



République Algérienne Démocratique et  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de l'  
Scientifique

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

Département de Génie Mécanique

M0006/00A



Présentée par

**BACHAR Sofiane**

Ingénieur d'état en Génie Mécanique de l' U.S.T.H.B.

Pour l'obtention du titre de

**MAGISTER EN GENIE MECANIQUE**

Option : Construction Mécanique

**THEME**

**PREDICTION DES VIBRATIONS  
LATERALES ET LEUR INFLUENCE  
SUR LA GARNITURE DE FOND DE  
PUITS DE PETROLE**

Soutenue publiquement

le 13 mars 2000

devant le jury

C. E. Chitour, Professeur E.N.P

Président

M. Madani, chargé de cours E.N.P

Rapporteur

A. Miloudi, chargé de cours U.S.T.H.B

Examineur

S. Rechak, Professeur E.N.P

Examineur

Y. Belkacemi, chargé de cours E.N.P

Examineur

S. Kloul, Directeur de la Division Forage SONATRACH

Invité

## Remerciements



*Je remercie en premier et en dernier lieu **DIEU** tout puissant de m'avoir gardé en bonne santé en m'accordant le courage et la bonne volonté pour réaliser ce modeste travail.*

*J'adresse mes plus vifs remerciements à mon Directeur de thèse **M. MADANI** de m'avoir aidé durant l'élaboration de ce travail, et à **S.KLOUL** Directeur de la Division Forage de la SONATRACH pour m'avoir donné l'occasion de travail sur ce projet de Magister. Qu'ils trouvent ici le témoignage de mon estime et de ma reconnaissance.*

*Je remercie également monsieur le président, le **Prof. C.E. CHITOUR** et les membres de jury **A. MILOUDI**, **Y. BELKACEMI** et **Prof S. RECHAK** qui vont m'honorer de juger ce modeste travail.*

*Mes sincères salutations sont réservées aux personnels de la Division Forage et en particulier Sofiane, Mustapha et Cheikh pour leur aide et leur compréhension durant mon séjour de stage, et à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à l'élaboration de ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.*

**Résumé** : L'objectif de notre travail est la réalisation d'un logiciel qui permet la prédiction des vibrations latérales dans la garniture de fond, en déterminant les vitesses critiques de rotation et d'étudier l'influence de certains paramètres de forage et de garniture de fond. La garniture de fond est modélisée par la méthode des éléments finis en prenant en compte dans l'expression des déformations les termes du second ordre. La détermination des vitesses critiques est basée sur la méthode d'analyse harmonique.

**Mots clés** : Vibration Latérale, Garniture de Fond, Modélisation, Eléments Finis, Analyse Harmonique, Vitesses Critiques, Logiciel, Déformation.

**Abstract** : The objective of our work is the realisation of a software that allows the lateral vibration prediction in the bottom hole assembly, by determining critical speeds rotation and to study the influence of some drilling and bottom hole assembly parameters. The bottom hole Assembly is modelled by finite elements method, taking into account in the expression of deformations terms of second order. Determination critical speeds is based on the harmonic analysis method.

**Key words**: Lateral Vibration, Bottom Hole Assembly, BHA, Modelisation, Finite Elements, Harmonic Analysis, Critical Speeds, Software, Deformation.

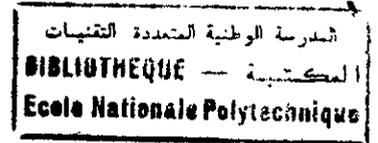
# SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : Recherche bibliographique</b> .....	3
1.1. Introduction .....	3
1.2. Historique des recherches .....	3
1.3. But de la thèse .....	8
<b>Chapitre 2 : Vibrations dans la garniture de forage</b> .....	9
2.1. Introduction .....	9
2.2. Géométrie de la trajectoire du puits .....	9
2.2.1. Forage subvertical .....	10
2.2.2. Forage dirigé .....	11
2.2.3. Paramètres définissant la géométrie du puits .....	12
2.3. Garniture de forage .....	16
2.3.1. Trépan .....	16
2.3.2. Masses-tiges .....	16
2.3.3. Tiges de forage .....	17
2.3.4. Tiges lourdes .....	18
2.3.5. Stabilisateur .....	19
2.3.6. Raccords de réduction .....	19
2.3.7. Amortisseur de vibration .....	19
2.3.8. Aléreur .....	19
2.3.9. Moteur de fond .....	20
2.3.10. Système MWD .....	20
2.4. Type de vibrations .....	21
2.4.1. Vibration axiale .....	21
2.4.2. Vibration de torsion .....	23
2.4.3. Vibration latérale (transversale) .....	26
2.5. Conclusion .....	28
<b>Chapitre 3 : Modélisation de la garniture de fond en éléments finis</b> .....	29
3.1. Introduction .....	29
3.2. Equation de mouvement .....	30
3.3. Formulation en éléments finis de l'équation élémentaire de mouvement .....	32
3.3.1. Modèle poutre .....	32
3.3.2. Hypothèse du modèle poutre .....	33
3.3.3. Déplacement .....	33
3.3.3.1. Champs de déplacement .....	33

3.3.3.2. Approximation du champs de déplacement dans l'élément (e) .....	34
3.3.4. Déformation.....	37
3.3.4.1. Déformation axiale.....	37
3.3.4.1.1. Déformation axiale du premier ordre .....	37
3.3.4.1.2. Déformation axiale du second ordre .....	38
3.3.4.2. Déformation de cisaillement due au moment de torsion .....	39
3.3.4.3. Déformation totale .....	39
3.3.5. Contrainte.....	41
3.3.6. Détermination de la forme matricielle de l'équation élémentaire de mouvement .....	41
3.3.6.1. Matrice de rigidité élémentaire .....	42
3.3.6.1.1. Matrice de rigidité géométrique élémentaire .....	42
3.3.6.1.2. Matrice de rigidité linéaire élémentaire .....	44
3.3.6.2. Matrice masse élémentaire.....	45
3.4. Equation globale de mouvement de la garniture de fond .....	46
3.4.1. Changement du repère .....	47
3.4.2. Assemblage.....	50
3.4.1. Conditions aux limites.....	51
3.5. Conclusion.....	53
<b>Chapitre 4 : Analyse dynamique de la garniture de fond .....</b>	<b>54</b>
4.1. Introduction.....	54
4.2. Classes des problèmes numériques rencontrés en analyse dynamique .....	55
4.2.1. Les techniques de changement de variable ou de changement d'espace .....	55
4.2.2. L'intégration des équations du mouvement .....	56
4.3. Forces et mécanismes d'excitation .....	56
4.3.1. Forces d'excitation de fréquence $1xf$ .....	56
4.3.2. Forces d'excitation de fréquence $2xf$ .....	57
4.3.3. Forces d'excitation de fréquence $3xf$ .....	57
4.3.4. Autres forces excitatrices .....	58
4.4. Analyse harmonique.....	58
4.5. Conclusion.....	60
<b>Chapitre 5 : Conception et mise en œuvre informatique.....</b>	<b>61</b>
5.1. Introduction.....	61
5.2. Présentation de VIBRAFOR .....	61
5.3. Caractéristiques principales de VIBRAFOR .....	63
5.3.1. Introduction.....	63
5.3.2. Caractéristiques de la trajectoire.....	63
5.3.3. Adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits .....	63
5.3.4. Méthode d'analyse dynamique de la garniture de fond.....	63
5.4. Les différents modules de VIBRAFOR .....	63
5.4.1. Module de génération de la trajectoire du puits .....	63
5.4.1.1. Lecture des paramètres de la trajectoire du puits .....	63

5.4.1.2. Génération de la trajectoire du puits .....	68
5.4.1.2.1. Création des points intermédiaires .....	68
5.4.1.2.2. Transformation du paramètre $(MD, \theta, \phi)$ en $(X, Y, Z)$ .....	70
5.4.2. Module de visualisation de la trajectoire du puits.....	72
5.4.2.1. Visualisation après génération de la trajectoire du puits.....	72
5.4.2.2. Visualisation à partir d'un fichier de trajectoire du puits .....	72
5.4.3. Module de prédiction des vitesses critiques.....	75
5.4.3.1. Saisie de la composition de la garniture de fond.....	76
5.4.3.2. Saisie des paramètres de forage .....	77
5.4.3.3. Détermination des vitesses critiques .....	78
5.4.4. Module de visualisation des vitesses critiques et leurs modes de déformées .....	82
5.4.4.1. Visualisation après prédiction.....	82
5.4.4.2. Visualisation à partir d'un fichier de vibration.....	82
5.5. Conclusion .....	85
<b>Chapitre 6 : Tests et évaluations .....</b>	<b>86</b>
6.1. Introduction .....	86
6.2. Génération de la trajectoire du puits dirigé.....	86
6.2.1. Puits#1 .....	86
6.2.2. Puits#2.....	88
6.3. Application de l'analyse harmonique pour des systèmes simples .....	89
6.4. Prédiction des vitesses de résonance.....	93
6.4.1. Exemple1 .....	93
6.4.2. Exemple2 .....	95
6.5. Influence des paramètres de forage et de la garniture de fond .....	97
6.5.1. Influence du poids sur l'outil.....	97
6.5.2. Influence de la composition de la garniture de fond .....	99
6.5.3. Influence de la trajectoire du puits .....	104
6.5.4. Influence de la boue de forage .....	107
6.6. Conclusion .....	110
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>111</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>113</b>
Annexe 1 .....	113
Annexe 2 .....	121
<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>131</b>

## NOMENCLATURE



$D_{puits}$	: Diamètre du puits
$\theta$	: Azimut
$\phi$	: Inclinaison
$MD$	: Profondeur mesurée
$x_i, y_i$ et $z_i$	: Coordonnées d'un point $P_i$ dans le repère $R_{puits}$
$x_{i+1}, y_{i+1}$ et $z_{i+1}$	: Coordonnées d'un point $P_{i+1}$ dans le repère $R_{puits}$
$MD_i, \theta_i, \text{ et } \phi_i$	: Profondeur mesurée, azimut, inclinaison d'un point $P_i$ de la trajectoire du puits
$MD_{i+1}, \theta_{i+1}, \text{ et } \phi_{i+1}$	: Profondeur mesurée, azimut, inclinaison d'un point $P_{i+1}$ de la trajectoire du puits
$R_{puits}$	: Repère du puits (repère globale)
$\vec{i}, \vec{j}, \text{ et } \vec{k}$	: Vecteurs unitaires du repère $R_{puits}$ , sont dirigés vers les directions Est, Nord, et profondeur respectivement
$M(x, y, z)$	: Point $M$ de l'élément (e).
$u(M)$	: Déplacement d'un point $M$ cinématiquement admissible.
$\delta W_{ext}$	: Travaux virtuels des efforts extérieurs.
$\delta U$	: L'accroissement virtuel de l'énergie de déformation.
$\delta W_a$	: Travaux virtuels des quantités d'accélération.
$F_i$	: Force de volume.
$f_i$	: Force de surface.
$R_i$	: Force de réaction.
$S_f$	: Partie de $D$ où les efforts sont imposés.
$S_u$	: Partie de $D$ où les déplacements sont imposés.
$D$	: Domaine de définition de la structure.
$\bar{U}(M)$	: Champ de déplacement.
$u_o(x, t)$	: Déplacement de la ligne moyenne de la poutre suivant l'axe $x$ .
$v_o(x, t)$	: Déformée de la poutre dans le plan $(xy)$ .
$w_o(x, t)$	: Déformée de la poutre dans le plan $(xz)$ .
$\theta_o(x, t)$	: Rotation de la poutre dans le plan $(yz)$ .
$u_i, v_i, w_i, \theta_i, \beta_i, \text{ et } \alpha_i$	: Déplacements nodaux au point $i$ .
$u_j, v_j, w_j, \theta_j, \beta_j, \text{ et } \alpha_j$	: Déplacements nodaux au point $j$ .
$q_i^e$	: Déplacements nodaux élémentaires, avec $i=1, \dots, 12$ , aux points $i$ et $j$ .
$\{q^e\}_{(12 \times 1)}$	: Vecteur déplacement nodal élémentaire.
$[N]_{(3 \times 12)}$	: Matrice définissant le champ de déplacement.
$\mathcal{E}_{x1}$	: Déformation axiale due au déplacement $u_o$ (déformation du premier ordre).

$\varepsilon_{x2}$	: Déformation axiale due aux déplacements $v_o$ , et $w_o$ (déformation du premier ordre).
$\varepsilon_{x3}$	: Déformation axiale due aux déplacements $v_o$ et $w_o$ (déformation du second ordre).
$\varepsilon_x$	: Déformation axiale totale.
$\varepsilon_c$	: Déformation de cisaillement due au moment de torsion.
$\xi$	: Distance entre un point $M$ et le centre de l'élément dans le plan $(yz)$ .
$r$	: Distance entre un point $M$ et le centre de l'élément dans le plan $(yz)$ (cas d'une poutre à section circulaire).
$\{\varepsilon\}$	: Déformation totale.
$\{\varepsilon_L\}$	: Déformation linéaire.
$\{\varepsilon_N\}$	: Déformation non linéaire.
$[b_l]$	: Matrice liée entre la déformation linéaire et vecteur déplacement nodale élémentaire.
$\sigma_{ij}$	: Contrainte.
$D_{ijkl}$	: Coefficient d'élasticité.
$\varepsilon_{kl}$	: Déformation.
$E$	: Module de young.
$G$	: Module de rigidité transversale.
$\{F_i^c\}$	: Vecteur force composé des forces de volume, de surface, et de réaction.
$[K^c]$	: Matrice de rigidité élémentaire
$[M^c]$	: Matrice masse élémentaire.
$F$	: Effort axial
$A$	: Section transversale de l'élément.
$l$	: Longueur de l'élément.
$[K_g^c]$	: Matrice de rigidité géométrique élémentaire.
$[K_l^c]$	: Matrice de rigidité linéaire élémentaire.
$\rho$	: Masse volumique de l'élément de la structure dans la boue de forage (masse volumique effective).
$\rho_o$	: Masse volumique de l'élément de la structure.
$\rho_{boue}$	: Masse volumique de la boue de forage.
$\rho_l$	: Masse linéique.
$A_o$	: Section de l'élément défini par le diamètre extérieur.
$A_i$	: Section de l'élément défini par le diamètre intérieur.
$C_m$	: Coefficient de la masse additionnelle (contribution de la boue de forage sur la masse).
$[R]$	: Matrice de passage d'un vecteur nodal du repère local au repère global.
$R(X, Y, Z)$	: Repère global ( $R_{puits}$ repère du puits).

$R_2 (X_2, Y_2, Z_2)$	: Repère local (lié à la poutre).
$R_1 (X_1, Y_1, Z_1)$	: Repère intermédiaire.
$\psi$	: L'angle de rotation du repère $R$ autour de l'axe $y$ .
$\varphi$	: L'angle de rotation du repère $R_1$ autour de l'axe $z$ .
$[\bar{R}]$	: Matrice de passage d'un vecteur $(X_2, Y_2, Z_2)$ du repère local au repère global.
$(X_i, Y_i, Z_i)$	: Coordonnées du point $i$ dans le repère global.
$(X_j, Y_j, Z_j)$	: Coordonnées du point $j$ dans le repère global.
$U$	: L'énergie de déformation totale.
$W$	: Travaux des forces extérieures totales.
$W_a$	: Travaux des accélérations totales.
$\{F\}$	: Vecteur force global.
$[K]$	: Matrice de rigidité globale.
$[M]$	: Matrice masse globale.
$\{q\}$	: Vecteur de déplacement nodal de la structure (garniture de fond) tout entière.
$\bar{q}_i$	: Condition à la limite en déplacement $q_i$ .
$A_1$	: Etant un nombre très grand ( $A_1 = 10^{35}$ ).
$\{\bar{F}\}$	: Amplitude du vecteur force nodal.
$w$	: Pulsation d'excitation.
$f=w/2\pi$	: Fréquence d'excitation.
$\{\bar{q}\}$	: Amplitude du vecteur déplacement nodal.
$w_r$	: Pulsation critique ou de résonance.
$\{\bar{q}_r\}$	: Amplitude du vecteur de déplacement nodal.
$L_a$	: Longueur de la garniture de fond.
$\{\bar{q}_r^l\}$	: Amplitude déplacement nodal dans la direction latérale.
$\delta MD$	: Incrément sur $MD$ .
$\delta\theta$	: Incrément sur $\theta$ .
$\delta\phi$	: Incrément sur $\phi$ .
$N_m$	: Nombre de points intermédiaires.
$Pin_k$	: Point intermédiaire.
$w$	: Vitesse (Pulsation d'excitation) dans la plage $[w1, w2]$ .
$w0$	: Incrément sur la vitesse de rotation.
$[W1, w2]$	: Plage des vitesses de rotation.
$wmax$	: Vitesse critique de rotation.
$Dint$	: Diamètre intérieur.
$Dext$	: Diamètre extérieur.
$Dlame$	: Diamètre extérieur à partir des lames (pour stabilisateur).
$\rho_l$	: Masse linéique.
$Ni(x)$	: Fonction d'interpolation.

## TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1.1 :	Cisaillement d'un composant de la garniture.	4
Figure 1.2 :	Usure et fracturation d'un composant de la garniture.	4
Figure 2.1 :	Forage vertical.	10
Figure 2.2 :	Dog-leg et inclinaison dans un puits vertical.	11
Figure 2.3 :	Forage dirigé (dans ce cas c'est un forage horizontal ).	12
Figure 2.4 :	Inclinaison $\phi$ et profondeur mesurée $MD$ .	13
Figure 2.5 :	Azimut $\theta$ .	13
Figure 2.6 :	Définition d'un tronç de la trajectoire du puits à partir de deux points $P_i$ et $P_{i+1}$	15
Figure 2.7 :	Outil tricône.	16
Figure 2.8 :	Outil PDC.	16
Figure 2.9 :	Garniture de fond composée de trépan, masses-tiges et stabilisateurs.	17
Figure 2.10 :	Tige de forage.	17
Figure 2.11 :	Tige lourde.	18
Figure 2.12 :	Stabilisateur.	19
Figure 2.13 :	Moteur de fond hydraulique hélicoïdal rotatif.	20
Figure 2.14 :	Garniture de fond équipée avec un système MWD.	20
Figure 2.15 :	Types de vibrations.	21
Figure 2.16 :	Terrain ductile.	22
Figure 2.17 :	Terrain friable.	22
Figure 2.18 :	Les oscillations de torsion.	24
Figure 2.19 :	Phénomène de nutation.	27
Figure 3.1 :	Modèle poutre.	32
Figure 3.2 :	Conditions aux limites du modèle poutre (ou degrés de liberté de la poutre).	35
Figure 3.3 :	Déformation axiale du second ordre.	38
Figure 3.4 :	Représentation d'un élément poutre dans l'espace.	47
Figure 3.5 :	Rotation autour de l'axe Y.	48
Figure 3.6 :	Rotation autour de l'axe Z.	48
Figure 3.7 :	Conditions aux limites dans la garniture de fond.	52

Figure 4.1 :	Excentricité "e" de la masse-tige.	57
Figure 4.2 :	Effort latéral unitaire harmonique appliqué sur le trépan.	59
Figure 5.1 :	Architecture générale de VIBRAFOR.	62
Figure 5.2 :	Trajectoire du puits dirigé.	64
Figure 5.3 :	Boite de dialogue pour choisir le type de la trajectoire du puits.	65
Figure 5.4 :	Boite de dialogue pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits vertical.	65
Figure 5.5 :	Boite de dialogue pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits dirigé.	66
Figure 5.6 :	Liste chaînée d'objets quelconques.	67
Figure 5.7 :	Liste chaînée TListParameter pour le stockage des paramètres de la trajectoire.	68
Figure 5.8 :	Définition des points intermédiaires.	69
Figure 5.9 :	Liste chaînée TListPoint pour le stockage des points de la trajectoire.	70
Figure 5.10 :	Architecture interne du module de génération de la trajectoire du puits.	71
Figure 5.11 :	Visualisation après génération de la trajectoire du puits.	72
Figure 5.12 :	Visualisation de la trajectoire du puits à partir d'un fichier DPU.	73
Figure 5.13 :	Visualisation de la trajectoire du puits dans l'espace à trois dimensions.	74
Figure 5.14 :	Visualisation de la trajectoire du puits dans le plan horizontal (XY).	74
Figure 5.15 :	Visualisation de la trajectoire du puits dans le plan vertical (YZ).	75
Figure 5.16 :	Boite de dialogue pour la saisie des données de la garniture de fond.	76
Figure 5.17 :	Boite de dialogue pour la saisie des paramètres de forage.	77
Figure 5.18 :	Architecture générale du module de prédiction des vitesses critiques.	78
Figure 5.19 :	Organigramme d'adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits.	79
Figure 5.20 :	Organigramme de détermination des fréquences de résonance (vitesses critiques) et leurs modes de déformées.	81
Figure 5.21 :	Visualisation après prédiction des vitesses critiques (fréquences de résonance) et leurs modes de déformées.	82
Figure 5.22 :	Visualisation des vitesses critiques (fréquences de résonance) à partir d'un fichier VFR.	83
Figure 5.23 :	Visualisation des pics de résonance suivant la direction X.	84
Figure 5.24 :	Visualisation du premier mode de déformée.	85
Figure 6.1 :	Trajectoire du Puits#1 générée par VIBRAFOR et par la Référence [46].	87
Figure 6.2 :	Trajectoire du Puits#2 générée par VIBRAFOR et par la Référence [46].	89
Figure 6.3 :	Poutre encastree-libre.	90

Figure 6.4 :	Graphe de prédiction des pulsations de résonance pour une poutre encastrée-libre (comportement géométriquement linéaire).	90
Figure 6.5 :	Poutre encastrée-encastrée.	91
Figure 6.6 :	Graphe de prédiction des pulsations de résonance pour une poutre encastrée-encastrée (comportement géométrique linéaire)	92
Figure 6.7 :	Garniture de fond BHA #1.	93
Figure 6.8 :	Prédiction des vitesses de résonance pour la garniture de fond BHA#1.	94
Figure 6.9 :	Garniture de fond BHA #2.	95
Figure 6.10 :	Prédiction des vitesses de résonance pour la garniture de fond BHA#2.	96
Figure 6.11 :	Vitesses de résonance pour les différentes valeurs de poids sur l'outil.	99
Figure 6.12 :	Garniture de fond BHA#1, BHA#3 et BHA#4.	100
Figure 6.13 :	Vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond BHA#1, BHA#3 et BHA#4.	101
Figure 6.14 :	Garniture de fond BHA#1, BHA#5 et BHA#6.	102
Figure 6.15 :	Vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond BHA#1, BHA#5 et BHA#6.	104
Figure 6.16 :	Profil des trajectoires Traj#1, Traj#2 et Traj#3.	104
Figure 6.17 :	Vitesses de résonance pour les différentes trajectoires Traj#1, Traj#2 et Traj#3	106
Figure 6.18 :	Vitesses de résonance pour les différentes valeurs de densité de boue.	109
Figure A1.1 :	Gisement d'hydrocarbure.	113
Figure A1.2 :	Puits.	114
Figure A1.3 :	Forage en mode rotary et mode orienté.	116
Figure A1.4 :	Technologie de forage.	117

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1 :	Tableau représentant la structure de l'entité <b>Parameter</b> .	67
Tableau 5.2 :	Tableau représentant la structure de l'entité <b>Point</b> .	71
Tableau 5.3 :	Tableau représentant la structure de l'entité <b>Elem</b> .	77
Tableau 6.1 :	Données de la trajectoire du <b>Puits#1</b> .	86
Tableau 6.2 :	Données de la trajectoire du <b>Puits#2</b> .	88
Tableau 6.3 :	Comparaison des résultats du calcul analytique et ceux de notre logiciel <b>VIBRAFOR</b> pour une poutre encastree-libre (comportement géométriquement linéaire).	91
Tableau 6.4 :	Comparaison des résultats du calcul analytique et ceux de notre logiciel <b>VIBRAFOR</b> pour une poutre encastree-encastree (comportement géométriquement linéaire).	92
Tableau 6.5 :	Composition de la garniture de fond <b>BHA#1</b> .	93
Tableau 6.6 :	Comparaison de la prédiction obtenue par <b>VIBRAFOR</b> pour <b>BHA#1</b> .	94
Tableau 6.7 :	Composition de la garniture de fond <b>BHA#2</b> .	95
Tableau 6.8 :	Comparaison de la prédiction obtenue par <b>VIBRAFOR</b> pour <b>BHA#2</b> .	96
Tableau 6.9 :	Différentes valeurs de poids sur l'outil.	97
Tableau 6.10 :	Différentes valeurs de densité de la boue de forage.	107

## INTRODUCTION GENERALE

Depuis le XVII<sup>e</sup> siècle, les besoins accrus de l'homme dans sa vie quotidienne sont devenus de plus en plus importants. La révolution industrielle du XVIII<sup>e</sup> siècle a poussé l'homme à utiliser le charbon comme une source d'énergie et à chercher d'autres sources d'énergie plus riches tel que les hydrocarbures (pétrole, gaz, etc.). La fin du XIX<sup>e</sup> siècle a vu les premières recherches et utilisations du pétrole. La découverte en 1859 d'un gisement situé à 21 mètres de profondeur dans l'état de Pennsylvanie (E.U.) était le début de la naissance de l'industrie pétrolière moderne. Cette découverte a créé chez l'homme une soif de pétrole qui ne fait que croître.

Les hydrocarbures, l'or noir en particulier, demeurent la source d'énergie la plus importante et la plus utilisée vu sa richesse et sa disponibilité dans le monde en quantités importantes. La richesse du pétrole en produits dérivés a permis à l'homme de développer toute une industrie pétrolière associée avec des techniques les plus récentes qui sont aujourd'hui à leur sommet.

Dans la chaîne de production des hydrocarbures, le forage apparaît comme une activité primordiale et une phase sensible, sur son succès dépend le reste des activités pétrolières (exploration, recherche, production.). Vu l'importance du forage, plusieurs compagnies pétrolières ont cherché à maîtriser la technologie du forage et à acquérir les dernières techniques afin de minimiser les coûts de forage et augmenter la durée de vie de l'équipement de travail et par conséquent de mieux concurrencer dans ce domaine. Le forage est une opération théoriquement simple qui consiste à creuser un trou dans la terre, mais en pratique le forage est une opération difficile et délicate par le fait qu'il y a un nombre important de paramètres (géologique, mécanique, hydraulique, etc.) qui le gouverne.

Les chercheurs des plus grandes compagnies pétrolières ont pu développer le mode de forage et de faire des pas géants. Parmi les techniques qui sont arrivées à un stade très poussé on peut citer :

- 1- La mesure dynamique au cours du forage abrégé en anglais par MWD (Measurement While Drilling).
- 2- Le forage horizontal en utilisant le moteur de fond associé avec le système MWD.
- 3- Le système de Logging (diagraphie) pendant le forage abrégé en anglais par LWD (Logging While Drilling).

Malgré ce niveau de développement qu'a pu atteindre le forage aujourd'hui, il reste pas mal de problèmes techniques qui n'ont pas encore vu leur solution totale tel que :

- Avancement faible et usure rapide du trépan (l'outil de forage) dans certaines couches géologiques.
- Coincement de la garniture de forage dans le puits et qui peut causer l'abandonnement du puits.
- Phénomène de fatigue de la garniture de forage.
- Vibration de la garniture de forage.

La vibration est la cause principale de la fatigue prématurée de la garniture de forage. Elle réduit par conséquent sa durée de vie et augmente les coûts de forage. Vu l'importance du phénomène de vibration et son impact sur la productivité du forage, nous nous intéressons dans ce projet de magister au problème de vibration de la garniture et à son influence, et ceci en déterminant les fréquences de résonance (prédiction des vitesses critiques de rotation) et leurs modes de déformées susceptibles de provoquer des déplacements et des moments de flexion importants dans les éléments sensibles de la garniture de forage.

Cette étude est composée principalement de six chapitres, dans le premier chapitre nous aborderons une recherche bibliographique détaillée sur la vibration dans la garniture de forage et la garniture de fond.

Dans le deuxième chapitre, nous définirons les principaux éléments dans le domaine de forage telles que la géométrie de la trajectoire du puits et la garniture de forage, et nous citerons les différents types de vibrations existant au cours de forage.

La modélisation du problème par la méthode des éléments finis en tenant compte de l'effet de la non-linéarité géométrique, et ainsi que la détermination des vitesses critiques de rotation de la garniture de fond par la méthode d'analyse harmonique seront traitées dans les chapitres trois et quatre.

Le chapitre cinq sera consacré au logiciel conçu, dont nous décrivons l'architecture interne et la conception de ses différents modules.

La validation du logiciel sera réalisée dans le chapitre six et ceci avec des exemples pratiques. Nous essayerons également de montrer l'influence de certains paramètres de forage et de garniture de fond sur la prédiction des vitesses critiques de rotation.

Nous terminerons cette étude avec une conclusion générale dans laquelle, Nous dégageons les principales recommandations et les suites éventuelles de cette étude.

## CHAPITRE 1

# RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

### 1.1. INTRODUCTION

Tous les fabricants de matériel de forage de fond ainsi que leurs utilisateurs sont concernés par l'étude des vibrations qui se produisent pendant le forage dans le train de sonde (garniture de forage). La recherche dans ce domaine recouvre aussi bien la compréhension et l'observation des phénomènes que la réalisation d'une conception de train de sonde (garniture de forage) ayant pour but d'éviter, de minimiser ou de protéger les équipements de fond contre les effets des vibrations.

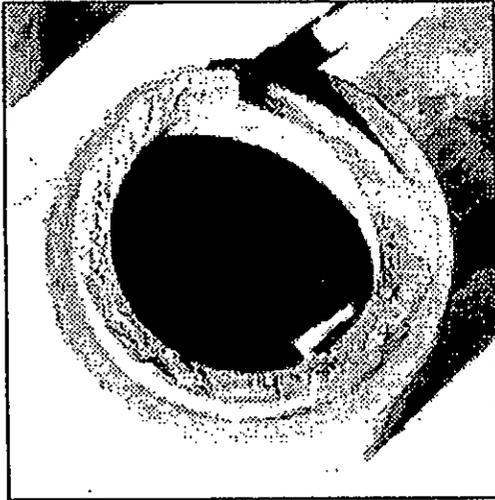
Les foreurs au rotary ont de tout temps été confronté aux problèmes des vibrations de la garniture de forage. Les anciens, habitués à travailler au bruit sans instrument, éliminaient les plus néfastes d'entre elles par des actions que l'expérience leur dictait.

Actuellement, des efforts significatifs sont consacrés en mécanique de forage dans une tentative d'obtenir une compréhension claire du comportement dynamique de la garniture de forage et de la garniture de fond (ensemble de fond appelé en anglais Bottom Hole Assembly BHA).

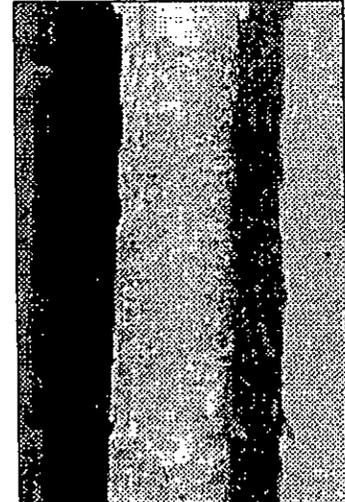
### 1.2. HISTORIQUE DES RECHERCHES

Il y a plus de 40 ans que les chercheurs étudient l'aspect théorique des phénomènes vibratoires. Beaucoup de travaux ont été orientés vers le développement des modèles numériques et analytiques conçus pour prédire le comportement rotationnel et vibratoire de la garniture de fond et la garniture de forage. L'utilité de tels modèles est claire depuis qu'il est établi que le comportement dynamique de la garniture de forage influe sur la performance et la durée de vie de l'équipement au fond du puits.

La vibration de la garniture de fond, en particulier, a attiré beaucoup l'attention depuis qu'on a prouvé son implication dans les mécanismes d'endommagement comme la fatigue, la rupture, l'usure et la détérioration excessive (figure 1.1 et 1.2) auxquels dans les meilleurs des cas mènent à une retraite prématurée d'un composant de la garniture, alors que le pire peut arriver lors d'une rupture brusque (défaillance soudaine) d'un composant [26].



*Figure 1.1 : Cisaillement d'un composant de la garniture.*



*Figure 1.2 : Usure et fracturation d'un composant de la garniture.*

Les frais associés aux remplacements des composants défaillants, la perte de temps prolongé sur la plate forme (plancher), augmentation de la fréquence d'inspection, et travaux de repêchage, ainsi qu'aux pertes du puits fourni une forte incitation à comprendre la dynamique de la garniture de fond.

Les premiers travaux sur la dynamique de la garniture de forage ont fourni des solutions analytiques aux problèmes de vibrations axiales et de torsion. En 1960, Bailey et Finnie (in [3]) ont présenté les résultats d'un modèle analytique simple et des données de mesure. Pour la détermination des fréquences naturelles (propres) de la garniture de forage, ils ont utilisé une combine d'approche expérimentale et analytique (approche graphique), et ceci en négligeant les effets d'amortissement. Les données de mesure étaient obtenues à partir des jauges de tension placées au-dessous du Kelly. Les auteurs observaient des fréquences de vibration qui correspondaient aux fréquences naturelles de la garniture de forage ainsi que certaines qu'ils ne pouvaient pas expliquer. Ils notaient aussi l'existence de quelque couplage entre les vibrations axiales et de torsion.

En suivant la voie analytique, en 1963 Pasly et Bogy (in [3]) ont étudié les vibrations longitudinales (axiales) de la garniture de forage dû au contact intermittent des dents du trépan (outil de forage) avec la mise en œuvre d'un modèle simple d'amortissement.

Les premiers travaux d'analyse numérique des corps longs, qui étaient centrés sur le flambage et la vibration de la garniture de forage, tiges verticales longues, tuyaux marins, etc. sont attribués à Dareing et ses collègues (in [14]). En 1968, Dareing et Liversay ont procédé à une analyse de résonance des vibrations axiales et de torsion qui enveloppe toutes les parties de

de la garniture de forage du trépan jusqu'aux élévateurs. Du fait que l'effet de l'amortissement est inclus, la solution finale est exprimée dans un cadre de variables complexes. Ultérieurement, Huang et Dareing (in [3]) ont eu recours au procédé de série de puissance pour résoudre l'équation différentielle gouvernant la vibration et le flambage des tiges, ils ont utilisé le modèle poutre élastique linéaire à deux dimensions. Dans un travail récent, Dareing (in [31]) s'est appuyé sur une approche plus simple du problème des vibrations axiales et de torsion où les tiges de forage et l'équipement de plate forme (plancher) sont ignorés

Depuis 1970, l'industrie de forage a utilisé la formule de la vitesse de rotation critique de l'API RP 7G (API American Petroleum Institute, RP Recommended Practice) (in [2]) dans une tentative de prévenir l'excitation de la vibration latérale dans la garniture de forage. Une récente étude a montré que cette formule ne prédit pas exactement les vitesses critiques de rotation et elle ne correspond pas bien avec la réalité pratique (in [2]) car l'effet de la masse de la boue de forage était négligé dans la formule des vitesses critiques.

En 1975, AMOCO et MARC Analysis Research Corporation ont appliqué une analyse dynamique transitoire en éléments finis à trois dimensions aux différents modèles de garniture de fond (in [31]). La technique appliquée était capable d'analyser toute configuration de garniture de fond pour n'importe quel type de puits (trou). Millheim et Apostol (in [3]) ont été les premiers à implémenter les modèles dynamiques complexes à trois dimensions de la garniture de fond pour étudier les effets de la garniture de fond sur la trajectoire du trépan. L'effort le plus récent dans ce domaine est présenté par l'étude de Birades (in [3]).

Dunayevsky, Judzis et Mills, dans deux travaux différents, ont utilisé des modèles analytiques de la garniture de forage tout entière pour étudier l'attaque de précession (ou nutation appelée en anglais Whirl) de la garniture sur les parois du puits directionnel et la stabilité dynamique de la garniture de forage sous un poids sur l'outil variable (in [3]).

Baird, Tinianow, Womley, Caskey, Stone, et leurs associés, contracté avec Sandia National Laboratories [4, 5], ont développé un code de calcul de la réponse dynamique transitoire de la garniture de forage en trois dimension, "GEODYN" et "GEODYN2", capable de simuler le comportement rotationnel de la garniture de fond en interaction avec les formations non-uniforme. Ce code facilite l'analyse/simulation très détaillée du comportement de la garniture de forage et de fond avec un trépan PDC (à diamant polycristalline compacte) et divers modèles de stabilisateurs. Pour la poursuite du même but, Braket et Azar (in [3]) généralisent leurs résultats d'analyse dynamique transitoire de garniture de fond avec un algorithme en éléments finis qui s'adapte avec les trépans tricône et PDC.

Mitchell et Allen (in [14]) ont modélisé le problème de vibration de la garniture de fond avec une analyse simple par la méthode des éléments finis, chaque élément comporte six degrés de liberté. Leur programme prédit les vibrations latérales (transversales), axiales (longitudinales) et de torsion. En 1987, Mitchell et Allen [31] étaient parmi les premiers à aborder une étude numérique de la rupture de la garniture de fond due aux vibrations latérales. Leur étude était basée sur l'analyse harmonique de la garniture de fond en éléments finis.

Parallèlement au développement des modèles analytiques et numériques discutés précédemment, d'autres études ont été abordées et dont le but principal était l'acquisition et l'analyse expérimentale des données des vibrations de la garniture de forage (ou de la garniture de fond) à partir de la surface ou du fond du puits (trou).

Dans [47], Wolf et Zacksenhouse ont testé sur chantier un système de fil " télémetrie " (appelé en anglais Wire Telemetry System) pour obtenir un haut taux de donnée de mesure des forces et des accélérations au fond du puits. Leur système permet une analyse en temps réel de la dynamique de la garniture de fond au cours du forage. Ils ont observé aussi de grands moments de flexion en fond du puits, c'est un indicateur de la signification des effets des vibrations latérales, qui n'étaient pas vu à la surface. Malheureusement cette méthode ne peut être exécutée qu'à une profondeur limitée, elle exige une préorganisation et peut perturber le programme de forage pendant l'installation.

Aarrestad, Kyllingstand, Halsy, Tonnesen et Lysne ont réalisé des études (in [3]) dans le but de comparer les mesures de vibrations de forage avec ceux prédits de certains modèles théoriques. Kyllingstand et Halsy [29], ont étudié les possibilités d'éviter les oscillations sévères de torsion (phénomène de Slip-Stick) en utilisant un système de rétroaction (Feedback) sophistiqués (système asservi) pour contrôler la vitesse de rotation tout en se basant sur un modèle mathématique du mouvement de la vibration de torsion.

Dans [8], Basaisow et Payne présentaient une étude du mécanisme d'excitation et de résonance causée par les vibrations (axiales, latérales, et de torsion) de la garniture de fond pendant les opérations de forage. L'étude est basée sur des données dynamiques de la vibration rassemblées à partir des puits de tests avec le système de mesure ADAMS d'ARCO. Le système de mesure et d'analyse avancée de la garniture de forage ADAMS (Advanced Drillstring Analysis and Measurement System) était développée par Basaisow, Jan et Schuh d'ARCO (in [31]). Ce système de mesure est composé d'une rangée de jauges de tension et des accéléromètres montés au-dessus du Kelly. Les mesures obtenues de la garniture au cours de forage sont transmises par télémetrie de micro onde à l'unité de réception.

Pour obtenir les données des vibrations de la garniture de fond pendant une variété d'opération de forage, plusieurs outil MWD (Measurement While Drilling) ont été équipé avec un matériel additionnel d'enregistrement de vibrations. Close, Owens et Macpherson [14] présentaient des données de vibrations basées sur l'acquisition d'un microprocesseur au fond du puits et un système d'enregistrement, localisées dans la masse-tige du système MWD. Ces données de vibration incluait la surveillance des accélérations axiales et latérales pendant les opérations de forage.

Dans [15], Cook, Nichol森, Sheppard, et Westlake ont obtenu la mesure des forces, accélérations, et la pression de la boue juste au-dessus du trépan. Ces quantités peuvent être transmises à la surface en utilisant les impulsions de télémetrie de la boue (exploitation du système MWD pour la transmission des mesures) pour fournir au foreur les informations en temps réels des conditions du fond du puits.

Afin d'évaluer les effets des conditions aux limites sur les vibrations de la garniture de forage, Clayer, Vandiver et Lee ont entrepris une étude [13] basée sur la mesure des forces, couples, et accélérations à partir de la surface.

Dufeyte et Henneuse [16] présentaient une étude pour analyser la mesure dynamique du fond du puits et à la surface dans le but de caractériser le comportement du phénomène Slip-Stick (vibration de torsion) de la garniture de forage.

A partir des résultats obtenus du projet de recherche d'ELF AQUITAINE dans le domaine de mesure des vibrations, Henneuse a décrit dans [23] la capacité de l'unité de contrôle de la dynamique de forage DDCU (Drilling Dynamics Control Unit) à identifier de nombreuses anomalies du forage de fond tel que le rebondissement du trépan (vibration axiale), trépan bourré (usé), molettes bloquées (dans le cas d'un trépan tricône), stick-slip (vibration de torsion), précession (ou nutation) rétrogradé (Backward Whirling), etc. DDCU est composé d'une radio de contrôle de vibration (le dynamètre) situé au sommet de la garniture de forage et une cabine mobile consacré à la réception, enregistrement des données et l'analyse du signale.

Dans [18], Fear et Abbassian se sont concentré sur la détection et la suppression de la vibration de torsion, qui apparaît à la surface. La détection se fait à partir de la cabine de "Mud logging". La cabine de Mud logging était développée dans le but de fournir au géologue et au foreur les mesures nécessaires au cours du forage.

Zannoni, Cheatham, Chen, et Golla [49] présentaient un nouveau système MWD équipé d'un capteur de chocs de vibrations à trois axes. Ils ont montré que ce capteur a l'aptitude de détecter les phénomènes tel que précession ou nutation (Whirling), chocs latéraux de la garniture de fond, slip-stick (vibration de torsion), rebond du trépan (Bit bounce) en mesurant les changements d'accélération dans les directions radiales, tangentielles, et axiales.

En résumé les recherches faites dans le domaine de la vibration de la garniture de forage et de fond, sont axées sur deux voies à savoir : la voie analytique/numérique et la voie expérimentale. Les deux voies se complètent dans le but :

- D'avoir un modèle permettant de simuler et de prédire le comportement vibratoire de la garniture de fond, pour connaître les problèmes vibratoires qui peuvent être rencontrés avant que le forage n'ait lieu, et par conséquent choisir le modèle de garniture de fond et les paramètres de forage adéquats.
- D'avoir un système de mesure capable de fournir les informations nécessaires en temps réel de la dynamique de la garniture de forage au fond du puits et en surface, et ceci pour une meilleure compréhension des phénomènes vibratoires qui peuvent se produire au cours du forage. Un tel système offre la possibilité de prendre des actions correctives pour minimiser ou éliminer les vibrations pendant le forage.
- D'augmenter la productivité du forage, la durée de vie de l'équipement du fond, et préserver la garniture de fond contre les défaillances et ruptures brusques.

### 1.3. BUT DE LA THESE

Cette thèse par sa présentation, ses illustrations et son lexique, tente d'aborder le problème des vibrations de la garniture de fond afin d'avoir plus de données et d'informations sur ce sujet. Le but qu'on s'est assigné dans cette étude est de concevoir un logiciel dénommé VIBRAFOR, qui fonctionne sous l'environnement Windows, sa fonction est de prédire les vibrations latérales dans la garniture de fond par la détermination des vitesses critiques de rotation et leurs modes de déformées. Nous montrons également l'influence de certains paramètres de forage et de garniture de fond sur la prédiction des vitesses critiques de rotation.

Le logiciel à réaliser doit permettre de contribuer à l'élaboration des programmes de forage afin d'avoir une composition adéquate de garniture de fond ou de choisir une gamme des vitesses de rotation loin de la résonance de la garniture durant l'opération du forage.

La formulation du modèle numérique proposé dans cette thèse est basée sur une modélisation par éléments finis pour un modèle de poutre spatiale où on tient compte de l'effet de la non-linéarité géométrique (comportement poutre en grand déplacement) et de la masse de la boue de forage.

## CHAPITRE 2

### VIBRATIONS DANS LA GARNITURE DE FORAGE

#### 2.1. INTRODUCTION

Il est aisé de constater que les forages sont de plus en plus profonds et les terrains de surface sont forés avec des outils de plus en plus gros. En conséquence, les garnitures de forage sont de plus en plus sollicitées. Ceci conduit à examiner des phénomènes qui étaient négligés et il est très important, aujourd'hui, de connaître la mécanique de l'arbre de forage.

La garniture de forage supporte une large amplitude de vibration pendant les opérations de forage. Les vibrations excessives peuvent mener à la rupture des composantes de la garniture de forage et garniture de fond, particulièrement les composantes sensibles aux vibrations tel que les outils MWD. Même des niveaux modérés de vibrations, quand elles sont maintenues dans des périodes de temps étendues, peuvent diminuer la durée de vie d'utilisation des composantes de la garniture de fond. Les effets d'endommagements des vibrations peuvent mener à une augmentation des coûts de forage dû à la perte de temps sur le plancher, remplacement de l'équipement et, dans les pires des cas perte du puits.

Dans ce chapitre nous abordons les différents types de vibrations existant au cours de forage à savoir : les vibrations de torsion, axiales, et latérales. Nous commençons ce chapitre par l'exposition de la géométrie du puits et la garniture de forage, qui sont les éléments essentiels pour la compréhension du problème posé. La modélisation du problème vient par la suite, pour le reste des notions tel que technologie de forage, matériel de forage, etc. nous les exposerons en annexe A1.

#### 2.2. GEOMETRIE DE TRAJECTOIRE DU PUIITS

Avant de forer un puits donné, le service d'engineering de la compagnie pétrolière établie un programme de forage, qui contiendra toutes les informations nécessaires à savoir :

- Trajectoire du puits ou profil du puits ;
- Nombre de phases, chaque phase est caractérisée par le diamètre du trou ;
- Composition de la garniture de forage dans chaque phase ;
- Type de boue de forage et tubage utilisé dans chaque phase.

Les phases les plus souvent employées en forage sont :

- ◆ Phase 26" : dont le diamètre du puits est  $D_{puits}=26''$  (pouce) ;
- ◆ Phase 16" : avec  $D_{puits}=16''$  (pouce) ;
- ◆ Phase 12-1/4" : avec  $D_{puits}=12-1/4''$  (pouce) ;
- ◆ Phase 8-3/8" : avec  $D_{puits}=8-3/8''$  (pouce) ;
- ◆ Phase 6" : avec  $D_{puits}=6''$  (pouce).

Généralement, il existe deux types de forage.

### 2.2.1. Forage subvertical (vertical)

Nous appellerons forage subvertical ou forage vertical, par opposition au forage dirigé, tout forage implanté à la verticale de son objectif, la déviation maximale admissible étant dès lors limitée pour atteindre la cible (figure 2.1). C'est le cas de la plupart des sondages d'exploration.

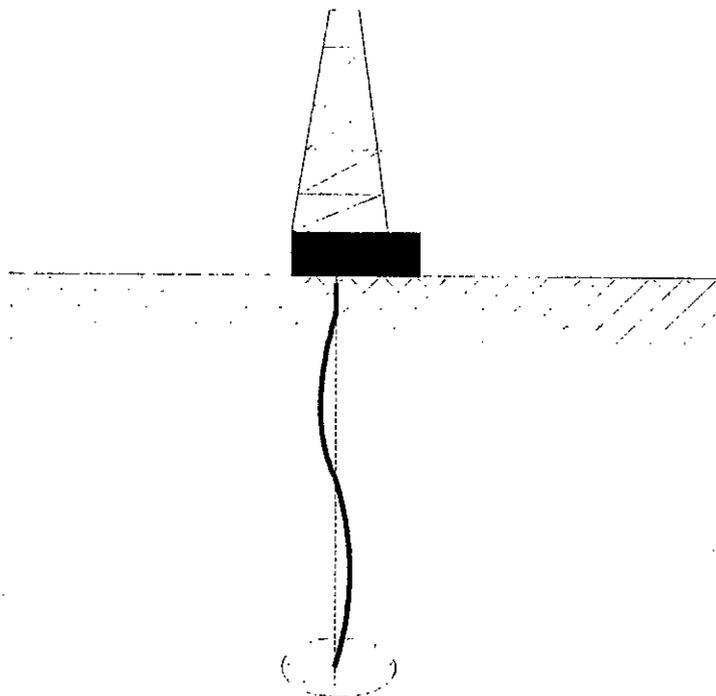


Figure 2.1 : Forage vertical.

L'outil de forage (trépan) n'a pas normalement tendance à forer verticalement, l'impératif n'est pas seulement de définir une déviation maximale admissible mais d'exiger un puits à bon profil répondant aux critères suivants :

- Diamètre utile maximal ;
- dog-legs: limités à des valeurs faibles mais variables suivant les phases de forage et fonction de la profondeur à atteindre. Dog-leg est dû au changement brutal d'inclinaison, qui engendre un coude (figure 2.2) ;
- L'inclinaison : la plus faible possible compte tenu des paramètres de forage utilisés compatible avec les impératifs du programme.

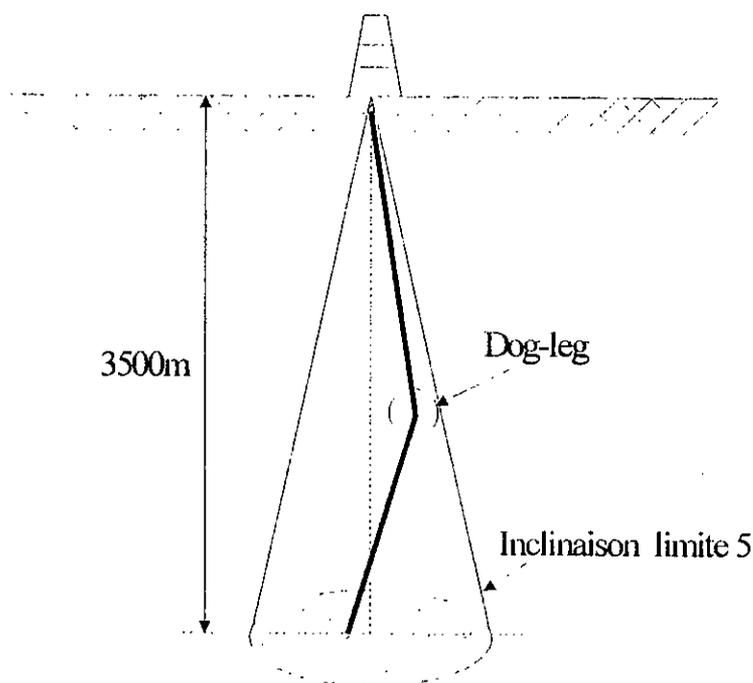


Figure 2.2 : Dog-leg et inclinaison dans un puits vertical.

### 2.2.2. Forage dirigé

On entend par forage dirigé (horizontal, directionnel) l'ensemble des cas où l'on cherche à imposer au trépan (outil de forage) un trajet déterminé, on utilise en forage dirigé un moteur de fond, car il est plus facile de guider un moteur de fond que l'extrémité du train de tiges du rotary. Les puits verticaux sont parfois les plus difficiles à diriger.

On fait appel à la technique de forage dirigé dans de nombreux cas dont les plus importants sont :

- Forage vers des points inaccessibles en forage vertical ;
- Forage en mer à partir de plates-formes fixes ;
- Pour augmenter la productivité des puits forés ;
- Pour avoir plus d'informations (géologique, etc.) sur le gisement en production.

Un programme de forage dirigé comprendra principalement (figure 2.3) :

- Définition de l'objectif ;
- Choix du point d'amorce du build up et profil.

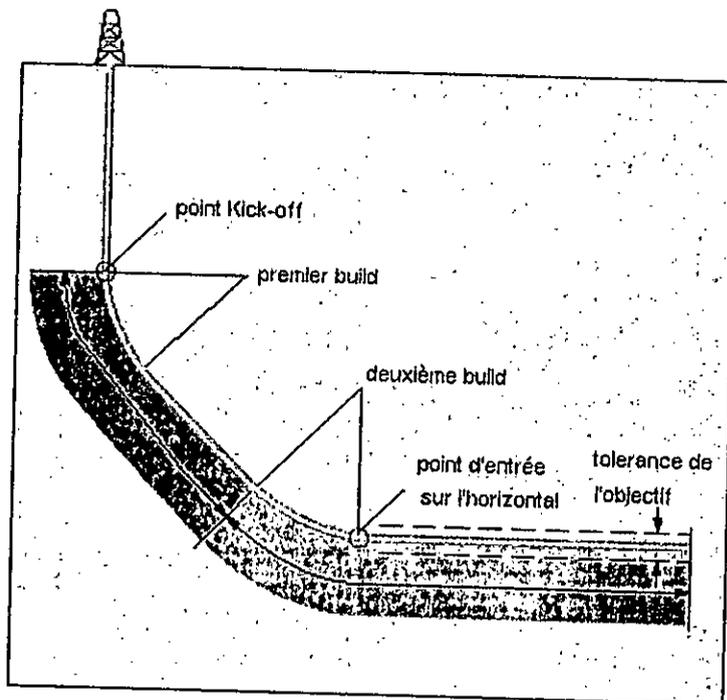


Figure 2.3 : Forage dirigé (dans ce cas c'est un forage horizontal).

### 2.2.3- Paramètres définissant la géométrie du puits

Quel que soit le type de forage, il existe trois principaux paramètres permettant de définir le profil du puits.

#### a- Profondeur mesurée $MD$ (Measured Depth)

La profondeur mesurée est la trajectoire parcourue par le trépan (figure 2.4). En forage dirigé, la profondeur mesurée est donnée par le système de mesure MWD. Dans le cas du forage vertical, elle est presque confondue avec la profondeur verticale  $TVD$  (True Vertical Depth), du fait que les inclinaisons sont très limitées.

#### b- Inclinaison $\phi$

L'inclinaison est l'angle entre la trajectoire du puits et l'axe  $z$  (profondeur verticale) ; elle définit la trajectoire du puits dans le plan vertical (figure 2.4).

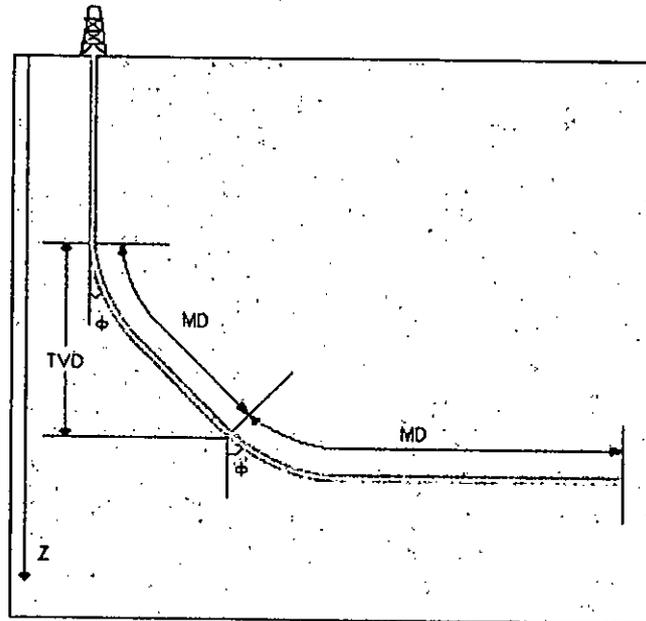


Figure 2.4 : Inclinaison  $\phi$  et profondeur mesurée MD.

c- Azimut  $\theta$

L'azimut est l'angle entre la trajectoire du puits et l'axe  $y$  (vers la direction Est) ; il définit la trajectoire du puits dans le plan  $xy$  (Est Nord) (figure 2.5).

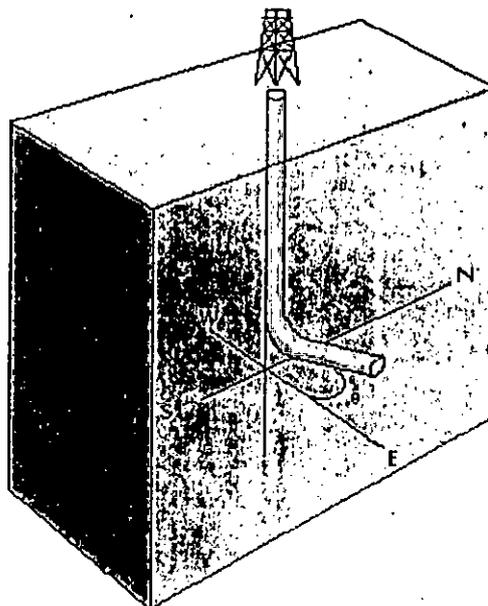


Figure 2.5 : Azimut  $\theta$ .

Soit un repère  $R_{\text{puits}} (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , le point d'origine  $o$  est un point de la surface à partir duquel on aborde le forage du puits. Les vecteurs unitaires  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ , et  $\vec{k}$  sont dirigés vers les directions Est, Nord, et profondeur respectivement (figure 2.6).

Les relations lient entre les coordonnées de deux points,  $P_i$  et  $P_{i+1}$  ( $x_i, y_i, z_i, x_{i+1}, y_{i+1}$ , et  $z_{i+1}$ ) de la trajectoire du puits, définies dans le système du repère  $R_{\text{puits}} (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , et leurs paramètres respectivement  $MD_i, \theta_i, \phi_i, MD_{i+1}, \theta_{i+1}$ , et  $\phi_{i+1}$  (figure 2.6) sont données suivant les cas ci-dessous d'après [46] :

Cas 1 :

$\phi_{i+1} \neq \phi_i$  et  $\theta_{i+1} \neq \theta_i$

$$z_{i+1} - z_i = \frac{MD_{i+1} - MD_i}{\phi_{i+1} - \phi_i} (\sin \phi_{i+1} - \sin \phi_i) \quad (2.1)$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\cos \phi_{i+1} - \cos \phi_i)(\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i)}{(\phi_{i+1} - \phi_i)(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad (2.2)$$

$$y_{i+1} - y_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\cos \phi_{i+1} - \cos \phi_i)(\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i)}{(\phi_{i+1} - \phi_i)(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad (2.3)$$

Cas 2 :

$\phi_{i+1} \neq \phi_i$  et  $\theta_{i+1} = \theta_i$

$$z_{i+1} - z_i = \frac{MD_{i+1} - MD_i}{\phi_{i+1} - \phi_i} (\sin \phi_{i+1} - \sin \phi_i)$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\cos \phi_i - \cos \phi_{i+1})(\sin \theta_{i+1})}{(\phi_{i+1} - \phi_i)} \quad (2.4)$$

$$y_{i+1} - y_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\cos \phi_i - \cos \phi_{i+1})(\cos \theta_{i+1})}{(\phi_{i+1} - \phi_i)} \quad (2.5)$$

Cas 3 :

$\phi_{i+1} = \phi_i$  et  $\theta_{i+1} \neq \theta_i$

$$z_{i+1} - z_i = (MD_{i+1} - MD_i) \cos \phi_{i+1} \quad (2.6)$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\sin \phi_{i+1})(\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})}{(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad (2.7)$$

$$y_{i+1} - y_i = \frac{(MD_{i+1} - MD_i)(\sin \phi_{i+1})(\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i)}{(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad (2.8)$$

Cas 4 :

$\phi_{i+1} = \phi_i$  et  $\theta_{i+1} \neq \theta_i$

$$z_{i+1} - z_i = (MD_{i+1} - MD_i) \cos \phi_{i+1}$$

$$x_{i+1} - x_i = (MD_{i+1} - MD_i) \sin \phi_{i+1} \sin \theta_{i+1} \quad (2.9)$$

$$y_{i+1} - y_i = (MD_{i+1} - MD_i) \sin \phi_{i+1} \cos \theta_{i+1} \quad (2.10)$$

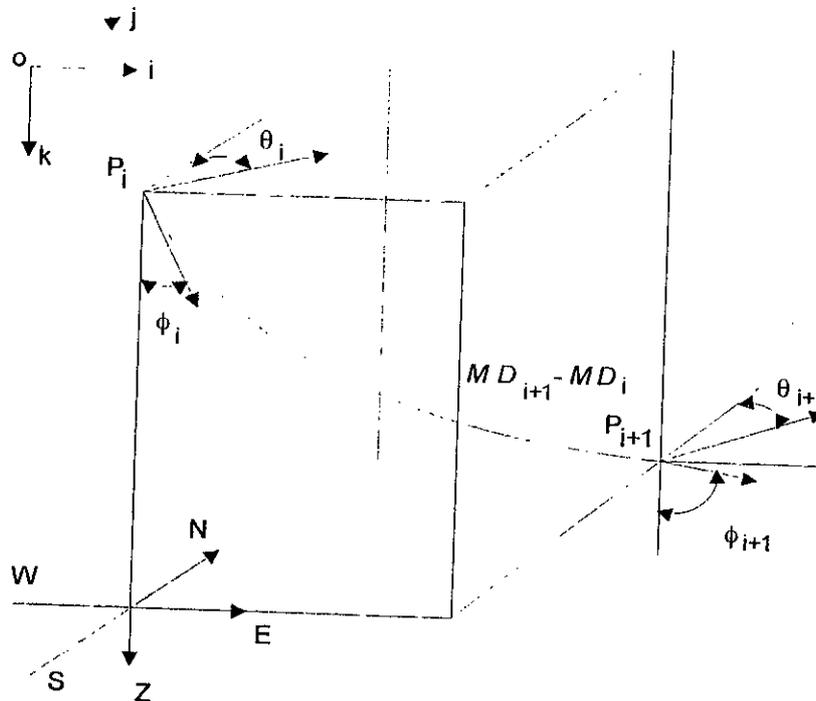


Figure 2.6 : Définition d'un tronçon de la trajectoire du puits à partir de deux points  $P_i$  et  $P_{i+1}$

## 2.3. GARNITURE DE FORAGE

La garniture de forage est composée du trépan, des masses-tiges, des tiges lourdes, et des tiges de forage ; un certain nombre d'accessoires sont utilisés pendant le forage. Ces accessoires incluent les stabilisateurs, les raccords de réduction, l'amortisseur de vibration, l'aléreur, l'outil MWD, et le moteur de fond. La garniture de fond est la partie inférieure de la garniture de forage ; elle est composée avec les même éléments que la garniture de forage à l'exception des tiges de forage.

### 2.3.1. Trépan (outil de forage)

Il permet de désagréger la roche soit par rotation soit par percussion. Dans le mode de forage par rotation, le trépan est de construction différente. Les types de trépan les plus utilisés actuellement sont l'outil tricône et l'outil PDC (à diamant polycristalline compacte) (figure 2.7 et figure 2.8 ).



Figure 2.7 : Outil tricône.

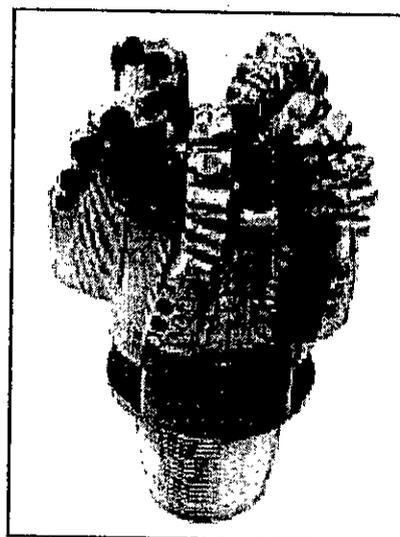


Figure 2.8 : Outil PDC.

Pour rendre le trépan en rotation susceptible de désagréger la roche, Il faut fournir un effort (poids sur l'outil) qui serre le trépan contre le fond du puits. Le poids nécessaire dépend du genre de terrain à forer, du diamètre du trou, du type d'outil utilisé, de la tendance à dévier du trou, et autres variables.

### 2.3.2. Masses-tiges (Drill-Collar)

Tous les foreurs préfèrent utiliser plus de masses-tiges qu'il n'en faudrait pour mettre le poids désiré. Les masses-tiges pèsent moins dans la boue que dans l'air, en raison de la poussée de la boue. Plus la boue est dense, plus grande est la poussée. Des masses tiges supplémentaires sont placées pour compenser la poussée.

Les masses-tiges permettent de :

- Mettre du poids sur l'outil pour éviter de faire travailler les tiges de forage en compression. Le poids utilisable des masses tiges ne devra pas excéder 80 % de leur poids total dans la boue.
- Forer un trou aussi droit et vertical que possible.

Une masse-tige est caractérisée par :

- ◆ Ses diamètres extérieur et intérieur (Outside diameter et Inside diameter), le diamètre intérieur est normalisé par A.P.I (American Petroleum Institute) en fonction du diamètre extérieur.
- ◆ Son type et son diamètre de connexion fileté.
- ◆ Son profil particulier : lisse, spirale ou carré.

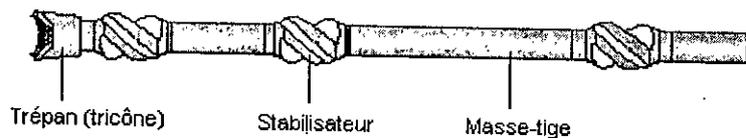


Figure 2.9 : Garniture de fond composée de trépan, masses-tiges et stabilisateurs.

### 2.3.3. Tiges de forage (Drill Pipe)

Les tiges de forage permettent :

- La transmission du mouvement de rotation de la table (en forage rotary) au trépan ou le mouvement de rotation et de translation du top drive (forage par moteur de fond).
- Le passage du fluide de forage qui doit aboutir à l'outil.

Les tiges de forage doivent travailler en tension pour éviter

- La résistance trop grande à la rotation et à la pénétration.
- Les risques d'usures et de rupture.
- La déviation.

Les tiges de forage sont caractérisées par le diamètre nominal, le grade, la gamme et le poids nominal (épaisseur du métal).

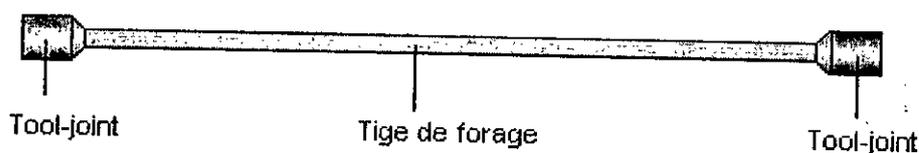


Figure 2.10 : Tige de forage.

La liaison entre les tiges de forages est assurée par les tool-joint. C'est sur le tool-joint que sont mises en place les clés de forage pour les opérations de vissage et de dévissage des tiges de forage (figure 2.10).

Le mode de liaison des tool-joints avec le corps des tiges est soit soudé, soit vissé ou soit soudé et vissé.

### 2.3.4. Tiges lourdes (Heavy Weight Drill Pipe HWDP)

Les premières tiges lourdes étaient en fait des masses-tiges normales tournées extérieurement pour obtenir le profil actuel des tiges lourdes. Cette opération d'usinage a pour but de donner plus de flexibilité à la masse-tige (figure 2.11).

Les tiges lourdes ont en effet deux utilisations différentes (forages verticaux et déviés) qui demandent toutes les deux une flexibilité plus grande que celle d'une masse-tige, mais plus petite qu'une tige normale.



Figure 2.11 : Tige lourde.

#### □ Forages verticaux

Dans les forages verticaux, les tiges lourdes sont fréquemment utilisées comme intermédiaires entre les masses-tiges et les tiges. Il y a à ce niveau une variation de section occasionnant des contraintes plus élevées (flexion plus grande, vibrations). On utilise donc avantageusement une, deux ou trois longueurs de tiges lourdes, entre les masses-tiges et les tiges, chaque fois que les conditions de forage seront difficiles.

#### □ Forages déviés

Les tiges lourdes sont utilisées soit au sommet des masses-tiges, soit parfois en leur remplaçant totalement. Dans ce dernier cas, la flexibilité sera suffisante pour que l'outil continue dans la direction donnée par l'amorce de déviation.

Avant les tiges lourdes, on utilisait pour ces opérations des tiges de forage normales. Malheureusement, les tiges de forage ont une résistance au flambage insuffisante. Comme elles travaillaient en compression, les ruptures étaient fréquentes et nombreuses. L'utilisation des tiges lourdes a grandement amélioré les opérations de forage dirigé.

### 2.3.5. Stabilisateur

L'utilisation d'un stabilisateur facilite la stabilisation adéquate du train de masses-tiges et permet ainsi d'avoir une géométrie satisfaisante du puits afin de minimiser le coût élevé dû aux différents problèmes de changement d'inclinaison (Dog-leg.)

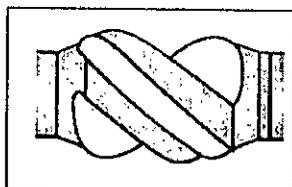


Figure 2.12 : Stabilisateur.

Il y a trois raisons pour stabiliser les masses tiges :

- Pour utiliser le poids optimal sur l'outil et améliorer ainsi ces performances.
- Maintenir la rectitude du trou (puits) et ceci par le contrôle de la déviation du trou.
- Maintenir le couple absorbé par les masses-tiges au minimum en empêchant leur collage par une faible surface de contact avec la paroi.

### 2.3.6. Raccords de réduction

Ils sont utilisés pour réunir des éléments de filetage différents, entre les tool-joints et les masses-tiges, entre les tool-joints et les outils de repêchage, et entre les masses-tiges de filetages différents.

### 2.3.7. Amortisseur de vibrations (Sub-shock)

C'est un matériel spécial dont la fonction principale est de préserver et de prolonger la vie de la garniture et en particulier les masses-tiges. Le forage dans les roches dures, les cailloux, et autres terrains semblables, fait sauter le train de tiges. Cet amortisseur permet un forage normal sans soumettre le train de tige (garniture) et l'outil à des vibrations axiales dangereuses.

### 2.3.8. Aléreur

L'aléreur est un outil aux éléments d'attaque (lames et molettes) qui permettent d'augmenter le diamètre du trou (puits).

### 2.3.9. Moteur de fond

Le moteur de fond est utilisé en forage dirigé. Les moteurs de fond les plus utilisés actuellement sont les moteurs de fond hydrauliques hélicoïdaux rotatifs. Ils sont composés principalement d'un stator et d'un rotor (figure 2.13).

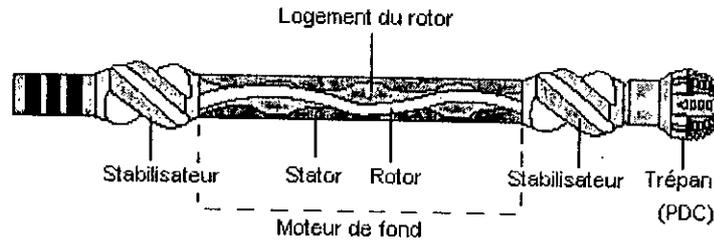


Figure 2.13 : Moteur de fond hydraulique hélicoïdal rotatif.

Les moteurs de fonds hydrauliques empruntent leur énergie du courant de boue qui les traverse. Le courant de boue fait tourner le rotor, qui lui-même entraîne le trépan.

### 2.3.10. Système MWD

Le système MWD appartient à la catégorie des systèmes sans fil et est donc entièrement compatible avec l'opération de forage rotary ou avec moteur de fond.

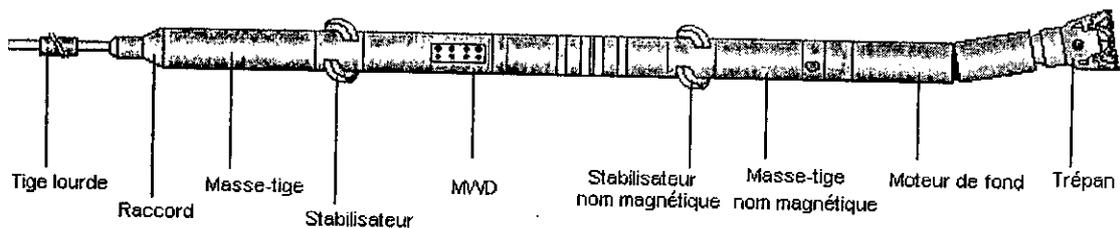


Figure 2.14 : Garniture de fond équipée avec un système MWD.

Il est composé d'une masse-tige amagnétique, d'un capteur électronique centré dans la masse-tige, et d'un appareillage de décodage de surface qui affiche et enregistre les paramètres directionnels mesurés au fond. L'information est véhiculée par une modulation du débit de boue se traduisant par de petits changements de pression perceptibles en surface.

## 2.4. TYPES DE VIBRATIONS

Les foreurs connaissent les vibrations intimement associées au forage au tricône par leurs effets en surface : mouvement axial du train de sonde, fouettement du câble de forage lorsqu'il entre en résonance avec les vibrations émises par l'outil, répercussions sur l'indicateur de poids.

Ce paragraphe tentera de décrire les phénomènes de vibrations liés au forage. Il existe trois types de vibrations (figure 2.15) à savoir : vibration axiale (longitudinale), vibration de torsion et vibration latérale (transversale).

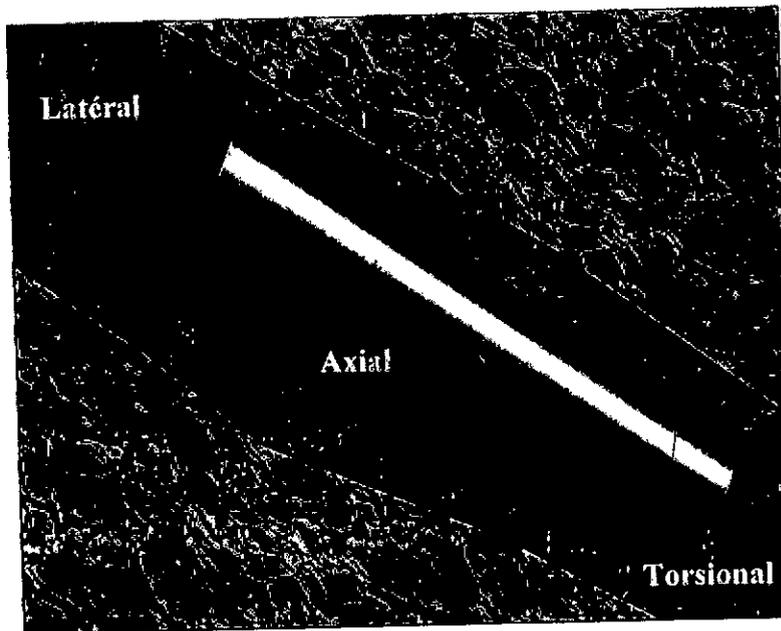


Figure 2.15 : Types de vibrations.

### 2.4.1. Vibration axiale

Plusieurs chercheurs se sont concentrés sur la mesure, la réduction voire la suppression des vibrations axiales au cours du forage du fait que leurs effets étaient visibles à la surface par un rebond important du trépan (Bit-bounce) [23, 16, 14, 49, 8].

L'origine des vibrations axiales est due au trépan (outil de forage). Au cours du processus de forage, les dents du trépan détruisent la roche par une succession de percussion. L'énergie fournie au trépan par le poids et la rotation ne sert que partiellement à détruire la roche. En effet, une partie de cette énergie est réfléchiée dans le train de sonde (garniture de forage) sous forme de vibrations axiales, et une autre partie se perd en frottement et en chaleur.

De nombreux facteurs jouent un rôle dans les vibrations axiales [41].

□ Effet du terrain

On peut distinguer deux types de comportement des roches sous l'effet du poids sur l'outil appliqué et le couple de rotation.

- Soit la roche a un comportement ductile, comme dans la plupart des marnes (terrain calcaire mêlé d'argile) ou argile ; le processus de destruction se fait par l'extrusion d'un copeau composé de tranches de terrain, empilées "en accordéon", et compactées par la poussée de la table (figure 2.16)
- Soit la roche a un comportement friable, par exemple comme du calcaire ; le processus de destruction se fait par broyage sous le taillant et par fracturation devant la table. Un petit copeau peut se former si les fragments restant collés, mais il peut aussi n'y avoir aucun copeau (figure 2.17).

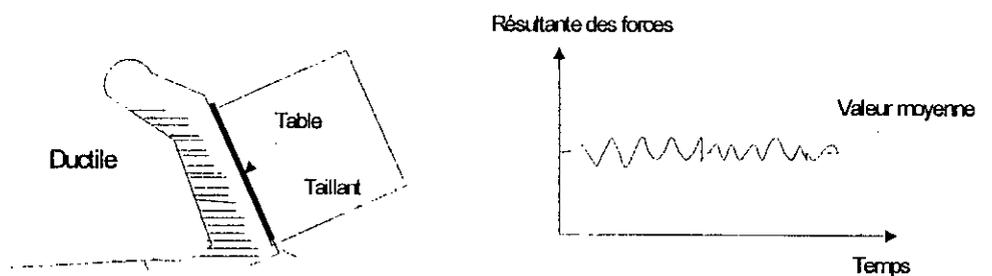


Figure 2.16 : Terrain ductile.

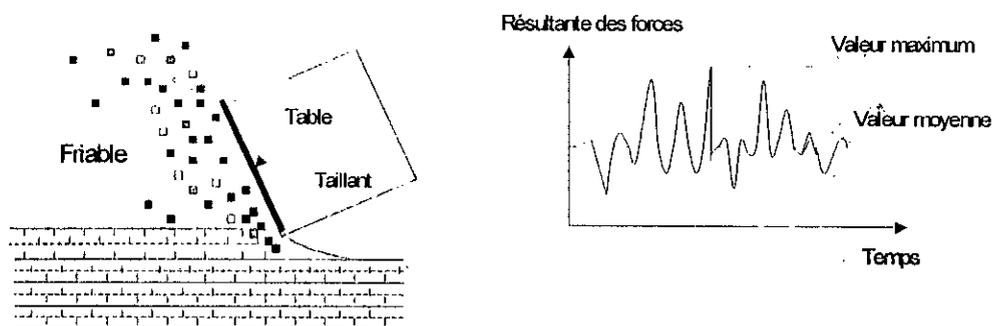


Figure 2.17 : Terrain friable.

Pour les roches friables, le caractère progressif et irrégulier du mode de création des fissures provoque des fluctuations importantes au niveau de la résultante des forces d'un taillant. Pour les roches ductiles les variations de la résultante des forces sont beaucoup plus faibles autour d'une valeur moyenne. Ces observations permettent de comprendre que les oscillations de vibrations existent au niveau du taillant lui-même, en particulier dans les changements de terrain, et avec d'autant plus d'amplitude que le terrain devient dur et/ou plus friable.

Les vibrations axiales les plus éprouvantes pour le matériel sont associées à un rebond important du trépan (Bit-bounce). Elles se produisent dans les terrains durs qui renvoient une partie importante de l'énergie vers la garniture de forage. Dans ce cas, L'amplitude du rebond peut devenir considérable.

#### □ Effet du trépan

Le trépan doit être adapté le mieux possible au terrain à forer. Cela est relativement aisé lorsqu'il y a des références. Des dents cassées peuvent être le signe d'un rebond trop violent en cours de forage.

Les types de trépan les plus utilisés sont le tricône et PDC. Le tricône est plus sensible aux vibrations axiales que le PDC.

#### □ Effet de la boue

La pression de boue à l'intérieur du train de sonde (garniture de forage) atténue la propagation des vibrations provenant du trépan. Il en est de même quand la densité et la viscosité sont élevées ou quand le trou est mal nettoyé. Donc la boue joue le rôle d'un amortisseur.

#### □ Effet des paramètres de forage

Le poids sur l'outil et la vitesse de rotation sont les éléments essentiels sur lesquels le foreur agit durant toute la vie du trépan. Il les ajuste pour que le trépan vibre de façon régulière et sans amplitude exagérée. Cela est assez facile dans les terrains homogènes, mais devient plus compliqué lorsque l'on fore de fréquentes alternances. L'énergie renvoyée dans le train de sonde varie alors constamment provoquant des vibrations dommageables pour le trépan et la garniture.

### 2.4.2. Vibration de torsion

Plusieurs études ont été consacrées à la conception d'un système qui permet d'avoir la mesure de vibrations de torsion à la surface et au fond du puits pendant les opérations de forage [16, 18, 23, 32, 49]. Tandis que d'autres études ont essayé de modéliser la garniture de forage par des modèles analytiques et numériques [4, 5, 8, 29].

Les vibrations de torsion du train de sonde en cours de forage rotary se sont manifestées depuis que celui-ci existe. Le fait même d'entraîner un outil de forage en rotation crée une accumulation de torsion dans la garniture.

La garniture de forage est constituée d'une masse (ensemble de fond ou garniture de fond) et un ressort agissant ici en torsion (les tiges de forage) (figure 2.18). Elle est soumise à l'entraînement en surface en rotation par la table de rotation (ou par le Top drive) et aux couples résistants du travail de l'outil (trépan) et à de nombreux facteurs que nous évoquerons ultérieurement.

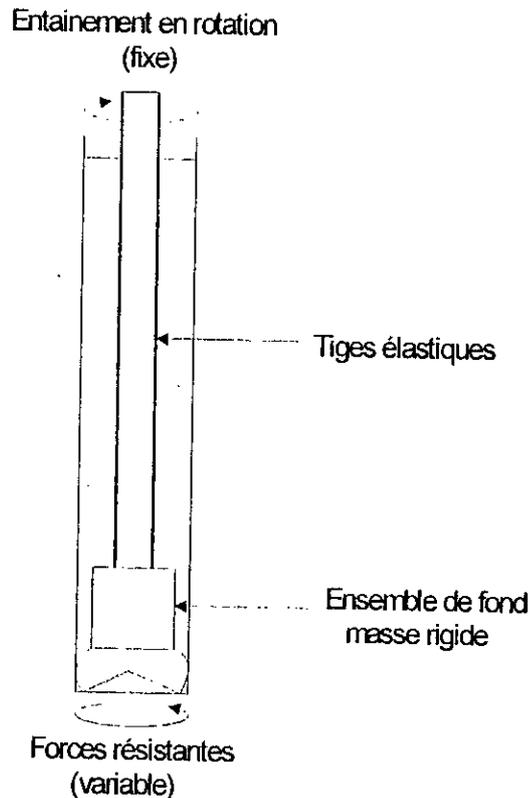


Figure 2.18 : Les oscillations de torsion

A vitesse de rotation en surface à peu près constante, les frottements le long de la garniture et à l'outil provoquent des oscillations de torsion qui se manifestent au travers des ralentissements et des accélérations au niveau de l'outil. Parfois l'outil s'arrête de tourner au fond pour ensuite repartir à grande vitesse et s'arrêter à nouveau lorsque la torsion des tiges est évacuée : c'est le phénomène connu sous le nom de "stick-slip". Dans les cas extrêmes, assez rares, la détente de la torsion des tiges provoque une accumulation importante de torsion inverse ce qui fait tourner l'outil quelques tours à gauche avant de repartir à droite. On parle alors de "backward spin".

L'utilisation d'instrument de mesure de couple de rotation en surface et d'instrument de mesure de vitesse de rotation au fond sont les meilleurs indicateurs des vibrations de torsion.

De nombreux paramètres jouent un rôle dans la vibration de torsion [29].

□ Effet des paramètres de forage

Des essais [29] ont montré qu'une vitesse de rotation faible était un facteur favorable à l'apparition d'oscillations de torsion dans la garniture de forage, que l'outil soit au fond ou non. Pour chaque garniture et chaque état de puits donné, il existe une vitesse de rotation critique au-delà de laquelle les oscillations de torsion et en particulier le "stick-slip" disparaissent.

Une augmentation du poids sur l'outil favorise le "stick-slip" par augmentation des frottements dus au flambage de l'ensemble de fond. En réduisant le poids, l'entraînement de l'outil redevient plus régulier.

Le poids sur l'outil et la vitesse de rotation critique sont en étroite relation : plus le poids est augmenté, plus il faut augmenter la rotation pour obtenir un régime régulier (avec des limites bien sur).

□ Effet du comportement de la boue

Plusieurs essais destinés à diminuer les frottements et, par-là même, le stick-slip ont été tentés ; ils ont permis de sélectionner un lubrifiant efficace mais relativement coûteux.

□ Effet du type d'outil

Il y a plus 40 ans, l'utilisation d'outil à lames : bilames, tri-lames, trépan "B", provoquait des ondes de torsion d'une amplitude parfois très sévère. Avec l'abandon des outils à lames, le danger dû au phénomène des oscillations de torsion a diminué sans jamais disparaître. Le "stick-slip" était toujours présent surtout en carottage où la vitesse de rotation est relativement lente.

Le stick-slip est plus fréquent et plus sévère avec des outils PDC (polycristalline Diamon Compacts) qu'avec des tricônes. Un phénomène rare a été remarqué avec les outils PDC [16], c'est la rotation à gauche ("backward spin") due à des oscillations de torsion sévères. L'outil PDC est sensible aux vibrations de torsion, par contre l'outil tricône est peu générateur d'onde de torsion.

Aujourd'hui, le phénomène reprend de l'ampleur avec l'utilisation de plus en plus fréquente des outils PDC et TSP (Thermally Stable Polycristalline) pour augmenter l'avancement du forage.

□ Effet du puits (lithologie, profil)

La lithologie a une influence indéniable sur les vibrations de torsion. Ainsi les formations hétérogènes font augmenter les frottements aux stabilisateurs. Le profil du puits conditionne les frottements mais aussi l'amortissement des vibrations.

L'instabilité d'un grand nombre de paramètre est la raison pour laquelle la torsion accumulée dans la garniture varie en permanence. Ainsi on distingue deux sortes de vibration de torsion :

- Les vibrations transitoires, modulées suivant l'influence des facteurs ci-dessus [4, 5] ;
- Les vibrations stationnaires, dans les quelles la garniture de forage remonte et se détend comme un ressort à intervalles réguliers. La période et l'amplitude des oscillations dépendent de l'importance et de la localisation des frottements, de la longueur du train de sonde et des propriétés mécaniques de l'ensemble de forage. Plusieurs auteurs se sont intéressés au type de vibrations de torsion stationnaires avec des modèles analytiques [29, 8].

### 2.4.3. Vibration latérale

Très peu de travaux et de données de la dynamique du fond du puits ont été publiés, à cause de l'inexistence d'un système capable de mesurer les vibrations au fond du puits et la difficulté dans le traitement et la transmission des données avec les systèmes MWD existants. La plupart des études s'étaient intéressées aux vibrations axiales et de torsion. Avec le développement de l'électronique et de l'informatique, les chercheurs commencent à s'intéresser de plus en plus à l'étude et à la mesure des vibrations latérales.

En utilisant un système de mesure des forces et des accélérations au fond du puits, Wolf et Zacksenhouse [47] ont observé de grands moments de flexion au fond du puits. C'est un indicateur de la signification des effets des vibrations latérales qui n'était pas visible à la surface.

Un résultat particulièrement important obtenu par Mitchell et Allen (in [3]), leur étude démontre que les vibrations latérales est un mécanisme important et c'est une clé de l'analyse de la rupture de la garniture de fond.

De même dans l'étude [14], Close, Owens, et Macpherson ont conclu que les niveaux des vibrations latérales sont très grands devant les niveaux des vibrations axiales et ceci par la détermination de la mesure des accélérations longitudinales (axiales) et latérales au fond du puits pendant le forage.

Par la suite plusieurs chercheurs ont pu développer des systèmes de mesure des données dynamique au fond du puits [15, 1, 35]. Tandis que d'autres tel que Paslay, Yin-Min Jan, Kingman et Macpherson [37] ont essayé de détecter la résonance des vibrations latérales pendant le forage en utilisant la mesure des vibrations axiales et de torsion.

En parallèle, d'autres chercheurs ont essayé de trouver des modèles numériques capables de simuler le comportement vibratoire de la garniture de fond et ainsi prédire les vibrations latérales.

Vandiver, Nicholson, et Shyu ont étudié les sources des vibrations latérales, qui sont le couplage linéaire des vibrations axiales et latérales, et Nutation ou précession de la masse-tige [44]. Jansen [25], a essayé de clarifier le comportement de précession (nutation) des masses tiges par un modèle simple.

Le phénomène de nutation (précession) pour le trépan ou la masse-tige est l'aptitude du trépan ou de la masse-tige à s'accrocher à la paroi et à s'enrouler autour du trou (figure 2.19). Ceci sera favorisé d'autant plus que le jeu "fonctionnel", entre le trépan et le trou foré ou entre la masse-tige et la paroi du trou, est important. Mais le problème de nutation n'est pas aussi simple, car les vibrations latérales engendrées ne sont pas stables et peuvent prendre l'aspect d'un mouvement totalement anarchique comme celui d'une "toupie folle" [25].

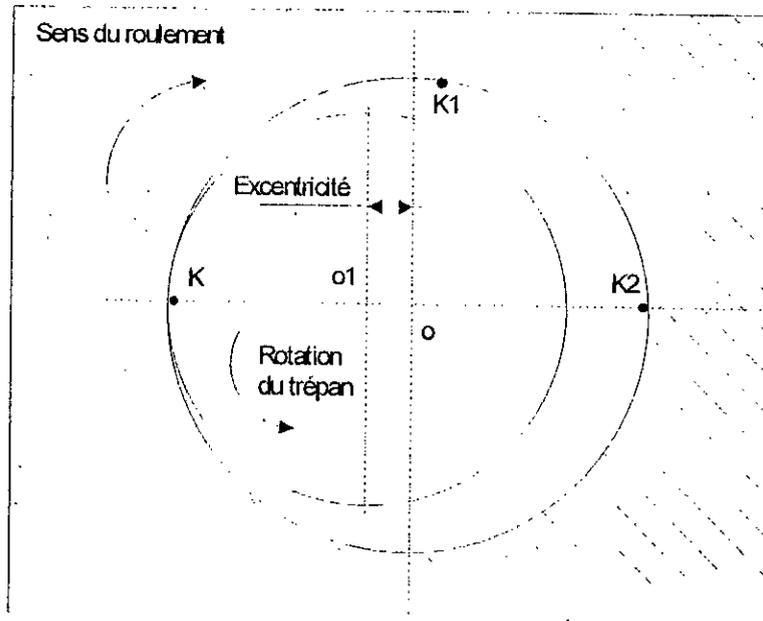


Figure 2.19 : Phénomène de nutation.

Burgess, McDaniel et Das [11] ont réalisé un programme informatique qui prédit les vitesses critiques (fréquences de résonance) et les modes de déformées pour les vibrations latérales (transversales), et ceci avec des exemples d'étude du domaine. Leur modélisation se base sur la méthode des éléments finis en supposant que la garniture de fond se comporte comme une poutre à grand déplacement (non-linearité géométrique) à deux dimensions.

Mitchell et Allen [31] ont abordé une étude numérique de la rupture de la garniture de fond due aux vibrations latérales. Cette étude était basée sur l'analyse harmonique en éléments finis de la garniture de fond.

Dans une tentative d'inclure les effets d'amortissement, Apostol, Haduch et Williams dans [3] décrivent une étude qui utilise la méthode de réponse forcée de fréquence FFR (appelé en anglais Forced Frequency Response) pour analyser la garniture de fond en incluant l'effet du contact intermittent.

Nicholson [32], a présenté une approche pour éliminer ou prévenir les dysfonctionnements sévères de la dynamique de la garniture de forage. La méthode comporte l'analyse et la planification, surveillance en temps réel, et l'interprétation.

Dans [17], Dykstra, Chen, Warren et Azar s'intéressent au problème de vibration latérale de la garniture de fond induite par le déséquilibre de la masse-tige du à l'excentricité entre le centre géométrique et le centre de gravité, et ceci dans le but d'évaluer l'effet du déséquilibre de la masse-tige sur les vibrations de fond.

La plupart des études et des recherches, qui se sont intéressées aux problèmes des vibrations latérales déjà évoqués, ont mis en évidence l'analyse de la garniture de fond au lieu de la garniture de forage tout entière. Ceci est justifié par le fait que les phénomènes vibratoires sont générés dans la garniture de fond. Les tiges de forage ne possèdent pas les mêmes caractéristiques mécaniques avec les différents éléments de la garniture de fond. Elles assurent seulement la liaison entre la garniture de fond et la surface jour. Elles peuvent être ainsi négligées dans l'analyse des vibrations latérales.

La source majeure d'excitation des vibrations latérales est la vitesse de rotation. Si la garniture de fond a une fréquence propre transversale (latérale) proche de la vitesse de rotation, et si le mode n'est pas bien amorti, il y aura un réel danger de résonance dans la garniture et qui peut causer la défaillance par fatigue.

Les fréquences de résonance transversales dépendent principalement des dimensions et des rigidités des masses-tiges, l'emplacement des stabilisateurs et la géométrie du profil du trou (profondeur mesurée  $MD$ , inclinaison  $\phi$ , azimut  $\theta$ )

Les vibrations latérales dans la garniture de fond ne peuvent être vues à la surface à moins qu'elles s'accouplent avec les modes axiaux et de torsion ; c'est pourquoi la conception d'un système de mesure dynamique au fond du puits au cours du forage peut contribuer à l'identification des vibrations latérales et à la protection de l'équipement de fond contre leurs effets néfastes.

## 2.5. CONCLUSION

Maîtriser les phénomènes vibratoires, c'est optimiser les transferts d'énergie pour une meilleure destruction de la roche mais c'est également prévenir les usures prématurées ou les ruptures d'équipements, optimiser le nombre de manœuvres, donc diminuer les risques des situations critiques en cours de forage.

La vibration latérale est l'aspect le plus important du comportement dynamique de la garniture de fond (ensemble de fond) et de la garniture de forage, ceci se justifie par le fait que plusieurs études ont montré que les vibrations latérales peuvent être la cause de la rupture de l'équipement de fond par fatigue, usure, etc. Dans le reste de cette étude, on s'intéresse à ce type de vibration et ceci dans le but d'apporter une analyse qui permette de prédire la résonance des vibrations latérales dans la garniture de fond.

## CHAPITRE 3

# MODELISATION DE LA GARNITURE DE FOND EN ELEMENTS FINIS

### 3.1. INTRODUCTION

La méthode des éléments finis est une procédure générale de discretisation des problèmes continus décrits par des relations mathématiques. Elle constitue une méthode d'approximation des problèmes continus. Son principe de base est de subdiviser le milieu en un nombre fini de parties (appelés éléments finis). Dont le comportement est connu à partir d'un nombre fini de paramètres. La solution du système complet constitué de l'assemblage de ses éléments suit précisément les mêmes règles que celles applicables aux problèmes discrets standards.

La procédure de calcul de la méthode des éléments finis est basée sur la méthode de déplacement. Dans ce chapitre nous aboutissons aux équations élémentaire de mouvement en premier lieu, et par la suite les équations globales de mouvement de la structure (garniture de fond) dont les paramètres sont les déplacements nodaux.

Les problèmes en mécanique des milieux continus sont généralement formulés en termes de trois variables spatiales qui sont :

- Déplacement.
- Déformation.
- Contraintes.

Dans le cas de l'analyse dynamique ces quantités peuvent dépendre de quatre variables temporelles.

Le champ spatial des variables est lié par deux relations fondamentales :

- ◆ Relation contrainte-déformation (équation constitutive) (équation de lamé).
- ◆ Relation déformation-déplacement.

Cependant, les problèmes en mécanique des structures peuvent être classés en quatre groupes :

- Statique linéaire.
- Statique non linéaire.
- Dynamique linéaire.
- Dynamique non linéaire.

Les effets de non-linéarité sont dus généralement :

- a) Aux grands déplacements ou non-linéarité géométrique ;
- b) Aux petits déplacements, ou la non-linéarité matérielle peut être introduite par :
  - Les déformations qui sont des fonctions non linéaires des déplacements ;
  - La relation déformation- contrainte qui peut être non linéaire (c'est à dire, plasticité) ;
  - La déformation qui peut être une fonction du temps et dépendre de l'historique des contraintes correspondantes.
- c) A la direction et/ou le module des forces extérieures appliquées peuvent être des fonctions des déplacements (charge non-conservative) ;
- d) A quelques systèmes de structure complexe pouvant contenir les deux non-linéarité géométrique et matérielle ;
- e) A une certaine forme spécifique du comportement non-linéaire tels que le ressort et les effets de friction.

Dans la plupart des problèmes de calcul des structures abordés jusqu'à présent, les déplacements et déformations de la structure ont été supposés implicitement petits. D'un point de vue pratique, ceci veut dire que la géométrie des éléments reste quasiment inchangée, lorsque ceux-ci sont soumis à des sollicitations. On peut par conséquent utiliser au premier ordre les approximations de déformations linéaires infinitésimales. En pratique, de telles hypothèses sont fréquemment mises en défaut, même lorsque les déformations restent petites et que la limite élastique des matériaux ordinaires n'est pas dépassée. Si on veut connaître avec précision les déplacements pour certaines structures, il est nécessaire de tenir compte des non-linéarités géométriques.

Dans notre cas, la garniture de fond est soumise à un effort axial important (poids sur l'outil) ceci nous conduit à adopter une analyse géométriquement non-linéaire afin de mieux représenter le comportement de la garniture de fond et donc d'arriver à une bonne prédiction de la résonance dans la garniture de forage.

### 3.2. EQUATION DE MOUVEMENT

Quel que soit le problème à étudier dans la mécanique des structures, qu'il soit un problème à loi de comportement linéaire ou non linéaire, il est nécessaire que les conditions d'équilibre entre les forces internes et externes soient satisfaisantes dans le cas statique, et entre les forces internes, externes et les quantités d'accélération dans le cas dynamique.

L'équation d'équilibre (système conservatif) dans le cas statique (ou l'équation de mouvement dans le cas dynamique) peut être obtenue par le théorème de l'énergie ou bien par le principe des travaux virtuels. Dans notre étude nous utilisons le principe des travaux virtuels (formulation lagrangien total).

- Statique :

Pour un solide en équilibre statique l'accroissement virtuel de l'énergie de déformation est égal à la somme des travaux virtuels développés par les efforts externes.

$\forall u(M)$  : Déplacement d'un point  $M$  cinématiquement admissible.

$$\delta(U - W_{ext}) = 0$$

Ou

$$\delta U = \delta W_{ext} \quad (3.1)$$

Avec

$\delta W_{ext}$  : travaux virtuels des efforts extérieurs.

$$\delta W_{ext} = \int_D F_i \delta u \, dV + \int_{S_f} f_i \delta u \, dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u \, dS_u \quad (3.2)$$

Et

$\delta U$  : l'accroissement virtuel de l'énergie de déformation.

$$\delta U = \int_D \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} \, dV \quad (3.3)$$

Donc on obtient l'équation d'équilibre suivante :

$$\int_D \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} \, dV = \int_D F_i \delta u \, dV + \int_{S_f} f_i \delta u \, dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u \, dS_u \quad (3.4)$$

$F_i$  : force de volume.

$f_i$  : force de surface.

$R_i$  : force de réaction.

$S_f$  : c'est la partie de  $D$  où les efforts sont imposés.

$S_u$  : c'est la partie de  $D$  où les déplacements sont imposés.

$D$  : domaine de définition de la structure.

- Dynamique:

L'équation du mouvement (système conservatif) s'obtient avec le même raisonnement que celui en statique sauf qu'on ajoute le terme des travaux virtuels des quantités d'accélération.

$$\delta U = \delta W_{ext} - \delta W_a \quad (3.5)$$

Avec

$\delta W_a$  : travaux virtuels des quantités d'accélération.

$$\delta W_a = - \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i \, dV \quad (3.6)$$

$$\int_D \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = - \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u$$

Donc on obtient l'équation d'équilibre suivante :

$$\int_D \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u \quad (3.7)$$

### 3.3. FORMULATION EN ELEMENTS FINIS DE L'EQUATION ELEMENTAIRE DE MOUVEMENT

Dans la bibliographie classique, les constitutifs d'une structure sont définis suivant leur mode de calcul, on distingue principalement trois classes :

- 1)- Les corps pleins.
- 2)- Les plaques minces et enveloppes
- 3)- Les pièces longues du type poutre ou tige.

Vu que la structure de la garniture de fond est une structure longue et composée par des éléments longs tels que masses-tiges, tiges lourdes, etc. nous optons pour une modélisation par des éléments poutres en grand déplacement.

#### 3.3.1. Modèle poutre

Le milieu continu de cette structure considérée est subdivisé par un nombre finis d'éléments. Nous adoptons l'élément poutre spatiale à section symétrique (section circulaire creuse ou pleine) comme élément de discretisation.

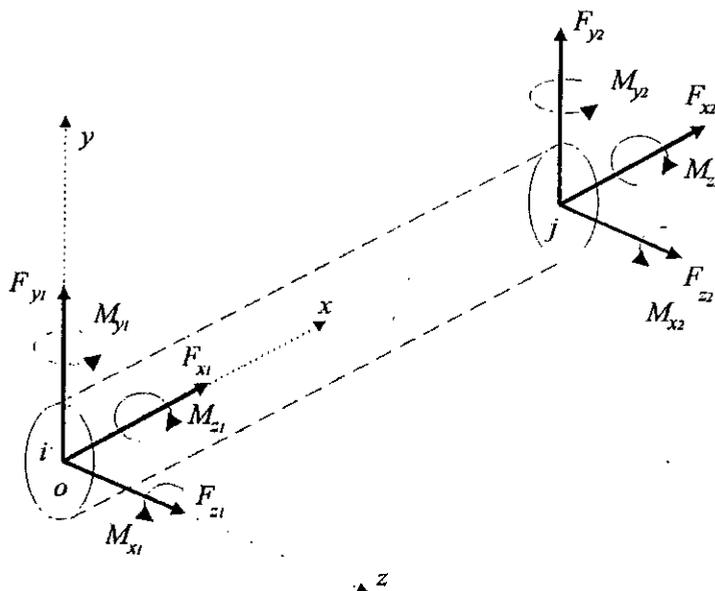


Figure 3.1 : Modèle poutre.

Les éléments poutres sont reliés entre eux par des nœuds ; les déplacements de ces nœuds (points nodaux) seront les inconnues de base du problème. Le modèle poutre est composé de deux nœuds avec six degrés de liberté par nœud. Il peut transmettre un effort axial, deux efforts de cisaillement, deux moments de flexion et un moment de torsion (figure 3.1).

### 3.3.2. Hypothèse du modèle poutre

Dans la théorie des poutres, on introduit une série d'hypothèses relatives au comportement et à la géométrie de l'élément poutre. Les hypothèses générales du comportement sont :

- Le matériau de la poutre est considéré homogène et isotrope qui, sous l'action des forces extérieures, ne subit que des déformations réversibles et infiniment petites.
- On suppose que pendant la flexion ou la traction, les sections planes, avant déformation, restent planes après déformation (loi des sections planes). Cela signifie, qu'on considère qu'une seule composante de déformation des six composantes du tenseur de déformation, qui est l'allongement axial pour les sollicitations de flexion et traction longitudinale.
- Pendant la torsion, on suppose qu'il n'existe aucun allongement, ni de glissement, dans le plan de la section transversale, et qu'on néglige aussi l'allongement dans le sens longitudinal (théorie de la torsion pure). Cette théorie permet uniquement de déterminer les contraintes tangentielles, qui prennent naissance sur les éléments de surface d'une section transversale de la tige ou poutre.
- Les déplacements sont grands, lors de l'écriture de l'expression de la déformation on tient compte des termes du 2<sup>ème</sup> ordre.

### 3.3.3. Déplacement

Le but de la discretisation du milieu continu de cette structure par la méthode des éléments finis est de définir de manière unique le champ des déplacements à l'intérieur de l'élément fini en fonction des déplacements de ses nœuds.

#### 3.3.3.1. Champ de déplacement

La modélisation par la méthode en éléments finis en dynamique adoptée le long de ce chapitre est analogue à celle en statique.

Le modèle de poutre spatial adopté pour cette étude permet d'avoir deux flexions dans le plan ( $xy$ ) et ( $xz$ ), deux efforts de cisaillement suivant l'axe  $y$  et  $z$ , une traction suivant l'axe  $x$ , et une torsion dans le plan ( $yz$ ).

Donc, le champ de déplacement  $\bar{U}(M)$  est donné par :

$$\forall M(x, y, z) \in (e) \quad \bar{U}(M) \begin{cases} U(x, y, z, t) = u_o(x, t) - (y \cdot \frac{\partial v_o(x, t)}{\partial x}) - (z \cdot \frac{\partial w_o(x, t)}{\partial x}) \\ V(x, y, z, t) = v_o(x, t) - (z \cdot \theta_o(x, t)) \\ W(x, y, z, t) = w_o(x, t) - (y \cdot \theta_o(x, t)) \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec

$u_o(x, t)$  : Déplacement de la ligne moyenne de la poutre suivant l'axe  $x$ .

$v_o(x, t)$  : Déformée de la poutre dans le plan  $(xy)$ .

$w_o(x, t)$  : Déformée de la poutre dans le plan  $(xz)$ .

$\theta_o(x, t)$  : Rotation de la poutre dans le plan  $(yz)$ .

### 3.3.3.2. Approximation du champ de déplacement dans l'élément (e)

Soit une poutre à section circulaire (pleine ou creuse) l'axe  $x$  est confondue avec l'axe de symétrie de la poutre qui passe par le centre de gravité de la poutre. Suivant les hypothèses posées pour l'élément poutre, les conditions aux limites disponibles sur cette élément sont (voir figure 3.2) :

Nœud i :

$$u_o(x, t) / x=0 = u_i \quad (3.10)$$

$$v_o(x, t) / x=0 = v_i \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial v_o(x, t)}{\partial x} / x=0 = \alpha_i \quad (3.12)$$

$$w_o(x, t) / x=0 = w_i \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial w_o(x, t)}{\partial x} / x=0 = -\beta_i \quad (3.14)$$

$$\theta_o(x, t) / x=0 = \theta_i \quad (3.15)$$

Nœud j :

$$u_o(x, t) / x=l = u_j \quad (3.16)$$

$$v_o(x, t) / x=l = v_j \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial v_o(x, t)}{\partial x} / x=l = \alpha_j \quad (3.18)$$

$$w_o(x, t) / x=l = w_j \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial w_o(x, t)}{\partial x} / x=l = -\beta_j \quad (3.20)$$

$$\theta_o(x, t) / x=l = \theta_j \quad (3.21)$$

Avec  $u_i, v_i, w_i, \theta_i, \beta_i, \alpha_i, u_j, v_j, w_j, \theta_j, \beta_j,$  et  $\alpha_j$ , déplacements nodaux aux points  $i$  et  $j$  respectivement.

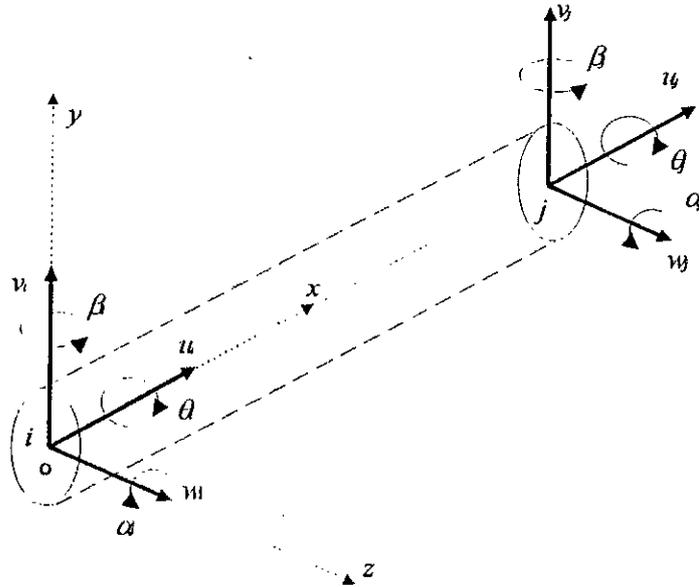


Figure 3.2 : Conditions aux limites du modèle poutre (ou degrés de liberté de la poutre).

Alors,  $u_o(x,t), v_o(x,t), w_o(x,t),$  et  $\theta_o(x,t)$  auront les formes polynomiales suivantes :

$$u_o(x,t) = a_o(t) + a_1(t) x \quad (3.22)$$

$$v_o(x,t) = b_o(t) + b_1(t) x + b_2(t) x^2 + b_3(t) x^3 \quad (3.23)$$

$$w_o(x,t) = c_o(t) + c_1(t) x + c_2(t) x^2 + c_3(t) x^3 \quad (3.24)$$

$$\theta_o(x,t) = d_o(t) + d_1(t) x \quad (3.25)$$

Après développement on obtient.

$$u_o(x,t) = N_1(x) u_i(t) + N_7(x) u_j(t)$$

$$v_o(x,t) = N_2(x) v_i(t) + N_6(x) \alpha_i(t) + N_8(x) v_i(t) + N_{12}(x) v_j(t)$$

$$w_o(x,t) = N_3(x) w_i(t) + N_5(x) \beta_i(t) + N_9(x) w_j(t) + N_{11}(x) \beta_j(t)$$

$$\theta_o(x,t) = N_4(x) \theta_i(t) + N_{10}(x) \theta_j(t)$$

Si on remplace  $u_i(t)$ ,  $v_i(t)$ ,  $w_i(t)$ ,  $\theta_i(t)$ ,  $\beta_i(t)$ ,  $\alpha_i(t)$ ,  $u_j(t)$ ,  $v_j(t)$ ,  $w_j(t)$ ,  $\theta_j(t)$ ,  $\beta_j(t)$ , et  $\alpha_j(t)$ , par  $q_i^e(t)$  tel que  $i=1, \dots, 12$ . On aura.

$$u_o(x,t) = N_1(x) q_1^e(t) + N_7(x) q_7^e(t) \quad (3.26)$$

$$v_o(x,t) = N_2(x) q_2^e(t) + N_6(x) q_6^e(t) + N_8(x) q_8^e(t) + N_{12}(x) q_{12}^e(t) \quad (3.27)$$

$$w_o(x,t) = N_3(x) q_3^e(t) + N_5(x) q_5^e(t) + N_9(x) q_9^e(t) + N_{11}(x) q_{11}^e(t) \quad (3.28)$$

$$\theta_o(x,t) = N_4(x) q_4^e(t) + N_{10}(x) q_{10}^e(t) \quad (3.29)$$

$N_i(x)$   $i=1, \dots, 12$  sont les fonctions d'interpolation. On retrouve l'expression des fonctions d'interpolation  $N_i(x)$  dans l'annexe A2.1.

Donc le champ de déplacement approximé s'obtient par :

$$\forall M(x, y, z) \in (e)$$

$$\vec{U}(M) \begin{cases} U(x, y, z, t) = (N_1(x).q_1^e(t) + N_7(x).q_7^e(t)) - y.(N_2(x).q_2^e(t) + N_6(x).q_6^e(t) \\ + N_8(x).q_8^e(t) + N_{12}(x).q_{12}^e(t)) - z.(N_3(x).q_3^e(t) + N_5(x).q_5^e(t) + N_9(x).q_9^e(t) + \\ N_{11}(x).q_{11}^e(t)) \\ V(x, y, z, t) = (N_2(x).q_2^e(t) + N_6(x).q_6^e(t) + N_8(x).q_8^e(t) + N_{12}(x).q_{12}^e(t)) \\ - z.(N_4(x).q_4^e(t) + N_{10}(x).q_{10}^e(t)) \\ W(x, y, z, t) = (N_3(x).q_3^e(t) + N_5(x).q_5^e(t) + N_9(x).q_9^e(t) + N_{11}(x).q_{11}^e(t)) \\ - y.(N_4(x).q_4^e(t) + N_{10}(x).q_{10}^e(t)) \end{cases} \quad (3.30)$$

Les fonctions des déplacements nous permettent par la suite de définir l'état des déformations à l'intérieur d'un élément en fonction des déplacements nodaux.

La relation du champ de déplacement de chaque point  $M(x, y, z)$  en fonction des déplacements nodaux  $q_i^e$  tel que  $i=1, \dots, 12$ . S'obtient sous la forme matricielle suivante :

$$\vec{U}(M) = \begin{Bmatrix} U(x, y, z, t) \\ V(x, y, z, t) \\ W(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = [N]_{(3 \times 12)} \{q^e\}_{(12 \times 1)} \quad (3.31)$$

La matrice  $[N]$  lie le déplacement de chaque point  $M(x, y, z)$  et les déplacements nodaux (matrice définissant le champ de déplacement). L'expression de la matrice  $[N]$  se retrouve en annexe A2.2.

### 3.3.4. Déformation

Les déformations définies pour l'élément poutre, sont composées de la déformation axiale, due aux efforts de compression (ou traction) et de flexion dans les deux plans, et de la déformation de cisaillement due au moment de torsion.

Les considérations géométriques peuvent influencer sur la valeur des déplacements obtenus dans l'hypothèse de linéarité. On peut se trouver dans le cas où, au-delà d'un certain chargement, les déplacements augmentent beaucoup plus rapidement que ce que prévoit la solution linéaire. Si on veut connaître avec précision les déplacements pour certaines structures, il est nécessaire de tenir compte des non-linéarités géométriques.

Dans l'expression des déformations, on néglige les effets de cisaillement dus aux efforts tranchants.

#### 3.3.4.1. Déformation axiale

La prise en compte de la non-linéarité géométrique nous oblige à tenir compte des termes du second ordre dans l'expression des déformations axiales.

Soient  $u_o$ ,  $v_o$ , et  $w_o$  déplacements du centre  $o$  de la poutre dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$ .

##### 3.3.4.1.1. Déformation axiale de premier ordre

Les déformations axiales uniformes, d'un petit élément de la poutre de longueur  $dx$ , dues aux déplacements  $u_o$ ,  $v_o$ , et  $w_o$  peuvent être déduites.

- Déformation axiale due au déplacement  $u_o$ .

La déformation axiale due au déplacement dans la direction  $x$  est simple.

$$\epsilon_{x1} = \frac{\partial u_o}{\partial x} \quad (3.32)$$

- Déformation axiale due aux déplacements  $v_o$ , et  $w_o$ .

Les déplacements généraux  $u_o$ ,  $v_o$ , et  $w_o$  peuvent produire des courbures. Ces courbures produisent des déformations axiales additionnelles dans la poutre qui varient linéairement avec la distance du centre de la section et sont données par :

$$\epsilon_{x2} = -y \left( \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} \right) - z \left( \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right) \quad (3.33)$$

Où les distances  $y$  et  $z$  sont mesurées du centre de gravité.

### 3.3.4.1.2. Déformation axiale de second ordre

Dans ce cas, la déformation axiale peut être déterminée en considérant l'allongement de l'élément de longueur initiale  $dx$  à une longueur finale  $ds$  (figure 3.3).

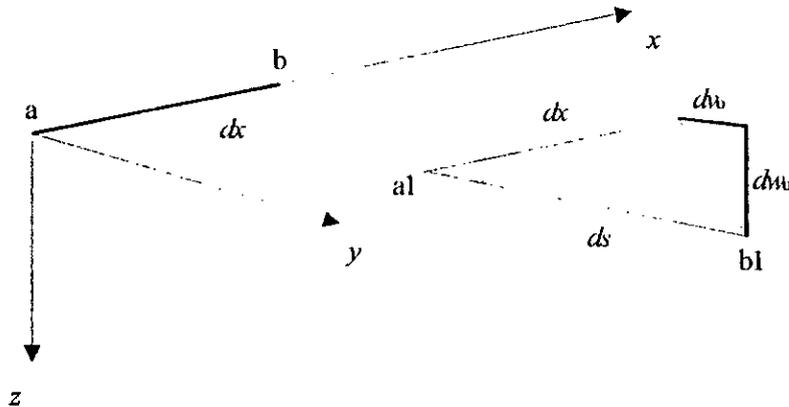


Figure 3.3 : Déformation axiale de second ordre.

De la figure 3.3  $ds$  est donné par :

$$ds^2 = dx^2 + dv_0^2 + dw_0^2 \quad (3.34)$$

Alors

$$ds - dx = (dx^2 + dv_0^2 + dw_0^2)^{1/2} - dx$$

Après développement nous obtenons.

$$ds - dx \approx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] dx - dx$$

Donc la déformation axiale due aux déplacements  $v_0$  et  $w_0$  est donnée par :

$$\varepsilon_{x3} = \left( \frac{ds - dx}{dx} \right)$$

$$\varepsilon_{x3} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \quad (3.35)$$

Donc la déformation axiale totale est :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x1} + \varepsilon_{x2} + \varepsilon_{x3} \quad (3.36)$$

Alors :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \left( \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} \right) - z \left( \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right) \right] + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

### 3.3.4.2. Déformation de cisaillement due au moment de torsion (torsion pure)

D'une manière générale, la torsion pure est définie par l'existence de couples appliqués aux extrémités et dans les plans normaux à l'axe de la poutre et dont les extrémités sont libres de se mouvoir. Cette sollicitation engendre, uniquement, des contraintes de cisaillement. La distribution des contraintes dépend de la section droite et elle est similaire pour toutes les sections.

La déformation de cisaillement qui résulte de la torsion pure (appelée torsion de SAINT-VENANT), varie linéairement suivant l'épaisseur de la section.

Donc la déformation de cisaillement due au moment de torsion est :

$$\varepsilon_c = 2 \xi \frac{\partial \theta_o}{\partial x}$$

Avec  $\xi = (z^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ , pour notre cas nous avons une section circulaire alors :

$$\varepsilon_c = 2 r \frac{\partial \theta_o}{\partial x} \quad (3.38)$$

### 3.3.4.3. Déformation totale

L'expression de la déformation totale s'obtient par :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_c \end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \\ 2r \frac{\partial \theta_o}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (3.39)$$

Donc la déformation totale est composée de deux (02) types de déformation à savoir :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_N\} \quad (3.40)$$

Avec :

$\{\varepsilon_L\}$  : Déformation linéaire.

$$\{\varepsilon_L\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right] \\ 2r \frac{\partial \theta_o}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (3.41)$$

En utilisant l'expression du champ de déplacement approximé, on aura :

$$\{\varepsilon_L\} = [b_l] \{q^e\} \quad (3.42)$$

L'expression de  $[b_l]$  se retrouve en annexe A2.3.

$\{\varepsilon_N\}$  : Déformation non linéaire.

$$\{\varepsilon_N\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (3.43)$$

### 3.3.5. Contrainte

Dans le cas des matériaux à comportement linéaire élastique, La relation qui lie les contraintes aux déformations s'écrit :

- Sous forme indicielle

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.44)$$

Avec :

$D_{ijkl}$  : Coefficient d'élasticité.

- Sous forme matricielle

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (3.45)$$

Ou  $[D]$  est une matrice carrée symétrique dont les termes dépendent des caractéristiques mécaniques des matériaux (coefficients d'élasticité).

Dans le cas particulier des matériaux isotropes, les coefficients d'élasticité se réduisent à deux constantes indépendantes. Donc, pour le cas de notre modèle poutre, l'expression de  $[D]$  prend la forme suivante :

$$[D] = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Avec :

$E$  : Module de young.

$G$  : Module de rigidité transversale.

### 3.3.6. Détermination de la forme matricielle de l'équation élémentaire de mouvement

La forme générale de l'équation de mouvement a été déjà donnée dans le paragraphe [3.2] (voir relations (3.5) et (3.7)). Donc l'équation élémentaire de mouvement s'écrit :

$$\delta U^e = \delta W_{ext}^e - \delta W_a^e$$

$$\int_D \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u$$

En substituant l'équation (3.44) dans l'équation de mouvement, on obtient l'équation suivante :

$$\int_D D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u \quad (3.47)$$

En remplaçant par la relation (3.40) l'équation (3.47) on aura :

$$\int_D D_{ijkl} (\varepsilon_{Lkl} + \varepsilon_{Nkl}) \delta(\varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Nij}) dV + \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u \quad (3.48)$$

$$\int_D D_{ijkl} (\varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Nij} + \varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Nij}) dV + \int_D \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = \int_D F_i \delta u_i dV + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u \quad (3.49)$$

L'équation élémentaire de mouvement prend la forme matricielle suivante :

$$[M^e] \{\ddot{q}^e\} + [K^e] \{q^e\} = \{F_i^e\} \quad (3.50)$$

### 3.3.6.1. Matrice de rigidité élémentaire

De l'équation de mouvement (3.49), soit le terme :

$$\int_D D_{ijkl} (\varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Nij} + \varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Nij}) dV$$

En séparant les termes linéaires et les termes non linéaire, on obtiendra l'expression de la matrice de rigidité élémentaire.

#### 3.3.6.1.1. Matrice de rigidité géométrique élémentaire

Le terme non linéaire s'écrit :

$$\int_D D_{ijkl} (\varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Lij} + \varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Nij} + \varepsilon_{Nkl} \delta \varepsilon_{Nij}) dV \quad (3.51)$$

Sous forme matricielle :

$$\int_D ((\delta \varepsilon_L)' [D] \{\varepsilon_N\} + \{\delta \varepsilon_N\}' [D] \{\varepsilon_L\} + \{\delta \varepsilon_N\}' [D] \{\varepsilon_N\}) dV \quad (3.52)$$

En substituant les équations (3.41) et (3.43) dans l'expression (3.52), on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 E \int_D \left\{ \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right] \right) \left( \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \right. \\
 \left. \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) \left( \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) + \left[ -y \delta \left( \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} \right) - z \delta \left( \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right) \right] \right) + \right. \\
 \left. \left( \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) \left( \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) \right) \right\} dV
 \end{aligned} \quad (3.53)$$

On néglige les termes de 4ème ordre c'est à dire  $(d/dx)^4$ , alors on obtient :

$$\begin{aligned}
 E \int_{x=0}^l \int_A \left\{ \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right] \right) \left( \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \right. \\
 \left. \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) \left( \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) + \left[ -y \delta \left( \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} \right) - z \delta \left( \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right) \right] \right) \right\} dx dA
 \end{aligned} \quad (3.54)$$

Avec  $A$  section transversale d'élément poutre.

Toutes les intégrales du type  $\int_A y dA$  et  $\int_A z dA$  s'annulent, celles-ci nous permettent d'avoir l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} E A \int_{x=0}^l \left\{ \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) + \right. \\
 \left. \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) \right\} dx
 \end{aligned} \quad (3.55)$$

On remplace dans l'expression (3.55)  $u_o$ ,  $v_o$  et  $w_o$  en fonction des déplacements nodaux élémentaires (équations (3.26) (3.27) et (3.28)). Puisque notre structure (garniture de fond) est soumise à un effort axial important  $F$  [38], alors :

$$E A (q_7 - q_1) / l \approx F = cte \quad (3.56)$$

Après développement, l'expression (3.55) prend la forme finale suivante :

$$\{ \delta q^e \}' [K_g^e] \{ q^e \} \quad (3.57)$$

Avec :

$[K_g^e]$  : Matrice de rigidité géométrique élémentaire.

$\{q^e\}$  : Vecteur déplacement nodal élémentaire.

On retrouve l'expression de la matrice de rigidité géométrique élémentaire  $[K_g^e]$  en Annexe A2.4.

### 3.3.6.1.2. Matrice de rigidité linéaire élémentaire

Soit le terme linéaire :

$$\int_D D_{ijkl} \varepsilon_{Lkl} \delta \varepsilon_{Lij} dV$$

Sous forme matricielle on aura :

$$\int_D \{\delta \varepsilon_L\}' [D] \{\varepsilon_L\} dV \quad (3.58)$$

En utilisant la relation (3.42) dans l'expression (3.58) on obtient :

$$\int_D \{\delta q^e\}' [b_l]' [D] [b_l] \{q^e\} dV \quad (3.59)$$

On aura :

$$\{\delta q^e\}' \left( \int_D [b_l]' [D] [b_l] dV \right) \{q^e\} \quad (3.60)$$

$$\{\delta q^e\}' [K_l^e] \{q^e\} \quad (3.61)$$

Avec :

$[K_l^e]$  : Matrice de rigidité linéaire élémentaire.

On retrouve l'expression de la matrice de rigidité linéaire élémentaire  $[K_l^e]$  en Annexe A2.5.

### 3.3.6.2. Matrice masse élémentaire

De l'équation (3.49), soit le terme :

$$\int_{\mathcal{D}} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV \quad (3.62)$$

En substituant l'équation (3.31) dans l'expression (3.62), on obtient l'expression suivante :

$$\{ \delta q^e \}' \left( \int_{\mathcal{D}} \rho [N]^t [N] dV \right) \{ \ddot{q}^e \} \quad (3.63)$$

Vu que notre structure (garniture de fond) est plongée dans une boue de forage (nous avons de la boue à l'intérieur et à l'extérieur des éléments), la densité (ou la masse volumique) des éléments de notre structure va changer de valeur. Allen dans la référence [2] propose une relation entre la masse volumique effective de l'élément de la structure (masse volumique de l'élément de la structure dans la boue de forage), masse volumique de l'élément, et la densité de la boue. Afin de prendre l'effet de la boue de forage sur la garniture de forage, dans notre étude nous adoptons cette relation.

$$\rho = \rho_o + \rho_{boue} \frac{(C_m A_o + A_i)}{(A_o - A_i)} \quad (3.64)$$

Avec :

$\rho$  : Masse volumique de l'élément de la structure dans la boue de forage (masse volumique effective).

$\rho_o$  : Masse volumique de l'élément de la structure.

$\rho_{boue}$  : Masse volumique de la boue de forage.

$A_o$  : Section (section du plein) de l'élément défini par le diamètre extérieur.

$A_i$  : Section (section du creux) de l'élément défini par le diamètre intérieur.

$C_m$  : Coefficient de la masse additionnelle (contribution de la boue de forage, on prend  $C_m=1$ )

On aura l'expression suivante :

$$\{ \delta q^e \}' [M^e] \{ \ddot{q}^e \} \quad (3.65)$$

Avec :

$[M^e]$  : Matrice masse élémentaire.

On retrouve l'expression de la matrice de rigidité linéaire élémentaire  $[M^e]$  en Annexe A2.6.

En substituant les équations (3.57), (3.61), et (3.65) l'équation (3.49), on obtient :

$$\begin{aligned} \{\delta q^e\}' ([M^e] \{\ddot{q}^e\} + ([K_l^e] + [K_g^e])\{q\}) = & \left( \int_D F_i \delta u_i dV \right. \\ & \left. + \int_{S_f} f_i \delta u_i dS_f + \int_{S_u} R_i \delta u_i dS_u \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

En remplaçant  $\delta u_i$  du second terme de l'équation (3.66) par le champ de déplacement approximé (relation (3.31)) on aura :

$$\begin{aligned} \{\delta q^e\}' ([M^e] \{\ddot{q}^e\} + ([K_l^e] + [K_g^e])\{q^e\}) = & \\ \{\delta q^e\}' \left( \int_D [N]'\{F^e\} dV + \int_{S_f} [N]'\{f^e\} dS_f \right. & \\ \left. + \int_{S_u} [N]'\{R^e\} dS_u \right) & \end{aligned} \quad (3.67)$$

L'équation élémentaire de mouvement modélisé en éléments finis prend la forme finale suivante :

$$[M^e] \{\ddot{q}^e\} + ([K_l^e] + [K_g^e])\{q^e\} = \{F_t^e\} \quad (3.68)$$

Avec :

$\{F_t^e\}$  : Vecteur force composé des forces de volume, de surface et de réaction.

Dans l'équation du mouvement élémentaire on ne tient pas compte de l'effet de l'amortissement, vu qu'on s'intéresse à la prédiction des vitesses critiques (fréquence critiques) c'est à dire l'emplacement des pics de résonance et non pas la grandeur des pics [2, 8, 11]. Dans le reste de notre étude, nous utilisons la forme de l'équation (3.68).

### 3.4. EQUATION GLOBALE DE MOUVEMENT DE LA GARNITURE DE FOND

L'équation de mouvement déjà établie en (3.68) est déterminée pour un élément poutre spatiale quelconque de la structure. Le repère considéré est celui défini pour l'élément poutre en question (repère local). Avant de passer à l'analyse complète de la structure, il est indispensable de réécrire les équations de mouvement de chaque élément dans le système global (repère global) défini pour la structure. Ensuite, nous effectuons l'assemblage des matrices de rigidité et masses élémentaires exprimées dans le repère global pour établir l'équation du mouvement de la structure toute entière.

### 3.4.1. Changement de repère (passage du repère local au repère global)

La garniture de fond, qui a fait l'objet de notre étude est un corps long composé de plusieurs éléments (trépan, masse-tige, etc.) et qui est modélisée en éléments poutres. Notre repère global est le repère adopté pour la représentation de la géométrie du puits (chapitre 2) et le repère local est lié à la poutre.

Le but est de déterminer la matrice de passage  $[R]$  du vecteur de déplacement nodal, exprimé dans le repère local, au repère global.

Soient  $R(X, Y, Z)$  repère global,  $R_2(X_2, Y_2, Z_2)$  repère local (lié à la poutre) et  $R_1(X_1, Y_1, Z_1)$  repère intermédiaire.

Pour repérer l'élément poutre dans l'espace, nous aurons besoin de deux (02) angles d'Euler uniquement (figure 3.4) à savoir :

$\psi$  : étant l'angle de rotation du repère  $R(X, Y, Z)$  (repère global) autour de l'axe  $y$ .

$\varphi$  : étant l'angle de rotation du repère  $R_1(X_1, Y_1, Z_1)$  autour de l'axe  $z$ .

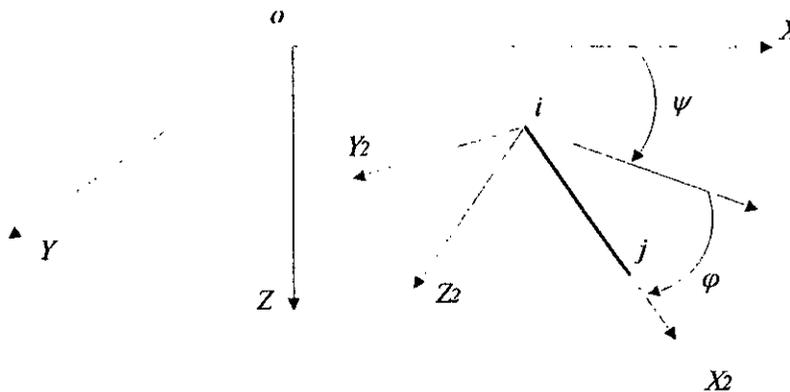


Figure 3.4 : Représentation d'un élément poutre dans l'espace.

Exprimons les coordonnées  $X_1, Y_1$  et  $Z_1$  du repère  $R_1$  en fonction des coordonnées  $X, Y$  et  $Z$  du repère  $R$  (figure 3.6).

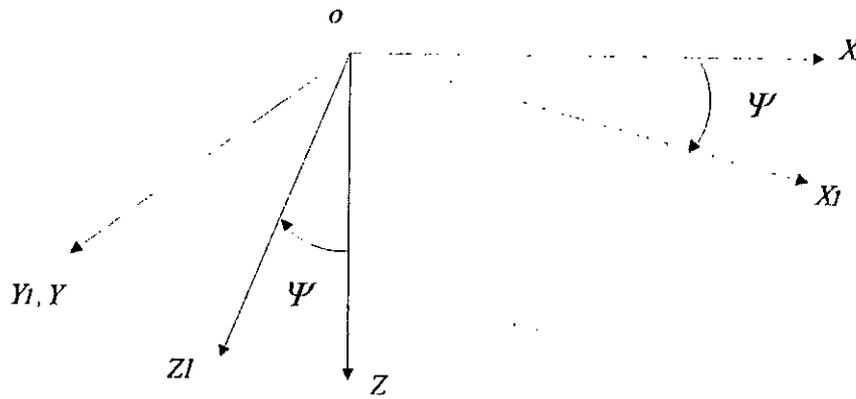


Figure 3.5 : Rotation autour de l'axe Y.

Nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (3.69)$$

Exprimons les coordonnées  $X_2$ ,  $Y_2$  et  $Z_2$  du repère  $R_2$  en fonction des coordonnées  $X_1$ ,  $Y_1$  et  $Z_1$  du repère  $R_1$  (figure 3.5).

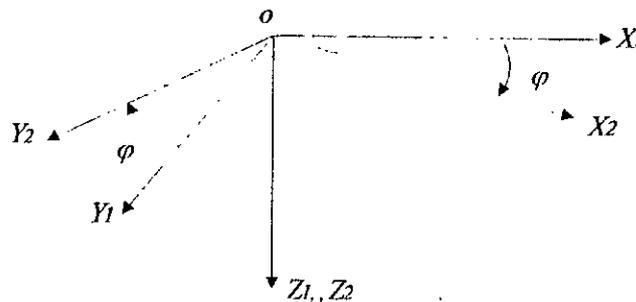


Figure 3.6 : Rotation autour de l'axe Z.

Nous aurons :

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} \quad (3.70)$$

Pour exprimer les coordonnées du repère local  $X_2$ ,  $Y_2$  et  $Z_2$  en fonction des coordonnées du repère global  $X$ ,  $Y$ , et  $Z$ , nous devons remplacer le vecteur  $(X_1, Y_1, Z_1)$  de la relation (3.70) par la relation (3.69), nous aurons alors :

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \psi & \sin \varphi & \cos \varphi \sin \psi \\ -\sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi & -\sin \varphi \sin \psi \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = [\bar{R}] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (3.71)$$

Avec  $[\bar{R}]$  matrice de passage d'un vecteur  $(X_2, Y_2, Z_2)$  du repère local au repère global.

Dans le cas d'une poutre dans l'espace représentée par les coordonnées de deux points (02)  $i (X_i, Y_i, Z_i)$  et  $j (X_j, Y_j, Z_j)$  dans le repère global. Donc les cosinus directeurs sont :

$$\cos^2 \varphi = \frac{(X_j - X_i)^2}{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (3.72)$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{(Z_j - Z_i)^2}{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (3.73)$$

$$\cos^2 \psi = \frac{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}{l^2} \quad (3.74)$$

$$\sin^2 \psi = \frac{(Y_j - Y_i)^2}{l^2} \quad (3.75)$$

Avec :

$$l^2 = (X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2$$

Donc la matrice de passage  $[R]$  d'un vecteur nodal  $q_i^e$   $i=1, \dots, 12$  s'écrit :

$$[R] = \begin{bmatrix} [\bar{R}] & & & 0 \\ & [\bar{R}] & & \\ & & [\bar{R}] & \\ 0 & & & [\bar{R}] \end{bmatrix}_{(12 \times 12)} \quad (3.76)$$

### 3.4.2. Assemblage

L'assemblage consiste à construire les matrices de rigidité  $[K]$ , et de masse  $[M]$  de la structure ainsi que le vecteur force  $\{F\}$  à partir des caractéristiques des différents éléments  $[K^e]$ ,  $[M^e]$ , et  $\{F^e\}$  préalablement calculées.

L'approche la plus générale pour cela est l'approche énergétique. L'énergie totale de déformation de la structure est égale à la somme des énergies de déformations de chacun des éléments, de même pour les travaux totaux des forces extérieures et les travaux totaux des quantités d'accélération.

$$U = \sum U^e \quad (3.77)$$

$$W = \sum W^e \quad (3.78)$$

$$W_a = \sum W_a^e \quad (3.79)$$

Avec  $U$ ,  $W$ , et  $W_a$  sont respectivement l'énergie de déformation, travaux des forces extérieures, et travaux d'accélération totales.

Ceci nous amène à :

$$[K] = \sum_{i=1}^{nel} [R]_i' [K^e]_i [R]_i \quad (3.80)$$

$$[M] = \sum_{i=1}^{nel} [R]_i' [M^e]_i [R]_i \quad (3.81)$$

Avec :

$\{F\}$  : Vecteur force global.

$[K]$  : Matrice de rigidité globale.

$[M]$  : Matrice masse globale.

$[M^e]$  : Matrice masse élémentaire pour l'élément  $i$ .

$[K^e]$  : Matrice de rigidité élémentaire pour l'élément  $i$ , la matrice de rigidité élémentaire est composée de la matrice de rigidité linéaire élémentaire et matrice géométrique élémentaire à savoir :

$$[K^e]_i = [K^e]_l + [K^e]_g \quad (3.82)$$

Donc l'équation globale régissant le mouvement de la garniture de fond s'écrit :

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \quad (3.83)$$

Avec :

$\{q\}$  : Vecteur de déplacement nodal de la structure (garniture de fond) toute entière.

### 3.4.3. Conditions aux limites

Pour l'étude de n'importe quelle structure on doit tenir compte des conditions aux limites en déplacement, et par conséquent on doit modifier la matrice de rigidité et le vecteur force.

Les conditions aux limites peuvent être introduites de plusieurs manières. Pour notre étude, nous choisissons la méthode dite du terme diagonal dominant. Elle consiste à changer les termes  $K_{ii}$  et  $F_i$  correspondant à la condition ( $q_i = q_i$ ).

On remplace  $K_{ii}$  par  $K_{ii} + A_1$ ,  $A_1$  étant un nombre très grand par rapport à tous les termes  $K_{ij}$  (soit  $A_1 = 10^{35}$ ) et  $F_i$  par  $(A_1 F_i)$ .

Dans la garniture de fond, le trépan est le premier élément en contact avec le fond du puits (figure 3.7). Ce contact est renforcé par un effort appliqué au sommet de la garniture de forage dû au poids sur l'outil. Pour un trépan modélisé en élément poutre nous considérons les conditions aux déplacements nodaux suivantes :

$$q_1^e = 0 \quad (3.84)$$

$$q_2^e = 0 \quad (3.85)$$

$$q_3^e = 0 \quad (3.86)$$

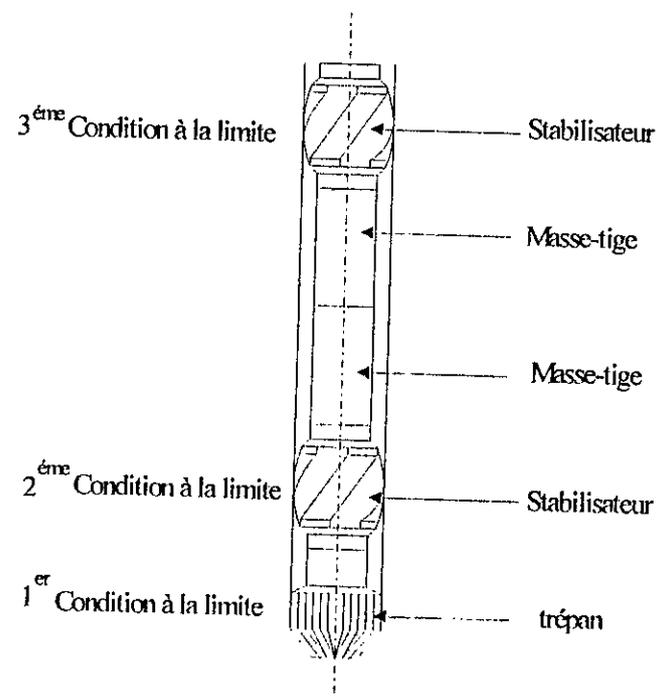


Figure 3.7 : Conditions aux limites dans la garniture de fond.

Le stabilisateur permet de contrôler la déviation du puits par son contact avec la paroi du puits (figure 3.7). Ainsi, pour un stabilisateur modélisé en un élément poutre, nous considérons les conditions aux déplacements nodaux suivantes :

$$q_8^e = 0 \tag{3.87}$$

$$q_9^e = 0 \tag{3.88}$$

### 3.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté le développement de la méthode des éléments finis, qui nous a permis de modéliser notre structure (garniture de fond) en un ensemble de poutres spatiales et d'aboutir aux équations du mouvement.

La discrétisation adoptée dans ce chapitre prend en considération les termes du second ordre de la déformation axiale, ceci dans le but de tenir compte de la non-linéarité géométrique de la structure, afin de mieux estimer le comportement en déplacement et ainsi arriver à une bonne prédiction de la résonance de la garniture de fond. Donc nous avons obtenu une matrice de rigidité élémentaire composée de la matrice de rigidité linéaire et géométrique.

La contribution de la masse de la boue sur la garniture de fond est présentée dans l'expression de la masse volumique effective qui est utilisée dans la matrice masse élémentaire.

## CHAPITRE 4

# ANALYSE DYNAMIQUE DE LA GARNITURE DE FOND

### 4.1. INTRODUCTION

Tous les ingénieurs et les chercheurs sont d'accord pour reconnaître que les vibrations sont la principale cause de l'usure et de la détérioration des machines et des installations. Pour les problèmes afférents, il est important de déterminer le comportement dynamique des structures intéressées.

Le calcul dynamique des structures a connu ses premiers développements dans les domaines tels que les moteurs, les machines tournantes et l'aéronautique, dans lesquels les forces excitatrices sont le plus souvent bien connues.

Les applications du calcul dynamique dans le domaine de forage ont pendant longtemps été freiné par :

- L'absence des données de mesure (ou d'enregistrement) au fond du puits au cours du forage. Malgré que des données de mesure à la surface étaient disponibles, mais elles restent insuffisantes pour expliquer certains phénomènes (vibrations latérales).
- La difficulté d'estimer les grandeurs des forces d'excitations au fond du puits (telle que force d'interaction avec les formations forées, force de frottement, etc.).
- La complexité du forage, du fait que plusieurs paramètres (géologique, hydraulique, mécanique, etc.), peuvent intervenir pendant le forage, et ceci varie d'un puits à un autre.

Ces dernières années, le développement des systèmes de mesure au cours du forage (MWD) a donné une impulsion remarquable aux études dynamiques de la garniture de forage et de fond. Le système MWD a contribué aux développements des méthodes de simulation et de prédiction dynamique de la garniture de fond, ce qui à augmenter par conséquent la durée de vie de l'équipement du fond. En pratique l'acquisition de cette technique de mesure au cours du forage reste coûteuse.

Ce chapitre est consacré à l'analyse dynamique de la garniture de fond. Dans un premier temps, nous exposons les mécanismes d'excitation dynamique dans la garniture de fond qui sont l'origine des dysfonctionnements et les défaillances de la garniture de fond au cours du forage. Dans un deuxième temps, nous présentons la méthode d'analyse harmonique pour la détermination des fréquences critiques (vitesses critiques de rotation) de la garniture de fond susceptible de provoquer la résonance. Mais tout d'abord nous commençons ce chapitre par un aperçu général sur les méthodes d'analyse numériques des problèmes dynamiques pour justifier après l'utilisation de la méthode d'analyse harmonique dans le reste de notre étude.

## 4.2. CLASSES DES PROBLEMES NUMERIQUES RENCONTRES EN ANALYSE DYNAMIQUE

La plupart des problèmes d'analyse dynamique des structures sont trop complexes pour pouvoir être résolus analytiquement et font donc appel à des approximations et résolutions numériques.

En général, on distingue deux classes de problème intervenant dans le processus de résolutions numériques :

### 4.2.1. Les techniques de changement de variables ou de changement d'espace

Elles sont utilisées pour transformer l'ensemble des équations et des inconnues du problème initial en un autre ensemble équivalent, plus facile à résoudre. A cette classe de méthode se rattachent :

- ◆ Les méthodes de calcul des fréquences propres et modes propres.

Il existe un très grand nombre de méthodes pour résoudre le problème aux valeurs propres. La prise en compte des particularités du problème étudié nous oblige à :

- Chercher les méthodes qui conservent les propriétés de  $[K]$  (matrice de rigidité) et  $[M]$  (matrice masse) ;
- Eviter les méthodes qui exigent l'inversion de  $[K]$  et  $[M]$ , qui est généralement coûteuse.

- ◆ Les méthodes de transformation du domaine temps au domaine fréquence.

Il est souvent utile en analyse dynamique, d'opérer une transformation sur les fonctions temps qui interviennent dans les équations mécaniques (forces d'excitations), de telle sorte que les équations transformées soient résolues plus facilement.

La transformation de Laplace et de Fourier sont les plus utilisées.

#### 4.2.2. L'intégration des équations du mouvement

L'intégration temporelle des équations du mouvement est au cœur de l'analyse dynamique des structures. Elle permet la résolution de l'équation du mouvement au fil du temps, il en est ainsi lorsque la vérification du dimensionnement implique la connaissance de l'historique des mouvements et des sollicitations dans la structure ou lorsque la détermination détaillée des mouvements en certains points est requise pour pouvoir calculer la réponse dynamique de sous structures supportées en ces points. On distingue deux types de méthode.

- Les méthodes temporelles modales.

Dans lesquelles la solution est recherchée sur la base des modes propres, il suffit alors pour chacun des modes retenus de résoudre l'équation différentielle régissant la réponse.

- Les méthodes temporelles d'intégration directe.

Ces méthodes utilisent les schémas de discrétisation dans le temps de l'équation du mouvement permettant de calculer la solution au temps  $t+\Delta t$  ( $\Delta t$  étant le pas de temps) à partir de l'état connu au temps  $t$ .

Nous distinguons trois classes de méthodes :

- Méthodes de différences finies.
- Intégration numérique <<pas à pas>>.
- Méthode des éléments finis.

### 4.3. FORCES ET MECANISMES D'EXCITATION [8, 11, 17]

Les vibrations dans la garniture de fond (BHA) sont similaires aux vibrations des machines tournantes et des structures. Durant la rotation, les phénomènes tels que le déséquilibre, le désalignement, et ainsi que d'autres phénomènes excitent la garniture de fond à la fréquence de rotation ou aux multiples de la fréquence de rotation. Ces phénomènes génèrent des forces et des contraintes qui oscillent autour des fréquences de résonance.

#### 4.3.1. Forces d'excitation de fréquence $1xf$

Parmi les forces excitatrices dont la fréquence est égale à la fréquence de rotation, les plus importantes sont celles engendrées par les balourds ou déséquilibres de masse (masses-tiges). Le balourd cause une excitation principalement dans la direction latérale de l'ordre de  $1xf$  (avec  $f$  fréquence de rotation). Cette excitation latérale génère des excitations secondaires de l'ordre de  $2xf$ .

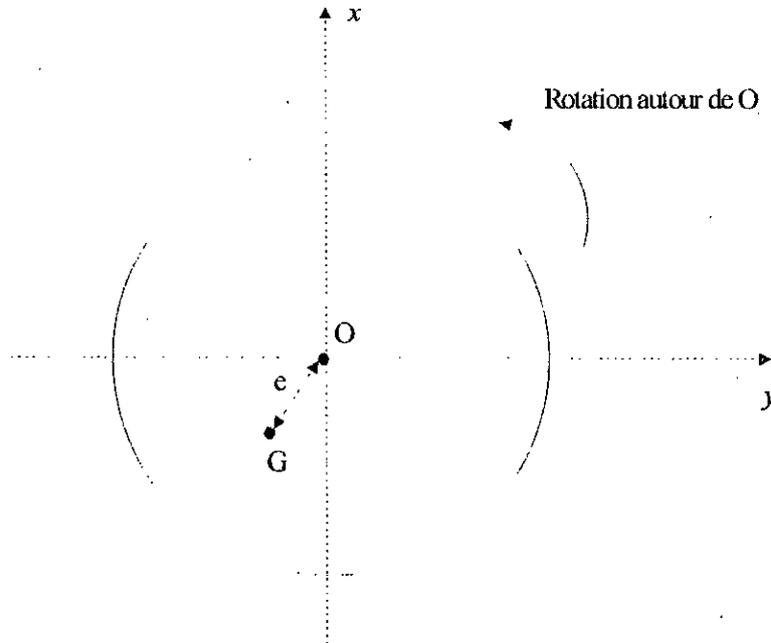


Figure 4.1 : Excentricité "e" de la masse-tige.

Le balourd se produit lorsqu'on a une excentricité  $e$  entre le centre de gravité  $G$  et le centre géométrique  $O$  de la masse-tige (voir figure 4.1).

#### 4.3.2. Forces d'excitation de fréquence $2xf$

Le mésalignement de la garniture de forage peut survenir quand la garniture de fond est sous compression, ce qui entraîne que les axes des différents éléments de la garniture de fond (surtout les éléments longs) ne coïncident pas. Le mésalignement engendre des excitations axiales et de torsion de fréquence  $2xf$ .

La surface du fond et la paroi du puits ne sont jamais parfaitement régulières, ce qui crée des supports asymétriques aux stabilisateurs et au trépan. Ces supports asymétriques induisent des excitations latérales de  $2xf$ .

#### 4.3.3. Forces d'excitation de fréquence $3xf$

Le fond du puits foré au tricône est rarement une surface régulière marquée par l'impact des dents. Il comporte en général trois ondulations correspondant aux trois molettes. Le tricône génère principalement des mécanismes d'excitation axiale de  $3xf$ .

#### 4.3.4. Autres forces excitatrices

Il existe de nombreuses autres sources excitatrices à savoir :

- Des excitations de  $1xf$  à  $5xf$  sont générées lorsque le poids sur l'outil diminue et le contact trépan/formation à forer devient moins rigide.
- Un mécanisme important d'excitation se produit est le mécanisme de nutation (précession). En supposant le non glissement entre les éléments de la garniture de fond et la paroi du puits (les éléments qui sont en contact), la nutation génère une fréquence d'excitation de  $[d/(D_{puits}-d)]xf$ .

Avec

$D_{puits}$  : Diamètre du trou de puits.

$d$  : Diamètre d'un élément de la garniture de fond (masses tige).

Ce mécanisme se produit seulement avec les assemblages de fond ou les masses-tiges peuvent flamber et toucher la paroi du trou

Les mouvements engendrés par ces différentes forces excitatrices sont amplifiés lorsque leurs fréquences coïncident avec l'une quelconque des fréquences propres de la garniture de forage.

#### 4.4. ANALYSE HARMONIQUE (REPONSE HARMONIQUE FORCEE)

Dans certains cas de problèmes dynamiques, machines tournantes, aéronautique, etc. les forces d'excitation sont bien connues en grandeur et en direction. Néanmoins, dans le cas de l'analyse dynamique de la garniture de fond on est confronté aux problèmes des forces d'excitation. Généralement, la grandeur des forces d'excitation, force d'interaction du trépan avec les formations forées, force de frottement, etc. ne sont pas connues [11, 31].

Les vitesses critiques sont les vitesses de rotation de la garniture pour lesquelles, en un point et pour une direction fixée, l'amplitude du déplacement passe par un maximum. Les vitesses critiques correspondant à la résonance, lorsque la fréquence d'excitation est égale à la vitesse de rotation rencontre une fréquence propre de la garniture de forage.

La vitesse de rotation (ou la pulsation) pour laquelle l'amplitude devient maximum est appelée vitesse critique (ou pulsation critique), et la fréquence correspondante est la fréquence critique.

Dans notre étude, on s'intéresse à la détermination des vitesses critiques ou fréquences critiques dans la direction latérale (vibration latérale), dont on a évoqué l'importance au chapitre 2. Pour la détermination de celles-ci critiques, nous adoptons la méthode d'analyse harmonique [11, 31], qui consiste à appliquer un effort latéral unitaire (standard) harmonique au trépan (figure 4.2).

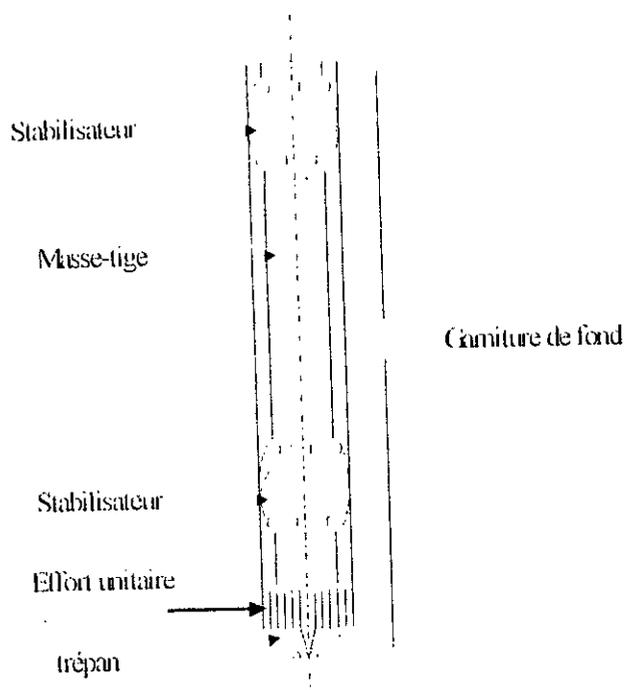


Figure 4.2 : Effort latéral unitaire harmonique appliqué sur le trépan.

Donc l'effort  $\{F\}$  prend la forme suivante :

$$\{F\} = \{\bar{F}\} e^{j\omega t} \quad (4.1)$$

Avec :

$\{\bar{F}\}$  : Amplitude du vecteur force nodal.

$\omega$  : Pulsation d'excitation (la fréquence d'excitation est  $f = \omega / 2\pi$ ).

La réponse de la garniture de fond, c'est-à-dire le déplacement, sera harmonique, alors :

$$\{q\} = \{\bar{q}\} e^{j\omega t} \quad (4.2)$$

Ainsi l'accélération sera :

$$\{\ddot{q}\} = -\omega^2 \{\bar{q}\} e^{j\omega t} \quad (4.3)$$

Avec :

$\{\bar{q}\}$  : Amplitude du vecteur déplacement nodal.

En remplaçant les relations (4.1), (4.2) et (4.3) dans l'équation de mouvement (3.83), on obtient :

$$([K] - \omega^2 [M]) \{ \bar{q} \} = \{ \bar{F} \} \quad (4.4)$$

$[K]$  et  $[M]$  sont les matrices de rigidité et masse globale respectivement.

Le système (4.4) permet d'obtenir les fréquences critiques (vitesses critiques). L'obtention des fréquences critiques se fait par balayage de  $\omega$  sur la gamme de fonctionnement des vitesses de rotation de la garniture de forage avec un pas constant. Pour chaque pas de  $\omega$  on résout le système (4.4) pour obtenir  $\{ \bar{q} \}$ . A partir de  $\{ \bar{q} \}$  obtenu, on cherche l'amplitude de déplacement nodal maximal dans la direction latérale, ceci est valable pour chaque pas de  $\omega$ . On obtient donc le tracé de  $q_{\max}$  en fonction de  $\omega$  ( $q_{\max} = \text{fct}(\omega)$ ). Ce tracé est normalisé du fait qu'on s'intéresse c'est la position de  $\omega$ . A partir du graphe de  $q_{\max} = \text{fct}(\omega)$ , on peut remarquer les pics correspondant à la résonance.

Pour la détermination des modes de déformées correspondant à la résonance, on résout le système suivant :

$$([K] - \omega_r^2 [M]) \{ \bar{q}_r \} = \{ \bar{F} \} \quad (4.5)$$

Tel que :

$\omega_r$  : Pulsation critique ou de résonance.

$\{ \bar{q}_r \}$  : Amplitude du vecteur de déplacement nodal.

Le mode de déformée peut être représenté sur un tracé de  $\{ \bar{q}_r^l \}$  en fonction de la longueur de la garniture de fond  $L_d$ .

$$\{ \bar{q}_r^l \} = \text{fct}(L_d) \quad (4.5)$$

Avec :

$\{ \bar{q}_r^l \}$  : Amplitude du vecteur déplacement nodal dans la direction latérale.

## 4.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode d'analyse dynamique à savoir la méthode harmonique pour la détermination des fréquences critiques de rotation ainsi que leurs modes de déformées. C'est la méthode qui convient aux types de problème ou lorsque les grandeurs des forces d'excitation ne sont pas connues. Cette méthode sera mise en œuvre dans un logiciel que nous abordons en détail dans le prochain chapitre.

## CHAPITRE 5

### CONCEPTION ET MISE EN ŒUVRE INFORMATIQUE

#### 5.1. INTRODUCTION

Les précédents chapitres nous ont permis de poser les formulations nécessaires pour résoudre notre problème à savoir prédiction des vibrations latérales dans la garniture de fond.

Dans ce chapitre nous donnons l'architecture générale de notre logiciel conçu ; VIBRAFOR et ses principaux modules. Nous détaillons chaque module à part et nous dégageons les organigrammes nécessaires, pour la mise en œuvre de la méthode d'analyse de la garniture de fond dans VIBRAFOR.

#### 5.2. PRESENTATION DE VIBRAFOR

VIBRAFOR est un logiciel autonome, permet de prédire les vibrations latérales dans la garniture de fond. VIBRAFOR est réalisé en langage C++.

La première étape à effectuer, avant d'arriver à la phase de prédiction, est la génération de la trajectoire du puits dans l'espace  $(x, y, z)$ , suivant les paramètres  $(MD, \theta, \phi)$  s'il s'agit d'un profil dirigé du puits, où suivant les coordonnées  $(x, y, z)$  directement s'il s'agit d'un profil vertical du puits. Une visualisation de la trajectoire du puits sur micro-ordinateur est nécessaire, ceci afin de permettre à l'utilisateur de vérifier la validité des données introduites. L'utilisateur peut passer à l'étape de prédiction des vitesses critiques (fréquence de résonance) tout en introduisant la composition de la garniture de fond et les paramètres de forage. Une fois les vitesses critiques des vibrations latérales calculées, la visualisation des graphiques des pics de résonance et leurs modes de déformées se fait de manière automatique.

Notre logiciel VIBRAFOR est constitué principalement (figure 5.1) de :

- Module de génération de la trajectoire du puits.
- Module de visualisation de la trajectoire du puits.
- Module de prédiction des vitesses critiques.
- Module de visualisation graphique des pics de résonance et leur mode de déformée.

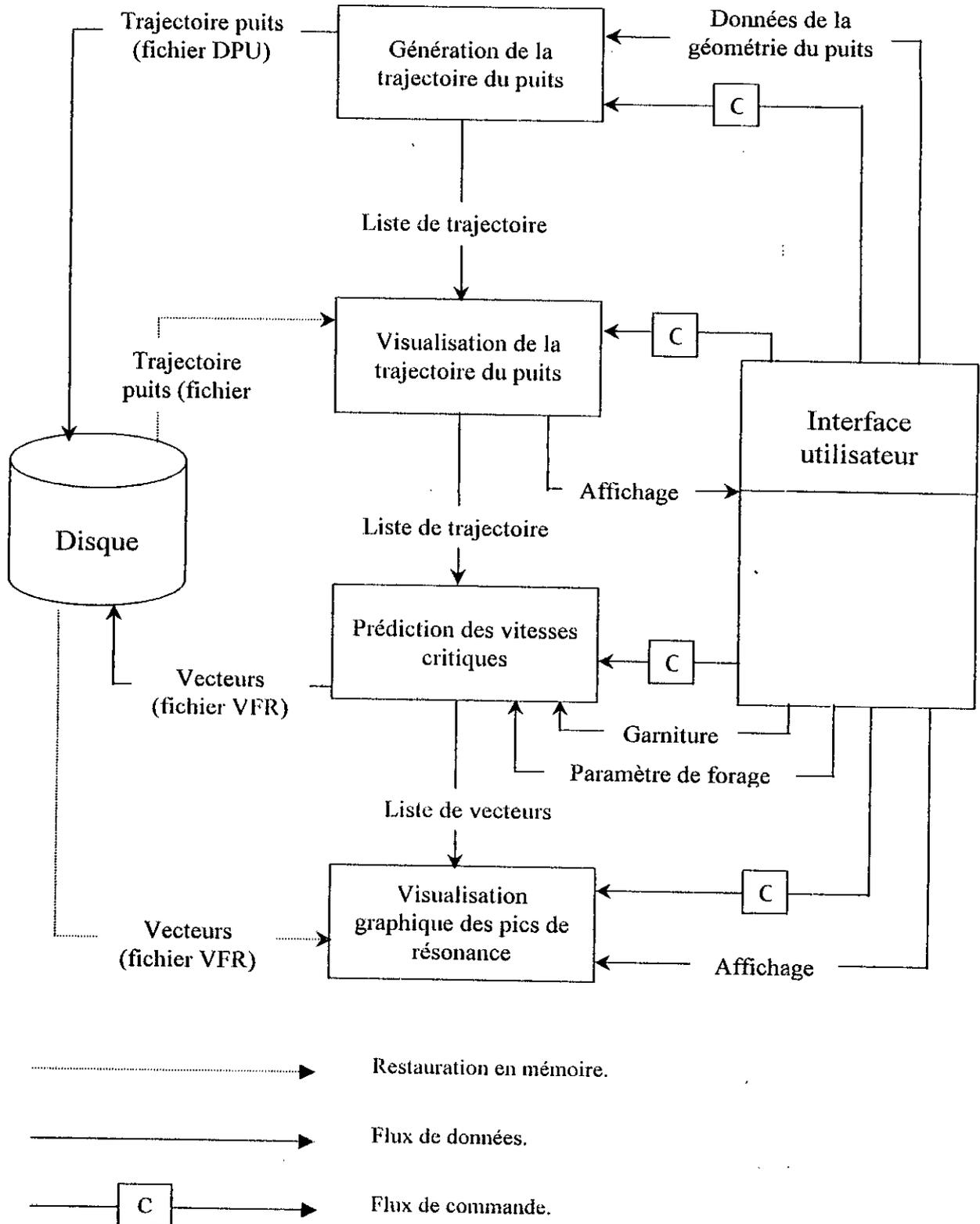


Figure 5.1 : Architecture générale de VIBRAFOR.

Avant de détailler chacun des modules cités précédemment, nous allons présenter dans ce qui suit les caractéristiques principales de notre logiciel.

### **5.3. CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DE VIBRAFOR**

#### **5.3.1. Introduction**

VIBRAFOR est un logiciel de prédiction des vitesses critiques dans la direction latérale, Il peut être un outil d'aide et de simulation pour l'élaboration des programmes de forage.

#### **5.3.2. Caractéristique de la trajectoire du puits**

En pratique, on utilise les paramètres  $MD$ ,  $\theta$ , et  $\phi$  pour la définition de la trajectoire du puits dirigé. Dans VIBRAFOR, on utilise ces mêmes paramètres pour la définition de la trajectoire du puits dirigé et qui seront par la suite transformées en  $(x, y, z)$  pour la visualisation et le traitement numérique. Par contre pour la trajectoire du puits vertical, on utilise directement les coordonnées  $(x, y, z)$  du puits.

#### **5.3.3. Adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits**

On a mis au point un programme qui permet d'adapter les éléments de la garniture de fond à la trajectoire du puits, qu'on présentera dans les prochains paragraphes. Cette adaptation est utile si la trajectoire du puits est dirigée. VIBRAFOR adapte les éléments de la garniture à la trajectoire de manière automatique.

#### **5.3.4. Méthode d'analyse dynamique de la garniture de fond**

Dans VIBRAFOR, on utilise la méthode d'analyse harmonique déjà évoquée au chapitre 4, pour prédire les fréquences de résonance latérales (vitesses critiques) de la garniture de fond. Afin d'optimiser le fonctionnement de ce logiciel et palier aux difficultés liées à l'espace nécessaire au stockage des différentes matrices, on a opté pour la technique de stockage en ligne de ciel des différentes matrices (listes chaînées).

### **5.4. LES DIFFERENTS MODULES DE VIBRAFOR**

Comme le montre la figure 5.1, quatre modules forment la structure interne de notre logiciel.

#### **5.4.1. Module de génération de la trajectoire du puits**

##### **5.4.1.1. Lecture des paramètres de la trajectoire du puits**

Quelque soit le type de la trajectoire du puits (vertical, dirigé, horizontal, etc.), les paramètres qui définissent la trajectoire du puits sont :

- $MD$ ,  $\theta$ , et  $\phi$  pour une trajectoire dirigée.
- $x, y, z$  pour une trajectoire verticale.

Donc pour chaque point  $P_i$  nous aurons besoin soit de  $MD_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\phi_i$ , ou  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ . Entre chaque deux points de la trajectoire du puits deux tronçons peuvent exister.

- Tronçon vertical : les deux points de la trajectoire sont reliés par un segment de droite (cas de forage vertical).
- Tronçon dirigé (figure 5.2) : les deux points de la trajectoire sont reliés soit par un segment de droite (cas de forage horizontal) soit par un arc (cas de forage dirigé et horizontal), et ceci suivant les paramètres  $MD_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\phi_i$ ,  $MD_{i+1}$ ,  $\theta_{i+1}$ , et  $\phi_{i+1}$  (chapitre 2) à savoir :
  - ◆ Si  $\phi_{i+1} \neq \phi_i$  et  $\theta_{i+1} \neq \theta_i$  arc.
  - ◆ Si  $\phi_{i+1} = \phi_i$  et  $\theta_{i+1} \neq \theta_i$  arc.
  - ◆ Si  $\phi_{i+1} \neq \phi_i$  et  $\theta_{i+1} = \theta_i$  arc.
  - ◆ Si  $\phi_{i+1} = \phi_i$  et  $\theta_{i+1} = \theta_i$  segment de droite.

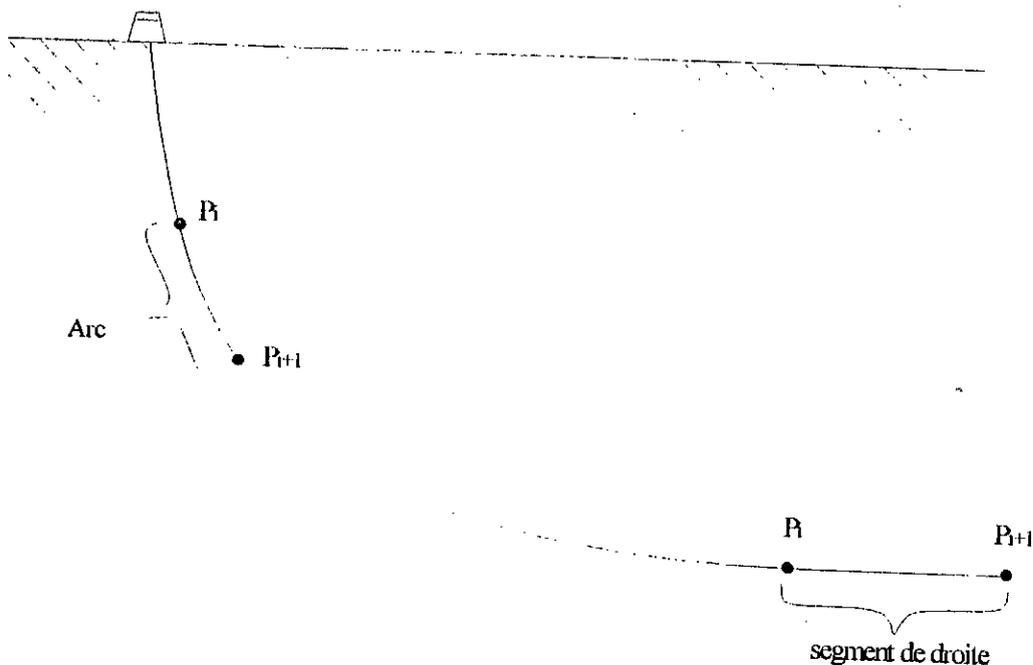


Figure 5.2 : Trajectoire du puits dirigé.

La procédure de lecture offre à l'utilisateur une boîte de dialogue, à partir de la quelle il décide de choisir le type (ou la nature) de la trajectoire du puits (figure 5.3).

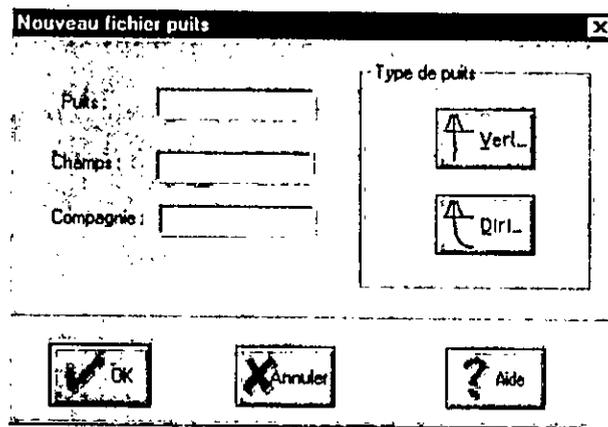


Figure 5.3 : Boite de dialogue pour choisir le type de la trajectoire du puits.

Une boite de dialogue, pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits vertical, est affichée à l'utilisateur, lorsque le bouton "Vert..." est activé. A partir de cette boite on peut saisir (figure 5.4) :

- Le nom du fichier avec l'extension (.dpu), qui contiendra toutes les informations de la trajectoire du puits vertical.
- Le nombre de points de la trajectoire du puits vertical.
- Pour chaque point, les coordonnées  $x$ ,  $y$ , et  $z$  exprimées dans le repère puits (repère global).

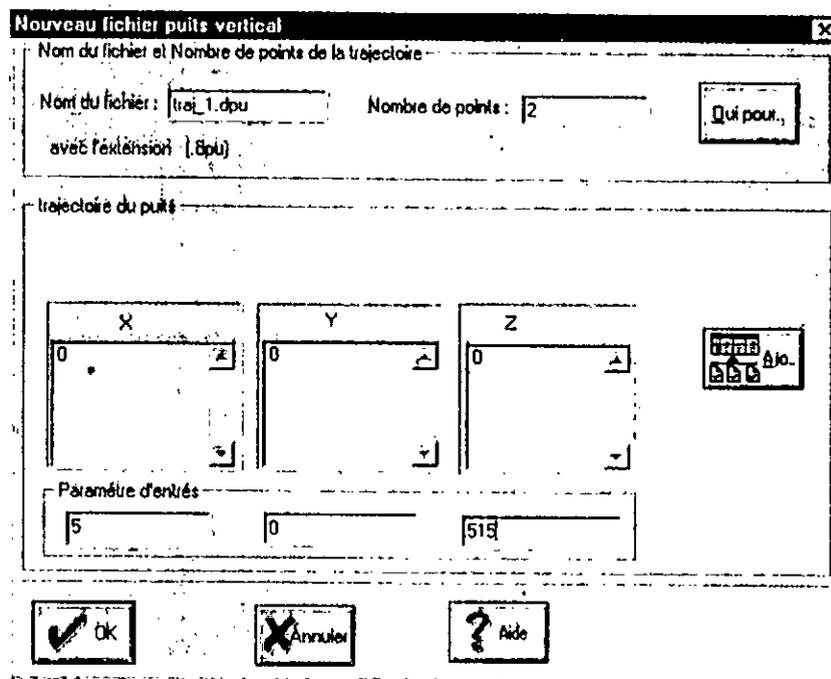


Figure 5.4 : Boite de dialogue pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits vertical.

De même, une autre boîte de dialogue, pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits vertical, est affichée à l'utilisateur, lorsque le bouton "Diri..." est active. A partir de cette boîte on peut saisir (figure 5.5) :

- Le nom du fichier avec l'extension (.dpu), qui contiendra toutes les informations de la trajectoire du puits dirigé.
- Le nombre de points de la trajectoire du puits vertical.
- Les coordonnées du point de départ en  $x$ ,  $y$ , et  $z$ .
- Les coordonnées du point KOP en  $x$ ,  $y$ , et  $z$ .
- Pour chaque point, les paramètres  $MD$ ,  $\theta$ , et  $\phi$ .

Figure 5.5 : Boîte de dialogue pour la saisie des paramètres de la trajectoire du puits dirigé.

Toutes ces informations ( $MD$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , et type) sont stockées dans une liste de paramètre de trajectoire.

### a)- Structure d'un paramètre de la trajectoire

Les paramètres  $MD$ ,  $\theta$ , et  $\phi$  pour le cas d'un puits dirigé ou  $x$ ,  $y$ , et  $z$  pour le cas d'un puits vertical, sont gérés par l'entité **Parameter** (tableau 5.6)

Paramètre	Type
Par1	Réel
Par2	Réel
Par3	Réel

Tableau 5.1 : Tableau représentant la structure de l'entité **Parameter**.

### b)- Stockage des paramètres de la trajectoire

Avant de présenter le stockage des structures **Parameter** dans la classe **TListParameter1**, il est à noter que la totalité de la réalisation s'appuie sur une conception orientée objet. Son intérêt majeur est la réutilisabilité et la dérivation qui sont deux principales caractéristiques de la **POO** (programmation orientée objet).

Nous avons opté dans notre étude, pour une classe modèle de liste chaînée (figure 5.7). Le schéma de la liste est représenté comme suit :

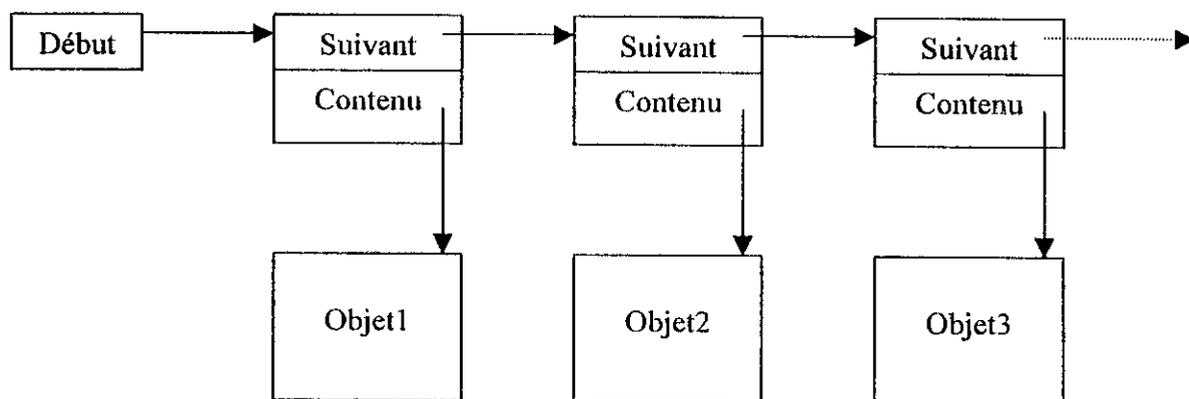


Figure 5.6 : Liste chaînée d'objets quelconques.

Les paramètres de la trajectoire du puits saisis par l'utilisateur seront stockés dans une liste chaînée **TListParameter1** (figure 5.7).

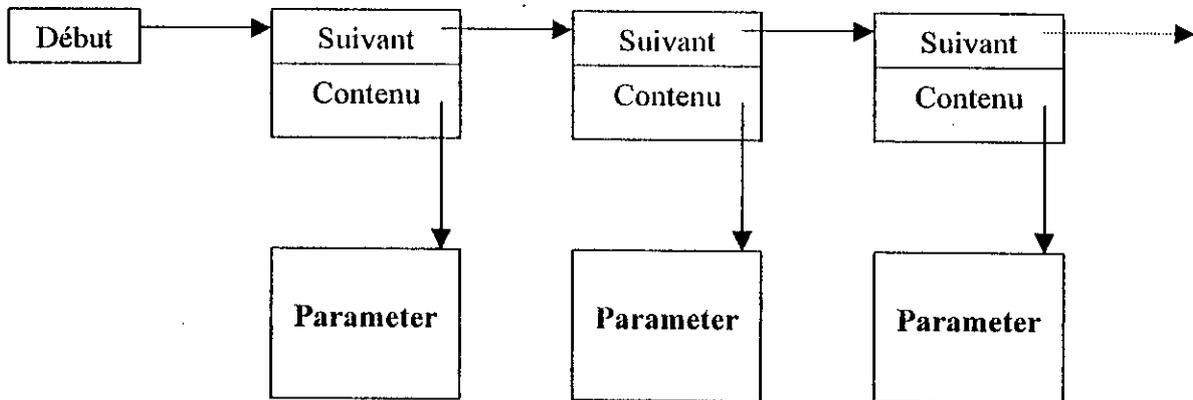


Figure 5.7 : Liste chaînée **TListParameter1** pour le stockage des paramètres de la trajectoire.

#### 5.4.1.2. Génération de la trajectoire du puits

Dans notre étude, nous utilisons une modélisation avec des éléments poutres spatiaux (méthode des éléments finis) pour établir l'équation du mouvement de la garniture de forage. Donc nous avons besoin d'avoir :

- Pour chaque point de la trajectoire les coordonnées  $x$ ,  $y$ , et  $z$  ;
- Tous les deux points de la trajectoire sont reliés par un segment de droite.

En premier lieu, il est nécessaire de définir des points intermédiaires dans la trajectoire du puits dirigé, là où elle est définie par des arcs. En suite, on transforme les paramètres  $MD$ ,  $\theta$ , et  $\phi$  en  $x$ ,  $y$ , et  $z$  ceci est valable pour la trajectoire dirigée.

##### 5.4.1.2.1. Création des points intermédiaires

L'objectif, de la création des points intermédiaires dans les tronçons dirigés (arc), est de réduire la distance entre chaque deux points des traçants dirigés de la trajectoire du puits, ainsi l'approximation des petits arcs par des segments de droite peut se faire (figure 5.8).

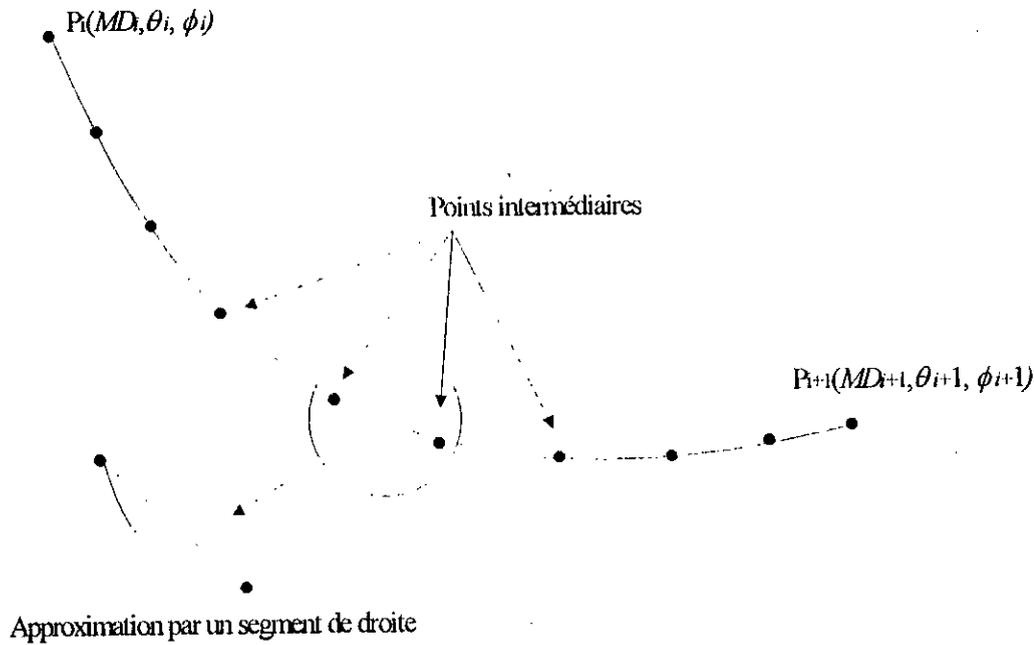


Figure 5.8 : Définition des points intermédiaires.

Soient  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  et  $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$  de la trajectoire du puits (arc), définies dans le système du repère  $R_{puits}(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , et soit l'incrément sur  $MD$  des points intermédiaires  $\delta MD$ .

Le nombre des points intermédiaires est  $N_m$  tels que :

$$N_m = \frac{MD_{i+1} - MD_i}{\delta MD} \quad (5.1)$$

Avec  $N_m$  est un entier.

Alors les incréments sur  $\theta$  et  $\phi$  s'obtiennent par :

$$\delta\theta = \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{N_m} \quad (5.2)$$

$$\delta\phi = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{N_m} \quad (5.3)$$

Par conséquent, nous aurons les paramètres d'un point intermédiaire  $Pin_k(MD_k, \theta_k, \phi_k)$  par :

$$MD_k = MD_i + k \delta MD \quad (5.4)$$

$$\theta_k = \theta_i + k \delta \theta \quad (5.5)$$

$$\phi_k = \phi_i + k \delta \phi \quad (5.6)$$

La trajectoire du puits définie à par des points intermédiaire est stockée dans une liste chaînée du même type que **TListParameter1**, nous l'appelons **TListParameter2**.

#### 5.4.1.2.2. Transformation du paramètres $(MD, \theta, \phi)$ en $(x, y, z)$

Chaque entité **Parameter**  $(MD, \theta, \phi)$  de la liste chaînée **TListParameter2** est transformée en  $(x, y, z)$  suivant les relations (2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, et 2.10) déjà évoquées au chapitre 2.

Nous obtenons une trajectoire du puits en fonction des points exprimés dans l'espace à trois dimensions par  $(x, y, z)$ . La trajectoire du puits est stockée dans une liste chaînée nommée **TListPoint** (figure 5.9).

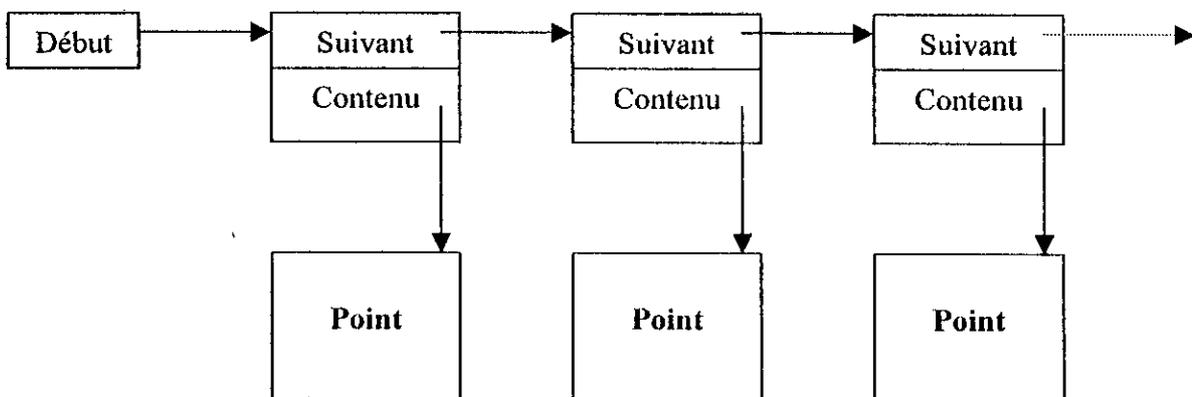


Figure 5.9 : Liste chaînée **TListPoint** pour le stockage des points de la trajectoire.

Chaque point  $(x, y, z)$  de la trajectoire est défini par l'entité **Point** (Tableau 5.2)

Coordonnées	Type
$x$	Réel
$y$	Réel
$z$	Réel

Tableau 5.2 : Tableau représentant la structure de l'entité **Point**.

Le module de génération de trajectoire se résume suivant la figure suivant :

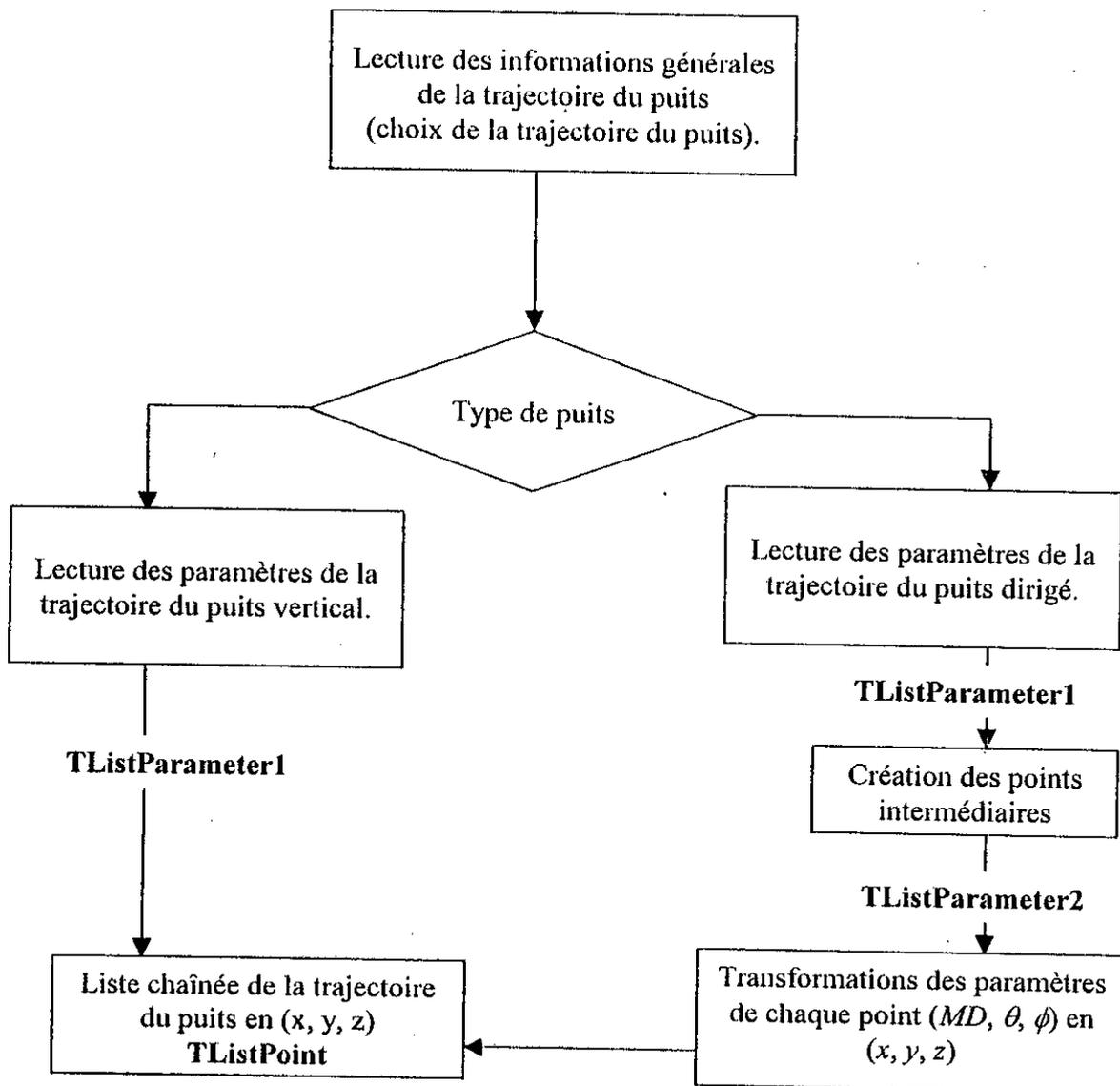


Figure 5.10 : Architecture interne du module de Génération de la trajectoire du puits.

## 5.4.2. Module de visualisation de la trajectoire du puits

Avant de lancer la procédure de calcul des vitesses critiques, une visualisation de la trajectoire du puits est nécessaire afin de vérifier la validité de la trajectoire. Cette visualisation intervient dans deux cas :

### 5.4.2.1. Visualisation après génération de la trajectoire du puits

A la fin de la phase de lecture des paramètres et génération de la trajectoire du puits, la trajectoire est sauvegardée dans une liste de points **TListPoint**. Pour la visualisation directe de ces trajectoires, il suffit de parcourir cette liste et d'afficher au fur et à mesure chaque point de la trajectoire un par un (figure 5.11).

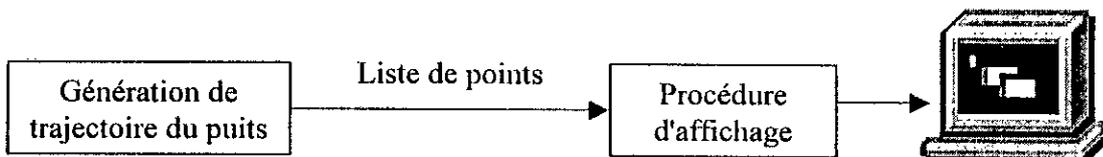


Figure 5.11 : Visualisation après génération de la trajectoire du puits.

### 5.4.2.2. Visualisation à partir d'un fichier de trajectoire du puits

Les informations résultant du module lecture des paramètres et génération de la trajectoire peuvent être sauvegardées dans un fichier d'extension **DPU**. La visualisation à partir d'un fichier de trajectoire du puits (**DPU**) se résume par la figure 5.12.

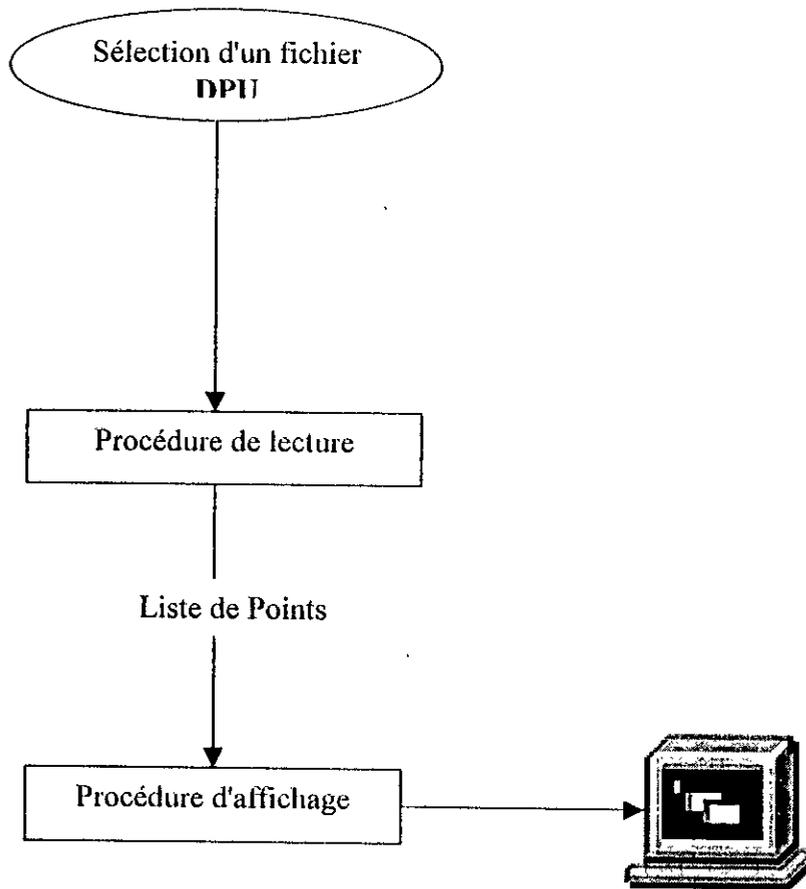


Figure 5.12 : Visualisation de la trajectoire du puits à partir d'un fichier DPU.

Le module de visualisation de la trajectoire du puits nous offre les possibilités suivantes :

a) Visualisation dans l'espace à trois dimensions.

La visualisation dans l'espace à trois dimensions de la trajectoire du puits nous permet d'avoir une vue globale de la trajectoire tout en ayant les possibilités de rotation des axes ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) afin d'avoir le meilleur point de vue de cette trajectoire (figure 5.13).

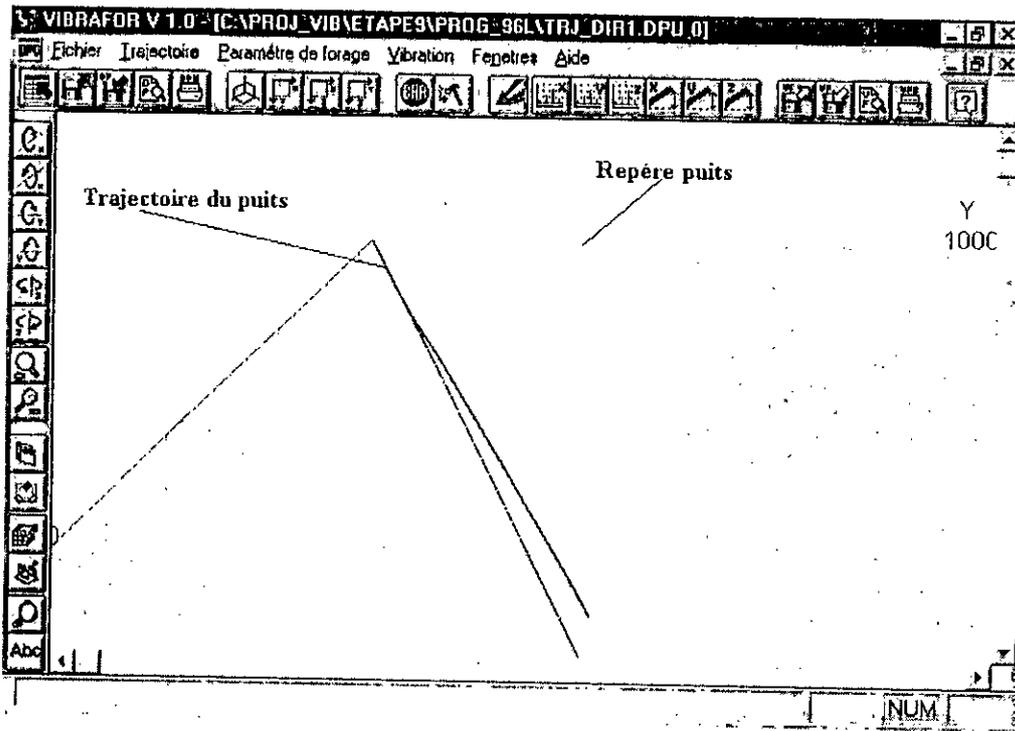


Figure 5.13 : Visualisation de la trajectoire du puits dans l'espace à trois dimensions.

b) Visualisation dans le plan horizontal (X Y) (plan Est Nord).

La vue dans le plan horizontal (X Y) permet de visualiser le changement de l'azimut de la trajectoire du puits (figure 5.14).

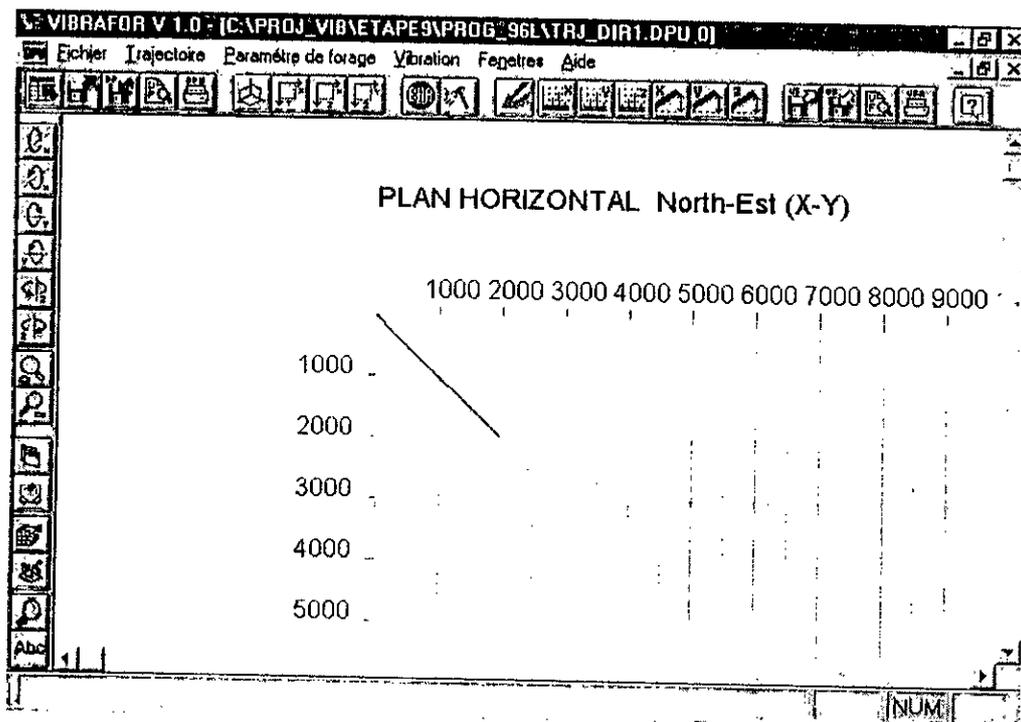


Figure 5.14 : Visualisation de la trajectoire du puits dans le plan horizontal (X Y).

c) Visualisation dans le plan vertical (Y Z) (plan Nord Profondeur).

Cette vue dans le plan vertical (Y Z) permet de visualiser la limite de la profondeur z et le changement de l'inclinaison de la trajectoire du puits (figure 5.15).

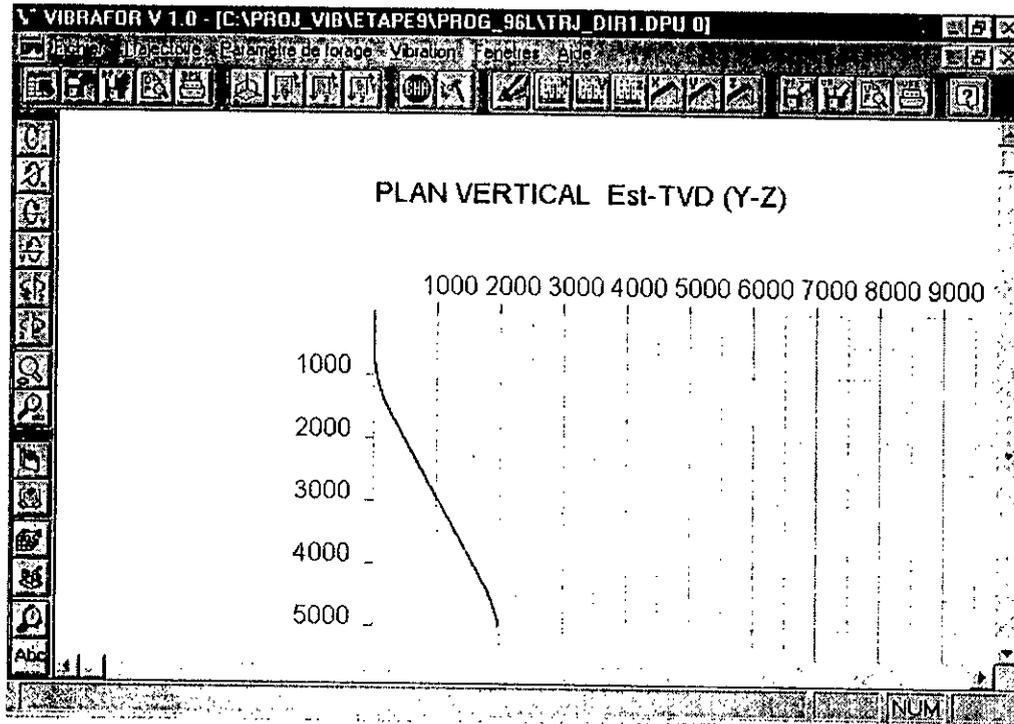


Figure 5.15 : Visualisation de la trajectoire du puits dans le plan vertical (Y Z).

d) Visualisation dans le plan vertical (X Z) (plan Est Profondeur).

Même chose que pour la visualisation dans le plan vertical (Y Z).

#### 5.4.3. Module de prédiction des vitesses critiques (fréquences de résonance)

Une fois l'étape de visualisation de la trajectoire du puits achevée, l'utilisateur peut lancer l'opération de prédiction des vitesses critiques de rotation, mais avant cela il doit :

- Saisir la composition de la garniture de forage.
- Saisir les paramètres de forage.

Si l'opération de prédiction est lancée sans fournir les deux précédentes données, le logiciel fournit à l'utilisateur un message en lui indiquant qu'il doit effectuer la saisie des données manquantes.

### 5.4.3.1. Saisie de la trajectoire de la composition de la garniture de fond

L'analyse adoptée dans notre étude nécessite la connaissance de la composition de la garniture de fond. L'utilisateur doit saisir les données de la garniture de fond par le biais d'une boîte de dialogue fourni par le logiciel (figure 5.16). Ces données sont :

- Nom de la garniture : ceci est utile, lorsqu'on utilise plusieurs modèle de garniture pour une même trajectoire de puits.
- Nombre d'élément.
- Nom de chaque élément et leur disposition.
- Pour chaque élément nous devons fournir :
  - Diamètre intérieur ( $D_{int}$ ).
  - Diamètre extérieur ( $D_{ext}$ ).
  - Longueur ( $l$ ).
  - Module de young ( $E$ ).
  - Module de cisaillement transversal ( $G$ ).
  - Masse linéique ( $\rho_l$ ).

Figure 5.18 : Boîte de dialogue pour la saisie des données de la garniture de fond.

Les données de la garniture de fond sont stockées dans une liste chaînée nommée **TListBHAI** (même type que le modèle de liste chaînée évoqué en figure 5.6). La liste chaînée **TListBHAI** est gérée par l'entité **Elem** (tableau 5.3).

Membre de l'entité <b>Elem</b>	Type
<i>Nom</i>	Chaîne de caractère
<i>Dmin</i>	Réel
<i>Dmax</i>	Réel
<i>Lg</i>	Réel
<i>E</i>	Réel
<i>G</i>	Réel
<i>Row</i>	Réel

Tableau 5.3 : Tableau représentant la structure de l'entité **Elem**.

#### 5.4.3.2. Saisie des paramètres de forage

Suivant les hypothèses et la modélisation adoptés pour notre problème dans les chapitres précédents, nous avons besoin des paramètres de forage suivants :

Densité de la boue de forage.

- Le poids sur l'outil.
- La plage des vitesses de rotation de la garniture de forage.

L'utilisateur peut introduire les paramètres de forage déjà cités par l'intermédiaire d'une boîte de dialogue fourni par le logiciel (figure 5.17).

Figure 5.17 : Boîte de dialogue pour la saisie des paramètres de forage.

### 5.4.3.3. Détermination (prédiction) des vitesses critiques

La phase de prédiction constitue l'étape la plus importante dans la réalisation de ce logiciel. Cette phase est représentée par l'organigramme suivant (figure 5.18).

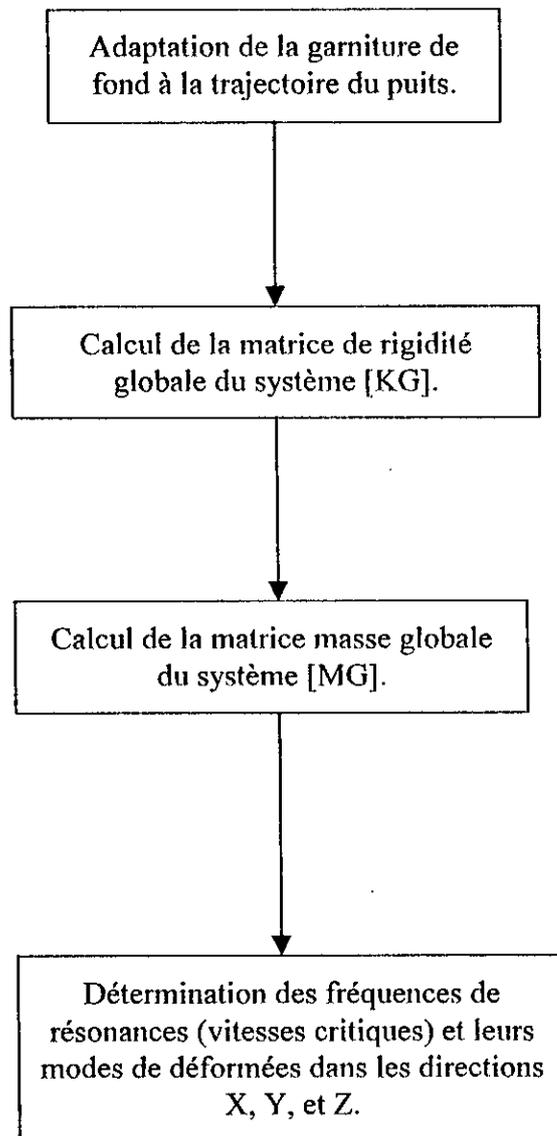


Figure 5.18 : Architecture générale du module de prédiction des vitesses critiques.

Le module de prédiction englobe quatre grandes procédures à savoir :

- Adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits.

L'adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits, nous permet la détermination des coordonnées de chaque élément de la garniture de forage par rapport au repère puits lorsque la garniture est dans le trou du puits (voir l'organigramme de la figure 5.19). Les éléments de la garniture de fond après l'adaptation sont stockés dans la liste chaînée **TListBHA2**.

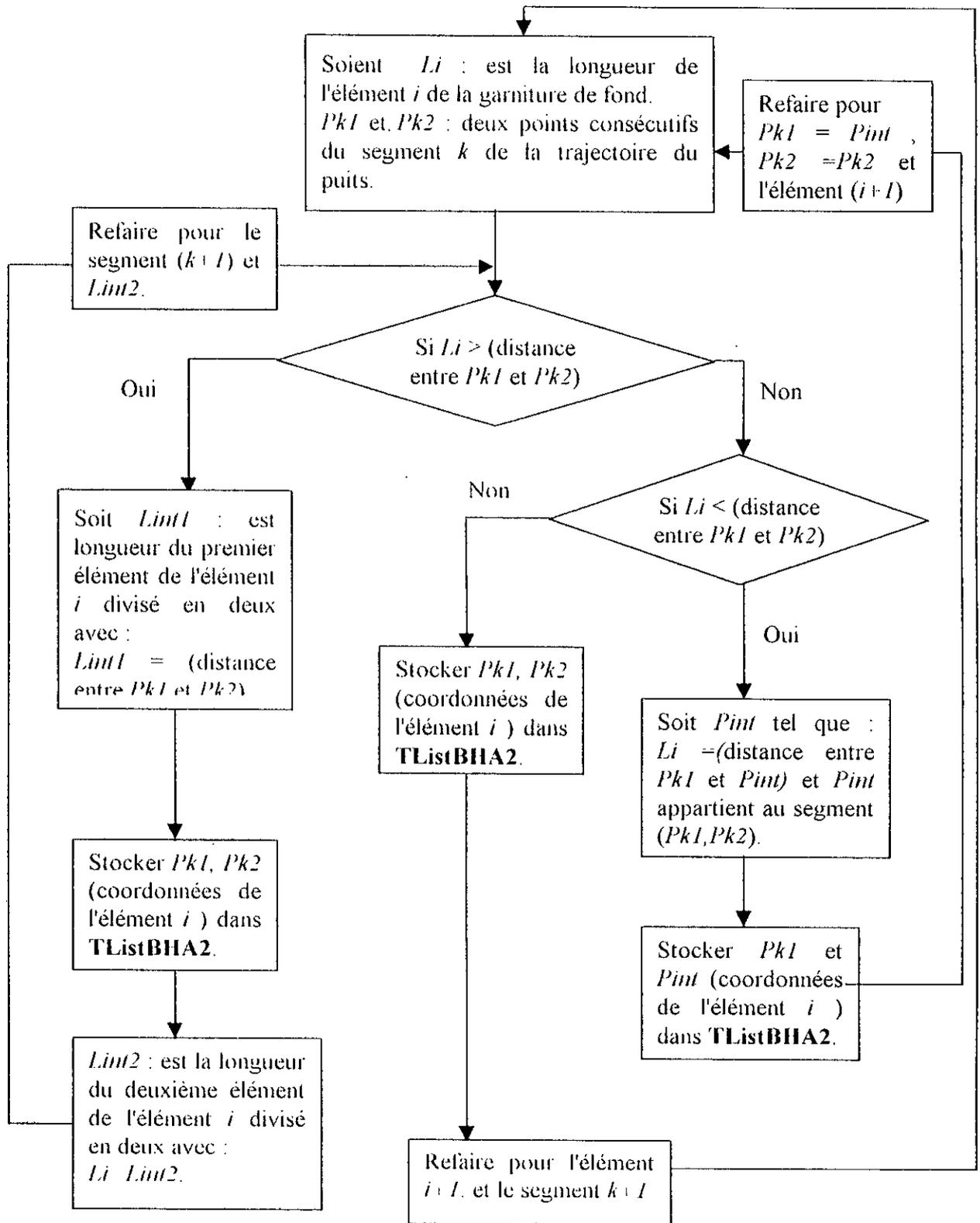


Figure 5.19 : Organigramme d'adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits.

□ Calcul de la matrice de rigidité globale du système  $[KG]$ .

Le calcul de la matrice de rigidité globale est basé sur les relations établies en chapitre 3. La procédure de calcul se résume dans les points suivants :

- Pour chaque élément de la garniture de fond, calculer la matrice de rigidité élémentaire, qui est composée de la matrice de rigidité élémentaire linéaire et la matrice de rigidité géométrique.
- Effectuer l'assemblage des matrices de rigidité élémentaire, pour obtenir la matrice de rigidité globale  $[KG]$ .

La matrice de rigidité globale est stockée dans une liste chaînée nommée **TListKG**.

□ Calcul de la matrice masse globale du système  $[MG]$ .

De la même manière que pour la précédente procédure, le calcul de la matrice masse globale est inspirée du chapitre 3, dans ce cas, la procédure de calcul de la matrice masse globale se résume comme suit :

- Pour chaque élément de la garniture de fond, calculer la matrice masse élémentaire en prenant en compte l'effet de la masse de la boue et ceci en se basant sur la masse volumique effective de l'élément.
- Effectuer l'assemblage des matrices masses élémentaires, pour obtenir la matrice de masse globale  $[MG]$ .

La matrice de rigidité globale est stockée dans une liste chaînée nommée **TListMG**.

□ Détermination des fréquences de résonance (vitesses critiques) et leurs modes de déformées dans les directions  $X$ ,  $Y$ , et  $Z$ .

La détermination des fréquences (vitesses critiques) de résonance se fait en utilisant la méthode d'analyse harmonique déjà évoquée en détail dans le chapitre 4. Elle se résume ainsi par l'organigramme de la figure 5.20. la variation des fréquences obtenue par l'analyse harmonique et les modes de déformées correspondant aux fréquences critiques sont stockés dans une liste chaînée **TListVecteurs**.

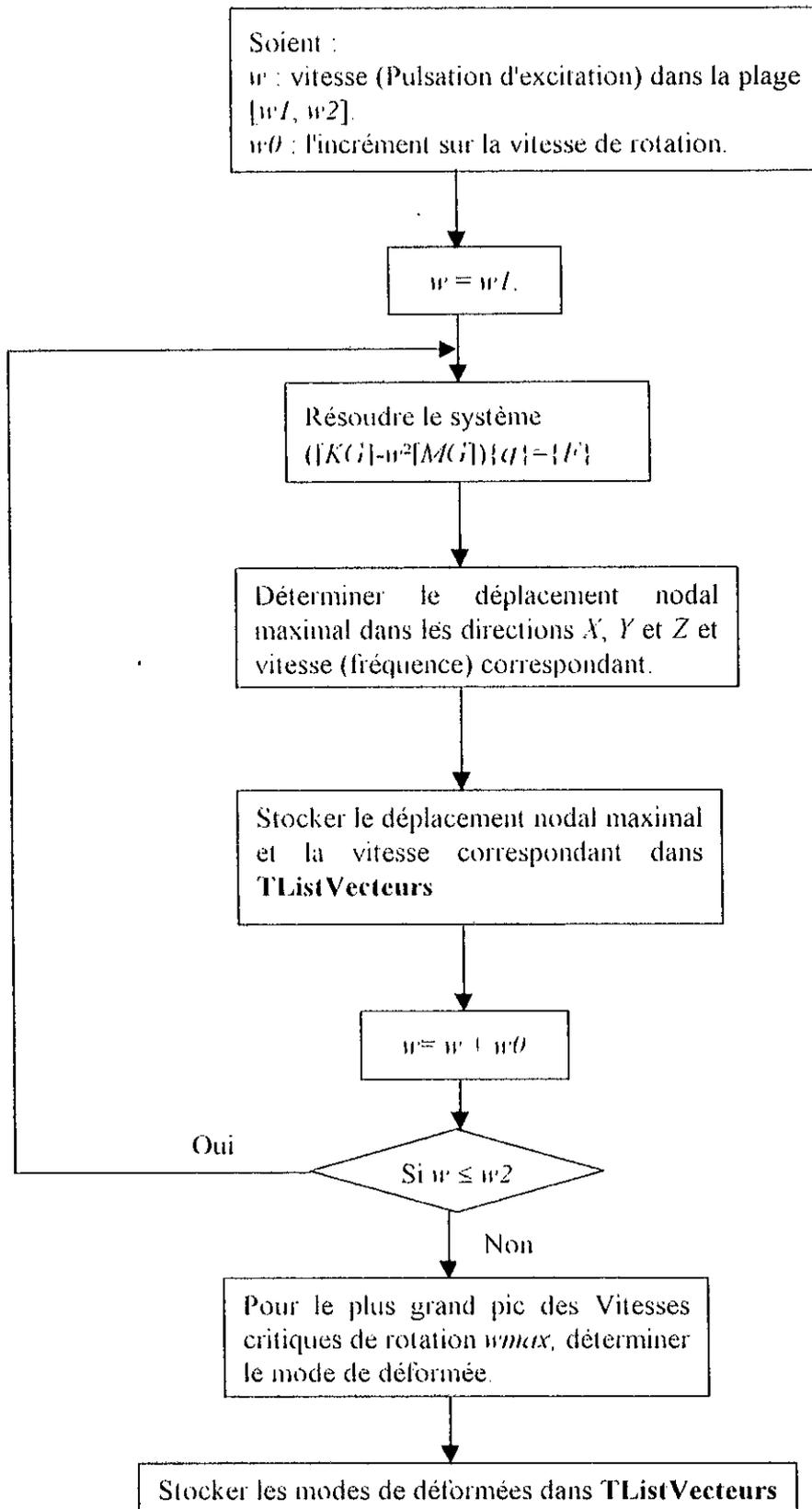


Figure 5.20 : Organigramme de détermination des fréquences de résonance (vitesses critiques) et leurs modes de déformées.

#### 5.4.4. Module de visualisation des vitesses critiques (fréquences de résonances) et leurs modes de déformées

Lorsque l'opération de prédiction est achevée, l'étape de visualisation est lancée de manière automatique. La visualisation des vitesses critiques et leurs modes de déformées est nécessaire afin de faciliter l'interprétation des résultats.

Cette visualisation intervient dans deux cas :

##### 5.4.4.1. Visualisation après prédiction

Une fois le calcul de prédiction terminé, les vitesses critiques (fréquences de résonance) et leurs modes de déformées sont sauvegardés dans une liste de vecteurs **TListVecteurs**. Pour la visualisation directe des pics de résonance, il suffit de parcourir cette liste et d'afficher au fur et à mesure chaque point graphique (amplitude de déplacement normalisée et fréquence) de la liste de vecteurs un par un (figure 5.21).

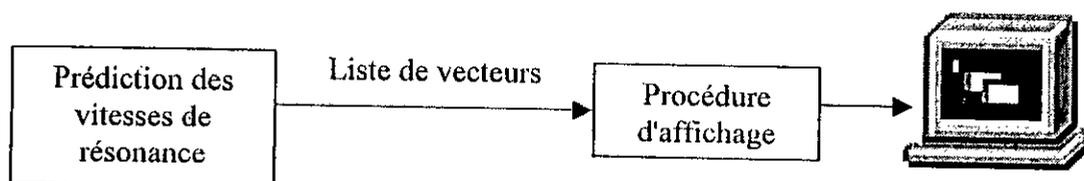


Figure 5.21 : Visualisation après prédiction des vitesses critiques (fréquences de résonance).

##### 5.4.4.2. Visualisation à partir d'un fichier de vibration

Les informations résultant du module de prédiction peuvent être sauvegardées dans un fichier d'extension **VFR**. La visualisation à partir d'un fichier de vibration (**VFR**) se résume dans la figure 5.22.

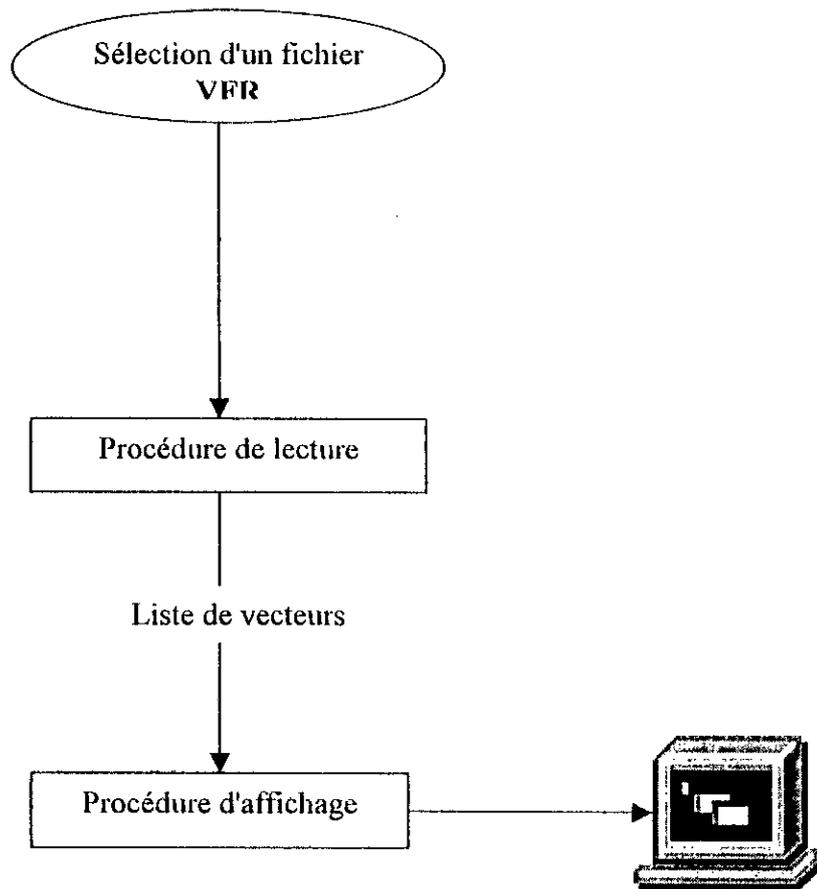


Figure 5.22 : Visualisation des vitesses critiques (fréquences de résonance) à partir d'un fichier VFR.

Le module de visualisation des vibrations nous offre les possibilités suivantes :

1) Visualisation des pics de résonance dans la direction  $X$ .

Cette visualisation nous permet de voir la variation de l'amplitude nodale normalisée maximale du déplacement de la garniture de forage dans la direction  $X$  en fonction de la fréquence de rotation (vitesses de rotation). Dans ce cas les pics correspondent à la résonance (figure 5.23).

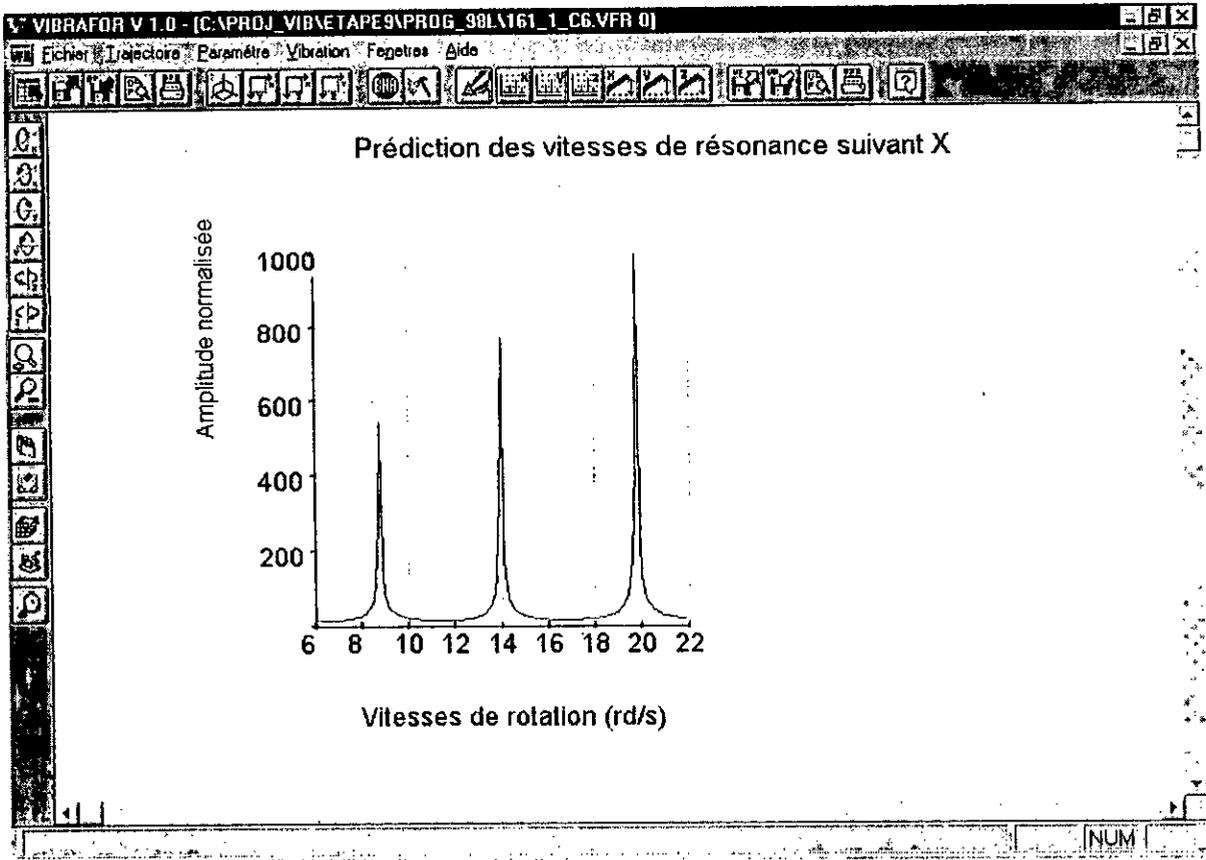


Figure 5.23 : Visualisation des pics de résonance suivant la direction X.

2) Visualisation des pics de résonance dans la direction Y.

Même chose que pour la visualisation des pics de résonance dans la direction X sauf que dans ce cas, les pics de résonance sont dans la direction Y.

3) Visualisation des pics de résonance dans la direction Z.

Même chose que pour la visualisation des pics de résonance dans la direction X sauf que dans ce cas, les pics de résonance sont dans la direction Z.

4) Visualisation des modes de déformées dans la direction X.

Cette visualisation complète la visualisation des pics de résonance dans la direction X. Elle nous permet d'avoir le mode de déformée du premier grand pic de résonance dans la direction X. Par conséquent nous pouvons visualiser pour  $w = w_{max}$  ( $f = f_{max}$ ) la variation des déplacements de la garniture dans la direction X en fonction de la longueur de la garniture à partir du trépan (figure 5.24).

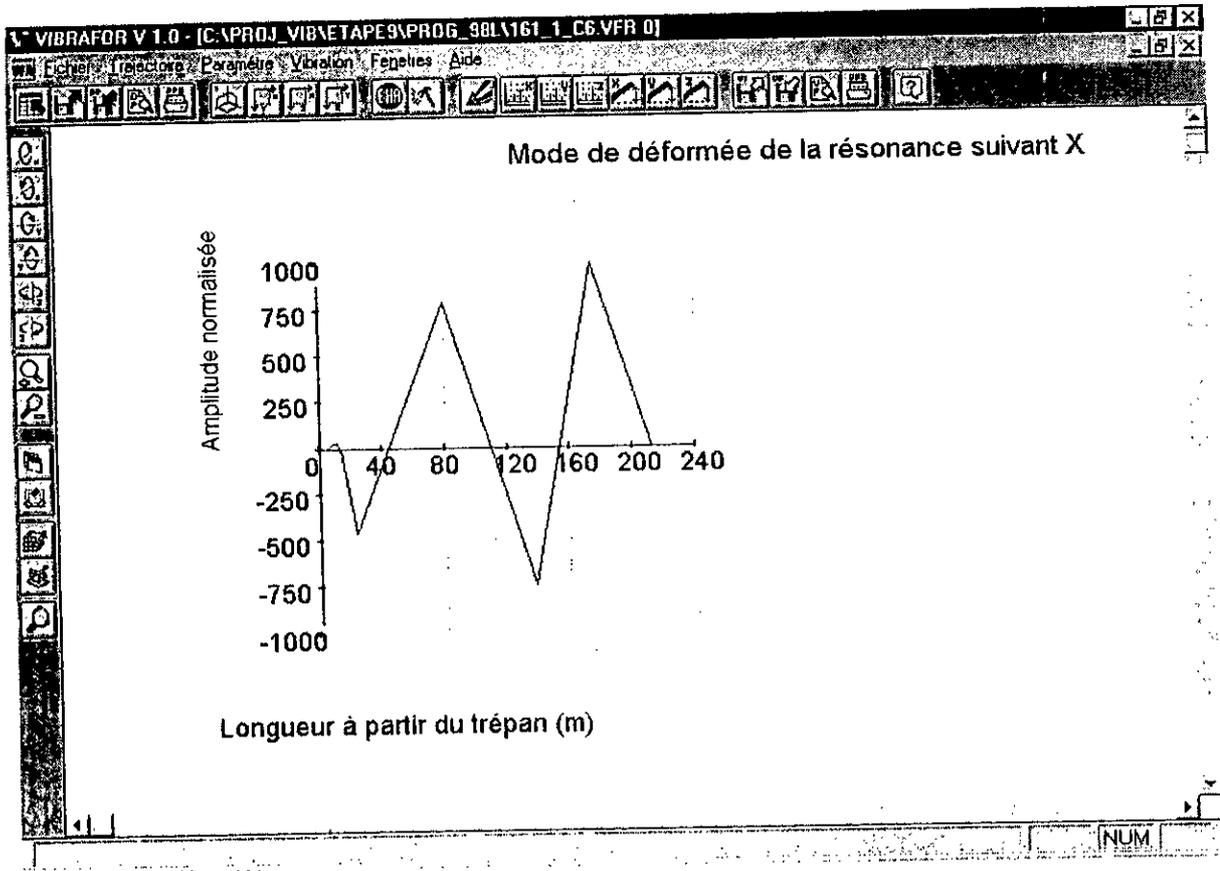


Figure 5.24 : Visualisation du premier mode de déformée.

- 5) Visualisation des modes de déformées dans la direction Y.  
Même chose que pour la visualisation des modes de déformées dans la direction X.
- 6) Visualisation des modes de déformées dans la direction Z.  
Même chose que pour la visualisation des modes de déformées dans la direction X.

## 5.5. CONCLUSION

Tout au long de ce chapitre nous avons développé un logiciel nommé VIBRAFOR avec un look professionnel capable de prédire la résonance des vibrations latérales dans la garniture de forage. Nous avons présenté de manière détaillée la structure interne et les fonctions principales du logiciel élaboré. La conception de VIBRAFOR s'appuie sur une programmation orientée objet en langage C++.

## CHAPITRE 6

### TESTS ET EVALUTIONS

#### 6.1. INTRODUCTION

Ce chapitre constitue la pierre angulaire de ce travail. On va mettre en application ce logiciel réalisé avec des exemples réels du domaine. Dans ce chapitre On présente d'abord les résultats obtenus par la génération de la trajectoire du puits dirigé. En deuxième étape, on expose la prédiction des exemples simples, où leurs résultats analytiques sont connus, afin de les comparer avec les résultats numériques obtenus par VIBRAFOR. En troisième lieu, on aborde des exemples du domaine, ceci en déterminant les pics des vitesses de résonance (critiques). En fin on varie certains paramètres de forage et de garniture de fond, pour montre l'influence de ces paramètres sur les vibrations latérales de la garniture de fond.

#### 6.2. GENERATION DE LA TRAJECTOIRE DU PUIITS DIRIGE

On valide deux exemples de puits à profil dirigé, qui ont été traité dans la référence [46], afin de les comparer avec la génération de VIBRAFOR.

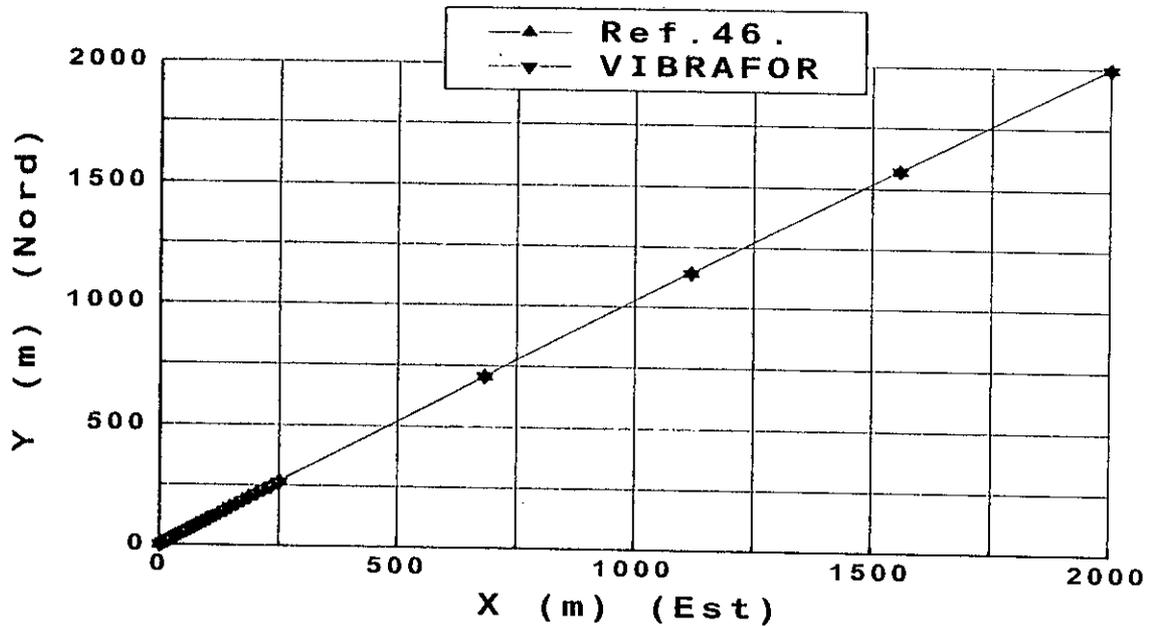
##### 6.2.1. Puits#1

Les données nécessaires, pour la génération de la trajectoire du puits, sont présentées dans le tableau 6.1 ci-dessous.

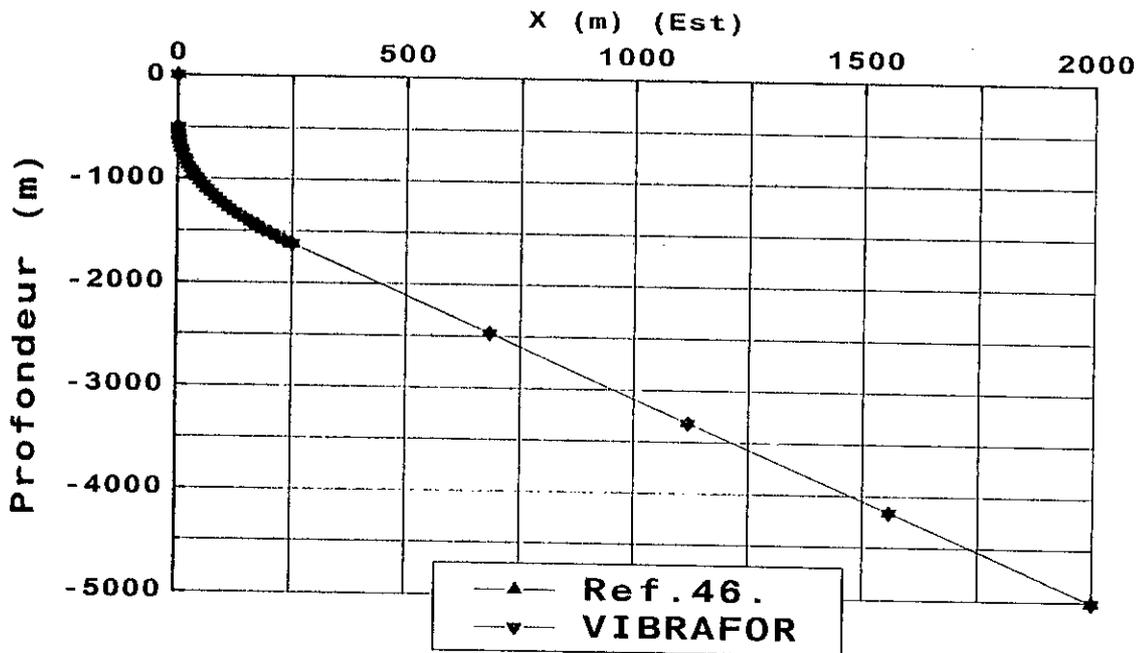
Profondeur mesurée $MD$ (m)				Azimut $\theta$ ( $^{\circ}$ )				Inclinaison $\phi$ ( $^{\circ}$ )			
0	830	1222	1617	41.8	42.46	43.24	44.03	0	9.91	21.66	33.51
500	869	1261	1659	41.8	42.54	43.32	44.12	0	11.08	22.84	34.78
517	909	1301	1702	41.83	42.62	43.4	44.20	0.5	12.26	24.02	36.05
556	948	1340	2748	41.91	42.7	43.48	44.73	1.68	13.43	25.19	36.06
595	987	1379	3794	41.99	42.77	43.56	45.25	2.85	14.61	26.37	36.05
634	1026	1418	4840	42.07	42.85	43.64	45.77	4.03	15.79	27.54	36.05
673	1065	1457	5886	42.15	42.93	43.71	46.3	5.20	16.96	28.72	36.05
713	1105	1496		42.23	43.01	43.79		6.38	18.14	29.89	
752	1144	1536		42.3	43.09	43.87		7.55	19.31	31.07	
791	1183	1575		42.38	43.17	43.95		8.73	20.49	32.26	

Tableau 6.1 : Données de la trajectoire du Puits#1.

VIBRAFOR permet de générer une trajectoire dirigée suivant les données du tableau 6.1. Les figures 6.1(a) et 6.1(b) permet d'avoir la trajectoire du puits dirigée générée par VIBRAFOR et par [46].



(a)



(b)

Figure 6.1 : Trajectoire du Puits#1 générée par VIBRAFOR et par la Référence [46].  
 (a)- Projection des deux trajectoires générées par VIBRAFOR et par la Référence [46] dans le plan horizontal(Est-Nord). (b)- Projection des deux trajectoires générées par VIBRAFOR et par la Référence [46] dans le plan vertical (Est-Profondeur).

A partir des figures 6.1(a) et 6.1(b), on remarque que les résultats de la génération obtenue par VIBRAFOR et par [46] sont identiques.

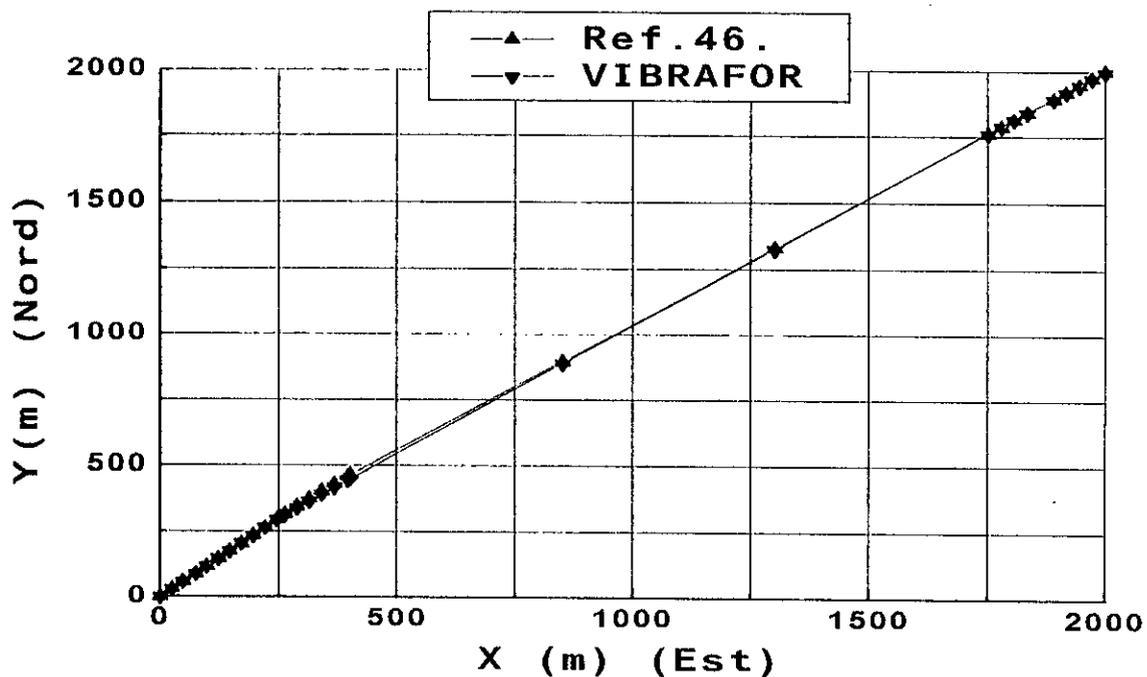
### 6.2.2. Puits#2

Les données nécessaires, pour la génération de la trajectoire du puits, sont présentées dans le tableau 6.2 ci-dessous.

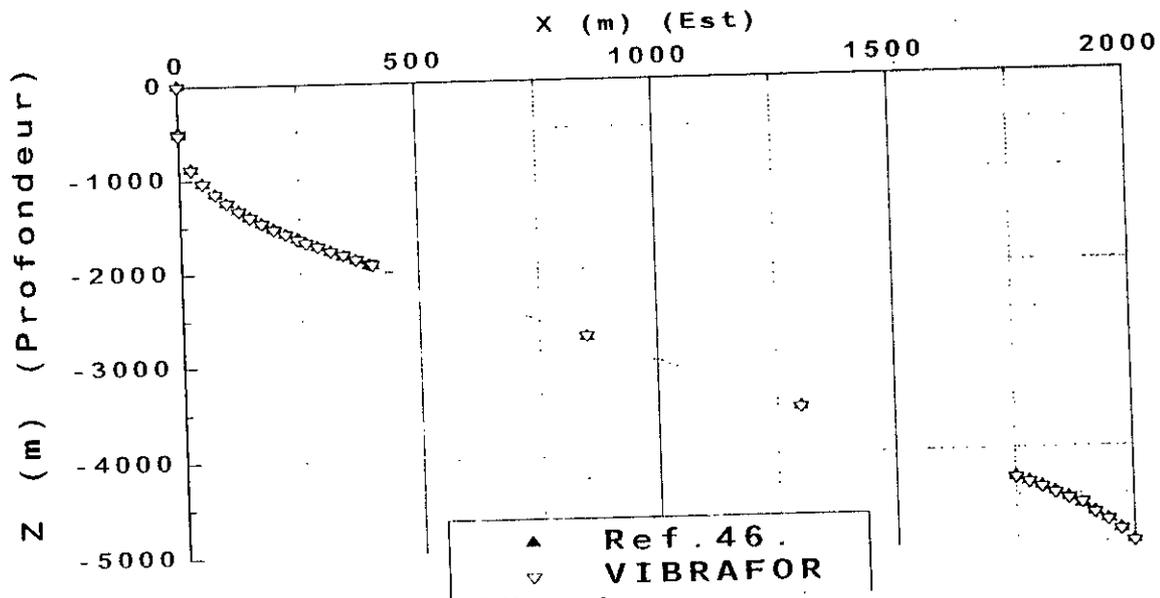
Profondeur mesurée $MD$ (m)				Azimut $\theta$ ( $^{\circ}$ )				Inclinaison $\phi$ ( $^{\circ}$ )			
0	1523	2088	5405	40	40	45.84	46.1	0	30.69	38.2	30.03
500	1595	2095	4584	40	40	45.97	46.1	0	32.86	38.2	27.65
517	1664	2102	5570	40	40	46.1	46.1	0.5	34.92	38.2	25.07
883	1729	3112	5666	40	40	46.1	46.1	11.49	36.87	38.2	22.21
1042	1773	4122	5774	40	40	46.1	46.1	16.27	38.2	38.2	18.95
1165	1836	5133	5905	40	41.17	46.1	46.1	19.95	38.2	38.2	15.03
1269	1899	5196	5906	40	42.34	46.1	46.1	23.08	38.2	36.1	15
1362	1962	5262		40	43.51	46.1		25.85	38.2	34.33	
1445	2025	5331		40	44.68	46.1		28.36	38.2	32.24	

Tableau 6.2 : Données de la trajectoire du Puits#2.

VIBRAFOR permet de générer une trajectoire dirigée suivant les données du tableau 6.2. Les figures 6.2(a) et 6.2(b) permet d'avoir la trajectoire du puits dirigée générée par VIBRAFOR et par [46].



(a)



(b)

Figure 6.2 : Trajectoire du Puits#2 générée par VIBRAFOR et par la Référence [46].  
 (a)- Projection des deux trajectoires générées par VIBRAFOR et par la Référence [46] dans le plan horizontal(Est-Nord). (b)- Projection des deux trajectoires générées par VIBRAFOR et par la Référence [46] dans le plan vertical (Est-Profondeur).

À partir des figures 6.2(a) et 6.2(b), on remarque que les résultats de la génération obtenue par VIBRAFOR et par [46] sont identiques.

VIBRAFOR permet de générer n'importe quel type de trajectoire de puits. Cette génération est surtout utile lorsqu'on veut prédire des vitesses critiques de la garniture de fond de puits dirigé.

### 6.3. APPLICATION DE L'ANALYSE HARMONIQUE POUR DES SYSTEMES SIMPLES

Dans cette partie on se contente de mettre en application VIBRAFOR pour deux exemples simples à savoir : poutre encastree-libre et encastree-encastree à comportement linéaire.

a) Poutre encastree-libre.

Nous considérons une poutre encastree de longueur  $L$  et de section circulaire pleine  $S$  (figure 6.3). Les caractéristiques géométriques et mécaniques de la poutre sont :

- Module de Young  $E=200000 \text{ N/mm}^2 = 2 \cdot 10^8 \text{ kg/(mm s}^2\text{)}$ .
- Module de cisaillement transversal  $G=80000 \text{ N/mm}^2 = 80000000 \text{ kg/(mm s}^2\text{)}$ .
- Masse volumique  $\rho=8 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ .
- Diamètre  $D=45 \text{ mm}$ .
- Longueur  $L=6748 \text{ mm}$ .

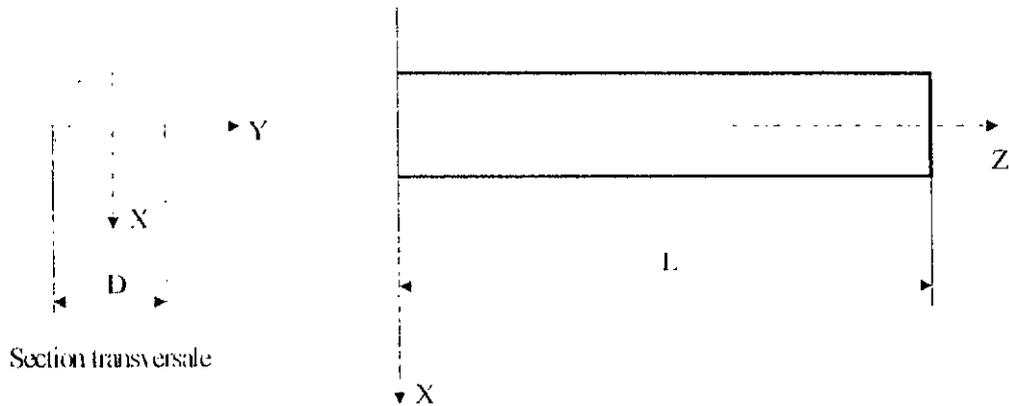


Figure 6.3 : Poutre encastée-libre.

Le calcul, analytique des pulsations propres dans la direction X, permet d'obtenir l'expression des pulsations propres suivante :

$$W_p = \frac{X^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho \cdot S}}$$

Avec  $X$  solution de l'équation  $1 + \text{ch}(X) \cos(X) = 0$ . Pour les deux premières pulsations propres on obtient :  $X_1^2 = 3.516$  (rd) et  $X_2^2 = 22.034$  (rd).

Le calcul de prédiction de VIBRAFOR permet d'obtenir des pulsations de résonance (10 éléments) (figure 6 4) sur une plage de  $w$  de  $[0 - 30(\text{rd/s})]$  et un pas de  $w$  de  $0.1(\text{rd/s})$ .

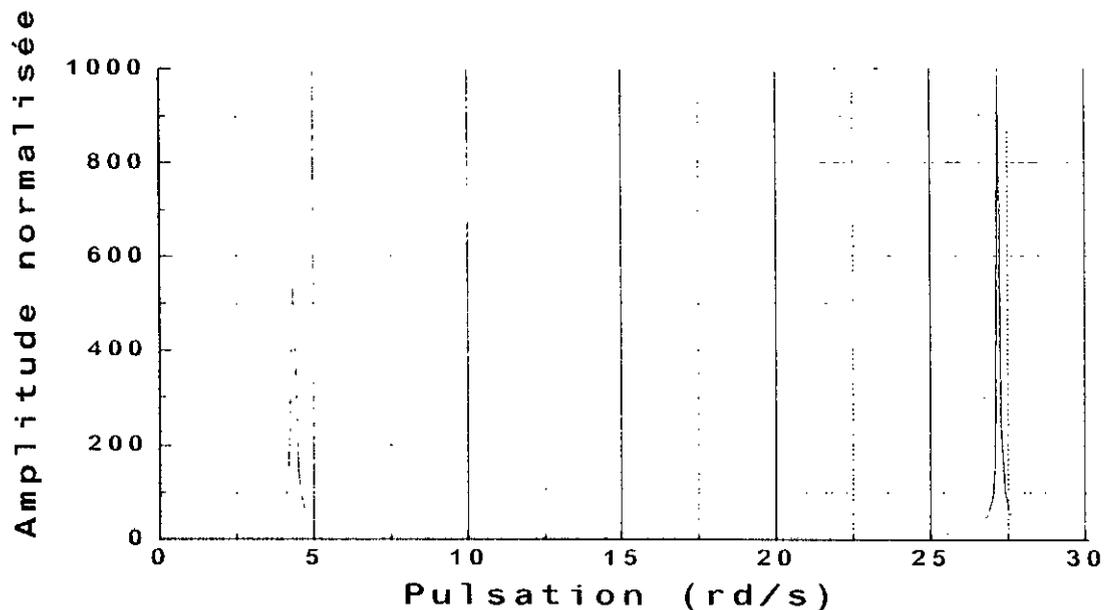


Figure 6.4 : Graphe de prédiction des pulsations de résonance pour une poutre encastée-libre (comportement géométriquement linéaire).

On résume les différents résultats dans le tableau suivant :

Pulsations de résonance	Calcul analytique	Prédiction de VIBRAFOR
Première pulsation	$W1 = 4.34$ (rd/s)	$W1 = 4.30$ (rd/s)
Deuxième pulsation	$W2 = 27.21$ (rd/s)	$W2 = 27.20$ (rd/s)

Tableau 6.3 : Comparaison des résultats du calcul analytique et ceux de notre logiciel VIBRAFOR pour une poutre encastree-libre (comportement géométriquement linéaire).

D'après les résultats obtenus on remarque qu'il y a un bon accord entre les résultats données par le calcul analytique et ceux obtenus par le code de calcul VIBRAFOR.

b) Poutre encastree-encastree.

Soit une poutre encastree-encastree de longueur  $L$  et de section circulaire pleine  $S$  (figure 6.5). Les caractéristiques géométriques et mécaniques de la poutre sont :

- Module de Young  $E=200000$  N/mm<sup>2</sup> =  $2 \cdot 10^8$  kg/(mm s<sup>2</sup>).
- Module de cisaillement transversal  $G=80000$  N/mm<sup>2</sup> =  $80000000$  kg/(mm s<sup>2</sup>).
- Masse volumique  $\rho=8 \cdot 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>.
- Diamètre  $D=45$  mm.
- Longueur  $L=6748$  mm.

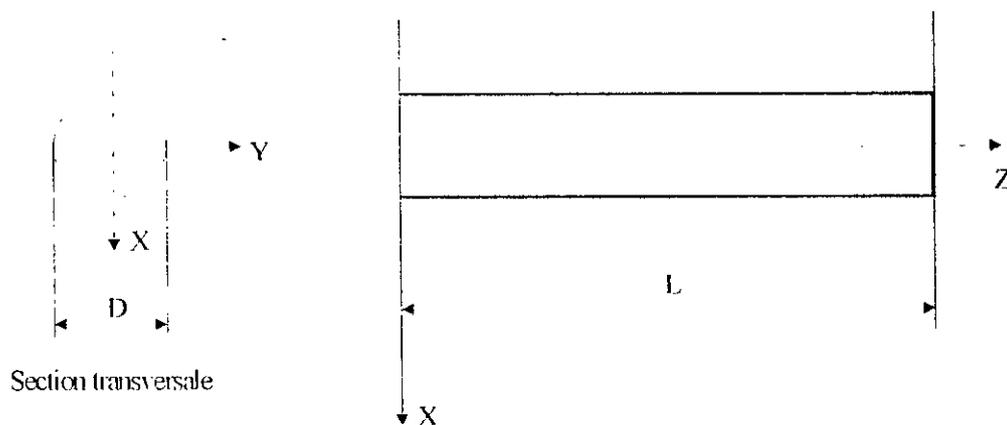


Figure 6.5 : Poutre encastree-encastree.

Le calcul, analytique des pulsations propres dans la direction X, permet d'obtenir l'expression des pulsations propres suivante

$$W_p = \frac{X^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

Avec  $X$  solution de l'équation  $1 - \text{ch}(X) \cos(X) = 0$ . Pour les deux premières valeurs propres on obtient :  $X_1^2 = 22.373$  (rd) et  $X_2^2 = 61.672$  (rd)

Le calcul de prédiction de VIBRAFOR permet d'obtenir des pulsations de résonance (10 éléments) (figure 6.6) sur une plage de  $w$  de  $[0 - 30(\text{rd/s})]$  et un pas de  $w$  de  $0.1(\text{rd/s})$ .

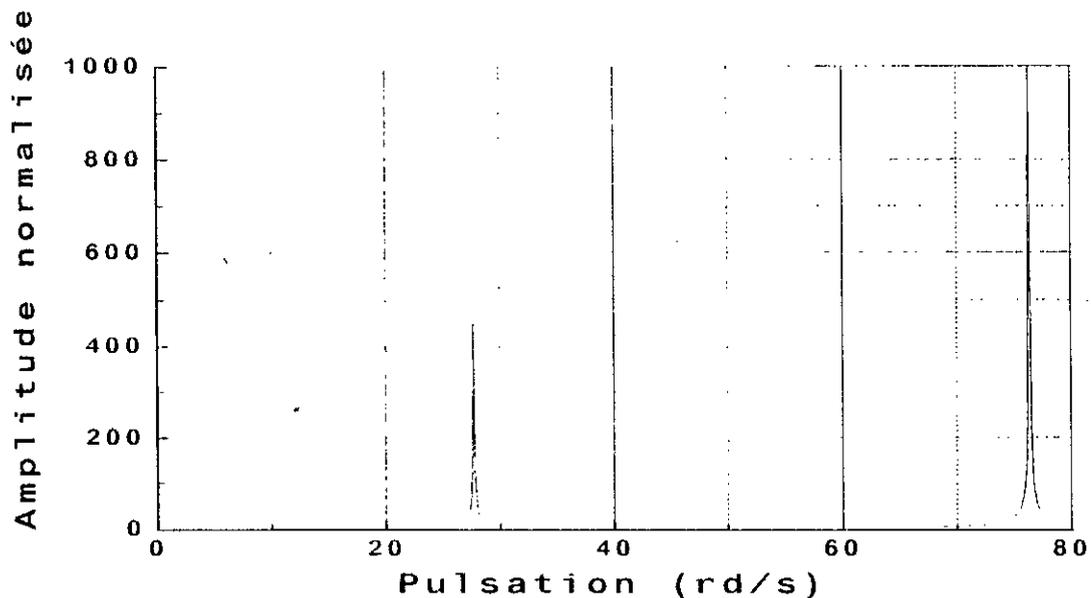


Figure 6.6 : Graphe de prédiction des pulsations de résonance pour une poutre encadrée-encadrée (comportement géométrique linéaire).

On résume les différents résultats dans le tableau suivant .

Pulsations de résonance	Calcul analytique	Prédiction de VIBRAFOR
Première résonance	$W1 = 27.6365$ (rd/s)	$W1 = 27.7$ (rd/s)
Deuxième résonance	$W2 = 76.1812$ (rd/s)	$W2 = 76.2$ (rd/s)

Tableau 6. 4 : Comparaison des résultats du calcul analytique et ceux de notre logiciel VIBRAFOR pour une poutre encadrée-encadrée (comportement géométriquement linéaire).

D'après les résultats obtenus on remarque qu'il y a un bon accord entre les résultats donnés par le calcul analytique et ceux obtenus par le code de calcul VIBRAFOR.

## 6.4. PREDICTION DES VITESSES DE RESONANCE (VITESSES CRITIQUES)

Le but de ce paragraphe est de comparer les résultats de la prédiction obtenue par VIBRAFOR avec ceux des auteurs, qui ont traité le problème des vibrations latérales. On met en validation les exemples dont les vitesses de résonance sont connues soit par expérimentation soit par modélisation numérique.

La plupart des auteurs, qui ont abordé le problème des vibrations latérales, présentaient les résultats de leurs études avec des exemples du domaine sans fournir toutes les données nécessaires (géométrie du puits, caractéristiques mécaniques de la garniture de fond) ce qui ne permet pas de les mettre en application. On se contente donc d'aborder deux exemples de forage vertical. Dans ces deux exemples, le forage a été exécuté sans boue de forage.

### 6.4.1. Exemple 1

On valide le même exemple qui a été traité dans les références [8, 11]. On a un puits vertical avec une déviation de 1 degré ( $\phi=1^\circ$ ) foré avec une garniture de fond BHA#1 dont la composition est représentée sur la figure 6.7, les caractéristiques géométriques et mécaniques sont données dans le tableau 6.5 ci-dessous.

Composition de BHA#1	$l$ (ft)	$D_{int}$ (in)	$D_{ext}$ (in)	$D_{flanc}$ (in)	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$G$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho_l$ (kg/m)
Trépan	3.25		6.25		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	34
Stabilisateur	6.40	2.25	4.75	6.25	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Masse-tige	30.8	2.25	4.75		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	110
Stabilisateur	6.60	2.25	4.75	6.25	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Masse-tige	520.1	2.25	4.75		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	110
Tige lourde	121.9	2.25	4.75		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	34

Tableau 6.5 : Composition de la garniture de fond BHA#1.

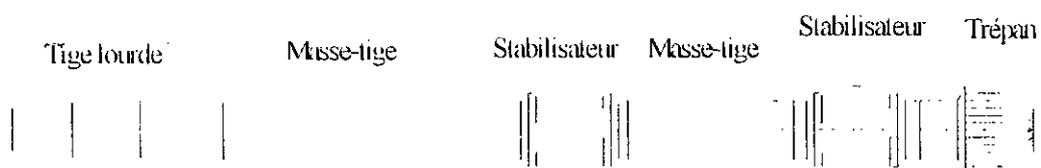


Figure 6.7 : Garniture de fond BHA #1.

Les paramètres de forage sont le poids sur l'outil : 68160 N (15 klb) et la plage des vitesses de rotation : [ 6 - 22 (rd/s) ].

La prédiction de VIBRAFOR permet d'obtenir les vitesses de résonance pour les vibrations latérales (direction X) avec un pas de vitesse de rotation de 0.1(rd/s) (figure 6.8). La garniture de fond BHA#1 est modélisée avec 12 éléments.

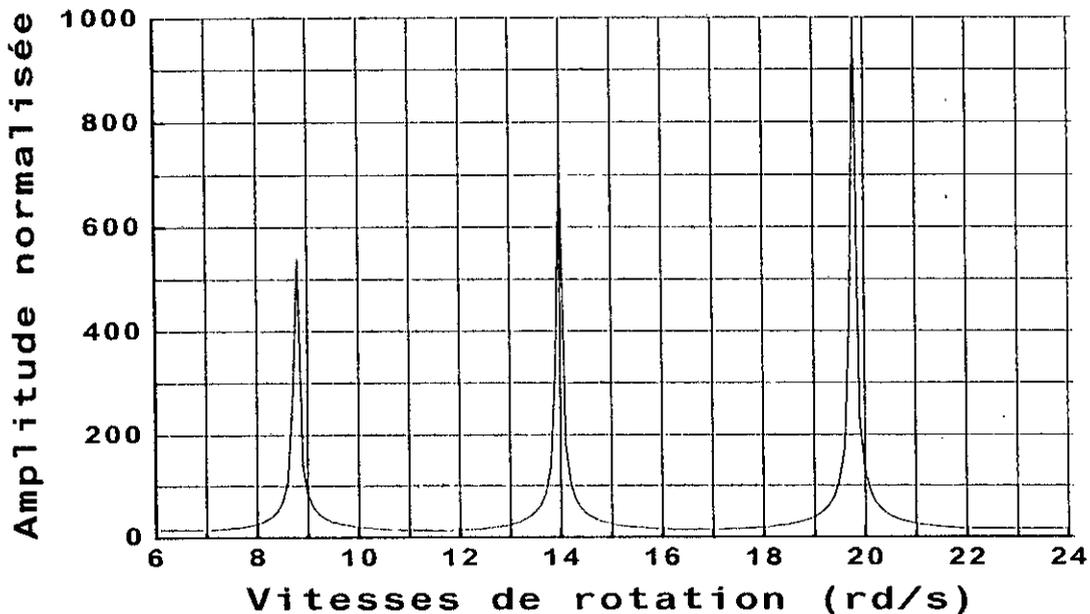


Figure 6.8 : Prédiction des vitesses de résonance pour la garniture de fond BHA#1.

On compare la prédiction obtenue par VIBRAFOR avec les références [8] et [11] dans le tableau 6.6.

Résonance (Vibration latérale)	VIBRAFOR	Données expérimentales [8]	Modèle numérique [11]
Premier mode	<b>19.8 (rd/s)</b> 3.152 (Hz)	<b>3.0-3.4 (Hz)</b>	<b>189 (RPM)</b> 3.15 (Hz)
Deuxième mode	<b>14 (rd/s)</b> 2.229 (Hz)	<b>2.2 (Hz)</b>	<b>75 (RPM)</b> 1.25 (Hz)
Troisième mode	<b>8.8 (rd/s)</b> 1.401 (Hz)	<b>1.77 (Hz)</b>	—

Tableau 6.6 : Comparaison de la prédiction obtenue par VIBRAFOR pour BHA#1.

D'après le tableau 6.6, on constate qu'il y a un très bon accord entre les résultats obtenus, surtout pour le premier mode de résonance, par l'expérimentation [8], le modèle numérique [11] et ceux obtenues par le logiciel VIBRAFOR. Les résultats de la prédiction de VIBRAFOR sont très proche des données expérimentales [8].

#### 6.4.2. Exemple 2

Dans cet exemple on est en présence d'un forage vertical (même exemple qui a été traité dans [11]) avec une déviation de 1 degré ( $\phi=1^\circ$ ) foré avec une garniture de fond BHA#2 dont la composition est représentée sur la figure 6.9, les caractéristiques géométriques et mécaniques sont données dans le tableau 6.7 ci-dessous.

Composition de BHA#2	$l$ (ft)	$D_{int}$ (in)	$D_{ext}$ (in)	$D_{lame}$ (in)	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$G$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho_l$ (kg/m)
Trépan	0.6		8.5		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	34
Stabilisateur	5.3	2.25	7	8.5	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Masse-tige + MWD	117.2	2.25	7		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	174.86
Stabilisateur	4.1	2.25	7	8.5	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Masse-tige	31.2	2.25	7		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	174.86
Stabilisateur	3.9	2.25	7	8.5	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Masse-tige	311	2.25	7		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	174.86
Stabilisateur	4.3	2.25	7	8.5	$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	15
Tige lourde	400	3	7		$2.1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	34

Tableau 6.7 : Composition de la garniture de fond BHA#2.

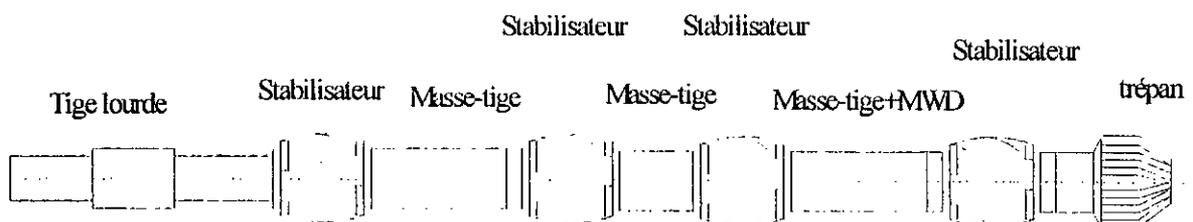


Figure 6.9 : Garniture de fond BHA #2.

Les paramètres de forage sont le poids sur l'outil : 227000 N (50 klb) et la plage des vitesses de rotation : [ 0 - 22 (rd/s) ].

La prédiction de VIBRAFOR permet d'obtenir les vitesses de résonance pour les vibrations latérales (direction X) avec un pas de vitesse de rotation de 0.1(rd/s) (figure 6.10). La garniture de fond BHA#2 est modélisée avec 12 éléments.

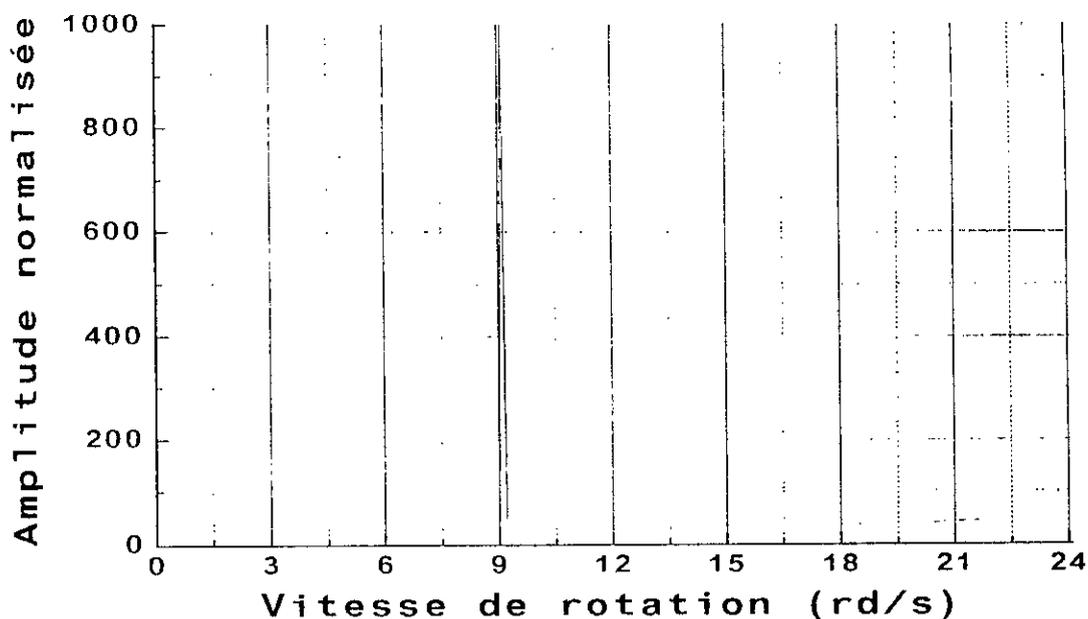


Figure 6.10 : Prédiction des vitesses de résonance pour la garniture de fond pour BHA#2.

On compare cette prédiction obtenue par VIBRAFOR avec la référence [11] dans le tableau 6.8.

Résonance (Vibration latérale)	VIBRAFOR	Modèle numérique [11]
Premier mode	<b>9.1 (rd/s)</b>	<b>131 (RPM)</b> 13.71 (rd/s)
Deuxième mode	---	<b>85 (RPM)</b> 8.89 (rd/s)

Tableau 6.8 : Comparaison de la prédiction obtenue par VIBRAFOR pour BHA#2.

D'après le tableau 6.8, on constate qu'il y a une bonne corrélation entre le deuxième mode de résonance obtenu par le modèle numérique [11] et le premier mode obtenu par le logiciel VIBRAFOR. On remarque qu'il y a un décalage de mode, ceci est dû à l'inexistence des données exactes des caractéristiques mécaniques de la garniture de fond (masse-tige, stabilisateur, etc.) en particulier le MWD.

On remarque pour l'exemple 1 que le logiciel VIBRAFOR permet d'avoir une bonne prédiction des vitesses de résonance ceci avec la disponibilité de toutes les données nécessaires (trajectoire du puits, caractéristique géométrique et caractéristiques mécaniques de la garniture de fond). Tandis que pour l'exemple 2, VIBRAFOR fournit une prédiction moins bonne. De manière générale, si on valide notre code avec des données réelles et exactes, on obtient une bonne prédiction des vitesses de résonance.

## 6.5. INFLUENCE DES PARAMETRES DE FORAGE ET DE LA GARNITURE DE FOND SUR LES VITESSES DE RESONANCE

Dans cette partie, on essaye de varier certains paramètres de forage et de garniture de fond tels que le poids sur l'outil, la composition de la garniture de fond (masse-tige et stabilisateur), la géométrie du puits et enfin la densité de la boue de forage, dans le but d'évaluer l'effet de ces paramètres sur les vitesses de résonance.

L'étude de l'influence des différents paramètres est basée sur l'exemple 1 déjà évoqué dans le précédent paragraphe (paragraphe 6.3.1).

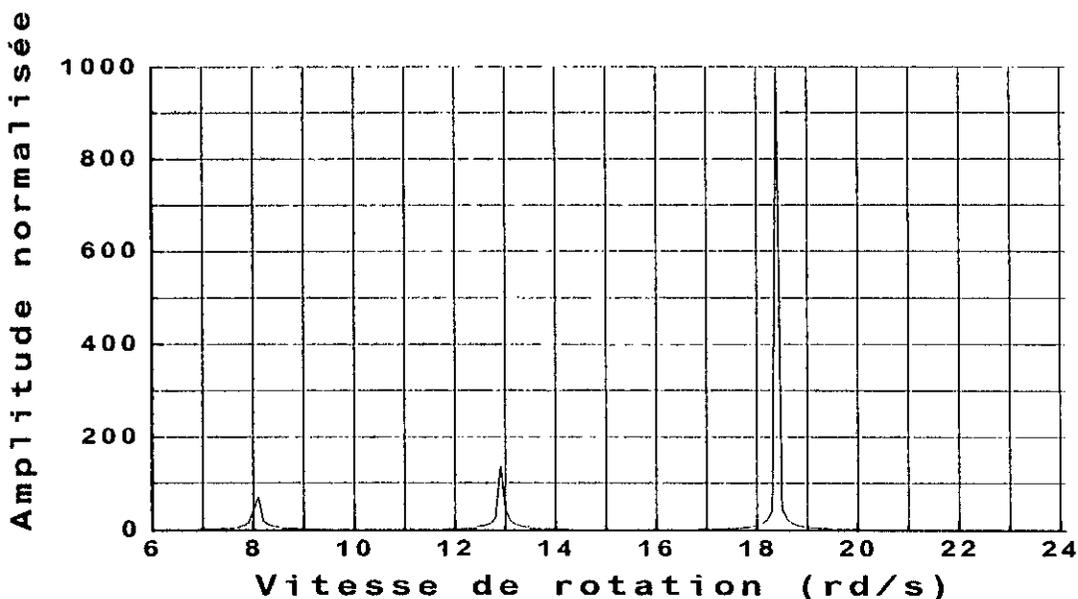
### 6.5.1. Influence du poids sur l'outil

On adopte la composition de la garniture de fond BHA#1 (voir exemple 1, paragraphe 6.3.1) avec un puits vertical de déviation de 1 degré ( $\phi=1^\circ$ ). On considère les différentes valeurs, de poids sur l'outil, suivantes (tableau 6.9) :

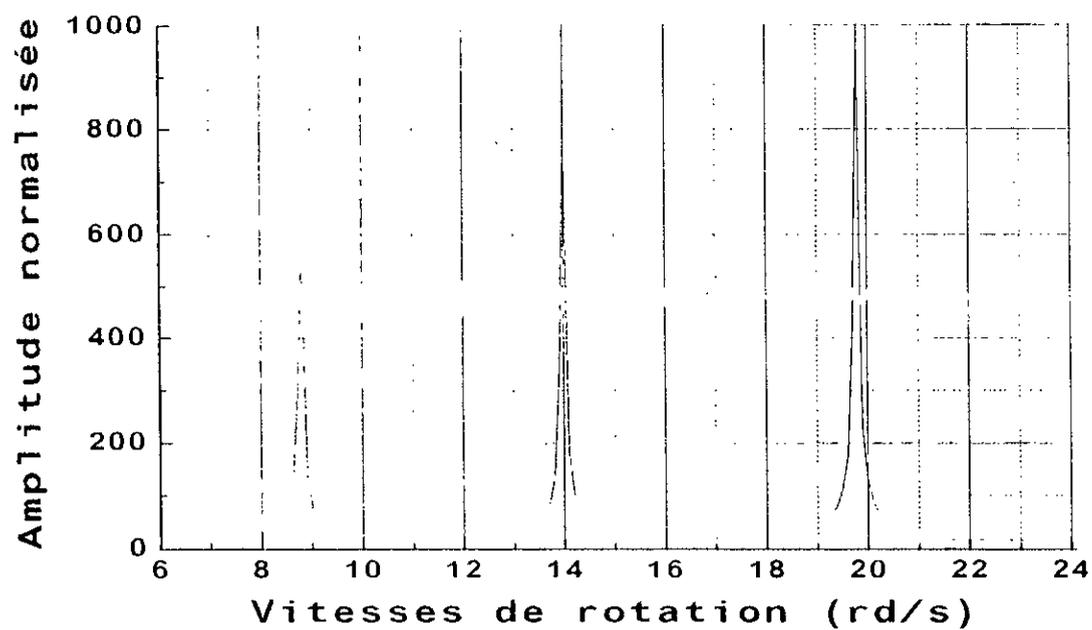
Cas	Poids sur l'outil (WOB)
(a)	56750 N (12.5 klb)
(b)	68100 N (15 klb)
(c)	79450 N (17.5 klb)
(d)	90800 N (20 klb)

Tableau 6.9 : Différentes valeurs de poids sur l'outil.

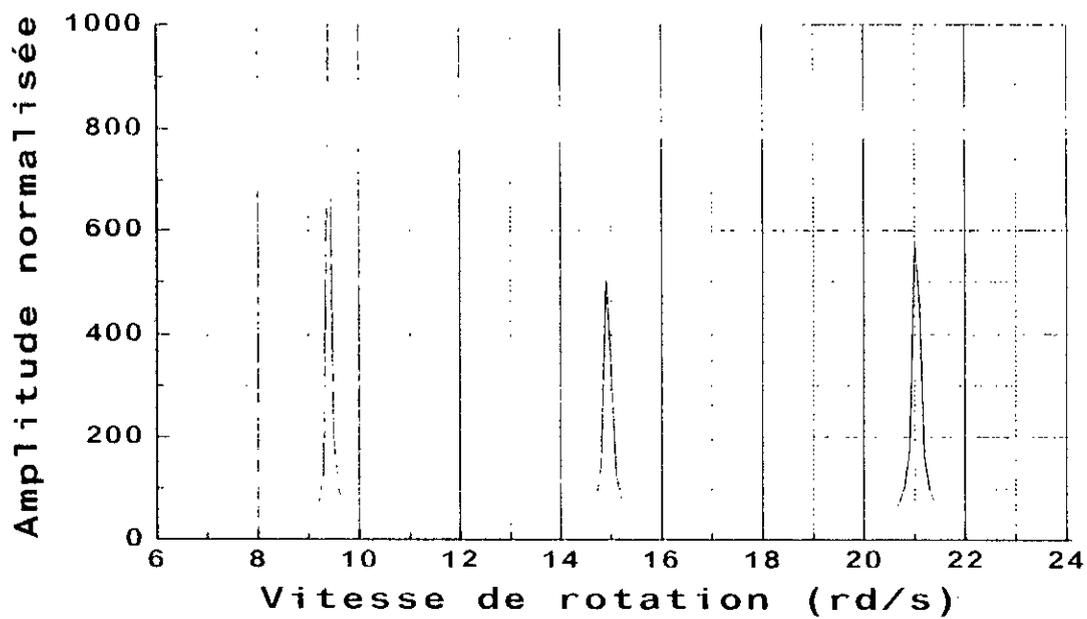
VIBRAFOR permet d'obtenir les graphes de prédiction des vitesses de résonance (figures 6.11(a), 6.11(b), 6.11(c) et 6.11(d)) pour les différentes valeurs de poids sur l'outil déjà évoqué dans le tableau 6.7.



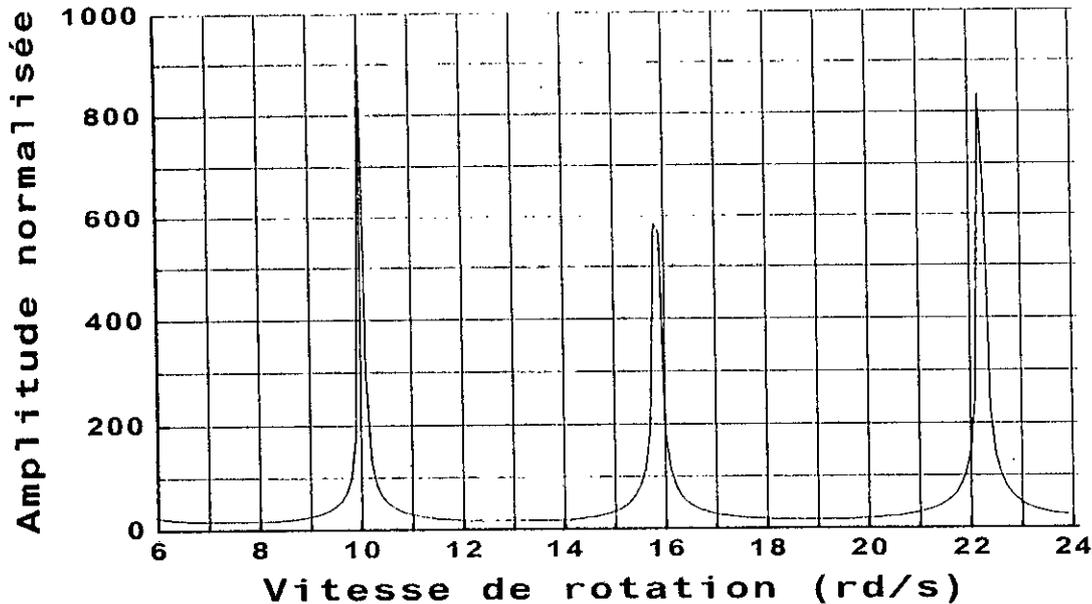
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 6.11 : Vitesses de résonance pour les différentes valeurs de poids sur l'outil.

a- Poids sur l'outil de 56750 N.  
c- Poids sur l'outil de 79450 N.

b- Poids sur l'outil de 68100 N.  
d- Poids sur l'outil de 90800 N.

A partir des figures 6.11(a), 6.11(b), 6.11(c) et 6.11(d) on remarque qu'il y a un déplacement important des pics de résonance vers la droite. On constate que plus la valeur du poids de l'outil augmente, plus la translation des pics des vitesses de résonance vers la droite s'accroît.

### 6.5.2. Influence de la composition de la garniture de fond

Le paramètre le plus sensible dans la garniture de fond est le stabilisateur. Il définit les conditions aux limites dans la garniture de fond.

On varie deux paramètres importants à savoir la distance entre les deux stabilisateurs (garniture de fond BHA#1) et le nombre de stabilisateurs.

En premier lieu on commence par varier la distance entre les deux stabilisateurs. On considère les garnitures de fond BHA#1, BHA#3, BHA#4 telles que la distance entre les deux stabilisateurs est de 9.387m (30.8 ft), 18m et 24m respectivement (figure 6.12).

La validation de VIBRAFOR permet d'obtenir les graphes des vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond (BHA#1, BHA#3, BHA#4) représentés sur les figures 6.13(a), 6.13(b) et 6.13(c).

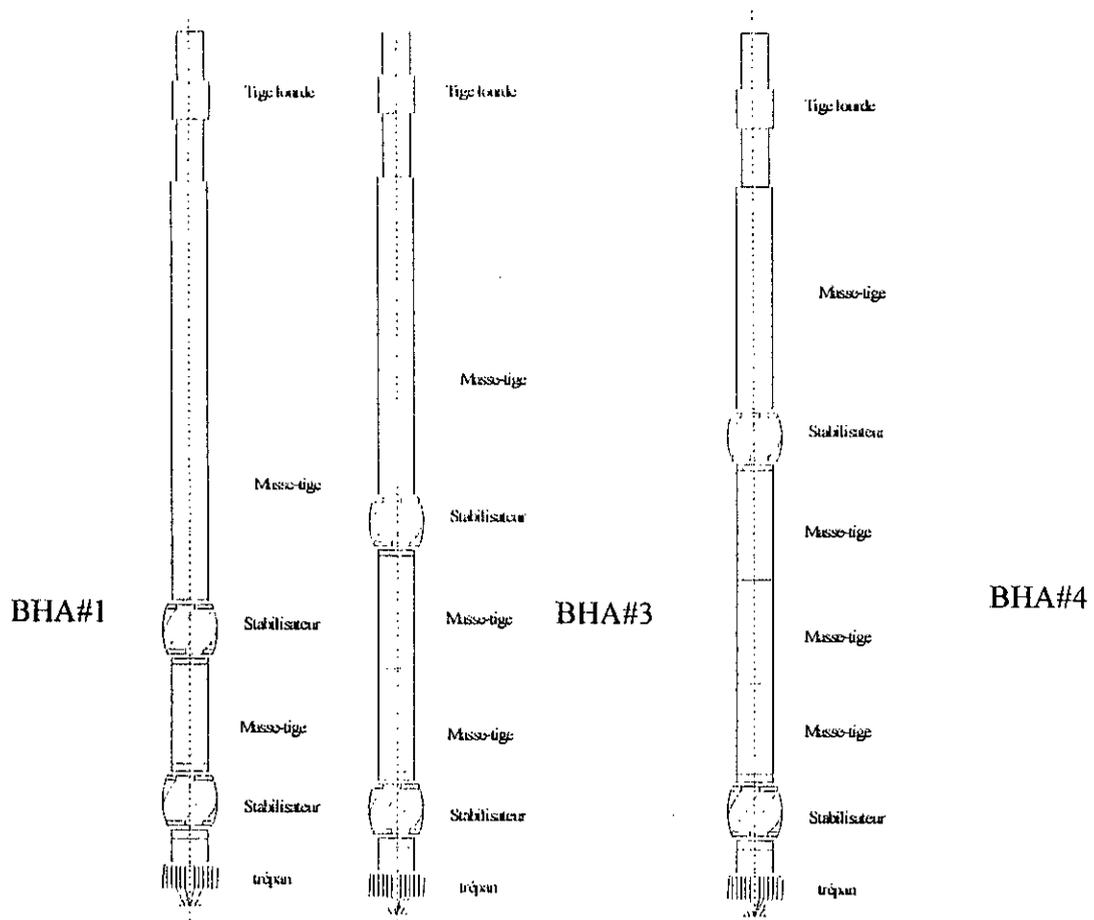
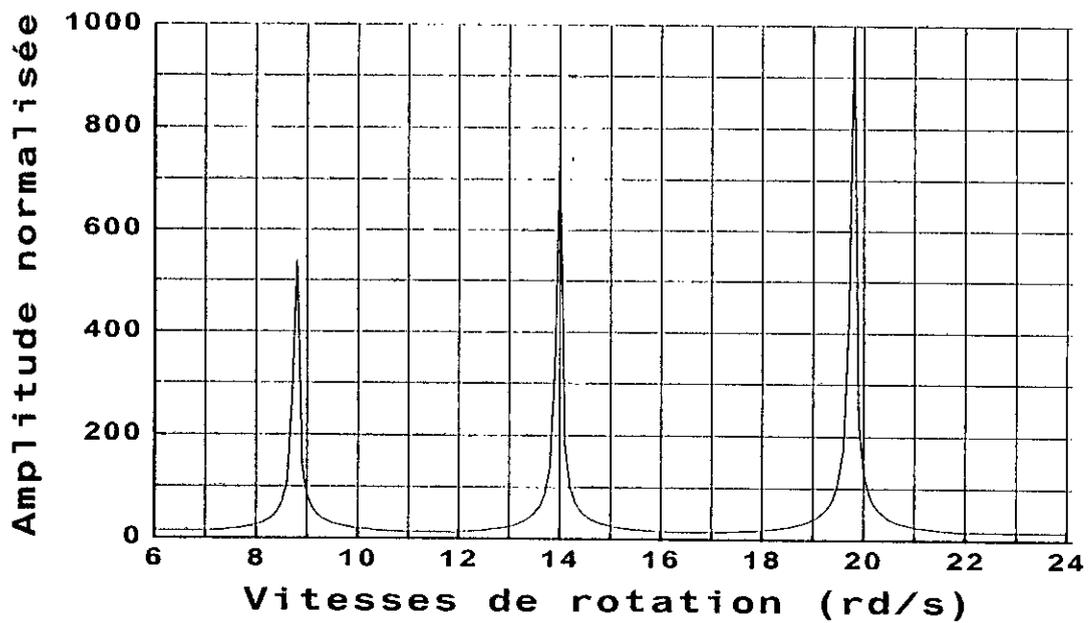
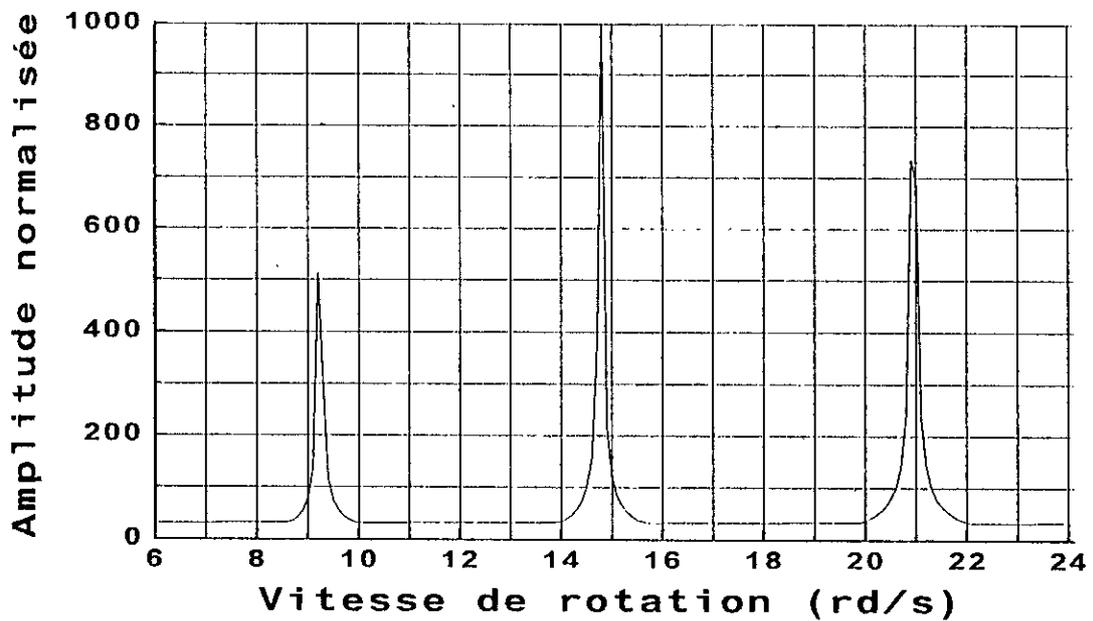


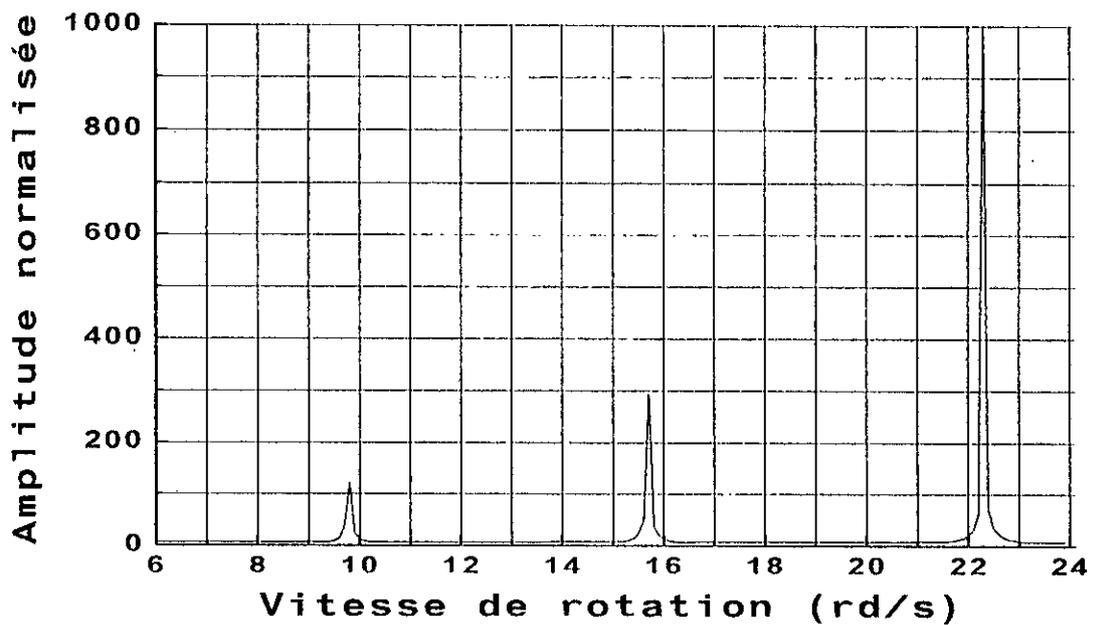
Figure 6.12 : Garniture de fond BHA#1, BHA#3 et BHA#4.



(a)



(b)



(c)

Figure 6.13 : Vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond BHA#1, BHA#3 et BHA#4.

a- Garniture de fond BHA#1.

b- Garniture de fond BHA#3.

c- Garniture de fond BHA#4.

A partir des figures 6.13(a), 6.13(b) et 6.13(c) on remarque qu'il y a un déplacement important des pics de résonance vers la droite. Ce déplacement est presque de même proportion pour les trois pics de résonance. On constate que plus la distance entre les deux stabilisateurs, augmente, plus la translation des pics des vitesses de résonance s'accroît vers les grandes vitesses.

En deuxième lieu, on essaye d'ajouter des stabilisateurs à la garniture de fond. On considère les garnitures de fond BHA#1, BHA#5, BHA#6 telles que le nombre de stabilisateurs est de 2, 3 et 4 respectivement (figure 6.14).

La validation de VIBRAFOR permet d'obtenir les graphes des vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond (BHA#1, BHA#5 et BHA#6) représentés sur les figures 6.15(a), 6.15(b) et 6.15(c).

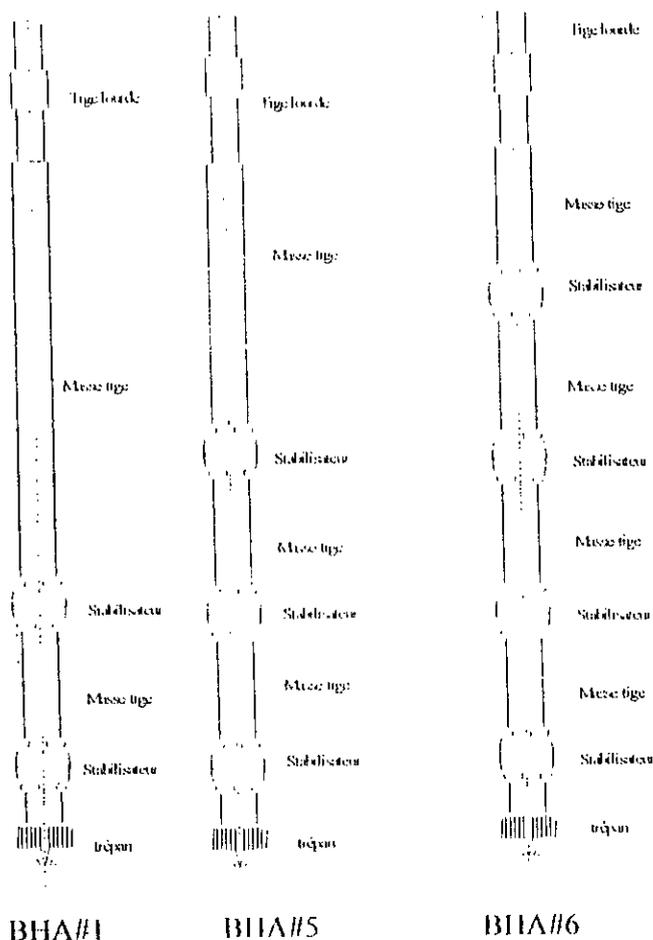
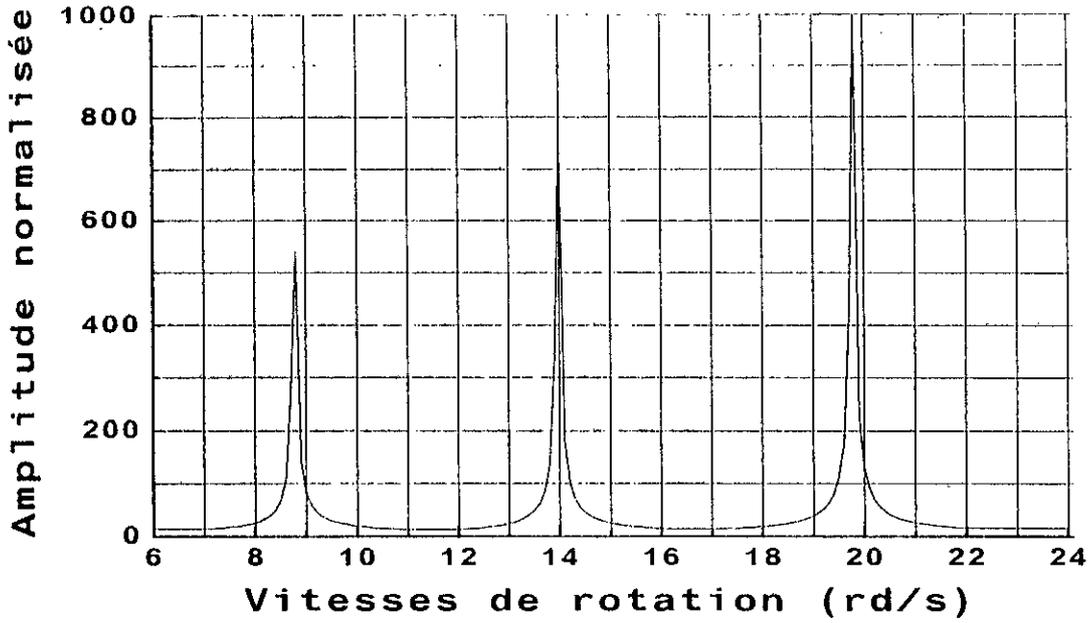
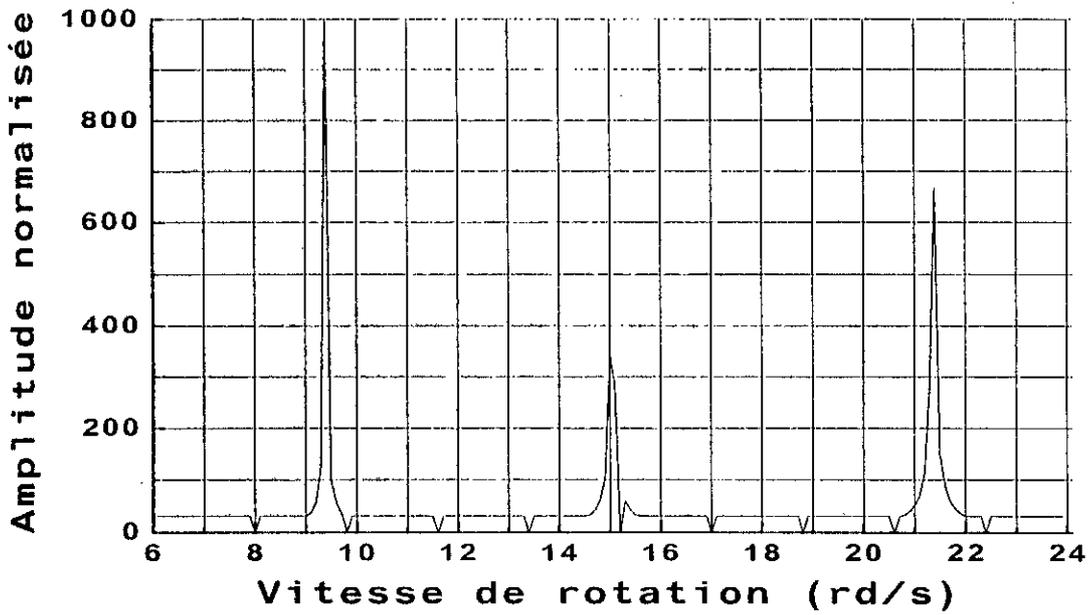


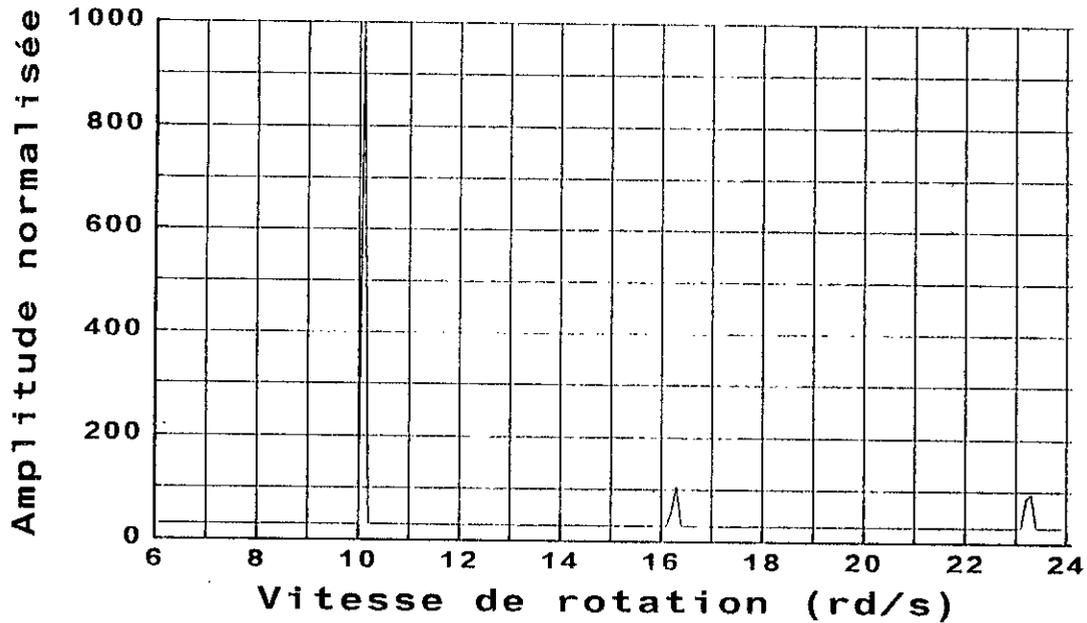
Figure 6.14 : Garniture de fond BHA#1, BHA#5 et BHA#6.



(a)



(b)



(c)

Figure 6.15 : Vitesses de résonance pour les différentes garnitures de fond BHA#1, BHA#5 et BHA#6.

a- Garniture de fond BHA#1

b- Garniture de fond BHA#5

c- Garniture de fond BHA#6.

A partir des figures 6.15(a), 6.15(b) et 6.15(c) on remarque qu'il y a un déplacement important des pics de résonance vers la droite. Ce déplacement est beaucoup plus important pour le dernier pic de résonance (19.8 rd/s) par rapport aux deux autres. On constate que plus le nombre de stabilisateurs augmente et plus la translation des pics des vitesses de résonance s'accroît de manière très importante, vers les grandes vitesses.

### 6.5.3. Influence de la trajectoire du puits

On varie la trajectoire du puits en considérant trois trajectoires de puits Traj#1 (exemple1), Traj#2 et Traj#3 (figure 6.16). On adopte dans ce paragraphe, pour les différentes, trajectoires la garniture de fond BHA#1.

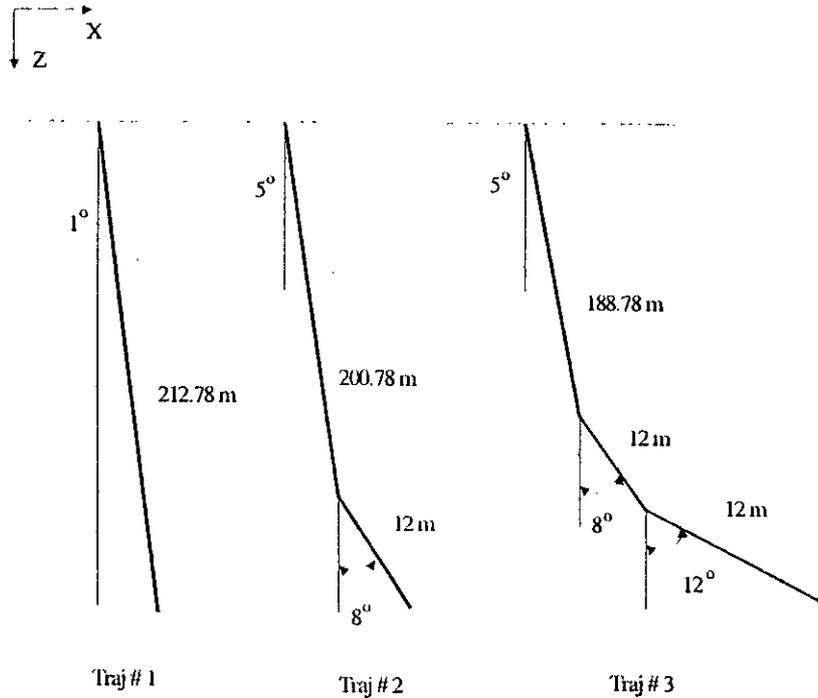
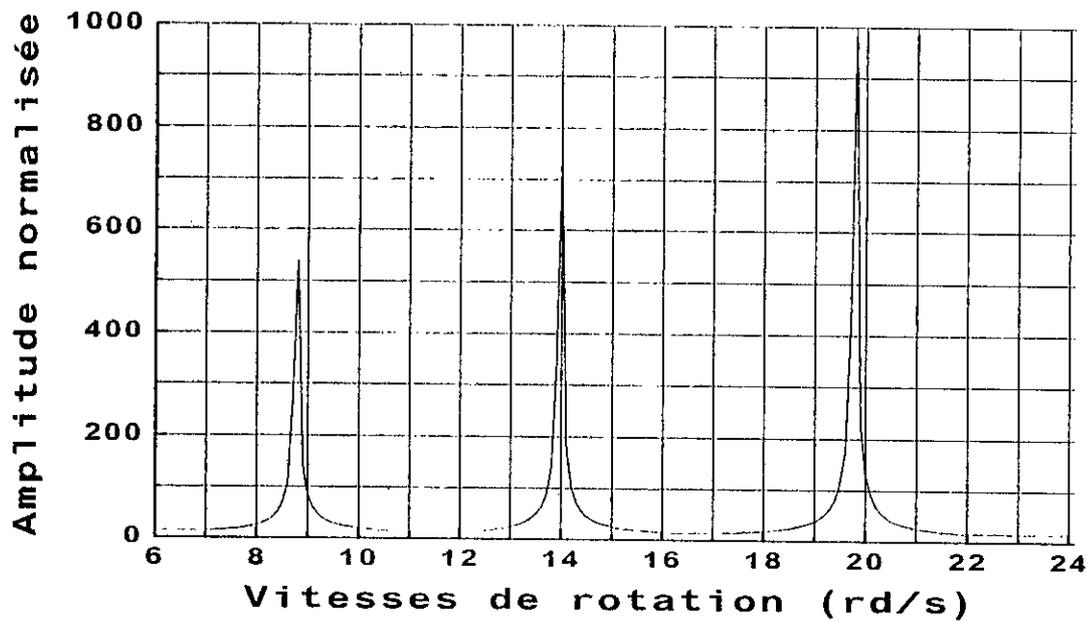
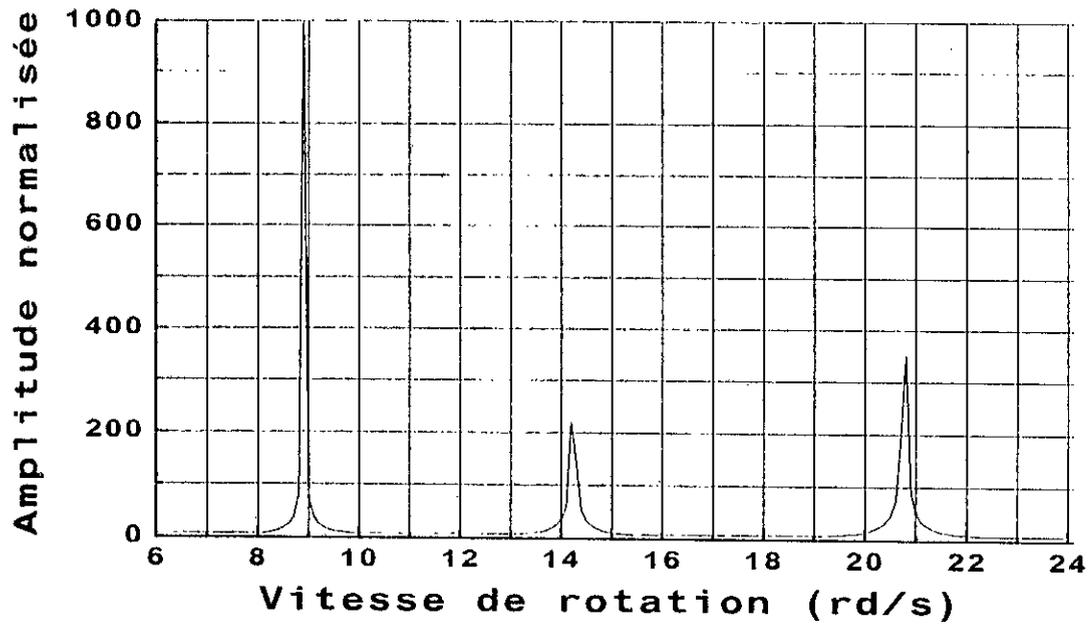


Figure 6.16 : Profil des trajectoires Traj#1, Traj#2 et Traj#3.

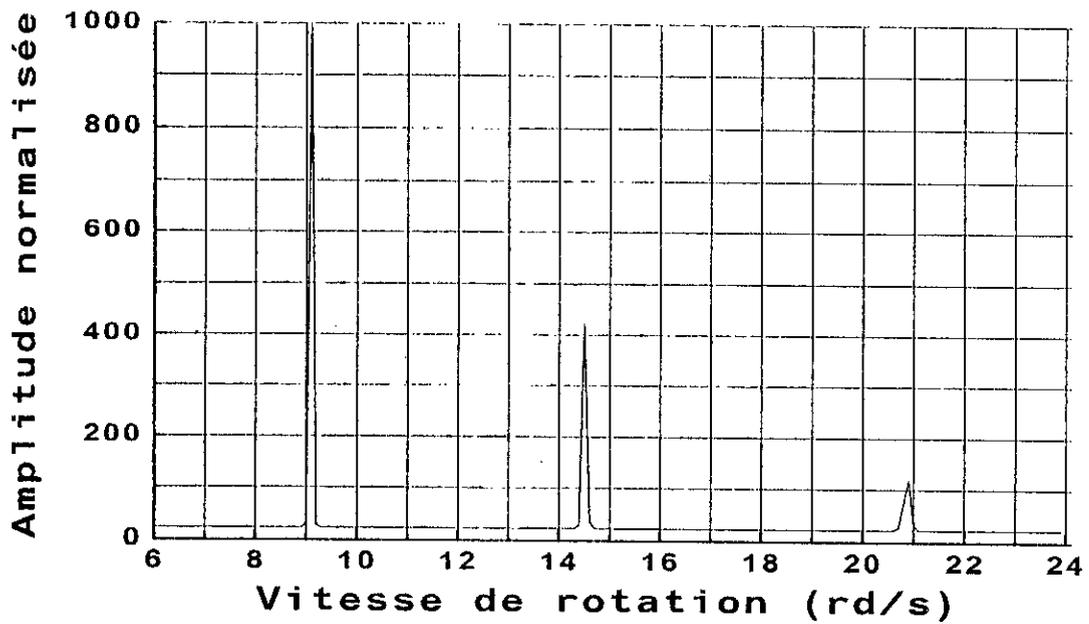
La validation de VIBRAFOR permet d'obtenir les graphes des vitesses de résonance pour les différentes trajectoires (Traj#1, Traj#2 et Traj#3) représentés sur les figures 6.17(a), 6.17(b) et 6.17(c).



(a)



(b)



(c)

Figure 6.17 : Vitesses de résonance pour les différentes trajectoires Traj#1, Traj#2 et Traj#3.  
 a- Traj#1.                      b- Traj#2.                      c- Traj#3.

A partir des figures 6.17(a), 6.17(b) et 6.17(c) on remarque qu'il y a un léger déplacement du premier pic de résonance (8.8 rd/s) vers la droite. Ce déplacement est relativement sensible pour le dernier pic de résonance (19.8 rd/s). Néanmoins le déplacement des pics de résonance reste faible. On constate que plus la trajectoire du puits est déviée, plus la translation des pics des vitesses de résonance s'accroît légèrement.

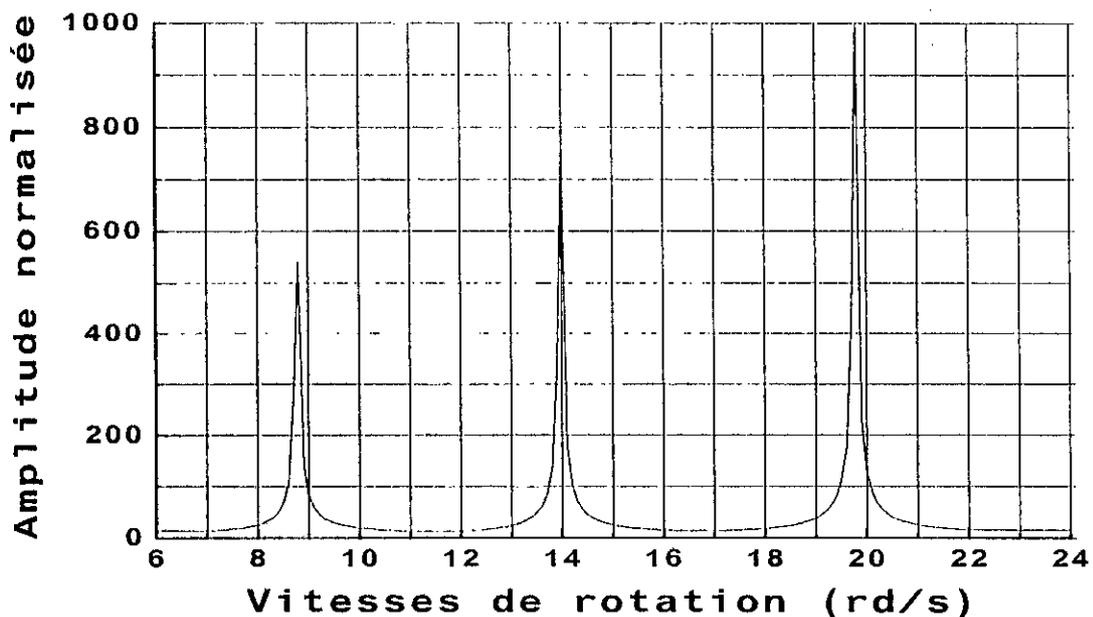
#### 6.5.4. Influence de la boue de forage

L'utilisation d'une bonne boue de forage contribue de manière sensible à améliorer l'opération de forage. On essaye de varier la densité de forage et voir sa répercussion sur la prédiction des pics de résonance. On considère les différentes valeurs de densité suivantes (tableau 6.10) :

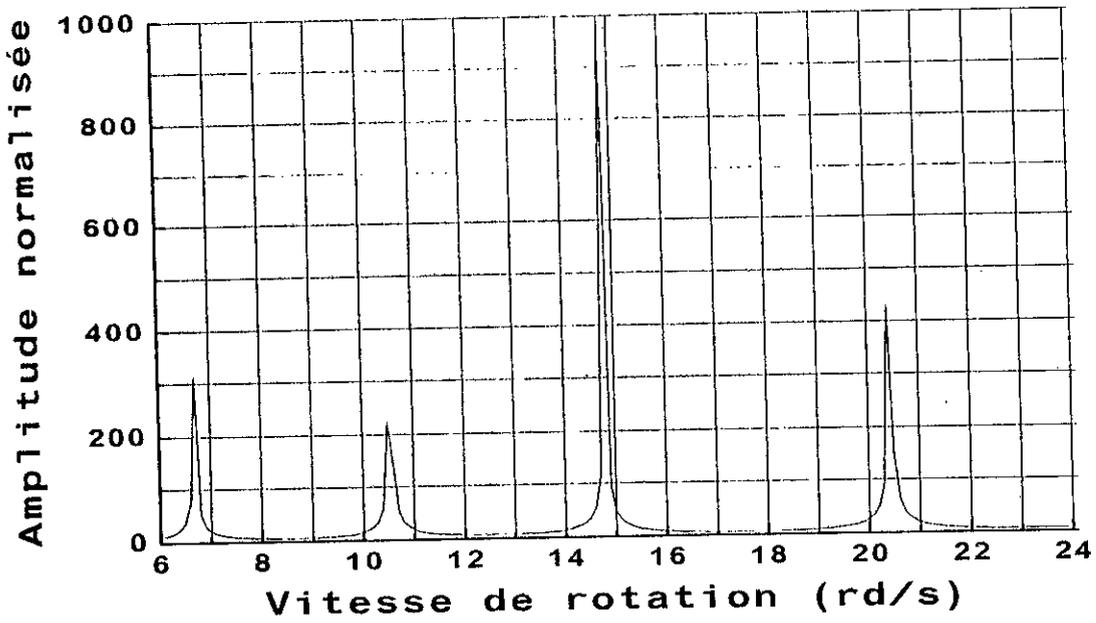
Cas	Densité de la boue
(a)	Sans boue
(b)	1.0
(c)	1.5
(d)	2.0

Tableau 6.10 : Différentes valeurs de densité de la boue de forage.

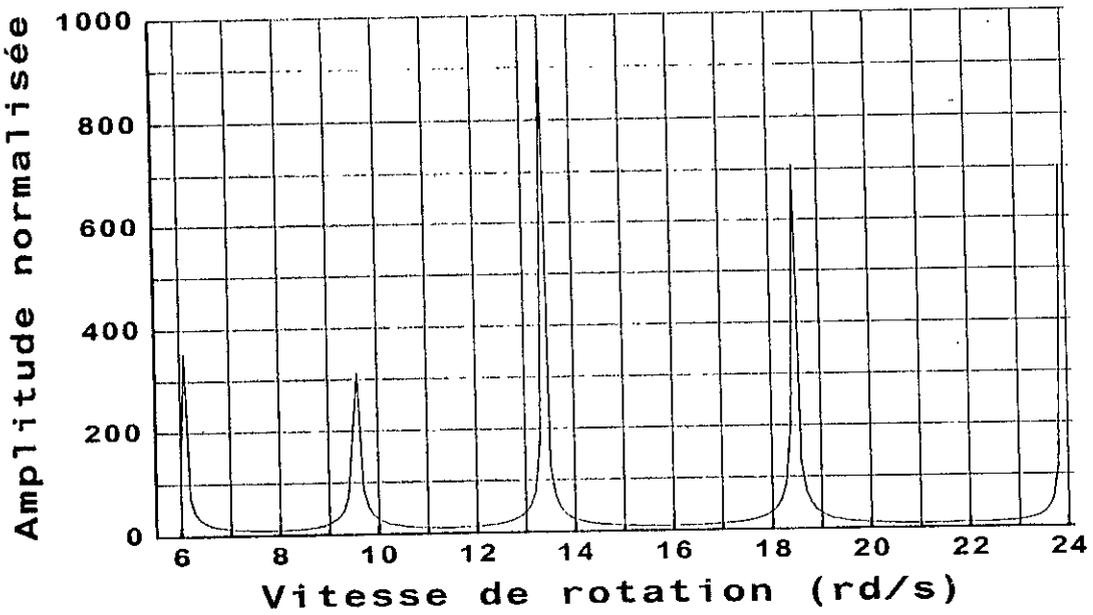
VIBRAFOR permet d'obtenir les graphes de prédiction des vitesses de résonance (figures 6.18(a), 6.18(b), 6.18(c) et 6.18(d) pour les différentes valeurs de densité déjà évoquées dans le tableau 6.10.



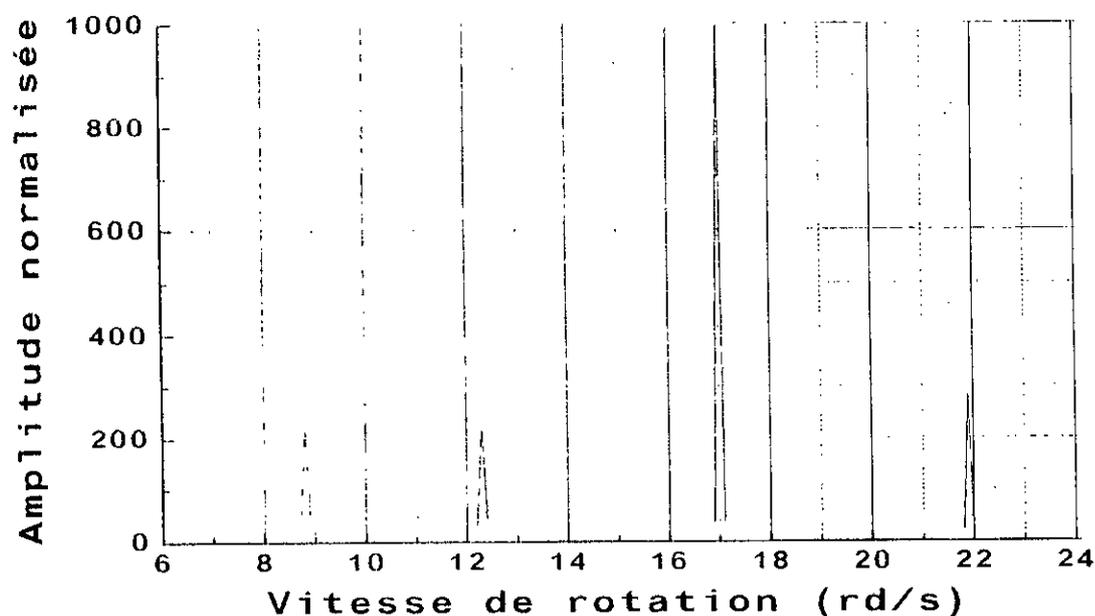
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 6.18 : Vitesses de résonance pour les différentes valeurs de densité de boue.

a- Sans boue.      b- Densité de 1.0.      c- Densité de 1.5.      d- Densité de 2.0.

A partir des figures 6.18(a), 6.18(b), 6.18(c) et 6.18(d) on remarque qu'il y a un déplacement important des pics de résonance vers la gauche. On remarque aussi que la distance entre chaque deux pics diminue, ce qui permet l'apparition à d'autres pics de résonance. On constate que plus la densité de la boue augmente, plus la translation des pics de résonance vers la gauche s'accroît et plus la distance entre chaque deux pics diminue. La densité de la boue fait augmenter la densité modale.

A la lumière de ce qui précède, nous faisons les remarques suivantes :

- L'augmentation du poids sur l'outil permet de pousser les pics des vitesses de résonance vers la droite et par conséquent permet d'éloigner les vitesses de résonance de la plage des vitesses de rotation de la garniture, sans que cela soit au détriment de la performance de l'outil (trépan) donc du prix au mètre foré
- L'éloignement des stabilisateurs favorise le déplacement des pics de résonance vers la droite.
- L'augmentation du nombre de stabilisateurs dans la garniture de fond entraîne une translation importante vers la droite des pics de résonance. Les stabilisateurs sont les responsables majeurs des frottements en rotation et par conséquent l'utilisation excessive des stabilisateurs pourra nous poser des problèmes de vibrations de torsion et de pertes d'avancement.

- L'emplacement et le nombre des stabilisateurs dans la garniture de fond nous définissent les conditions aux limites. Nous pouvons jouer sur le nombre et la distance entre les stabilisateurs pour décaler les pics de résonance de la plage de fonctionnement des vitesses de rotation du train de sonde. Ceci revient à trouver une composition optimale de la garniture de fond, qui n'excite pas les vitesses critiques, qui permet de garder la stabilité de la garniture et assure une déviation acceptable.
- La trajectoire du puits n'influe pas de manière très sensible sur le déplacement des pics de résonance. La marge de manœuvre sur le profil de la trajectoire est très restreinte pour éviter les vitesses de résonance.
- L'utilisation d'une boue de forage dense provoque une translation importante des pics de résonance vers la gauche. Théoriquement, on peut se servir de la densité de la boue pour éviter les pics de résonance, mais pratiquement la boue de forage obéit à d'autres contraintes très sévères (nettoyage du fond du puits, maintien de pression, etc.) ce qui limite la liberté d'action sur la densité de la boue.
- Le poids sur l'outil et la composition de la garniture de fond sont les pièces maîtresses du problème des vibrations latérales. Trouver un compromis entre le poids sur l'outil et la composition de la garniture de fond permet d'éliminer ou de minimiser les vibrations latérales, sans que cela ne génère des problèmes de stabilité, de déviation du profil du puits et de frottement excessif en rotation. Il faut veiller sur l'utilisation des poids sur l'outil qui rendent l'opération de forage la plus économique possible et permet de maintenir le trou dans les limites de déviation raisonnables.
- Par ailleurs, les vitesses de rotation du train de sonde, qui est la source principale des vibrations latérales. Une sélection adéquate d'une plage de fonctionnement des vitesses de rotation de la garniture, permet d'éviter les zones de résonance.

## 6.6. CONCLUSION

En se basant sur deux exemples du domaine, Nous avons validé notre logiciel de prédiction. Nous avons constaté que le logiciel VIBRAFOR donne de bons résultats lorsque toutes les données nécessaires sont disponibles. En variant les différents paramètres de forage et de garniture de fond, nous avons évalué l'effet de ces paramètres sur l'emplacement des pics de résonance.

## CONCLUSION GENERALE

Durant les opérations de forage, les vibrations latérales ne sont pas perçues à la surface ; même une mesure à la surface ne permet pas de les déterminer. Seul une mesure au fond du trou permet de montrer l'existence de ce type de vibrations latérales. Ainsi une analyse de prédiction des vibrations latérales de la garniture de fond est nécessaire.

Notre principal objectif était de développer un logiciel fournissant au foreur un outil de prédiction des vitesses critiques et de pouvoir simuler le comportement vibratoire de la garniture de fond. Il s'agissait de déterminer les vitesses critiques (résonance) de rotation, qui provoquent des déplacements importants de la garniture. Cette étude a porté sur l'analyse dynamique de la garniture de fond (ensemble de fond) par la méthode des éléments finis. A cet effet, nous avons développé un ensemble de programmes, qui sont mis en œuvre dans des modules.

VIBRAFOR est constitué principalement :

- D'un module de génération de trajectoire du puits. Ce module nous a permis de générer une trajectoire d'un puits vertical à partir de  $x$ ,  $y$  et  $z$  ou une trajectoire d'un puits dévié à partir de  $MD$ ,  $\theta$  et  $\phi$ .
- D'un module de visualisation de la trajectoire du puits. Ce module de visualisation nous a offert les possibilités de visualisation dans l'espace 3D, dans le plan horizontal XY (Est-Nord), dans le plan vertical YZ (Nord-Profondeur), et dans le plan vertical XZ (Est-Profondeur). Il permet également de vérifier la validité des données introduites.
- D'un programme d'adaptation de la garniture de fond à la trajectoire du puits. Ce programme nous a permis de déterminer les coordonnées de chaque élément de la garniture de fond par rapport au repère puits lorsque la garniture de fond est dans le trou du puits.
- D'un module de calcul des vitesses de résonance. La prédiction est basée sur la modélisation de la garniture de fond avec des éléments poutres spatiaux en utilisant la technique de stockage en ligne de ciel (listes chaînées). La détermination des vitesses de résonance est faite par la méthode d'analyse harmonique.
- D'un module de visualisation graphique des pics de résonance et les modes de déformées. Cette visualisation a permis d'interpréter les résultats obtenus.

Ce projet nous a permis de toucher trois domaines à savoir :

- ◆ Le domaine de la mécanique des structures en supposant que la garniture de fond se comporte comme une structure poutre géométriquement non-linéaire, afin de mieux représenter le comportement de la garniture de fond et donc d'arriver à une bonne prédiction de la résonance.
- ◆ Le domaine de forage en abordant les principales techniques de forage et équipements de fond (trépan, stabilisateur, masse-tige, etc.).
- ◆ Le domaine de l'informatique avec la réalisation d'un logiciel VIBRAFOR présentant un look professionnel et qui fonctionne sous l'environnement Windows. VIBRAFOR est réalisé en langage C++ en s'appuyant sur la technique de programmation orientée objet.

Les sollicitations de vibrations latérales en provenance de la garniture de fond sont généralement inévitables. Afin de limiter les effets des vibrations et améliorer les performances du forage, il est nécessaire :

- ◆ De prédire les vitesses critiques de rotation dans la garniture de fond lors de l'élaboration des programmes de forage. Ceci dans le but d'éviter les vitesses de résonance dans la plage des vitesses de rotation de la garniture.
- ◆ De concevoir un système de mesure des vibrations au fond du puits. Ce système aura pour objectif principale la mesure des vibrations (accélérations et forces) au cours du forage, et ceci pour bien repérer les phénomènes vibratoires et détecter les anomalies de fonctionnement en temps réel. La mesure permet de contrôler le résultat et l'efficacité des actions correctives entreprises.

Des extensions de ce travail peuvent être envisagées, nous recommandons la prise en compte des phénomènes suivants :

- Analyse du frottement et étude des conditions aux limites dans la garniture de fond.
- Etude de l'effet de l'écoulement de la boue sur les vibrations.
- Analyse du comportement thermique de la garniture de fond.
- Etude de l'effet des amortissements, dues à la boue de forage et aux frottements, sur les niveaux de vibrations latérales.

## ANNEXE A 1

### Techniques de forage

[19, 20, 21, 22, 39]

#### A1.1. GISEMENT

Un gisement est formé d'un ou plusieurs réservoirs rocheux souterrains contenant des hydrocarbures liquides ou gazeux. La roche réservoir est poreuse et perméable, et la structure est limitée par des barrières imperméables qui piègent les hydrocarbures (figure A1.1). L'étude d'un gisement a pour but, à partir de la découverte d'un réservoir productif d'établir un projet de développement qui cherchera à optimiser la récupération des hydrocarbures.

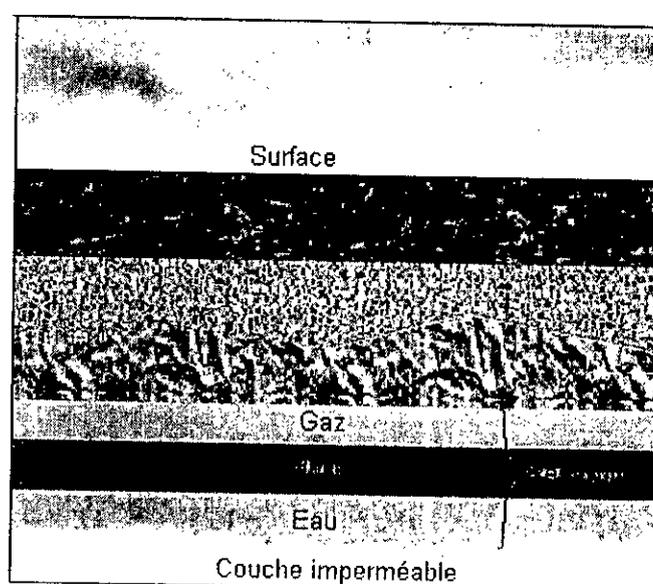


Figure A1.1 : Gisement d'hydrocarbure.

Les spécialistes de gisement continueront aussi à étudier le gisement pendant la durée de vie du champ afin d'en lire les informations nécessaires à l'exploitation optimale du gisement et notamment l'estimation des :

- Volume d'hydrocarbure (quantité en place) ;
- Réserves récupérables (estimées à partir de plusieurs modes d'exploitation possibles).

## A1.2. FORAGE

### A1.2.1. Puits

Un puits (puits de forage) est une excavation (trou creusé dans la terre) cylindrique verticale ou déviée établie à partir de la surface jour dans un massif de roches à l'aide des dispositifs mécaniques sans accès direct de l'homme. Son origine au jour s'appelle tête de puits (figure A1.2).

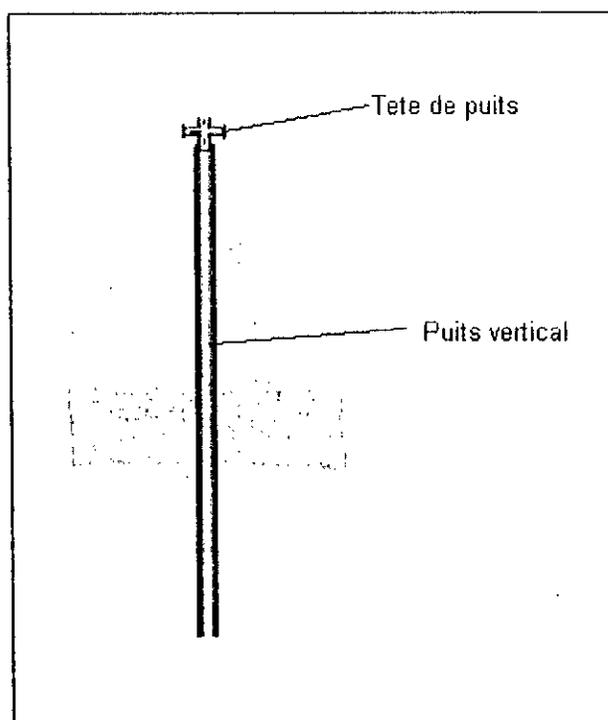


Figure A1.2 : Puits.

Il existe (04) quatre catégories de puits à savoir :

a- Puits géologique

Leur objectif est l'étude de la structure en profondeur des régions envisagées.

b- Puits d'exploration

Les puits d'explorations sont forés d'après les données des recherches géologiques. Ces puits confirment que dans les aires explorées il existe ou il n'existe pas de champs de pétrole et de gaz.

c- Puits de recherche

Ils sont amorcés une fois que le sondage d'exploration a établi la présence d'un gisement de pétrole ou de gaz. Les buts attendus du forage des puits de recherche sont d'évaluer la puissance du gisement, d'apprécier les réserves d'hydrocarbures en tant que matières premières et de réunir les données nécessaires pour établir le projet de forage des

gîtes isolés. Si les sondages de recherche qui ont fourni du pétrole ou du gaz satisfont aux prescriptions imposées, ils passent dans la catégorie des puits de production. En présence des défaillances qui empêchent ce transfert, les puits de recherche sont soit arrêtés soit tués comme ayant rempli leur mission.

#### d- Puits de production

Ils sont forés pour extraire du pétrole et du gaz. A cette catégorie on rapporte également

##### □ Les puits d'injection

Ils servent pour maintenir la pression dans les couches (gisement) par pompage de l'eau, du gaz et parfois de l'air à partir de la surface du jour.

##### □ Les puits témoins et piézométriques

Ils s'emploient pour observation systématique dans la couche, le déplacement du contact eau-huile (eau-gaz) et la variation de la pression au cours de l'extraction du fluide (pétrole, eau) et du gaz.

##### □ Les puits d'évaluation

Ils sont réalisés pour établir la quantité de pétrole qui reste dans une couche productrice.

### A1.2.2. Technique de forage

#### a) Définition

Un puits est foré en désagréant les roches avec un outil appelé trépan de construction différente. Les déblais sont ensuite remontés à la surface du jour. Actuellement les techniques de forage se ramènent aux (02) deux modes, celle par percussion et par rotation.

#### b) Forage par percussion

Le sondage est réalisé dans un massif des roches à l'aide du trépan. Le mode de suspension de l'outil détermine le battage au câble et le battage aux tiges.

Dans le battage au câble, le trépan est suspendu à un câble d'acier, et dans le battage aux tiges, à des tiges d'acier spéciales reliées entre elle par filetage. De nos jours, nous ne recourons qu'au battage au câble.

Le battage est largement appliqué dans la prospection géologique des industries minières et pour le forage des puits assurant l'approvisionnement en eau.

#### c) Forage par rotation

C'est le mode le plus utilisé dans le monde. Il consiste à forer dans un massif à l'aide d'un trépan animé d'un mouvement de rotation continue. Les déblais arrachés par le trépan sont remontés au jour à partir d'un courant de boue de forage ou gaz.

Il existe deux formes de travail par rotation, qui sont :

◆ forage rotary

Dans le forage rotary l'emplacement du moteur (électrique, diesel, turbine) qui assure la rotation de l'outil se trouve à la surface du jour. L'outil fixé à la colonne du tain de sonde tourne alors avec cette colonne descendue dans le trou. Le train de sonde est entraîné par la table de rotation reliée par les organes de transmission. Ce mode de forage est utilisé beaucoup dans le forage des puits verticaux.

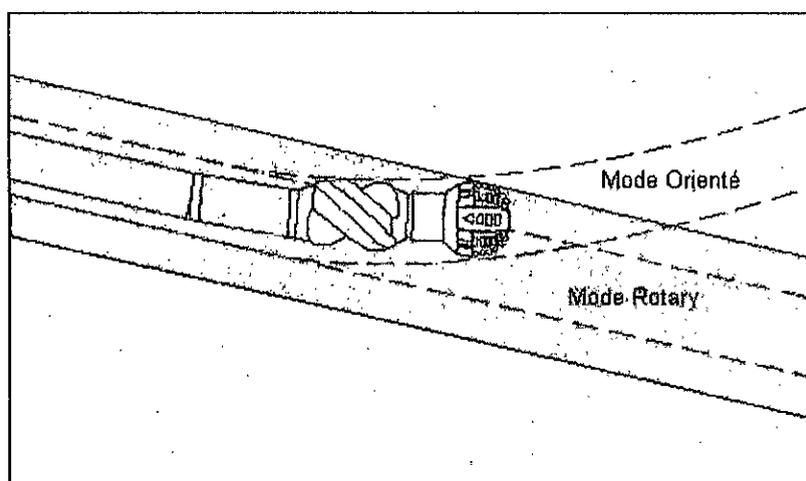


Figure A1.3 : Forage en mode rotary et mode orienté.

◆ forage par moteur de fond

Le forage par moteurs de fond peut être réalisé par des moteurs hydrauliques (turboforeuses) et électrique (électroforeuses). Le trépan est relié à l'arbre de rotation du moteur de fond et descendu dans le trou fixé à la colonne du train de sonde.

Dans le cas d'utilisation des moteurs d'attaque hydrauliques (turboforeuses) l'énergie est fournie par le courant de boue qui entraîne en rotation l'arbre du moteur et le trépan.

Cette technique de forage est utilisée dans le forage des puits horizontaux ou le moteur travail en mode orienté (figure A1.3).

### A1.2.3. Technologie du forage

Le processus de forage fonctionne de la façon suivante (figure A1.4).

Les pompes refoulent à partir du bassin d'aspiration la boue dans la conduite de haute pression (conduite d'injection). En suite, par la colonne montante, le flexible d'injection et la tête d'injection, la boue est amenée dans l'orifice intérieur de la tige d'entraînement pour se déplacer le long du tain de sonde (garniture de forage) vers le trépan et les remonte à la surface par l'espace annulaire trou-train de sonde. En atteignant la tête de puits, la boue s'écoule dans la rigole du système de circulation lié à la colonne descendue dans le trou appelée tubage. Puis la boue est épurée des déblais et si la nécessité se présente, ses propriétés sont réglées par traitement aux agents chimiques. La boue épurée et traitée est de nouveau

dirigée dans le bassin de réception ou d'aspiration, d'où elle est encore refoulée par les pompes dans le puits.

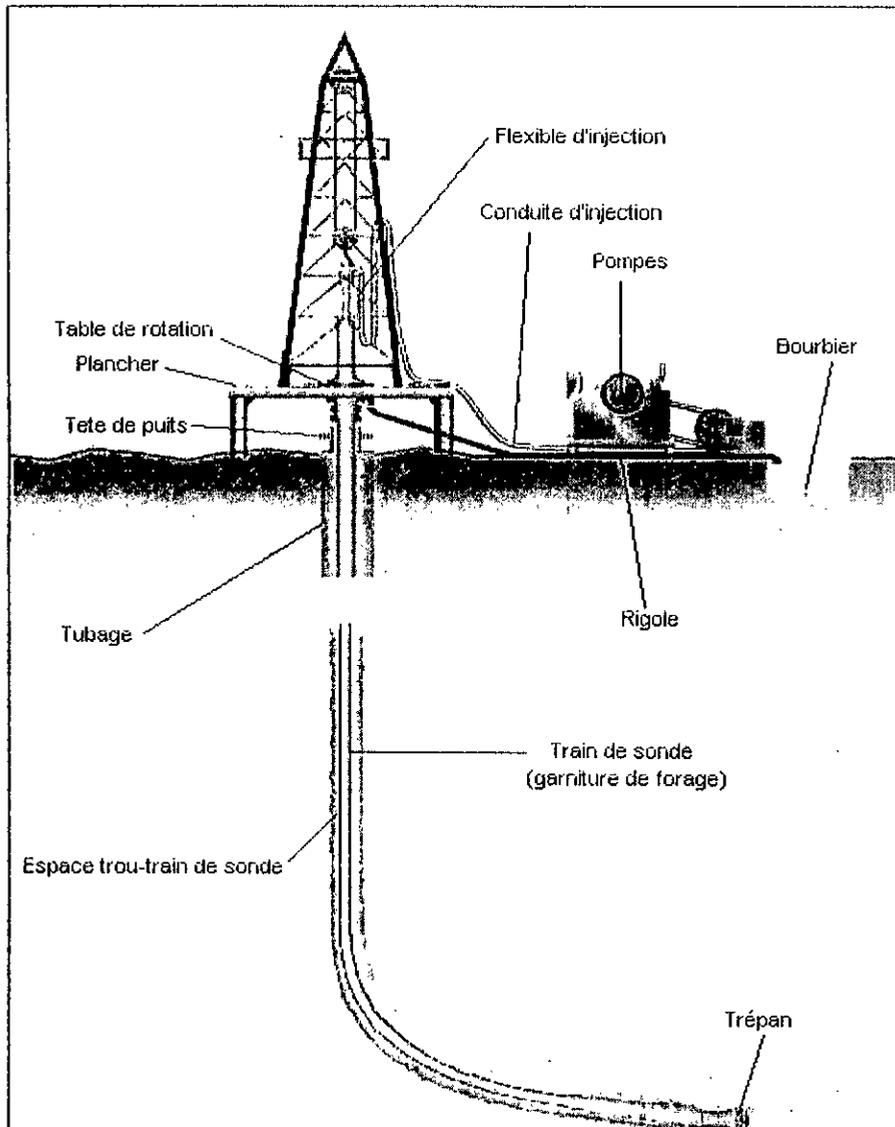


Figure A1.4 : Technologie de forage.

Pour rendre le trépan en rotation susceptible de désagréger la roche il faut fournir un effort qui le serre contre le fond du puits. Aussi, dès que le contact trépan-fond est établi, on applique au trépan la charge produite par une partie du train de sonde, en assurant ainsi une sollicitation axiale nécessaire pour désagréger la roche. A mesure que la roche est désagrégée, la charge axiale sur le trépan diminue par suite de l'approfondissement du trou. Pour maintenir la charge au niveau nécessaire on joue du moufle et du treuil pour faire descendre en permanence le train de sonde. Lorsque la tige carrée s'engage dans le puits sur toute sa longueur, il faut que le train de sonde soit rallongé. A cet effet, on débranche les pompes de forage, remonte le train de sonde de la tige carrée pour suspendre à dispositif spécial (élévateur, coins de retenue) qui repose sur la table de rotation. La tige carrée est dévissée de la colonne du train de sonde et placée dans un trou spécialement aménagé, le trou de garage. En suite, à l'aide du mouflage, on monte à l'intérieur de la tour, une tige de forage préparée au

préalable qui doit être légèrement plus court que la tige carrée, et on la visse au train de tige suspendu à la tête du puits. Le train de sonde ainsi rallongé est descendu dans le trou, la tige carrée est de nouveau vissée, les pompes branchées. Dès que la boue commence à s'écouler du trou, on engage la rotation du train de sonde, en descendant le trépan jusqu'à son contact avec le fond et on reprend le forage.

L'usure du trépan impose l'arrêt des pompes et la mise de la tige carrée, dévissée au préalable, pour laisser remonter le train de sonde à partir du puits.

Ainsi, le forage se ramène aux opérations répétitives suivantes :

- Descente dans le puits d'un nouveau trépan fixé au train de sonde (garniture de forage) ;
- Désagrégation des roches par le trépan (forage mécanique) ;
- Rallongement de la colonne du train de sonde à mesure que le trou avance sous l'effet du travail du trépan dans le fond ;
- Remontée du train de sonde pour remplacer le trépan usé.

Quand la profondeur voulue est atteinte, le puits est renforcé par une colonne de tubes d'acier ou tubage. Le renforcement du trou (puits) consiste à y descendre une colonne de tubage, revêtement séparant l'intérieur du sondage des parois du trou, ou l'on refoule du laitier de ciment. Après sa solidification, le ciment durci, le tubage et les roches en place se trouvent liés entre eux.

Le principe des opérations réalisées est valable pour les deux modes de forage, rotary et par moteur de fond. Sauf que dans le cas de forage de puits horizontal par moteur de fond on utilise le top drive au lieu d'utiliser le système table de rotation-tige carrée.

#### **A1.2.4. Matériel de forage**

##### **(a) Table de rotation**

La table de rotation peut être commandée par chaîne à partir du treuil, par arbre à cardans, ou à commande indépendante.

La table de rotation a deux rôles

- En cours de manœuvre, elle supporte le poids du train de sonde, par l'intermédiaire de coins de retenue.
- En cours de forage, elle transmet le mouvement de rotation au train de sonde, par l'intermédiaire de fourreaux et de la tige d'entraînement.

##### **(b) Carré d'entraînement**

Le mouvement de rotation est transmis par la table à la tige d'entraînement par un carré d'entraînement rendu solidaire en rotation de la table par l'intermédiaire d'une fourrure.

Le carré d'entraînement permet à la tige d'entraînement de se déplacer librement dans le sens vertical, tout en étant entraînée en rotation.

##### **(c) Fourrures principales**

La fourrure principale est engagée dans le logement intérieur de la table de rotation, elle permet d'entraîner le carré d'entraînement.

**(d) Tige d'entraînement**

Elle assure la liaison entre la garniture de forage et la tête d'injection et communique mouvement de la table de rotation à la garniture de forage par l'intermédiaire du carré d'entraînement.

**(e) Equipements annexes de la tige d'entraînement**

## □ Raccords d'usure

Il est utilisé pour éviter que le filetage intérieur de la tige d'entraînement ne s'endommage pas pendant les opérations de manœuvres.

## □ Kelly valves

Sa fonction est de fermer l'intérieur du train de tiges en cas d'éruption et de protéger ainsi l'ensemble du circuit de refoulement (flexibles et conduites).

## □ Tête d'injection

La tête d'injection est destinée à :

- ◆ Supporter le train de sonde (suspension) ;
- ◆ Permettre d'y injecter la boue de forage et cela que les tiges soit en rotation ou non (injection).

**(f) Top drive**

Dans le cas de forage de puits horizontaux (déviés) on remplace le système table de rotation et tige d'entraînement par un top drive. Il est monté sur la tour du forage et qui se translate le long d'elle. Il permet d'entraîner le train de sonde (garniture de forage) en translation et rotation.

**A1.2.5. Circuit de traitement de la boue de forage**

En cours de forage la boue se charge en déblais qui peuvent être éliminés au maximum en surface avant d'être reinjecter dans le trou (puits). Une teneur élevée en solides augmente la densité de la boue, modifier ses caractéristiques physiques et la rend abrasive et pour cela elle doit passer dans un circuit de traitement mécanique afin d'éliminer les solides.

## ▪ Tamisage

Les tamis vibrants ou les vibrateurs sont des appareils qui permettent le premier traitement mécanique d'élimination des solides (tamisage).

## ▪ Décantation

La décantation n'est effectuée que dans un petit bassin, appelé "Sablière" et situé sous les vibrateurs ou juste en aval. Un bon usage de la sablière permet de soulager les appareils d'élimination des solides, placés en aval.

## ▪ Dégazage

Suivant l'importance de la venue de gaz, deux types de circuit peuvent être établis à la sortie du puits pour dégazer la boue à savoir :

- Séparateur vertical (pour des fortes venues de gaz).
- Dégazeur (pour une teneur de gaz pas trop élevée).

- Hydrocyclonage

La boue chargée en solides forés est injectée tangentiellement dans la partie haute d'un cyclone à corps conique (ou clindro-conique). Dans ce corps, par effet centrifuge, il y a séparation partielle des solides qui se rassemblent et sont éjectés à la sortie basse du cyclone.

### A1.3. CIMENTATION

Une fois le puits nettoyé et tubé, on engage dans le tubage le bouchon de séparation inférieur et on visse la tête de cimentation spéciale, dont les dérivation sont reliées avec les lignes menant aux pompes de cimentation. Ces dernières injectent dans la colonne de tubage le laitier de cimentation (coulis de colmatage). Le laitier de ciment chasse de la colonne de tubage la boue de forage à l'aide du bouchon inférieur. En suite, on dégage le bouchon de séparation supérieur par la boue de forage, dans la colonne de tubage, qui sert comme un fluide de chasse. Le laitier de ciment (coulis de colmatage) s'engage à travers le sabot dans l'espace annulaire tubage-parois du puits (le diaphragme placé dans le bouchon inférieur est rompu par pression). Il remonte dans cet espace annulaire en chassant la boue, lorsque le bouchon supérieur atteint le bouchon inférieur la pression dans le tubage croît brusquement, ce qui sert d'indice pour l'arrêt de l'injection du fluide de chasse (boue). Le puits est laissé au repos jusqu'à la solidification du coulis (laitier de ciment).

### A1.4. CAROTTAGE

Cette opération a pour but de prélever dans les couches traversées des échantillons volumineux pour permettre de compléter et préciser les données fournies pour l'étude des déblais. Ces échantillons appelés "CAROTTE" permettent de déterminer :

- La porosité.
- La perméabilité.
- La présence des hydrocarbures liquides ou gazeux.
- Le degré de saturation c'est à dire le pourcentage (%) relatif d'eau, d'huile qu'il renferme, etc.

### A1.5. DIAGRAPHIE ELECTRIQUE

La diagraphie est l'enregistrement d'une caractéristique des formations traversées par un sondage en fonction de la profondeur. Les informations sont enregistrées et transmises en surface instantanément par un câble.

La diagraphie a pour but :

- ◆ La connaissance des réservoirs : porosité, les saturations en fonction de la profondeur ;
- ◆ Pendage des couches ;
- ◆ Connaissance du puits (diamètre, inclinaison, cimentation des tubages).

## ANNEXE A2

### Modélisation en éléments finis

#### A2.1. FONCTIONS D'INTERPOLATION

Nous avons les formes polynomiales suivantes (voir relations (3.22), (3.23), (3.24), et (3.25)) :

$$\begin{aligned}
 u_o(x,t) &= a_o(t) + a_1(t) x \\
 v_o(x,t) &= b_o(t) + b_1(t) x + b_2(t) x^2 + b_3(t) x^3 \\
 w_o(x,t) &= c_o(t) + c_1(t) x + c_2(t) x^2 + c_3(t) x^3 \\
 \theta_o(x,t) &= d_o(t) + d_1(t) x
 \end{aligned}$$

Suivant les conditions aux limites du paragraphe [3.3.3.2], relations (3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, et 3.21) nous aurons pour  $u_o(x,t)$  :

$$\begin{aligned}
 u_o(0,t) = q_1^e(t) &\Rightarrow a_o(t) = q_1^e(t) \\
 u_o(l,t) = q_1^e(t) &\Rightarrow a_1(t) = \frac{(q_1^e(t) - q_1^e(t))}{l}
 \end{aligned}$$

Alors

$$u_o(x,t) = q_1^e(t) + \frac{(q_1^e(t) - q_1^e(t))}{l} x$$

Après réorganisation  $u_o(x,t)$  s'écrit :

$$u_o(x,t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) q_1^e(t) + \left(\frac{x}{l}\right) q_7^e(t) \quad (\text{A2.1})$$

$$u_o(x,t) = N_1(x) q_1^e(t) + N_7(x) q_7^e(t)$$

De la même façon nous obtenons  $v_o(x,t)$ ,  $w_o(x,t)$ , et  $\theta_o(x,t)$ .

$$\begin{aligned} v_o(x,t) = & \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2} + 2 \frac{x^3}{l^3}\right) q_2^e(t) + \left(x - 2 \frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) q_8^e(t) + \\ & \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3}\right) q_8^e(t) + \left(-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) q_{12}^e(t) \end{aligned} \quad (\text{A2.2})$$

$$v_o(x,t) = N_2(x) q_2^e(t) + N_6(x) q_6^e(t) + N_8(x) q_8^e(t) + N_{12}(x) q_{12}^e(t)$$

$$\begin{aligned} w_o(x,t) = & \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2} + 2 \frac{x^3}{l^3}\right) q_3^e(t) + \left(-x + 2 \frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) q_9^e(t) + \\ & \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3}\right) q_9^e(t) + \left(\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) q_{11}^e(t) \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

$$w_o(x,t) = N_3(x) q_3^e(t) + N_5(x) q_5^e(t) + N_9(x) q_9^e(t) + N_{11}(x) q_{11}^e(t)$$

$$\theta_o(x,t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) q_4^e(t) + \left(\frac{x}{l}\right) q_{10}^e(t) \quad (\text{A2.4})$$

$$\theta_o(x,t) = N_4(x) q_4^e(t) + N_{10}(x) q_{10}^e(t)$$

Donc on obtient les fonctions d'interpolation  $N_i(x)$

$$N_1(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (\text{A2.5})$$

$$N_2(x) = \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2} + 2 \frac{x^3}{l^3}\right) \quad (\text{A2.6})$$

$$N_3(x) = \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2} + 2 \frac{x^3}{l^3}\right) \quad (\text{A2.7})$$

$$N_4(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (\text{A2.8})$$

$$N_5(x) = \left(-x + 2 \frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) \quad (\text{A2.9})$$

$$N_6(x) = \left(x - 2 \frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) \quad (\text{A2.10})$$

$$N_7(x) = \left(\frac{x}{l}\right) \quad (\text{A2.11})$$

$$N_8(x) = \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3}\right) \quad (\text{A2.12})$$

$$N_9(x) = \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3}\right) \quad (\text{A2.13})$$

$$N_{10}(x) = \left(\frac{x}{l}\right) \quad (\text{A2.14})$$

$$N_{11}(x) = \left(\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) \quad (\text{A2.15})$$

$$N_{12}(x) = \left(-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) \quad (\text{A2.16})$$

## A2.2. MATRICE $[N]$

Le champ de déplacement approximé de chaque point  $M(x, y, z)$  est exprimé en fonction des déplacements nodaux et qui est donné par la relation (3.30) (voir paragraphe [3.3.3.2]) :

$$\bar{U}(M) \begin{cases} U(x, y, z, t) = (N_1(x).q_1^e(t) + N_7(x).q_7^e(t)) - y.(N_2(x).q_2^e(t) + N_6(x).q_6^e(t) \\ + N_8(x).q_8^e(t) + N_{12}(x).q_{12}^e(t)) - z.(N_3(x).q_3^e(t) + N_5(x).q_5^e(t) + N_9(x).q_9^e(t) + \\ N_{11}(x).q_{11}^e(t)) \\ V(x, y, z, t) = (N_2(x).q_2^e(t) + N_6(x).q_6^e(t) + N_8(x).q_8^e(t) + N_{12}(x).q_{12}^e(t)) \\ - z.(N_4(x).q_4^e(t) + N_{10}(x).q_{10}^e(t)) \\ W(x, y, z, t) = (N_3(x).q_3^e(t) + N_5(x).q_5^e(t) + N_9(x).q_9^e(t) + N_{11}(x).q_{11}^e(t)) \\ - y.(N_4(x).q_4^e(t) + N_{10}(x).q_{10}^e(t)) \end{cases}$$

Alors nous obtenons :

$$\bar{U}(M) = \begin{Bmatrix} U(x,y,z,t) \\ V(x,y,z,t) \\ W(x,y,z,t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 - yN'_2 & -yN'_3 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 & -zN_4 \\ 0 & 0 & N_3 & -yN_4 \\ -zN'_5 & -yN'_6 & N_7 & -yN'_8 & -zN'_9 & 0 & -zN'_{11} & -yN'_{12} \\ 0 & N_6 & 0 & N_8 & 0 & -zN_{10} & 0 & N_{12} \\ N_5 & 0 & 0 & 0 & N_9 & -yN_{10} & N_{11} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1^e(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{12}^e(t) \end{Bmatrix} \quad (A2.17)$$

En remplaçant les fonctions d'interpolation  $N_i(x)$  par leurs expressions dans (A2.17), nous aurons :

$$\bar{U}(M) = \begin{Bmatrix} U(x,y,z,t) \\ V(x,y,z,t) \\ W(x,y,z,t) \end{Bmatrix} = [N]_{(3 \times 12)} \{q^e\}_{(12 \times 1)}$$

Donc la matrice  $[N]$  aura pour expression :

$$[N]_{(3 \times 12)} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} & -6y\left(-\frac{x}{l^2} + \frac{x^2}{l^3}\right) & -6z\left(-\frac{x}{l^2} + \frac{x^2}{l^3}\right) & 0 \\ 0 & \left(1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}\right) & 0 & -z\left(1 - \frac{x}{l}\right) \\ 0 & 0 & \left(1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}\right) & -y\left(1 - \frac{x}{l}\right) \\ -z\left(-1 + 4\frac{x}{l} - 3\frac{x^2}{l^2}\right) & -y\left(1 - 4\frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2}\right) & \frac{x}{l} & -6y\left(\frac{x}{l^2} - \frac{x^2}{l^3}\right) \\ 0 & \left(x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) & 0 & \left(3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}\right) \\ \left(-x + 2\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ -6z\left(\frac{x}{l^2} - \frac{x^2}{l^3}\right) & 0 & -z\left(2\frac{x}{l} - 3\frac{x^2}{l^2}\right) & -y\left(-2\frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2}\right) \\ 0 & -z\left(\frac{x}{l}\right) & 0 & \left(-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right) \\ \left(3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}\right) & -y\left(\frac{x}{l}\right) & \left(\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.18)$$

### A2.3. MATRICE $[b_l]$

L'expression de la déformation linéaire est donnée par la relation (3.41) (voir paragraphe [3.3.4.3]) :

$$\{\varepsilon_L\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_o}{\partial x} + \left[ -y \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right] \\ 2r \frac{\partial \theta_o}{\partial x} \end{array} \right\}$$

En remplaçant  $u_o$ ,  $v_o$ , et  $w_o$  en fonction des déplacements nodaux  $q_i^e$   $i=1,..12$ , nous obtenons :

$$\{\varepsilon_L\} = \begin{bmatrix} N_1^e - yN_2^e & -zN_3^e & 0 & -zN_5^e & -yN_6^e \\ 0 & 0 & 0 & 2rN_4^e & 0 & 0 \\ N_7^e & -yN_8^e & zN_9^e & 0 & -zN_{11}^e & -yN_{12}^e \\ 0 & 0 & 0 & 2rN_{10}^e & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1^e(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{12}^e(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.19})$$

En utilisant les relations (de A2.5, jusqu'à A2.16) des fonctions d'interpolation, nous aurons :

$$\{\varepsilon_L\} = \begin{bmatrix} -\frac{x}{l} & -6y\left(-\frac{1}{l^2} + 2\frac{x}{l^3}\right) & -6z\left(-\frac{1}{l^2} + 2\frac{x}{l^3}\right) & 0 & -z\left(4\frac{1}{l} - 6\frac{x}{l^2}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 2r\left(-\frac{1}{l}\right) & 0 \\ -y\left(-4\frac{x}{l} + 6\frac{x}{l^2}\right) & \frac{1}{l} & -6y\left(\frac{1}{l^2} - 2\frac{x}{l^3}\right) & -6z\left(\frac{1}{l^2} - 2\frac{x}{l^3}\right) & 0 & -z\left(\frac{2}{l} - 6\frac{x}{l^2}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2r\frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1^e(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{12}^e(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.20})$$

La déformation linéaire aura la forme suivante :

$$\{\varepsilon_L\} = [b_l] \{q^e\}$$

Donc la matrice  $[b_l]$  s'obtient :

$$[b_l]_{(2 \times 12)} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & -6y(-\frac{1}{l^2} + 2\frac{x}{l^3}) & -6z(-\frac{1}{l^2} + 2\frac{x}{l^3}) & 0 & -z(4\frac{1}{l} - 6\frac{x}{l^2}) \\ 0 & 0 & 0 & 2r(-\frac{1}{l}) & 0 \\ -y(-4\frac{x}{l} + 6\frac{x^2}{l^2}) & \frac{1}{l} & -6y(\frac{1}{l^2} - 2\frac{x}{l^3}) & -6z(\frac{1}{l^2} - 2\frac{x}{l^3}) & 0 & -z(\frac{2}{l} - 6\frac{x}{l^2}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2r\frac{1}{l} & 0 \\ & & & & & -y(-\frac{2}{l} + 6\frac{x}{l^2}) \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.21)$$

#### A2.4. MATRICE DE RIGIDITE GEOMETRIQUE $[K_g^e]$

Le terme de l'équation de mouvement qui nous permet d'avoir l'expression de  $[K_g^e]$  est (voir paragraphe [3.3.6.1.1], relation (3.55)) :

$$\frac{1}{2} EA \int_{x=0}^l \left\{ \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) \right\} dx$$

En utilisant l'expression de  $u_o(x)$  (relation (A2.1)), nous obtenons :

$$\frac{\partial u_o(x,t)}{\partial x} = \frac{(q_1^e - q_2^e)}{l} \quad (A2.22)$$

La relation (3.56) nous permet d'avoir :

$$\frac{\partial u_o(x,t)}{\partial x} = \frac{F}{EA} = \text{Cte} \quad (A2.23)$$

Donc

$$\delta \left( \frac{\partial u_o(x,t)}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A2.24})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\frac{1}{2} E A \int_{x=0}^l \left\{ \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \right)^2 + \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \right)^2 + \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \delta \left( \frac{\partial u_o}{\partial x} \right) \right\} dx = E A \int_{x=0}^l \left\{ \frac{\partial u_o}{\partial x} \left( \delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} + \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \right\} dx \quad (\text{A2.25})$$

En utilisant les expressions de  $v_o(x,t)$  et  $w_o(x,t)$  (relation (A2.2) et (A2.3)), nous aurons :

$$\delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} = (N'_2)^2 (\delta q_2^e q_2^e) + (N'_6)^2 (\delta q_6^e q_6^e) + (N'_8)^2 (\delta q_8^e q_8^e) + (N'_{12})^2 (\delta q_{12}^e q_{12}^e) + N'_2 N'_6 \delta q_2^e q_6^e + N'_2 N'_6 q_2^e \delta q_6^e + N'_8 N'_{12} \delta q_8^e q_{12}^e + N'_8 N'_{12} q_8^e \delta q_{12}^e + N'_2 N'_8 \delta q_2^e q_8^e + N'_2 N'_8 q_2^e \delta q_8^e + N'_2 N'_{12} \delta q_2^e q_{12}^e + N'_2 N'_{12} q_2^e \delta q_{12}^e + N'_6 N'_8 \delta q_6^e q_8^e + N'_6 N'_8 q_6^e \delta q_8^e + N'_6 N'_{12} \delta q_6^e q_{12}^e + N'_6 N'_{12} q_6^e \delta q_{12}^e \quad (\text{A2.26})$$

$$\delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} = (N'_3)^2 (\delta q_3^e q_3^e) + (N'_5)^2 (\delta q_5^e q_5^e) + (N'_9)^2 (\delta q_9^e q_9^e) + (N'_{11})^2 (\delta q_{11}^e q_{11}^e) + N'_3 N'_5 \delta q_3^e q_5^e + N'_3 N'_5 q_3^e \delta q_5^e + N'_9 N'_{11} \delta q_9^e q_{11}^e + N'_9 N'_{11} q_9^e \delta q_{11}^e + N'_3 N'_9 \delta q_3^e q_9^e + N'_3 N'_9 q_3^e \delta q_9^e + N'_3 N'_{11} \delta q_3^e q_{11}^e + N'_3 N'_{11} q_3^e \delta q_{11}^e + N'_5 N'_9 \delta q_5^e q_9^e + N'_5 N'_9 q_5^e \delta q_9^e + N'_5 N'_{11} \delta q_5^e q_{11}^e + N'_5 N'_{11} q_5^e \delta q_{11}^e \quad (\text{A2.27})$$

Alors les relations (A2.26) et (A2.27) nous permettent d'écrire :

$$\delta \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} + \delta \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} = \{ \delta q^e \}'$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$(N'_2)^2$	0	0	0	$N'_2 N'_6$	0	$N'_2 N'_8$	0	0	0	$N'_2 N'_{12}$
0	0	$(N'_3)^2$	0	$N'_3 N'_5$	0	0	0	$N'_3 N'_9$	0	$N'_3 N'_{11}$	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$N'_3 N'_5$	0	$(N'_5)^2$	0	0	0	$N'_5 N'_9$	0	$N'_5 N'_{11}$	0
0	$N'_2 N'_6$	0	0	0	$(N'_6)^2$	0	$N'_6 N'_8$	0	0	0	$N'_6 N'_{12}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$N'_2 N'_8$	0	0	0	$N'_6 N'_8$	0	$(N'_8)^2$	0	0	0	$N'_8 N'_{12}$
0	0	$N'_3 N'_9$	0	$N'_5 N'_9$	0	0	0	$(N'_9)^2$	0	$N'_9 N'_{11}$	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$N'_3 N'_{11}$	0	$N'_5 N'_{11}$	0	0	0	$N'_9 N'_{11}$	0	$(N'_{11})^2$	0
0	$N'_2 N'_{12}$	0	0	0	$N'_6 N'_{12}$	0	$N'_8 N'_{12}$	0	0	0	$(N'_{12})^2$

$\{ q^e \}$

Donc, nous obtenons :

$$\alpha \left( \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} + \alpha \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} = \{ \delta q^e \}' [a] \{ q^e \} \quad (\text{A2.28})$$

En substituant les relations (A2.23) et (A2.28) dans la relation (A2.25) nous aurons :

$$EA \int_{x=0}^l \left\{ \frac{\partial u_o}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} + \alpha \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} \right\} dx = F \int_{x=0}^l \{ \delta q^e \}' [a] \{ q^e \} \quad (\text{A2.29})$$

Après intégration des termes de la matrice  $[a]$ , la relation (A2.29) devient :

$$EA \int_{x=0}^l \left\{ \frac{\partial u_o}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) \frac{\partial v_o}{\partial x} + \alpha \left( \frac{\partial w_o}{\partial x} \right) \frac{\partial w_o}{\partial x} \right\} dx = \{ \delta q^e \}' [K_g^e] \{ q^e \} \quad (\text{A2.30})$$

Donc la matrice de rigidité géométrique  $[K_g^e]$  s'obtient :

$$[K_g^e] = F.$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6/5l & 0 & 0 & 0 & 1/10 & 0 & -6/5l & 0 & 0 & 0 & 1/10 \\ 0 & 0 & 6/5l & 0 & -1/10 & 0 & 0 & 0 & -6/5l & 0 & -1/10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/10 & 0 & 2l/15 & 0 & 0 & 0 & 1/10 & 0 & -1/30 & 0 \\ 0 & 1/10 & 0 & 0 & 0 & 2l/15 & 0 & -1/10 & 0 & 0 & 0 & -1/30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6/5l & 0 & 0 & 0 & -1/10 & 0 & 6/5l & 0 & 0 & 0 & -1/10 \\ 0 & 0 & -6/5l & 0 & 1/10 & 0 & 0 & 0 & 6/5l & 0 & 1/10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/10 & 0 & -1/30 & 0 & 0 & 0 & 1/10 & 0 & 2l/15 & 0 \\ 0 & 1/10 & 0 & 0 & 0 & -1/30 & 0 & -1/10 & 0 & 0 & 0 & 2l/15 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.31})$$

## A2.5. MATRICE DE RIGIDITE LINEAIRE $[K_i^e]$

La matrice de rigidité linéaire s'obtient d'après les relations (3.60) et (3.61) :

$$[K_i^e] = \left( \int_V [b_l]^T [D] [b_l] dV \right) \quad (A2.31)$$

Nous remplaçons  $[b_l]$  et  $[D]$  par leur expression ((A2.21) et (3.46)) dans la relation (A2.31). Après développement et intégration de chaque terme de la matrice résultante du produit  $[b_l]^T [D] [b_l]$ , nous obtenons la matrice de rigidité  $[K_i^e]$  :

$$[K_i^e] =$$

$$\begin{bmatrix} EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & 0 & 0 & 0 & 6EI/l^2 \\ 0 & 0 & 12EI/l^3 & 0 & -6EI/l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GJ/l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6EI/l^2 & 0 & 4EI/l & 0 \\ 0 & 6EI/l^2 & 0 & 0 & 0 & 4EI/l \\ -EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & 0 & 0 & 0 & -6EI/l^2 \\ 0 & 0 & -12EI/l^3 & 0 & 6EI/l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -GJ/l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6EI/l^2 & 0 & 2EI/l & 0 \\ 0 & 6EI/l^2 & 0 & 0 & 0 & 2EI/l \\ -EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & 0 & 0 & 0 & 6EI/l^2 \\ 0 & 0 & -12EI/l^3 & 0 & -6EI/l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -GJ/l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6EI/l^2 & 0 & 2EI/l & 0 \\ 0 & -6EI/l^2 & 0 & 0 & 0 & 2EI/l \\ EA/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & 0 & 0 & 0 & -6EI/l^2 \\ 0 & 0 & 12EI/l^3 & 0 & 6EI/l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GJ/l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6EI/l^2 & 0 & 4EI/l & 0 \\ 0 & -6EI/l^2 & 0 & 0 & 0 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (A2.32)$$

## A2.6. MATRICE MASSE $[M^e]$

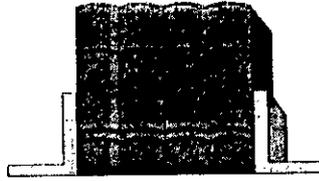
La matrice masse s'obtient d'après les relations (3.63) et (3.65) :

$$[M^e] = \left( \int_D \rho [N]^t [N] dV \right) \quad (\text{A2.33})$$

En remplaçant  $[N]$  par son expression (A2.18) dans la relation (A2.33), et après développement et intégration de chaque terme de la matrice résultante du produit  $[N]^t [N]$ , nous obtenons la matrice masse  $[M^e]$  :

$$[M^e] = \rho A l$$

$$\begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13/35 & 0 & 0 & 0 & 11l/210 \\ 0 & 0 & 13/35 & 0 & -11l/210 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J/3A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -11l/210 & 0 & l^2/105 & 0 \\ 0 & 11l/210 & 0 & 0 & 0 & l^2/105 \\ 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9/70 & 0 & 0 & 0 & 13l/420 \\ 0 & 0 & 9/70 & 0 & -13l/420 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J/6A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13l/420 & 0 & -l^2/140 & 0 \\ 0 & -13l/420 & 0 & 0 & 0 & -l^2/140 \\ \\ 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9/70 & 0 & 0 & 0 & -13l/420 \\ 0 & 0 & 9/70 & 0 & 13l/420 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J/6A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13l/420 & 0 & -l^2/140 & 0 \\ 0 & 13l/420 & 0 & 0 & 0 & -l^2/140 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13/35 & 0 & 0 & 0 & -11l/210 \\ 0 & 0 & 13/35 & 0 & 11l/210 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J/3A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11l/210 & 0 & l^2/105 & 0 \\ 0 & -11l/210 & 0 & 0 & 0 & l^2/105 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.34})$$



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] W.D. Aldred, M.C. Sheppard.  
**Drillstring Vibrations : A New Generation Mechanism and Control Strategies.**  
 Paper SPE 24582, Presented at the 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Washington, DC, October 4-7, 1992.
- [2] M.B.Allen.  
**BHA Lateral Vibrations: Cases Studies and Evaluation of Important Parameters.**  
 Paper SPE 16110, Presented at the 1987 SPE/IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, March 15-18, 1987.
- [3] M.C. Apostol - G.A. Haduch - J.B.Williams.  
**A Study To Determine the Effect of Damping on Finite-Element-Based, Forced-Frequency-Response Models for Bottomhole Assembly Vibration Analysis.**  
 Paper SPE 20458, Presented at the 60<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, New Orleans, Louisiana, September 23-26, 1990.
- [4] J.A.Baird, B.C.Caskey, M.A.Tinianow, C.M.Stone.  
**GEODYN: A Geological Formation/Drill String Dynamics Computer Program.**  
 Paper SPE 13023, presented at the 59<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, TX, September 16-19, 1984.
- [5] J.A.Baird, B.C.Caskey, D.N.Wormley, C.M.Stone.  
**GEODYN2: A Bottom Hole Assembly-Geological Formation Dynamic Interaction Computer Program.**  
 Paper SPE 14328, presented at the 60<sup>th</sup> Annual Technical Conference of SPE, Las Vegas, NV, September 22-25, 1985.
- [6] K.-J. Bathe, E.L. Wilson.  
**Numerical Methods in finite element analysis.**  
 PRENTICE-HALL, INC, Englewood Cliffs, New Jersey (1976).
- [7] D. Becq.  
**Le Forage au Diapason.**  
 Bulletin Forages, No 140, pp 21-24, Juillet - Septembre 1993.
- [8] A.A.Besaisow - M.L.Payne..  
**A Study of Excitation Mechanisms and Resonances Inducing BHA Vibrations.**  
 Paper SPE 15560, Presented at the 61<sup>st</sup> SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, New Orleans, Louisiana, 5-8 October, 1986.

- [9] R. Bigret.  
**Vibrations des Machines Tournantes et des Structures.**  
*Technique et Documentation* 1980.
- [10] L. Bourgain, R. Dart, J. Bourgain.  
**Machines Tournantes et Circuits Pulsés.**  
*Editions Dunod* 198866.
- [11] T.M. Burgess - G.L. McDaniel - P.K. Das.  
**Improving BHA Tool Reliability With Drillstring Vibration Models: Field Experience and Limitations.**  
*Paper SPE 16109, Presented at the 1987 SPE/IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, 15-18 March, 1987.*
- [12] A. Chelghoum.  
**Dynamics of Structures Including Fluid Interaction.**  
*Thesis Submitted for Degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering of the University of London, 1986.*
- [13] F. Clayer, J.K. Vandiver, H.Y. Lee.  
**The Effect of Surface and Downhole Boundary Conditions on the Vibration of Drillstrings.**  
*Paper SPE 20447, Presented at the 65<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, New Orleans, LA, September 23-26, 1990.*
- [14] D.A. Close - S.C. Owens - J.D. MacPerson.  
**Measurement of BHA Vibration Using MWD.**  
*Paper SPE 17273 presented at the 1988 SPE/IADC Drilling Conference, Dallas, 28 February-2 March.*
- [15] R.L. Cook, J.W. Nicholson, M.C. Sheppard, W. Westlake.  
**First Real Time Measurements of Downhole Vibrations, Forces, and Pressures Used To Monitor Directional Drilling Operations.**  
*Paper SPE/IADC 18651. Presented at the 1989 SPE/IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, February 28-March 3, 1989.*
- [16] M-P. Dufeyte, H. Henneuse.  
**Detection and Monitoring of Slip-Stick Motion : Field Experiments.**  
*Paper SPE/IADC 21945, Presented at the 1991 SPE/IADC Drilling Conference, Amsterdam, 11-14 March, 1991.*
- [17] M. Dykstra - D.C.K. Chen - T.M. Warren - J.J. Azar.  
**Drillstring Component Mass Imbalance : A Major Source of Downhole Vibrations.**  
*Paper SPE 29350, Presented at the SPE/IADC Drilling Conference, Amsterdam, 28 February-2 March, 1995.*
- [18] M.J. Fear, F. Abbassian.  
**Experience in the Detection and Suppression of Torsional Vibration From Mud Logging Data.**  
*Paper SPE 28908, Presented at the European Conference, London, UK, 25-27 October 1994.*
- [19] *Le Forage Aujourd'hui Tome 1.*  
**Méthodes de Forage.**  
*Editions Technip. 1970.*

- [20] *Le Forage Aujourd'hui Tome 2. Matériels et Techniques particulières.*  
Editions Technip. 1970.
- [21] *Le Forage Aujourd'hui Tome 3. Opérations Spéciales.*  
Editions Technip. 1970.
- [22] *Forage Rotary. La Garniture de Forage.*  
Editions Technip. 1970.
- [23] H. Henneuse.  
*Surface Detection of Vibrations and Drilling Optimization : Field Experience.*  
Paper IADC/SPE 23888, Presented at the 1992 IADC/SPE Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, February 18-21, 1992.
- [24] J.-F. Imbert.  
*Analyse des structures par éléments finis.*  
Cepadues-Editions 1995.
- [25] J.D. Jansen.  
*Whirl and Chaotic Motion of Stabilized Drill Collars.*  
Paper SPE 20930, Presented at the Europec 90, October 22-24, 1990.
- [26] S. Jardine, D. Malone, M. Sheppard.  
*Putting a Damper on Drilling's Bad Vibrations.*  
Oilfield Review, pp 15-20, January 1994.
- [27] A.Lubinski.  
*Developments in Petroleum Engineering. Volume One.*  
Gulf Publishing Company. 1987.
- [28] A.Lubinski.  
*Developments in Petroleum Engineering. Volume Two.*  
Gulf Publishing Company. 1987.
- [29] A. Kyllingstad, G.W. Halsey.  
*A Study of Slip-Stick Motion of the Bit.*  
Paper SPE 16659, Presented at the 62<sup>nd</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Dallas, TX, September 27-30, 1987.
- [30] W.H. McMillan.  
*Planning the Directional Well -A Calculation Method.*  
Journal of Petroleum Technology, pp 952-962, June 1981.
- [31] R.F. Mitchell, M.B. Allen.  
*Case Studies of BHA Vibration Failure.*  
Paper SPE 16665, Presented at Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Dallas, TX, September 27-30, 1987.

- [32] J.W. Nicholson.  
*An Integrated Approach to Drilling Dynamics Planning, Identification, and Control.*  
Paper IADC/SPE 27537, Presented at the 1994 SPE/IADC Drilling Conference, Dallas,  
Texas, 15-18 February, 1994.
- [33] K., Rappold.  
*Drilling Optimized with Surface Measurements of Downhole Vibration.*  
Oil & Gas Journal OGJ Special, February 15, 1993.
- [34] K., Rappold.  
*Drillstring Vibration Measurements Detect Bit Stick-Slip.*  
Oil & Gas Journal, March 1, 1993.
- [35] S.C. Rewcastle, T.M. Burgess.  
*Real-Time Downhole Shock Measurements Increase Drilling Efficiency and Improve  
MWD Reliability.*  
Paper IADC/SPE 23890, Presented at the 1992 SPE/IADC Drilling Conference, New  
Orleans, Louisiana, February 18-21, 1992.
- [36] J. Penzien, R.W. Clough.  
*Dynamique des structures*  
Edition Pluralis 1980.
- [37] P.R. Paslay, Yin-Min Jan, J.E.E. Kingman, J.D. Macpherson.  
*Detection of BHA Lateral Resonances While Drilling With Surface Longitudinal and  
Torsional Sensors.*  
Paper SPE 24583, Presented at the 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the  
SPE, Washington, DC, October 4-7, 1992.
- [38] J.S. Przemieniecki.  
*Theory of Matrix Structural Analysis.*  
MCGraw-Hill, 1973.
- [39] N. Sidorov.  
*Forage et Exploitation des Puits de Pétrole et Gaz.*  
Edition MIR. Moscou. 1986.
- [40] J. Tag.  
*Le Rebond du Tricône.*  
Bulletin Forages, No 134, pp 64-68, Janvier - Mars 1992.
- [41] J. Tag.  
*Stick and Slip : Oscillation de Torsion dans la Garniture de Forage.*  
Bulletin Forages, No 138, pp 41-51, Janvier - Mars 1993.
- [42] S.P. Timoshenko  
*Théorie de la Stabilité élastique.*  
Editions Dunod 1966.
- [43] G. Touzot, G. Dhatt.  
*Présentation de la méthode des éléments finis.*  
Edition Maloine S.A 1984.

- [44] J.K. Vandiver, J.W. Nicholson, R.J. Shyu.  
**Case Studies of the Bending Vibration Whirling Motion of Drill Collars.**  
Paper SPE 18652. Presented at the 1989 SPE IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, February 28-March 3, 1989.
- [45] H. Vemrin.  
**Systèmes Antivibratoires de Trépan PDC.**  
Bulletin Forages, No 141, pp 28-32, octobre - décembre 1993.
- [46] Williams J.B., and Apostol, M.C.  
**An Analysis of Predicted Wellbore Trajectory Using a Three Dimensional Model of a Bottom Hole Assembly With Bent Sub, Bent Housing, and Eccentric Contact Capabilities.**  
Paper SPE 19545, presented at the 64<sup>th</sup> Annual Technical Conference of the SPE, San Antonio, Texas, 8-11 October 1989.
- [47] S.F. Wolf, M. Zacksenhouse.  
**Field Measurements of Downhole Drill String Vibrations.**  
Paper SPE 14330, Presented at the 60<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Las Vegas, Nevada, September 22-25, 1985.
- [48] T.Y. Yang.  
**Finite Element Structural Analysis.**  
Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J, 1986.
- [49] S.A. Zannoni, C.A. Cheatham, C-K.D. Chen, C.A. Golla.  
**Development and Field Testing of a New Downhole MWD Drillstring Dynamics Sensor.**  
Paper SPE 26341, Presented at the 68<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Houston, TX, October 3-6, 1993.
- [50] Zienkiewics  
**Basic Formulation and linear problems. Volume 1.**  
Fourth Edition, McGraw Hill, 1991.
- [51] Zienkiewics  
**Solid and fluid Mechanics Dynamics and non-linearity. Volume 2.**  
Fourth Edition, McGraw Hill, 1991.