

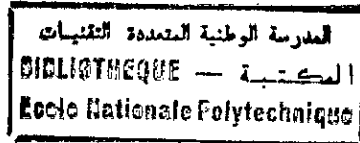
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département d'Hydraulique



Mémoire de Magister

présenté par

LEFKIR ABDELOUAHAB

Ingénieur d'état en Hydraulique

Pour obtenir le titre de

MAGISTER EN HYDRAULIQUE

Thème

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU

Soutenu le 02- 07- 2000 devant le jury composé de :

A. KETTAB	Professeur	Président du jury
S.BENMAAMAR	Chargée de cours	Rapporteur
A.BILEK	Chargé de cours	Examineur
M.BERKANI	Chargé de cours	Examineur
S.BENZIADA	Chargé de cours	Examineur

الموضوع:

مساهمة في تجويد شبكات توزيع المياه

الملخص:

نماذج رقمية تتعلق بتجويد شبكات المياه الصالحة للشرب قد انجزت. الهدف يتمثل في ايجاد الأقطار الجيدة للقنوات بغرض تقليص تكاليف الشبكة مع مراعاة الشروط الفيزيائية، التقنية و كذا التجارية. ثلاث انواع من طرق الحل قد استعملت. طريقة عشوائية، تركز على نموذج التوازن الهيدروليكي في تصحيح التدفق، و افتراض - انخفاض طاقة خطية- ثابت من اجل تصحيح اقطار القنوات. طريقة " التدرج الخطي " التي تعتمد على البرمجة الخطية في الإنتقاء الأولي للأقطار الجيدة، وعلى البرمجة الغير خطية في تصحيح التدفق. طريقة تعتمد على إدماج النموذجين (العشوائي والرياضي) قد اقترحت. تتمثل هذه الطريقة في استعمال نموذج التوازن الهيدروليكي في تصحيح القدفق عوض البرمجة الغير خطية التي تكلف من حيث الإنجاز و السعة. النتائج الرقمية المطبقة على شبكات حقيقية تدل على فعالية الطريقة المقترحة. برنامج تحت نظام الويندوز قد انجز لإضفاء الطابع العملي على هذه الدراسة.

كلمات مفاتيح: شبكات، تجويد، البرمجة الرياضية، تدرج الدالة الهدف.

Sujet

Contribution à l'optimisation des réseaux de distribution d'eau

Résumé

Une modélisation numérique du problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau à été effectuée. Le problème consiste à déterminer, sous des contraintes techniques, physiques et commerciales, la répartition optimale des diamètres pour laquelle le coût du projet est minimum. Trois méthodes de résolution ont été utilisées. Une méthode heuristique, basée sur un modèle de simulation pour la correction des débits, et sur une hypothèse simplificatrice sur la perte de charge, pour la correction des diamètres. Une méthode dite "LPG", basée sur un processus itératif qui consiste à formuler et résoudre un programme linéaire, permettant la sélection préliminaire d'une répartition optimale, et d'un programme non linéaire permettant l'exploration du domaine de recherche. Une méthode basée sur le couplage des deux concepts, mathématique et heuristique, à été proposée. Elle consiste à remplacer la deuxième étape de la méthode LPG par un modèle de simulation. Les résultats numériques appliquées sur des réseaux réels montrent l'efficacité de la méthode proposée. Un logiciel sous Windows, comportant les différentes techniques élaborées, à été développé.

Mots clefs : Optimisation, Réseaux de distribution d'eau, programmation mathématique, gradient de la fonction objective.

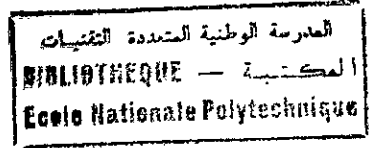
Topic

Contribution to the optimal design of Water distribution networks.

Abstract

A numerical model for the optimal design of water distribution networks problem was done. The problem consists to determine under a technical, physical and commercial constraints, the optimal distribution of diameters for which the cost of the project is minimum. Three methods of resolution have been used. A heuristic method based on a model of simulation for the correction of discharge, and on a fixed hydraulic gradient hypothesis, for the correction of diameters. A LPG method, which consists to formulate and solve, at the first stage, a linear program (LP) and a nonlinear program (NLP) at the second stage. The LP permits the preliminary selection of an optimal design. The NLP permits the exploration of the research area. A method based on the combination of the two concepts, mathematical and heuristic, was proposed. It consists to replacing the second stage of the LPG method by a simulation model. The numerical results applied to real networks show the efficiency of the method proposed. A Windows Application, including the different techniques worked, was developed.

Keywords: Optimization, water distribution networks, mathematic programming, gradient of objective function.



A mes très chers parents pour tous leurs sacrifices pour moi.

A mon frère Salim et sa famille qui a été de mes côtés dans les moments difficiles.

A tous mes frères et sœurs.

A mes nièces et neveux.

A mon oncle Amar à qui j'éprouve du respect et de la considération.

A tous mes proches et amis.

Remerciements

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Je tiens à remercier en premier lieu, M^{lle} S. Benmaamar, directrice de cette thèse, pour ses conseils et encouragements continus le long de l'élaboration de ce travail.

Je tiens à remercier le Professeur A. Kettab qui m'a fait l'honneur de présider le jury, Mr. M. Berkani, Mr. A. Bilek et Mr. S. Benziada pour avoir bien voulu examiner ce travail et participer au jury.

Je suis particulièrement reconnaissant envers Mr. T. Merabtene pour son aide à distance en matière de documentation. Un grand merci à tous le personnel de la bibliothèque de l'Ecole.

Je remercie tous mes amis, particulièrement, Samir, Tarek, Abdel Ghani et Halim pour leur soutien moral et matériel, et pour leurs contribution effective par les fructueux débats scientifiques et quotidiens. Sans oublier tous mes collègues de la cellule de proximité de Oued Smar pour leurs soutien moral.

Enfin, je rends hommages à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à ma formation.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	8
------------------------------	----------

METHODES UTILISEES	9
ORGANISATION DE LA THESE	10

POSITIONNEMENT DU PROBLEME D'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU

1.1 DONNEES DU SITE	12
1.1.1 TOPOGRAPHIE	12
1.1.2 ADEQUATION RESSOURCES- BESOINS	12
Evaluation de la population	12
Débits de consommation aux nœuds	13
1.1.3 CARACTERISTIQUES DU RESEAU	13
1.2 CONTRAINTES DU PROBLEME	14
1.2.1 CONTRAINTES PHYSIQUES	14
La perte de charge dans une canalisation	14
Loi de continuité aux nœuds	15
Loi de conservation d'énergie	15
1.2.2 CONTRAINTES HYDRAULIQUES	16
Bornes de pressions	16
Bornes de vitesses	17
1.2.3 CONTRAINTES COMMERCIALES	17
Canalisations	17
1.3 COUT D'UN RESEAU	17
1.4 DISCUSSION DU PROBLEME	18
1.4.1 CAS DE DEBITS FIXES	19
1.4.2 CAS DE DEBITS INCONNUS	20
CONCLUSION	21

ETAT DE CONNAISSANCE SUR L'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION

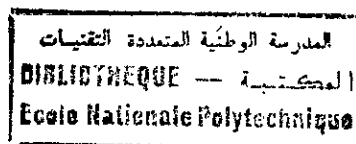
INTRODUCTION	23
2.1 METHODES DE SIMULATION.	23
2.1.1 METHODE DE HARDY CROSS	23
Méthode des mailles	23
Méthode des nœuds	24
Commentaires sur la Méthode	25
2.1.2 METHODE DE LINEARISATION DE L'EQUATION DE PERTE DE CHARGE	25
Principe	25
Commentaires sur la Méthode	26
2.1.3 METHODE DE NEWTON RAPHSON	26
Principe	26
Méthode des mailles	26
Méthode des nœuds	27
Commentaires sur la Méthode	27
2.2 METHODES HEURISTIQUES	27
2.2.1 METHODES DES CONDUITES EQUIVALENTES	27

Méthode des longueurs équivalentes	28
Les Modifications de V.Raman et S.Raman	29
Méthode des diamètres équivalents de DEB et SARKAR	29
2.2.2 METHODE DE FEATHERSTONE ET EL DJUMAILY	31
2.3 METHODES UTILISANT LA THEORIE DES GRAPHS	31
2.3.1 METHODE DE L'ARBRE MINIMAL	31
2.4 METHODES BASEES SUR LA PROGRAMMATION MATHEMATIQUE	32
2.4.1 METHODES HEURISTIQUES AVEC UNE PROGRAMMATION LINEAIRE ITERATIVE	32
Méthode de Morgan et Goulter	32
2.4.2 METHODES DE PROGRAMMATION LINEAIRE ET NON-LINEAIRE	33
Méthode du gradient du programme linéaire (LPG)	33
2.4.3 METHODES DE PROGRAMMATION NON LINEAIRE UTILISANT LA NOTION DE DUALITE	33
a) Méthode de Jacoby	34
b) Méthode de LANSEY et MAYS	34
2.5 METHODES BASEES SUR L'ALGORITHME GENETIQUE	35
METHODE DE SIMPSON ET DANDY	37
CONCLUSIONS	38
<u>METHODES UTILISEES- PRESENTATION DU LOGICIEL</u>	<u>40</u>
3.1 INTRODUCTION	40
3.2 METHODE DE FEATHERSTONE ET EL DJUMAILY	40
INTRODUCTION	40
3.2.1 PRINCIPE DE LA METHODE	40
3.2.2 ANALYSE DE LA METHODE	41
a) Evaluation de la fonction coût	41
b) Expression de la perte de charge unitaire	41
c) Vérification du critère de pression minimale	43
3.2.3 SCHEMA DE RESOLUTION	43
a) Introduction des données	43
b) Vérification des pressions aux nœuds	44
c) Correction des diamètres	44
3.3 METHODE DU GRADIENT DU PROGRAMME LINEAIRE	44
3.3.1 FORMULATION MATRICIELLE	45
Expression du gradient de la fonction objective	46
Analyse de l'expression du gradient de la fonction objective	48
3.3.2 MODIFICATIONS APORTEES A LA METHODE LPG	50
3.3.3 EXTENSION DE LA METHODE SUR DES CAS COMPLEXES	51
3.3.4 SCHEMA DE RESOLUTION	52
3.4 METHODE MIXTE	53
3.4.1 PRINCIPE	53
3.4.2 SCHEMA DE RESOLUTION	54
3.5 DESCRIPTION DU LOGICIEL	54
3.5.1 STRUCTURE INTERNE	55
3.5.2 STRUCTURE EXTERNE	55
CONCLUSIONS	58

APPLICATIONS **60**

INTRODUCTION	60
4.1 VALIDATION DES PROGRAMMES	60
4.1.1 DONNEES DU RESEAU ACADEMIQUE	60
4.1.2 ANALYSE DES RESULTATS D'OPTIMISATION OBTENUS PAR LA METHODE LPG	61

4.1.3	ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS PAR LES AUTRES METHODES UTILISEES	62
4.1.4	COMPARAISON AVEC LES RESULTATS D'AUTRES TRAVAUX DE RECHERCHE	63
4.1.5	CAS D'EXTENSION	64
4.2	RESEAU DE SIDI-M'BAREK	64
4.2.1	VALIDATION DU MODELE D'EQUILIBRAGE	65
4.2.2	OPTIMISATION DU RESEAU DE SIDI M'BAREK	66
4.2.3	PARAMETRES INFLUENANT LA SOLUTION OPTIMALE	67
4.3	RESEAU DE BORDJ EL KIFFANE	67
4.3.1	PRESENTATION DU RESEAU	67
4.3.2	DONNEES DU RESEAU	68
4.3.3	RESULTAT APRES OPTIMISATION:	69
	CONCLUSIONS	71



CONCLUSIONS GENERALES 73

Annexe A: **ALGORITHMES DE RESOLUTION** 76

6.1	INTRODUCTION	76
6.2	ALGORITHME DU SIMPLEXE :	77
6.3	METHODE DES MULTIPLICATEURS DE LAGRANGE :	79
6.3.1	METHODE DE NEWTON-RAPHSON	81
6.3.2	LA METHODE QUASI - NEWTONIENNE	81
a)	Algorithme de Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno (BFGS)	82
b)	Méthode Unidimensionnelle économique	83

Annexe B: **GAMME DES PRIX DES CANALISATIONS EN FONTE** 84

BIBLIOGRAPHIE 86

REFERENCES INTERNET 88

Introduction générale

"Et nous avons fait descendre du ciel une eau bénie avec laquelle nous avons fait pousser des jardins et le grain qu'on moissonne, ainsi que les palmiers aux régimes superposés, comme subsistance pour les serviteurs. Et par elle (l'eau) nous avons redonné la vie à une contrée morte. Ainsi se fera la résurrection."

Coran "sourate Kaf, ayates 9,10,11"

INTRODUCTION GENERALE

Les réseaux de distribution d'eau mobilisent la part la plus importante des capitaux nécessaires à l'alimentation en eau potable, soit environ quatre-vingt pour cent des coûts, contre quelques vingt pour cent pour les autres installations, y compris le traitement [11]. Ces chiffres édifiants montrent l'importance d'une conception optimale, un entretien et un renouvellement continu des réseaux de distribution, et ce, afin de pérenniser au mieux cet investissement décisif.

L'objectif du projeteur entreprenant l'étude d'un réseau urbain de distribution d'eau, est la réalisation d'ouvrages techniquement satisfaisants, vis à vis des fonctions à assumer et d'un prix de revient aussi réduit que possible. Pour atteindre cet objectif, trois sortes d'études sont généralement envisagées :

- Une étude des conditions de fonctionnement d'un réseau en service, comportant des mesures de débit et de charge en divers points du réseau, de topographie et de dimensionnement connus. Les résultats obtenus d'une telle étude permettent d'apprécier l'opportunité d'un remplacement ou d'un renforcement en fonction de la demande.
- Etude de la programmation des travaux à entreprendre, en fonction de la hiérarchie et de la chronologie des besoins ainsi que des disponibilités financières des maîtres d'ouvrages.
- Etude du dimensionnement optimal, que se soit d'un réseau neuf à créer, d'une extension ou d'un renforcement d'un réseau en service. Cette étude fait d'ailleurs l'objet du présent travail. Elle présente le cadre de base pour l'élaboration d'un modèle pouvant être utilisé pour définir le concept optimal, à moindre coût, d'un système de distribution d'eau, sujet à des contraintes d'ordre physique, technique et commercial. Les contraintes physiques sont traduites par la loi de conservation de la masse (équations de continuité aux nœuds) et la conservation d'énergie (équation des mailles). Les contraintes techniques sont imposées par la topographie du site, la consommation journalière, les bornes des pressions nodales et des vitesses d'écoulement dans les conduites. Les contraintes commerciales sont fonction de la gamme des pompes et celle des diamètres commerciaux disponibles sur le marché.

Le problème posé peut être représenté mathématiquement par une fonction à minimiser représentant le coût du réseau à optimiser, dans un domaine délimité par un ensemble d'équations et d'inéquations définissant le champ des solutions réalisables.

L'aspect discret et non linéaire des fonctions intervenant dans l'étude d'une part, et la non-convexité du domaine réalisable d'autre part, rendent le problème posé irrésolvable sous sa forme originale. Pour cela, plusieurs méthodes, ayant toutes un point commun qui est la décomposition du problème en plusieurs sous problèmes relativement simples, ont été développées. Elles peuvent être divisées en quatre catégories :

- Des méthodes heuristiques, marquées par le caractère imprécis de leurs fondements et techniques, elles présentent néanmoins le point de départ dans l'optimisation des réseaux. La méthode de Featherstone et El Djumaily [15], appartenant à cette catégorie, a été utilisée dans le présent travail.
- Des méthodes basées sur la théorie des graphes pour la modélisation du problème dont la méthode de Laby [26]. En partant du fait que le problème posé est un problème de flots et de tensions à coût minimum, et qui peut être décomposé en deux sous- problèmes résolus itérativement, l'un est un problème de flot à coût minimum, l'autre est un problème de tension à coût minimum.

- Des méthodes basées sur les techniques de la programmation mathématique déterministe, qui nécessitent l'utilisation des outils mathématiques très poussés, ce qui rend leur mise en œuvre relativement compliquée. Ces méthodes peuvent être répertoriées dans trois axes différents :

- Des méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de dualité lagrangienne. Une méthode appartenant à cet axe est celle de Jacoby [22].
- Des méthodes itératives faisant appel à des techniques de la programmation linéaire pour une évaluation de certains paramètres et à des méthodes heuristiques pour la correction de certains autres. La méthode de Goulter et ses Collaborateurs [20] appartient à cette catégorie.
- Des méthodes utilisant la programmation linéaire et non linéaire, qui consistent à décomposer le problème posé en deux sous problèmes résolus itérativement. Le premier est un programme linéaire permettant l'évaluation de certains variables du problème tout en fixant certains autres. Le deuxième est un programme non linéaire permettant la correction des variables fixées précédemment. Une méthode appartenant à cette catégorie faisant l'objet d'un modèle élaboré dans le présent travail, est celle d'Alperovits et Shamir [1].

- Des méthodes utilisant des algorithmes évolutionnaires et stochastiques, tel que l'algorithme génétique, citons, la Méthode Simpson et ses collaborateurs [39]. Inspirés du concept de la sélection naturelle élaboré par Charles Darwin. Les résultats sont un algorithme effectif qui peut être appliqué aux grands problèmes combinatoires tel que l'espace de la solution pour l'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

Dans cette étude, l'objectif visé, est l'élaboration d'un outil de travail pratique et efficace, permettant une conception optimale des réseaux d'alimentation en eau potable. Cet objectif est atteint en trois étapes :

-Une étude comparative des méthodes d'équilibrage : Cette étude nous a permis de concevoir un modèle d'équilibrage efficace de point de vue numérique, basé sur la méthode de Newton Raphson comme moteur de recherche et sur la méthode de linéarisation des pertes de charge pour l'estimation de la répartition initiale des débits.

- Une étude comparative des deux méthodes d'optimisation utilisées (LPG, Featherstone et ses Collaborateurs). Une méthode découlant de cette étude a été proposée.

- Extension des méthodes d'optimisations sur les cas des réseaux complexes (cas de plusieurs réservoirs, cas d'extension).

Un Logiciel a été conçu sous l'environnement Windows, dans le but de donner un aspect plus pratique en matière de qualité des résultats et des présentations d'un part, et pour étendre l'espace mémoire réservé à l'application à la mémoire de l'ordinateur utilisé d'autre part.

Méthodes utilisées

Avant d'entamer le problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau, des travaux de recherches ont été orientés vers un dimensionnement sans tenir compte du coût du projet. Le problème consiste à déterminer sous des contraintes de pressions et de vitesses, les diamètres et les débits dans les tronçons du réseau ainsi que les pressions aux nœuds. Les Méthodes les plus significatives développées dans ce sens sont celles de Hardy Cross, Newton Raphson et la méthode de linéarisation des pertes de charge.

La méthode de Featherstone et El Djumaily est Basée sur un modèle de simulation pour le calcul hydraulique, et sur l'hypothèse que la solution la plus économique correspond à une perte de charge unitaire unique et constante pour tout le réseau, pour la correction des diamètres.

Proposée par Alperovits et Shamir, la méthode du gradient du programme linéaire consiste en une décomposition hiérarchique du problème en deux étapes résolues simultanément :

- Un programme linéaire est résolu, dans l'hypothèse d'une distribution de débit réalisable fixe, dont la variable de décision représente une longueur du segment, de diamètre commercial candidat dans une conduite donnée. L'algorithme du simplexe, connu par son efficacité numérique et par son large utilisation, a été utilisé pour la résolution de ce problème.

- Un programme non linéaire, découlant de la transformation du problème non linéaire avec contrainte en un programme non linéaire sans contraintes par le biais de la dualité lagrangienne, a été résolu, avec les débits comme variables de décision. La méthode utilisée pour la résolution du problème qui en découle, est la méthode quasi-Newton. Cette dernière est basée sur un algorithme dit "BFGS" et le gradient de la fonction objective pour l'estimation de la direction de descente et sur une méthode unidimensionnelle pour l'estimation du pas de déplacement optimal dans cette direction. La méthode quasi-Newton permet l'estimation de la correction à donner aux débits dans les conduites tout en assurant une décroissance dans la fonction objective du programme non linéaire.

Une formulation matricielle est donnée pour les deux étapes. La procédure de la recherche est améliorée en utilisant la méthode quasi-Newton pour l'évaluation de la direction de descente, une méthode d'optimisation unidimensionnelle pour l'évaluation du pas de déplacement et une technique d'équilibrage pour l'évaluation de la solution initiale réalisable.

Organisation de la thèse

Suite à une introduction définissant les objectifs et les méthodes utilisées pour l'optimisation des réseaux de distribution d'eau, une formulation mathématique du problème a été présentée au chapitre un. Une description des fonctions et des contraintes composant le problème a été explicitée.

Une classification judicieuse des différentes méthodes qui ont été développées pour la résolution du problème posé est détaillée au chapitre deux.

Une étude détaillée des méthodes utilisées pour la modélisation du problème a été présentée au chapitre trois. Une description du logiciel élaboré est présentée en fin de ce chapitre.

Enfin, des résultats de manipulations sur le logiciel ont été présentés au chapitre quatre. Pour la validation des résultats obtenus, des essais numériques, sur un réseau académique ont été effectués.

Dans le but de tester les performances du logiciel sur des réseaux réels, deux applications ont été présentées. Le premier réseau est celui de Bordj El Kiffane composée de 27 conduites et un réservoir, il s'agit d'une étude critique sur un réseau existant. Le deuxième est le réseau de Sidi M'Barek, composé de 9 conduites à 2 mailles et 8 nœuds.

Enfin, une conclusion générale, dans laquelle les résultats obtenus et des recommandations pour des travaux futurs sont discutés.

Chapitre 1

Positionnement du problème d'optimisation des réseaux de distribution

«Le savant n'est pas l'homme qui fournit les vraies réponses, c'est celui qui pose les vraies questions»

3

Claude Levi-Strauss

POSITIONNEMENT DU PROBLEME D'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU

Dans beaucoup de cas pratiques relatifs à la conception des réseaux de distribution d'eau, l'ingénieur est amené à prendre d'une manière rationnelle les meilleures décisions permettant de concevoir un réseau à coût minimum tout en vérifiant les contraintes imposées par les données du site d'une part et les exigences techniques et commerciales d'autre part. Les données du problème concernent la topographie du site, la relation ressources- besoins ainsi que les caractéristiques intrinsèques du réseau. Les exigences techniques traduisent un niveau de service souhaité avec une bonne sécurité du réseau.

Le problème ainsi défini peut être représenté par un programme mathématique composé d'une fonction à minimiser représentant le coût du réseau à optimiser, sujet à des contraintes techniques, physiques et commerciales délimitant ainsi le champ des solutions réalisables.

1.1 Données du site

1.1.1 Topographie

La première donnée d'un site envisagé pour une installation d'un réseau de distribution d'eau, est la topographie de celui-ci. Elle représente schématiquement, en plan et en altitude, le tracé des voies projetées pour la mise en place des canalisations ainsi que l'implantation et le dimensionnement des parties de réseaux en service.

La longueur totale des canalisations formant le réseau, intervient de façon prépondérante sur le coût de celui-ci, d'où la nécessité de rechercher le meilleur tracé dit "optimal".

Dans les réseaux d'alimentation en eau potable, on doit tenir compte pour l'optimisation du tracé de nombreuses contraintes, notamment les voiries et les impératifs de l'urbanisation. Le tracé global du réseau s'impose très souvent de lui-même. Par conséquent, nous supposons dans notre étude que le tracé est une donnée imposée préalablement.

1.1.2 Adéquation ressources- besoins

Les ouvrages de génie civil prévus dans le domaine de la distribution et de la collecte d'eau en milieu urbain, doivent être dimensionnés pour répondre aux besoins de la population pendant une certaine période de la conception, en tenant en compte de la population future à desservir, ainsi que les différentes ressources en eau disponibles sur site, et par conséquent, définir les modes d'approvisionnement en eau potable (les eaux de surface ou les eaux souterraines).

Evaluation de la population

Plusieurs méthodes d'estimation de la population future ont été développées, dont la majorité sont établies pour une estimation à court terme (5 à 10 ans). Parmi les méthodes les plus

utilisées, la méthode de la croissance géométrique qui consiste à exprimer la population future (P_n), en fonction de la population actuelle P_0 , du nombre d'année (n ans) de l'horizon projet et du taux d'accroissement géométrique annuel (α):

$$P_n = P_0(1+\alpha)^n \quad (I-1)$$

Quant à l'horizon projet, il est fonction de la durée de vie du réseau si les ressources peuvent satisfaire la demande, sinon il sera fonction de la disponibilité des ressources au cours du temps.

Une étude détaillée des besoins doit être effectuée, en envisageant les augmentations de consommation dans le temps, devant l'expansion démographique et industrielle ainsi que les pertes dans le réseau.

Débits de consommation aux nœuds

Quatre catégories de consommations en eau peuvent être envisagées :

- Une consommation domestique, celle des abonnés courants, auxquels on peut ajouter les petits utilisateurs industriels ou agricoles.
- Une consommation des établissements collectifs (hôpitaux, appareils publics, écoles, etc.).

Une consommation industrielle

Une consommation Agricole des gros consommateurs.

Pour la détermination des débits de consommation, dans l'hypothèse simplificatrice d'une consommation nodale, une méthode est souvent utilisée. Elle consiste à décomposer chaque maille en parties élémentaires en menant la médiatrice de chaque tronçon, délimitant ainsi autour de chaque nœud une zone susceptible d'être alimentée par celui-ci. Après avoir déterminé la superficie revenant à chaque nœud, un calcul du nombre d'habitants probable et du besoin journalier ainsi que les débits aux nœuds, s'effectue [30].

Cette méthode entraîne un surdimensionnement du réseau, en vu de la faible probabilité de dépassement des débits transitant dans les tronçons.

D'autres méthodes d'évaluation des débits de consommation, basées sur un concept probabiliste, partant du fait que les appels en eau aux nœuds sont aléatoires, et que l'alimentation est par logement (foyer) et non pas par habitant [30].

Dans notre étude, les débits de consommation aux nœuds sont considérés comme des données du problème.

1.1.3 Caractéristiques du Réseau

A partir d'un ou plusieurs réservoirs, l'eau est transportée aux abonnées à travers des canalisations reliées entre elles, sous forme d'un ensemble maillé formant un réseau.

Deux types de réseaux sont à distinguer :

Réseau maillé : Tout réseau (R) constitué de (n) nœuds et de (t) tronçons, formant des contours fermés (m), est dit maillé, si la relation suivante est vérifiée ($m = t - n + 1$)

Une maille constituée par un circuit est dite *fermée*, si le nombre de points d'eau est égal ou supérieur à 2. Chaque chaîne reliant les points d'eau deux à deux sera considérée comme une maille dite *ouverte* ou *fictive*.

Réseau ramifié : Est un ensemble de conduites connectées entre elles et dont la structure est sous forme d'arbre. Chaque nœud de consommation est relié à son point d'alimentation par un chemin unique. Le sens d'écoulement est orienté de l'amont (la source) vers l'aval (point de consommation).

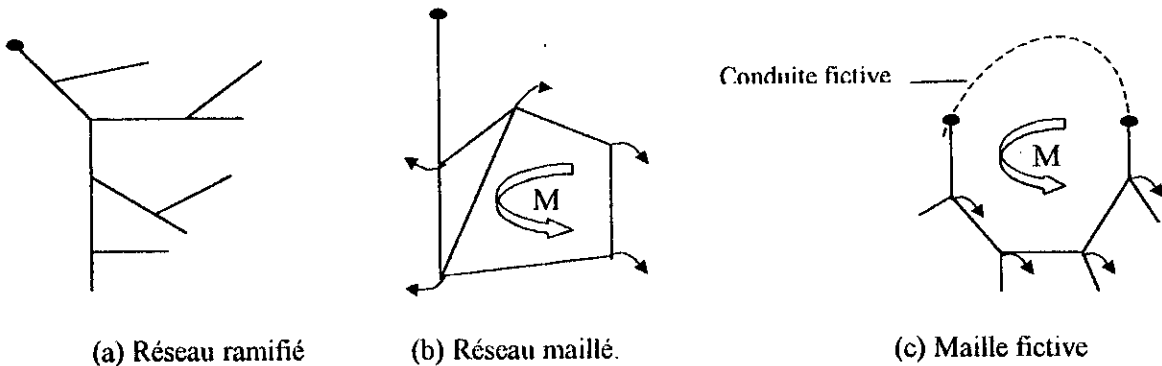


Figure (1.1) : Les différents types de réseaux.

1.2 Contraintes du problème

Pour assurer un meilleur fonctionnement d'un réseau, on est contraint à prendre en compte tous les paramètres associés au problème d'optimisation des réseaux. Il est donc indispensable de considérer toutes les contraintes citées ci-dessous.

1.2.1 Contraintes physiques

Le transport de l'eau sous pression dans des canalisations est régi par des lois physiques analogues aux lois de Kirchoof, et qui traduisent le comportement de l'eau aux nœuds, ainsi que la distribution d'énergie aux mailles.

La perte de charge dans une canalisation

Dans une première approximation, seules les pertes de charge linéaires sont prises en compte. Elles sont fonctions du débit acheminé par les conduites, de la nature et de la section des canalisations. Ces fonctions sont données a priori, en désignant par Q_{ij} le débit véhiculé dans une conduite de diamètre D_{ij} , sous forme :

$$|J_{ij}(Q, D)| = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \quad (I-2)$$

avec, R_{ij} : La résistance hydraulique de la conduite en cours, fonction du débit et des caractéristiques des conduites.

D'après l'étude de Hazen-Williams, la formule donnant l'expression de la perte de charge linéaire est :

$$J_{ij} = \alpha \left(\frac{Q}{Chw} \right)^{0,852} D^{-4,67} \quad (I-3)$$

avec, $\alpha = 10,69$ pour Q [m^3/s].

Chw : coefficient de Hazen-Williams .

Cette formule n'est précise que pour les conduites en charge véhiculant un fluide en un régime d'écoulement turbulent. Elle donne des résultats précis à un écart de $\pm 10\%$ près, à condition que la valeur du coefficient (Chw) soit choisie pour correspondre à la résistance de la conduite [23].

Les pertes de charge produites par les accessoires du réseau, peuvent être prises en compte en assimilant ces organes à des brins équivalents. Les clapets sont assimilés à des brins à sens d'écoulement unique et d'une certaine longueur, tandis que, s'il y a lieu de faire recours à une reprise par pompage, la hauteur de refoulement est introduite comme perte de charge ponctuelle variable affectée du signe négatif [23].

En chaque nœud, les tés ou les croix sont générateurs de perte de charge entre les canalisations adjacentes considérées deux à deux. Ces pertes de charge dépendent de l'ensemble des débits entrant ou sortant au nœud considéré [23].

Loi de continuité aux nœuds

En chaque nœud du réseau, la somme des débits qui arrivent à ce nœud est égale à la somme des débits qui en sortent. d'où l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ij} Q_{ij} = q_j \quad (I-4)$$

avec,

q_j : débit de consommation au nœud j .

Q_{ij} : débit véhiculé dans la conduite (ij) aboutissant au nœud j .

$\varepsilon_{ij} = +1$ si le débit est entrant dans le nœud j .

$\varepsilon_{ij} = -1$ si le débit est sortant du nœud j .

$\varepsilon_{ij} = 0$ si le débit n'appartient pas au nœud j .

L'écriture matricielle des équations de continuité aux nœuds qui en découle, est donnée par

La relation suivante :

$$EQ = q \quad (I-5)$$

avec,

$E = (\varepsilon_{ij})_{\substack{j,i=1,n}} :$ la matrice des nœuds constituée de n lignes et de t colonnes.

Loi de conservation d'énergie

Dans le cas d'une maille fermée (m), la somme algébrique des pertes de charge doit être nulle sur le parcours de cette maille. d'où :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \quad (I-6)$$

avec, M : est l'ensemble des conduites appartenant à la maille en question.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{si le sens de l'écoulement dans le tronçon } i \text{ est le même que le sens de la maille.} \\ -1 & \text{dans le cas contraire.} \\ 0 & \text{dans le cas où le tronçon n'appartient pas à la maille.} \end{cases}$$

Dans le cas de maille fictive (cas de plusieurs réservoirs), la somme algébrique des pertes de charge, dans les conduites appartenant à cette maille, est égale à la différence de charge entre les nœuds d'extrémité de la maille (les nœuds des réservoirs), soit :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = \Delta Z = Z_{R1} - Z_{R2} \quad (1-7)$$

L'écriture matricielle des équations de conservation d'énergie est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(\mathbf{Q}) = \delta' \quad (1-8)$$

avec,

$\mathbf{M} = (\delta_{ij})_{i,j \in \mathcal{M}}$, la matrice des mailles, constituée de n lignes et de t colonnes.

$$\delta' = \begin{cases} 0 & \text{si la maille est fermée.} \\ \Delta Z & \text{si la maille est ouverte.} \end{cases}$$

1.2.2 Contraintes hydrauliques

Bornes de pressions

Pour avoir un meilleur service, une charge minimale, en chaque nœud du réseau, est imposée. Au dessous de cette charge, le réseau est considéré comme défaillant. La valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par dépression, et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorables.

Une pression maximale est parfois imposée, afin d'éviter l'éclatement de la conduite par surpression.

Soit, pour chaque nœud, les bornes de pression suivantes :

$$P_{\min}^i \leq P_i \leq P_{\max}^i \quad (1-9)$$

soit, sous forme matricielle

$$\mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \quad (1-10)$$

La considération des contraintes de pressions bornées, depuis le réservoir, conduit à une nouvelle contrainte dite de chemin :

$$\sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \quad (1-11)$$

avec, $\beta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{Si la conduite (ij) n'appartient pas au chemin (L)} \\ 1 & \text{Si le sens d'écoulement dans la conduite (ij) est le même} \\ & \text{que celui du chemin } P. \\ -1 & \text{si le sens d'écoulement est opposé à celui du chemin.} \end{cases}$

Bornes de vitesses

Les débits aux conduites correspondent aux demandes de pointe. C'est pourquoi la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites peut être limitée supérieurement à une valeur V_{\max} dans certains brins afin de réduire le risque de détérioration par coups de bélier ou par cavitation.

Cette vitesse moyenne est prise parfois limitée inférieurement en période de pointe par une valeur V_{\min} afin de réduire le risque de dépôts.

Soit, pour chaque conduite (ij) :

$$V_{\min}^{ij} \leq V_{ij} \leq V_{\max}^{ij} \quad (I-12)$$

soit sous forme matricielle :

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (I-13)$$

1.2.3 Contraintes commerciales

Canalisations

Un tronçon de conduite est caractérisé par sa longueur, son diamètre, sa rugosité et son emplacement dans le réseau. Le prix d'une conduite varie en fonction de la nature du matériau utilisé. Il comprend le coût du matériau, du transport et de l'installation.

De par les facteurs économiques du pays considéré et le rapport offre et demande du marché, la gamme commerciale des canalisations destinées à l'alimentation en eau potable, subit, au cours du temps, des changements sur le plan prix et disponibilité. Par conséquent, on doit tenir compte, de la gamme commerciale (\mathbf{D}_{com}) disponible sur le marché avec une gamme de prix associé. Soit:

$$d \in \mathbf{D}_{com} \quad d \in \mathbf{D} = \{(d_{n1}, C_{n1}), (d_{n2}, C_{n2}), \dots, (d_{ns}, C_{ns})\}. \quad (I-14)$$

1.3 Coût d'un réseau

Le coût total d'un réseau comprend le coût de l'investissement initial et le coût d'exploitation. Le coût des conduites (y compris les frais de transport et pose), des pompes et du réservoir constituent Le coût de l'investissement initial. Le coût de pompage estimé sur une certaine durée de vie des installations et le coût de l'entretien du réseau représentent le coût de l'exploitation.

La variation du coût relatif aux organes accessoires (réservoir, coudes etc.) par rapport à celui des canalisations est négligeable. Une considération de ces éléments ne fait donc qu'augmenter

la difficulté du problème sans pour autant apporter une amélioration considérable à la solution optimale.

Le coût d'exploitation comprend des paramètres complexe. La considération du problème dans sa globalité (conception et exploitation) ne fait donc qu'augmenter la complexité de la fonction objective et fournir ainsi une solution optimale locale, si elle existe. Une décomposition du système globale en deux sous systèmes (conception, exploitation) résolus indépendamment l'un de l'autre, est suggérée.

Par conséquent, on ne considère dans cette étude que le coût des canalisations pour l'évaluation de la fonction objective à minimiser.

Un bordereau fait connaître les prix de revient unitaire global rémunérant la fourniture et la mise en place des canalisations et leurs accessoires. Le prix de revient de l'ensemble du réseau s'exprime par :

$$Fo = \sum_{i=1}^t C_i L_i \quad (I-15)$$

avec, L_i : la longueur de la conduite i .

C_i : le prix par unité de longueur de la conduite de diamètre d_i .

La fonction coût, prend des valeurs discrètes en un nombre fini de points, elle est donc non dérivable.

En effectuant un lissage sur les points de la série commerciale, une fonction coût continue et dérivable peut être définie dans un intervalle $[d_{min}, d_{max}]$:

$$C = a + bD^k \quad (I-16)$$

avec,

a : un paramètre qui représente les charges fixes, telle que le coût de transport, pose, etc.

b, k : des paramètres du marché.

L'expression de la fonction objective devient :

$$Fo = a \sum_{i=1,t} L_i + b \sum_{i=1,t} L_i D_i^k \quad (I-17)$$

Ce prix ne comprend pas les équipements pour lesquels les pertes de charge et leurs prix de revient n'ont qu'une faible incidence sur la variation du prix de revient du réseau et qui sont notamment les joints et raccords, les cônes, les tés et les croix, les réducteurs de pression, etc.

1.4 Discussion du problème

Compte tenu des contraintes citées ci-dessus et de la fonction objective à minimiser, le problème qui en découle est un programme mathématique en nombre discret, non linéaire et non convexe.

Soit le programme discret suivant :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \min \quad Fo = \sum_{i,j=1}^l \sum_k C_{ij} L_{ij} \\
 S.C : \\
 \mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(Q) = \delta' \\
 \mathbf{EQ} = \mathbf{q} \\
 \mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \\
 \mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \\
 \mathbf{d} \in \mathbf{D}_{com}
 \end{array} \right\} PM1
 \end{array} \quad (I-18)$$

Le domaine réalisable est généralement vide, dans le cas de pressions aux nœuds fixes. Lorsque les pressions sont bornées, on est amené par cette approche à un problème de programmation non linéaire mixte. Et dans tous les cas, l'approche discrète conduit souvent à un problème extrêmement lourd et pratiquement irrésolvable.

Une conversion du programme discret (PM1) en programme continu est possible, en introduisant une formulation continue des diamètres (voir équation I-16).

Le programme qui en découle :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \min \quad F(d) = \sum_{i,j} \sum_{k=1}^l (a + b d_i^e) L_{ij} \\
 S.C : \\
 \mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(Q) = \delta' \\
 \mathbf{EQ} = \mathbf{q} \\
 \mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \\
 \mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \\
 \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}
 \end{array} \right\} PM2
 \end{array} \quad (I-19)$$

Cette approche ayant l'avantage de simplifier nettement le problème, on se ramène alors à un problème de minimisation d'une fonction à plusieurs variables, lorsque les pressions aux nœuds sont supposées fixes, et à un programme non linéaire, dans le cas de pressions bornées.

Il est à noter que l'approche continue, bien qu'elle simplifie le problème discret, conduit à une distribution théorique des diamètres, cette solution irréalizable en pratique, doit être corrigée selon des techniques appropriées afin de la rendre réalisable.

1.4.1 Cas de débits fixes

Le programme mathématique (PM1), tel qu'il est formulé, est un programme linéaire, lorsque les débits sont supposés fixes.

Le sous ensemble des diamètres (d_{ijk}), associés au tronçon (ij), est défini à partir des conditions de vitesse, soit :

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (I-19)$$

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \frac{4|Q|}{\Pi d_{ij}^2} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (I-20)$$

$$\text{soit : } \frac{4|Q_{ij}|}{\Pi V_{\max}} \leq d_{ij}^2 \leq \frac{4|Q_{ij}|}{\Pi V_{\min}} \quad (\text{I-21})$$

Le diamètre d'un tronçon appartenant à la conduite (ij) est compris donc dans un intervalle borné.

$$\begin{aligned} \min \quad & Fo(x) = \sum_{i,j} c_{ij} L_{ij} \\ & \sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \\ & \sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \\ & \sum x_{ijk} = L_{ij} \end{aligned} \quad (\text{I-22})$$

Le programme ainsi formulé, est un programme linéaire, qui peut être résolu par des techniques appropriées.

1.4.2 Cas de débits inconnus

Du fait que le sens de circulation effectif de l'écoulement est préalablement inconnu, les expressions des pertes de charge ainsi que celle des débits apparaissent, dans la formulation du programme (PM1), en valeurs absolues. soit :

$$\Delta h = f(j(|Q|), |Q|) \quad (\text{I-23})$$

Par conséquent, tout point $M_i(j(Q), Q)$, se trouve dans un domaine constitué par la réunion du premier et troisième quadrant. Ce domaine, illustré ci-dessous, est non convexe. De même, la fonction objective à minimiser, donnée par l'expression (I-8), est non convexe en terme de débits.

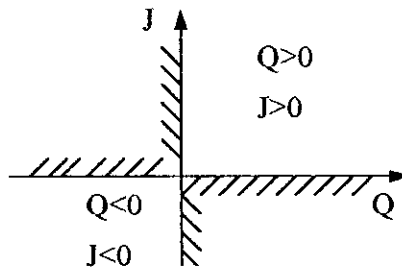


Figure 1.2 : Effet du sens inconnu de circulation sur le domaine de résolution

D'autre part, en exprimant le diamètre en fonction du débit et de la perte de charge, et en injectant dans la contrainte de vitesse (I-5), il en résulte que le domaine des solutions réalisables est compris entre deux courbes (Γ_1) et (Γ_2) décrites ci-dessous :

$$(\Gamma_1) : \text{ Représente la borne inférieure du domaine réalisable : } |Q| = \left(\frac{V_{\min}^a}{|J|^2} \right)^{\gamma}$$

$$(\Gamma_2) : \text{ Représente la borne supérieure du domaine réalisable : } |Q| = \left(\frac{V_{\max}^a}{|J|^2} \right)^{\gamma}$$

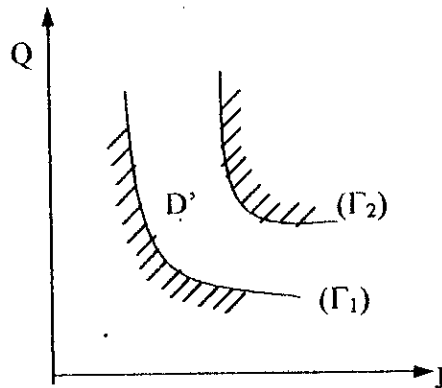


Figure 1.4 : *Domaine réalisable non convexe délimité par les courbes (Γ_1) et (Γ_2)*

Conclusion

L'approche discrète conduit à un problème d'optimisation avec une fonction objective discrète et non dérivable à minimiser, dans un domaine discret et non convexe ce qui est mathématiquement impossible à résoudre. Une approche continue est donc nécessaire pour rendre les fonctions, composant le problème, continues et dérivables. Le problème qui en découle est irrésolvable sous sa forme originale, une décomposition en sous problèmes relativement simples s'impose.

Chapitre II

Etat de connaissance sur l'optimisation des réseaux de distribution

"A tout art contribuent quelques principes et beaucoup de techniques"

D. Carnegie

ETAT DE CONNAISSANCE SUR LE PROBLEME D'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION

Introduction

Avant d'entamer le problème d'optimisation, des travaux de recherches ont été orientés vers la simulation des réseaux de distribution sans tenir compte du coût du projet. Le problème consiste à déterminer sous des contraintes de pressions et de vitesses, les diamètres et les débits dans les tronçons du réseau ainsi que les pressions aux nœuds. Les Méthodes les plus significatives développées dans ce sens sont celles de Hardy Cross, Newton Raphson et la méthode de linéarisation des pertes de charge.

Durant les dernières décennies, beaucoup d'ingénieurs et chercheurs ont focalisé leurs attentions sur le développement des techniques de gestion et d'analyse des réseaux de distribution d'eau potable. Plusieurs modèles d'optimisation permettant de minimiser le coût total du réseau ont été ainsi développés, sans perte des performances requises.

A la fin du dix-neuvième siècle, l'ingénieur Bress a proposé une formule simple, utilisée comme approche préliminaire pour une estimation du diamètre en fonction du débit véhiculé, dans une conduite d'un réseau donnée.

Pendant les années cinquante, les études ont été orientées vers une généralisation du problème. Par la recherche d'une solution économique pour l'ensemble du réseau.

Développée par Tong et ses collaborateurs en 1961, améliorée par Raman en 1966 puis modifiée par Deb et Sarkar en 1971 [22], l'approche du réseau équivalent fut le pas initial dans l'optimisation des réseaux, bien qu'elle souffre de rigueur et de justifications acceptables. Elle est basée essentiellement sur la méthode de Hardy- Cross comme modèle d'analyse.

D'autres approches ont été développées par la suite, fondées sur des bases mathématiques rigoureuses, en utilisant les techniques de la programmation mathématique et la théorie des graphes. Ces approches sont généralement très lourdes à maître en œuvre, mais elles améliorent sensiblement la solution du problème d'optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable.

Ces dernières années, de nouvelles techniques utilisant les algorithmes évolutionnaire tel que les algorithmes génétiques ont été appliqués pour l'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

2.1- Méthodes de simulation.

2.1.1- Méthode de Hardy Cross

Méthode des mailles

Le principe est de choisir, pour une distribution de diamètre initiale, une distribution des débits dans les tronçons du réseau, de manière à satisfaire l'équation de continuité aux nœuds tout en vérifiant l'équation de conservation d'énergie pour chaque maille. Si celle-ci n'est pas vérifiée, une correction du débit (ΔQ) pour chaque maille est appliquée.

$$\text{Equation des nœuds } \sum Q_{ij} + q_{ij} = 0 \quad (\text{II-1})$$

$$\text{Equation de mailles } \sum J_{ij} = 0 \quad (\text{II-2})$$

$$\text{Avec, } J_{ij} = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \quad (\text{II-3})$$

L'expression de la correction (ΔQ) pour chaque maille est :

$$\Delta Q^u = \frac{\sum_{i=1}^n J_{ij}^u}{\alpha \sum_{i=1}^n \left(\frac{J_{ij}^u}{Q_{ij}^u} \right)} \quad (\text{II-4})$$

Une fois la répartition des débits pour chaque tronçon est déterminée, une éventuelle correction sur les diamètres portant sur la vérification de la contrainte de vitesse est imposée. Le processus itératif s'arrête lorsque la contrainte de vitesse est vérifiée sur tous les tronçons du réseau.

Méthode des nœuds

Une formulation analogue à celle présentée précédemment a été développée. Cette méthode dite « méthode des nœuds » consiste à choisir une distribution des charges aux nœuds, satisfaisant l'équation de mailles, tout en vérifiant l'équation des nœuds. Si elle n'est pas vérifiée, une correction de la charge est appliquée. L'expression de la correction (ΔH) pour un coefficient $\alpha=2$ est :

$$\Delta H^u = \frac{2 \left(\sum_{i=1}^n Q_{ij}^u + q_i \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{ij}^u}{J_{ij}^u} \right)} \quad (\text{II-5})$$

Algorithme^[1]

Début

Introduction Des Données;

Répartition initiale de diamètres;

Répéter

Répartition initiale des Débits(des charges);

Répéter

Nouvelle répartition du débit(de charge);

// satisfaisant l'équation des nœuds(des mailles)

Correction du débit (de la charge);

Jusqu'à Correction négligeable des débits(des charges);

Correction des diamètres;

Jusqu'à contraintes de vitesses vérifiées;

Fin.

^[1] Ce qui est entre parenthèses concerne la méthode des nœuds.

Commentaires sur la Méthode

La méthode de Hardy Cross constitue le pas initial dans le dimensionnement des réseaux d'alimentation en eau potable. Néanmoins, elle présente certains inconvénients :

- Pour la convergence du processus itératif, une distribution initiale des débits plus au moins proche de la solution est exigée. Ce qui justifie le nombre important d'itérations.
- Les expressions des corrections (ΔQ), (ΔH) correspondant respectivement aux méthodes des mailles et des nœuds, manquent de rigueur mathématique, ce qui influe sur la précision des résultats.
- La méthode des mailles ne peut s'appliquer que dans le cas des réseaux maillés, contrairement à la méthode des nœuds qui peut être appliquée même sur des réseaux ramifiés.
- Elles ne peuvent s'appliquer que sur de nouveaux réseaux.

2.1.2 Méthode de linéarisation de l'équation de perte de charge

Principe

Proposée par Wood et Charles (1972) reprise par Lejeune et ses collaborateurs en (1972), la méthode de linéarisation consiste à résoudre, par un processus itératif, un système d'équation linéaire composé des équations de continuité aux nœuds d'une part et des équations de mailles linéarisées d'autre part. La linéarisation de la perte de charge par rapport au débit donne un aspect laminaire au régime d'écoulement.

Les équations de mailles (équation II.1 et II.2) deviennent :

$$\text{Pour chaque maille } \sum R_{ij} Q_{ij} = 0 \quad (\text{II-6})$$

$$\text{Pour chaque nœud } \sum Q_{ij} = q_i \quad (\text{II-7})$$

Le problème revient donc à résoudre le système linéaire suivant :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{b} \quad (\text{II-8})$$

A : Une matrice composée de (m) lignes relatives aux équations de mailles (équation 2.6), contenant les valeurs des résistances hydrauliques (R_{ij}) des tronçons participant dans la maille, plus (nn) lignes relatives aux équations de continuité aux nœuds (équation (II.7) portant des valeurs de ± 1 suivant le sens du débit.

b : Un vecteur de m composantes nulles relatives aux équations de mailles, et (nn) composantes portant les valeurs (q_i).

La solution (Q_k) obtenu à l'itération (k) du système précédent, constitue un paramètre permettant la correction de la résistance (R_{ij})_k par une nouvelle valeur (R_{ij})_{k+1} tel que :

$$(R_{ij})_{k+1} = (R_{ij})_k (Q_{ij})_k \quad (\text{II-9})$$

Un nouveau système linéaire à résoudre est ainsi formulé. Le processus itératif s'arrête lorsque la différence des débits obtenus entre deux itérations devient négligeable.

Algorithme

Début

Introduction Des Données ;
 Formulation des matrices A_0, b_0 ;
 Résolution du Système A_0, b_0 ;

$K := 1$;

Répéter

Correction de R_k ;
 Résolution du Système (A_k, b_k) ;
 $K := k+1$;

Jusqu'à $(\Delta Q < \epsilon)$;

Fin;

Commentaires sur la Méthode

La linéarisation des équations de perte de charge simplifie énormément le problème, du fait qu'on se ramène à résoudre successivement des systèmes d'équations linéaires, mais l'hypothèse erronée d'un écoulement laminaire affecte la précision des résultats obtenus. Néanmoins, Cette méthode peut fournir une répartition initiale des débits pour les autres méthodes d'équilibrage.

2.1.3 Méthode de Newton Raphson

Principe

De point de vue mathématique, la méthode de Newton Raphson est une méthode d'optimisation d'un programme mathématique non linéaire sans contraintes, avec la fonction objective à minimiser représentée par l'expression d'équilibre énergétique sur l'ensemble des mailles, et les débits comme variables de décisions, ceci pour la méthode des mailles. Pour la méthode des nœuds, la fonction objective à minimiser est formulée à partir de l'équation de continuité aux nœuds, avec les charges aux nœuds comme variables de décision.

Une présentation explicite du fondement mathématique de la méthode de Newton Raphson fera l'objet d'une annexe.

Méthode des mailles

La fonction objective à minimiser est dans ce cas :

$$\text{Min } F(\mathbf{Q}) = \sum R_{ij} Q_{ij}^2 \quad (\text{II-10})$$

Avec, R_{ij} : la résistance hydraulique de la conduite (ij).

Démarrant d'une répartition initiale des débits, le procédé de Newton Raphson, conduit à la résolution d'un système linéaire à chaque itération déterminant ainsi la correction du débit.

$$\Delta \mathbf{Q}^k = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{Q}^k) \quad (\text{II-11})$$

$\mathbf{J} = \nabla \mathbf{F}(\mathbf{Q}^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k , dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de perte de charge par rapport au débit.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction (ΔQ) devient négligeable.

Méthode des nœuds

Le programme mathématique qui en découle consiste à minimiser sur l'ensemble des tronçons connectés à un nœud (i) la fonction suivante :

$$\text{Min } F(H_i) = \sum Q_{ij} + q_i = \sum R_{ij}^{-1/\alpha} (H_i - H_j)^{1/\alpha} + q_i \quad (\text{II-12})$$

H_i, H_j : côtes piézométriques aux nœuds i et j.

Démarrant d'une répartition initiale des charges aux nœuds, le processus itératif commence. A chaque itération (k) une correction (ΔH^k) sur les charges aux nœuds est apportée.

$$\Delta H^k = J^{-1}f(H^k) \quad (\text{II-13})$$

$J = \nabla F(Q^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k, dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de continuité par rapport à la charge aux nœuds.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction (ΔH) devient négligeable.

Algorithmes de la méthode^[1]

Début

Répartition initiale des Débits (des charges);

Répéter

Nouvelle répartition du débit (de charge);

// satisfaisant l'équation des nœuds (des mailles)

Correction du débit par N. Raphson (de la charge);

// voir annexe

Jusqu'à Correction négligeable des débits (des charges);

Fin;

Commentaires sur la Méthode

En raison du fondement mathématique assez rigoureux de la méthode d'une part, et le développement des techniques numériques d'autre part, la méthode de Newton Raphson est la plus susceptible pour mieux représenter le problème d'équilibrage. La méthode des nœuds est la plus suggérée pour traiter tous les cas de figure des réseaux qui se présentent (maillés ou ramifiés).

2.2 Méthodes heuristiques

2.2.1 méthodes des conduites équivalentes

Ces méthodes sont basées essentiellement sur la méthode de Hardy-Cross comme modèle d'analyse. Elles consistent à remplacer le réseau réel, par un réseau fictif, dit équivalent, dont toutes les conduites portent un diamètre unique fixe, avec des longueurs inconnues. Les longueurs "équivalentes" sont déterminées en résolvant le système d'équations non linéaire obtenu en annulant le gradient de la fonction coût.

[1] Ce qui est entre parenthèses concerne la méthode des nœuds.

Méthode des longueurs équivalentes

Principe

Développée initialement par Tong et ses collaborateurs [22], la longueur équivalente, est définie comme étant la longueur d'une conduite de diamètre égal à 200 mm, avec un coefficient de Hazen Williams égal à 100, et qui donne la même perte de charge que pour une conduite véhiculant le même débit, de diamètre D et de longueur L.

$$Le = L \left(\frac{100}{chw} \right)^{1,85} \left(\frac{200}{D} \right)^{4,86} \quad (II-14)$$

Le : Longueur équivalente (m).

L, D : Respectivement, longueur et diamètre réels d'une conduite.

En introduisant l'équation (II-14) dans la formule de Hazen Williams, on obtient la relation suivante :

$$Le = \frac{\Delta H}{0,19 \cdot Q^{1,85}} \quad (II-15)$$

La condition de convergence qui en découle pour chaque maille est :

$$\sum_{m_p} Le_i = 0 \quad (II-16)$$

m_p := Ensemble du tronçon appartenant à une maille.

Les contraintes à respecté pour chaque maille et chaque nœud sont :

$$\text{Pour chaque nœud} \quad \sum Q = 0 \quad (II-17)$$

$$\text{Pour chaque maille} \quad \sum \Delta H = 0 \quad (II-18)$$

Une correction sur les débits est effectuée à chaque fois que la condition (II-17) n'est pas satisfaite.

Afin de satisfaire la condition (II-17), un terme de correction du débit est introduit. Ce terme peut être déduit après un calcul mathématique se basant sur la minimisation de la fonction comprenant la somme des longueurs équivalentes :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^n Le_i}{1,85 \sum_{i=1}^n \left(\frac{Le_i}{Q_i} \right)} \quad (II-19)$$

Le calcul des diamètres optimaux pour chaque conduite, se fait à partir des valeurs des longueurs équivalentes obtenues, et en connaissant les longueurs et les coefficients de Hazen Williams réels.

$$D_i = 200 \left(\frac{L_i}{Le_i} \right)^{0,21} \left(\frac{100}{Chw_i} \right)^{0,38} \quad (II-20)$$

Afin d'avoir une solution techniquement réalisable, il sera nécessaire d'opter pour les diamètres commerciaux les plus proches des diamètres optimaux calculés.

Les Modifications de V.Raman et S.Raman

Des modifications ont été apportées à cette méthode par V.Raman et S.Raman[22], faisant intervenir les débits dans l'expression de la condition de convergence ainsi que celle du facteur de correction.

La condition de convergence pour chaque maille devient :

$$\sum_M \left(\frac{Le_i}{Q_i} \right) = 0 \quad (II-21)$$

La valeur du facteur de correction est obtenue de la même manière que celle développée précédemment :

$$\Delta Q = \frac{\sum \frac{Le_i}{\Delta Q_i}}{2,85 \left(\sum \frac{Le_i}{Q_i^2} \right)} \quad (II-22)$$

Algorithme de résolution

Début

```

Association des longueurs équivalentes aux conduites ;
// équation (II-14)
Correction des débits circulaire pour chaque maille ;
//Equation (II-19) ou (II-22)
Si condition de Convergence [(II-16) ou (II-21)] Alors
Dimensionnement de tout le réseau // Equation (II-20)
Si non aller au début ;
Fin ;
    
```

Remarque :

Ces méthodes permettent de déterminer directement les dimensions à donner aux conduites, contrairement à la méthode de Hardy Cross où les dimensions sont déterminées par essais successifs nécessitant un calcul hydraulique de tout le réseau à chaque essai.

Un des inconvénients de ces techniques, est qu'elles sont restreintes aux nouveaux réseaux composés d'un réservoir et d'un réseau maillé pour lequel l'eau s'écoule par gravité.

Méthode des diamètres équivalents de DEB et SARKAR

Le diamètre équivalent est défini comme étant le diamètre d'une conduite de (100 m) de longueur et de coefficient de Hazen Williams égal à (100), et qui donne, pour un même débit, la même perte de charge que la conduite réelle.

$$De = D \left(\frac{Chw}{100} \right)^{0,381} \left(\frac{100}{L} \right)^{0,206} \quad (II-23)$$

De : Diamètre équivalent en (m).

D : Diamètre réel de la conduite (m).

Chw : Coefficient de Hazen-Williams

L : Longueur de la conduite.

Après une introduction de cette équation dans la formule de Hazen Williams, et une transformation de la fonction coût par introduction des multiplicateurs de Lagrange, Deb et Serkar déterminent une fonction objective reliant le coût d'une conduite à sa longueur et son diamètre équivalent, soit :

$$C_{ci} = k (0,73)^m \frac{Q_i^{0,381}}{\Delta H_i^{0,206m}} \quad (II-24)$$

Cc : Coût de la conduite

m, k : Des constantes

On cherche donc à minimiser, pour chaque maille, le coût des conduites équivalentes qui composent le réseau, tout en respectant les charges et les consommations données aux nœuds. D'où la condition de convergence qui correspond à la dérivée nulle de la fonction (II.24) :

$$\Delta Q = \frac{A' - \sum \left(\frac{De_i}{Q_i} \right)^m}{(0,381 \ m - 1) \sum \left(\frac{De_i}{Q_i^2} \right)^m} \quad (II-25)$$

$$\text{avec, } \sum \left(\frac{De_i}{Q_i} \right)^m = \frac{\left(\frac{dC_c}{dQ_i} \right)}{0,381 \ m k} = A' \quad (II-26)$$

Le processus itératif est arrêté si la condition (II-23) est satisfaite, ce qui permet de déduire les valeurs des diamètres réels en fonction des conduites équivalentes.

$$D_i = De_i \left(\frac{Li}{100} \right)^{0,206} \left(\frac{100}{Chw} \right)^{0,381} \quad (II-27)$$

Algorithme

Début

```

Association des diamètres équivalents aux conduites ;
// équation (II-23)
Correction des débits circulaire pour chaque maille ;
// Equation (II-25)
Si Fonction Coût minimale (Equation (II-12)) Alors
Dimensionnement de tout le réseau // Equation (II-27)
Si non aller à début;

```

Fin ;

Commentaires sur la Méthode :

Bien que cette méthode propose une formule générale de la fonction coût, comprenant le coût des conduits, du réservoir ainsi que celui de la pompe d'adduction et de l'entretien, elle souffre de contradictions, du fait que la fonction coût est inversement proportionnelle aux longueurs

des conduites. De même, la condition à satisfaire conduit à une maximisation du coût plutôt qu'à une minimisation, ce qui semble illogique.

2.2.2 Méthode de Featherstone et El Djumaily

La procédure adopter par Featherstone et El Djumaily consiste à décomposer le problème en deux étapes. Une sélection des diamètres est effectuée en première étape, basée sur une perte de charge unitaire hypothétique constante pour tout le réseau. La deuxième étape consiste à apporter une correction sur les charges aux nœuds en utilisant un modèle de simulation hydraulique. Cette méthode sera détaillée au chapitre trois.

2.3 Méthodes utilisant la théorie des graphes

2.3.1 Méthode de l'arbre minimal

Cette méthode est basée sur le fait qu'une ossature principale ramifiée R' de longueur minimale est associée à un réseau maillé R dont les diamètres sont fixés, pour des appels aléatoires des débits aux nœuds. Elle tient en compte de l'incidence de la longueur sur les prix, ainsi que la nécessité d'introduire dans le calcul d'optimisation, les paramètres hydrauliques et économiques des tronçons fermant les mailles.

Théoriquement chaque sens de circulation est possible, et seul un tirage au hasard permet une approche de l'optimum. Ceci a conduit d'envisager, dans le cas d'un seul réservoir, une procédure de calcul qui s'est révélée efficace par confrontation avec les résultats fournis par les méthodes classiques.

Suite à une extraction d'un réseau ramifié R' de longueur minimale à partir du réseau global, une distribution des débits aux prises (Q_p) est déterminée à partir de la méthode de Clément, basée sur la répartition probabiliste de l'ouverture des prises. Une optimisation de l'arbre est effectuée et qui consiste à minimiser une fonction coût du réseau ramifié, exprimée en fonction de la perte de charge, tout en respectant la pression minimale aux nœuds par une technique appropriée.

Plusieurs distributions de diamètres des tronçons fermant les mailles sont fixées. A chacune d'entre elles, correspond une séquence d'optimisation, correspondent aux étapes suivantes :

1. Etant donnée une distribution de diamètres fixe, une procédure d'équilibrage est lancée en considérant des appels aléatoires aux nœuds. Une distribution de débits de tous les tronçons du réseau est ainsi obtenue.
2. Pour une distribution de débits fixe sur tout le réseau, une procédure d'optimisation est lancée. Elle consiste à minimiser une fonction coût tout en sachant les pressions minimales aux nœuds à ne pas dépasser. Une nouvelle distribution des diamètres est ainsi obtenue pour tous les tronçons, avec leurs longueurs respectives.

Algorithme

Début

```
Détermination de l'arbre minimale ;  
Optimisation de l'arbre minimale ;  
Choix d'une répartition initiale de  
Diamètres des tronçons maillants ;  
Répéter // pour les tronçons maillants  
Equilibrage du réseau ; //Etape 1
```


Optimisation du réseau ; //Etape 2
 Jusqu'à Coût minimum ;
 Fin ;

2.4 Méthodes Basées sur la Programmation mathématique

2.4.1 Méthodes heuristiques avec une programmation linéaire itérative

Elles sont Basées sur la programmation linéaire comme modèle d'optimisation, et sur les méthodes heuristiques comme modèle de correction. Parmi les travaux les plus significatifs dans cet axe d'investigation nous citons ceux de Morgan et Goulter [32].

Méthode de Morgan et Goulter

La procédure de résolution de la méthode de Goulter et Morgan [32] est basée sur la décomposition du problème d'optimisation en deux sous problèmes. Le premier est un programme linéaire formulé dans l'hypothèse d'une répartition fixe des débits avec la longueur des diamètres économiques les plus proches de la répartition des diamètres en cours comme variable de décision. Le deuxième est un problème d'équilibrage qui consiste à déterminer une nouvelle répartition des débits démarrant des résultats du premier problème. Le processus itératif s'arrête lorsque la correction des débits devient négligeable.

Le programme linéaire qui en découle consiste à minimiser une fonction objective soumise aux contraintes de pression, assurant une pression adéquate aux nœuds, et aux contraintes de longueurs, assurant que les longueurs remplacées ne dépassent pas les longueurs réelles des conduites.

$$\text{PL1} \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{j=1}^{NL} C_{jdr} x_{jdr} + C_{jds} x_{jds} \\ \text{sujet à :} \\ \sum_{j \in P_i} (G_{jdr} x_{jdr} + G_{jds} x_{jds}) \leq H_{\min} - h_i \quad (\text{II-28}) \\ x_{jdr} \leq L_j \\ x_{jds} \leq L_j \end{array} \right.$$

avec,

C_{jdr} : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon "j", d'une conduite de "d"^{ème} diamètre en une conduite du "r"^{ème} diamètre le plus grand ($C_{jdr} = C_r - C_d > 0$).

C_{jds} : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon "j", d'une conduite de "d"^{ème} diamètre en une conduite du "s"^{ème} diamètre le plus petit ($C_{jds} = C_s - C_d < 0$).

x_{jdr} et x_{jds} : Les variables de décision correspondant respectivement à la longueur du segment de conduite de "d"^{ème} diamètre remplacé par le "r"^{ème} diamètre le plus grand ou "s"^{ème} diamètre le plus petit.

NL : nombre de conduites dans le réseau.

G_{jdr} et G_{jds} : La différence de gradient hydraulique lors du changement de diamètre ($G_{jdr} = J_r - J_d$, $G_{jds} = J_s - J_d$).

J_d : le gradient hydraulique de diamètre n° "d" dans la conduite "j".

H_{\min} : la charge minimale attribuée au nœud i .

H_i : la charge existante.

Le modèle d'équilibrage consiste à déterminer la répartition des débits aux conduites à partir des résultats obtenus du programme linéaire.

Le processus itératif s'arrête lorsque le changement dans les dimensions des conduites devient négligeable.

La méthode est applicable à l'étude d'une nouvelle installation ainsi qu'au cas d'extension. L'avantage de cette méthode est que les contraintes hydrauliques pour chaque itération sont respectées.

2.4.2 Méthodes de programmation linéaire et non-linéaire

Un groupe important de techniques d'optimisation des réseaux de distribution d'eau se basent sur la décomposition du problème en deux étapes successives. Dans la première étape, certaines variables seront gardées constantes, alors que le reste sera résolu par programmation linéaire. Dans la deuxième étape, une technique de recherche de l'optimum est employée sur les variables supposées fixes préalablement tout en fixant les variables de la première étape. Le processus itératif continu jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit atteint. Cette technique de décomposition est trouvée attirante, étant donné qu'en gardant constante une partie de variables, le problème d'optimisation devient linéaire, et ainsi les techniques de la programmation linéaire peuvent être appliquées.

Cette catégorie de méthodes englobe les travaux de plusieurs chercheurs. On peut citer à titre indicatif les travaux d'Alperovits et Shamir [1], ceux de Quindry et ses collaborateurs ([35] et [34]) et ceux de Fujiwara et ses collaborateurs ([16] et [17]).

Méthode du gradient du programme linéaire (LPG)

Développée en premier lieu par Alperovits et Shamir en 1977 [1], la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) a reçue beaucoup d'intérêt ces dernières années et a fait l'objet de plusieurs publications apportant des critiques ([20] et [34]), modifications ou améliorations ([17] et [24]).

Le principe de base de la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) est la décomposition de la résolution du problème d'optimisation des réseaux de distribution en deux étapes. La première étape consiste à formuler et résoudre un programme linéaire, découlant de l'hypothèse d'une répartition des débits fixe, par une technique d'optimisation linéaire appropriée. La deuxième étape consiste à formuler et résoudre un programme non linéaire avec contrainte transformé par la suite en un programme linéaire sans contraintes par le biais de la dualité lagrangienne. Le programme qui en découle est résolu soit en utilisant la méthode du gradient projeté proposée par Alperovits et Shamir, soit par la méthode quasi-Newton suggérée par Fujiwara et ses collaborateurs. Cette méthode sera détaillée au chapitre trois du présent mémoire.

2.4.3 Méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de dualité :

Elles consistent à ramener le problème initial, à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans contraintes. Contrairement aux méthodes primales, les méthodes duales sont plus robustes et la convergence globale est souvent plus facile à obtenir, mais elles

présentent l'inconvénient de ne fournir une solution primale réalisable qu'en fin de convergence. Nous citons à titre indicatif, les travaux de Jacoby(1968) [22], Lansy et Mays[25]

a) Méthode de Jacoby

Le Modèle proposé par Jacoby utilise comme variable de décision trois paramètres : le diamètre, le débit et les pertes de charge. Le programme mathématique qui en découle, consiste à minimiser une fonction objective comprenant le coût des conduites et celui des opérations de pompage, tout en respectant les contraintes physiques ainsi qu'hydrauliques (bornes de la vitesse et la pression en chaque nœud). Après une transformation par la dualité Lagrangienne du programme non linéaire avec contraintes, en un programme mathématique dual sans contraintes, le problème revient à minimiser une fonction objective exprimée en fonction de deux paramètres (débit, diamètre) ou (diamètre, perte de charge) soit :

$$FO = \sum (k_1 d_i^3 + k_2 d_i^2 + k_3 d_i + k_4) + \frac{C_{pg} \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} q_p + \sum_{j=1}^n a_j \left(\sum \frac{\Delta H_i d_i^5}{K_i} + q_j \right) + \sum_{k=1}^m b_k (\sum \Delta h_{ik}) \quad (II-29)$$

avec, a_j et b_k : Des multiplicateurs de Lagrange.

Comme la fonction objective n'est pas linéaire ni en terme de débit ni en terme de diamètre, la procédure de résolution se base sur un processus itératif, démarrant d'un point de départ $P_0(\Delta H_0, Q_0)$, en passant par des points transitoires P^1, \dots, P^i, P^{i+1} , pour lesquels la fonction F_0 demeure décroissante d'une itération à une autre. Pour se faire, la correction sur le point P^{i+1} par rapport au point P^i suit une direction de descente dans le domaine réalisable tel que :

$$P_k^{i+1} = P_k^i - \lambda_i \frac{\text{grad}F_0(P_k^i)}{\|\text{grad}F_0(P_k^i)\|} \quad (II-30)$$

Une solution optimale $P(D, Q)$ est enfin obtenue, correspondant au couple $P(\Delta H, Q)$ pour lequel la fonction est minimale. Les diamètres des conduites qui en découlent sont arrondis selon la gamme commerciale.

Cette méthode quoiqu'elle puisse être appliquée à de grands réseaux, présente l'inconvénient d'atteindre la convergence difficilement d'une part et de générer une fonction objective non-linéaire d'autre part.

b) Méthode de LANSEY et MAYS :

En 1990, Lansy et Mays [25] ont présenté une nouvelle méthode d'optimisation des réseaux de distribution d'eau potable, utilisant un couplage des techniques de programmation non linéaire et des techniques de simulation.

Lansy et Mays utilisent la méthode du gradient réduit généralisé, qui consiste à réduire la complexité du problème par la résolution implicite des équations de masse et d'énergie.

La formule générale du problème d'optimisation pour la conception du réseau de distribution d'eau pourra être déclarée mathématiquement en termes de pressions aux nœuds (H) et les divers paramètres de décision (D). Ces derniers définissent la dimension pour chaque composante dans le système tel que le diamètre des conduites.

L'objectif est de la méthode est :

$$\text{Minimiser le coût } f(\mathbf{h}, \mathbf{D}) \quad (\text{II-31})$$

Sujette aux contraintes physiques

$$G(\mathbf{h}, \mathbf{d}) = 0 \quad (\text{II-32})$$

Techniques :

$$W_{\min}(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \leq W(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \leq W_{\max}(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \quad (\text{II-33})$$

Pour la résolution du problème ainsi défini, on utilise un modèle de simulation pour déterminer les pressions aux nœuds. Le modèle de simulation simplifie la résolution des équations (II-32) représentant les contraintes physiques tout en respectant les conditions de charge aux nœuds. Le nouveau problème réduit est :

$$\text{Min } f[H(D), D] \quad (\text{II-34})$$

Sujette à :

$$g(d): W_{\min}[H(D), D] \leq W[H(D), D] \leq W_{\max}[H(D), D] \quad (\text{II-35})$$

La technique utilisée pour résoudre ce problème est l'utilisation de la fonction de pénalité du Lagrangien augmenté ou les contraintes sont injectés dans la fonction objective.

$$\text{min AL}(H, D, \mu, \lambda) = f(H(D), D) + 1/2 \sum \lambda_i g_i(D) \quad (\text{II-36})$$

avec,

λ_i : Les paramètres de lagrange.

La méthode quasi-Newton (voir annexe) est utilisée pour résoudre le problème (II-36).

Algorithme de résolution

Début

```
Détermination de la répartition des charges ;
    // modèle de Newton Raphson
Minimisation de La fonction (II-35);
    // méthode quasi-Newton
Jusqu'à critère de convergence atteint ;
Fin ;
```

2.5 Méthodes basées sur l'algorithme génétique

Beaucoup de recherches ont été appliquées au problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau basées sur des techniques de l'optimisation déterministe (programmation linéaire, programmation dynamique et non-linéaire). Un nouveau champ est en voie de développement, introduisant les techniques d'optimisation stochastiques aux grands problèmes combinatoires tel que l'algorithme génétique.

Un algorithme génétique est un algorithme de la recherche basé sur la sélection naturelle et les mécanismes génétiques de la population [43]. L'algorithme génétique est différent des approches traditionnelles et des techniques d'optimisation existantes. Le principe de base est inspiré des processus biologiques de survie et d'adaptation. Les résultats sont un algorithme effectif avec une flexibilité de la recherche des solutions optimales dans des espaces complexes tel que l'espace généré par le problème d'optimisation des réseaux de distribution.

Pour rendre efficace l'algorithme génétique, l'ensemble des variables de décision sont codées comme ficelles ou chromosomes. Une chaîne de caractère binaire est habituellement utilisée pour le codage. L'algorithme génétique évalue la solution de l'essai et calcul une mesure de la valeur ou l'aptitude de la ficelle. L'algorithme génétique évalue successivement et régénère une collection de solutions appelée "population.". L'algorithme génétique crée la nouvelle population à partir des vieilles populations. Un algorithme génétique simple comprend trois opérateurs : reproduction, croisement, et mutation.

Codage des variables : La première étape est de définir et de coder convenablement le problème. A chaque variable d'optimisation x_i , on fait correspondre un *gène*. Nous appelons *chromosome* un ensemble de gènes. Chaque dispositif est représenté par un *individu* doté d'un génotype constitué d'un ou plusieurs chromosomes. On appelle *population*, un ensemble de N individus qu'on fait évoluer. De point de vue informatique, un gène est un entier long (32 bits). Un chromosome est un tableau de gènes. Un individu est un tableau de chromosomes. La population est un tableau d'individus.

Genèse de la population : La première étape de l'algorithme est la genèse de la population, c'est-à-dire le choix des dispositifs de départ qu'on fait évoluer. On pourrait prendre des individus régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser : les valeurs g_i des gènes sont tirées au hasard selon une distribution uniforme. Notons qu'on peut, si nécessaire, introduire des individus déjà calculés.

Evaluation : L'évaluation de chaque dispositif est réalisée par le modèle utilisé. Si le dispositif possède plusieurs états de fonctionnement, le modèle peut être lancé plusieurs fois. Les résultats obtenus sont alors utilisés pour calculer les fonctions objectives et la fonction d'adaptation.

Sélection – élimination : Une fois réalisée l'évaluation de la génération, on opère une sélection à partir de la fonction d'adaptation. Seuls les individus passant l'épreuve de sélection peuvent accéder à la *génération intermédiaire* et s'y reproduire.

Opérateur croisement : Une fois la génération intermédiaire à moitié remplie, les individus sont aléatoirement répartis en couples hermaphrodites. Les chromosomes (ensembles de paramètres) des parents sont alors copiés et recombinaison de façon à former deux descendants possédant des caractéristiques issues des deux parents. On forme ainsi la génération $t+1$. L'opérateur croisement favorise l'exploration de l'espace de recherche.

Opérateur mutation : On définit une *mutation* comme étant l'inversion d'un bit dans un chromosome. Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre de bits mutés. De plus, elles garantissent mathématiquement que l'optimum global peut être atteint.

Algorithme

Début

```
1 :Création de la population initiale ;
2 :Evaluation de chacun des chromosomes de la population initiale ;
3 :Sélection et regroupement des chromosomes par paires ;
4 :Application du croisement et de la mutation à chacune des paires ;
5 :Evaluation des nouveaux chromosomes et insertion dans la population
   suivante;
   Si critère d'arrêt n'est pas atteint Alors retourne à l'étape 3 ;
L'algorithme génétique s'arrête et rend le meilleur chromosome produit ;
Fin.
```

METHODE DE SIMPSON et DANDY

Une formulation a été développée par Simpson et ses Collaborateurs [39] appliquant les algorithmes génétiques aux problèmes d'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

Les trois opérateurs à examiner dans cette méthode sont la reproduction, croisement et mutation. Les algorithmes génétiques créent de nouvelles populations à partir des anciennes populations. trois paramètres ont été choisis, afin d'accomplir l'incrément de la méthode dans l'optimisation des réseaux :

La taille de population (n) : [100 - 1000]

Probabilité de croisement (Pc) : [0,7 - 1]

Probabilité de mutation (Pm) : [0,01 - 0,05]

Tel que : $P_m \geq 1/n$ et $P_m \leq 1/L$

Avec L : La longueur du tronçon.

L'algorithme génétique appliqué aux réseaux de distribution d'eau suit les étapes suivantes :

1. *Génération de population initiale* : L'algorithme génétique génère aléatoirement une population initiale de chromosomes codés qui représente une solution du réseau de distribution de dimension N ($n = 100$ à 1000). Chaque gène dans un chromosome prend une valeur binaire (1 ou 0). Chaque chromosome n de la population aléatoire représente une combinaison possible de dimension du réseau et donc représente une configuration différente du réseau de distribution.
2. *Calcul du coût du réseau* : Le GA considère chacun des N chaînes de caractères dans la population en cours. Il décode chaque sous-chaîne dans la dimension de la conduite correspondante et calcule le coût total du réseau. L'algorithme génétique détermine les coûts de chaque configuration de l'essai dans la population courante.
3. *Analyse hydraulique de chaque réseau* : Un processus d'équilibrage des réseaux de distribution permet de calculer les pressions et débits sous un modèle de consommation spécifié pour chaque configuration du réseau et pour une population donnée. Les pressions nodales réelles sont comparées avec la pression admissible minimale et tous déficits de la pression sont notés.
4. *Calcul de coût de pénalité* : Le GA associe un coût pénalité à chaque modèle de la demande si un dimensionnement ne satisfait pas les contraintes de la pression minimale. Le nœud où le déficit de pression est maximum est utilisé comme base pour l'évaluation du coût de pénalité. Le déficit maximum de pression est multiplié par un facteur de pénalité α .
5. *Calcul de coût du réseau total* : Le coût total de chaque réseau dans la population en cours est pris comme la somme des prix du réseau proprement dit (étape 2) plus le coût de pénalité (étape 4).
6. *Calcul de l'aptitude* : L'aptitude des chromosomes codés est prise comme étant une des fonctions coût du réseau. L'AG calcul l'aptitude pour chaque conduite du réseau proposé dans la population courante comme étant l'inverse du coût total du réseau (étape 5).
7. *Génération d'une nouvelle population en utilisant l'opérateur de sélection* : L'algorithme génétique génère de nouveaux membres de la génération suivante par un schéma de sélection. La probabilité de sélection d'un chromosome i (p_i), pour être sélectionné dans la prochaine génération de n membres en utilisant une méthode de sélection proportionnelle est donné par :

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (\text{II-37})$$

Où le f_i est l'aptitude du chromosome i (à déterminer à l'étape 6).

8. *Production des générations successives* : Les trois opérateurs décrits ci-dessus produisent une nouvelle génération du réseau de dimensions du réseau de distribution en utilisant les étapes 2 à 8. L'AG répète le processus de production de nouvelles générations jusqu'à une ce que le nombre maximum de populations est atteint.

Conclusions

Ce passage à travers les travaux les plus significatifs au sujet de l'optimisation des réseaux de distribution, permet de constater que plusieurs méthode ont été proposées. La plupart, leurs bases théoriques manque de rigueur et de justifications acceptables, à savoir l'existence et l'unicité d'une solution optimale.

Les analyses théoriques et expérimentales appliquées sur les méthodes de simulation (méthode de Hardy Cross, Méthode de Newton Raphson et la méthode de linéarisation des pertes de charge) permettent d'opter pour la méthode de Newton Raphson (méthode des nœuds) comme méthode d'équilibrage tout en intégrant la méthode de linéarisation pour l'évaluation de la distribution initiale des débits.

Les méthodes les plus efficaces de point de vu résultats (méthode du gradient du programme linéaire) sont généralement difficiles à mettre en œuvre et coûteuses en espace mémoire. Contrairement aux méthodes heuristiques (méthode Featherstone et ses Collaborateurs) qui donnent des résultats peu précis mais satisfaisants en un temps de calcul court et un espace mémoire relativement réduit. Pour cela nous avons opter pour le développement de deux méthodes. La méthode de Fetherstone et El Djumaily est utilisée pour donner une solution satisfaisante. La méthode du gradient du programme linéaire permet d'approfondir la recherche de la solution optimale.

Le moteur de recherche des méthodes déterministes est basé généralement sur le gradient de la fonction objective qui permet une bonne exploitation des données sans exploration de tout le domaine de recherche. Il ne génère donc qu'une solution locale. Les algorithmes évolutionnaires et particulièrement l'algorithme génétique reste le meilleur moyen pour effectuer une bonne exploration du domaine de recherche avec une bonne exploitation des résultats antérieurs et donc fournir un optimum global. Une investigation ultérieure basée sur les algorithmes génétiques pour l'optimisation des réseaux de distribution est suggérée.

Chapitre III

Méthodes Utilisées - Description du Logiciel

"to the scientist, final and absolute truth is an ideal which can never be attained. Every scientific statement requires proof, and no proof can be final. But even though the scientist believes truth can never be completely attained, he nevertheless believes we can come closer and closer to the true answers."

Lionel Ruby

METHODES UTILISEES-PRESENTATION DU LOGICIEL

Introduction

Au cours du présent chapitre, nous présenterons deux méthodes d'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

Une méthode heuristique, dite "méthode de Featherstone et El Djumaily", basée sur l'hypothèse simplificatrice qu'une perte de charge unitaire fixe pour tout le réseau offre une répartition économique des diamètres

Une méthode utilisant les notions de programmation mathématique (Méthode LPG). La méthode LPG est Basée sur la décomposition hiérarchique du processus de résolution en deux étapes successives. Un programme linéaire est formulé dans la supposition d'une répartition fixe des débits, permettant la sélection, parmi les diamètres candidats dans une conduite donnée, des diamètres commerciaux optimaux. Suite à l'étape précédente, un programme non linéaire, permettant la correction des débits, est formulé en utilisant la notion de dualité lagrangienne.

Une méthode, pouvant être inscrite dans la catégorie des méthodes heuristique utilisant la notion de programmation linéaire, a été proposée. Elle est inspirée de la méthode LPG dans sa formulation mathématique, avec l'introduction d'un modèle de simulation, pour la correction des débits, au lieu d'un programme non linéaire, réduisant ainsi le volume d'espace mémoire, tout en gardant la qualité des résultats assez bonne.

3.1- Méthode de Featherstone et El Djumaily

Introduction

La méthode d'optimisation proposée ici permet le calcul des diamètres optimaux des conduites, tout en disposant d'un modèle de simulation pour le calcul hydraulique du réseau. Le processus de résolution peut être décomposé en deux étapes. Dans la première étape de calcul, une modification des diamètres est effectuée en admettant qu'une perte de charge linéaire fixe pour tout le réseau correspond à une solution économique. La seconde étape consiste à effectuer un calcul hydraulique sur le réseau avec la nouvelle répartition des diamètres dans le but de déterminer la répartition des débits aux conduites et celle des pressions aux nœuds. Une correction sur la pression du réservoir est effectuée lorsque la pression minimale aux nœuds est atteinte. Cette correction est estimée à partir de la pression résiduelle du nœud le plus défavorisé. Le processus itératif continu jusqu'à ce que la valeur de la fonction coût cesse de décroître et lorsque les contraintes de pressions aux nœuds soient vérifiées.

La méthode de Featherstone et El Djumaily est applicable à des réseaux neufs composés d'un réservoir, alimenté par une conduite d'adduction munie d'une pompe de refoulement, d'un réseau de conduites maillé ou ramifié dans lequel l'eau s'écoule par gravité.

3.1.1- Principe de la méthode

Dans les systèmes de distribution d'eau, Wu a prouvé que la différence entre la perte de charge d'une conduite simple, composée de tronçons de diamètres différents avec une perte de charge

réelle non linéaire et celle obtenu avec l'hypothèse d'une variation linéaire de la perte de charge n'est que de 15%. On peut donc d'après Wu admettre que la variation de la charge le long d'une conduite est linéaire. WU a remarqué cependant que la différence de coût du réseau avec l'hypothèse d'une variation linéaire de la charge avec celle de la courbe optimale n'est que de 2%. Il est donc admissible de supposer que la variation linéaire de la perte de charge est une perte de charge unitaire constante, qui donne au réseau un coût minimum. La modification des diamètres est basée donc sur l'hypothèse que la solution la plus économique correspond à une perte de charge unitaire unique et constante pour tout le réseau.

La perte de charge dans la conduite est une courbe concave qui donne au milieu une valeur inférieure de 15% à celle obtenue avec une ligne droite (Figure 3.1).

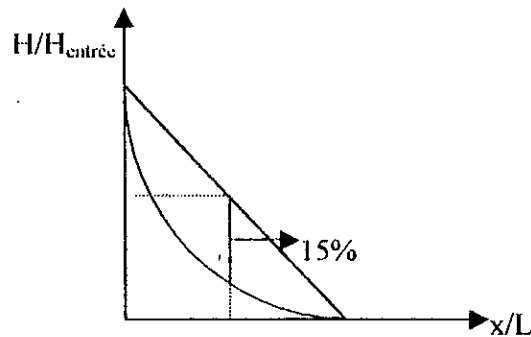


Figure 3.1 : Courbe de variation du rapport de charges le long d'une conduite

La méthode de Featherstone et El Djumaily est basée donc sur cette hypothèse simplificatrice dans son processus de sélection des diamètres commerciaux économiques, et sur un modèle de simulation (méthode de Newton Raphson) pour le calcul Hydraulique.

3.1.2 Analyse de la méthode

a) Evaluation de la fonction coût :

Le coût d'une conduite comprend le coût de la conduite proprement dite, les frais de transport et le coût de la pose des conduites. Il est donné par l'expression suivante :

$$C_T = \sum_{i=1, N_i} a_1 L_i^{a_2} D_i^{a_3} \quad (\text{III-1})$$

avec, L_i : La longueur de la conduite (m).

D_i : Le diamètre de la conduite (cm).

$a_1, a_2,$ et a_3 : Des constantes à déterminer, fonction des conditions du marché.

b) Expression de la perte de charge unitaire :

Si on définit J comme étant la perte de charge unitaire pour une conduite, on déduit de l'équation de Hazen-Williams, l'expression du diamètre :

$$D = 1,66 \frac{\left(\frac{Q}{Chw}\right)^{0,396}}{J^{0,214}} = K_1 \frac{Q^{0,396}}{J^{0,214}} \quad (\text{III-2})$$

avec, $K_1 = \frac{1,66}{Chw^{0,396}}$

Introduisons cette expression dans la fonction coût d'une conduite :

$$C_i = a_1 L_i^{a_2} D_i^{a_3} = a_1 L_i^{a_2} \left(\frac{K_1 Q_i^{0,396}}{J^{0,214}} \right) \quad (\text{III-3})$$

La méthode de Featherstone et El Djumaily est basée sur l'hypothèse que l'optimum est atteint lorsque la perte de charge par unité de longueur est égale à une valeur hypothétique (J) constante et unique pour tout le réseau.

L'équation du coût du réseau s'écrit alors :

$$C_T = \sum_{i=1}^M a_1 K_1^{a_3} \frac{L_i^{a_2} Q_i^{0,396 a_3}}{J^{0,214 a_3}} \quad (\text{III-4})$$

Dans cette équation, (J) est le seul paramètre variable, vu que les autres termes sont soit donnés au départ, soit obtenus par le calcul hydraulique.

L'allure de la fonction coût (C_T) en fonction de (J) est illustrée dans la courbe suivante :

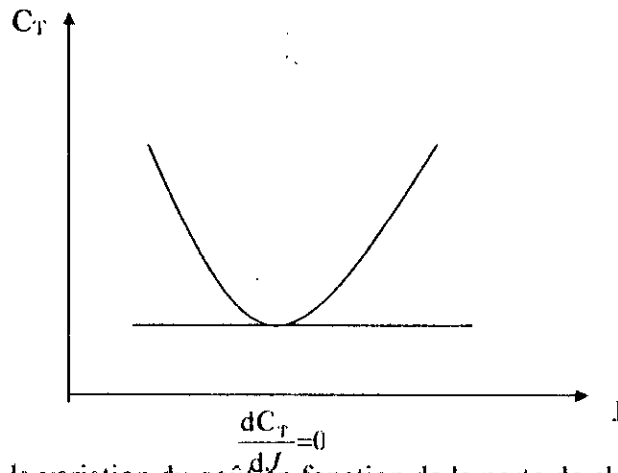


Figure 3.2 : Allure de la variation du coût en fonction de la perte de charge

La valeur J_0 correspondant à la dérivée nulle de la fonction coût par rapport à la perte de charge unitaire S est considérée comme étant la perte de charge unitaire de tout le réseau permettant de donner une distribution optimale des diamètres. Soit :

$$S_0 = \left[\frac{214 \cdot a_1 \cdot a_3 \cdot \alpha^{0,214 a_3} \sum_{i=1}^n L_i Q_i^{0,396 a_3}}{6,339^{a_3} \sum_{i=1}^n L_i Q_i} \right]^{1/1,0214 \cdot a_3} \quad (\text{III-5})$$

Une normalisation des conduites du réseau est effectuée par approximation aux diamètres commerciaux les plus proches. La répartition des débits et celles de pressions aux nœuds correspondant à cette nouvelle répartition des diamètres est obtenue par un calcul hydraulique.

c) Vérification du critère de pression minimale

Pour garantir le bon fonctionnement d'un réseau de distribution d'eau, une pression minimale résiduelle doit être assurée partout aux nœuds. La résolution du problème hydraulique fournit les pressions minimales résiduelles, notées P_{\min} . Cette pression doit être vérifiée au niveau de tous les nœuds du réseau. Sinon, la valeur P_{\min} de la pression la plus basse est retenue pour servir à apporter des corrections sur la charge du réservoir.

Vu que les altitudes restent constantes dans le réseau, les variations de pression sont directement liées aux variations des charges aux nœuds. Si la pression en un nœud est inférieure à la pression minimale, on peut donc conclure que la charge en ce nœud est trop faible. En considérant les dimensions et les caractéristiques des éléments du réseau invariables, on aboutit à la conclusion que la charge au réservoir d'alimentation est insuffisante. Il faut donc relever cette charge de la quantité correspondante au déficit maximum de pression :

la charge au niveau du réservoir devient donc :

$$H_r^{k+1} = H_r^k + H_{\text{aug}} \quad (\text{III-6})$$

$$\text{Avec, } H_{\text{aug}} = (P_{\min} - P_{\min}) / \rho g \quad (\text{III-7})$$

H_r^k : Représente la charge au réservoir à l'itération k.

H_{aug} : augmentation à apporter à la charge du réservoir.

La correction de la charge au réservoir garantie le respect de la pression minimale résiduelle partout dans le réseau.

3.1.3 schéma de résolution

La stratégie suivie dans la méthode de Featherstone et El Djumaily pour l'optimisation des réseaux de distribution consiste à décomposer la résolution du problème en deux étapes. La première étape consiste à effectuer une sélection, dans la gamme commerciale, des diamètres économiques correspondant à une perte de charge unitaire fixe obtenue suite à une dérivation de la fonction objective par rapport à la perte de charge. La deuxième étape consiste à apporter des corrections sur la charge du réservoir basées sur l'évaluation de la pression résiduelle du point le plus défavorisé.

Le processus de résolution de la méthode de Featherstone et El Djumaily peut être décomposé en trois parties distinctes :

a) Introduction des données :

Les données nécessaires pour la conception optimale des réseaux de distribution d'eau sont :

Données aux nœuds : Incluent les débits de consommation et l'élévation au niveau des nœuds.

Données des conduites : Comportent des informations relatives à la longueur et le coefficient de Hazen Williams de chaque conduite du réseau. La conduite est identifiée par le nœud amont et aval.

Données des chemins : Pour l'identification du point à pression basse, des informations sur les chemins, composés de l'ensemble des conduites reliant un nœud du réseau au réservoir, sont nécessaires.

Gamme commerciale des diamètres : indiquant la gamme commerciale des diamètres disponibles sur le marché, avec les prix correspondants.

b) Vérification des pressions aux nœuds

Dans cette partie, Un calcul hydraulique sur les diamètres sélectionnés est effectué suivi d'une Procédure de recherche du nœud à pression minimale, afin de déterminer l'écart de pression qui permet d'effectuer des corrections sur la charge du réservoir. La localisation des nœuds est effectuée à partir des données des chemins.

c) Correction des diamètres :

En supposant une répartition des charges aux nœuds fixe, Une répartition de diamètres économiques est déterminée en utilisant un processus itératif basé sur le concept d'une perte de charge unitaire optimale pour la correction des diamètres d'une part et sur le modèle de simulation pour la détermination de la répartition des débits qui en découle d'autre part. Le processus itératif de résolution s'arrête lorsque le coût cesse de décroître.

Algorithme

Début

- 1 : Introduction des données du réseau ;
Définir les pressions minimales exigées aux nœuds ;
Définir la fonction coût ;
Calcul de coût du dimensionnement initial ;
- 2 : **Répéter**
Calcul hydraulique du réseau ;
Localisation du nœud de charge minimale ;
Correction de la charge au réservoir ;
- 3 : **répéter**
Calcul de la perte de charge unitaire optimale ;
Détermination de la répartition des diamètres correspondante ;
Calcul hydraulique en utilisant les diamètres corrigés ;
Jusqu'à Coût minimum ;
Jusqu'à Correction de la charge négligeable ;

Fin.

3.2 Méthode du gradient du programme linéaire

Le présent travail considère la méthode du gradient du programme linéaire (LPG), présentée par Alperovits et Shamir [1] avec les améliorations apportées par Fujiwara et ses Collaborateurs [17] et Kessler et Shamir [24], tout en intégrant la méthode d'équilibrage pour l'évaluation de la solution de base initiale.

La méthode du gradient du programme linéaire consiste à décomposer le processus de résolution du problème d'optimisation des réseaux de distribution en deux étapes :

Dans la première étape, une distribution de débits répartie sur le réseau est donnée. L'ensemble optimal des charges correspondant est obtenu par la résolution du programme linéaire qui en découle. Dans la deuxième étape, les débits sont modifiés en se basant sur le gradient de la fonction objective. L'ensemble des charges est changé dans la direction du gradient et une nouvelle itération commence. Une amélioration à la méthode LPG de base a été suggérée par

Fujiwara et ses collaborateurs [17] dont la direction de descente est évaluée par la méthode Quasi-Newton au lieu de la méthode du gradient simple tout en utilisant la méthode BFGS pour l'estimation de la matrice Hessienne[31]. De plus nous proposons une méthode d'évaluation du pas de déplacement optimal dans la direction de descente dite « méthode économique » au lieu d'un pas de déplacement fixe. Ce choix est justifié en annexe.

3.2.1 Formulation matricielle

La formulation mathématique adoptée par Alperovits et Shamir, consiste à attribuer à chaque conduite (ij) du réseau, une connexion d'un ou plusieurs segments de dimensions commerciales ($d_{ijm} \in D_{ij}$). Les longueurs (x_{ijm}) associées à chaque segment sont considérées comme nouvelles variables de décision. Ce changement de variables permet de tenir compte de toutes les contraintes imposées.

Considérons une conduite (ij) de longueur (L_{ij}) avec un débit Q_{ij}

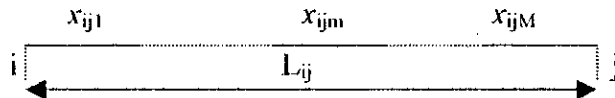


Figure 3.3 : Les tronçons composant une conduite(ij)

Avec, M : nombre de conduites participant dans maille.

$$\sum_{m=1}^M x_{ijm} = L_{ij} \quad i, j = 1, \dots, nn \quad (III-8)$$

La gamme de diamètre D_{ij} est obtenue en respectant la gamme de vitesse $[V_{\min}, V_{\max}]$:

$$V_{\min} \leq v_{ij} \leq V_{\max} \quad (III-9)$$

$$\sqrt{\frac{4Q_{ij}}{\pi V_{\max}}} \leq d_{ijm} \leq \sqrt{\frac{4Q_{ij}}{\pi V_{\min}}} \quad (III-10)$$

La gamme (D_{ij}) est construite, en balayant la gamme commerciale disponible sur le marché tout en respectant l'inéquation (III-10), et donc une suite de longueur (K_{ijm}) $_{m \in M_{ij}}$.

Le méthode du gradient du programme linéaire peut être simplifiée en utilisant une formulation matricielle des équations des mailles et celles des chemins. Le terme de maille ou circuit signifie ici une séquence d'arcs dont le nœud de départ est le même que celui d'arrivé, donnant ainsi un réseau maillé avec (ne) conduites et (m) nœuds. Les contraintes physiques sont représentées par (nl) mailles et (np) chemins : les diamètres commerciaux (nd) sont assignés à chaque conduite, le nombre total de segments est ($ns - nd.ne$) donnant une distribution de débits réalisable (une qui satisfait la continuité à tous les nœuds). La distribution de la perte de charge est donnée par le vecteur (Δh) à (ne) composantes :

$$\Delta h = \bar{I} j x \quad (III-11)$$

Où x est un vecteur de dimension (ns) indiquant la longueur du segment de la conduite, J la matrice du gradient de dimension ($ns.ns$) qui attribue à chaque segment (i) de la conduite une perte de charge. la représentation matricielle du gradient hydraulique est définie comme suit :

$$J_{ij} = \alpha \cdot c h w_i^{-1.852} d_i^{-4.87} q_i^{1.852} \quad \text{pour } i=j \quad (III-12)$$

$$J_{ij} = 0 \quad \text{ailleurs}$$

I est une matrice ($ne.ns$) qui représente l'arrangement interne des segments de la pipe (j) dans l'ensemble des conduites (i). La matrice \bar{I} est définie comme suit :

$$\bar{I}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Pour } (i-1)nd < j \leq (i)nd \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (III-13)$$

la forme de la matrice des contraintes de la maille est donnée par :

$$L\Delta h = 0 \quad (III-14)$$

Où L est la matrice de mailles ($nl.ne$) dont les lignes et les colonnes correspondent aux mailles et arcs de base respectivement. Définissant une direction positive de circulation pour chaque maille de base, le terme de la matrice L est :

$$L_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Arc } j \text{ appartient à la maille } i, \text{ même sens} \\ -1 & \text{Arc } j \text{ appartient à la maille } i, \text{ sens opposé} \\ 0 & \text{Arc } j \text{ n'appartient pas à la maille } i \end{cases} \quad (III-15)$$

La forme de la matrice des contraintes de chemins est donnée par :

$$P\Delta h \leq \Delta h_p \quad (III-16)$$

Où Δh_p est un vecteur (de dimension np) correspondant à la perte de charge maximale admissible le long des (np) chemins connectant les nœuds de référence avec les autres nœuds. P est la matrice de chemin dont les lignes et les colonnes correspondent aux chemins et arcs, respectivement. définissant une direction positive pour chaque chemin, les termes de la matrice de chemins sont donnés comme suit :

$$P_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{Arc } j \text{ appartient au chemin } i, \text{ même sens} \\ -1 & \text{Arc } j \text{ appartient au chemin } i, \text{ sens opposé} \end{cases}$$

En se basant sur les équations précitées, il est possible de reformuler le programme mathématique de base du LPG dans sa forme matricielle :

$$\begin{cases} \text{coût}(q) = \min \{ c^T x \} \\ \text{sujet :} \\ L\bar{I}J(q)x = 0 \\ P\bar{I}J(q)x \leq \Delta h_p \\ \bar{I}x = a \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (III-17)$$

Où C est le vecteur coût de dimension (ns), représente le coût par unité de longueur d'un segment de conduite. (a) est le vecteur des longueurs des arcs de dimension (ne).

Expression du gradient de la fonction objective

La partie la plus ambiguë de la méthode LPG est l'évaluation du Gradient de la fonction objective. L'expression du Gradient de la fonction objective est composée de plusieurs termes, chacun d'eux est une sommation sur des groupes d'arcs. De plus, les signes devant chaque terme, dépendent de la direction relative au débit, avec un sens positif sélectionné supposé dans chaque maille. Depuis la publication originale de la méthode du LPG [1], deux commentaires à propos de l'expression du gradient ont été publiés. Le premier, par Quindry et ses Collaborateurs [35] qui corrige l'expression originale en prenant en considération l'interaction entre les mailles et chemins à inclure dans les contraintes physiques. Le deuxième commentaire par Goulter et ses Collaborateurs [20], indique que la solution dépend du choix des chemins et mailles qui décrivent les contraintes physiques. Ce commentaire a été contredit par Kessler et Shamir[24],

Quindry et ses Collaborateurs ont suggéré de séparer le gradient résolu dans l'ensemble des mailles L et l'ensemble des chemins P . Soit :

$$\begin{aligned}
 d(\text{coût} / dq_{l(i)}) = & -\Pi_{l(i)} \sum_{e \in l(i)} 1.852 q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} h_{e,d} \\
 & + \sum_{\substack{l \in L \\ l \neq l(i)}} \Pi_l \sum_{\substack{e \in l(i) \\ e \in l}} \pm 1.852 q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} \Delta h_{e,d} \\
 & + \sum_{p \in P} \Pi_p \sum_{\substack{e \in l(i) \\ e \in P}} \pm 1.852 q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} \Delta h_{e,d}
 \end{aligned} \tag{III-18}$$

avec,

Π_l, Π_p : Sont respectivement les paramètres de lagrange associées aux mailles et chemins.

$\Delta h_{e,d}$: La perte de charge dans un tronçon (d) d'une conduite (e) appartenant à une maille (L) ou un chemin (P).

Nous adoptons la convention suivante pour les signes : Le signe dans l'équation (III-18) est plus (+) lorsque le sens d'écoulement est le même que la direction du chemin (ou maille), négatif, dans le cas contraire. En Combinant les premiers termes latéraux et utilisant la notation suggérée, l'expression du gradient devient :

$$d(\text{coût} / dq_{l(i)}) = \Phi_1 + \Phi_2 \tag{III-19}$$

$$\text{avec, } \Phi_1 = - \sum_{l \in L} \Pi_l \sum_{\substack{e \in l \\ e \in l(i)}} \pm 1.852 q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} \Delta h_{e,d}$$

$$\Phi_2 = - \sum_{p \in P} \Pi_p \sum_{\substack{e \in l(i) \\ e \in P}} \pm 1.852 q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} \Delta h_{e,d}$$

Φ_1 : un terme du gradient par rapport aux équations de mailles (L)

Φ_2 : Le terme du gradient par rapport aux équations de chemins (P)

La perte de charge est calculée en se basant sur la formule de Hazen-Williams. Il en résulte que :

$$1.852q_e^{-1} \sum_{d \in D_e} \Delta h_{e,d} = \sum_{d \in D_e} \frac{1.852 \Delta h_{e,d}}{q_e} = \sum_{d \in D_e} \frac{\partial \Delta h_{e,d}}{\partial q_e} = \frac{\partial \Delta h_e}{\partial q_e} \quad (\text{III-20})$$

l'équation (III-18) devient :

$$d(\text{coût} / dq_{l(i)}) = - \sum_{l \in L} \Pi_l \sum_{\substack{e \in l \\ e \in l(i)}} \pm \frac{\partial \Delta h_e}{\partial q_e} - \sum_{p \in P} \Pi_p \sum_{\substack{e \in P \\ e \in l(i)}} \pm \frac{\partial \Delta h_e}{\partial q_e} \quad (\text{III-21})$$

Semblablement à la matrice de conductivité dans les réseaux électriques, une nouvelle matrice S ($ne.ne$) est définie, appelée matrice de résistance de l'ensemble des canalisations du réseau :

$$S = \partial \Delta h / \partial q \quad (\text{III-22})$$

avec,

$$\begin{cases} s_{ij} = \partial \Delta h_i / \partial q_j & \text{Pour } i=j \\ s_{ij} = 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$

S est une matrice diagonale avec des éléments positifs et indépendants de la distribution du débit. Les matrices L et P contiennent les signes adéquats pour les termes variables. L'équation (III-21) peut être réécrite sous forme matricielle :

$$d(\text{coût} / dq_{l(i)}) = -\Pi_l^T L S L_i^T - \Pi_p^T P S L_i^T \quad (\text{III-23})$$

Où L_i^T est le transposé du $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice de mailles. Π_l^T et Π_p^T sont les transposés des vecteurs duales correspondant respectivement au contraintes de mailles et celles des chemins.

Finalement, l'expression du gradient de la fonction objective est obtenue en combinant les deux termes latéraux et en étendant la relation (III-23) pour tous les débits circulaires :

$$GOF = d(\text{coût} / dq_l) = -\Pi^T (L / P) S L^T \quad (\text{III-24})$$

avec, $\Pi^T = (\Pi_l^T \Pi_p^T)$, l'expression résultante peut être calculée facilement.

Le Gradient de la fonction objective est utilisé pour l'évaluation de la correction à apporté aux débits. Alperovits et Shamir [1] et Quindry et ses Collaborateurs [35] ont utilisé le gradient simple. Fujiwara et ses Collaborateurs [17] ont utilisé la méthode quasi-Newton, avec intégration de la procédure BFGS permettant d'améliorer considérablement les performances de l'algorithme (voir annexe).

La deuxième étape de la méthode du gradient du programme linéaire consiste à apporter des corrections sur les débits circulaires (ΔQ) dans le but de réduire la valeur de la fonction objective du programme non linéaire qui en découle. La correction du débit est calculé à partir du gradient de la fonction objective. Après l'évaluation de la valeur du gradient de la fonction objective, les débits circulaires sont modifiés en utilisant une méthode de recherche de la direction de descente dite quasi-Newton [3] dans laquelle le gradient est utilisé pour mettre à jour une approximation du deuxième- ordre de la matrice Hessienne par la méthode BFGS [31] (voir annexe).

Analyse de l'expression du gradient de la fonction objective

Un modèle général unifiant les deux étapes de la méthode LPG, est formulé comme suit :

$$\min \{ \text{coût}(\mathbf{q}_l) \} \quad (\text{III-25})$$

$$\text{coût}(\mathbf{q}_l) = \min \{ \mathbf{C}^T \mathbf{x} / \mathbf{A}(\mathbf{q}_l) \mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \} \quad (\text{III-26})$$

où $\text{coût}(\mathbf{q}_l)$ est la fonction objective et $\mathbf{A}(\mathbf{q}_l)$ est la matrice des contraintes comprenant les contraintes de maille, de chemin et de longueur. Les contraintes d'inégalité originales sont converties en équations par intégration des variables d'écart. Les éléments de \mathbf{A} dépendent du vecteur de débit circulaire (\mathbf{q}_l) dû au gradient hydraulique qui figure dans les contraintes de chemins et de mailles. Une valeur optimale \mathbf{x}^* , correspondant à une valeur particulière de \mathbf{q}_l pour laquelle ($\text{coût}(\mathbf{q}_l)$) est optimum, l'équation (III-26) devient :

$$\min \{ \text{coût}(\mathbf{q}_l) = \mathbf{c}_b^T \mathbf{x}_b^* \} \quad (\text{III-27})$$

où l'indice b indique les variables de base de \mathbf{X} , où la base optimale est définie par la section optimale des variables hors base, \mathbf{x}_n^* . la fonction objective sera donc considérée comme une fonction de \mathbf{q}_l et \mathbf{x}_n^* :

$$\text{coût}(\mathbf{q}_l) = \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*) \quad (\text{III-28})$$

l'expression du gradient de la fonction objective devient alors :

$$GOF = \frac{d(\text{coût}(\mathbf{q}_l))}{d\mathbf{q}_l} = \frac{d}{d\mathbf{q}_l} = \phi_1 + \phi_2 \quad (\text{III-29})$$

Avec, $\phi_2 = \frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{q}_l}$

$$\phi_2 = \frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{x}_n^*} \cdot \frac{d\mathbf{x}_n^*}{d\mathbf{q}_l}$$

- Le terme ϕ_1 de l'équation (III-29) est responsable des changements de la valeur optimale de la fonction objective, causée par les petites variations du débit circulaire, où l'ensemble de variables hors base est gardé fixe. Les variables de base prennent donc de nouvelles valeurs optimales. Les variables de base sont les longueurs des segments de la conduite appartenant au domaine de solutions réalisable. Tandis que les variables hors base sont les segments de la conduite rejetée par la solution optimale (un segment de longueur nulle). Le résultat intermédiaire est obtenu :

$$\frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{q}_l} = -\Pi^T \frac{\partial \mathbf{b}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{q}_l} \quad (\text{III-30})$$

Le résultat définitif correspond à la formulation de la méthode du gradient du programme linéaire donné par (III-24). Soit :

$$\frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{q}_l} = -\Pi^T (\mathbf{L} / \mathbf{P}) \mathbf{S} \mathbf{L}^T \quad (\text{III-31})$$

- Le terme ϕ_2 de l'équation (III-29) est responsable des variations de la valeur optimale de la fonction objective causée par les petites variations des variables hors base. La première dérivée

est connue comme le gradient réduit de la méthode du gradient du programme linéaire originale. Elle est donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{F}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}_n^*)}{\partial \mathbf{x}_n^*} = \mathbf{c}_n^T - \mathbf{c}_b^T \mathbf{A}_b^{-1} \mathbf{A}_n = \mathbf{c}_n^T - \Pi^T \mathbf{A}_n \geq 0 \quad (\text{III-32})$$

Où \mathbf{A}_b et \mathbf{A}_n sont les sous- matrices de \mathbf{A} correspondant respectivement aux variables de base et hors base. Le signe de l'inégalité exprime la condition d'optimalité du programme linéaire.

La deuxième dérivée ($d\mathbf{x}_n/dq_l$) ne peut pas être évaluée en utilisant seulement les résultats de la première étape de la méthode. Il est clair que sous n'importe quelles circonstances, ce terme ne peut être nul.

Considérons une solution optimale du programme (III-17) pour une distribution du débit donnée. Chaque arc est constitué d'au plus deux segments de conduite, quel que soit le nombre de diamètres candidats. Pour avoir le terme ($d\mathbf{x}_n/dq_l$) nul, il est nécessaire que les mêmes variables de base restent et que les variables hors base (\mathbf{x}_n) s'annulent sous les petites variations du débit (dq_l). Pour garantir qu'aucun nouveau segment de conduite ne s'ajoute à la base due aux variations (dq_l), toutes les conduites doivent avoir deux segments dans la solution optimale afin que leurs longueurs relatives soient modifiées comme les variations dq_l l'impose.

Cela veut dire que ($2 \times n_e$) segments de conduites paraissent dans la solution de base dont la dimension est aussi ($2 \times n_e$) égale au nombre de contraintes. Il en résulte que toutes les variables pour lesquelles il y a un surplus de charge, ne paraissent pas dans la base. Etant donné qu'il est pratiquement impossible d'atteindre la charge minimale partout dans le réseau, Il en résulte cependant, que le terme ($d\mathbf{x}_n/dq_l$) n'est pas toujours nul.

L'expression générale du gradient de la fonction objective est donnée par:

$$GOF = -\Pi^T \frac{\partial \mathbf{b}(\mathbf{q}_l, \mathbf{x}^*)}{\partial q_l} + (\mathbf{c}_n^T - \Pi^T \mathbf{A}_n) \frac{d\mathbf{x}_n^*}{dq_l} \quad (\text{III-33})$$

Le premier terme est égal à l'expression originale du gradient, Suggéré par Alperovits et Shamir [1]. Mais le deuxième terme peut être non nul. Le gradient de la fonction objective original est par conséquent, un peu différent du gradient exact, et devrait être considéré donc comme une approximation du gradient. Le gradient de la fonction objective original donne des résultats exacts si les variations des débits ne cause pas la présentation de nouveau variables de base. La méthode quasi- Newton utilisée par Fujiwara et ses Collaborateurs [17] pour l'évaluation de la direction de descente a prouvé plus d'efficacité que la méthode d'origine celle du pas optimal simple utilisée par Alperovits et Shamir[1], et ceci, en considérant le gradient approximatif donné par l'équation (III-24).

3.2.2 Modifications apportées à la méthode LPG

Dans la procédure du LPG proposé par Alperovits et Shamir [1], à chaque itération k un gradient est calculé, tout en tenant compte de toute variation des débits circulaires, en utilisant les valeurs des variables duales. Une longueur du pas fixe est alors prise le long d'une direction afin de réduire le coût et modifier la distribution du débit dans le réseau. La direction de la recherche d'un optimum local, est la direction du gradient négatif appelée «direction de descente» dans la terminologie de la programmation mathématique. La dimension de ce vecteur directionnel est le nombre total de maille de base dans le réseau. Cependant, la procédure du Gradient du programme linéaire est sujette à toutes les difficultés numériques

associées à l'algorithme de recherches de la direction de descente. Il est bien connu en pratique, que la méthode de la direction de descente, entraîne une centaines d'itérations pour faire un très petit progrès vers la solution, car l'algorithme possède un taux de convergence linéaire.

Mis à part la recherche de la direction de descente, la stratégie employée par Alperovits et Shamir, pour décider la dimension du pas de déplacement dans la direction de descente, à besoins de certaines modifications. En effet, cette stratégie considère un pas de déplacement fixe, jusqu'à ce que la valeur de la fonction objective commence à augmenter. Un plus petit pas est ainsi considéré jusqu'à la convergence de l'algorithme. Cette stratégie heuristique ne garantit pas toujours l'optimalité de la solution obtenue. C'est pour ces raisons que la méthode du LPG proposée par Alperovits et Shamir [1] a été considérée par plusieurs auteurs comme étant un algorithme numériquement inefficace (Quindry et ses Collaborateurs.[35], Bhave[8], Morgan et Goulter[32]).

Pour améliorer la procédure du LPG, un algorithme plus efficace de la recherche de la direction de déplacement, appelé algorithme quasi-newton, est proposé, avec une estimation de la matrice hessienne par l'algorithme BFGS. Cependant un algorithme dit " Algorithme économique" a été employé pour la recherche du pas de déplacement optimal au lieu d'un pas de déplacement fixe (voir Annexe).

Dans la procédure quasi-Newton à chaque itération k , une direction de recherche P^k pour laquelle les débits circulant dans chaque maille sont modifiés :

$$P^k = H^k Gof^k \quad (III-34)$$

où Gof^k est la direction du gradient évaluée à l'itération k . H^k est une approximation du sécante de la matrice hessienne à l'itération k . Alors qu'une longueur positive du pas de déplacement α^k est choisi afin que le vecteur de débit circulant dans la maille change de $\alpha^k P^k$, donnant ainsi une réduction suffisante de la fonction objective.

Pour déterminer une valeur réalisable initiale (α^k) de la longueur du pas de déplacement à chaque itération k , une longueur de pas maximale est spécifiée en premier lieu. Si ce pas maximum ne donne pas comme résultat une distribution de débit réalisable, ce pas est alors réduit d'une petite valeur $\delta > 0$ jusqu'à l'obtention d'une distribution de débit réalisable. Avec la dimension du pas réalisable déterminé par la procédure précitée, le processus de la «méthode économique» continu, jusqu'à l'obtention d'une valeur optimale de α^k .

Après avoir déterminé la longueur du pas de déplacement optimale à l'itération k , la procédure dite BFGS est alors appliquée pour déterminer la matrice Hessienne H^{k+1} associée à l'itération $(k+1)$. Le processus continu ainsi, jusqu'à ce qu'un critère de convergence est atteint.

Le processus s'achève, si une des conditions suivantes est vérifiée:

1. Le pas de déplacement α^k , cesse de fournir une variation considérable des débits, dans une direction de descente p^k , afin de diminuer la valeur de la fonction objective.
2. Le gradient de la fonction objective s'annule.

3.2.3 Extension de la méthode sur des cas complexes

Différent cas plus complexe n'apparaissent pas dans la formulation de base citée ci-dessus, tel que le cas de plusieurs réservoirs et le cas d'extension ou d'expansion d'un réseau existant.

Une introduction de tous ces paramètres un par un, sera présenté, afin d'étendre la formulation de base, à des systèmes hydrauliques plus complexes.

Cas de plusieurs réservoirs : Chaque réservoir a sa distribution initiale de débit qui satisfait la continuité aux nœuds. Les équations de chemins s'appliquent donc à chaque réservoir. L'équation (III-16) peut être formulée par le point de plus haut niveau vers le plus bas, ainsi les contraintes de chaque réservoir avec la contrainte de longueurs forment le programme linéaire.

Puisque la distribution des débits est arbitraire, il existe au moins un réservoir qui ne peut pas satisfaire toutes les contraintes de chemin. Pour surmonter cette difficulté, nous introduisons de nouvelles variables pour chaque réservoir qui joueront le rôle de clapets anti-retour fictifs.

Ces variables donnent une grande pénalité dans la fonction objective. Elles seront éliminées après avoir obtenu une solution optimale, si elle existe. Et donc avoir une solution acceptable sans ces clapets. Leur introduction sert donc seulement à trouver une solution réalisable du programme linéaire.

Clapets et clapets anti-retour : Les clapets peuvent être situés dans chaque conduite. Si on note par X_c la perte de charge attribuée par le clapet, les équations de contraintes vont contenir la variable X_c de la même manière que X_p .

Le prix du clapet doit être incorporé dans le prix de la conduite qui contient le clapet.

Combinaison des systèmes : Un réseau peut demander tous les types d'éléments : plusieurs réservoirs, clapets etc. Chaque contrainte de chemin comportera les éléments expliqués précédemment. La solution donne simultanément les valeurs optimales des variables de décision : Le diamètre, capacité de la pompe et l'opération de pompage et clapets.

Extension d'un réseau existant : Quand une partie d'un réseau est déjà existante, la gamme qui leurs sera attribuée contient seulement leurs anciens diamètres.

3.2.4 Schéma de résolution

Le processus de résolution peut être décomposé en trois étapes distinctes :

Introduction des données et équilibrage :

Consiste à introduire les données nécessaires pour le traitement du problème d'optimisation des réseaux à savoir les données aux nœuds, les caractéristiques des conduites ainsi que les données des chemins et mailles du réseau en cours.

Un calcul hydraulique par la méthode de Newton Raphson est effectué afin de définir une répartition initiale des débits. Notons ici que, pour la méthode d'Alperovits et Shamir, une répartition aléatoire des débits est introduite, ce qui influe sur l'existence et la qualité de la solution optimale.

Formulation et résolution du programme linéaire :

Une formulation matricielle d'un programme linéaire est construite, en se basant sur le programme mathématique (P2) avec les longueurs des segments comme variables de décision. Les contraintes des chemins et celles des mailles sont formulées respectivement à partir des données de chemins et de mailles.

L'algorithme du simplexe est employé pour la résolution du programme linéaire qui en découle. Une technique appelé "Big M" [31] a été introduite dans la procédure du simplexe afin de surmonter certains problèmes de convergence.

- *Formulation et résolution du programme non linéaire* :

En utilisant les résultats du programme linéaire, la correction des débits circulaires se base sur l'évaluation du produit des termes suivants :

Le gradient de la fonction objective : l'évaluation du gradient est basé sur l'équation (III-24).

La matrice Hessienne : estimée à partir de la procédure BFGS.

Pas de déplacement optimal : Une procédure de recherche du pas de déplacement optimal a été élaborée (voir annexe).

Algorithme de résolution^[1]

Procédure Correction des débits (ΔQ) ;

Début

Calcul du Gradient ; //équation (III-24)
Estimation de la matrice Hessienne ;
// voir algorithme BFGS en annexe
Evaluation du pas de déplacement optimal ;
// voir algorithme économique en annexe

Fin ;

Procédure de résolution LPG ;

Début

Introduction des données ;
Equilibrage du réseau ;

Répéter

Formulation et résolution du Programme Linéaire (X_{ijm}) ;
//algorithme du simplexe
Correction des débits (ΔQ) ;

Jusqu'à (ΔQ) négligeable ;

Fin ;

3.3 Méthode mixte

3.3.1 Principe

Dans le but de surmonter les difficultés qui se présentent lors de la mise en œuvre de la méthode du gradient du programme linéaire à savoir le nombre important d'itérations et de variables, en quantité et en volume, et pour étendre le champ d'application afin de contenir les problèmes d'optimisation des grands systèmes de distribution, une méthode a été proposée. La nouvelle méthode, dite " Méthode mixte" est similaire à la méthode du gradient du programme linéaire dans sa formulation mathématique, et analogue à la méthode de Goulter et ses Collaborateurs dans sa structure de résolution.

La méthode mixte est donc basée sur la décomposition du processus de résolution du problème d'optimisation (programme mathématique III-17) en deux étapes. Dans la première étape, dans l'hypothèse d'une répartition fixe des débits, un programme linéaire est formulé et résolu, en utilisant l'algorithme du simplexe (voir annexe A), permettant la sélection des diamètres candidats les plus adaptés. La deuxième étape consiste à effectuer une correction des débits, fixés en première étape, en utilisant un modèle de simulation tel que la méthode de Newton Raphson (voir chapitre II).

Une méthode de dimensionnement basée sur la méthode de Newton Raphson (méthode des nœuds) a été introduite dans la méthode mixte pour l'évaluation de la solution réalisable initiale, permettant ainsi d'améliorer la solution optimale.

^[1] pour plus de détail voir PFE [27]

3.3.2 Schéma de résolution

L'algorithme de résolution de la méthode mixte est un processus itératif qui peut être décomposé en trois étapes :

Introduction des données : Cette étape consiste à introduire les données nécessaires pour le traitement du problème à savoir :

les données des conduites : comporte les caractéristiques des conduites à savoir : la longueur, le diamètre initial et le coefficient de Hazen Williams.

Les données aux nœuds : comporte les caractéristiques aux nœuds à savoir : l'altitude, la consommation nodale et la charge au réservoir.

Les données des chemins : Regroupe l'ensemble de chemins composant le réseau. chaque chemin est composé du nombre de conduites reliant un nœud au réservoir.

Les données des mailles : regroupe l'ensemble de mailles composant le réseau. chaque maille est composée d'un nombre de conduites fermant formant la maille.

Les données commerciales : comporte la gamme commerciale disponible sur le marché.

Simulation du réseau : Cette étape permet l'évaluation de la solution réalisable initiale, en utilisant la méthode Newton Raphson (méthode des nœuds).

Sélection des diamètres optimaux : en fixant les débits, le problème revient à résoudre un programme linéaire. l'algorithme du simplexe est appliqué.

Correction des débits : la correction des débits se fait en appliquant le modèle de simulation sur la répartition des diamètres sélectionnés. Le résultat obtenu sera introduit de nouveau dans la troisième étape.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction sur les débits devient négligeable.

Algorithmes de résolution

Début

```
Introduction des données ;  
Evaluation de la solution initiale ;  
// méthode de dimensionnement de Newton raphson
```

Répéter

```
Selection des diamètres optimaux ;  
    // pour une répartition de débit fixe  
Correction des débits ;  
    // équilibrage des diamètres selectionnés.  
Jusqu'à correction de débit négligeable ;
```

```
Fin ;
```

3.4 Description du logiciel

Le Logiciel a été conçu dans le but de fournir un outil de travail pour le projeteur entreprenant l'étude des réseaux de distribution d'eau. Le logiciel est composé, dans sa structure interne, de plusieurs modules indépendants et complémentaires. Cette caractéristique donne au logiciel la susceptibilité d'être une plate forme pour une éventuelle extension. Une interface utilisateur a été conçue sous l'environnement Windows pour faciliter le traitement des entrées /sorties du problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau (Figure 3.3).

3.4.1 Structure interne

Le programme est composé de plusieurs modules indépendants.

Module des opérateurs mathématiques : Ce module comporte les procédures relatives aux calculs matriciels nécessaires pour l'évaluation de certains calculs intermédiaires : inversion de matrices, produit matriciel, résolution des systèmes linéaire etc.

Module de gestion des entrées/sorties : Il est Constitué de procédures permettant la lecture des données d'un projet ou l'enregistrement des résultats obtenus après dimensionnement. Les données relatives aux nœuds, aux conduites ainsi que celles des chemins et maille sont éditées dans des fichiers. Les résultats de recherche d'une solution optimale pour le problème traité sont enregistrés dans un fichier de résultat.

Module des calculs hydrauliques : Ce module renferme les outils nécessaires pour la modélisation du problème d'équilibrage. Il est constitué essentiellement des procédures composant le modèle de Newton Raphson et celui de la linéarisation des pertes de charge.

Module de la programmation linéaire : Comporte la procédure du simplexe.

Module de la programmation non linéaire : Il est constitué des procédures nécessaires pour l'optimisation non linéaire à savoir : le gradient de la fonction objective et la procédure BFGS.

Module des méthodes d'optimisation : Comporte les procédures globales de l'ensemble des méthodes d'optimisation élaborées (LPG, Featherstone et El Djumaily, Méthode mixte), en utilisant les différents modules cités ci-dessus.

Module de l'interface : Ce module a pour but de définir et gérer les propriétés et les événements des objets Windows (menu, boutons, les fiches, les fenêtres etc).

3.4.2 Structure externe

Le programme est muni d'une interface Windows (Figure 3.3) caractérisée par un menu permettant la gestion des différentes tâches à exécuter lors du traitement d'un projet d'alimentation en eau potable. Le menu est composé principalement des fonctionnalités suivantes :

Nouveau projet : Permet la création d'un nouveau projet. Une nouvelle fiche est ainsi créée composée de cases vides afin d'introduction des données.

Ouvrir un projet : Permet d'ouvrir un projet déjà créé pour consultation ou modifications.

Enregistrer un projet : Pour enregistrer les modifications apportées au projet en cours de traitement.

Enregistrer sous : Pour enregistrer un projet sous un autre nom.

Fermer : Pour fermer la session en cours de traitement. Si le projet n'a pas été enregistré un message apparaît pour confirmer l'enregistrement ou non du projet.

Insertion d'un enregistrement : Cette option permet la modification ou l'insertion de l'enregistrement de la page de contrôle activée. Lorsque la page de contrôle des conduites est activée, l'enregistrement pointe sur l'insertion des caractéristiques des conduites (Figure 3.4) et lorsque la page de contrôle des nœuds est activée, l'enregistrement pointe sur l'insertion des caractéristiques aux nœuds (Figure 3.6).

Paramètres : Permet d'introduire les paramètres du site à savoir : La taille de la population, la dotation et les contraintes de vitesse exigées (Figure 3.5).

Exécution d'un projet : Cet événement offre la possibilité de dimensionner le réseau en cours, par une des méthodes développées.

Rubrique d'aide : Pour une éventuelle consultation d'aide.

N°Nœud	Consommation(l/s)	Altitude(m)	Charge(m)	Pression(m)
2	100	150	200.543643072510	50.543643072513
3	100	150	197.481294112833	37.481294112832
4	120	155	194.928164281923	34.928164281923
5	210	150	197.882920041133	37.882920041132
6	300	185	192.532327167182	32.532327167182
7	200	180	189.080390251743	29.080390251743

Figure 3.3 : Interface Windows du Logiciel NetCad

Contraintes Imposees [Données du site]

Evaluation de la consommation au nœuds

Méthode linéaire

Duration (l/s) : 200

Coefficient de majoration : 1.5

Nombre actuel d'habitants : 5000

Taux d'accroissement : 4.5

Horizon Projet (ans) : 15

OK Annuler

Figure 3.5 : Insertion des paramètres du projet.

Coordonnées de la conduite

Conduite Numéro : 3 Existante?(0/1) : 0

Nœud amont : 2 Nœud Aval : 4

Caractéristiques

Longueur (m) : 1000

Diamètre initial (mm) : 12

Coefficient H.W. : 130

OK Annuler

Figure 3.4 : Insertion et modification des données d'une conduite

Coordonnées du nœud

Numéro du Nœud : 5

Nœud Reservoir?(0/1) : 0

Caractéristiques

Consommation (l/s) : 1

Charge minimale(m) : 180

Altitude (m) : 150

OK Annuler

Figure 3.6 : Insertion et modification aux nœuds.

Les résultats aux nœuds sont édités dans un tableau contenant : le numéro du nœud, la consommation, la charge totale et la pression au nœud.

Les résultats relatifs à la conduite sont édités dans un tableau contenant : le numéro de la conduite, le nœud amont, le nœud aval, le débit, la vitesse et la pente hydraulique.

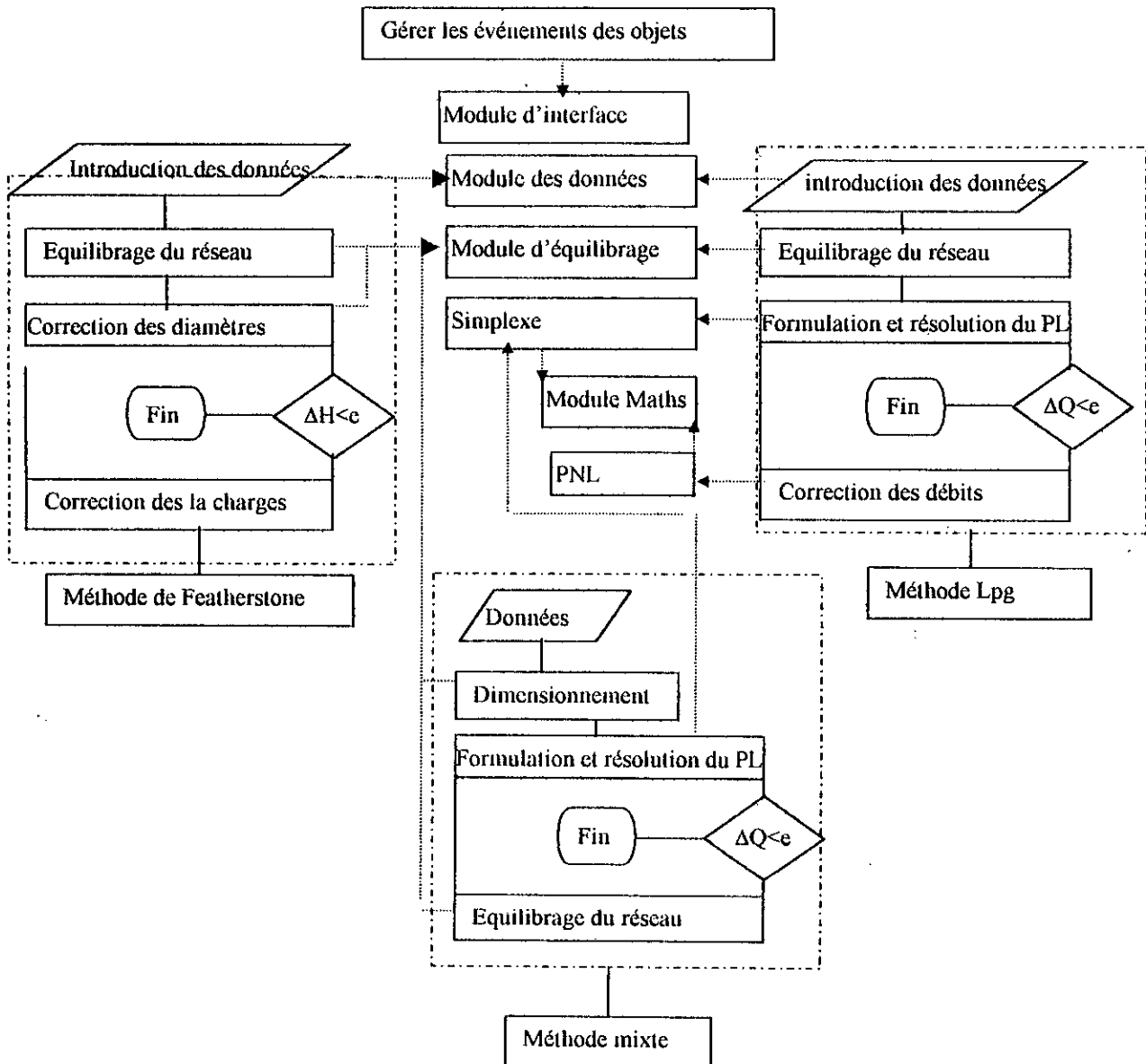


Figure 3.7 : Schématisation des liens fonctionnels et hiérarchiques des procédures de résolution.

Conclusions

La méthode de Featherstone et El Djumaily manque de rigueur dans son fondement mathématique de par l'hypothèse simplificatrice de base dont elle repose, indiquant qu'une perte de charge fixe pour tout le réseau conduit à une solution économique. La modification de la charge au réservoir limite le domaine d'application de la méthode aux cas de réseaux neufs.

La formulation mathématique de la méthode d'optimisation développée par Alperovits et Shamir (LPG) est intéressante du fait qu'elle permet de prendre en considération toutes les contraintes du problème d'une part et de générer un programme linéaire pour la sélection des

diamètres candidats d'autre part. Ce qui permet d'améliorer la convergence de la méthode et, par conséquent, la qualité de la solution optimale. La procédure de correction des débits basée sur le gradient de la fonction objective permet d'approfondir la recherche de la solution optimale mais elle génère un nombre important de variables en quantité et en volume. Ce qui limite son domaine d'application aux petits réseaux.

Pour surmonter ce problème nous avons proposer une nouvelle méthode, dite "Méthode mixte", qui est basée sur la formulation mathématique de la méthode du gradient du programme linéaire avec intégration d'un modèle de simulation pour la correction des débits. Ce qui permet une bonne exploration du domaine de solution réalisable d'une part, et de réduire la taille et le nombre de variables utilisées d'autre part, ce qui permet d'étendre le domaine d'application de la méthode aux cas de réseaux de grandes dimensions.

Chapitre IV

Applications

• *Seules des mesures raffinées et des expériences rigoureuses peuvent nous donner une vision plus étendue* »

R. Feynman.

APPLICATIONS

Introduction

Dans le but de comparer les résultats obtenus par les programmes élaborés, aux résultats des travaux de recherches antérieurs, un réseau dit "réseau académique" traité par plusieurs chercheurs a été choisi comme réseau de référence.

Une étude comparative des différentes méthodes d'optimisation utilisées a été effectuée (méthode de Featherstone et El Djumaily, méthode du gradient du programme linéaire et la méthode mixte). Elle repose sur les expériences appliquées sur le réseau de référence. Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux des différents travaux de recherches antérieurs. Des essais numériques appliqués sur le réseau de référence traitant le cas d'extension ont été réalisés.

Une validation du Logiciel développé sur des réseaux réels a été effectuée.

Le premier est le réseau de Sidi M'Barek composé de 9 conduites à 2 mailles et 8 nœuds. Les résultats du modèle d'équilibrage utilisé (méthode de Newton) ont été comparés aux résultats obtenus en utilisant le logiciel (Loop). Une conception optimale du réseau a été réalisée.

Le deuxième est celui de Bordj El Kiffan, composé de 27 conduites à 8 mailles et 20 nœuds. Une étude critique a été effectuée.

4.1 Validation des programmes

4.1.1 Données du réseau académique

Le réseau académique, tel qu'il a été présenté par Alperovits et Shamir [1], est composé de 8 conduites connectées entre elles, formant 2 mailles et 7 nœuds. Le nœud 1 est un réservoir. (Figure 4.1).

Le tableau suivant comporte Les données correspondantes au réseau de référence d'après l'article d'Alperovits et Shamir [1].

La pression minimale exigée est de 30(m)
Pour la vitesse, elle doit être comprise entre 0.3 et 2.4 (m/s).

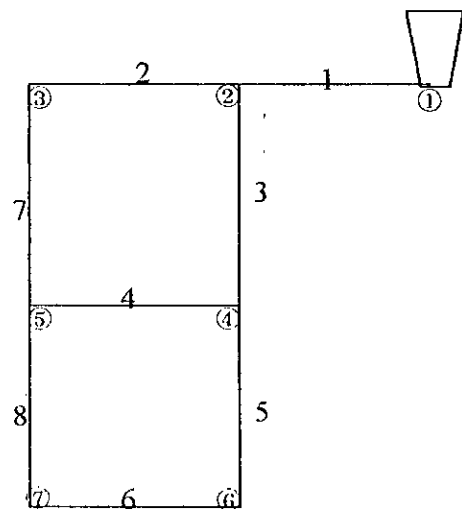


Figure 4.1 : Tracé du réseau académique

Données des conduites					Données des nœuds			Gamme commerciale			
N°	No	Nd	Chw	Long (m)	Nœud	Consommation (m ³ /h)	Élévation (m)	D (in)	Coût (\$)	D (In)	Coût (\$)
1	1	2	130	1000	1	1120,0	210	1	2	12	50
2	2	3	130	1000	2	100,0	150	2	5	14	60
3	2	4	130	1000	3	100,0	160	3	8	16	90
4	4	5	130	1000	4	120,0	155	4	11	18	130
5	4	6	130	1000	5	270,0	150	6	16	20	170
6	6	7	130	1000	6	330,0	165	8	23	22	300
7	3	5	130	1000	7	200,0	160	10	32	24	550
8	7	5	130	1000	Tableau 4.1 : Les Données du réseau de référence[1].						

4.1.2 Analyse des résultats d'optimisation obtenus par la méthode LPG

Le tableau 4.2 donne les résultats obtenus par la méthode du gradient du programme linéaire avant la sélection finale des diamètres optimaux.

N°	Débit (m ³ /h)	X (m)	X(%)	Diamètre (in)	Vitesse (m/s)	Nœud	Pression (m)
1	1120	608.6	60.86	16	2.4	1	--
		391.4	39.14	18	1.9	2	52
2	455.4	1000	100	14	1.27	3	38
3	564.5	1000	100	14	1.58	4	42
4	80.78	638.5	63.85	6	1.23	5	41
		361.5	36.15	8	0.69	6	30
5	363.7	1000	100	14	1.02	7	30
6	33.78	472.1	47.21	4	1.16	Coût Total (\$)	390 595
		527.9	52.76	6	0.51		
7	355.4	512.9	51.29	10	1.95		
		487.1	48.71	12	1.35		
8	166.2	1000	100	10	0.91		

Tableau 4.2 : Résultats d'optimisation du réseau académique par la méthode LPG

On remarque que le nombre maximum des diamètres candidats formant les variables de base du problème est de 2. Par conséquent, parmi toute la gamme commerciale, seule la candidature de deux diamètres au maximum sera retenue. Ce qu'approuve l'approximation du gradient de la fonction objective qui consiste à négliger le terme responsable aux petites variations des variables hors base (voir équation (III-29) du chapitre 3).

La sélection de la répartition définitive des diamètres optimaux est basée sur le choix du diamètre dont la longueur est la plus grande. En d'autre terme, le choix se porte sur le diamètre candidat possédant le plus grand pourcentage de participation. Le Tableau 4.3 donne les résultats finaux du réseau optimisé. Ces résultats sont comparés avec ceux publiés par Alperovits et Shamir [1].

N°	Résultats des conduites						Résultats aux nœuds		
	Logiciel NetCad			Alperovits & Shamir [1]			Nœud	Pression(m)	Pression(m)
	D(in)	Q(l/s)	V(m/s)	D(in)	Q(l/s)	V(m/s)			
1	16	311.0	2.4	18	311.08	1.89	1	--	--
2	14	119.1	1.2	8	65.04	2.01	2	53.54	53.19
3	14	164.1	1.65	16	218.27	1.68	3	37.48	23.64
4	6	20.28	1.11	4	15.78	1.95	4	40.00	41.91
5	14	110.5	1.11	16	169.16	1.30	5	37.86	5.31
6	6	18.89	1.04	8	77.50	2.39	6	27.33	27.99
7	10	91.38	1.8	6	37.27	2.04	7	26.09	5.95
8	10	131.5	0.72	6	21.95	1.20			
Coût	366 000 (\$)			399 000 (\$)					

Tableau 4.3 : Résultats finaux des diamètres optimisés obtenus par Netcad et par Alperovits [1]

L'équilibrage de la variante proposée par Alperovits et Shamir (Tableau 4.3) permet de conclure que la répartition des diamètres proposée, conduit à un système défaillant (les pressions aux nœuds 5 et 7 sont très faibles). Contrairement à la variante obtenue par le logiciel Netcad qui donne des résultats acceptables de point de vue hydraulique, tout en améliorant le coût du réseau. La variante optimale tend à réduire au maximum les diamètres et à diminuer la pression. Les pressions obtenues par le processus d'optimisation, correspondent donc à la répartition de pression la plus réduite possible. Par conséquent, seules les données du problème sont responsables des dépassements éventuels de la pression maximale. Par conséquent, Pour diminuer la pression au nœud 2, une réduction de la charge au réservoir est suggérer, ceci, sans affecter les pressions aux nœuds 6 et 7 ou, tout simplement, de prévoir un moyen pour réduire la pression au nœud considéré (réducteur de charge).

4.1.3 Analyse des résultats obtenus par les autres méthodes utilisées

Dans le tableau 4.4, sont données les résultats d'équilibrage des variantes de diamètres obtenues par les différentes méthodes d'optimisation ainsi que la méthode de simulation de Newton Raphson.

Résultats des conduites									Résultats des nœuds			
Méthode mixte			Newton Raphson			Fetherstone			N°	Pression (m)	Pression (m)	Pression (m)
D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	D (in)	Q (l/s)	V (m/s)				
18	311.0	1.89	18	311.11	1.9	20	311.11	1.50	2	53.19	54.67	54.67
10	93.5	1.85	16	158.65	0.98	14	130.37	1.28	3	30.26	42.86	42.86
16	189.7	1.46	12	561.35	2.14	12	152.96	2.04	4	43.34	39.00	39.00
1	9.03	1.11	3	37.23	0.75	06	15.80	0.84	5	33.52	41.56	41.56
16	147.3	1.14	12	354.12	1.35	12	103.83	1.39	6	30.31	24.46	24.46
10	55.7	1.10	5	24.12	0.37	06	12.17	0.65	7	30.35	28.54	28.54
10	55.8	1.30	10	358.65	1.97	10	102.60	1.97				
1	0.15	0.31	10	175.9	0.96	08	43.40	1.30				
417 000 (\$)			423 000 (\$)			419 000 (\$)						

Tableau 4.4 : Résultats d'équilibrage des variantes obtenues par les différentes méthodes utilisées

Les chiffres, illustrés au tableau 4.4, correspondant aux résultats des conduites et ceux des nœuds des différentes méthodes utilisées, montrent l'amélioration considérable de la solution

optimale, aussi bien en terme de coût qu'en terme des performances hydrauliques, par rapport à la solution classique (Méthode de Newton Raphson).

4.1.4 Comparaison avec les résultats d'autres travaux de recherche

Le tableau 4.5 donne le coût optimisé du réseau académique, obtenu par les travaux de recherche antérieurs. Ces résultats ont été comparés avec ceux obtenus par le logiciel développé. Le gain a été calculé par rapport à la solution obtenue par d'Alperovits et Shamir[1].

L'approche	Coût (\$)	Grain (\$)	Grain %
Alperovits et Shamir[1]	479 525	0	0
Quindry et Col [35]	441 522	38 003	7.92
Goulter et Col [20]	425 297	54 228	11.3
Fujiwara et Col [17]	415 227	64 298	13.4
Kessler et Shamir [24]	417 500	62 025	12.93
Fetherstone et col	419 000	60 525	12.62
LPG	390 595	88 930	18.54
Méthode mixte	417 000	62 525	13.03

Tableau 4.5 : Tableau comparatif des résultats des différents travaux de recherches

Ces résultats permettent de conclure que les améliorations apporté à la méthode du programme linéaire à savoir, l'application de la méthode quasi-Newton pour l'évaluation de la correction des débits et l'introduction de la méthode de Newton Raphson pour l'estimation de la solution initiale, ont permis d'améliorer la solution du problème. Pour les deux autres méthodes utilisées (méthode mixte et la méthode de Featherstone et El Djumaily), elles donnent des résultats assez bons par rapport à ceux des autres chercheurs.

4.1.5 Cas d'extension

Pour traiter le cas d'extension, des expériences numériques ont été effectuées sur le réseau académique. En supposant que les conduites (1, 2 et 3) existantes (Figure 4.2), on fait une extension du réseau en rajoutant les conduites (4, 5, 6, 7, 8). Les résultats d'optimisation obtenus sont représentés dans le tableau (4.6).

N°	Résultats des conduites				Résultats des nœuds	
	D (in)	Q (m³/h)	v(m/s)	$\Delta h\%$	Nocud	Pression (m)
1 ex	18	1120	2.4	9.46	1	--
2 ex	14	401.67	1.12	2.71	2	50.54
3 ex	14	618.33	1.73	6.03	3	37.83
4	14	126.89	1.09	4.88	4	39.52
5	14	371.45	2.04	12.05	5	39.63
6	6	41.45	0.23	0.21	6	17.46
7	10	301.67	1.65	8.2	7	22.26
8	10	158.55	1.36	7.38	Coût (\$)	142 000

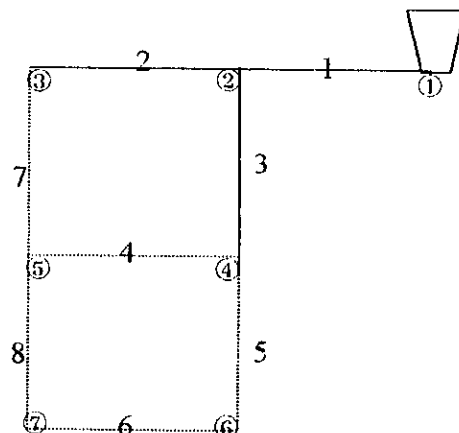


Figure 4.2 : Tracé du réseau académique Cas d'extension

Tableau 4.6 : Résultats des expériences sur le réseau académique dans le cas d'extension.

Les résultats obtenus sont acceptables de point de vu hydraulique, mis à part la contrainte de pression minimale (30 [m]) qui n'est pas vérifiée aux nœuds 6 et 7. Le coût correspondant à cette variante comporte uniquement le prix de l'extension.

Il est à noter qu'en supposant les conduites 1, 2, 3, 4 fixes, avec les même contraintes de pressions et de vitesses, le domaine de solution réalisable est nul. Il est, par conséquent, suggéré d'apporter des modifications sur les contraintes afin d'étendre le domaine de solutions réalisables.

4.2 Réseau de Sidi-M'Barek (ZONKA)

Le projet d'alimentation en eau potable du lotissement de Sidi-M'barek est élaboré suivant le plan d'aménagement de ce dernier. L'alimentation de la nouvelle zone se fera par piquage au niveau du nœud (1).

La zone de Sidi-M'Barek est composée de lotissement avec une population de 2198 habitants et un centre commercial à 1989 m² de superficie dont la dotation est de 5(l/m²/j).

Les données du réseau sont illustrées au tableau (4.7).

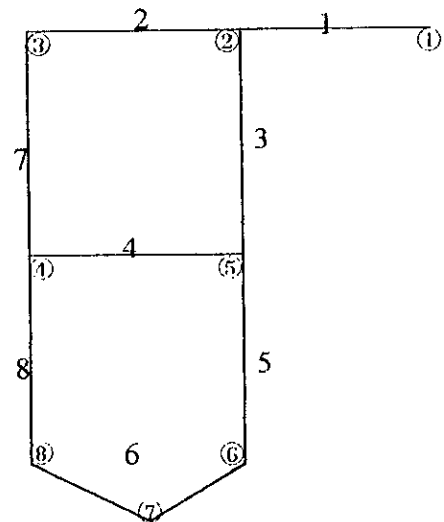


Figure 4.3 : Tracé du réseau de Sidi M'Barek

Les besoins en eau des lotissements ont été calculés sur la base du dossier d'aménagement. La dotation est de 200(l/j/ha), avec un coefficient de majoration pris égale à 2.31, tenant compte des coefficients saisonniers, journalier et du coefficient de fuite.

Le débit de pointe représente donc la somme des besoins des deux entités, soit $Q_p=12.02$ (l/s). En considérant le cas d'incendie, le débit de pointe est estimé à 17(l/s), c'est la valeur du débit de pointe sur laquelle repose nos calculs. La charge minimale exigée est de 10 (m). La vitesse d'écoulement est comprise entre 0.3 et 2.4 (m/s).

Données des conduites						Données des nœuds			Gamme commerciale			
N°	no	Nd	Long (m)	Ø (mm)	Chw	Nœud	consommation (l/s)	élévation (m)	D (mm)	Coût (DA)	D (mm)	Coût (DA)
1	1	2	26	150	140	1	17	123	60	2800	350	7625
2	2	3	83	100	140	2	1.409	95	80	3000	400	8750
3	3	4	79	100	140	3	1.367	95	100	3500	450	9095
4	5	4	86	100	140	4	3.317	95	125	4150	500	9440
5	2	5	84	150	140	5	2.785	100	150	4800	550	10110
6	5	6	160	150	140	6	2.253	103.44	200	5400	600	10780
7	6	7	107	125	140	7	2.422	101.3	250	5800	650	11456
8	7	8	180	80	140	8	3.444	84.60	300	6500	700	12132
9	4	8	228	80	140							

Tableau 4.7 : Les Données du réseau de Sidi M'Barek.

4.2.1 Validation du modèle d'équilibrage

Des expériences numériques ont été effectuées sur le réseau de Sidi M'Barek afin de comparer les différentes méthodes d'équilibrage. Il s'agit de la méthode de Newton Raphson, et la méthode de Hardy Cross. Les résultats de la méthode de Hardy Cross sont obtenus en utilisant le Logiciel Loop. Pour cela une répartition des diamètres le long du réseau a été fixée. Cette répartition représente les dimensions réelles du réseau.

Conduites		Newton Raphson (NetCad)			Hardy Cross (Loop)			Nœud	NetCad	Loop
N°	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)	$\Delta H\%$	Q (l/s)	V (m/s)	$\Delta H\%$	Nœud	Pression (m)	Pression (m)
1	150	17.00	0.96	6.10	17.00	0.96	6.24	1	29.00	29.00
2	100	4.00	0.51	3.01	4.00	0.51	3.09	2	27.84	27.84
3	100	2.63	0.33	1.38	2.63	0.33	1.43	3	27.59	27.58
4	100	2.49	0.31	1.25	2.49	0.32	1.29	4	27.48	27.47
5	150	11.53	0.65	3.00	11.59	0.66	3.07	5	22.58	22.58
6	150	6.31	0.36	0.97	6.31	0.36	1.00	6	18.99	20.98
7	125	4.06	0.33	1.04	4.06	0.33	1.07	7	21.02	21.00
8	80	1.64	0.32	1.70	1.64	0.33	1.76	8	37.41	37.39
9	80	1.81	0.36	2.04	1.81	0.36	2.11	Coût (DA)	3 711 150	

Tableau 4.8 : Les résultats d'équilibrage obtenus par les deux logiciels (Loop et NetCad).

Les résultats obtenus sont identiques pour les deux logiciels, ce qui permet de conclure que le logiciel élaboré donne de bons résultats pour le modèle d'équilibrage.

Remarque : Le logiciel loop permet seulement le calcul des réseaux maillés, par contre, le logiciel Netcad peut être utilisé pour les réseaux maillés, ramifiés ou mixtes.

4.2.2 Optimisation du réseau de Sidi M'Barek

Des essais numériques ont été effectués sur le réseau de Sidi M'Barek pour l'optimisation de celui-ci en appliquant les différentes méthodes utilisées. Les résultats de la meilleure variante, obtenue par la méthode du gradient du programme linéaire, sont illustrés au tableau 4.9.

Conduite	Débit (l/s)	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Vitesse (m/s)	Nœud	Charge Totale
1	17.0	26.0	100	1.5	1	123.0
2	4.0	83	60	1.42	2	121.8
3	2.6	79	60	0.93	3	118.8
4	2.5	86	60	0.88	4	117.5
5	11.6	28.8	80	2.31	5	118.8
6	6.3	55.2	80	1.48	6	117.6
		160	100	0.8	7	116.7
7	4.1	107	80	0.81	8	115.1
8	1.6	150	60	0.58	Coût total (DA)	3 094 403
		30	80	0.33		
9	1.8	228	60	0.64		

Tableau 4.9 : Résultats après optimisation du réseau

Le gain obtenu avant la sélection des diamètres finaux est de 16.6 %. De point de vue hydraulique, les conditions de pression minimale et des bornes de vitesse sont toutes vérifiées.

Le tableau 4.10 contient les résultats d'équilibrage du réseau optimisé, après sélection automatique des diamètres finaux qui correspondent aux diamètres candidats possédant un taux de participation élevé.

Résultats aux conduites					Résultats aux nœuds	
N°	D(mm)	Q(l/s)	V(m/s)	$\Delta h^{0,0}$	Nœud	Pression (m)
1	100	17.00	2.16	1.14	1	----
2	60	4.58	1.62	3.86	2	26.00
3	60	3.22	1.14	1.90	3	23.00
4	60	2.04	0.72	0.89	4	21.08
5	80	11.00	2.19	4.87	5	17.00
6	100	6.17	0.78	1.07	6	12.46
7	80	3.92	0.78	0.92	7	13.68
8	60	1.50	0.53	1.06	8	29.32
9	60	1.94	0.68	2.16	Coût final	3 060 800

Tableau 4.10 : Résultats d'équilibrage après sélection des diamètres optimisés.

Le gain final obtenu est donc de 17.52 %, tout en vérifiant les contraintes hydrauliques exigées.

4.2.3 Paramètres influençant la solution optimale

Influence de la gamme commerciale sur le problème d'optimisation : En supposant les diamètres normalisés 80 (mm), 100 (mm) et 125 (mm) non disponibles sur le marché, le domaine de solutions réalisables est vide. Par conséquent, Le problème d'optimisation n'a pas de solution.

Conclusion : une modification dans la gamme commerciale peut affecter la qualité voir même l'existence de la solution optimale.

Influence de la contrainte de vitesse sur la solution optimale : En exigeant une vitesse d'écoulement comprise entre 0.3 et 1.5 (m/s), l'ensemble (D) des dimensions des conduites par ordre croissant est $D=\{125, 80, 60, 60, 60, 100, 100, 80, 60, 60\}$. Le prix correspondant est de **3 134 644 DA** soit un gain de 15.53 % de bénéfice par rapport à la solution réel mais une diminution de **39 709 DA**, par rapport à la solution précédente (où $0.3 < V < 2.4$ [m/s]), soit un déficit de 1.07 %.

Conclusion : Un rétrécissement de la borne de vitesse génère un rétrécissement du domaine des solutions réalisables et, par conséquent, conduit à une solution coûteuse.

Influence de la contrainte de pression : Des expériences numériques ont été effectuées sur le réseau de Sidi M'Barek en imposant aux nœuds (2, 3, 4, 5, 6, 7) les pressions minimales respectives (20, 20.5, 19.5, 20, 18.44, 18, 16) (m). Le coût du réseau optimisé qui en découle est de **3 202 000 DA**, soit un gain de 13.72% par rapport à la solution réel. Mais un déficit de 2.88% par rapport à la solution optimale obtenue en exigeant une pression minimale de (10 m) partout dans le réseau.

Conclusion : Une augmentation des pressions minimales aux nœuds génère une augmentation du coût du réseau. Dans le problème d'optimisation, les exigences ont un prix à payer.

4.3 Réseau de Bordj El Kiffane

4.3.1 Présentation du réseau

Situation géographique :

La ville de Bordj-El-Kiffane est une ville touristique située à 20 Km à l'Est de la ville d'Alger, limitée par : La mer Au Nord, la RNS 5 Au sud, la circonscription d'El-Harrach A l'Ouest et la commune de Bordj El Bahri à l'Est, avec une superficie du terrain d'étude de 339.2 (Ha).

Relief :

Le relief de la ville est plat (altitude moyenne 10 m). On distingue deux bassins versants séparés par deux collines, l'une vers le nord (littoral) l'autre vers le sud (Bab-Ezzour).

Situation actuelle de Bordj-El-Kiffane :

L'alimentation en eau potable se fait à partir du réservoir de Belfort dont la capacité est de 2000 m³. La conduite d'adduction est de 400 mm de diamètre sur une longueur de 3510 m.

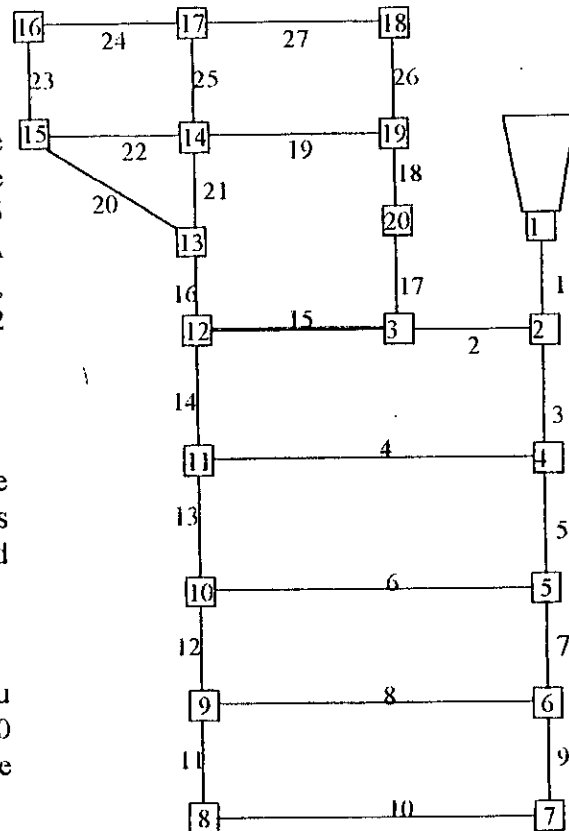


Figure 4.4 : Tracé du réseau de Bordj El Kiffane

Démographie :

L'accroissement naturel de la ville de Bordj el Kiffane est de 3.5 % avec une migration de 1,0 % et moyenne globale d'accroissement égale à 4,5 %. L'estimation de la population pour l'horizon 2005 à partir de la formule des intérêts composés qui exprime un accroissement géométrique donne une population de 162683 habitants.

Consommation moyenne journalière et saisonnière par habitant :

Le coefficient de pointe est pris égal à 1.5, avec une dotation de 200 l/hab/j. La demande de chaque quartier est estimée à partir de la densité et de la superficie de celui-ci. La demande totale représente la somme des demandes pour l'ensemble des quartiers. Elle est égale à 570.99 (l/sec).

4.3.2 Données du réseau

Données des conduites						Données des nœuds			Gamme commerciale	
N°	Nœud amont	Nœud Aval	L (m)	D(mm)	CHW	Nœud	Consommation (l/sec)	Elévation (m)	D(mm)	Coût(DA)
1	1	2	140	700	106	1	570.99	45.0	60	120
2	2	3	385	600	106	2	10.72	34.0	80	140
3	2	4	539	600	106	3	115.84	14.0	100	160
4	4	11	941	350	106	4	24.56	18.0	125	180
5	4	5	677	500	106	5	23.00	15.0	150	200
6	5	10	539	300	106	6	41.24	13.0	200	300
7	5	6	319	350	106	7	22.31	09.0	250	400
8	6	9	385	150	106	8	36.57	06.0	300	550
9	6	7	726	200	106	9	57.71	09.0	350	700
10	7	8	314	150	106	10	35.72	08.0	400	850
11	9	8	803	200	106	11	52.82	10.0	450	1000
12	10	9	275	300	106	12	36.80	10.0	500	1300
13	11	10	1309	200	106	13	26.21	08.0	550	1650
14	12	11	251	150	106	14	16.33	08.0	600	1780
15	3	12	523	350	106	15	19.84	07.0	650	1910
16	12	13	674	250	106	16	19.54	03.0	700	2010
17	3	20	490	300	106	17	14.98	07.0		
18	20	19	721	300	106	18	03.04	09.0		
19	19	14	193	200	106	19	06.71	08.0		
20	13	15	792	150	106	20	07.05	07.0		
21	13	14	407	150	106	Tableau 4.11 : Données du réseau de Bordj El Kiffane				
22	14	15	314	150	106					
23	15	16	919	100	106					
24	17	16	578	150	106					
25	14	17	787	150	106					
26	19	18	737	150	106					
27	18	17	380	150	106					

Le tableau 4.11 donne les caractéristiques des conduites et des nœuds du réseau de Bordj El Kiffane. La Charge minimale exigée aux nœuds est de $H_{min} = 10$ (m), avec une vitesse d'écoulement entre 0.3 et 2.2 (m/s).

La répartition initiale des diamètres représente la variante existante. Le Coût correspondant est de **7 491 370 (DA)**.

4.3.3 Résultat après optimisation:

L'application de la méthode du gradient du programme linéaire a provoqué un problème de dépassement de pile (saturation de la mémoire d'un ordinateur de 16 Mo de Ram) contrairement à la méthode mixte qui a donné les résultats illustrés au tableau 4.12.

N°	Débit (l/s)	Longueur X (m)	D (mm)	V(m/s)	N°	débit (l/s)	Longueur X (m)	D (mm)	V(m/s)	Nœud	P(m)
1	571	140	600	2.02	15	89.5	351.7	250	1.82	1	45
2	272.6	385	400	2.17			171.3	300	1.27	2	43.9
3	287.7	539	450	1.81	16	46.5	92.8	200	1.48	3	38.2
4	64.6	941	250	1.32			581.2	250	0.95	4	38.9
5	198.5	225	350	2.06	17	67.2	490	250	1.37	5	31.6
		452	400	1.58	18	60.1	2.6	200	1.91	6	25.5
6	84.3	539	250	1.72			718.4	250	1.23	7	19
7	91.2	319	250	1.86	19	37.4	0.0	150	2.11	8	16
8	16.4	108.1	125	1.34			193	200	1.19	9	20.3
		276.9	150	0.93	20	11.1	792	150	0.63	10	22.7
9	33.5	726	200	1.07	21	9.2	407	150	0.52	11	29.3
10	11.2	219	125	0.91	22	14.4	314	150	0.81	12	30.3
		95	150	0.64	23	5.6	919	100	0.72	13	25.6
11	25.3	803	200	0.81	24	13.9	578	150	0.79	14	24.2
12	66.3	186	250	1.36	25	15.8	1.3	125	1.29	15	21.9
		89	300	0.94			785.7	150	0.9	16	13
13	18.1	338.9	150	1.02	26	16.1	737	150	0.91	17	17.1
		970.1	200	0.57	27	13.0	1.5	125	1.06	18	19.5
14	6.2	251	125	0.51			378.5	150	0.74	19	26.4
Coût Total du réseau					5.479.284 (DA)					20	32.8

Tableau 4.12 : Répartition des diamètres candidats sur les tronçons du réseau

Le gain en DA de la variante optimale par rapport à la variante existante est de **2.012.085 (DA)**, Soit **27%** de bénéfices. Les contraintes hydrauliques de pression minimale aux nœuds et de borne de vitesse aux conduites sont vérifiées.

Cette solution théorique est suivie d'une procédure automatique permettant la sélection des diamètres normalisés, sur la base du plus grand tronçon. Cette nouvelle variante est introduite dans le modèle d'équilibrage, donnant ainsi les résultats édités dans le tableau 4.13.

N°	Nœud Amont	Nœud Aval	Diamètre (mm)	débit (l/s)	Δh (m)	Δh ‰	V(m/s)	Nœud	Pression (m)
1	1	2	600	571	1.14	8.13	2.01	2	9.86
2	2	3	400	270.46	5.66	14.71	2.15	3	24.19
3	2	4	450	289.81	5.07	9.42	1.82	4	20.78
4	4	11	250	67.04	10.3	10.99	1.36	5	18.18
5	4	5	400	198.21	5.60	8.27	1.57	6	13.74
6	5	10	250	82.07	8.61	15.2	1.67	7	11.43
7	5	6	250	93.15	6.44	20.2	1.89	8	11.17
8	6	9	150	19.11	4.99	12.9	1.08	9	12.73
9	6	7	200	32.79	6.30	8.67	1.04	10	16.56
10	7	8	125	10.48	3.26	10.3	0.85	11	18.43
11	9	8	200	26.08	4.56	5.68	0.83	12	18.9
12	10	9	250	64.67	2.82	10.2	1.31	13	17.21
13	11	10	200	18.33	3.87	2.95	0.58	14	15.95
14	12	11	125	4.113	0.46	1.83	0.33	15	14.51
15	3	12	250	86.92	9.29	17.7	1.77	16	9.567
16	12	13	250	46.01	3.69	5.47	0.93	17	9.736
17	3	20	250	67.68	5.48	11.1	1.37	18	10.17
18	20	19	250	60.63	6.58	9.12	1.23	19	18.13
19	19	14	200	37.83	2.18	11.3	1.20	20	20.71
20	13	15	150	10.99	3.69	4.66	0.62		
21	13	14	150	8.806	1.25	3.09	0.49		
22	14	15	150	14.47	2.43	7.75	0.81		
23	15	16	100	5.627	8.94	9.73	0.71		
24	17	16	150	13.91	4.16	7.21	0.78		
25	14	17	150	15.83	7.21	9.16	0.89		
26	19	18	150	16.09	6.95	9.44	0.91		
27	18	17	150	13.05	2.43	6.41	0.73		

Tableau 4.13 : résultats d'équilibrage du réseau optimisé

Le coût final du réseau correspondant à cette nouvelle répartition est de **5 517 740 DA**, soit un gain de **1 973 630 DA** et donc un bénéfice de **26.34 %**, avec un déficit de 0.06% par rapport à la solution optimale théorique. Notons ici que la gamme de prix considérée comprend uniquement le prix de fourniture et de transport, un gain supplémentaire est attendu correspondant aux bénéfices relatifs au prix de pose.

En acceptant les légers dépassements de pression minimale aux nœuds 2, 16 et 17, soit d'une différence respective de 0.36 (m), 0.44 (m) et 0.27 (m), les résultats obtenus sont satisfaisants de point de vue hydraulique.

Conclusions

Les expériences numériques appliquées sur des réseaux réels et académiques permettent de tirer les conclusions suivantes :

Le modèle de simulation utilisé pour l'équilibrage des réseaux de distribution d'eau fourni une répartition des débits et des charges correspondant à une répartition fixe des diamètres. Les résultats identiques obtenus par le logiciel (Loop) et ceux du logiciel (NetCad) permettent de valider le modèle d'équilibrage utilisé. L'avantage de la méthode de Newton Raphson utilisée est qu'elle peut être appliquée sur des réseaux maillés ou ramifiés.

La méthode du gradient du programme linéaire donne une solution optimale meilleure, mais elle génère un nombre important de variables en quantité et en volume, provoquant ainsi une saturation de mémoire. Ce qui limite son domaine d'application aux petits réseaux. Un système de grande capacité de mémoire (Unix ou Vax) est donc nécessaire pour appliquer cette méthode sur des réseaux de grande taille, une solution qui n'est pas, actuellement, évidente en pratique.

La méthode de Featherstone et El Djumaily permet de donner une solution satisfaisante par rapport aux méthodes de dimensionnement classiques, mais moins bonne par rapport aux autres méthodes utilisées. La modification de la charge au réservoir provoquée par la méthode, délimite son domaine d'application aux réseaux neufs.

La méthode mixte proposée, malgré qu'elle donne des solutions moins bonnes par rapport à la méthode du gradient du programme linéaire, elle peut être appliquée sur des réseaux de grande taille, permettant ainsi de surmonter le problème de la méthode LPG. La méthode mixte permet donc de faire un compromis entre le perfectionnement de la solution optimale et l'extension du domaine d'application afin d'inclure l'optimisation des grands systèmes de distribution d'eau.

Beaucoup de paramètres influent sur la qualité de la solution optimale, à savoir les bornes de vitesse, la gamme commerciale disponible sur le marché ainsi que les bornes de pression exigées. Toute modification de ces paramètres génère une perturbation dans le domaine réalisable et fournit donc une solution optimale différente.

Conclusions Générales

*"Generalisation are dangerous, but they are necessary. Science gives us general laws.
Tell us what always happens under certain carefully described conditions"*

Lionel Ruby

CONCLUSIONS GENERALES

L'objectif du modèle d'optimisation est de concevoir, à un coût minimum, un système de distribution d'eau tout en vérifiant les contraintes physiques traduites par les lois de conservation d'énergie et de continuité aux nœuds, les contraintes hydrauliques relatives aux bornes de pressions nodales et de vitesses garantissant ainsi le respect des performances souhaitées, et en fin, les contraintes commerciales exprimées par les gammes des prix des éléments composant le réseau. Afin d'atteindre cet objectif, trois tâches complémentaires ont été fixées :

Elaboration d'un modèle de simulation des réseaux : Les essais numériques appliqués sur plusieurs réseaux, en utilisant la méthode de Newton Raphson (méthode des nœuds) et celle de Hardy Cross (représentée par le logiciel Loop) permettent de considérer la méthode de Newton Raphson comme le modèle le mieux adapté pour représenter le problème d'équilibrage des réseaux de distribution aussi bien maillés que ramifiés. La méthode de linéarisation des pertes de charges a été incorporée dans la méthode de Newton Raphson afin de fournir une solution initiale proche de la solution finale, améliorant ainsi la convergence de la méthode.

Optimisation des réseaux de distribution d'eau : Une conception optimale (à coût moindre) a été présentée, basée sur les techniques de la programmation mathématique déterministe (méthode du gradient du programme linéaire LPG) d'une part, et sur les techniques heuristiques (Méthode de Featherstone et El Djumaily) d'autre part. Une méthode inspirée des deux approches a été proposée afin de surmonter les inconvénients de l'une et de l'autre.

Méthode de Featherstone et El Djumaily : basées sur une hypothèse simplificatrice imprécise dans son processus de résolution, l'approche de Featherstone et El Djumaily fournit une solution optimale meilleure que celle obtenue par une méthode de dimensionnement classique, mais elle demeure loin de la solution optimale obtenue par les autres méthodes d'optimisation. Les expériences numériques appliquées sur le réseau de référence montrent cet écart. Par ailleurs, cette méthode présente l'inconvénient d'être limitée aux réseaux de distribution neufs, ce qui restreint son domaine d'utilisation.

Méthode du gradient du programme linéaire : un modèle numérique a été développé, basé sur la méthode LPG telle qu'elle a été présentée par Alperovits et Shamir en premier lieu, tout en tenant compte des améliorations apportées à la méthode par Fujiwara et ses Collaborateurs concernant l'évaluation de la correction des débits par la méthode quasi-Newton, et en utilisant une méthode d'optimisation unidimensionnelle dite "économique" pour l'évaluation du pas de déplacement dans la direction de descente. La supériorité de la méthode par rapport aux autres méthodes d'optimisation de point de vue qualité des résultats est illustrée dans un tableau comparatif des résultats des différentes méthodes appliquées sur le réseau de référence. Néanmoins, la méthode génère, dans son processus de résolution, des matrices de grande taille occupant ainsi un espace mémoire important.

Méthode mixte : Une méthode, dite "méthode mixte", reposant sur la méthode du gradient du programme linéaire dans sa formulation mathématique, a été développée. Une méthode de dimensionnement basée sur la méthode de Newton Raphson a été associée à la méthode. Les résultats numériques satisfaisants illustrés dans des applications sur des réseaux réels et académiques montrent l'efficacité de la méthode proposée. La méthode proposée fournit une solution optimale des systèmes de distribution d'eau à un prix minimum en espace mémoire, ce qui élargit son domaine d'application à des réseaux. Ce modèle peut également être utilisé pour optimiser l'extension d'un réseau existant en attribuant aux conduites existantes leurs diamètres réels et optimiser l'extension.

L'avantage du logiciel élaboré (NetCad) par rapport aux autres logiciels disponibles dans la plupart des de nos bureaux d'études, est qu'il permet un dimensionnement optimal automatique, contrairement aux logiciels utilisés (Loop et 123) où le dimensionnement se fait par tâtonnement et sans tenir compte du coût du réseau. L'environnement de travail Windows et la flexibilité dans le traitement des entrées/sorties, donnent au logiciel développé un supplément d'avantage.

Finalement, comme perspectives du présent travail, il serait intéressant d'appliquer les algorithmes évolutionnaire, l'Algorithme génétique en particulier, pour l'optimisation des réseaux de distribution. Les algorithmes génétiques permettent une bonne exploration du domaine des solutions réalisables avec une bonne exploitation des données, contrairement aux méthodes déterministes qui ne permettent qu'une exploitation des données dans un domaine local, fournissant ainsi une solution optimale locale.

Pour une bonne exploitation des travaux effectués jusqu'à présent dans ce domaine, et pour une amélioration des résultats, une investigation basée sur les algorithmes génétiques comme méthode d'optimisation, et sur une méthode d'optimisation déterministe (méthode mixte) pour l'évaluation de la population initiale, est suggérée.

Perspectives pratiques : de par la structure modulaire des programmes, Le logiciel développé, constitue un support de base pour l'élaboration d'un Logiciel global regroupant l'ensemble des modèles numérique traitant les problèmes relatifs aux réseaux de distribution d'eau. Une interface beaucoup plus interactive est suggérée.

Année 1

Algorithmes de résolution

"A ceux qui ne connaissent rien aux mathématiques, il est difficile de transmettre le sentiment de la beauté de la nature, de sa beauté la plus profonde"

R. Feynman

ALGORITHMES DE RESOLUTION

Introduction

Dans les problèmes d'ingénierie qui se rapportent à des cas réels de recherche opérationnelle, la tâche revient souvent à maximiser ou à minimiser une fonction objective. Cette fonction, soumise à des contraintes, s'exprime au moyen de variables de décision, définissant ainsi un problème d'optimisation dit programme mathématique. Lorsque les termes de la fonction objective ainsi que ceux des contraintes sont linéaires, le problème d'optimisation est dit linéaire. Par contre si l'un des termes de la fonction objective ou des contraintes du problème, renferme des fonctions non-linéaires ou se présente sous forme d'un produit de deux ou plusieurs variables de décisions, le problème est non-linéaire. Ainsi un programme mathématique peut être défini par :

$$PM \quad \begin{cases} \min \{F(\mathbf{x})\} \\ S.c \\ g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ x_i \in R^+ \end{cases} \quad (A.1)$$

Tout vecteur \mathbf{x} satisfaisant les contraintes d'égalités et les contraintes d'inégalités est appelé solution admissible. Un vecteur minimisant la fonction $F(\mathbf{x})$ est une solution optimale \mathbf{x}^* qui n'est pas nécessairement unique. En effet, quelques problèmes non linéaires possèdent des solutions multiples minimisant toutes la fonction F . Ceci dépend essentiellement de la nature de la fonction objective.

Dans un sous domaine du domaine admissible, un point stationnaire apparaît comme solution optimale locale, inférieure à toutes solutions réalisable. Un tel point peut être un maximum, un minimum ou un point d'inflexion.

Les méthodes de résolution d'un programme mathématique diffèrent suivant la nature du problème à traiter. Pour un programme linéaire, plusieurs techniques de résolution, dont l'algorithme usuel du simplexe, sont à distinguer. Dans le cas d'un programme non linéaire, deux catégories de méthodes sont envisagées. La première, dite «méthodes primales», opèrent directement sur le problème donné, elles engendrent, par itérations, une séquence de solutions réalisables, tout en assurant une convergence monotone vers la solution optimale. Ces méthodes présentent l'avantage de fournir une solution approchée si le processus itératif est interrompu [31], par contre elles sont généralement de mise en œuvre délicate.

La deuxième catégorie, dite "méthodes duales"[31], consiste à ramener le problème initial, à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans contraintes. Ces méthodes dont la dualité Lagrangienne, qui est la plus usitée et qui sera examinée par la suite, sont plus robustes et de convergence globale souvent plus rapide.

6.1- Algorithme du simplexe :

Développée par G.B Dantzig [42] aux Etats Unis en 1947, la méthode du simplexe, malgré les difficultés qu'impose sa mise en œuvre numérique, est extrêmement efficace en pratique, du fait qu'elle permet de résoudre des programmes linéaires de grandes tailles en des temps de calcul relativement faibles.

$Z =$	Z_0	$Z_j - C_j \dots\dots Z_k - C_k$
$X_{B(1)} =$	Y_{10}	$Y_{1j} \dots\dots Y_{1k}$
⋮	⋮	⋮
$X_{B(r)} =$	Y_{r0}	$Y_{rj} \dots\dots Y_{rk}$
$X_{B(n)} =$	Y_{n0}	$Y_{nj} \dots\dots Y_{nk}$

Tableau A.1 : Tableau du simplexe découlant de la solution admissible.

Le système subit des transformations par pivotage, en respectant les deux règles suivantes :
une condition suffisante pour le choix de la colonne a^j à introduire dans la base B , est :

$$Z_j - C_j = \min \{ Z_j - C_j \mid Z_j - C_j < 0 \} \tag{A.7}$$

une condition pour le choix de la colonne $a^{B(r)}$ à éliminer de B pour obtenir B' est qu'une ligne (r) vérifie :

$$\frac{Y_{r0}}{Y_{rj}} = \min \left\{ \frac{Y_{i0}}{Y_{ij}} \mid Y_{ij} > 0 \right\} \tag{A.8}$$

une fois les deux conditions sont vérifiées, le tableau précède après transformations par pivotage devient :

$Z =$	$Z_0 - \frac{(z_j - c_j)y_{r0}}{y_{rj}}$	$-\frac{(z_j - c_j)}{y_{rj}} \dots\dots (z_k - c_k) - \frac{(z_j - c_j)y_{rk}}{y_{rj}}$
$X_{B(1)} =$	$y_{10} - \frac{y_{r0}y_{1j}}{y_{rj}}$	$\frac{y_{1j}}{y_{rj}} \dots\dots y_{1k} - y_{1j} \frac{y_{rk}}{y_{rj}}$
⋮	⋮	⋮
$X_{B(r)} = x_j$	$\frac{y_{r0}}{y_{rj}}$	$\frac{1}{y_{rj}} \dots\dots \frac{y_{rk}}{y_{rj}}$

Tableau .2 : Nouveau tableau du simplexe après pivotage.

L'Algorithme du simplexe pourrait être décrit de la façon suivante :

Début

Ecriture des contraintes sous forme d'égalités ;

//introduction des variables d'écart

Recherche d'une solution de base admissible;

// selon la formule (5)

Construction de tableau du simplexe;

Début

Détermination de la colonne à introduire dans la Base ;

// vérification de la Règle (1)

Détermination de la colonne à éliminer de la base;

// vérification de la Règle (2)

Construction du nouveau tableau du simplexe;

// utilisant les transformations du Tableau(2)

Détermination de la solution de base et hors base;

Fin; *//fin de la boucle des transformations*

Fin; *//fin de routine du simplexe*

6.2 Méthode des Multiplicateurs de Lagrange :

Cette méthode a été développée pour transformer un problème avec contraintes en un problème sans contraintes. Ceci est accompli en ajoutant les termes des contraintes dans la fonction objective. On se retrouve avec un problème avec plus de variables de décision, mais le nombre de degrés de liberté reste le même.

Considérons le problème de minimisation suivant :

$$\begin{aligned} \text{Min. } y &= f(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \text{Telque : } g(x_1, x_2, \dots, x_N) &= \alpha \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont continues et dérivables. On peut déterminer la valeur de x_n à partir de la contrainte et l'injecter dans la fonction objective, pour obtenir une fonction des $(N-1)$ variables restantes.

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, H[x_1, x_2, \dots, x_N]) \quad (\text{A.10})$$

pour obtenir l'optimum on procède par dérivation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_i} &= 0, i = 1, 2, \dots, N-1 \\ \text{Avec} & \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_N} \frac{\partial H}{\partial x_i}; i = 1, 2, \dots, N-1$$

Or on sait que $g(x_1, x_2, \dots, x_N) = \alpha$

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} + \frac{\partial g}{\partial x_N} \frac{\partial H}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, \dots, N-1$$

d'ou

$$\frac{\partial H}{\partial x_i} = \frac{\frac{\partial g}{\partial x_i}}{\frac{\partial g}{\partial x_N}}; i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Avec; } \frac{\partial g}{\partial x_N} \neq 0$$

Et finalement :

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial f}{\partial x_N} \left[\frac{\frac{\partial g}{\partial x_i}}{\frac{\partial g}{\partial x_N}} \right] = 0, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{A.13})$$

On pose

$$\lambda = \frac{\partial f}{\partial x_N} / \frac{\partial g}{\partial x_N} \quad (\text{A.14})$$

Alors

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0; i = 1, 2, \dots, N$$

Avec

$$g(x_1, x_2, \dots, x_N) = \alpha \tag{A.15}$$

Les variables λ sont dites multiplicateurs de Lagrange. Le problème transformé peut être obtenu par ailleurs, simplement par la transformation suivante :

$$f(\mathbf{x}, \lambda) = F(\mathbf{x}) - \lambda [g(\mathbf{x}) - \beta] \tag{A.16}$$

La dérivation donne la même formulation précédente. La solution de ce problème consiste à trouver $\mathbf{x}^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*), \lambda^*$, qui correspondent à un point stationnaire qui n'est pas nécessairement celui recherché. En fait, la solution trouvée ne correspond à un maximum que si la fonction objective est concave. Il est de rigueur de toujours vérifier la nature de la solution trouvée. Pour les problèmes dont le nombre de variables de décision est supérieur à deux, la vérification est obtenue en faisant varier la fonction objective au voisinage de cette solution. Il s'agit des procédures itératives, où l'on engendre une suite de points $(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^k)$ convergeant vers un optimum local de f . A chaque étape (k) \mathbf{x}^{k+1} est défini comme suit :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \tag{A.17}$$

avec,

\mathbf{d}_k : La direction de déplacement

α_k : le pas de déplacement optimal dans la direction \mathbf{d}_k

Toutes les méthodes de résolution reposent sur l'équation (A.17) comme modèle itératif de correction des variables de décision, la différence réside dans l'évaluation des paramètres (α_k, \mathbf{d}_k) .

Pour l'évaluation de la direction de déplacement, deux approches sont à distinguer.

Une approche utilisant le gradient comme direction de déplacement. La *méthode quasi-Newton* est une de cette catégorie (utilisée pour l'évaluation des corrections sur les débits dans le problème d'optimisation des réseaux (voir chapitre trois).

Une autre approche, évalue la direction de déplacement à partir du gradient. Elle regroupe plusieurs méthodes. Parmi elles, la *méthode de Newton-Raphson* (appliquée pour la résolution du problème d'équilibrage du réseau).

Pour l'évaluation du pas de déplacement optimal, plusieurs méthodes unidimensionnelles ont été développées, parmi, la méthode dite *économique* (appliquées dans la méthode LPGM pour l'évaluation du pas de déplacement).

6.2.1 Méthode de Newton-Raphson

Dans l'hypothèse d'une fonction objective différentiable et partant du principe du développement en série de Taylor d'ordre Un, de la fonction f , au voisinage d'un point courant \mathbf{x}^k , la méthode de Newton donne une formule itérative de correction de la variable de décision \mathbf{x} , afin de résoudre le programme (D) cité ci-dessus :

Soit :

$$q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^k) + \nabla^T f(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \mathbf{J}^{-1} f(\mathbf{x}^k) \quad (\text{A.19})$$

$\mathbf{J} = \nabla f(\mathbf{x}^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k .

La procédure de Newton -Raphson conduit à une résolution d'un système linéaire à chaque itération k , avec la condition que la matrice \mathbf{J} soit inversible.

L'algorithme de résolution est comme suit :

Début

Initialisation de la solution $(\mathbf{x}^0, f(\mathbf{x}^0))$;

$K := 0$;

Répéter

$K := k+1$;

Construction de la matrice jacobienne ;

Résolution du système linéaire (14) ;

//en utilisant une méthode numérique
tel que celle de crout-colensky

Jusqu'à $(f(\mathbf{x}^{k+1}) > f(\mathbf{x}^k))$ et $(\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\| < \epsilon)$;

Fin;

6.2.2 La méthode quasi - Newtonienne:

L'idée de base de la méthode, consiste à remplacer, au voisinage du point courant \mathbf{x}^k , la fonction (f) par son approximation quadratique :

$$q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^k) + \nabla^T f(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k)^T \nabla^2 f(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad (\text{A.20})$$

d'où la formule itérative :

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - [\nabla^2 f(\mathbf{x}^k)]^{-1} \cdot \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (\text{A.21})$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que le système (A.20) possède un minimum, est que la matrice $\nabla^2 f(\mathbf{x}^k)$ dite *matrice Hessienne* soit *définie positive*. Une extension consiste à remplacer l'inverse de la matrice Hessienne par une matrice \mathbf{H}_k définie positive donnant la direction de déplacement à partir du gradient. D'où l'équation suivante :

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \lambda_k \mathbf{H}_k \cdot \nabla f(\mathbf{x}^k) \quad (\text{A.22})$$

λ_k étant le pas de déplacement optimal, évalué par une méthode d'optimisation unidimensionnelle dite « économique ».

L'algorithme le plus répandu en pratique, permettant l'évaluation de la matrice Hessienne est l'Algorithme dit « BFGS », qui sera développé par la suite.

L'algorithme de résolution est semblable à celui décrit pour la méthode de Newton-raphson. La différence est dans l'évaluation de la correction, et par conséquent, le système linéaire à résoudre.

a) Algorithme de Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno (BFGS)

Cet algorithme utilisé pour construire une approximation de l'inverse de la matrice Hessienne, dérivée de l'algorithme de (DFP) [31], rappelée ci-dessous :

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\delta_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k} - \frac{\mathbf{H}_k \gamma_k \gamma_k^T \mathbf{H}_k}{\gamma_k^T \mathbf{H}_k \gamma_k}$$

avec

$$\delta_k = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k \tag{A.23}$$

$$\gamma_k = \nabla f(\mathbf{x}^{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}^k)$$

$$\mathbf{H}_{k+1} \gamma_k = \delta_k$$

L'idée est de transformer le système (12), en un système analogue en remplaçant dans la formule, la matrice (**H**) par une matrice (**G**) symétrique et définie positive, tel que $G_{k+1} \delta_k = \gamma_k$ [31], Ce qui permet de donner une nouvelle formulation de (**H**) :

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \left[1 + \frac{\gamma_k^T \mathbf{H}_k \gamma_k}{\delta_k^T \gamma_k} \right] \frac{\delta_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k} - \frac{\delta_k \gamma_k^T \mathbf{H}_k - \mathbf{H}_k \gamma_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k} \tag{A.24}$$

La supériorité de l'algorithme BFGS sur les autres algorithmes semble reconnue par la plupart des auteurs [3]&[31], en raison de l'insensibilité aux imprécisions dans la procédure de recherche unidimensionnelle du pas de déplacement optimal.

b) Méthode Unidimensionnelle économique

Du fait que la méthode unidimensionnelle dite *économique*, ne nécessite qu'un petit nombre d'évaluations de la fonction à chaque itération sans pour cela que la vitesse de convergence de l'algorithme soit affectée, et du fait de l'insensibilité de l'algorithme(BFGS) aux imprécisions des procédures unidimensionnelles, on a opté pour cette méthode pour la détermination du pas de déplacement optimal dans la direction de descente (**d_k**).

Cet algorithme adopte essentiellement deux types de procédures : la règle de Goldstein [31], qui s'applique lorsque le gradient de la fonction ne peut être évalué (ou est trop coûteux à obtenir). Et une procédure suggérée par Wolfe [31], qui nécessite l'évaluation du gradient chaque fois que la fonction est calculée. Les étapes de la routine sont illustrées ci-dessous

Début

Définir ($\alpha_{\min}=0, \alpha_{\max}, \alpha_0$);

Calcul de $f(\alpha)=f(x+\alpha d)$;

Si ($f(\alpha) > f(0) + m_1 \alpha f'(0)$) **alors** $\alpha_{\max} = \alpha$;// $m_1 \in [0, 1]$

Calcul de $f'(\alpha)$; // règle de Wolfe

Si ($f'(\alpha) > m_3 f'(0)$) **alors** aller en Fin ;// m_3 et $m_2 \in [m_1, 1]$

Si ($f(\alpha) > f(0) + m_2 \alpha f'(0)$) **alors** aller en Fin ;

$\alpha_{\min} = \alpha$;

Recherche d'une nouvelle valeur de α dans [$\alpha_{\min} \alpha_{\max}$];

Fin.

Annexe B

La Gamme des prix des canalisations en fontes et ses accessoires

LES GAMMES DES PRIX DES CONDUITES

Diamètres (mm)		100	125	150	200	250	300	400	500	600
Classe 20	Prix par 5ml (DA)	1892	2023	2272	3471	3888	4949	8480	14051	19964
	Prix par 4.5ml(DA)	1704	1822	2048	3125	3499	4454	7632	12646	17969
	Prix par 4 ml(DA)	1514	1617	1817	2777	3110	3959	6784	11241	15972
Classe 30	Prix par 5ml (DA)	2378	2669	3116	4966	6421	7450	13574	20760	-----
	Prix par 4.5ml(DA)	2141	2403	2804	4470	5778	6705	12217	18684	-----
	Prix par 4 ml(DA)	1901	2135	2493	3973	5136	5959	10859	16608	-----

Tableau B.1 : Barème des prix des conduites en amiante ciment en en Hors taxe, Applicable à partir du 04/01/97 d'après E.R.C.C de Meftah (service commercial).

Fourniture, transport et pose de conduites en fonte ductile																	
φ (mm)	60	80	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	800
Prix DA/ml	2800	3000	3500	4150	4800	5400	5800	6500	7625	8750	9095	9440	10110	10780	11456	12132	13478
Fourniture, transport et pose de Té en fonte																	
φ (mm)	60/60	80/60	80/80	100/60	100/80	100/100	150/60	150/80	150/100	150/150	200/60	200/80	200/100	200/150	200/200		
Prix DA/U	5000	5500	5800	6000	6200	6500	7500	8000	8500	9000	11000	11500	12000	13000	14000		
Transport et pose de Coudes en fonte (coudes au ¼(90°)									Transport et pose de Coudes en fonte (coudes au 1/8 (45°)								
φ (mm)	60	80	100	150	200	250	300	60	80	100	150	200	250	300			
Prix DA/U	42000	5000	6000	10000	15000	20000	26000	4000	5000	5500	8000	12000	17000	20000			
Transport et pose de Coudes en fonte (coudes au 1/16(22°)									Transport et pose de Coudes en fonte (coudes au 1/32 (11°)								
φ (mm)	60	80	100	150	200	250	300	60	80	100	150	200	250	300			
Prix DA/U	3200	4500	5000	7000	10000	12000	15000	3500	3800	4000	6000	8000	10000	1200			
Fourniture, transport et pose de cône de réduction en fonte									Fourniture, transport et pose de manchons en fonte								
φ (mm)	80/60	100/60	100/80	150/80	150/100	200/80	200/100	200/150	60	80	100	150	200	250	300		
Prix DA/U	5000	5300	5800	6500	7000	8000	9000	10000	3000	4000	5000	6000	8000	10000	12000		

Tableau B.2 : Gamme des prix de conduites et accessoires en fonte (D.R.H) (valable à partir de 1999).

Bibliographie

"To create a little flower is the labour of ages".

William Blake

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U., " *Design of optimal water distribution systems*", Water Resources Research, Vol 13, N° 6, 885- 900, 1977.
- [2] BAZZARAA, M.S., & JARVIS, J.J., " *Linear programming and network flows*", J. Wiley, New York, 1977.
- [3] BAZZARAA, M.S & Col " *Non Linear programming: Theory and algorithms*" J. Wiley, New York, 1979.
- [4] BERTHOME, P., BOURGINE, P., EZERER, M., & PENADILE, Y., " *Contribution à l'optimisation économique des réseaux arborescents de transport de l'eau. Dimensionnement d'un organe hydraulique*", La Houille Blanche, N° 3, 1987.
- [5] BHAVE, P.R., " *Noncomputer optimization of single-source networks*", Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 104, N° EE4, 1978.
- [6] BHAVE, P.R., " *Optimization of gravity- fed water distribution systems*", Journal of the Environmental Engineering, Vol 109, N° 1, 189-205, 1983.
- [7] BHAVE, P.R., " *Optimal expansion of water distribution systems*", Journal of the Environmental Engineering, Vol 111, N° 2, 177-197, 1985.
- [8] BHAVE, P.R., & SONAK, V.V., " *A critical study of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks*", Water Resources research, vol 28, N° 6, 1577- 1584, 1992.
- [9] BONNIN, C., " *Les techniques avancées de la programmation linéaire*", Eyrolles, Paris, 1982.
- [10] BOURGINE, P., & BREMOND, B., " *Renforcement optimum des réseaux d'adduction d'eau potable en zone rurale. Méthode d'avant projet*", La Houille Blanche, N° 1, 1988.
- [11] CAMPON, S., " *Water supply systems from the source to the tap*", Hors Série Hydroplus, 1997.
- [12] CENEDERE, A., & MELE, P., " *Optimal design of water distribution networks*", Journal of Hydraulic Division, ESCE, 1983.
- [13] CUDRAZ, H.M., " *Contribution à l'optimisation d'un réseau urbain de distribution d'eau*", annales des Ponts & Chaussées, N° 42, 1987.
- [14] ECOTO, F., " *Initiation à la recherche operationnelle*", Ellipes, Paris, 1986.
- [15] FEATERSTONE, R.E., & EL-JUMAILY, K.K., " *Optimal diameter selection for pipe networks*", Journal of Hydraulic Engineering, ESCE, 1983.
- [16] FUJIWARA, O., JENCHAIMAHA, K.B., & EDRISINGHE, N.C.P., " *A modified linear programming gradient method for optimal design of looped water distribution networks*", Water Resources Research, Vol 23, N° 6, 977-982, 1987.
- [17] FUJIWARA, O., & KHANG, D.B., " *A Tow-Phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks*", Water Resources research, vol 26, N° 4, 1458- 1460, 1987.
- [18] FUJIWARA, O., & DEY, D., " *Tow adjacent pipe diameters at the optimal solution in the distribution network models*", Water Resources research, vol 23, N° 8, 1458- 1460, 1987.
- [19] GOULDBERG, D.E., & KUO, C.H., " *Genetic Algorithms in pipeline optimization*", Journal of Computing in Civil Engineering, Vol 1, N° 2, 1987.
- [20] GOULTER, I.C., LUSSIER, B.M., & MORGAN, D.R., " *Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks*", Water Resources Research, vol 22, N° 25, 819-822, 1986.

- [21] HELËS, A., & YAHIAUOI, A.A., " *Optimisation des réseaux mailles par la notion de l'arbre minimale*", Projet de Fin d'Etude, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1993.
- [22] HUBERLIANT, B., & LIOT, G., " *Calcul et optimisation des réseaux de distribution d'eau*", Projet de Fin d'Etude, Université Catholique de Louvain, 1984.
- [23] IDEL'CIK, I.E., " *M monto de pertes de charge* ", Eyrolles, Paris, 1979.
- [24] KESSLER, A., & SHAMIR, U., " *Analyse of the linear programming gradient method of optimal design of water supply networks*", Water Resources Research, vol 25, N  7, 1469- 1480, juillet 1989.
- [25] LANSEY, K.E., & MAYS, L.W., " *Optimization model for water distribution system design*, Journal of Hydraulic Engineering, ESCE, Vol 115, N  19, 1989.
- [26] LEBDI, F., " *Recherche d'une méthode d'optimisation des réseaux maillés sous pressions*", Thèse de Doctorat , Institut Nationale Polytechnique, Toulouse, 1985.
- [27] LEFKIR, A., & SADEK, B., " *Contribution à l'optimisation des réseaux mailles de distribution d'eau*", Projet de Fin d'Etude, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1995.
- [28] MAHDJOUB, Z., " *Contribution à l'optimisation des réseaux maillés sous pression*", Thèse de Doctorat , Institut Nationale Polytechnique, Toulouse, 1983.
- [29] MALEK, A., & BEDOU, O.S., " *Optimisation des réseaux de distribution d'eau*",
- [30] MERABTENE, T., " *Contribution à l'étude du dimensionnement des réseaux mailles de distribution d'eau potable*", These de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1990.
- [31] MINOUX, M., " *Programation mathématique*", Dunod, 1983.
- [32] MORGAN, D.R., & GOOLTER, I.C., " *Optimal urban water distribution design*", Water Resources Research, vol 21, N  5, 642- 652, 1985.
- [33] NIELSEN, H.B., " *Methods for analysing Pipe networks*", Journal of Hydraulic Engineering , Vol 115, N  2, 139-155, 1989.
- [34] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., & ROBINSON, A.R., " *Comment on 'Design of optimal water distribution systems' by E.Alperovits and U.Shamir*", Water Resources research, vol 15, N 6, 1651-1654, 1992.
- [35] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., & LIEBMAN,C., " *Optimization of looped water distribution systems*", Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 107, N  EE4, 1981.
- [36] RASMASEN, H.J., " *Simplified optimization of water supply systems*", Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 102, N  EE2, 1976.
- [37] SAMANI,H.M.V., & NAEENI, S., " *Optimization of water distribution networks*", Journal of Hydraulic research, Vol 34, N  5, 1996.
- [38] SHAMIR, U., " *Optimal design and operation of water distribution systems*", Water Resources research, vol 10, N  1, 1974.
- [39] SIMPSON , A.R., DANDY, G.C., & MURPHY, L.J., " *Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*", Journal of Water Planing and Management, Vol 120, N  4, 423-443, 1994.
- [40] TONG, AL, OCCONOR, T.F, STERNS, D.E, & LYNCH, W.O., " *Analysis of distribution networks by balancing equivalent pipe lengths*", Journal of the American Water Works Association, Vol 53, N 2, 192-210, 1961.

- [41] WALSKI, T.M., & AL., " *Battle of the network models : Epilogue*", *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol 113, N° 2, 1987.
- [42] WERRA, D., "*Eléments de programmation linéaire avec application aux graphes*", Presses Polytechniques Romandes, SUISSE, 1990.

7.1 Références Internet

- [43] <http://www.natural-selection.com/index.htm> : Natural Selection Inc.
- [44] <http://www.esiea.fr/Scientifique/Ag/Chapitre1.htm>.
- [45] <http://www.esiea.fr/Scientifique/Ag/Chapitre2.htm>.
- [46] <http://www.esiea.fr/Scientifique/Ag/Chapitre3.htm>.
- [47] <http://OurWorld.Comuserve.Com/Home Pages/JDeb.htm>.