

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

OPTION : AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

COMMANDE D'UN PROCESSUS DE FERMENTATION APPLICATION A LA PRODUCTION DE LA LEVURE DE BOULANGERIE

Présenté par : ADMANE Mehdi

Dirigé par : Mr ILLOUL
Mr SELATNIA

Promotion : 2002 – 2003

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach

REMERCIEMENTS :

JE TIENS à REMERCIER MESSIEURS ILLOUL ET SELATNIA POUR LEURS CONSEILS QUI M'ONT ORIENTES DANS MON TRAVAIL, ET JE REMERCIE ÉGALEMENT TOUS MES ENSEIGNANTS QUI M'ONT SUIVI PENDANT MON CURSUS.

AMMI SALAH, KRIMOU ET TOUS LES TRAVAILLEURS DE LA BIBLIOTHÈQUE TROUVERONT ICI MA RECONNAISSANCE POUR TOUTE L'AIDE QU'ILS M'ONT APPORTÉE.

SANS OUBUER TOUS MES CAMARADES DE PROMOTION ET LES AUTRES...

DEDICACES :

A MA MERE ET A MON PERE QUE
J'AI ENQUQUINE PENDANT DES
ANNEES.

A TOUS MES AMIS : AMINE,
BRAHIM,... ET A TOUS LES AUTRES : A ,
B , C , D , ... , Z.

A TOUS CEUX QUE J'AI CONNU A
L'ECOLE POLYTECHNIQUE.

A EBINPEUF...

الدرجعة الوطنية للبحوث العلمفة
المعلمفة — BIBLIOTHEQUE —
Ecole Nationale Polytechnique

SOMMAIRE :

CHAPITRE I : INTRODUCTION

I.Introduction	2
I.1.Historique et généralités	2
I.2.La fermentation	3
I.3.Plan de travail	4

CHAPITRE II : PRESENTATION DES BIOTECHNOLOGIES

II.Présentation des biotechnologies	6
II.1.La croissance des microorganismes	6
II.2.Les conditions de croissance	6
II.3.Etude cinétique de la croissance micobienne	7
II.4.Evaluation des populations microbiennes	8
II.5.La courbe de croissance microbienne	8
II.6.Modelisation de la cinetique de croissance	9
II.7.Modeles de croissance microbienne	10

CHAPITRE III : CONCEPTION ET MODELISATION DES BIOREACTEURS

III.Conception et modelisation des bioreacteurs	14
III.1.Les bioréacteurs	14
III.1.1.Description d'un bioreacteur type	15
III.1.2.Modélisation de la croissance microbienne dans les differents bioréacteurs	19
III.1.2.1.Modélisation de la fermentation discontinue (batch)	20
III.1.2.2.Modélisation de la fermentation continue (continuous batch)	21
III.1.2.3.Modélisation de la fermentation fedbatch	23
III.1.2.3.1.A volume constant	23
III.1.2.3.2.A volume variable	24
III.1.3.Stratégies de commande d'un bioréacteur	25
III.1.3.1.Paramètres à réguler	25

III.1.4.Les biocapteurs	26
III.1.4.1.Les capteurs de mesures physiques	26
III.1.4.2.Les capteurs de mesures physicochimiques	29
III.1.5.La régulation et l'automatisation des processus microbiologiques	31
 CHAPITRE IV : PRESENTATION DU SYSTEME	
IV.Présentation du système	33
IV.1.Introduction	33
IV.2.Présentation du processus	33
IV.3.Modèle dynamique du bioréacteur	34
 CHAPITRE V : COMMANDE LINEARISANTE	
V.Commande linéarisante	38
V.1.Synthèse de la loi de commande nonlinéaire monovariable	38
V.2.Notions de géometrie différentielle	38
V.2.1.Dérivée de Lie	38
V.2.2.Degré relatif d'un système non linéaire	39
V.2.3.Changement de coordonnées	40
V.2.3.1.Définitions	40
V.2.3.2.Forme normale	41
V.2.4.Commandabilité et observabilité	42
V.2.5.Principe de linéarisation par bouclage	43
V.2.5.1.Linéarisation pour un système de degré relatif égal à n	44
V.2.5.2.Linéarisation Entrée/Sortie d'un système de degré relatif r inférieur à n	46
V.2.6.Dynamique des zéros	47
V.2.7.Stabilité asymptotique	48
V.2.8.Poursuite d'une trajectoire de référence	50
 CHAPITRE VI : SIMULATIONS	
VI.Simulations	52
VI.1.Introduction	52
VI.2.Calcul du degré relatif	52
VI.3.Synthèse de la loi de commande non linéaire	52

VI.4.Les conditions de simulation	53
VI.5.Résultats de simulation	54
CHAPITRE VII: CONCLUSION	
VII.La conclusion	60
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	62

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I. INTRODUCTION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

I.1. HISTORIQUE ET GÉNÉRALITÉS :

Pendant des milliers d'années, l'homme a utilisé sans le savoir des méthodes biologiques, soit pour produire des aliments soit pour les conserver soit pour obtenir certains produits tels que le cuir et la toile.

Ces anciens procédés familiaux furent transposés plus tard à l'échelle industrielle dans des usines qui traitent les mêmes matières premières en adaptant et en améliorant de très anciennes méthodes domestiques.

Les micro-organismes responsables de ces réactions biologiques ne furent découverts qu'en 1680 par Loewenhoek et ce n'est qu'au milieu du 19^e siècle qu'ils furent étudiés de manière scientifique par Pasteur au cours de ses travaux sur les maladies.

Les industries biologiques furent très lentes à découvrir l'intérêt d'utiliser la transposition des procédés de laboratoire à l'échelle de la production. Il fallut attendre l'apparition de la pénicilline et les impératifs de sa production industrielle pour mettre en lumière cette nécessité.

La deuxième guerre mondiale a été un tournant décisif pour la recherche biologique. Les besoins militaires (agents chimiques et biologiques, médicaments,...), les besoins civils (nourritures, médicaments, boissons,...) ont été les principaux facteurs conduisant à une fabrication à grande échelle des micro-organismes.

Les progrès faits dans plusieurs domaines de la recherche scientifique tels que : l'électronique, l'automatique, la chimie, la biologie, ... ont contribué à une production à grande échelle avec des rendements de plus en plus performants.

La microbiologie met en œuvre soit des micro-organismes vivants dont l'activité métabolique permet les transformations désirées (fermentation,...), soit des enzymes catalyseurs naturels issus de plantes ou d'autres micro-organismes capables d'accélérer des réactions biochimiques.

L'application la plus répandue dans le domaine microbiologique est la fermentation vu qu'elle est la source d'innombrables produits, utilisés dans de très nombreux domaines.

I.2. LA FERMENTATION :

L'un des précurseur des réactions microbiologiques ' Pasteur ' a défini la fermentation comme : « la vie sans air ».

La fermentation vient du mot latin « ferver » qui signifie bouillir et qui désigne le dégagement de bulles de gaz observées lorsqu'on abandonne des jus sucrés à l'action de micro-organismes contenus dans l'air.

En fait, il existe deux sortes de fermentation :

- Aérobie : où les micro-organismes ont un besoin d'oxygène pour leur développement.
- Anaérobie : Le besoin en oxygène n'est pas nécessaire pour le développement (anaérobie facultatif) et peut même être mortel (anaérobie strict).

Sans même soupçonner l'activité des micro-organismes et en considérant sans doute , à l'origine, la fermentation comme un procédé surnaturel, l'homme parvint empiriquement à la suite d'expériences s'étalant sur des siècles, à domestiquer ce phénomène.

La fabrication de bière à partir de l'orge germée était connue des égyptiens il y a 4000 ans !!!

Les fromages, yaourts et autres laitages fermentés étaient connus en Europe et en Asie depuis longtemps, tandis qu'en Egypte, la production du pain était familière.

L'utilisation de certains champignons était connue par les chinois qui les utilisaient pour traiter plaies et blessures.

La recherche sur la fermentation ne connut pas de percées concrètes pendant des siècles et ce n'est qu'en 1680 que Loewenhoek montra à l'aide du microscope qui venait d'être inventé, l'existence des micro-organismes composant la levure.

Les travaux de Pasteur ont marqué un tournant dans l'histoire de la médecine avec la naissance de la microbiologie, ce qui a fait naître un engouement pour cette nouvelle discipline.

La recherche scientifique, par l'étude de la croissance microbienne, a permis la conception de modèles mathématiques nécessaires à la compréhension de ce phénomène mais aussi pour faciliter la réalisation d'installations industrielles.

La fermentation industrielle utilise trois principaux types de micro-organismes :

- Bactéries : qui entrent dans la fabrication des yaourts.
- Champignons et moisissures : qu'on trouve dans les fromages.
- Levures : utilisées dans la boulangerie.

I.3. PLAN DE TRAVAIL :

Nous avons, par ce travail, essayer de faire une introduction assez détaillée du domaine de la biotechnologie, qui revêt ces dernières années un intérêt particulier des industriels mais aussi des gouvernements des pays industrialisés.

Dans un premier temps, on a présenté les principales particularités qui définissent le domaine de la biotechnologie, ensuite on a fait une description approfondie du bioréacteur ainsi que des accessoires annexes tels que les biocapteurs. Par la suite, on a présenté le système fortement non linéaire relatif à la production de la levure de boulangerie par son modèle dynamique puis on a présenté la théorie de la commande linéarisante avec placement de pôles. Le dernier chapitre consistera à présenter les simulations se rapportant à la technique citée et enfin on terminera par l'analyse des résultats obtenus.

CHAPITRE II

PRESENTATION DES BIOTECHNOLOGIES

II. PRESENTATION DES BIOTECHNOLOGIES

II.1. LA CROISSANCE DES MICRO-ORGANISMES :

Une seule cellule est considérée comme une usine microscopique. Les matières comme le carbone, l'azote, l'oxygène sont apportées dans la cellule et sont converties à l'intérieur de celle-ci via une centaine de réactions chimiques en de nombreux autres constituants en plus des produits biochimiques qui sont soit maintenus dans la cellule soit sont transportés hors de son environnement.

L'activité biologique de la cellule est très sensible à l'environnement dans le quel elle est exposée. C'est pourquoi le contrôle de chaque facteur influençant la réaction est primordial.

Lorsqu'un micro-organisme est introduit dans un milieu de culture lui convenant bien, il y développe une activité en relation avec ses potentialités et les conditions environnantes. Cette activité peut présenter deux aspects :

- Le microbe se reproduit (augmentation de biomasse) : la synthèse des constituants se fait à partir des composés du milieu de culture.
- En parallèle, le microbe sécrète tel ou tel composé qui sera récupéré en fin de culture.

II.2. LES CONDITIONS DE CROISSANCE :

1_ Concentration des composés nécessaires à la croissance :

Lorsque les éléments nutritifs sont présents dans le milieu à une concentration suffisante, la croissance sera maximale, or si un des éléments est en faible quantité ou au contraire en excès, alors la croissance ne sera pas normale et parfois inexistante d'où l'importance du respect des conditions initiales pour une production optimale.

2_ L'eau :

Comme pour tout être vivant, la présence d'eau est indispensable et la reproduction des micro-organismes en requiert une quantité suffisante.

3_ La température :

Dans les réactions chimiques, la température joue un rôle très important, en effet, aux basses températures la croissance est bloquée et elle est accélérée par une augmentation de celle-ci, cependant, à partir d'un certain seuil, la structure cellulaire peut subir des altérations et la croissance s'en trouvera perturbée.

4_ L'oxygène :

Vital pour beaucoup de micro-organismes, mais peut se révéler toxique pour les micro-organismes anaérobiques.

5_ Le pH :

La croissance exige une valeur optimale du pH. La plupart des bactéries croissent en milieu neutre alors que les levures préfèrent un milieu acide.

La formation de produits à la fin du processus de croissance dépend essentiellement de la valeur du pH d'où l'importance de son réglage de façon précise.

6_ Les sources d'énergie :

On utilise souvent du sucre (glucose) pour l'apport en énergie nécessaire à un rendement optimal de la production.

II.3. ETUDE CINETIQUE DE LA CROISSANCE MICROBIENNE :

La croissance peut être vue sous deux angles :

- Chimique : la croissance est considérée comme un ensemble de réactions chimiques en chaîne. Le processus obéit au principe de conservation de la matière.

- Biologique : l'augmentation de la population microbienne au cours du phénomène de croissance résulte de la reproduction qui peut se faire selon divers modes selon le type de micro-organismes mis en jeu (bactérie : simple scission, champignon : contamination, levure : bourgeonnement).

II.4. EVALUATION DES POPULATIONS MICROBIENNES :

L'étude de la croissance n'est valable que si l'on dispose de techniques appropriées d'évaluation. C'est pourquoi l'instrumentation joue un rôle important en permettant la mise au point de capteurs capables de travailler en temps réel car l'un des problèmes rencontrés dans cette industrie est qu'il faut d'abord prélever des échantillons puis les analyser, ce qui nécessite un temps relativement long et qui a comme conséquence l'altération des calculs.

II.5. LA COURBE DE CROISSANCE MICROBIENNE :

Disposant de techniques d'évaluation qualitative et quantitative d'une population microbienne, il est possible de suivre et d'étudier le phénomène de croissance.

Pour cela, on réalise une culture de type classique dans laquelle après ensemencement, la croissance se poursuit jusqu'à l'épuisement du milieu, les conditions extérieures étant constantes et favorables au développement normal du micro-organisme étudié.

L'étude en fonction du temps de la concentration en biomasse fait apparaître en général quatre phases principales de croissance :

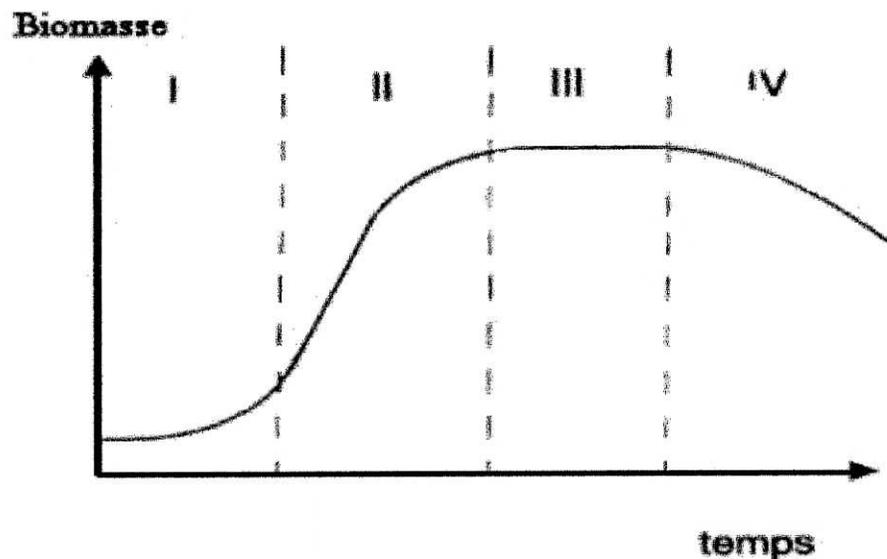


Figure II.1 : Courbe de croissance microbienne

1. Phase de latence : c'est une phase d'adaptation, il n'y a pas de reproduction cellulaire :

$$x = x_0 = cste \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Où x : concentration en biomasse (g/l)
 x_0 : concentration initiale en biomasse (g/l)

2. Phase exponentielle : c'est le démarrage de la production, la concentration de biomasse augmente de façon exponentielle :

$$\frac{dx}{dt} \uparrow \quad (\text{II.2})$$

3. Phase stationnaire : la biomasse atteint son niveau maximal car l'augmentation de la concentration cellulaire s'arrête.
4. Phase de décroissance : le nombre de cellules viables diminue du fait de la mortalité dont le taux augmente parallèlement à la décroissance de la concentration de la biomasse.

II.6. MODELISATION DE LA CINETIQUE DE CROISSANCE :

La croissance microbienne est phénomène très complexe, par le nombre et le type des réactions mises en jeu et par leurs dépendances vis-à-vis des facteurs extérieurs.

Jusqu'en 1960, ces phénomènes étaient surtout une affaire d'habileté, d'expérience et souvent d'intuition. L'étude consistait à travailler sur un très grand nombre de paramètres en ne variant qu'un seul à la fois ce qui rendait la tâche difficile et longue.

L'application des méthodes mathématiques et statistiques rendue possible par les calculateurs a permis de faire des progrès considérables en peu de temps.

Le principe de ces nouvelles techniques consiste à établir, à partir des résultats expérimentaux, une équation mathématique du processus quelque soit sa complexité.

Cette modélisation associée à la régulation et à l'automatisation permet d'accroître la rentabilité et la sécurité d'exploitation en milieu industriel. Le modèle ainsi obtenu est utilisé pour la simulation ce qui autorise des essais sans danger pour les installations industrielles ainsi qu'à trouver les réglages optimaux pour un rendement maximal.

II.7. MODELES DE CROISSANCE MICROBIENNE :

Le modèle le plus simple est :

$$\frac{dx}{dt} = \mu \cdot x \quad (\text{II.3})$$

Avec μ : taux constant de croissance (h^{-1}).
 x : concentration de biomasse (g/l).

Cette relation signifie que la vitesse de croissance est proportionnelle à la quantité de biomasse dans le milieu de culture. Il correspond en fait à la phase exponentielle de croissance.

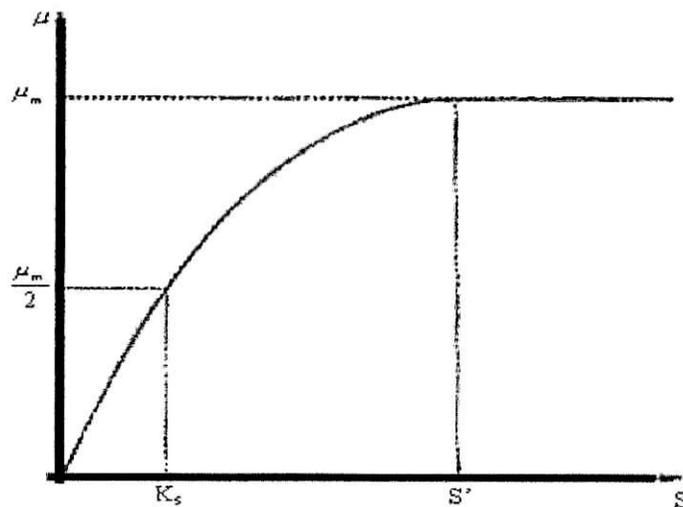


Figure II.2 : Variation du taux de croissance en fonction de la concentration en substrat

Le modèle le plus utilisé en microbiologie est le modèle dit de Monod où le taux de croissance n'est plus constant mais il devient une fonction d'autres paramètres.

Ainsi la relation la plus utilisée est :

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_s + S} \quad (\text{II.4})$$

Avec μ_m : taux de croissance maximal (g/l)
 s : Concentration en substrat (g/l)
 K_s : Constante de saturation (g/l)

Il existe aussi d'autres modèles plus complexes suivant les composés utilisés, tels que ceux relatifs à l'inhibition (ralentissement de la réaction biologique) :

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_i + S + \frac{S^2}{K_i}} \quad (\text{II.5})$$

Ou

$$\mu = \mu_m \frac{S(1-T \cdot S)}{K_i + S + \frac{S^2}{K_i}} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

K_i : constante d'inhibition (g/l)

T : constante définie expérimentalement (l/g).

Lorsque la croissance s'accompagne de la production d'un ou de plusieurs composés, la réaction globale obéit au principe de conservation de la matière. Dans le cas de la fermentation, on travaille avec l'équation suivante :

$$\frac{dP}{dt} = f(x, t) \quad (\text{II.7})$$

P : concentration en produit formé (g/l)

Qui exprime la relation entre la variation de la production et l'évolution de la biomasse en fonction du temps.

Généralement on utilise la relation :

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dx}{dt} \quad (\text{II.8})$$

α : coefficient

Cette relation traduit la proportionnalité entre la variation de la production et celle de la concentration en biomasse.

L'étude cinétique des phénomènes conduit parfois à établir que la vitesse de production est proportionnelle à la concentration en biomasse :

$$\frac{dP}{dt} = \beta \cdot x \quad (\text{II.9})$$

β : coefficient

Toutefois ces lois ne traduisent pas l'arrêt de la production. En réalité, on remarque que la concentration du produit atteint un niveau maximal qu'elle ne dépassera pas à cause de plusieurs facteurs. La concentration s'arrête de croître et reste constante. Ce phénomène s'appelle effet inhibiteur qui sera exprimé par :

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dx}{dt} + \beta \cdot x - \gamma \cdot P \quad (\text{II.10})$$

γ : coefficient

Dans ce cas, on remarquera une stabilisation de la production après un certain temps et qui est due aux effets d'inhibition.

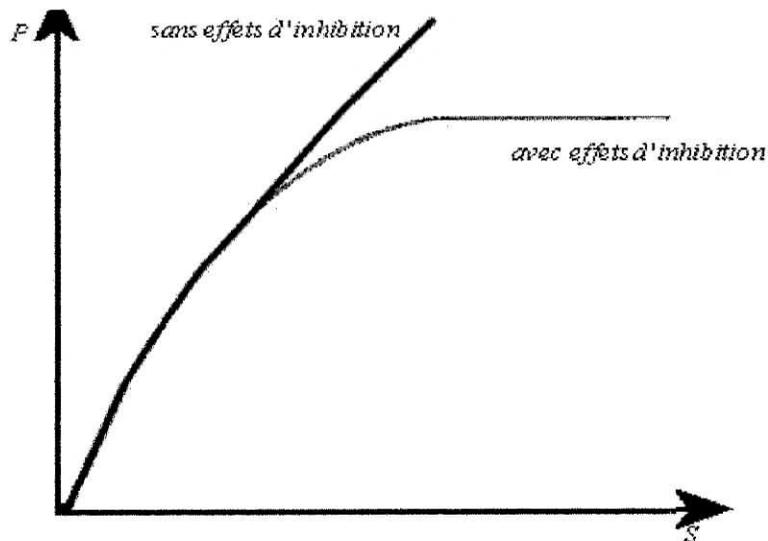


Figure II.3 : Evolution de la production en fonction du substrat

CHAPITRE III

CONCEPTION ET MODELISATION DES
BIOREACTEURS

III. CONCEPTION ET MODELISATION DES BIOREACTEURS

III.1. LES BIOREACTEURS :

Au cœur du dispositif permettant le déroulement des réactions microbiologiques, se trouve le bioréacteur ou fermenteur « récipient ».

Le bioréacteur est conçu en fonction du type de processus qui doivent s'y dérouler.

Quel que soit le type de micro-organismes, il doit permettre un contact aussi bon que possible entre les différents composés qui s'y trouvent car il s'agit tout d'abord de transfert de matière entre le milieu extérieur et la cellule, il y a ensuite le problème de la température car le bioréacteur doit faciliter les transferts de chaleurs. On notera aussi les problèmes dus à la contamination et à l'oxygénation pendant le processus.

La présence de micro-organismes vivants à l'intérieur d'un bioréacteur le rend plus complexe qu'un réacteur chimique conventionnel.

Il doit permettre d'établir les conditions optimales (températures, pH, oxygène,...) à l'obtention d'une croissance rapide, ainsi qu'une formation maximale de produit. Le design du bioréacteur cherche à optimiser les transferts de matières et de chaleur.

Les principales exigences concernant les bioréacteurs sont :

- Mélange homogène des fluides.
- Dissipation homogène de l'énergie.
- Forces de cisaillement adéquates.
- Turbulences suffisantes pour le transfert de chaleur.
- Bonne dissipation de l'air.
- Durée de mélange optimale.
- Pas de séparation des constituants du milieu.
- Minimisation de la formation de mousse.
- Hydrodynamique bien définie et absence de zones mortes.
- Possibilités de stériliser et de maintenir les conditions de stérilité.
- Isolation du contenu.
- Durabilité.
- Possibilité de mesurer les variables du procédé, ainsi que ses éléments clés.

- Manipulation pratique.
- Entretien facile.

III.1.1. DESCRIPTION D'UN BIOREACTEUR TYPE :

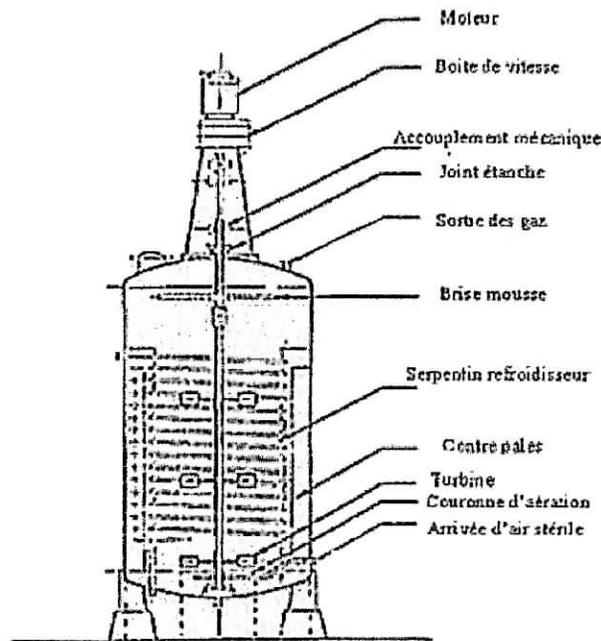


Figure III.1 : Fermenteur classique

Les fermenteurs industriels, de forme cylindrique et dont le rapport hauteur/diamètre varie entre 2 et 5, sont construits parfois en acier ordinaire mais le plus souvent en acier inoxydable.

Ils sont constitués par des tôles cylindriques roulées, d'une épaisseur suffisante pour supporter la pression de la vapeur de stérilisation, soudées à des fonds bombés. Le fond supérieur est muni, par soudure, d'une robuste platine horizontale, destinée à supporter le moteur électrique d'agitation.

L'arbre vertical de l'agitateur pénètre dans le fermenteur par un presse-étoupe muni d'un joint de vapeur spécialement étudié pour éviter l'entrée de germes contaminants.

La partie supérieure porte un certain nombre de tuyauteries destinées à l'arrivée d'air, à l'échappement de l'air et des gaz, à la prise d'échantillons, et à l'addition de certains réactifs.

On dispose encore d'un certain nombre d'appareils de contrôle, tels que les électrodes de pH, les électrodes de mesure de l'oxygène dissous, une gaine thermométrique reliée à un thermomètre enregistreur et un manomètre placé sur la tuyauterie d'échappement.

Enfin, des hublots de contrôle permettent l'examen de l'intérieur du fermenteur tandis qu'un trou d'homme est utilisé pour les nettoyages périodiques.

Le fermenteur est supporté par des pieds robustes dont la hauteur est déterminée par la facilité d'accès à la partie inférieure du fermenteur.

La partie supérieure est constituée par une plate-forme munie de garde-fous et d'échelles permettant au personnel le contrôle de la bonne marche de l'installation.

A l'intérieur du fermenteur, on trouve, outre l'axe d'agitation muni à sa partie inférieure d'un agitateur horizontal portant 6 à 12 pales, un dispositif d'aération constitué, en général, par une couronne circulaire munie de trous à sa partie supérieure et reliée à la tuyauterie d'arrivée d'air. Les bulles d'air qui se forment à la sortie des trous de cette couronne circulaires, sont dispersées dans le milieu par l'agitateur horizontal placé quelques décimètres au-dessus de lui.

Cette couronne d'agitation peut aussi servir pour assurer l'arrivée de la vapeur au cours de la stérilisation.

On trouve encore à l'intérieur du fermenteur un certain nombre de contre-pales soudées verticalement sur la paroi intérieure, destinées à augmenter la turbulence et la qualité d'aération.

Sur les fermenteurs de petit volume, on rencontre parfois, un serpentín assurant la circulation d'un liquide destiné à la thermorégulation automatique, nécessité par le caractère exothermique des fermentations.

Extérieurement le fermenteur comporte les accessoires suivants :

1. les filtre à air : constitués par des cylindres métalliques contenant un matériau filtrant (coton, laine de verre, amiante,...) et pouvant être stérilisés en même temps que le fermenteur, par passage de la vapeur dans une double paroi, ceci afin d'éviter de mouiller par la vapeur condensée le matériau filtrant qui perdrait alors toute efficacité.

2. les débitmètres : appareils destinés à mesurer les volumes d'air, envoyés dans le fermenteur.

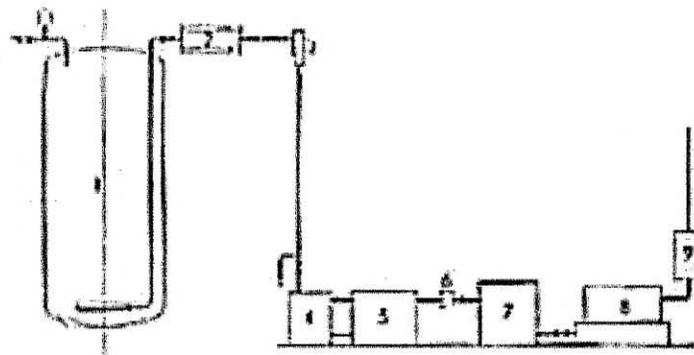
3. appareillage d'ensemencement aseptique.

4. un détendeur.

5. un échangeur de température destiné à ajuster la température de l'air.

6. un humidificateur.

7. un pré-filtre.



- 1 - fermenteur
- 2 - filtre
- 3 - débitmètre
- 4 - humidification
- 5 - échangeur de température
- 6 - détendeur
- 7 - séparateur d'huile
- 8 - compresseur
- 9 - préfiltre

Figure III.2 : Appareils annexes au bioréacteur

Les bioréacteurs sont caractérisés par leur mode de conduite. On distingue alors :

- 1- les processus discontinus :

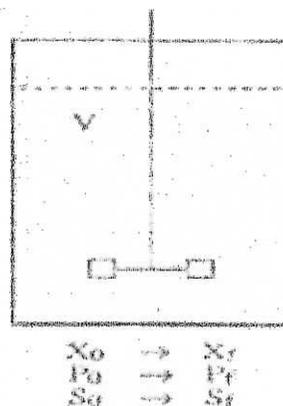


Figure III.3 : Schéma de fonctionnement du fermenteur discontinu

Il s'agit d'un réacteur fermé qu'on stérilise avant la réaction. On place le milieu de culture constitué par les cellules et par la source d'énergie. Pendant le processus, on

n'introduit rien sauf des réactifs de neutralisation en faible quantité, de même qu'on ne peut rien soutirer tant que la réaction n'est pas finie.

La concentration présente en biomasse augmente selon la courbe de croissance microbienne. Dans le même temps, le substrat est consommé et le produit recherché apparaît avec une augmentation graduelle de concentration.

Les principaux inconvénients de ce genre de culture sont :

- Faible rendement.
- Temps long entre deux utilisations à cause de la nécessité de la stérilisation, de la vidange et du nettoyage du bioréacteur.

2- les processus continus :

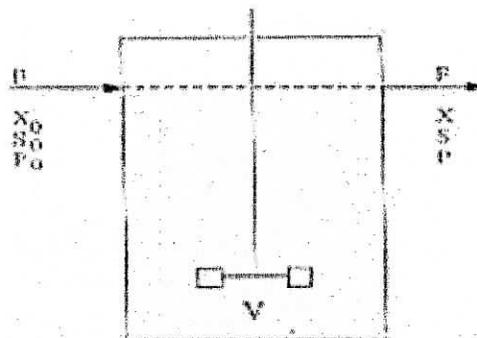


Figure III.4 : Schéma de fonctionnement du fermenteur continu

C'est une technique permettant l'introduction d'aliments nutritionnels et au même moment le prélèvement du résultat de la réaction.

Ce genre de processus permet une productivité intéressante mais la contamination aura à terme une influence négative sur la réaction car le réacteur n'est ni nettoyé ni stérilisé. C'est pour cela que ce type de bioréacteurs n'est pas très utilisé en industrie.

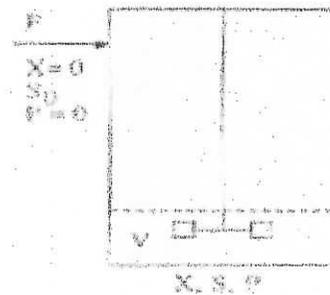
3- les processus discontinus alimentés (fed-batch fermentation) :

Figure III.5 : Schéma de fonctionnement du fermenteur semi-continu

C'est de loin la technique la plus employée dans l'industrie. Dans ce procédé, un apport continu du substrat permet de maintenir la concentration de celui-ci constante, la période de croissance est ainsi prolongée. Le problème qui se pose alors est le choix du débit pour avoir une production optimale.

Ce genre de processus est scindé en deux catégories :

-A volume fixe : le substrat est alimenté sans dilution dans la culture (liquide très concentré, gaz,...). La variation totale du volume du bioréacteur restera ainsi faible.

-A volume variable : le volume du bioréacteur change avec le temps car le substrat ajouté se présente sous sa forme diluée ce qui augmente le volume du bioréacteur. Dans ce cas après un certain volume le processus n'est plus rentable (problèmes d'oxygénation notamment), on enlève alors une certaine quantité du milieu de culture et on la remplace par une autre plus nutritive.

III.1.2. MODELISATION DE LA CROISSANCE MICROBIENNE DANS LES DIFFERENTS BIOREACTEURS :

Le bioréacteur est considéré comme un système multivariable avec des dynamiques non linéaires.

Multivariable : car il met en jeu plusieurs variables en entrée et en sortie.

Dynamiques non linéaires : la commande d'un bioréacteur est très complexe car le comportement en régime stationnaire est non linéaire. On observe souvent des hystérésis (si on applique un échelon positif comme débit d'alimentation alors un échelon négatif ne permettra pas le retour à l'état initial).

Aussi, plusieurs états stables peuvent être observés pour les mêmes conditions d'alimentation et dans certains cas, des dynamiques imprévisibles peuvent apparaître comme des oscillations ou des temps de retard importants.

Tous ces comportements sont dus à la complexité de la croissance des cellules mais également au manque de mesures en temps réel de certaines variables importantes dont on désire la régulation. Certaines de ces variables ne sont pas mesurables du tout.

Toutes ces difficultés montrent l'importance d'une bonne modélisation et la nécessité d'améliorer les techniques d'estimation des états du bioréacteur.

III.1.2.1. MODELISATION DE LA FERMENTATION DISCONTINUE (BATCH) :

Le moyen le plus facile pour la modélisation de la concentration en biomasse est de considérer un modèle simplifié :

$$\frac{dx}{dt} = \mu \cdot x \quad (\text{III.1})$$

Avec : x : concentration en biomasse (g/l)

μ : taux spécifique de croissance (h^{-1})

L'expression la plus utilisée qui exprime le taux de croissance est l'équation de Monod donnée par :

$$\mu = \mu_m \frac{s}{K_s + s} \quad (\text{III.2})$$

Avec : μ_m : taux maximal de croissance (h^{-1})

S : concentration en substrat (g/l)

K_s : constante de saturation du substrat (g/l)

De même, on peut représenter l'évolution des composants produits de la fermentation par un modèle tout aussi simple :

$$\frac{dP}{dt} = R_p \quad (\text{III.3})$$

Avec : P : concentration du produit (g/l)

R_p : vitesse d'apparition du métabolite recherché.

On note que ces équations sont empiriques et ne sont valides que pour la représentation de la phase exponentielle de croissance sous des conditions normales de développement, car elles sont inutilisables dans des conditions transitoires.

Malgré leur simplicité, ces équations sont très utilisées dans un large éventail de cas. Cette caractéristique a une importance dans la commande des bioréacteurs.

III.1.2.2. MODELISATION DE LA FERMENTATION CONTINUE (CONTINUOUS BATCH) :

Dans les bioréacteurs à alimentation continue, les cellules sont approvisionnées en substrat de façon ininterrompue. La croissance sera, de ce fait, toujours dans sa phase exponentielle.

Dans ce cas, l'équation de Monod peut être utilisée et le bilan d'équilibre donnera :

$$Fx - Fx_f + V\left(\frac{dx}{dt}\right) = r_x \quad (\text{III.4})$$

$$r_x = \mu \cdot x \quad (\text{III.5})$$

Où : F : débit d'alimentation (l/h)

x : concentration de cellules dans le bioréacteur (g/l)

x_f : concentration de cellules dans le débit d'alimentation (g/l)

V : volume du bioréacteur (l)

r_x : taux de génération de cellules (g/l*h)

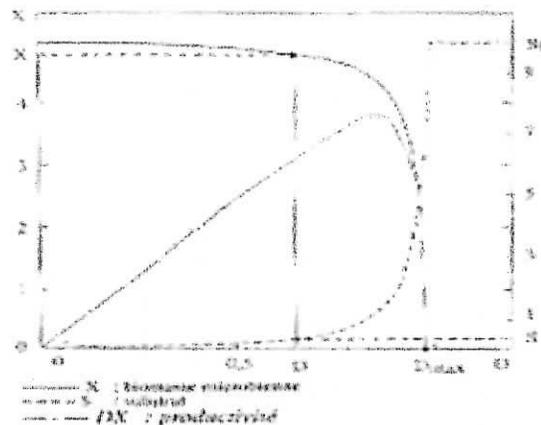


Figure III.6 : Evolution des concentrations et de la productivité en fonction du taux de dilution

Pour une alimentation stérile ($x_f=0$), on notera que le taux de réaction s'écrira en fonction du taux de génération de cellules : $r_x=\mu \cdot x$

Ce qui donnera :

$$\frac{dx}{dt} = (\mu - D)x \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Avec : } D = \frac{F}{V} \quad (\text{III.7})$$

Où : D : taux de dilution (h^{-1})

Concernant le substrat, un bilan de matière permettra d'avoir l'équation suivante :

$$F \cdot S - F \cdot S_f + V \left(\frac{dS}{dt} \right) = r_s \cdot V \quad (\text{III.8})$$

Où : S_f : concentration du substrat qui est fourni en entrée (g/l)

r_s : taux de consommation du substrat ($\text{g/l} \cdot \text{h}$)

On utilise pour évaluer la rentabilité du processus un paramètre important : le rendement défini par :

$$Y_{x/s} = \frac{r_x}{r_s} = \frac{\text{production}}{\text{consommation}} \quad (\text{III.9})$$

En combinant les équations précédentes on aura :

$$\frac{dS}{dt} = D(S_f - S) + \mu \frac{x}{Y_{x/s}} \quad (\text{III.10})$$

Le bioréacteur en fonctionnement continu sera ainsi complètement défini par les équations suivantes :

$$\frac{dx}{dt} = (\mu - D)x \quad (\text{III.11})$$

$$\frac{dS}{dt} = D(S_f - S) + \mu \frac{x}{Y_{x/s}} \quad (\text{III.12})$$

D'un point de vu industriel, le taux de dilution D doit être inférieur à μ_m sinon on se trouvera dans une situation de non productivité. Ce phénomène s'appelle le « washout ».

La régulation dans ce cas consistera entre autre à laisser le bioréacteur au début en mode discontinu jusqu'à atteindre la phase exponentielle ; on alimentera ensuite avec un débit $D < \mu_m$

La commande de ce genre de processus utilise généralement les théories de la commande linéaire près de l'état stationnaire où le système pourra être linéarisé.

III.1.2.3. MODELISATION DE LA FERMENTATION FED-BATCH :

Comme on l'a vu auparavant, ce genre de processus est composé de deux types (à volume constant et à volume variable).

III.1.2.3.1.A VOLUME CONSTANT :

Quelques hypothèses de travail s'imposent :

- L'alimentation est à un taux constant.
- Le pourcentage de biomasse par substrat est constant durant le processus.
- Les produits qui sont introduit dans le bioréacteur doivent être très concentrés de telle façon à ce que la variation de volume soit négligeable.

Les équations décrivant ce système en fonction du temps sont :

$$\text{Taux spécifique de croissance : } \mu = F \frac{Y_{x/s}}{x} \quad (\text{III.13})$$

$$\text{Concentration en biomasse : } x_t = x_0 + F \cdot Y_{x/s} \cdot t \quad (\text{III.14})$$

$$\text{Concentration en produit : } P = P_0 + r_p \cdot x_0 \cdot t + r_p \cdot F \cdot Y_{x/s} \cdot \frac{t^2}{2} \quad (\text{III.15})$$

Avec r_p : taux de production du produit = $\frac{\text{masse du produit}}{\text{masse de la biomasse} \cdot \text{temps}} = \frac{g}{g \cdot t}$

x_0 et P_0 : concentrations initiales (g/l)

On remarque d'après ces équations que :

- la biomasse croit linéairement avec le temps.
- le taux spécifique de croissance décroît avec le temps à cause de l'accroissement de la biomasse.

III.1.2.3.2.A VOLUME VARIABLE :

Dans ce cas aussi quelques hypothèses de travail sont à faire :

- La concentration du substrat dans le débit est constante.
- Les rendements sont constants durant le processus de fermentation.
- Le taux de croissance dépend uniquement de la nature du substrat.

Les équations de base sont alors :

$$\text{Le débit : } F = \frac{dV}{dt} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{La concentration en biomasse : } \frac{dx}{dt} = \frac{x}{V} (\mu \cdot V - K_d \cdot V - F) \quad (\text{III.17})$$

Avec K_d : taux de mortalité des micro-organismes (h^{-1})

$$\text{La concentration en substrat : } \frac{dS}{dt} = \frac{F}{V} (S_0 - S) - \mu \cdot \frac{X}{Y_{x/s}} \quad (\text{III.18})$$

$$\text{La concentration en produit : } \frac{dP}{dt} = r_p \cdot X - P \cdot \frac{F}{V} \quad (\text{III.19})$$

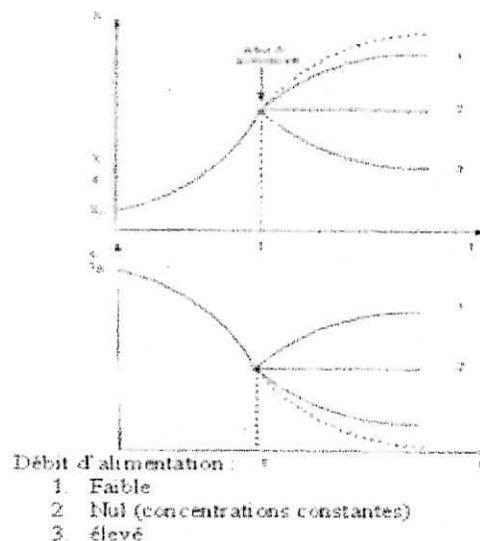


Figure III.7 : Evolution des concentrations en biomasse et en substrat dans la fermentation Fed-Batch

La figure (III.7) montre l'importance du débit d'alimentation. En effet, si le débit est très faible, la concentration cellulaire augmente selon une courbe plus ou moins proche de la courbe correspondant à l'évolution de la croissance en discontinu. Si au contraire, le débit est

trop grand, la concentration en biomasse a tendance à diminuer, l'effet de dilution l'emportant.

III.1.3. STRATEGIES DE COMMANDE D'UN BIOREACTEUR :

Le contrôle et l'automatisation des bioréacteurs nécessite un réglage précis et assez rapide des paramètres du processus vu qu'ils sont sujets à beaucoup de variations au cours du temps ce qui rend ce réglage plus complexe que celui d'un réacteur chimique conventionnel.

Avant la réalisation d'une commande, l'automaticien doit connaître les principales caractéristiques de son bioréacteur :

- Les meilleures conditions de culture (pH, agitation, température,...)
- Les différentes phases de croissance.
- Les éventuelles interactions entre les différents composants du milieu de culture.

Ainsi, l'automaticien pourra définir les objectifs à atteindre et les meilleurs paramètres à optimiser.

III.1.3.1. PARAMETRES A REGULER :

Les principaux paramètres à imposer sont :

- La teneur en biomasse.
- La composition du milieu de culture (concentrations du substrat, des produits désirés, les teneurs en oxygène et en gaz carbonique,...).
- Les conditions physiques telles que : la température, le pH, le volume,...

Avant toute chose, la première étape à faire est de capter les informations relatives aux paramètres à réguler. Dans le domaine de la biotechnologie, on utilise des capteurs spéciaux à cause des conditions difficiles lors du recueillement des données dans le fermenteur (milieu abrasif, problèmes de contamination,...).

Ces capteurs spéciaux s'appellent les biocapteurs dont on va décrire quelques uns dans ce qui suit.

III.1.4. LES BIOCAPTEURS :

Un capteur peut être défini comme un dispositif sensible aux variations du paramètre qu'il sert à mesurer, émettant un signal, généralement sous forme électrique dont les caractéristiques varient de façon réversible en fonction de l'évolution de ce paramètre. Les qualités d'un bon capteur sont la fidélité, la rapidité de réponse, l'absence de variations par rapport à l'étalonnage, la justesse, la fiabilité et, d'une façon globale, la précision.

En fermentation, les capteurs sont de deux types selon les variables qu'ils servent à mesurer : les capteurs de mesure physique et les capteurs de mesure physicochimique.

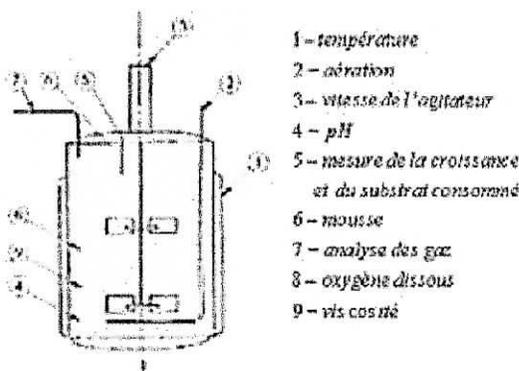


Figure III.8 : Types de mesures et de régulation dans un fermenteur

III.1.4.1. LES CAPTEURS DE MESURES PHYSIQUES :

1- la température :

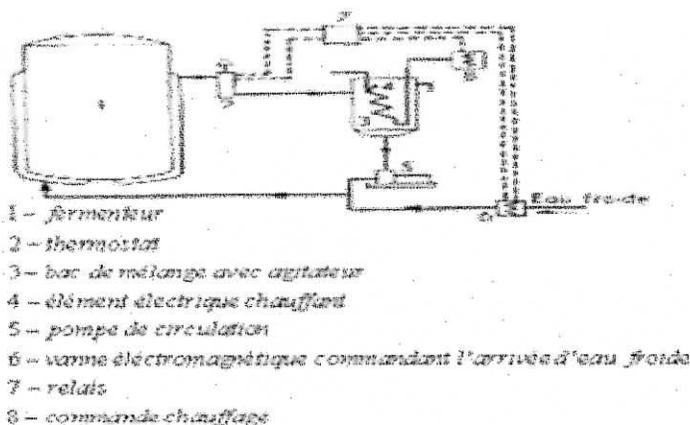


Figure III.9 : Dispositif de régulation de température

Le premier paramètre physique à mesurer en fermentation est la température. Elle peut se faire à l'aide d'un simple thermomètre à mercure ou à alcool. Les thermomètres à contact permettent de faire une régulation efficace par tout ou rien.

Les thermocouples sont très peu utilisés dans la fermentation. Par contre, les sondes à résistance sont très employées, particulièrement les sondes à résistance de platine. Elles sont basées sur le fait que la résistance augmente avec la température. On remplace donc la mesure d'une température par une mesure de résistance. La fonction de variation n'est toutefois pas rigoureusement linéaire. Leur durée de vie est pratiquement illimitée.

On peut utiliser aussi les sondes à thermistance, pour lesquelles, à l'inverse, le coefficient de température est négatif, une élévation de température provoquant une diminution de la résistance.

Enfin, on utilise maintenant, les capteurs de température à semi conducteurs, ils sont basés sur le fait que les caractéristiques des transistors varient avec la température. Ce sont des capteurs stables à faible temps de réponse et bon marché.

2- La pression :

C'est généralement la pression de couverture qu'il s'agit de mesurer, c'est-à-dire la pression que l'on maintient dans le bioréacteur, au-dessus du fluide en fermentation, pour le protéger des contaminations et améliorer le transfert d'oxygène. L'emploi de manomètres, du fait de la difficulté qu'il y a de les nettoyer et de les stériliser, n'est possible qu'en installant une membrane en acier inoxydable de séparation. Suffisamment fine, elle permet de transmettre au manomètre les variations de pression. Des dispositifs de copie permettent de transmettre à distance l'information donnée par le manomètre. Les capteurs modernes de pression sont des membranes à jauges de contraintes. Il s'agit de fines membranes renfermant des éléments dont la résistance varie avec la déformation. Ce type de capteurs se prête bien aux conditions d'asepsie (stérilisation) requise en fermentation.

3- La vitesse d'agitation :

Sur les fermenteurs dont l'agitateur tourne à vitesse fixe, cette mesure ne se pose évidemment pas. De plus en plus, on installe sur les bioréacteurs des agitateurs à vitesse variable. La mesure est faite classiquement à l'aide d'une dynamotachymétrie. Ce type d'appareil, entraîné par l'arbre, n'est pas toujours fiable, l'organe d'entraînement pouvant tomber en panne du fait de l'usure et des frottements. On se tourne maintenant vers des

capteurs de proximité, inductifs ou résistifs qui font du comptage d'impulsions dues à la présence d'un repère sur l'arbre.

L'absence d'organes mécaniques leur confère une très grande fiabilité.

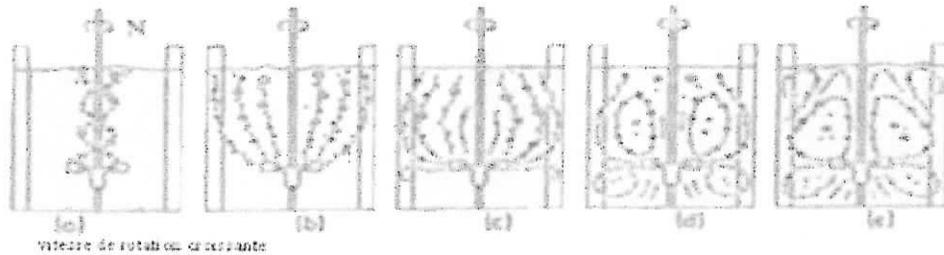


Figure III.10 : Influence de la vitesse d'agitation dans le mélange

4- Les débits :

La mesure des débits de liquides en fermentation ne présente pas de particularité. On choisit le dispositif de mesure en fonction de son aptitude au nettoyage et à la stérilisation. On préfère effectuer une mesure de poids dont on déduit la quantité de tel ou tel réactif qui a été ajouté ou prélevé, dans un intervalle de temps déterminé. La mesure de débits gazeux, en revanche, fournit des renseignements importants.

Les débits de gaz peuvent être évalués à l'aide de débitmètres à flotteur installés généralement sur la canalisation de distribution de gaz en amont du filtre. Ces appareils présentent quelques inconvénients. L'indication de débit est tout d'abord liée à la pression d'alimentation. Il est donc nécessaire de les étalonner au préalable. De plus ils se prêtent mal à une lecture à distance. Ils doivent dans ce cas être munis de systèmes de recopie, transformant l'indication du flotteur en signal électrique, ce qui en augmente le prix. C'est pourquoi on préfère soit les débitmètres à pression différentielle dans lesquels on remplace la mesure de débit par une mesure de perte de charge, soit les débitmètres massiques utilisables quelques soient les indications de pression et de température.

Dans certains débitmètres massiques, le gaz dont on veut mesurer le débit s'écoule dans un tube métallique muni d'une résistance chauffante. La différence de température du gaz mesurée à l'aide de sondes en amont et en aval de cette résistance chauffante est fonction du débit.

D'autres comportent deux résistances électriques à la même température en l'absence de débit gazeux. L'écoulement du gaz provoque un refroidissement de la résistance en amont, ce

qui entraîne le déséquilibre d'un pont de Wheatstone dont on peut déduire le débit gazeux recherché.

5- Les niveaux :

La mesure du niveau peut remplacer celle du volume. Elle intervient lors du remplissage et de la vidange du bioréacteur, mais aussi pour évaluer la formation de mousses. Pour les détecter, on utilise souvent, particulièrement dans les petits fermenteurs, des sondes résistives. Elles donnent une indication par tout ou rien, la présence de mousse au niveau de la sonde fermant un circuit électrique. Ces sondes peuvent être réglables en hauteur.

Les sondes capacitatives permettent une détermination de la hauteur de mousse. Elles fournissent un signal continu.

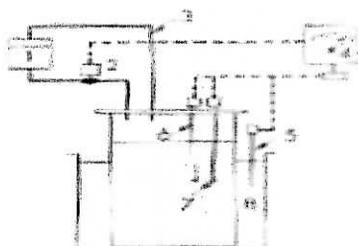
III.1.4.2. LES CAPTEURS DE MESURES PHYSICOCHIMIQUES :

1- Détermination de la biomasse cellulaire :

La technique la plus employée est la turbidimétrie. Elle repose sur le fait que la densité optique d'une suspension est proportionnelle à la masse des particules en suspension. On mesure donc l'absorption lumineuse de la suspension microbienne et par comparaison à une gamme de référence, on en déduit la concentration en biomasse.

Cette technique se prête bien à une détermination « en ligne » au cours de la fermentation

2- Le pH :



- 1 - réservoir de réactif
- 2 - vanne électromagnétique
- 3 - ligne de compensation de pression
- 4 - contrôleur de pH
- 5 - électrode de compensation de température
- 6,7 - électrodes de de mesures
- 8 - bain - marie

Figure III.11 : Mesure et régulation du pH

La mesure du pH est couramment pratiquée en fermentation à l'aide de sondes. Il s'agit d'électrodes combinées (mesure - référence) en verre, pressurisables et sterilisables. Certaines d'entre elles, rétractables, sont montés dans un dispositif comportant une vanne à boucle et une chambre de stérilisation. Il est alors possible de retirer la sonde tout en isolant le fermenteur. Cela permet, en cas de défaillance, de remplacer la sonde sans risquer une contamination du milieu.

3- Le potentiel Red-Ox :

Les processus microbiens s'accompagnent toujours de réactions d'oxydoréduction. C'est de ce type de réaction que les microorganismes tirent l'énergie chimique dont ils ont besoin pour effectuer la synthèse de leur constituants et donc se reproduire. Sa mesure est faite à l'aide de sondes pressurisables et sterilisables, à base de métaux noble tels que le platine. Le signal de sortie en millivolts (+500mV ou +/- 1000mV) donne une information globale mais difficile à exploiter en régulation étant donné la complexité des milieux et les nombreuses réactions produite par le microbe.

4- L'oxygène dissous :

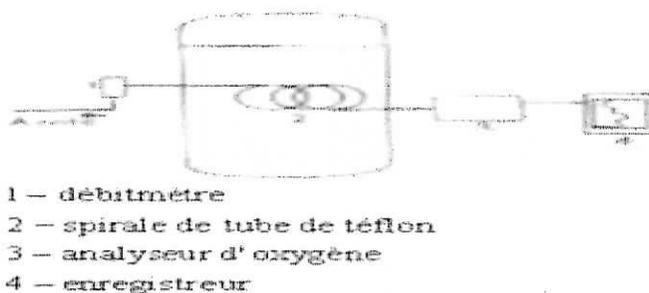


Figure 12 : Mesure de l'oxygène dissous

C'est un paramètre très important dans tous les processus microbiologiques aérobies. Il permet d'évaluer les capacités de transferts d'oxygène du bioréacteur et de fournir à la culture la quantité d'oxygène dont elle a besoin grâce à une boucle de régulation en modifiant la vitesse de rotation de l'agitateur, le débit et la composition du gaz d'oxygénation.

La mesure se fait grâce à des électrodes (anode+cathode) qui lors de la réduction de l'oxygène à la cathode provoquent une modification de la tension.

III.1.5. LA REGULATION ET L'AUTOMATISATION DES PROCESSUS MICROBIOLOGIQUES :

Réguler c'est maintenir, pour un paramètre donné, un écart minimal, et si possible nul, entre sa valeur mesurée (à l'aide d'un capteur) et celle que l'on veut qu'il prenne, appelée consigne.

En fonction du type d'actions qu'ils permettent, on distingue différents types de régulateurs :

1- Les régulateurs à action tout ou rien :

Ils n'agissent que lorsqu'il y a un écart entre la consigne et la mesure. L'action est alors totale (ouverture complète d'une vanne par exemple). Il n'y a pas d'action si l'écart est nul. Étant donné l'inertie du système, avec ce type de régulateur, la mesure oscille autour du point de consigne.

2- Les régulateurs à action tout ou rien modulée :

En cas d'écart, l'action n'est déclenchée que pendant une durée déterminée. Elle est répétée si l'écart persiste.

3- Les régulateurs à action tout ou peu :

En cas d'écart, l'action est réduite par rapport à l'action totale possible (ouverture partielle d'une vanne). Ce système permet de réduire l'amplitude de la sinusoïde d'oscillation.

4- Les régulateurs à action proportionnelle, intégrale et dérivée (PID) :

Ils permettent d'obtenir rapidement une régulation très fine. Ils permettent de rassembler les principales exigences d'une bonne régulation : rapidité, précision et stabilité. Ce genre de régulateurs est de loin le plus utilisé en industrie.

5- Les régulateurs neuronaux :

Malgré l'existence de régulateurs assez performants dans le domaine des biotechnologies, la complexité du système est toujours un sérieux problème pour les industriels, car on veut une maîtrise toujours plus grande des procédés. Actuellement, les réseaux de neurones sont les plus prometteurs vu leur aptitude à travailler avec des systèmes fortement non linéaires comme c'est le cas des fermenteurs. Malheureusement, les régulateurs neuronaux sont difficiles à implémenter à cause de la complexité des calculs nécessaires à la mise au point du régulateur.

CHAPITRE IV

PRESENTATION DU SYSTEME

IV. PRESENTATION DU SYSTEME

IV.1. INTRODUCTION :

Les procédés biotechnologiques sont réputés pour la complexité de leur mise en œuvre et de leur compréhension liée à la nature de la matière vivante.

Les modèles de connaissance font intervenir de nombreux paramètres et sont en général non stationnaires et fortement non linéaires. De plus, les mesures sont en général peu nombreuses et de qualité incertaine.

L'application que nous allons étudier concerne un procédé de fermentation industriellement important constitué par un bioréacteur semi continu (Fed-Batch) de production de levure de boulangerie. Une production presque optimale de biomasse est obtenue en imposant de suivre une consigne de concentration en glucose.

IV.2. PRESENTATION DU PROCESSUS :

Le modèle dynamique du procédé de production de levure de boulangerie est un modèle physiologique de croissance de *Saccharomyces Cerevisiae* étudié par Rajab [Raj] et Dantigny [Dan]. Il repose sur l'existence de trois états limites de la biomasse : X1, X2 et X3 qui correspondent respectivement à la fermentation du glucose, à la respiration du glucose et à la respiration de l'éthanol.

Le glucose est considéré comme la source d'énergie indispensable à la fermentation.

Au cours de la fermentation les levures transforment le sucre (glucose) contenu dans le milieu de culture en éthanol (E) et en d'autres produits tels que l'acétate (A)

Les expressions cinétiques du modèle correspondent à une croissance aérobie (besoin en oxygène), en absence de limitations autres que celle du substrat (glucose).

Une fermentation réelle se produit en fait en deux étapes. La première est menée en mode discontinu et la levure consomme d'abord le glucose initialement présent, puis l'éthanol qu'elle a produit.

Lorsque la concentration en éthanol devient presque nulle, une alimentation en glucose est réalisée et la fermentation se déroule alors en mode semi-continu.

IV.3. MODÈLE DYNAMIQUE DU BIORÉACTEUR :

Le système total possède sept états :

- Trois états relatifs à la concentration en biomasse : X_1, X_2, X_3 (g/l)
- Trois autres états relatifs aux concentrations en :
 - Glucose S (g/l)
 - Ethanol E (g/l)
 - Acétate A (g/l)
- Un état relatif au volume du liquide dans le bioréacteur V (l)

Le modèle dynamique du fermenteur est représenté par le système non linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_1 = R_1 + R_5 + R_9 - R_4 - R_8 - \frac{X_1}{V}U \\ \dot{X}_2 = R_2 + R_4 + R_7 - R_5 - R_6 - \frac{X_2}{V}U \\ \dot{X}_3 = R_3 + R_8 + R_6 - R_9 - R_7 - \frac{X_3}{V}U \\ \dot{S} = \frac{-R_1}{0.14} - \frac{R_2}{0.5} - \frac{(S - S_{in})}{V}U \\ \dot{E} = \frac{0.45}{0.14}R_1 - (1 - \Phi)\frac{R_3}{0.55} - \frac{E}{V}U \\ \dot{A} = \frac{0.01}{0.14}R_1 - \Phi\frac{R_3}{0.55} - \frac{A}{V}U \\ \dot{V} = U \\ y = S \end{array} \right. \quad (\text{IV.1})$$

La grandeur de commande est le débit d'alimentation en glucose U .

La sortie est la concentration en glucose dans le fermenteur $y = S$.

R_1 , R_2 et R_3 sont les vitesses de production de biomasse définies par :

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{0.6 \cdot X_1 \cdot S}{(0.5 + S) \cdot \left(1 + \frac{A}{0.4}\right)} \\
 R_2 &= \frac{0.29 \cdot X_2 \cdot S}{(0.04 + S)} \\
 R_3 &= \frac{0.25 \cdot X_3}{\left(1 + \frac{A}{0.2}\right)} \left(\frac{E}{(0.02 + E)} + \Phi \cdot \frac{A}{(0.02 + A)} \right)
 \end{aligned} \tag{IV.2}$$

R_4 , R_5 , R_6 , R_7 , R_8 et R_9 sont les vitesses de transition d'un état à un autre définies par :

$$\begin{aligned}
 R_4 &= 2 \cdot X_1 \cdot (1 - \alpha) \\
 R_5 &= 0.1 \cdot X_2 \cdot \alpha \\
 R_6 &= \frac{0.4 \cdot X_2 \cdot E}{0.5 + E} \\
 R_7 &= \frac{2 \cdot X_3 \cdot S}{0.05 + S} \\
 R_8 &= \frac{0.2 \cdot X_1 \cdot E}{0.2 + E} \cdot (1 - \alpha) \\
 R_9 &= \frac{0.5 \cdot X_3 \cdot S}{0.01 + S}
 \end{aligned} \tag{IV.3}$$

Les vitesses $R_{1,\dots,9}$ sont exprimées en g/(l.h)

Les coefficients adimensionnels α et Φ sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{S^3}{0.1^3 + S^3} \\
 \Phi &= \begin{cases} 1 & \text{si } E \leq 10^{-6} \text{ (g/l)} \\ 0 & \text{si } E > 10^{-6} \text{ (g/l)} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{IV.4}$$

Ce modèle est un système non linéaire analytique, monovarié en l'entrée et en la sortie et affine en la commande, du type :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

$$x = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ S \ E \ A \ V]' \quad (\text{IV.6})$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} R_1 + R_5 + R_9 - R_4 - R_8 \\ R_2 + R_4 + R_7 - R_5 - R_6 \\ R_3 + R_8 + R_6 - R_9 - R_7 \\ -\frac{R_1}{0.14} - \frac{R_2}{0.5} \\ \frac{0.45}{0.14} R_1 - (1 - \Phi) \frac{R_3}{0.55} \\ \frac{0.01}{0.14} R_1 - \Phi \frac{R_3}{0.55} \\ 0 \end{pmatrix} \quad g(x) = \begin{pmatrix} -\frac{X_1}{V} \\ -\frac{X_2}{V} \\ -\frac{X_3}{V} \\ -\frac{(S - S_m)}{V} \\ -\frac{E}{V} \\ -\frac{A}{V} \\ 1 \end{pmatrix} \quad h(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

x , y , f et g sont respectivement l'état, la sortie, la grandeur de commande du système, le champ de vecteurs de la dynamique et le champ de vecteurs de la commande.

CHAPITRE V

COMMANDE LINEARISANTE

V. COMMANDE LINEARISANTE

V.1. SYNTHÈSE DE LA LOI DE COMMANDE NONLINEAIRE

MONOVARIABLE:

La théorie de la commande des systèmes linéaires est beaucoup plus développée que celle des systèmes non linéaires, mais les progrès réalisés dans le domaine non linéaire font que le concepteur d'un système de commande dispose actuellement d'un certain nombre d'outils efficaces.

Parmi ces différentes méthodes on trouve la commande non linéaire basée sur la géométrie différentielle et la linéarisation globale du comportement entrée/sortie où nous allons donner ses principales caractéristiques.

Elle est la plus souvent employée, car elle permet de répondre aux questions d'observabilité et de linéarisation par bouclage. Il s'agit de transformer algébriquement la dynamique d'un système non linéaire en une dynamique partiellement ou totalement linéaire par une transformation agissant sur les états.

V.2. NOTIONS DE GEOMETRIE DIFFERENTIELLE :

On considère les systèmes non linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \\ y = h(x) \end{cases} \quad \text{de degré } n \quad (\text{V.1})$$

V.2.1. DÉRIVÉE DE LIE :

La dérivée d'une fonction $\lambda(x)$ dans la direction du champ des vecteurs f est définie par :

$$L_f \lambda(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x) = \left\langle \frac{\partial \lambda}{\partial x}, f(x) \right\rangle \quad (\text{V.2})$$

Cette dérivée est appelée dérivée de Lie et joue un rôle très important en commande non linéaire.

En effet, la dérivée temporelle de la sortie s'exprime en fonction de dérivées de Lie :

$$\frac{dy}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial t} = L_f h(x) + L_g h(x) \cdot u \quad (\text{V.3})$$

On peut faire des dérivations successives de λ dans la direction de f puis dans la direction de g , ce qui donne :

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial L_f \lambda}{\partial x} \cdot g(x) \quad (\text{V.4})$$

Ou encore dériver λ , k fois dans la direction de f :

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} \lambda}{\partial x} f(x) \quad \text{avec : } L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x) \quad (\text{V.5})$$

- Crochet de Lie : Il est défini par :

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \quad (\text{V.6})$$

Où : $\frac{\partial f}{\partial x}$ est la matrice jacobienne de f telle que :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{V.7})$$

Il est possible de répéter l'opération sur le crochet de Lie et on utilisera dans ce cas la notation suivante :

$$ad_f^k g(x) = [f, ad_f^{k-1} g(x)] \quad \text{avec : } ad_f^0 g(x) = g(x) \quad (\text{V.8})$$

V.2.2. DEGRE RELATIF D'UN SYSTEME NON LINEAIRE :

Appelé aussi indice caractéristique, il est défini par le plus petit entier r pour lequel :

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0 \quad (\text{V.9})$$

Le degré relatif peut ne pas être strictement défini en x^* (le point d'équilibre du système), mais le sera dans tout le voisinage U . Car, parfois la première dérivée de Lie de la suite (V.9) peut être accidentellement nulle en x^* .

En d'autres termes, le degré relatif est égal au nombre de dérivations de la sortie y nécessaires pour faire apparaître explicitement l'entrée u .

$$\text{Si } L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \text{pour tout } k \quad (\text{V.10})$$

Alors la sortie n 'est pas affectée par l'entrée de commande u .

V.2.3. CHANGEMENT DE COORDONNEES :

V.2.3.1. Définitions :

Une fonction Φ de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^n , définie sur un domaine U est appelée un difféomorphisme si elle possède des dérivées partielles continues d'ordre quelconque et si son inverse Φ^{-1} existe et a les mêmes propriétés que Φ .

Le difféomorphisme est donc un changement de coordonnées non linéaire qui possède les propriétés énumérées précédemment. Il permet de transformer un système non linéaire en un autre système non linéaire défini en fonction de nouveaux états.

Étant donné le système non linéaire monovarié (V.1) de degré relatif r , posons :

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= h(x) \\ \phi_2(x) &= L_f h(x) \\ &\vdots \\ \phi_r(x) &= L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Si $r < n$, il est possible de trouver $(n-r)$ fonctions $\phi_{r+1}(x) \dots \phi_n(x)$ telle que l'application :

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \vdots \\ \phi_n(x) \end{pmatrix} \quad (\text{V.12})$$

ait sa matrice jacobienne non singulière et constitue donc un changement de coordonnées possible.

La valeurs des fonctions $\phi_{r+1}(x) \dots \phi_n(x)$ est sans importance et ces fonctions peuvent être choisies telles que :

$$L_g \phi_i(x) = 0 \quad (\text{V.13})$$

Et ceci est valable pour tout $(r+1 \leq i \leq n)$ et pour tout x dans l'espace.

V.2.3.2. FORME NORMALE :

Le système non linéaire (V.1) peut être décrit dans les nouvelles coordonnées :

$$z_i = [y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}] = \phi_i(x) \quad t.q : i = 1, \dots, n \quad (V.14)$$

A partir des relations (V.12) on obtiendra :

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f h(x(t)) = \phi_2(x(t)) = z_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{dz_{r-1}}{dt} &= \frac{\partial \phi_{r-1}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f^{r-1} h(x(t)) = \phi_r(x(t)) = z_r(t) \\ \frac{dz_r}{dt} &= \frac{\partial \phi_r}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f^r h(x(t)) + L_g L_f^{r-1} h(x(t)) \cdot u(t) \end{aligned} \quad (V.15)$$

L'expression de $\dot{z}_r(t)$ doit être transformée en fonction de $z(t)$ en utilisant la relation $x(t) = \Phi^{-1}(z(t))$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{dz_r}{dt} &= L_f^r h(\phi^{-1}(z(t))) + L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(z(t))) \cdot u(t) \\ &= b(z(t)) + a(z(t)) \cdot u(t) \end{aligned} \quad (V.16)$$

En posant :

$$\begin{aligned} a(z(t)) &= L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(z(t))) \\ b(z(t)) &= L_f^r h(\phi^{-1}(z(t))) \end{aligned} \quad (V.17)$$

Il est possible de choisir les coordonnées suivantes z_i , ($r < i \leq n$), de telle sorte que $L_g \phi_i(x) = 0$, ce qui fournit :

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f \phi_i(x(t)) \\ &= L_f \phi_i(\phi^{-1}(z(t))) \end{aligned} \quad (V.18)$$

Et si on pose :

$$q_i(z(t)) = L_f \phi_i(\phi^{-1}(z(t))) \quad r < i \leq n \quad (V.19)$$

En reprenant l'ensemble des équations, on obtient la forme normale :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_r &= b(z) + a(z)u(t) \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned} \quad (V.20)$$

A laquelle on ajoute l'équation de la sortie : $y = h(x) = z_1$ (V.21)

On peut symboliser ce résultat sur le diagramme de bloc suivant :

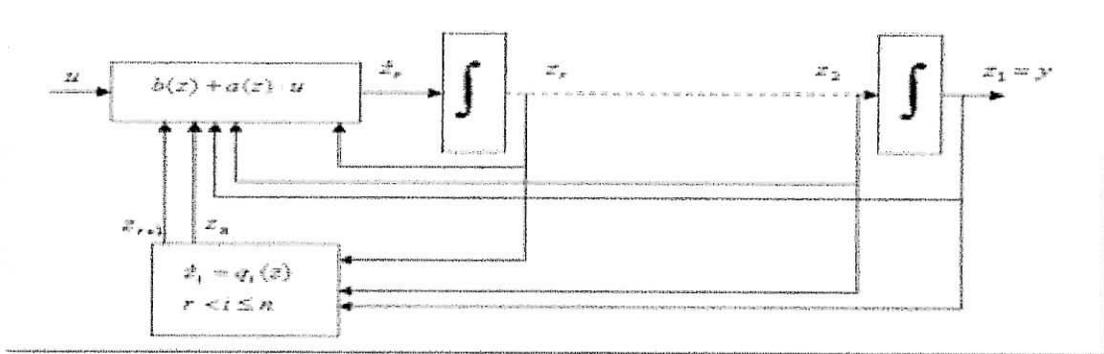


Figure V.1 : description de la forme normale

La condition $L_g \phi_i(x) = 0$ peut être difficile à remplir, parce que cette condition correspond à la résolution d'un système de $(n-r)$ équations aux dérivées partielles. Pour définir un changement de coordonnées, il peut être suffisant de trouver ces fonctions de telle sorte que la matrice Φ soit simplement non singulière.

V.2.4. COMMANDABILITE ET OBSERVABILITE :

Considérons le système non linéaire défini dans un domaine U :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \tag{V.22}$$

Ce système est commandable si, «étant donné un état initial x_0 , quels que soient deux points x_1 et x_2 de U, il existe une entrée u admissible telle que le système passe de l'état x_1 à l'état x_2 en un temps fini T.

La commandabilité de ce système peut être étudiée en procédant à une linéarisation de celui-ci et en étudiant la matrice de commandabilité.

Toutefois, cette démarche n'est pas toujours concluante car un système non linéaire peut être commandable alors que son approximation linéaire ne l'est pas. Il est donc nécessaire d'introduire d'autres notions plus complexes.

L'observabilité est définie par l'existence d'une commande u définie sur $[0, T]$ telle que pour deux conditions initiales différentes, on aboutit à deux sorties également différentes sur $[0, T]$.

V.2.5. PRINCIPE DE LINEARISATION PAR BOUCLAGE :

Considérons le système non linéaire monovarié :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{V.23})$$

Ce système est défini dans un voisinage U de x^* et tel que : $f(x^*)=0$.

Le problème de linéarisation par bouclage est de trouver des fonctions p et q avec $q(x^*) \neq 0$, et un difféomorphisme Φ avec $\Phi(x^*)=0$ tels que, en définissant :

- une entrée externe : $v = p(x) + q(x)u$
- les variables transformées : $z = \Phi(x)$

Le système résultant soit linéaire de la forme :

$$\dot{z} = A \cdot z + B \cdot v \quad (\text{V.24})$$

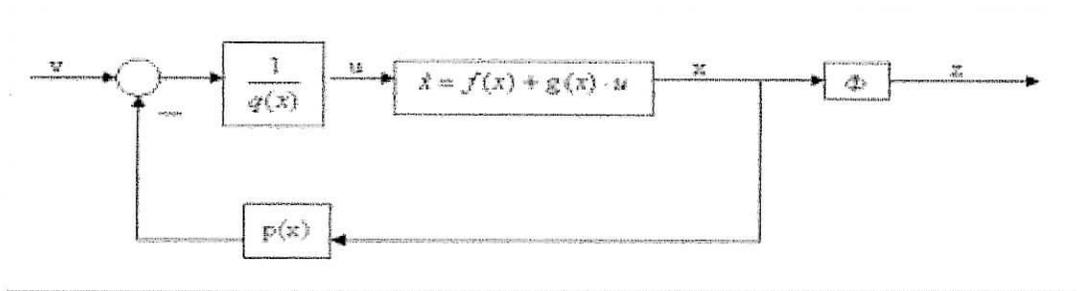


Figure V.2 : bouclage linéarisant

Où la paire (A,B) est commandable.

Le nouvel état z est appelé état linéarisant et la loi de commande est une loi de commande linéarisante.

Par rapport à l'état x , la loi de commande est :

$$u(t) = \frac{-p(x)}{q(x)} + \frac{v}{q(x)} = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (\text{V.25})$$

V.2.5.1. LINEARISATION POUR UN SYSTEME DE DEGRE RELATIF EGAL À N :

On considère le système non linéaire de degré relatif $r=n$, donc égal à la dimension du vecteur d'état.

Le changement de coordonnées nécessaire pour obtenir la forme normale est alors :

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x) = h(x) \\ \vdots \\ \phi_n(x) = L_f^{n-1}h(x) \end{pmatrix} \tag{V.26}$$

La forme normale correspondante est :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \vdots & \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= b(z) + a(z)u(t) \end{aligned} \tag{V.27}$$

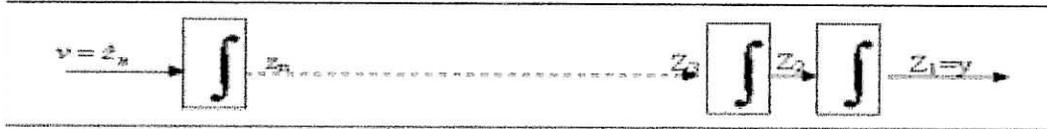


Figure V.3 : système linéarisé par retour d'état statique

Si l'on choisit la loi de commande par retour d'état :

$$u(t) = \frac{-b(x)}{a(x)} + \frac{v}{a(x)} \tag{V.28}$$

On obtient le système résultant en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \vdots & \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= v \end{aligned} \tag{V.29}$$

Qui est un système linéaire et commandable exprimé sous la forme canonique suivante :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & & & 0 \end{bmatrix} \cdot z + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v \tag{V.30}$$

L'obtention d'une loi de commande (V.28) a fait intervenir un changement de coordonnées et un retour d'état qui peuvent être interchangés. Si on utilise d'abord le retour d'état et ensuite le changement de coordonnées, on obtient la loi de commande suivante :

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{-b(\phi(x))}{a(\phi(x))} + \frac{v}{a(\phi(x))} \\
 &= \frac{-L_f^n h(x) + v}{L_g L_f^{n-1} h(x)}
 \end{aligned}
 \tag{V.31}$$

Qui correspond au même système linéaire commandable (V.29). Cette loi de commande est appelée retour d'état linéarisant et les coordonnées Φ sont les coordonnées linéarisantes.

Il est possible avec cette linéarisation de réaliser un placement de pôles ou de satisfaire un critère, en imposant un bouclage de la forme :

$$v = K \cdot z \tag{V.32}$$

Avec le vecteur gain :

$$K = [c_0 \quad \dots \quad c_{n-1}] \tag{V.33}$$

Ce qui équivaut à :

$$v = c_0 h(x) + c_1 L_f h(x) + \dots + c_{n-1} L_f^{n-1} h(x) \tag{V.34}$$

Qui est un retour d'état non linéaire par rapport à x . la loi de retour d'état explicitée devient dans ce cas :

$$u(t) = \frac{-L_f^n h(x) + \dot{z}_n}{L_g L_f^{n-1} h(x)} = \frac{-L_f^n h(x) - \sum_{i=0}^{n-1} c_i L_f^i h(x) + v}{L_g L_f^{n-1} h(x)}
 \tag{V.35}$$

L'entrée externe v pourrait par exemple être égale à une consigne de référence y_c

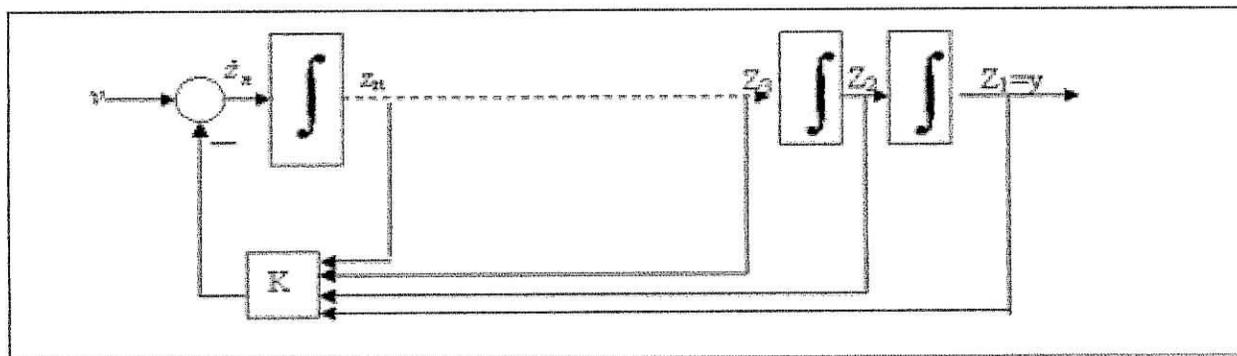


Figure V.4 : commande non linéaire avec placement de pôles

**V.2.5.2. LINEARISATION ENTREE/SORTIE D'UN SYSTEME DE
DEGRE RELATIF r INFERIEUR A N :**

Si le système non linéaire possède un degré relatif r inférieur à n , en utilisant le changement de coordonnées Φ , il est possible de transformer le système sous la forme normale (V.20), et de poser :

$$v = \dot{z}_r \tag{V.36}$$

Si bien que le système s'exprimera simplement dans les coordonnées transformées sous la forme canonique suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= v = b(z) + a(z)u(t) \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \\ y &= z_1 \end{aligned} \tag{V.37}$$

Avec :

$$\begin{aligned} a(z) &= L_g L_f^{r-1} h(x) \\ b(z(t)) &= L_f^r h(x) \end{aligned} \tag{V.38}$$

On en déduit la loi de commande :

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{-b(z)}{a(z)} + \frac{v}{a(z)} \\ &= \frac{-L_f^r h(x) + v}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \end{aligned} \tag{V.39}$$

Le système résultant est seulement partiellement linéaire, mais la sortie est influencée par l'entrée externe v seulement à travers une chaîne de r intégrateurs liée aux nouveaux états z_1, z_2, \dots, z_r :

$$y^{(r)} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u = v \tag{V.40}$$

Les nouveaux états z_{r+1}, \dots, z_n qui constituent la partie non linéaire du système n'influencent pas la sortie y .

V.2.6. DYNAMIQUE DES ZEROS :

On peut représenter le vecteur de la forme normale (V.20) en séparant la partie linéaire de dimension r et la partie non linéaire de dimension $n-r$:

$$\xi = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(r-1)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \eta = \begin{pmatrix} z_{r+1} \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \quad (\text{V.41})$$

Permettant de réécrire le système sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u(t) \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (\text{V.42})$$

Où ξ, η représentent les états normaux.

La dynamique du système est ainsi décomposée en une partie entrée-sortie externe et une partie interne inobservable. Il est simple de concevoir la partie externe, mais il reste le problème de la stabilité interne correspondant aux $(n-r)$ dernières équations : $\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$

Comme x^* est un point d'équilibre du système, on obtient : $f(x^*)=0$ et on peut choisir $h(x^*)=0$. On peut supposer que, dans les coordonnées normales, le point $(0,0)$ est un point d'équilibre, d'où $b(0,0)=0$ et $q(0,0)=0$.

On cherche à rendre la sortie nulle pour tout t au voisinage de $t=0$. Sous la forme normale, cela reviendrait à imposer :

$$\dot{z}_1 = \dots = \dot{z}_r = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \xi = 0 \quad \text{Pour tout } t \quad (\text{V.43})$$

Car en plus on maintient $y=z_1=0$.

On en déduit l'entrée u telle que :

$$0 = b(0, \eta) + a(0, \eta) \cdot u(t) \quad (\text{V.44})$$

Avec toujours $a(0, \eta) \neq 0$ au voisinage de $t=0$.

De plus, la variable η est telle que :

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \quad \text{avec} : \quad \eta(0) = \eta^0 \quad (\text{V.45})$$

Qui est un système d'équations différentielles dont la solution est la variable $\eta(t)$.

On en déduit l'expression de l'entrée qui impose une sortie nulle au voisinage de $t=0$:

$$u(t) = -\frac{b(0, \eta(t))}{a(0, \eta(t))} \quad (\text{V.46})$$

La dynamique de l'équation (V.45) qui résulte de la condition de sortie nulle est appelée dynamique des zéros. Elle décrit le comportement interne du système.

V.2.7. STABILITE ASYMPTOTIQUE :

Considérons le système non linéaire sous sa forme normale :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u(t) \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (\text{V.47})$$

Et Considérons aussi un retour d'état voisin de (V.35), dans ce cas :

$$v = K \cdot z$$

$$\text{Avec le vecteur gain : } K = [c_0 \quad \dots \quad c_{r-1}]$$

Le retour d'état :

$$u(t) = \frac{-b(\xi, \eta) - \sum_{i=0}^{r-1} c_i z_{i+1}}{a(\xi, \eta)} = \frac{-L_f^r h(x) + \sum_{i=0}^{r-1} c_i L_f^i h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \quad (\text{V.48})$$

Fournit le système en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (\text{V.49})$$

Où A est égale à :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & 0 \\ 0 & & & 0 & 1 \\ -c_0 & -c_1 & \dots & \dots & -c_{r-1} \end{bmatrix} \quad (\text{V.50})$$

Qui est ne matrice campagne de commandabilité et a pour polynôme caractéristique :

$$c_0 + c_1 s + \dots + c_{r-1} s^{r-1} + s^r \quad (\text{V.51})$$

Si d'une part les coefficients sont choisis afin que les racines de ce polynôme soient à partie réelle négative, et que, d'autre part, la dynamique des zéros correspondant à $\dot{\eta} = q(0, \eta)$ soit asymptotiquement stable, le retour d'état (V.48) stabilise asymptotiquement le système (V.49) au voisinage de l'équilibre $(\xi, \eta) = (0,0)$

Le rôle et l'importance de la dynamique des zéros apparaissent donc clairement ici. Si l'approximation linéaire du système possède des modes non commandables, ceux-ci correspondent nécessairement à des valeurs propres de l'approximation linéaire Q de la dynamique des zéros. Cette approximation linéaire est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= R \cdot \xi + S \cdot \eta + K \cdot u \\ \dot{\eta} &= P \cdot \xi + Q \cdot \eta \end{aligned} \tag{V.52}$$

Avec les matrices de dérivées partielles considérées en $(\xi, \eta) = (0,0)$:

$$R = \frac{\partial b}{\partial \xi} \quad , \quad S = \frac{\partial b}{\partial \eta} \quad , \quad P = \frac{\partial q}{\partial \xi} \quad , \quad Q = \frac{\partial q}{\partial \eta} \tag{V.53}$$

On remarque qu'il n'est pas nécessaire que l'approximation linéaire soit asymptotiquement stable pour que le système non linéaire le soit.

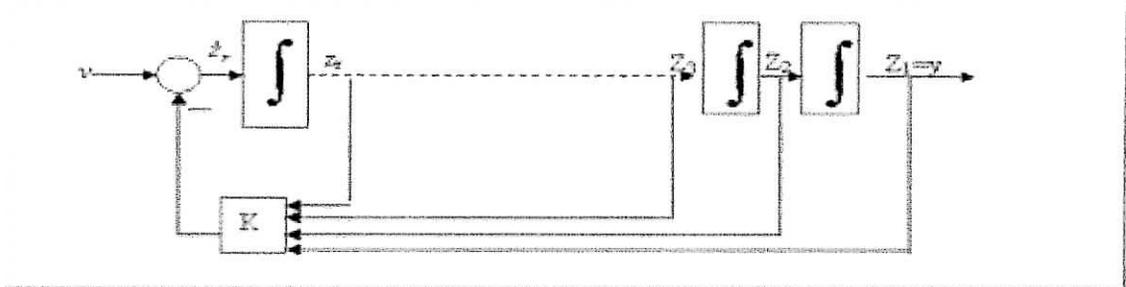


Figure V.5 : commande non linéaire avec placement de pôles

Pour un système de degré relatif $r < n$

Comme cela a été réalisé pour un système non linéaire de degré relatif n avec la loi de retour d'état (V.35), on peut tenir compte d'une entrée externe v sous la forme :

$$u(t) = \frac{-L_f^r h(x) - \sum_{i=0}^{r-1} c_i L_f^i h(x) + v}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \tag{V.54}$$

Si bien que le système (V.47) soit transformé en :

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= A\xi + Bv \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta)\end{aligned}\tag{V.55}$$

Avec $B=[0 \dots 0 \ 1]^T$

Pourvu que la dynamique soit stable, la stabilité sera fonction du polynôme caractéristique :

$$C_0 + c_1s + \dots + c_{r-1}s^{r-1} + s^r$$

Dont les coefficients seront choisis de manière à réaliser le placement de pôles souhaité.

V.2.8. POURSUITE D'UNE TRAJECTOIRE DE REFERENCE :

Afin que la sortie $y=z_1$ converge asymptotiquement vers une trajectoire de référence y_{ref} , il convient de regrouper les éléments de deux notions importantes :

- la dynamique des zéros.
- la stabilité asymptotique.

On considère toujours le système sous sa forme normale (V.28), et la loi de retour d'état :

$$\begin{aligned}u(t) &= \frac{-b(\xi, \eta) + y_{ref}^{(r)} - \sum_{i=0}^{r-1} c_i (z_{i+1} - y_{ref}^{(i)})}{a(\xi, \eta)} \\ &= \frac{-L_f^r h(x) + y_{ref}^{(r)} - \sum_{i=0}^{r-1} c_i (L_f^i h(x) - y_{ref}^{(i)})}{L_g L_f^{r-1} h(x)}\end{aligned}\tag{V.56}$$

L'erreur définie par :

$$e(t) = y(t) - y_{ref}(t)\tag{V.57}$$

Répond à l'équation différentielle suivante :

$$e^{(r)} + c_{r-1}e^{(r-1)} + \dots + c_1 e^{(1)} + c_0 e = 0\tag{V.58}$$

En choisissant de manière adéquate les coefficients c_i , il est possible d'assurer la convergence exponentielle de l'erreur vers 0 lorsque $t \rightarrow \infty$. Il est aussi nécessaire que la dynamique des zéros correspondant à :

$$\dot{\eta} = q(\xi_{ref}, \eta) \quad \text{avec : } \eta_{ref}(0) = 0\tag{V.59}$$

Soit stable (où $\eta_{ref}(t)$ est la solution de ce système différentiel), avec :

$$\xi_{ref} = \begin{bmatrix} y_{ref}(t) & y_{ref}^{(1)}(t) & \dots & y_{ref}^{(r-1)}(t) \end{bmatrix}^T\tag{V.60}$$

CHAPITRE VI

SIMULATIONS

VI. SIMULATIONS

VI.1. INTRODUCTION :

Avant de simuler notre système, il faut d'abord calculer la loi de commande non linéaire, et pour ça, il faut déterminer ses principaux paramètres.

VI.2. CALCUL DU DEGRE RELATIF :

Le degré relatif d'un système non linéaire est décrit par la relation (V.7)

Dans le cas de notre système, les dérivés de Lie de la sortie ($y = s$) s'écrivent :

$$L_f^0 S = S$$

$$L_f^1 S = \frac{\partial S}{\partial x} f = -\frac{R_1}{0.14} - \frac{R_2}{0.5}$$

$$L_g L_f^0 S = L_g S = \frac{\partial S}{\partial x} g = \frac{S_m - S}{V} \neq 0 \quad \text{car : } S_m \neq S$$

Le degré relatif est donc $\underline{r = 1}$.

VI.3. SYNTHÈSE DE LA LOI DE COMMANDE NON LINÉAIRE :

Pour un système de degré relatif égal à 1, la loi de retour d'état qui rend le comportement entrée/sortie de la boucle fermée linéaire, est de la forme :

$$u = \frac{\dot{z}_1 - L_f h(x)}{L_g h(x)}$$

En fait, on réalise un placement de pôles en introduisant un bouclage tel que :

$$u = \frac{v - c_0 h(x) - L_f h(x)}{L_g h(x)}$$

où c_0 est un paramètre scalaire constant et en définissant l'entrée externe v à l'aide d'un régulateur PI qui permet d'éliminer l'erreur statique éventuellement due aux erreurs de modélisation, aux perturbations non mesurées,...

$$v = K_c [y_c(t) - y(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t (y_c(\tau) - y(\tau)) d\tau]$$

Avec K_c et τ_i le gain proportionnel et la constante de temps intégrale respectivement.

La fonction de transfert du système en boucle fermée est alors :

$$\frac{y(s)}{y_c(s)} = \frac{K_c s + K_c / \tau_i}{s^2 + (c_0 + K_c) s + K_c / \tau_i}$$

Les paramètres K_c , τ_i et c_0 sont choisis de manière à satisfaire le critère de stabilité de la boucle fermée liée aux racines de l'équation caractéristique :

$$s^2 + (c_0 + K_c) s + K_c / \tau_i = 0$$

VI.4. LES CONDITIONS DE SIMULATION :

La fermentation est réalisée en mode semi continu, alimentée en glucose à la concentration S_{in} .

Les conditions initiales sont :

$$\begin{aligned} E &= 0.0 \text{ g/l} \\ S &= 0.0 \text{ g/l} \\ S_{in} &= 300.0 \text{ g/l} \\ X_1 &= 3.0 \text{ g/l} \\ X_2 &= 0.0 \text{ g/l} \\ X_3 &= 0.0 \text{ g/l} \\ A &= 0.0 \text{ g/l} \\ V &= 10 \text{ l} \end{aligned}$$

Les contraintes sont :

Le volume maximal du bioréacteur est de 20 l.

Le débit maximal d'alimentation admissible est 5 l/h.

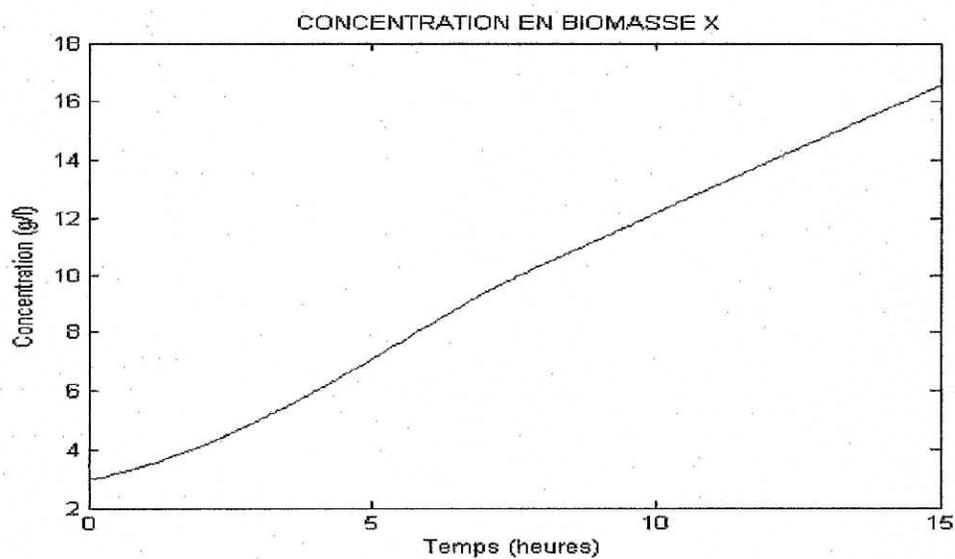
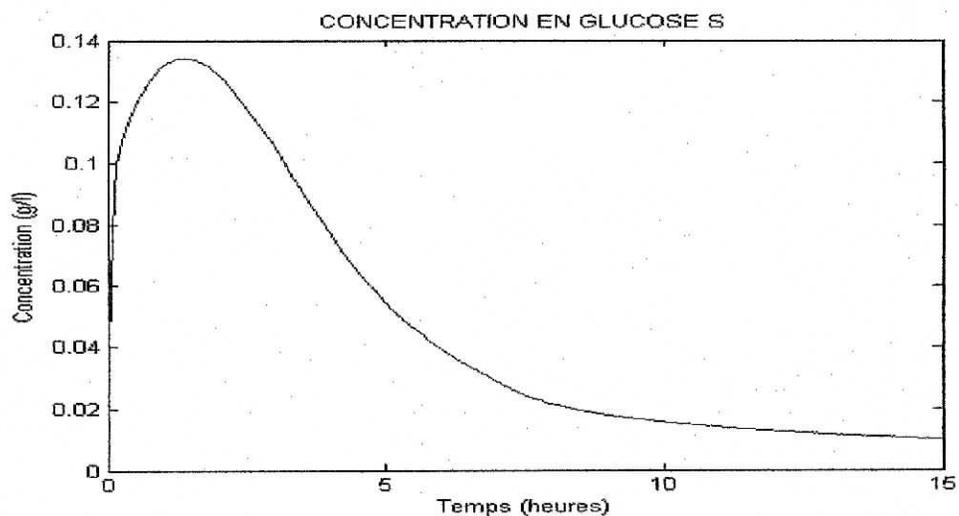
Pour maximiser la productivité de levure, des études ont montré qu'une concentration de glucose égale à $S_c=0.07$ g/l est considérée comme une consigne optimale.

Les valeurs utilisées pour la loi de commande sont :

$$c_0 = 5.655 \quad K_c = 0.628 \quad \tau_i = 0.0637 \text{ h}$$

VI.5. RESULTATS DE SIMULATION :

- En boucle ouverte :

**Figure VI. 1 : concentration en biomasse****Figure VI. 2 : concentration en glucose**

Lorsque le milieu de culture est alimenté par un débit d'alimentation constant, on remarque une augmentation assez faible de la concentration en biomasse ($X_1+X_2+X_3$) contrairement à la concentration en glucose qui, après avoir atteint un niveau maximal (0.13 g/l), va retomber à une valeur de 0.014 g/l. La transformation du glucose en Ethanol est favorable à une bonne productivité or après un certains temps (7 heures) on remarque une

diminution du glucose dans le bioréacteur et une disparition de celle de l'Ethanol, comme le montre la figure ci-dessous :

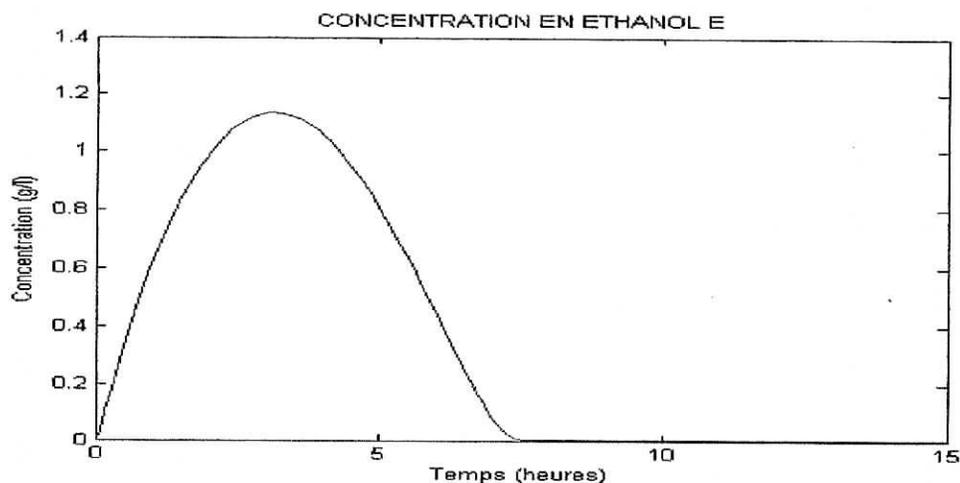


Figure VI.3 : concentration en Ethanol

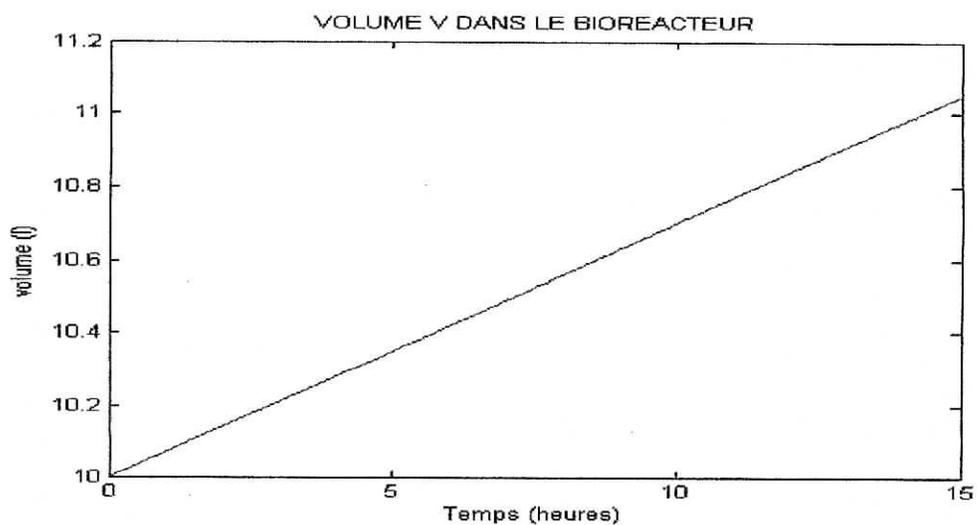


Figure VI.4 : volume du bioréacteur

Le volume du bioréacteur, dans ce cas, va croître de façon sensible sans jamais atteindre sa valeur maximale durant la production.

- Application de la loi linéarisante :

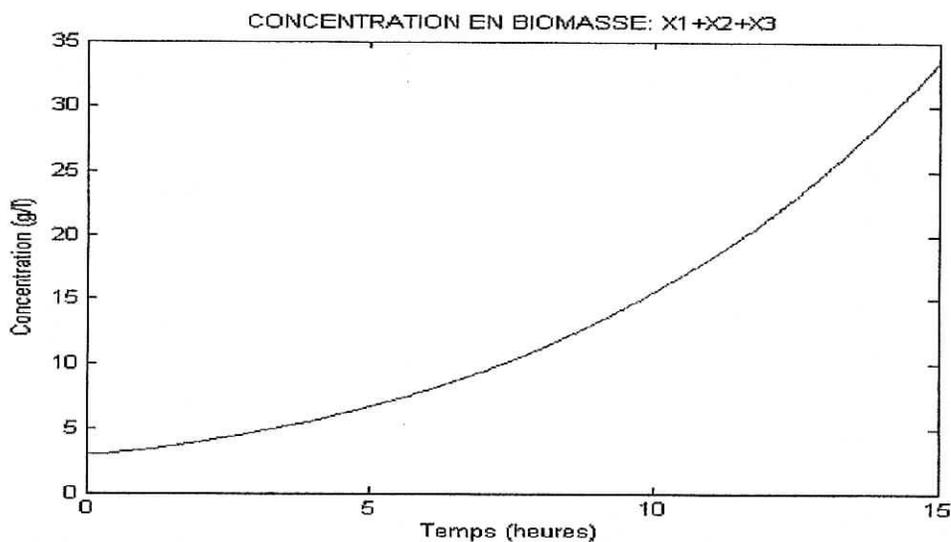


Figure VI. 5 : concentration en biomasse

Après 15 heures de fermentation, la concentration en levure atteint 33.8 g/l .cette concentration est limitée par un volume imposé du bioréacteur.

En effet, au-delà d'une certaine concentration en biomasse, se posent des problèmes pratiques d'oxygénation du milieu de fermentation.

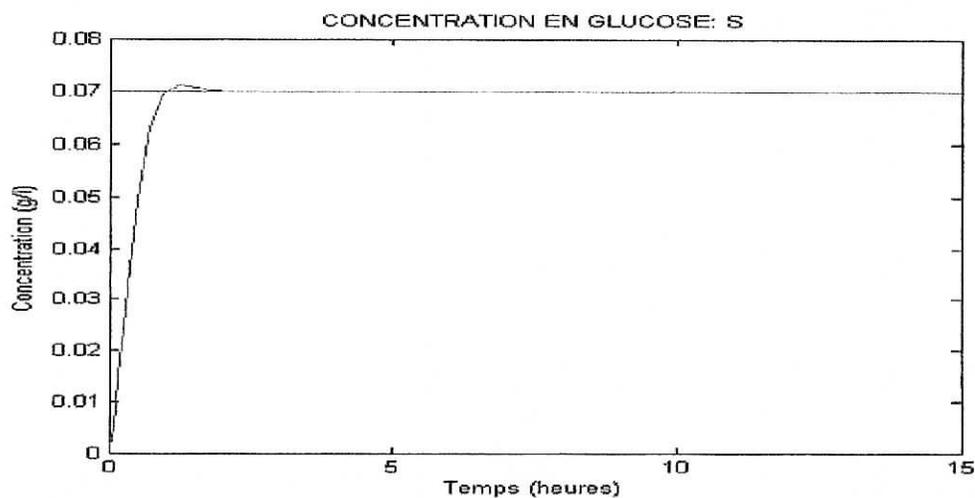


Figure VI. 6 : concentration en glucose

La concentration en glucose part de 0 g/l et augmente jusqu'à sa consigne avec un peu de dépassement mais avec une dynamique très bien amortie, en suivant sa trajectoire de référence. Par la suite, la valeur de la sortie mesurée suit exactement la consigne.

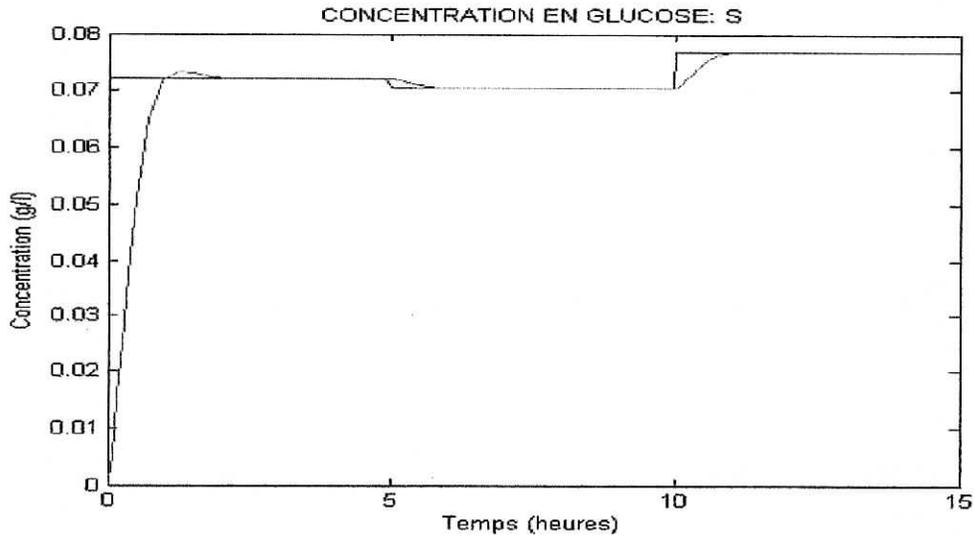


Figure VI. 7 : poursuite d'une consigne variable

Si on applique une référence qui varie entre 0.05 g/l et 0.08 g/l on remarque que le système suit toujours la consigne comme nous le montre la figure (VI.7).

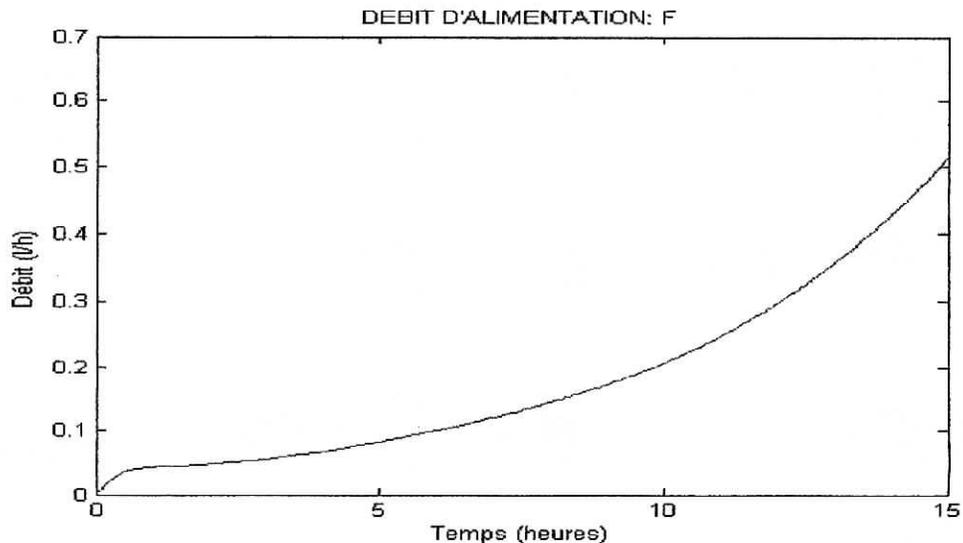


Figure VI. 8 : variable de commande (débit d'alimentation F)

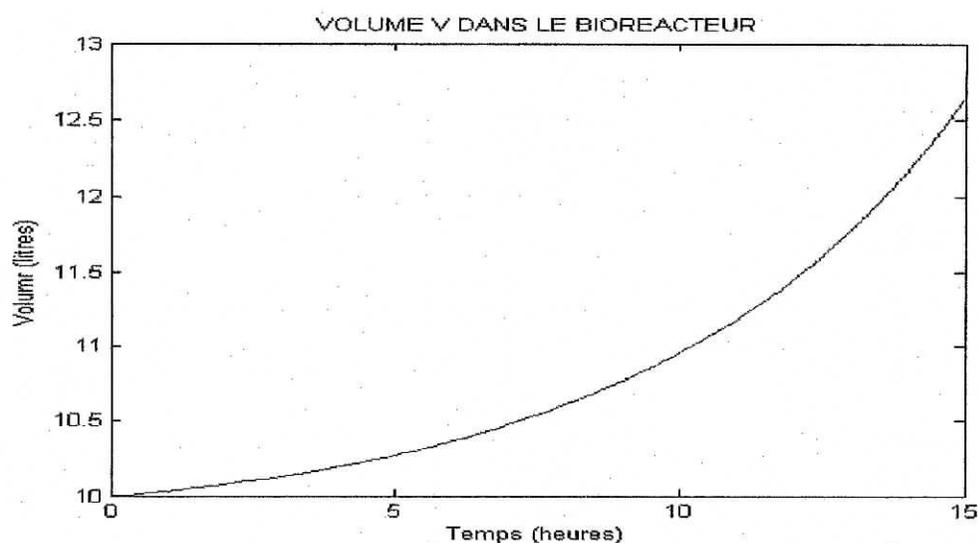


Figure VI. 9 : volume du bioréacteur

L'évolution du débit d'alimentation en glucose, variable de commande, est présentée à la figure (VI.8). Le débit évolue de manière douce et régulière.

Une caractéristique qu'on peut observer est l'allure exponentielle du profil de commande qui témoigne du comportement fortement non linéaire de ce système et rend très difficile une commande linéaire classique.

On remarque aussi que le débit reste largement en dessous de la valeur maximale autorisée (30 l/h).

L'évolution du volume du liquide (figure VI.9) suit celle du débit d'alimentation sans toutefois dépasser le seuil maximal et ce au bout de 15 heures.

CONCLUSION

VII. LA CONCLUSION :

Le travail que nous avons fait, nous a permis de mettre en évidence l'importance d'une bonne modélisation des processus biologiques. Cette modélisation nécessite d'abord la compréhension de ces phénomènes qui très souvent sont très complexes.

Nous avons vu aussi la complexité des installations industrielles dans le domaine de la biotechnologie en notant la difficulté du travail en temps réel pour les appareils de mesures.

Le système que nous avons étudié en l'occurrence celui de la production de la levure de boulangerie est un système fortement non linéaire mais qui présente l'intérêt d'être complet.

La commande non linéaire synthétisée dans le cadre de la géométrie différentielle a permis d'exploiter au mieux la connaissance d'un procédé complexe.

La commande obtenue présente de très bonnes propriétés, bien que le modèle d'état du procédé soit fortement non linéaire.

Les problèmes que nous avons eu pendant notre étude étaient liés surtout à la complexité et à la forte non linéarité des modèles biologiques disponibles.

Pour palier à ce genre de désagréments, les réseaux de neurones sont les plus solutions les plus étudiées par les industriels car ils présentent l'avantage d'une plus grande flexibilité ainsi qu'une qualité d'apprentissage qui leurs confèrent une plus grande maniabilité avec les systèmes fortement non linéaires.

La commande basée sur la logique floue est l'un des axes de recherche car elle permet l'élaboration d'une stratégie de commande sans avoir le modèle souvent très complexe du processus.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AMR] Amrane A., Batch cultures of supplemented whey permeate using *Lactobacillus helveticus*: unstructured model for biomass formation, substrate consumption and lactic acid production. *Enzyme and microbial technology* 2001, 28, 827-834.
- [BAN] Banga J. R., Balsa-Canto E., Moles C.G., Alonso A.A., Dynamic Optimization of Bioreactors. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 2003.
- [BOD] Bodson M., Chiasson J., Differential-geometric methods for control of electric motors. *International journal of robust and nonlinear control*, 8, 923–954 (1998)
- [BOU] Boussaoud B., Chaib S., Identification et commande par réseaux de neurones, application aux bioréacteurs, PFE, ENP 2002.
- [CHA] Chau P.C., *Process control*. Cambridge university press, 2002.
- [COR] Corriou J.P., *commande des procédés*. Ed Tec & Doc [Lavoisier], 1996.
- [DAN] Dantigny P., *Cinétique, modélisation de la croissance de *Saccharomyces cerevisiae**. Thèse de doctorat, INPL Nancy, 1989.
- [DIB] Dibiasio D., *Chemical Engineering Problems in Biotechnology*. Ed Shuler (American Institute of Chemical Engineers) V 1, 199.
- [FAR] Farza M., Hammouri H., Busawon K., Nouvelle approche non linéaire pour l'estimation d'états et de paramètres dans les bioréacteurs. *Récents progrès en génie des procédés : simulation des procédés et automatique* N°56, V 11, 1997.
- [FER] Ferrera E.C., Foyo de Azevedo, Adaptive linearizing control of bioreactors. UKACC International Conference No. 427, 1996.
- [FRE] Fredriksson J., Rudolf A., Probing control of glucose feeding in cultivation of *Saccharomyces cerevisiae*. Master Thesis, Lund Institute of Technology (Suede), 2001.

- [HEN] Henniche M., commande par réseaux de neurones et logique flou d'un bioréacteur, Thèse de magistère, ENP, 1998.
- [ISI] Isidori A., Nonlinear control systems. Springer-verlag, Berlin, 1989.
- [KAI] Kailath T., Linear Systems, Prentice-Hall, 1980.
- [KAM] Kambhampati C., Tham M.T., Montague G.A., Morris A.J., Optimising control of fermentation processes - IEE Proceedings-Control Theory and Applications, V 139, N°1, 1992.
- [KEU] Keulers M., Ariaans L., Soeterboek R., Giuseppin M., facilitating control of fed batch fermentation processes by monitoring the growth rates of *saccharomyces cerevisiae*. Control Applications, Proceedings of the Third IEEE Conference, 1994.
- [LIE] Lieto J., Le génie chimique à l'usage des chimistes. Ed Tec & Doc [Lavoisier], 1998.
- [LUC] Lucena S., Soutomaior A.M., Fonteix C., Marc I., Corriou J.P., Application of nonlinear control on a fermentation process: production of *Saccharomyces cerevisiae*, Latin American Applied Research, 31:235-240 (2001).
- [LUC] Luca Titica M., contrôle du profil aromatique de la bière lors de la fermentation alcoolique. Thèse de doctorat, INPGrenoble, 2000.
- [LUT] Luttmann R., Integration of process control systems, simulation tools and on-line analytical techniques in complex bioreaction processes. Research Center of Bioprocess Engineering and Analytical Techniques University of Applied Sciences (Hambourg, Allemagne), 2000.
- [LUY] Luyben W.L., Process modeling, simulation, and control for chemical engineers. Ed Mc Graw-Hill, 1990.
- [MAR] Maret L., Régulation automatique, Ed Presses polytechnique Romandes, 1987.

- [PHA] Pham Thi Bich Hop , Modelling and control of fed-batch processes. Master Thesis, Royal Institute of Technology (Stockholm), 1999.
- [PRI] Prigent Y., Amrane A., Mathematical model for lactic acid production from lactose in batch culture : Model development and simulation. J.Chem.Tech.Biotechnol. 1994, 60, 241-246.
- [RAE] Raetz E., Bauer W., fermentations et technologie enzymatique. Ecole polytechnique de Lausanne, 1994.
- [RAJ] Rajab A., un modèle physiologique de la croissance de *saccharomyces cerevisiae* en fermenteur continu et discontinu. Thèse de doctorat, INPL Nancy, 1983.
- [RAN] Rangel D., Wang T.W., optimization approach to controlling constrained nonlinear systems. Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control, 1992.
- [SAR] Sarraut P., Cheruy A., Ruhaut L., Barbeau J.Y., Proth J., Modélisation d'un procédé de fermentation continue à levures immobilisées en vue de son contrôle. Récents progrès en génie des procédés : simulation des procédés et automatique N°56, V 11, 1997.
- [SCR] Scriban R., Biotechnologie. Ed Tec & Doc. [Lavoisier], 2000.
- [SIM] Simon R., Meunier R., microbiologie industrielle et génie biochimique. Ed Masson et Cie, 1970.
- [THE] Thevenon L., Représentation des Systèmes Hybrides Complexes par Flux de Données : Développement d'un Outil de Modélisation et de Simulation des Procédés Batch. Thèse de doctorat, INPGrenoble, 2000.

Résumé :

Nous avons dans ce travail étudié les bioréacteurs et les réactions qui s'y produisent. La complexité des systèmes biologiques exige la compréhension de ces phénomènes pour les modéliser. La commande basée sur la géométrie différentielle permet de remédier aux problèmes de fortes nonlinéarités grâce à sa capacité de transformation des dynamiques nonlinéaires en dynamiques partiellement linéaires.

Abstract :

We have studied bioreactors and reactions that happens inside. The complexity of biological systems requires understanding of these phenomenons for their modelisation.

The differential-geometric methods for control lets us to cure the problems of the nonlinearity thanks to their capacity to transform nonlinear dynamics to partial linear dynamics.

ملخص :

قمنا في هذا العمل بدراسة المفاعلات البيولوجية و ما يحدث فيها من تفاعلات. صعوبة الأنظمة البيولوجية يتطلب فهم هذه الظواهر لإمكان تمثيلها بنموذج. التحكم المعتمد على الهندسة التفاضلية يسمح لنا من حل مشكل هذا النوع من الأنظمة لقدرتها على تغيير الأنشطة الغير خطية إلى أنشطة خطية.

Mots clés :

Bioréacteur, Biotechnologie, Géométrie différentielle, Biocapteurs, Biomasse, Culture biologique.