quad (4.11)$$

Le logarithme a pour effet de transformer la multiplication en addition, ce qui nous a permis de séparer les signaux et de mettre en évidence les composantes spectrales de faibles amplitudes. Enfin, le cepstre du signal vibratoire est donc la somme de deux cepstres :

$$C[S(t)] = C[h(t)] + C[e(t)] \quad (4.12)$$

- La fonction $C[h(t)]$ représentant le cepstre de la réponse impulsionnelle de la structure sur laquelle est fixée le capteur;
- La fonction $C[e(t)]$ représentant le cepstre des forces d'excitation, c'est précisément cette partie qui nous intéresse.

En conséquence les amplitudes des composantes cepstrales liées aux forces d'excitation sont indépendantes de la position du capteur sur la structure; elles dépendent uniquement de la direction de mesurage. Cette propriété prend toute son importance en milieu industriel où l'endroit le plus judicieux pour placer le capteur ne coïncide que rarement avec l'espace accessible de la machine.

Les informations issues de la réponse impulsionnelle se trouveront donc plutôt dans la partie gauche de la représentation cepstrale (haute fréquence), alors que celles propres aux forces d'excitation se situeront plutôt à partir de la zone centrale. L'amplitude d'une, ou plusieurs, composantes cepstrales fondamentales est représentative de l'émergence d'une famille de composantes dans le spectre. C'est l'analyse de chacune d'entre elles qui nous permet alors d'effectuer un diagnostic. D'autre part, il est possible, dans le cas d'une excitation par chocs périodiques, d'éliminer les sources d'excitation par filtrage du cepstre et d'accéder à la fonction de transfert 'réponse de la structure aux sollicitations' en calculant un nouveau spectre à partir du cepstre modifié.

2. Conclusion :

Recourir à la représentation cepstrale se révèle très intéressant puisque l'apparition et l'évolution dans le temps de toute une famille de composantes, induites par un défaut, peuvent être suivies par une seule valeur: l'amplitude de la composante dans le cepstre correspondant à la période caractéristique de l'avarie. Le cepstre permet d'avoir des indicateurs de dépistage adaptés à la recherche de défauts dont on connaît la fréquence d'apparition, et qui induisent à des stades plus ou moins avancés, des énergies vibratoires peu importantes. Cette fonction (transformé inverse du logarithme du spectre) permet, dans un spectre, de rechercher d'identifier et de quantifier rapidement toute famille de composantes périodiques. Ces familles de composantes peuvent se présenter tant sous forme de peignes de raies que sous forme de bandes latérales de modulation autour d'une fréquence cinématique (fréquence d'engrènement, fréquence d'encoches, fréquence de rotation, ...).

L'identification visuelle de ces familles sur le spectre n'est pas toujours évidente (notamment lorsqu'elles se superposent). Le cepstre peut être donc utilisé avec succès pour mettre en évidence un certain nombre de défauts induisant des chocs périodiques (par exemple, desserrage, jeux, écaillages de roulements, défauts de dentures) ou une modulation en amplitude ou en fréquence des composantes cinématiques. Il traduit ainsi l'existence d'excentricités ou de fluctuations périodiques de couple ou de vitesse de rotation instantanée causées par des jeux d'accouplement, usure de clavette ou rupture de barre sur moteurs.

Le cepstre permet également de dissocier, dans l'espace 'temps', la réponse impulsionnelle d'une structure et ses sources d'excitation. Il est possible, dans le cas d'une excitation par chocs périodiques, d'éliminer les sources d'excitation par filtrage du cepstre et d'accéder à la fonction de transfert 'réponse de la structure aux sollicitations' en calculant un nouveau spectre à partir du cepstre modifié.

Cette technique permet donc, de :

- ✓ 'Nettoyer' le spectre de ces éléments excitateurs pour ne garder que la réponse de la structure et observer ainsi les variations de la raideur de celle-ci. Ces variations traduites par un glissement en fréquence sont généralement significatives d'une fissuration, d'un défaut de serrage ou d'un défaut d'encrage.
- ✓ 'Nettoyer' le spectre dans le cas où plusieurs familles de composantes cohabitent, afin de n'observer que la famille désirée.

Notons que recourir à la représentation cepstral peut se révéler très intéressant, même en stratégie de dépistage, puisque l'apparition et l'évolution dans le temps de toute une famille de composantes, induite par un défaut de ce type, peuvent être suivies par une seule valeur (l'amplitude de la composante dans le cepstre correspond à la période caractéristique du défaut redouté). Le cepstre permet ainsi d'avoir des indicateurs de dépistage adaptés à la recherche de défauts spécifiques induisant, à des stades de dégradation plus au moins avancés, des énergie vibratoires peu élevées, et que les indicateurs issus des techniques traditionnelles de traitement du signal, les mettent difficilement en évidence.

IX. PHENOMENE DE MODULATION ET TECHNIQUE DE DETECTION D'ENVELOPPE :

Contrairement aux phénomènes de balourd, la plupart des détériorations ou défauts ne sont pas si facile à détecter et à classifier, car un endommagement n'apparaît généralement pas sur une seule fréquence. D'autre part, il arrivera très souvent que les forces d'excitation ne soient pas constantes, ni en amplitude, ni en fréquence. Ils produisent, le plus souvent une signature de fréquence se composant de différents pics dont les amplitudes sont susceptibles de varier de manière périodique. Une détection et une classification sont alors difficiles. C'est le cas des efforts d'engrènement d'un réducteur, qui augmentent et diminuent chaque tour de l'arbre si ce dernier est excentré ou déformé. L'effort principal d'engrènement est à chaque tour combiné à l'effort supplémentaire imprimé par la déformation de l'arbre qui modifie le jeu d'engrènement et la pression exercée sur chaque dent en prise. L'amplitude du signal vibratoire induite par l'engrènement est alors une fonction périodique du temps. On dit alors que ce signal est **modulé en amplitude**.

De même, les jeux d'accouplement et de clavette, les écaillages de denture et de roulements, les rupture de barres rotoriques de moteur, ...etc. entraînent des variations de la vitesse de rotation instantanée des lignes d'arbres affectées par ce défaut et, donc, des variations de fréquences des composantes caractéristiques liées à ces dernières (fréquences de passage des encoches, fréquence d'engrènement, fréquence d'accouplement, ...). Les fréquences de ces composantes deviennent des fonctions périodiques du temps. On dit que ces composantes sont **modulées en fréquence**. Les informations apportées par ces phénomènes de modulation sont souvent déterminantes dans la formulation d'un diagnostic, mais leur décodage nécessite des techniques de traitement du signal spécifiques.

Le phénomène de modulations provoque dans le spectre des bandes latérales autour des fréquences principales du système (fréquence d'engrènement et harmoniques par exemple). Mathématiquement, la modulation en amplitude et en phase peut s'exprimer de la manière suivante [MAX85], [DAL00] :

$$x(t) = A(t)\cos\psi(t) \quad (4.13)$$

Où $A(t)$ exprime la fonction de modulation d'amplitude. La phase instantanée $\psi(t)$ s'exprime comme suit :

$$\psi(t) = \omega_p t + \theta(t) \quad (4.14)$$

Où, $\theta(t)$ exprime la modulation de phase et ω_p (rad/s) représente la pulsation porteuse.

$$x(t) = A(t)\cos(\omega_p(t) + \theta(t)) \quad (4.15)$$

La pulsation instantanée du signal ω_{inst} est égale à la dérivée de la phase instantanée :

$$\omega_{inst} = \frac{d}{dt}(\psi(t)) = \omega_p + \frac{d}{dt}(\theta(t)) \quad (4.16)$$

IX.1. Modulation Harmonique d'Amplitude :

L'amplitude $A(t)$ peut être modulée harmoniquement autour d'une amplitude stable X_1 , avec une variation d'amplitude X_2 et une pulsation de modulation ω_m (rad/s) :

$$A(t) = X_1(1 + X_2 \cos(\omega_m t)) \quad (4.17)$$

La variation d'amplitude X_2 est généralement inférieure à 0.5, alors :

$$x(t) = X_1(1 + X_2 \cos(\omega_m t))\cos(\omega_p t) \quad (4.18)$$

$$x(t) = X_1(1 + X_2 \cos(2\pi\nu_m t))\cos(2\pi\nu_p t) \quad (4.19)$$

ν_p : Représente la fréquence porteuse.

$$x(t) = X_1 \cos(2\pi\nu_p t) + \frac{X_1 X_2}{2} [\cos 2\pi(\nu_p - \nu_m)t + \cos 2\pi(\nu_p + \nu_m)t] \quad (4.20)$$

De ce fait, une modulation harmonique d'amplitude induit sur le spectre de fréquences, deux raies latérales autour d'un pic centrale d'amplitude X_1 et qui se manifeste à la fréquence porteuse ν_p . Cependant, dans le cas réel, le signal de modulation est composé de plusieurs harmoniques, alors, sur le spectre fréquentiel apparaîtra n raies latérales d'amplitudes décroissantes et qui se manifestent aux fréquences $\nu_p \pm n \nu_m$.

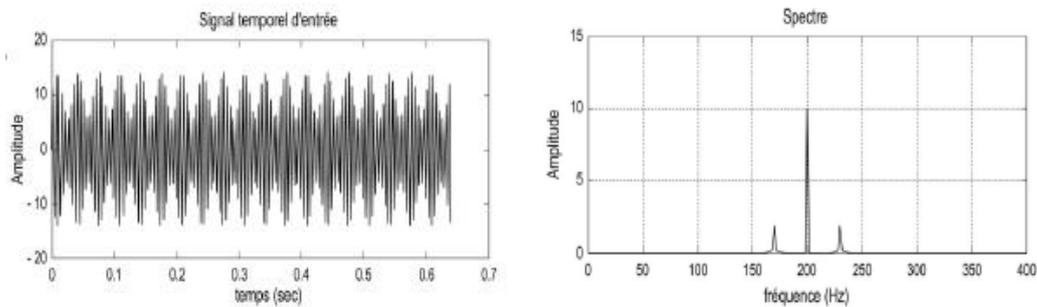


Figure 4.15 : Effet d'une modulation d'amplitude sur le spectre

IX.2. Modulation Harmonique de Phase :

La fonction de modulation harmonique de phase s'exprime comme :

$$\theta(t) = Q \sin(\omega_q t) \quad (4.21)$$

Où Q représente l'amplitude (rad) de modulation de la phase et ω_q , la pulsation de modulation de la phase. L'équation devient :

$$x(t) = A \sin(\omega t + Q \sin(\omega_q t)) \quad (4.22)$$

La pulsation instantanée est la dérivée de la phase instantanée :

$$\omega_{inst} = \frac{d}{dt}(\psi(t)) = \omega + Q \omega_q \cos(\omega_q t) \quad (4.23)$$

La fréquence instantanée du signal n'est donc pas constante, mais varie en fonction de la fréquence et de l'amplitude (rad) de modulation. Le spectre se manifeste par une raie à la fréquence porteuse, plus N raies latérales d'amplitudes décroissantes aux fréquences $\nu \pm N \nu_q$. Plus le défaut est important, plus l'amplitude (rad) de modulation est grande et plus le nombre N de fréquences latérales est grand.

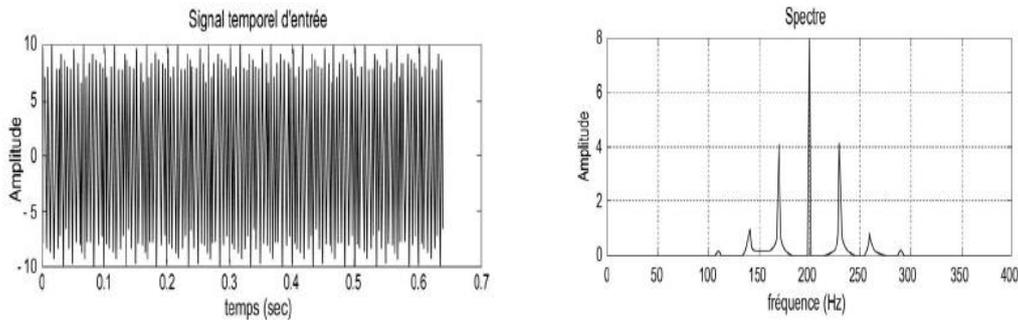


Figure 4.16 : Effet d'une modulation de fréquence sur le spectre

Lorsque les deux critères de modulation harmoniques d'amplitude et de phase sont combinés, on obtient l'équation :

$$x(t) = X_1(1 + X_2 \sin(\omega_m t)) \sin(\omega_p t + Q \sin(\omega_q t)) \quad (4.24)$$

Si les bandes de fréquences latérales $\nu + N \nu_p$ à droite de la fréquence porteuse présentent une amplitude supérieure à celle des fréquences $\nu - N \nu_p$ à gauche de la fréquence porteuse, alors c'est la modulation d'amplitude qui induit la modulation. Si les bandes de fréquences latérales $\nu - N \nu_p$ à gauche de la fréquence porteuse présentent une amplitude supérieure à celle des fréquences $\nu + N \nu_p$, alors c'est la modulation de phase qui induit la modulation.

IX.3. Démodulation par la transformée de HILBERT :

En pratique, cette technique est couramment appelée H.F.R.T (High Frequency Resonance Technique). Cette méthode consiste à filtrer un signal autour d'une fréquence de résonance identifiable sur un spectre large bande (en général 0 Hz - 20 KHz). Le signal ainsi obtenu est démodulé par l'application du transformée de Hilbert. On obtient alors un signal enveloppe auquel on applique la transformée de Fourier. La transformée de Hilbert du signal permet de calculer les fonctions de modulation d'amplitude et de phase ainsi que la fréquence instantané. L'utilisation du transformée de Hilbert pour l'analyse temps / fréquence des signaux est basée sur les signaux aléatoires continus.

- **Le Signal Analytique :**

On définit un signal analytique comme étant une fonction complexe du temps dont le spectre ne contient pas de fréquences négatives. La transformée de Hilbert établit une relation entre les parties réelle et complexe d'un signal causal. La connaissance d'une des deux composantes est donc suffisante pour définir complètement le signal analytique [MAX85], [LON04]. Le signal analytique est défini comme suit :

$$X_A(t) = x(t) + i\hat{x}(t) \quad \text{Avec ;} \quad x(t) = \Re X_A(t) \quad (4.25)$$

$$X_A(\nu) = x(\nu) + i\hat{x}(\nu) \quad (4.26)$$

$\hat{x}(\nu)$ doit vérifier la condition suivante :

$$\begin{cases} X_A(\nu) = 2x(\nu) & \text{si } \nu > 0 \\ X_A(\nu) = 0 & \text{si } \nu < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

La seule fonction qui peut vérifiée cette condition est la suivante :

$$\hat{x}(\nu) = -i x(\nu) \cdot \text{sign}(\nu) \quad (4.28)$$

Avec $\text{sign}(\nu)$ est la fonction signe qui est définie comme suit :

$$\begin{cases} \text{sign}(\nu) = 1 & \text{si } \nu \geq 0 \\ \text{sign}(\nu) = -1 & \text{si } \nu < 0 \end{cases} \quad (4.29)$$

Puisque :

$$-i x(\nu) \cdot \text{sign}(\nu) \Leftrightarrow \frac{1}{\pi t} * x(t) \quad (4.30)$$

Alors;

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t) \quad (4.31)$$

Or ;

$$\frac{1}{\pi t} * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi(t-\tau)} \cdot x(\tau) \cdot d\tau \quad (4.32)$$

Cette dernière fonction est appelée la transformée de Hilbert du signal $x(t)$ d'où ;

$$H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{(t-\tau)} d\tau \quad (4.33)$$

Le signal analytique complexe est défini alors, comme suit :

$$X_A(t) = x(t) + iH\{x(t)\} \quad (4.34)$$

Ce qui peut être exprimé de la manière suivante :

$$X_A(t) = x(t) + iH\{x(t)\} = E(t)e^{i\theta(t)} \quad (4.35)$$

Où $E(t)$ constitue l'enveloppe temporelle de $X_A(t)$ est qui est donné par l'expression suivante :

$$E(t) = |x(t) + iH\{x(t)\}| \quad (4.36)$$

$\theta(t)$ est la phase de $X_A(t)$, donnée par :

$$\theta(t) = \tan^{-1} \frac{H\{x(t)\}}{x(t)} \quad (4.37)$$

L'enveloppe temporelle ainsi obtenue ne fournit pas d'indication proprement dite sur la présence d'un défaut. Cette dernière est rarement directement employée comme outil d'analyse, on utilise plutôt le spectre d'enveloppe. Les indicateurs sont établis donc, à partir de la représentation spectrale [DAL00], [COU03].

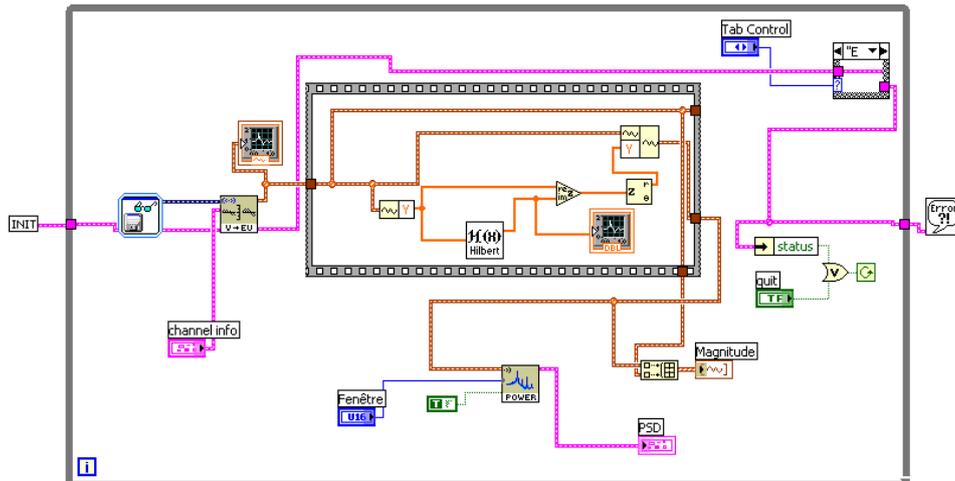


Figure 4.17 : Organigramme de calcul du spectre d'enveloppe

La démarche numérique de calcul de l'enveloppe est la suivante. On applique la Transformée de Fourier au signal temporel. Le spectre ainsi défini permet d'isoler les résonances du système qui sont provoquée par la répétition des forces d'excitation générées par le défaut recherché. Ces résonances sont identifiables sur le spectre par la présence significative de bandes latérales. Le signal temporel est filtré passe-bande afin d'obtenir un spectre réduit autour de la fréquence principale du système, à laquelle on applique la Transformée d'Hilbert, on obtient alors, le signal enveloppe temporel. Ce signal restant fait apparaître uniquement le signal de modulation. Ce dernier est rarement directement employé comme outil d'analyse, on utilise plutôt le spectre enveloppe. L'étude du signal enveloppe permet :

- D'analyser la forme du signal, notamment lorsque le défaut recherché excite un mode de résonance de la structure; ce qui est fréquemment le cas en mécanique où beaucoup de défauts engendrent des forces impulsionnelles qui excitent des modes de résonance de la structure bien avant de se manifester à leur propre fréquence cinématique.
- La détermination des fréquences de modulation et donc des taux de répétition des chocs, associée à la connaissance de la cinématique de l'installation, permet de localiser, voire de déterminer, l'origine du défaut et cela de façon précoce et rapide, même lorsque le défaut est noyé dans un bruit de fond.

L'avantage principal de cette méthode est le fait que les signaux d'intérêt apparaissent seulement si un défaut apparaît, ainsi il n'y a aucun besoin de système d'adaptation pour détecter les défauts possibles en comparant plusieurs mesures périodiques. Les signaux d'intérêt sont détectés par une mesure de vibration simple.

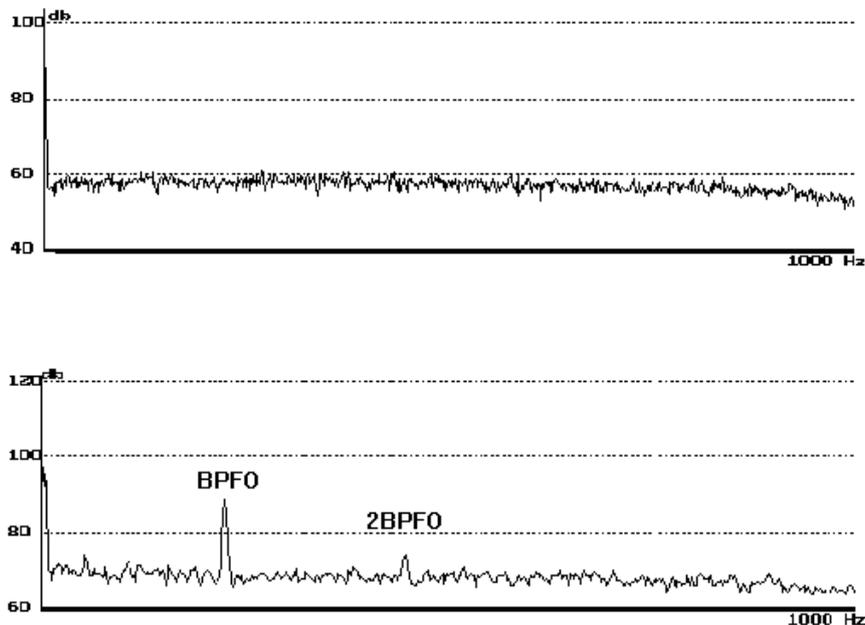


Figure 4.18 : Spectre d'enveloppe des vibrations à haute fréquence d'un bon palier (dessus) et d'un palier avec usure de la course externe (dessous). (Ici: BPF0 est la fréquence de passage de la bille sur la course externe) [BAR94].

IX.4. Conclusion :

Les indicateurs issus du signal enveloppe s'avèrent parfaitement bien adaptés à la surveillance des défauts induisant des forces impulsionnelles. Le spectre fréquentiel, représentatif des forces impulsionnelles, est extrêmement étendu et présente des modulations. Il est reconnu sur le spectre par des peignes de raies dont l'amplitude des raies, en dehors des zones de résonance, est très faible. De ce fait, le peigne de raies est le plus souvent noyé dans le bruit de fond, donc non identifiable par une analyse spectrale classique. C'est pourquoi il s'avère intéressant de recourir aux techniques de démodulation d'amplitude du signal qui, par l'emploi de la résonance comme amplificateur, permettent d'effectuer généralement des diagnostics beaucoup plus précoces que les techniques classiques (en mode global).

L'analyse d'enveloppe est l'une des techniques les plus puissantes de diagnostic précoce des défauts de roulement, d'engrenage, de jeu ou de graissage, et cela même sur des machines tournant à faible vitesse, puisque les défauts ne sont pas recherchés dans la plage des basses fréquences du spectre mais autour de porteuses dont les fréquences peuvent se situer à plusieurs dizaines de fois la fréquence de rotation. La méthode de diagnostic des paliers à roulements par le spectre d'enveloppe des vibrations à hautes fréquences est basée sur l'analyse des caractéristiques de formation des forces de frottement dans les paliers, et par conséquent, l'apparition des impulsions de choc sur le spectre, dues à l'interaction des éléments roulants avec les surfaces des bagues ayant des cavités, des raies, ou des fissures.

PARTIE III.

ANALYSE DES EFFETS DES DEFAUTS SUR LES SIGNAUX D'ACCELERATION

CHAPITRE 5. BANC D'ESSAI ET CHAÎNE DE MESURE

Le dépistage des anomalies à un stage précoce, le suivi de leur évolution et le diagnostic de l'état d'une machine ne sont possibles que si, préalablement, l'on connaît les symptômes vibratoires associés à chaque défauts susceptible d'affecter la machine considérée, c'est à dire si l'on connaît les images vibratoires induite par ces défauts. La connaissance des effets vibratoires et de la cinématique de la machine permet de définir les indicateurs de suivi, les techniques de traitement des signaux nécessaires au calcul de ces indicateurs ou à la mise en évidence de ces images et enfin, de formuler un diagnostic sur l'état de la machine. Malheureusement, la même image vibratoire peut correspondre à plusieurs défauts. Il faut donc généralement établir la liste de tous les défauts correspondant à chaque image et, par déduction, entreprendre les analyses complémentaires et rechercher d'autres symptômes pour se diriger progressivement vers l'hypothèse le plus probable.

Dans le diagnostic pratique des vibrations d'une machine deux approches principales sont utilisées :

Dans la première approche, le diagnostic est conduit seulement après la détection des changements de l'état de vibration de la machine au moyen de la surveillance et son objectif est d'interpréter ces changements. En règle générale, la surveillance est conduite sur les basses et moyennes fréquences des vibrations qui nous enseignent sur l'apparition des défauts principaux développés. Seulement les défauts profondément développés mènent aux changements perceptibles des paramètres d'énergie de vibration qui excèdent leurs fluctuations normales en raison des changements de mode d'opération.

La deuxième approche consiste à employer les méthodes du diagnostic qui détecte les défauts principaux dans leur étape naissante avant que les changements cruciaux d'énergie des signaux de vibrations de la machine soient produits. La détection des défauts naissants permet d'observer leur développement. Une telle approche est souvent appelée surveillance des défauts et peut être conduite sur plusieurs années jusqu' au moment où la combinaison des défauts approche une situation dangereuse. Naturellement, les défauts naissants dans les unités tournantes, sont définis par l'analyse spectrale du signal de vibration lui-même ou de la puissance de l'oscillation de ses composants (analyse spectrale de son enveloppe).

Rappelons que l'objectif de notre travail était d'analyser les réponses d'un système pour lequel plusieurs éléments présentent des avaries isolées afin de détecter et d'identifier les anomalies. La bibliographie nous a permis, notamment de présenter et identifié des défauts dans les dispositifs expérimentaux et dans de nombreux cas réels dans différents secteurs d'industrie. Les signaux dont nous disposons sont issus des mesures de vibrations sur deux paliers du banc d'essai réalisés à cette fin dans notre laboratoire.

I. LE BANC D'ESSAI :

1. Description du banc d'essai :

Notre banc d'essai que nous avons réalisé dans le laboratoire est inspiré d'un modèle universel (modèle de Jefcott, **figure 5.1**), pour l'analyse des vibrations émanant du déséquilibre massique et des roulements [BIG80]. Les défauts choisis pour être pris en charge par notre étude sont :

- Le défaut de balourd.
- Les conditions de montage (désalignement, variation d'entraxe...).
- Les défauts de roulements.

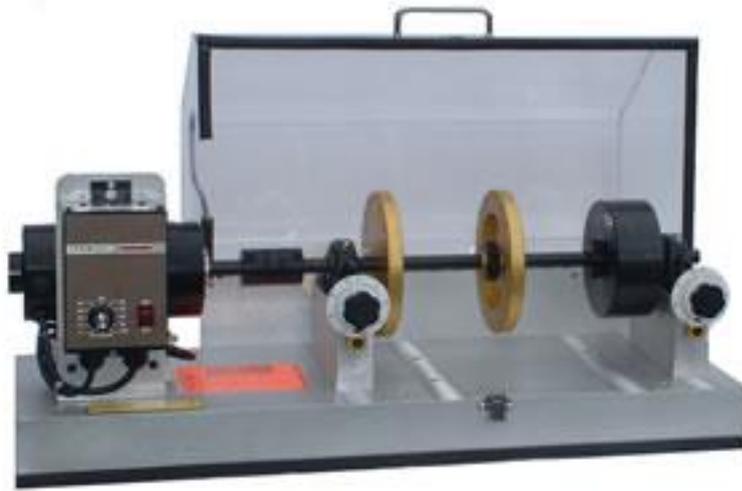


Figure 5.1 : Banc d'essai pour la simulation d'effet de balourd de désalignement et le diagnostic des roulements [Bruel & Kjaer]

A cet effet le banc d'essai réalisé est constitué d'un rotor avec deux disques et a été conçu avec les critères suivants :

- Conditions de fonctionnement représentatives d'une machine tournante simple.
- Facilité de montage et démontage,

Ce banc d'essai est constitué d'un châssis en acier. La ligne d'arbre ayant un diamètre de **20** mm et une longueur de **600** mm et fixée sur ce châssis par l'intermédiaire de deux paliers à roulements de rigidité moyenne. Les paliers situés à proximité des deux disques, comportent des roulements à billes de type **6204**, tandis que, les paliers du moteur sont munis de roulements à billes de type **6205**.

2. Caractéristiques techniques du banc d'essais :

• Les disques :

Les deux disques sont identiques :

- Diamètre extérieur : $d_e = 88 \text{ mm}$
- Diamètre intérieur : $d_i = 20 \text{ mm}$
- Epaisseur : $E_p = 20 \text{ mm}$
- Masse : $m = 840 \text{ g}$

Sur la périphérie des disques, on a percés 06 trous de diamètre 08 mm sur lesquels sont placées les masses de compensation.

• L'arbre :

- Longueur : $L = 600 \text{ mm}$
- Diamètre variant entre 18 et 32 mm

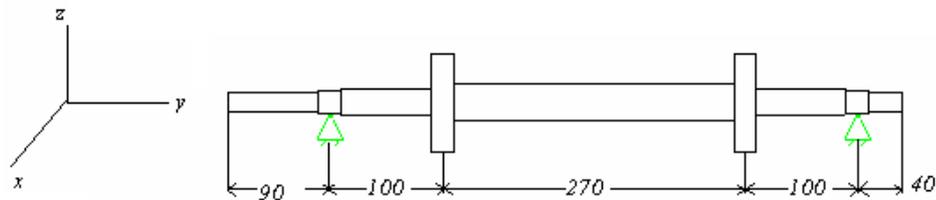


Figure 5.2 : Dimensions du Rotor

Le rotor (arbre + disques) est entraîné par un moteur électrique asynchrone à vitesse constante de **1494 tr/min** et de puissance **0,75 kW**. La vitesse de rotation est mesurée par l'intermédiaire d'un dispositif électronique 'stroboscope'. Le Tableau ci-dessous récapitule les fréquences caractéristiques des défauts des roulements en fonction de la vitesse de rotation.

Elément	Nature de défaut	Fréquence d'apparition
Roulements	☞ Défaut bague intérieure	$F_{bi} = \frac{N \times F_{rot}}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right)$
	☞ Défaut bague extérieure	$F_{be} = \frac{N \times F_{rot}}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right)$
	☞ Défaut élément roulant	$F_{er} = F_{rot} \frac{D}{d} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \cos^2 \alpha \right)$

Tableau 5.1 : Fréquences caractéristiques des défauts de roulements

Le logiciel **ATLAS/SKF** nous a permis d'identifier pour chaque type de roulements et en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre, toutes les fréquences caractéristiques des défauts possibles. Nous récapitulons ci-dessous les différents résultats du programme indiquant les différentes fréquences caractéristiques :

- **Roulements des paliers type 6204 :**

Désignation du roulement		6204
Diamètre moyen d'évolution	[dm] (mm)	34
Diamètre d'élément roulant	[Dm] (mm)	7.94
Nombre d'élément roulant	[Z]	8
Angle de contact	(degrés)	0
Vitesse bague intérieure	(tr/min)	1494
Type de roulement		Roulement rigide à bille
Diamètre extérieur du roulement	[D] (mm)	47
Diamètre intérieur du roulement	[d] (mm)	20
Nombre de rangées		1
Fréquence défaut bague intérieure	(Hz)	123.2
Fréquence défaut bague extérieure	(Hz)	76
Fréquence défaut d'élément roulant	(Hz)	99.18

- **Roulements du moteur type 6205 :**

Désignation du roulement		6205
Diamètre moyen d'évolution	[dm] (mm)	39
Diamètre d'élément roulant	[Dm] (mm)	7.94
Nombre d'élément roulant	[Z]	9
Angle de contact	(degrés)	0
Vitesse bague intérieure	(tr/min)	1494
Type de roulement		Roulement rigide à bille
Diamètre extérieur du roulement	[D] (mm)	52
Diamètre intérieur du roulement	[d] (mm)	25
Nombre de rangées		1
Fréquence défaut bague intérieure	(Hz)	134.83
Fréquence défaut bague extérieure	(Hz)	89.27
Fréquence défaut d'élément roulant	(Hz)	117.4

Tableau 5.2 : Fréquences caractéristiques des défauts des roulements type (6205) et (6204).

A ces fréquences caractéristiques correspondent les harmoniques suivantes :

	Fréquences caractérist.	1 ^{ere} harmonique	2 ^{eme} harmonique	3 ^{eme} harmonique	4 ^{eme} harmonique	5 ^{eme} harmonique
Fréquence de rotation (Hz)	24,9	49,8	74,7	99,6	124,5	149,4
Défaut bague intérieure (6204)	123,2	246,41	369,6	492,8	616	739,2
Défaut bague extérieure (6204)	76	152	228	304	380	456
Défaut élément roulant (6204)	99,18	198,36	297,54	393,72	495,9	595,08
Défaut bague intérieure (6205)	134,83	269,66	404,49	539,32	674,15	808,98
Défaut bague extérieure (6205)	89,27	178,54	267,81	357,08	446,35	535,62
Défaut élément roulant (6205)	117,4	234,8	252,2	469,6	587	704,4

Tableau 5.3 : Fréquences caractéristiques et harmoniques des défauts des roulements type (6205) et (6204).

Par le biais de ces fréquences caractéristiques nous pouvons calculer les différentes quéfrenes et leurs rahmoniques correspondantes aux défauts :

	Quéfrence caractéristiq.	2 ^{eme} rhamonique	3 ^{eme} rhamonique	4 ^{eme} rhamonique	5 ^{eme} rhamonique	6 ^{eme} rhamonique
Période de rotation (s)	0.0402	0.02	0.0134	0.01	0.008	0.0067
Défaut bague intérieure (6204)	0.0081	0.0041	0.0027	0.0020	0.0016	0.0014
Défaut bague extérieure (6204)	0.0131	0.0066	0.0044	0.0033	0.0026	0.0022
Défaut élément roulant (6204)	0.0101	0.00504	0.0034	0.0025	0.0020	0.0017
Défaut bague intérieure (6205)	0.00742	0.0037	0.0025	0.0019	0.0015	0.0012
Défaut bague extérieure (6205)	0.0112	0.0056	0.0037	0.0028	0.0022	0.0019
Défaut élément roulant (6205)	0.00851	0.0043	0.0040	0.0021	0.0017	0.0014

Tableau 5.4 : Quéfrenes caractéristiques des défauts des roulements et leurs rahmoniques

II. LA CHAINE DE MESURE :

Le comportement dynamique du système est étudié à l'aide de mesure d'accélération. Les accéléromètres piézoélectriques tendent à devenir les capteurs de vibration absolue les plus utilisés pour la surveillance des machines tournantes. Leur principe de fonctionnement repose sur la propriété des matériaux piézoélectriques, à savoir : générer une charge électrique proportionnelle à la contrainte de compression ou de cisaillement que les matériaux subissent.

Un accéléromètre est composé d'un disque en matériau piézoélectrique qui joue le rôle d'un ressort sur lequel repose une masse sismique précontrainte. Quand la masse se déplace sous l'effet d'une accélération, elle exerce sur le disque piézoélectrique des contraintes, induisant à la surface de ce dernier une charge électrique proportionnelle à cette accélération. Sur le plan électrique, le matériau piézoélectrique, c'est à dire l'élément sensible, agit comme un condensateur de capacité C_a en parallèle avec une résistance de fuite interne R_a très grande.

Les avantages des accéléromètres sont nombreux :

- ✓ Utilisation dans de larges plages de fréquences
- ✓ Excellente linéarité sur une vaste gamme dynamique
- ✓ Excellente fiabilité dans le temps puisque aucun élément du capteur n'est mobile
- ✓ Faible encombrement et grand rapport sensibilité / masse.
- ✓ Possibilité d'intégrer le signal d'accélération pour donner l'information en mode vitesse ou en mode déplacement. Notons qu'inversement, les proximètres et les velocimètres ne permettent pas d'obtenir une accélération car l'opération de dérivation est génératrice d'un bruit de fond non négligeable

Les accélérations qui ont constitués notre base de données sont mesurées à l'aide d'un accéléromètre piézo-électrique de type **Bruël Kjaer 4373** dont la fréquence de résonance est de **32 kHz**. La bande passante de cet accéléromètre est de **[2Hz - 30 kHz]**, c'est en faite la plage de la linéarité de la réponse du capteur à l'intérieur de laquelle l'amplitude mesurée par le capteur ne dépasse pas une marge d'erreur fixée par le constructeur estimé à $\pm 10\%$ ou à $\pm 3\text{dB}$.

La sensibilité de l'accéléromètre est définie comme la relation entre la grandeur électrique délivrée à la sortie du capteur et l'amplitude du mouvement mécanique qui lui donne naissance (par exemple, 10 pC par g ou 10 mV par μm). La sensibilité est une donnée par le constructeur du capteur, généralement sous la forme d'une courbe d'étalonnage; elle devra faire l'objet d'une vérification périodique.

Le signal délivré par notre accéléromètre est exprimé en charge électrique (pC/g). Pour rendre le signal exploitable et transportable, ce dernier est amplifié. C'est le rôle du préamplificateur / conditionneur de type **Bruël Kjaer 2626**, indispensable pour les accéléromètres piézoélectriques. Ce préamplificateur n'est pas incorporé au capteur et il opère une transformation de la charge électrique en tension avant amplification (convertisseur charge – tension improprement appelé préamplificateur de charge). De plus, ce préamplificateur / conditionneur accomplit les fonctions suivantes :

- Adaptation entre l'impédance d'entrée des instruments de mesure et la sensibilité de sortie de l'accéléromètre
- Amplification du signal vibratoire pour l'obtention de la sensibilité globale désirée.
- Indication des surcharges à l'entrée aussi bien qu'à la sortie du préamplificateur.
- Filtrage des basses et hautes fréquences pour éliminer toute composantes du signal jugé indésirable et de concentrer l'étude sur une plage de fréquences définie, ou d'effectuer des mesures selon les spécifications d'une norme, cette opération est réalisée par le biais des filtres passe-haut et passe-bas à fréquences de coupure ajustables incorporés dans cet appareil.

Le signal ainsi, amplifié et convertis en tension est envoyé à un oscilloscope numérique de type **FLUK / PHILIPS 3335** qui assure les fonctions suivantes :

- ❖ L'affichage du signal en mode global (amplitudes crête à crête et efficace, (paramètres spécifiques au suivi des roulements)),
- ❖ La conversion **analogique / numérique** pour un traitement numérique des données et le stockage des signaux sur micro ordinateur pour un traitement différé (Off line).

Enfin; une fois le signal mis en forme et digitalisé, il est envoyé sur micro-ordinateur pour pouvoir le stocker dans un fichier data. Ces fichiers de données constituent la base des données à analyser par les différents outils développés à cette fin. La liaison entre l'oscilloscope et le calculateur est assurée via une connexion de type **RS232**.

Le montage des accéléromètres est fait par un collage magnétique de la base, sur lesquelles viennent se visser les accéléromètres. L'ensemble des signaux et des mesures sont enregistrés sous leurs formes temporelles grâce au dispositif d'acquisition et de conditionnement Bruël Kjaer **2626**.

Le banc d'essai est sollicité pour les travaux relatifs à la détermination des paramètres de fonctionnement et pour les travaux de recherche de signatures des défauts. Chaque campagne d'essais ne pouvait durer qu'un temps relativement court, sans modifier les conditions d'expérimentation d'une campagne à une autre.

L'objectif des travaux était de définir l'influence des défauts vibratoires sur la structure des signaux. Pour cela, il a été choisi d'analyser des défauts dont la modification des signaux qu'ils engendrent est suffisamment identifiable. Afin de simuler l'aggravation du défaut de balourd on a ajouté des masses supplémentaires sur le contour des deux disques.

III. CHOIX DES DÉFAUTS À ANALYSER SUR LE MODÈLE EXPÉRIMENTAL :

L'étude bibliographique nous a permis d'établir une liste et une hiérarchie des principaux défauts d'usure pouvant intervenir sur les machines tournantes lors de leurs fonctionnements normaux. A partir de cela, nous avons pu procéder à un choix optimal des défauts à observer. Il s'agissait de conserver un nombre minimal mais significatif de défauts. Les défauts analysés sont les plus fréquents et les moins évitables. Les roulements sont particulièrement sensibles aux défauts de balourds et d'alignement. L'écaillage de roulement peut être situé sur la bague intérieure, extérieure, ou sur un élément roulant. Il est important de pouvoir détecter les avaries quelque soit leur localisation.

IV. CHOIX DES GRANDEURS PHYSIQUES À MESURER :

Pour caractériser la signature de ces avaries types, nous avons décidé de procéder à des mesures d'accélération aux paliers. Pour la mesure d'accélération, l'accéléromètre a été disposé sur chaque palier à roulement présentant un éventuel défaut. Nous avons dû choisir un positionnement de l'accéléromètre sur les paliers pour déterminer à quelle position le signal récupéré était maximal. Nous avons opté pour un positionnement radial pour chaque roulement.

A partir du modèle expérimental, les mesures recueillies ont permis de définir les caractéristiques des signatures des défauts choisis sur l'accélération aux paliers d'un rotor simple, dans les cas d'avaries isolées.

Le tableau suivant récapitule les fréquences caractéristiques des principaux défauts rencontrés dans les machines tournantes.

Avec :

f_{rot} = Fréquence de rotation

f_e = Fréquence d'engrènement

f_p = Fréquence de passage de la courroie

Z = Nombre de dents de l'engrenage ou de billes de roulements

V. Fréquences caractéristiques des principaux défauts des machines tournantes [PAC98] :

TYPE D'ANOMALIE	FRÉQUENCE	REMARQUES.
TOURBILLON D'HUILE	$0,42 \text{ à } 0,48 \cdot f_{rot}$	Uniquement sur paliers lisses hydrodynamique à grande vitesse
BALOURD	f_{rot}	Amplitude proportionnelle à la vitesse de rotation. Déphasage de 90° sur 2 mesures orthogonales
DÉSSERRAGE DE FIXATION	$1,2,3,4 \cdot f_{rot}$	Aucun déphasage sur deux mesures orthogonales
DÉFAUT D'ALIGNEMENT	$2,3,4 \cdot f_{rot}$	Vibration axiale est en général plus importante si le défaut d'alignement comporte un écart angulaire
DEFAUTS ÉLECTRIQUES	$1,2,3,4 \cdot 50\text{Hz}$	Vibration disparaît dès coupure de l'alimentation
VITESSE CRITIQUE DE ROTATION	Fréquences propres du rotor	Vibration apparaît en régime transitoire et s'atténue ensuite
COURROIE EN MAUVAISE ÉTAT	$1,2,3,4 \cdot f_p$	
ENGRENAGE ENDOMMAGÉ	$f_e = Z \cdot f_{rot}$	☞ Défaut local sur une dent (arbre récepteur) ☞ Défaut distribué
FAUX ROND D'UN PIGNON	$f_e \pm f_{rot \text{ pignon}}$	Bande latérales autour de la fréquence d'engrènement dues au faux rond
DÉTÉRIORATION DE ROULEMENTS	$f_{bi} = \frac{Z \times f_{rot}}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha\right)$ $f_{be} = \frac{Z \times f_{rot}}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha\right)$ $f_{er} = f_{rot} \frac{d}{D} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \cos^2 \alpha\right)$	☞ Défaut bague intérieure ☞ Défaut bague extérieure ☞ Défaut élément roulant
EXCITATION HYDRODYN.QUE	Fréquence de passage des aubes	

Tableau 5.5 : Tableau récapitulatif des fréquences caractéristiques des principaux défauts des MT.

CHAPITRE 6 : APPLICATION DES OUTILS DE DIAGNOSTIC POUR L'ANALYSE DES DÉFAUTS

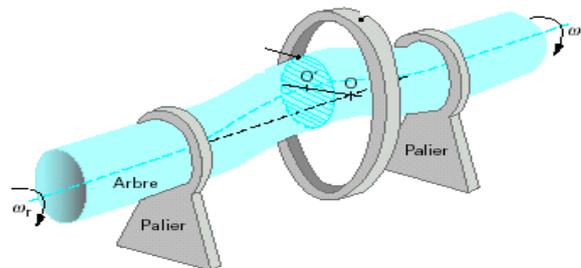
Les inévitables défauts d'usinage et de montage ainsi que l'usure des pièces en mouvements provoquent des problèmes vibratoires importants. Les problèmes vibratoires les plus importants sont dus aux balourds, aux désalignements et aux paliers, qui provoquent des vibrations intenses et engendrent des conséquences néfastes sur la machine. Outre l'optimisation des formes et des matériaux dès la conception, l'exploitant, et dans le souci de garantir une disponibilité du matériel, d'augmenter sa durée de vie et d'optimiser son rendement pour assurer une régularité de fonctionnement, cherche à identifier et éliminer les sources de ces vibrations. L'objectif de ce chapitre s'inscrit dans cette stratégie. Nous tentons alors d'apprécier l'état de notre banc d'essai par l'application des outils de recherche des défauts développés dans le chapitre IV. Nous simulons alors, les défauts de balourd et de désalignement sur le banc et par l'application d'une analyse spectrale nous essayons de mettre en évidence l'existence de ces défauts. Nous tentons aussi d'apprécier l'état des roulements par l'application de la méthode de détection d'enveloppe et de l'analyse cepstrale.

I. LE DÉSÉQUILIBRE MASSIQUE (BALOURD) :

Quel que soit le soin apporté à la construction des machines, il est impossible d'obtenir une concentricité parfaite des centres de gravités de chaque élément constitutif d'un rotor. De cette non concentricité, résulte l'application de forces centrifuges qui déforment le rotor. Ces déséquilibres proviennent généralement de défauts d'usinage, d'assemblage et de montage ou sont la conséquences :

- D'une altération mécanique (perte d'ailette, érosion ou encrassement, ...).
- D'une altération thermique (déformation suite à des dilatations différentes des matériaux constituant le rotor ou à des différences de température localisées,...).

Pour toute machine, il existe donc un déséquilibre résiduel (normal ou anormal) qui va se traduire, sur le spectre vibratoire par la présence d'une composante dont la fréquence de base correspond à la **fréquence de rotation**. Dans ce cas, pour une classe d'équilibrage donnée, comparer l'amplitude de la vibration induite à des seuils fixés dans des normes ou à des spécifications de constructeur, permettra de statuer sur le caractère acceptable du déséquilibre et sur la nécessité de procéder ou non à un équilibrage.



Sur cette figure ci-dessus, les défauts semblent exagérés, surtout si l'on se réfère aux déformations réelles des rotors. Mais si l'on considère que ces défauts peuvent être amplifiés par les phénomènes de résonance, la figure devient réaliste.

1. Conséquences Pratiques du Balourd :

Un déséquilibre va donc induire, dans un plan radial, une vibration dont le spectre présente une **composante d'amplitude prépondérante à la fréquence de rotation** du rotor (**figure 6.1 & 6.2**). Généralement, cette particularité se voit plus nettement sur un spectre issu d'une mesure prise radialement (souvent dans la direction radiale horizontale), excepté pour les rotors en porte à faux pour lesquels on peut constater également, dans la direction axiale, la prépondérance de la composantes correspondante à la fréquence de rotation. Pour simuler ce défaut sur notre banc d'essai nous avons créé un déséquilibre massique en ajoutant des masses concentriques sur la périphérie des disques par le biais des trous réalisés à cette fin.

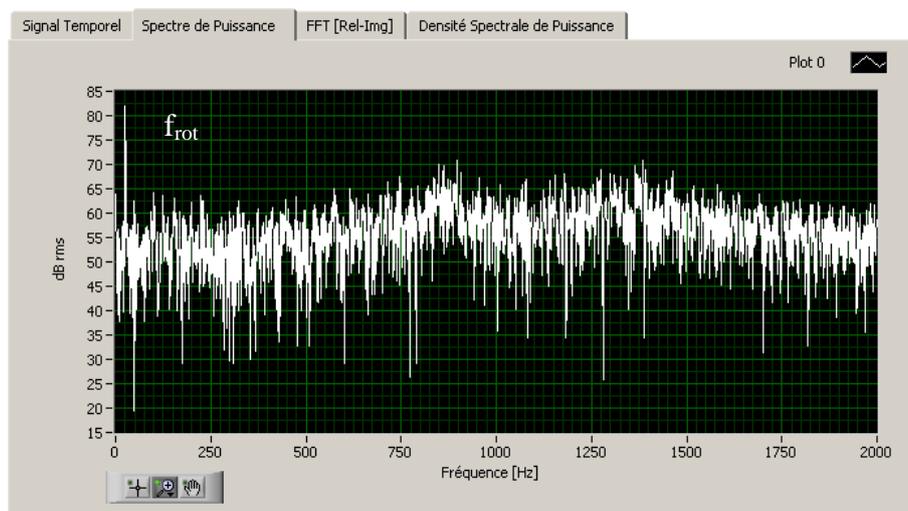


Figure 6.1 : Spectre global du signal relevé sur le palier 02

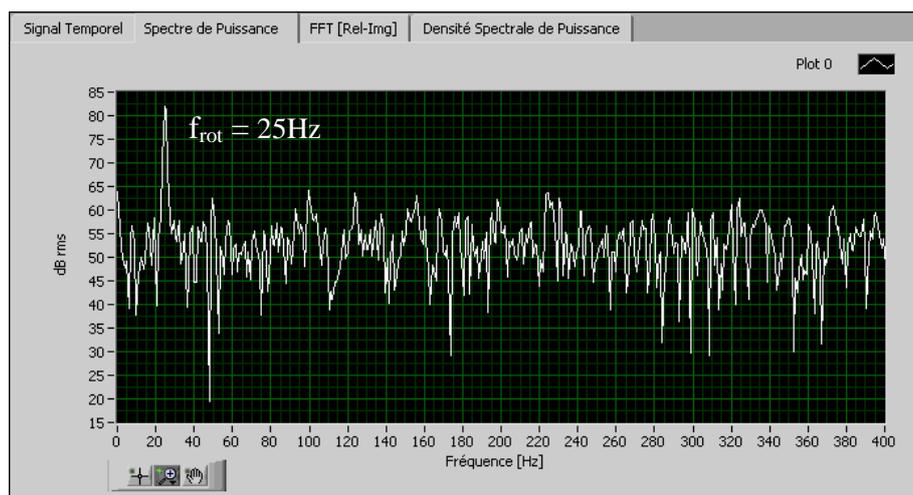


Figure 6.2 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le palier 02

Nous constatons par le biais de ces figures que ce défaut a engendré une vibration de type sinusoïdale, le spectre ne présente que peu d'harmoniques de la fréquence de rotation.

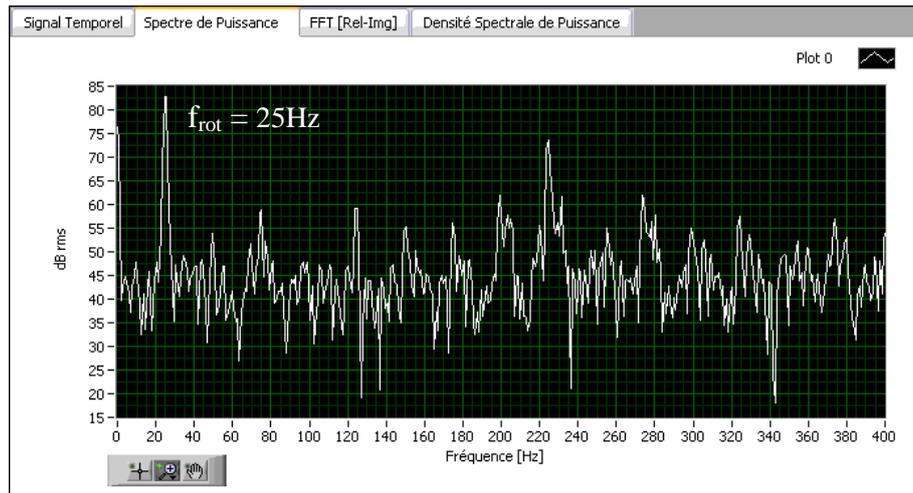


Figure 6.3 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le palier 01

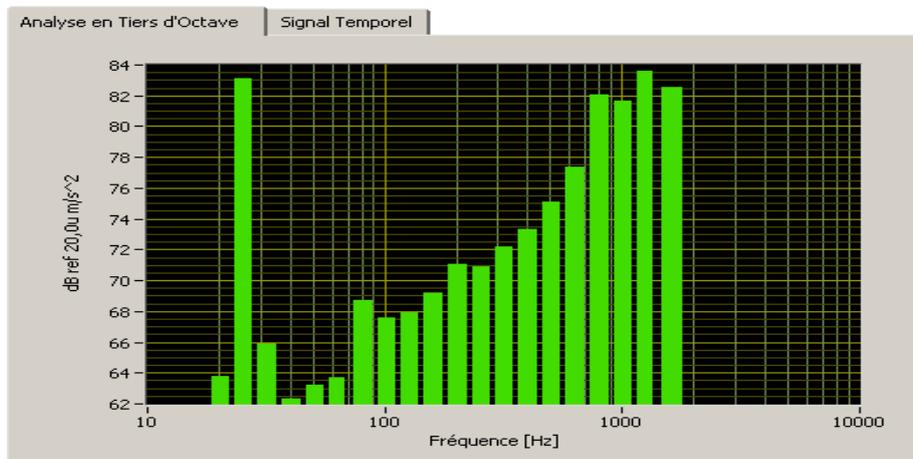


Figure 6.4 : Spectre en tiers d'octave du signal relevé sur le palier 01

Les figures ci-dessus représentent les spectres globaux mesurés sur les deux paliers, nous remarquons clairement une prépondérance de l'amplitude qui correspond à la fréquence de rotation de l'arbre (**25 Hz**). Cette prépondérance prouve la présence d'un défaut de balourd important sur notre banc d'essais. On peut aussi voir sur la **figure 6.4** qui représente le spectre en tiers d'octave, la prépondérance nette de l'amplitude de la première décade correspondante à la fréquence de rotation du signal relevé sur le palier **01**. Ceci confirme, d'une manière explicite la présence du balourd sur le rotor.

2. Distinction entre Balourds Statique et Dynamique :

En cas de balourd statique, les deux paliers supportant le rotor vont subir, en même temps, l'effort centrifuge dû au déséquilibre. Il n'y aura pas donc aucun déphasage entre les mesures prises dans la même direction sur deux paliers voisins. En cas de balourd dynamique, les deux paliers supportant le rotor vont subir les efforts centrifuges de façon alternée. Le déphasage (voisin de **180°**) entre les mesures, effectuées dans la même direction sur deux paliers consécutifs, est donc révélateur d'un balourd dynamique.

3. Les défauts principaux qui induisent des vibrations à la fréquence de rotation :

Les vibrations d'une machine à la vitesse de rotation dépendent non seulement de la valeur du déséquilibre du rotor, mais également de la présence et du développement d'un certain nombre de défauts possibles. Une analyse des défauts les plus communs qui ont comme conséquence une augmentation des vibrations à la fréquence de rotation de l'arbre montre plusieurs possibilités :

- D'abord, dans le rotor lui-même, existent des défauts qui mènent aux changements de son équilibre telle une rigidité non uniformes selon les directions; ou un contact entre les masses en mouvement et celles fixes (contact rotor stator).
- La ligne d'arbre peut avoir des défauts comme la flexion provoquée par le désalignement angulaire ou parallèle des arbres connectés entre eux par des accouplements rigides.
- Les défauts des paliers lisses incluent l'usure non uniforme de la surface de frottement et l'approvisionnement non uniforme de lubrification. Ces deux défauts peuvent mener aux oscillations auto induites du rotor à la fréquence de rotation.
- Influence des conditions de fonctionnement tel que l'influence du flux de fluide dans les pompes, les effets de la température, etc.....
- Les défauts des transmissions mécaniques ont une grande dépendance du type de la transmission utilisée. Dans le cas d'un accouplement flexible, le défaut principal responsable de l'augmentation des vibrations à la fréquence de rotation de l'arbre de la machine peut être une différence entre l'axe de rotation de l'arbre et l'axe de l'accouplement. Principalement, ce défaut est dû à la différence de rigidité de l'accouplement ou à la différence entre l'axe de rotation et les points de support des accouplements flexibles. Dans les transmissions par engrenages ou par courroies, les défauts principaux qui peuvent exciter les vibrations à la fréquence de rotation sont l'oscillation du pignon ou de la poulie et le mouvement hors course théorique qui se produit en raison des erreurs d'installation ou en raison de l'usure non uniforme de ces pièces. On peut observer des résultats semblables en cas des fissures sur les dents du pignon installées sur le rotor.
- Les vibrations à la fréquence de rotation d'origine électromagnétique peuvent se produire dans les situations où l'axe géométrique du rotor ne coïncide pas avec son axe de rotation (excentricité dynamique) due à un déséquilibre du champ électromagnétique. La situation devient beaucoup plus compliquée dans le cas des machines à courant alternatif quand il y a non seulement, une excentricité dynamique mais également statique quand les axes géométriques du rotor et du stator ne coïncident pas.

Deux autres types des défauts peuvent induire des vibrations à la vitesse de rotation et qui sont le détachement (desserrage) d'un palier de la machine et détachement ou desserrage de la structure d'un de ces appuis et qui conduisent à une résonance du corps de la machine près de sa vitesse de rotation. Pour détecter ces deux défauts, on devrait comparer les niveaux des composants à la fréquence de rotation dans les spectres mesurés dans deux directions orthogonales à l'axe de rotation. Pour une machine horizontale ce sont en général, les directions horizontales et verticales.

Si le niveau des vibrations à la vitesse de rotation dans une direction est de 3 à 4 fois plus grand que dans une autre direction, ceci est considéré comme symptôme de ce type de défaut. Cependant, il faut noter que pour les machines avec des courroies, des engrenages ou d'autres moyens de transmissions mécaniques, cette différence peut être normale en présence des défauts de transmission et qui est définie par les différences significatives, non pas de rigidité, mais des forces d'oscillation dans différentes directions. Ce symptôme ne peut pas être appliqué aussi aux machines avec une rigidité considérablement différente selon les différentes directions. Pour distinguer ces défauts on doit analyser les paramètres d'amplitude et de phase de la machine.

Pour détecter des défauts tels que le mauvais alignement de l'arbre, les défauts des transmissions mécaniques, l'usure des paliers, les oscillations auto induites du rotor dans les paliers, et le contact entre les pièces en mouvement avec celles qui sont fixes de la machine, il est nécessaire de mesurer le spectre global des vibrations à basses fréquences, le cepstre et le spectre d'enveloppe des vibrations à haute fréquence à chaque paliers.

- ➔ La présence d'une série d'harmoniques de la vitesse de rotation avec les amplitudes semblables dans le spectre global aussi bien que dans le spectre d'enveloppe et le cepstre est un symptôme indiquant le désalignement de l'arbre, l'usure du palier ou la défaillance de la transmission.

La correction de ces défauts est nécessaire, particulièrement si leur sévérité est significative. La sévérité des défauts peut être estimée par l'amplitude des oscillations au niveau des paliers dans les deux directions orthogonales à l'axe de rotation.

- ➔ La sévérité de défaut devrait être considérée très haute si l'amplitude d'un quelconque des harmoniques excepté le premier excède le niveau indiqué de la vibration à la vitesse de rotation.

4. Equilibrage des machines tournantes sur leurs propres appuis :

Les conditions de fiabilité des machines qui exécutent différents processus technologiques et leurs niveaux des vibrations et de bruit sont devenus beaucoup plus stricts. Ces considérations de fiabilité et de la durée de vie d'une machine suggèrent que les vibrations de basses fréquences présentent la plus grande source de danger d'une machine tournante. Pour les machines tournantes, c'est typiquement les vibrations à la fréquence de rotation. Ces vibrations peuvent d'une manière significative, augmentées pendant la montée en régime de la machine. Dans beaucoup d'industries, ceci rend nécessaire l'équilibrage de ces machines sur leurs propres appuis. L'équilibrage est habituellement réalisé en appliquant des contrepoids additionnels (d'équilibrage) aux pièces tournantes de la machine pour développer des forces d'inertie de valeurs égales et de direction opposées aux forces créées par déséquilibre. Cependant, puisqu'ils existent d'autres forces qui agissent sur les composants mobiles de la machine à des fréquences différentes de la fréquence de rotation, on ne peut pas complètement éliminer les vibrations à la fréquence de rotation provoquée par des sources autres que le déséquilibre. Aussi, lors du processus d'équilibrage des machines, il est possible, de diminuer les vibrations à une vitesse spécifique et d'augmenter ces vibrations à d'autres vitesses.

L'équilibrage des machines sur le champ diffère de manière significative de l'équilibrage fait à l'usine. La raison principale de ceci est que la machine dans les conditions réelles de fonctionnement est influencée non seulement par les forces d'inertie, mais aussi, les forces d'autres natures différentes et complexes telles que les forces électromagnétiques, hydrauliques et aérodynamiques, du fait que presque tous les rotors sont couplés à d'autres par des axes, des armatures, et d'accouplements. Par conséquent, les méthodes de diagnostic devraient être appliquées avant et pendant l'équilibrage de sorte que les autres problèmes qui peuvent se produire autre que le déséquilibre, soient identifiés et corrigés.

II. DÉFAUT D'ALIGNEMENT OU DE FLEXION DU ROTOR :

Le défaut d'alignement est l'une des principales causes de réduction de la durée de vie des équipements. Il crée des efforts importants qui vont entraîner la dégradation rapide du système d'accouplement, non seulement à son niveau, mais aussi au niveau des paliers. Ces efforts, outre la dégradation de l'accouplement, vont avoir pour effet :

- ✓ Dans le cas de paliers à billes ou à rouleaux, de déverser l'une des bagues et de précipiter la dégradation du roulement.
- ✓ Dans le cas de paliers à film d'huile, de décharger l'un des paliers de la ligne d'arbres et d'induire des instabilités de paliers mettant très rapidement en péril l'installation.

Un défaut d'alignement peut affecter :

- Deux rotors d'une machine : les axes des arbres des deux rotors présentent un désalignement angulaire au niveau de l'accouplement ou possèdent un défaut de concentricité (désalignement parallèle).
- Deux paliers du même arbre d'une machine : les axes des deux paliers d'un même corps de machine ne sont pas concentriques. Cette anomalie peut être la conséquence d'un défaut de montage d'un palier, mais également d'un mauvais calage des pattes de fixation ou d'une déformation de châssis (par exemple, à la suite de contraintes thermiques), qui se traduit par une flexion du rotor.

Cet ensemble de défauts se manifeste le plus souvent par la présence dans la direction radiale, des composantes d'ordre **2,3** ou **4** de la fréquence de rotation avec des amplitudes (exprimées en accélération) supérieures à celle de la composante d'ordre **1**.

- **Reconnaissance d'un défaut d'alignement :**

Un défaut d'alignement est révélé par un pic d'amplitude prépondérante à, généralement, **2** fois la fréquence de rotation (parfois **3** et **4** fois). La **figure 6.5** montre un exemple de mise en évidence de l'existence d'un défaut d'alignement.

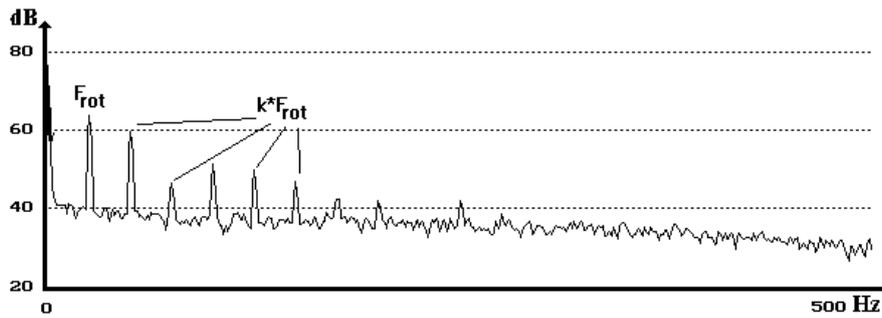


Figure 6.5 : Spectre avec un désalignement de l'arbre ou de l'accouplement f_{rot} est La fréquence de la vitesse de rotation du rotor [BAR94]

Pour mettre en évidence le désalignement sur notre banc d'essais, nous avons procédé à l'enlèvement d'une cale qui soutient le palier N°02. Les prises des mesures radiales sur les deux paliers et l'établissement des spectres correspondants (**figures 6. 6 et 6.7**) nous ont révélé, d'une manière claire et sans ambiguïté, la présence d'un tel défaut.

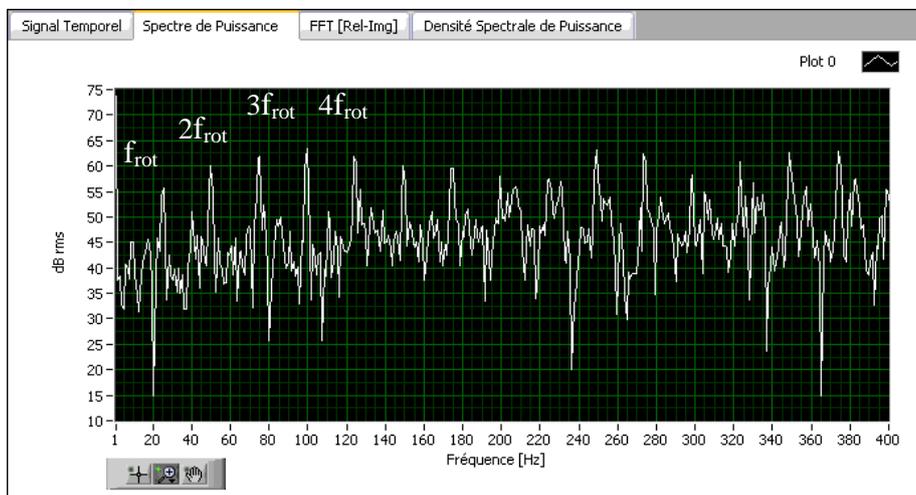


Figure 6.6 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le palier 01

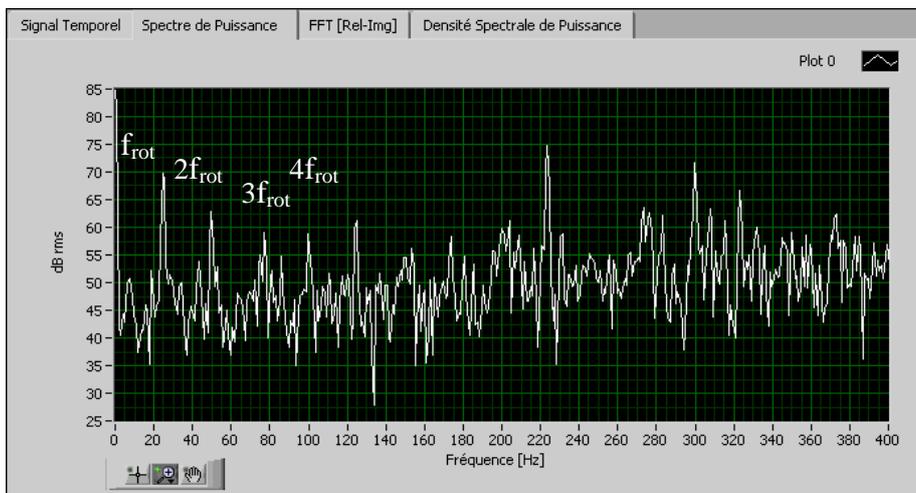


Figure 6.7 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le palier 02

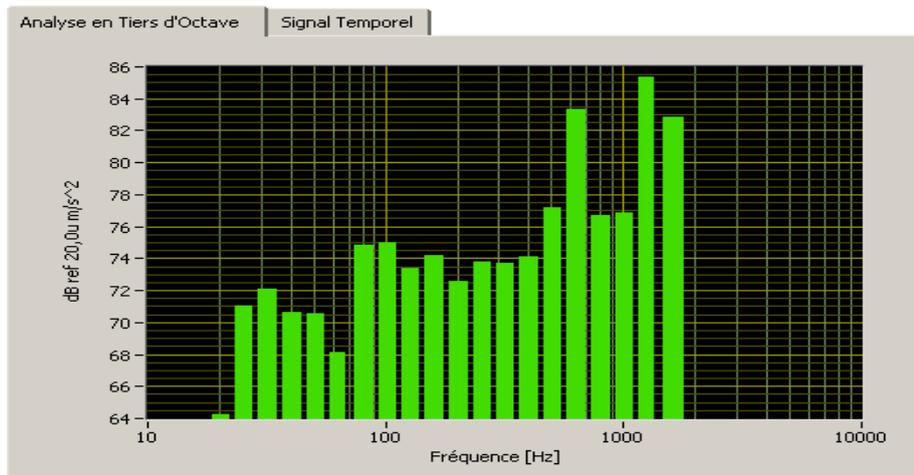


Figure 6.8 : Spectre en tiers d'octave du signal relevé sur le **palier 02**

Les **figures 6.6** et **6.7** montrent une nette prépondérance des amplitudes correspondantes aux harmoniques de la vitesse de rotation notamment la deuxième, la troisième et la quatrième harmonique plus exactement à **50, 75 et 100 Hz**. Ceci constitue une base révélatrice de la présence d'un défaut de mauvais alignement du banc d'essais. Le spectre en tiers d'octave du signal (**figure 6.8**) montre, une élévation importante des niveaux d'amplitudes des premières décades correspondantes aux premières harmoniques de la fréquence de rotation. Ceci nous permet de conclure l'existence d'un défaut de désalignement.

III. SUIVI DES INDICATEURS SPÉCIFIQUES AUX ROULEMENTS :

Les roulements sont des organes de transmission d'efforts et de mouvement par contact physique entre pièces. Ce type de transmission émet naturellement bruit et vibrations. Ainsi les vibrations principales sont produites par les **micros chocs de contact**. Les fréquences d'apparition de ce phénomène seront établies ci-après. Les causes d'avaries sont multiples, et donnent lieu à des anomalies plus ou moins graves. Nous dégageons ici les défauts de roulements qui apparaissent par usure, phénomène inévitable, auquel la maintenance prédictive y remédie par la détection avant destruction au cours du fonctionnement du système. Les défaillances résultantes de vices de fabrication ou de montage sont écartées.

1. Défauts spécifiques aux roulements :

Les types de défauts conventionnels sont des avaries liées à des enlèvements de matière se produisant par usure par frottement de glissement pour le défaut réparti et par transmission de charge par contact quasi ponctuel pour l'écaillage. Chaque défaut participe régulièrement à la transmission d'efforts et de mouvement. Par conséquent, chaque fois qu'une avarie participe à un contact, elle modifie les caractéristiques vibratoires, sonores et cinématiques du système. En analysant les mesures d'accélération, nous pouvons identifier et quantifier ces modifications afin d'établir une relation entre les mesures, le type et la géométrie du défaut. Douze avaries principales peuvent être retenues et proviennent de quatre familles de causes [SNR] :

- ✓ Avaries liées à la charge et à la vitesse appliquée : écaillage, grippage, coloration et détérioration des cages,
- ✓ Avaries liées à la lubrification : grippage, rupture des bagues par contraintes thermiques, coloration, détérioration des cages et écaillage,

- ✓ Avaries liées au montage: empreintes des corps roulants par déformation plastique, traces de coups, certaines détériorations des cages, corrosion par contact, certains écaillages provenant des défauts d'alignement et de circularité,
- ✓ Avaries liées à l'environnement : usure, empreintes, corrosion, cratères, cannelures créées par le passage d'un courant électrique.

De ce fait, les principales avaries sont l'usure abrasive, le grippage, les empreintes, gommage et dégradation des matériaux et la fatigue au contact des éléments roulants :

Usure abrasive : Destruction d'un élément par enlèvement progressif de la matière en surface et formation de particules (**Figure 6.9**). Cette usure est généralement liée à des roulements mal protégés ou mal lubrifiés,

Grippage et usure adhésive: Produit lors de fort glissement qui entraîne une soudure localisée, des aspérités de surfaces et un transfert de matière entre les surfaces,

Empreintes: Liées au contact hertzien, métal sur métal. L'effet de la charge produit une déformation plastique lorsqu'une particule est pincée dans le contact, provoquant des défauts de surfaces,

Déséquilibre thermique: Lié au dégagement de chaleur des surfaces en contact. Si cette énergie thermique n'est pas dissipée en continu, une élévation de température est possible et engendre une destruction du lubrifiant ainsi qu'une réduction de la dureté des matériaux en contact.

Les avaries précédentes peuvent être réduites et même éliminées par une surveillance des causes de dégradation et un entretien appropriés. Par contre, il existe des avaries dites de fatigue (**Figure 6.10**) qui apparaissent même dans les conditions idéales de fonctionnement. La charge dans le roulement est transmise d'une bague à l'autre par les éléments roulants. En rotation, il se crée donc un champ de contraintes cyclique qui est responsable de la fatigue du roulement. Ce type d'avarie se manifeste par l'apparition de fissure qui croît lentement jusqu'à l'écaillage. Ce type d'avarie est naturellement un phénomène aléatoire. Il existe deux types de fissures: les fissures liées à la fatigue du roulement en charge (couche profonde et/ou couche superficielle) et les fissures microscopiques qui existent avant la mise sous charge, sous l'effet de la finition des surfaces. La résistance à la fatigue d'un roulement est d'autant plus grande que l'acier est résistant, fin et homogène, c'est à dire que les défauts sont petits et dispersés.

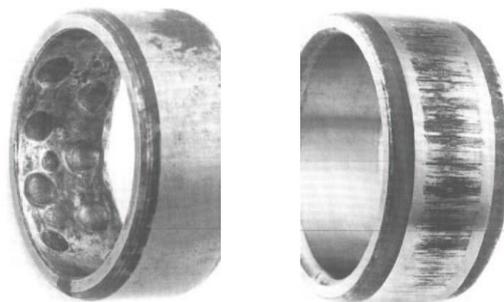


Figure 6.9 : Défauts d'usure

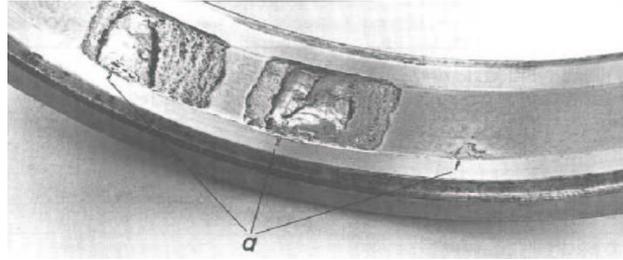


Figure 6.10 : Défaut d'écailage (document SNR)

Rappelons que, bien qu'il existe des techniques simples dédiées au suivi en mode global des roulements, seule l'analyse fréquentielle permet de déterminer si l'impulsion de type choc est produite par une dégradation de roulements. En outre, l'image spectrale et ses analyses complémentaires permettent de situer le défaut sur la bague tournante ou sur la bague fixe du roulement, de savoir s'il s'agit d'un écailage ou d'un manque de graisse, mais aussi de dépister un début de grippage. Reste à déterminer sur quelles machines 'stratégique' pour l'entreprise cette précision s'avèrera nécessaire.

2. Influence des défauts des roulements sur la structure des signaux d'Accélération :

Nous avons vu précédemment, que les défauts liés à des chocs engendraient des vibrations de type impulsif. La plus part des défauts affectant les roulements (écailage, indentation, manque de graisse, jeux trop important, ...) sont de cette nature, ils produisent un choc à chaque passage, et comme il s'agit généralement de chocs périodiques ou aléatoires de très courte durée, la plage de fréquences dans laquelle se situent toutes les composantes élémentaires du phénomène vibratoire peut atteindre plusieurs dizaines de kilohertz. Lors de l'apparition d'une avarie, une impulsion se produit chaque fois que le défaut participe à un contact. L'avarie a donc une fréquence caractéristique qui dépend de la géométrie du roulement et de l'emplacement de l'écailage (sur la bague intérieure, sur la bague extérieure, ou sur un élément roulant).

Cependant, les vibrations générées au sein d'un roulement sont de faible amplitude, ressemblant à un bruit aléatoire. Elles sont noyées parmi les composantes les plus énergétiques du système comme celles des engrenages ou celles liées à un déséquilibre (balourd) ou un désalignement, par exemple. De ce fait, le spectre d'une mesure d'accélération sur un palier avec un roulement défectueux ne présente pas de pic apparent à la fréquence de roulement, il présente plutôt, un niveau plus élevé dans la bande haute fréquence (de 1 kHz à 10 kHz), ainsi que de modulations caractérisées sur le spectre par la présence de bandes latérales autour des fréquences caractéristiques et des harmoniques.

La fréquence d'apparition d'un défaut de roulement peut être connue à partir de la géométrie et de la cinématique du système. Un calcul cinématique permet de déterminer les fréquences d'apparition des défauts locaux pouvant survenir sur un roulement. Ces fréquences sont données en fonction de cotes de fabrication de roulement et de la vitesse de rotation. On peut considérer quatre fréquences caractéristiques :

- **BPFO** : Défaut de bague extérieure.
- **BPFI** : Défaut de bague intérieure.

- f_e : Défaut d'élément roulant.
- f_c : Défaut de cage.

Les formules ci-dessous donnent les expressions des fréquences caractéristiques des défauts des roulements, Avec :

- N_b : Le nombre d'éléments roulants (billes, rouleaux ou aiguilles)
- D : Le diamètre primitif
- d : Le diamètre des éléments roulants
- α : L'angle de contact.
- f_{rot} : la fréquence de rotation de la bague interne (la bague externe étant supposé fixe)

Ainsi, nous avons:

- La fréquence de passage d'une bille (ou d'un rouleau) sur un défaut de bague externe (la bague externe étant supposée fixe) :

$$BPFO = \frac{f_{rot} \cdot N_b}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (6.1)$$

- La fréquence de passage d'une bille (ou d'un rouleau) sur un défaut de bague interne (la bague interne étant supposé montée sur l'arbre tournant) :

$$BPFI = \frac{f_{rot} \cdot N_b}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (6.2)$$

- La fréquence de passage d'un défaut de cage, f_c est donnée par l'équation suivante:

$$f_c = \frac{f_{rot}}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (6.3)$$

- La fréquence de passage d'un défaut de bille (ou de rouleau) sur la bague externe ou sur la bague interne, f_e est donnée par l'équation suivant :

$$f_e = \frac{f_{rot}}{2} \cdot \frac{D}{d} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \cos \alpha \right)^2 \right) \quad (6.4)$$

Mais comme le choc dû au défaut se produit à chaque tour de bille (ou de rouleau), à la fois sur la bague interne et sur la bague externe, on donne généralement :

$$2 \cdot f_e = f_{rot} \cdot \frac{D}{d} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \cos \alpha \right)^2 \right) \quad (6.5)$$

Les fréquences de passage des défauts sont des fréquences théoriques sensiblement respectées tant qu'il y a roulement sans glissement des billes. Dès qu'il y a amorce de grippage, le frottement a tendance à ralentir la partie dégradée. Le défaut se manifeste donc à une fréquence inférieure à la fréquence calculée.

Cette différence, bien que, difficile à appréhender, est un élément décisif pour établir l'urgence de l'intervention, le grippage étant le stade ultime d'un défaut sur roulement et pouvant amener par blocage la dégradation brutale du rotor.

NB ;

Pour deux fabricants différents, les cotes de fabrication peuvent être différentes, même pour un roulement de référence identique. Les fréquences caractéristiques peuvent donc varier d'un constructeur à un autre.

IV. ANALYSE TEMPORELLE DES SIGNAUX BRUTS DES DÉFAUTS DE ROULEMENTS :

Les défauts de roulements ont une incidence sur l'allure des signaux mesurés d'accélérations aux paliers. L'influence des avaries sur les signaux temporels bruts va être développée dans ce paragraphe. Ces descriptions permettent de comprendre les phénomènes et d'appuyer le choix d'indicateurs dans les domaines appropriés d'analyse. Afin d'isoler ces défauts de l'ensemble des phénomènes qui peuvent provenir de l'état de la machine, on peut utiliser des techniques simples de dépistage spécifique reposant sur la mesure globale du facteur de crête et du kurtosis.

1. Facteur de crête :

Un roulement neuf ou en bon état génère une vibration de faible amplitude, aussi bien en valeur crête qu'en valeur efficace. Le facteur de crête rapport entre ces deux valeurs, reste donc faible, généralement compris entre **3** et **5** (**figure 6.11**). Un roulement présentant des défauts de type piqûre, strie, écaillage,... génère des chocs périodiques de courte durée. Ces chocs sont à leur tour à l'origine d'une onde de choc. Celle-ci a la particularité de se manifester sur une très large plage de fréquences et finit généralement par exciter un ou plusieurs modes de résonance de structure.

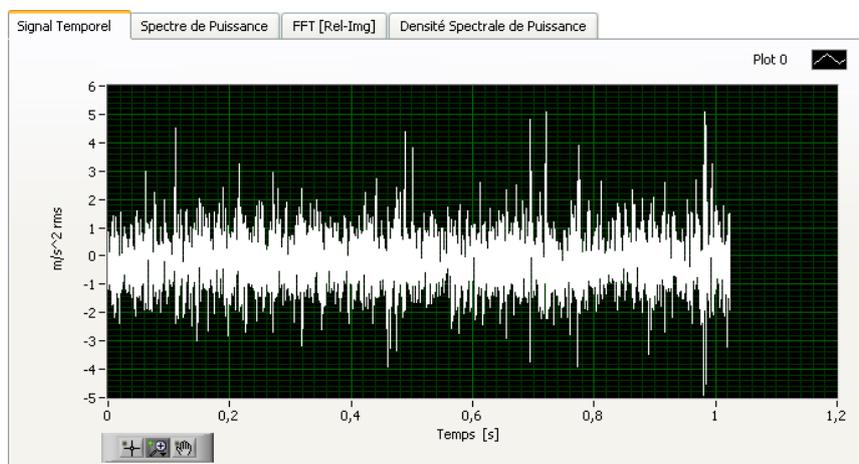


Figure 6.11 : Signal temporel relevé sur le palier 02

Le facteur de crête évolue différemment selon que le roulement présente un défaut localisé ou des défauts généralisés.

➤ **Défauts localisés :**

Le taux de répétition des chocs est suffisamment faible pour qu'entre deux chocs il y ait amortissement des modes de résonance de structure : la vibration générée présente une amplitude de crête forte et une amplitude efficace faible, donc un facteur de crête important.

➤ **Défauts généralisés :**

Le taux de répétition des chocs est trop important pour qu'entre deux chocs il y ait amortissement suffisant des modes de résonance de structure. Les vibrations générées présentent des amplitudes crête et efficaces fortes, donc un facteur de crête faible. Le facteur de crête est un outil qui permet de mettre en évidence les roulements en phase de dégradation. En revanche, lorsque ce facteur de crête est faible, il convient de s'assurer que la valeur efficace (ou la valeur crête) de l'amplitude n'est pas en progression, ce qui serait synonyme d'une dégradation du roulement en phase terminale.

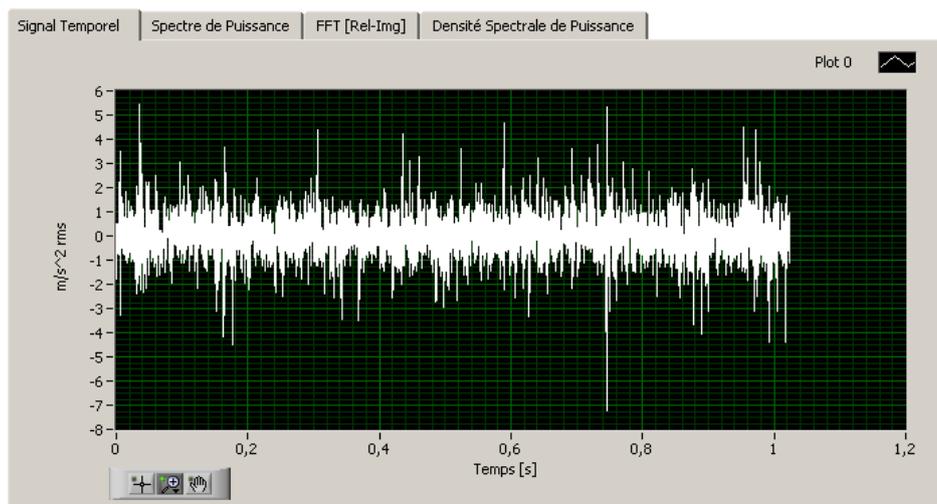


Figure 6.12 : Signal temporel relevé sur le palier 01

V. ANALYSE SPECTRALE EN MODE GLOBAL DES DÉFAUTS DE ROULEMENTS :

Lorsque un choc est produit, l'accéléromètre enregistre une impulsion. La gravité du défaut a une influence sur l'allure du spectre. L'amplitude du signal en présence d'un défaut important est un peu plus élevée qu'en présence d'un défaut faible. La différence la plus significative se situe au niveau de l'émergence de la composante correspondante au défaut. Lorsque l'avarie est importante, l'accéléromètre perçoit le choc sur une zone plus large qu'en présence d'un défaut moindre. La modulation d'amplitude induite est donc plus prononcée.

1. Défaut de type écaillage affectant la bague externe :

Un défaut de type écaillage affectant la bague externe d'un roulement a pour image vibratoire un peigne de raies de la fréquence caractéristique du défaut. A chaque composante de ce peigne, est associée une paire de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation, en cas de charge dynamique importante.

2. Défaut de type écaillage affectant la bague interne :

Un défaut de type écaillage affectant la bague interne de roulement a pour image vibratoire un peigne de raies de la fréquence du défaut. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation.

3. Défaut de type écaillage sur un élément roulant :

Un défaut de type écaillage sur un élément roulant (bille, rouleau ou aiguille) a pour image vibratoire un peigne de raies. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation. L'enregistrement des chocs qu'il provoque est plus difficilement discernable : le glissement interne au roulement et l'éloignement du capteur rendent la simple observation difficile. Les pics espacés de la période caractéristique du défaut ne sont visibles que sur quelques portions du signal, lorsque le défaut est à proximité de l'accéléromètre.

4. Défaut de type déversement de bague (désalignement) :

Le défaut de type déversement de bague externe a pour image vibratoire une raie importante à la fréquence du défaut de cette bague, qui est généralement prépondérante par rapport à ses premières harmoniques, modulée par la fréquence de rotation. Le déversement simultané des deux bagues a évidemment une image vibratoire conjuguant les images des deux types de défauts.

➔ Il ne faut pas confondre défaut de type écaillage et défaut de type déversement de bague. Le défaut de type écaillage est un défaut de type choc dont le spectre présente :

- De nombreuses composantes harmoniques jusqu'en hautes fréquences.
- Les harmoniques d'ordre n généralement d'amplitude plus grande que la composante fondamentale.

Le défaut de type déversement de bague est un défaut de type vibration sinusoïdale dont le spectre présente :

- Peu de composantes harmoniques
- La composante fondamentale de la fréquence du défaut, nettement prépondérante par rapport à ces quelques harmoniques.

Les figures (6.13, 6.14, 6.15 et 6.16) ci-après présentent les spectres d'accélération mesurée sur les deux paliers du rotor. Sur les figures 6.14 & 6.15 relatives au signal relevé sur le palier 01, on remarque la présence de pics de faibles amplitudes aux fréquences 76 Hz, 99 Hz. Ces fréquences correspondent aux fréquences caractéristiques des défauts de bague extérieure f_{be} et de l'élément roulant f_{er} du roulement de type 6204 monté sur ce palier.

Rappelons les valeurs numériques correspondant aux fréquences caractéristiques de ces défauts des roulements de notre banc d'essais ci-dessous :

	Fréquences caractérist.	1 ^{ere} harmonique	2 ^{eme} harmonique	3 ^{eme} harmonique	4 ^{eme} harmonique	5 ^{eme} harmonique
Fréquence de rotation (Hz)	24,9	49.8	74.7	99.6	124.5	149.4
Défaut bague extérieure (6204)	76	152	228	304	380	456
Défaut élément roulant (6204)	99,18	198,36	297,54	393,72	495,9	595,08

Tableau 6.1 : Rappel des fréquences caractéristiques et harmoniques des défauts des roulements type (6204).

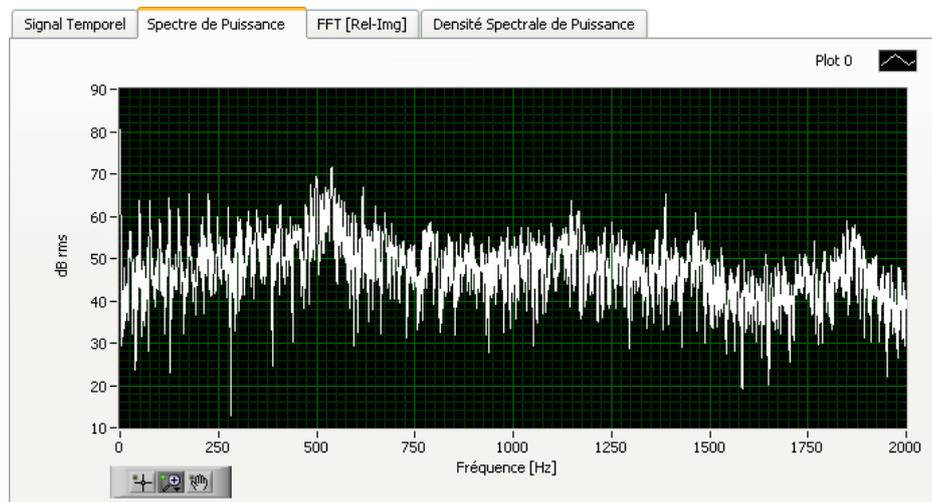


Figure 6.13 : Spectre global du signal relevé sur le palier 01

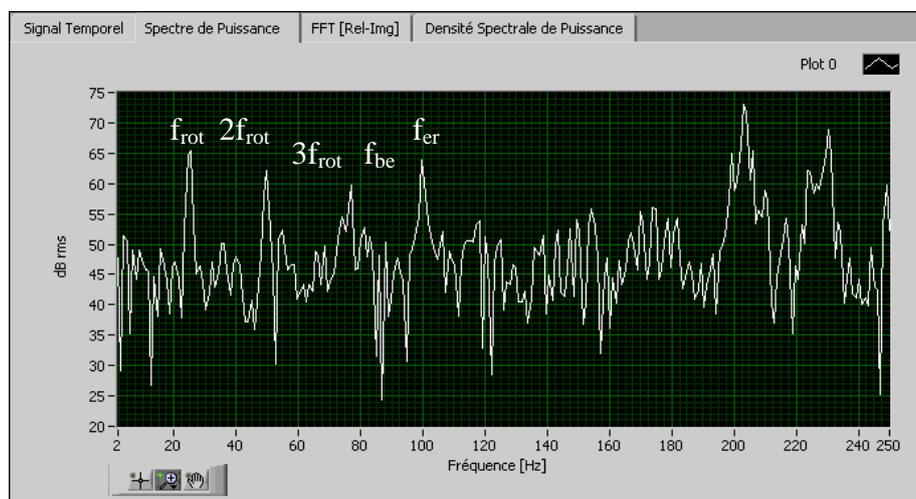


Figure 6.14 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le palier 01 selon la direction Z

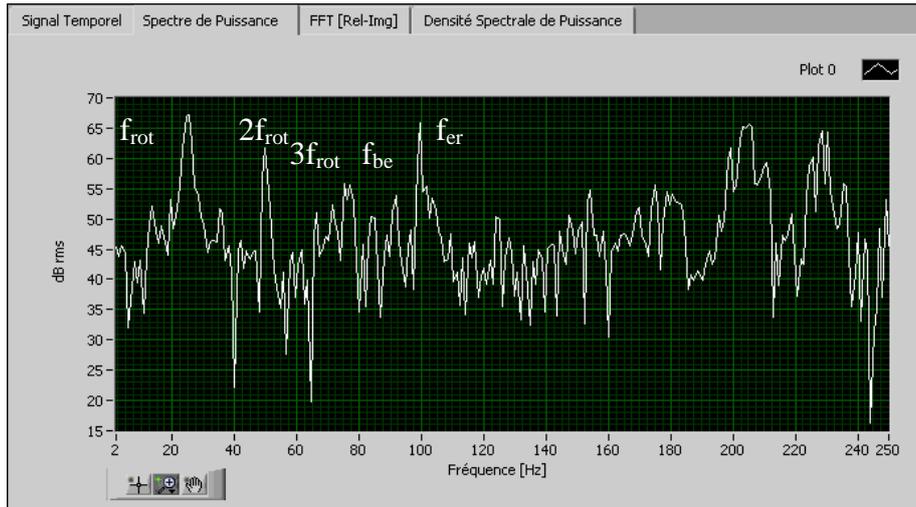


Figure 6.15 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le **palier 01** selon la direction X

Cependant, sur les signaux relevés sur le palier **02**, la signature de l'avarie n'est pas visible. Le défaut constaté sur le palier **01** est faible, il n'est décelable que sur le palier porteur de l'écaillage, et non sur l'autre palier du même arbre.

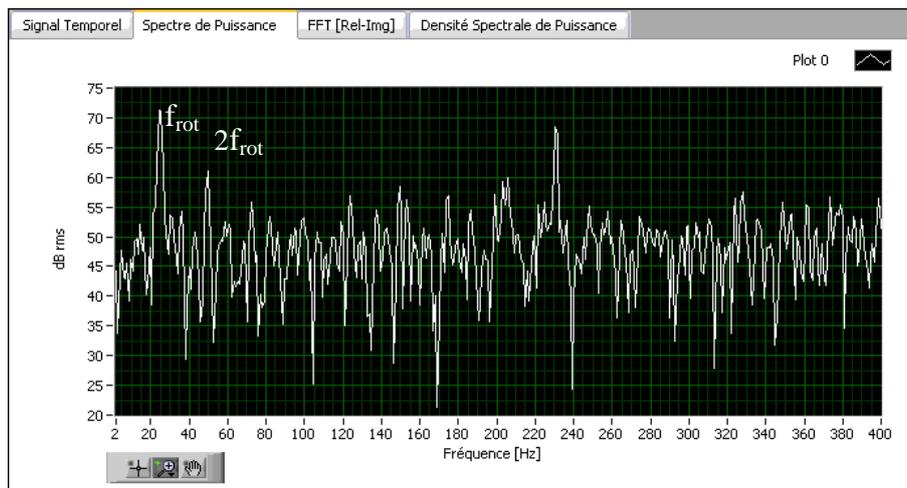


Figure 6.16 : Spectre global Zoomé du signal relevé sur le **palier 02**

VI. DIAGNOSTIC AVEC LES TECHNIQUES DE CEPSTRE ET DE DÉTECTION D'ENVELOPPE :

La plus part des défauts affectant les roulements (par exemple, indentation, amorce d'écaillage), qui à terme vont conduire le roulement à sa ruine, induisent des forces impulsionnelles. Le spectre fréquentiel, représentatif de ces forces, est extrêmement étendu et présente des modulations. Les informations apportées par ces phénomènes de modulation sont souvent déterminantes dans la formulation d'un diagnostic, mais leur décodage nécessite des techniques de traitement du signal spécifiques. Les familles de composantes émergentes sous l'influence de défauts de roulements peuvent se présenter tant sous forme de peignes de raies que sous forme de bandes latérales de modulation autour d'une fréquence cinématique.

L'identification visuelle de ces fréquences sur le spectre n'est pas toujours évidente par une analyse spectrale classique. C'est pourquoi il s'avère intéressant de recourir aux techniques de démodulation d'amplitude (détection d'enveloppe) du signal qui, par l'emploi de la résonance comme amplificateur, permettent d'effectuer généralement des diagnostics beaucoup plus précoces que les techniques classiques (en mode global).

La méthode de diagnostic des paliers à roulements par le spectre d'enveloppe des vibrations à hautes fréquences est basée sur l'analyse des caractéristiques **de formation des forces de frottement** dans les paliers, et par conséquent, l'apparition des impulsions de choc sur le spectre, dues à l'interaction des éléments roulants avec les surfaces des bagues ayant des cavités, des raies, ou des fissures.

Les **figure 6.17** donne des exemples des spectres d'enveloppe d'un bon palier à roulements **(a)**, d'un palier avec un défaut d'alignement **(b)**, avec l'usure d'une surface de roulement **(c)**, et avec une fissure sur une surface de roulement **(d)**.

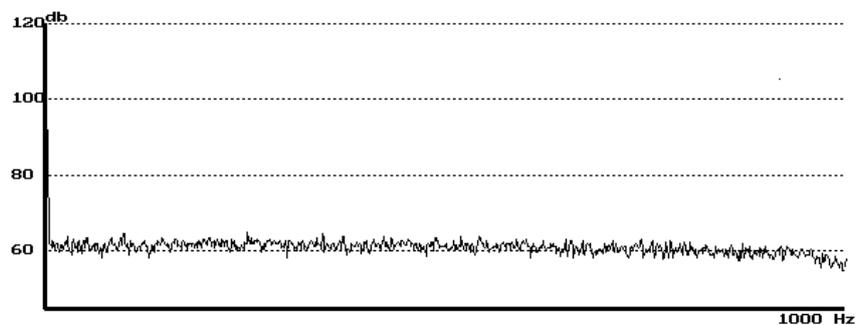


Figure 6.17 a : Spectre d'enveloppe d'un palier à roulements en bon état.

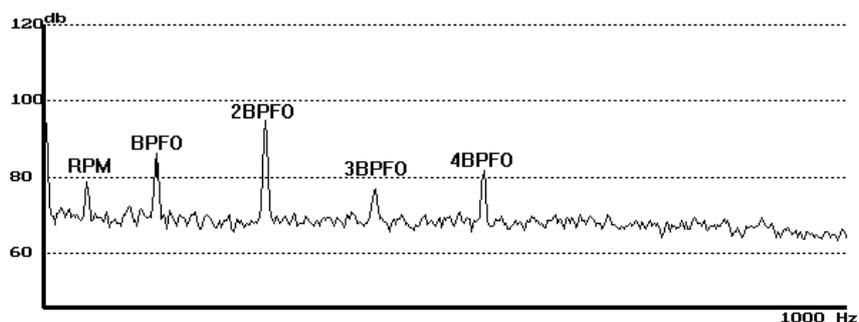


Figure 6.17 b : Spectre d'enveloppe d'un palier à roulements avec déversement de la bague extérieure [BAR94]

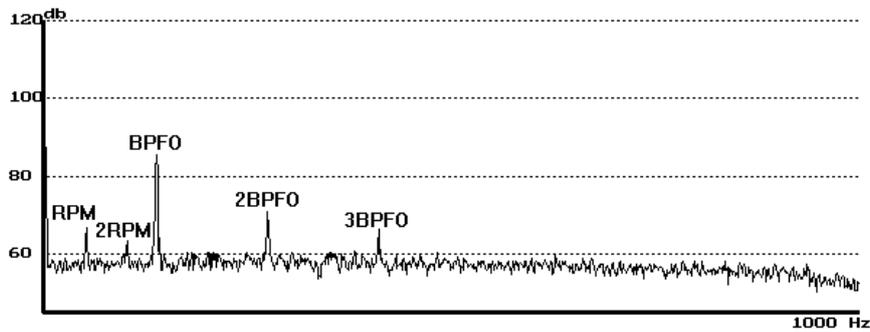


Figure 6.17 c : Spectre d'enveloppe d'un palier à roulements avec une usure de la bague extérieure

[BAR94]

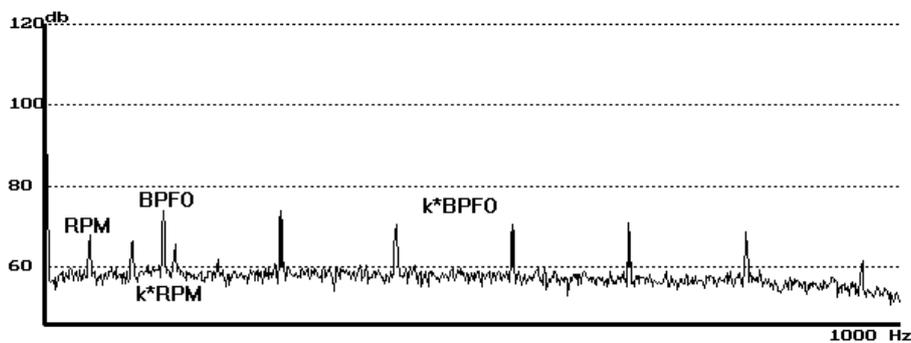


Figure 6.17 d : Spectre d'enveloppe d'un palier à roulements avec une fissure de la bague extérieure

[BAR94]

Cependant, la simplicité apparente de la détection et de l'identification de défaut par le spectre d'enveloppe des vibrations d'un palier à roulements ne peut pas être entièrement réalisée dans la pratique. Il y a deux raisons principales pour ceci :

La première raison est liée aux caractéristiques des charges appliquées aux paliers à roulements dans les machines réelles. En plus de la charge radiale, des charges tournantes dues à l'oscillation de l'axe du rotor non équilibré peut être communiquées au palier. Ces charges additionnelles peuvent également dépendre de l'angle de rotation de l'axe compliquant ainsi de manière significative le problème de l'identification de défaut.

La deuxième raison de la complexité de la détection et de l'identification des défauts est liée à la nécessité de diagnostiquer le spectre d'enveloppe produit, seulement par les composants aléatoires des vibrations du palier sous analyse et d'exclure de la considération les composants harmoniques des autres paliers ou à partir d'autres machines. Des méthodes spéciales pour le traitement des signaux ou le choix soigneux de la bande de fréquence d'enveloppement devraient être employées à cette fin. La **figure 6.18 a** présente des spectres d'enveloppe d'un palier d'un réducteur de vitesse avec un pignon défectueux. Aussi, on peut voir le spectre d'enveloppe mesuré sur le palier de l'axe avec le pignon défectueux et l'axe adjacent **figure 6.18 b**. Les défauts de l'engrènement et des fissures sur les surfaces d'appui peuvent être distingués par les fréquences de répétition des séquences de chocs.

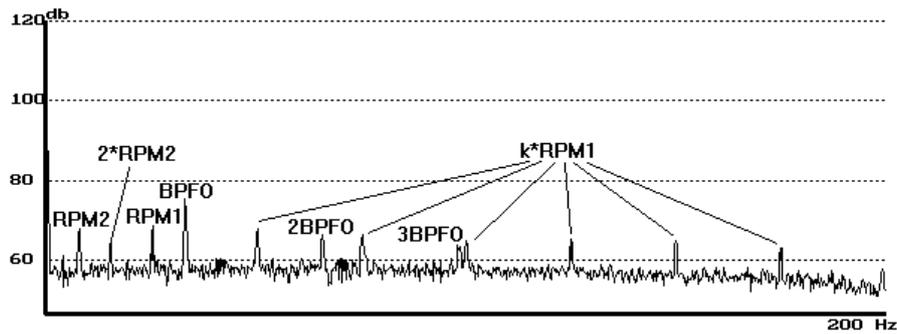


Figure 6.18 a : Spectre d'enveloppe d'un palier à roulements avec un pignon défectueux du réducteur de vitesses [BAR94].

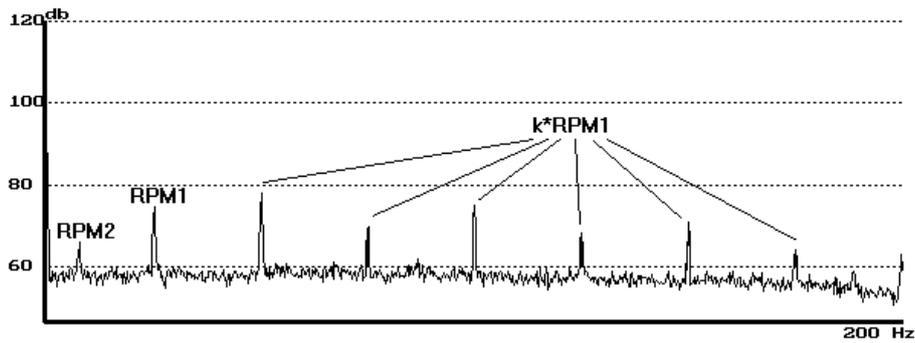


Figure 6.18 b : Spectre d'enveloppe du palier à roulements de l'arbre adjacent à pignon engrené avec le pignon défectueux du réducteur de vitesses [BAR94].

Les signaux temporels que nous avons relevés sur notre banc d'essais ont été fenêtrés par la fenêtre de Hanning et le signal d'enveloppe est calculé par la technique de démodulation d'amplitude par l'utilisation de la transformée de Hilbert du signal (figures 6.19 & 6.20). L'enveloppe temporelle ainsi obtenue ne fournit pas d'indication proprement dite sur la présence d'un défaut. Cette dernière est rarement directement employée comme outil d'analyse, on utilise plutôt le spectre d'enveloppe. Les indicateurs sont établis donc, à partir de la représentation spectrale.

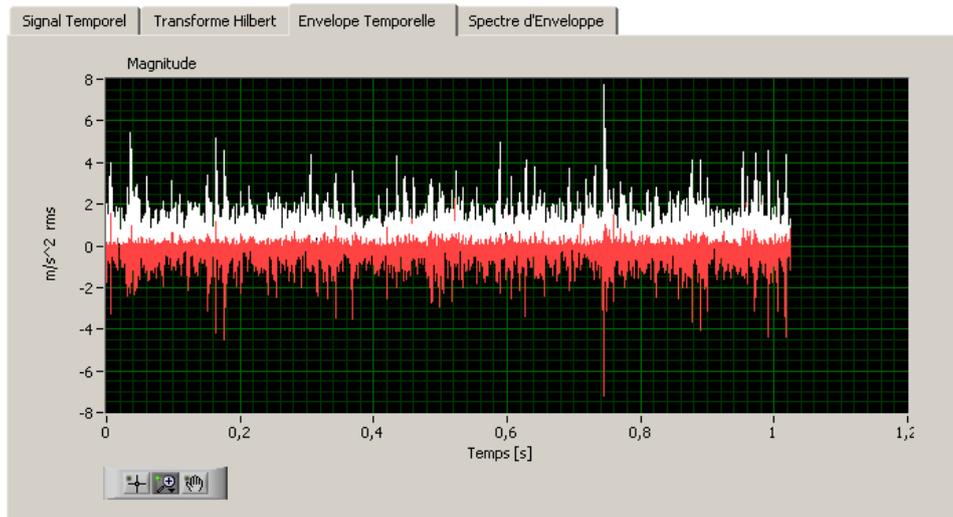


Figure 6.19 : Signal d'enveloppe temporelle

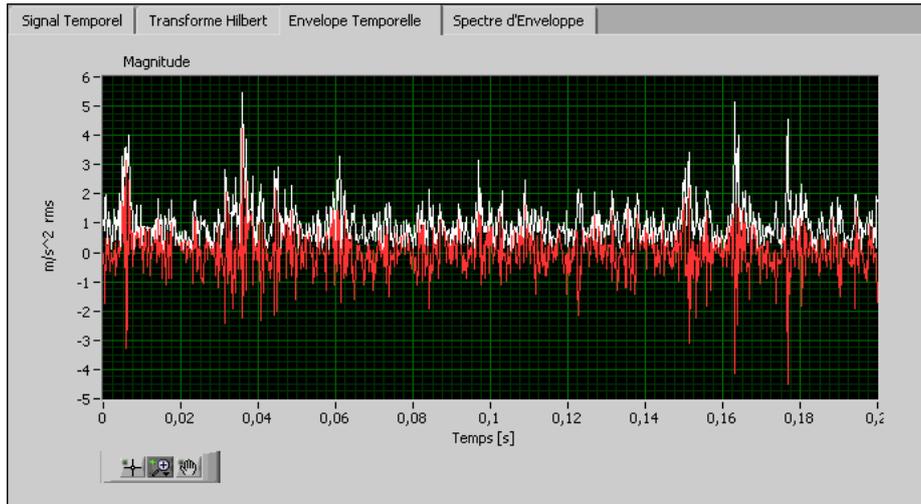


Figure 6.20 : Signal d'enveloppe temporelle Zoomé

L'ensemble des figures ci-après présentent les spectres d'enveloppe des vibrations d'accélération mesurée sur les deux paliers : sans défaut pour le palier **02** et avec défaut bague extérieure et d'éléments roulants pour le palier **01**. La présence de pics sur le spectre d'enveloppe relevé sur le palier **01** et qui correspondent à la fréquence de rotation ainsi qu'aux fréquences des défauts f_{be} et f_{er} (**Figure 6.21**), mettent en évidence la signature de défauts naissants qui se développent relatifs à la bague extérieure et l'élément roulant du roulement de type **6204** monté sur ce palier.

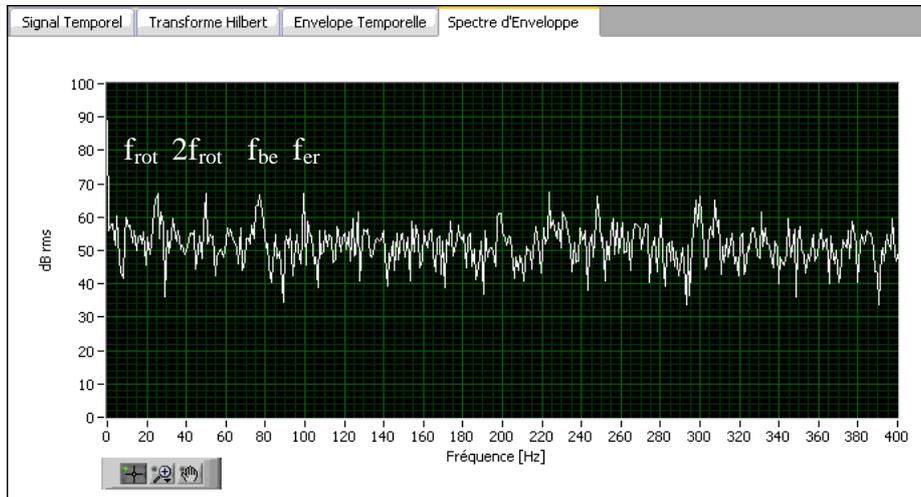


Figure 6.21 : Spectre d'enveloppe du signal relevé sur le palier **01** en présence de défauts de bague extérieure et d'éléments roulants

L'analyse d'enveloppe nous a permis de mettre en évidence l'écaillage sur l'élément roulant et sur la bague extérieure aux fréquences caractéristiques de ces défauts. La signature de l'avarie n'est pas visible sur les signaux relevés sur le palier **02**. Ceci nous renseigne d'une part, sur le bon état du palier **02** et d'autre part, de conclure que le défaut n'est décelable que sur le palier porteur de l'écaillage (**Figure 6.22**). Nous constatons que l'importance de l'écaillage a une conséquence sur l'enveloppe des signaux d'accélération.

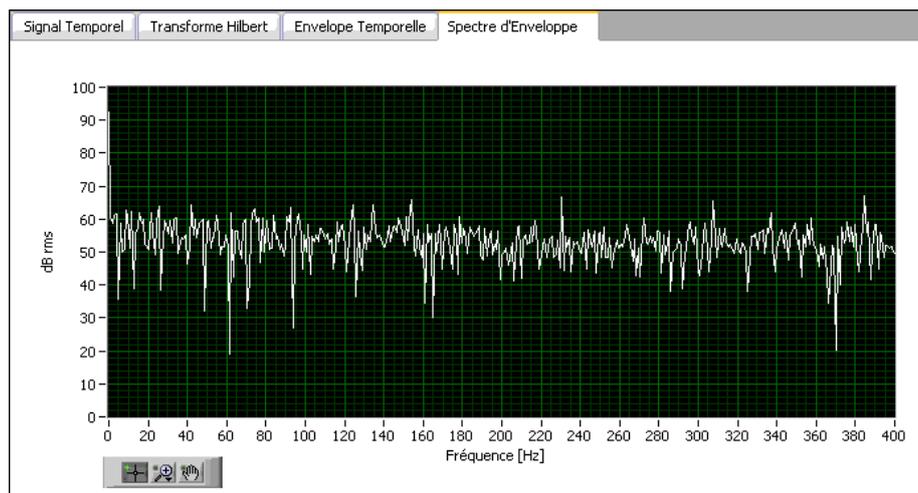


Figure 6.22 : Spectre d'enveloppe du signal relevé sur le **palier 02**

Le niveau des pics des deux défauts sur élément roulant et sur la bague extérieure est plus aux moins faibles, mais il est suffisant pour constituer un indicateur fiable de la présence d'avarie correspondant au développement d'un défaut naissant.

L'existence des résonances dues aux phénomènes de modulations dans le spectre est mise en évidence par la présence de la quéfrence correspondante à la période de rotation de l'arbre et l'émergence de ces **rhamoniques** dans le cepstre (**figure 6.23**). Les valeurs numériques correspondant aux quéfrences caractéristiques de notre banc d'essai sont rappelées ci-dessous :

	Quéfrence caractéristiq.	2 ^{eme} rhamonique	3 ^{eme} rhamonique	4 ^{eme} rhamonique	5 ^{eme} rhamonique	6 ^{eme} rhamonique
Période de rotation (s)	0.0402	0.02	0.0134	0.01	0.008	0.0067
Défaut bague extérieure (6204)	0.0131	0.0066	0.0044	0.0033	0.0026	0.0022
Défaut élément roulant (6204)	0.0101	0.00504	0.0034	0.0025	0.0020	0.0017

Tableau 6.2 : Rappel des quéfrences et rhamoniques de la rotation et des défauts du roulement 6204

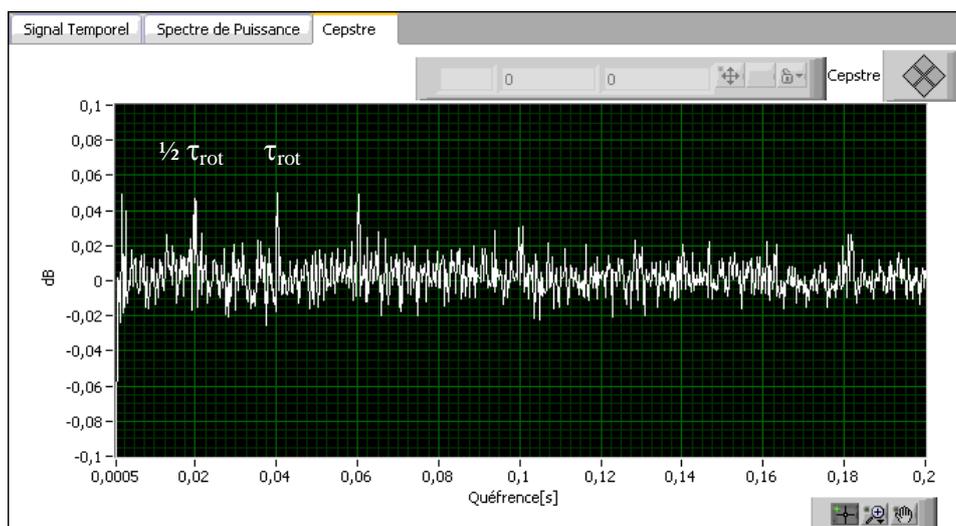


Figure 6.23 : Cepstre du signal relevé sur le **palier 01**

Sur la **figure 6.23** apparaît clairement la quérence de rotation qui constitue la fonction de modulation.

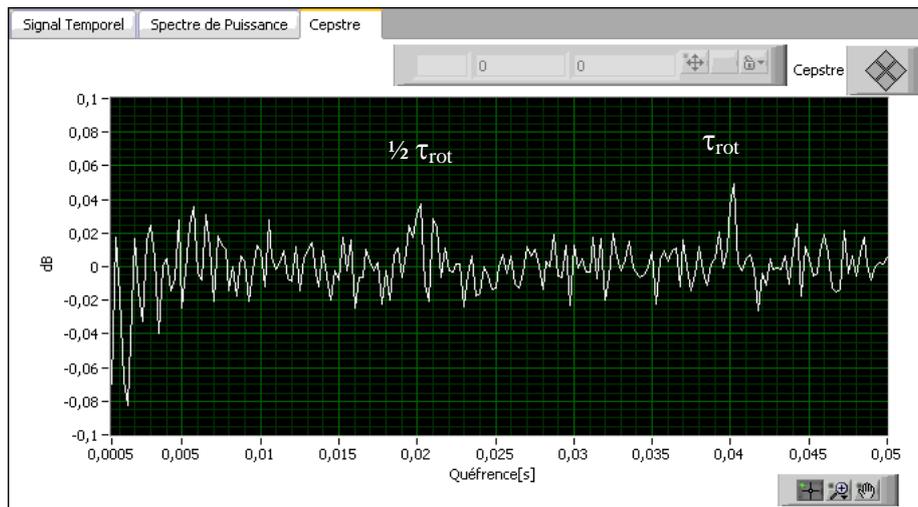


Figure 6.24 : Cepstre Zoomé du signal relevé sur le **palier 01** défectueux

Sur le cepstre du signal relevé sur le palier **02** (**Figure 6.25**), la signature de l’avarie n’est pas visible. Le défaut n’est décelable par la méthode du cepstre que sur le palier **01** porteur de l’écaillage, et non sur l’autre palier du même arbre.

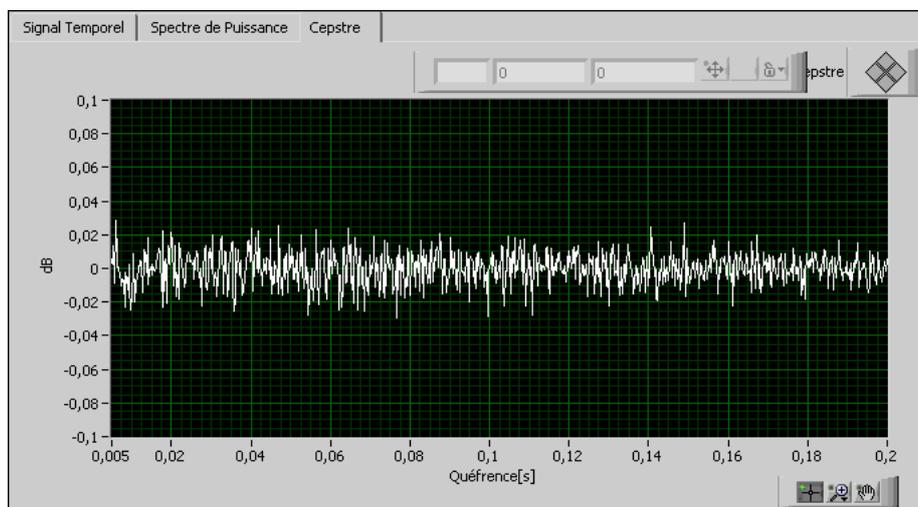


Figure 6.25 : Cepstre du signal relevé sur le **palier 02**

Les signaux du palier **02** ne sont pas influencés par la présence du défaut sur le palier **01**. Nous pouvons conclure alors que, d’une part, le palier **02** ne présente aucune anomalie sur son roulement et d’autre part, l’importance de l’endommagement a une influence sur la propagation de la signature. Dans le cas d’un défaut faible, il n’est décelable que sur les accélérations mesurées sur le palier porteur de l’avarie, alors qu’en présence d’un défaut plus important, la signature peut se répercuter sur les accélérations mesurées sur les paliers voisins.

VII. Conclusion :

Cette première étude nous a permis d'observer de manière globale le comportement des signaux mesurés d'accélération aux paliers en présence de défauts isolés. La morphologie des signaux doit orienter le choix des domaines d'analyse pour la recherche d'indicateurs de défauts efficaces. Les accélérations mesurées aux niveaux des paliers de notre banc d'essais sont principalement destinées à caractériser les principaux défauts des machines tournantes. L'analyse spectrale fondée sur l'utilisation du formalisme de Fourier nous a permis de mettre en évidence les défauts de balourd et de désalignement. Néanmoins, cette technique a une limitation pour le diagnostic des défauts naissants des roulements et qui produisent des modulations d'amplitude. Pour cela, nous avons développé les méthodes du cepstre et de détection d'enveloppe pour le repérage des écaillages conformément aux travaux présentés dans la bibliographie. Toutefois, l'étude du cepstre et du spectre d'enveloppe est menée et synthétisée afin de définir l'influence des défauts de roulements sur les signaux d'accélération. Nous avons constaté que la présence d'un défaut d'écaillage sur la bague extérieure ou des éléments roulants d'un roulement produit une augmentation de l'amplitude de la fréquence du défaut (dans le spectre enveloppe) sur le palier correspondant au roulement défectueux. L'indicateur traduit l'importance du défaut, le niveau des pics augmente avec la gravité de l'avarie.

L'analyse morphologique des signaux d'accélération, traitée dans le domaine cepstral a permis de dégager les signatures des défauts de roulements qui se caractérisent par une augmentation de l'amplitude correspondante à la période de rotation et de ces harmoniques.

En résumé, en raisonnant sur l'amplitude du signal, la signature des défauts de roulements ne se propage pas à travers tout le système mécanique. Les défauts de roulements provoquent alors, une augmentation de l'amplitude des accélérations dans le palier où ils sont logés et dans le cas de défauts importants, leur effet peut se répercuter sur les paliers voisins, portés par le même arbre.

L'analyse d'enveloppe des signaux vibratoires est à retenir pour le choix des indicateurs de défauts de roulements car elle constitue un outil de dissociation des défauts. De plus, afin d'être sûr de caractériser correctement l'état des roulements, il est obligatoire de réaliser un suivi en continu. En effet, lorsque les avaries d'autres organes tel que les engrenages sont trop importantes, elles occulteront les effets des défauts des roulements. Il est donc utile de suivre régulièrement le système afin de détecter les avaries des roulements pendant que les défauts des engrenages ne sont pas trop avancés. L'avantage de telles méthodes est la rapidité de calcul qui permet une utilisation en temps réel et aussi la précision qui aboutit en plus de la détection d'une avarie, à l'identification de son origine.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

L'objectif de ce travail de recherche qui a été menés au sein de notre laboratoire, est de tracer un parallèle entre l'aspect numérique et expérimental pour l'analyse du comportement vibratoire des machines tournantes. Les investigations ont débuté par la construction d'un modèle numérique pour la modélisation dynamique des systèmes rotor - paliers. L'objectif était de caractériser la réponse dynamique et la prédiction du comportement du système. Le travail numérique a été poursuivi, par l'analyse de stabilité du système en fonction de la vitesse de rotation. A cet effet, les calculs des différentes énergies des éléments constituant le rotor, ont été développés. Cela a permis de définir les équations du mouvement permettant de simuler le comportement dynamique des rotors. Le modèle de résolution des équations de mouvement présenté a été développé à l'aide de la méthode des éléments finis. Ce modèle est utilisé pour modéliser les systèmes réels car il est plus précis et permet de mettre en évidence les phénomènes de base intervenant sur ce type de systèmes. Il est également modulaire car chaque élément du rotor possède ses propres caractéristiques. Des éléments peuvent donc être ajoutés ou enlevés au gré de l'utilisateur qui peut également ajouter des raideurs, des amortissements ou des forces extérieures. Le désavantage évident de cette méthode est que les calculs sont plus 'lourds', même si les modèles éléments finis appliqués à la dynamique des rotors sont en général de petite taille : jusqu'à des centaines de degrés de liberté. Les résultats numériques de comparaison de notre programme de calcul avec ceux de la littérature ont été très satisfaisantes et constituent, par conséquent, une validation de l'approche développée. L'étude de la dynamique des rotors sert beaucoup de nos jours pour l'analyse du comportement et le diagnostic d'état des machines tournantes. Elle peut servir entre autres à :

1. Caractériser le comportement normal de la machine
2. Identifier les vitesses critiques (diagramme de Campbell).
3. Analyser la stabilité des ensembles.
4. Quantifier les niveaux des vibrations qui serviront de base pour décider sur la sévérité des défauts.
5. l'Etablissement de bases de données d'apprentissage.

En parallèle, on a abordé dans la seconde partie du travail, le domaine de la maintenance prédictive. Il s'agissait alors de déterminer la signature de défauts de bases des éléments les plus susceptibles de s'endommager, d'un système en fonctionnement et de définir des indicateurs d'avaries efficaces. Cette partie à caractère essentiellement expérimental a été réalisée à partir de mesures effectuées sur un banc d'essais réalisé dans le laboratoire. Celui-ci était adapté à cet axe de recherche, car sa construction isole les effets de l'état des autres organes. Les mesures choisies ont été les accélérations aux paliers. La connaissance de l'influence des défauts sur les signaux, à partir de traitements du signal adaptés, a permis de définir des indicateurs efficaces. Les éléments de diagnostic ayant été définis ont permis de constituer une démarche de surveillance, et diagnostic applicable aux systèmes rotatifs simples.

Concernant les défauts choisis pour être prise en charge sur le banc dans la campagne d'essais sont représentatifs des avaries pouvant survenir au cours du fonctionnement d'un système, et constituent des modèles différents d'endommagement des machines. Les défauts simulés ont été constaté sur le banc et sont mis en évidence par les techniques d'exploration développées dans le chapitre **IV**. Les signaux recueillis ont été observés donc, dans différents domaines d'analyse à savoir, le domaine temporel, le domaine spectral et le domaine cepstral.

A cet effet, nous avons utilisé le formalisme de Fourier en vue de mettre en évidence l'influence des défauts isolés du balourd, du désalignement et de roulements sur le comportement global des signaux mesurés. On a constaté, par le biais de cette analyse que les défauts de roulements provoquent une augmentation de l'amplitude des vibrations mesurées sur le palier endommagé. L'endommagement des roulements est moins nettement visible sur un palier voisin (porté par le même arbre). Pour cela, l'état d'un roulement doit être suivi à partir des vibrations mesurées sur le palier où il est logé. L'influence du défaut de balourd sur les vibrations mesurées aux paliers, est plus importante au niveau de l'augmentation d'amplitude constatée et plus uniforme, il affecte tous les paliers. Concernant le désalignement, l'effet du défaut est moins nettement visible, mais facilement décelable.

Néanmoins, cette technique a une limitation pour le diagnostic des défauts naissants. Le problème est que l'influence des variations des conditions de mesures peut excéder les changements indiquant les défauts naissants même dans les machines non défectueuses. D'autre part, contrairement aux phénomènes de balourd et de désalignement, la plupart des détériorations ou défauts ne sont pas aisés à détecter et à classifier. En effet, ils produisent, le plus souvent, dans le spectre des modulations d'amplitude ou de fréquence.

Les informations apportées par ces phénomènes de modulation sont souvent déterminantes dans la formulation d'un diagnostic, mais leur décodage nécessite des techniques de traitement du signal spécifiques. D'autre part, l'identification visuelle de ces familles sur le spectre n'est pas toujours évidente. Pour cela, nous avons abordé l'analyse cepstrale. Cette fonction (transformée inverse du logarithme du spectre) permet, dans un spectre, de rechercher, d'identifier et de quantifier rapidement toute famille de composantes périodiques. Recourir à la représentation cepstrale se révèle très intéressant puisque l'apparition et l'évolution dans le temps de toute une famille de composantes, induites par un défaut, peuvent être suivies par une seule valeur correspondante à la période caractéristique de l'avarie.

Enfin, nous avons appliqué une méthode de démodulation d'amplitude (détection d'enveloppe) par le biais de la transformée de Hilbert. L'avantage de cette méthode est la rapidité de calcul qui permet une utilisation en temps réel et aussi une précision qui aboutit en plus de la détection d'une avarie, à l'identification de son origine. La détection d'enveloppe est beaucoup plus puissante que le spectre ou le zoom, car elle utilise la résonance d'un mode de structure (par exemple, palier, capteur) comme un amplificateur. Elle est l'une des techniques de diagnostic précoce des défauts de roulement et d'engrenage, et cela même sur des machines tournant à faible vitesse, puisque les défauts ne sont pas recherchés dans la plage des basses fréquences du spectre mais autour de porteuses dont les fréquences peuvent se situer à plusieurs dizaines de fois de la fréquence de rotation.

Les possibilités de détection et de diagnostic par ces techniques sont discutées sur la base des résultats expérimentaux réalisés sur le banc d'essai. Ces outils ont été conçus dans l'environnement de programmation graphique LabVIEW. Ce dernier a des fonctions intégrées pour l'analyse des mesures comprenant le calcul de RMS, la détection de crêtes, l'analyse harmonique, le filtrage, et les fonctions d'analyse de fréquence, aussi bien qu'un grand nombre de fonctions mathématiques et statistiques complexes.

Nous considérons par le biais de cette présente étude avoir cerné certains, mais pas tous les défauts, émanent des machines tournantes. Cependant, afin de poursuivre les travaux dans cette direction, il serait intéressant d'explorer numériquement et expérimentalement d'une façon plus approfondie les phénomènes d'endommagement des machines tournantes.

D'autre part, le système n'avait pas la compacité que l'on peut trouver dans un système réel. Les travaux menés ont été réalisés sur un modèle expérimental simple. Le système n'a pas de carter, les organes mécaniques étant reliés par l'intermédiaire d'un châssis rigide. Il serait important maintenant de mener une expérimentation sur un système réel de transmission de puissance. Ainsi, la présence d'autres organes tels que les engrenages, l'effet du carter, et la compacité du système pourraient être pris en compte, pour une validation des conclusions que nous avons tirées.

Concernant la recherche d'indicateurs, il serait souhaitable, notamment pour les roulements et les engrenages de transmission, de développer des outils pour définir la signature de défauts conjugués (roulement, engrenages). En effet, la littérature donnait de nombreux éléments sur la signature de défauts isolés, cependant, peu d'informations concernent la simultanéité de présence d'avaries qui modifient la manière de mener le diagnostic. Différentes grandeurs utilisées dans la bibliographie pourraient être analysées et l'efficacité de leurs informations peut être comparées à celles des indicateurs dégagés dans ce texte.

En parallèle de la recherche de nouveaux indicateurs de défauts, une étude d'automatisation du diagnostic et de suivi de comportement peut être menée. La multitude d'indicateurs à surveiller, la difficulté d'interprétation d'une forme ou d'une valeur, rendent délicates les opérations de suivi. C'est pourquoi il est important de pouvoir disposer de système d'automatisation et d'optimisation d'analyse des mesures prélevées sur un système, pour permettent de sélectionner les indicateurs les plus efficaces, dans le cas où l'emploi de plusieurs indicateurs est redondant.

D'autre part, une modélisation numérique du comportement de systèmes de transmission de puissance serait indispensable, pour générer des signaux utiles pour l'apprentissage. En effet, le modèle numérique d'analyse du comportement dynamique établi dans ce travail, peut être complété par l'introduction de la prise en compte d'un écaillage sur les roulements et sur les dents des engrenages.

Nous devons également connaître **l'évolution** de la signature des détériorations avec les conditions de fonctionnement, **vitesse et couple transmis**. Le modèle expérimental doit donc fonctionner à vitesse et couple variés, et en présence d'avarie diverses d'usure et d'écaillage pour les engrenages et les roulements.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ALA98] **ALAUZE C.**, *Equilibrage actif des machines tournantes, application aux grandes lignes d'arbre*. Thèse de Doctorat, Ecole doctorale des sciences pour l'ingénieur de LYON, 1998.
- [BAR94] **BARKOV A., BARKOVA N.**, *Diagnostics of multi-condition rotating machines*. Proceedings of the transport and noise conference. Ed. S. Kovinskaya. Saint Petersburg, Russia, 1994.
- [BIG80] **BIGRET R.**, *Vibrations des Machines Tournantes et des Structures - tome II, IV*, Paris : Technique et Documentation Lavoisier, 1980, 394 p.
- [BOU83] **BOUIZEM B.**, *Analyse des vibrations des machines tournantes 'Application a un réducteur à engrenages*. Thèse de Magister, Institut de génie mécanique et génie civil U.S.T.O, 1983.
- [BOU88] **BOURGAIN L.**, *Machines tournantes et circuits pulsés, Applications industrielles et médicales de l'analyse spectrale*. Paris : Dunod, 2ème édition, 1988.
- [BRE02] **BRENEUR C.**, *Eléments de maintenance préventive des machines tournantes dans le cas de défauts combinés d'engrenages et roulements*. Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de LYON, 2002.
- [CHN99] **CHNG J., RO D.S.**, *Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms*. Journal of Sound and Vibrations 28(5), 1035-1056. Department of Mechanical Engineering, Hanyang University, Korea, 1999.
- [COU03] **COUSINARD O., MARCONNET P.**, *Détection de l'endommagement d'un engrenage par l'emploi de l'analyse cepstrale et de la détection d'enveloppe*. 16^{ème} Congrès Français de Mécanique, Université de Reims Champagne –Ardenne – REIMS, 2003.
- [DAL00] **DALPIAZ G., RIVOLA A.**, *Gear Fault Monitoring: Comparison of Vibration Analysis Techniques*, Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, and Aeronautiche e di Metallurgia - University of Bologna, Viale Risorgimento, 2 - I-40136 Bologna – Italy, 2000.
- [DUC03] **DUCHEMIN M.**, *Contribution à l'étude du comportement dynamique d'un rotor embarqué*, Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de LYON, 2003.
- [FLE03] **FLEMING D. P.**, *Unbalance Response Prediction for Rotors on Ball Bearing Using Speed and Load Dependent Nonlinear Bearing Stiffness*. National Aeronautics and Space Administration. Glenn Research Center. Cleveland, Ohio 44135, august 2003.
- [JEN96] **JENKINS L. S.**, *Vibration Performance of a Westinghouse RCP during Continuous Changes in Mass Unbalance at the Pump Coupling*, EPRI Eighth International Workshop on Main Coolant Pumps, Pittsburgh (Pennsylvania, US), 1996.
- [GRO00] **GROLL G. V., EWINS D. J.**, *Frequency Domain Analysis in Rotor / Stator Contact Problems*. Imperial College of Science Technology & Medicine, Mech. Eng. Dep. London SW7 2BX, UK, 2000.

- [KIM02] **KIM H. S., CHO M., SONG S. J.**, *Stability Analysis of a Turbine Rotor System with Alford Forces*. *Journal of Sound and Vibrations*, January 2002, 258(4), 777-790.
- [KRO01] **KRODKIEWSKI J. M., SON L.**, *Modelling of Multi-bearing Rotor Systems for Vibration Analysis and Control Law Synthesis*. Department of Mechanical and Manufacturing Engineering. University of Melbourne, Victoria, Australia. Octo. 2001.
- [LAL98] **LALANNE M., FERRARIS G.**, *Rotordynamics Prediction in Engineering*, 2nd edition, Chichester: John Wiley and Sons, 1998, 254 p.
- [LON04] **LONG D. G.**, *Comment on Hilbert Transform Based Signal Analysis*, Brigham Young University, Department of Electrical and Computer Engineering, 2004.
- [MAH90] **MAHFOUDH J.**, *Contribution à l'équilibrage de machines tournantes*, Thèse de Doctorat, INSA - LYON, 1990, 139 p.
- [MAX85] **MAX J.**, *Traitement du signal et applications aux mesures physiques - Tome I*, Paris : Masson, 4ème édition, 1985, 351 p.
- [MAR98] **EI-MARHOMY A.**, *Parametric Stability Analysis of Rotor-Bearing Systems*. Department of Mathematics Faculty of Engineering. Ain Shams University. Cairo, Egypt, June 1998.
- [MOH02] **MOHAMAD A. H.**, *Réponse Forcée des Ensembles Tournants de Turbomachines Application au cas d'une Turbine a Gaz*. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Thèse de Doctorat, juin 2002.
- [MAG89] **MAGHRAOUI M.**, *Control of Rotating Machinery Vibration Using an Active Multi-Frequency Spectral Optimization Strategy*. PhD Thesis, Case Western Reserve University, USA, January 1989.
- [NIC01] **NICHOLAS J. C., WHALEN J. K., FRANKLIN S. D.**, *Improving critical speed calculations using flexible bearing support FRF Compliance data* Dresser-Rand Wellsville N.Y., USA, 2001.
- [PAC98] **PACHAUD C., BOULENGER A.**, *Surveillance des machines par analyse des vibrations*. 2^{iem} édition, AFNOR, 1998.
- [PEN01] **PENNY J.**, *Model Based Diagnostics of Faults in Rotating Machines*. School of Engineering and Applied Science Aston University, Birmingham, UK, October 2001.
- [ROS84] **ROSEAU M.**, *Vibrations des systèmes mécaniques, méthodes analytiques et applications*, Masson, 1ème édition, 1984.
- [SAB04] **SABNAVIS G., GORDON R.**, *Cracked Shaft Detection and Diagnostics*. Department of Mechanical Engineering, University of Akron, Akron. O.H 44325-3903, USA. Journal: The Shock and Vibration Digest, Vol. 36, No. 4, July 2004.
- [WEG98] **WEGENER G., MARKERT R., POTHMANN K.**, *Steady – State Analysis of a Multi-Disk or Continuous Rotor with one Retainer Bearing*. Fifth International Conference on Rotor Dynamics, held at the Darmstadt University of Technology, Sept. 7-10, 1998. Vieweg Publishers, Braunschweig, Germany, 1998
- [YAN86] **YANG T. Y.**, *Finite Element Structural Analysis*: Prentice – Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1986.

Annexe 01

Les données suivantes constituent les entrées de notre programme pour le calcul des valeurs propres, d'analyse de stabilité et de la réponse au balourd. Le modèle d'analyse et la discrétisation sont montrés sur la figure ci-dessous. Ce schéma est utilisé comme modèle de comparaison avec une simulation effectuée au laboratoire : [NASA MVS/XA system Arizona State University ; (4-Station Model)] :

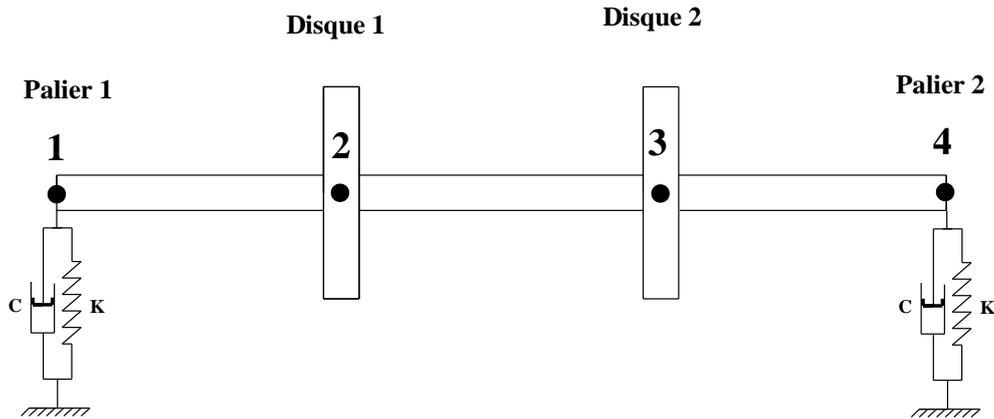


Figure 1 : Modèle et discrétisation du rotor de simulation

TITRE : EXEMPLE 01

NOMBRE DE NOEUDS = 4
 NOMBRE DE DISQUES = 2
 NOMBRE DE PALIERS = 2
 NOMBRE DE SUPPORTS = 0
 NOMBRE DE POIDS SUPPLEMENTAIRES = 0

NOMBRE TOTAL DE DEGREES DE LIBERTE 16

DONNEES DES ELEMENTS D'ARBRE :

ELEMENT NO.	D.E. IN.	D.I. IN.	LONGUEUR IN.	POIDS LB	MOD. DE ELAS. LB/IN**2	DENSITE LB/IN**3
1	1.00	0.00	8.29	1.84	0.300E+08	0.283
2	1.00	0.00	9.45	2.10	0.300E+08	0.283
3	1.00	0.00	8.11	1.80	0.300E+08	0.283

DONNEES DES DISQUES :

DISQUE NO.	NOEUD NO.	D.E. IN.	D.I. IN.	EPAISSEUR IN.	POIDS LB	MOMENT POLAIRE LB-IN**2	MOM. TRANSV. LB-IN**2
1	2	5.25	1.00	1.08	6.38	22.8	12.0
2	3	5.25	1.00	0.720	4.25	15.2	7.77

DONNEES DES PALIERS :

PALIER NO.	NOEUD NO.	POIDS LB
------------	-----------	----------

1	1	0.00
2	4	0.00

PAL. NO.	VITESSE RPM	MATRICE DE RIGIDITE LB/IN.	MATRICE D_ AMORTISSEMENT LB-SEC/IN.
----------	-------------	----------------------------	-------------------------------------

1	194.	0.341E+05	0.215E+05	0.208E+04	470.
		0.171E+04	0.813E+04	470.	282.
	359.	0.234E+05	0.192E+05	0.101E+04	247.
		-219.	0.802E+04	247.	187.
	587.	0.176E+05	0.187E+05	607.	157.
		-0.194E+04	0.824E+04	157.	145.
	1360.	0.114E+05	0.210E+05	296.	75.5
		-0.562E+04	0.901E+04	75.5	100.
	3408.	0.879E+04	0.318E+05	179.	28.1
		-0.108E+05	0.917E+04	28.1	64.7
	7183.	0.846E+04	0.568E+05	152.	12.1
		-0.196E+05	0.890E+04	12.1	53.2
2	194.	0.341E+05	0.215E+05	0.208E+04	470.
		0.171E+04	0.813E+04	470.	282.
	359.	0.234E+05	0.192E+05	0.101E+04	247.
		-219.	0.802E+04	247.	187.
	587.	0.176E+05	0.187E+05	607.	157.
		-0.194E+04	0.824E+04	157.	145.
	1360.	0.114E+05	0.210E+05	296.	75.5
		-0.562E+04	0.901E+04	75.5	100.
	3408.	0.879E+04	0.318E+05	179.	28.1
		-0.108E+05	0.917E+04	28.1	64.7
	7183.	0.846E+04	0.568E+05	152.	12.1
		-0.196E+05	0.860E+04	12.1	53.2

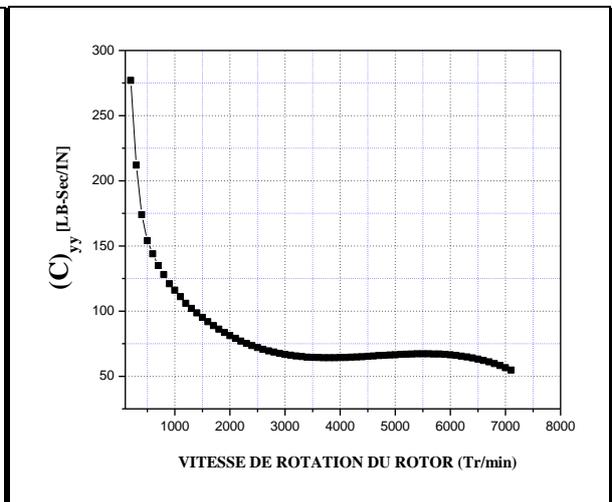
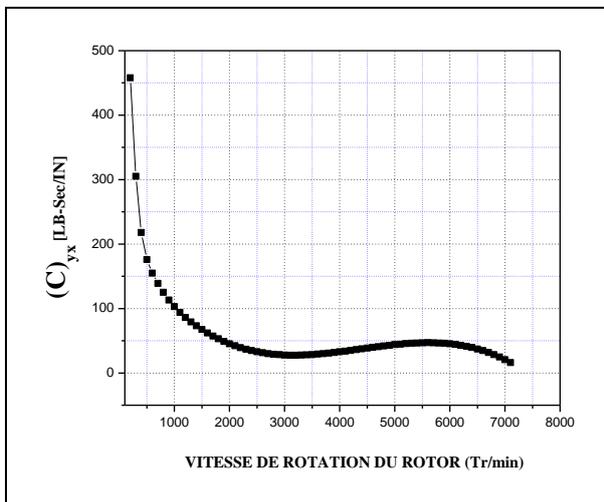
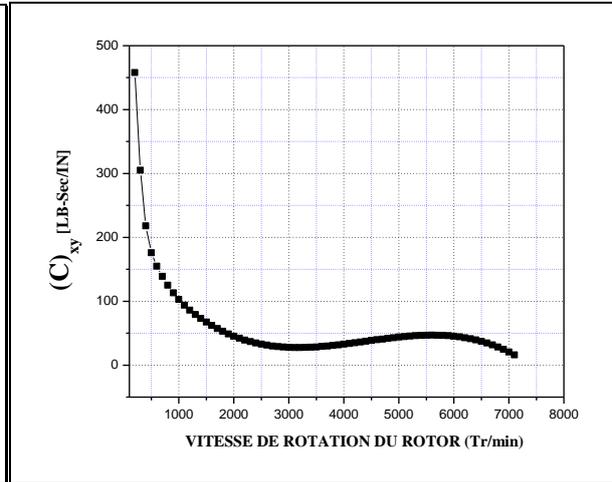
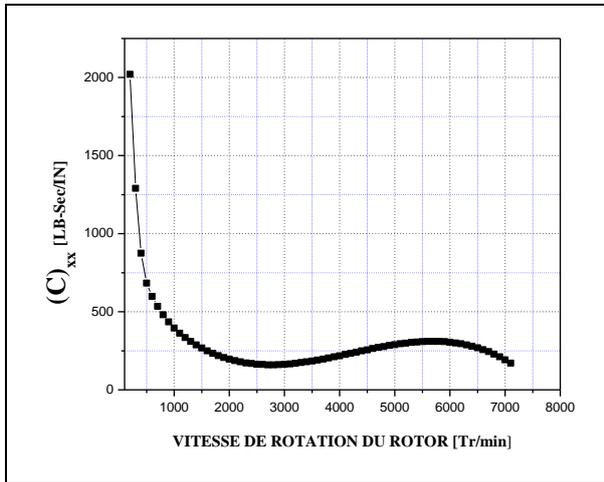
DONNÉES CONCERNANT LE BALOURD:

NOEUD NO.	BALOURD IN-LB	ANGLE DE PHASE DEG.
-----------	---------------	---------------------

1	0.100E-01	135.
2	0.150	180.
3	0.500E-02	225.
4	0.200E-01	270.

Annexe 02

1. INTERPOLATION CUBIQUE DES COEFFICIENTS DES PALIERS D'AMORTISSEMENT EN FONCTION DE LA VITESSE DU ROTATION :



2. INTERPOLATION CUBIQUE DES COEFFICIENTS DE RIGIDITE EN FONCTION DE LA VITESSE DU ROTATION :

