

P0011/05A

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

Projet de fin d'études

**En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en
Automatique**

**MODELISATION, COMMANDE ET
REALISATION D'UN ROBOT MOBILE
UNICYCLE**

Proposé et dirigé par :

M^r M.TADJINE

M^r O.STIHI

Etudié par :

M^r BOUSSAID Amar

M^r HAMROUN Boussad

Promotion : Juin 2005

E.N.P.10, Avenue Hassen-Badi, EL-HARRACH, ALGER

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

Projet de fin d'études

**En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en
Automatique**

**MODELISATION, COMMANDE ET
REALISATION D'UN ROBOT MOBILE
UNICYCLE**

Proposé et dirigé par :

M^r M.TADJINE

M^r O.STIHI

Etudié par :

M^r BOUSSAID Amar

M^r HAMROUN Boussad

Promotion : Juin 2005

E.N.P.10, Avenue Hassen-Badi, EL-HARRACH, ALGER

Remerciements :



On tient à remercier vivement tout d'abord nos promoteurs monsieur **M. TADJINE** et monsieur **O. STIHI** de nous avoir guidé tout au long de la réalisation du projet. Nos remerciements se dirigent également vers monsieur **F. BOUDJEMAA** pour ses conseils pratiques durant la période de réalisation et on remercie aussi les membres du jury.

A monsieur **Rachid HAMROUN** pour son aide dans la réalisation de la base mécanique du *Robot Poly*, monsieur **Meziane BOUSSAID** (artiste peintre) pour son aide dans la réalisation de la coquille du robot, monsieur **Lyes CHIKER** (ingénieur en électronique au CDTA) de nous avoir aidé dans la partie électronique et surtout pour sa disponibilité, monsieur **Smail SAI** (ingénieur en mécanique) de nous avoir aidé dans la conception mécanique du Robot et surtout pour sa générosité, madame **Amel** (ingénieur en électronique au CIARA) pour ses conseils, à monsieur **Zoubir REZKELLAH** (technicien en électronique) pour son aide et sans oublier monsieur **Lyes ACHIOU** (Ingénieur en Electrotechnique) et **Aziz HAMROUN** (Cadre à la CNEP) pour leurs aides, disponibilité et leurs soutiens, mille mercis...

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mes très chers parents ...

A mes très chers frères et sœurs...

A tous mes proches...

A tous mes amis du village...

A mes ami(e)s...

A tous ceux qui m'ont soutenu de loin ou de près.

Boussad ...

Dédicaces :

Je commence par rendre un vibrant hommage à tous ceux qui ont participés à ma formation. De l'Ecole primaire Hanttala Saïd du petit village kabyle Ait Bouadda, à l'Ecole primaire 20 Août au chef lieu de la wilayat de Tissemsilt, au CEM du Colonel Authman de Tissemsilt, au Lycée Bounaama de Tissemsilt, au Lycée Mohamed Bilel de Tissemsilt, au études supérieur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, et surtout à mes parents qui sont à la base de cette formation, et veillez à sa suivi, et ils ont su comment coordonner entre les pierres de cette instruction. Mille mercis.

Je dédis ce modeste travail de fin d'études d'ingéniorat :

A mes très chers parents, yemma djoher et Vava, qui grâce à eux j'ai pu atteindre ce niveau, qui ont été toujours à mes cotés pour me soutenir dans les moments les plus difficiles, pour me conseiller et ils sont pour moi plus que parents mais amis, que Dieu leur donne longue vie et une bonne santé.

A yemma Thamazits.

A ma bien aimée, ma très chère Kahina qui a été toujours pour moi d'un très grand appui morale dans toute les situations.

A mon frère Meziane, sa femme Hayet, ses enfants Idir Mehenna et le petit lion Aghiles Amchtouh, mes sœurs : Naima et son mari Zakir, Lynda et son mari Mohamed, Kahina et son mari Younes, et à celles qui ont pu prendre place de sœur dans mon cœur : Karima, Malha (Madzha) comme j'aime bien l'appeler et Warda. Une famille unique.

A ma tante Fatima et son mari Armand et ses enfants Aghiles et Alicia.

A la grande famille BOUSSAID, que je suis fière d'y appartenir.

A mon oncle Dr. Mezache Mahmoudé.

A Boussad (Joe) mon binôme, Lyes (Snaps), Fouad (FouFou) Kader (Luck), Malik (Grand Dalton), Adel (l'Algerois), Fateh (Rabah), Saïd (ex Laarouche), Smail, les fous de D215.

A mes amis : Faycel, Moh (Elayali), Nacer (Nacero), Salim, Salih, Fares, Saïd (vigne deux) et toute la promotion Automatique 2005.

A Zoubir REZKELLAH.

A tous mes amis...

Amar...

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Modélisation	6
I – 1 - Les différentes configurations des robots mobiles à roues :	7
I – 1 – 1- Robot mobile à vitesse différentielle :.....	7
I – 1 – 2 - Robot mobile Tri Cycle.....	7
I – 1 – 3 - Robot mobile Synchro Drive.....	8
I – 2 - Modélisation du robot mobile :	9
I – 2 – 1 – Modélisation géométrique	9
I – 2 – 2 – Modélisation cinématique.....	10
I – 2 – 3 – Modélisation dynamique :.....	12
I – 2 – 3 – a - Présentation du formalisme <i>d'Euler Lagrange</i>	12
appliqué à un système non holonome	
I – 2 – 3 – b -Application du formalisme pour le robot mobile.....	14
(uni cycle).	
I – 2 – 4 - Introduction de la dynamique des actionneurs.....	15
I – 3 - Modélisation cinématique d'un robot mobile à n remorques	20
Chapitre II : Analyse et Techniques de localisation	24
II – 1 – Introduction	25
II – 2 - Les systèmes dynamique avec contraintes non holonomes :	25
II – 2 – 1 - Commandabilité des Robots mobiles Uni cycle.....	25
II – 2 – 2 - La non existence d'un retour d'état invariant et continue Pour le problème de stabilisation (théorème de Brockett).....	26
II – 2 – 3 - Théorème de MURRAY : conditions nécessaires et suffisantes Pour transformer un système à deux entrées en forme chaînée.....	27
II – 2 – 5 - Transformation du modèle de l'uni cycle en forme chaînée.....	28
II – 2 – 6 - Introduction au retour d'état dynamique. « Time-varying feedback ».....	28
II – 3 - Les techniques de localisation des robots mobiles	30

Chapitre III : Lois de Commande et Simulation..... 34

III – 1 - Introduction.....	35
III – 2 - Asservissement en vitesse du moteur à courant continue :.....	35
III – 2 – 1 - Asservissement avec un régulateur PID continu.....	36
III – 2 – 2 - Asservissement en vitesse avec un régulateur PID discret.....	39
III – 3 - Simulation du modèle cinématique du robot uni cycle avec actionneurs asservis.....	43
III – 4 - Développement des lois de commandes et simulation pour le Robot	
Mobile :.....	45
III – 4 – 1 - Etat de l'art de la commande du robot mobile uni cycle.....	45
III – 4 – 2 - Présentation de la technique de BACKSTEPPING.....	46
III – 4 – 2 - Synthèse de la loi Commande par la Technique de Backstepping pour l'Uni cycle.....	48
III – 4 – 3 - Synthèse de la loi Commande par la Technique de Backstepping pour le Tricycle.....	58
III – 4 – 4 - Structure de Commande à modèle de référence appliquée au robot uni cycle.....	61
Chapitre IV : Conception du Robot.....	72
IV – 1 - Conception Mécanique.....	73
IV – 2 - Dimensionnement des Moteurs.....	76
IV – 3 - Dimensionnement du robot.....	80
IV – 3 - Conception Electronique et informatique.....	82
IV – 4 - programmation du microcontrôleur.....	99
Conclusion et Perspectives.....	103

Liste des Tableaux :

Page

Chapitre IV :

Tab.IV.1 : Caractéristiques des moteurs <i>GM9236S015</i>	79
Tab.IV.2 : Dimensionnement du Robot	80
Tab.IV.3 : Comparaison entre les deux familles du Microcontrôleur PIC 18F452 et 16F877	84
Tab.IV.4 : Les connections des différents ports du PIC 18F452 utilisés	92
Tab.IV.5 : Le protocole de communication et d'assignement des consignes	100

Listes des figures :

Chapitre I :

Fig.I.1 : Robot Mobile Uni cycle.....	05
Fig.I.2 : Robot Mobile Tri cycle.....	05
Fig.I.3 : Robot Mobile Synchro Drive.....	06
Fig.I.4 : Mécanisme des Roues d'un Robot Mobile Synchro Drive.....	06
Fig.I.5 : Robot Mobile Uni Cycle.....	07
Fig.I.6 : Robot Mobile Tricycle.....	08
Fig.I.7 : Modèle Cinématique du Robot Mobile Uni Cycle	09
Fig.I.8 : Modèle du Moteur à Courant Continu.....	15
Fig.I.9 : Transformation Cinématique.....	16
Fig.I.10 : Transformation Cinématique Inverse.....	17
Fig.I.11 : Robot Mobile à n Remorques.....	18

Chapitre II :

Fig.II.1.a : L'odométrie appliquée à l'Uni Cycle.....	34
Fig.II.1.b : L'odométrie appliquée à l'Uni Cycle.....	36

Chapitre III :

Fig.III.1 : Asservissement en vitesse du MCC (PID continu).....	39
Fig.III.2 : Asservissement en vitesse du MCC (PID discret).....	43
Fig.III.3 : Modèle Cinématique avec les Actionneurs Asservis.....	46
Fig.III.4 : Commande de Stabilisation autour de l'Origine.....	47
Fig.III.5 : Stabilisation du Robot Uni Cycle à l'origine à partir d'une configuration initiale.....	53
Fig.III.6 : Structure de commande à Modèle de Référence.....	68

Chapitre IV :

Fig.IV.1 : Vue isométrique de la base mécanique.....	76
Fig.IV.2 : Vue de face de la base mécanique.....	76
Fig.IV.3 : Vue isométrique inversée.....	77
Fig.IV.4 : Vue isométrique du robot.....	77
Fig.IV.5 : Vue de face du robot.....	78
Fig.IV.6 : Le bilan des forces exercées sur le Robot Mobile.....	79
Fig.IV.7 : Dimension des moteurs.....	81
Fig. IV.8 : L'encodeur incrémental.....	83
Fig.IV.9 : Branchement de l'encodeur sur l'axe du moteur.....	85
Fig.IV.10 : Algorithme de la structure de commande.....	85
Fig.IV.11 : L'architecture du PIC 18f452.....	86
Fig.IV.12 : Schéma interne du Timer 0.....	89
Fig.IV.13 : Schéma interne du Timer 1.....	89
Fig.IV.14 : Schéma interne du Timer 2.....	90
Fig.IV15 : Génération de la PWM.....	90
Fig.IV.17 : Schéma Synoptique de la Carte Electronique.....	95
Fig.IV.18 : Carte d'interface de puissance.....	96
Fig.IV.19 : Carte de commande.....	97
Fig.IV.20: Carte d'E/S.....	98
Fig.IV.21 : Décodeur de sens de rotation.....	98
Fig.IV.22 : Détection de sens de rotation.....	99
Fig.IV.23 : Le schéma d'implantation de la carte.....	99

Liste des symboles :



- K_T : Constante de couple.
 U : Tension de référence.
 n : Ratio d'engrenage.
 R_a : Résistance interne du moteur.
 L_a : Inductance interne du moteur.
 f : Coefficient de frottement supposé visqueux
 J : Inertie du moteur.
 E : Force contre électromotrice.
 C_m : Couple moteur développé par le moteur
 C_r : Couple résistant vu par le moteur.
 K_e : Constante de la force contre électromotrice
 V_a, I : Sont la tension d'alimentation et le courant dans l'induit
 M_r : Masse du robot.
 R_r : Rayon des roues motrices.
 l_r : Distance entre les roues motrices.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction:

Etymologiquement, le mot « Robot » tire sa racine du bulgare *Robu* qui signifie « serviteur » et qui a donné naissance, entre autre, au russe *Rabota* qui signifie « travail » et au tchèque *Robota* qui se traduit par « travail forcée ». C'est justement l'écrivain tchèque *Karel Capek* qui a popularisé le terme vers 1920, au travers d'une pièce de théâtre intitulée « Rossum's universal Robots » qui a connu un certain succès, en particulier en France ; elle met en scène des petits êtres artificiels qui répondent au doigt et à l'œil aux ordres de leur maître. On se rend compte qu'au-delà de l'évocation théâtrale le thème du robot pose de nombreuses questions sur sa véritable nature, c'est-à-dire, d'un côté, son concept et, de l'autre, l'incarnation matérielle de ce concept. [1]

Aujourd'hui grâce au développement de la technologie, l'informatique et de l'intelligence artificielle ajoutant à cela l'apport des différents projets d'exploration planétaire, on se retrouve au bord d'une importante percée dans la robotique qui nous permet de concevoir des robots avec certains niveaux d'autonomie.

Nous définissons un robot mobile autonome comme étant un système automoteur, disposant de moyens de traitement de l'information lui permettant une capacité décisionnelle suffisante et de moyens matériels adaptés, de façon à pouvoir exécuter, sous contrôle humain réduit un certain nombre de tâches précises et cela dans un environnement dynamique dit aussi non structuré. Pour cela, il faut que le robot soit capable d'acquérir des informations sur son environnement et de dialoguer avec un opérateur ; ainsi on définit le degré d'autonomie d'un robot mobile par la fréquence des tâches exécutées sans avoir recours à une intervention extérieure. Bien que la notion d'autonomie de déplacement est liée à la fois à la capacité de la machine de se déplacer sur le sol et d'embarquer suffisamment d'énergie.

C'est vers la fin des années 1960 que, de deux sources complètement différentes, est Apparu le concept de robot mobile autonome.

D'un côté, spécifiquement au *Stanford Research Institute*, ont été menées des recherches sur les possibilités d'équiper des machines de capacité de déduction et de réaction « logique » à des événements extérieurs. Pour essayer en vraie grandeur les principes développés par les chercheurs, on construit *shakey*. C'est une machine à roues, connectée à un gros ordinateur, et qui évolue dans un univers de cubes et de pyramides de tailles et de couleurs différentes. Ses missions : prendre un objet et le porter ailleurs, quelle que soit sa

position, absolue dans la salle d'évolution, relative par rapport à d'autres objets. Ses moyens de perception sont essentiellement : une camera qui lui permet d'acquérir des images de son environnements. Ses performances : une cinquantaine de minutes pour effectuer une « mission ». [2]

De l'autre côté, l'industrie nucléaire à besoin de machines permettant d'agir à distance, dans des environnements encombrés et inaccessibles à l'homme ; *General Electric* développe un quadrupède pour essayer de résoudre ce problème. A peu près en même temps, au début de l'industrie spatiale, s'échafaudent (en particulier au *Jet Propulsion de Pasadena*) les projets de *Luna* et *Mars Rover*, destinés à permettre l'exploration des planètes avec des opérateurs restants sur terre. [3]

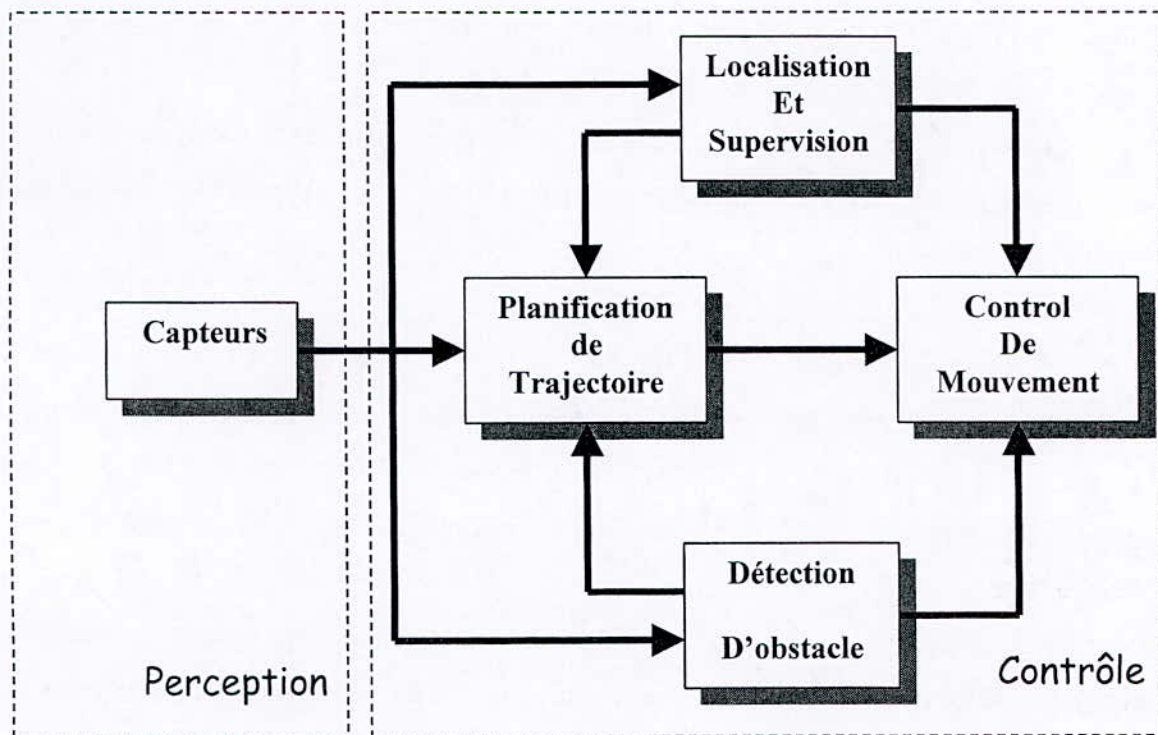
Les travaux en robotique mobile ont pour but de concevoir et de construire des machines capables d'évoluer et d'interagir avec un environnement physique de manière à accomplir les différentes tâches pour lesquelles elles ont été créées. Dans le cadre de la robotique mobile, ces tâches peuvent être par exemple des tâches de manutention, de surveillance, de nettoyage ou d'assistance aux personnes handicapées. La robotique mobile peut également avoir un rôle d'exploration et d'intervention en milieu hostile à l'homme (exploration sous-marine, véhicule planétaire).

Il existe différents mécanismes de robots mobiles : à roues, à chenilles, à pattes, etc. La structure de commande (voir figure ci-dessous) intègre les aspects de perception de l'environnement, communication homme machine, planification de trajectoire et enfin la commande de mouvement qui fera objet de notre présente étude.

La planification du mouvement peut se faire sans connaissances avec la détermination de la trajectoire au fur et à mesure, ou avec connaissances à priori (environnement structuré) en discrétisant l'environnement. Mais il faut tenir en compte les contraintes cinématiques liées au fait que le robot ne peut pas suivre une trajectoire quelconque.

Contrairement à un bras manipulateur fixe, un robot mobile est susceptible d'évoluer dans un environnement vaste et dynamique. Cela signifie que des objets, vus autant qu'obstacles, peuvent se déplacer, apparaître ou disparaître. Pour cela le robot devra être muni

de capteur lui permettant d'acquérir des informations sur l'environnement dans lequel il évolue.



Structure de commande

Laboratoires, industriels, informaticiens et mécaniciens vont continuer leurs travaux en parallèle pendant plusieurs années. En découleront, côté recherche en informatique, les développements de l'intelligence artificielle et, côté industriel, la télé opération et une partie de la robotique classique. Les robots mobiles autonomes, eux, résultent de la synthèse de ses travaux. Celle-ci s'est effectuée vers la fin des années soixante-dix, avec trois pôles géographiques principaux (le Japon, les États-Unis et la France) et une très large gamme d'applications (du robot domestique au robot militaire ou d'exploration planétaire).

Notre rapport est organisé en quatre chapitres. Le premier traite la modélisation des robots mobiles à roues qu'il soit uni cycle ou tricycle. L'objectif ici est d'explicitier les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques. Ensuite on présente une modélisation des moteurs à courant continu utilisés dans la réalisation du robot et cela pour voir l'influence de la dynamique des actionneurs.

Dans le deuxième chapitre, on introduit premièrement une analyse sur la commandabilité des modèles obtenus dans le premier chapitre. Ensuite on traite le problème de localisation des robots mobiles ainsi que leurs classification pour finir avec l'étude de la technique de l'odométrie qu'on a intégré dans notre réalisation.

Dans le troisième chapitre, on traite l'asservissement en vitesse des moteurs à courant continue et cela en synthétisant un régulateur PID continu et puis discret. Des résultats de simulation sont ensuite présentés.

Après avoir présenter la technique de Backstepping ,qui est une technique de synthèse des lois de commande pour les systèmes mis sous forme cascade, on synthétise des lois de commande stabilisantes pour l'uni cycle ainsi pour le tricycle. Des résultats de simulation sont aussi présentés pour le cas de l'uni cycle.

Par la structure de commande à modèle de référence on présente des lois de commande permettant de ramener les paramètres d'état du robot uni cycle vers ceux d'un modèle de référence pour ainsi réaliser une poursuite de trajectoire.

Enfin, on présente la conception du robot avec ses trois niveaux : mécanique électronique et informatique.

La partie électronique consiste en une carte à base d'un microcontrôleur PIC 18f452 de la firme « *Microchip* » sur lequel on a implémenté un asservissement en vitesse et qui est équipées d'un port de communication série RS232 dont l'objectif d'implémenter la commande de poursuite de trajectoire sur un terminal ou sur une autre carte électronique. On termine par une conclusion générale et une présentation des perspectives.

Chapitre I: Modélisation

Introduction :

Dans ce chapitre on présente quelques configurations des robots mobiles à roue, puis on introduit la partie modélisation géométrique, cinématique et dynamique du robot uni cycle ainsi qu'une modélisation du moteur à courant continu. On termine ce chapitre par la présentation du modèle cinématique du robot mobile à n remorques.

I – 1 - Les différentes configurations des robots mobiles à roues :

Il existe plusieurs configurations des robots mobiles à roues [4], chaque une d'elles définit les capacités du robot à évoluer dans l'environnement et dans notre présente étude on a choisie de présenter trois parmi elles :

I – 1 – 1 - Robot mobile à vitesse différentielle :

Ce type de robot (**Fig.I.1**) est composé de deux moteurs couplés à deux roues motrices disposées sur un axe au centre de la plateforme mobile. La différence de rotation des deux roues permet à la plateforme de tourner dans un sens ou dans l'autre, d'où son appellation à « vitesse différentielle ». Pour stabiliser le robot, des roues folles peuvent être ajoutées comme le montre la figure suivante :

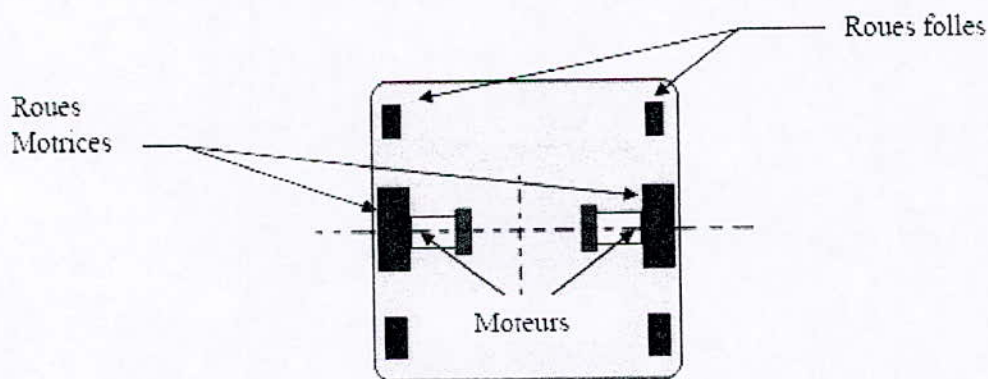


Fig.I.1 : Robot Mobile Uni cycle

I – 1 – 2 - Robot mobile Tricycle :

Le robot tricycle (**Fig.I.2**) est une plate forme munie d'une roue avant directrice, et deux roues arrières motrices fixées sur un même axe.

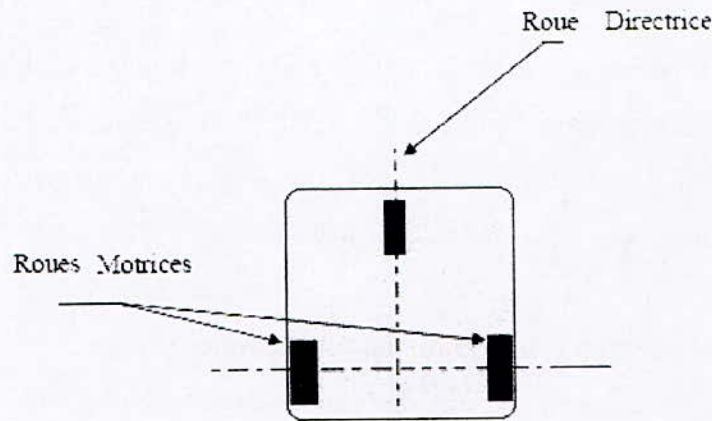


Fig.I.2 : Robot Mobile Tri cycle

I – 1 – 3 – Synchro Drive:[4]

Cette configuration (Fig.I.3) est conçue à base de trois roues ou plus, celles-ci sont couplées mécaniquement de façon à avoir à chaque moment les rotations dans un même sens et même vitesse, mais aussi pour avoir une rotation à l'unisson des roues autour des leur axes verticaux respectifs voir (Fig.I.4).

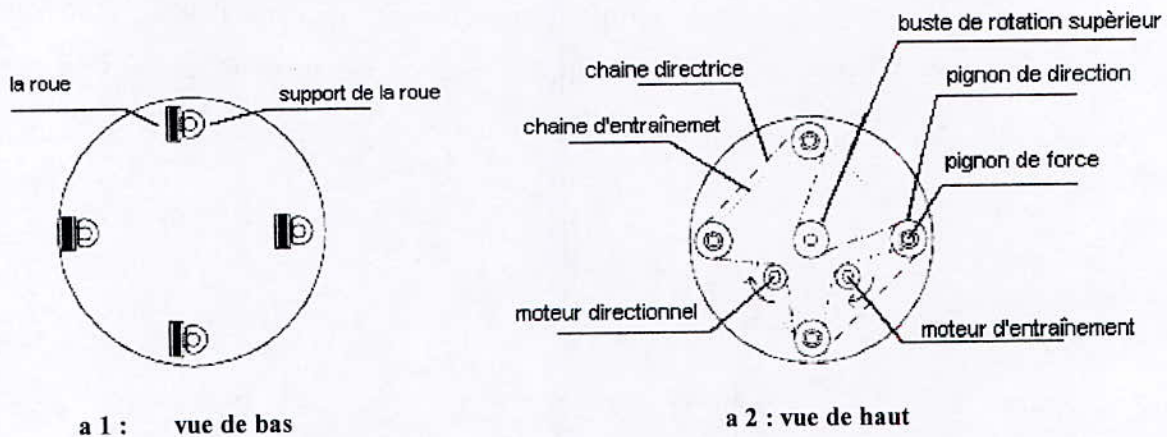


Fig.I.3: Robot Mobile Synchro Drive

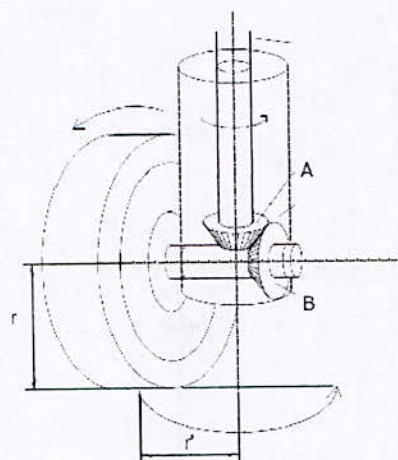


Fig.I.4 : Mécanisme des Roues d'un Robot Mobile Synchro Drive

I – 2 - Modélisation du robot mobile :

Chaque étude dans le domaine de robotique passe par une étape fondamentale qui est la modélisation. Elle consiste à représenter le système par un modèle mathématique explicitant au mieux ses caractéristiques. En robotique, il y a trois niveaux de modélisation; géométrique, cinématique et enfin dynamique.

I – 2 – 1 - Modélisation géométrique :

Elle consiste à déterminer les paramètres géométriques propre à chaque structure robotique.

I – 2 – 1 – a - Cas d'un uni cycle :

Le modèle géométrique (Fig.I.5) du robot est défini par trois paramètres géométriques essentiels qui sont :

L'abscisse x , la coordonnées y du point M et l'orientation du robot par rapport à l'axe des abscisses

Les paramètres qui dimensionnent la base mécanique sont :

La distance entre les deux roues motrices l_r , le rayon des roues motrices R_r ,

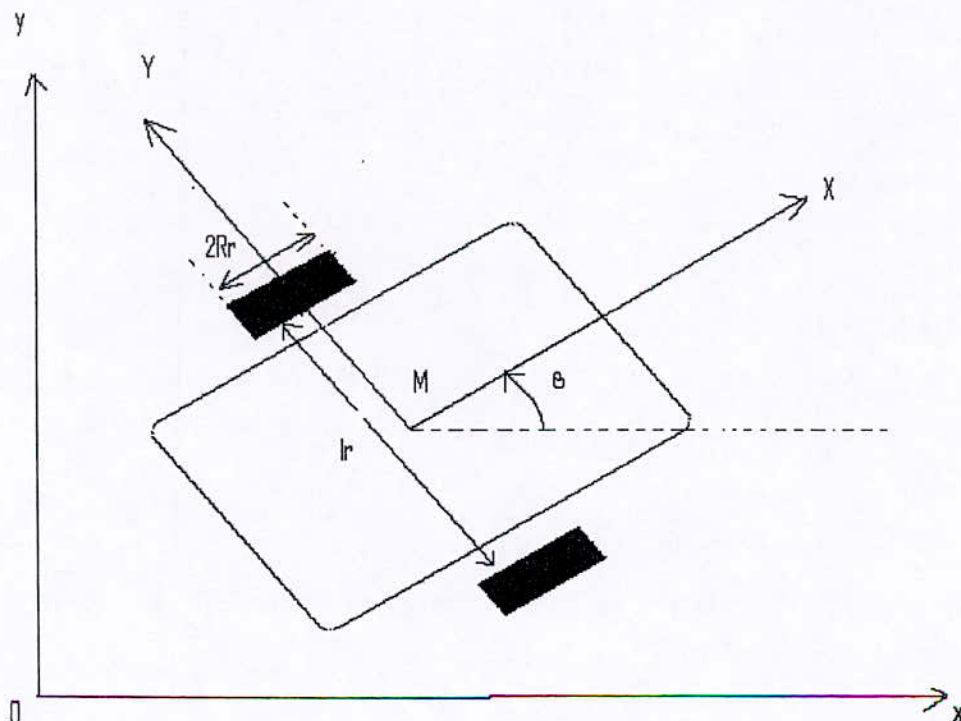


Fig.I.5 : Robot Mobile Uni Cycle

I – 2 – 1 – b - Cas d'un tricycle :

Dans le cas d'un tricycle (Fig.I.6) le modèle est défini par quatre paramètres géométriques essentiels qui sont :

L'abscisse x , la coordonnées y du point M , l'orientation du robot par rapport à l'axe des X et l'angle de pivotement de la roue avant directrice.

Les paramètres qui dimensionnent la base mécanique sont :

Le rayon des deux roues arrière motrices R_r , la distance l , entre le centre de l'axe des deux roues arrière et la roue avant.

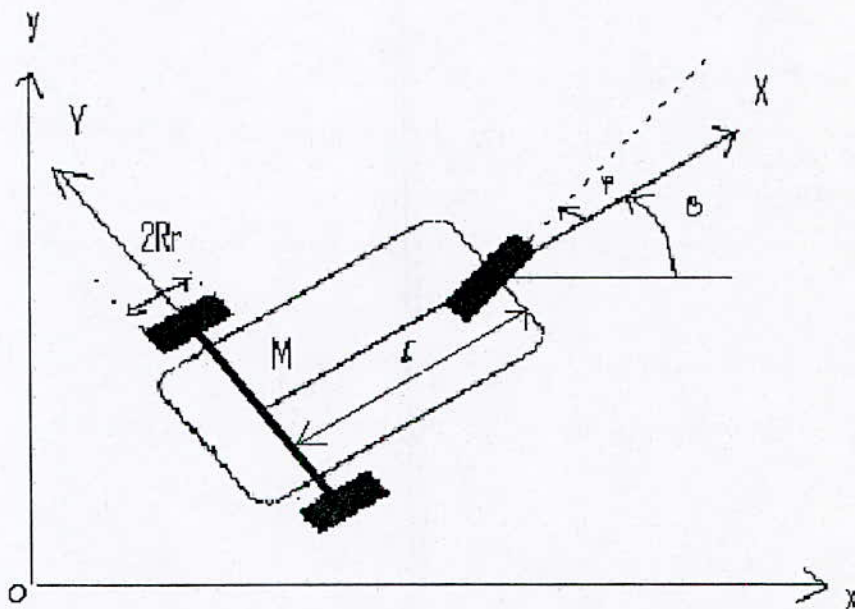


Fig.I.6 : Robot Mobile Tricycle

I – 2 – 2 - Modélisation cinématique :

Elle consiste à déterminer les relations mathématiques entre les paramètres cinématiques, qui sont les vitesses, avec les paramètres géométriques.

I – 2 – 2 – a - Cas d'un uni cycle :

Le modèle cinématique de l'uni cycle est représenté par trois équations différentielles qui sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (\text{I-1})$$

- x : L'abscisse du point centre de l'axe des deux roues.
- y : La coordonnée du point centre de l'axe des deux roues.
- θ : L'orientation de la plate forme par rapport à l'axe des abscisses.
- v : La vitesse linéaire de l'uni cycle.
- ω : La vitesse angulaire de la plate forme.

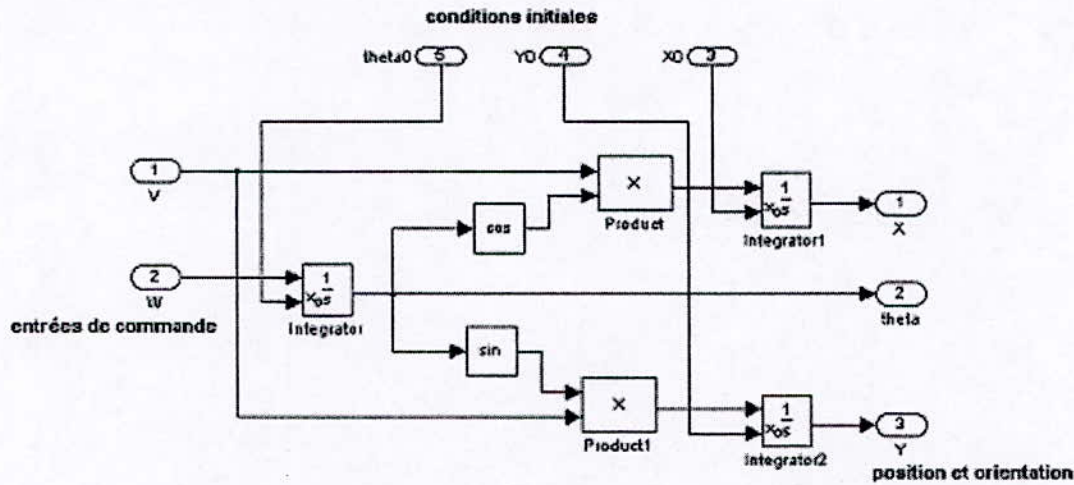


Fig.I.7 : Modèle Cinématique en simulation du Robot Mobile Uni Cycle

I-2-2-b-Cas d'un tricycle :

Le modèle cinématique du tricycle est représenté par quatre équations différentielles qui sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ \frac{1}{l} \tan(\phi) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \tag{I-2}$$

- x : L'abscisse du point centre de l'axe des deux roues arrières.
- y : La coordonnée du point centre de l'axe des deux roues arrières.
- θ : L'orientation de la plate forme par rapport à l'axe des abscisse.
- ϕ : Angle de rotation de la roue avant
- v : La vitesse linéaire de l'uni cycle.
- ω : La vitesse de rotation de la roue avant.

I - 2 - 3 - Modélisation dynamique :

Dans cette partie on introduit le modèle dynamique du robot mobile et cela en utilisant le formalisme d'*Euler Lagrange* qui permet d'obtenir directement les relations entre les efforts moteurs aux paramètres géométriques et cinématiques.

I - 2 - 3 - a - Présentation du formalisme d'*Euler-Lagrange* appliqué à un système non holonome :[5]

Soit un système de dimension n , soumis à un nombre de contraintes non holonomes égale à k :

$$h_i(q, \dot{q}) = 0 \quad i = 1, \dots, k < n \quad (\text{I-3})$$

Généralement ces contraintes pour les systèmes mécaniques s'écrit comme suit :

$$A^T(q) \dot{q} = 0 \quad (\text{I-4})$$

Soit L le *lagrangien* du système, qui est la différence de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle :

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} - U(q) \quad (\text{I-5})$$

Où $B(q)$ est une matrice définie positive dépendant des masses et des inerties de chaque partie du système.

Les équations d'*Euler Lagrange* sont comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) = A(q) \lambda + S(q) \tau \quad (\text{I-6})$$

Où $q \in \mathcal{R}^n$ représentent les coordonnées généralisées. $\tau \in \mathcal{R}^r$ Représente le vecteur force / couples de commande, $\lambda \in \mathcal{R}^m$ est le vecteur des contraintes de force (effort de liaison), $A(q) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ est la matrice relative aux contraintes nonholonomiques, $S(q)$ Est une matrice de dimension $n \times m$, $m = n - k$

On aboutit après développement au système dynamique suivant :

$$B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) = A(q)\lambda + S(q)\tau \quad (\text{I-7})$$

Avec

$$n(q, \dot{q}) = \dot{B}(q)\dot{q} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial q} (\dot{q}^T B(q) \dot{q}) \right)^T + \left(\frac{\partial U(q)}{\partial q} \right)^T \quad (\text{I-8})$$

Soit $G(q)$ la matrice formée par la base du noyau de $A^T(q)$.

Donc $A^T(q)G(q) = 0$. Et on multipliant les deux membres de l'équation (I-7) par $G^T(q)$ pour obtenir le modèle dynamique :

$$G^T(q)[B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q})] = G^T(q)S(q)\tau \quad (\text{I-9})$$

Supposant que :

$$\det[G^T(q)S(q)] \neq 0 \quad (\text{I-10})$$

Ce qui est généralement vérifiée, on obtient à la fin le modèle cinématique et dynamique sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{q} = G(q)v \\ \dot{v} = M^{-1}(q)m(q, v) + M^{-1}(q)G^T(q)S(q)\tau \end{cases} \quad (\text{I-11})$$

Où $v \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de vitesses.

$$M(q) = G^T(q)B(q)G(q) > 0 \quad (\text{I-12})$$

$$m(q, v) = G^T(q)B(q)\dot{G}(q)v + G^T(q)n(q, G(q)v) \quad (\text{I-13})$$

Avec

$$\dot{G}(q)v = \sum_{i=1}^m \left(v_i \frac{\partial g_i}{\partial q} \right) G(q)v \quad (\text{I-14})$$

Il est encore possible de linéariser le système via un retour non linéaire du couple τ

$$\tau = [G^T(q)S(q)]^{-1} (M(q)a + m(q, v)) \quad (\text{I-15})$$

Où $a \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur des accélérations. Le système résultant est :

$$\begin{aligned} \dot{q} &= G(q)v \\ \dot{v} &= a \end{aligned} \quad (\text{I-16})$$

Où les n premières équations représentent le modèle cinématique et les m autres équations représentent l'extension dynamique du modèle. Il faut noter que le retour non linéaire défini dans (I-15) nécessite la mesure du vecteur des vitesses, ce qui peut ne pas être possible.

On définit le vecteur d'état $X = \begin{bmatrix} q \\ v \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n+m}$ et le vecteur de commande $u = a \in \mathfrak{R}^m$, le modèle d'état peut être écrit sous forme compacte de la façon suivante :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u = \begin{bmatrix} G(q)v \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} u \quad (\text{I-17})$$

En résumé, pour un système soumis à des contraintes non holonomes, il est possible de résoudre les problèmes de commande au niveau du modèle cinématique lorsque le modèle dynamique est parfaitement connu et que toutes les variables d'état sont mesurables (voir [5]).

I - 2 - 3 - b - Application du formalisme pour le robot mobile (uni cycle) :

Soit m la masse du robot, J le moment d'inertie par rapport à l'axe vertical, F la force d'entraînement et τ_{rot} le couple de rotation.

On a l'expression de la contrainte nonholonomique :

$$\begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{I-18})$$

En appliquant le formalisme d'Euler Lagrange on aura le modèle dynamique suivant :

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \tau_{rot} \end{bmatrix} \quad (\text{I-19})$$

$$\begin{aligned}
 G(q) &= S(q) \\
 G^T(q)S(q) &= I_2 \\
 G^T(q)B\dot{G}(q) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{I-20}$$

On obtient:

$$\begin{aligned}
 \dot{q} &= G(q) v \\
 \dot{v} &= M^{-1}(q) \tau
 \end{aligned}
 \tag{I-21}$$

Ainsi on le modèle du robot :

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= v \cos \theta \\
 \dot{y} &= v \sin \theta \\
 \dot{\theta} &= \omega \\
 \dot{v} &= \frac{F}{m} \\
 \dot{\omega} &= \frac{\tau_{rot}}{J}
 \end{aligned}
 \tag{I-22}$$

On pose :

$$\begin{bmatrix} F \\ \tau_{rot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}
 \tag{I-23}$$

On obtient le modèle suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ \omega \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}
 \tag{I-24}$$

I - 2 - 4 - Introduction de la dynamique des actionneurs :

La mise en mouvement des robots est réalisée par des organes appelés actionneurs. Ces derniers traitent l'énergie primaire, qu'elle soit électrique, hydraulique ou pneumatique, la convertissent en énergie mécanique, la transmettent aux articulations et organes de transmission et contrôlent certaines grandeurs caractéristiques du mouvement : couples ou efforts, positions, vitesses.

Bien que la gamme d'actionneurs est variée, on choisit généralement les actionneurs électriques vu, premièrement la disponibilité de ce type d'énergie mais aussi

l'adaptation facile des actionneurs en vue de la commande du fait de la nature électrique de l'ensemble des grandeurs.

Les actionneurs qu'on a utilisé sont des moteurs à courant continu à aimant permanent, vue la linéarité de leurs modèle et leurs simplicité vis-à-vis de la commande.

I - 2 - 4 - 1 - Modélisation des moteurs à courant continu : [17]

Le modèle des moteurs à courant continu est donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 V_a &= R_a I + L_a \frac{dI}{dt} + E \\
 C_m &= K_e I \\
 E &= K_e \Omega \\
 J \frac{d\Omega}{dt} &= C_m - \frac{C_r}{n} - f \Omega
 \end{aligned}
 \tag{I-25}$$

Tel que l'inertie J représente l'inertie totale vue par le moteur qui est donnée par :

$$J = J_m + \frac{J_c}{n^2}
 \tag{I-26}$$

Où J_m est l'inertie du rotor et J_c est l'inertie de la charge externe entraînée par le moteur.

Des quatre équations précédentes on cherche le transfert entre la tension V_a et le couple moteur C_m :

$$\begin{aligned}
 V_a = R_a I + L_a \frac{dI}{dt} + E &\Rightarrow I(s) = \frac{V_a(s) - E(s)}{R_a + L_a S} \\
 J \frac{d\Omega}{dt} = C_m - \frac{C_r}{n} - f \Omega &\Rightarrow \Omega(s) = \frac{C_m(s) - \frac{C_r(s)}{n}}{Js + f} \\
 I(s) &= \frac{C_m(s)}{K_e} \\
 E(s) &= K_e \Omega(s)
 \end{aligned}$$

Tenant compte de la linéarité entre les entrées et les sorties on peut supposer que $C_r = 0$.

On obtient :

$$\frac{C_m(s)}{K_e} = \frac{V_a}{R_a + L_a s} - \frac{K_e}{R_a + L_a s} \frac{C_m(s)}{f + Js}$$

$$\left[\frac{1}{K_e} + \frac{K_e}{(R_a + L_a s)(f + Js)} \right] C_m(s) = \frac{1}{R_a + L_a s} V_a$$

Enfin on aboutit à :

$$\frac{C_m(s)}{V_a} = \frac{K_e (f + Js)}{K_e^2 + (R_a + L_a s)(f + Js)} \tag{I-27}$$

Maintenant on peut donner aussi la fonction de transfert entre la tension V_a et la vitesse de rotation Ω , en amont du réducteur mécanique.

On a :

$$\Omega(s) = \frac{C_m(s)}{Js + f}$$

En remplaçant $C_m(s)$ dans l'équation (I-28) :

On obtient :

$$\frac{\Omega(s)}{V_a} = \frac{K_e}{K_e^2 + (R_a + L_a s)(f + Js)} \tag{I-28}$$

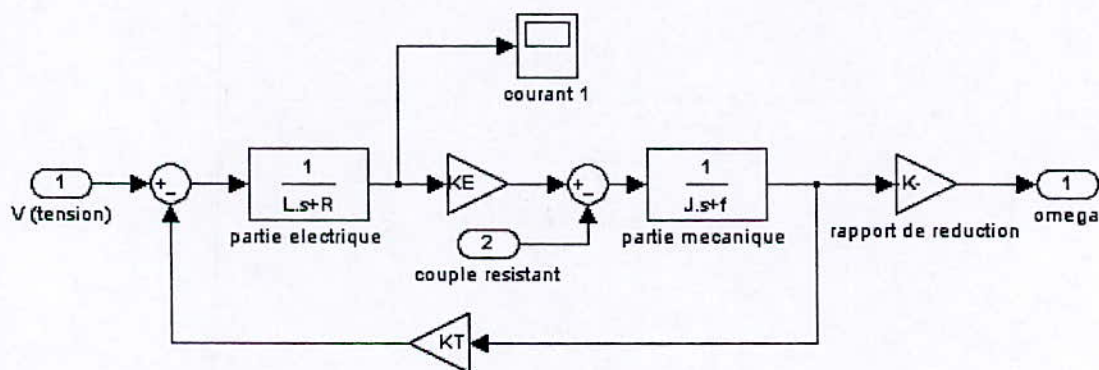


Fig.I.8 : Modèle en simulation du Moteur à Courant Continu

Remarque :

Concernant le coefficient de réduction il intervient en diminuant la vitesse de rotation et en augmentant le couple développé sur l'arbre du moteur.

I - 2 - 4 - 2 - Transformations cinématiques et dynamiques :

I - 2 - 4 - 2 - a - Directs:

Soit Ω_1, C_{m1} la vitesse angulaire (après le réducteur) et le couple développé par le premier moteur.

Et soit Ω_2, C_{m2} la vitesse angulaire (après le réducteur) et le couple développé par le deuxième moteur

On a les relations suivantes entre le couple moteur des deux moteurs, la force d'entraînement et le couple de rotation :

$$F = \frac{1}{R} (C_{m1} + C_{m2})$$

$$\tau_{rot} = \frac{l_r}{2R} (C_{m1} - C_{m2}) \tag{I-29}$$

On a les relations suivantes entre la vitesse angulaire ω et linéaire v du robot avec les vitesses angulaires des deux moteurs (après les réducteurs) Ω_1 et Ω_2 :

$$v = \frac{1}{2} R_r (\Omega_1 + \Omega_2)$$

$$\omega = \frac{1}{2} \frac{R_r}{l_r} (\Omega_1 - \Omega_2) \tag{I-30}$$

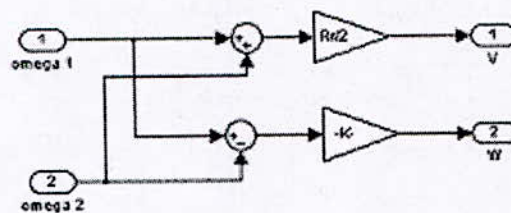


Fig.I.9 : Transformation Cinématique

I - 2 - 4 - 2 - b - Inverses :

On présente ici les transformations inverses qui nous permettent de calculer les couples développés par les deux moteurs à partir de la force d'entraînement et le couple de rotation. Comme on peut calculer leurs vitesses respectives à partir de la vitesse linéaire et angulaire de la plate forme

$$C_{m1} = \frac{F + \tau_{rot} \frac{l_r}{2}}{R_r} \quad (I-31)$$

$$C_{m2} = \frac{F - \tau_{rot} \frac{l_r}{2}}{R_r}$$

$$\Omega_1 = \frac{v + \omega \frac{l}{2}}{R_r} \quad (I-32)$$

$$\Omega_2 = \frac{v - \omega \frac{l}{2}}{R_r}$$

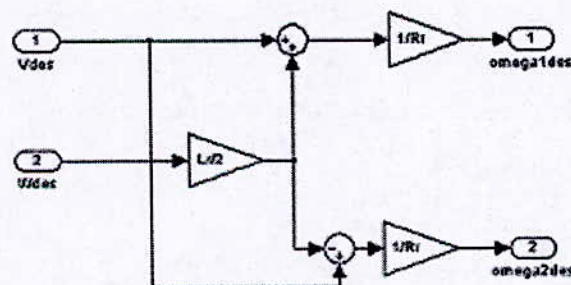


Fig.I.10 : Transformation Cinématique Inverse

I – 3 - Modélisation cinématique d'un robot mobile à n remorques : [6]

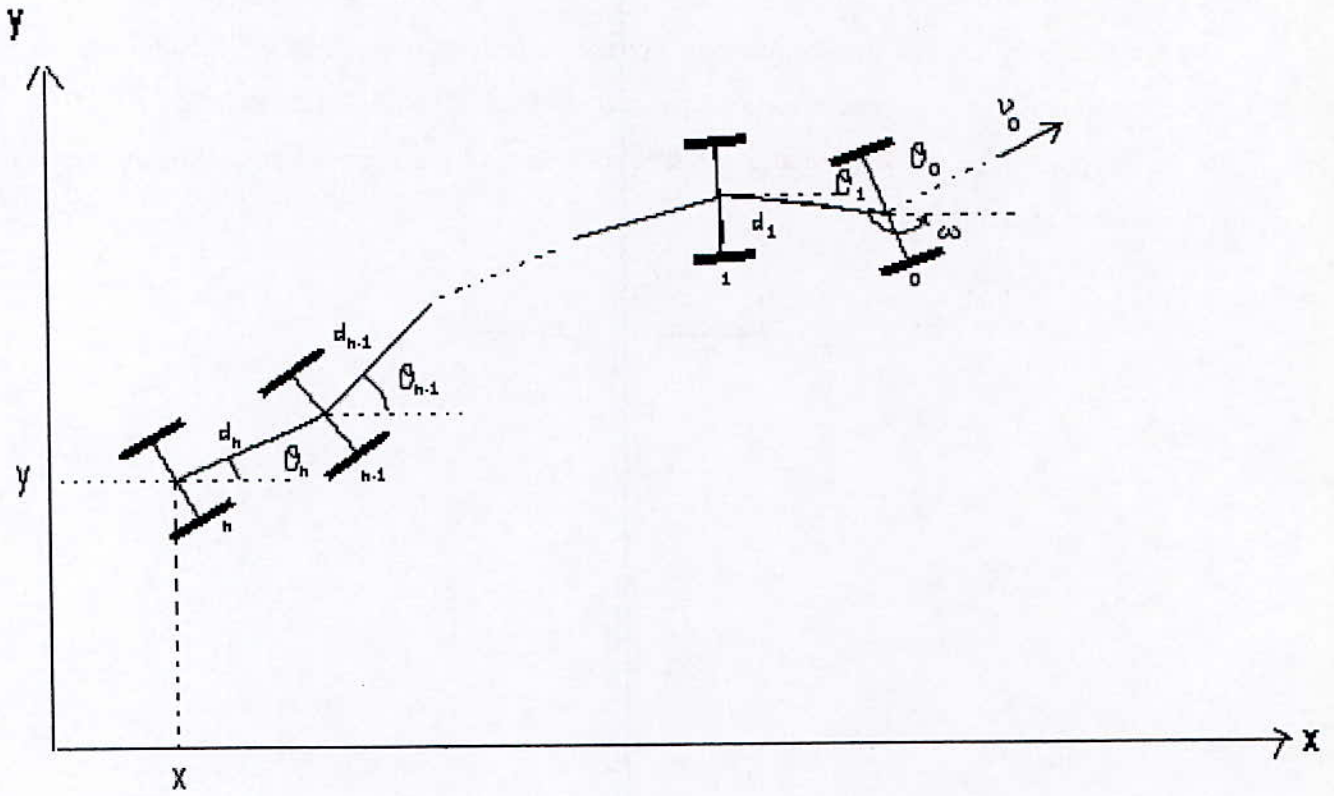


Fig.I.11 : Robot Mobile à n Remorques

Le robot mobile dans ce contexte sera représenté par deux roues motrices reliées par un axe, le modèle cinématique du robot mobile avec deux degrés de liberté, entraînant n remorques, peut être donné par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \cos(\theta_n) v_n \\
 \dot{y} &= \sin(\theta_n) v_n \\
 \dot{\theta}_n &= \frac{1}{d_n} \sin(\theta_{n-1} - \theta_n) v_{n-1} \\
 &\vdots \\
 \dot{\theta}_i &= \frac{1}{d_i} \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) v_{i-1} \quad , i = 1, \dots, n \\
 &\vdots \\
 \dot{\theta}_1 &= \frac{1}{d_1} \sin(\theta_0 - \theta_1) v_0 \\
 \dot{\theta}_0 &= \omega
 \end{aligned} \tag{I-33}$$

Où (x, y) sont les coordonnées du centre de l'axe qui relie entre les deux roues arrières de la dernière remorque, θ_i est l'angle d'orientation de la remorque i par rapport à l'axe des abscisses, avec $i \in \{1, \dots, n\}$. θ_0 est l'angle d'orientation du robot mobile, qui tire les remorques, là aussi par rapport à l'axe des abscisses. Par analogie, ce modèle est identique au modèle d'un véhicule à quatre roues entraînant $n-1$ remorques où $\theta_0 - \theta_1$ est l'angle des roues avants par rapport à l'axe longitudinal du véhicule faisant un angle θ_1 avec l'axe des abscisses.

d_i est la distance entre les roues de la remorque i et les roues de la remorque $i-1$, où $i \in \{2, \dots, n\}$. d_1 est la distance entre les roues de la remorque 1 et les roues du robot mobile.

v_0 est la vitesse tangentielle (linéaire) du robot mobile et elle est une entrée du système. L'autre entrée est la vitesse angulaire du robot ω , on note le vecteur des entrées comme suit :

$$V = [v_0, \omega]^T$$

La vitesse tangentielle de la remorque i , v_i , est donnée par la relation suivante :

$$v_i = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) v_{i-1} = \prod_{j=1}^i \cos(\theta_{j-1} - \theta_j) v_0 \tag{I-34}$$

Où $i \in \{1, \dots, n\}$. Une illustration de la structure est présentée dans la figure ci-dessus (**Fig.I.11**).

Le robot mobile à n remorques (Fig.I.11) est un système nonholonomique. Noter par (x_i, y_i) les coordonnées dans le plan de la remorque i où $(x_n, y_n) = (x, y)$. Les coordonnées dans le plan du robot sont notées par (x_0, y_0) . Les contraintes nonholonomiques peuvent être exprimées comme suit :

$$\sin \theta_i \dot{x}_i - \cos \theta_i \dot{y}_i = 0, i \in \{0, 1, \dots, n\} \quad (I-35)$$

Pour des considérations géométriques et d'après la figure on peut remarquer facilement que :

$$x_i = x + \sum_{j=i+1}^n d_j \cos \theta_j, y_i = y + \sum_{j=i+1}^n d_j \sin \theta_j$$

Où $(x_n, y_n) = (x, y)$. D'où l'équation (I-35) implique :

$$\sin \theta_i \dot{x} - \sin \theta_i \sum_{j=i+1}^n d_j \sin \theta_j \dot{\theta}_j - \cos \theta_i \dot{y} - \cos \theta_i \sum_{j=i+1}^n d_j \cos \theta_j \dot{\theta}_j = 0$$

$$\sin \theta_i \dot{x} - \cos \theta_i \dot{y} - \sum_{j=i+1}^n d_j \cos(\theta_i - \theta_j) \dot{\theta}_j = 0, \quad i \in \{0, 1, \dots, n\}$$

Ainsi, le système a $(n+3) - (n+1) = 2$ degrés de liberté correspondants aux deux vitesses d'entrées indépendantes.

On va effectuer un changement sur les entrées sous l'hypothèse que le vecteur d'état $q = [x, y, \theta_n, \dots, \theta_0]$ est dans le voisinage D de l'origine où D est donné par

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\theta_i \in \left(-\frac{\pi}{4} + \varepsilon, \frac{\pi}{4} - \varepsilon \right), i \in \{0, \dots, n\}$$

Où ε est une constante très petite. On introduit la transformation en entrée v comme suit :

$$v = \cos \theta_n v_n = \cos \theta_n \prod_{j=1}^n \cos(\theta_{j-1} - \theta_j) v_0 \quad (I-36)$$

La transformation en entrée est la vitesse de la remorque n dans la direction des abscisses x . Cette transformation de v_0 vers v est non singulière et continue sur D . La vitesse v_i de l'équation (I-34) peut être réécrite comme suit :

$$v_i = \frac{1}{\cos \theta_n \prod_{j=i+1}^n \cos(\theta_{j-1} - \theta_j)} v = \frac{1}{p_i(\theta_i)} v \quad (I-37)$$

Pour $i \in \{0, \dots, n\}$ où :

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_i &\triangleq [\theta_i, \dots, \theta_n]^T \\ p_i(\underline{\theta}_i) &\triangleq \cos \theta_n \prod_{j=i+1}^n \cos(\theta_{j-1} - \theta_j) \\ &= \prod_{j=i}^n \cos(\theta_j - \theta_{j+1})\end{aligned}\quad (\text{I-38})$$

Pour $i \in \{0, \dots, n\}$ où $\theta_{n+1} \triangleq 0$.

Ainsi, l'équation (I-36) donne $v = p_0(\underline{\theta}_0)v_0$.

Le système (I-33) peut être maintenant représenter (localement) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \\ \dot{\theta}_0 &= \omega \\ \dot{\theta}_1 &= \frac{1}{d_1} \frac{\tan(\theta_0 - \theta_1)}{p_1(\underline{\theta}_1)} v \\ &\vdots \\ \dot{\theta}_i &= \frac{1}{d_i} \frac{\tan(\theta_{i-1} - \theta_i)}{p_i(\underline{\theta}_i)} v, \quad i \in \{1, \dots, n\} \\ \dot{y} &= \tan \theta_n v\end{aligned}\quad (\text{I-39})$$

Où v est donné par (I-36). On note pour $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\begin{aligned}f_i(\underline{\theta}_{i-1}) &= \frac{1}{d_i} \frac{\tan(\theta_{i-1} - \theta_i)}{p_i(\underline{\theta}_i)} \\ \underline{f}_i(\underline{\theta}_{i-1}) &= [f_i(\underline{\theta}_{i-1}), \dots, f_n(\underline{\theta}_{n-1})]^T\end{aligned}$$

Cela nous permet d'écrire

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_i &= f_i(\underline{\theta}_{i-1})v \\ \dot{\underline{\theta}}_i &= \underline{f}_i(\underline{\theta}_{i-1})v\end{aligned}\quad (\text{I-40})$$

Après avoir réordonner les variables d'état, on peut noter les états par le vecteur

$$z = [z_1, \dots, z_{n+3}]^T = [x, \theta_0, \dots, \theta_n, y]^T$$

Qui a une dimension $n+3$. On constate que la forme (I-39) est un modèle cinématique qui a une structure triangulaire spéciale où \dot{z}_i n'est pas en fonction de z_1, \dots, z_{i-2} , où $i \in \{3, \dots, n+3\}$.

Chapitre II: Analyse & Techniques De Localisation

II - 1- Introduction :

Dans ce chapitre on mettra en évidence les résultats fondamentaux concernant les systèmes non holonome. Et puis on présente une classification des techniques de localisation des robots mobiles.

II - 2 - Les systèmes dynamiques avec contraintes non holonomes :

Les robots mobile à roues figurent parmi les systèmes non linéaires non holonomes vue les contraintes non intégrables auxquelles ils sont soumis. Ajoutant à cela le fait que les robot mobiles à roues sont complètement commandables, mais ils ne peuvent pas être stabilisés asymptotiquement dans une configuration désirée avec un retour d'état invariant et continue. C'est vu cette contrainte que divers chercheur se sont investis pour formuler des solutions à ce problème précis. Et effectivement plusieurs solutions ont fait objet de publications. [7]

II - 2 -1 - Commandabilité des Robot mobiles Uni cycle : [5] [7]

On vas discuter premièrement la commandabilité des robots mobiles à roues et deuxièmement la non existence d'un retour d'état invariant et continu qui assure le problème de stabilisation :

Soit le modèle cinématique du robot uni cycle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (\text{II-1})$$

On va calculer $[g_1, g_2]$ qui représente le crochet de LIE :

$$\begin{aligned} [g_1, g_2] &= \frac{\partial g_2}{\partial X} g_1 - \frac{\partial g_1}{\partial X} g_2 \\ &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial y} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial y} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II-2})$$

$$\det \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & [g_1, g_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 \neq 0$$

D'où :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ [g_1, g_2] \end{bmatrix} = 3$$

D'après le théorème de CHOW [5] on conclut que le robot mobile uni cycle est complètement commandable.

II - 2 - 2 - La non existence d'un retour d'état invariant et continue Pour le problème de stabilisation (théorème de Brockett) :

Théorème de Brockett : [5] [7]

Si le système :

$$\dot{x} = \varphi(x, u)$$

Admet un retour d'état $u = u(x)$ de classe C^1 permettant d'avoir la stabilité asymptotique du point x_e , donc l'image de champ de vecteur :

$$\varphi : \mathbb{R}^n \times U \mapsto \mathbb{R}^n$$

Contient quelques voisinages de x_e .

Dans notre cas on utilise le théorème de *Brockett* pour montrer que le modèle du robot uni cycle ne peut être stabilisé par un retour d'état invariant et continue.

Pour cela on utilise la forme chaînée du modèle de l'uni cycle qui est le suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{x}_2 &= u_2 \\ \dot{x}_3 &= x_2 u_1 \end{aligned} \tag{II-4}$$

Il est facile de vérifier que la linéarisation de ce système autour de l'origine donne lieu à un système linéaire avec un mode nulle et non commandable qui contient pas des voisinages de la forme :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad \text{avec } \varepsilon \neq 0 \tag{II-5}$$

Ainsi il n'existe pas de retour d'état invariant et continue qui peut stabiliser le robot mobile uni cycle en un point x_e .

II - 2 - 3 - Le théorème de MURRAY :

Donne les conditions nécessaires et suffisantes pour transformer un système comportant deux entrées de commande en une forme chaînée :

Soit

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{span}\{g_1, g_2\} \\ E_1 &= \Delta \\ E_2 &= E_1 + [E_1, E_1] & F_1 &= F_1 + [F_1, F_1] \\ &\vdots & &\vdots \\ &\vdots & &\vdots \\ E_{i+1} &= E_i + [E_i, E_i] & F_{i+1} &= F_i + [F_i, F_i] \end{aligned}$$

Le système (II-1), avec $m = 2$, peut être transformé sous forme chaînée si et seulement si :

$$\dim E_i = \dim F_i = i + 1 \quad i = 1, \dots, n - 1$$

II - 2 - 4 - Transformation du modèle de l'uni cycle en forme chaînée :

On a le modèle cinématique du robot mobile uni cycle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

Où :

v Est la vitesse linéaire

ω Est la vitesse angulaire

Avec la transformation de coordonnées suivante :

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = x \cos \theta + y \sin \theta \\ x_3 = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

On aboutit au système chaîné suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 u_1 \end{cases}$$

Avec les nouvelles entrées de commande suivantes :

$$\begin{cases} u_1 = \omega \\ u_2 = v - x_3 \omega \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

II - 2 - 5 - Introduction du concept de retour d'état dynamique « Time-varying feedback » : [8]

L'idée des retour d'état qui dépendent explicitement du temps à été introduite par *Samson*, qui a pu aboutir à des lois de commande continue et dépendantes explicitement du temps pour le problème de stabilisation du robot mobile uni cycle et tricycle. L'utilisation de cette méthode est justifiée de la façon suivante :

Considérons encore le modèle de l'uni cycle (II-1), et notons par $X_r(t) = (x_r(t), y_r(t), \theta_r(t))$ comme étant une trajectoire de référence admissible obtenu en boucle ouverte par les entrées de commande $v_r(t), \omega_r(t)$, autrement on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix}$$

Comme on l'a noter pour les systèmes non holonomes, la linéarisation du système (II-1) Autour d'un point de fonctionnement aboutit à un modèle linéaire non complètement commandable. Ce qui nous amène à le linéariser autour d'une trajectoire référence $X_r(t)$.

On définit :

$$\tilde{x} = x - x_r \quad \tilde{y} = y - y_r \quad \tilde{\theta} = \theta - \theta_r$$

Et

$$\tilde{v} = v - v_r \quad \tilde{\omega} = \omega - \omega_r$$

Ainsi on obtient la linéarisation autour de la trajectoire référence comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_r \sin(\theta_r) \\ 0 & 0 & v_r \cos(\theta_r) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & 0 \\ \sin(\theta_r) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{\omega} \end{bmatrix} \quad (\text{II-10})$$

Sous forme compacte on écrit :

$$\dot{\tilde{X}} = A(t) \tilde{X} + B(t) \tilde{U} \quad (\text{II-11})$$

On définit le vecteur d'état \tilde{q} qui est la rotation du vecteur d'état X d'un angle égale à θ_r :

On écrit alors :

$$\tilde{q} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{X}$$

Ainsi on introduit le système sous cette nouvelle forme :

$$\dot{\tilde{q}} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & \nu_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{q} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{\omega} \end{bmatrix} \quad (\text{II-12})$$

La matrice de commandabilité de ce système est donnée comme suit :

$$Com = \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\omega_r^2 & \nu_r \omega_r \\ 0 & 0 & \omega_r & \nu_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Comme on peut le constater la matrice de commandabilité est de $Rang = 3$ seulement si $\omega_r \neq 0$ ou $\nu_r \neq 0$. Ainsi, le système est complètement commandable autour d'une trajectoire référence admissible si et seulement si la vitesse linéaire et angulaire du modèle de référence ne s'annulent pas en même temps.

II - 3 - Les techniques de localisation des robots mobiles :

L'un des problèmes fondamentaux de la robotique mobile autonome est la localisation du robot au cours de son déplacement. En fait localiser un robot mobile revient à déterminer, dans un repère de travail donné, sa position et son orientation, et cela pour accomplir la structure de commande qui se base sur ces données.

II - 3 - 1 - Classification des systèmes de localisation :

Le système de localisation est l'ensemble constitué par les capteurs et les logiciels de traitement de données utilisé par le robot pour estimer de manière autonome son déplacement et ainsi sa position dans l'espace. Classiquement on distingue deux types de systèmes :

1- La localisation relative qui permet au robot de naviguer à l'estime en utilisant uniquement les mesures de ses mouvements propres délivrés par les capteurs proprioceptifs. ainsi on détermine la position du robot en intégrant les déplacements successifs relativement à sa position initiale.

Les capteurs utilisés pour la localisation relative sont généralement l'odomètre, centrale inertielle qui permettent d'estimer la position mais aussi le gyromètre, le compas, gyrocompas qui quant à eux estime le cap. Ces techniques de localisation introduisent des dérives de calcul qui s'intègre au fur et à mesure c'est pour cela qu'elles ne sont jamais utilisées seul mais plutôt recalées par une localisation absolue.

2- La localisation absolue qui fait appel aux mesures des capteurs extéroceptifs pour estimer la situation du robot dans un repère lié à l'environnement. Le repérage peut se faire par plusieurs techniques en utilisant des capteurs comme les balises, comme il peut se faire aussi par le système *GPS* qui consiste à se repérer par rapport à des satellites artificiels en orbite autour de la terre.

II - 3 - 2 - Présentation de l'odométrie :

L'odométrie permet de déterminer la position (x, y) et l'orientation (θ) d'un robot mobile navigant sur un sol plan, par rapport au repère de référence qui était celui du robot dans sa configuration initiale. Cette technique est basée sur l'intégration des mouvements élémentaires des roues mesurés grâce à des codeurs incrémentaux. Connaissant le rayon de

la roue et le nombre n d'impulsions délivrées par le codeur de résolution (α) durant un intervalle de temps (Δt), il est possible de calculer la distance (Δd) parcourue par cette roue :

$$\Delta d = R n \alpha$$

II – 3 – 3 - Application de l'odométrie pour la localisation d'un robot mobile à vitesse différentielle :

Le modèle d'évolution d'un robot terrestre exprime son déplacement dans le repère de référence (R_0) en fonction du mouvement de ses roues. Considérons le cas d'un robot uni cycle muni de deux roues motrices indépendantes, diamétralement opposées et dont l'axe commun porte l'origine M du repère (R_r) attaché au robot. Ce système de locomotion est très répandu pour les robots d'intérieur en raison de sa manoeuvrabilité et sa simplicité de commande. Dans ce cas, le déplacement ΔD et la rotation élémentaire $\Delta \theta$ du robot dans le plan s'exprime en fonction des déplacements élémentaires des roues droite et gauche, respectivement Δd_d et Δd_g , par :

$$\Delta D = \frac{\Delta d_d + \Delta d_g}{2}$$

$$\Delta \theta = \frac{\Delta d_d - \Delta d_g}{l_r}$$

Où l_r est la distance entre les deux roues motrices

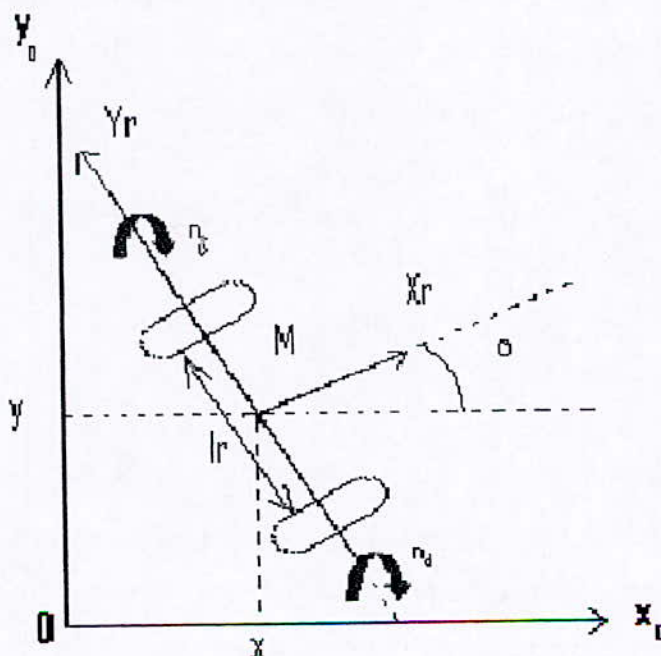


Fig.H.1.a : L'odométrie appliquée à l'Uni Cycle

Désignons par (x_k, y_k, θ_k) , la configuration du véhicule à l'instant k , et par $(\Delta D_k, \Delta \theta_k)$ les composantes du déplacement élémentaire mesuré entre les instants k et $k+1$.

La rotation élémentaire à l'instant $k+1$ est :

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta \theta_k$$

Pour estimer les coordonnées x_{k+1} et y_{k+1} du robot à l'instant $k+1$, il faut émettre des hypothèses sur la trajectoire du robot entre les deux instants d'échantillonnage. Selon les hypothèses choisies les équations obtenues sont plus ou moins complexes.

Les formules les plus simples sont obtenues en considérant que le robot se déplace en ligne droite de ΔD_k dans la direction définie par θ_k , puis effectue une rotation sur place de $\Delta \theta_k$:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta D_k \cos(\Delta \theta_k) \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta D_k \sin(\Delta \theta_k) \end{aligned}$$

En faisant l'hypothèse que la trajectoire du robot est localement assimilable à un arc de cercle de longueur ΔD_k , tangent en M_k à la direction définie par θ_k , et en M_{k+1} à la direction définie par la nouvelle orientation θ_{k+1} , on obtient :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta D_k \frac{\sin(\Delta \theta_k / 2)}{\Delta \theta_k / 2} \cos(\theta_k + \Delta \theta_k / 2) \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta D_k \frac{\sin(\Delta \theta_k / 2)}{\Delta \theta_k / 2} \sin(\theta_k + \Delta \theta_k / 2) \end{aligned}$$

Cependant, lorsque la trajectoire est assimilable à une ligne droite, $\Delta \theta_k$ est infiniment petit. Il faut simplifier ces équations pour éviter les problèmes numériques. Pour s'affranchir de ces problèmes, on préfère utiliser une troisième hypothèse qui consiste à approximer l'arc de cercle par sa corde. On obtient alors le modèle suivant qui est l'un des plus utilisés :

$$x_{k+1} = x_k + \Delta D_k \cos(\theta_k + \frac{\Delta\theta_k}{2})$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta D_k \sin(\theta_k + \frac{\Delta\theta_k}{2})$$

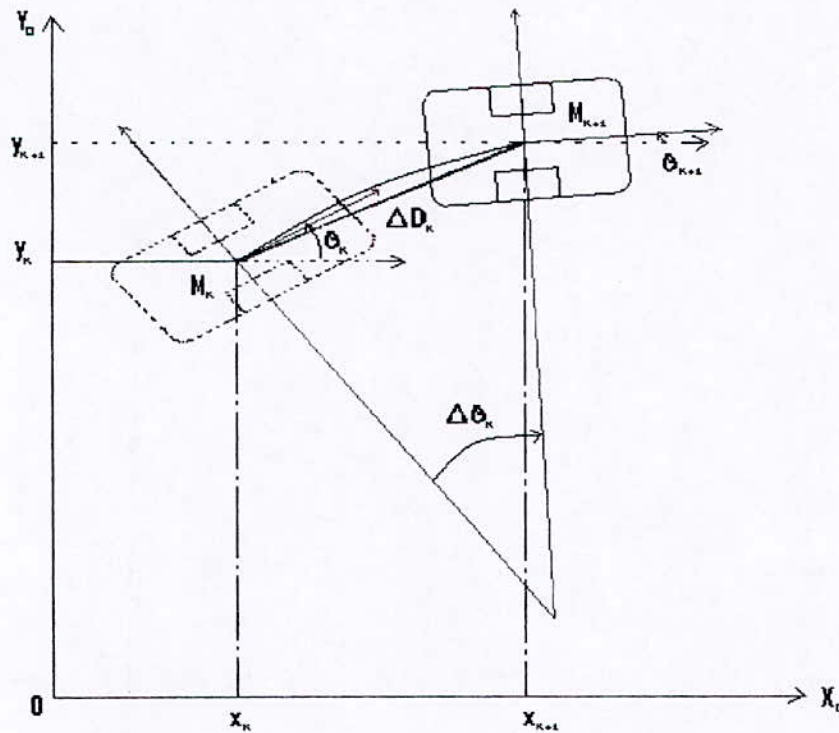


Fig.II.1.b : L'odométrie appliquée à l'Unit Cycle

Ainsi l'odométrie permet d'obtenir une estimation en temps réels de la position et de l'orientation, avec une précision qui reste correcte sur de faibles distances. Cependant, dès que la distance parcourue augmente, des erreurs d'origines diverses s'accumulent. Elles résultent de l'imprécision introduite par les codeurs incrémentaux sur la mesure des déplacements angulaires des roues et d'une modélisation approximative de l'évolution du robot. En effet, nous avons vu que les équations cinématiques utilisées sont généralement simplifiées. Par ailleurs, elles ne prennent en compte un certain nombre de phénomènes physiques difficilement modélisable tels que le patinage ou les glissements des roues. Le modèle d'évolution est basé sur des hypothèses qui ne sont jamais rigoureusement vérifiées. On suppose généralement :

- Les deux roues ont le même rayon R ;
- Les paramètres du modèle géométrique R et l_r sont constante et parfaitement connus.

Chapitre III:
Lois
de
Commande & Simulation

III -1- Introduction :

Dans ce chapitre on traite initialement l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu en se basant sur le modèle du moteur *Pittman GM9236S027*. Cela est réalisé en premier lieu avec un régulateur PID continu et par la suite par un PID discret qui va nous permettre d'approximer le régulateur PID à implémenter sur le microcontrôleur. Des simulations, effectuées sur Matlab, sont présentées pour l'asservissement continu ainsi que pour le discret.

Deuxièmement, dans ce chapitre, après avoir présenté un état de l'art de la commande des robots mobiles on développe des lois de commande pour deux objectifs principaux : le premier c'est la stabilisation du Robot Mobile à l'origine à partir de n'importe quelle configuration initiale, cet objectif est atteint avec des lois de commande synthétisées par la technique de Backstepping sur le modèle en forme chaînée présenté dans le chapitre précédent. Le deuxième objectif est la poursuite d'une trajectoire référence, générée en boucle ouverte, et cela à travers une structure de commande à modèle de référence.

III - 2 - Asservissement en vitesse du moteur à courant continu :

On a la fonction de transfert du moteur à courant continu comme suit :

$$\frac{\Omega(s)}{V_a} = \frac{K_e}{K_e^2 + (R_a + L_a s)(f + Js)}$$

$$\frac{\Omega(s)}{V_a} = \frac{\frac{K_e}{(K_e^2 + R_a f)}}{1 + \frac{(R_a J + L_a f)}{(K_e^2 + R_a f)} S + \frac{L_a J}{(K_e^2 + R_a f)} S^2} = \frac{H_0}{1 + 2 m \tau_0 S + \tau_0^2 S^2}$$

$$\text{Où } H_0 = \frac{K_e}{(K_e^2 + R_a f)}, \quad \tau_0 = \sqrt{\frac{L_a J}{(K_e^2 + R_a f)}} \quad \text{et} \quad m = \frac{(R_a J + L_a f)}{2 \sqrt{J L_a (K_e^2 + R_a f)}}$$

AN :

$$H_0 = 20,7548 \quad \tau_0 = 0,0028 \quad m = 2,6916$$

En général l'amortissement m est $\gg 1$. on peut alors décomposer la fonction du 2^{ème} ordre en un produit de deux fonctions du 1^{er} ordre :

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{H_0}{(1 + \tau_m s)(1 + \tau_e s)} \quad (\text{III-1})$$

Tel que :

τ_m est la constante de temps mécanique.

τ_e est la constante de temps électrique.

III - 2 - 1 - Asservissement avec un régulateur PID continu :

On a la fonction de transfert du régulateur comme suit :

$$PID = K_p \left(1 + \frac{K_i}{s} + s K_d \right) \quad (\text{III-2})$$

$$PID = K_p \frac{(1 + s T_n) (1 + s T_v)}{s T_i} \quad (\text{III-3})$$

Tel que :

$$T_i = 1/K_i$$

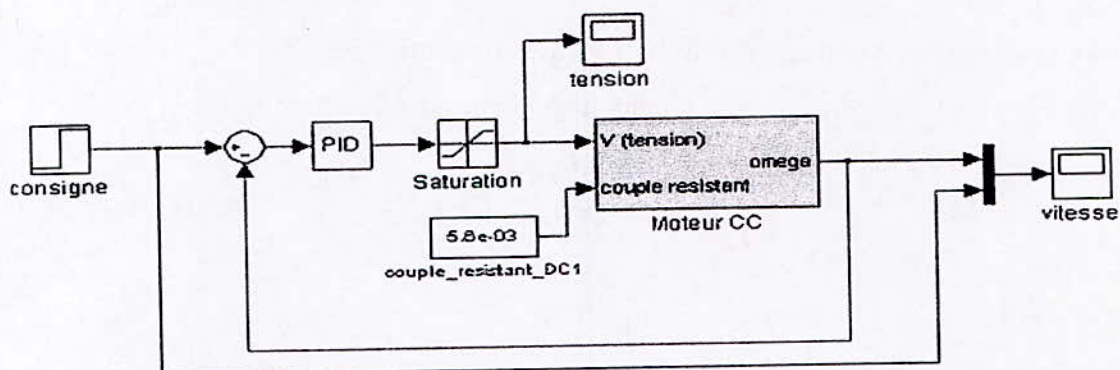


Fig.III.1: Asservissement en vitesse du MCC (PID continu)

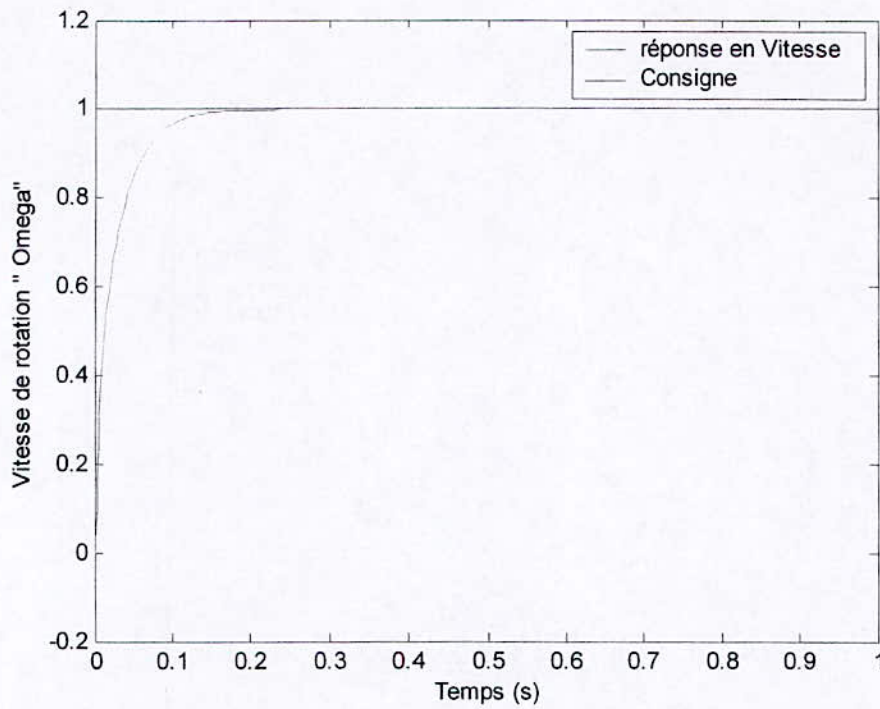
Avec les paramètres suivants du régulateur :

$$K_p = 10$$

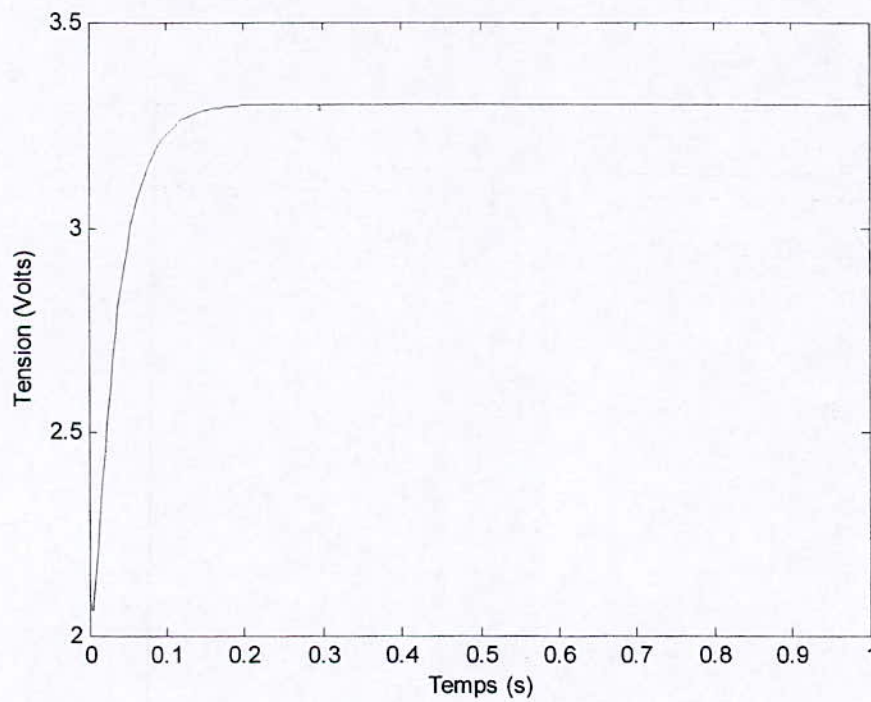
$$T_n = \tau_m = 14.7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T_v = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

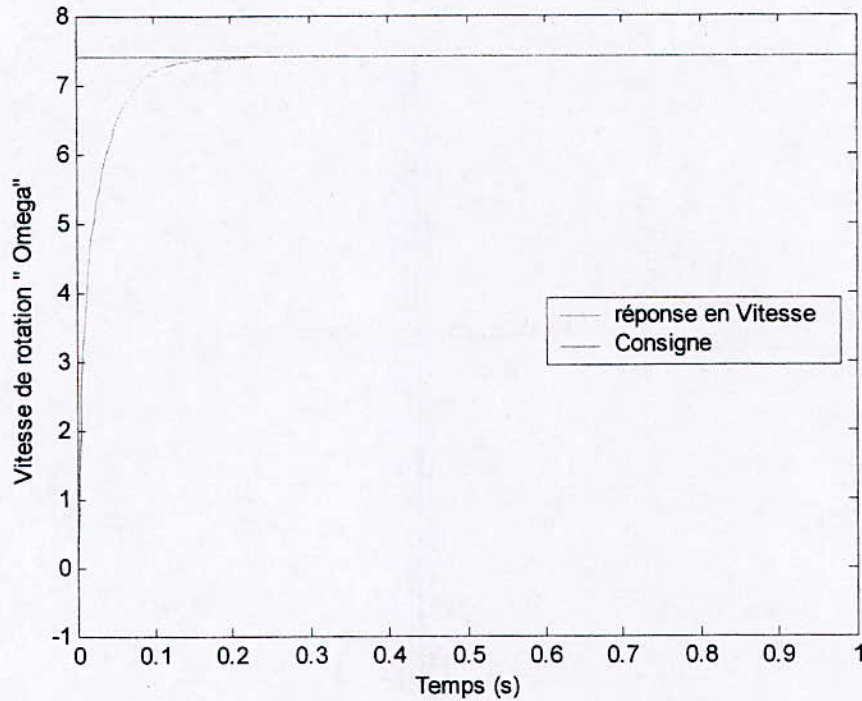
On obtient la réponse suivante à un échelon unité avec un temps de réponse qui voisine 0.2 s



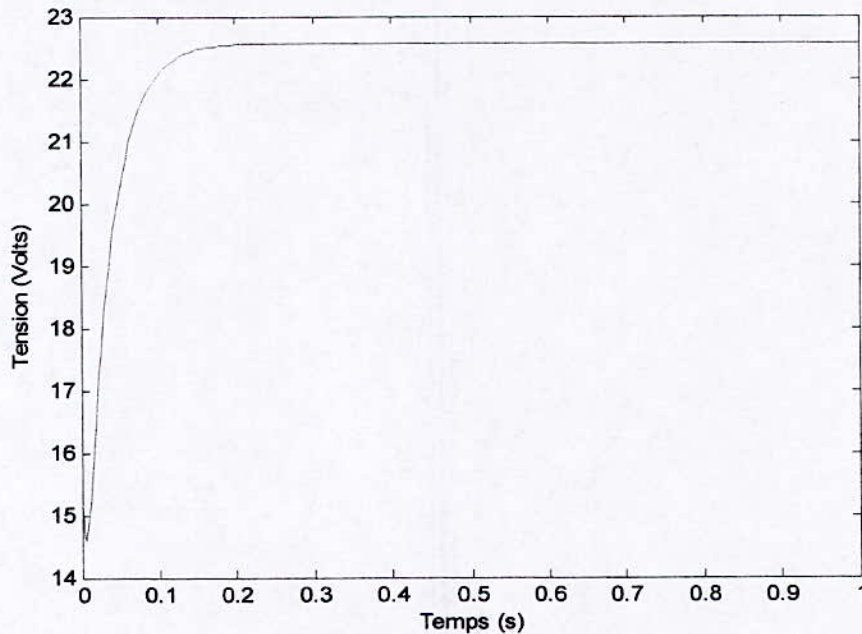
Et voici la tension de commande :



Maintenant, on va simuler la réponse à une consigne égale à $\Omega = 7.4 \text{ rad/s}$ qui représente la vitesse maximale sans charge des moteurs.



Et on obtient la tension de commande suivante qui atteint une valeur maximale de $V_a = 22.578 \text{ volts}$



Ainsi on obtient une tension de commande qui n'atteint pas la tension de saturation.

III - 2 - 2 - Asservissement en vitesse avec un régulateur PID discret : [14]

L'objectif de notre présente étude, l'implémentation des lois de commande synthétisées sur le Robot Mobile Uni Cycle, nous oblige à discrétiser notre modèle et à faire un asservissement échantillonné en vitesse des actionneurs, ce qui nous ramène par la suite à synthétiser un régulateur PID discret.

La fonction de transfert échantillonné est donnée par la formule :

$$U[k] = KP e[k] + KI \sum_{i=0}^k e[i] + KD (e[k] - e[k-1]) \quad (\text{III-4})$$

Comme on peut écrire la fonction de transfert en Z du régulateur PID :

$$U(z) = \left(KP + KI \frac{z}{z-1} + KD \frac{z-1}{z} \right) E(z)$$

$$PID(Z) = KP + KI \frac{Z}{Z-1} + KD \frac{Z-1}{Z} \quad (\text{III-5})$$

Lorsqu'on met l'expression pour la fonction de transfert discrète sous dénominateur commun, on obtient :

$$PID(Z) = \frac{b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{Z(Z-1)} \quad (\text{III-6})$$

Où

$$b_2 = KP + KI + KD \quad ; \quad b_1 = -(KP + 2KD) \quad ; \quad b_0 = KD$$

Pour établir l'algorithme à implémenter sur microcontrôleur, on doit élaborer la somme de manière récursive en introduisant une variable auxiliaire $X[k]$ définie comme suit :

$$X[k] = KI \sum_{i=0}^{k-1} e[i]$$

On obtient ainsi :

$$X[k+1] = X[k] + KI e[k]$$

À l'aide de cette variable auxiliaire l'expression du régulateur PID devient :

$$U[k] = X[k] + K_{pid} e[k] - KD e[k-1] \quad (\text{III-7})$$

Où

$$K_{pid} = KP + KI + KD .$$

III – 2 – 2 – 1 - Synthèse du régulateur PID discret : [14]

On peut trouver les paramètres du régulateur PID discret à partir de ceux du PID continu déjà synthétisé en faisant l'approximation suivante de Z :

$$z = e^{sT} \cong \frac{1 + \frac{sT}{2}}{1 - \frac{sT}{2}} \tag{III-8}$$

Où T est la période d'échantillonnage.

En introduisant cette approximation dans (III-8) et après simplification on trouve l'expression suivante du régulateur PID :

$$C_{pid}(s) = \frac{1 + s \frac{KP + KI}{KI} T + s^2 \frac{KD + KP/2 + KI/4}{KI} T^2}{s \frac{T}{KI} (1 + s T/2)} \tag{III-9}$$

Cette fonction de transfert doit correspondre à celle du régulateur PID continu définie dans (III-3). Ainsi, après comparaison des deux expressions on déduit les expressions des paramètres du régulateur PID discret suivantes :

$$\begin{aligned} KI &= \frac{Kp \ T}{Ti} \\ KP &= \frac{Kp (Tn + Tv - T)}{Ti} \\ KD &= \frac{Kp \ Tn \ Tv}{Ti \ T} - \frac{Kp [2 (Tn + Tv) - T]}{4Ti} \end{aligned} \tag{III-10}$$

Avec le choix de la période d'échantillonnage $T = 0.1 \text{ ms}$ on trouve :

$$KI = 0.0132 \quad ; \quad KP = 1.9958 \quad ; \quad KD = 8.7144$$

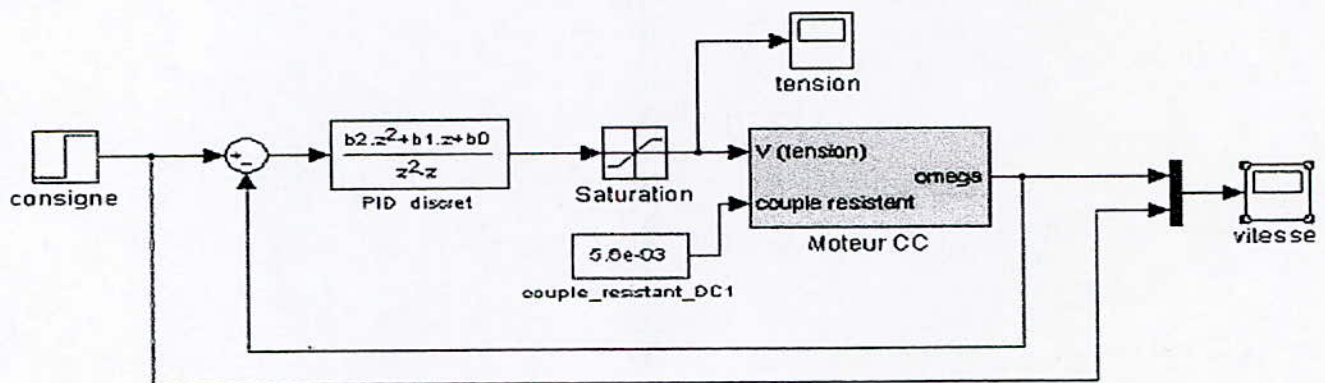
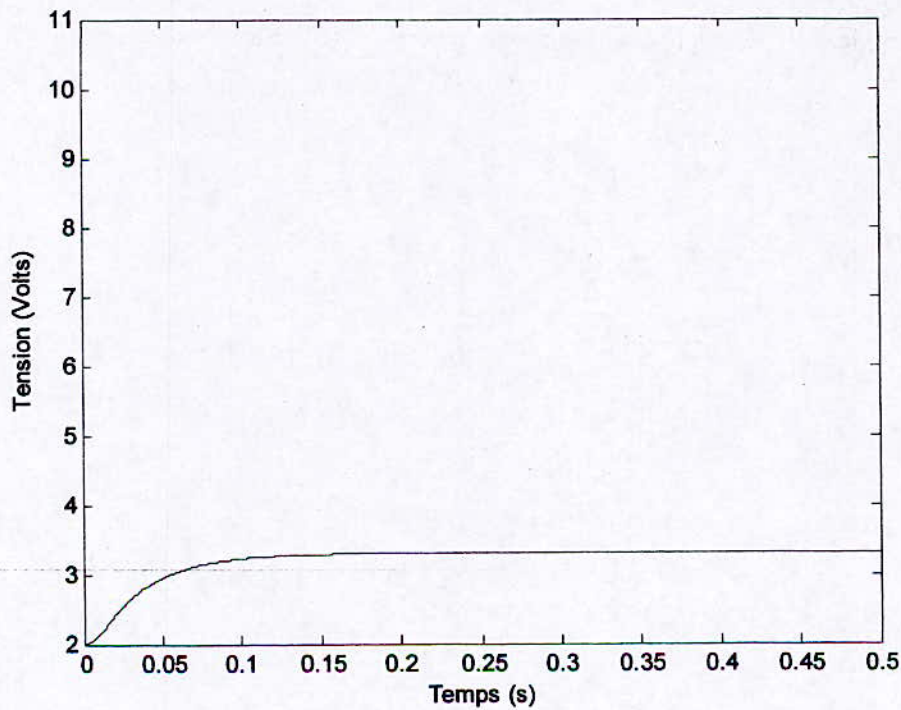
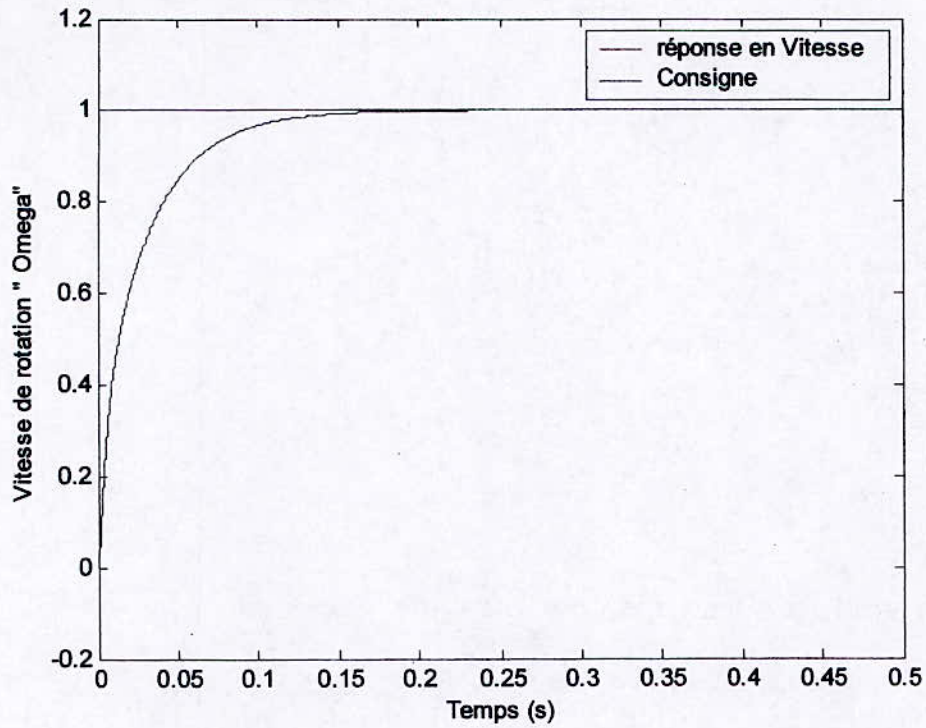
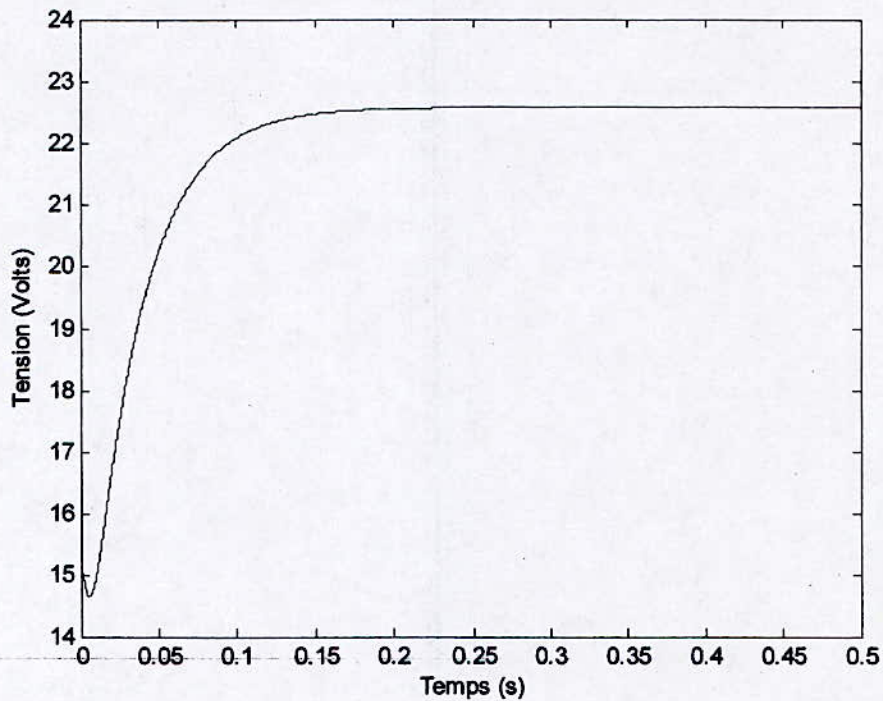
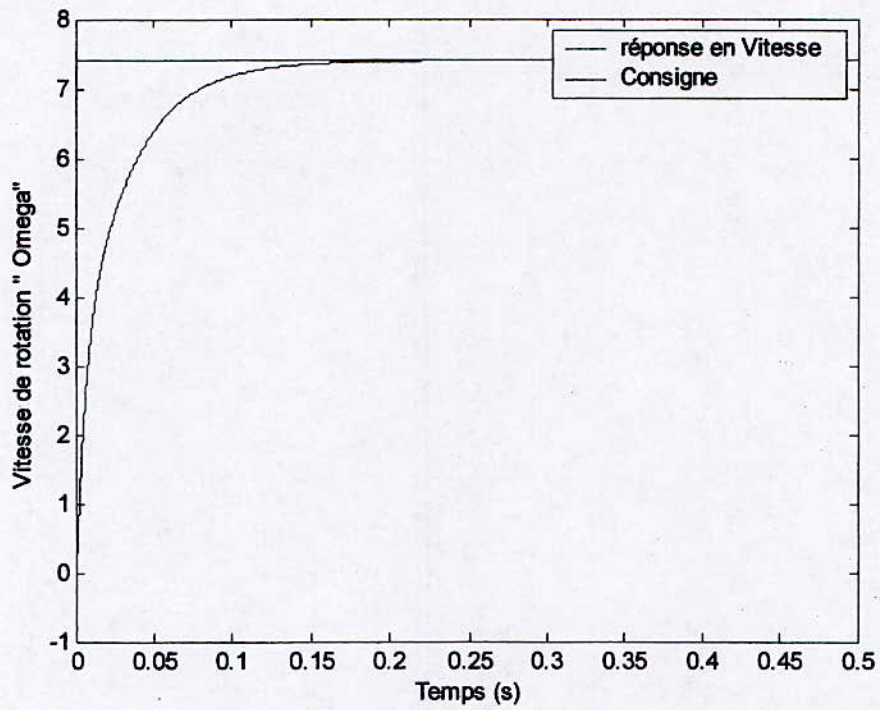


Fig.III.2 : Asservissement en vitesse du MCC (PID discret)

Ainsi on obtient la réponse suivante à un échelon unité avec un temps de réponse qui voisine 0.15 s .





III – 3 - Simulation du modèle cinématique du robot uni cycle avec actionneurs asservis :

On présente ici la simulation en boucle ouverte du modèle cinématique avec les moteurs à courant continu asservis en vitesse.

Avec cette simulation on peut vérifier l'influence de la dynamique des actionneurs et ainsi on compare avec la réponse du modèle cinématique en négligeant la dynamique des actionneurs.

Pour cela on fixe, par exemple, les conditions initiales suivantes :

$$x_0 = 2 \quad y_0 = 4.5 \quad tetha_0 = \frac{\pi}{6}$$

Et pour les vitesses suivante :

$$v = 0.37 \text{ m/s} \quad \omega = 0 \text{ rad/s}$$

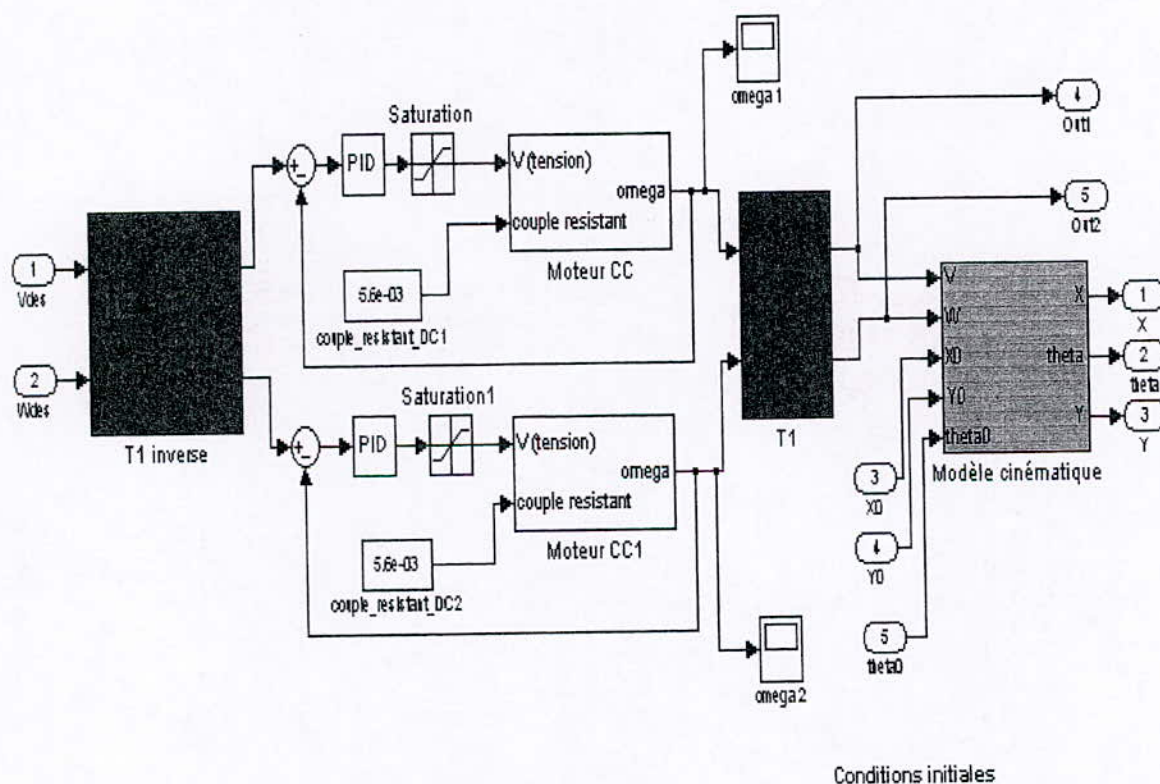
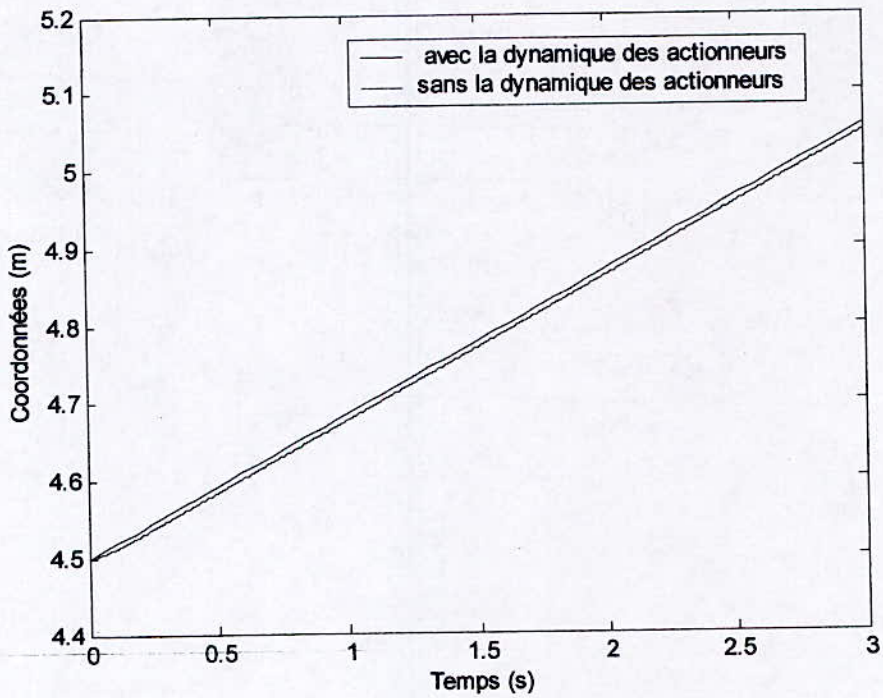
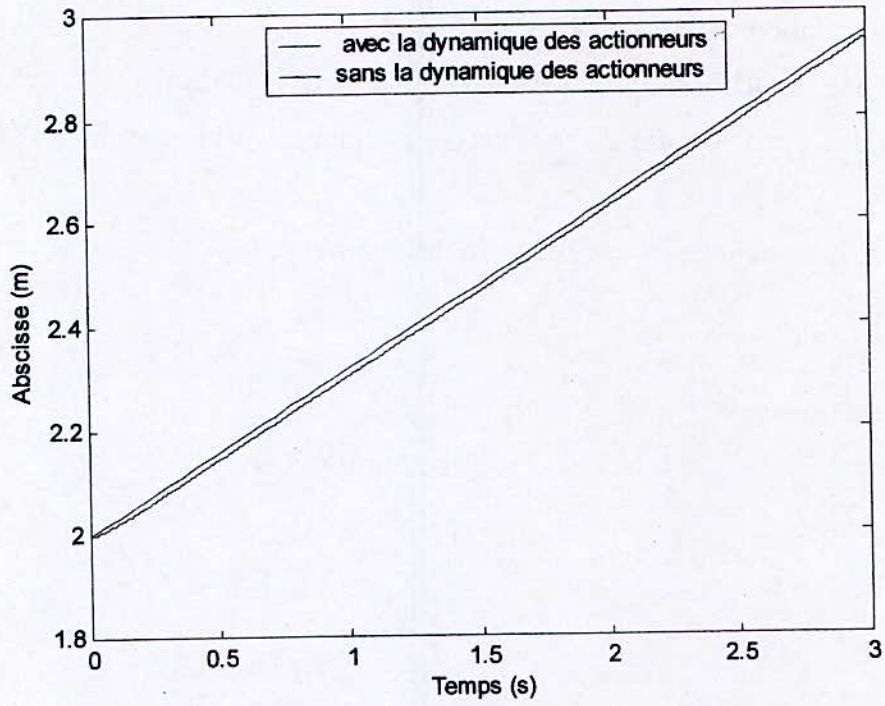
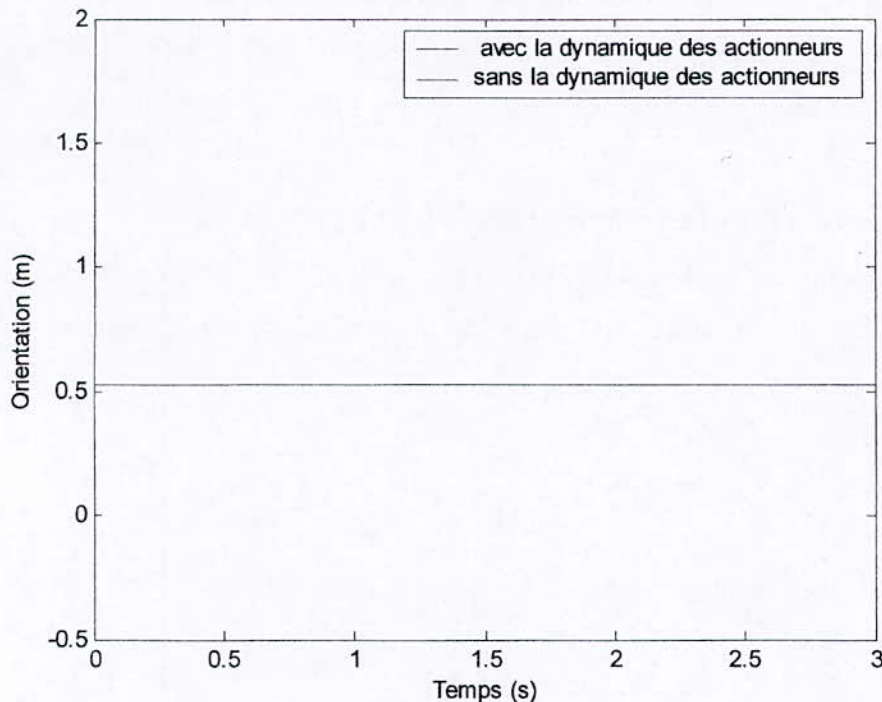


Fig.III.3 : Modèle Cinématique avec les Actionneurs Asservis





Comme on le remarque sur les figures que la dynamique des actionneurs introduit des erreurs qui peuvent être négligées dans ce cas. Il faut juste mentionner que l'apparition d'une seule courbe dans la figure des orientations est due à la parfaite superposition des deux courbes.

III – 4 – Développement des lois de commandes pour le Robot Mobile :

Dans cette partie on va passer à une étape très importante dans notre étude, qui est la synthèse des lois de commande soit pour l'Uni Cycle, soit pour le Tri Cycle, passant par une présentation de l'état de l'art de la commande et de la technique du Backstepping.

III – 4 – 1 - Etat de l'art de la commande du Robot Mobile Uni Cycle : [18]

La stabilisation par retour d'état des systèmes non holonomes, dont figure les robot mobiles, dans une configuration spécifique à fait objet de beaucoup d'activité de recherche. Le problème posé est due à la non existence d'un retour d'état continu et invariant dans le temps qui assure l'objectif de stabilisation (voir Chapitre II). Pour cela plusieurs recherches ont été entreprises et plusieurs solutions ont été proposées. Parmi ces solutions proposées on cite les retour d'état variant avec le temps, qui introduisent des lois de commande par des fonctions périodiques qui aboutissent à une dynamique de convergence très lente mais aussi ils donnent des trajectoires non continues et qui comportent des oscillations]. Ensuite il y a les

retours d'état discontinues et invariant qui assure une convergence exponentielle et qui élimine le problème des oscillations des trajectoires générées. D'autres lois de commande sont obtenues en utilisant la technique de Backstepping présentée ci-après.

III - 4 - 2 - Présentation de la Technique de BACKSTEPPING :

La technique du BACKSTEPPING n'est en fait que la construction de la fonction de LYAPUNOV ainsi que la commande étape par étape et cela pour un système qui peut être écrit sous forme de systèmes en cascade.

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta) \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} = u \end{cases} \quad (\text{III-11})$$

Où :

$$\begin{bmatrix} \eta^T & \varepsilon \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+1} \text{ Et } u \text{ l'entrée de commande. Et } f:D \rightarrow \mathbb{R}^n, g:D \rightarrow \mathbb{R}^n$$

Notre objectif est de déterminer une loi de commande qui stabilisera le système d'équation (III-11) autour de l'origine.

Si on prend l'équation (III-11) et considérer que ε est l'entrée de commande du sous système définit par :

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta) \varepsilon \quad (\text{III-12})$$

Supposons que ce sous système peut être stabilisé par un retour d'état :

$$\varepsilon = \phi(\eta) \text{ Avec } \phi(0) = 0 \quad (\text{III-13})$$

Cette même fonction peut être trouvée à partir d'une fonction de LYAPUNOV correspondante $V(\eta)$. Donc il existe une fonction définie positive $W(\eta)$ tel que :

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] \leq -W(\eta) \quad (\text{III-14})$$

On soustrait et on additionne le terme $g(\eta) \phi(\eta)$ dans (III-12) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + g(\eta) [\varepsilon - \phi(\eta)] \\ \dot{\varepsilon} = u \end{cases} \quad (\text{III-15})$$

On pose :

$$Z = \varepsilon - \phi(\eta) \quad (\text{III-16})$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + g(\eta) Z \\ \dot{Z} = u - \dot{\phi} \end{cases} \quad (\text{III-17})$$

Ainsi ce système est asymptotiquement stable à condition que l'entrée Z soit nulle.

$\dot{\phi}$ Se calcule comme suit :

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \varepsilon] \quad (\text{III-18})$$

Comme on peut réécrire le système en posant :

$$v = u - \dot{\phi} \quad (\text{III-19})$$

$$\begin{cases} \dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + g(\eta) Z \\ \dot{Z} = v \end{cases} \quad (\text{III-20})$$

On se propose la fonction de LYAPUNOV pour le dernier système obtenu :

$$V_a(\eta, \varepsilon) = V(\eta) + \frac{1}{2} Z^2 \quad (\text{III-21})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) Z + Z v \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) Z + Z v \quad (\text{III-22})$$

Si on choisi :

$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - K Z. \quad \text{tel que } K > 0 \quad (\text{III-23})$$

On obtient :

$$\dot{V}_a \leq -W(\eta) - K Z^2 \quad (\text{III-24})$$

Ce qui satisfait le théorème de LYAPUNOV.

Comme :

$$v = u - \dot{\phi}.$$

On aura :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta) \varepsilon] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - K [\varepsilon - \phi(\eta)] \quad (\text{III-25})$$

Cette commande u assure la convergence asymptotique du système (III-11) Vers l'origine.

III - 4 - 3 - Synthèse de la loi Commande par la Technique de Backstepping pour l'Uni Cycle :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

Sous cette forme on peut pas synthétiser la loi de commande en utilisant l'approche du Backstepping, on doit mettre notre système sous la forme chaînée suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 u_1 \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

C'est pour ça qu'on doit effectuer le changement de variable pour les coordonnées et les entrées suivant :

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = x \cos \theta + y \sin \theta \\ x_3 = x \sin \theta - y \cos \theta \\ u_1 = \omega \\ u_2 = v - x_3 \omega \end{cases} \quad (\text{III-28})$$

Après la mise sous forme chaînée du système, on procède à l'application de l'approche technique du BACKSTEPPING qui nous assure la convergence des quatre états (dans les deux espaces d'état vers l'origine).

On se propose la fonction de LYAPUNOV suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2$$

Qui vérifie les conditions de LYAPUNOV

$$\dot{V} = x_1 \dot{x}_1 = x_1 \omega = x_1 u_1$$

On veut avoir :

$$\dot{V} = -k x_1^2$$

Qui est définie négative.

Donc :

$$u_1 = -k x_1 \quad (\text{III-29})$$

Cette lois de commande assure la convergence asymptotique de x_1 vers l'origine.

Maintenant on stabilise le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = -k x_2 x_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \end{cases}$$

Cette forme correspond au système (A3-1) où :

$$\eta = x_3, \quad f = 0, \quad g = -k x_1 \quad \text{Et} \quad \varepsilon = x_2$$

Dans ce système, on peut considérer comme étant entrée de commande de la première équation x_2 .

On se propose la fonction de LYAPUNOV suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_3^2$$

D'où :

$$\dot{V} = x_3 \dot{x}_3 = -k x_3 x_2 x_1$$

On veut avoir:

$$\dot{V} = -k_1 x_3^2$$

Donc :

$$\phi(x_3) = x_2 = \frac{k_1 x_3}{k x_1}$$

Cette lois de commande permet de stabiliser asymptotiquement l'état x_3 . on précise que cette entrée est toujours définie vu que x_1 est toujours différent jamais la valeur 0.

On utilisant l'expression (3-2) pour trouver u avec cette fois ci :

$$\eta = x_3, \quad f = 0, \quad g = -k x_1, \quad \varepsilon = x_2, \quad \phi(x_3) = \frac{k_1 x_3}{k x_1}$$

On trouve :

$$u_2 = -(k_1 + k_2) x_2 + k x_1 x_3 + \frac{k_2 k_1 x_3}{k x_1} \quad (\text{III-30})$$

Enfin on obtient les lois de commandes :

$$\begin{cases} u_1 = -k x_1 \\ u_2 = -(k_1 + k_2) x_2 + k x_1 x_3 + \frac{k_2 k_1 x_3}{k x_1} \end{cases} \quad (\text{III-31})$$

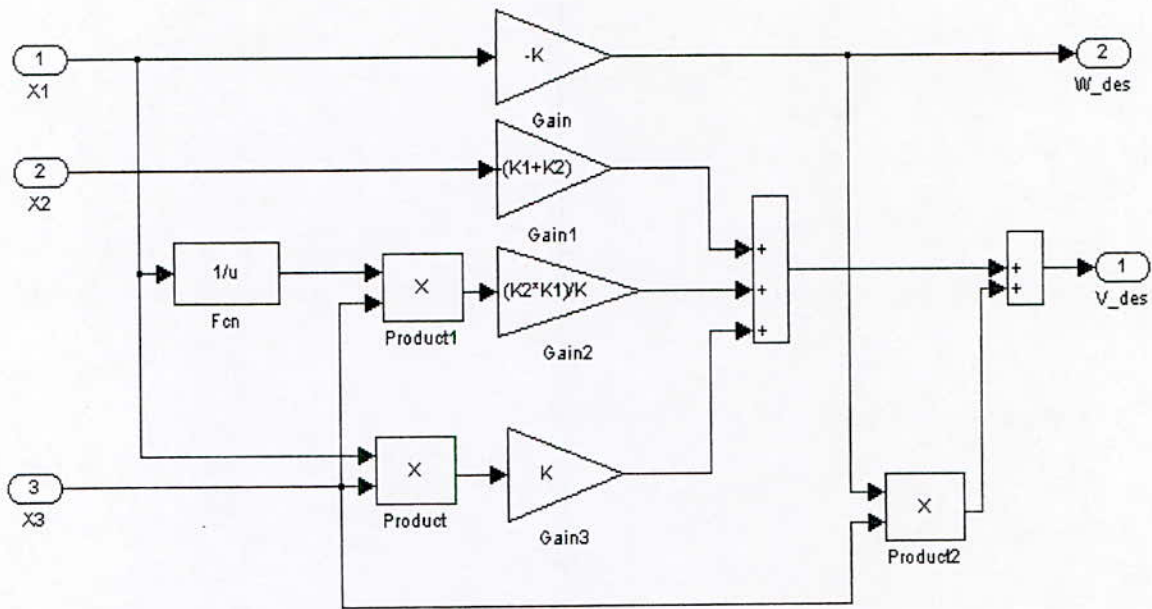


Fig.III.4 : Commande de Stabilisation autour de l'Origine

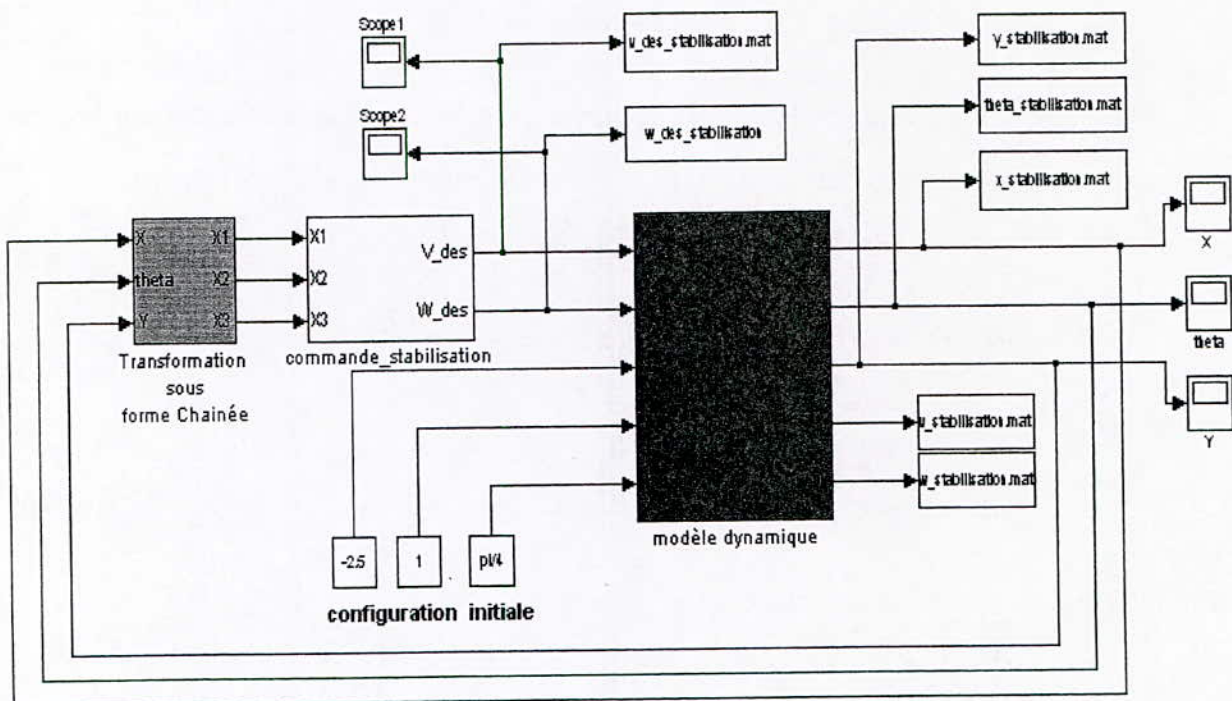
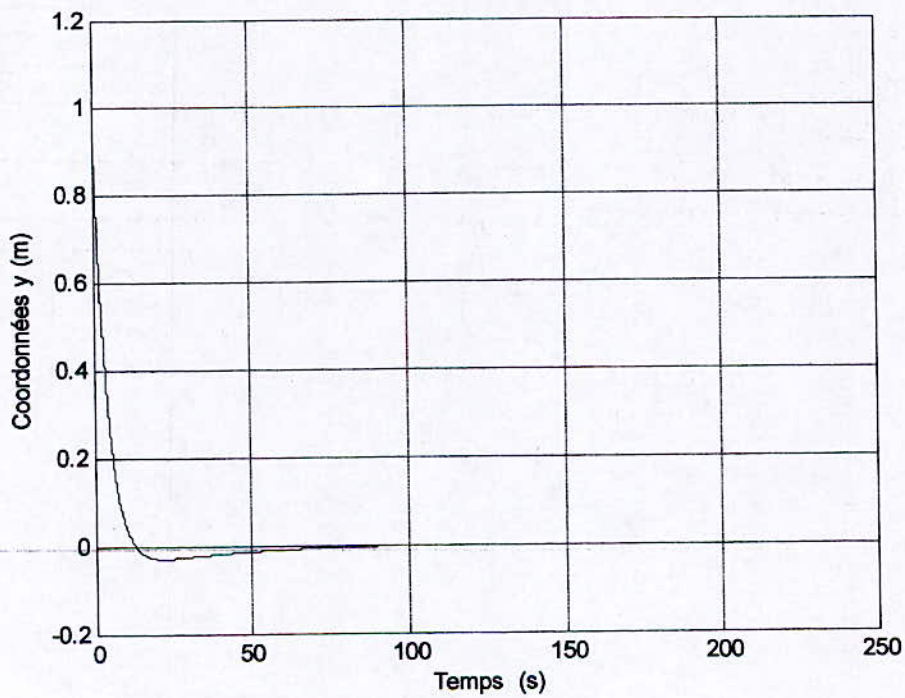
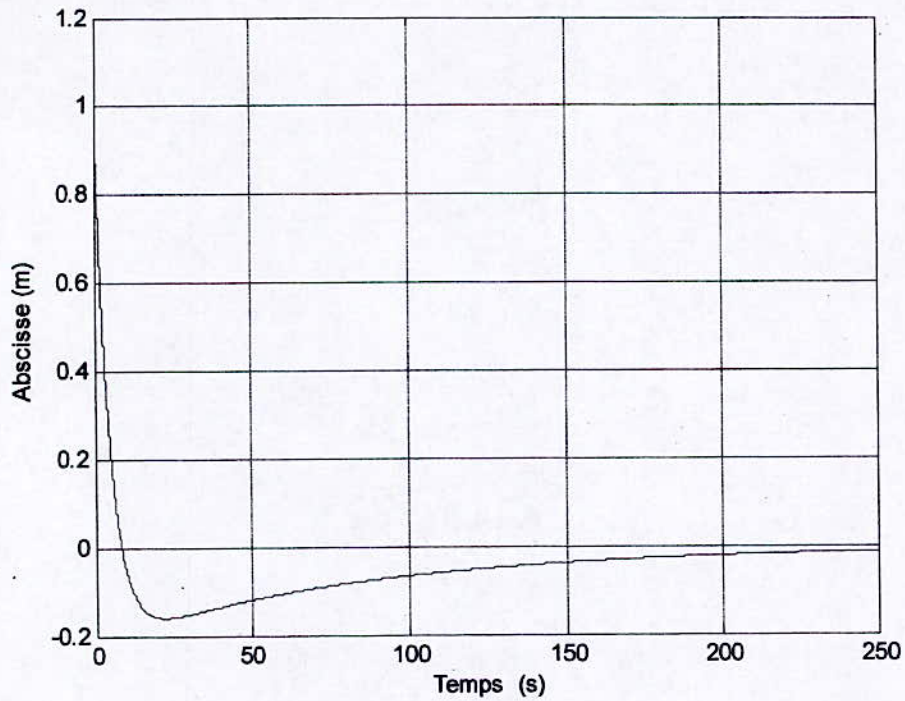


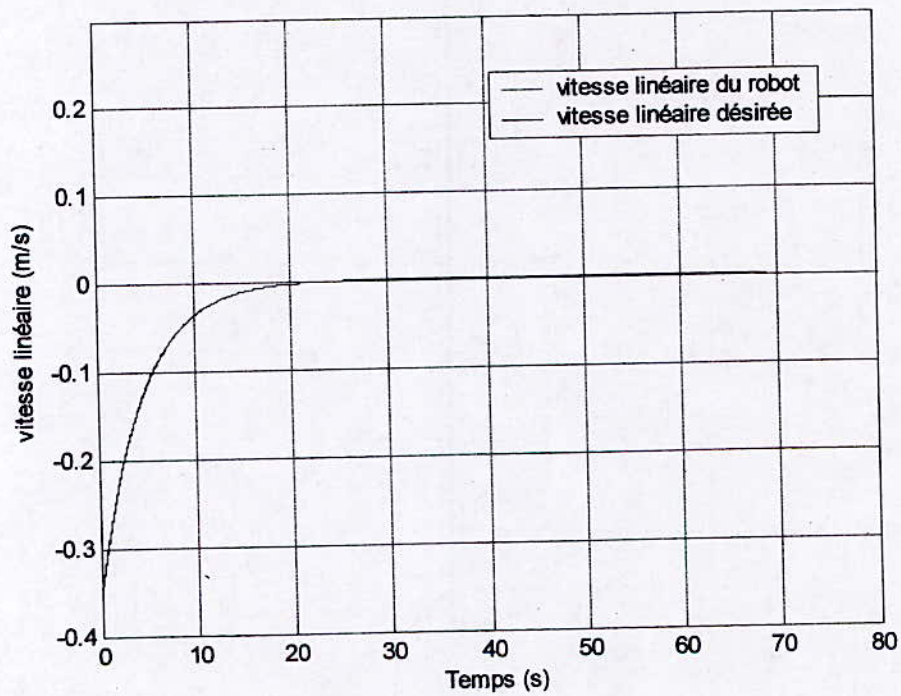
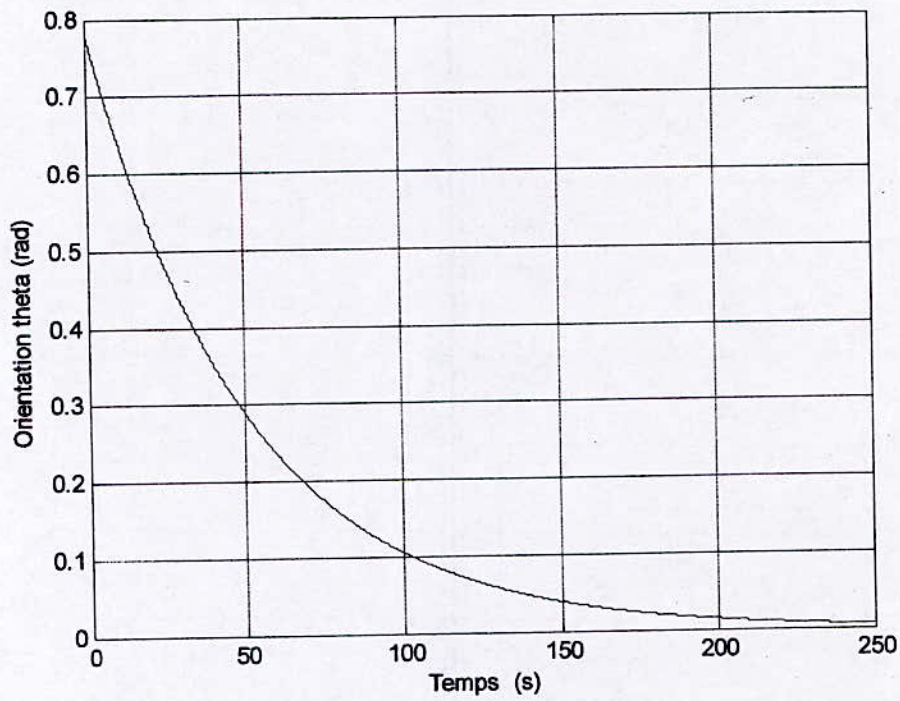
Fig.III.5 : Stabilisation du Robot Uni Cycle à l'origine à partir d'une configuration initiale

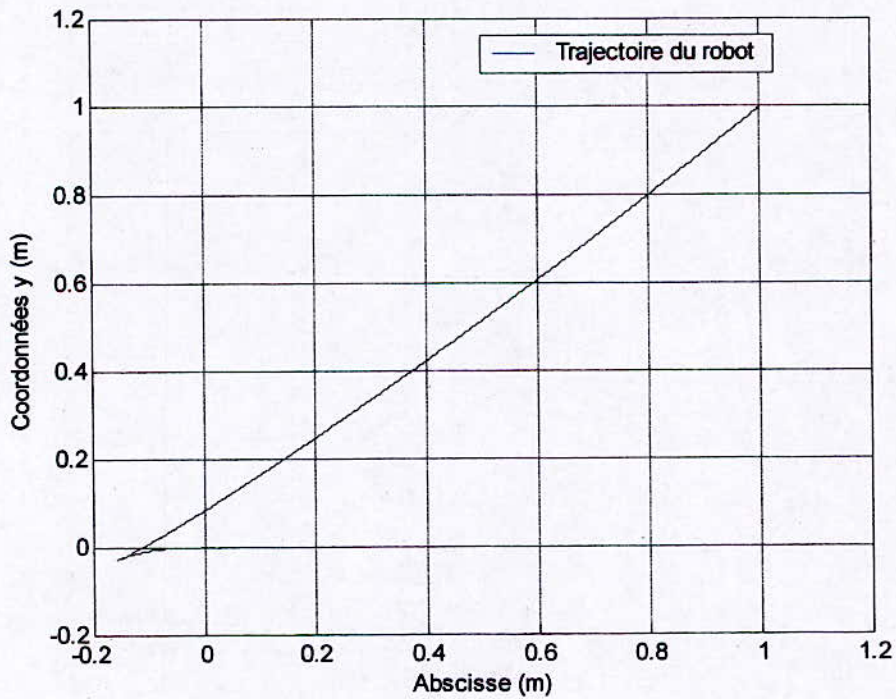
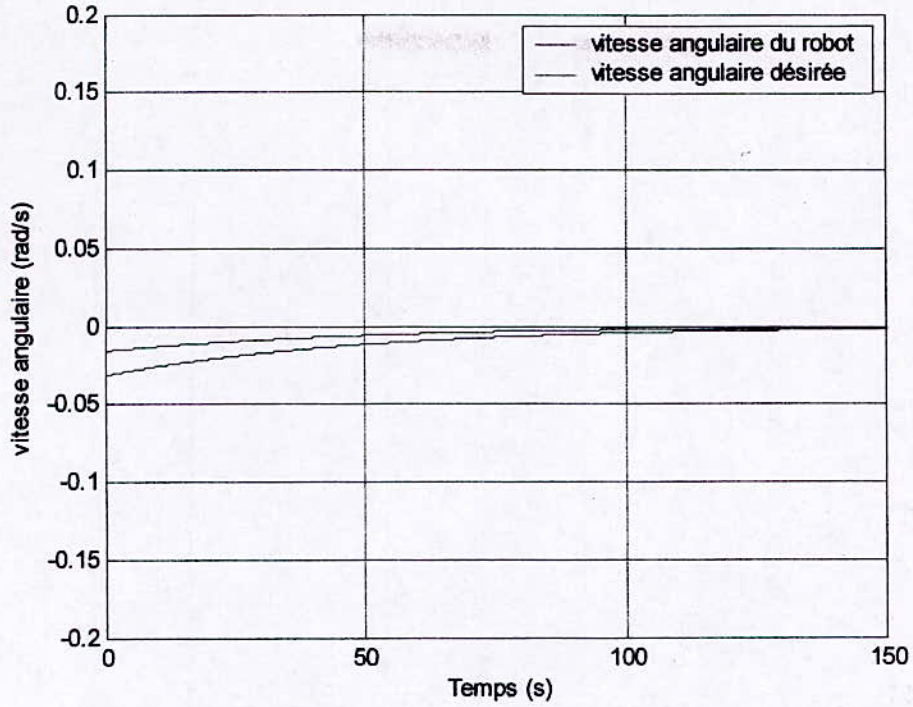
On positionnant le robot dans la configuration initiale suivante :

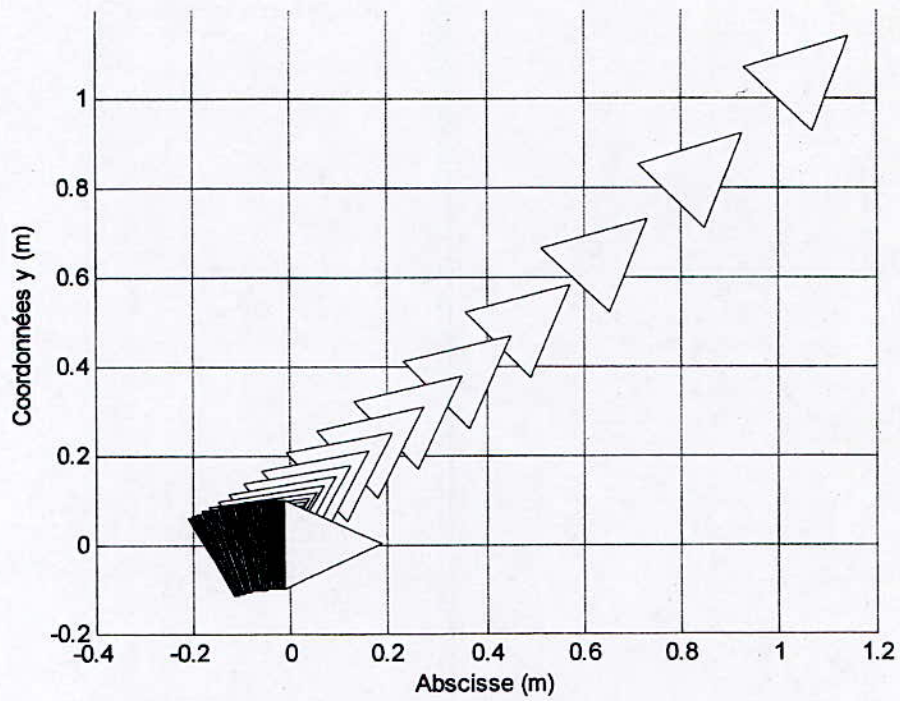
$$x_0 = 1 \quad y_0 = 1 \quad \theta_0 = \frac{\pi}{4}$$

On aboutit au résultats suivants :

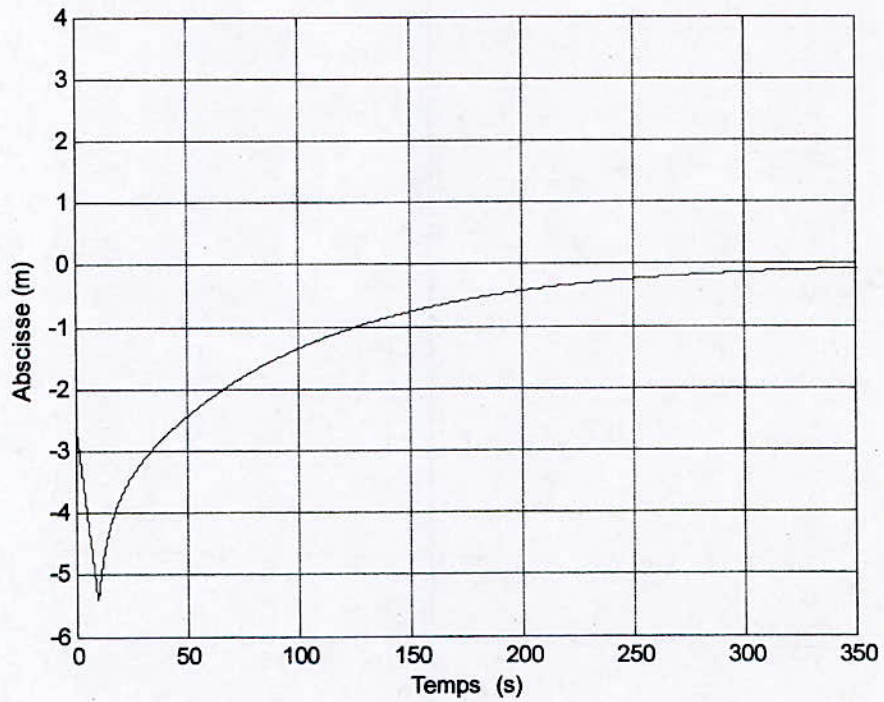


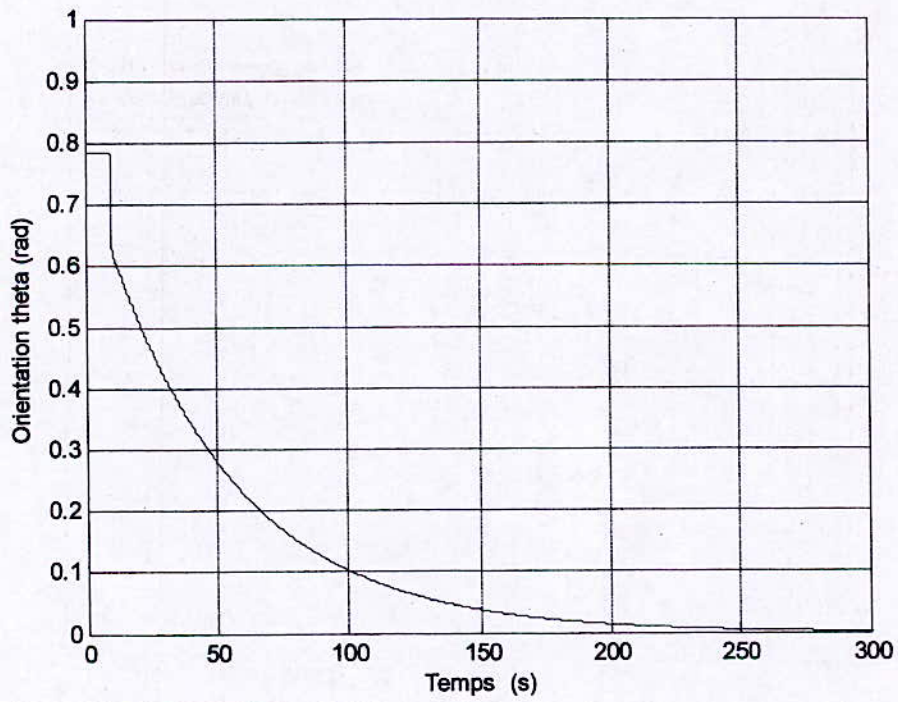
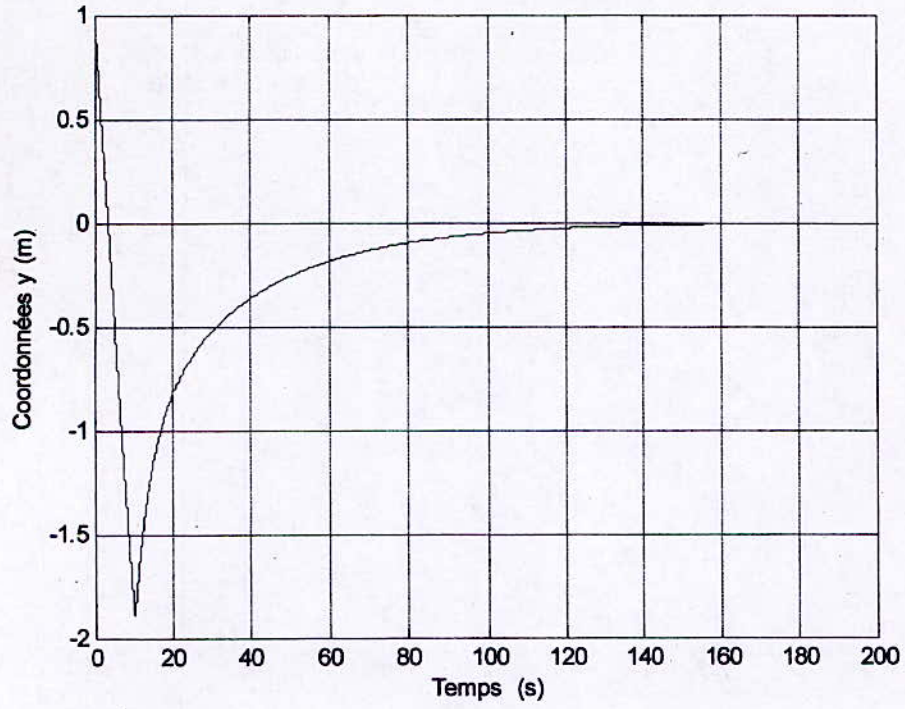


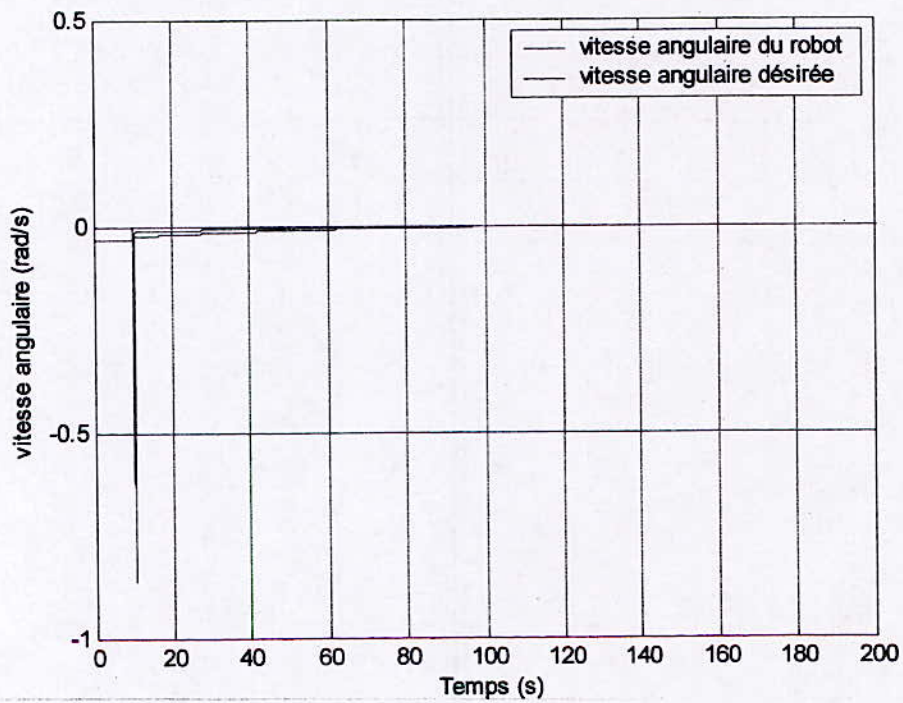
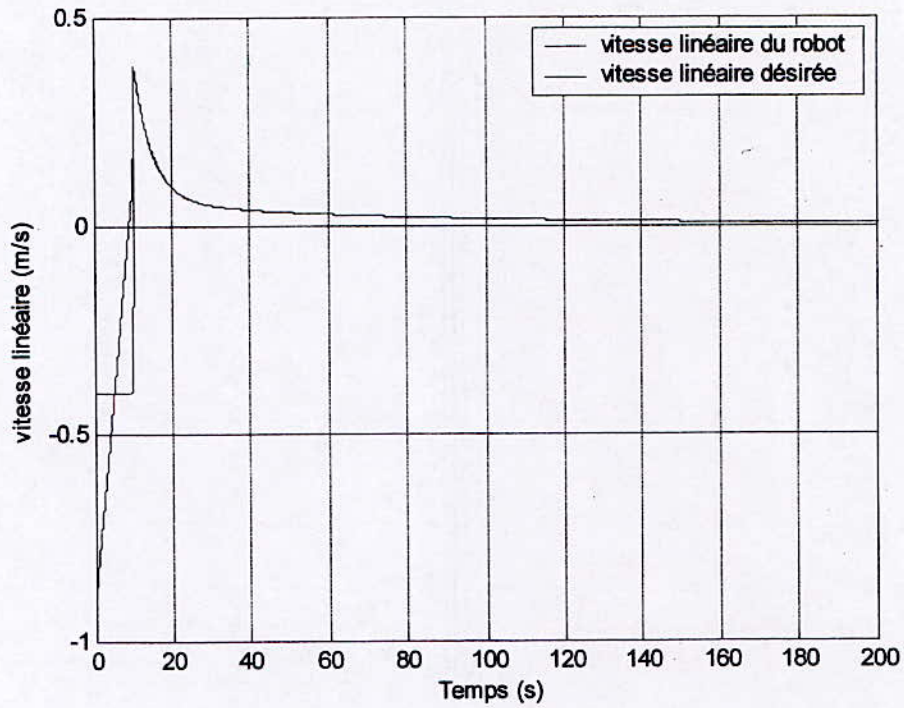


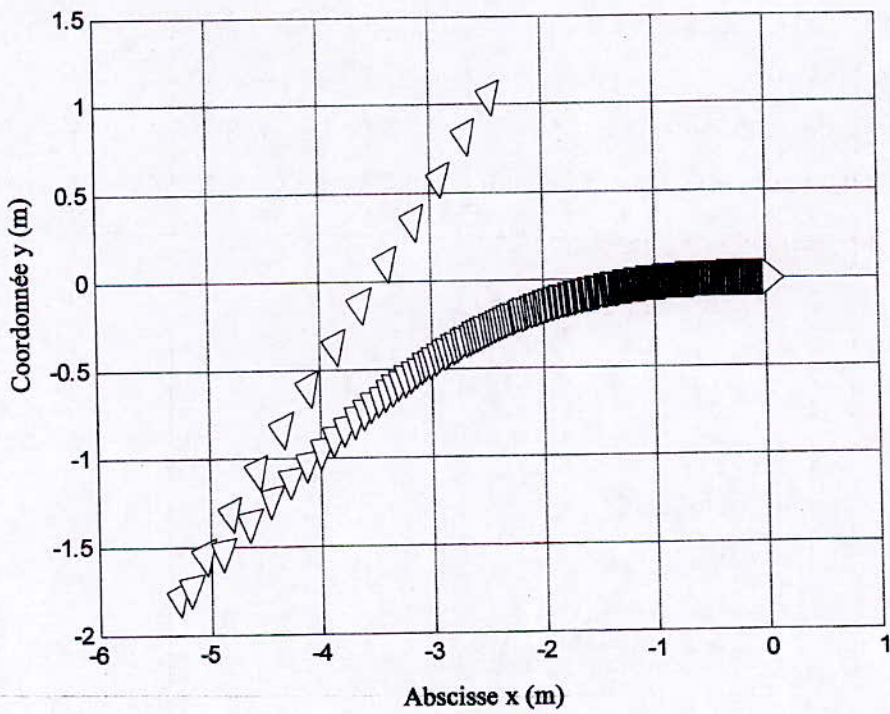
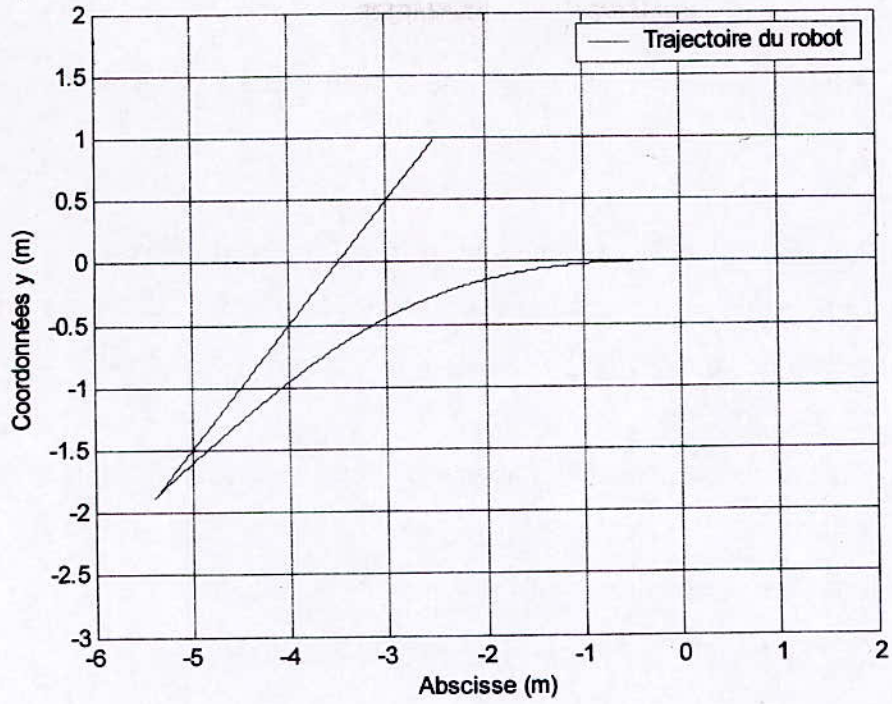


$$x_0 = -2.5 \quad y_0 = 1 \quad \theta_0 = \frac{\pi}{4}$$









III - 4 - 4 - Synthèse de la loi Commande par la Technique de Backstepping pour le Tricycle :

On va procéder comme pour l'Uni Cycle, à synthétiser les lois de commande pour le Tri Cycle.

III - 4 - 4 - 1 - Transformation du système à un système chaîné d'ordre 4 :

Dans cette partie on va appliquer la théorie de LYAPUNOV pour synthétiser :
Premièrement, des lois de commande qui assurent la convergence des variables d'état vers l'origine.

Deuxièmement, des lois de commande qui assure la poursuite d'une trajectoire dictée pour le robot mobile.

Pour cela on va reprendre le modèle présenté précédemment :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \frac{v}{l} \tan(\phi) \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases} \quad \text{(III-32)}$$

On précise que les entrées de commande de ce système sont ω et v Qui sont, respectivement, la vitesse angulaire de la roue avant (directrice) et la vitesse linéaire des deux roues arrière (motrices).

Le système comme il est présenté ne permet la synthèse avec la méthode de BACKSTEPPING. Pour cela on procède à un changement d'espace d'état que voici :

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \frac{\tan(\phi)}{l \cos^3(\theta)} \\ x_3 = \tan(\theta) \\ x_4 = y \end{cases} \quad \text{(III-33)}$$

En dérivant ce système on obtient:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x} = v \cdot \cos(\theta) = u_1 \\ \dot{x}_2 = \frac{3 \tan g(\theta) \tan g^2(\phi)}{l \cos^3(\theta)} v + \frac{1}{l \cos^2(\phi) \cos^3(\theta)} w = u_2 \\ \dot{x}_3 = \frac{\tan g(\phi)}{l \cos^3(\theta)} v \cos(\theta) = x_2 u_1 \\ \dot{x}_4 = v \sin(\theta) = \tan g(\theta) u_1 = x_3 u_1 \end{cases}$$

Tel que les termes u_1, u_2 sont les entrées de commandes dans le nouvel espace d'état.

Ainsi les entées de commande v, ω s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} v = \frac{u_1}{\cos(\theta)} \\ \omega = -\frac{3 \sin^2(\phi) \sin(\theta)}{l \cos^2(\theta)} u_1 + l \cos^2(\phi) \cos^3(\theta) u_2 \end{cases} \quad (\text{III-34})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 u_1 \\ \dot{x}_4 = x_3 u_1 \end{cases} \quad (\text{III-35})$$

Ce système est mis sous forme dite chaînée, on peut aussi le qualifier de sous systèmes en cascade. Nous remarquons que cette forme permet l'application des différentes méthodes précédemment étudiées.

Après la mise sous forme chaînée du système, on procède à l'application de l'approche technique du BACKSTEPPING qui nous assure la convergence des quatre états (dans les deux espaces d'état) vers l'origine.

On se propose la fonction de LYAPUNOV suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2$$

Qui vérifie les conditions de LYAPUNOV :

$$\dot{V} = x_1 \dot{x}_1 = x_1 u_1 = x_1 v \cos(\theta)$$

On veut avoir :

$$\dot{V} = -k x_1^2$$

Qui est définie négative.

Donc :

$$u_1 = -k x_1 \quad (\text{III-36})$$

Cette lois de commande assure la convergence asymptotique de x_1 vers l'origine.

Maintenant on stabilise le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = -k x_3 x_1 \\ \dot{x}_3 = -k x_2 x_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \end{cases}$$

Cette forme correspond à ce système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta) \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} = u \end{cases}$$

Initialement on stabilise le sous système:

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = -k x_3 x_1 \\ \dot{x}_3 = -k x_2 x_1 = u \end{cases}$$

Dans ce système, on peut considérer comme étant entrée de commande de la première équation x_3 .

On se propose la fonction de LYAPUNOV suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_4^2$$

D'où :

$$\dot{V} = x_4 \dot{x}_4 = -k x_4 x_3 x_1$$

On veut avoir:

$$\dot{V} = -k_1 x_4^2$$

Donc :

$$\phi(x_4) = x_3 = \frac{k_1 x_4}{k x_1}$$

Cette loi de commande permet de stabiliser asymptotiquement l'état x_4 . On précise que cette entrée est toujours définie vu que x_1 est toujours différent de la valeur 0.

On utilisant l'expression (3-2) pour trouver u avec cette fois ci :

$$\eta = x_4, \quad f = 0, \quad g = -k x_1, \quad \varepsilon = x_3, \quad \phi(x_4) = \frac{k_1 x_4}{k x_1}$$

On trouve :

$$u = -(k_1 + k_2) x_3 + k x_1 x_4 + \frac{k_2 k_1 x_4}{k x_1}$$

D'où :

$$x_2 = \frac{(k_1 + k_2) x_3}{k x_1} - x_4 - \frac{k_2 k_1 x_4}{k^2 x_1^2}$$

Maintenant on passe au système d'ordre trois avec une entrée de commande x_2 avec :

$$\eta = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} -k x_3 x_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ -k x_1 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = x_2$$

Et:

$$\phi(x_3, x_4) = x_2 = \frac{(k_1 + k_2)}{k} \frac{x_3}{x_1} - x_4 - \frac{k_2 k_1}{k^2} \frac{x_4}{x_1^2}$$

Correspondante à la fonction de LYAPUNOV suivante :

$$V(x_3, x_4) = \frac{1}{2} x_4^2 + \frac{1}{2} \left(x_3 - \frac{k_1 x_4}{k x_1} \right)^2$$

On utilisant l'expression (3-2) pour trouver u_2 :

$$u_2 = 2k x_1 x_3 + \left[\frac{k_2 k_1}{k} + \frac{k_3(k_1 + k_2)}{k} \right] \frac{x_3}{x_1} - (k_1 + k_2 + k_3) x_2 - x_1 x_4 - k_3 x_4 - \frac{k_3 k_2 k_1}{k^2} \frac{x_4}{x_1^2}$$

$$V(x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} x_4^2 + \frac{1}{2} \left(x_3 - \frac{k_1 x_4}{k x_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(x_2 - \frac{(k_1 + k_2)}{k} \frac{x_3}{x_1} + x_4 - \frac{k_2 k_1}{k^2} \frac{x_4}{x_1^2} \right)^2$$

En fin on obtient les lois de commande suivantes :

$$\begin{cases} u_1 = -k x_1 \\ u_2 = 2k x_1 x_3 + \left[\frac{k_2 k_1}{k} + \frac{k_3(k_1 + k_2)}{k} \right] \frac{x_3}{x_1} - (k_1 + k_2 + k_3) x_2 - x_1 x_4 - k_3 x_4 - \frac{k_3 k_2 k_1}{k^2} \frac{x_4}{x_1^2} \end{cases} \quad (\text{III-37})$$

III - 5 - Structure de Commande à modèle de référence appliquée au robot uni cycle : [10]

Dans cette partie on présente une loi de commande qui permet la poursuite d'une trajectoire référence qui comprend au même temps les paramètres géométriques et ceux cinématiques. Cela veut dire qu'ici on exige un profil de vitesse à chaque point de trajectoire géométrique.

III - 5 - 1 - Formulation du problème :

On a le modèle cinématique du robot mobile uni cycle présenté précédemment :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases}$$

Qu'on peut réécrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

L'objectif est de trouver une loi de commande qui assure une convergence asymptotique des paramètres du robot vers la trajectoire générée par le modèle de référence suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} \tag{III-38}$$

On définit $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$, $\tilde{\theta}(t) \in R^1$ qui représente les erreurs entre les paramètres de l'actuelle position et ceux de la position référence du robot dans le plan cartésien.

$$\tilde{x} = x_r - x \quad , \quad \tilde{y} = y_r - y \quad , \quad \tilde{\theta} = \theta_r - \theta \tag{III-39}$$

Ainsi la problématique se formule par le développement d'une loi de commande qui permet d'avoir $\lim_{t \rightarrow \infty} [\tilde{x}(t), \tilde{y}(t), \tilde{\theta}(t)]^T \rightarrow [0, 0, 0]^T$.

III - 5 - 2 - Développement de la loi de commande :

On utilisant la transformation suivante sur les erreurs de position définies plus haut :

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \tag{III-40}$$

Où e_1, e_2, e_3 représente l'erreur tangentielle, l'erreur normale (latérale) et l'erreur d'orientation, respectivement.

En dérivant le système (III-40) on obtient le modèle dynamique suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega e_2 - v + v_r \cos(e_3) \\ -\omega e_1 + v_r \sin(e_3) \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix} \tag{III-41}$$

Il faut noter, du système (III-40), que si les erreurs e_1, e_2, e_3 sont continues et bornées, on déduit que les erreurs $\tilde{x}(t), \tilde{y}(t), \tilde{\theta}(t)$ sont aussi continues et bornées.

On définit la variable auxiliaire $\bar{e}_3(t)$ comme suit :

$$\bar{e}_3(t) = e_3 + \alpha e_2 \quad \alpha \in R$$

Comme aussi on peut écrire sa dérivée comme suit :

$$\dot{\bar{e}}_3(t) = \dot{e}_3 + \alpha \dot{e}_2 = \omega_r - \omega + \alpha(-\omega e_1 + v_r \sin(e_3)) \quad (\text{III-42})$$

Soit les lois de commande suivantes :

$$\begin{cases} v = k_1 e_1 + v_r \cos(e_3) + \alpha \omega \sin(e_3) & , \quad k_1 > 0 \\ \omega = \frac{1}{1 + \alpha e_1} (k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) + v_r e_2 + \alpha v_r \sin(e_3) + \omega_r) & , \quad k_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{III-43})$$

En remplaçant (III-43) dans (III-41), on obtient le système en boucle fermée suivant :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \omega e_2 - \alpha \omega \sin(e_3) \\ \dot{e}_2 = -\omega e_1 + v_r \sin(e_3) \\ \dot{\bar{e}}_3 = -k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) - v_r e_2 \end{cases} \quad (\text{III-44})$$

Pour montrer la stabilité asymptotique, on prend la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2) + (1 - \cos(e_3)) \quad (\text{III-45})$$

En dérivant cette fonction on obtient :

$$\dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \dot{e}_3 \sin(e_3) \quad (\text{III-46})$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_3 &= \dot{e}_3 + \alpha \dot{e}_2 = -k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) - v_r e_2 \\ \dot{e}_3 &= -k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) - v_r e_2 + \alpha \omega e_1 - \alpha v_r \sin(e_3) \end{aligned} \quad (\text{III-47})$$

En remplaçant e_1 , e_2 , e_3 et leur dérivées dans l'équation () on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 (\omega e_2 - k_1 e_1 - \alpha \omega \sin(e_3)) + e_2 (-\omega e_1 + v_r \sin(e_3)) \\ &\quad + (-k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) - v_r e_2 + \alpha \omega e_1 - \alpha v_r \sin(e_3)) \sin(e_3) \\ &= -k_1 e_1^2 - \alpha e_1 \omega \sin(e_3) + e_2 v_r \sin(e_3) - k_2 |e_3 \sin(e_3)| - v_r e_2 \sin(e_3) \\ &\quad + \alpha \omega e_1 \sin(e_3) - \alpha v_r \sin^2(e_3) \\ &= -k_1 e_1^2 - k_2 |e_3 \sin(e_3)| - \alpha v_r \sin^2(e_3) \end{aligned} \quad (\text{III-48})$$

Cette dérivée est semi définie négative ($\dot{V} \leq 0$) que si $\alpha v_r \geq 0$.

En utilisant le théorème de *Lasalle* on déduit que $e_1(t)$ et $e_3(t)$ convergent vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) \rightarrow 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_3(t) \rightarrow 0$$

Donc il reste à montrer que même $e_2(t)$ converge aussi vers zéro.

On a :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_3 &= \lim_{t \rightarrow \infty} (-k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) - v_r e_2 + \alpha \omega e_1 - \alpha v_r \sin(e_3)) \\ &= - \lim_{t \rightarrow \infty} v_r e_2 = 0 \end{aligned}$$

Donc si on a $\lim_{t \rightarrow \infty} v_r(t) \neq 0$ pour $t \geq 0$, on peut obtenir $\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = 0$.

De la même façon on montre que si $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \omega_r(t) \neq 0$ on obtient aussi $\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = 0$.

Ainsi on conclut que les lois de commandes proposées en () assure la poursuite de la trajectoire de référence que si : $\lim_{t \rightarrow \infty} v_r \neq 0$ ou $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r \neq 0$

Remarque :

Si $\alpha = 0$ on aura les lois de commande suivantes :

$$\begin{cases} v = k_1 e_1 + v_r \cos(e_3) & , \quad k_1 > 0 \\ \omega = k_2 e_3 \operatorname{sgn}(e_3 \sin(e_3)) + v_r e_2 + \omega_r & , \quad k_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{III - 46})$$

Simulation :

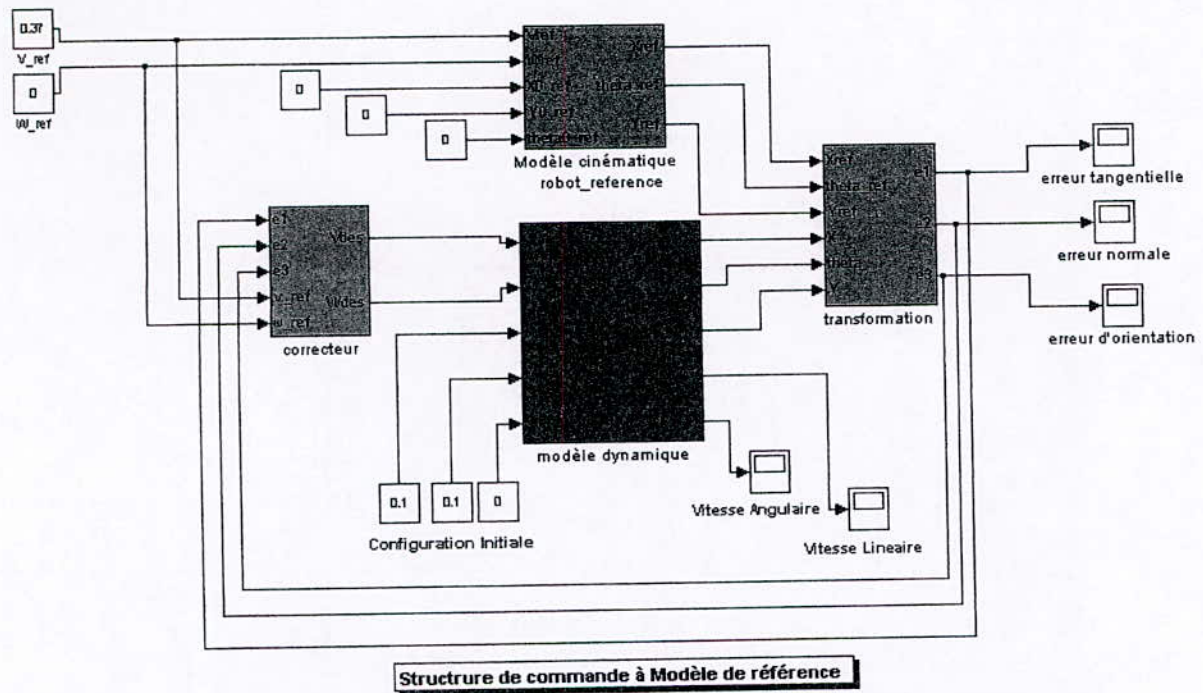
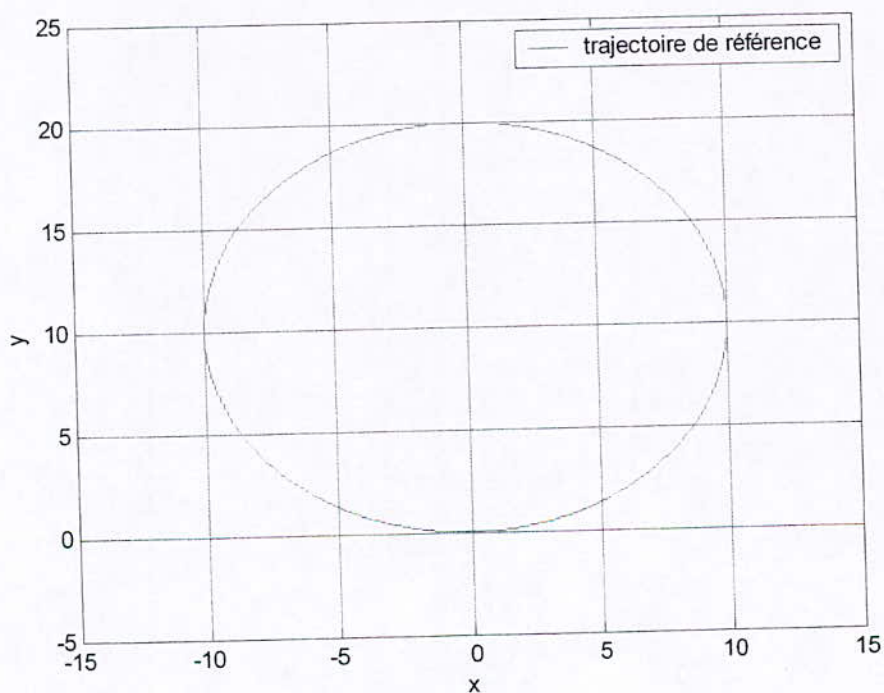


Fig.III.6 : Structure de commande à Modèle de Référence

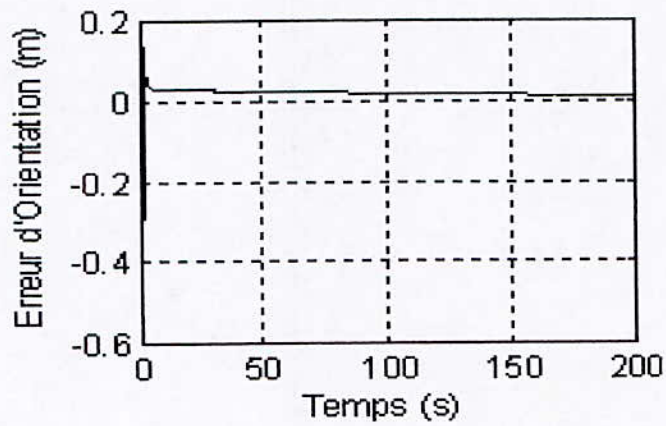
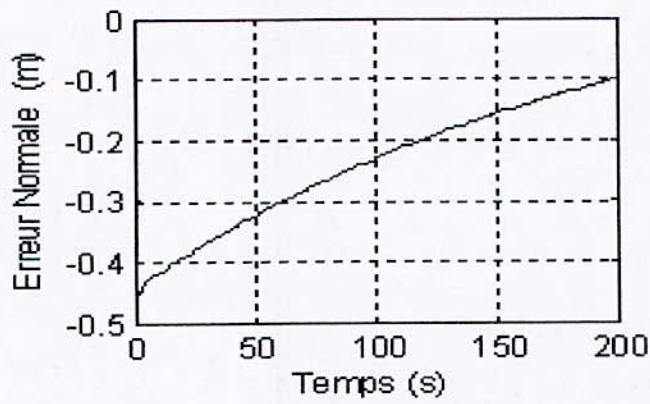
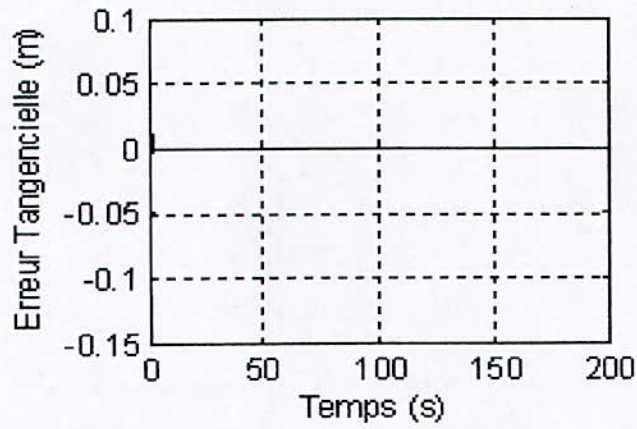
On vas présenter deux exemples de simulation pour deux trajectoires références différentes :

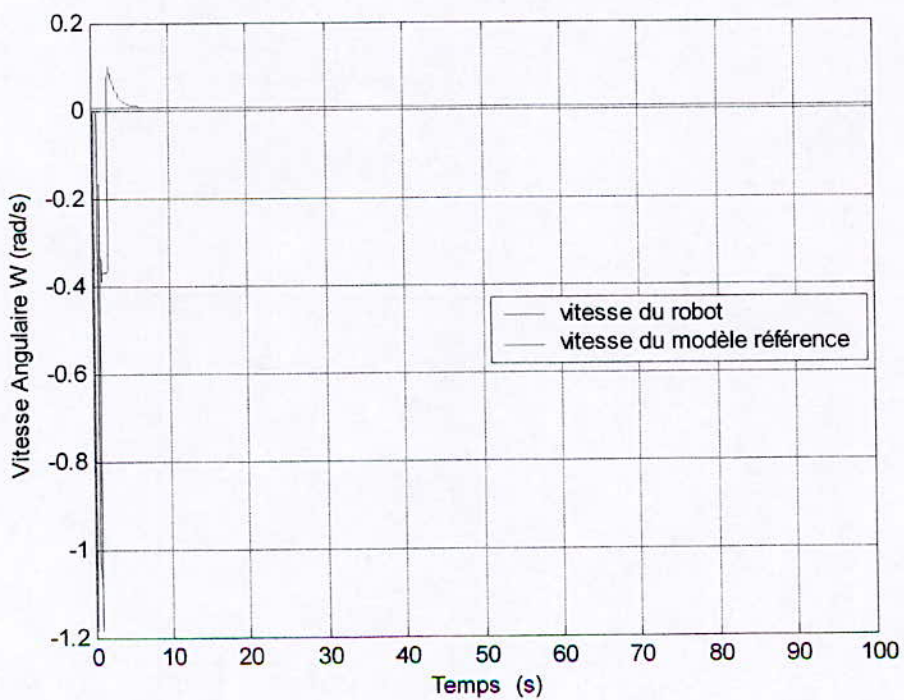
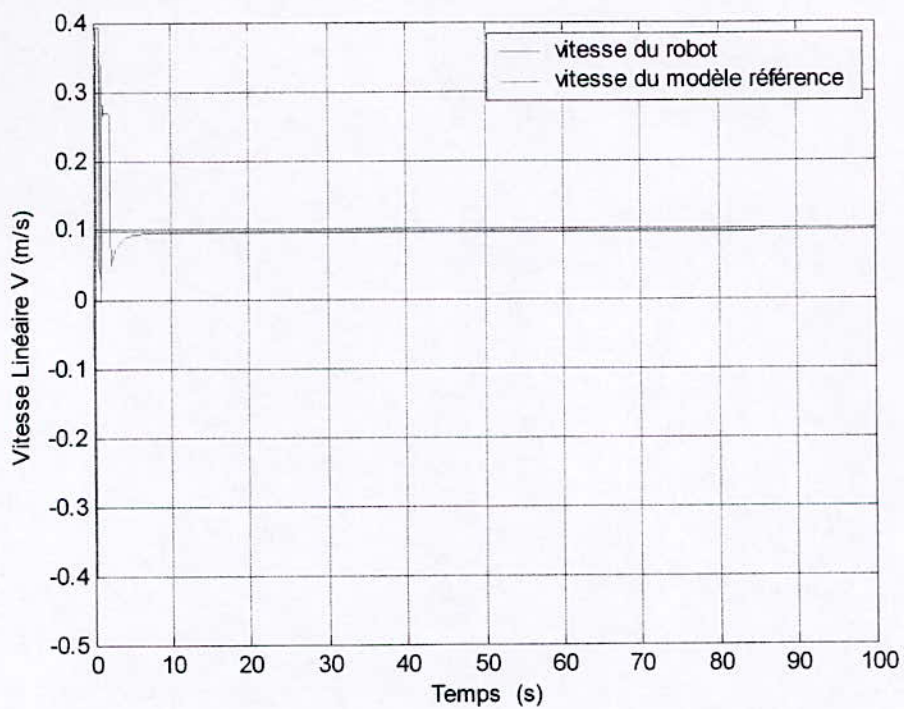
$v_r = 0.1 \text{ m/s}$ $\omega_r = 0.01 \text{ rad/s}$ Et en prenant les conditions initiales pour le modèle de référence suivante. $x_{r0} = y_{r0} = \theta_{r0} = 0$.

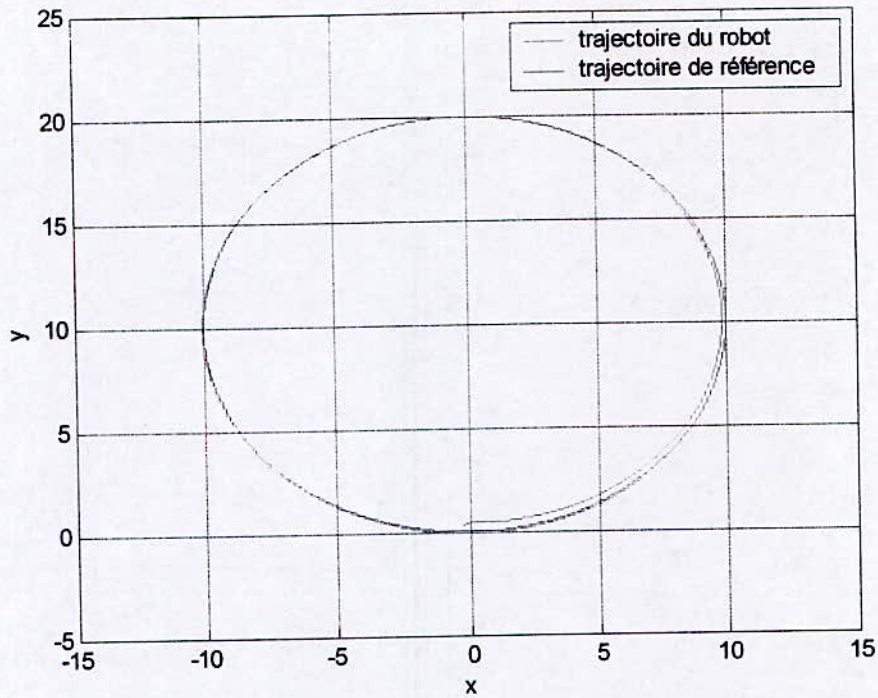
Ce qui donne un cercle de rayon égale à 10 m et centre $x=0 \quad y=10$



Et on positionne initialement notre Robot à $x_0 = -0.1$ $y_0 = 0.4$ $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$



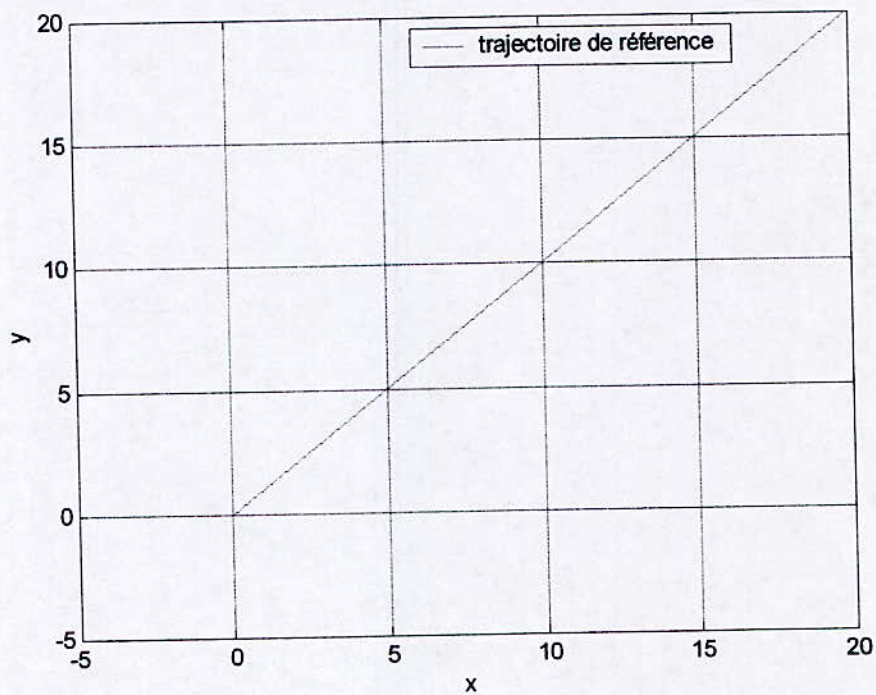




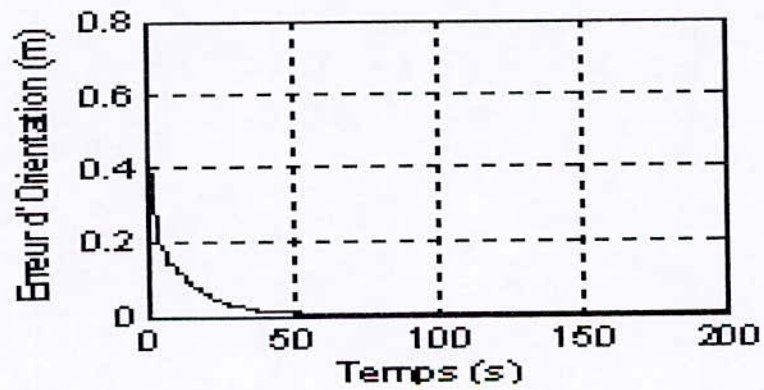
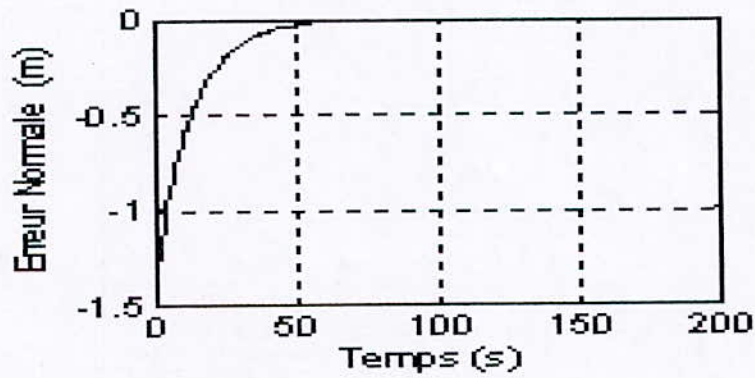
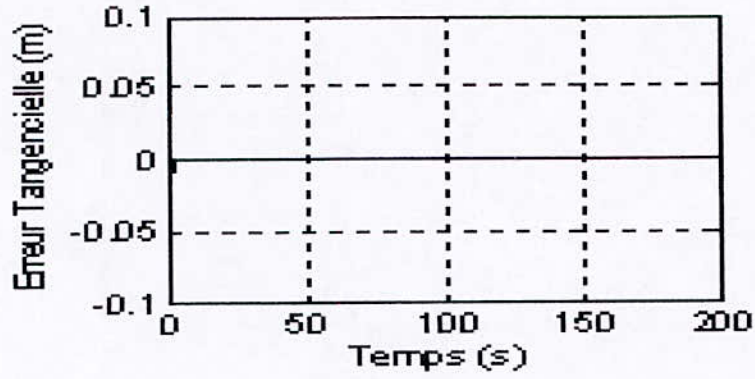
$v_r = 0.37 \text{ m/s}$ $\omega_r = 0 \text{ rad/s}$ Et en prenant les conditions initiales pour le modèle de

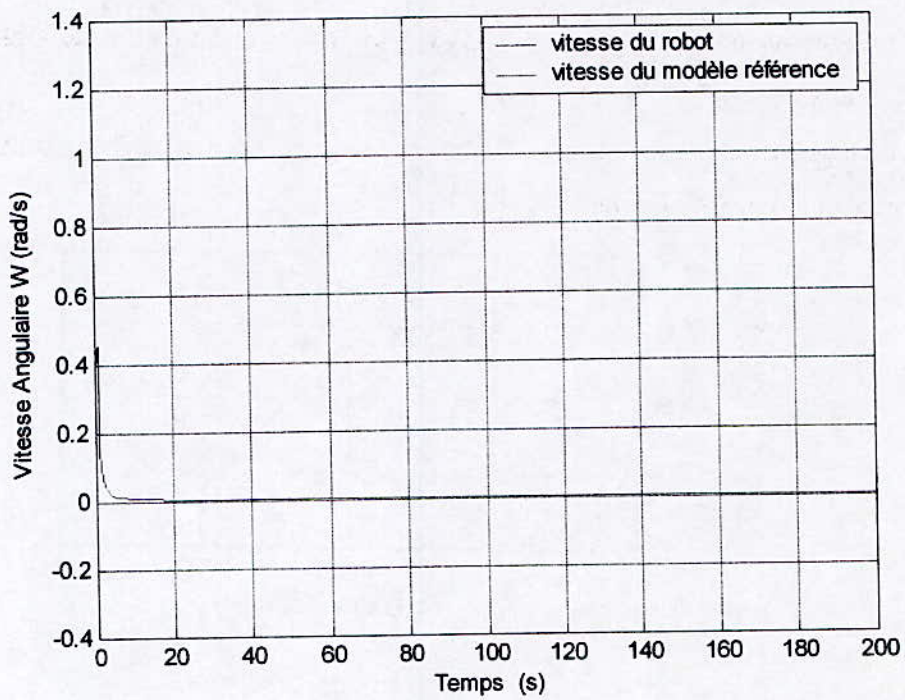
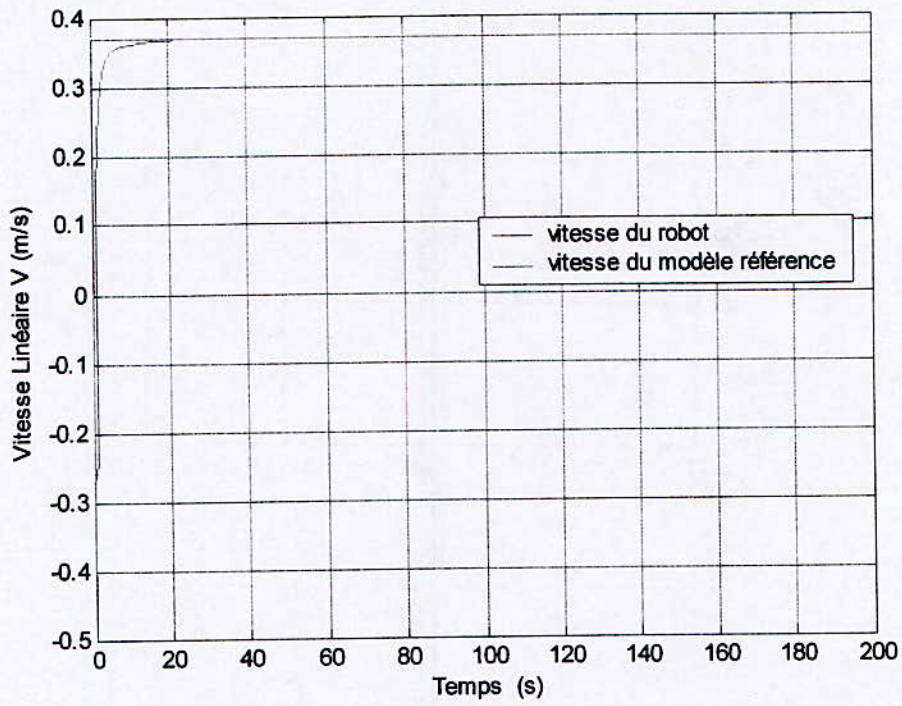
référence suivante : $x_{r0} = y_{r0} = 0$ $\theta_{r0} = \frac{\pi}{4}$

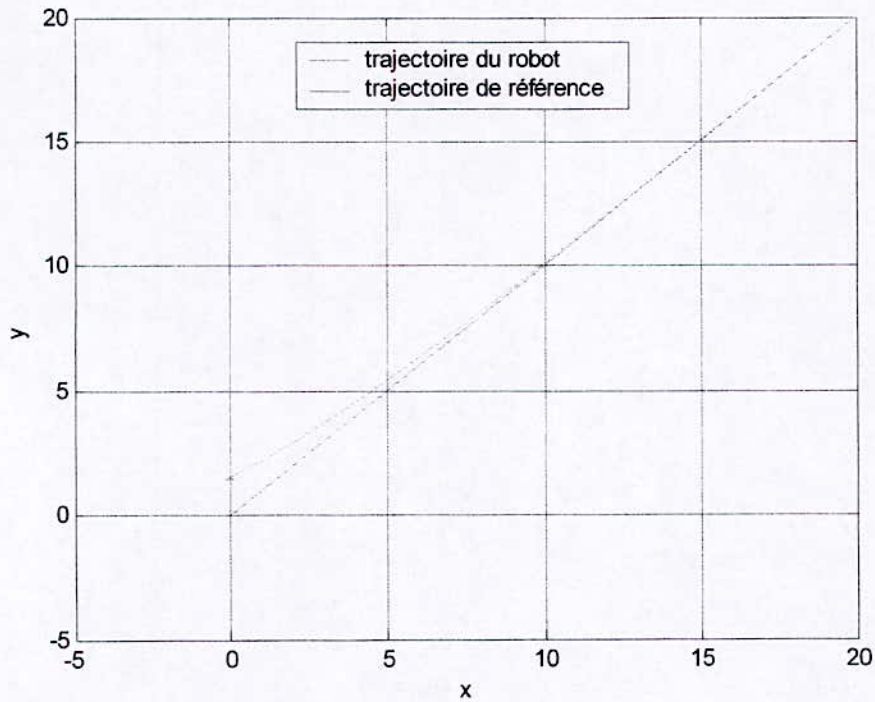
Ce qui donne une droite passant par l'origine et de pente $\frac{\pi}{4}$:



Et on positionne le robot initialement à $x_0 = -0.1$ $y_0 = 0.4$ $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$







Conclusion :

Dans ce chapitre on a pu développer :

- Premièrement l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu.
- Deuxièmement la synthèse de commandes permettant la stabilisation du robot dans une configuration référence à partir de n'importe quelle configuration initiale et cela par la technique de Backstepping.
- Finalement on a présenté une loi de commande permettant la poursuite de trajectoire référence générée en boucle ouverte.

Chapitre IV: Conception & Réalisation Du Robot

IV – 1 - Conception Mécanique :

Les figures ci-dessous présentent la base mécanique de notre robot qui est la partie principale et la disposition de ses différentes parties, les deux moteurs sont fixés soigneusement de façon à avoir les deux roues motrices bien parallèles. Deux roues folles sont fixées une à l'avant et l'autre à l'arrière pour stabiliser la base.

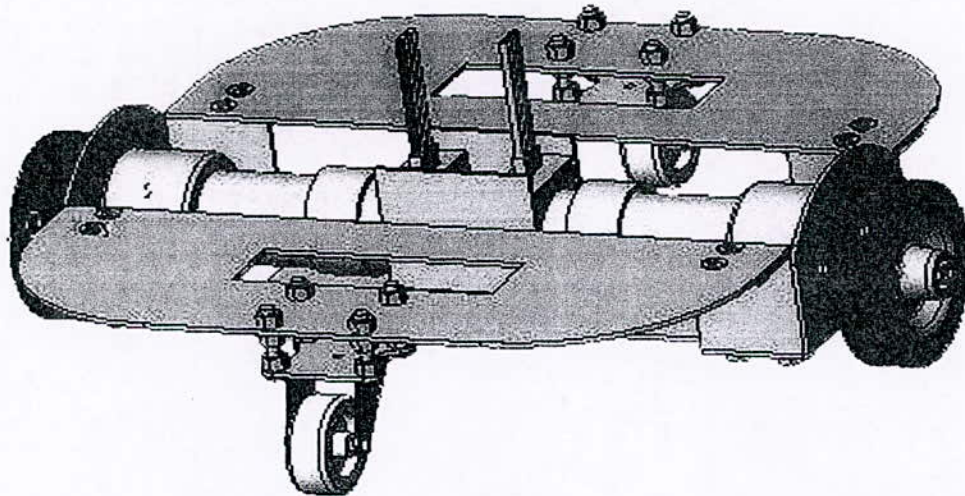


Fig.IV.1 : Vue isométrique de la base mécanique

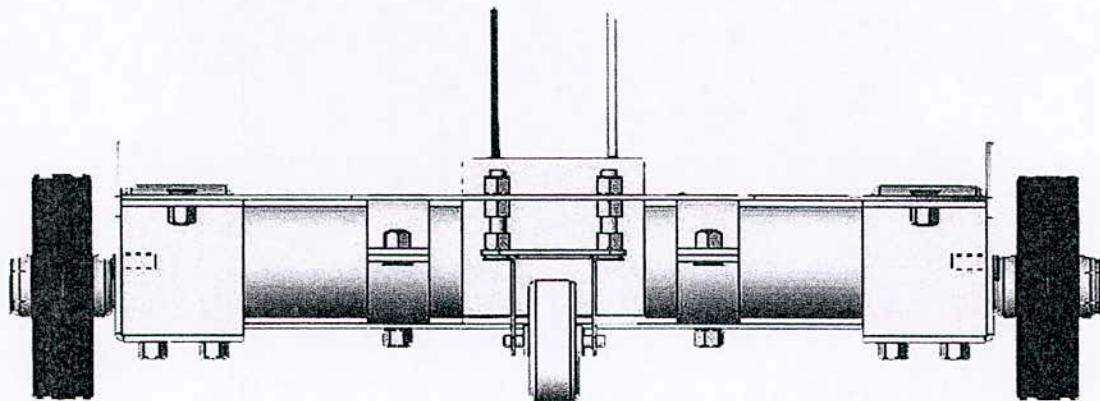


Fig.IV.2 : Vue de face de la base mécanique

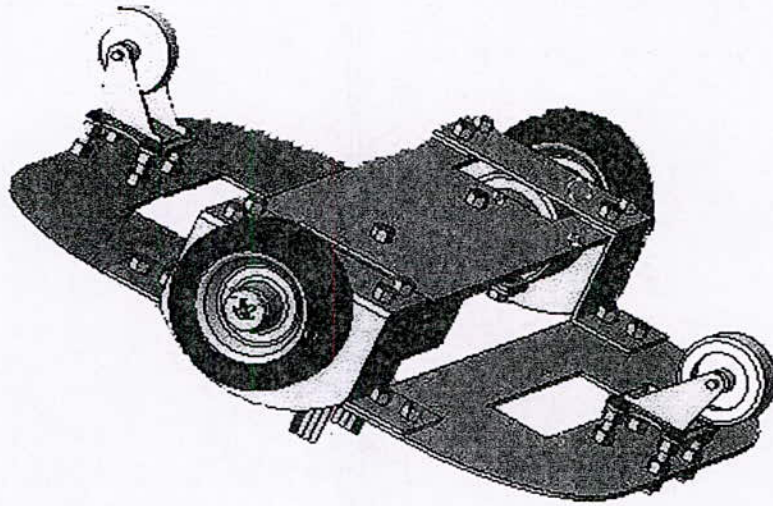


Fig.IV.3 : Vue isométrique inversée

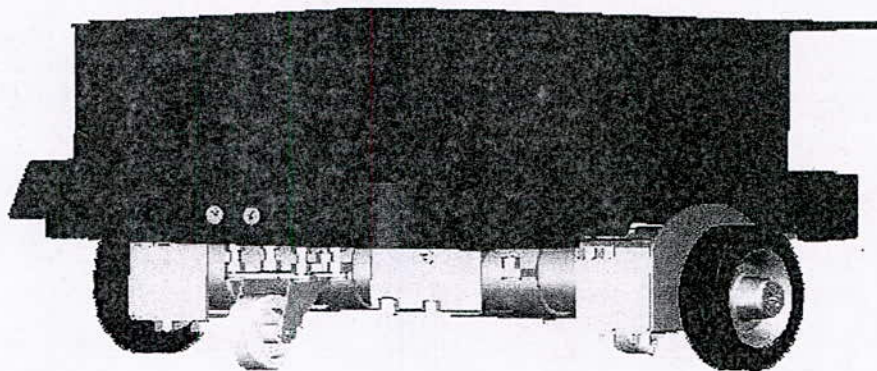


Fig.IV.4 : Vue isométrique du robot

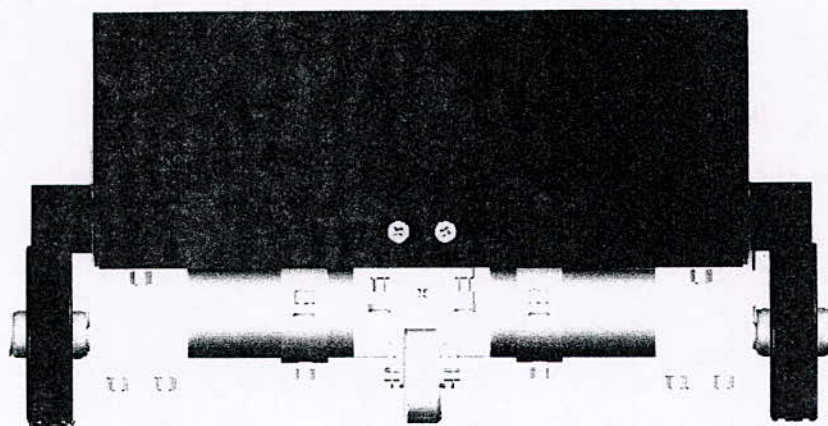


Fig.IV.5 : Vue de face du robot

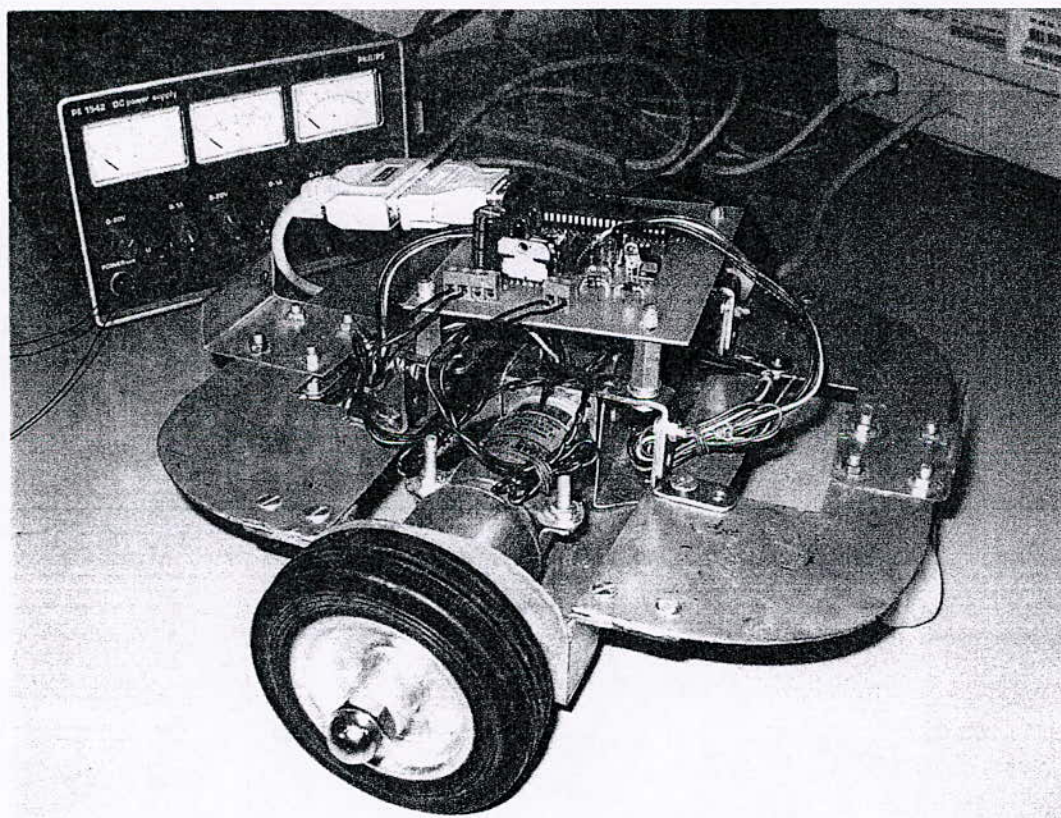


Fig.IV.6 : Photo du Robot Mobile *Robot Poly*

IV - 2 - dimensionnement des moteurs :

Le choix des moteurs d'un robot est généralement une tâche fastidieuse. Il faut dans un premier temps déterminer avec suffisamment de précision le travail qui sera accompli par chacun des moteurs. Évidemment, pour pouvoir valider un choix, il faut connaître les performances que nous voulons atteindre.

Dans ce qui suit on présente la méthodologie pour dimensionner les moteur à utiliser :

Il est essentiel pour cette partie de connaître les paramètres suivants ou de les fixer comme objectifs:

- 1) le masse du robot M_r [Kg]
- 2) rayon des roues R_r [m]
- 3) vitesse maximale du robot v_{\max} [m/s].
- 4) l'accélération maximale A_{\max} [m/s²].
- 5) angle de la plus grande pente à franchir α_{\max} .

Pour dimensionner le moteur il faut trouver deux paramètres qui sont la vitesse de rotation maximale et le couple maximal qu'il peut fournir ainsi on aura déterminé la puissance du moteur à utiliser.

IV - 2 - 1 - vitesse maximale :

Ayant fixé précédemment la vitesse maximale du robot, la vitesse maximale de rotation des roues est déterminée comme suit :

$$\omega_{roue \max} = \frac{v_{\max}}{R_r} \quad [\text{rad/s}] \quad (\text{IV-1})$$

En ayant le rapport de réduction de vitesse n , la vitesse maximale de rotation des moteurs est calculée par la formule suivant :

$$\omega_{moteur \max} = n \cdot \omega_{roue \max} \quad [\text{rad/s}] \quad (\text{IV-2})$$

IV - 2 - 2 - couple maximal :

Pour calculer le couple, il faut faire un bilan de force sur le robot et cela sur une pente maximale.

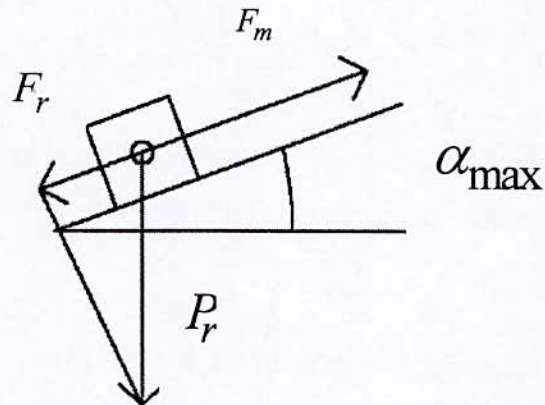


Fig.IV.7: Le bilan des forces exercées sur le Robot Mobile

Lorsque l'on connaît l'angle de la pente α_{\max} , on en déduit facilement la force résistante au mouvement de montée du robot :

$$F_r = M_r \cdot 9.81 \cdot \sin(\alpha_{\max}) = P_r \cdot \sin(\alpha_{\max}) \quad [N] \quad (\text{IV-3})$$

Avec le principe fondamental de la dynamique on calcule la force motrice nécessaire F_m pour entraîner le robot :

$$M_r \cdot A_{\max} = F_m - F_r \quad (\text{IV-4})$$

D'où :

$$F_m = F_r + M_r \cdot A_{\max} \quad (\text{IV-5})$$

Sachant que chaque roue contribue par la moitié de la force d'entraînement F_m , ainsi le couple que doit fournir chaque roue est :

$$C_{roue} = \frac{F_m \cdot R_r}{2} \quad (\text{IV-6})$$

Donc le couple produit par le moteur est calculé comme suit :

$$C_{moteur} = \frac{C_{roue}}{n} \tag{IV-7}$$

Ainsi, on a pu caractériser le moteur qui répond au cahier de charge déjà présenté. Le calcul de la puissance développée par le moteur sera calculé comme suit :

$$Puissance_{max} = C_{moteur\ max} \cdot \omega_{moteur\ max} \tag{IV-8}$$

Il ne faut pas oublier que la puissance calculée est une puissance mécanique, et non une puissance électrique comme aucun moteur n'a un rendement de 1 :1, la puissance consommée sera supérieure.

Bien que, dans notre présente étude, le problème se pose inversement, c'est-à-dire que les performances à atteindre sont déterminées à partir des caractéristiques des deux moteurs, de la compagnie *Pittman*, le modèle GM9236S015, disponibles.

IV – 2 – 3 - Caractéristiques des Moteurs GM9236S015 :

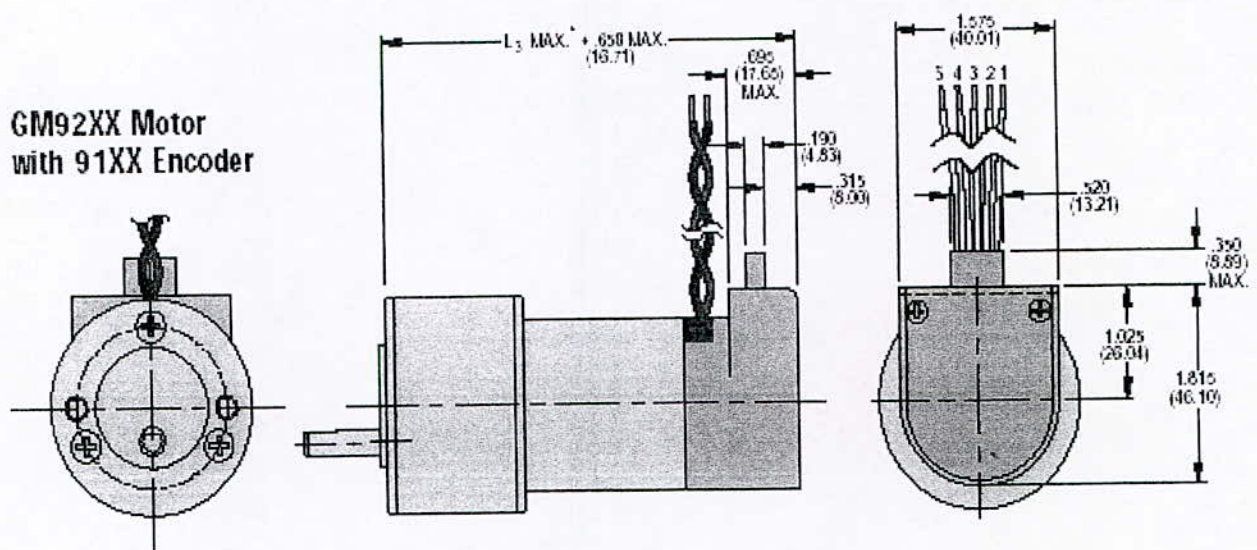


Fig.IV.8 : Dimension des moteurs

Le tableau suivant présente les caractéristiques des moteurs utilisés :

Paramètres	symbole	Valeur
Tension de référence (V)	U	24
Constante de couple (N-m/A)	K_T	$4.58 \cdot 10^{-2}$
Constante de force contre électromotrice (V/rad/s)	K_E	$4.58 \cdot 10^{-2}$
Résistance interne (Ω)	R_T	2.49
Vitesse sans charge (rad/s)	ω_{\max}	7.4
Couple maximal absolu (N-m)	T_{PK}	18
Couple maximale en régime continue (N-m)	T_C	3.4
Couple de friction (N-m)	T_F	$5.6 \cdot 10^{-3}$
Coefficient de frottement visqueux (N-m-s)	f	$3.5 \cdot 10^{-6}$
Ratio d'engrenage	n	65.5
Résolution de l'encodeur	$cnts$	500
Inductance interne (m Henri)	L_a	2.63

Tab.IV.1 : Caractéristiques des moteurs GM9236S015

IV - 2 - 3 - 1 - Les Encodeurs :

Si le moteur entraîne un robot et que celui-ci doit se déplacer avec une certaine vitesse, alors l'organe de commande va envoyer une consigne pendant une certaine durée, sans savoir si le moteur aura réellement effectué ce qu'on lui a demandé.

L'asservissement consiste donc à vérifier si ce que la vitesse réelle du moteur, de la comparer avec la consigne et d'annuler l'erreur si nécessaire.

On doit alors "mesurer" la vitesse réelle du moteur à chaque instant. C'est à dire trouver un capteur qui permet de mesurer une information proportionnelle à la vitesse du moteur. Le capteur que nous avons utilisé est un encodeur incrémental.

Les encodeurs optiques fournissent une solution rentable pour la rétroaction numérique de position et de vitesse à un microcontrôleur.

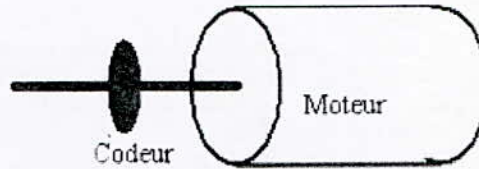
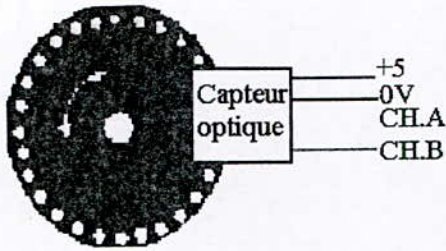


Fig. IV.9 : L'encodeur incrémental

Fig.IV.10 : Branchement de l'encodeur sur l'axe du moteur

IV – 3 – Dimensionnement du robot :

Le tableau 5-1 donne les paramètres du robot qui sont nécessaires au calcul ses performances du robot.

Paramètres	symbole	Valeur
Masse du robot (Kg)	Mr	
Rayon des roues motrices (m)	Rr	0.05
Distance entre les roues motrices (m)	Lr	0.336

Tab.IV.2 : Dimensionnement du Robot

Ainsi en ayant la vitesse maximale, le couple maximal des moteurs et en estimant l'accélération maximale ainsi que l'angle de la pente maximale à franchir, on pourra déterminer les performance en vitesse et la charge maximale de notre Robot.

IV – 3 – 1 - Vitesse maximale du robot en rotation et en translation :

La vitesse maximale sans charge du moteur est de 7.4 rad / s, comme elle est spécifiée dans [].avec ce paramètre on peut calculer la vitesse maximale de rotation et de translation du robot par la procédure suivante:

$$V_{\max} = \omega_{roue_{\max}} \cdot Rr = 7.4 \cdot 0.05 = 0.37 \text{ m/s}$$

$$\omega_{\max} = 2 \cdot \frac{V_{\max}}{L_r} = 2.02 \text{ rad/s}$$

Ces valeurs sont réellement, calculées par excès vu le fait qu'on n'a pas pris en considération la charge.

IV - 3 - 2 - La charge maximale :

Le couple maximal que peut fournir les moteurs fait que notre Robot ne pourra pas dépasser une charge maximale qu'on peut calculer via la formule suivante :

$$M_r = \frac{2 C_{roue}}{Rr (A_{\max} + 9.81 \sin(\alpha_{\max}))} [Kg]$$

Par exemple si on veut que notre robot atteint sa vitesse maximale en 10 seconde donc on aura une accélération de 0.037 m/s^2 et en choisissant une pente de 30% alors on trouve la charge maximale $M_{r \max} = 41.89 \text{ Kg}$.

IV – 4 - Conception électronique et informatique :

Après avoir déterminé les performances de notre Robot Mobile à partir de celles des deux moteurs, on passe maintenant à un autre niveau, c'est la conception électronique et informatique et elle représente l'étape finale de la partie réalisation. La figure ci-dessous nous montre l'algorithme de la structure de commande à concevoir.

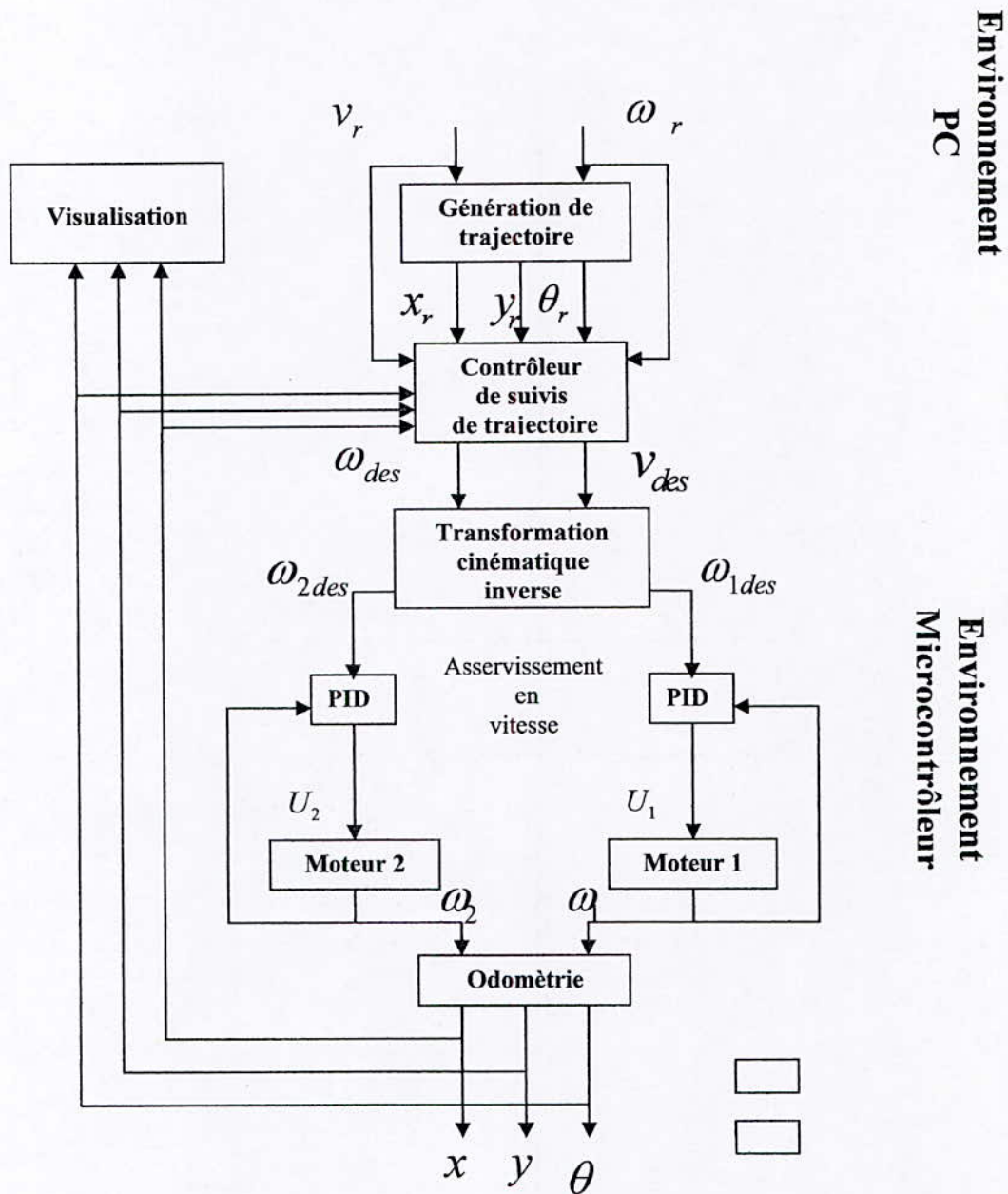


Fig.IV.11 : Algorithme de la structure de commande

IV - 4 - 1 - Environnement Microcontrôleur :

IV - 4 - 1 - 1 - Introduction au Microcontrôleur :

Le contrôle numérique des processus devient le choix idéal pour les applications industrielles ou autres car il apporte flexibilité et précision. L'organe principal d'une régulation numérique est bien le Calculateur qui peut être un Microprocesseur ou tout simplement un microcontrôleur. Et le choix de ce dernier fait intervenir plusieurs facteurs :

- Les entrées/sorties du système servent à déterminer le nombre de broches que doit comporter le microcontrôleur.
- La nature des entrées /sorties elle aussi, impose l'existence d'origines de conversions (mesure physique).
- La communication avec l'extérieur et les bases de temps, permettant de choisir un microcontrôleur équipé d'organes périphériques qualifiés tels que USART et TIMER.
- La longueur du programme de contrôle et le temps de réponse du système entier définissant la taille mémoire (EEPROM et RAM) et la fréquence d'horloge adéquate (vitesse de fonctionnement).

Parmi les microcontrôleurs on distingue le microcontrôleur PIC qui n'est qu'une unité de traitement de l'information de type microprocesseur à laquelle on a ajouté des périphériques internes permettant de réaliser des montages sans nécessiter l'ajout de composants externes.

La dénomination PIC est sous copyright de *Microchip*, donc les autres fabricants ont été dans l'impossibilité d'utiliser ce terme pour leurs propres microcontrôleurs.

Les PICs sont des composants dits RISC (Reduce Instructions Construction Set), ou encore composant à jeu d'instructions réduit qui rend le décodage plus facile et plus rapide et ainsi augmenter la vitesse d'exécution du microcontrôleur.

Il existe trois grandes famille des PICs : La famille **Base-Line**, qui utilise des mots d'instructions de 12 bits, la famille **Mid-Range**, qui utilise des mots de 14 bits (et dont font partie la 16F84 et 16F877) et finalement la famille **High-End**, qui utilise des mots de 16 bits dont fait partie le microcontrôleur pour lequel on a opter dans ce projet qui est bien sur le 18f452.

IV - 4 - 1 - 2 - Le Microcontrôleur 18f452 :

Les divers applications en robotique mobile en été jusque là réalisées avec un microcontrôleur de la famille Mid-Range qui est le 16f877, bien que récemment ce dernier est détrôné par le microcontrôleur 18f452 de la famille High-End qui présente beaucoup plus d'avantage que le précédant. Ci-dessous, un tableau comparatif entre les deux microcontrôleurs.

caractéristiques	PIC 16f877	PIC 18f452
Fréquence de fonctionnement	20 MHZ	40 MHZ
Mémoire de programme interne	8k mots (14 bits)	32k octets
Mémoire de données RAM	368 octets	1536 octets
Mémoire des données EEPROM	256 octets	256 octets
Sources d'interruption	14	21
Ports d'E/S	5-Ports A, B, C, D, E	5-Ports A, B, C, D, E
Timers / Compteurs	3	4
Communication série	MSSP, USART	MSSP, USART
Communication parallèle (PSP)	1	1
Convertisseur analogique/ Numérique10bit	8 canaux	8 canaux
Comparateurs analogiques/PWM	2	2
Nombre d'instruction	35	75

Tab.IV.3 : Comparaison entre les deux familles du Microcontrôleur PIC 18F452 et 16F877

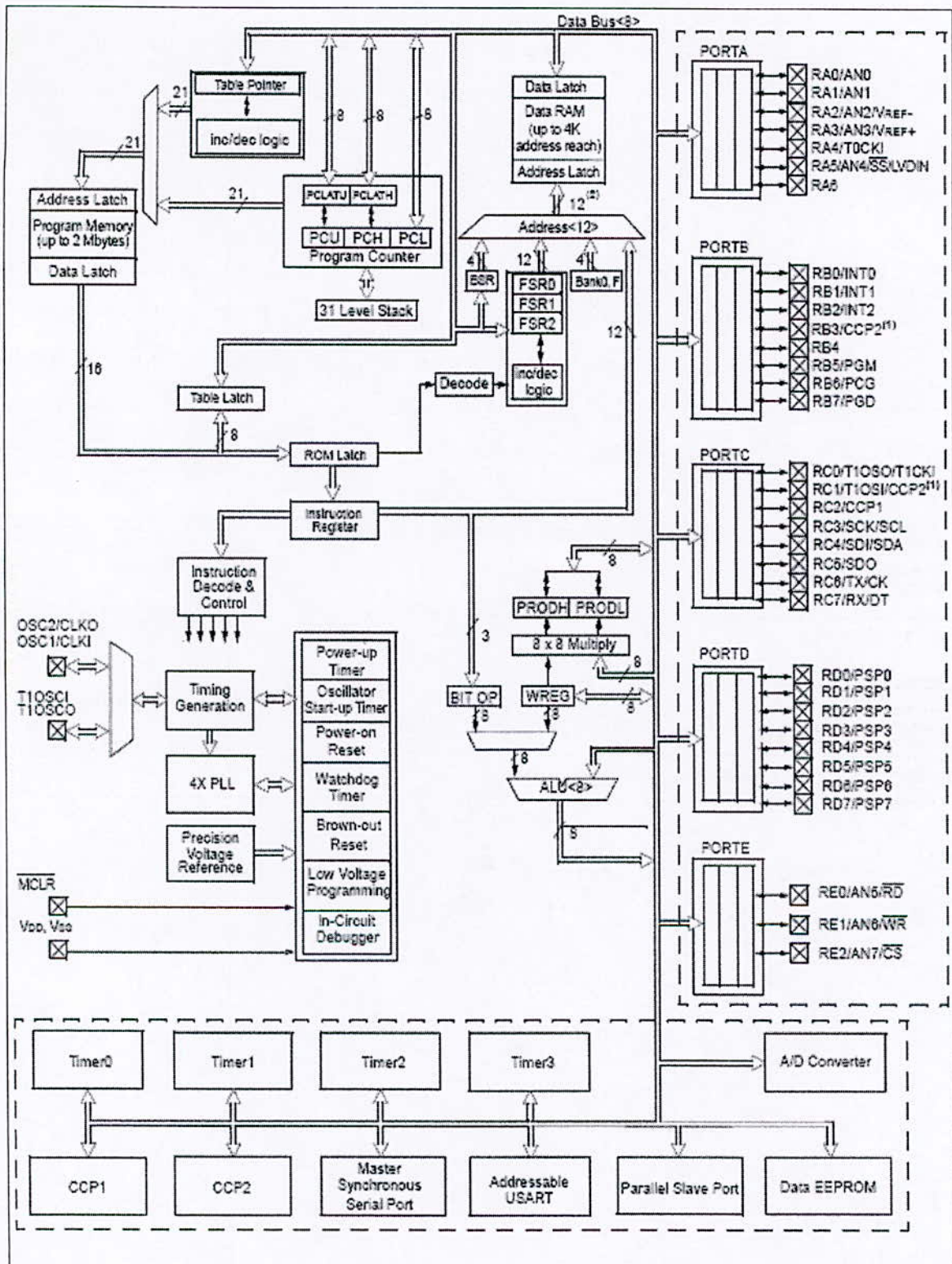


Fig.IV.12 : L'architecture du PIC 18f452

Vu ces différences, le microcontrôleur 18f452 s'impose comme meilleur choix pour notre application.

IV - 4 - 1 - 2 - 1 - Organisation de la mémoire :

- Le PIC18f452 à une mémoire programme (Flash) de 32 k octets. Cela permet d'écrire des programmes composés de plus de 32 k instructions. Dans cette mémoire, les instructions sont codées dans les cases de 16 bits de la façon suivante : les opérandes sur 8 bits et le reste pour l'opcode (7bits est le minimum pour coder 75 instructions).
- Ce microcontrôleur dispose d'une RAM de taille 1536 octets divisée en quatre banques constituant la mémoire de données à stockage momentané. Dans chacune de ces banques il y a des cases mémoires spéciales appelées registres spéciaux et des cases à usage libre pour la déclaration et la manipulation des variables. Quelques registres spéciaux servent à contrôler et à configurer les périphériques qu'on verra plus tard.

IV - 4 - 1 - 3 - Présentation des modules utilisés :

Les modules utilisés pour notre application sont :

- Les Timer 0, Timer 1 et le Timer 2.
- Les modules CCP1 / PWM1 et CCP2 / PWM2
- L'USART (communication série).
- Les pins : RA0, RA1, RA2, RA3 et RA4 du port A.
- Les pins : RC0, RC1, RC2, RC6 et RC7 du port C.
- Les pins : RE0 et RE1 du port E.

V - 4 - 1 - 3 - 1 - Les Timers du pic 18F452 :

Le PIC 18F452 englobe quatre TIMER chacun de ces derniers a ses caractéristiques :

• MODULE TIMER0 : [16]

Le Timer 0 (**Fig.IV.13**) possède les caractéristiques suivantes :

- 1) Sélection du mode Timer ou compteur (16-bit ou 8 bits)
- 2) Il peut être lu et/ou modifié par écriture.
- 3) Un pré diviseur programmable de 8 bits.
- 4) Il peut être utilisé comme une source d'horloge externe ou interne.
- 5) Le débordement du Timer peut provoquer une interruption (c à d le passage de FFh à 00h en mode de 8 bits, et de FFFFh à 0000h dans le mode de 16 bits)

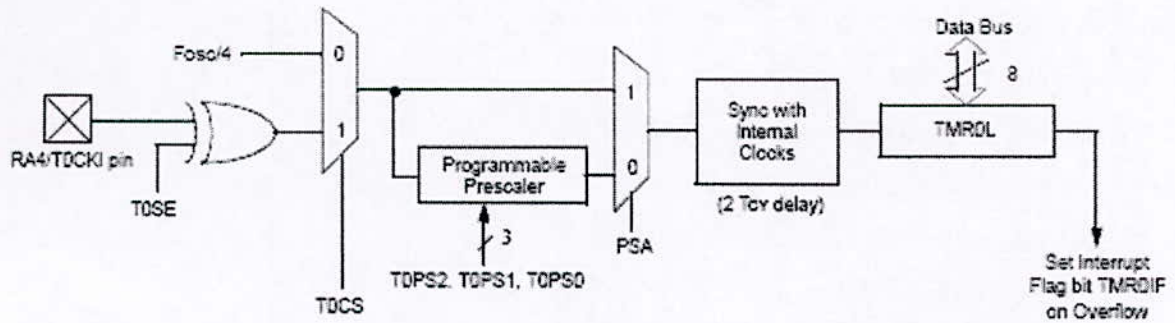


Fig.IV.13 : Schéma interne du Timer 0

Pour définir le fonctionnement du Timer 0 il faut configurer le registre de control T0CON d'une façon convenable.

Dans notre application le Timer 0 sera utilisé comme un compteur d'impulsion du CHA de l'encodeur du moteur 1.

• **MODULE TIMER1** : [16]

Le Timer 1 (Fig.IV.14) possède les caractéristiques suivantes :

1) Fonctionne en deux mode: Timer/compteur sur 16 bits (deux registres de 8 bits :

TMR1 H et TMR1L)

2) Il peut être lu et/ou modifié par écriture.

3) La source d'horloge peut être externe ou interne.

4) Le débordement de (FFFFh à 0000h) provoque une interruption.

5) Mise à zéro peut être dû au déclenchement d'événement spécial du CCP

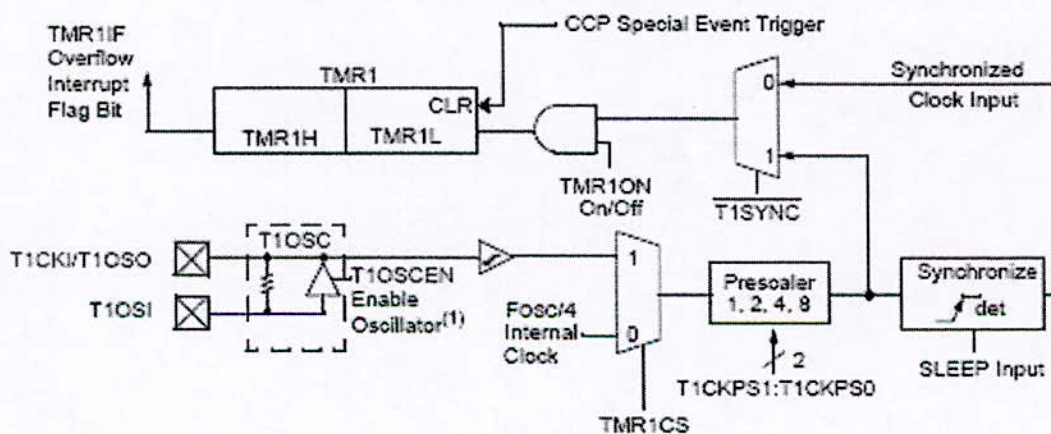


Fig.IV.14 : Schéma interne du Timer 1

• **MODULE TIMER2** : [16]

Le Timer 2 (**Fig.IV.15**) possède les caractéristiques suivantes :

- 1) compteur sur 8 bits (registre TMR2)
- 2) registre de période sur b bits (registre PR2)
- 3) les deux registres peuvent être lus et/ou modifiés par écriture.
- 4) Pré diviseur programmable (1:1, 1:4, 1:16).
- 5) Un post diviseur programmable (1:1 à 1:16).

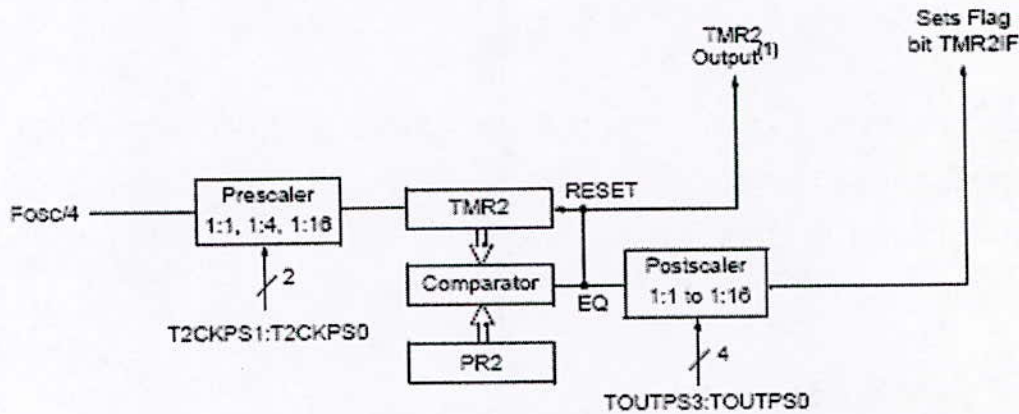


Fig.IV.15 : Schéma interne du Timer 2

VI - 4 - 1 - 3 - 2 - MODULE CCP/PWM :

Le module de CCP (Capture/Compare/PWM) contient un registre de 16 bits qui peut fonctionner en mode capture, ou en tant que comparateur, ou pendant l'utilisation de PWM. Pour notre projet on s'intéresse juste au mode de la modulation en largeur d'impulsion (PWM), Ce module est très puissant pour créer des impulsions à des fréquences très élevées. On pourra définir la période, la durée du niveau haut pendant cette période...Ets.

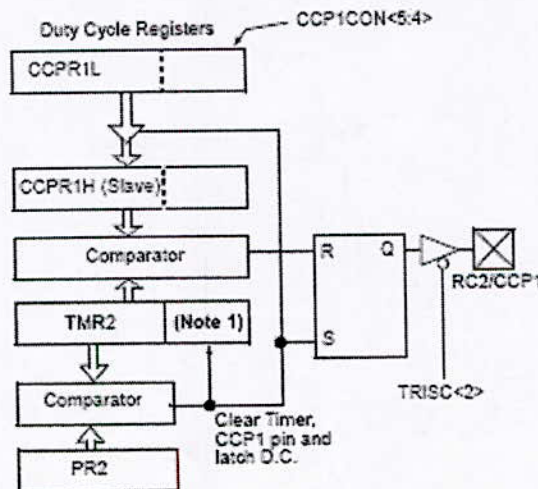


Fig.IV.16 : Génération de la PWM

Pour sélectionner le mode PWM, il faut configurer les bits 0-3 du registre de control (CCPxCON) à 11xx. Le module CCP peut fournir deux modulations en largeur d'impulsion (MLI) d'une résolution de 10bits et cela sur le port C (RC1/CCP2, RC2/CCP1) et pour cela il faut que les bits 1 et 2 soient à zéro pour configurer RC1 et RC2 en sortie.

La figure (**fig.IV.16**) illustre la procédure pour générer un signal MLI avec une certaine période et rapport cyclique pour le CCP1.

Le signal MLI, comme il a été déjà précisé, possède deux paramètres ; une fréquence ou une base de temps (période) et une durée dans laquelle le signal reste à un niveau haut (rapport cyclique).

- **Période de la PWM :**

Elle est déterminée en chargeant une valeur spécifique dans registre PR2. Ainsi la période peut être calculé en utilisant la formule suivante :

$$PWM_{periode} = [(PR2) + 1] \cdot 4 \cdot T_{OSC} \cdot (\text{prediviseur Timer 2})$$

Avec :

$$T_{OSC} = \frac{1}{F_{OSC}}$$

Où F_{OSC} est la fréquence de l'horloge externe utilisée, qui est, dans notre cas, de 40MHZ.

Quand la valeur du Timer 2 est égale à celle de PR2, on aura :

- a. réinitialisation du Timer 2.
- b. La PWM est mise à 1, sauf si le rapport cyclique spécifié est nul.
- c. La valeur du registre CCP1RL, qui représente le rapport cyclique, est chargée dans CCP1H.

- **Rapport cyclique de la PWM :**

Il est déterminé en chargeant une valeur spécifique, sur une résolution de 10 bits, dans le registre CCP1RL et les deux bits 4 et 5 du registre de control CCP1CON. Ainsi le registre CCP1RL contient les huit bits de niveau haut et les bits 4 et 5 représente les bits 0 et 1 de la PWM.

Le rapport cyclique peut être calculé en utilisant la formule suivante :

$$PWM_{\text{rapport cyclique}} = (CCP1RL : CCP1CON <5:4>) \cdot T_{OSC} \cdot (\text{prédiviseur Timer 2})$$

Les registres CCP1RL et les bits 4 et 5 CCP1CON peuvent être modifiés à n'importe quel moment. Par contre la valeur du rapport cyclique est chargée au registre CCP1H qu'après l'égalité du Timer 2 et le registre PR2.

Il faut juste préciser que l'usage d'un autre registre, qui est CCP1H, est pour remédier à un phénomène nommé « glitch », qui est dû à la non transmission simultanée de la valeur du rapport cyclique, ce qui provoque des valeurs temporaires indésirables.

La résolution maximale de la PWM (en nombre de bits) pour une PWM de fréquence donnée est calculée par la formule suivante :

$$PWM_{\text{resolution max}} = \frac{\log\left(\frac{F_{OSC}}{F_{PWM}}\right)}{\log(2)} \text{ bits}$$

- **Configuration opérationnelle du module CCP en mode PWM:**

On présente ici les différentes étapes à suivre pour la configuration du module CCP en mode PWM qui sont en nombre de cinq :

- 1- définir la période de la PWM en chargeant une valeur spécifique dans le registre PR2.
- 2- Définir le rapport cyclique de la PWM en chargeant les valeurs qu'il faut dans CCPxRL et les bits 4 et 5 de CCPxCON.
- 3- Configurer les pins (RC1/CCP2 et RC2/CCP1) en sortie par la mise à zéro des bits 1 et 2 du registre de direction TRISC.
- 4- Activer le Timer 2 par la mise à un du bits 2 (TMR2ON) du registre de control T2CON ainsi que le valeur du prédiviseur par les bits 0 et 1 du même registre.
- 5- Configurer CCPx en mode PWM en mettant les bits 0-3 du registre de control (CCPxCON) à 11xx.

IV - 4 - 1 - 3 - 3 - L'USART :

USART signifie « Universal Synchronous Asynchronous Receiver Transmitter ». C'est un module qui permet d'envoyer et de recevoir des données en mode série, soit de façon synchrone, soit asynchrone.

Le module USART du PIC est accessible par le biais des broches RC6/TX/CK et RC7/RX/DT. Sachant qu'une liaison série synchrone nécessite une ligne dédiée à l'horloge, il ne reste donc qu'une seule ligne pour transmettre les données. On en déduit que le PIC ne pourra émettre et recevoir en même temps en utilisant l'USART en mode synchrone ; On parlera donc de liaison « half-duplex ».

Par contre, le mode asynchrone n'a pas besoin de ligne d'horloge, il nous restera alors 2 lignes pour communiquer, chacune étant dédiée à un sens de transfert. Nous pourrions donc envoyer et recevoir des données en même temps ; On parlera de liaison « full-duplex ».

Une liaison série est une ligne où les bits d'information (1 ou 0) arrivent successivement, soit à intervalles réguliers (transmission synchrone), soit à des intervalles aléatoires, en groupe (transmission asynchrone). La liaison RS232 est une liaison série asynchrone.

L'octet à transmettre est envoyé bit par bit (poids faible en premier) par l'émetteur sur la ligne Tx, vers le récepteur (ligne Rx) qui le reconstitue. La vitesse de transmission de l'émetteur doit être identique à la vitesse d'acquisition du récepteur. Ces vitesses sont exprimées en BAUDS (1 baud correspond à 1 bit / seconde, dans notre cas). Il existe différentes vitesses normalisées: 9600, 4800...Etc.

La communication peut se faire dans les deux sens (duplex), soit émission d'abord, puis réception ensuite (half-duplex), soit émission et réception simultanées (full-duplex).

La transmission étant du type asynchrone (pas d'horloge commune entre l'émetteur et le récepteur), des bits supplémentaires sont indispensables au fonctionnement: bit de début de mot (START Bit), bit(s) de fin de mot (STOP Bit).

D'autre part, l'utilisation éventuelle d'un bit de parité, permet la détection d'erreurs dans la transmission.

IV - 4 - 1 - 3 - 4 - Port E/S :

Ce PIC possède cinq ports : PORTA, PORTB, PORTC, PORTD et PORTE. Chaque pin de ces ports est indépendamment configurable en entrée ou en sortie, c'est-à-dire qu'on peut avoir dans le même port des pins sortantes et d'autres entrantes. Le courant max que peut fournir chaque pin est 15mA. On associe à chaque port un registre interne TRIS permettant la programmation de sa direction, 0 pour sortie et 1 pour entrée. Par exemple, le registre TRISB est associé au PORTB, la commande suivante en langage C : TRISB='11110000'b met la moitié haute du PORTB (RB4 à RB7) en entrée et la moitié basse (RB0 à RB3) en sortie; et ainsi de suite pour les autres registres de contrôle de direction.

Dans le tableau ci-dessous on a récapitulé toute les pine qu'on a utilisé dans le microcontrôleur PIC 18f452 avec leurs branchements (connections).

Port	Pin	Connexion	Utilisation
A	RA0	Input 4 / L 298	Sens 1 du moteur 1
	RA1	Input 3 / L 298	Sens 2 du moteur 1
	RA2	Input 2 / L 298	Sens 1 du moteur 2
	RA3	Input 1 / L 298	Sens 2 du moteur 2
	RA4	CH A / Moteur 1	Comptage des impulsions de l'encodeur 1
C	RC0	CH A / Moteur 2	Comptage des impulsions de l'encodeur 2
	RC1	ENABLE A / L 298	PWM 1
	RC2	ENABLE B / L 298	PWM 2
	RC6	T1IN / MAX 232	Transmission
	RC7	R1OUT / MAX 232	Réception
E	RE0	Q1 / 74 HC 74	Sens de rotation du moteur 1
	RE1	Q2 / 74 HC 74	Sens de rotation du moteur 2

Tab.IV.4 : Les connections des différents ports du PIC 18F452 utilisés

IV – 4 – 1 – 4 - Conception électronique :

Dans ce qui suit on va exposer les éléments de la carte électronique avec ses différents blocs ; de puissance, de régulation 5V, de commande et de communication comme le montre la figure ci-dessous (fig.IV.17) .

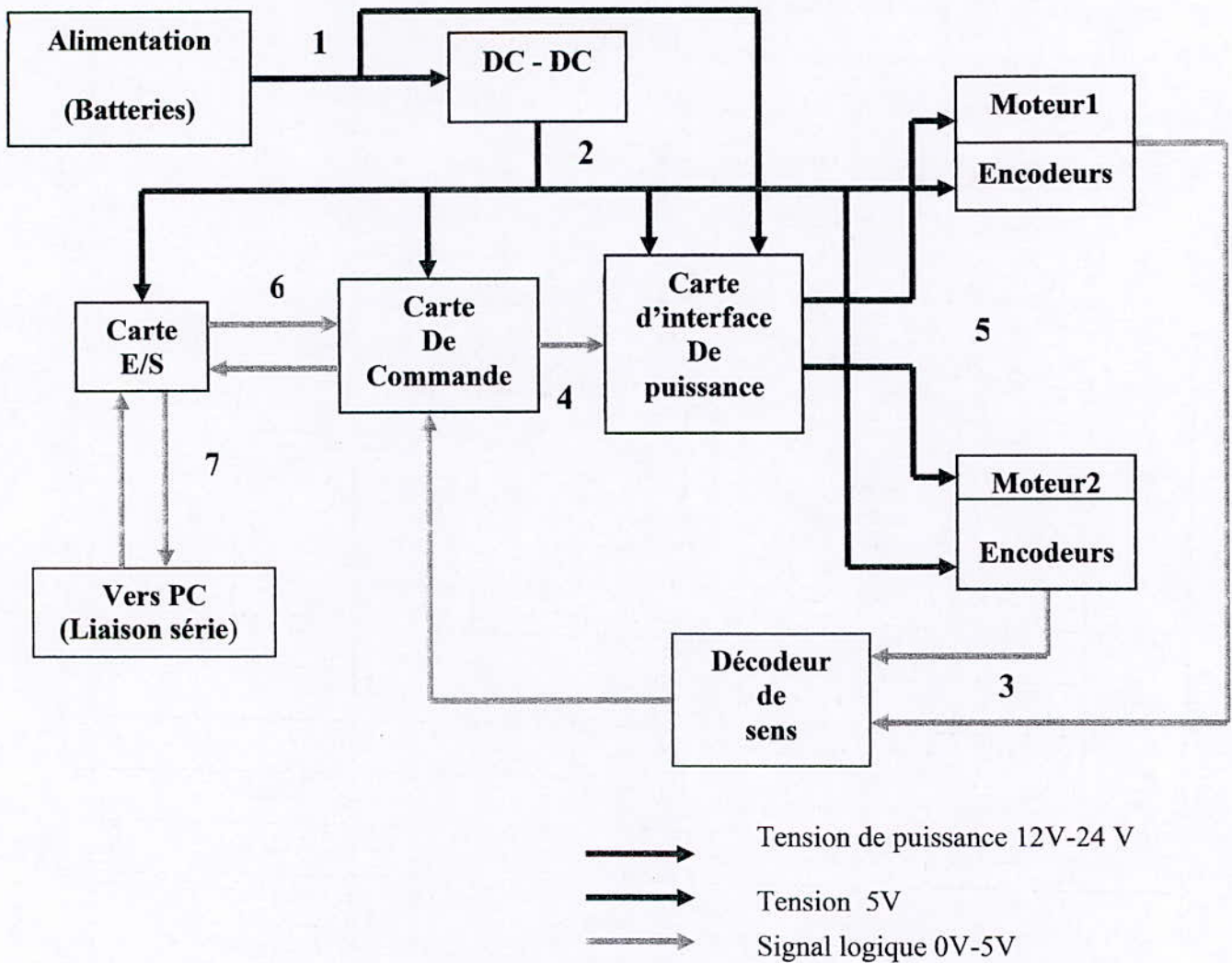


Fig.IV.17 : Schéma Synoptique de la Carte Electronique

IV - 4 - 1 - 4 - 1 - Alimentation :

Cette alimentation peut être de 12 Volts jusqu'à 24Volts.

IV - 4 - 1 - 4 - 2 - Convertisseur DC - DC :

Cette partie va nous permettre d'avoir une tension de niveaux 5V à partir de l'alimentation principale. Elle est réalisée à la base du stabilisateur de tension 78L05.

IV - 4 - 1 - 4 - 3 - Carte d'interface de puissance :

Cette partie nous permet de commander la tension d'attaque des deux moteurs avec deux ponts en H intégrés dans le circuit L298 avec lequel on peut varier la vitesse et sens de rotation. Le schéma électronique est le suivant :

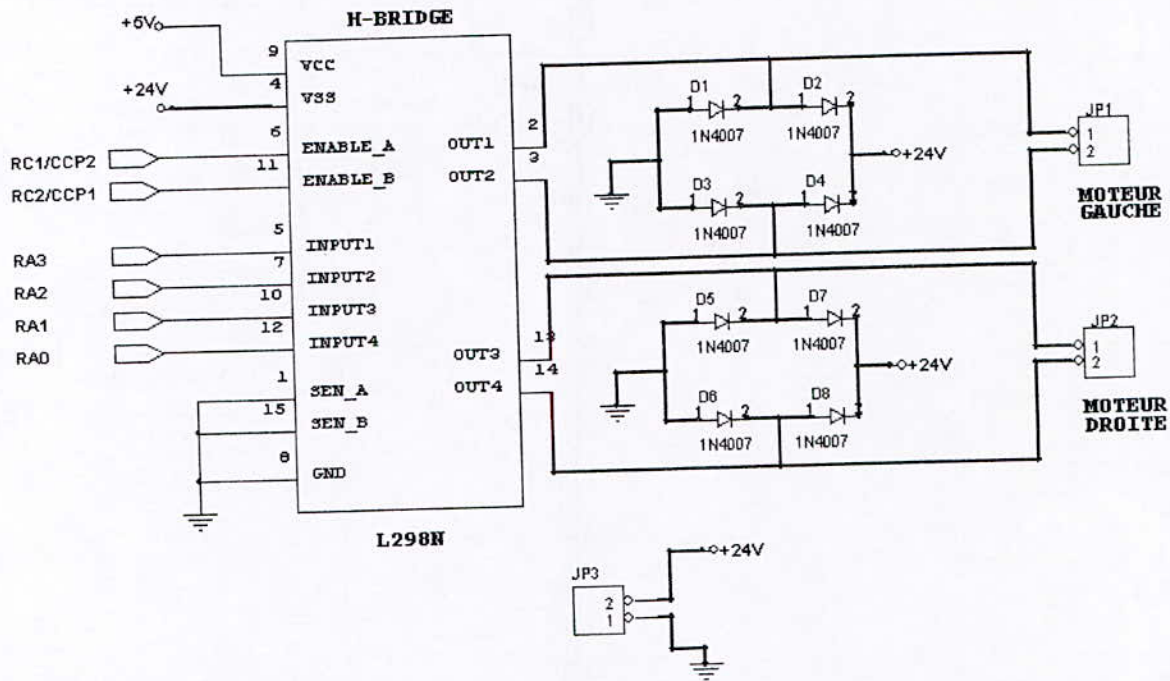


Fig.IV.18 : Carte d'interface de puissance

IV - 4 - 1 - 4 - 4 - Carte de commande :

Elle constitue l'unité de traitement à base du microcontrôleur PIC 18f452 de la firme Microchip. Ce microcontrôleur reçoit les signaux délivrés des deux encodeurs pour qu'ensuite le programme qu'on a implémenté effectue les parties suivantes :

- 1) Générer une trajectoire référence ou recevoir du PC la référence.
- 2) Calculer les vitesses des deux moteurs.
- 3) Estimer la position du robot.
- 4) Calculer les commandes de poursuite de trajectoire

- 5) Calculer la valeur du PID (asservissement en vitesse)
- 6) Générer deux PWM (attaque de l'interface de puissance).
- 7) Envoie des données vers le PC (position, vitesse) via le port RS232

Le schéma électronique de la carte de commande est le suivant :

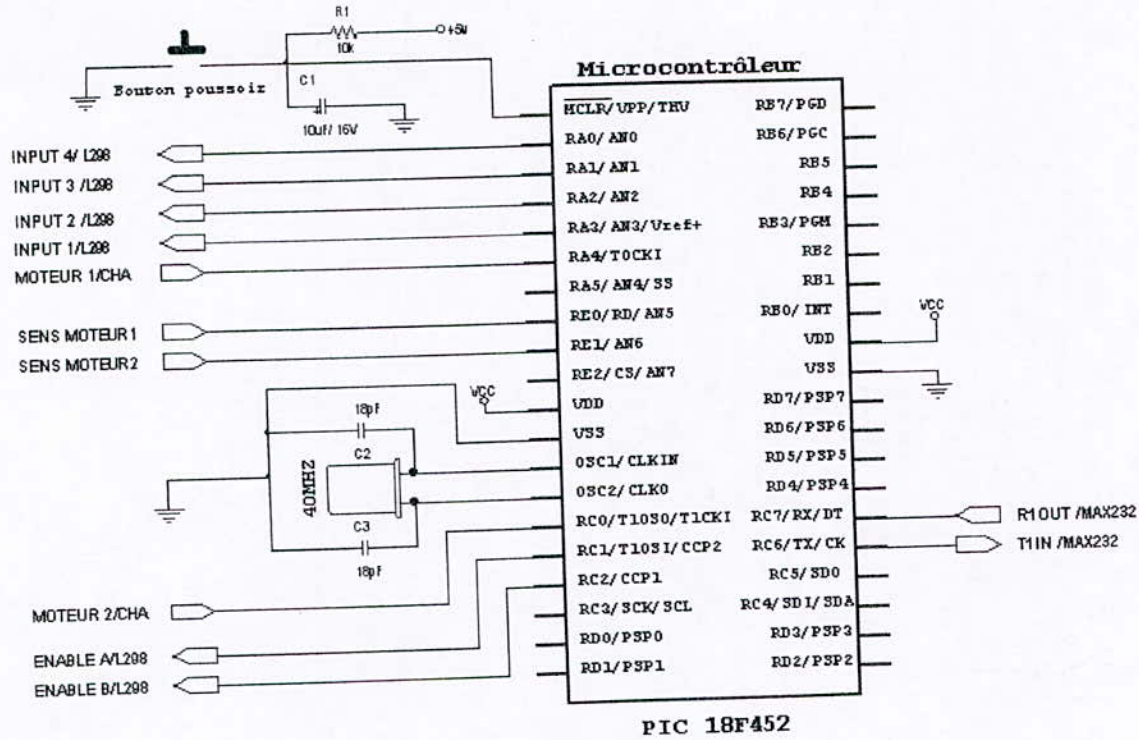


Fig.IV.19 : Carte de commande

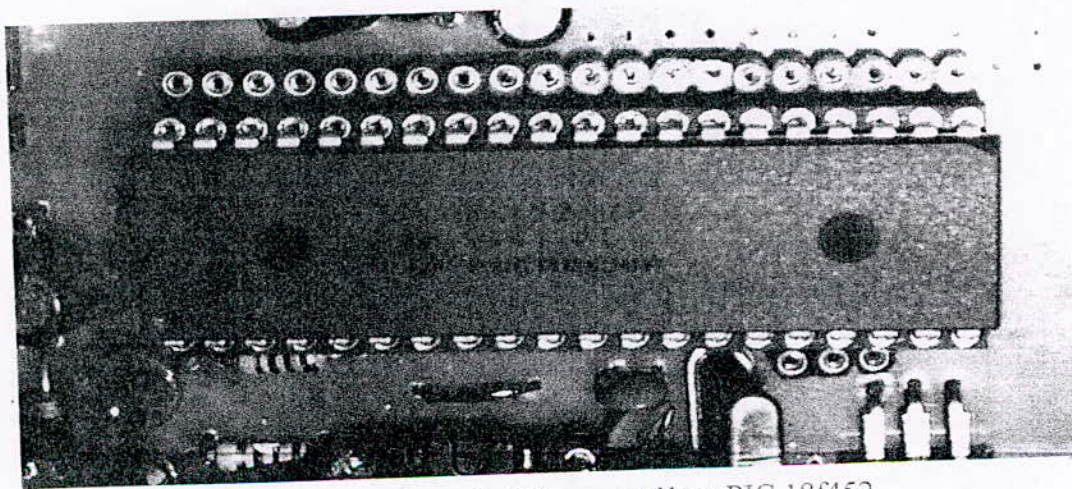


Fig.IV.20 : Photo du Microcontrôleur PIC 18f452

IV - 4 - 1 - 4 - 5 - Carte E/S (communication série) :

Le circuit intégré MAX232, assure la communication série entre le Microcontrôleur Pic :

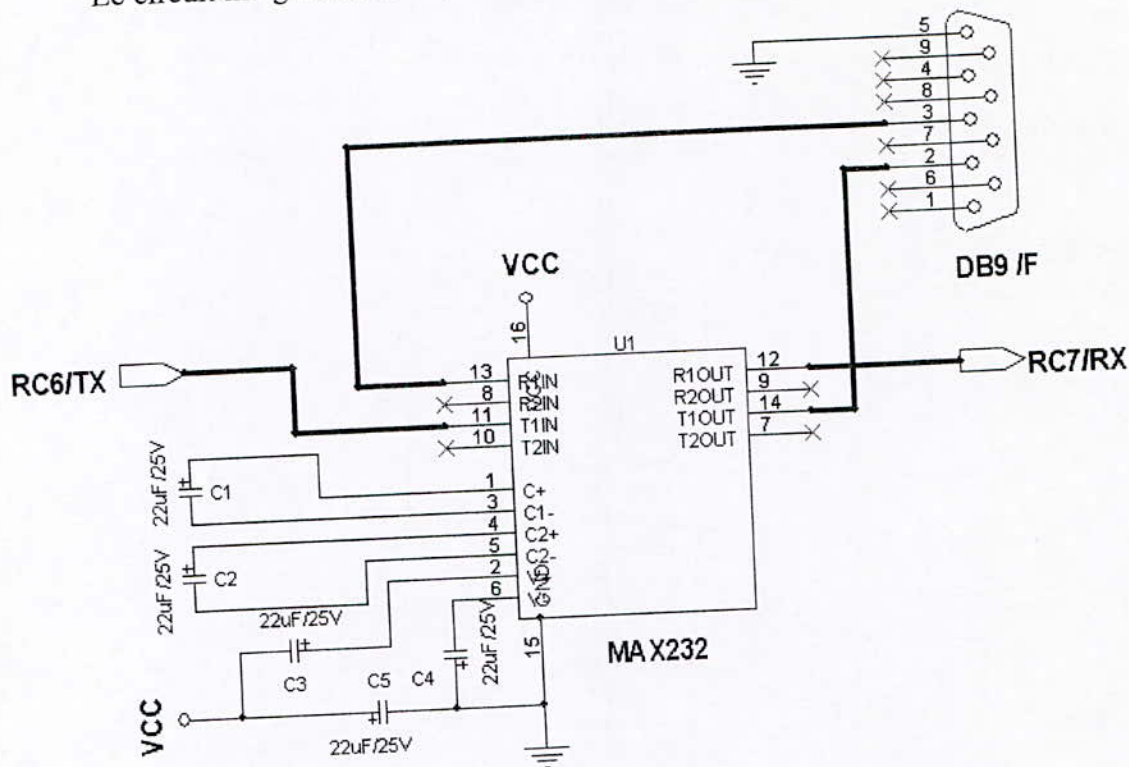


Fig.IV.21: Carte d'E/S

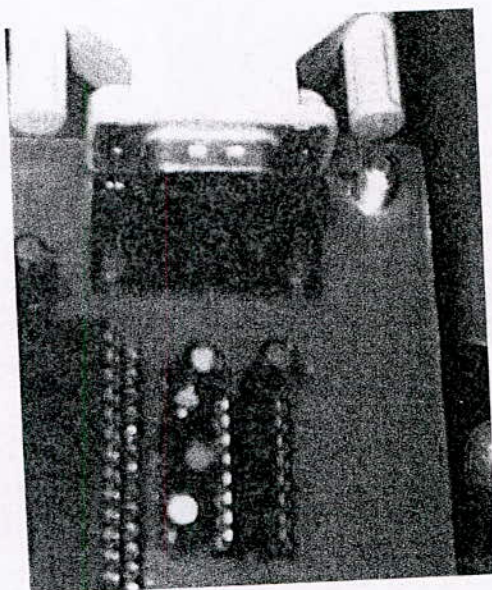


Fig.IV.22 : Photo de l'implémentation du module de communication Max232

IV - 4 - 1 - 4 - 6 - Décodeur de sens de rotation :

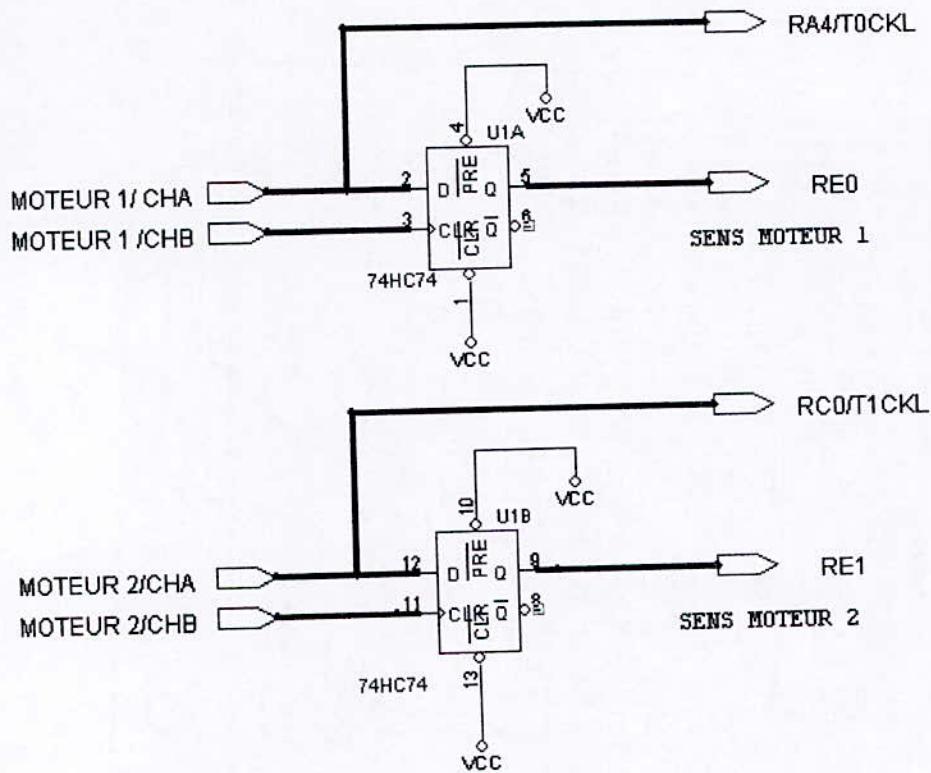


Fig.IV.23 : Décodeur de sens de rotation

sur l'entrée D et le CHB sur l'entrée horloge

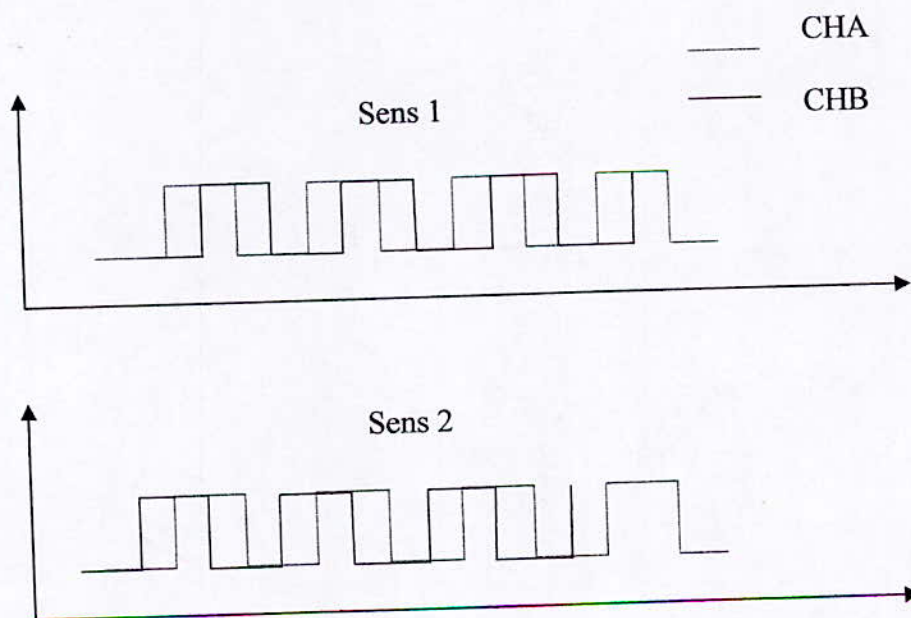


Fig.IV.24 : Détection de sens de rotation

Toutes les parties présentées précédemment sont groupées dans une seule carte (le circuit imprimé) présentée ci-dessous :

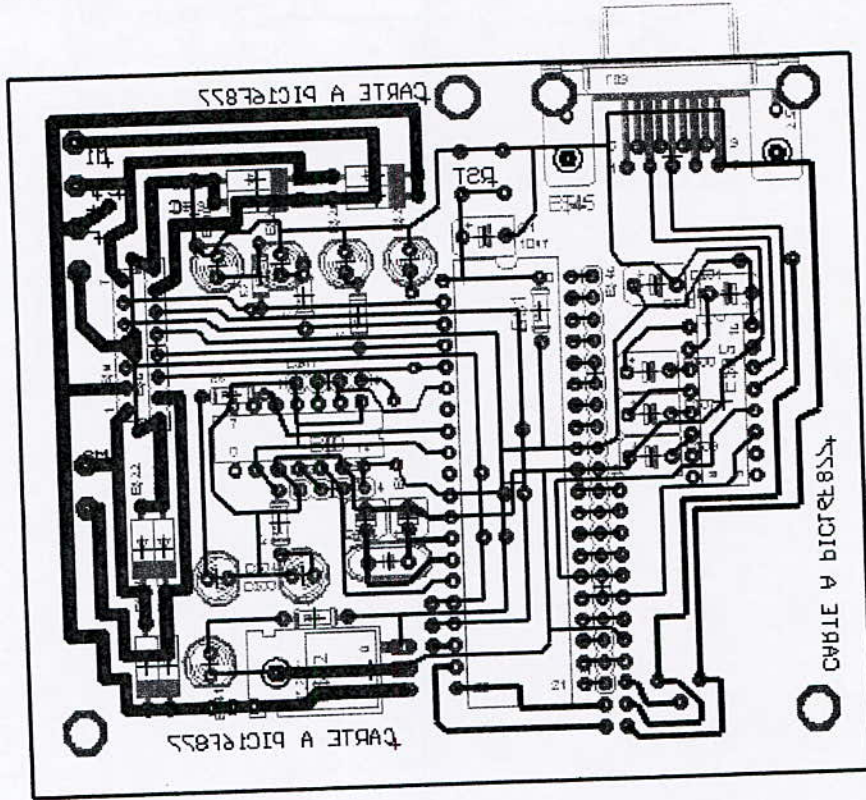


Fig.IV.25 : Le schéma d'implantation de la carte

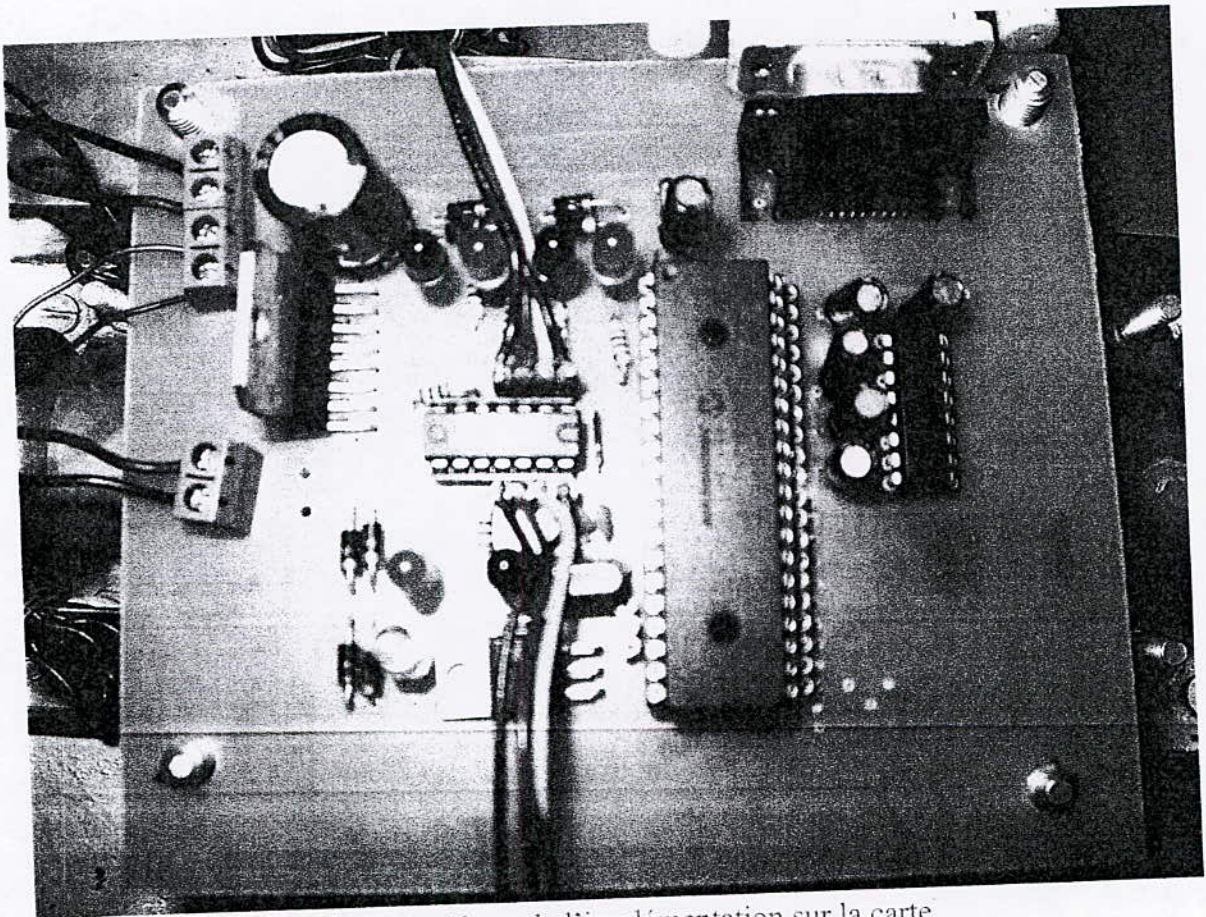


Fig.IV.26 : Photo de l'implémentation sur la carte

IV - 4 - 1 - 5 - Programmation du microcontrôleur :

Dans cette partie on va mettre en évidence l'implémentation d'un asservissement en vitesse de deux moteurs par un PID. Et cela par un programme qui comporte principalement trois fonctions qui sont les suivantes :

- 1) la fonction « Compteur ».
- 2) la fonction « RS232_INPUT ».
- 3) la fonction « calculPID ».

Mais bien sur il comporte d'autres fonctions utiles qui sont les suivantes :

- 4) la fonction « DisableAllInterrupt ».
- 5) la fonction « EnableAllInterrupt ».
- 6) la fonction « WriteByteEEProm. ».
- 7) la fonction « ReadByteEEProm ».

D'une façon générale le programme fonctionne de la façon suivante :

IV - 4 - 1 - 5 - 1 - Comptage du nombre d'impulsions :

Après avoir initialiser les différentes variables, on appelle la fonction « *compteur* » qui compte le nombre d'impulsions sur les encodeurs des deux moteurs grâce aux deux Timers (*Timer0*, *Timer1*) et qui, aussi, récupère le sens de rotation des deux moteurs transmis par le bloc de décodage de sens sur les pins *RE0* et *RE1*.

A cette phase là, interviennent les variables (*BaseTempsMoteur1* et *BaseTempsMoteur2*) qui définissent le temps d'échantillonnage des deux compteurs d'impulsions. Elles sont configurées à l'aide du *Timer2* et cela en donnant une valeur au post diviseur du Timer. Cette valeur n'est, en fait, que le nombre de fois que le *Timer2* est réinitialisé (si le pré diviseur est égal à 1).

Ainsi si le *Timer2* est réinitialisé le nombre de fois spécifié une interruption de la fonction « *compteur* » se produit en mettant une variable nommée (*compteur Boucle*) égale à 128. bien qu'il existe aussi d'autre cause qui mettent la variable « *compteurBoucle* » à 128 (sortie de la fonction compteur) comme le changement de sens de rotation et cela pour effectuer la sommation des valeurs des Timers de comptage dans le bon sens.

La sommation des comptages des compteurs avec leurs valeurs précédentes, selon le sens de rotation, à pour objectif de trouver l' du nombre d'impulsions comptées par base de temps.

IV - 4 - 1 - 5 - 2 - Communication série et Actualisation des consignes:

Cette partie est effectuée par la fonction « *RS232_INPUT* » qui reçoit du PC via une communication série quatre octets qui définissent les nouvelles consignes transmises. Avant d'expliquer le protocole de transmission des consignes on énumère les principales variables :

On a premièrement la structure de variable « *maininfo* » qui donne les information sur l'état général.

Tel que la variable PID sert de choix entre le premier ou le deuxième moteur.

On a aussi la variable « *infocommande* » qui rassemble les informations de la consigne de vitesse

```
volatile struct
{
  unsigned sensConsigne1:1;
  unsigned sensConsigne2:1;
  unsigned freinMoteur1:1;
  unsigned freinMoteur2:1;
  unsigned roueLibreMoteur1:1;
  unsigned roueLibreMoteur2:1;
} infoCommande;
```

Ensuite il y a les variables d'émission :

```
unsigned char bufferEmission0;
unsigned char bufferEmission1;
unsigned char bufferEmission2;
unsigned char bufferEmission3;
unsigned char sizeBuffer;
```

Et les variables de reception :

```
unsigned char statusRecu=0;
unsigned char recu1;
unsigned char recu2;
unsigned char recu3;
```

Le tableau suivant explicite le protocole de communication et d'assignation des consignes et cela selon les valeurs des quatre octets envoyés au PIC. Il faut souligner que le premier octet doit être toujours un 0 et cela pour assurer la réception des octets 2, 3 et 4.

1 er Octet	2 eme Octet	3 eme Octet	4 eme Octet	Fonctionnement
0	255	xxx	xxx	Frein d'urgence pour les deux moteurs.
0	254	xxx	xxx	Arrêt des moteurs (roue libre).
0	1	2xBase de temps (+1 si le sens est direct)	Nombre d'impulsions par la base temps	Donne une consigne en vitesse en nombre d'impulsions par base de temps, pour le moteur1.

0	2	2xBase de temps (+1 si le sens est direct)	Nombre d'impulsions par la base temps	Donne une consigne en vitesse en nombre d'impulsions par base de temps, pour le moteur2.
0	73	n1 (consigne moteur1)	n2 (consigne moteur2)	On donne des consignes pour les deux moteurs et dans le même sens de rotation (directe). Ici la base de temps utilisée est celle déclarée par défaut.
0	70	n1 (consigne moteur1)	n2 (consigne moteur2)	On donne des consignes pour les deux moteurs et dans le même sens de rotation (inverse). Ici la base de temps utilisée est celle déclarée par défaut.
0	71 ou 72	n1 (consigne moteur1)	n2 (consigne moteur2)	On donne des consignes pour les deux moteurs de façon à ce qu'ils tournent dans deux sens différents Ici la base de temps utilisée est celle déclarée par défaut.
0	10	Adresse EEPROM (0 à 255)	Valeur (0 à255)	Permet de modifier une valeur de l'EEPROM du PIC. Sert en particulier à changer les coefficients du PID du PIC (voir ci-dessus pour leur emplacement dans l'EEPROM).
0	11	Adresse EEPROM (0 à 255)	xxx	Demande au PIC de retourner la valeur de l'octet contenu dans l'adresse de l'EEPROM.
0	51	2xBase de temps (+1 si le sens est direct)	Nombre d'impulsions par la base temps	Fait la même chose que le 0, 1, xxx, xxx, mais y ajoute un renvoi d'information utile pour le réglage des coefficients (voir ci-dessous).

0	52	2xBase de temps (+1 si le sens est direct)	Nombre d'impulsions par la base temps	Fait la même chose que le 0,1,xxx,xxx, mais y ajoute un renvoie d'information utile pour le réglage des coefficients (voir ci-dessous).
---	----	---	---------------------------------------	---

Tab.IV.5 : Le protocole de communication et d'assignement des consignes

IV - 4 - 1 - 5 - 3 - Calcul du PID :

Les variable utilisée dans cette partie sont : les coefficient KP, KI et KD du PID qui sont codés su 16 bits

A l'aide deux emplacements *EEPROM*. Ainsi la variable « Si » qui est la somme des erreurs de régulation « e » qui elle aussi est codée sur 16 bits.

Après avoir compter les impulsions issues des encodeurs entre l'instant k et $k+1$ on calcule la différence entre ces valeurs de comptage et la consigne issue de « RS232_INPUT » pour ensuite calculer les trois termes des régulateurs PID.

Conclusion & Perspectives

Conclusion :

Nous avons eu, dans notre travail, à faire une étude complète et une réalisation d'un Robot Mobile Uni Cycle. Comme toute étude d'un projet en robotique, nous avons effectué une modélisation de point de vue géométrique, cinématique et dynamique d'une structure Uni Cycle et Tri Cycle, puis, on a synthétisé des lois de commande, premièrement en utilisant la technique de Backstepping appliquée à un modèle sous forme chaînée pour stabiliser notre système de n'importe quel point vers l'origine. Deuxièmement, une lois de commande à modèle de référence pour faire une poursuite de trajectoire en vu d'une implémentation.

Notre étude théorique est concrétisée par une conception de notre Robot Mobile 'Robot Poly' sur trois plans :

➤ **Mécanique** : dimensionnement de la base mécanique, d'un système de fixation des moteurs ainsi que les deux roues motrices et d'une coquille qui couvre la structure et cela était effectué à l'aide du logiciel de conception mécanique 'Solid Works'. La base mécanique est conçue de façon à avoir une certaine symétrie parfaite autour de l'axe des deux moteurs et cela dans l'objectif d'avoir une répartition homogène de la charge.

➤ **Electronique** : conception d'une carte électronique qui répond aux exigences de l'application. Sur laquelle on a intégré un module de communication série assuré par le *Max232*, un module de commande assuré par le microcontrôleur *PIC 18f452*, et module de puissance assuré pas le *L298* et cela était effectué à l'aide du logiciel électronique 'Eagle'.

➤ **Informatique** : élaboration d'un programme qui assure l'asservissement en vitesse des deux moteurs. Les consignes sont données en nombre d'impulsion par base de temps, le programme comporte trois fonctions principales : (1) *compteur* qui permet le comptage d'impulsions issues des *encodeurs* et aussi la détection de changement de sens. (2) *RS232_input* qui permet, quant à elle d'actualiser les consignes en vitesses, d'envoyer vers le PC les valeurs des compteurs ainsi que l'erreur en vitesse. Mais aussi, elle permet d'ajuster les paramètres du régulateur *PID*. (3) finalement *calcul PID* qui permet d'implémenter le régulateur *PID* qui assure l'asservissement des deux moteurs.

Cette partie informatique est mise en évidence en utilisant le 'C' comme langage de programmation sous le logiciel *MPLAB* dédié à la programmation des microcontrôleur *PIC*..

Perspectives :

‘ . N’oublions pas que les gouttes d’eaux remplissent les océans . ’

Notre projet de fin d’étude est un travail de base en robotique mobile qui ouvre d’autres horizons de recherches dont on peut citer:

Concevoir une autre architecture mécanique qui permettra au robot d’évoluer dans des terrains accidentés (ajout d’une suspension, développer une mobilité hybride).

Remplacer les moteurs utilisés par d’autres qui permettront l’amélioration des performances en vitesse du robot.

Implémenter d’autres lois de commande pour différents objectifs comme : la poursuite de trajectoire, un pilotage réactif du robot ou bien un contournement d’obstacles en utilisant divers types de capteurs extéroceptifs comme les capteurs infrarouge (IR), ultrason ou bien une caméra à acquisition numérique.

Remplacer le câble de communication série par des modules de communication sans fil émetteur/récepteur infrarouge ou bien radio.

Expérimenter d’autres techniques de localisation que l’odométrie comme : localisation en utilisant les balises, le système GPS (Global Positioning System) ou bien en utilisant des retours visuels.

Références Bibliographiques :

- [1] Philippe COIFFET, « Robots : définition et classification », Technique de l'ingénieur article : R7700, traité informatique industrielle, Directeur de recherche au CNRS.
- [2] A.CHOHRA, « planification et contrôle de la navigation des véhicules intelligents en environnement dynamique », Thèse de doctorat, ENP 99.
- [3] Alain PRUSKI, « Robots mobiles autonomes » ; Techniques de l'ingénieur article : R7850 Professeur à l'Université de Metz.
- [4] J.Boreinstein, H.R.Everett, L.Feng, "Where am I?" sensors and methods for mobile robot positioning. Université de Michigan.
- [5] Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, "Modeling and control of nonholonomic mechanical systems"; Chapitre 7 pages 313-315. Université "La Sapienza" Italie.
- [6] Ole Jacob Sordalen, « Feedback Control of Nonholonomic Mobile Robot » thèse de Doctort 1993, department of Engineering Cybernetics, Norwegian Institute of Technology.
- [7] Yilin Zhao, Mahmut Reyhanoglu, " Non linear control of wheeled mobile robots " , Department of Aerospace engineering, University de Michigan, Proceedings of the 1992 IEEE.
- [8] Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, Marilena Vendittelli, " Control of wheeled mobile robot : An experimental overview " université "La spienza", Italie.
- [9] Jean Daniel NICOUD, " Robots mobiles miniatures", Techniques de l'ingénieur article S7854, traité informatique industrielle. Professeur à l'école polytechnique fédérale de Lausanne.

[10] Tai-Yu wang, Ching-Chih Tsai, Wen-Wei Tsai ,“ Adaptive Trajectory control of a nonholonomic wheeled mobile robot”, Department of Electrical Engineering, Nan-Kai College,Nan-tou 540, Taiwan.

[11] A.Tayebi, A. Rachid, « A unified discontinuous state feedback controller for the path following and the point stabilisation problems of unicycle like mobile robot” proceeding of the of the 1997 IEEE international.

[12] A.Tayebi, M.Tadjine et A.Rachid, ”discontinuos control designe for the stabilisation of nonholonomic systems in chained forme using the Backstepping approach”. Proceeding of the 36th Conference and control 1997.

[13] H. Buhler; « conception des système automatiques ». Presse Polytechnique Romandes, 1988.

[14] H. Buhler ; « Réglages échantillonnées » - Volume1. Presse Polytechnique Romandes, 1986.

[15] C. Bigonoff ; « La programmation des PICs par Bigonoff- seconde partie- la gamme Mid-range par l'étude des 16f87X (16f876-16f877) », format pdf. <http://www.abcelectronique.com/bigonoff/,2003.> »

[16] « PIC 18fXX2 datasheet High Performance, Enhanced FLASH Microcontrollers with 10-bit A/D », DS30292C, Microchip Technology. Inc, 2002. <http://www.microchip.com/> .

[17] P. Mayé; « moteur électrique pour la robotique »,edition DUNOD, Paris, 2000.

[18] A.Tayebi, M.Tadjine and A.Rachid, “Stabilization of Nonolonomic systems in chained form: Application to a car-licke mobile robot”, Laboratoire des systèmes Automatiques Université de Picardie-Julle Verne, 1997

Résumé :

Ce projet de fin d'étude présente une conception et réalisation d'un robot mobile uni cycle entraîné par deux moteurs à courant continu commandé par une carte réalisée à base du microcontrôleur Pic 18f452 de la firme *Microchip* qui répond aux exigences de l'application. L'objectif de la réalisation et l'implémentation d'un algorithme PID en vue d'un asservissement de vitesse et de deux lois de commande non linéaires: la première est synthétisée par la technique de BACKSTEPPING appliquée aux systèmes sous forme chaînée et dont l'objectif est de ramener le robot à partir de n'importe quel point de l'espace cartésien à l'origine. La deuxième est obtenue par une structure de commande à modèle de référence dont l'objectif est de réaliser une poursuite de trajectoire générée en boucle ouverte. Une modélisation géométrique, cinématique et dynamique détaillée du robot uni cycle est présentée ainsi que des simulations effectuées sur *Matlab*

Mots clés :

Robot - Robot mobile - Backstepping - Microcontroller 18f452

Abstract:

This project of end of study presents a design and realization of a unicycle mobile robot driven by two D.C. MOTOR controlled by a board carried out at base of the microcontrolor Pic 18f452 of the Microchip firm which fulfil the requirements of the application. The objective of the realization and implementation of an algorithm PID for a speed control and two nonlinear laws of order: first is synthesized by the technique of BACKSTEPPING applied to the systems in chained form and whose objective is to bring back the robot starting from any point of Cartesian space to the origin. Second is obtained by a structure of order to model of reference whose objective of is carried out a continuation of trajectory generated in open loop. A geometrical, kinematics modelling and detailed dynamics of the unicycle robot cycle is presented as well as the simulations carried out on Matlab.

Key word:

Robot - mobile robot - Backstepping - microcontrolor 18f452

ملخص: يكمن هدف بحث نهاية الدراسة في إنجاز آلي وحيد العجلة متحرك بواسطة محركين كهربائيين ذات تيار مستمر متحكم بلوحة الكترونية منجزة على أساس المعالج بيك 18ف452 لمصنع ميكرو شيب الذي يستجيب لمتطلبات المشروع. الهدف من الإنجاز هو دمج خوارزمية بي.اي.دي لغاية التحكم الآلي للسرعة و قانونين للتحكم اللاخطي، للأول محصلة عن طريق تقنية البكستيبك مطبق على جملة معادلات على شكل متسلسل و الهدف من ذلك الاتيان بالآلي من أي نقطة من المعلم الكارتيزي الى المبدأ، أما الثاني يكمن في متابعة المسار المرجعي المولد و ذلك بدون تحكم (دائرة مفتوحة).

كلمات مفتاحية: آلي - آلي متحرك - البكستيبك - المعالج بيك 18ف452