

2/04

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

escst

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

OPTION : AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE
APPLIQUEE AU BIOREACTEUR

Présenté par : BELHOUT Amine

Dirigé par : Mr R.ILLOUL

Promotion : 2003 – 2004

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



وزارة التعليم العالي
و البحث العلمي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

OPTION : AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

**COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE
APPLIQUEE AU BIOREACTEUR**

Présenté par : BELHOUT Amine

Dirigé par : Mr R.ILLOUL

Promotion : 2003 – 2004

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach

Summary

This project aims at resolving the optimisation problem in real time of the semi continuous processes called FED BATCH, supplied by a constant supply concentration using the HALDANE pattern. The approach used herein is based on extremum research using algorithms of parametric adaptation in view to maximize biomass production. Extremal control synthesis as well as the parametric adaptation law is based on the stability theorem of Lyapunov.

The first study related to FED BATCH semi-continuous processes model building. The second one consists of the extremal control presentation and optimization notion in real time, as well as problem expressing. The last stage relates to parametric adaptation law drawing up in order to reach the extremum. Numerical simulations have illustrated the control.

Key words: Fermentation, HALDANE pattern, Semi-continuous process, Extremal control, Optimization, Extremum point, Adaptive control.

'Commande Extrême Adaptative Appliquée au Bioréacteur'

Résumé

L'objectif de ce projet, est de résoudre le problème d'optimisation en temps réel des procédés semi continus appelés FED BATCH, alimentés par une concentration d'alimentation constante, en utilisant le modèle de HALDANE. L'approche utilisée est basée sur la recherche d'un extremum en utilisant des algorithmes d'adaptation paramétrique afin de maximiser la production en biomasse. La synthèse de la commande extrême ainsi que la loi d'adaptation paramétrique sont basées sur le théorème de stabilité de Lyapunov.

La première étude concerne la modélisation des processus semi continu FED BATCH. La seconde consiste à la présentation de la commande extrême ainsi qu'à des notions d'optimisation en temps réel avec formulation du problème. La dernière étape concerne l'élaboration d'une loi d'adaptation paramétrique afin que l'extremum soit atteint. La commande a été illustrée par l'intermédiaire des simulations numériques.

Mots clés : Fermentation, Modèle de HALDANE, Procédé semi continu, Commande extrême, Optimisation, point extremum, Commande adaptative.

إدارة تحكم طرفية لمفاعل حيوي من نوع -FED BATCH-

ملخص

يرمي هذا المشروع إلى تسوية مشكل إعطاء الأداء الأمثل من الوقت الحقيقي للطرائق شبه المتواصلة المسماة - FED BATCH - المزونة بتركيز ترويد ثابت من خلال استعمال نموذج - HALDANE -. وتتووم المراقبة المستعملة على البحث عن موقع طرفي عن طريق استعمال حساب التكييف القياسي من أجل بلوغ الحد الأقصى من إنتاج الكتلة الحيوية. ويقوم تخليق إدارة التحكم الطرفية وقانون التكييف القياسي على نظرية الاستقرار لصاحبها - LYAPUNOV -. وتخص الدراسة الأولى نمذجة الطريقة شبه المتواصلة - FED BATCH - وتتمثل الثانية في تكييف إدارة التحكم الطرفية ومفاهيم إعطاء الأداء الأمثل من الوقت الحقيقي مع وضع صياغة للمشكل. وتتعلق المرحلة الأخيرة بإعداد قانون تكييف قياسي من أجل بلوغ موقع طرفي. وتم توضيح إدارة التحكم من خلال حالات صورية رقمية.

الكلمات الرئيسية: التحكم، نموذج HALDANE، طريقة شبه متواصلة، إدارة التحكم الطرفية، إعطاء الأداء الأمثل، نقطة الموقع الطرفي، إدارة تحكم تكيفية.

Dédicaces

Je dédie ce travail

A ma très chère Maman

A mon très cher Papa

A ma petite sœur

A toute ma famille

A mes amis (es)

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier tout particulièrement Monsieur ILLOUL professeur de régulation des procédés industriels, tuteur de mon projet qui m'a si bien accueilli et m'a permis de participer à ce projet. J'exprime toute ma gratitude pour son encadrement ses conseils lucides et pertinents.

A l'issue de trois agréables années au sein du département Génie électrique de l'ENP d'El Harrach, j'adresse des remerciements particuliers à mes professeurs, Monsieur ILLOUL, Monsieur TADJINE, Monsieur HEMICI, pour leur dynamisme, et à toute l'équipe enseignante pour la qualité de l'enseignement qui nous a été dispensés.

Je tenais aussi à remercier MADAME Titica, professeur à l'université catholique de Louvain en Belgique, auteur de récents travaux de recherche concernant la commande extrémale appliquée à la bio-industrie, pour son dévouement et pour m'avoir fait bénéficier de ses connaissances.

J'ai su être entouré de toute l'aide et la confiance qui m'ont permis de mener à bien ce projet. Je remercie mes parents, ma petite sœur qui m'ont très bien aidé qui m'ont soutenu et encouragé dans les moments les plus difficiles.

Je remercie sincèrement tout le personnel qui travaille au sein de la bibliothèque, pour sa sympathie et pour m'avoir fait découvrir l'envers du décor d'une bibliothèque.

Je tenais aussi à remercier vivement tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à élaborer ce projet. À savoir les collègues de ma promotion et tout mes amis.

Je terminerai par ces deux proverbes

Vouloir c'est pouvoir.

Tout vient à point à qui sait attendre.

| | |
|-----------------------------|---|
| INTRODUCTION GENERALE | 1 |
|-----------------------------|---|

CHAPITRE I : BIOTECHNOLOGIE BIO -INDUSTRIE EN AUTOMATIQUE

| | |
|---|----|
| I.1.Introduction | 3 |
| I.2 Fermentation | 4 |
| I.2.1. Les différents types de fermentations | 6 |
| I.2.1.a Fermentation discontinue des micro- organismes type BATCH | 6 |
| I.2.1.b. Fermentation continue des micro- organismes | 7 |
| I.2.1.c Fermentation en continu -discontinu type fed –BATCH | 8 |
| I.3.Les enzymes | 9 |
| I.3.1. Définition | 9 |
| I.4. Intérêt de l'application de l'automatique..... | 10 |
| I.5. Conclusion..... | 11 |

CHAPITRE II : MODELISATION MATHEMATIQUE DU BIOREACTEUR ET SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE

| | |
|---|----|
| II.1.Introduction | 13 |
| II.2. Modélisation des procédés | 13 |
| II.2.1. Bilan de matiere | 15 |
| II.2.1.1. Modele de croissance de la biomasse | 16 |
| II.2.1.2 Modele de consommation du substrat..... | 16 |
| II.2.2.1 Procédé DISCONTINUE TYPE batch | 18 |
| II.2.2.2. Procédé continu | 21 |
| II.2.2.3.Continue discontinu type FED - BATCH | 22 |
| II.3.Etude du système en boucle ouverte | 24 |
| II.3.1 Etude de la stabilité du système en boucle ouverte | 25 |
| II.3.1.a. Détermination des points d'équilibre | 26 |

| | |
|---|----|
| II.3.1. b Resultats Simulation | 27 |
| II.3.2 Etude de la stabilité du système en B.O avec le Modèle de HALDANE | 32 |
| II.3.2. a. Détermination des points d'équilibre..... | 33 |
| II.3.2.b. Resultats de Simulation | 38 |
| II.4. Conclusion..... | 42 |

CHAPITRE III : COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE

| | |
|---|----|
| III.1. Introduction | 43 |
| III.2. Presentation de la commande extremale | 43 |
| III.2.1 Historique | 43 |
| III.2.2. Les differents types d'asservissement | 44 |
| A. Commande asservie à une valeur de consigne connu en boucle fermée..... | 44 |
| B. Commande extrémale..... | 46 |
| III.2.3 Méthodes de recherche de l'extremum..... | 47 |
| 1./Méthode du gradient..... | 47 |
| 2./ Méthode du diviseur..... | 48 |
| III.2.4 Principe de fonctionnement de la commande extrémale..... | 49 |
| III.2.4.1 Notion de commande adaptative..... | 50 |
| III.2.4.2 technique d'adaptation paramétrique..... | 51 |
| a. Commande adaptative directe..... | 52 |
| b. Commande adaptative indirecte..... | 53 |
| III.2.4.3 Identification par les moindres carres..... | 54 |
| III.3 Conclusion..... | 56 |

CHAPITRE IV : COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE AU BIOREACTEUR TYPE FED BATCH

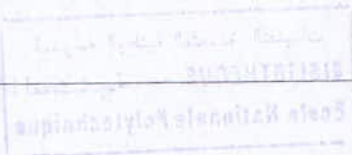
| | |
|---|----|
| IV.1 Introduction | 58 |
| IV.1. Synthèse de la loi de commande | 58 |
| IV.2.1 Estimation et commande | 60 |
| IV.2.1.1 Estimation de quantité de gaz y..... | 61 |
| IV.2.1.2 Commande extrémale adaptative | 65 |
| IV.3. Conclusion..... | 80 |

CHAPITRE V : RESULTAT DE SIMULATION

| | |
|---|-----|
| V.1. Introduction | 81 |
| V.2. Résultats de simulations | 82 |
| V.2.1. Fonctionnement BATCH..... | 82 |
| V.2.1.a condition de simulation | 82 |
| V.2.1.b Résultat de simulation | 83 |
| V.2.2 Fonctionnement Fed Batch avec retour d'état. | 87 |
| V.2.2.a Condition de simulation..... | 88 |
| V.2.2.b Résultat de simulation..... | 88 |
| V.2.3 Fonctionnement en FED BATCH avec la commande extrémale adaptative ... | 93 |
| V.2.3.a Condition de simulation | 93 |
| V.2.3.b Résultat de simulation..... | 94 |
| V.3 Comparaison des différentes simulations | 100 |
| V.4 Effet des perturbations sur la commande extrémale adaptative..... | 101 |
| V.5 Conclusion..... | 106 |

CHAPITRE VI: CONCLUSION

| | |
|----------------------------------|-----|
| VI. Conclusion generale | 107 |
| Annexes..... | 109 |
| Références bibliographiques..... | 116 |



INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE



INTRODUCTION GENERALE

Depuis une quinzaine d'année, des laboratoires d'automatique et d'analyse des systèmes travaillent avec une étroite collaboration avec des départements de biochimies et de biologie afin d'effectuer des recherches sur l'automatisation des procédés biologiques.

L'objectif de ces recherches concerne l'optimisation des procédés de fermentation semi continue appelé FED BATCH. Ces procédés consistent à apporter une solution de substrat carboné (sucre, glucose, saccharose...) dans un bioréacteur initialementensemencé, afin d'alimenter une population microbienne (bactéries, levures, enzymes ...) dans le but de permettre une multiplication et un développement croissant de ces cellules microbiennes.

L'originalité de notre approche consiste à rechercher le point extremum en appliquant une commande, afin de bénéficier d'un développement maximal de cellules. L'optimisation des procédés biologiques est basée sur l'économie globale du système considéré.

Il s'agit de maximiser la productivité en minimisant les dépenses en énergie et en matière première.

Dans cette optique, nous allons diviser notre travail en cinq chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à la description du phénomène de la fermentation et ses caractéristiques et aux différents types de bioréacteurs qui existent suivant leur mode de fonctionnement. Nous expliquerons le rôle de l'automatique et son intérêt sur la bio – industrie.

Le deuxième chapitre sera employé à la modélisation et à la présentation des structures de modèles biologiques, ainsi que leurs expressions analytiques. Nous établirons les équations d'état générales de ces procédés suivant le mode de fonctionnement. Des simulations en boucle ouverte du type FED BATCH seront effectuées afin de formuler notre problème.

Le troisième chapitre sera consacré au développement théorique de la commande extrémale, à son principe de fonctionnement au système non linéaire et à son intérêt.

Le quatrième chapitre s'intéressera à la synthèse de la commande extrémale adaptative au bioréacteur en mode FED batch alimenté par une concentration constante de substrat. Cette commande est basée sur le principe de stabilité de Lyapunov. Un algorithme d'adaptation paramétrique est ainsi introduit à la commande.

Le dernier chapitre sera voué uniquement à la simulation et à l'analyse des résultats obtenus.

Nous effectuerons des simulations du type BACH, et du type FED BATCH avec deux commandes différentes :

- Commande par retour d'état telle que la concentration du milieu fixée à son état initial.
- Commande extrémale adaptative.

Ces différentes simulations, nous aideront à mieux cerner les avantages de la commande extrémale adaptative du point de vue performance et productivité.

BIOTECHNOLOGIE BIO - INDUSTRIE EN AUTOMATIQUE

I.1. INTRODUCTION

Depuis que les hommes ont préparé le jus fermenté de la vigne, les macérations d'orge germé, du petit lait des fromages, les problèmes de l'activité enzymatique se sont posés à leur esprit [BOU1-02], [DUV-88], [SIM-70]. Mais pendant des siècles, la propriété qui présidait à toutes les transformations chimiques au sein de la matière vivante, échappa à toute analyse [LIN-00], [SCR-00].

Ce sont les égyptiens, en 4000 avant Jésus-Christ, qui utilisèrent en premier les levures pour fabriquer du pain et des breuvages alcoolisés. Sans asepsie mais avec un sens développé de l'observation, des savoirs faire ont été perpétués et améliorés au cours des siècles [ADM-03], [BUR-00], [DUV-88], [SCR-00].

Ce n'est qu'au XIXe siècle qu'a vraiment démarré la mise en valeur des propriétés des micro-organismes à des fins utilitaires [COR-96]. Un micro-organisme, en particulier une bactérie ou une levure, produit par son activité cellulaire, des substances dont les propriétés trouvent des applications industrielles. Au progrès des connaissances s'est ajoutée la nécessité de satisfaire des besoins d'hygiène, de santé et d'alimentation qui ont permis l'essor des procédés de fermentation et de développement de technologies appropriées aux cultures microbiennes massives [BOU1-02], [BUR-00], [SCR-00].

Les biotechnologies font partie de ces technologies du futur qui pourraient, à terme, transformer la vie des individus et le profil de leur société. Certains experts n'hésitent pas de prédire, en effet, l'inéluctable avènement d'une révolution bio-industrielle. [BUR-00], [LIE-98], [NON-02].

Les progrès rapides et inattendus réalisés depuis 1970 dans la connaissance et la maîtrise du métabolisme des microorganismes ont introduit une ingénierie nouvelle qui augmente considérablement le potentiel actuel d'intervention des procédés biologiques [BUR-00], [NAJ1-87], [RAE-94], [SCR-00], [TRY-00].

I.2. FERMENTATION

Les fermentations sont connues depuis la plus haute antiquité où elles étaient utilisées pour la fabrication du levain et de toutes sortes de liqueurs [BOU1-002]. La racine du mot fermentation provient du verbe latin « fermentare » qui signifie transformer certaines denrées alimentaires à partir d'un élément : le ferment [ADM-03], [KAM-98], [NON-02], [RAE-94].

Pasteur établit par ailleurs la coexistence de deux modes de fermentation, celles qui se réalisent en aérobiose (en présence d'oxygène) et celles en anaérobiose (sans oxygène). Il démontra aussi que les transformations de matière sont dues à des micro-organismes divers qui utilisent pour leur survie et leur développement, de la matière et de l'énergie produite par la dégradation de substances organiques ; ces matières appelées biomasse, sont des sucres fermentescibles (saccharose, glucose...) qui doivent être choisies selon les agents des fermentations [BUR-00], [LIE-98], [LIN-00], [SIM-70].

Un procédé de fermentation consiste à faire croître, dans des conditions d'environnement favorable, une population microbienne afin de produire un ou plusieurs métabolites 'produit formé exemple, l'éthanol' à partir de la biodégradation d'un substrat carboné. La grande diversité des fermentations a amené les biochimistes à les classer selon plusieurs critères d'ordre physiologique, selon la nature des produits formés ou selon des corrélations existantes entre les diverses réactions, (croissance, dégradation et production). La façon dont le substrat est apporté au milieu de culture caractérise le mode de fonctionnement de la fermentation [DAN-89], [DUV-88], [LIE-98], [SCR-00].

Une souche possède ses caractéristiques propres liées à son patrimoine génétique et à ses systèmes de régulation. Il s'agit de la placer dans des conditions telles qu'elle puisse s'exprimer totalement [BUR-00], [DAN-89], [SCR-00], [SIM-70].

En effet, certaines conditions, contraintes doivent être tenues en compte :

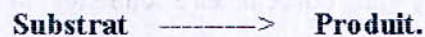
- 1- le taux de conversion du substrat en produits.
- 2- La productivité, c'est-à-dire, la quantité de substance fabriquée par unité de temps et unité de volume d'un bioréacteur.

- 3- La concentration en produit formé.
- 4- La teneur en substrat résiduel.

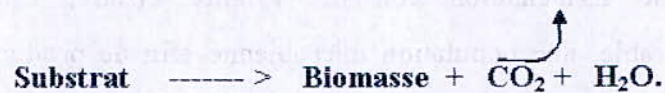
Une souche bactérienne,ensemencée dans un milieu de culture, doit pour se multiplier, y trouver des aliments et des conditions d'environnement (PH, température...) favorables [SCR-00], [SIM-70]. Si les caractéristiques physicochimiques du milieu sont maintenues constantes, la croissance s'arrêtera lorsque l'un des aliments aura été complètement consommé [BUR-00], [DAN-89], [LIE-98], [LIN-00].

Tout processus dans lequel interviennent des microorganismes peut se ramener à trois types de réactions [SCR-00] :

1* Les réactions de synthèse de métabolites :



2* Les réactions de synthèse de biomasse (croissance) :



3* Les réactions de maintenance, consistant en une consommation de substrat indépendamment de celle servant à la formation de biomasse et de produits. Elle conduit à une oxydation du substrat.



Les dégagements gazeux accompagnant le plus souvent la réaction furent très longtemps considérés comme la caractéristique principale du phénomène [BOU1-02], [BUR-00]. Beaucoup plus tard, la notion même de fermentation fut étendue à d'autres réactions ne s'accompagnant pas nécessairement de dégagements gazeux, mais dont le caractère commun était d'obtenir à partir de la décomposition de matières premières, des produits tels que l'acide lactique, l'éthanol [LIN-00], [SCR-00].

1.2.1 LES DIFFERENTS TYPES DE FERMENTATIONS

Toutes les fermentations se réalisent dans un réservoir fermé hermétiquement et alimenté en substrat de manière différente appelé bio-réacteur [ADM-03], [LIE-98], [DUV-88]. Plusieurs biologistes et biochimistes se sont proposés d'établir une classification de la fermentation suivant certains critères. Cette classification est fondée sur la nature du produit final après la fermentation, sur la physiologie des micro-organismes et aussi sur la manière dont le bio réacteur est alimenté en substrat. Nous allons citer trois types de fermentation [BOU1-02], [NON-02], [SCR-00] :

1.2.1.a FERMENTATION DISCONTINUE DES MICRO-ORGANISMES TYPE BATCH

Dans ce type fermentation « batch », une quantité de substrat « source de carbone » bien définie nécessaire au développement de cellule vivante, appelé « biomasse », est introduite à l'intérieur du bioréacteur. Figure (1)

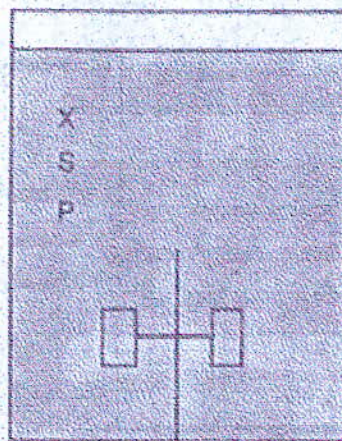


Figure (1) : Fermenteur de type BATCH

Ce type d'alimentation présente différents inconvénients :

- un taux de croissance de la biomasse variable.
- diminution de la concentration en biomasse, dès que le substrat est totalement consommé (la destruction de cellules).

I.2.1.b. FERMENTATION CONTINUE DES MICRO-ORGANISMES

Contrairement à la fermentation de type BATCH, l'alimentation du substrat se fait de manière continue et ininterrompue, tout en prélevant en continu un volume égal du mélange biomasse –milieu liquide, de façon à avoir toujours le volume du bioréacteur constant [SCR-00]. Figure (2).

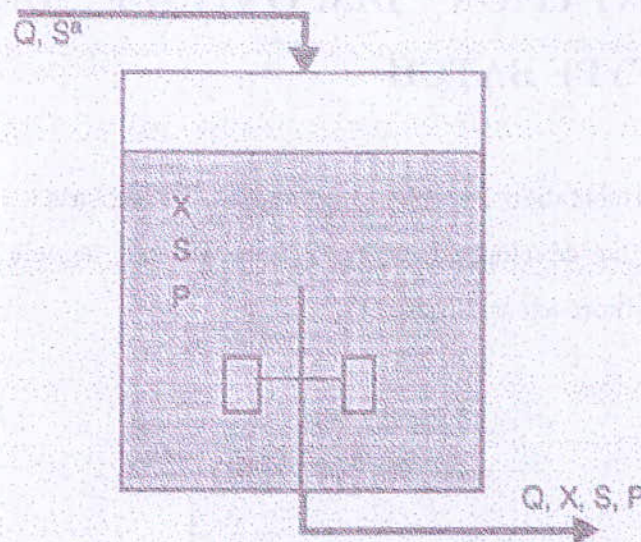


Figure (2) : fermentateur alimenté en continu

Ce type de fermentation, nous permet d'avoir :

- une concentration cellulaire constante
- une production constante du métabolite recherché
- un taux de croissance de la biomasse constant.

I.2.1.c FERMENTATION EN CONTINU -DISCONTINU DES MICRO -ORGANISMES TYPE FED -BATCH

Il s'agit d'une culture discontinue, sans soutirage ; le bioréacteur est préalablement initialisé par une concentration en biomasse X_0 , en substrat S_0 et en volume initial V_0 .

Le nutriment est apporté aux cellules en continu, de sorte que le volume dans le réacteur varie continuellement ; le processus se termine lorsque, le volume maximal du bioréacteur est atteint [DUV-88]. Figure (3).

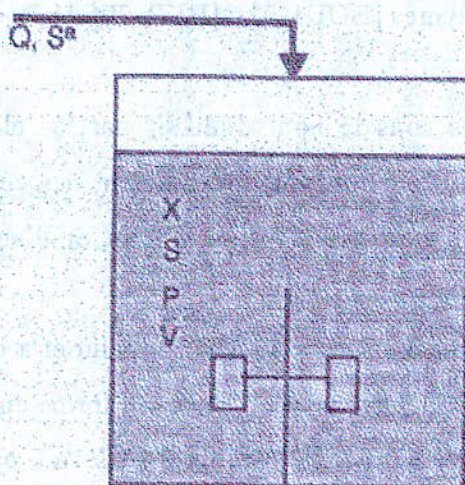


Figure (3) : fermentateur alimenté en fed-batch

Ce type de fermentation est très utilisé dans la bio-industrie, lorsque l'on veut optimiser l'apport d'un nutriment susceptible d'avoir un effet retardateur sur la croissance [REA-94], [SCR-00], [SIM-70].

Bien entendu cette technique est appliquée dans bon nombre de fermentations dans lesquelles interviennent soit comme substrat, soit comme résultat de l'activité métabolique des cellules, des produits inhibiteurs de la croissance microbienne tels que le méthanol, l'éthanol[BUR-00] [DUV-88].

Le fait de pouvoir contrôler à tout instant la concentration du substrat dans le milieu de fermentation constitue le principal avantage d'une fermentation FED BATCH, sans oublier que plusieurs facteurs biologiques tels que ' l'effet du glucose' intervenant dans les fermentations font des procédés fed- batch, une technique fortement appréciée [BOR-90], [COU-01], [KAM-98], [NAJ1-87], [ROU-98]. Nous verrons tout cela en détail dans le chapitre qui suit.

I.3. LES ENZYMES

Pour réaliser les réactions dont il est le siège, l'organisme met en œuvre des catalyseurs puissants que l'on a tout d'abord désigné sous le nom de diastases, auquel la nomenclature internationale a substitué celui d'enzymes [BOU1-02], [BUR-00], [LIN-00], [SCR-00].

Ces enzymes furent connues sous le nom d'aliksir par les alchimistes arabes. Les premières tentatives d'étude des processus enzymatiques datent des célèbres expériences de Reaumur sur la gestation de la viande, in vivo en 1713 et celle de Spallanzani en 1783.

Le problème fit un progrès décisif quand G.Kirchhoff montra que le sucre réducteur qui prend naissance au cours de la fermentation des céréales se forme encore quand les farines sont préalablement extraites des graines. Cette découverte devait orienter la chimie des fermentations vers une voie nouvelle. Elle fut le point de départ de l'identification de toute une série de principes actifs auquel le nom ferment devait être attribué.[COU-01],[DAN-89], [LIE-98], [NAJ1-87],[RAE-94].

I.3.1. DEFINITION

Toute réaction chimique cellulaire est catalysée par une classe particulière de protéines appelées enzymes. La propriété du catalyseur est d'accélérer la vitesse de la réaction. Les enzymes sont une clés pour la compréhension de la vie , car agissant en séquences organisées , elles catalysent des centaines d'étapes réactionnelles des voies

métaboliques qui permettent aux molécules nutritives d'être dégradées et à l'énergie d'être conservée et transformée. Ce sont des outils clés des biotechnologies et des bio-industries qui catalysent les réactions mises en jeu et assurent leur régulation [BUR-00], [LIN-00].

La connaissance des enzymes, de leur nature, de leur structure et de leur propriété ainsi que de la cinétique des réactions catalysées est fondamentale en biotechnologie.

On définit un enzyme comme étant un catalyseur, protéique, thermolabile, produit par un organisme vivant. Ces caractères distinguent théoriquement ces biocatalyseurs des « surfaces actives », qui peuvent également jouer un rôle dans les cellules. En outre, les enzymes sont capables d'agir en dehors de ces dernières ou des organismes qui les produisent. [RAE-94], [SCR-00], [SIM-70].

I.4. INTERET DE L'APPLICATION DE L'AUTOMATIQUE

Dans la technique moderne, les systèmes automatiques occupent une place très importante grâce à leurs applications ; il est possible de commander des appareils complexes, tels que les réacteurs chimique, biologique et atomique [BOR-90], [COR-96], [COU-01]. Les performances de ces appareils dépendent en grande partie de la qualité des systèmes destinés à commander leurs paramètres technologiques. [LIE-98], [MAR-87], [NAJ1-87], [ROU-98].

Les industries alimentaires ou appelées aussi bio-industrie constituent une industrie de transformation et de mise en forme de produits. Il est essentiel de maîtriser chaque étape de cette transformation, afin d'être certain d'apporter, au meilleur coût, la transformation attendue, en assurant la constance de cette production [NON-02], [PHA-99], [TRY-00].

L'industrialisation des industries alimentaires est relativement récente et l'amélioration des pratiques industrielles est passée, comme pour beaucoup d'autres industries de traitement, par un certain nombre d'étapes. Toutes ces étapes ont permis la mise en oeuvre plus ou moins poussée des technologies et sciences du traitement de l'information, dont l'automatique [BOR-90], [KAM-98], [MAR-87].

L'automatique en tant que science, fournit des méthodes et des outils qui ne s'appliquent que si le problème est bien posé. Lorsque l'on s'intéresse aux procédés biologiques et mêmes aux autres procédés, la question se pose avant tout de savoir pourquoi on réalise l'automatisation et ensuite comment on l'implantera [DUV-88].

Comment aborder l'automatisation d'un procédé dans les industries alimentaires ? Comment comparer des solutions, les mettre en oeuvre ? Telles sont les questions que tout automaticien doit se poser [TRY-00].

Les propriétés nutritionnelles, sanitaires, technologiques doivent en effet être garanties. C'est sans doute cette multi dimensionnalité des propriétés du produit en cours de transformation ou fini qui donne les aspects spécifiques des industries alimentaires. La conception relève pleinement du génie des procédés et des sciences connexes qui sont mobilisées. Cette démarche relève de l'automatisation ou, plus exactement, d'études de conduite, de contrôle et de commande de procédés alimentaires [KAM-98], [NAJ1-87], [NON-02], [TRY-00].

L'automatique s'est constituée d'après plusieurs phases de développement dont les plus importantes sont :

- phase de développement de la théorie des systèmes déterministes de commande.
- phase de développement des méthodes stochastiques d'analyse et de synthèse de système de commande automatique.
- phase de développement de commande optimale, multivariable et adaptative.

L'automaticien propose des méthodes, des voies d'approche des différents problèmes qu'il convient d'aborder et de résoudre pour réaliser l'automatisation d'une opération unitaire ou d'un procédé alimentaire : les capteurs de mesure, la commande automatique et les stratégies de supervision [BOR-90], [KAI-80], [MAR-87], [SLO91], [TRY-00].

Toute la construction de ces démarches et la mise en oeuvre des outils qui y sont associés est construite sur la bonne connaissance des produits, des voies de transformations utilisées et des sciences du génie des procédés.

I.5. CONCLUSION

Nous avons pu dans ce chapitre donner une idée générale concernant le domaine de la bio-industrie et de la biotechnologie. Nous avons défini la fermentation comme étant une étape d'un procédé industriel ; elle s'insère dans un ensemble d'opérations unitaires qui aboutiront à la valorisation de la biomasse et /ou de ses composantes et /ou à la valorisation des produits de bioconversion.

Nous avons aussi cité les techniques d'alimentation concernant les fermenteurs et leurs avantages. Les procédés fed-batch constituent une classe importante de procédés industriels, en particulier dans l'industrie agro-alimentaire.

Les procédés chimiques et biochimiques constituent les éléments clés de la classe de systèmes réactionnels. Bien connaître et comprendre les propriétés de cette classe de systèmes peut s'avérer particulièrement utile lorsqu'il s'agit de comprendre leurs spécificités, de développer et de mettre en oeuvre des outils de surveillance (capteurs logiciels) et de commande.

Nous avons aussi vu, que la coopération entre les spécialistes des procédés et les automaticiens semble une nécessité primordiale ; le potentiel de l'automatique est considérable et ne peut pas être négligé dans le cadre de l'amélioration des outils de production et sur le gain de la productivité.

L'automatique est une science qui a développé des outils divers selon les différentes situations rencontrées. Une bonne vision des problématiques, permettra la mise en oeuvre de bons outils de traitement et de méthode adaptée.

MODELISATION MATHÉMATIQUE DU BIOREACTEUR ET SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE

II .1.INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent , nous avons présenté une description générale du phénomène qui est la fermentation et ses caractéristiques, mais aussi les types , les différents modes de fermentation qui existent et qui présentent très souvent des caractéristiques différentes.

Dans ce chapitre, nous allons établir et présenter les équations d'état selon chaque mode de fonctionnement, et nous énoncerons les principaux avantages que présentent les procédés semi continus (FED BATCH) de fermentation afin de montrer leur intérêt pour certaines bio-productions. Pour finir, nous effectuerons des simulations sur le système type FED BATCH afin de voir son comportement en boucle ouverte.

II.2 MODELISATION DES PROCEDES

L'établissement d'un modèle mathématique d'un procédé, est la synthèse d'un modèle d'état quel que soit le mode de fonctionnement des fermentations [DAN-89], [DUV-88]. La modélisation est faite à partir des équations établissant les bilans de matières relatives à la biomasse et au substrat [BOR-90], [COU-01], [LIE-98], [NAJ1-87].

Les variables d'état, considérées ici, sont la concentration en sortie du gaz (y), la concentration de la biomasse (X) et la concentration du substrat (S). Figure (1)

La productivité du procédé biologique est liée étroitement aux variables d'état, mais aussi au mode de conduite du bioréacteur utilisé. Figure (2)

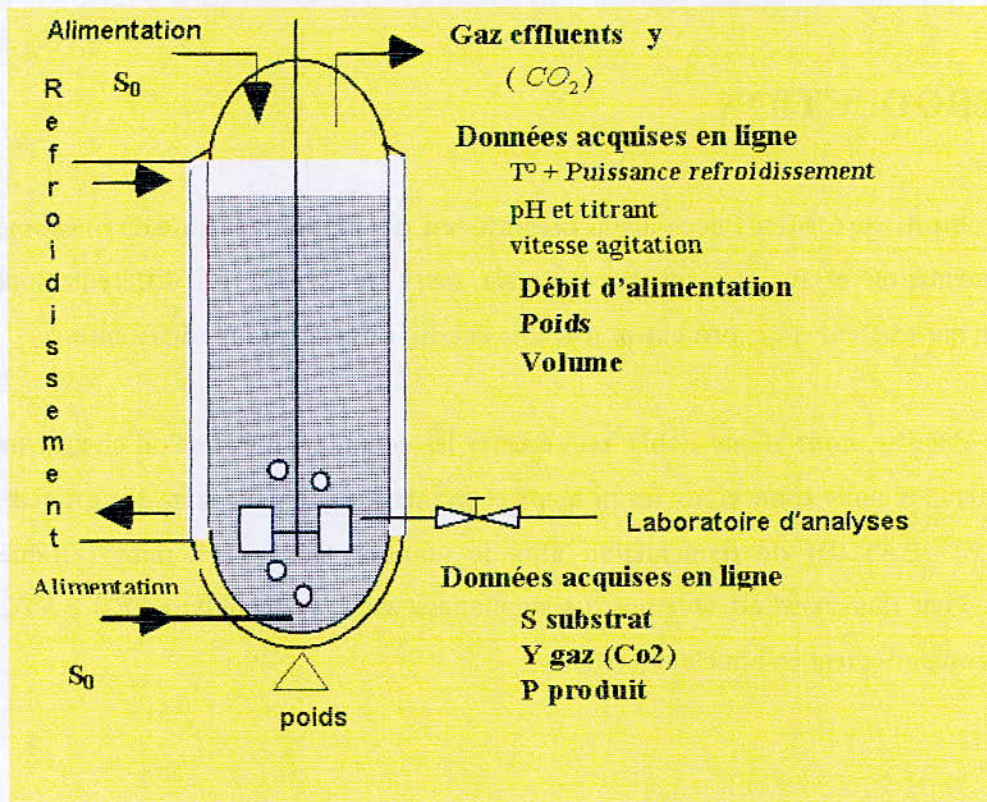


Figure (1) : schéma générale d'un bioréacteur.

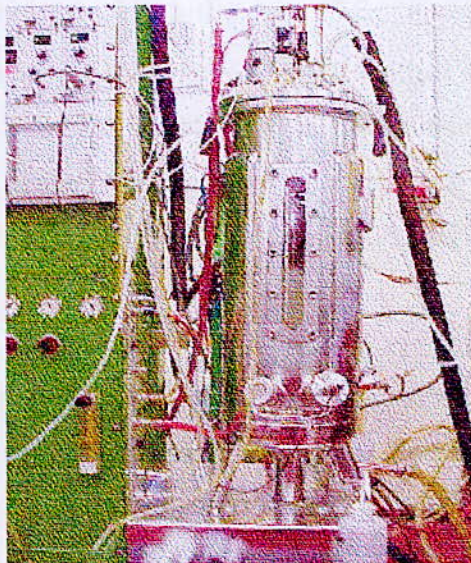


Figure (2) : bioréacteur sous son aspect réel.

II.2.1 BILAN DE MATIERE

D'après la loi fondamentale de la conservation de matière 'Lavoisier' ; rien ne se crée et rien ne se perd, mais tout se transforme. Ainsi la masse exprimée en (g) se conserve en dépit des transformations [DAN-89], [LIE-98], [SCR-00]. Figure (3)

La variation de la quantité de masse dans le réacteur est résumée dans l'équation (1)

$$M_e + R_G = M_s + R_C \quad (1)$$

Où :

M : quantité de matière relative à la biomasse et au substrat (g)

*Relatif à la biomasse

$$M = V.X \quad (2)$$

*Relatif au substrat

$$M = V.S \quad (3)$$

M_e (g) : quantité matière entrante 'alimentation'.

M_s (g) : quantité de matière sortante 'soutirage'.

R_G (g) : quantité de matière produite au cours de la réaction.

R_C (g) : quantité de matière consommée au cours de la réaction.

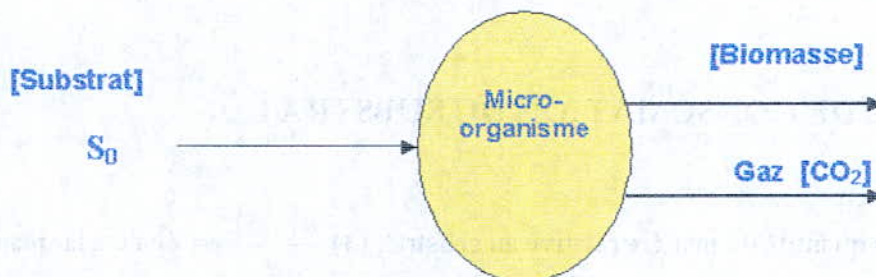


Figure (3) : Schéma général de la fermentation

II.2.1.1 MODELE DE CROISSANCE DE LA BIOMASSE

La variation de la quantité de matière (2), $\frac{d[V.X]}{dt}$ est égale à la quantité de biomasse produite, diminuée de la quantité de biomasse soutirée.

En supposant que la quantité de biomasse produite est proportionnelle au taux de croissance microbienne μ égale à $\mu.V.X$. [SCR-00]

$$\frac{d[V.X]}{dt} = \text{Quantité de biomasse produite} - \text{Quantité de biomasse soutirée.}$$

Ainsi :

$$\frac{d[V.X]}{dt} = \mu.V.X - Q_s.X \quad (4)$$

$$\Rightarrow X \cdot \frac{dV}{dt} + V \cdot \frac{dX}{dt} = \mu.V.X - Q_s.X \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{dX}{dt} = -\frac{X}{V} \cdot \frac{dV}{dt} + \mu.X - \frac{Q_s}{V} \cdot X \quad (6)$$

Avec

Q_s : débit de soutirage (l/h).

V : volume du mélange (biomasse+substrat) dans le bioréacteur (l).

X : concentration de la biomasse (g/l)

μ : Taux de croissance (h^{-1}).

II.2.1.2 MODELE DE CONSOMATION DU SUBSTRAT

La variation de la quantité de matière relative au substrat, (3) $\frac{d[V.S]}{dt}$ est égale à la quantité de substrat introduite dans le bioréacteur 'alimentation' moins la quantité de substrat consommé et soutiré.

$$\frac{d[V.S]}{dt} = - \text{Quantité de substrat consommée} - \text{Quantité de substrat soutirée} + \text{Quantité ajoutée}$$

(alimentation)

En supposant que, la quantité de substrat consommé est proportionnelle à la biomasse produite et au rendement de conversion (substrat –biomasse), noté D non nécessairement constant [DUV-88], [SCR-00].

Ainsi :

$$\frac{d[V.S]}{dt} = -\frac{\mu}{D} X.V - Q_S.S + Q_E.S_0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow S.\frac{dV}{dt} + V.\frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} V.X - Q_S.S + Q_E.S_0 \quad (8)$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} X + \frac{Q_E}{V}.S_0 - \frac{Q_S}{V}.S - \frac{S}{V} \frac{dV}{dt} \quad (9)$$

Avec :

Q_E : débit d'alimentation en substrat (l/h).

Q_S : débit de soutirage (l/h).

V : volume du mélange (biomasse+substrat) dans le bioréacteur (l).

X : concentration de la biomasse (g/l)

S : concentration en substrat (g/l).

μ : Taux de croissance (h^{-1}).

S_0 : concentration de substrat ajoutée au bioréacteur.

D : rendement de transformation (substrat \rightarrow biomasse).

La quantité de gaz dégagé due à la réaction de fermentation est toujours proportionnelle à la quantité de biomasse produite. [DUV-88], [SCR-00].

$$y = k_2.\mu.X \quad (10)$$

Le k_2 coefficient étant évidemment positive.

II.2.2.1 PROCÉDE DISCONTINUE TYPE BATCH

Après avoir rempli le fermenteur (bioréacteur), d'une petite quantité de cellule microbienne et d'une quantité de substrat, tous ceci dans un volume assez faible. On laisse se dérouler la fermentation. Durant tout ce temps, on n'introduit ni substances ni nouvelles cultures, cela veut dire que ($Q_E=0$). De la même façon, on ne soutire pas la culture tant qu'elle n'est pas terminée ($Q_S=0$) [BOU1-02], [DUV-88], [LIN-00], [SCR-00].

Durant cette période, la concentration de la biomasse (X) augmente selon la croissance microbienne et en même temps le substrat (S) est consommé [DUV-88]. Etant donné que les débits d'entrée et de sortie sont nuls, le volume dans le bioréacteur reste constant.

$$\frac{dV}{dt} = 0. \quad (11)$$

En utilisant les équations (6), (9) et (10), on aura le résultat suivant.

$$\frac{dX}{dt} = \mu \cdot X \quad (12)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} \cdot X \quad (13)$$

$$y = k_2 \cdot \mu \cdot X \quad (14)$$

Les réactions de croissance cellulaire et de biotransformation peuvent être caractérisées en termes cinétiques et quantifiés. Le taux de croissance désigné par : μ (h^{-1}) mesure l'accroissement de la population microbienne au cours d'une période de temps t [DAN-89], [DUV-88], [SCR-00], [SIM-70].

La croissance microbienne dépend d'un grand nombre de facteurs (température, agitation, PH, etc.) mais, la prise en compte de toutes ces variables compliquerait le modèle. Dans notre étude, nous considérons que ces facteurs externes sont constants.

Les modèles sont construits à partir des considérations sur la dynamique cellulaire. Lorsque une bactérie est introduite dans une enceinte contenant un milieu nutritif non renouvelable, alors, la dynamique cellulaire est comme suit figure (4) [BOU1-02], [BUR-00], [LIN-00], [NON-02], [SCR-00], [SIM70].

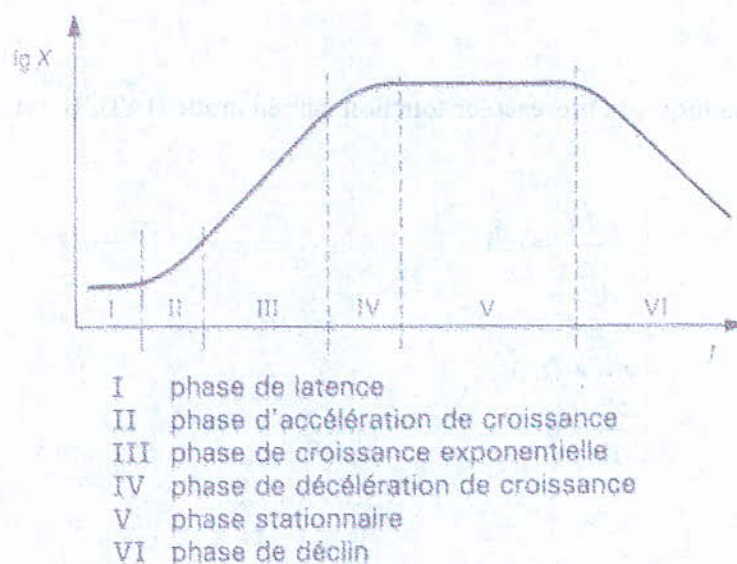


Figure (4) : dynamique cellulaire.

La phase I et II correspondent à l'adaptation de la bactérie au milieu, elle sont marquées par des modifications de l'activité enzymatique de la bactérie.

La phase III correspond à l'augmentation nette de la concentration en biomasse X (g/l), cette croissance est proportionnelle à la densité microbienne elle-même. L'évolution de la quantité de biomasse présente dans la cuve de fermentation a lieu conformément à la relation (12).

Pendant cette phase, la croissance est assurée par la consommation du substrat nutriment S (g/l), et le rendement de croissance est exprimé par (15)

$$D = \left| \frac{dX}{dS} \right| \quad (15)$$

La quantité de substrat consommé est supposée être proportionnelle à la quantité de biomasse produite (13)

Les phases IV, V, VI correspondent à un ralentissement de croissance de la concentration de la biomasse.

Ainsi, le modèle dynamique du bioréacteur fonctionnant en mode BATCH devient :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} \cdot X \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

II.2.2.2 PROCEDE CONTINU

La première étape consiste à ensemercer la cuve renfermant un volume de milieu qui reste constant [DUV-89], [SCR-00], [SIM-70]. Ainsi la variation du volume est nulle ($\frac{dV}{dt} = 0$). On peut alors maintenir un état d'équilibre dans la cuve de fermentation alimentée et soutirée en continu ($Q_E = Q_S = Q$).

En utilisant les équations (6), (9) et (10) Le modèle est ainsi représenté sous la forme mathématique suivante :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = -\frac{Q}{V} \cdot X + \mu \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} \cdot X + \frac{Q}{V} \cdot S_0 - \frac{Q}{V} \cdot S \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Dans ce mode de fonctionnement, les cellules sont approvisionnées en substrat de façon continue, tout en soutirant en continu un volume égal au mélange biomasse milieu liquide , de façon à maintenir le volume dans le bioréacteur constant. La croissance de la biomasse sera, de ce fait, toujours dans sa phase exponentielle [BOU1-02], [DAN-98], [DUV-88], [SCR-00].

II.2.2.3 PROCEDE CONTINUE DISCONTINU TYPE FED - BATCH

La différence entre le mode FED-BATCH et le mode continu est qu'il n'y a pas de soutirage dans le premier cas ($Q_S=0$), c'est-à-dire que le volume est variable.

Ce type de fonctionnement est similaire au fonctionnement du discontinu BATCH, à la différence qu'une alimentation en substrat est présente. Ce qui rend le volume variable en fonction du débit d'alimentation [ADM-03], [BOU1-02], [DAN-98], [DUV-88], [SCR-00].

En utilisant les expressions (6), (9), Les équations d'état du FED -BATCH sont :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu \cdot X - \frac{Q}{V} \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} \cdot X + \frac{Q}{V} \cdot S_0 - \frac{Q}{V} \cdot S \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = Q \end{cases} \quad (18)$$

La fermentation commence dans un petit volume initial du milieu de culture. Le débit d'alimentation ($Q_E = Q$) est réglé de façon, à ce que la production en biomasse soit optimale [DUV-88], [NON-02].

Cependant, si le débit est trop faible, la concentration cellulaire augmente selon la courbe assez proche de la courbe correspondante à l'évolution de la croissance en discontinu (μX). Figure (4).

Par contre, si le débit est trop élevé, la concentration en biomasse (la concentration cellulaire) a tendance à diminuer. L'effet de dilution l'emporte largement. Par conséquent, le volume du milieu de fermentation et la quantité du substrat dans la cuve ne cessent d'augmenter [NAJ1-82], [SCR-00], [SIM-70].

Nous aboutissons aux équations unifiées qui peuvent être appliquées au trois modes déjà étudiés (19) :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu \cdot X - \frac{Q_S}{V} \cdot X - \frac{X}{V} \cdot (Q_E - Q_S) \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{D} \cdot X + \frac{Q_E}{V} \cdot S_0 - \frac{Q_S}{V} \cdot S - \frac{S}{V} \cdot (Q_E - Q_S) \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = Q_E - Q_S \end{cases} \quad (19)$$

Où :

Q_S : le débit sortant du bioréacteur « soutirage »

Q_E : le débit entrant « alimentation »

- Si $Q_E = Q_S = 0$ on se place dans le mode discontinu.
- Si $Q_E = Q_S = Q$, on se place dans le mode batch « continu ».
- Si $Q_S = 0$ « sans soutirage », on se place dans le mode fed-batch.

On notera par la suite, le taux de dilution qui est égal à $\frac{Q}{V}$ par u

$$u = \frac{Q}{V} \quad (20)$$

Nous consacrerons notre étude sur un seul type, le FED BATCH. Ce procédé semi continu de fermentation est une technique très performante pour la fabrication d'une grande variété de produits dont le développement des cellules vivantes. Il est généralement utilisé dans la perspective d'augmenter la rentabilité et la productivité des procédés biologiques [ADM-03], [DUV-88], [KAM-98], [NON-02], [TRY-00], [WAN2-98].

II.3 ETUDE DU SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE

La commande en boucle ouverte d'un système consiste à introduire à l'entrée un signal $u(t)$ constant. Le signal $s(t)$ obtenu, nous renseigne sur le fonctionnement du système [KAI-80], [MAR-87]. Figure (5)

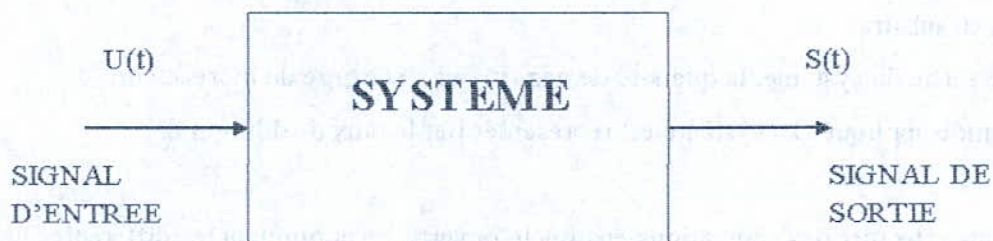


Figure (5) : principe d'un système en boucle ouverte

Considérons le model dynamique d'un bioréacteur type FED BATCH, décrit par ces équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu \cdot X - u \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -k_1 \cdot \mu \cdot X + u \cdot (S_0 - S) \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = u \cdot V \end{cases} \quad (21)$$

Où

X : concentration de la biomasse (g/l)

S : concentration du substrat (g/l)

S_0 : concentration de substrat ajoutée au bioréacteur. (g/l)

u : taux de dilution (h^{-1})

μ : taux de croissance microbienne (h^{-1})

y : taux de production du gaz (g/l/h)

V: volume dans le bioréacteur (l)

k_1, k_2 : coefficients positifs, ($k_1 = \frac{1}{D}$)

On considère les variables d'état comme étant, la concentration en biomasse (X), la concentration en substrat (S).

Et comme sortie du système, la quantité de gaz (y) qui s'échappe du bioréacteur.

La commande appliquée au système est représentée par le taux de dilution u.

Nous allons effectuer des simulations en boucle ouverte, en appliquant les différentes valeurs de u, afin d'étudier le comportement du système.

II.3.1 ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE AVEC μ CONSTANT.

Selon les ingénieurs du procédé, il est souvent avantageux de faire fonctionner les bioréacteurs près des conditions d'équilibre correspondant à $\frac{dX}{dt} = \frac{dS}{dt} = 0$. Il faut donc rechercher ces conditions d'équilibre en trouvant les valeurs X_e et S_e qui sont telles que les 2 équations de bilans (23) sont égales à zéro [COU-01], [NAJ1-87], [PHA-99].

II.3.1. a. DETERMINATION DES POINTS D'EQUILIBRE

On pose μ étant une constante $\mu=0.53 \text{ h}^{-1}$. La question est de savoir si un point singulier est un attracteur ou non. Pour cela on cherche à déterminer, si une trajectoire de phase démarrant dans un voisinage de ce point, sera attirée vers ce point (attracteur) tournera autour de ce point (cycle limite) ou divergera [AST-89], [COR-96], [ISI-89], [NAJ1-87], [SLO-91].

Si la trajectoire converge vers le point singulier celui-ci est appelé attracteur asymptotiquement stable.

Si la trajectoire diverge du point, ce point est instable.

Si la trajectoire tourne autour du point on dit qu'il est juste stable.

D'après (21), on peut reformuler sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = (\mu - u).X \\ \dot{S} = -k_1 \cdot \mu.X + u.(S_0 - S) \end{cases} \quad (22)$$

Pour déterminer le point d'équilibre, il suffit de poser

$$\dot{X} = 0 \quad \text{et} \quad \dot{S} = 0 \quad (23)$$

Si $\dot{X} = 0 \Rightarrow$ Le point d'équilibre est unique et égal à zéro :

$$X_0 = 0, \text{ est stable} \quad \text{si seulement si } u_0 \geq \mu \quad (24)$$

Sinon il n'y aura pas de point d'équilibre et le système divergera.

$$\text{Si } \dot{S} = 0 \Rightarrow s_0 = S_0 \quad (25)$$

Donc en conclusion ce système a un seul point d'équilibre asymptotiquement stable (X_0, s_0) si seulement la condition sur u est respectée (26).

$$u_0 \geq \mu \quad (26)$$

Cependant ce cas n'est pas intéressant, car le système a tendance à détruire de la biomasse au lieu de la produire.

II.3.1. b RESULTATS DE SIMULATION

*** Condition initiale :

$$\mu_0 = 0.53 \text{ h}^{-1}.$$

$$K_s = 1.2 \text{ g/l.}$$

$$K_i = 0.22 \text{ g/l.}$$

Temps de simulation 12h

$$S_0 = 20 \text{ g/l.}$$

$$k_1 = 0.4$$

$$k_2 = 1$$

Concentrations initiales dans la cuve.

$$X_0 = 7.2 \text{ g/l.}$$

$$S_{in} = 2 \text{ g/l.}$$

$$V_0 = 0.031 \text{ l.}$$

Nous avons effectué des simulations avec des valeurs de commandes différentes pour vérifier si la condition (26) est toujours vérifiée en boucle ouverte :

*** Pour $U = 10 \text{ (h}^{-1}\text{)}$

Dans cette première partie de simulation nous avons appliqué un taux de dilution (u) constant et assez élevé au système. On remarque que la concentration de la biomasse diminue très rapidement, tend vers son point d'équilibre qui est $X_0 = 0 \text{ g/l}$ Figure (6.a) Celle-ci est due au taux de dilution qui est très important, l'emportant largement sur l'accroissement de la biomasse.

La concentration du substrat quant à lui, converge très rapidement vers son point d'équilibre $S_0 = 20 \text{ g/l}$. cela est dû à l'absence de micro-organisme causé par l'effet de dilution très important qui a engendré une consommation nulle du substrat. Figure (6.b)

Lorsque u_0 est supérieure à μ , le système converge vers son point d'équilibre (x_0, s_0) , on dit qu'il est asymptotiquement stable.

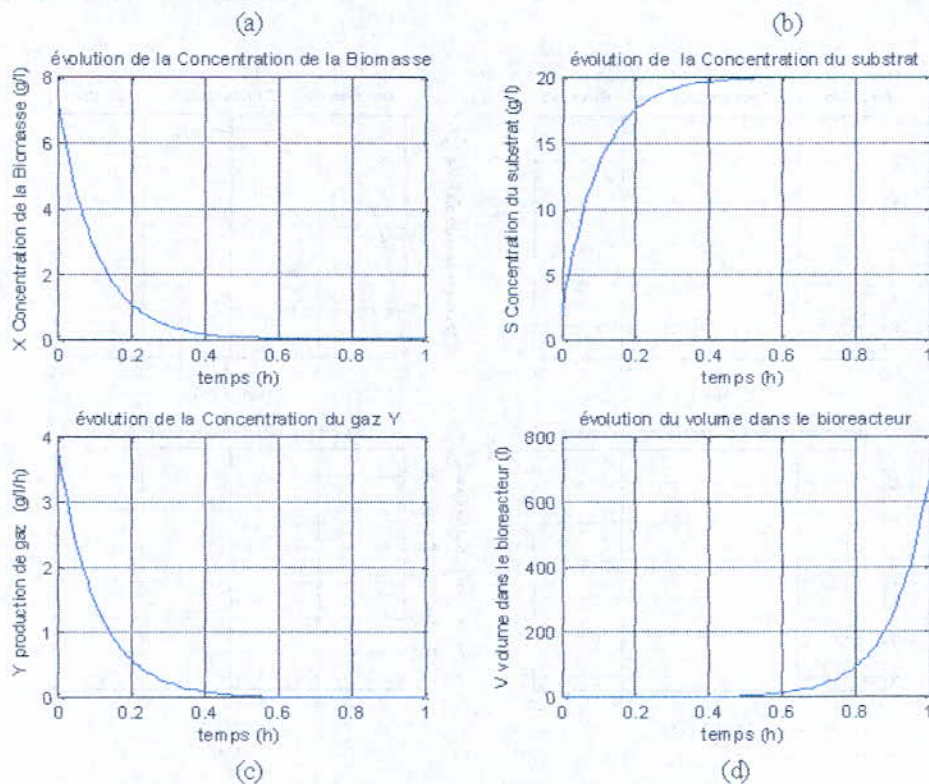


Figure (6) : évolution des variables d'état S, X, y et V.

L'évolution de la concentration de gaz (y) est proportionnelle à la production de la biomasse .figure (6.c)

Par contre, l'évolution du volume dans le bioréacteur est gigantesque. Le volume n'arrête pas d'augmenter, il diverge. Cela est du à la valeur du taux de dilution u (débit trop élevé). La variation du volume v est en fonction de u figure (6.d), elle est donnée par la relation :

$$\frac{dV}{dt} = u.v \quad (27)$$

*** Pour $U = 0.5 \text{ (h}^{-1}\text{)}$

On a pris une valeur u_0 proche de μ , qui ne vérifie pas la condition (26). Nous remarquons que la concentration de la biomasse augmente progressivement mais très lentement. Après 5h nous avons produit seulement 8.2 g/l de biomasse, sachant que initialement elle était de 7.2 g/l. Donc une augmentation de 1g/l d'où une production de 13.89% durant 5h. Figure (7.a).

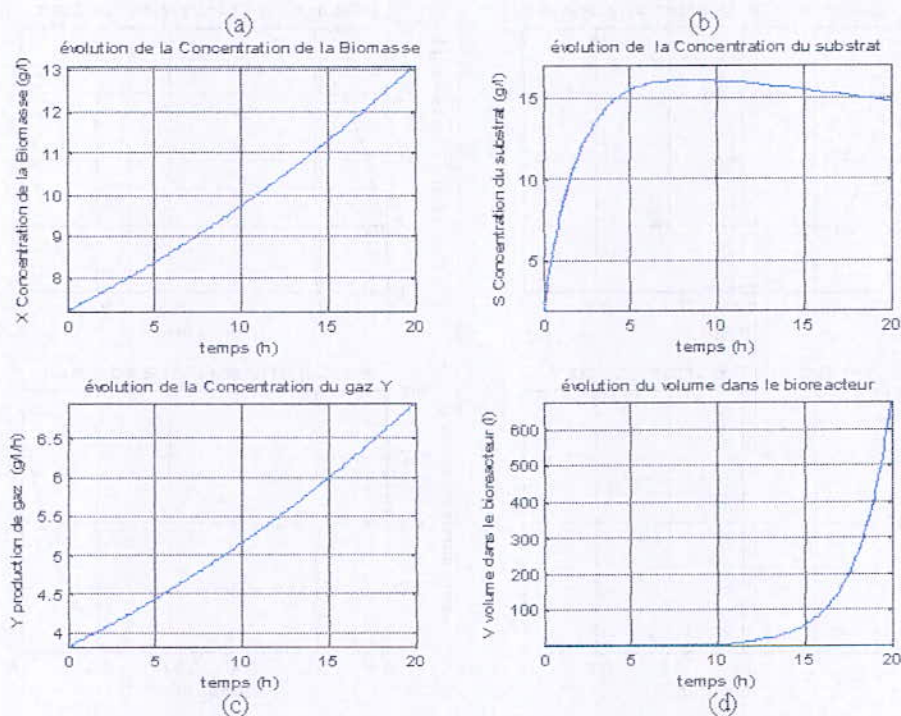


Figure (7) : évolution des variables d'état S, X, y et V

Par contre la concentration du substrat augmente exponentiellement, et passe par un extremum, ensuite elle commence à décroître progressivement figure (7.b).

Cela est dû à l'effet de la conversion substrat –biomasse. Ici on a $u_0 \approx \mu$, ce qui veut dire que la production en biomasse ne s'arrêtera pas, tant qu'il y aura du substrat dans le bioréacteur, mais cela prendra beaucoup de temps. Figure (8).

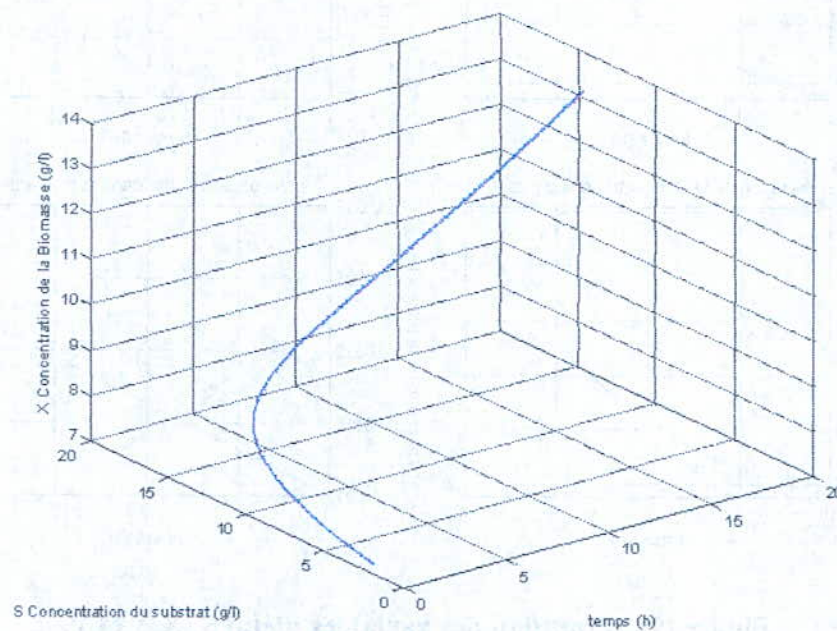


Figure (8) : l'évolution de la concentration du substrat S et de la biomasse X durant le temps t

****** Pour $U = 0.01$**

Dans la dernière simulation, nous avons pris une valeur de u très faible. Comme nous le montre ces résultats, on remarque que la concentration de la biomasse ne s'arrête jamais d'augmenter exponentiellement, avec des valeurs énormes à $t=4$ heures. La concentration de la biomasse atteint jusque 55g/l et n'arrête pas de diverger. Figure (9.a).

Cependant, la concentration du substrat décroît de manière exponentielle, mais arrivée à $t = 1$ h, elle prend des valeurs négatives. Ce qui est absurde et contraire au résultat obtenu expérimentalement. Figure (9.b).

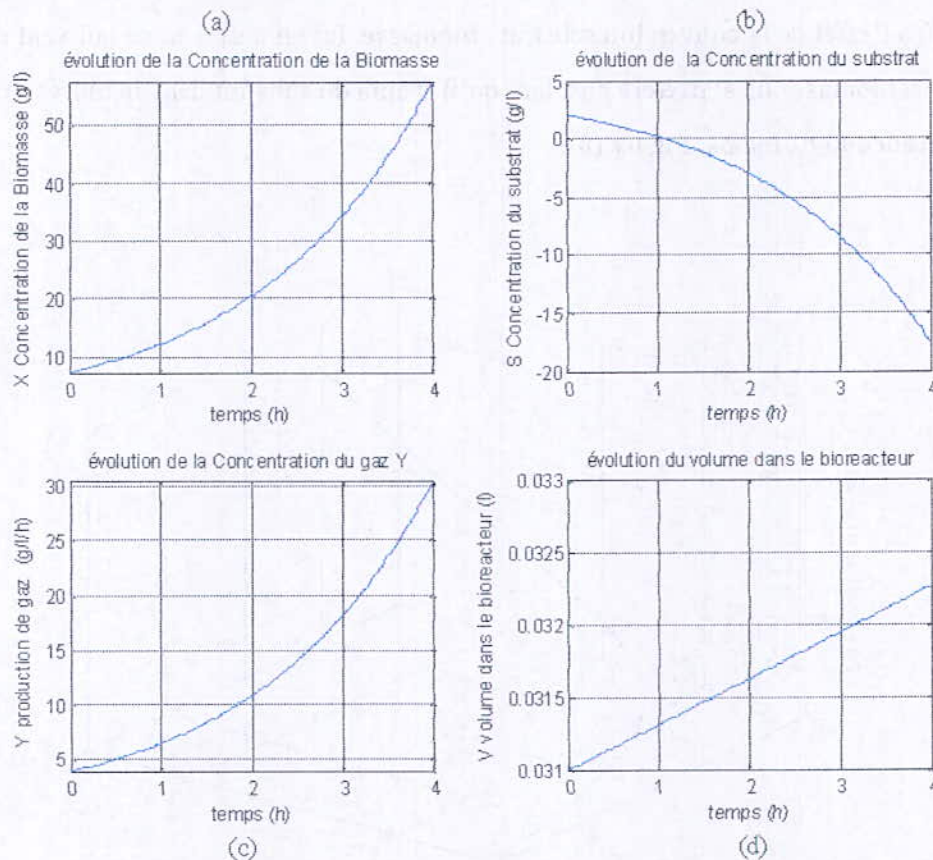


Figure (9) : évolution des variables d'état S, X, y et V.

L'augmentation de la quantité de biomasse dans le fermenteur au cours d'un intervalle de temps t est dû à l'effet de la croissance cellulaire dans le milieu. Cet effet l'emporte sur le taux de dilution. C'est équivalent à dire qu'il est en mode BATCH ($u=0$).

Dans cette condition, le volume de milieux en fermentation augmente mais lentement. Figure (9.d)

Cependant, l'évolution de la concentration du substrat est décroissante, et elle doit atteindre la valeur zéro, c'est à dire qu'il n'y a plus de substrat dans le fermenteur. Par conséquent la production en biomasse s'arrête automatiquement et se stabilise à une valeur constante à partir de l'instant t [DAN-89], [DUV-88], [SCR-00].

Ce résultat nous montre bien que le taux de croissance microbienne μ est un facteur essentiel dans les processus biologiques. Plusieurs recherches ont été menées afin d'aboutir à un modèle de représentation de ce facteur [SCR-00], [SIM-70].

II.3.2. ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE EN UTILISANT LE MODELE DE HALDANE

La croissance microbienne est un phénomène globalement très complexe, par le nombre et le type de réactions mises en jeu au cours de son déroulement.

Pour définir les conditions optimales de croissance microbienne, on étudie le plus grand nombre possible de paramètres maîtrisables en ne faisant varier qu'un seul à la fois [BUR-00], [SCR-00], [SIM-70].

A partir des résultats expérimentaux, le taux de croissance est un facteur variable. Cette variation est due à l'influence de la concentration du substrat, figure (10), [DUV-88], [LIE-98], [SCR-00].

Une équation mathématique est établie, traduisant de façon aussi concise et aussi précise que possible l'évolution de μ . Cette équation est appelée modèle de HALDANE

$$\mu(S) = \mu_0 \frac{S}{K_S + S + \frac{S^2}{K_I}} \quad (28)$$

Avec
$$\mu_0 = \mu_{MAX} \left(1 + 2 \sqrt{\frac{K_S}{K_I}}\right) \quad (29)$$

S : concentration en substrat (g/l)

μ_{MAX} : taux maximal de croissance (h^{-1})

K_S représente une constante de saturation propre à un micro-organisme (g/l)

K_I représente une constante d'inhibition relative au micro-organisme et au substrat (g/l)

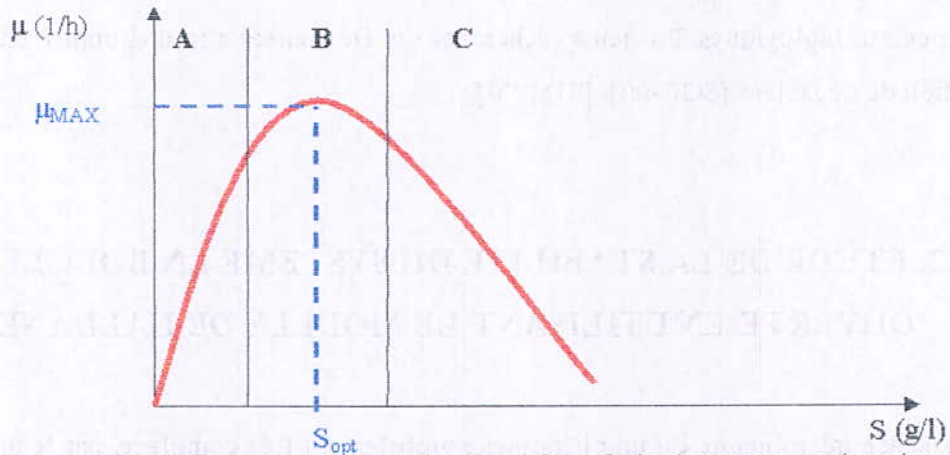


Figure (10) : influence de concentrations du substrat par rapport au taux de croissance

On distingue trois zones :

Zone A : croissance continue.

Zone B : maximum de taux de croissance μ

Zone C : inhibition par excès de substrat.

En utilisant ce modèle de HALDANE et en le remplaçant dans l'équation (22), on aura le système suivant :

$$\dot{X} = \left(\frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} - u \right) X \quad (30)$$

$$\dot{S} = -k_1 \cdot \frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} \cdot X + u \cdot (S_0 - S) \quad (31)$$

De cette nouvelle représentation du système, on peut étudier la stabilité en boucle ouverte en déterminant les points d'équilibre.

II.3.2. a. DETERMINATION DES POINTS D'EQUILIBRE

En posant $\dot{X} = 0$
 $\dot{S} = 0$ dans (30), (31). On aura les relations suivantes :

$$0 = \left(\frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} - u \right) \cdot X \quad (32)$$

$$0 = -k_1 \cdot \frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} \cdot X + u \cdot (S_0 - S) \quad (33)$$

On posera :

$$M(S) = \left(\frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} - u \right) \quad (34)$$

Étant donné que le taux de croissance μ est variable. Si $M(s)$ est strictement positif « $\mu > u$ » figure (11), Le système a tendance à diverger. C'est à dire qu'il y a une production en biomasse.

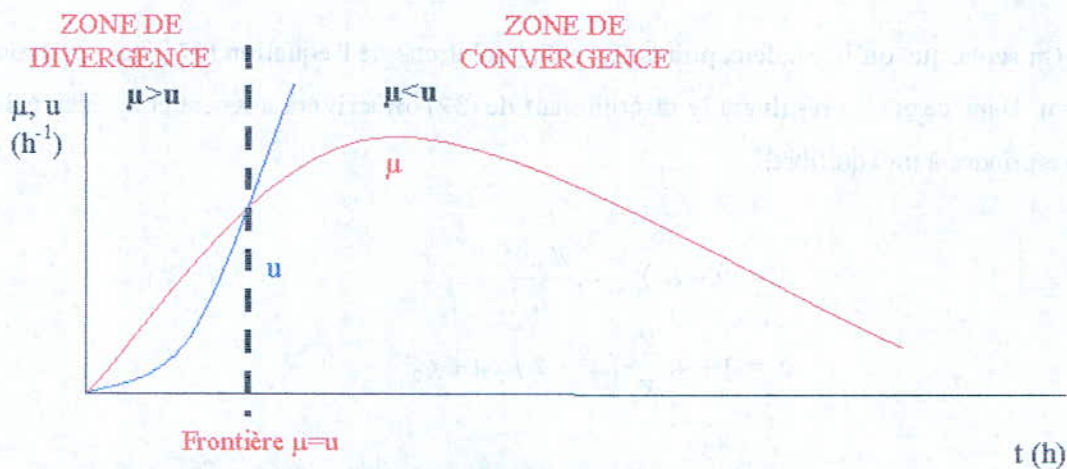


Figure (11) : exemple d'évolution de μ et u durant le temps.

Par contre, si $M(s)$ est strictement négatif « $\mu < u$ » Figure (11), dans ce cas là, on aura toujours le même point d'équilibre précédemment déterminé qui est : $(X_0, S_0) = (0, 20)$. Ainsi X a tendance à converger vers la valeur zéro.

Cependant, il existe une frontière entre les deux où $\mu = u$ figure (11). D'après l'équation (30) on aura l'expression suivante $\dot{X} = 0 \cdot X$, on dira que le système possède un équilibre indifférent.

Etant donné qu'on s'intéresse à la production de la biomasse, nous allons étudier le cas où $\mu \geq u$ on aura :

$$\left(\frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_I}} - u \right) \leq 0 \quad (35)$$

En développant l'expression (35)

$$u \cdot K_s + u \cdot S + u \cdot \frac{S^2}{K_I} \geq \mu_0 \cdot S \quad (36)$$

$$\frac{u}{K_I} \cdot S^2 + (u - \mu_0) \cdot S + u \cdot K_s \geq 0 \quad (37)$$

On remarque qu'il y a deux points S_{01} et S_{02} solutions de l'équation (37), qui correspondront à $\mu = u$. Dans ce cas en résolvant le discriminant de (37) on arrivera à $X = \text{cst}$ et $S = \text{cst}$, cela correspondra à un équilibre.

$$\Delta = (u - \mu_0)^2 - 4 \cdot \frac{K_s \cdot u^2}{K_I} \quad (38)$$

$$\Delta = \left(1 - 4 \cdot \frac{K_s}{K_I}\right) u^2 - 2 \cdot \mu_0 u + \mu_0^2 \quad (39)$$

Le discriminant (39) doit être supérieure ou égal à zéro afin que S_{01} et S_{02} existent.

$$(1 - 4 \cdot \frac{K_S}{K_I}) \mu^2 - 2 \cdot \mu_0 \mu + \mu_0^2 \geq 0 \quad (40)$$

⇒

$$\Delta' = 4 \cdot \mu_0^2 - 4 \cdot (1 - 4 \cdot \frac{K_S}{K_I}) \cdot \mu_0 \quad (41)$$

⇒

$$\Delta' = 16 \cdot \frac{K_S}{K_I} \cdot \mu_0^2 \quad (42)$$

K_I, K_S, μ_0 sont des coefficients positifs propres.

L'effet de saturation est toujours très important par rapport à l'effet d'inhibition dans les procédés microbiologiques. C'est-à-dire, le coefficient de saturation est plus important que celui de l'inhibition.

$$K_S > K_I \quad (43)$$

L'expression (42) étant toujours positive, les racines doubles de l'équation (40) sont :

$$\mu_{01} = \frac{(1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{K_S}{K_I}})}{(1 - 4 \cdot \frac{K_S}{K_I})} \cdot \mu_0 \quad (44)$$

Et

$$\mu_{02} = \frac{(1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{K_S}{K_I}})}{(1 - 4 \cdot \frac{K_S}{K_I})} \cdot \mu_0 \quad (45)$$

Après simplification on aura :

$$\mu_{01} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{K_S}{K_I}}} \cdot \mu_0 \quad (46)$$

Et

$$u_{02} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{K_S}{K_I}}} \cdot \mu_0 \quad (47)$$

Le taux de dilution est une quantité strictement positive. C'est pour cela que le u_{01} sera rejeté car, il ne vérifie pas cette condition.

Pour $0 \leq u_0 \leq \frac{\mu_0}{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{K_S}{K_I}}} \quad (48)$

On aura les solutions de l'équation (37) suivantes :

$$S_{01} = \frac{1}{2} \cdot H - \frac{1}{2} \sqrt{H^2 - 4 \cdot K_S \cdot K_I} \quad (49)$$

Et

$$S_{02} = \frac{1}{2} \cdot H + \frac{1}{2} \sqrt{H^2 - 4 \cdot K_S \cdot K_I} \quad (50)$$

Avec $H = \left(\frac{\mu_0 - u_0}{u_0} \right) \cdot K_I$

En posant,

$\dot{S} = 0$, dans l'expression (31), on aura le cas suivant :

$$X_{0i} \cdot \left(\frac{k_1 \cdot \mu_0 \cdot S_{0i}}{K_S + S_{0i} + \frac{S_{0i}^2}{K_I}} \right) = u_0 \cdot (S_0 - S_{0i}) \quad (51)$$

D'où :

$$X_{01} = \frac{\mu_0 \cdot (S_0 - S_{01}) \cdot (K_s + S_{01} + \frac{S_{01}^2}{K_I})}{k_1 \cdot \mu_0 \cdot S_{01}} \quad (52)$$

Et

$$X_{02} = \frac{\mu_0 \cdot (S_0 - S_{02}) \cdot (K_s + S_{02} + \frac{S_{02}^2}{K_I})}{k_1 \cdot \mu_0 \cdot S_{02}} \quad (53)$$

En résumé, si $\mu_0 \in [0, \mu_{02}]$, le système a tendance à produire de la biomasse jusqu'à ce qu'il atteint son point d'équilibre X_{01} ou X_{02} respectivement (S_{01}, S_{02}).

Mais, si c'est le contraire, le système a tendance à détruire de la biomasse $X \rightarrow 0$. On n'aura qu'un seul point d'équilibre $(X_0, S_0) = (0, 20)$.

II.3.2.b RESULTATS DE SIMULATION

*** Condition initiale :

$$\mu_0 = 0.53 \text{ h}^{-1}$$

$$K_s = 1.2 \text{ g/l}$$

$$K_i = 0.22 \text{ g/l}$$

Temps de simulation 12h

$$S_0 = 20 \text{ g/l}$$

$$k_1 = 0.4$$

$$k_2 = 1$$

Concentrations initiales dans la cuve.

$$X_0 = 7.2 \text{ g/l}$$

$$S_m = 2 \text{ g/l}$$

$$V_0 = 0.031 \text{ l}$$

En tenant compte de la condition (50), et en remplaçant les valeurs respectives, nous obtenons :

$$0 \leq \mu_0 \leq 0.09$$

On prend $u = 0.01 \text{ h}^{-1}$

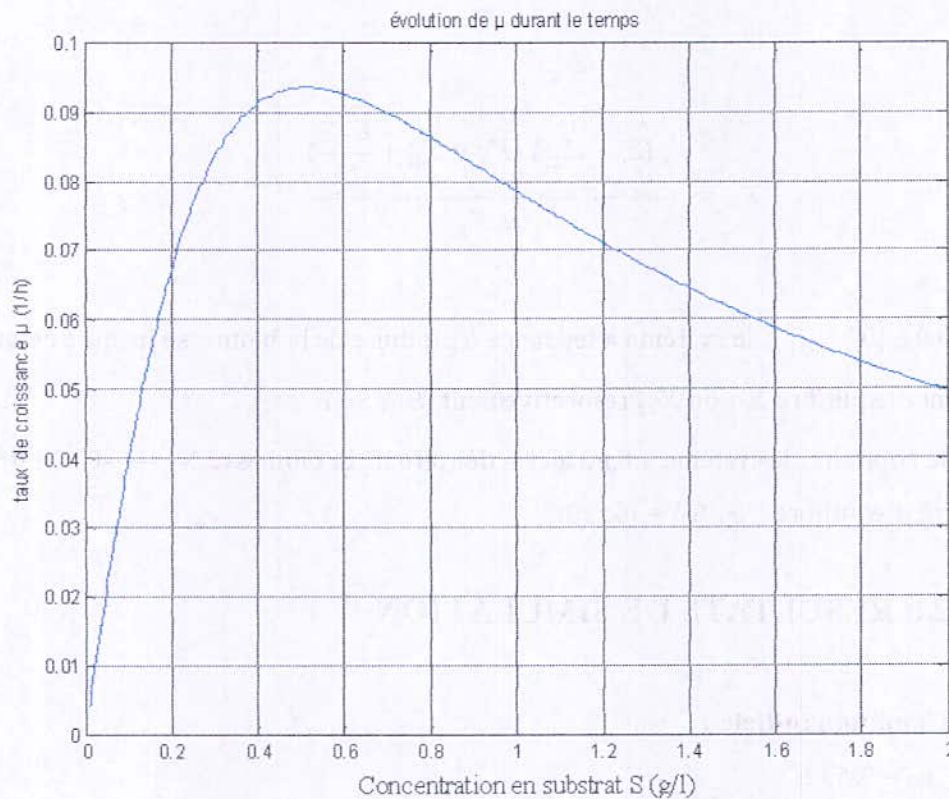


Figure (12) : évolution du taux de croissance μ d'après le modèle de HALDANE.

En premier, Le taux de croissance μ évolue en fonction de la concentration du substrat S. un extremum est bien visible lorsque $S^* = 0.52 \text{ (g/l)}$ figure (12).

On voit nettement que la relation entre la concentration de la biomasse dans la cuve et du substrat est inverse.

A $t = [0, 6.2]$ la concentration de la biomasse et la quantité de gaz 'y' dégagée augmentent progressivement. Quant à la concentration du substrat elle diminue tout le long de la réaction. Mais, dès que S est inférieur à une valeur $S^* = 0.52 \text{ (g/l)}$, la concentration de la biomasse se stabilise et la quantité de gaz dégagé diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur zéro.

D'où, la production de la biomasse s'arrête dès que le substrat est égal à zéro ($t=10h$) figure (13.a) ce qui signifie qu'il n'y a plus de matière première dans la cuve. Ainsi la concentration de la biomasse se stabilise.

On remarque que μ atteint une valeur maximale égale à $0.093 \text{ (h}^{-1}\text{)}$ lorsque $s=0.52 \text{ (g/l)}$ à $t=7.2 \text{ h}$. Ce point correspond à une productivité maximale.

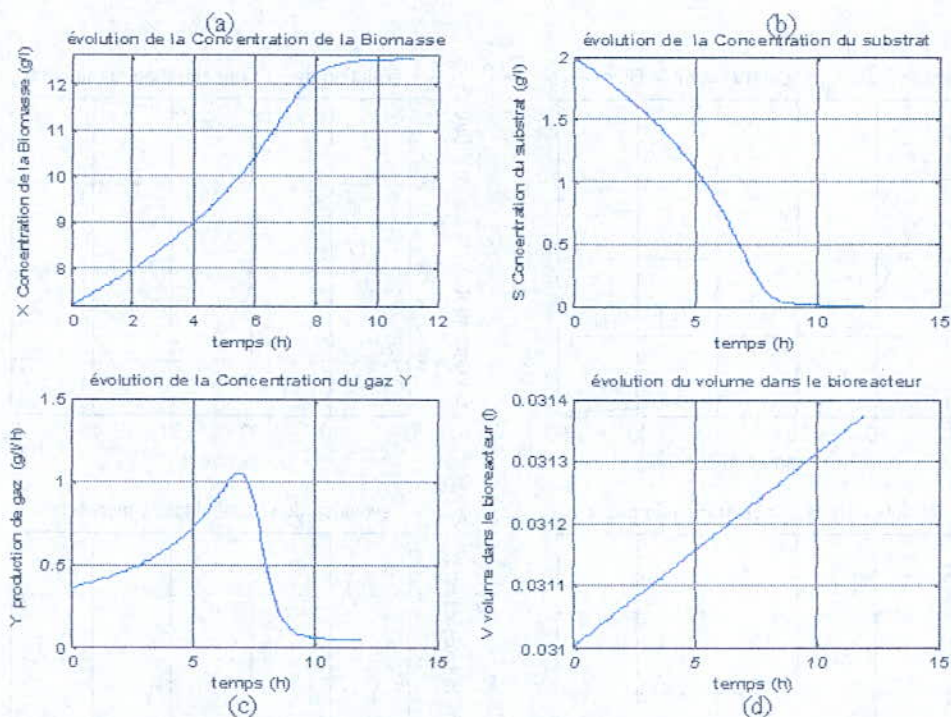


Figure (13) : évolution des variables d'état S, X, y et V

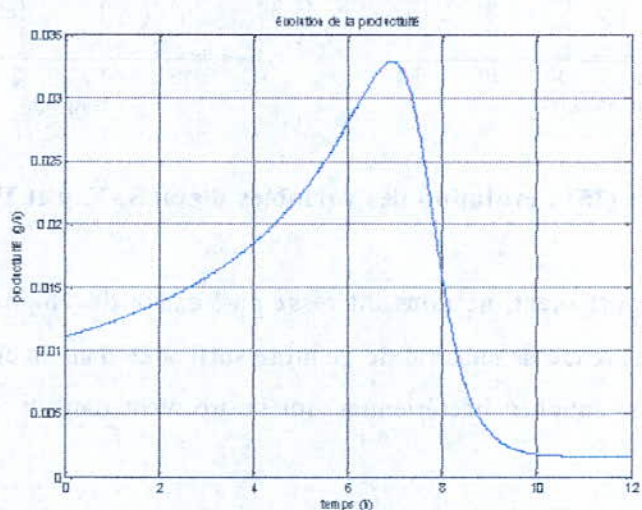


Figure (14) : évolution de la productivité g/heure

Maintenant, en appliquant une commande u ne vérifiant pas la condition $u \in [0, 0.09]$, le système tend à revenir à son point d'équilibre figure (15).

$$***u=0.1 \text{ h}^{-1}$$

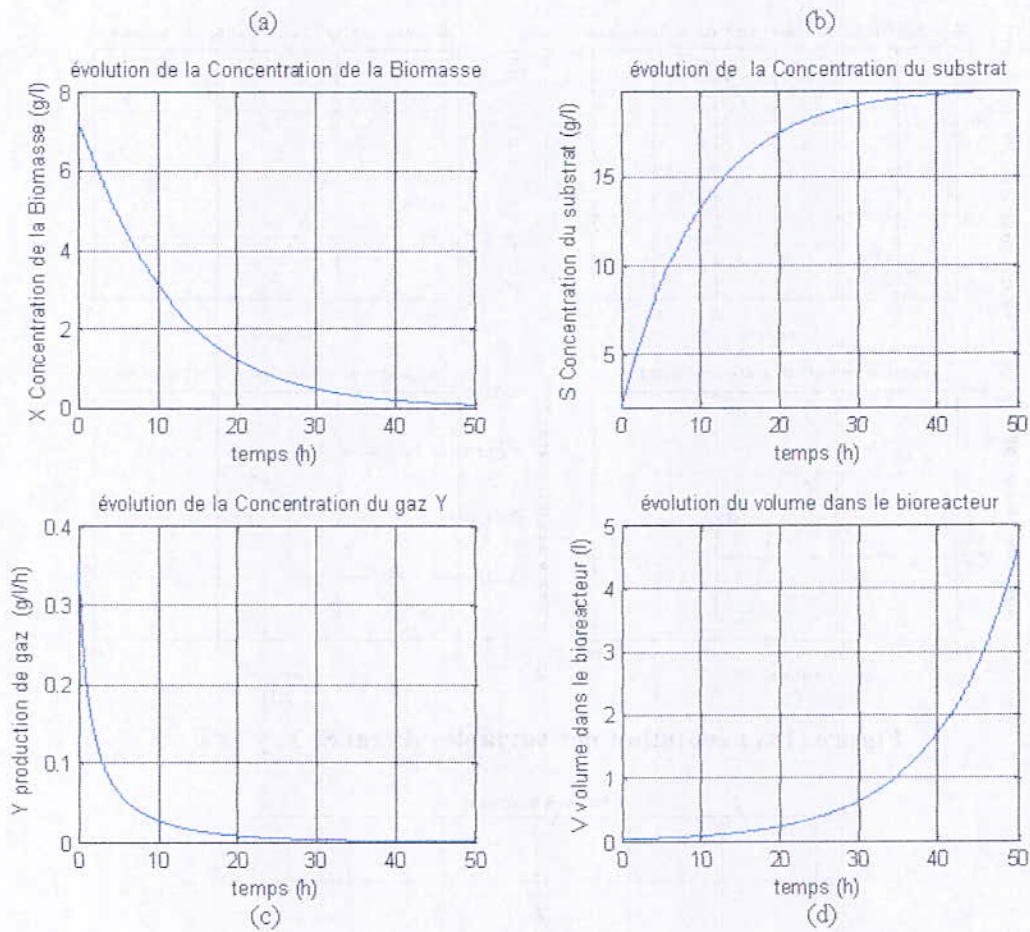


Figure (15) : évolution des variables d'état S, X, y et V

Ainsi ce type de comportement, ne nous intéresse pas, car le développement de cellule est quasiment nul malgré l'existence de substrat de quantité suffisante dans la cuve. Figure (14). On est entrain de détruire des souches bactériennes qui se trouvent dans la cuve au lieu de les cultiver.

II.4 CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre, les principales équations établissant les bilans de matières relatives à la biomasse et au substrat. De là nous avons tiré en détail des modèles d'état des différents types de bioréacteurs qui existent, en fonction de leur mode de fonctionnement. Un modèle d'état plus général a été proposé regroupant tous les types de bioréacteurs quelque soit leur mode.

Après avoir décrit les équations d'état des différents systèmes, nous avons opté pour le modèle FED BATCH qui présente des avantages multiples. C'est un modèle qui est répandu dans le domaine de l'industrie agro-alimentaire.

Souvent, de nombreux procédés d'industrie alimentaire sont laissés en boucle ouverte, laissant des réglages fréquents à la charge des opérateurs. Bien entendu les performances sont assez médiocres.

Dans cette optique, bien qu'elle ne soit guère satisfaisante, nous avons étudié en détail le comportement du système en boucle ouverte.

Par la suite, nous avons vu que le paramètre μ taux de croissance bactérienne est un facteur variable, certainement fonction de la concentration du substrat S . Ce fait est mis en valeur dans le modèle de HALDANE. Le taux de croissance a un extremum qui rend la production de la biomasse maximale. Notre objectif à nous est d'exploiter ce fait.

Dans les chapitres suivants, nous allons synthétiser une loi de commande qui permettra de stabiliser la concentration du substrat à la valeur S^* de façon à avoir un taux de croissance maximal. On essaiera ainsi de travailler à un μ proche de μ_{MAX} .

La commande de tels procédés présente des problématiques propres à tous les procédés biologiques (dynamiques non linéaires, modèles cinétiques mal connus, réactions complexes, nombre faible de variables mesurées en ligne, variabilité très importante).

La commande, pour être performante, doit pouvoir tenir compte explicitement du caractère dynamique du mode opératoire du procédé comme le taux de croissance microbienne.

Malheureusement, il est pratiquement impossible dans la pratique, de déterminer à coup sûr le signal de commande qui assurera au système le fonctionnement voulu. En présence de perturbations ou de variations des paramètres de la partie commandée, il s'avère nécessaire d'opter pour une loi de commande à caractère adaptatif, afin de maintenir les performances du système que l'on s'est fixées.

COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE

III.1. INTRODUCTION

L'introduction de fonction d'asservissement a permis d'améliorer le rendement et la qualité des procédés industriels. Leurs principales tâches étaient soit de la régulation, soit de la poursuite du signal de référence. Ces stratégies de commande se basaient uniquement sur la connaissance de la valeur de référence appelée également « consigne », qui est le plus souvent donnée [COR-96], [MAR-87].

Le système étant supposé linéaire pour de petite variation, un régulateur classique PID suffisait largement à satisfaire les besoins et à donner de bons résultats.

Il est assez difficile de trouver la référence permettant un fonctionnement optimal pour le processus. Le principe de la commande extrême est de maximiser un critère [KRS-98], [LAD-95], [WAN1-98]. Par exemple, la consommation de carburant d'une voiture dépend, entre autre du débit de gaz d'admission et de l'intensité d'allumage. La puissance de la voiture peut être améliorée par un ajustement approprié du débit d'admission, afin de maintenir le rendement optimal [AST-89].

L'adjonction aux procédés de fonctionnalités nouvelles, représente un domaine d'intérêt majeur dans l'industrie, cela afin d'optimiser sur exploitation.

III.2. PRESENTATION DE LA COMMANDE EXTREME

III.2.1 HISTORIQUE

Le mot extrême vient du nom latin « EXTREMUS », qui signifie, degré le plus intense, ou point le plus élevé. Une autre définition plus appropriée aux mathématiciens, veut dire limite supérieure ou inférieure de la plage de variation d'une quantité variable.

Si un système possède une dynamique non-linéaire et en plus la caractéristique statique entrée-sortie possède au moins un extremum, alors le problème d'obtention d'une sortie maximale se pose [AST-89], [KRS-98], [LAD-95], [WAN1-98], [WAN2-98].

La commande extrême permet d'améliorer le rendement d'un système, et d'économiser ainsi de l'énergie et des matières premières. Elle est liée aux techniques d'optimisation; plusieurs idées ont été transférées à partir de l'optimisation numérique. Durant les années cinquante et soixante, elle a eu un grand intérêt dans le domaine industriel et surtout commercial, probablement en raison des améliorations et des développements technologiques des calculateurs qui ont rendu possible l'implémentation de commandes de plus en plus complexes [AST-98], [LAD-95], [WAN1-98]. Par exemple, les premiers systèmes de gestion par ordinateur installés dans l'industrie ont été motivés par la possibilité de faire l'optimisation des points de réglage des contrôleurs.

Cependant, malgré le boom technologique, l'intérêt à la commande extrême s'affaiblit. Le nombre de publication dans ce domaine diminue sensiblement en raison de la difficulté de mise en application.

Quelques chercheurs ont continué à travailler dans ce domaine; ils l'ont amélioré en introduisant des concepts comme l'identification des systèmes et la commande adaptative.

III.2.2 LES DIFFERENTS TYPES D'ASSERVISSEMENT

A. COMMANDE ASSERVIE A UNE VALEUR DE CONSIGNE CONNU EN BOUCLE FERMEE.

Cette approche est basée sur la connaissance on line de la variable d'état y . ainsi à partir, de l'écart entre cette mesure et la consigne y_0 , la grandeur de commande X est définie. Figure (1).

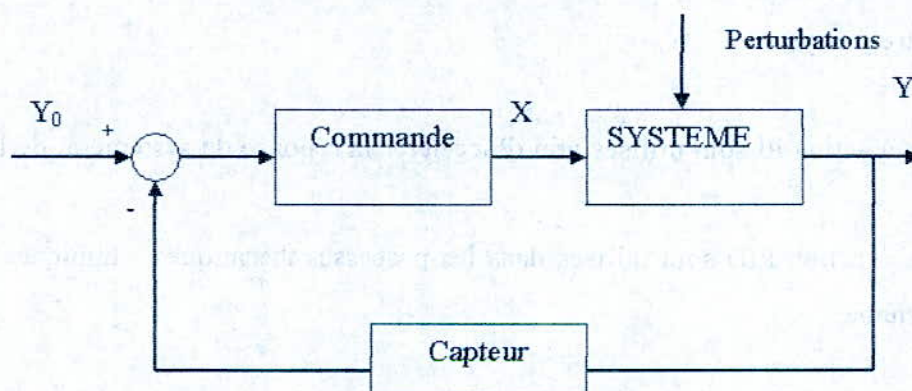


Figure (1) : Asservissement en boucle fermée.

Pour que la sortie y corresponde à la consigne « $y=y_0$ », le signal d'écart 'e' doit tendre vers zéro. La connaissance du modèle du système, ainsi que les mesures de toutes les entrées de perturbations n'est pas obligatoire [COR-96], [ISI-89], [MAR-87].

Concernant l'organe de commande, des régulateurs sont introduits afin d'améliorer les performances.

Le régulateur a pour fonction de comparer la valeur du signal, image de la grandeur à réguler y , avec la valeur de consigne y_0 et d'élaborer la grandeur réglante X de commande dans le but d'annuler l'écart 'e' entre y et y_0 .

Il existe plusieurs types de régulateurs à action : Proportionnelle, Intégrale, Dérivée.

Les plus utilisés sont les : Proportionnelle intégrale 'PI' et Proportionnelle intégrale dérivée 'PID' [MAR-87].

$$PI = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau \quad (1)$$

$$PID = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau + K_d \cdot \frac{d.e(t)}{dt} \quad (2)$$

Où :

K_p : coefficient d'action proportionnelle.

K_i : coefficient d'action intégrale.

K_d : coefficient d'action dérivée.

$e(t)$: l'écart entre y et y_0

Les régulateurs à action PI sont utilisés afin d'accélérer la réponse du système et de le rendre stable.

Les régulateurs à action PID sont utilisés dans les processus thermiques, chimiques, afin de stabiliser le système.

B. LA COMMANDE EXTREMALE

Supposons maintenant que la caractéristique statique « sortie, entrée », présente un extremum (max min) figure (2)

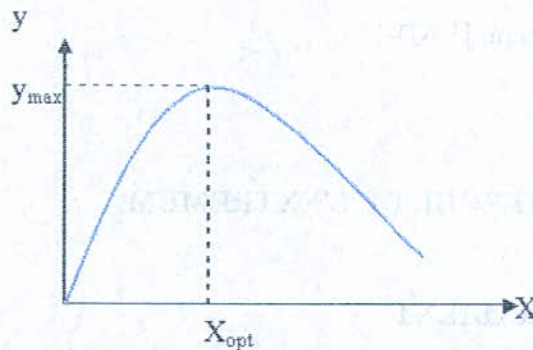


Figure (2) : Evolution de la sortie en fonction de la commande.

Cette caractéristique est fréquemment rencontrée dans les processus industriels, chimiques et biologiques. Si notre objectif est de maintenir le processus dans l'état où 'y' est égale à sa valeur extrême ' y_{max} ', il suffirait de fixer 'X' à la valeur correspondante X_{opt} sur la caractéristique, Figure (2), [DUV-88], [KAM-98], [KSR-98], [LAD-95],[WAN2-98].

Comme dans l'approche classique en boucle fermée, si on connaît y_{max} « $y = y_{max}$ », on calcule la commande du processus par une grandeur qui dépend du signal d'erreur. Ce dernier doit tendre à s'annuler pour que l'extremum soit atteint. À l'équilibre, on voit que $X = X_{opt}$ Figure (3).

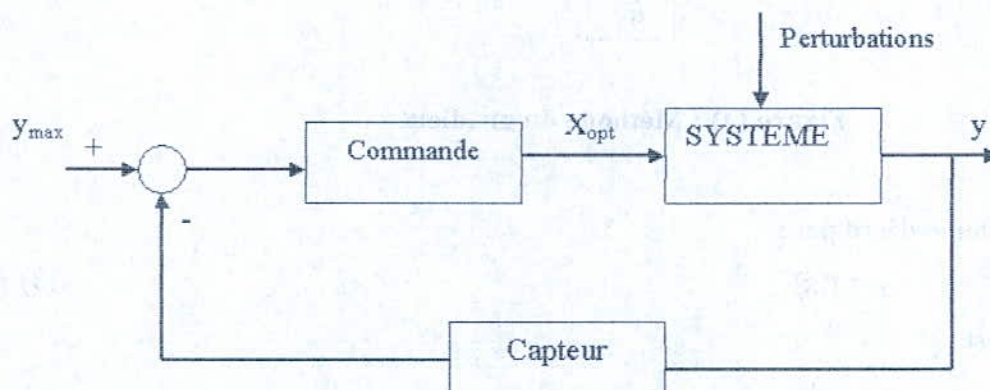


Figure (3) : Asservissement classique pour y_{max} connu

Cependant, dans le cas d'asservissement à valeur de consigne connu, le rôle du régulateur consistait simplement à élaborer le signal de commande à partir des mesures de y et de y_0 .

En revanche, dans le cas de l'asservissement extrême, la consigne ne peut pas être explicitée, puisque la valeur extrême n'est pas connue a priori. C'est pour cela qu'on utilise des méthodes de recherche d'extremum [LAD-95].

III.2.3 METHODE DE RECHERCHE DE L'EXTREMUM

1./ METHODE DU GRADIENT

Le principe de la méthode est représenté par le schéma ci-dessous figure (4). Celle-ci consiste à calculer le gradient $\frac{\partial y}{\partial x}$

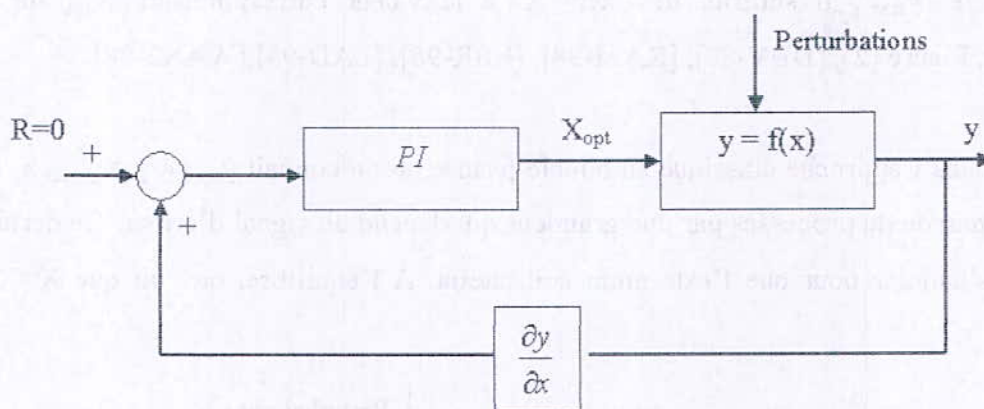


Figure (4) : Méthode du gradient

Considérons le système décrit par :

$$y = f(x) \quad (3)$$

Le principe est :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

On supposera que le système n'as a pas de dynamique. Si $\frac{dy}{dx}$ égale à zéro, en supposant que $\frac{dx}{dt}$ est constant, on aura $y = y_{max}$.

2. / METHODE DU DIVISEUR

Considérons le système décrit par l'équation $y=f(x)$. Le principe de la méthode est représenté par le schéma ci-dessous figure (5).

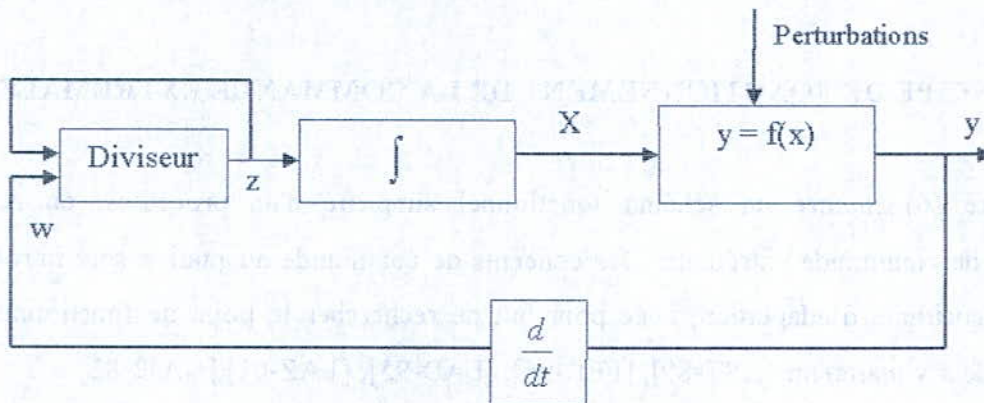


Figure (5) : Méthode du diviseur.

Le diviseur engendre la dérivé du signal de sortie y par rapport au signal d'entrée X

On pose :

$$\begin{cases} w = \frac{dy}{dt} \\ z = \frac{dX}{dt} \end{cases} \tag{5}$$

Et

$$z = \frac{w}{z} \tag{6}$$

En remplant (5) dans (6), on obtient :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dy}{dX} \tag{7}$$

La variation de X est proportionnelle à la pente de la courbe (y, x) et X est forcé dans le sens qui réduit cette pente à zéro. X va tendre vers Xopt.

De nos jours, il existe de nombreuses applications en commande extrême, si bien que le développement de cette commande est redevenu un centre d'intérêt. Par exemple, le rendement de la combustion de gaz est maximal pour un certain débit de gaz ; l'avancement des réactions chimiques est maximal pour une certaine température des gaz à l'entrée du réacteur ; dans les distributions électriques la puissance active fournie à un consommateur est maximale pour une impédance du réseau consommateur [AST-89], [LAD-95], [WAN2-98].

III.2.4 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA COMMANDE EXTREMALE

La figure (6) montre un schéma fonctionnel simplifié d'un processus, en régime dynamique, de commande extrême. Des concepts de commande adaptative sont introduits, tel qu'un algorithme d'adaptation, avec pour but de rechercher le point de fonctionnement extrême et de s'y maintenir [AST-89], [FER-96], [LAD-95], [LAZ-01],[NAJ2-82]

L'estimation consiste à déterminer des paramètres d'un modèle, c'est-à-dire un vecteur $\hat{\theta}$ correspondant à un point de l'espace paramétrique. Il doit représenter au mieux, le comportement du vrai système. Ces paramètres sont obtenus par la minimisation d'un critère définissant une distance objet – modèle [NAI-93], [NAJ2-82], [SLO-91].

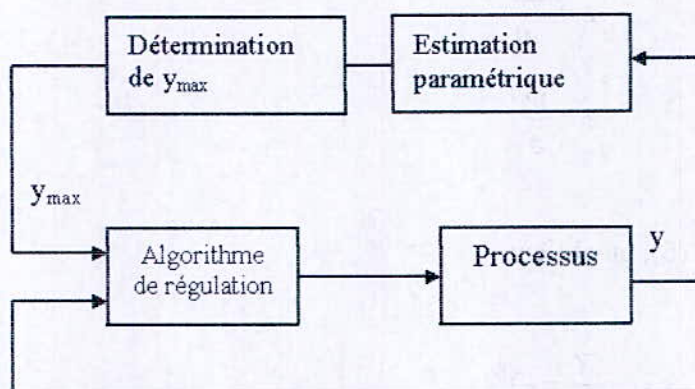


Figure (6) : Principe de la commande extrême

III.2.4.1 NOTION DE COMMANDE ADAPTATIVE

Les synthèses modernes de loi de commande performante exigent une bonne connaissance du système à commander. Cette connaissance est résumée dans un modèle. Ces modèles de connaissance sont obtenus par une description précise du système nécessitant une compréhension détaillée du phénomène. [AST-89], [FER-96], [SLO-91].

Ils font intervenir des paramètres physiques mesurables par des expériences.

Cependant, dans de nombreux cas pratiques, ces paramètres ne peuvent être connus a priori. Exemple, le cas des caractéristiques biologiques de la bioconversion, où des corps sont susceptibles d'être transformés. Les paramètres doivent alors être estimés en ligne.

Par ailleurs, la fiabilité des modèles de connaissance est en général lourdement handicapée par leur complexité. Ces modèles sont souvent non utilisables.

En conséquence, les paramètres physiques perdent souvent leur interprétation et donc leur mesurabilité. La valeur qu'on doit leur attribuer dépend alors de la façon d'utiliser le système.

Ainsi, pour contourner cet obstacle, on introduit des modèles paramétriques sans aucune justification physique. Leur but n'est plus d'expliquer mais simplement de représenter le système dans des conditions particulières de fonctionnement. Ces modèles sont dits modèles de représentation (boîte noire). La valeur de leurs paramètres varie avec le point de fonctionnement [AST-89], [ISI-89], [LAZ-01], [LOA-03], [NAI-93].

Ceci nous amène à la notion de commande adaptative. Une commande est dite adaptative si elle comporte des paramètres non fixés à l'avance mais modifiables en ligne. Dans le cas où les paramètres interviennent directement dans le système, on dit que les paramètres sont explicites.

Mais généralement, on peut concevoir une loi de commande où les paramètres n'ont pas a priori de liens avec un modèle du système. L'exemple le plus typique est celui du régulateur PID. Dans ce cas les paramètres sont dits implicites.

Ainsi : on appelle paramètre explicite les paramètres du système. On appelle paramètre implicite, les paramètres du contrôleur.

Les paramètres étant définis, de nombreuses méthodes pour déterminer leur valeur peuvent être envisagées :

1. Méthode de l'observateur : lorsqu'on a une paramétrisation explicite ou implicite par une opération dite de re-paramétrisation du modèle. Les équations du système donnent une équation d'observation des paramètres. Ces paramètres étant supposés constants, on peut poser le problème de leur mise à jour comme celui de l'observation d'un vecteur d'état, le vecteur des paramètres. On applique alors des techniques d'observateurs.

2. Méthode de Lyapunov : lorsqu'on décrit un contrôleur impliquant des paramètres explicites ou implicites, on peut chercher une loi d'adaptation, à partir d'une fonction positive, du vecteur constitué par l'état du système à commander et des paramètres à adapter, décroissante au cours du temps. Cette méthode efficace est du type indirect.

III.2.4.2 TECHNIQUE D'ADAPTATION PARAMETRIQUE

Le principale attrait de la commande adaptative résulte dans le fait qu'elle permet de conserver des performances quasi optimales à un système dont les paramètres varient au cours du temps [AST-89], [LOA-03], [NAJ2-82], [SLO-91], Figure (7).

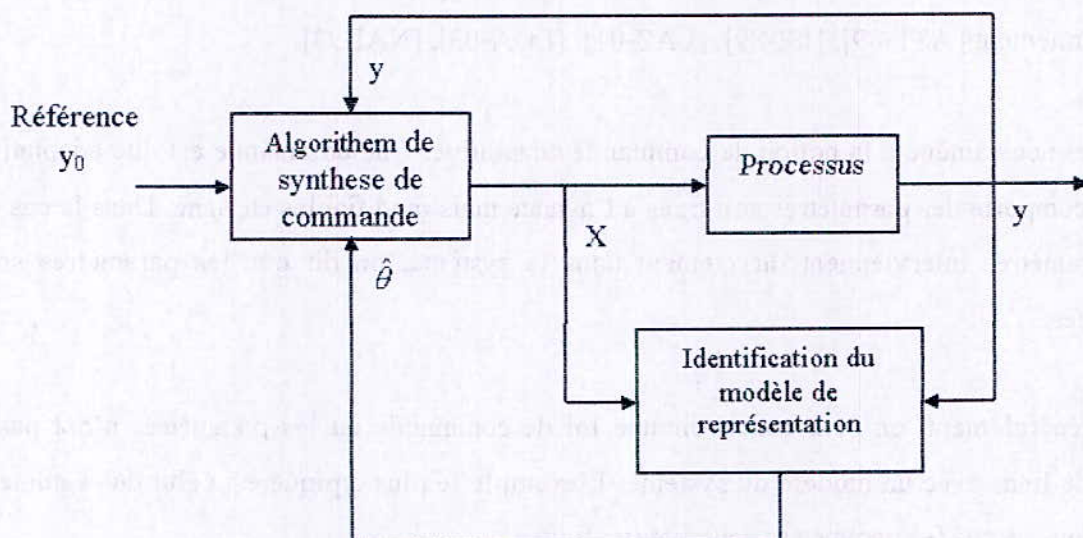


Figure (7) : Schéma de principe d'une commande adaptative.

On distingue deux types :

III.2.4.2 .a COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE

Cette approche consiste à identifier non les paramètres du système à commander, mais directement les paramètres du régulateur [SLO-91], [TAD-04]. Figure (8)

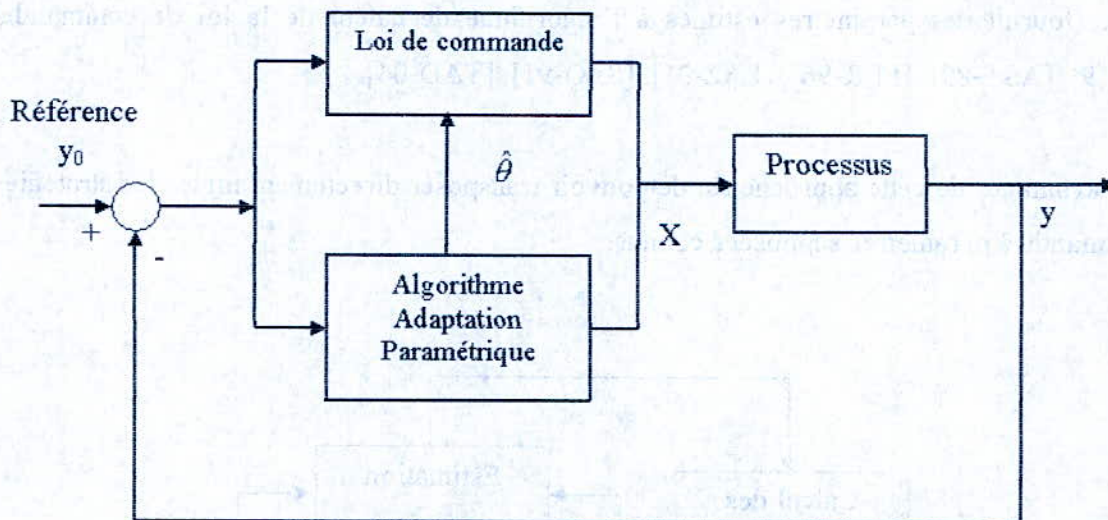


Figure (8) : Schéma de la commande adaptative directe.

Etant donné une stratégie de commande et la connaissance de la structure du système, il est facile d'en déduire la forme de la loi de commande et donc la structure d'un régulateur capable de générer cette commande [AST-89], [LOA-03], [TAD-04].

L'algorithme d'identification-adaptation peut alors être considéré comme un algorithme d'optimisation paramétrique.

On constate que, dans cette approche, il faut inclure un modèle décrivant le comportement désiré du système. Cette approche n'est pas applicable pour les systèmes dits « système à non minimum de phase », car la commande ainsi générée sera instable.

III.2.4.2 .b COMMANDE ADAPTATIVE INDIRECTE

Durant la conception, les paramètres du système sont supposés constants. Cependant, les paramètres réels sont souvent variables et ne sont pas généralement connus avec assez de précision. L'identification en ligne est nécessaire pour représenter fidèlement le modèle de ce système où les paramètres sont lentement variables.

Dans cette technique, l'algorithme d'identification qui utilise les mesures faites sur le système, fournit des paramètres estimés à l'algorithme de calcul de la loi de commande. Figure (9), [AST-89], [FER-96], [LAZ-01], [SLO-91], [TAD-04].

Un des avantages de cette approche est de pouvoir transposer directement toutes les stratégies de commande à paramètres supposés connus.

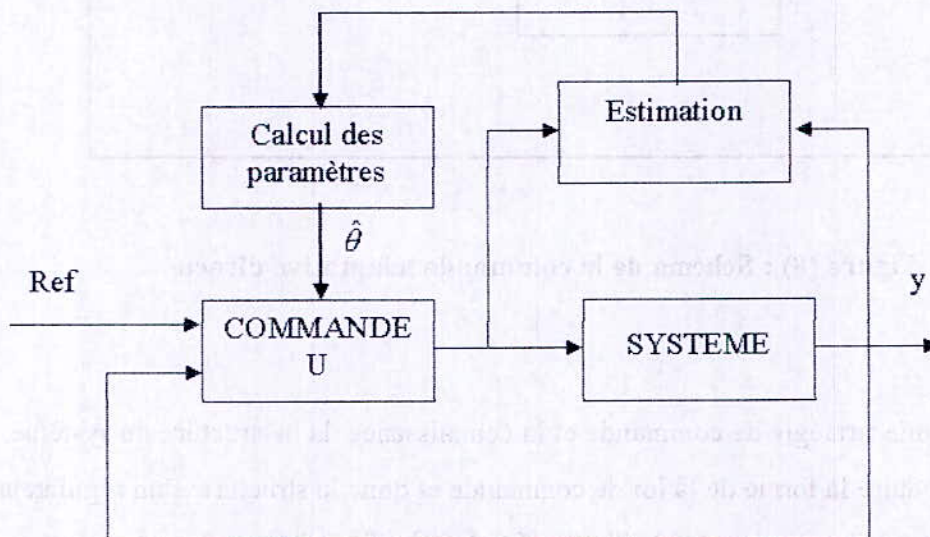


Figure (9) : Schéma de commande adaptative indirecte.

III.2.4.3 IDENTIFICATION PAR LES MOINDRES CARRES

Nous allons rappeler le principe des moindres carrés récurrents dans le cas échantillonné.

En posant :

$$y(t) = \varphi(t)^T \cdot \theta \quad (8)$$

$$\text{Avec } \theta^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]$$

$$\varphi(t)^T = [\varphi_1(t) \quad \varphi_2(t) \quad \dots \quad \varphi_n(t)]$$

Où y est la variable observée, θ le vecteur des paramètres inconnus, $\varphi(t)$ un vecteur connu qui dépend des variables d'état du système.

Le problème est de déterminer les paramètres de manière à ce que la sortie du modèle prédit soit aussi proche que possible avec la mesure $y(i)$ en moindre carré [AST-89]. Nous pouvons introduire les notations suivantes :

$$\begin{aligned} Y(t) &= [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(t)]^T \\ E(t) &= [e(1) \quad e(2) \quad \dots \quad e(t)]^T \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(t) \end{pmatrix}$$

$e(i)$ est l'erreur de prédiction

$$e(i) = y(i) - \hat{y}(i) = y(i) - \varphi^T(i) \cdot \theta \quad (10)$$

Le critère d'erreur est égal à :

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t e^2(i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \varphi^T(i) \cdot \theta)^2 \quad (11)$$

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \|E\|^2 \quad (12)$$

Où

$$E = Y - \hat{Y} = Y - \Phi \theta \quad (13)$$

En simplifiant l'expression (10), on obtient :

$$\begin{aligned} 2V(\theta, t) &= \|E\|^2 = (Y - \Phi \theta)^T \cdot (Y - \Phi \theta) \\ &= Y^T (I - \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T) Y + (\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y)^T \cdot (\Phi^T \Phi) \cdot (\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y) \end{aligned} \quad (14)$$

Si la matrice $\Phi^T \cdot \Phi$ est définie positive et non singulière (inversible), la fonction V possède un minimum. Cette condition sur $\Phi^T \cdot \Phi$ est appelée condition d'excitation. Dans ce cas là, on aura :

$$\theta = \hat{\theta} = (\Phi^T \cdot \Phi)^{-1} \cdot \Phi^T Y \quad (15)$$

$\hat{\theta}$ sera l'estimateur optimal des paramètres.

Dans le cas continu, les paramètres estimés sont obtenus en minimisant le critère suivant :

$$V(\theta) = \int_0^t (y(s) - \varphi^T(s) \theta)^2 ds \quad (16)$$

Par analogie avec le cas discret, on aura la relation suivante :

$$\left(\int_0^t \varphi(s) \cdot \varphi^T(s) ds \right) \cdot \hat{\theta} = \int_0^t \varphi(s) \cdot y(s) ds \quad (17)$$

Tel que la matrice : $\int_0^t \varphi(s) \cdot \varphi^T(s) ds$ est définie positive, et non singulière.

La condition d'excitation est :

$$\int_0^t \varphi(s) \cdot \varphi^T(s) ds \geq \alpha \cdot I \quad (18)$$

I : matrice identité.

$$\alpha \geq 0$$

III.3 CONCLUSION

Le domaine de la commande extrémale est vaste. Cette commande permet d'améliorer le rendement d'un système, et ainsi d'économiser de l'énergie et des matières premières. Elle est liée aux techniques d'optimisation.

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la description détaillée de la commande extrémale ainsi qu'à son principe de fonctionnement.

Nous avons aussi, vu la différence qui existe entre les commandes classiques avec consigne connue en boucle fermée et la commande extrémale. Le problème de cette dernière est la recherche du point extremum dans le but de maximiser le rendement du système. Différentes méthodes de recherche ont été développées en régime statique.

Nous avons aussi présenté des concepts de la commande adaptative ainsi que des notions d'identification à partir d'algorithmes d'adaptation paramétrique estimant les paramètres du système. Ces concepts nous aideront à la recherche du point extremum en régime dynamique.

Nous avons développé, les différentes approches qui existent dans l'identification des paramètres, à savoir l'approche directe qui consiste à identifier les paramètres du régulateur ; et l'approche indirecte qui consiste à identifier les paramètres du système.

La raison pour laquelle il serait très intéressant de reconsidérer les problèmes de commande extrême en régime dynamique, est qu'il est maintenant possible d'implémenter des algorithmes de commande compliquée dans des calculateurs. On peut désormais bénéficier des résultats sur la commande adaptative et de l'identification paramétrique dans le domaine de la commande extrême. Cela sera notre objectif dans le chapitre suivant.

COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE AU BIOREACTEUR FED BATCH

IV.1 INTRODUCTION

Après avoir présenté les différentes lois et théories de commande qui régissent la commande extrême, nous allons les appliquer sur un système non linéaire.

Un bioréacteur alimenté en FED BATCH est un excellent exemple d'application afin, d'étudier l'effet de la commande extrême et ses avantages.

Nous allons aussi introduire la notion de commande adaptative, pour essayer d'estimer les paramètres du modèle de Haldane précédemment étudié dans le chapitre II.

L'objectif de la commande extrême adaptative est de maximiser le taux de croissance microbienne $\mu = \mu_{MAX}$, en offrant aux micro-organismes présents dans la cuve, un milieu favorable (concentration de nutriment bien définie). En fixant ce paramètre, nous garantissons une production de biomasse maximale à la fin du processus.

IV.2 SYNTHÈSE DE LA COMMANDE

Nous avons vu, dans les chapitres précédents, que, le paramètre taux de croissance intervient dans l'évolution du système. Sa variation dépend de la concentration du substrat dans la cuve.

Ce taux de croissance, a une allure bien définie suivant la figure (1), d'après le modèle cinétique de Haldane qui tient compte de l'inhibition due à une forte concentration en substrat. Ce fait est qu'une concentration de substrat S importante et K_i faible conduisent à un taux de croissance faible.

$$\mu = \frac{\mu_0 \cdot S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_i}} \quad (1)$$

Avec
$$\mu_0 = \mu_{MAX} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{K_s}{K_i}}\right)$$

K_i : constante d'inhibition de croissance bactérienne dû à la forte concentration du substrat.

K_s : constante de saturation du substrat.

μ_0 est un paramètre relatif à la valeur maximale de μ_{max} .

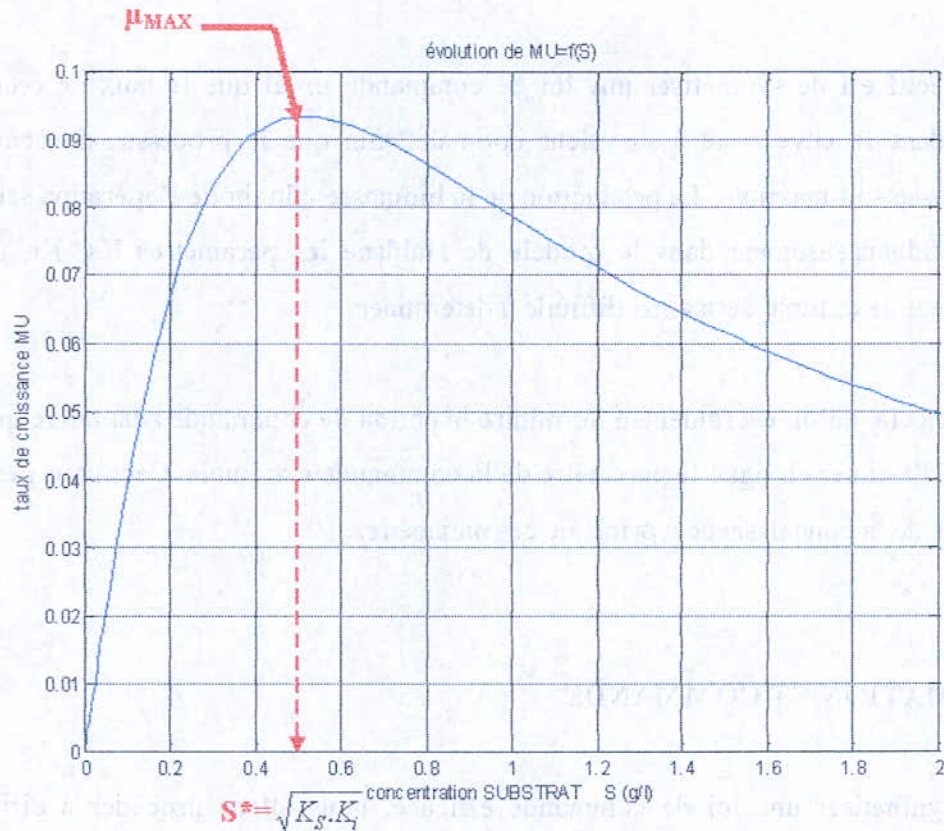


Figure (1) : évolution du taux de croissance en fonction de la concentration du substrat.

Nous remarquons que ce paramètre possède un extremum. Il est facile de calculer cet extremum en prenant l'expression (1) et en la dérivant par rapport à S, on obtient :

$$\frac{d\mu}{dS} = \frac{\mu_0 \cdot K_s - \mu_0 \cdot \frac{S^2}{K_I}}{\left(K_s + S + \frac{S^2}{K_I}\right)} \quad (2)$$

En posant $\frac{d\mu}{dS} = 0$, on obtient alors

$$\mu_0 \cdot K_s - \mu_0 \cdot \frac{S^2}{K_I} = 0 \quad (3)$$

D'après l'expression (3), on voit que pour avoir un taux de croissance maximale, il faut que la concentration du substrat dans la cuve, soit fixée à la valeur optimale S* égale à :

$$S^* = \sqrt{K_s \cdot K_I} \quad (4)$$

Notre objectif est de synthétiser une loi de commande u , tel que le taux de croissance microbienne dans la cuve reste à sa valeur optimale, afin que le processus de conversion substrat biomasse soit maximal. La production de la biomasse à la fin de l'opération sera ainsi maximisée. Malheureusement dans le modèle de Haldane les paramètres K_s , K_i , μ_0 sont inconnus, le régime optimal sera ainsi difficile à déterminer.

C'est pour cela, qu'on est ramené à introduire la notion de commande adaptative qui nous permettra ici, d'estimer en ligne le paramètre de la commande extrême. Ceci nous permettra de nous passer de la connaissance à priori de ces paramètres.

IV 2.1 ESTIMATION ET COMMANDE

Afin de synthétiser une loi de commande efficace, nous allons procéder à différentes étapes. Figure (2).

En premier, nous concevrons un observateur qui va estimer, la quantité de gaz dégagé y . À partir de cette estimée et de l'erreur de prédiction, nous élaborerons un algorithme d'adaptation des paramètres inconnus K_s , K_i et μ_0 , qui garantit la convergence vers les valeurs réelles.

Ensuite, nous synthétiserons une loi de commande en nous basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov, et en incluant les paramètres estimés. Pour finir, nous étudierons les conditions de stabilité et de convergence des paramètres.

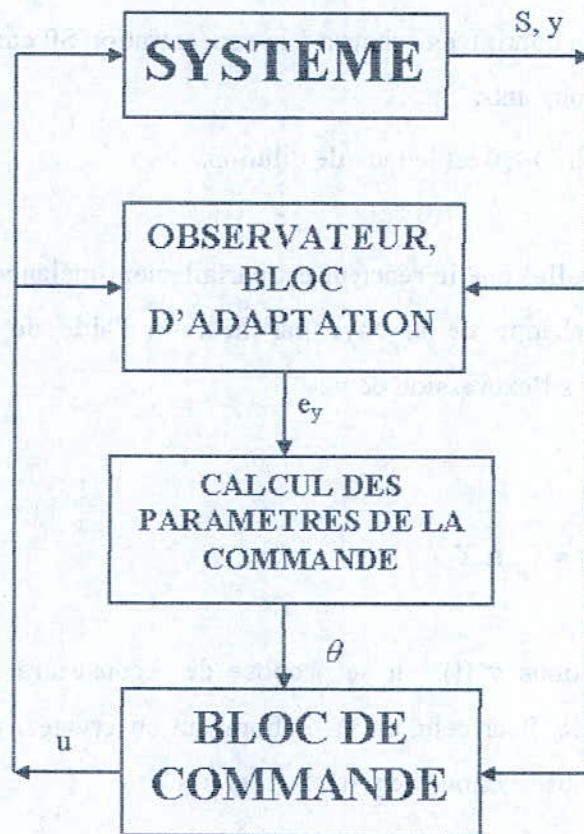


Figure (2) : schéma bloc de la synthèse de la commande

IV 2.1.1 ESTIMATION DE QUANTITE DE GAZ Y

On considère le modèle dynamique de bioréacteur

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \mu X - u \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -k_1 \cdot \mu \cdot X + u \cdot (S_0 - S) \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dv}{dt} = u \cdot v \end{array} \right. \quad (5)$$

Les variables S et X sont les concentrations (g/l), respectivement, en substrat et biomasse dans le bioréacteur.

y (g/l/h) concentration de gaz qui s'échappe relative à la réaction par heure.

v (l) est le volume du milieu liquide dans le réservoir.

$\mu(S)$ est la fonction de croissance avec inhibition (loi d'Haldane) (h^{-1}).

Le bioréacteur est alimenté en continu en substrat à la concentration S_0 constante.

k_1, k_2 sont des coefficients constants.

La variable de commande $u(\text{h}^{-1}) \geq 0$ est le taux de dilution.

On pose l'hypothèse (usuelle) que le réacteur est parfaitement mélangé et que l'on mesure la quantité de gaz qui s'échappe de la cuve par heure à l'aide de capteurs physiques appropriés. De (5), nous avons l'expression de y :

$$y = k_2 \cdot \mu \cdot X \quad (6)$$

À partir de ces observations $y(t)$, on se propose de reconstruire la concentration en biomasse $X(t)$ non mesurable. Pour cela, on va élaborer un observateur qui sera un système dynamique alimenté par les observations de $y(t)$, $S(t)$ et $u(t)$:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} = g(t, \hat{\theta}, u, y, S) \\ \hat{y} = h(t, \hat{\theta}, u, y, S) \end{cases} \quad (7)$$

Où $\hat{\theta}$ est le paramètre interne de l'observateur (dont la dimension est à choisir) et \hat{y} est l'estimation à l'instant t de la quantité de gaz y fournie par ce système.

La propriété minimale attendue d'un tel système est d'assurer la convergence, de l'estimée, c'est à dire :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - \hat{y}(t)] = 0 \quad (8)$$

Nous allons reformuler les équations du système (5) de façon à éliminer la variable X en se basant sur les variables y et S .

L'expression (6) est réécrite de façon à avoir la variable X en fonction de y , on obtient :

$$X = \frac{y}{k_2 \cdot \mu} \quad (9)$$

μ étant une variable en fonction de la concentration du substrat S d'après le modèle de Haldane (1)

Pour une simplification, nous nous proposons de mettre un vecteur de paramètre θ

$$\theta = [\theta_\mu \quad \theta_s \quad \theta_i], \text{ tel que}$$

$$\begin{cases} \theta_\mu = \frac{\mu_0}{K_s} \\ \theta_s = \frac{1}{K_s} \\ \theta_i = \frac{1}{K_s K_I} \end{cases} \quad (10)$$

L'expression (1) devient alors plus simple en fonction de θ

$$\mu = \frac{\theta_\mu \cdot S}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2} \quad (11)$$

Et en la dérivant par rapport au temps t, on aura :

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\theta_\mu \cdot S}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2} \right) = \left(\frac{\theta_\mu}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2} - \frac{\theta_\mu \cdot (\theta_s + 2 \cdot \theta_i \cdot S)}{(1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2)^2} \right) \cdot S \cdot \frac{dS}{dt} \quad (12)$$

Intéressons nous à l'équation du dégazage 'y' (6) et dérivons là par rapport au temps t.

$$\frac{dy}{dt} = k_2 \cdot X \cdot \frac{d\mu}{dt} + k_2 \cdot \mu \cdot \frac{dX}{dt} \quad (13)$$

En remplaçant (9) et l'expression de $\frac{dX}{dt}$ du système (5) dans (13), on obtient le résultat

suivant :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dt} + \mu \cdot y - u \cdot y \quad (14)$$

L'expression finale de $\frac{dy}{dt}$ sera alors obtenue, en remplaçant les équations (11), (12) dans (14)

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{\left(\frac{\theta_\mu \cdot S}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2}\right)} \cdot \left(\frac{\theta_\mu}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2} - \frac{\theta_\mu \cdot (\theta_s + 2 \cdot \theta_i \cdot S)}{(1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2)^2} \cdot S \right) \cdot \frac{dS}{dt} + \left(\frac{\theta_\mu \cdot S}{1 + \theta_s \cdot S + \theta_i \cdot S^2} \right) \cdot y - u \cdot y \quad (15)$$

Avec une simplification, on obtient l'équation de $\frac{dy}{dt}$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} \cdot \left(\frac{dS}{dt} \right) \cdot y + \frac{\theta_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} - u \cdot y \quad (16)$$

Après cela, on prend l'expression (9) et on l'introduit dans l'équation $\frac{dS}{dt}$ du système (5)

$$\frac{dS}{dt} = -k_1 \mu \cdot \left(\frac{y}{k_2 \cdot \mu} \right) + u \cdot (S_0 - S) \quad (17)$$

On pose que θ_k est fixé et constant tel que :

$$\theta_k = \frac{k_1}{k_2} \quad (18)$$

Avec simplification on obtient

$$\frac{dS}{dt} = -\theta_k \cdot y + u \cdot (S_0 - S) \quad (19)$$

Notre système, alors, est réécrit sous la forme d'équations dynamiques suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\theta_k \cdot y + u \cdot (S_0 - S) \\ \frac{dy}{dt} = \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\theta_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} - u \cdot y \end{cases} \quad (20)$$

Où, 'u' représente la commande à synthétiser (le taux de dilution). Cette dilution quantifiée u est calculée suivant la formule : $u = \frac{Q}{V}$.
y, S sont des sorties mesurables.

Un observateur \hat{y} est réalisé à partir de l'équation de y en utilisant le paramètre estimé $\hat{\theta}$

L'expression du prédicteur est la suivante :

$$\frac{d\hat{y}}{dt} = \frac{(1 - \hat{\theta}_i S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_g S + \hat{\theta}_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_g S + \hat{\theta}_i S^2)} - u \cdot y + k_y \cdot e_y \quad (21)$$

Avec $e_y = y - \hat{y}$ erreur de prédiction.

IV 2.1.2 COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE

D'après la figure (1), la concentration en substrat à obtenir est S^* , cela afin de garantir l'obtention de μ_{max} . Nous pouvons ainsi reformuler l'expression de (5) en fonction des nouveaux paramètres θ

Donc

$$S^* = \frac{1}{\sqrt{\theta_i}} \quad (22)$$

La valeur de θ_i est inconnue, nous ne pouvons pas synthétiser directement une loi de commande. Cependant nous pouvons obtenir une estimation de $\hat{\theta}_i$, à partir de \hat{y} , qui sera ici en fait, utilisée non pour estimer y qui est déjà mesuré, mais pour obtenir une estimation des paramètres θ .

Le point extremum sera alors fonction du paramètre estimé seulement.

$$S^* = \frac{1}{\sqrt{\hat{\theta}_i}} \quad (23)$$

Un signal d'excitation $d(t)$ est ainsi introduit dans la boucle interne de la commande, afin de garantir la convergence du paramètre $\hat{\theta}_i$ à sa valeur exacte.

Définissons maintenant, une nouvelle variable z tel que :

$$z = S - \frac{1}{\sqrt{\hat{\theta}_i}} - d(t) \quad (24)$$

En dérivant (24), on aura une nouvelle expression :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dS}{dt} + \frac{1}{2} \hat{\theta}_i^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} - \dot{d}(t) \quad (25)$$

L'expression de $\frac{dS}{dt}$ est donnée dans (19). Nous l'introduisons dans (25)

$$\frac{dz}{dt} = -\theta_k \cdot y + u \cdot (S_0 - S) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_i^{-\frac{3}{2}} \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} - \dot{d}(t) = \Gamma_1 \quad (26)$$

D'après (24) et (26), il faut que z tende vers zéro, pour que S converge vers la valeur désirée. Maintenant, on doit chercher l'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation de y . Pour cela, utilisons les équations du système et de l'observateur (20), (21)

$$e_y = y - \hat{y} \quad (27)$$

⇒ En dérivant par rapport au temps t .

$$\dot{e}_y = \dot{y} - \dot{\hat{y}} \quad (28)$$

⇒

$$\begin{aligned} \dot{e}_y = & \frac{(1-\theta_i S^2)}{S(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\theta_\mu \cdot S \cdot y}{(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} \\ & - \frac{(1-\hat{\theta}_i S^2)}{S(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y - \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y}{(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} - k_y \cdot e_y \end{aligned} \quad (29)$$

⇒

$$\begin{aligned} \dot{e}_y = & \left(\frac{(1-\theta_i S^2)}{S(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} - \frac{(1-\hat{\theta}_i S^2)}{S(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} \right) \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y \\ & + \left(\frac{\theta_\mu}{(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} - \frac{\hat{\theta}_\mu}{(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} \right) - k_y \cdot e_y \end{aligned} \quad (30)$$

Les équations (26) et (30) sont résumées si dessous :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{z} = & -\theta_k \cdot y + u \cdot (S_0 - S) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_i^{-\frac{3}{2}} \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} - \dot{d}(t) \\ \dot{e}_y = & \left(\frac{(1-\theta_i S^2)}{S(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} - \frac{(1-\hat{\theta}_i S^2)}{S(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} \right) \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y \\ & + \left(\frac{\theta_\mu}{(1+\theta_s S+\theta_i S^2)} - \frac{\hat{\theta}_\mu}{(1+\hat{\theta}_s S+\hat{\theta}_i S^2)} \right) - k_y \cdot e_y \end{aligned} \right. \quad (31)$$

Considérons la fonction de Lyapunov [Annexe A] V tel que :

$$V = \frac{z^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\theta}_\mu^2}{\gamma_\mu} + \frac{\tilde{\theta}_s^2}{\gamma_s} + \frac{\tilde{\theta}_i^2}{\gamma_i} \right) + (1+\theta_s S+\theta_i S^2) \cdot \frac{e_y^2}{2} \quad (32)$$

Où

$\gamma_\mu, \gamma_S, \gamma_i$: Paramètres constants strictement positifs (gain d'adaptation paramétrique). Leur but est d'accélérer la convergence des paramètres estimés vers les valeurs réelles.

$\tilde{\theta}_\mu, \tilde{\theta}_S, \tilde{\theta}_i$: Erreurs d'estimation paramétriques tel que $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$.

La fonction de Lyapunov doit vérifier nos objectifs qui sont :

1. l'objective de commande qui est z ($z \longrightarrow 0$).
2. l'erreur d'estimation de y ($e_y \longrightarrow 0$).
3. l'erreur d'estimation des paramètres θ ($\tilde{\theta} \longrightarrow 0$).

Le terme $(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)$ est toujours positif car S est une concentration et $\theta = [\theta_\mu \quad \theta_S \quad \theta_i]$

sont des paramètres également positifs. Le développement de $\frac{dV}{dt}$ est décrit ci-dessous, afin

de démontrer que $\frac{dV}{dt} < 0$.

Le terme $(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)$ a été introduit de façon à ce que la dérivée de V soit exprimée en utilisant uniquement les valeurs estimées de paramètres θ .

En dérivant la fonction de Lyapunov V par rapport au temps, on aura :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & z \frac{dz}{dt} + \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \frac{d\theta_\mu}{dt} + \frac{\tilde{\theta}_S}{\gamma_S} \frac{d\tilde{\theta}_S}{dt} + \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \frac{d\tilde{\theta}_i}{dt} \\ & + (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \frac{de_y}{dt} + \frac{e_y^2}{2} (\theta_S + 2\theta_i.S) \frac{dS}{dt} \end{aligned} \quad (33)$$

Afin de simplifier l'étude du signe de \dot{V} on pose

$$\Gamma_S = (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \frac{de_y}{dt} + \frac{e_y^2}{2} (\theta_S + 2\theta_i.S) \frac{dS}{dt} \quad (34)$$

En remplaçant (19) et (30) dans (34), on trouve :

$$\begin{aligned} \Gamma_S = & (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \left(\frac{(1 - \theta_i.S^2)}{S(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\theta_\mu.S.y}{(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)} \right) \\ & + (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \left(-\frac{(1 - \hat{\theta}_i.S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y - \frac{\hat{\theta}_\mu.S.y}{(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \right) \quad (35) \\ & - (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) k_y e_y^2 + \frac{e_y^2}{2} (\theta_S + 2.\theta_i.S) \cdot (-\theta_k y + u.(S_0 - S)) \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \Gamma_S = & e_y \left(\frac{(1 - \theta_i.S^2)}{S} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \theta_\mu.S.y \right) \\ & - (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \left(\frac{(1 - \hat{\theta}_i.S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu.S.y}{(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \right) \quad (36) \\ & - \left((1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) k_y + \frac{1}{2} (\theta_S + 2.\theta_i.S) \cdot (-\theta_k y + u.(S_0 - S)) \right) e_y^2 \end{aligned}$$

En simplifiant (36), on obtient :

$$\begin{aligned} \Gamma_S = & e_y \left(\frac{(1 - \theta_i.S^2)}{S} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \theta_\mu.S.y \right) \\ & - (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) e_y \left(\frac{(1 - \hat{\theta}_i.S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \cdot (u.(S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu.S.y}{(1 + \hat{\theta}_S.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \right) \quad (37) \\ & - e_y^2 \left[\left(k_y - \frac{(\theta_S + 2.\theta_i.S).(S_0 - S)\mu}{2(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)} \right) \cdot (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) + \frac{1}{2} (\theta_S + 2.\theta_i.S) \cdot \theta_k y \right] \end{aligned}$$

On posera que

$$\tilde{\Gamma} = -e_y^2 \left[\left(k_y - \frac{(\theta_S + 2.\theta_i.S).(S_0 - S)\mu}{2(1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2)} \right) \cdot (1 + \theta_S.S + \theta_i.S^2) + \frac{1}{2} (\theta_S + 2.\theta_i.S) \cdot \theta_k y \right] \quad (38)$$

Et

$$\tilde{\Gamma}' = -e_y \cdot \left(\frac{(1 - \hat{\theta}_i S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \cdot (\mu \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \right) \quad (39)$$

Ainsi Γ_s peut s'écrire sous la forme simplifiée

$$\Gamma_s = e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S} \cdot (\mu \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + e_y \cdot \theta_\mu \cdot S \cdot y + (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) \cdot \tilde{\Gamma}' + \tilde{\Gamma} \quad (40)$$

Maintenant, on s'intéresse aux erreurs d'estimations, plus exactement leur dérivé par rapport au temps.

$$\begin{cases} \tilde{\theta}_\mu = \theta_\mu - \hat{\theta}_\mu \\ \tilde{\theta}_s = \theta_s - \hat{\theta}_s \\ \tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i \end{cases} \quad (41)$$

En les dérivant, on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_\mu = \dot{\theta}_\mu - \dot{\hat{\theta}}_\mu \\ \dot{\tilde{\theta}}_s = \dot{\theta}_s - \dot{\hat{\theta}}_s \\ \dot{\tilde{\theta}}_i = \dot{\theta}_i - \dot{\hat{\theta}}_i \end{cases} \quad (42)$$

La variation du paramètre $\underline{\theta}$ est toujours lente par rapport à la variation de $\underline{\hat{\theta}}$. Pour cela, on considère que $\underline{\theta}$ est constant bien qu'inconnu. On négligera $\dot{\underline{\theta}}$ devant $\dot{\underline{\hat{\theta}}}$ ($\dot{\theta}=0$).

Ainsi l'équation (42) devient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_\mu = -\dot{\hat{\theta}}_\mu \\ \dot{\tilde{\theta}}_s = -\dot{\hat{\theta}}_s \\ \dot{\tilde{\theta}}_i = -\dot{\hat{\theta}}_i \end{cases} \quad (43)$$

Ainsi l'expression de (33) sera plus simple, en remplaçant par (26), (40) et (43)

$$\dot{V} = z \Gamma_1 - \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \cdot \dot{\hat{\theta}}_\mu - \frac{\tilde{\theta}_s}{\gamma_s} \cdot \dot{\hat{\theta}}_s - \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \cdot \dot{\hat{\theta}}_i + \Gamma_s \quad (44)$$

$$\Gamma_s = e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + e_y \cdot \theta_\mu \cdot S \cdot y + (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) \cdot \tilde{\Gamma}' + \tilde{\Gamma} \quad (45)$$

L'expression finale de \dot{V} est obtenue :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & z\Gamma_1 - \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \cdot \dot{\hat{\theta}}_\mu - \frac{\tilde{\theta}_s}{\gamma_s} \cdot \dot{\hat{\theta}}_s - \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \cdot \dot{\hat{\theta}}_i + e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + e_y \cdot \theta_\mu \cdot S \cdot y \\ & - (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) \cdot \left(\frac{(1 - \hat{\theta}_i S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \right) e_y \quad (46) \\ & - e_y^2 \left[\left(k_y - \frac{(\theta_s + 2\theta_i S) \cdot (S_0 - S) u}{2(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} \right) \cdot (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) + \frac{1}{2} (\theta_s + 2\theta_i S) \cdot \theta_k \cdot y \right] \end{aligned}$$

Nous allons, la réécrire en fonction des erreurs d'estimation paramétrique $\tilde{\theta}$, afin qu'elle soit simple à étudier. Nous nous permettrons de faire des simplifications au cours du développement.

Tout d'abord, on ajoute et on retranche ' $e_y \cdot \hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y$ ' à l'expression (46) afin que le terme $(\theta_\mu - \hat{\theta}_\mu)$ apparait :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & z\Gamma_1 - \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \cdot \dot{\hat{\theta}}_\mu - \frac{\tilde{\theta}_s}{\gamma_s} \cdot \dot{\hat{\theta}}_s - \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \cdot \dot{\hat{\theta}}_i + e_y \cdot S \cdot y \cdot (\theta_\mu - \hat{\theta}_\mu) \\ & + e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i S^2)}{S} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + e_y \cdot \hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y \\ & - (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) \cdot \left(\frac{(1 - \hat{\theta}_i S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2)} \right) e_y \quad (47) \\ & - e_y^2 \left[\left(k_y - \frac{(\theta_s + 2\theta_i S) \cdot (S_0 - S) u}{2(1 + \theta_s S + \theta_i S^2)} \right) \cdot (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) + \frac{1}{2} (\theta_s + 2\theta_i S) \cdot \theta_k \cdot y \right] \end{aligned}$$

Par la suite, on posera :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = & z_s \Gamma_1 - \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \cdot \frac{d\hat{\theta}_\mu}{dt} - \frac{\tilde{\theta}_s}{\gamma_s} \cdot \frac{d\hat{\theta}_s}{dt} - \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \cdot \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} + \psi_\mu \cdot (\theta_\mu - \hat{\theta}_\mu) \\ & + G' \cdot (1 + \hat{\theta}_s S + \hat{\theta}_i S^2) - G \cdot (1 + \theta_s S + \theta_i S^2) + \tilde{\Gamma} \quad (48) \end{aligned}$$

Tel que :

$$\psi_{\mu} = e_y \cdot S \cdot y \quad (49)$$

$$G = e_y \left(\frac{1 - \hat{\theta}_1 \cdot S^2}{S(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \cdot (u(S_0 - S) - \theta_k \cdot y) \cdot y + \frac{\hat{\theta}_{\mu} \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \right) \quad (50)$$

Et

$$G' = e_y \cdot \frac{(1 - \theta_1 \cdot S^2)}{S(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) - \theta_k \cdot y) \cdot y + \frac{e_y \cdot \hat{\theta}_{\mu} \cdot S \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \quad (51)$$

On posera que :

$$H = G' \cdot (1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2) - G \cdot (1 + \theta_s \cdot S + \theta_1 \cdot S^2) \quad (52)$$

⇒ L'expression (52) peut être mise sous la forme suivante :

$$H = H_1 + H_2 + H_3 \quad (53)$$

Tel que :

$$\begin{cases} H_1 = G' - G \\ H_2 = G' \cdot \hat{\theta}_s \cdot S - G \cdot \theta_s \cdot S \\ H_3 = G' \cdot \hat{\theta}_1 \cdot S^2 - G \cdot \theta_1 \cdot S^2 \end{cases} \quad (54)$$

On procédera au calcul séparé de chacun de ses termes.

$$H_1 = -e_y \cdot \frac{(\theta_1 - \hat{\theta}_1)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \cdot S \cdot (u \cdot (S_0 - S) \cdot y - \theta_k \cdot y^2) \quad (55)$$

$$H_2 = e_y \cdot \frac{(1 - \theta_1 \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s - (1 - \hat{\theta}_1 \cdot S^2) \cdot \theta_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} \cdot (u \cdot (S_0 - S) \cdot y - \theta_k \cdot y^2) - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_{\mu} \cdot S^2 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_1 \cdot S^2)} (\theta_s - \hat{\theta}_s) \quad (56)$$

$$H_3 = e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \hat{\theta}_i - (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \theta_i}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot S \cdot (\mu(S_0 - S) \cdot y - \theta_k \cdot y^2) - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^2 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) \quad (57)$$

On ajoute et on retranche à H_2 , les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 \\ e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y \end{array} \right. \quad (58)$$

On arrive à :

$$\begin{aligned} H_2 = & e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y \\ & + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y \\ & - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 \\ & - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^2 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) \end{aligned} \quad (59)$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} H_2 = & + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y \\ & - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 \\ & \left(- e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu(S_0 - S) \cdot y + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^2 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) \end{aligned} \quad (60)$$

On définira :

$$\psi_s = \Gamma_5 \cdot u + \Gamma_6 \quad (61)$$

Tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_5 = -\frac{e_y \cdot (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot (S_0 - S) \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \\ \Gamma_6 = \frac{e_y \cdot (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_k \cdot y^2}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} - \frac{e_y \cdot S^2 \cdot \hat{\theta}_\mu \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \end{array} \right. \quad (62)$$

Ainsi l'équation (53) devient :

$$\begin{aligned} H = & -e_y \cdot \frac{(\theta_i - \hat{\theta}_i)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot S \cdot (\mu \cdot (S_0 - S) \cdot y - \theta_k \cdot y^2) \\ & + e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu \cdot (S_0 - S) \cdot y - e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \mu \cdot (S_0 - S) \cdot y \\ & - e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 + e_y \cdot \frac{(1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot \theta_k \cdot y^2 + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) \\ & + e_y \cdot \frac{(1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_i - (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_i}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot S \cdot (\mu \cdot (S_0 - S) \cdot y - \theta_k \cdot y^2) \\ & - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^3 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) \end{aligned} \quad (63)$$

En regroupant ces expressions par rapport à 'u' et ' θ_k '

$$\begin{aligned} H = & e_y \cdot \left(\frac{-S \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) + (1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s - (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s + S \cdot (1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_i - S \cdot (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_i}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) \mu \cdot (S_0 - S) \cdot y \\ & + e_y \cdot \left(\frac{(\theta_i - \hat{\theta}_i) \cdot S - (1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s + (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_s - (1 - \theta_i \cdot S^2) \cdot \hat{\theta}_i \cdot S + (1 - \hat{\theta}_i \cdot S^2) \cdot \theta_i \cdot S}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) \theta_k \cdot y^2 \\ & + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) - e_y \cdot \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^3 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) \end{aligned} \quad (64)$$

⇒

$$H = e_y \cdot \left(\frac{-S \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) - (\theta_i - \hat{\theta}_i) \cdot S^2 \cdot \hat{\theta}_s - S \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) \mu \cdot (S_0 - S) \cdot y$$

$$\begin{aligned}
& + e_y \left(\frac{+S \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) + (\theta_i - \hat{\theta}_i) \cdot S^2 \hat{\theta}_s + S \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i)}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) \theta_k y^2 \\
& + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) - e_y \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^3 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i)
\end{aligned} \tag{65}$$

⇒

$$\begin{aligned}
H = & e_y \left(\frac{-2 - \hat{\theta}_s \cdot S}{1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2} \right) S \mu \cdot (S_0 - S) \cdot y \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) \\
& + e_y \cdot \left(\frac{2 + \hat{\theta}_s \cdot S}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \right) S \theta_k \cdot y^2 \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) \\
& + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) - e_y \frac{\hat{\theta}_\mu \cdot S^3 \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i)
\end{aligned} \tag{66}$$

On définit :

$$\psi_i = \Gamma_3 \mu + \Gamma_4 \tag{67}$$

Tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_3 = -e_y \left(\frac{2 + \hat{\theta}_s \cdot S}{1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2} \right) S \cdot (S_0 - S) \cdot y \\ \Gamma_4 = e_y \cdot \left(\frac{2 + \hat{\theta}_s \cdot S}{1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2} \right) S \theta_k \cdot y^2 - \frac{e_y \cdot S^3 \cdot \hat{\theta}_\mu \cdot y}{(1 + \hat{\theta}_s \cdot S + \hat{\theta}_i \cdot S^2)} \end{array} \right. \tag{68}$$

L'expression devient plus simple :

$$H = \psi_i \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) \tag{69}$$

Ainsi, l'expression (48) peut être mise sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} = & z \Gamma_1 - \frac{\tilde{\theta}_\mu}{\gamma_\mu} \cdot \frac{d\hat{\theta}_\mu}{dt} - \frac{\tilde{\theta}_s}{\gamma_s} \cdot \frac{d\hat{\theta}_s}{dt} - \frac{\tilde{\theta}_i}{\gamma_i} \cdot \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} \\
& + \psi_\mu \cdot (\theta_\mu - \hat{\theta}_\mu) + \psi_s \cdot (\theta_s - \hat{\theta}_s) + \psi_i \cdot (\theta_i - \hat{\theta}_i) \\
& + \tilde{\Gamma}
\end{aligned} \tag{70}$$

D'après (41) on peut la reformuler en fonction des $\tilde{\theta}$

$$\frac{dV}{dt} = z.\Gamma_1 + (\psi_i - \frac{1}{\gamma_i} \cdot \frac{d\hat{\theta}_i}{dt}) \cdot \tilde{\theta}_i + (\psi_\mu - \frac{1}{\gamma_\mu} \cdot \frac{d\hat{\theta}_\mu}{dt}) \cdot \tilde{\theta}_\mu + (\psi_s - \frac{1}{\gamma_s} \cdot \frac{d\hat{\theta}_s}{dt}) \cdot \tilde{\theta}_s + \tilde{\Gamma} \quad (71)$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = z \cdot & \left(-\theta_k \cdot y + u \cdot (S_0 - S) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_i^{-\frac{3}{2}} \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} - \dot{d}(t) \right) \\ & + (\psi_i - \frac{\dot{\hat{\theta}}_i}{\gamma_i}) \cdot \tilde{\theta}_i + (\psi_\mu - \frac{\dot{\hat{\theta}}_\mu}{\gamma_\mu}) \cdot \tilde{\theta}_\mu + (\psi_s - \frac{\dot{\hat{\theta}}_s}{\gamma_s}) \cdot \tilde{\theta}_s + \tilde{\Gamma} \end{aligned} \quad (72)$$

Une solution est apportée afin de résoudre le problème de l'extremum. En posant une dynamique de retour u, la loi de commande est de la forme : figure (3)

$$u = \frac{1}{S_0 - S} [-k_z \cdot z + \theta_k \cdot y + a(t) - k_d \cdot d(t)] \quad (73)$$

$$\dot{d}(t) = a(t) + \frac{1}{2} \cdot \hat{\theta}_i^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{d\hat{\theta}_i}{dt} - k_d d(t) \quad (74)$$

$$k_d > 0, k_z > 0$$

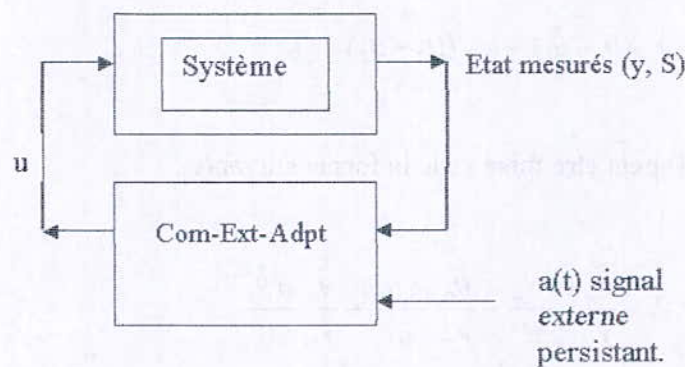


Figure (3) : schéma bloc du bouclage avec introduction du signal a(t)

Le signal persistant $a(t)$ est introduit dans la boucle afin d'exciter toute la dynamique du système, et permet l'identification des paramètres. Comme le montre la figure (3) ce signal est externe à la boucle de réglage.

En remplaçant les expressions (73), (74) dans (72), on aura :

$$\frac{dV}{dt} = -k_z z^2 + \left(\psi_i - \frac{\hat{\theta}_i}{\gamma_i}\right) \tilde{\theta}_i + \left(\psi_\mu - \frac{\hat{\theta}_\mu}{\gamma_\mu}\right) \tilde{\theta}_\mu + \left(\psi_s - \frac{\hat{\theta}_s}{\gamma_s}\right) \tilde{\theta}_s + \tilde{\Gamma} \quad (75)$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = -k_z z_s^2 + (\Gamma_3 \mu + \Gamma_4 - \frac{\hat{\theta}_i}{\gamma_i}) \tilde{\theta}_i + \left(\psi_\mu - \frac{\hat{\theta}_\mu}{\gamma_\mu}\right) \tilde{\theta}_\mu + (\Gamma_5 \mu + \Gamma_6 - \frac{\hat{\theta}_s}{\gamma_s}) \tilde{\theta}_s + \tilde{\Gamma} \quad (76)$$

Nous considérons K_S et K_i bornés :

$$K_{S,MIN} < K_S < K_{S,MAX} \quad (77)$$

$$K_{i,MIN} < K_i < K_{i,MAX}$$

Ainsi, nous proposons d'après l'expression (76), une loi d'adaptation paramétrique suivante :

$$\dot{\hat{\theta}}_\mu = \gamma_\mu \Psi_\mu \quad (78)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_s = \begin{cases} \gamma_s \cdot (\Gamma_5 \mu + \Gamma_6) & \text{si } (\Gamma_5 \mu + \Gamma_6) > 0 \text{ et } \hat{\theta}_s \geq \epsilon_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (79)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \begin{cases} \gamma_i \cdot (\Gamma_3 \mu + \Gamma_4) & \text{si } (\Gamma_3 \mu + \Gamma_4) > 0 \text{ et } \hat{\theta}_i \geq \epsilon_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (80)$$

Telle que les conditions initiales des paramètres estimés soient choisies de façon :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_s(0) \geq \frac{1}{K_{S,MAX}} = \epsilon_s \\ \hat{\theta}_i(0) \geq \frac{1}{K_{S,MAX} \cdot K_{i,MAX}} = \epsilon_i \end{cases} \quad (81)$$

Les algorithmes d'adaptation garantissent :

$$(\Gamma_3\mu + \Gamma_4 - \frac{\dot{\hat{\theta}}_i}{\gamma_i})\tilde{\theta}_i + (\psi_\mu - \frac{\dot{\hat{\theta}}_\mu}{\gamma_\mu})\tilde{\theta}_\mu + (\Gamma_5\mu + \Gamma_6 - \frac{\dot{\hat{\theta}}_s}{\gamma_s})\tilde{\theta}_s \leq 0 \quad (82)$$

La loi de commande et la loi d'adaptation étant choisies, nous pouvons analyser la stabilité du système ainsi que la convergence des paramètres [AST-89], [FER-96], [ISI-89], [KRS-98]. En utilisant le principe d'invariance de LaSalle [Annexe B], ainsi que lemme de barbalat, [Annexe C], nous permettent de conclure sur la stabilité asymptotique du point d'équilibre, même si \dot{V} est semi définie négative. [LOA-03], [NAI-93], [SLO-91].

La relation (82) devra converger vers zéro. En posant $\dot{\hat{\theta}} = 0$, nous pouvons écrire :

$$(\Gamma_3\mu + \Gamma_4)\tilde{\theta}_i + (\psi_\mu)\tilde{\theta}_\mu + (\Gamma_5\mu + \Gamma_6)\tilde{\theta}_s = 0 \quad (83)$$

D'après les relations (49), (62), (68), on a :

$$\Gamma_3\mu + \Gamma_4 = \frac{e_y}{S.(1 + \hat{\theta}_s.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \left[-S^2.(2 + \hat{\theta}_s.S).(S_0 - S)\mu.y - \theta_k.y^2 - S^4.\hat{\theta}_\mu.y \right] \quad (84)$$

$$\psi_\mu = \frac{e_y}{S.(1 + \hat{\theta}_s.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \left[S^2.(1 + \hat{\theta}_s.S + \hat{\theta}_i.S^2).y \right] \quad (85)$$

$$\Gamma_5\mu + \Gamma_6 = \frac{e_y}{S.(1 + \hat{\theta}_s.S + \hat{\theta}_i.S^2)} \left[-S^2.(1 - \hat{\theta}_i.S^2).(S_0 - S)\mu.y - \theta_k.y^2 - S^3.\hat{\theta}_\mu.y \right] \quad (86)$$

Posons :

$$\lambda_u = ((S_0 - S).\mu.y - \theta_k.y^2) \quad (87)$$

On obtient

$$\begin{bmatrix} S^2 \cdot y + \hat{\theta}_s \cdot S^3 y + \hat{\theta}_i \cdot S^4 y \\ -\lambda_u \cdot S + \lambda_u \cdot S^3 \hat{\theta}_i - \hat{\theta}_\mu \cdot S^3 \cdot y \\ -2 \cdot \lambda_u \cdot S^2 - \lambda_u \cdot S^3 \cdot \hat{\theta}_s - S^4 \cdot y \cdot \hat{\theta}_\mu \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_\mu \\ \tilde{\theta}_s \\ \tilde{\theta}_i \end{bmatrix} = 0 \quad (88)$$

D'où

$$\Phi^T \cdot \tilde{\theta} = 0 \quad (89)$$

Tel que : $\Phi(S, u, y, \hat{\theta})$ est le signal d'information.

Afin de garantir la convergence des paramètres, $\Phi(S, u, y, \hat{\theta})$ doit satisfaire la condition de 'PE' « persistance excitation », [AST-89], [LAZ-01], [NAJ2-82], [SLO-91], [TAD-04].

$${}_t \lim_{\infty} \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} \Phi(S, u, y, \hat{\theta}) \cdot \Phi^T(S, u, y, \hat{\theta}) \cdot d\tau \geq \alpha_1 \cdot I \quad (90)$$

I : matrice identité (3x3)

$$\alpha_1 > 0.$$

Cette condition implique que la relation (90) a une seule solution $\tilde{\theta} = 0$. L'erreur paramétrique étant zéro. C'est à dire qu'il n'existe aucun vecteur orthogonal au vecteur d'information [SLO-91], [TAD-04].

Ainsi, on est sûr que les paramètres $\hat{\theta}$ convergent vers leurs vraies valeurs respectives, et que l'erreur z converge vers zéro.

Dans la conception de la commande extrême adaptative, bien que la stabilité et la convergence soient garanties pour n'importe quel γ positif, la performance de la commande dépendra essentiellement du gain d'adaptation γ . Si le gain est choisi petit, la convergence des paramètres sera longue. Réciproquement, un grand gain d'adaptation engendra des oscillations aux paramètres. [AST-89], [LAZ-01], [LOA-03], [SLO-91], [WAN2-98].

IV.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons vu qu'un paramètre présente un extremum qui intervient dans l'évolution du système. Sa variation dépend d'une variable d'état.

Notre travail a été divisé en 3 étapes essentielles, afin de synthétiser une loi de commande extrémale.

La première étape était la recherche du point extrémal, plus exactement, l'expression mathématique du S optimal qui garantissait un fonctionnement optimal.

La deuxième étape, était l'introduction d'un observateur non linéaire, afin de prédire partiellement les variables d'état du système. Nous avons ainsi introduit la notion de commande adaptative, pour essayer d'estimer les paramètres inconnus du modèle de Haldane

La troisième étape était de trouver et d'introduire l'algorithme paramétrique, à la commande extrémale. Pour cela un signal d'excitation (signal persistant) est introduit à la commande afin de garantir la convergence des paramètres estimés, en outre la convergence de ' z ' vers zéro.

L'objectif de la commande extrémale adaptative est atteint en offrant aux micro-organismes présents dans la cuve, un milieu favorable (concentration de nutriment bien définie), afin de pouvoir maximiser et favoriser le développement cellulaire.

Des simulations seront effectuées et exposées dans le chapitre cinq, ainsi qu'une analyse complète des résultats obtenus. Une comparaison avec d'autres lois de commande sera introduite afin de voir les avantages qu'elle offre face aux commandes classiques en terme d'efficacité et de productivité.

RESULTAT DE SIMULATION

V.1. INTRODUCTION

Nous avons vu dans le chapitre précédent, comment synthétiser une loi de commande extrémale adaptative appliquée à un bioréacteur de type FED–batch. Ainsi, nous avons réussi à extraire une commande telle que la concentration du substrat du milieu, dans la cuve, est stabilisée à une valeur, afin de garantir un taux de croissance maximale.

Dans ce chapitre, nous allons procéder à des simulations numériques, afin de valider cette loi de commande, son efficacité et ces performances.

Les performances se résument aux niveaux de la production en biomasse, aux niveaux de la consommation en substrat et aux rendements de conversion d'un substrat S en biomasse X (substrat \rightarrow biomasse) appelés aussi rendement de croissance pour des instants bien définis.

Cependant, afin de voir l'efficacité de cette commande, nous allons effectuer plusieurs simulations :

1- en n'appliquant aucune commande sur le système, ainsi le bioréacteur se comportera comme un BATCH.

2- en appliquant une commande classique par retour d'état.

Ces différentes simulations nous serviront à titre de comparaison pour la commande extrémale.

Pour finir, nous verrons l'influence des différentes perturbations causées par des capteurs (capteur de Co₂, capteur de concentration du substrat) sur le rendement de croissance de la biomasse, et sur les différentes variables d'état du système.

V.2. RESULTAT DE SIMULATION

V.2.1 FONCTIONNEMENT BATCH

En prenant le modèle de FED-BATCH, tout en coupant l'alimentation du substrat ($u=0$), le système est équivalent au mode BATCH. Ainsi le système est laissé libre, [Annexe D].

V.2.1.a. CONDITION DE SIMULATION

Tout le long de la simulation, paramètres et conditions initiales sont données :

$V_{max} = 10 \text{ l}$: volume de la cuve, qui correspond au volume maximale théorique du bioréacteur

$k_1 = 0.4, k_2 = 1$: coefficients propres au bioréacteur.

Paramètres du modèle de HALDANE

$\mu_0 = 0.53 \text{ h}^{-1}$: taux de croissance

$K_s = 1.2 \text{ g/l}$: paramètre de saturation

$K_i = 0.22 \text{ g/l}$: paramètre d'inhibition.

Concentrations initiales dans la cuve.

$X(0) = 7.2 \text{ g/l}$: Concentration de la biomasse initiale.

$S(0) = 2 \text{ g/l}$: Concentration initiale du substrat.

$V(0) = 0.031 \text{ l}$: volume initial du bioréacteur.

V.2.1. b RESULTAT DE SIMULATION

Dans ce mode de fonctionnement, le taux de dilution u est toujours nul. Aucun nutriment n'est apporté à la cuve durant la réaction. Figure (1.a)

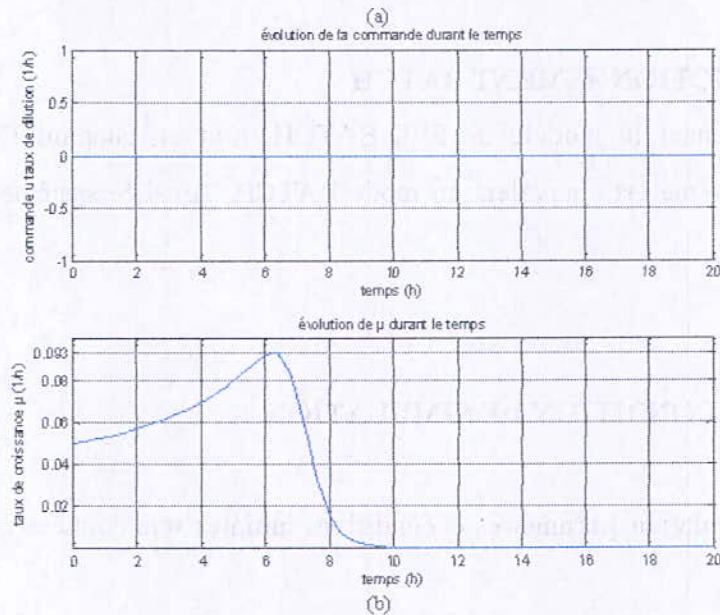


Figure (1) : évolution de taux de croissance μ

D'après l'allure de la courbe figure (1.b), l'évolution du taux de croissance μ suit une fonction non-linéaire décrit par le modèle de HALDANE, et possède bien un extremum $\mu_{MAX}=0.093(h^{-1})$ à $t=6h$.

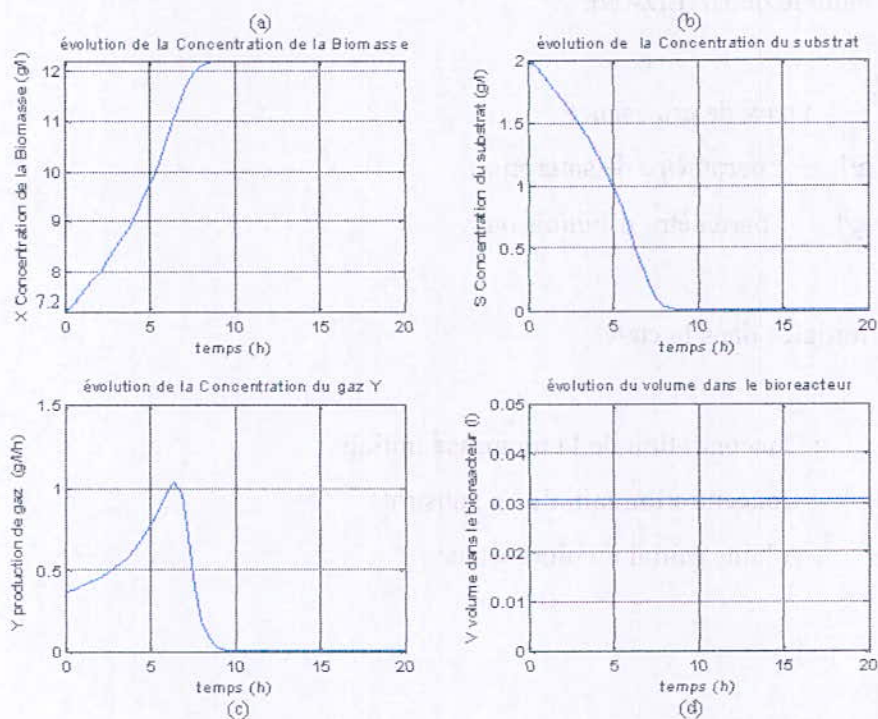


Figure (2) : évolution des différentes variables d'état.

L'évolution de la concentration de la biomasse (X) est en relation non seulement avec l'évolution de la concentration du substrat (S) dans la cuve, figure (2.a), mais aussi avec le taux de croissance microbienne μ , figure (1.b).

Ainsi, à $t \in [0, 6]$, l'évolution croissante μ a favorisé, accéléré le développement des cellules « biomasse » et la consommation du substrat, cela se voit par la quantité de gaz Co_2 échappée. Figure (2.c), figure (4.c).

Cependant, dès que 't' dépasse les six heures, on note nettement, un ralentissement de la production de la biomasse, causé par une diminution du taux de croissance.

A partir de 10h, il n'y a plus de substrat à consommer dans le réacteur figure (2.b), et la réaction s'achève par une stabilisation de la concentration de la biomasse $X_f = 12.2 \text{ g/l}$ dans la cuve figure (2.a).

Il est clair que le volume dans la cuve reste constant, car, rien n'a été ajouté ni perdu pendant le processus de fermentation. Figure (2.d).

La concentration en biomasse augmente au fur et à mesure que la concentration du substrat diminue. Ainsi dès que le substrat est totalement consommé à 100% figure (3.b), la production en biomasse s'arrête à 70%. Figure (3.a)

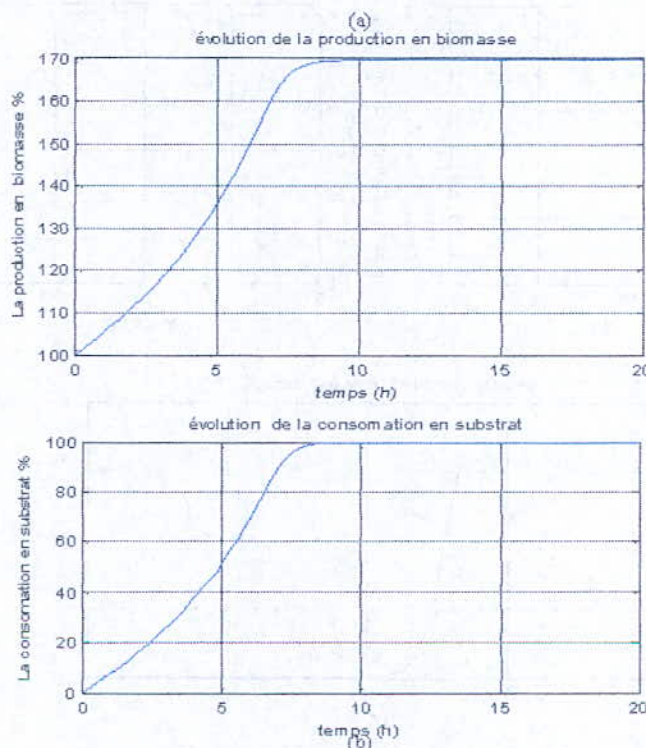


Figure (3) : taux de production et de consommation.

Les processus biologiques sont réputés pour leurs lenteurs. On voit clairement d'après la figure (2), à titre d'exemple, que ce processus a déjà consommé 50% de matière première (substrat) durant les premières cinq heures, et nous avons bénéficié d'une augmentation de 36% de biomasse

Nous définissons, P« productivité », par le rapport de la quantité de biomasse formé pendant une période ' t_f ' sur la quantité de biomasse initiale. Il se calcule à partir de l'équation (1) :

$$P = \frac{x(t_f)}{x(t_0)} \quad (1)$$

t_f : temps final.

P s'exprime en « quantité de X formé par quantité de biomasse initiale dans le bioréacteur ».

(Par exemple en g de biomasse finale par g de biomasse initiale.)

La figure (4) représente l'évolution des quantités en substrat et en biomasse exprimé en gramme. Ceci nous permettra de déterminer P à la fin de la réaction.

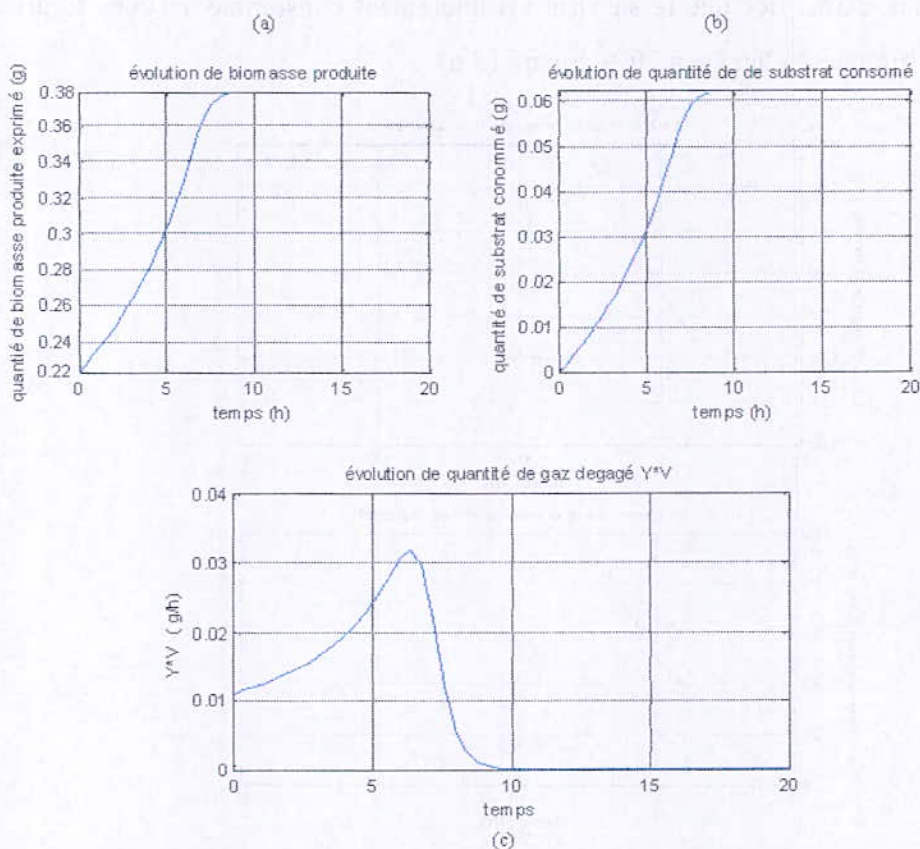


Figure (4) : évolution de la quantité biomasse, substrat et gaz exprimé en gramme

En consommant 0.063 g de substrat, on aura en retour, à la fin de la réaction, une quantité de biomasse qui correspond 0.38g dans la cuve. Figure (4.a), (4.b)

La productivité à $t = 20\text{h}$ est de

$$P = \frac{0.38}{0.22} = 1.72$$

Ainsi, ce mode de fonctionnement type BATCH, nous permet d'obtenir une quantité de biomasse 0.38g à partir de 0.063g de substrat initialement implantés dans la cuve ,dont la productivité est de 1.72.

V.2.2 FONCTIONNEMENT EN FED BATCH AVEC UNE COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT.

Cette technique consiste à mesurer la quantité de gaz dégagé y et la concentration du substrat initiale dans la cuve, afin de construire une commande telle que la concentration initiale S_0 soit toujours constante.

Maintenir cette concentration constante revient à poser $\frac{dS}{dt} = 0$. Ainsi en prenant les équations dynamiques du bioréacteur on a :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \mu \cdot X - u \cdot X \\ \frac{dS}{dt} = -k_1 \cdot \mu \cdot X + u \cdot (S_0 - S) \\ y = k_2 \cdot \mu \cdot X \\ \frac{dV}{dt} = u \cdot V \end{cases} \quad (2)$$

Où

X : concentration de la biomasse (g/l)

S : concentration du substrat (g/l)

S_0 : concentration de substrat ajoutée au bioréacteur. (g/l)

u : taux de dilution (h^{-1})

μ : taux de croissance microbienne (h^{-1})

y : taux de production du gaz (g/l/h)

V : volume dans le bioréacteur (l)

k_1, k_2 : coefficients positifs constants.

On aura :

$$u = \frac{\theta_k}{(S_0 - S)} \cdot y \quad (3)$$

Avec

$$\theta_k = \frac{k_1}{k_2} \quad (4)$$

Cette loi de commande, permet de garder la concentration du substrat dans la cuve constante égale à $S(0)$ initial. [Annexe D]

V.2.2.a. CONDITION DE SIMULATION

Tout le long de la simulation, paramètres et conditions initiales sont les mêmes que dans l'essai précédent.

$V_{max} = 10 \text{ l}$: volume de la cuve, qui correspond au volume maximale théorique du bioréacteur.

$S_0 = S_{in} = 20 \text{ g/l}$: Concentration du substrat initiale constante à l'entrée du bioréacteur.

$k_1 = 0.4, k_2 = 1$: Coefficients propres au bioréacteur.

Paramètres du modèle de HALDANE

$\mu_0 = 0.53 \text{ h}^{-1}$: taux de croissance

$K_s = 1.2 \text{ g/l}$: paramètre de saturation

$K_i = 0.22 \text{ g/l}$: paramètre d'inhibition.

Concentrations initiales dans la cuve.

$X(0) = 7.2 \text{ g/l}$: Concentration de la biomasse initial.

$S(0) = 2 \text{ g/l}$: Concentration initiale du substrat.

$V(0) = 0.031 \text{ l}$: volume initial du bioréacteur.

V.2.2.b RESULTAT DE SIMULATION

La figure (5), représente l'évolution de la commande u (5.a), ainsi que l'évolution de taux de croissance durant le temps (5.b).

Ce taux de croissance μ est maintenu constant égal à 0.049 h^{-1} , en raison de la concentration du substrat initiale du milieu qui est elle-même maintenue fixe grâce à la commande.

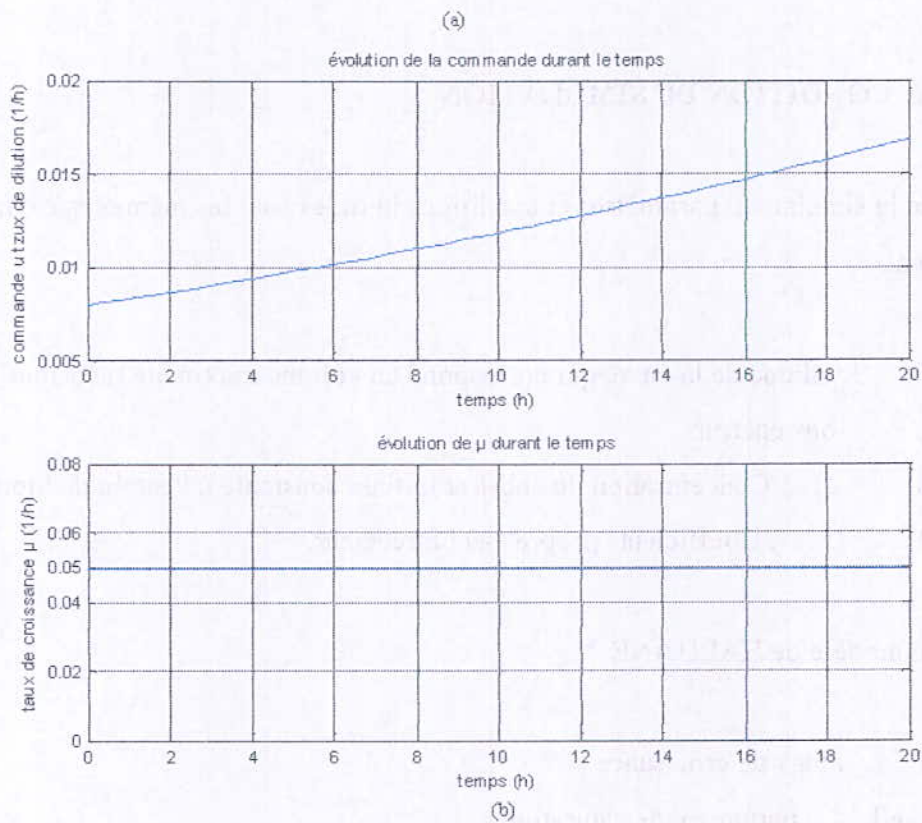


Figure (5) : évolution de u et du taux de croissance μ

La concentration de la biomasse augmente au fur et à mesure que le débit de l'alimentation en substrat augmente figure(6.a), on voit qu'après 10 h de fonctionnement non-stop, la commande est toujours active figure(5.a).

Cependant, arrivée à $t=10$ h, la concentration en biomasse atteint les 10.7 g/l qui correspondent à une augmentation de 48.8 % figure (6.a), (7.c). Contrairement au mode batch où la production était de 12.2 g/l correspondant à une production de 64.9% figure (3.a). On voit clairement que le développement de cellule est lent.

Malgré cet inconvénient, la production en biomasse ne s'arrête pas ; à $t=20$ h on aura alors 15.2 g/l d'où une production de 110% par rapport à l'état initial figure (7.c). La quantité de gaz dégagé est proportionnelle à la quantité de biomasse produite.

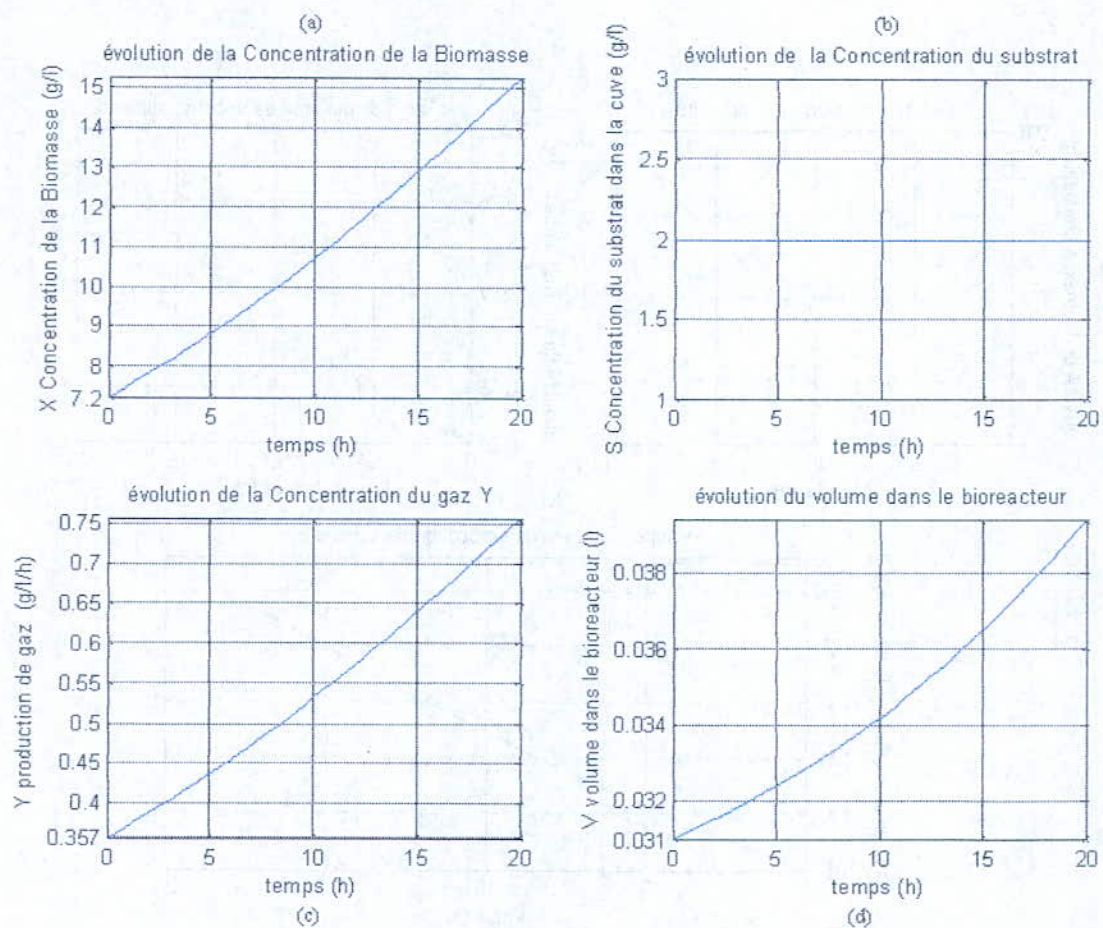


Figure (6) : évolution des différentes variables d'état.

L'augmentation du volume est en relation directe avec l'évolution de taux de dilution u , car à chaque instant on introduit une concentration de substrat S_{in} exprimée en (g/l), figure (6.d)

Ainsi, la production de la biomasse est directement liée à la quantité de substrat alimenté, et non pas à la quantité de substrat initiale dans la cuve figure (6.b), (7.b). Cette quantité initiale permet de fixer uniquement le taux de croissance.

Cependant, on a une contrainte majeure qui est le volume maximal du bioréacteur. Ainsi, La croissance en biomasse ne peut pas augmenter indéfiniment, car elle est liée indirectement au volume.

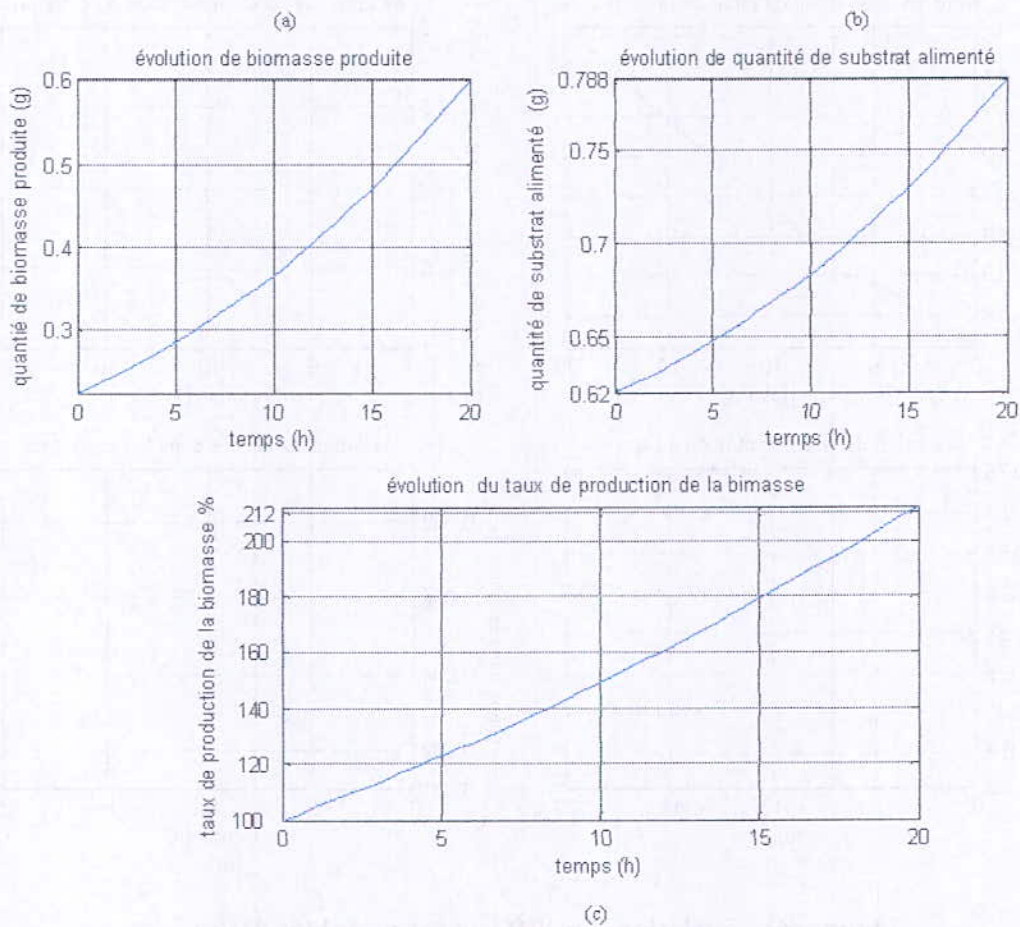


Figure (7) : évolution de la quantité biomasse, substrat en gramme et l'évolution de la production en biomasse.

Dans les figures (7.a), (7.b), nous avons représenté les quantités respectives biomasse produite, substrat consommé exprimé en gramme, afin de pouvoir comparer les différents résultats des différentes simulations à des instants ' t ' finis.

À $t=20$ h, avec une quantité de substrat consommé de 0.78 correspond 0.60g de biomasse produite, il est très intéressant de déterminer la productivité P, afin de comparer ce résultat avec l'essai précédent.

La productivité P , précédemment défini, à $t=20h$ est de

$$P = \frac{x(t_f)}{x(t_0)}$$

Où

$x(t_f)$ quantité de biomasse finale en gramme

$x(t_0)$ quantité de biomasse initiale en gramme

Ainsi :

$$P = \frac{0.60}{0.22} = 2.72$$

On voit que, la productivité du type FED BATCH avec la commande retour d'état est légèrement supérieure à celui du type BATCH. Ainsi on optera pour cette stratégie de commande pour une production meilleure.

Cependant, si on veut produire des petites quantités en biomasse, on choisira le second mode « BATCH », en raison de sa simplicité à la réalisation et sa rapidité d'exécution.

V.2.3 FONCTIONNEMENT EN FED BATCH AVEC LA COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE.

V.2.3. a CONDITION DE SIMULATION

Les conditions initiales de simulation sont les mêmes que celles des expériences précédentes.

| | |
|---------------------------------|--|
| $V_{max} = 10 \text{ l}$ | : volume de la cuve, qui correspond au volume maximale théorique du bioréacteur. |
| $S_0 = S_{in} = 20 \text{ g/l}$ | : Concentration du substrat initiale constante à l'entrée du bioréacteur. |
| $k_1 = 0.4, k_2 = 1$ | : Coefficients propres au bioréacteur. |

Paramètres du modèle de HALDANE

| | |
|-------------------------------|---------------------------|
| $\mu_0 = 0.53 \text{ h}^{-1}$ | : taux de croissance |
| $K_s = 1.2 \text{ g/l}$ | : paramètre de saturation |
| $K_i = 0.22 \text{ g/l}$ | : paramètre d'inhibition. |

Concentrations initiales dans la cuve.

| | |
|--------------------------|---|
| $X(0) = 7.2 \text{ g/l}$ | : Concentration de la biomasse initial. |
| $S(0) = 2 \text{ g/l}$ | : Concentration initiale du substrat. |
| $V(0) = 0.031 \text{ l}$ | : volume initial du bioréacteur. |

En plus des conditions initiales des paramètres de l'observateur.

| |
|-------------|
| $k_d = 0.9$ |
| $k_z = 5$ |
| $k_y = 10$ |

Initialisation des signaux interne et externe.

| | |
|-----------|-----------------|
| $d_0 = 1$ | signal interne. |
| $a_0 = 1$ | signal externe. |

Initialisation des paramètres initiaux de l'observateur et de ses estimés

$$\hat{y}(0)=0.5 \text{ g/l}$$

$$\hat{\theta}_i=3.33$$

$$\hat{\theta}_\mu=0.1$$

$$\hat{\theta}_s=1$$

Qui correspondent à ($\hat{K}_i = 0.03, \hat{\mu}_0 = 10, \hat{K}_s = 10$).

Gain d'adaptation paramétrique.

$$\gamma_\mu=52.5$$

$$\gamma_s=466.$$

$$\gamma_i=145.$$

V.2.3.b RESULTAT DE SIMULATION

La stratégie de la commande consiste ainsi, à maximiser le taux de croissance microbienne durant tout le temps de la réaction figure (8.b). Elle aussi permet la stabilisation de la concentration du substrat dans le réacteur à savoir $S^* = \frac{1}{\sqrt{\theta_i}}$.

Dans notre cas $S^*=0.515 \text{ g/l}$. figure (9.b)

Le but est de délivrer une quantité de substrat avec un débit bien défini, afin de réguler la concentration de substrat du milieu à la valeur S^* . Figure (8.a) (9.b). [Annexe D]

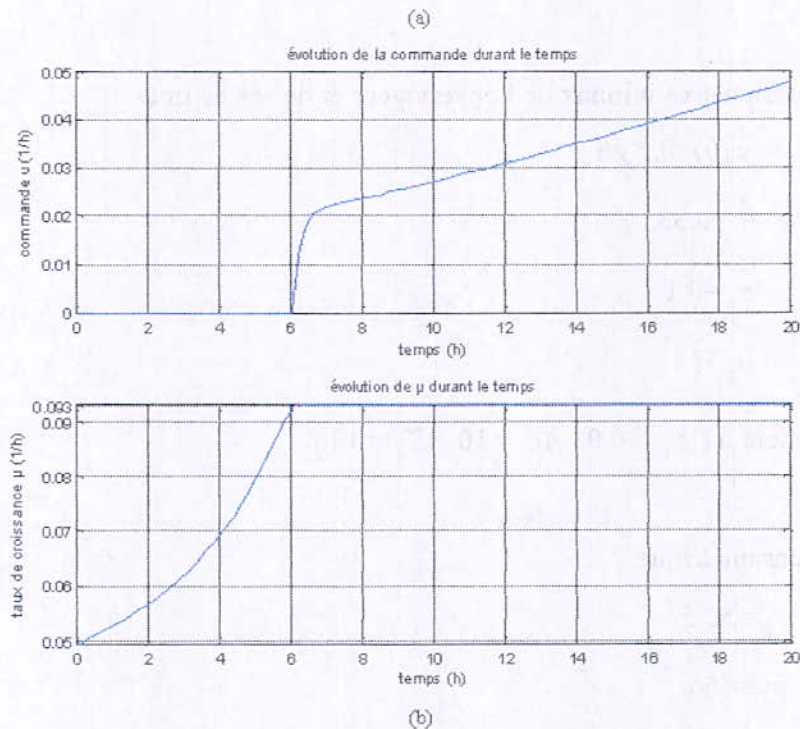


Figure (8) : évolution de u et du taux de croissance μ

Cependant la connaissance du paramètre θ_1 , n'est pas évidente. Ainsi, nous sommes amenés à essayer de l'estimer grâce à un observateur adéquat. Ce dernier requiert alors des mesures à chaque instant, de la concentration en gaz dégagé 'y' et de la concentration du substrat du milieu (cuve). Figure (9.c), (9.b).

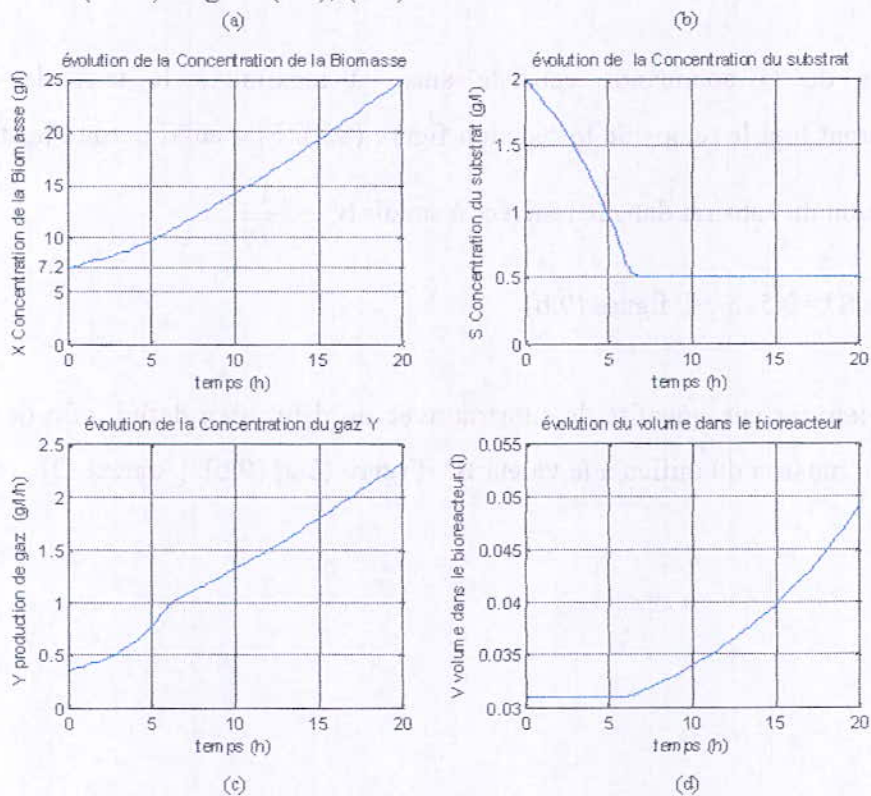


Figure (9) : évolution des différentes variables d'état.

Nous avons élaboré un algorithme d'adaptation paramétrique afin d'estimer nos paramètres $[\hat{\theta}_\mu, \hat{\theta}_S, \hat{\theta}_i]$, figure (11), en nous basant sur l'erreur de prédiction de y , malgré la mesure de cette dernière. Figure (10.a), (10.c).

En premier lieu, le paramètre ' k_y ' est choisi afin de garantir la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro plus rapidement, ainsi qu'une bonne estimation de y . figure (10.a).

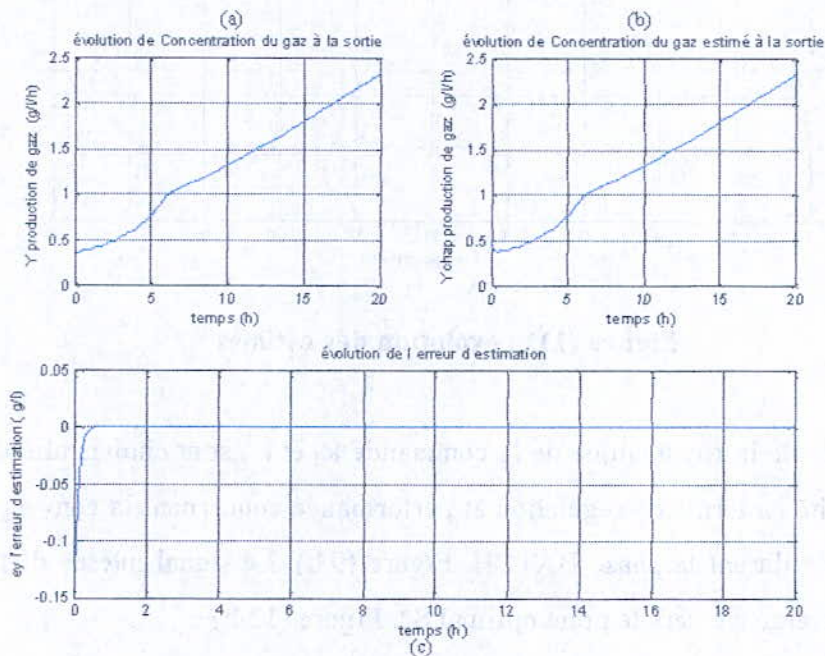


Figure (10) : évolution de y , \hat{y} et e_y

Les paramètres $\gamma_\mu, \gamma_S, \gamma_i$ sont accordés durant la phase batch, et garantissent la convergence paramétrique vers leurs valeurs réelles respectives. Figure (11).

La performance de la commande dépend essentiellement du gain d'adaptation γ . Si le gain est choisi petit, la convergence des paramètres sera longue.

Un signal externe à la boucle $a(t)$ est introduit afin d'exciter toute la dynamique du système, et permet une bonne identification des paramètres. Figure (12.a)

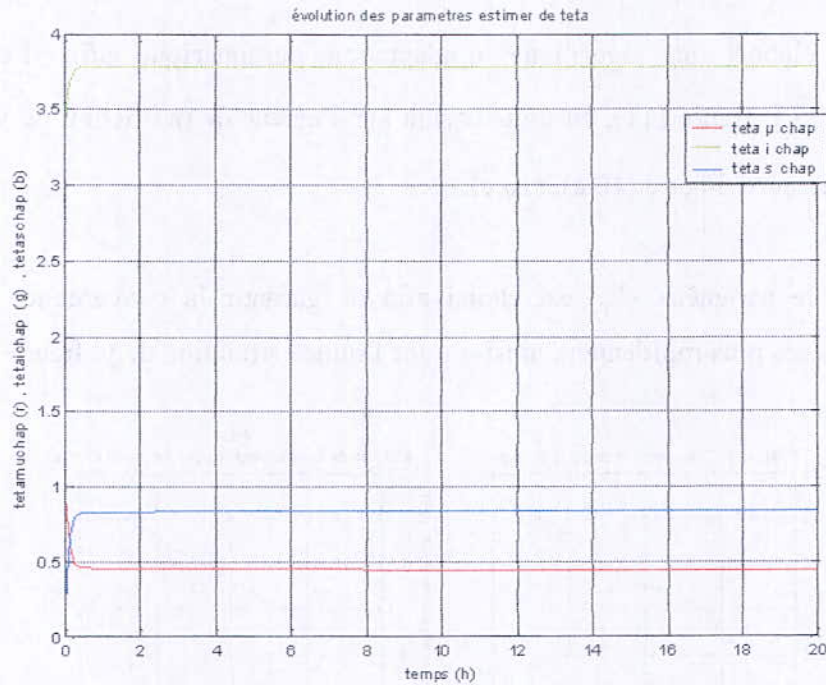


Figure (11) : évolution des estimés

Les paramètres de la cinématique de la commande k_d et k_z , sont choisis afin de bénéficier d'une bonne qualité en terme de régulation et performance concernant la convergence vers le point extremum S^* durant la phase BATCH. Figure (9.b). Le signal interne $d(t)$, généré par $a(t)$, assure la convergence vers le point optimal S^* . Figure (12.b)

(a)

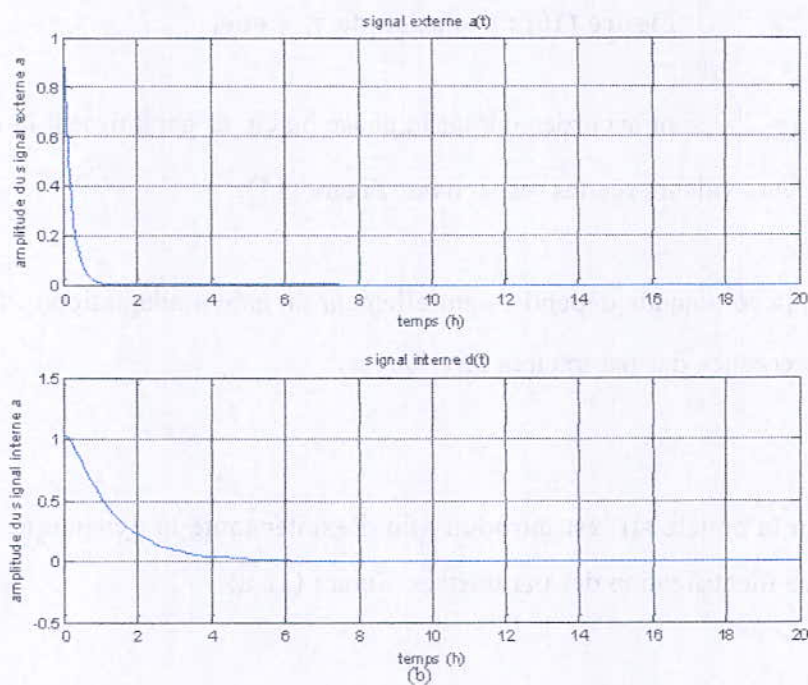


Figure (12) : évolution du signal interne $d(t)$ et externe $a(t)$.

Nos différents résultats de simulation sont résumés dans la figure (13)

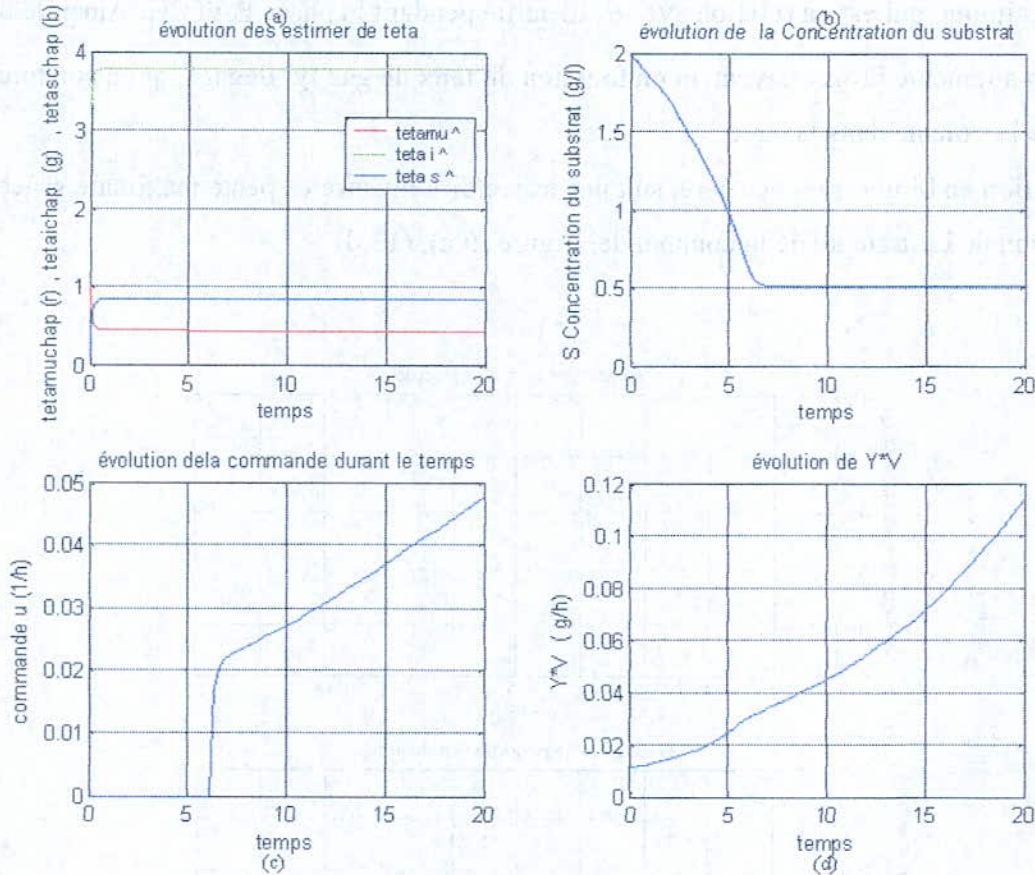


Figure (13) : résultat de simulation.

Nous voyons d'après la figure (13.a), la rapidité de convergence des paramètres estimés vers leur valeur exacte durant la phase BATCH.

Le ' u ' est maintenu très longtemps à la valeur zéro 'alimentation nulle' figure (13.c). La raison est que le niveau de concentration du substrat dans la cuve est très important par rapport à sa valeur optimale. Ainsi il n'est pas nécessaire d'ajouter du substrat, tant que $S > S^*$. On dira que le bioréacteur est en mode BATCH.

Cependant, dès que la concentration du milieu s'approche de la valeur extremum S^* , la commande est ainsi activée figure (13.b), (13.c).

C'est-à-dire que, l'alimentation en substrat S_{in} sera activée dès que la concentration du milieu atteint l'optimum, qui est en relation avec $\hat{\theta}_i$ identifié pendant la phase BATCH. Ainsi, le taux de dilution augmente progressivement en fonction du taux de gaz 'y' dégagé, qui à son tour fait croître le volume dans la cuve.

La production en biomasse s'accélère, suit une trajectoire linéaire de pente maximale grâce à l'application de la stratégie de la commande. Figure (9.a), (13.d)

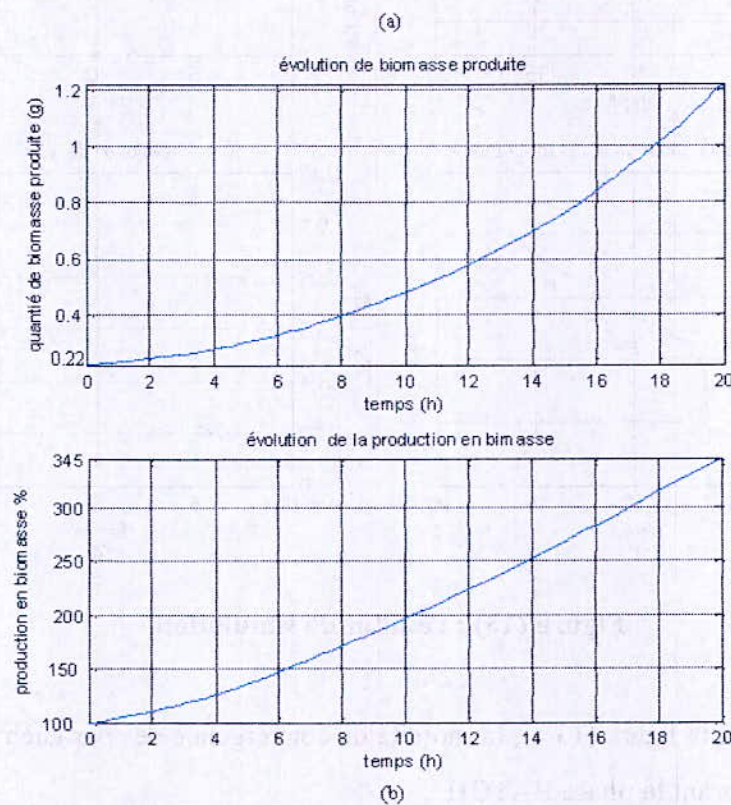


Figure (14) : évolution de la quantité biomasse en gramme, et l'évolution de la production en biomasse.

Comme le montre la figure (14), durant les premières six heures, le système se comporte en mode BATCH, Après les six heures, le système change, devient en mode FED BATCH. La production en biomasse est alors en fonction de l'alimentation en substrat S_{in} , telle que la concentration dans le milieu reste toujours constante à sa valeur optimale figure (9.b).

L'augmentation de la production en biomasse atteint à $t = 20$ h près de 245% par rapport à la biomasse initiale. Figure (14.b).

La productivité P , précédemment définie, à $t=20h$ est de

$$P = \frac{x(t_f)}{x(t_0)}$$

Où

$x(t_f)$ quantité de biomasse finale en gramme

$x(t_0)$ quantité de biomasse initiale en gramme

Ainsi :

$$P = \frac{1.22}{0.22} = 5.54$$

Le processus de transformation est beaucoup plus rapide par rapport aux expériences effectuées précédemment, puisque à la fin de la réaction la quantité produite de biomasse est de 245% avec une productivité de 5,54.

V.3 COMPARAISON DES DIFFERENTES SIMULATIONS

| | BATCH | FED BATCH RE | FED BATCH EXTREMALE |
|--|--------|--------------|---------------------|
| Production en biomasse à la fin de la réaction ($t=20h$) | Faible | bonne | Excellente |
| Taux production ($t=20 h$) | 70% | 112% | 245% |
| Temps | Rapide | lent | Très rapide |
| Productivité P à $t_f=20h$ | 1.72 | 2.72 | 5.54 |

Tableau 1 : Tableau de comparaison pour les différentes simulations.

La commande extrémale adaptative présente des avantages multiples par rapport aux commandes classiques (retour d'état), à savoir :

-amélioration du rendement.

-rapidité d'exécution.

-productivité excellent.

V.4. EFFET DES PERTURBATIONS SUR LA COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE

Nous avons synthétisé la commande extrémale adaptative, à partir des mesures partielles des variables d'état du système 's, y' mesurable. Cette mesure ne peut se faire qu'à partir de capteurs bien appropriés. Supposons maintenant, qu'il y ait des perturbations engendrées par des défauts sur ces capteurs ou sur un manque d'isolation « étanchéité » du bioréacteur.

Nous allons ainsi voir l'effet de ces perturbations, sur la commande et leur influence sur le développement des cellules vivantes.

La figure (16) illustre bien ce phénomène. Nous allons ajouter un signal perturbateur du type échelon d'amplitude 0.01 à $t=10$ au capteur 'y' (a). Une fois fait, nous appliquerons un autre signal perturbateur au capteur 'S', de même forme que le premier mais décalé de deux heures (b).

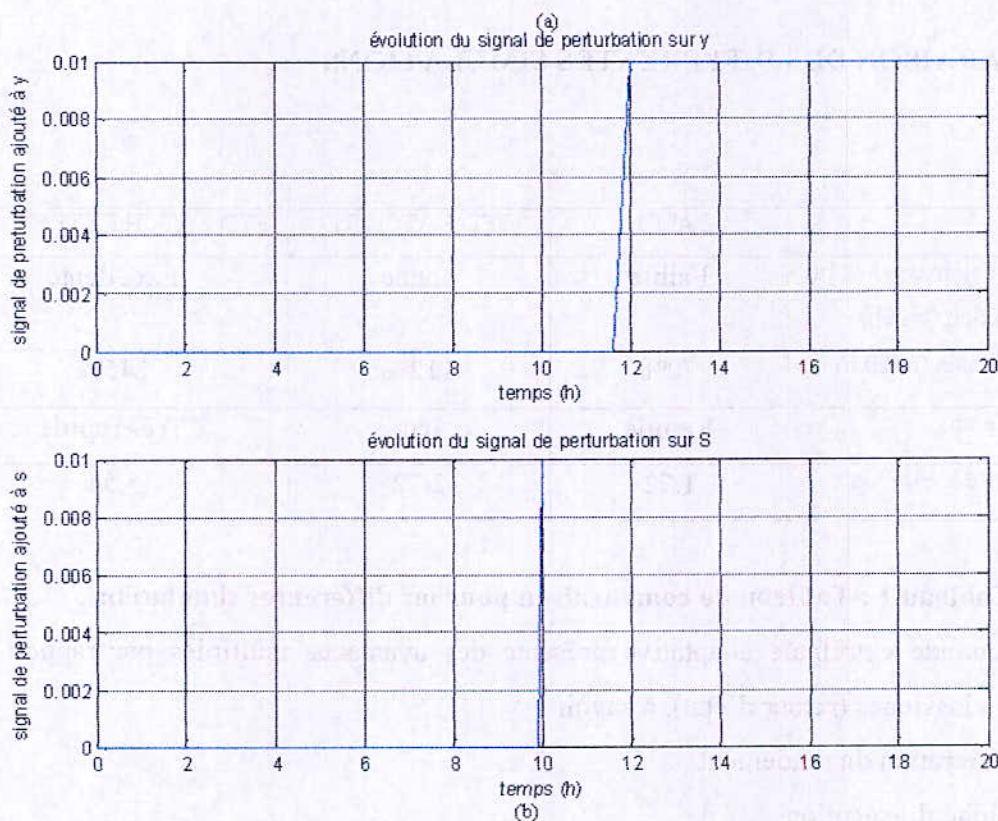


Figure (15) : signaux perturbateur ajouter à S et y

Nous remarquons que, malgré ces perturbations apportées au système, l'évolution du taux de croissance ' μ ' est la même que précédente. Elle converge vers la valeur maximale μ_{MAX} . Figure (16.b). les perturbations n'ont aucun effet sur l'évolution du taux de croissance microbienne.

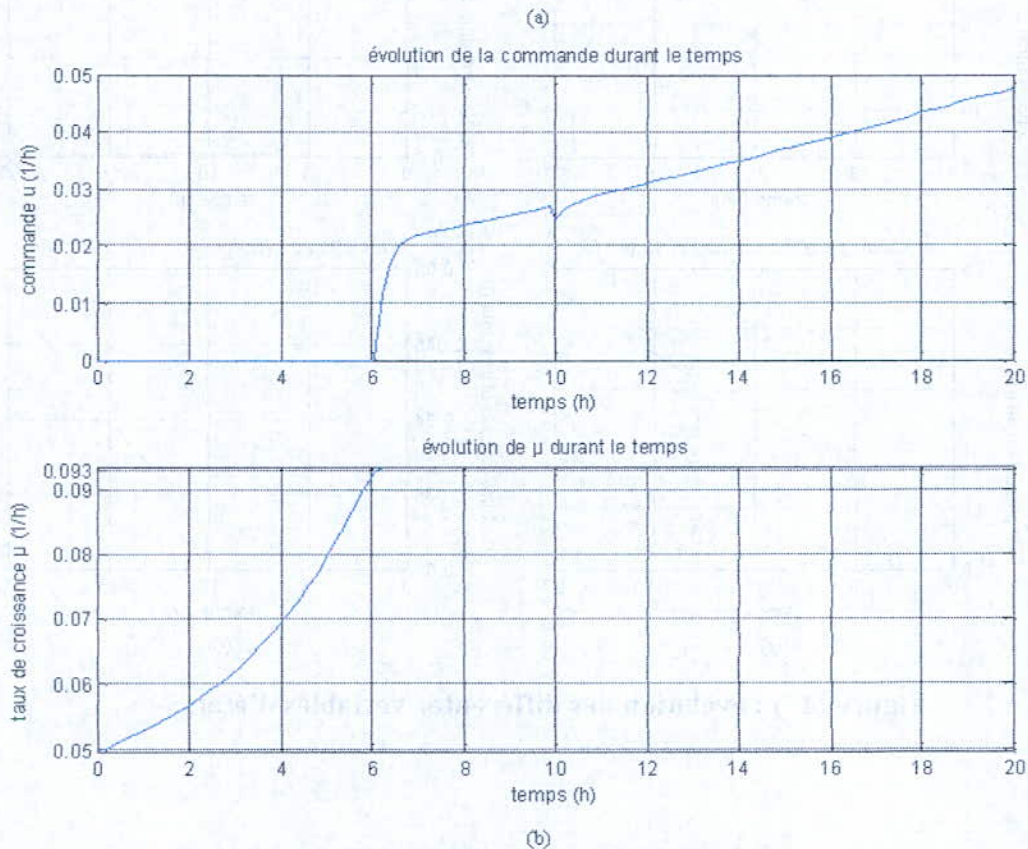


Figure (16) : évolution de u et du taux de croissance μ

Ainsi, la commande fait office de correcteur. À $t=10h$, le taux de dilution ' u ' a diminué légèrement. Ce qui signifie que la quantité de substrat apportée au bioréacteur a été réduite, afin qu'elle ne perturbe pas la concentration du milieu. Figure (16.a). La commande s'adapte aux variations des variables d'état causées par l'effet de perturbation, afin de garantir une performance optimale. Figure (18.a), (18.c).

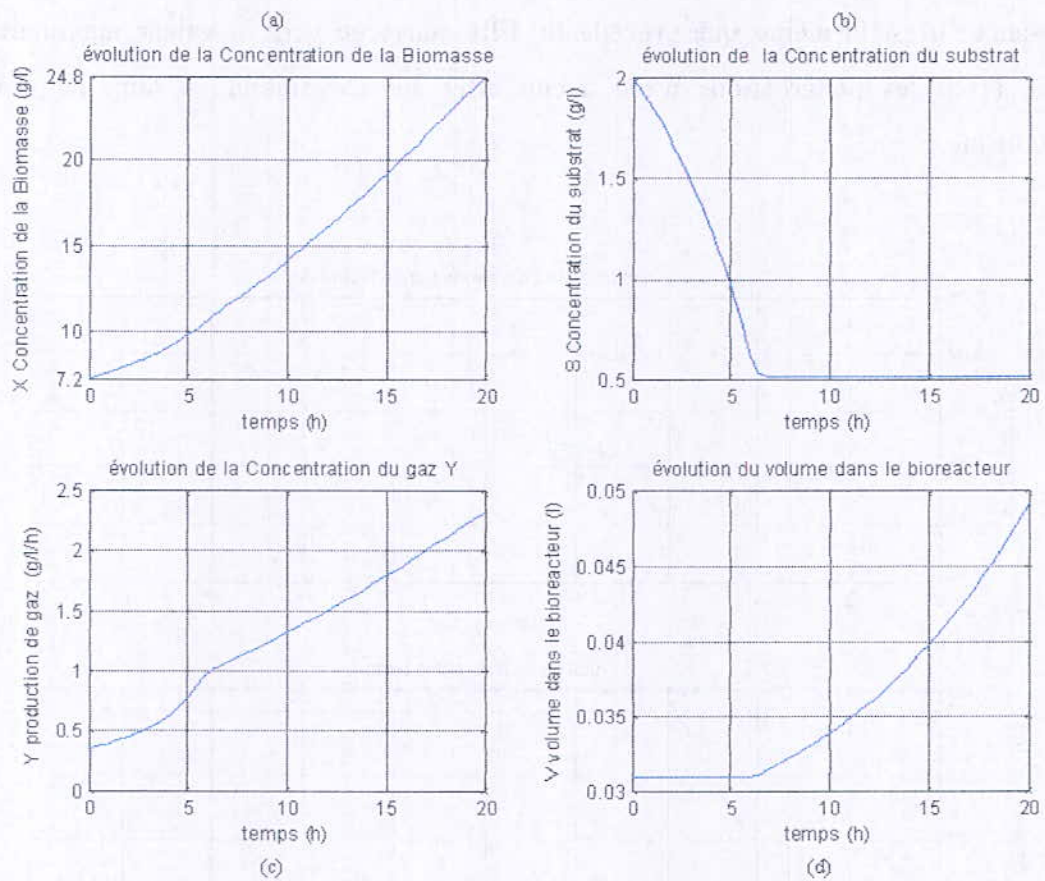


Figure (17) : évolution des différentes variables d'état.

Ainsi la commande réagit très rapidement aux moindres variations, et la concentration du milieu est toujours maintenue à sa valeur optimale. Figure (17.b).

D'après la figure (18.a), (18.b) \hat{y} suit y et non pas y mesurée. Malgré les petites variations apportées sur y , l'erreur de prédiction est sensible et a tendance à revenir à sa valeur zéro très rapidement. Figure (18.c).

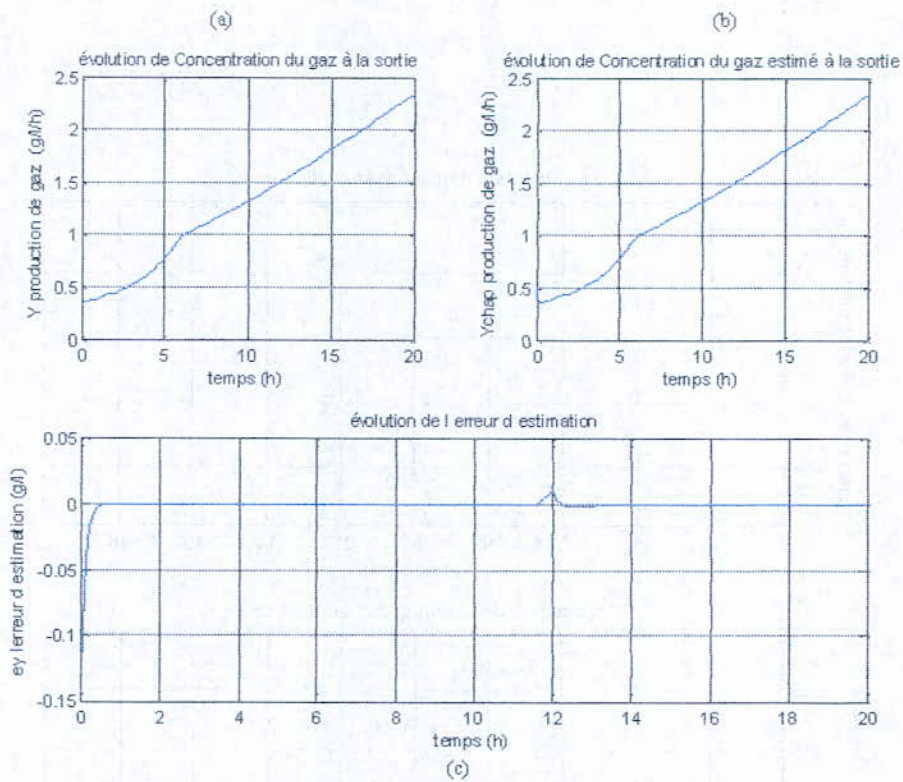


Figure (18) : évolution de y , \hat{y} et e_y

Ainsi les paramètres estimés de $\underline{\theta}$ ne vont en aucun cas diverger. Certes, il y aura des distorsions quasiment négligeables, dues au changement brusque causé par les perturbations. Cependant le paramètre $\hat{\theta}_1$ reste stable et n'a subi aucune variation. Figure (19.a).

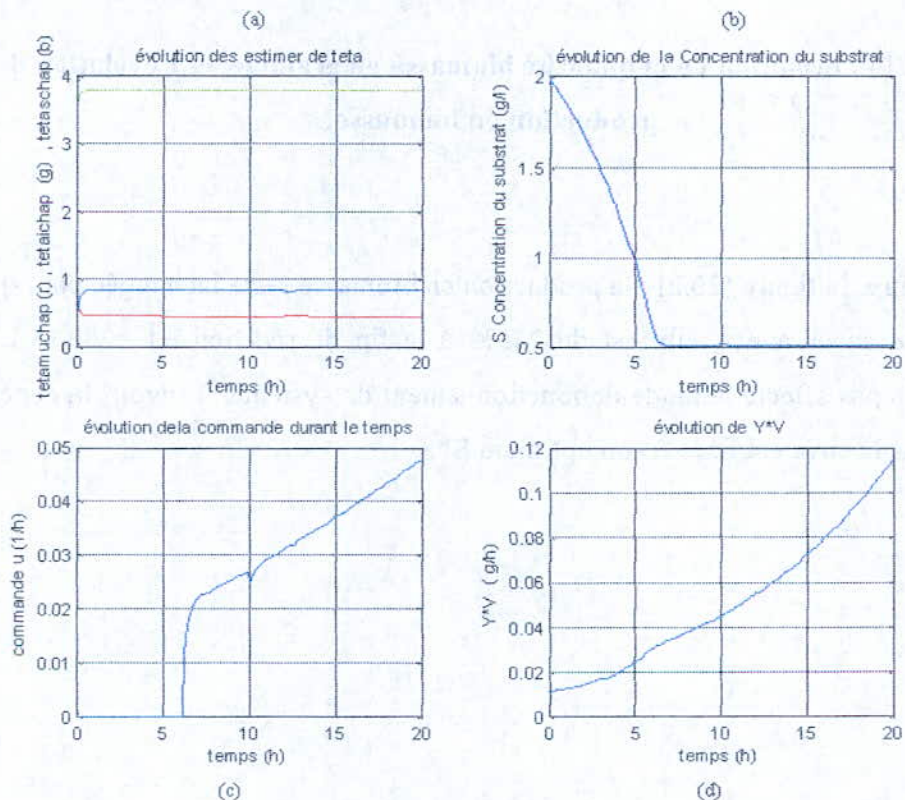


Figure (19) : résultat de simulation.

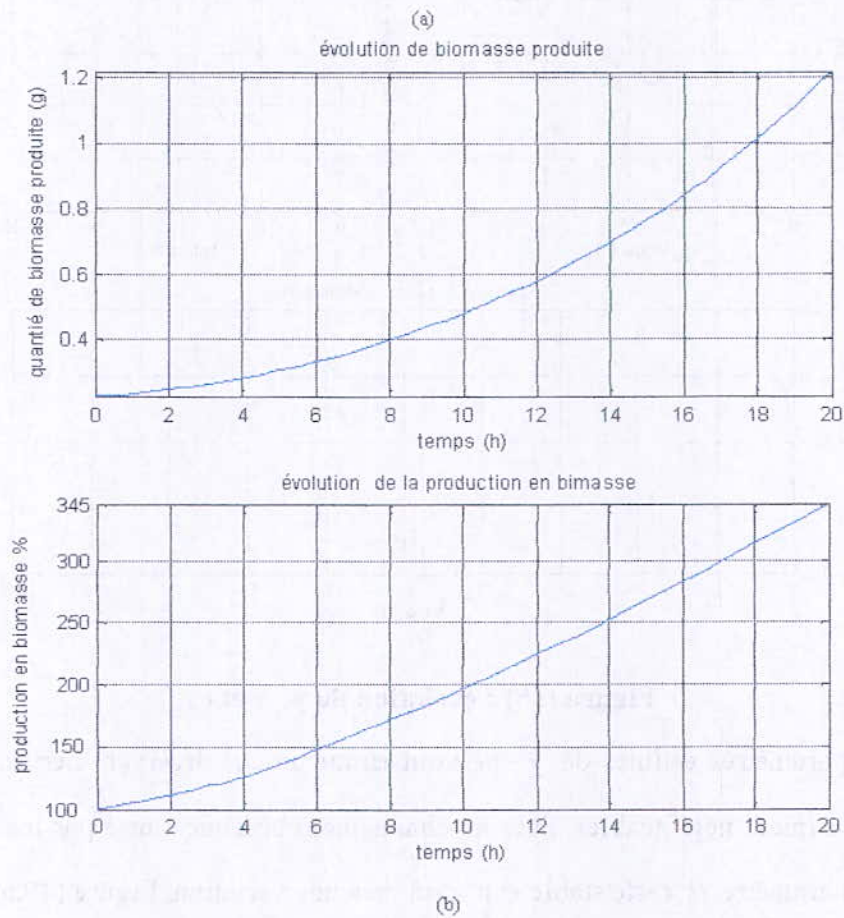


Figure (20) : évolution de la quantité biomasse en gramme, et l'évolution de la production en biomasse.

Comme le montre la figure (20.a) ; la production en biomasse reste inchangée par rapport à la simulation faite au paravent, elle est de 245% à la fin de réaction « $t = 20h$ ». L'effet de perturbation n'a pas affecté le mode de fonctionnement du système, à savoir, la concentration du substrat dans la cuve est fixée à son optimum S^* .

V.5.CONCLUSION

Nous avons vu d'après les différentes simulations effectuées dans ce chapitre, que la commande extrémale adaptative offre de nombreux avantages par rapport aux commandes classiques.

- Une productivité maximale.
- Un gain de temps.
- Un gain en énergie, « La commande n'est pas activée tant que S n'atteint pas le S optimale »
- Une flexibilité, « la commande s'adapte aux différents types de microorganismes suivant les paramètres du modèle de Haldane ».

Cette commande permettra de conduire la concentration de la substance introduite initialement dans le bioréacteur à sa valeur optimale, qui bien entendu inconnue, afin de maximiser le développement de cellules vivantes « Biomasse ».

En plus de ramener le point de fonctionnement vers son extremum, elle est aussi adaptative. Un algorithme d'adaptation paramétrique est introduit afin d'estimer $[\theta_\mu \theta_g \theta_i]$ et un seul paramètre sera injecté à la commande extrémale.

Cependant, le réglage des paramètres en temps réel dans l'ensemble de la durée du processus, est très difficile car il y a une interaction entre eux.

Le choix du gain d'adaptation γ est très essentiel sur la performance de la commande. Ainsi, Si le gain est choisi petit, la convergence des paramètres sera longue. Réciproquement, un grand gain d'adaptation engendra des oscillations aux paramètres.

En clair, le mauvais choix du gain entraînera de mauvais résultats en terme de performance.

CONCLUSION

VI. CONCLUSION GENERALE

Le but de ce travail est d'analyser la stratégie de commande extrémale adaptative en l'appliquant sur un bioréacteur afin de :

- maximiser la production en biomasse
- accélérer la production.
- Améliorer la productivité.

Sachant que ce système est fortement non linéaire à structure variable, pour atteindre ces objectifs, l'identification en ligne constitue un outil de base. Elle permet d'estimer les paramètres du système en temps réel afin d'élaborer la commande.

Un procédé de fermentation consiste à faire croître dans des conditions d'environnement favorable, une population microbienne (biomasse) à partir de la biodégradation d'un substrat carboné (exemple lactose).

Nous nous sommes ainsi intéressés à ce domaine pour de multiples raisons :

- Secteur industriel en pleine croissance (pharmacie, médical, agro-alimentaire)
- Grande variabilité du procédé
- Besoin d'aide à la conduite

La grande diversité de la fermentation, nous a permis de mettre en évidence l'importance d'une bonne modélisation des différents types de processus biologiques, suivant leur mode de fonctionnement. Cette modélisation nécessite d'abord une compréhension de ces phénomènes ainsi que leurs caractéristiques.

Nous avons ainsi résolu le problème de recherche du point extrémal pour un bioréacteur de type FED batch, en appliquant la commande appropriée. Ainsi la concentration du nutriment est ramenée à un point optimal mais inconnu afin de maximiser la production en biomasse.

Le théorème de Lyapunov nous a servi à concevoir la loi de commande extrémale adaptative, ainsi que l'élaboration d'algorithme d'adaptation paramétrique, dans le but d'atteindre nos objectifs.

La commande extrémale adaptative, nous a permis d'obtenir sur l'amélioration des performances. Cette stratégie proposée, a montré d'après les simulations effectuées, que l'optimum peut être atteint en un temps très relativement court.

Les problèmes que nous avons eus pendant notre étude étaient liés surtout au choix du gain d'adaptation γ qui est un facteur essentiel sur la performance de la commande. Ainsi, Si le gain est choisi petit, la convergence des paramètres sera longue. Réciproquement, un grand gain d'adaptation engendrera des oscillations aux paramètres.

En perspective, afin de palier à ce genre de désagréments, nous opterons pour des concepts de commande robuste qui sont plus généraux que ceux de la commande adaptative. En les introduisant dans la commande extrémale, nous assurerons une stabilité du processus face aux variations d'état du système.

D'autres travaux seront possibles, en introduisant ces notions qui présentent l'avantage d'être robustes faces aux perturbations. Ils pourront ainsi affiner la dynamique du bioréacteur en faisant varier ses caractéristiques et en introduisant éventuellement des mesures comme la température et le PH.

ANNEXES

Annexe A

Théorème de Lyapunov

Dans cette méthode, on va chercher une fonction scalaire appelée fonction de Lyapunov, noter $V(x)$ qui est l'image de l'énergie du système et montrer que cette fonction décroît en fonction du temps. La norme du vecteur d'état décroît et tend vers un point d'équilibre.

Théorème 1 :

Soit $v(x)$ fonction à valeur réelle dont l'argument est le vecteur $x \in \mathbb{R}^n$

Alors elle est dite définie positive sur un espace $\Gamma(0) \subset \mathbb{R}^n$ si seulement si :

$$V(x) > 0 \quad \forall x \in \Gamma(0) \quad (1)$$

$$V(x) = 0 \quad x = 0$$

Théorème 2 :

Soit $v(x)$ fonction à valeur réelle dont l'argument est le vecteur $x \in \mathbb{R}^n$

Alors elle est dite définie négative sur un espace $\Gamma(0) \subset \mathbb{R}^n$ si seulement si :

$$V(x) < 0 \quad \forall x \in \Gamma(0) \quad (2)$$

$$V(x) = 0 \quad x = 0$$

Théorème 3 :

Un point d'équilibre $x=0$ est asymptotiquement stable s'il existe une fonction scalaire $V(x)$ dont la dérivée est continue telle que :

$$V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0 \quad (3)$$

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \neq 0$$

Soit le système non linéaire $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$

On cherche une loi de commande $u = \phi(x)$, afin que le système en boucle fermée possède un point d'équilibre asymptotiquement stable. Pour cela, on utilise la fonction de Lyapunov définie positive, et on cherche à déterminer u tel que :

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} [f(x) + g(x)\phi(x)] < 0 \quad (4)$$

Annexe B

Principe d'invariance de La Salle

Le principe d'invariance de la salle permet de conclure sur la stabilité asymptotique du point d'équilibre même si \dot{V} est seulement *semi définie négative* pour les systèmes autonomes « $f(x)$ ».

Théorème :

Considérons le système $\dot{x} = f(x)$ non linéaire et supposons que $x = 0$ est un point d'équilibre

Si une fonction scalaire $V(x)$ satisfait la condition suivante :

$V(x)$ est bornée, définie positive.

$\dot{V}(x)$ est *semi définie négative*.

Alors la trajectoire d'état va converger vers l'ensemble Σ invariant contenu, vérifiant :

$$\dot{V}(x)=0 \quad (1)$$

Ainsi, si la solution de la relation (1), est solution de l'équation $\dot{x} = f(x)$ qui est le point d'équilibre $x=0$, on conclut alors sur la stabilité asymptotique du point d'équilibre.

Annexe C

Le lemme de Barbalat

Pour les systèmes autonomes « $f(x)$ », les théorèmes d'invariance (Lasalle) sont des outils puissants permettant la conclusion sur la *stabilité asymptotique*, même si \dot{V} est seulement semi définie négative. Cependant, ces théorèmes ne sont pas applicables aux systèmes non autonomes « $f(x, t)$ ».

Par conséquent, l'analyse asymptotique de stabilité des systèmes non autonomes est beaucoup plus difficile que celle des systèmes autonomes. Un résultat important, qui remédie à cette situation, est le lemme de Barbalat.

Lemme :

Si la limite de $f(t)$ est finie lorsque t tend vers l'infinie, et si $\dot{f}(t)$ est uniformément continu alors la fonction $\dot{f}(t)$ tend vers 0 lorsque $t \rightarrow \infty$

Une fonction f est dite uniformément continue sur $[0, \infty]$ si :

$$\forall R > 0, \exists \eta(R) > 0, \forall t_1 \geq 0, \forall t \geq 0, |t - t_1| < \eta \Rightarrow |f(t) - f_1(t)| < R \quad (1)$$

Une approche plus simple est d'examiner la dérivée de la fonction $f(t)$. Pour qu'une fonction $f(t)$ soit uniformément continue il faut que sa dérivée soit bornée.

$$\forall(t_1, t), \exists t_2 \in [t, t_1] \quad \text{telque} \quad f(t) - f(t_1) = \dot{f}(t_2) \cdot (t - t_1) \quad (2)$$

Le lemme de Barbalat peut être énoncé comme suit :

Si $f(t)$ fonction, tel que sa limite quand $t \rightarrow \infty$ est finie, ainsi que \dot{f} existe est bornée, alors \dot{f} tend vers zéro quand $t \rightarrow \infty$

Le lemme de Barbalat peut s'employer dans l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques en utilisant la fonction de Lyapunov :

Si une fonction scalaire $V(x, t)$ satisfait la condition suivante :

$V(x, t)$ est bornée.

$\dot{V}(x, t)$ est semi définie négative.

$\dot{V}(x, t)$ est uniformément continue.

Alors $\dot{V}(x, t) \rightarrow 0$, quand $t \rightarrow \infty$

Annexe D

1. SCHEMA INSTALLATION D'UN BIOREACTEUR TYPE BATCH.

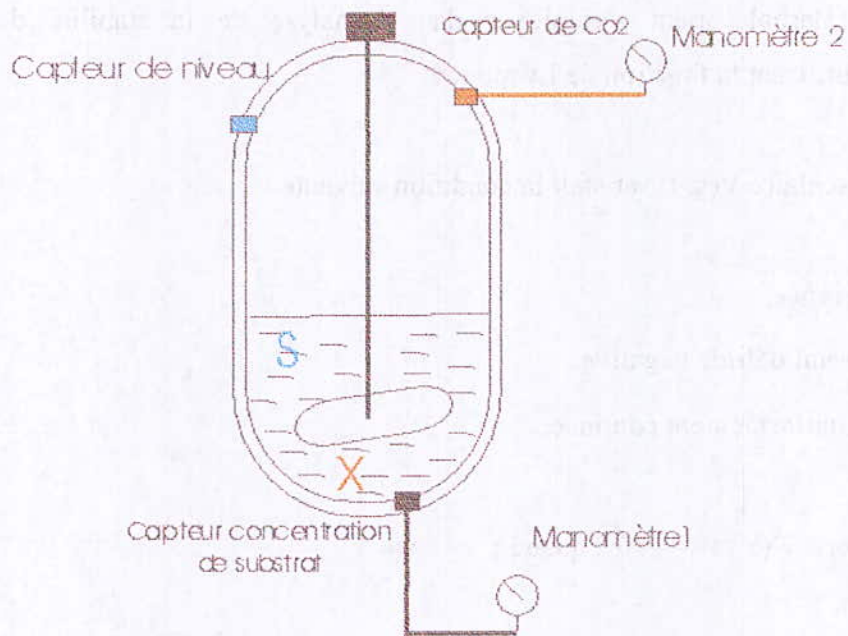


Figure (1) : principe du montage du bioréacteur type BATCH.

Toutes les variables externes susceptibles d'influencer sur le comportement du système sont régularisées à l'aide d'un régulateur PID.

La température, $T=25^{\circ}$.

Le PH =7

La pression $P=1\text{ATM}$

La vitesse de l'agitateur $n=20\text{tour /min.}$

Aucune commande n'est apportée au système, le bioréacteur a étéensemencé d'une quantité de substrat $s_0 = 2\text{ g/l}$, et une concentration en biomasse de 7.2 g/l . Le système est fermé hermétiquement tout le long de la réaction.

2. COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT DU BIOREACTEUR TYPE FED BATCH

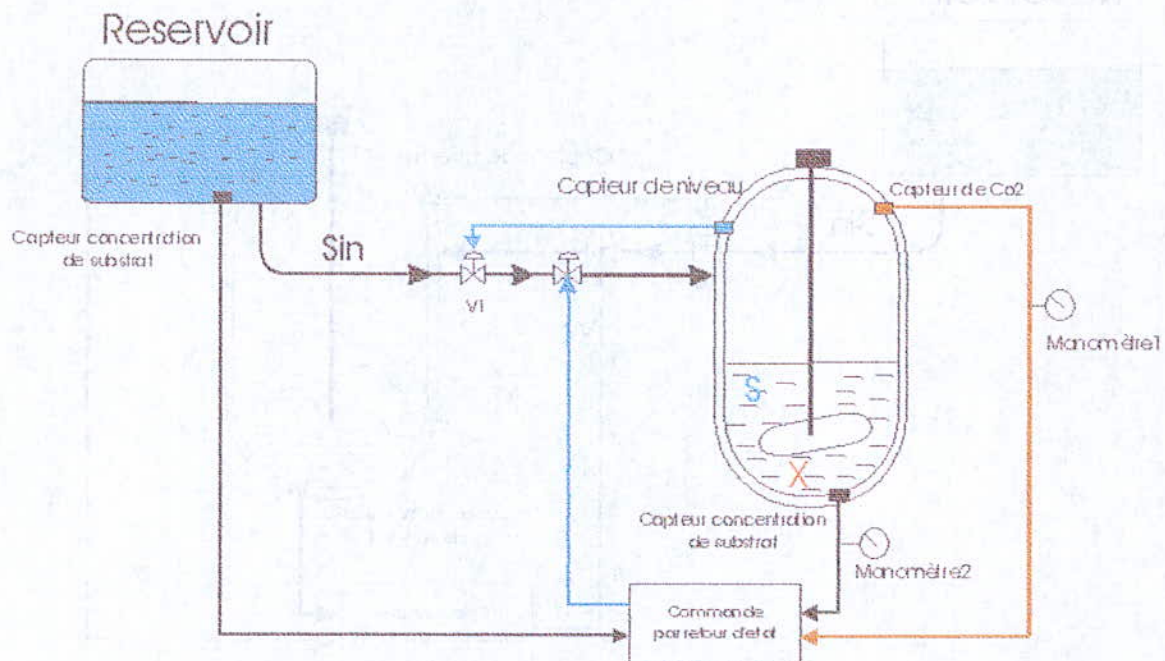


Figure (2) : schéma de principe d'installation d'un bioréacteur.

V1 : vanne d'arrêt d'urgence.

V2 : vanne de commande.

Toutes les variables externes susceptibles d'influencer sur le comportement du système sont régularisées à l'aide d'un régulateur PID.

La température, $T=25^{\circ}$.

Le PH =7

La pression $P=1\text{ATM}$

La vitesse de l'agitateur $n=20\text{tour /min.}$

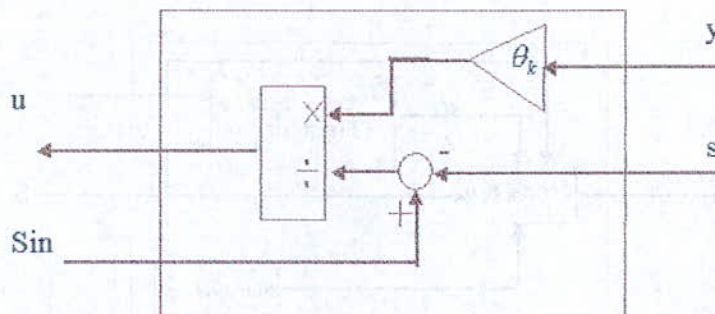


Figure (2) : schéma bloc de la commande par retour d'état.

3. COMMANDE EXTREMALE ADAPTATIVE APPLIQUE AU BIOREACTEUR FED BATCH

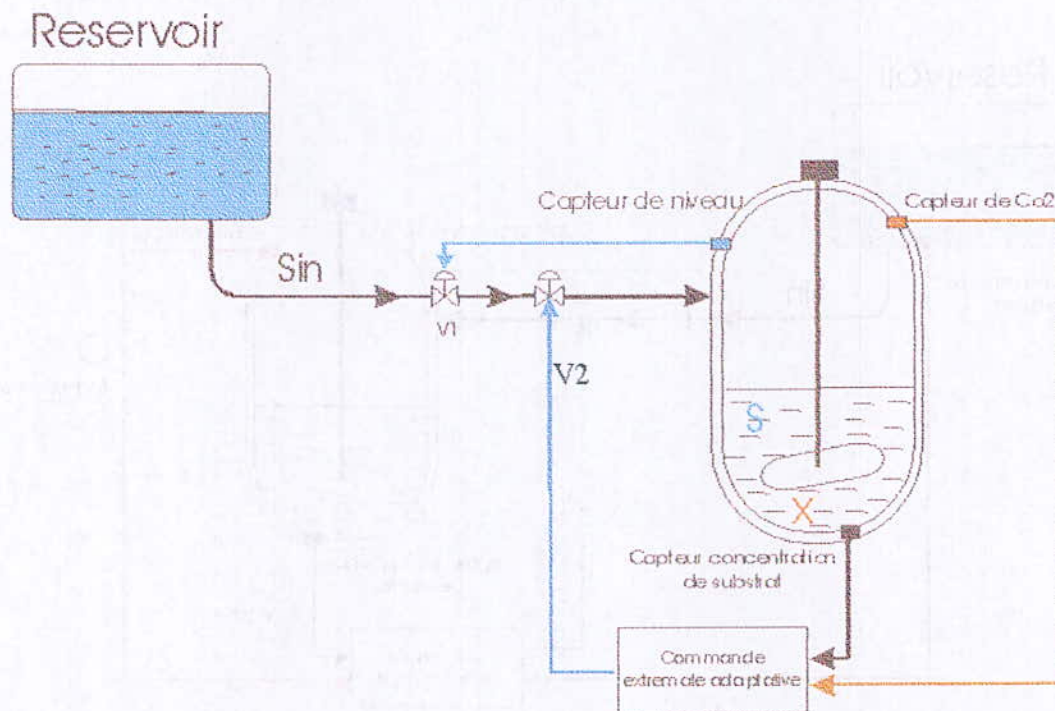


Figure (3) : schéma de principe d'installation d'un bioréacteur.

V1 : vanne d'arrêt d'urgence.

V2 : vanne de commande.

Toutes les variables externes susceptibles d'influencer sur le comportement du système sont régularisées à l'aide d'un régulateur PID.

La température, $T=25^{\circ}$.

Le PH =7

La pression $P=1\text{ ATM}$

La vitesse de l'agitateur $n=20\text{tour /min}$.

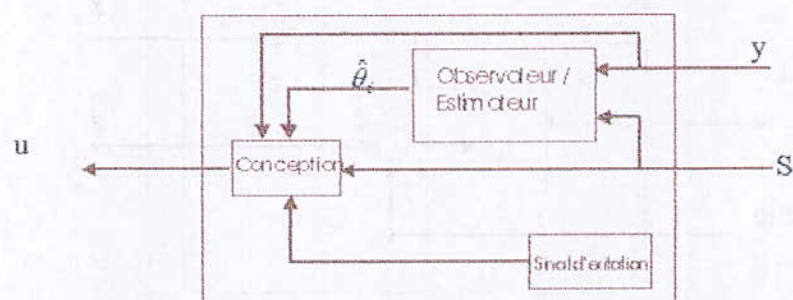


Figure (4) : schéma bloc de la commande extrême adaptative.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES

- [ADM-03] Admane M., Commande d'un processus de fermentation application à la production de la levure de boulangerie, PFE, ENP 2003
- [AST-89] Astrom K.J., Adaptive control. Ed WESLEY 1989.
- [BOR-90] Borne P., Dauphin-Tanguy G., Commande et optimisation des processus Ed technip 1990
- [BOU1-02] Bourat G., Fermentations : propriétés et utilisations des microorganismes, Document technique d'ingénieur J 6002.
- [BOU2-02] Boussaoud B., Chaib S., Identification et commande par réseaux de neurones, application aux bioréacteurs, PFE, ENP 2002.
- [BUR-00] Burstein C., Biotechnologie enzymatique mode d'emploi Ed POLYTECHNICA 2000
- [COR-96] Corriou J.P., Commande des procédés. Ed Tec & Doc [Lavoisier], 1996.
- [COU-01] Corriou J.P., Automatique et procédés chimique, Hermes 2001.
- [DAN-89] Dantigny P., Cinétique, modélisation de la croissance de *saccharomyces cerevisiae*. Thèse de doctorat, INPL Nancy, 1989.
- [DUV-88] Duvivier E., Optimisation des procédés semi continus de fermentation par programmation dynamique, thèse Toulouse 1988.
- [FER-96] Ferrera E.C., Foyo de Azevedo, Adaptive linearizing control of bioreactors. UKACC International Conference No. 427, 1996.
- [ISI-89] Isidori A., Nonlinear control systems. Springer-verlag, Berlin, 1989.

- [KAI-80] Kailath T., *Linear Systems*, Prentice-Hall, 1980.
- [KAM-98] Kambhampati C., Tham M.T., Montague G.A., Morris A.J., *Optimising control of fermentation processes - IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, V 139, N°1, 1992.
- [KRS-98] Krstic M., Wang H.H., *Extremum seeking feedback, stability Proof and application to an Aeroengine compressor Model*. *Systems & Control Letters* 1998
- [LAD-95] Ladaci S., *Commande extrême d'un moteur à allumage commande d'automobile*. PFE 1995 ENP
- [LAP-99] Lapreste J.T., *Introduction à MATLAB*, Ed ellipses 1999.
- [LAZ-01] Lozano R., Taoutaou D., *Identification et commande adaptative*, Hermes 2001.
- [LIE-98] Lieto J., *Le génie chimique à l'usage des chimistes*. Ed Tec & Doc [Lavoisier], 1998.
- [LIN-00] Linden G., *transformation des produits alimentaires par les enzymes*, Document technique d'ingénieur, F3700.
- [LOA-03] Loannou P., *Robust Adaptive Control*, These Royal Institute of Technology (Stockholm), 2003 PDF
- [MAR-87] Maret L., *Régulation automatique*, Ed Presses polytechnique Romandes, 1987.
- [NAI-93] Naitseghir.A., Bouzida A., *Commande adaptative direct des systèmes multivariables*, PFE ENP 1993.
- [NAJ1-87] Najim K., Muratet G., *Optimisation et commande en génie des procédés*, Ed MASSON 1987.
- [NAJ2-82] Najim K., *Commande adaptative des processus industriels*, Ed Masson 1982

- [NON-02] Nonus M., Fermenteurs industriels conception et réalisation, Document technique d'ingénieur J6006.
- [PAR-98] Parker R.S., Doble F.J., Nonlinear model predictive control of a continuous bioreactor at Near-optimum conditions. Proceeding of the American control conference June 1998.
- [PHA-99] Pham Thi Bich Hop , Modelling and control of fed-batch processes. Master Thesis, Royal Institute of Technology (Stockholm), 1999.
- [RAE-94] Raetz E., Bauer W., Fermentations et technologie enzymatique. Ecole polytechnique de Lausanne, 1994.
- [RIV-01] Rivoire M., Ferrier J-L., MATLAB SIMULINK STATEFLOW. Ed technip 2001
- [ROU-98] Roubos J.A., Straten G., An evolutionary strategy for fed-batch bioreactor optimization; concepts and performance , Journal of Biotechnology 1998
- [SCR-00] Scriban R., Biotechnologie. Ed Tec & Doc. Lavoisier, 2000.
- [SIM-70] Simon R., Meunier R., microbiologie industrielle et génie biochimique. Ed Masson et Cie, 1970.
- [SLO-91] Slotine J.J.E., Applied nonlinear control. Ed prentice HALL 1991.
- [TAD-04] Tadjine M., Cours en automatique avancé, cinquième années automatique, ENP 2004.
- [TRY -00] Trystram .G, Automatisme et procédés industriels agroalimentaires, Document technique d'ingénieur F1290.
- [WAN1-98] Wang H.H, Yeung S., Experimental application of extremum seeking on an axial -flow compressor. Int. J. Adaptive Control and Signal Processing 1998.
- [WAN2-98] Wang H.H., Optimizing bioreactors by extremum seeking. Int. J. Adaptive Control and Signal Processing 1998.