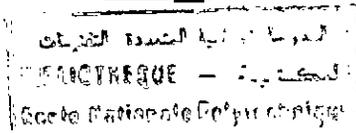


21/90

MINISTRE DELEGUE AUX UNIVERSITES



**THESE**

Présentée à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger  
pour obtenir le diplôme de  
**MAGISTER EN HYDRAULIQUE**

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU  
DIMENSIONNEMENT DES RESEAUX  
MAILLES DE DISTRIBUTION  
D'EAU POTABLE**

par

**Tarek MERABTENE**

Ingénieur en Hydraulique, E.N.P.

soutenue le 28 Juin 1990 devant la commission d'Examen

**Jury**

|               |            |
|---------------|------------|
| MM B. BERKANI | Président  |
| N. DECHEMI    | Rapporteur |
| M. BILEK      | Examineur  |
| B. ACHOUR     | Examineur  |
| R. DJELLOULI  | Examineur  |
| K. BOUGUERRA  | Invité     |

MINISTERE DELEGUE AUX UNIVERSITES

**THESE**

Présentée à l'École Nationale Polytechnique d'Alger  
pour obtenir le diplôme de

**MAGISTER EN HYDRAULIQUE**

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU  
DIMENSIONNEMENT DES RESEAUX  
MAILLES DE DISTRIBUTION  
D'EAU POTABLE**

par

**Tarek MERABTENE**

Ingénieur en Hydraulique, E.N.P.

soutenu le 28 Juin 1990 devant la commission d'Examen

**Jury**

|               |            |
|---------------|------------|
| MM B. BERKANI | Président  |
| N. DECHEMI    | Rapporteur |
| M. BILEK      | Examineur  |
| B. ACHOUR     | Examineur  |
| R. DJELLOULI  | Examineur  |
| K. BOUGUERRA  | Invité     |

Ecole Nationale Polytechnique  
Département Hydraulique

لمدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
دائرة الهيدروليكية

Thèse de Magister : Contribution à l'étude du dimensionnement  
des réseaux maillés de distribution

Par : T. MERABTENE

Dirigé par : N. DECHEMI

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة - BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

### ملخص

الهدف من هذا العمل هو دراسة ابعاد شبكات تصريف المياه الصالحة للشرب والتي تتمثل في ايجاد التدفق في القنوات والضغط في مختلف عقد الشبكة و بالتالي القطر المناسب لكل قناة مع مراعاة شروط الضغط و السرعة.  
ثلاثة نماذج حسابية تم انجازها و تحسينها، و هم على التوالي: طريقة هاردي - كروس و طريقة تحويل معادلة فقدان الحمولة الى معادلة خطية و طريقة نيوتن - رافسون.

### Résumé

L'objectif de notre travail est l'étude du dimensionnement des réseaux maillés de distribution d'eau potable qui consiste à déterminer sous certaines contraintes de pression et de vitesse, les débits dans les conduites et les pressions aux noeuds et donc des diamètres à mettre en place pour chaque tronçon.

Trois modèles de calcul ont été élaborés et améliorés à savoir : la méthode de HARDY-CROSS, la méthode de linéarisation de l'équation des pertes de charges et la méthode de NEWTON-RAPHSON.

### Abstract

The objective of this work is the designing of water supply grid network which consists of determining under given conditions of variation of pressure and velocity, the discharges in the pipe line, the pressures at the nodal points and hence the pipe diameter to be placed in each section of the network.

Three models for these calculations namely: the method of HARDY-CROSS, method of linearisation of the equation of head loss, and the method of NEWTON-RAPHSON, were elaborated.

## A V A N T - P R O P O S

Ce travail a été initié au laboratoire d'hydraulique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger au sein de l'équipe de recherche G E S T O P sous la direction du Docteur Nouredine DECHEMI qu'il trouve ici l'expression de nos sincères remerciements pour avoir accepté de nous diriger pour mener à bien cette thèse. Les sentiments profondément humains qu'il a su nous témoigner ont été pour nous d'un apport moral certain. Pour ses conseils combien utiles et compétents, ses critiques fructueuses, nous tenons à lui exprimer ici notre profonde reconnaissance.

Que Monsieur M.BERKANI ~~chargé de cours~~ ENSH BLIDA soit particulièrement remercié d'avoir bien voulu accepter de présider notre jury.

Que Messieurs M.BILEK et R.DJELLOULI soient assurés de notre parfaite gratitude pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre travail et nous sommes particulièrement heureux de leur présence au sein de notre jury. Leurs critiques nous seront d'un apport certain pour répondre aux exigences de la rigueur scientifique.

La présence de Monsieur K.BOUQUERRA à ce rendez-vous d'examen nous honore. Nous le prions d'accepter nos sincères remerciements.

Je ne saurais oublier l'aide si précieuse de Monsieur I.ZECH Professeur à l'Université Catholique de LOUVAIN-LA-NEUVE, qu'il accepte ma profonde considération.

Nos remerciements s'adressent aussi:

A l'ensemble de l'équipe de recherche G. E. S. T. O. P  
( A.BERMAD, S. KAOUA, H.CHAMBAZ, S.BENZIADA et N.NEBBACHE )  
qui ne m'ont jamais refusé leur aide, si précieuse et utile durant toutes les étapes difficiles de la mise au point de ce travail.

A tous mes amis, qu'ils trouvent dans ce modeste document,  
l'expression de la sincère reconnaissance d'un ami.

Je dédie ce travail à ma mère, à mon père et à tous les membres de  
ma famille, qui ont toujours été pour moi un exemple de dévouement  
et de responsabilité assurée.

# TABLE DES MATIERES

|   | <u>pages</u> |
|---|--------------|
| - Introduction  | 1            |
| <b>I- Position du problème et étude bibliographique</b> |              |
| - Position du problème                                  | 1            |
| 1/ Introduction   | 3            |
| 2/ Structure des réseaux                                | 3            |
| a/ Description d'un réseau ramifié                      | 3            |
| b/ Description d'un réseau maillé                       | 4            |
| 3/ Formulation mathématique du problème                 | 6            |
| a/ L'équation des pertes de charge                      | 6            |
| b/ Les équations de conservation d'énergie              | 8            |
| c/ Les équations de continuité aux noeuds               | 8            |
| 4/ Critères de base pour la résolution<br>du problème   | 9            |
| 4.1/ Caractéristiques du réseau                         | 10           |
| a) Le tracé du réseau                                   | 10           |
| b) Les conduites  | 11           |
| c) Les débits de pointe                                 | 11           |
| 4.2/ Contraintes imposées                               | 12           |
| a) Contraintes sur les vitesses                         | 12           |
| b) Contraintes sur les pressions                        | 12           |
| - Etude bibliographique                                 | 14           |
| <b>II-Methode de HARDY-CROSS</b>                        |              |
| Introduction  | 19           |
| II.1/ La méthode des mailles                            | 19           |
| II.2/ Méthode des noeuds                                | 24           |
| II.3/ Cas de plusieurs reservoirs                       | 25           |
| II.4/ Organigramme de résolution                        | 28           |
| II.5/ Exemple d'application                             | 31           |

|  |    |
|--|----|
| a) Resolution par la méthode classique                     | 32 |
| b) Utilisation de la méthode de HARDY-CROSS                |    |
| avec la corection des débits maille par maille             | 33 |
| - Conclusion   | 36 |
| <b>III-Methode de Linearisation de l'equation de</b>       |    |
| <b>Perte de Charge</b>                                     | 37 |
| III.1 / Introduction.                                      | 37 |
| III.2/ Formulation mathématique de la méthode              |    |
| linéaire.  | 38 |
| III.3/ Amélioration de la méthode.                         | 42 |
| III.3.1 / Numérotation du réseau.                          | 42 |
| III.3.2 / Correction de la répartition initiale            |    |
| des diamètres.   | 42 |
| III.3.3 / Amélioration de la convergence.                  | 43 |
| III.3.4 / Détermination des débits de pointe               | 44 |
| a) Modèle probabiliste                                     | 45 |
| b) Méthode empirique                                       | 54 |
| III.4/ Description de logiciel de calcul.                  | 55 |
| III.4.1 / Organigramme de la méthode.                      | 56 |
| III.4.2 / Description des sous-programmes.                 | 58 |
| III.5/ Application numérique.                              | 66 |
| Conclusion   | 71 |
| <b>IV- Equilibrage des reseaux mailles de distribution</b> |    |
| <b>par la methode de NEWTON-RAPHSON</b>                    | 72 |
| IV.1/ INTRODUCTION   | 72 |
| IV.2/ Rappel théorique.                                    | 72 |
| IV.3/ Méthode des noeuds                                   | 76 |
| IV.3.1/ Les équations caractéristiques des                 |    |
| éléments constitutifs du réseau                            | 78 |
| IV. Amélioration théorique de la méthode                   |    |
| de NEWTON-RAPHSON  | 81 |
| IV. Description du logiciel de calcul                      | 82 |
| IV. Organigramme de la méthode                             | 83 |
| IV. Description des sous-programmes                        | 84 |
| IV. Conclusion   | 90 |
| Application numérique.                                     | 91 |
| Conclusions Générales.                                     |    |

**Bibliographie.**

## INTRODUCTION

L'étude du dimensionnement des réseaux de distribution d'eau sous pression est un problème de grande importance en particulier de nos jours où beaucoup de collectivités se trouvent confronté à des problèmes importants de renforcement ou de renouvellement de leur réseaux.

Cette situation qui résulte de l'accroissement des populations desservies ainsi que de l'absence d'un système adéquat d'alimentation en eau dans beaucoup de zones subissant une urbanisation rapide, entraîne comme conséquence principale l'obligation de maintenir des programmes importants d'investissement vu que le coût d'un système de conduites, même de dimension relativement modeste, est fort élevé.

L'objet de cette thèse est d'élaborer des modèles de calcul d'équilibrage des réseaux maillés de distribution d'eau potable permettant d'apporter une solution pratique et économique dans le domaine de l'A. E. P.

Le problème consiste à déterminer sous certaines contraintes de pression et de vitesse les débits dans les conduites et par la suite la pression en chaque noeud du réseau (ou inversement) et donc des diamètres à mettre en place pour chaque tronçon.

Pour cela on a adopté la démarche suivante:

- La première partie est une étude détaillée de la position du problème et des équations de base relatives à l'écoulement en régime permanent dans les conduites en charge et aux contraintes imposées.
- Une deuxième partie consacrée à l'étude bibliographique des travaux antérieurs dans le domaine du dimensionnement des réseaux maillés.

• une troisième partie qui est l'objet essentiel de ce travail et qui traite de l'étude et l'élaboration des modèles d'équilibrage, les techniques étudiées sont la méthode de Hardy-Cross, la méthode de linéarisation de l'équation de perte et enfin la méthode de Newton-Raphson.

Une conclusion générale mettra l'accent sur l'intérêt pratique d'un tel étude.

## CHAPITRE I

## POSITION DU PROBLEME ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

## POSITION DU PROBLEME

## 1/ INTRODUCTION

Il est nécessaire avant de développer la formulation mathématique du problème de présenter la structure d'un réseau.

Pour cela, nous pouvons définir un réseau comme étant un système matériel, permettant le transfert de l'eau, depuis certains points de puisage (barrages, lacs, puits, forages), jusqu'aux points d'utilisation (robinets, prises). Des ouvrages particuliers peuvent être installés au sein du réseau afin d'assurer le stockage (réservoirs), la protection des conduites (cheminés d'équilibres, organes antibéliers), et de donner une certaine énergie au fluide afin d'assurer sa mise en mouvement (pompes, surpresseurs).

## 2/ STRUCTURE DES RESEAUX

On distingue en pratique deux types de réseaux qui sont, les réseaux d'alimentation en eau potable (généralement maillés), et les réseaux d'irrigation (ramifiés). Mais on peut rencontrer des réseaux mixtes utilisés dans les zones rurales, où le réseau d'alimentation en eau potable sert aussi pour l'irrigation.

## a/ DESCRIPTION D'UN RESEAU RAMIFIE

Un réseau ramifié Figure 2.1 est un ensemble de conduite connecté entre elle dont la structure est sous forme d'arbre.

Chaque noeud de consommation est relié à son point d'alimentation par un chemin unique. Le sens d'écoulement du fluide est de l'amont (source) vers l'aval (point de consommation).

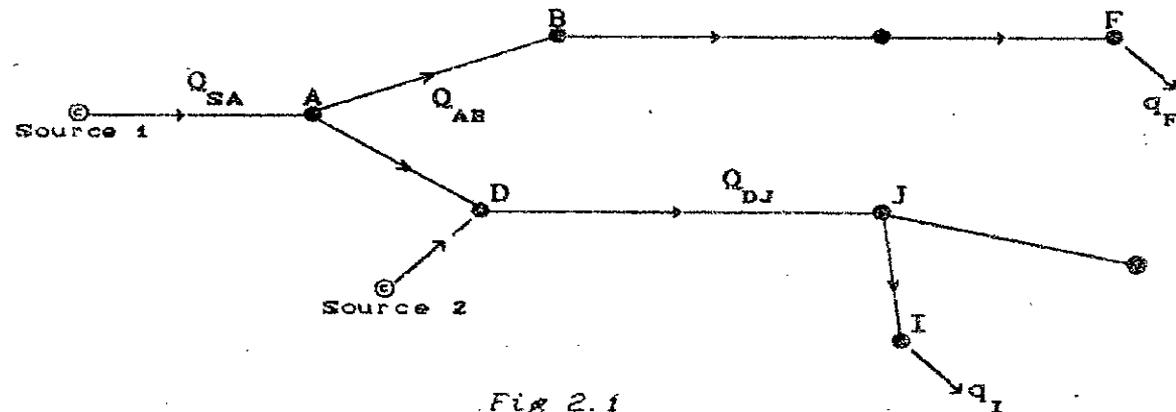


Fig 2.1

- \*  $S_1, S_2, A, B, \dots, I$  : Noeuds (points de consommation ou points d'alimentation (sources))
- \*  $S_1A, DI, \dots$  : Branches orientées (c'est à dire définies par le sens d'écoulement du fluide)
- \*  $q_B, q_A, \dots, q_I$  : débits soutirés aux noeuds (consommations)
- \*  $Q_{AB}, Q_{DJ}, \dots$  : débits véhiculés par les différentes conduites (AB, DJ, .....

#### B/ DESCRIPTION D'UN RESEAU MAILLE

Un réseau maillé est un graphe connexe, constitué de  $n$  noeuds et  $t$  tronçons, il diffère du réseau ramifié du fait de l'existence d'un ou de plusieurs contours fermés appelés mailles Figure 2.2

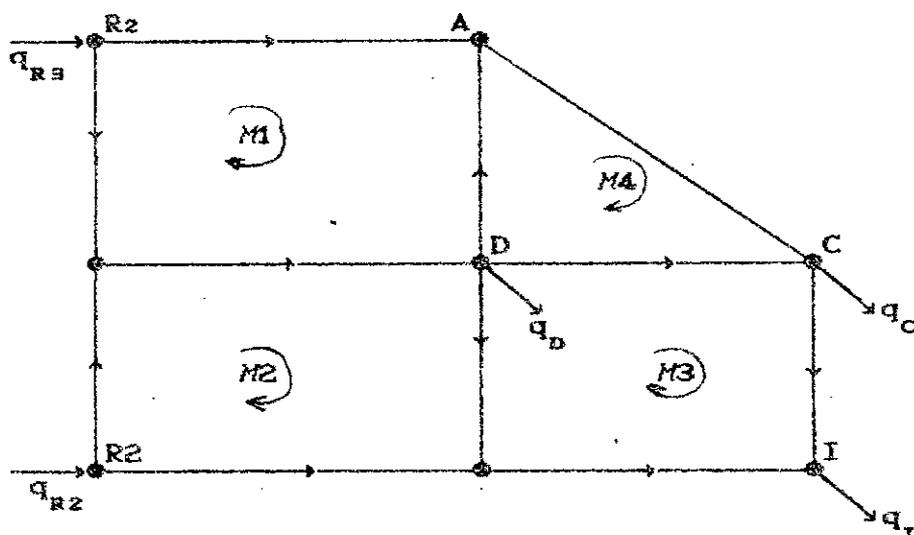


Fig 2.2

- \*  $R_1, R_2, \dots$  : Noeuds réservoirs (points d'alimentation)
- \*  $A, B, I, \dots$  : Noeuds de consommation
- \*  $AC, BD, \dots$  : Branches orientées ( l'orientation définit le sens d'écoulement du fluide dans la conduite considérée ).
- \*  $q_A, q_B, q_C, q_D, q_I, \dots$  : Débits de consommation
- \*  $q_{R1}, q_{R2}, \dots$  : Débits d'alimentation
- \*  $M_1, M_2, \dots$  : Mailles orientées ( L'orientation de la maille définissant le sens positif est choisie arbitrairement ).

## REMARQUE

Comme présenter dans la Figure 2.2 on distingue deux types de noeuds. Les noeuds à charges fixées (  $R_1, R_2$  ) et les noeuds à débits fixés (  $A, B, \dots$  ).

a) Les noeuds à charges fixées : sont caractérisés par leurs côtes piézométriques connue c'est le cas des réservoirs, des plans d'eau, et des bâches d'aspiration, les résultats du calcul fournira les débits partants ou arrivant à ces noeuds.

b) Les noeuds à débits fixés : dans ce cas les différents typ de consommation sont connues, La résolution du système d'équation pour l'ensemble de ces noeuds fournit les côtes piézométriques en ces noeuds.

### 3/ FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

L'analyse de l'écoulement en régime permanent dans les réseaux de fluide sous pression, à été, et est toujours une tâche majeure pour beaucoup d'ingénieurs hydrauliciens dans le cadre de la réalisation des réseaux de conduites d'adduction et distribution.

Le problème consiste à déterminer (sous certains hypothèses et données de base) Les débits qui transitent dans chaque tronçon ainsi que les pressions disponibles aux noeuds du réseau.

Cette analyse conduit à une formulation théorique aisée dont les équations de base sont :

#### a) Les équations de perte de charge

Chaque conduite constitutif du réseau sera caractérisé par une équation non linéaire entre le débit véhiculé par celle-ci et la perte de charge entre ses noeuds d'extrémité (i, j) :

$$J_{ij} = R_{ij} \cdot Q_{ij}^{\alpha} \quad (I.1)$$

dans cette équation

$J_{ij} = H_i - H_j$  : La différence de charge entre les noeuds i et j

$Q_{ij}$  : Le débit dans la conduite ij

$R_{ij}$  : La resistance hydraulique

Cette résistance hydraulique est dans le cas le plus général une fonction soit du débit  $Q_{ij}$  soit de la perte de charge  $J_{ij}$  et des caractéristiques des conduites (WOOD 1981) :

$$R_{ij} = C_{ij} | Q_{ij} |^{\alpha-1}$$

Le dual de cette formulation est :

$$R_{ij} = C_{ij}^{\beta} | J_{ij} |^{1-\beta}$$

Avec  $\beta = \frac{1}{\alpha}$

L'exposant  $\alpha$  est généralement compris dans l'intervalle :

$$1,8 \leq \alpha \leq 2.$$

$C_{ij}$  : constante dépendant des caractéristiques de la conduite (diamètre, matériau et longueur) et de la nature du fluide transporté.

L'expression générale de la résistance hydraulique que nous utiliserons et de la forme :

$$R_{ij} = f_{ij} L_{ij} D_{ij}^{\gamma}$$

d'où  $J_{ij} = f_{ij} L_{ij} Q_{ij}^{\alpha} D_{ij}^{-\gamma}$

avec  $L_{ij}$  : longueur de la conduite (ij)

$D_{ij}$  : le diamètre

$f_{ij}$  : constante dépendant du fluide et de la rugosité de canalisation (dit coefficient de frottement)

$\gamma$  : exposant voisin de 5

d'après :

|                    |                  |    |                  |
|--------------------|------------------|----|------------------|
| * Manning :        | $\alpha = 2$     | et | $\gamma = 5.33$  |
| * Galand :         | $\alpha = 1.85$  | et | $\gamma = 5.25$  |
| * Hazen-Williams : | $\alpha = 1.852$ | et | $\gamma = 4.865$ |

8

### b) LES EQUATIONS DE CONSERVATION D'ENERGIE

Ces équations expriment que la perte de charge totale le long d'une maille est nulle :

$$\sum_{ij \in M} J_{ij} = 0 \quad (\text{une équation par maille}) \quad (I.2)$$

$ij \in M$  : ensemble des branches  $(ij)$  appartenant à la maille  $M$ .

Un sens positif arbitraire doit être donné à la maille  $M$ .  $J_{ij}$  sera positif si le sens du débit dans la branche  $(ij)$  est le sens de la maille. L'équation (I.2) est la première loi de Kirchoff.

### c) LES EQUATIONS DE CONTINUTE AUX NOEUDS

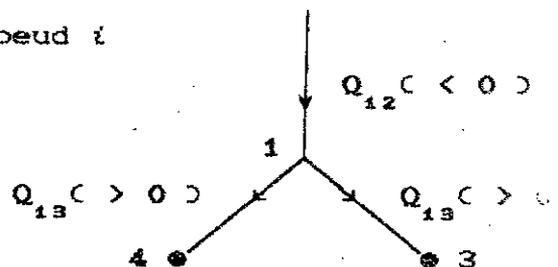
C'est la deuxième loi de Kirchoff elle impose que la somme algébrique des débits entrants et sortants d'un noeud soit nulle.

$$\sum Q_{ij} + q_i = 0 \quad (\text{une équation par noeud}) \quad (I.3)$$

avec  $j$  : l'ensemble des noeuds connectés à  $i$

$q_i$  : débit de consommation au noeud  $i$

$Q_{ij}$  : débit dans la branche  $(ij)$ .



Le débit  $q_i$  (ou  $Q_{ij}$ ) est positif quant il s'agit d'une consommation (ou débit sortant) et négatif si c'est une injection (ou débit entrant).

Les équations ( I.1 , I.2 , I.3 ) sont les expressions de base qui forme le système d'équation non-linéaire à résoudre pour l'étude de l'équilibrage des réseaux maillés :

$$J_{ij} = R_{ij} Q_{ij}$$

$$I.4 \quad \sum Q_{ij} + q_i = 0$$

$$\sum J_{ij} = 0$$

Le problème ainsi formulé a été résolu avant l'avènement des ordinateurs par des techniques de simulations où le réseau hydraulique a été simulé par un réseau " électrique équivalent " [Renouard (1971)] .

D'autres méthodes particulières furent mises au point, ce sont principalement la méthode de Hardy-Cross, la méthode de Newton-Raphson, les méthodes de linéarisation et plus couramment de nos jours les méthodes de minimisation.

#### 4/ CRITERES DE BASE POUR LA RESOLUTION DU PROBLEME

Pour résoudre le problème d'équilibrage formulé plus haut, un certain nombre d'hypothèses doivent être prises en compte afin de décrire le réseau. A ces hypothèses sera associé une série de contraintes sur les pressions aux noeuds et sur les vitesses d'écoulement dans les conduites, ces contraintes sont imposées dans le but de garantir un bon fonctionnement du réseau, dont le rôle d'adduction et de distribution de l'eau doit être rempli dans les meilleures conditions.

#### 4.1/ CARACTERISTIQUES DU RESEAU

Un réseau est défini dans son ensemble par :

- son tracé
- la longueur, le diamètre et le matériau de chaque canalisation
- le débit de pointe consommé en chaque noeud et l'altitude altimétrique de celui-ci
- les caractéristiques des organes hydrauliques tel que les stations de pompage (courbe caractéristique de chaque pompe utilisée), les vannes, les reducteurs de pression ...ect.

##### a) LE TRACE DU RESEAU

La longueur totale des canalisations qui forment le réseau intervient de façon prépondérante sur le coût de celui-ci (proportionnel à la longueur) d'où la nécessité de rechercher le meilleur tracé dit optimal.

Dans le cas particulier des réseaux d'irrigation, pour lequel on adopte toujours un tracé ramifié, la possibilité de passer à travers un champ se révèle plus économique car on peut toujours aboutir à un tracé optimum permettant de minimiser la longueur totale des canalisations. Il existe pour cela plusieurs techniques, la plus couramment utilisée et la méthode de Girelli donnant l'angle de trois tronçons, permettant de joindre trois points fixés (tracé à 120°) (Clement .1981.).

Il en va différemment pour les réseaux d'alimentation en eau potable où il existe de nombreuses contraintes, dues à la topographie des rues et aux impératifs de l'urbanisation, qui font que le tracé globale du réseau s'impose très souvent de lui-même

### b) LES CONDUITES

Chaque tronçon constitutif du réseau est défini par sa longueur L, son diamètre D et la nature de son matériau.

Le choix du diamètre à mettre en place sera fonction du débit de pointe à desservir, ce choix est désormais limité dans une gamme de diamètres commerciaux disponibles.

La nature du matériau de la conduite est fixée par la géologie du sol et par la pression maximale auquel elle doit résister.

### c) LES DEBITS DE POINTE

Dans tout projet d'alimentation en eau le réseau doit être dimensionné afin de pouvoir délivrer un débit de pointe en tout point de consommation.

Ce débit est généralement déterminé par une méthode classique en fonction du nombre d'habitants à desservir. Pour cela on fixe la dotation quotidienne, et le coefficient de pointe (en fonction de la nature de l'agglomération). D'où l'on tire le débit de pointe d'un habitant. Utilisant ensuite un document de genre recensement, on multiplie le débit de pointe spécifique précédemment déterminé par le nombre d'habitants situés à l'extrémité du tronçon considéré.

Rappelons que des mesures faites sur une centaine de réseaux réels ont permis à plusieurs auteurs de confirmer que le débit ainsi calculé est d'un rapport très faible (sinon négligeable) avec la réalité (Lehdi, 1981; Tribut, 1969) et de proposer l'occurrence d'une autre formulation plus rigoureuse que nous allons développer par la suite. (voir § III.3.4)

#### 4.2/ CONTRAINTES IMPOSEES

##### a) CONTRAINTE SUR LES VITESSES

Elles sont imposées par des conditions de sécurité, la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites doit être limitée supérieurement à une valeur maximale afin de réduire les risques de détérioration par coups de bélier ou par cavitation et inférieurement par une valeur minimale afin de réduire les risques de dépôts.

$$V_{\max} \geq V \geq V_{\min}$$

ce qui revient à écrire

$$V_{\max} \geq \frac{4|Q|}{\pi} D^{-2} \geq V_{\min}$$

V : vitesse moyenne [m/s]

V<sub>max</sub> : vitesse maximale [m/s]

V<sub>min</sub> : vitesse minimale [m/s]

D : diamètre [m]

Q : débit [m<sup>3</sup>/s]

##### b) CONTRAINTE SUR LES PRESSIONS

En chaque noeud du réseau et pour satisfaire un meilleur service demandé, on se fixe une charge minimale au dessous de laquelle on considère que le réseau est défaillant la valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par dépression et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorisés.

Une pression maximale doit être aussi imposée afin de réduire le risque d'éclatement de la conduite par surpression.

$$P_{max} \geq H \geq P_{min}$$

$P_{min}$  : Pression minimale

$P_{max}$  : Pression maximale

## ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle, l'optimisation se bornait à l'application de la formule de Bresse, reliant le diamètre  $D$  des conduites au débit transitant dans celle-ci  $D = 1,5 \sqrt{Q}$ , adoptés jusqu'à nos jours pour une estimation préliminaire, non pas parce que le coût des réseaux à l'époque n'était une préoccupation des ingénieurs, mais parce qu'ils ne disposait ni de méthodes commodes, ni de moyens de calcul suffisants.

Koch et Vibert (1948), partant de la formule de Bresse adoptèrent une relation linéaire entre le coût et le diamètre en proposant une relation de la forme  $D = A (e/f)^{0.154} Q^{0.46}$  avec  $A$  constante dépendant du temps de pompage,  $e$  prix du  $Kwh$  d'énergie et  $f$  prix du  $Kg$  de fonte.

Les choses changèrent vers les années 1955 où les études se sont orientées vers une généralisation du problème à la suite de la création de grands réseaux d'irrigation sous pression.

Guyant (1958) a proposé la résolution du problème de l'optimisation des réseaux ramifiés par l'usage des procédés de dérivation des fonctions, et des multiplicateurs de Lagrange, avec une formulation explicite du prix :  $P = A + A' D^B$  les constantes  $A, A', B$  sont déterminées par ajustement sur un bordereau commercial.

C'est l'approche du réseau équivalent proposée par Tong et Al (1961) qui constitue le pas original. Dans ce cas le réseau initial à optimiser est remplacé par un réseau fictif dit équivalent où toutes les conduites portent un même diamètre fixé

(commercial) de longueur inconnue. Ces longueurs équivalentes sont déterminées en résolvant un système non linéaire obtenus en annulant le gradient de la fonction objectif, les diamètres du réseau initial en sont déduits.

Y. Labye (1963) a proposé de résoudre le problème par deux approches :

a) se fixer plusieurs valeurs de distribution de débits et résoudre pour chaque distribution le système d'équations par programmation linéaire.

b) une deuxième approche consiste à résoudre un programme linéaire à variable mixte avec une fonction de perte de charge linéaire par parties.

Jacoby (1968) traite le cas des pressions bornées après avoir précisé que le problème discret est non linéaire en nombre entier, il propose une formulation continue du prix, et une résolution par une procédure de descente aléatoire par gradient. Les valeurs théoriques des diamètres sont arrondies aux valeurs commerciales les plus proches, contrainte qui peut l'éloigner de l'optimum absolue.

Renouard (1971) a adopté une fonction du coût continu et optimise sur un chemin du réseau où les pressions sont bornées le long d'un chemin fixe d'un réseau. Il commence par fixer les diamètres et procède à des modifications successives améliorant le coût marginale lorsqu'il n'y a pas de violation des contraintes. C'est l'expérience du praticien qui joue ici un rôle primordial pour décider des modifications à apporter.

Zaoui (1972) propose de choisir une distribution initiale des diamètres qui repose sur l'expérience du praticien, et recherche la distribution du débit pour l'équilibrage du réseau. Il optimise par la suite un arbre extrait du réseau initial, en se fixant les débits trouvés.

Lam (1973) part d'une distribution initiale des diamètres et procède à l'équilibrage du réseau il passe par la suite à un problème d'optimisation avec un programme linéaire de grande taille. Si les pressions ne sont pas réalisables, certaines variables de décisions sont modifiées. Un équilibrage avec la solution obtenue permet de vérifier la validité de la solution quant à la satisfaction des charges.

Delfino (1976) dans son contexte particulier, a démontré qu'il existe un arbre (structure ramifiée) maximale, optimale à déterminer. Il propose pour cela une méthode heuristique dite de " Recherche par voisinage " le principe consiste à partir d'un arbre maximal de départ et a procédé à une succession de modification par remplacement de diamètre afin de réduire le coût. Le procédé est poursuivi jusqu'à stabilisation.

Ovall (1977) a étudié le cas où les pressions sont fixées et se ramène, avec l'approche continue, à la minimisation d'une fonction concave sous contrainte linéaire. Il utilise la méthode de Zwart pour résoudre les équations du problème.

Quindry, Brill et Leibman (1981) ont traité le cas où pour une première approximation les pressions sont fixées dans tout le réseau et linéarisent la fonction coût et les contraintes par changement de variable, ils introduisent par la suite une méthode de Gradient afin de changer les pressions après chaque optimisation à charge constante. Pour le faire il utilise les multiplicateurs Lagrange associés à la contrainte de la loi de conservation des débits aux nœuds et issue d'un programme linéaire pour calculer le gradient de pression à chaque nœud du réseau.

Rowell et Barnes (1982) ont abordés le problème en se fixant les pressions aux nœuds et se ramènent à une fonction de coût concave qu'ils approchent par une fonction linéaire par morceau

et se ramènent également à la détermination d'un certain arbre maximal en résolvant une suite de programme linéaire en nombres entiers.

Mahdjoub (1983) a apporté un plus substantiel dans le domaine de l'optimisation des réseaux maillés. Parmi les méthodes décrites, il a été retenu celle consistant en des séquences où l'on optimise alternativement le réseau pour des charges fixées au noeud et pour une distribution des débits fixés sur le tronçon. Le prix d'un tronçon étant séparément concave du débit et convexe de la perte de la charge, chaque séquence est constituée par la succession de l'utilisation de l'algorithme de Rosen (débit fixés) et de l'algorithme de Zwart (charge fixée), le domaine de la solution réalisable étant convexe et borné.

On remarque que la solution ainsi proposée fournie, certes le minimum global mais pour un sens de circulation fixée pour chaque tronçon du réseau. D'autre part, toutes les méthodes utilisées jusqu'ici présentent deux limites :

a) elles ne prennent pas en compte le caractère aléatoire des appels, même dans le cas de la réalisation de la solution par équilibrage.

b) le résultat qu'elles fournissent ne peut être qu'un minimum local, puisque malgré le gain qu'on peut enregistrer on ne sait jamais si l'on a atteint l'*optimum absolue*, et quel est l'écart avec celui-ci, et quel est le temps de calcul nécessaire pour approcher cet optimum de façon à obtenir un gain significatif.

Lebdi (1985) propose pour pallier à ces imperfections une nouvelle méthode pour l'équilibrage et l'optimisation des réseaux maillés. Le problème de l'équilibrage prend en compte le processus aléatoire des appels aux prises, la résolution du système se fait par l'linéarisation des équations au voisinage d'une distribution initiale de débits arbitraire. La formulation

du problème de l'optimisation et basés sur la notion d'ossature d'un réseau maillé ,pour cela il extrait à partir du réseaux maille initial un réseaux ramifié de longueur minimale qu'il optimise par la methode de Labye. Il introduit par la suite les tronçons maillants avec le diamètre commerciale minimum et rééquilibre le réseaux jusqu'à stabilisation avec le plus petit diamètre possible.

## CHAPITRE II

## II.1/ INTRODUCTION

Connaissant les caractéristiques du réseau, les débits prélevés aux noeuds et la charge à au moins un noeud du réseau (réservoir) il est demandé de déterminer la répartition des débits et des côtes piézométriques sur l'ensemble du réseau en respectant les contraintes de pression et de vitesse en fonction des valeurs initiales à attribuer aux variables.

On présentera au cours de ce chapitre deux formulations de la méthode de Hardy-Cross à savoir :

- La méthode originale dite méthode de mailles;
- est la méthode des noeuds

## II.1/ METHODE DES MAILLES

Connaissant la structure du réseau et les différents débits prélevés aux noeuds ainsi que les charges aux noeuds réservoir, le principe de cette méthode est de choisir au préalable une distribution des débits dans les différents tronçons de manière à satisfaire la loi des noeuds :

$$\sum Q_{ij} + q_i = 0$$

pour chaque maille on calcule :

$$J_{ij} = R_{ij} Q^\alpha$$

avec :  $1.8 \leq \alpha \leq 2$

si la solution initiale est correcte on doit avoir pour chaque maille :

$$\sum_{ij \in M} J_{ij} = 0$$

Si la loi des mailles n'est pas vérifiée (  $\sum J_{ij} \neq 0$  ) on applique une correction  $\Delta Q$  qui permet de se rapprocher de la bonne solution (  $\Delta Q$  est le même pour tous les tronçons de la maille considérée ). Le processus itératif est arrêté si les corrections  $\Delta Q$  deviennent suffisamment petites pour être négligeables.

$$|Q_{it+1} - Q_{it}| \leq \epsilon$$

$it$  : numéro d'itération

$\epsilon$  : critère de convergence

$Q_{it} \rightarrow Q_{it+1}$  : valeur des débits aux itérations ( $it$ ) et ( $it+1$ )

Afin de déterminer l'expression du débit correctif  $\Delta Q$ , considérons la maille de la figure 3.1, constituée de quatre tronçons (12, 23, 34 et 41) et quatre noeuds ( 1, 2, 3 et 4 ).

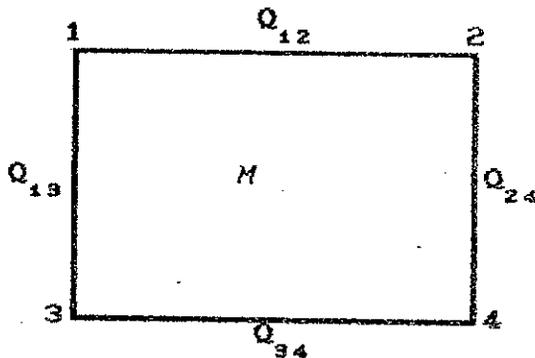


Fig 3.1

La somme des pertes de charge le long de la maille (1234) à l'itération  $(i+1)$  est :

$$\sum R_{ij} Q_{ij}^{(i+1)} + \left( \sum \alpha R_{ij} Q_{ij}^{\alpha-1} \right)^{(i)} \Delta Q^{(i)} = 0$$

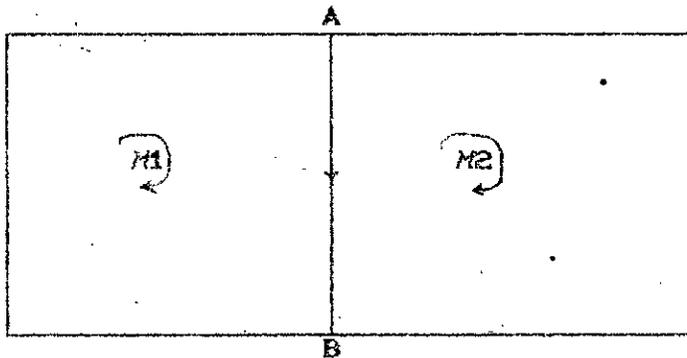
cela permet de déduire l'expression de  $\Delta Q$  :

$$\Delta Q^{(i)} = - \frac{\sum R_{ij} (Q_{ij}^{\alpha})^{(i)}}{\alpha \sum R_{ij} (Q_{ij}^{\alpha-1})^{(i)}} = - \frac{\sum J_{ij}^{(i)}}{\alpha \sum J_{ij}^{(i)} / Q_{ij}^{(i)}} \quad (\text{II.2})$$

On doit ainsi calculer  $\Delta Q$  pour chaque maille du réseau.

Si une canalisation est commune à deux mailles, la correction relative à cette conduite sera la somme algébrique des corrections concernant les deux mailles.

Soit par exemple le réseau suivant :



↻ : sens positif de la maille (choisi arbitrairement).

Le tronçon AB est commun aux maille (M1) et (M2), le débit dans ce tronçon est positif dans (M1) et négatif dans (M2).

Si à une itération quelconque on calcule un :  $\Delta Q = + 5$  pour la maille (M1), et  $\Delta Q = + 3$  pour la maille (M2), la correction globale à apporter au tronçon AB sera :

Chaque tronçon est caractérisé par son débit  $Q_{ij}$ , son diamètre  $D_{ij}$ , sa longueur  $L_{ij}$  et donc par sa résistance hydraulique  $R_{ij}$ .

Soit une première solution des débits

$$Q_{12}^{(0)} \quad Q_{23}^{(0)} \quad Q_{34}^{(0)} \quad \text{et} \quad Q_{41}^{(0)}$$

$$\text{avec } \sum Q_{ij} + q_i = 0 \quad \text{pour chaque noeud } i \quad (i = 1, 4)$$

$q_i$  = débit de consommation au noeud  $i$ .

On calcul  $\sum J_{ij}$ , on constate que :  $\sum J_{ij} \neq 0$

Une correction  $\Delta Q$  des débits est donc nécessaire, elle est la même pour tous les tronçons de la maille, on aura à l'itération  $(it+1)$  :

$$Q^{(it+1)} = Q^{(it)} + \Delta Q^{(it)}$$

d'où

$$\begin{aligned} R (Q^\alpha)^{(it+1)} &= R (Q^{(it)} + \Delta Q^{(it)})^\alpha && \text{(II.1)} \\ &= R \left( Q_{(it)}^\alpha + \alpha \frac{\Delta Q}{(it)} Q_{(it)}^{\alpha-1} + \Delta Q^\alpha + \dots \right) \end{aligned}$$

$\Delta Q$  étant supposé petit par rapport à  $Q$  on peut dans le développement de l'équation II.1 négliger les infiniments petits d'ordre égaux ou supérieurs à 2, cette équation doit être écrite pour chaque tronçon de la maille :

$$\begin{aligned} R_{12} Q_{12}^{(it+1)} &= R_{12} Q_{12}^{(it)} + R_{12} \alpha Q_{12}^{(it)\alpha-1} \Delta Q^{(it)} \\ R_{23} Q_{23}^{(it+1)} &= R_{23} Q_{23}^{(it)} + R_{23} \alpha Q_{23}^{(it)\alpha-1} \Delta Q^{(it)} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$+ 5 - 3 = + 2 \text{ pour la maille (M1)}$$

et 
$$- 5 + 3 = - 2 \text{ pour la maille (M2)}$$

Bien que la méthode de Hardy.Cross décrite ci-dessus à été pendant très longtemps le moyen idéal pour résoudre le problème de l'équilibrage des réseaux maillés, elle présente cependant l'inconvénient de ne converger rapidement qu'à condition de choisir une répartition initiale des débits proche de la solution finale, d'une part, et de faire un choix optimal des mailles d'autre part. Pour éviter Ces inconvénients des méthodes particulières furent mises au point , d'après Travers (1967), ce choix optimal est obtenu en choisissant les mailles tel que les conduites à coefficient de résistance élevée ne soient pas communes à plusieurs mailles.

Martin et Al (1963) proposent de répartir le déséquilibre des pertes de charge sur tout le réseau plutôt que sur une maille, d'autres tentatives d'amélioration consistent à calculer  $\Delta Q$  sur une première maille, d'appliquer cette correction sur l'ensemble des tronçons de la maille (commun ou non avec une autre maille) puis passer à la maille suivante. Cette dernière méthode sera illustrée par un exemple à la fin de ce chapitre.

\* Dans notre modèle la convergence de la méthode a été améliorée en prenant comme première répartition des débits les valeurs de la solution linéaire du système d'équation (I.4 ou II.6).

#### REMARQUES

\* Les tronçons antennes (parties ramifiés du réseau) doivent être séparés du réseau maillé est calculés indépendamment en fonction des résultats obtenus.

\* Les résultats du calcul sont les débits et les pertes de charge dans toutes les branches, un calcul supplémentaire est nécessaire pour obtenir les pressions en tous point du réseau.

## II.2/ METHODE DES NOEUDS

Cette méthode est la symétrique de la précédente. On se fixe dans ce cas les valeurs des charges  $H_i$  en chaque noeud ( $i$ ) du réseau de façon à respecter la loi des mailles :

$$\sum J_{ij} = 0$$

A partir de là on calcul les débits dans chaque conduite d'après l'équation (I.1) résolue en  $Q$  :

$$\begin{aligned} Q_{ij} &= R_{ij}^{-1/\alpha} J_{ij}^{1/\alpha} & \text{(II.3)} \\ &= R_{ij}^{-1/\alpha} (H_i - H_j)^{1/\alpha} \end{aligned}$$

Si la solution initiale choisie est correcte, on doit avoir en chaque noeud

$$\sum_{j=1,n} Q_{ij} + q_i = 0 \Rightarrow \sum R_{ij}^{-\beta} (H_i - H_j)^{\beta} + q_i = 0$$

$j$  : ensemble des noeuds  $n$  connectés à  $i$

et  $\beta = 1/\alpha$  avec  $1.8 \leq \alpha \leq 2$

Dans le cas contraire la charge  $H_i$  au noeud  $i$  diffère de la charge réelle d'une quantité  $\Delta H_i$  qui est la correction à apporter (à la charge  $H_i$ ) afin de satisfaire la condition d'équilibre des débits en chaque noeud.

$$H_i^{(l+1)} = H_i^{(l)} + \Delta H_i^{(l)}$$

$\Delta H_i$  : est exprimée en valeur algébrique

$l$  : numéros d'itération.

L'application de l'équation de continuité (I.3) donne alors :

$$\sum R^{-\beta} (H_i + \Delta H_i)^\beta - H_j^\beta + q_i = 0 \tag{II.4}$$

Le développement de l'équation (II.4) pour  $\alpha = 2$  et en négligeant les infiniment petit permet d'écrire l'expression de  $\Delta H_i$ :

$$\Delta H_i = \frac{2 \sum (Q_{ij} + q_i)}{\sum Q_{ij} / J_{ij}}$$

II.3/ CAS DE PLUSIEURS RESERVOIRS :

Lorsque le réseau étudié comporte plus d'un réservoir, on procède comme suit :

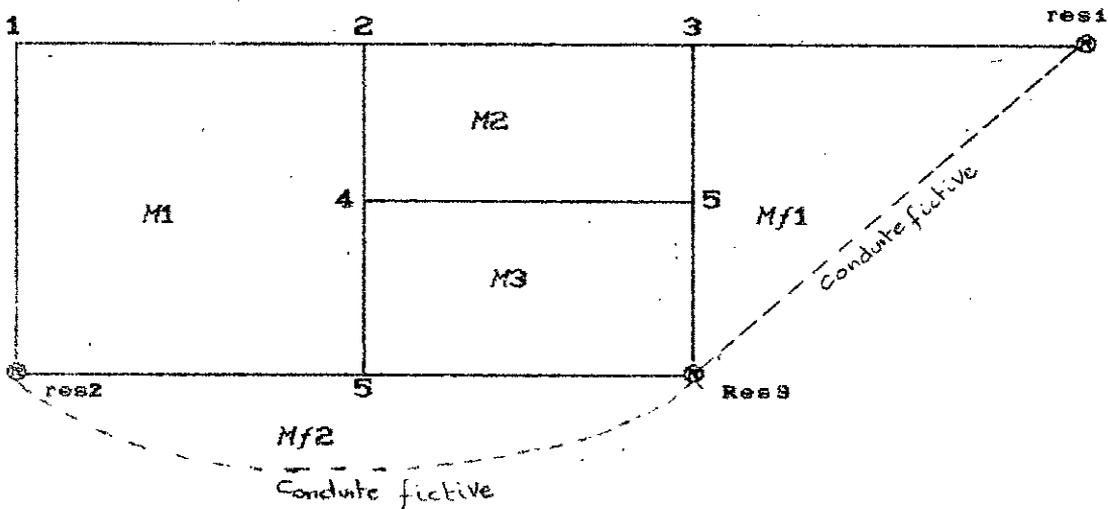


Fig 3.3

Ayant ( $n_r$ ) réservoirs, on est amené à créer ( $n_r - 1$ ) conduites fictives et donc ( $n_r - 1$ ) mailles fictives reliant les réservoir entre eux (deux par deux).

Pour chacune des ( $n_r - 1$ ) nouvelles mailles (fictives), la somme des pertes de charges le long des conduites qui les constituent ne sera pas nulle mais égale à la différence entre les charges (connues) aux deux noeuds réservoirs.

Exemple : pour le réseau de la figure 3.3.

$$\sum_{i \in Mf1} J_{ij} = J_{res1,5} + J_{55} + J_{5,res3} = H_{res1} - H_{res3} = \Delta H_{f2} \quad (II.5)$$

$$\sum_{i \in Mf2} J_{ij} = J_{res2,5} + J_{5,res3} = H_{res2} - H_{res3} = \Delta H_{f1}$$

avec :

$ij$  : l'ensemble des tronçons appartenant à la maille fictive  $Mf$

les diamètres et les longueurs des conduites fictives sont prise égales à zéro.

Le système à résoudre devient :

$$(II.6) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \sum Q_{ij} + q_i = 0 & n \text{ équations aux noeuds} \\ \sum J_{ij} = 0 & m \text{ équations aux mailles réelle} \\ \sum J_f = \Delta H_f & n_r - 1 \text{ équations aux mailles} \\ & \text{fictives} \end{array} \right.$$

De ce fait, le second membre du système d'équation (II.6) ne sera pas totalement nul comme pour le cas d'un réservoir unique.

" Les praticiens ont souvent constaté que pour des réseaux comportant plusieurs réservoirs ,la méthode classique de H-Cross , soit ne converge pas du tout (cas d'un réseau non planaire, après constitution de conduite fictive, figure 3.4 ), soit converge très lentement (on envisage une modification du type relaxation pour remédier à cela)". Mahdjoub (1983).

On rappellera ici que la solution d'un tel problème par Hardy-Cross et obtenue en utilisant la méthode des noeuds.

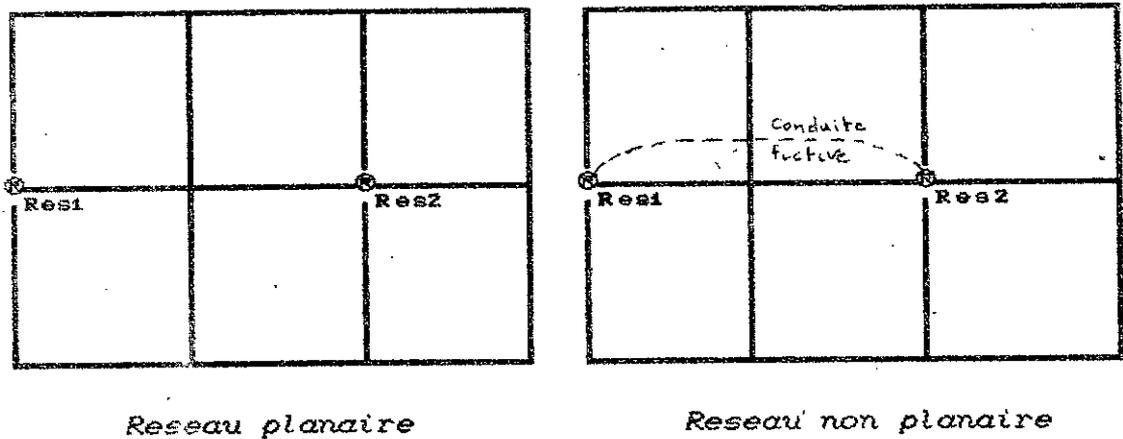
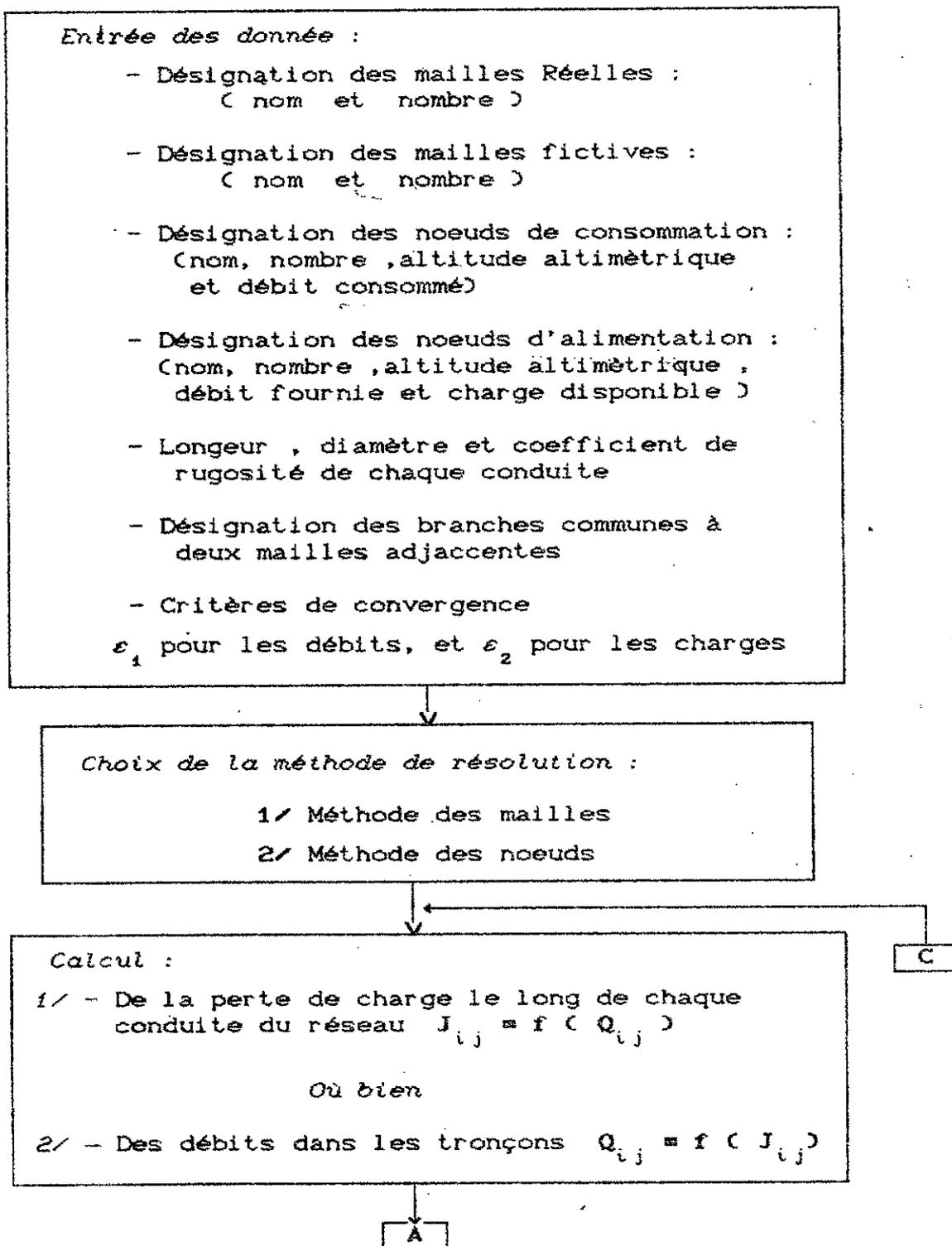
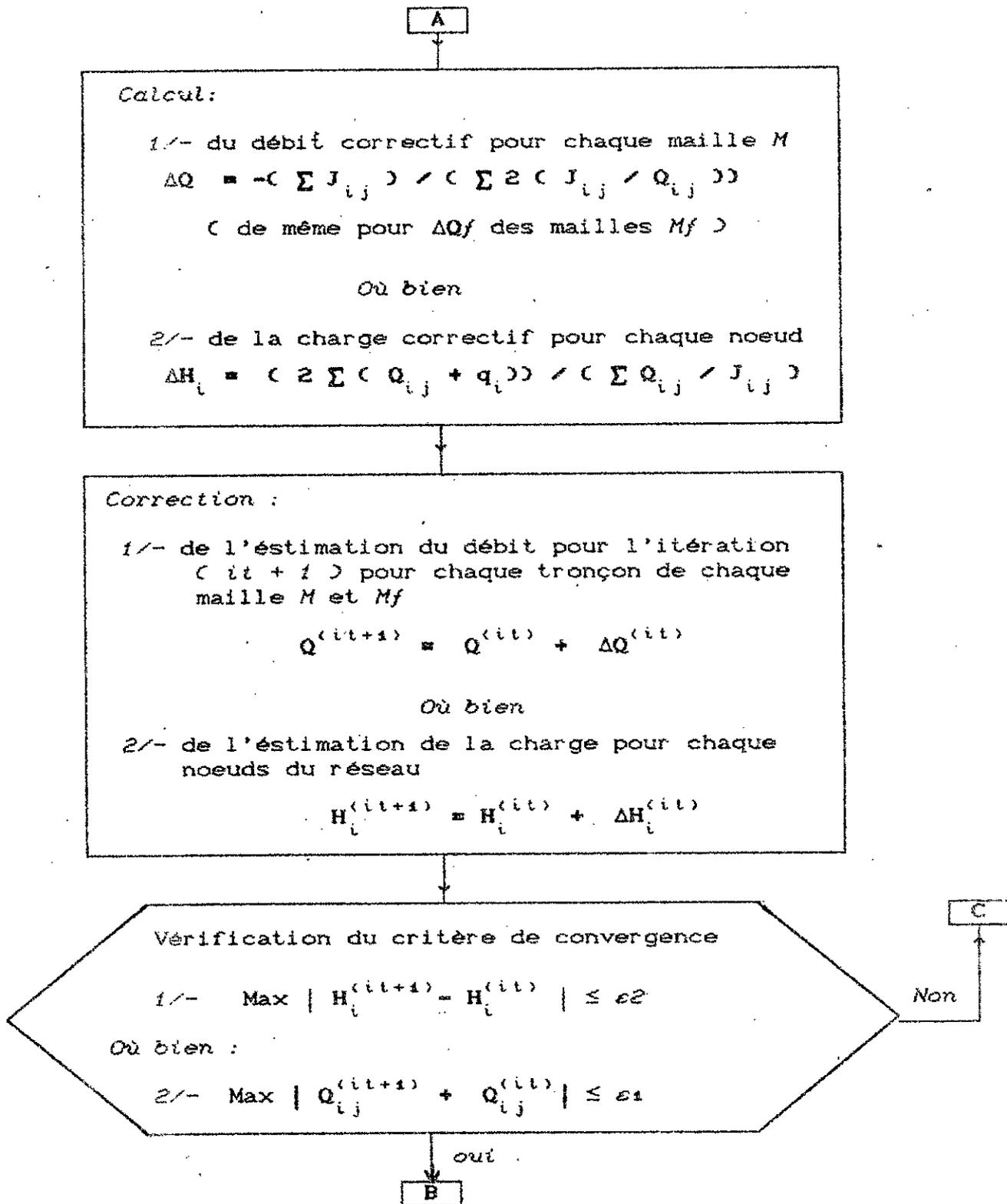
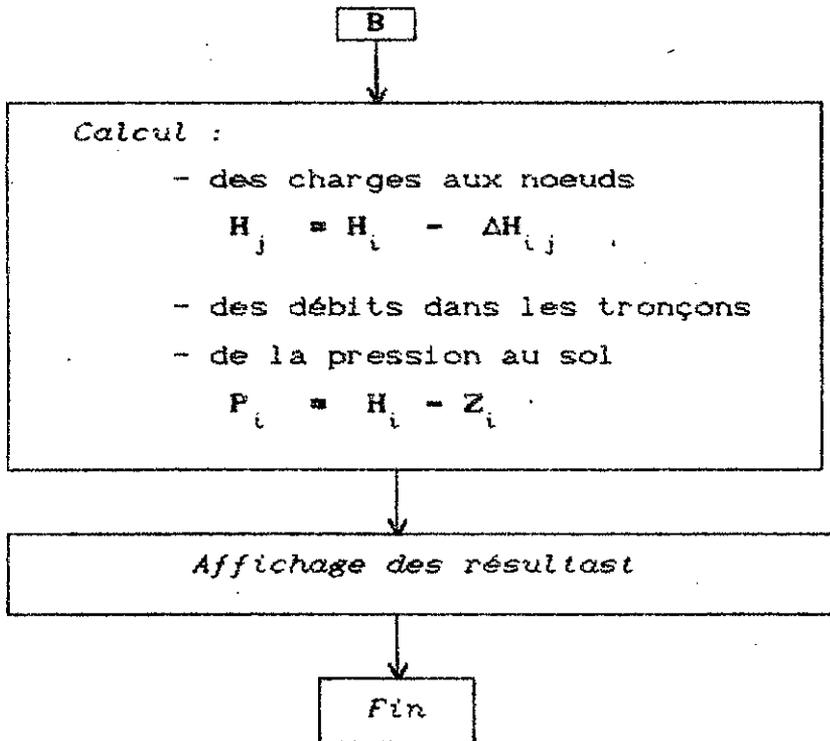


Fig 3.4

## 1.3 : ORGANIGRAMME DE RESOLUTION





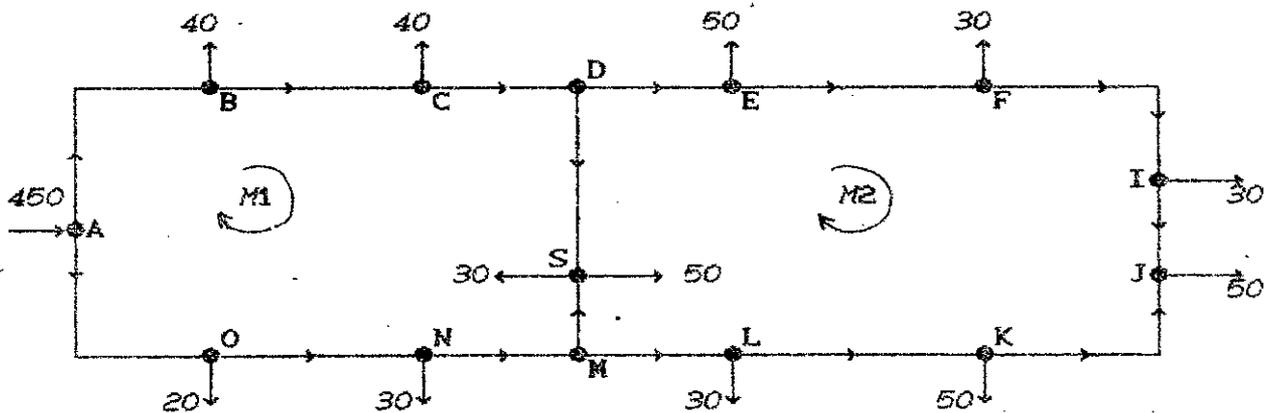


## II.4/ EXEMPLE D'APPLICATION

Soit le réseau de la figure 3.2 constitué de :

- deux mailles (M1) et (M2) définies par leurs sens positifs (choisi arbitrairement)
- quinze (15) tronçons de longueurs  $L_{ij}$ , diamètres  $D_{ij}$  et de rugosités connue  $\epsilon_{ij}$
- quatorze (14) noeuds avec les débits entrant ou sortant imposés (débit total 450 [l/s])

La première répartition des débits respectant la loi des noeuds est donnée dans la figure 3.2. Notons que cette répartition est probablement très proche de la solution exacte vue la simplicité du système. Le débit est donnée en [l/s]



L'équation de la perte de charge utilisée est de la forme

$$J = f \cdot L \cdot Q^{1.975} / D^{5.25}$$

avec  $R = f \cdot L / D^{5.25}$

La résistance hydraulique R sera spécifique à chaque tronçon.

$$\alpha = 1.975$$

$$Q = \text{Débit en [m}^3/\text{s]}$$

$$L = \text{longueur de la conduite [m]}$$

Les diamètres peuvent être calculés à partir de l'équation de continuité pour une vitesse moyenne,  $V$ , fixée au préalable :

$$Q = V S = V \frac{\pi D^2}{4} \quad D = \frac{2}{V \sqrt{\pi}} \sqrt{Q}$$

La valeur du diamètre ainsi trouvée sera prise égale à celle du diamètre commercial qui lui est directement supérieur ou inférieur, tout en respectant la contrainte de vitesse

$$V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$$

Les caractéristiques du réseau et les résultats du calcul sont donnés dans le tableau 3.1.

a) Résolution par la méthode classique (Méthode des mailles)

- La perte de charge totale le long de la Maille 1, avec les débits initiaux, est égale à :

$$\sum (J_{ij})_{(t=0)} = \sum (R_{ij} Q_{ij}^{1.975}) = + 1.14$$

Le débit correctif est de :

$$( \Delta Q_1 )_{(t=0)} = - \frac{\sum R Q^{1.975}}{1.975 \sum R Q^{0.975}} = - \frac{1.14}{1.975 * (- 423.77)}$$

$$( \Delta Q_1 )_{(t=0)} = + 0.00136 \text{ [ m}^3/\text{s} ]$$

- Pour la Maille 2

$$\sum (J_{ij})_{(t=0)} = \sum (R_{ij} Q_{ij}^{1.975}) = + 3.24$$

...

$$(\Delta Q_2)_{it=0} = - \frac{\sum R Q^{1.975}}{1.975 \sum R Q^{0.975}} = - \frac{3.24}{1.975 \times 426.56}$$

$$(\Delta Q_2)_{it=0} = - 0.00384 \text{ [m}^3\text{/s]}.$$

On applique alors simultanément les  $\Delta Q$  sur les deux mailles :

- Pour les tronçons de la Maille 1 :  $\Delta Q_1 = .00136 \text{ [m}^3\text{/s]}$
- Pour les tronçons de la Maille 2 :  $\Delta Q_2 = - .00384 \text{ [m}^3\text{/s]}$
- Pour les tronçons communes DS et SM,  $\Delta Q$  est la somme algébrique des corrections  $\Delta Q_1$  et  $\Delta Q_2$

$$\Delta Q_1 = 0,00136 - 0,00384 = - 0,00248 \text{ pour la maille M1}$$

$$\text{et } \Delta Q_2 = - 0,00136 + 0,00384 = 0,00248 \text{ pour la maille M2}$$

On obtient la colonne  $Q_1$  du tableau (3.1), et on recalcul J

$$\sum (J)_{(it=1)} = - 1,25 \text{ [ml]} \quad \text{le long de la Maille 1}$$

$$\sum (J)_{(it=1)} = 1,61 \text{ [ml]} \quad \text{le long de la Maille 2}$$

Le même processus itératif est utilisé jusqu'à obtenir la précision voulue .

b) Utilisation de la méthode de H. CROSS avec la correction des débits maille par maille :

Après avoir calculé  $\Delta Q_{(it=0)}$  pour la Maille 1 comme dans le cas précédant,  $\Delta Q_{(it=0)} = 0.00136$ , et avant de passer à la Maille 2, on applique cette correction à tous les tronçon de la maille notamment aux deux tronçons commun ( DS et SM ).

Les débits corrigés  $Q'_{(it=1)}$  (c'est à dire ceux de la 2ème approximation) est les valeurs des pertes de charge  $\Delta H'_{(it=1)}$  sont donnés dans le tableau (3.2). La perte de charge totale est égale à 3.52 .Le débit correctif à apporter à la Maille 2 sera :

$$\Delta Q'_{(it=1)} = - 3.52 / ( 1.975 * 1074 ) = - 0.0017$$

La correction  $\Delta Q'_{(it=1)}$  ainsi trouvée sera appliquée aux tronçons de la Maille 2 (Notamment aux tronçons communs (SD et MS) les valeurs  $Q'_{(it=1)}$  et  $J'_{(it=1)}$  sont données dans le tableau 3.2 , la somme des pertes de charge pour cette maille est :

$$\Sigma J'_{(it=1)} = 0.68$$

bien que la convergence se trouve améliorée pour chaque maille, la programmation et la mise en application de cette méthode est plus encombrante.

Maille 1

| Tronçon | D [m] | R   | 1 itération               |           | 2 itération               |           |
|---------|-------|-----|---------------------------|-----------|---------------------------|-----------|
|         |       |     | $Q_1$ [m <sup>3</sup> /s] | $J_1$ [m] | $Q_1$ [m <sup>3</sup> /s] | $J_1$ [m] |
| AB      | .500  | 54  | .280                      | 4.4       | .2814                     | 4.41      |
| BC      | .500  | 50  | .240                      | 2.98      | .2414                     | 3.02      |
| CD      | .500  | 40  | .200                      | 1.67      | .2014                     | 1.69      |
| DS      | .300  | 82  | .070                      | 4.31      | .0678                     | 4.05      |
| SM      | .125  | 419 | -.010                     | -4.69     | -.01228                   | -7.03     |
| MN      | .400  | 18  | -.120                     | -2.73     | -.1186                    | -2.67     |
| NO      | .450  | 10  | -.150                     | -2.36     | -.1486                    | -2.34     |
| OA      | .450  | 80  | -.170                     | -2.42     | -.1686                    | -2.36     |

tableau ( 3.1 - a )

Maille 2

|    | D [m] | R  |    |       | 1 iteration               |           | 2 iteration               |           |
|----|-------|----|----|-------|---------------------------|-----------|---------------------------|-----------|
|    |       |    |    |       | $Q_1$ [m <sup>3</sup> /s] | $J_1$ [m] | $Q_1$ [m <sup>3</sup> /s] | $J_1$ [m] |
| SD | .300  | 82 |    | -.070 | -4.32                     | -.0678    | -4.05                     |           |
| DE | .400  | 13 |    | .130  | 2.4                       | .1262     | 2.26                      |           |
| EF | .300  | 47 |    | .080  | 3.21                      | .0762     | 2.92                      |           |
| FI | .250  | 22 | 8  | .050  | 6.14                      | .0462     | 5.25                      |           |
| IJ | .150  | 51 | 8  | .020  | 2.28                      | .0162     | 1.5                       |           |
| JK | .200  | 68 | 7  | -.030 | -6.8                      | -.0338    | -6.55                     |           |
| KL | .300  | 47 |    | -.080 | -3.2                      | -.0838    | -3.52                     |           |
| LM | .350  | 90 |    | -.110 | -1.15                     | -.1138    | -1.23                     |           |
| MS | .125  | 41 | 90 | .010  | 4.68                      | .01228    | 7.03                      |           |

tableau ( 3.1 - b )

Maille 1

| Tronçon | $Q_{t=0}$ | $Q_{t=1}^*$ | $J_{t=1}^*$ |
|---------|-----------|-------------|-------------|
| AB      | .280      | .2814       | 4.41        |
| BC      | .240      | .2414       | 3.02        |
| CD      | .200      | .2014       | 1.69        |
| DS      | .070      | .0714       | 4.49        |
| CM      | -.010     | -.0066      | -3.48       |
| MN      | -.120     | -.1186      | -2.67       |
| NO      | -.150     | -.1486      | -2.34       |
| OA      | -.170     | -.1686      | -2.36       |

tableau ( 3.2 - a )

## Maille2

| Tronçon | $Q_{it=0}$ | $J'_{it=0}$ | $Q'_{it=1}$ | $J'_{it=1}$ |
|---------|------------|-------------|-------------|-------------|
| SD      | .0069      | -4.21       | -.0707      | -4.4        |
| DE      | .130       | 2.40        | .128        | 2.32        |
| EF      | .080       | 3.21        | .078        | 3.05        |
| FI      | .050       | 6.14        | .048        | 5.66        |
| IJ      | .020       | 2.28        | .018        | 1.84        |
| JK      | -.030      | -6.8        | -.032       | -7.67       |
| kL      | -.080      | -3.2        | -.082       | -3.37       |
| LM      | -.110      | -1.15       | -.112       | -1.19       |
| MS      | .0114      | -4.85       | .0097       | 4.41        |

tableau. ( 3.2 - b )

**- Conclusion :**

Dans notre modèle de calcul du problème d'équilibrage des reseaux maillé sous pression par la méthode de Hardy-Cross la répartition initiale des débits dans les branches est directement obtenu par resolution du system d'équation ( I - 4 ) linéarisé, cette estimation très proche de la solution finale a permis de minimiser le nombre d'itération nécessaire pour équilibrer le réseau, de diminuer le risque de divergence quand la taille du réseau augmente et de faciliter la prise en considération des divers organes hydrauliques (clapet, reducteur de pression ...etc) avec plusieurs réservoirs.

## CHAPITRE III

### METHODE DE LINEARISATION DE L'EQUATION DE PERTE DE CHARGE

#### III.1/ INTRODUCTION

L'étude de l'équilibrage des réseaux maillés en régime permanent est approchés dans cette méthode par l'algèbre linéaire, et les techniques d'analyse numérique. Le système d'équation à résoudre fait introduire :

- Les équations de continuité en chaque noeud
- et les équations de conservation de l'énergie sur chaque maille.

Ce système d'équation non linéaire en terme de perte de charge est remplacé dans la méthode décrite ci-après par un système linéaire traduisant un régime laminaire dans les conduites, la résistance hydraulique sera formulée en terme de débit. On expliquera plus loin le comportement oscillant des résultats (entre deux itérations successives) autour de la solution finale ainsi que les améliorations apporter au modèle.

### III.2/ FORMULATION MATHÉMATIQUE DE LA MÉTHODE LINÉAIRE

La technique proposée Wood & Charles (1972) reprise par (Lejeune & Al 1981) tente de réduire quelques inconvénients des méthodes actuelles pour la résolution par ordinateur du problème de la distribution des débits dans un réseau maillé tel que l'obligation d'adopter initialement une répartition des débits (ou des charges) qui satisfasse les équations de continuité aux noeuds et les équations des mailles (méthode de Hardy-Cross).

La méthode linéaire exposée ci-dessous est basée sur la linéarisation de la loi de perte de charge qui traduit en quelque sorte un régime laminaire à la loi :

$$J_{ij} = H_i - H_j = Q_{ij}^2 R_{ij} \quad (\text{III.1})$$

On substitue :

$$J_{ij} = H_i - H_j = Q_{ij} R_{ij} \quad (\text{III.2})$$

Les résultats comparatifs, relatifs à plusieurs schémas de réseau, à permis de conclure que la distribution des débits obtenus après la résolution du système linéaire à  $m$  équations de maille et  $n$  équations de noeud sont très peu différents des valeurs calculées par la méthode de Hardy-Cross.

Conclusion importante puisque ceci revient à résoudre un système de  $T$  équations linéaires à  $T$  inconnues, problème classique qui ne nécessite ni approximation successive ni répartitions initiales des débits.

Le procédé général de résolution est constitué des étapes suivantes :

- La détermination, d'une répartition initiale des débits en résolvant le système d'équation linéaire à  $t$  inconnues avec :

$$t = m + n - 1$$

$m$  : nombres de maille

$n$  : nombres de noeud

$$K_0 \vec{Q} = \vec{W} \quad \text{(III.3)}$$

avec :

$K_0$  : La matrice des données avec  $m$  rangées relatives aux équations de mailles, elles renseignent sur les coefficients de résistance  $R_{ij}$  et  $(t-m)$  lignes relatives aux équations de continuité aux noeuds. Les éléments de ces lignes ont pour valeur  $+1$  ou  $-1$  suivant le sens du débit.

$\vec{W}$  : Un vecteur dont les composantes valent zéro (où  $\Delta H$ ), s'il s'agit d'une équation de maille, qui correspondent aux valeurs  $q_i$  des débits soutirés au noeud  $i$  s'il s'agit d'une équation de continuité. ( $\Delta H$ , différence de charge entre deux noeud réservoir).

$\vec{Q}$  : le vecteur solution et qui représente les débits  $Q_{ij}$  dans l'ensemble des conduites  $(i, j)$ .

L'inversion de la matrice  $K_0$  permet d'obtenir la première solution du système.

$$\vec{Q}_0 = K_0^{-1} \vec{W} \quad \text{(III.4)}$$

Le vecteur solution  $\vec{Q}_0$  plus ou moins éloignée de la solution exacte est corrigée grâce à un processus itératif avec :

$$K_1 \vec{Q} = \vec{W} \quad (\text{III.4} \gg 2)$$

où  $K_1$  désigne la nouvelle matrice des données dont les coefficients de résistance initiaux  $(R_{ij})_0$  des  $m$  rangées relatives aux équations de mailles on été changés en fonction du débit par la transformation suivante :

$$(R_{ij})_1 = (R_{ij})_0 (Q_{ij})_0 \quad (\text{III.4} \gg 3)$$

On obtient ainsi les nouvelles valeurs des débits :

$$\vec{Q}_1 = K_1^{-1} \vec{W} \quad (\text{III.5})$$

ces débits servent à recalculer les nouvelles valeurs des coefficients de résistance pour l'itération suivante avec :

$$(K_{ij})_k (Q_{ij})_k = W_i \quad (\text{III.6})$$

et

$$(R_{ij})_k = (R_{ij})_0 Q_{k-1} \quad (\text{III.7})$$

avec  $(k = 1, 2, 3, \dots)$

Le processus itératif est arrêté quand le maximum de la différence des débits aux itérations  $k$  et  $k-1$  est inférieur à une tolérance fixée préalablement.

La seconde particularité de la méthode proposée est le façonnage particulier de la matrice  $[K]$ . Les coefficients sont disposés de façon à donner à la matrice une structure bande c'est à dire pour laquelle les éléments non nuls sont regroupés de manière relativement dense autour de la diagonale principale. Cela nous permettra de ne travailler qu'avec cette bande et de remédier aux inconvénients qui découlent de l'inversion des matrices de grande dimensions à savoir : le temps de calcul assez élevé, et une occupation importante de la mémoire d'ordinateur qui constitue une limite aux dimensions du réseau à calculer.

La transformation de la matrice des données initiale en matrice à structure bande est obtenu en interchangeant les lignes grâce à un vecteur  $B_k$  dont les composantes permettent le réarrangement ( voir § III.4.2c ).

Il y a lieu de signaler que le temps de calcul consacré à l'inversion de la matrice sera fonction de la largeur  $L_b$  de la bande. Il paraît dès lors de choisir une numérotation des conduites et des mailles qui permet de minimiser l'écart entre deux mailles contigues et des conduites aboutissant au même noeud.

### III.3/ AMELIORATION DE LA METHODE

#### III.3.1/ NUMEROTATION DU RESEAU

Pour travailler efficacement on propose de réaliser une numérotation conjointe des noeuds et des mailles, tandis que celle des tronçons se fera à part.

Lors de (re)numérotation du réseau, deux règles doivent obligatoirement être respectées afin d'éviter d'éventuels problèmes (division par zéro par exemple) lors de l'inversion de la matrice:

a) Un tronçon de numéros  $X$  doit intervenir dans une maille de numéro inférieur ou égale à  $X$ , et un noeud supérieur à  $X$ .

b) Le noeud ou la maille de numéro  $Y$  doit contenir au moins un tronçon de numéro inférieur à  $Y$ .

Ce travail peut être facilement réalisé manuellement, cependant un programme adéquat a été élaboré pour le rendre automatique pour cela une numérotation initiale même quelconque et nécessaire.

#### III.3.2/ CORRECTION DE LA REPARTITION INITIALE DES DIAMETRES

Bien que l'avantage essentiel de cette méthode et de ne pas être obligé de se fixer une répartition initiale (arbitraire) des débits, on est tout de même contraint d'imposer une répartition initiale des diamètres sur l'ensemble des tronçons pour procéder à l'équilibrage, ces diamètres seront corrigés après un premier équilibrage afin de vérifier les contraintes de vitesse. Un sous programme de redéfinition des diamètres a été développé.

### III.3.3/ AMELIORATION DE LA CONVERGENCE

L'application de la méthode linéaire telle qu'elle est proposée sur plusieurs schémas de réseau a permis de remarquer et de confirmer l'observation faite par Wood & Charles (1972) quant à l'oscillation (non convergence) des valeurs du vecteur résultat  $Q_k$  autour de la solution finale sans jamais l'atteindre.

Cette divergence est la conséquence de la formulation adoptée pour la résistance hydraulique.

\* Origine du problème :

L'expression générale de la résistance hydraulique  $R_{it}$  peut être exprimé en terme de débit ou en terme de perte charge ( § I.3.a ). La formule utilisée dans la méthode est du type :

$$R_{it} = C_{it} |Q_{it}|^{\alpha-1} \quad \text{avec } 1,8 \leq \alpha \leq 2$$

dans ce cas  $C_{it}$  est la valeur initiale de la résistance  $C_{it} = R_0$  et  $\alpha = 2$  d'où :

$$R_{it} = R_0 |Q_{it}| \quad \text{(III.8.a)}$$

soit :  $Q_p = a + b$  La solution du système d'équation linéaire à l'itération  $p$  avec :

$$K^p a = q \quad \text{équations aux noeuds}$$

et  $K^p b = 0$  équations aux mailles

si :  $|a_i| \geq |b_i|$  (III.8.b)

la solution du système à l'itération  $p+1$  sera donné par :

$$Q_{k+1} = a - b \quad \text{(III.8.c)}$$

Pour voir ceci, notons que l'équation (III.8.c) satisfait de tout évidence à la contrainte de continuité.

Dans les équations de perte de charge nous avons (pour  $R_i$  donné par l'équation (III.8.a) et  $a$  et  $b$  satisfaisant à l'inéquation (III.8.b) :

$$\begin{aligned} (R_i Q_i)_{p+1} &= R_o |a_i + b_i| (a_i - b_i) \\ &= R_o |a_i| \left(1 + \frac{b_i}{a_i}\right) a_i \left(1 - \frac{b_i}{a_i}\right) \\ &= R_o |a_i| a_i \left(1 - \frac{b_i^2}{a_i^2}\right) \end{aligned}$$

ceci implique que :

$$Q_{p+k} = a + (-1)^k b ; \text{ ce qu'il fallait démontrer :}$$

\* Solution proposée : ce problème a été facilement résolu en prenant comme nouvelles valeurs des débits la moyenne des deux derniers débits calculés pour chaque tronçon  $(Q_k + Q_{k-1}) / 2$ , avec cette transformation la convergence vers la solution finale se trouva améliorée.

### III.3.4) DETERMINATION DES DEBITS DE POINTE

C'est la dernière amélioration que nous avons introduit dans le modèle de calcul, elle représente un premier pas dans la recherche d'un dimensionnement optimum.

En effet, le calcul du réseau avec le débit de pointe déterminé par la méthode classique (en fonction du nombre d'habitants) revient à réaliser le système matériel de façon qu'il puisse satisfaire le service idéal ainsi défini, ceci entraînerait un surdimensionnement du réseau car les débits qui transitent sur un grand nombre de tronçons, ont une probabilité très faible d'être dépassée puisque l'ouverture des prises est un phénomène aléatoire. D'où la recherche de nouvelles formulations permettant de prendre en compte la réalité du fonctionnement du réseau, qui

fait que lors de l'étude d'un projet, on envisage de desservir des logements (foyer) et non chaque habitant (dotation). Dans ce qui suit l'unité consommation est le foyer et non pas comme cela se fait le plus souvent l'habitant.

#### a) MODELE PROBABILISTE : [Lebdi (1983)]

Dans ce cas on considère que les besoins pourraient ne pas être satisfaits par le réseau, si la probabilité d'apparition de ces derniers est exceptionnelle et faible, la défaillance étant aléatoire, de courte durée, et localisée dans le temps et l'espace.

Une telle défaillance a pour origine une accumulation locale de prises ouvertes. On admet que cette défaillance est acceptable, car elle permet une diminution notable du gabarit du réseau ( pompes, conduites....), donc de son coût, compensant largement la gêne que doit supporter l'utilisateur. Il faut que ce manque de fiabilité soit de faible probabilité, ce qui implique entre autre qu'il ne faut pas que ce soit les mêmes prises qui soient défaillantes de façon permanentes.

#### a.1/ METHODE DE CLEMENT

Considérons un ensemble de foyers, répondant aux critères suivant :

- Ils sont tous identiques (population homogène).
- Indépendants les uns des autres et leur consommation est purement aléatoire.
- Chaque foyer ouvre son robinet pour tout ou rien, au débit instantané  $D$  (critère de confort et de prévision d'avenir).

Si  $d$  est le débit fictif continu (sur 24 heures) correspondant à leur dotation journalière, la probabilité  $P$  d'ouverture des robinets est :

$$P = d / D$$

Le nombre probable de ceux dont le robinet est ouvert s'écrit :

$$m = N P = N d / D$$

ou :  $N$  est le nombre de foyers ou d'abonnés à l'aval du tronçon considéré.

Les contraintes de vie en collectivité sont telles que  $P$  prendra des valeurs différentes selon qu'on soit aux heures de pointe ou non. La consommation moyenne de ces  $N$  abonnés sera :

$$q_{\text{moy}} = N P D$$

Le débit de consommation des  $N$  abonnés est compris dans la fourchette  $(0, q_{\text{max}})$  avec  $q_{\text{max}} = N D$

La variable aléatoire  $X$ , représentant le nombre d'abonnés  $i$  tirant de l'eau à un instant donné parmi les  $N$  abonnés avec une probabilité d'ouverture des robinets  $P$ , suit une loi binomiale de paramètre  $N$  et  $P$ .

C'est à dire que  $X$  prend la valeur de  $i$  avec la probabilité  $P(i)$  tel que :

$$P(i) = C_N^i P^i (1-P)^{N-i}$$

Des études détaillées en terme de probabilité ont montré qu'on peut substituer (sans perte de précision), en fonction du produit  $(N \cdot P)$ , à la loi binomiale

- La loi de GAUSS si  $N \cdot P \geq 10$
- La loi de POISSON si  $N \cdot P < 10$

La loi binomiale peut ainsi être remplacée dans tous les cas afin de simplifier les calcul et de minimiser le temps de calcul sans perte de précision.

Il faut noter que cette méthode définit le réseau de distribution d'eau potable par deux paramètres :

- La probabilité P d'ouverture d'un robinet chez un abonné qui est une expression en fonction de la demande.
- Le taux d'homogénéité  $\mathcal{K}$  qui est une mesure de l'homogénéité de la demande sur le réseau.

Pour N abonnés, une probabilité d'ouverture P et un taux d'homogénéité  $\mathcal{K}$ , on définit la fourchette de débit de pointe, tel que la probabilité que ce dernier soit entre deux valeurs  $q_1$  et  $q_2$  soit égale à  $1 - \mathcal{K}$ .

#### a.1.1/ APPROXIMATION DE LOI BINOMIALE PAR LA LOI NORMALE

Si N est suffisamment grand et P pas trop petit (voisin de 0,5) la variable aléatoire X, suit une loi normale, de moyenne M et de variance  $\sigma$ , la probabilité P est calculée par la fonction intégrale de la loi normale centrée réduite  $\Pi(U)$

$$P = \Pi(U) = \int_{-\infty}^x \phi(U) dU$$

avec :

$\phi(X)$ : la densité de probabilité de la loi normale :

$$\phi(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 * X^2}$$

et U : la variable centrée réduite :

$$U = \frac{\bar{X} - m}{\sqrt{\sigma}}$$

ou :

$$m = N P$$

et  $\sigma = N P (1 - P)$

On peut donc définir le nombre probable  $X$  d'abonnés dont le robinet est ouvert par la relation :

$$X = U \sigma + m = N P + U \sqrt{N P (1 - P)}$$

et les deux valeurs,  $q_1$  et  $q_2$  des débits sont calculés pour  $N.P \geq 10$  de la manière suivante :

$$q_1 = (N P + U \sqrt{N P (1 - P)}) D$$

$$q_2 = (N P - U \sqrt{N P (1 - P)}) D$$

$U$  est donnée par des tables il est lié à  $\mathcal{X}$  par la relation

$$\phi(U) = 1 - \mathcal{X} / 2$$

#### a.1.2/ APPROXIMATION DE LA LOI BINOMIALE PAR LA LOI DE POISSON :

Il est bien connu que, sous certaines conditions ( $NP < 10$ ) une loi binomiale de paramètre  $N$  et  $P$  peut être approchée par une loi de poisson, l'équation de probabilité devient :

$$P(X) = e^{-m} \frac{m^X}{X!} \quad \text{avec} \quad m = N.P$$

et les débits  $q_1$  et  $q_2$  prennent pour valeurs :

$$q_1 = n_1 \cdot D$$

$$q_2 = n_2 \cdot D$$

$n_1$  et  $n_2$  sont définis par les formules suivantes :

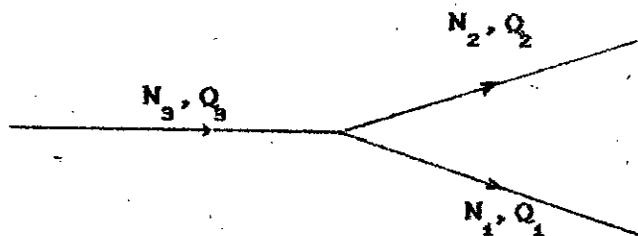
$$1 - \alpha / 2 = \sum_{i=1}^{n1} e^{-NP} \frac{(NP)^i}{i!}$$

$$\alpha / 2 = \sum_{i=1}^{n2} e^{-NP} \frac{(NP)^i}{i!}$$

\* REMARQUE SUR LA LOI DE CONTINUITÉ

Dans le cas où l'on choisit un modèle probabiliste pour la détermination du débit de pointe en considère non pas des débits réels (cas de la méthode classique par habitant, ou des formules empiriques exposées plus haut) mais des probabilités de débits limites atteints. Pour des appels connus l'équation de continuité au noeud est toujours vérifiée. Mais par contre pour les appels aléatoires, les probabilités de satisfaction des débits ne s'ajoutent pas. On voit facilement que la probabilité de débit à prendre en compte pour vingt foyers n'est nullement égale à deux fois la probabilité de débits de dix foyers. De ce fait la méthode que nous utiliserons, pour l'équilibrage des réseaux, lorsque les appels sont aléatoires, prend en compte le foisonnement de la demande. En effet, on constate qu'en période de pointe, le débit demandé est une fonction croissante, non linéaire, du nombre d'abonnés N, demandant ce débit.

Si on définit par f, la fonction de foisonnement, et par  $N_1, N_2$ , les nombres de consommateurs desservis par les tronçons 1 et 2, nous avons les deux cas suivants :



$N_1$  : nombre d'abonnés desservies par la tronçon 1

$N_2$  : nombre d'abonnés desservies par la tronçon 2

$N_3$  : nombre total d'abonnés à desservir

$Q_1, Q_2$  et  $Q_3$  : Sont respectivement les débits dans les tronçons 1, 2,

1/ Cas des appels certains :

$$\begin{cases} Q_1 = f(N_1) \\ Q_2 = f(N_2) \\ Q_3 = f(N_3) \end{cases}$$

avec :  $N_3 = N_1 + N_2$  et  $Q_3 = Q_1 + Q_2$

2/ Cas des appels aléatoires :

en se fixant une probabilité de satisfaction  $P_0$  on a :

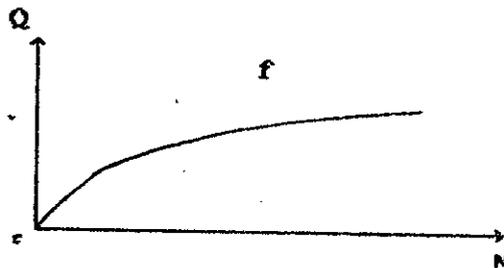
$$\begin{cases} Q_1 = f(N_1) \\ Q_2 = f(N_2) \\ Q_3 = f(N_3) \end{cases}$$

avec :  $N_3 = N_1 + N_2$  et  $Q_3 \leq Q_1 + Q_2$

La fonction  $Q = f(N)$  s'écrit avec les conditions suivantes :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(N) \text{ croissante} \\ f(N_1 + N_2) \leq f(N_1) + f(N_2) \end{cases}$$

La fonction  $f^{-1}$  existe puisque  $f$  est monotone, son allure est la suivante.



transformons l'équation de continuité à l'aide de la fonction  $f$  d'après l'équation (I.3) :

$$\sum Q_i + q_i = 0$$

$$\sum_{(i \in a_s)} Q_s + \sum_{(i \in a_e)} Q_e + q_i = 0$$

$Q_s$  : débit sortant du noeud

$Q_e$  : débit entrant dans le noeud

en terme d'abonnés l'équation devient :

$$\sum a_s = \sum a_e + N$$

$a_s$  = abonnés entrants

$a_e$  = abonnés sortants

$N$  = nombre total d'abonnés à l'aval du noeud considéré

$$f(\sum a_s) = f(\sum a_e + N)$$

Soit  $Q = Q_0 + dq$ , sachant que  $q = f(n)$  on aura :

$$f'(n) = 1 / f^{-1}(Q)$$

où encore :

$$f(\sum f^{-1}(Q_s)) = f(\sum f^{-1}(Q_e) + N)$$

$$f \left[ \sum f^{-1}(Q_0^e + dq) \right] = f \left[ \sum f^{-1}(Q_0^e + dq) + N \right]$$

$$f \left[ \sum f^{-1}(Q_0^e) + \sum f^{-1}(Q_0^e) dq \right] = f \left[ \sum f^{-1}(Q_0^e) + \sum f^{-1}(Q_0^e) dq + N \right]$$

$$f \left[ \sum n_0^e + \sum \frac{dq}{f'(n_0^e)} \right] = f \left[ \sum n_0^e + N + \sum \frac{dq}{f'(n_0^e)} \right]$$

$$f(\sum n_0^e) + \sum \frac{f'(\sum n_0^e)}{f'(n_0^e)} dq = f(\sum n_0^e + N) + \sum \frac{f'(\sum n_0^e + N)}{f'(n_0^e)} dq$$

en remplaçant dq par sa valeur on obtient :

$$\sum Q_0^e \frac{f'(\sum n_0^e)}{f'(n_0^e)} - \sum Q_0^s \frac{f'(\sum n_0^s + N)}{f'(n_0^s)} = f(\sum n_0^e + N) - f(\sum n_0^e)$$

$$+ \sum Q_0^e \frac{f'(\sum n_0^e)}{f'(n_0^e)} - \sum Q_0^s \frac{f'(\sum n_0^s + N)}{f'(n_0^s)}$$

$Q_0$  : débit estimé à l'itération zero (0)

$Q$  : débit à l'iteration suivante

$e$  et  $s$  : indices désignant respectivement l'ensemble des tronçons adjacents à un noeud pour lequel le débit est entrant , et l'ensemble des tronçons adjacents au noeud pour lequel le débit est sortant .

#### a.2/ FORMULE DE Tribut : Tribut (1969)

Soit un ensemble de  $N$  abonnés doués des caractéristiques décrit plus haut.

Si :

$d$  = est le débit fictif continu

$D$  = le débit instantané

Le temps quotidien pendant lequel un foyer quelconque, pris au hasard, tire de l'eau sera égale à :

$$t = 24 \cdot d / D \quad (t \text{ en heures})$$

la probabilité de trouver un foyer entrain de puiser de l'eau sera :

$$P = \frac{t}{24} = d / D$$

avec  $m = N P$  (nombre d'abonné tirant de l'eau à l'instant  $t$ ).

En réalité, le nombre de foyer tirant effectivement de l'eau à l'instant considéré sera rarement égal au nombre probable  $N \cdot P$ , on constate généralement un écart par rapport à cette valeur, et le nombre réel sera :

$$m_R = n p + h$$

$h$  : écart absolu (exprimé en nombre de foyer) il représente le nombre d'abonnés tirant de l'eau à l'instant donné, parmi  $N$  abonnés.

Tribut propose pour la détermination de  $q$  (débit de pointe consommé au noeud) la formulation suivante :

$$q = d ( N k_{\infty} + \sqrt{N} \lambda \sqrt{k_{\infty} ( P - 2 K_{\infty} ) + T} )$$

avec :  $\lambda$  l'écart réduit, conditionnant la fiabilité du réseau

$$\lambda = \frac{X}{\sqrt{2 N P ( 1 - P )}} \quad \text{compris dans l'intervale } 1.5 \leq \lambda \leq 2$$

$X$  : le nombre d'abonnés tirant de l'eau à un instant donné, parmi  $N$  abonnés.

T : constante d'ajustement pour  $N = 1$

$K_{\infty}$  : la valeur asymptotique vers laquelle tend le coefficient de pointe pour un très grand nombre de foyers.

$d N K_{\infty}$  : le débit de pointe probable aux heures de pointes.

L'utilisation de la formule de Tribut nécessite l'ajustement des paramètres :  $\lambda$ , T,  $K_{\infty}$ , d, et D pour le réseau étudié.

Par exemple pour une zone urbanisée à caractère résidentiel la relation décrite ci-dessus devient :

$$q = 0,334 + 0,018 N + 0,137 \sqrt{N}$$

avec  $\lambda = 1.5$ ,  $k_{\infty} = 1.8$ ,  $D = 0.5$  [l/s] et  $d = 0,01$  [l/s]

## b) METHODE EMPIRIQUE

Ces formules sont basés sur l'expérience et les divers mesures de débits dans les réseaux. L'unité de consommation est le foyer.

### b.1/ FORMULE DES PLOMBIERS

Cette formule est utilisée en générale pour le calcul des réseaux de distribution en bon état.

$$q = a N \frac{b N}{\sqrt{b (N - 1)}}$$

ou :

q = débit en [l/s]

a = débit maximum d'un robinet en [l/s]

b = nombre de robinets par foyer

N = nombre d'abonnés ( foyer ).

b.2/ FORMULE DE L'AVEYRON

C'est une formule empirique de la forme :

$$q = a N \frac{N + b}{N + c}$$

avec :  $q$  = débit en [l/s]

$N$  = nombre de foyers

$a, b, c$  = constante à déterminer

par exemple pour le réseau de l'AVEYRON on a :

$$a = 0.05 , \quad b = 23 \quad \text{et} \quad c = 2$$

Cette formule est applicable pour des réseaux où la période de pointe est très courte, ou qui nécessite une marge de sécurité élevée.

III.4/ DESCRIPTION DU LOGICIEL DE CALCUL

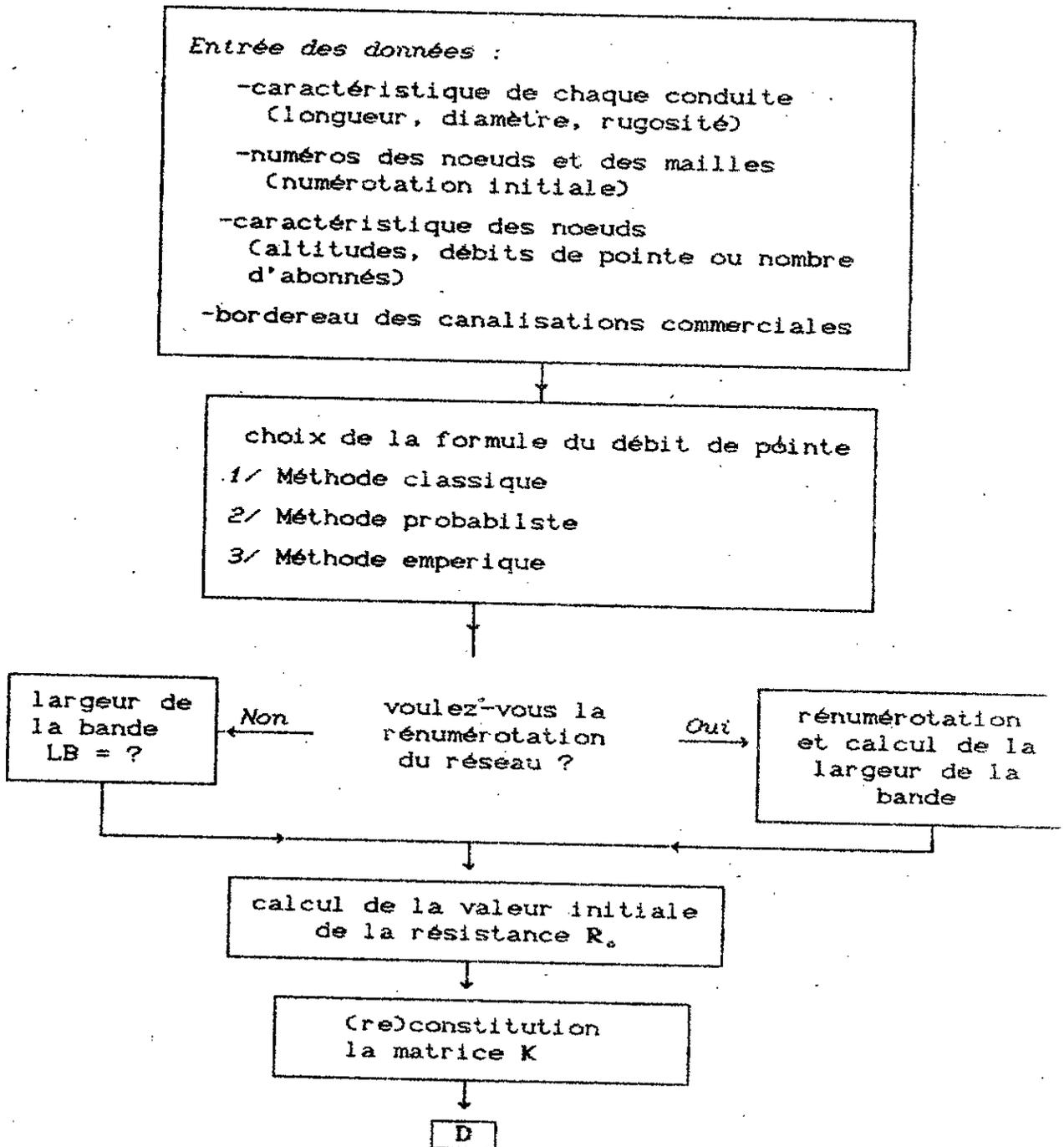
Le système d'équation à résoudre est formé par l'ensemble des équations de continuité, et de perte de charge linéarisé.

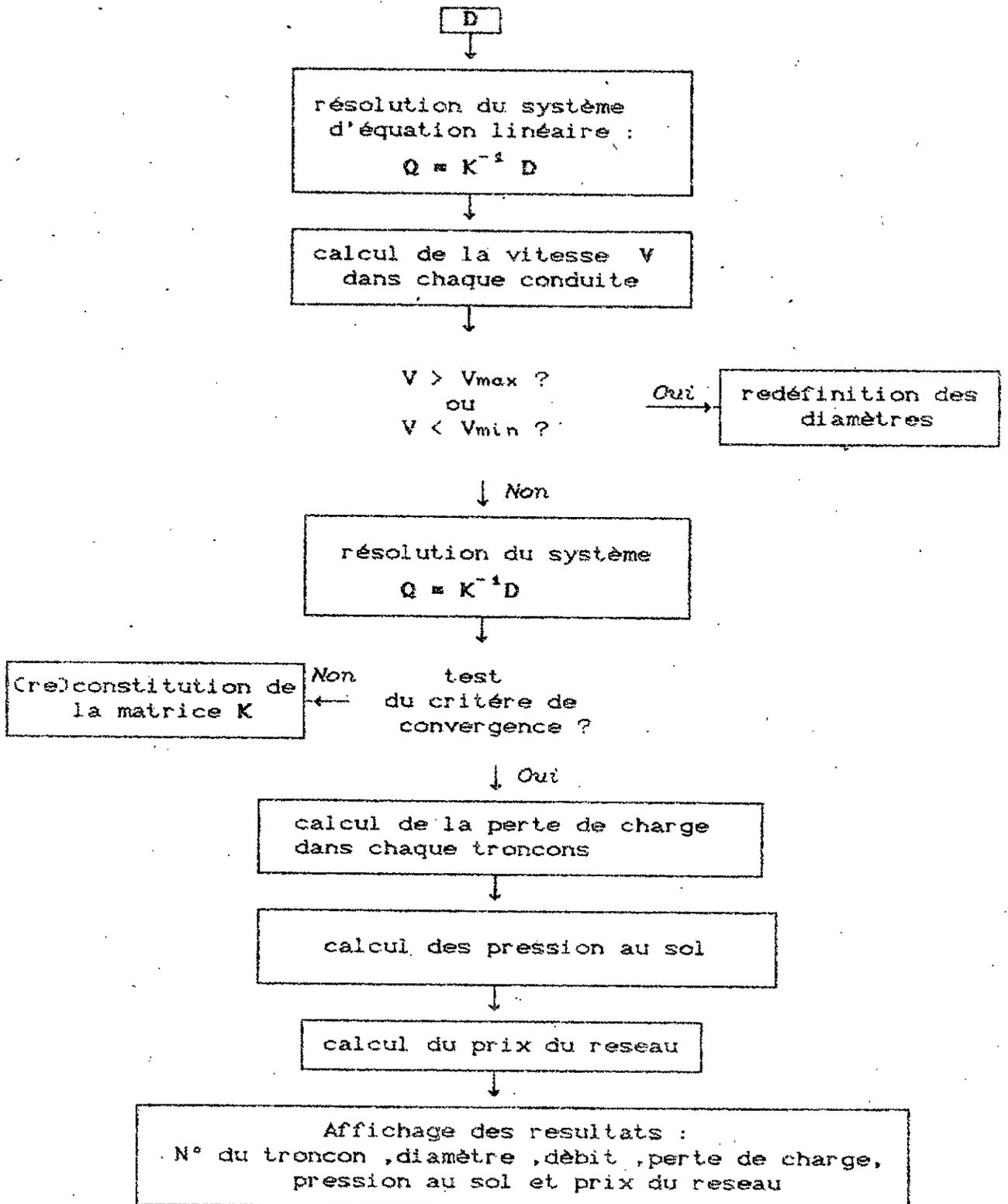
$$\sum Q_{ij} + q_i = 0 \quad (n - 1 \text{ équations})$$

$$\sum R_{ij} Q_{ij} = 0 \quad (m \text{ équations})$$

$$\sum R_{ij} Q_{ij} = \Delta H_r \quad (n_r - 1 \text{ équations } M_f)$$

III.4.1/ ORGANIGRAMME DE LA METHODE





### III.4.2/ DESCRIPTION DES SOUS PROGRAMME

#### a) L'ENTREE DES DONNEES :

Les données de base nécessaires pour le calcul sont lues par le programme à partir de trois fichiers :

1/- Le premier fichier renseigne sur les caractéristiques de chaque tronçon (huit informations pour chaque tronçon) à savoir :

\* Les numéros des mailles aux quelles il appartient sur deux colonnes si le tronçon considéré appartient à une seule maille, la deuxième colonne est un zéro (0). Chaque numéro différent de zéro est précédé d'un signe ( + ou - ) en fonction du sens d'écoulement dans le tronçon par rapport au sens positif arbitraire de la maille.

\* Les numéros des noeuds aval et amont (extrémité du tronçon), ces numéros sont aussi d'un signe ( + ou - ), + si le débit est sortant, - si le débit est entrant.

\* Et enfin le numéro du tronçon, sa longueur, son diamètre et sa rugosité. Le fichier contient autant de lignes que de tronçons.

2/- Le second fichier renseigne sur les caractéristiques de chaque noeud, c'est un tableau à deux (2) colonnes. Altitude, débit de pointe (ou nombres d'abonnés).

Comme nous avons utilisé une numérotation conjointe des noeuds et des mailles, on placera un zéro à chaque ligne correspondant à une maille.

Le débit prélevé au noeud (ou le nombre d'abonné) et précède d'un signe (+ ou -) selon le sens au débit (sortant ou entrant), il y a ( m + n ) lignes ( m = mailles et n = noeuds).

3/- Le troisième fichier est le bordereau des canalisations commerciales, il peut contenir autant de lignes que de diamètres standards. Chaque ligne contient trois colonnes : le diamètre, le prix [ en DA par ml. ] fourniture et pose et la vitesse maximale admise.

#### b) SOUS PROGRAMME DETERMINATION DES DEBITS DE POINTE

Autre que la méthode traditionnelle (où les débits de pointe sont introduits dans la deuxième colonne du deuxième fichier de données) l'utilisateur a le choix entre les quatre formulations décrites plus haut ( modèle *probabiliste* , formule de Tribut , formule d'Aveyron et formule des Plombiers ).

La donnée nécessaire pour l'utilisation de ces formules sera le nombre de foyer (abonnés) à desservir à l'aval du tronçon considéré (a deuxième colonne sera remplacée par cette donnée avec la conservation du signe de débit). Cependant le calibrage des constantes adimensionnelles (ou non) qui apparaissent dans chaque formule doit faire l'objet d'une étude statistique sur des réseaux déjà existants. Cette étude devrait nous renseigner sur des mesures de débits réels aux heures de pointe, la nature de la population desservie et le nombre de foyer où de compteur.

#### c) SOUS PROGRAMME RENUMEROTATION DES NOEUDS ET DES MAILLES ET CALCUL DE LA LARGEUR DE LA BANDE

Pour la renumérotation des noeuds, et des mailles on a utilisé l'algorithme suivant :

Si on désigne par :

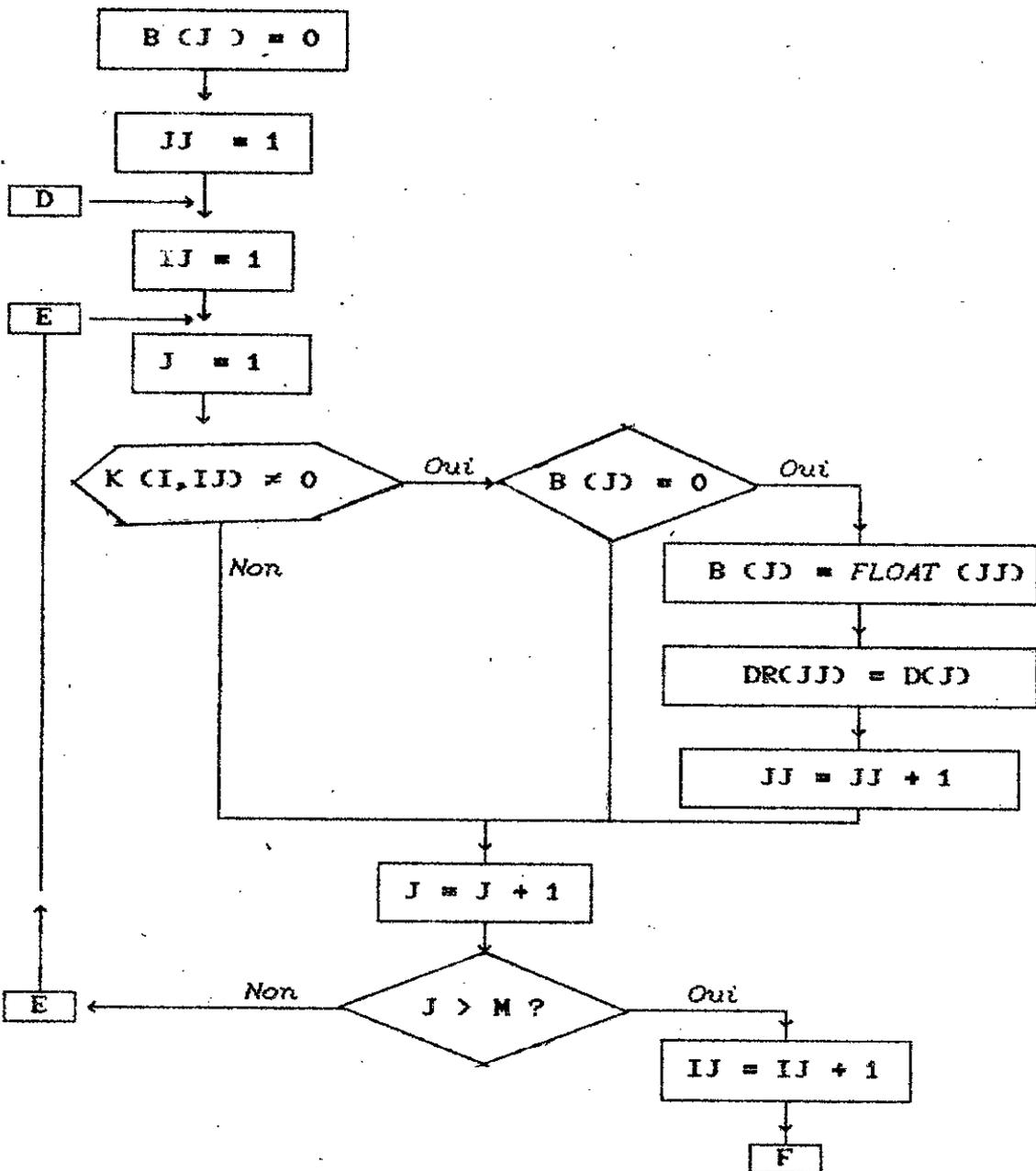
t : le nombre de conduite

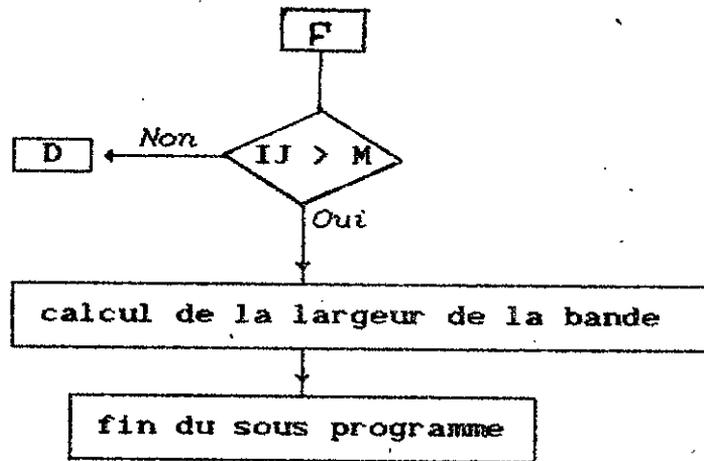
$K(I, IJ)$  : la matrice des données

$D(J)$  : le vecteur des débits soutirés ou injectés au noeud

$B(J)$  : un vecteur de test

l'organigramme s'écrit :





#### d) RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE PAR CROUT-CHOLESKY

Lorsqu'on est amené à utiliser la même matrice pour résoudre plusieurs fois le système il est intéressant d'employer des méthodes adéquates telle que la méthode de Crout - Cholesky qui consiste à factoriser la matrice K, et la remplacer par le produit de deux matrices notées L - R (Left - Right).

Ces matrices sont respectivement triangulaires inférieures et triangulaires supérieures. Les coefficients de la diagonale de la matrice L sont égaux à l'unité.

$$K = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{vmatrix} \implies L = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ L_{21} & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L & L & \dots & 1 \end{vmatrix} \text{ et } R = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ 0 & R_{22} & R_{23} & R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & R_{nn} \end{vmatrix}$$

avec  $a_{ij} = \sum L_{ik} R_{jk}$

Le système  $K Q = D$  devient  $L R Q = D$

En posant :  $R Q = Y$  le système peut être résolu en deux étapes :

- calcul de Y (à partir de L et D) :  $L Y = D$
- calcul de Q (à partir de R et Y) :  $R Q = Y$

La méthode a été modifiée pour ne prendre en considération que la largeur de la bande précédemment calculée.

e) CALCUL DE LA VALEUR INITIALE DE LA RESISTANCE HYDRAULIQUE

La valeur initiale  $R_o$  de la résistance hydraulique dépend du choix de l'équation de perte de charge :  $J = f L Q^\alpha D^{-\beta}$

C'est la formule de Hazen - Williams qui est utilisée dans notre programme, elle s'écrit :

$$J = 10.69 \frac{1}{C^{1.852}} L Q^{1.852} D^{-4.865}$$

d'où  $f = 10.69 \frac{1}{C^{1.852}} , \alpha = 1.852 , \beta = 4.865$

avec :

Q : débit en [ m<sup>3</sup>/s ]

D : Diamètre en [ m ]

L : longueur en [ m ]

C : coefficient de Hazen-Williams (voir tableau 1 - Cemagref 1986)

$\epsilon$  : coefficient de rugosité. [ mm ]

|                   |    |     |     |     |     |     |      |       |
|-------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-------|
| $\epsilon$ [ mm ] | 2. | 1.  | .5  | .25 | .1  | .05 | .025 | 0     |
| C                 | 95 | 106 | 116 | 130 | 136 | 141 | 145  | 146.5 |

tableau 1

en fonction du C choisie on déduit la valeur de  $f = f(\epsilon)$

d'où

$$R_o = f L D^{-4.865}$$

Plusieurs autres formules ont été proposées en bibliographie telle la formule de Manning-Stricler où l'équation de perte totale est donnée par :

$$J = 6.345 n^2 L \frac{V^2}{D^{4/3}}$$

avec  $V$  : la vitesse moyenne ;  $V = \frac{4 Q}{\pi D^2}$

$$J = 10.286 n^2 L Q^{1.85} D^{-5.33}$$

d'où  $f = 10.286 n^2$  ;  $\alpha = 1.85$  et  $\beta = 5.33$

et  $R_o = f L D^{-5.33}$

Le coefficient  $n$  caractérise la nature des parois de la conduite, il varie de 0.0140 (conduite très incrustée) à 0.05 (conduite faiblement incrustée).

Le choix de ces formules est désormais limité par le domaine de l'expérience qui a permis de les établir. Par ailleurs, toutes ces formules sont imprécises en ce qui concerne la définition de la nature et de la rugosité des parois (choix des coefficients  $C$  et  $n$  pour les deux formule précédentes, d'où le recours à des formulations plus précises faisant intervenir les caractéristiques de la conduite et le régime d'écoulement défini par le nombre de Reynolds  $R$ .

L'équation générale de la perte de charge totale s'écrit dans ce cas :

$$J = \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2g} L = \frac{8 \lambda L_e}{\pi^2 g} Q^2 D^{-5}$$

$\lambda$  : coefficient de perte de charge linéaire

$1.8 \leq \alpha \leq 2$  et  $\beta \approx -5$

$g$  : accélération de la pesanteur :  $g = 9.81$

$L_e$  : longueur efficace de la conduite

$$L_e = L + \frac{D}{\lambda} \sum \xi_i$$

$L$  : longueur géométrique

$\xi_i$  : pertes de charge singuliers

Une telle formulation fera l'objet d'une amélioration probable de la méthode puisque la convergence est étroitement liée à la valeur initiale de la résistance.

Dans ce cas :  $R_0 = 8 \lambda / g L D^{-5}$

#### e) SOUS PROGRAMME REDEFINITION DES DIAMETRES

Après avoir calculé les débits d'équilibrage avec les diamètres initiaux, on vérifie pour chaque tronçon du réseau, les contraintes de vitesse imposées au paragraphe ( II.4.2 ). La vitesse minimale est prise égale à 0.33 fois la vitesse maximale donnée par la deuxième colonne du troisième fichier de données.

$$V_{min} = 0.33 * V_{max}$$

On distingue 3 cas :

e1 - la vitesse moyenne (  $V = 4 Q / \pi D_0^2$  ) est comprise entre la vitesse maximale (  $V_{max}$  ) et la vitesse minimale le diamètre initial est sauvegardé.

e2 - la vitesse moyenne est supérieure à la vitesse maximale, le diamètre initial est remplacé par le diamètre qui lui est directement supérieur dans le bordereau de canalisation.

- révérifier la vitesse, si  $V < V_{max}$  sauvegarder D si non aller à e2.

e3 - de même que pour e2, mais dans ce cas si la vitesse moyenne est inférieure à la vitesse minimale le diamètre sera remplacé par le diamètre qui lui est directement inférieur dans le bordereau commercial, tout en vérifiant les contraintes de vitesses.

#### REMARQUE :

Dans le cas actuel si le diamètre est le plus petit dans le bordereau ou encore le plus grand, celui-ci est pris par défaut quelque soit la vitesse d'écoulement.

En pratique ceci ne peut être admis et la recherche d'un diamètre équivalent est indispensable, ceci peut se faire par la relation ci-dessous :

$$D = ( D_1^{2.63} + D_2^{2.63} ) \quad (\text{CEMAGREF. 1986})$$

Les exposantes sont calculées d'après la formule de Hazen-Williams.

#### 3) DETERMINATION DES CHARGES AUX NOEUDS ET DE LA PRESSION AU SOL

Après avoir calculé les débits dans chaque tronçon (avec leur signe), on procède au calcul des charges aux noeuds à partir d'au moins un noeud à charge connue (réservoir, source, .....etc).

Pour le faire le programme utilise la numérotation des noeuds stockés dans les colonnes trois (3) et quatre (4) du fichier principal des données, le travail consiste à repérer le noeud connu et calculer la charge au noeud associé sur la même ligne et de même pour tous les noeuds associés à ce noeud connu. Ces nouvelles valeurs serviront de base pour le calcul des diverses autres charges.

Les charges piézométriques étant connues on déduit la pression au sol sachant que :

$$P = H - Z$$

avec :

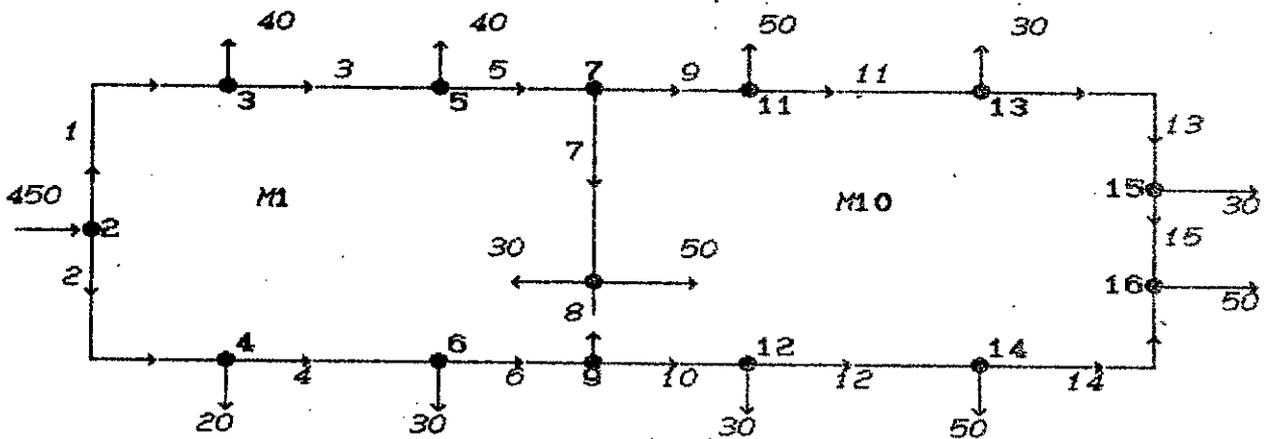
P : pression au sol en [ m ]

H : charge piézométrique au noeud en [ m ]

Z : altitude altimétrique en [ m ]

III.5/ APPLICATION NUMERIQUE

Soit le réseau étudié au paragraphe ( § II.4 ) défini par la figure ci-dessus :



Legende :

—●— : noeud n° 5

—4— : tronçon n° 4

30 50

←●→ : noeud de consommation avec des débits soutirés de 30 et 50

M1, M2 : mailles

Description du premier fichier de données (8 informations)

Dans le tableau si dissous :

Le numéro du noeud (16) est remplacé par zéro (0) car son équation est rédundante ( celle-ci est supprimée par un choix arbitraire ).

|        | 1   | 2    | 3   | 4    | 5   | 6     | 7     | 8          |
|--------|-----|------|-----|------|-----|-------|-------|------------|
| N°trou | M I | M II | N I | N II | N°D | D [m] | L [m] | $\epsilon$ |
| 1      | 1   | 0    | 2   | -3   |     | .500  |       |            |
| 2      | -1  | 0    | 2   | -4   |     | .500  |       |            |
| 3      | 1   | 0    | 3   | -5   |     | .500  |       |            |
| 4      | -1  | 0    | 4   | -6   |     | .300  |       |            |
| 5      | 1   | 0    | 5   | 7    |     | .125  |       |            |
| 6      | -1  | 0    | 6   | -9   |     | .400  |       |            |
| 7      | 1   | -10  | 7   | -8   |     | .450  |       |            |
| 8      | -1  | 10   | -8  | 9    |     | .450  |       |            |
| 9      | 10  | 0    | 7   | -11  |     | .400  |       |            |
| 10     | -10 | 0    | 9   | -10  |     | .300  |       |            |
| 11     | 10  | 0    | 11  | -13  |     | .250  |       |            |
| 12     | -10 | 0    | -14 | 12   |     | .150  |       |            |
| 13     | 10  | 0    | 13  | -15  |     | .200  |       |            |
| 14     | -10 | 0    | 0   | 14   |     | .300  |       |            |
| 15     | 10  | 0    | 15  | 0    |     | .350  |       |            |

Lecture du tableau :

- Le tronçon 3 appartient à la maille 1 avec un sens positif ( $M I = 1$ ) et n'appartient à aucune autre maille ( $M II = 0$ ), le débit sort du noeud 3 ( $N I = 3$ ) et rentre dans le noeud 5 ( $N II = -5$ ).

- Le tronçon 8 appartient à la maille 1 avec un sens négatif ( $M I = -1$ ) il est commun à la maille n° 10 avec un sens positif ( $M II = 10$ ).

- Le numéro du diamètre ( $N^{\circ}D$ ) renseigne sur la position de ce dernier dans le bordereau des canalisations (3ème fichier de données).

- La valeur  $f$  dépend de la rugosité de la parois de la conduite. D'après le tableau 1 si on considère un coefficient de rugosité  $\epsilon = 0.25$  [mm] on aura  $C = 130$  [adimensionnel].

$$\text{d'où } f = \frac{10.69}{130^{1.852}} = 0.00131$$

et donc  $R_o = f L D^{-4.86} = 0.00131 L D$

Afin de simplifier les calculs les longueurs des tronçons sont choisies de façons à avoir la même valeur de la résistance  $R_o$  que celle indiquée dans le tableau 3.2 ( § II.4 ) .

- Description du second fichier de données :

se fichier contiendra 14 information sur les 14 noeud du reseau à savoir l'altitude altimétrique Z et le débit consommé ou injecté q

| 1     | 2                   |
|-------|---------------------|
| Z [m] | q m <sup>3</sup> /s |
| 0.0   | 0.00                |
| 60.0  | -0.45               |
| 55.0  | 0.04                |
| 47.3  | 0.02                |
| 46.0  | 0.04                |
| 41.0  | 0.03                |
| 41.6  | 0.00                |
| 38.7  | 0.08                |
| 44.3  | 0.00                |
| 0.0   | 0.00                |
| 37.5  | 0.05                |
| 42.0  | 0.03                |
| 27.15 | 0.03                |
| 19.6  | 0.05                |
| 23.80 | 0.03                |
| 20.80 | 0.05                |

- La première ligne correspond au numéro d'une maille les valeurs qui lui sont associe sont ( 0 , 0 ) de même pour la ligne ( 10 ).
- La ligne 7 renseigne sur l'altitude du du noeud 7 et que aucun débit n'est prelevé.
- Le débit au noeud 2 est débit entrant.

- Description du 3ème fichier de données :

C'est un tableau à trois colonnes il contient autant de lignes que de diamètres standards (il renseigne la valeur du diamètre, la vitesse maximale admise, et le prix par mètre lineaire fourniture et pose compris )

| 1     | 2       | 3         |
|-------|---------|-----------|
| D [m] | Vmax[m] | Prix [DA] |
| .080  | 1.5     |           |
| .100  | 1.5     |           |
| .125  | 1.5     |           |
| .150  | 1.8     |           |
| .200  | 1.9     |           |
| .250  | 1.9     |           |
| .300  | 2.0     |           |
| .350  | 2.0     |           |
| .400  | 2.0     |           |
| .450  | 2.0     |           |
| .550  | 2.0     |           |
| .600  | 2.0     |           |
| .800  | 2.0     |           |

- Résolution :

Le système d'équation à résoudre est défini par :

( n - 1 ) = ( 14 - 1 = 13 ) équation de continuité :

$$\sum Q_{ij} + q_i = 0$$

avec  $ij$  : l'ensemble des tronçons connectés à  $i$

et  $m$  équations de conservation d'énergie linéarisées :

$$\sum_{ij \in M} R_{ij} Q_{ij} = 0 \text{ ( 2 équations )}$$

$ij$  : l'ensemble des tronçons appartenant à la maille  $M$ .

$$\text{Maille 1 : } R_{11} Q_{11} - R_{22} Q_{22} + R_{33} Q_{33} - R_{44} Q_{44} + R_{55} Q_{55} - R_{66} Q_{66} + R_{77} Q_{77} - R_{88} Q_{88} = 0$$

Maille 10 :

$$-R_{77} Q_{77} + R_{88} Q_{88} + R_{99} Q_{99} - R_{1010} Q_{1010} + R_{1111} Q_{1111} - R_{1212} Q_{1212} + R_{1313} Q_{1313} - R_{1414} Q_{1414} + R_{1515} Q_{1515} = 0$$

$$\text{Noeud 2 : } Q_1 + Q_2 - q_2 = 0$$

Noeud 3 :  $-Q_1 + Q_3 + q_3 = 0$

Noeud 4 :  $-Q_2 + Q_4 + q_4 = 0$

Noeud 5 :  $-Q_3 + Q_5 + q_5 = 0$

Noeud 6 :  $-Q_4 + Q_6 + q_6 = 0$

Noeud 7 :  $-Q_5 + Q_7 + q_7 = 0$

Noeud 8 :  $-Q_7 - Q_8 + q_8 = 0$

Noeud 9 :  $-Q_6 + Q_9 + q_{10} = 0$

Noeud 11 :  $-Q_9 + Q_{11} + q_{11} = 0$

Noeud 12 :  $-Q_{10} + Q_{12} + q_{12} = 0$

Noeud 13 :  $-Q_{11} + Q_{13} + q_{13} = 0$

Noeud 14 :  $-Q_{12} + Q_{14} + q_{14} = 0$

Noeud 15 :  $-Q_{13} + Q_{15} + q_{15} = 0$

Noeud 16 : -Noeud (0) dans les colonnes 3 et 4 du tableau 1  
 équation redondante. Le système  $KQ = D$  s'écrit :

|       |        |       |        |       |        |        |        |       |           |          |           |          |           |          |   |
|-------|--------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|-------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|---|
| $R_1$ | $-R_2$ | $R_3$ | $-R_4$ | $R_5$ | $-R_6$ | $R_7$  | $-R_8$ | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 1     | 1      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| -1    | 0      | 1     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | -1     | 0     | 1      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | -1    | 0      | 1     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | -1     | 0     | 1      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | -1    | 0      | 1      | 0      | 1     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | -1     | -1     | 0     | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | -1     | 0      | 1      | 0     | 1         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | $-R_7$ | $R_8$  | $R_9$ | $-R_{10}$ | $R_{11}$ | $-R_{12}$ | $R_{13}$ | $-R_{14}$ | $R_{15}$ |   |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | -1    | 0         | 1        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | -1        | 0        | 1         | 0        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | -1       | 0         | 1        | 0         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | -1        | 0        | 1         | 0        | 0 |
| 0     | 0      | 0     | 0      | 0     | 0      | 0      | 0      | 0     | 0         | 0        | 0         | -1       | 0         | 1        | 1 |

La matrice K de dimension ( 15 x 15 ) est réduite en matrice bande de taille ( 8 x 8 )

Soit les résistances initiales  $R_0$  donnée pour chaque tronçon ( colonne 2 du tableau 3.1 § III.4 ).

|                     |                      |                        |                       |                        |
|---------------------|----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| R <sub>1</sub> = 54 | R <sub>4</sub> = 101 | R <sub>7</sub> = 824   | R <sub>10</sub> = 90  | R <sub>13</sub> = 2278 |
| R <sub>2</sub> = 80 | R <sub>5</sub> = 40  | R <sub>8</sub> = 41790 | R <sub>11</sub> = 471 | R <sub>14</sub> = 6877 |
| R <sub>3</sub> = 50 | R <sub>6</sub> = 180 | R <sub>9</sub> = 135   | R <sub>12</sub> = 471 | R <sub>15</sub> = 5158 |

La solution du système est :

- Q ( 1 ) = .288
- Q ( 2 ) = .162
- Q ( 3 ) = .248
- Q ( 4 ) = .141
- Q ( 5 ) = .288
- Q ( 6 ) = .288
- Q (10) = .110
- Q (11) = .0795
- Q (12) = .805
- Q (13) = .0495
- Q (14) = .0305
- Q (15) = .195

- Conclusion :

Plusieurs améliorations ont été apportées au modèle d'équilibrage des réseaux maillés par la méthode de linéarisation de l'équation de perte de charge afin de minimiser le risque d'instabilité de la matrice des données au cours des iterations. Une amélioration supplémentaire serait de calculer la première estimation de la résistance hydraulique par Hazen-Williams et poursuivre le processus itératif avec l'équation de Darcy-Weisbach en calculant le coefficient de perte de charge par la formule de Colebrook-White, et de faire varier le coefficient d'accélération de convergence entre 0.5 et 0.7 en fonction de l'écart maximum entre deux iterations lors du calcul du débit.

## CHAPITRE VI

EQUILIBRAGE DES RESEAU MAILLES DE DISTRIBUTION PAR LA  
METHODE DE NEWTON-RAPHSON

## VI.1/ INTRODUCTION

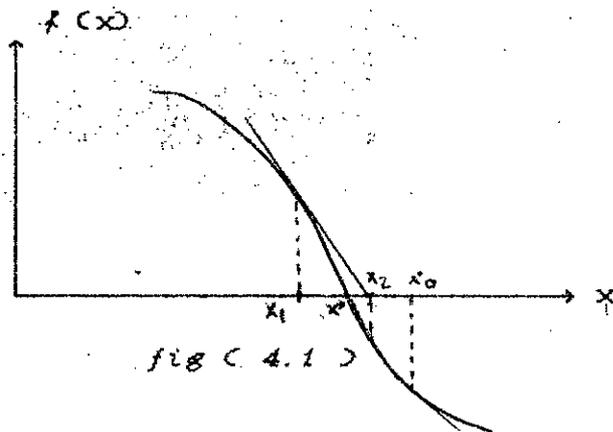
L'avènement des ordinateurs a permis de mettre au point d'autres méthodes beaucoup plus pratique que celle d'Hardy -Cross pour la résolution du système d'équation non linéaires du problème d'équilibrage des réseaux maillés de distribution d'eau potable.

La principale amélioration apportée à la méthode traditionnelle à été l'utilisation du procédé de Newton-Raphson pour le calcul des corrections à apporter aux variations des charges aux noeuds (méthode des noeuds) ou des débits dans les tronçons (méthode des mailles).

## VI.1/ RAPPEL THEORIQUE

Soit à déterminer les racines du polynome  $f(x) = 0$ , supposé continu et dérivable. La méthode consiste à se fixer une valeur initiale,  $x_{it}$ , et de générer successivement d'autres points jusqu'à trouver une racine approchée tel que  $f(x_{it+k}) = 0$ .

Chaque nouveau point  $x_{it+k}$  ( $k = 1, \dots, n$ ) et le point où la tangente à la fonction, évaluée au point précédent, coupe l'axe des  $x$ . La figure 4.1 montre la convergence de la méthode vers la solution finale.



L'équation de la droite, tangente à la courbe  $y = f(x)$ , au point  $x_{it}$  quant  $y = 0$  est donnée par :

$$f(x_{it}) / (x_{it} \oplus x_{it+1}) = f'(x)$$

d'où :

$$x_{it+1} = x_{it} - \frac{f(x_{it})}{f'(x_{it})}$$

Cette méthode est extensible à un système de n équations non linéaires de la forme :

$$F(x) = 0$$

où encore

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &= 0 \\ \dots & \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned}$$

Dans ce cas, les valeurs des inconnues  $x_i^{(it+1)}$ , à l'itération  $(it+1)$ , sont calculées par la relation :

$$x_i^{(it+1)} = x_i^{(it)} + \Delta x_i^{(it)}$$

Le vecteur de correction  $\Delta x_i$  est obtenu par le système d'équations linéaires.

$$J(x_{it}) * \Delta x_{it} = -F(x_{it}) \tag{VI.1}$$

avec  $J(x_{it})$  : la matrice Jacobienne, ou matrice des dérivées premières du système calculée à l'itération  $it$ .

$$J(x_{it}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

Les éléments  $\frac{\partial f_n}{\partial x_n}$  de la matrice Jacobienne sont calculés analytiquement en dérivant les fonction  $f_{it}(x)$  par rapport à  $x_j$ .

Le procédé de Newton-Raphson implique la résolution d'un système linéaire à chaque itération, la solution peut être obtenue directement en inversant la matrice Jacobienne c'est à dire en calculant:

$$\Delta x_{it} = [J(x_{it})]^{-1} \cdot F(x_{it}) \tag{VI.2}$$

Cette opération requiert évidemment que la matrice  $J^{-1}$  existe que  $J$  soit non singulière et que la fonction  $F(x)$  soit différentiable.

**VI.3/ APPLICATION AUX RESEAUX MAILLES**

**VI.3.1/ METHODE DES MAILLES**

Soit un réseau de distribution à  $m$  mailles, si on utilise le système d'équations des mailles où l'on se fixe les valeurs initiales des débits  $Q$ , le système sera constitué de  $m$  équations de la forme :

$$f_i(Q) = \sum R_{ij} Q_{ij}^2 = 0 \quad (i \text{ équation par maille})$$

La solution du problème est obtenu en calculant à chaque itération :

$$J_{it-1} * \Delta Q_{it} = - F ( Q_{it-1} ) \tag{VI.3}$$

avec :  $\Delta Q_{it}$  la correction à apporter au débit à l'iteration  $it+1$

ou encore en notation développée :

|                                     |                                     |                                     |       |                                     |              |   |       |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------------------------------------|--------------|---|-------|
| $\frac{\partial f_1}{\partial Q_1}$ | $\frac{\partial f_1}{\partial Q_2}$ | $\frac{\partial f_1}{\partial Q_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_1}{\partial Q_n}$ | $\Delta Q_1$ | = | $f_1$ |
| $\frac{\partial f_2}{\partial Q_1}$ | $\frac{\partial f_2}{\partial Q_2}$ | $\frac{\partial f_2}{\partial Q_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_2}{\partial Q_n}$ | $\Delta Q_2$ |   | $f_2$ |
| .....                               | .....                               | .....                               | ..... | .....                               | .....        |   | ..... |
| $\frac{\partial f_n}{\partial Q_1}$ | $\frac{\partial f_n}{\partial Q_2}$ | $\frac{\partial f_n}{\partial Q_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_n}{\partial Q_n}$ | $\Delta Q_n$ |   | $f_n$ |

Notons que :

- $\frac{\partial f_i}{\partial Q_j}$  (  $i \neq j$  ) est la dérivée de l'équation de perte de charge par rapport au tronçon  $j$ , cette dérivée est nulle si  $j$  n'est pas commun avec une autre maille.
- Dans l'équation au dérivée partielle  $\frac{\partial f_n}{\partial Q_n}$  le débit  $Q_n$  représente l'ensemble des débits de la maille  $n$ .
- la plupart des éléments hors de la diagonale principale sont nuls.
- aux équations de mailles on doit ajouter d'autre équations représentant le fonctionnement des réservoirs, pompes, régulateurs .....etc.

## VI.3.2/ METHODE DES NOEUDS :

Dans ce cas le système à résoudre par la méthode de Newton-Raphson sera formulé à partir des équations de continuité.

$$F(H_i) = \sum Q_{i,j} + q_i = 0 \quad (\text{VI.4})$$

avec :

$Q_{i,j} = f(H_i - H_j)$  ,  $j$  : l'ensemble des noeuds connectés à  $i$

$Q_{i,j}$  : débit véhicule dans la branche  $ij$  (de  $i$  vers  $j$ )

$H_i, H_j$  : côtés piézométriques aux noeuds  $i$  et  $j$

$q_i$  : débit de consommation au noeud  $i$ .

Si  $n$  est le nombre de noeuds du réseau, on aura un système de  $n$  équations non linéaires à développer. Les charges  $H_i$  de ces noeuds constituent les inconnues du système, lorsque les charges ont tous les noeuds du réseau sont déterminées les relations caractéristiques des éléments constitutifs du réseau (conduites simples, conduites équipées (d'une pompe, clapets, ventouses...)) permettent de calculer les débits  $Q_{i,j}$  dans toutes les branches.

Notons que pour les noeuds à charge fixe (noeuds réservoirs) l'inconnu dans l'équation (VI.3) est le débit  $q_i$ , la charge  $H_i$  du réservoir étant toujours spécifiée.

Le procédé consiste à déterminer à chaque itération, les corrections  $\Delta H_i$  à apporter à la variable  $H_i$  en vue de se rapprocher de la solution finale. On notera que la méthode d'Hardy-Cross ne corrige quant à lui qu'une seule variable à la fois. Le processus itératif est arrêté si le critère de convergence est satisfait :

$$|H_{it+1} - H_{it}| \leq \epsilon \quad it : \text{numéro de l'iteration considérée}$$

Le système d'équation à résoudre est de la forme :

$$J ( H_{it} ) \cdot \Delta H_{it} = - F ( H_{it} ) \tag{VI.5}$$

avec :  $\Delta H_{it}$  la correction à apporter à la charge à l'iteration  $it+1$

ou encore en notation développée :

|                                     |                                     |                                     |       |                                     |  |              |   |       |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------------------------------------|--|--------------|---|-------|
| $\frac{\partial f_1}{\partial H_1}$ | $\frac{\partial f_1}{\partial H_2}$ | $\frac{\partial f_1}{\partial H_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_1}{\partial H_n}$ |  | $\Delta H_1$ |   | $f_1$ |
| $\frac{\partial f_2}{\partial H_1}$ | $\frac{\partial f_2}{\partial H_2}$ | $\frac{\partial f_2}{\partial H_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_2}{\partial H_n}$ |  | $\Delta H_2$ | = | $f_2$ |
| .....                               | .....                               | .....                               | ..... | .....                               |  | .....        |   | ..... |
| $\frac{\partial f_n}{\partial H_1}$ | $\frac{\partial f_n}{\partial H_2}$ | $\frac{\partial f_n}{\partial H_3}$ | ..... | $\frac{\partial f_n}{\partial H_n}$ |  | $\Delta H_n$ |   | $f_n$ |

$j$  = ensemble des noeuds connectés au noeud  $i$

Remarques :

- si  $i$  est un noeud réservoir l'équation au dérivée partielle  $\frac{\partial f_i}{\partial H_i}$  doit être remplacée par  $\frac{\partial f_i}{\partial q_i}$
- si un noeud quelconque  $k$  n'est pas connecté au noeud  $i$  la dérivée  $\frac{\partial f_i}{\partial H_k}$  est nulle
- si le tronçon  $ij$  est constitué par une conduite simple, ou encore d'une conduite équipée d'une pompe ou d'un clapet, les éléments correspondants de la matrice Jacobienne sont symétriques :  $\frac{\partial f_i}{\partial H_j} = \frac{\partial f_j}{\partial H_i}$   
 Cette particularité n'est pas vérifiée si la conduite considérée est équipée d'un réducteur de pression aval.
- l'équation (VI.5) requiert l'existence de la matrice Jacobienne, qu'elle soit non singulière et que la fonction  $K(H_i)$  soit différentiable.

### VI.3.2.1/ LES EQUATIONS CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS CONSTITUTIFS DU RESEAU :

Chaque conduite (simple ou équipé par une pompe, un clapet ou réducteur de pression) constitutif du réseau peut être décrite par une relation non linéaire entre le débit  $Q_{ij}$  qui la parcourt et la différence  $J_{ij} = H_i - H_j$  entre les charges de ses noeuds d'extrémités. Les équations caractéristiques sont présentées ci-après :

#### a) CONDUITE SIMPLE :

Les pertes de charge dans les conduites sont calculés dans ce qui suit par la formule de Darcy-Weisbach dans laquelle le coefficient de perte de charge est déterminé par la formule de Colebrook-White :

L'équation de perte de charge d'après Darcy-Weisbach s'écrit :

$$\begin{aligned} J_{ij} = H_i - H_j &= \frac{\lambda_{ij} L_{ij}}{D_{ij}} \frac{v_{ij}^2}{2g} \\ &= 8 \lambda_{ij} L_{ij} \frac{Q_{ij}^2}{\pi^2 g D_{ij}^5} \end{aligned} \quad (VI.6)$$

On rappelle que d'après Colebrook-White le coefficient de perte de charge linéaire  $\lambda$  est donné par :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[ \frac{k}{3.71 D_{ij}} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$$

avec :

$$R_e = \frac{v D}{\nu}$$

d'où

$$Q_{ij} = Y_{ij} (H_i - H_j) | H_i - H_j |^{-0.5} \quad (VI.7)$$

Dans l'équation (VI.7)  $Y_{ij}$  est l'admittance de la conduite compte tenu des pertes de charge.

$$Y_{ij} = - \pi (g D_{ij}^5 / 2 L_{ij})^{0.5} * \log_{10} \left[ \frac{\varepsilon}{3.71 D_{ij}} + \frac{2.51 \nu L_{ij}^{0.5}}{\sqrt{2 g D_{ij}^3} |H_i - H_j|^{0.5}} \right]$$

où l'on désigne par :

Q : le débit de la conduite en [m<sup>3</sup>/s]

V : la vitesse moyenne dans la conduite [m/s]

$$V = Q / S = 4 Q / D^2$$

D : diamètre de la conduite [m]

L : longueur de la conduite [m]

g : l'accélération de la pesanteur [m<sup>2</sup>/s]

$\varepsilon$  : coefficient de rugosité absolue (hauteur moyenne des aspérités).

$R_o$  : nombre de Reynolds [additionnel]

$\nu$  : la viscosité cinématique de l'eau [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]

A 20°C  $\nu = 0.01$  stocks =  $10^{-6}$  [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]

Remarque : la valeur absolue  $|H_i - H_j|$  est introduite dans l'équation (VI.5) afin d'éviter l'extraction d'une racines négatives dans le cas où  $H_j > H_i$ .

#### CONDUITE EQUIPE D'UN CLAPET ANTI-RETOUR :

Le débit dans une conduite  $ij$  équipé d'un clapet est déterminé par les relations :

$$Y_{ij} = Y_{ij} (H_i - H_j) |H_i - H_j|^{-0.5} \quad \text{si } H_i > H_j$$

$$Y_{ij} = 0 \quad \text{si } H_j \geq H_i$$

(VI.8)

## c) CONDUITE AVEC REDUCTEUR DE PRESSION-AVAL :

Si la conduite est équipé d'un réducteur de pression aval (à charge fixe  $H_{r_i}$ ) placé tout près du noeud  $i$  et que l'appareil est équipé d'un clapet anti-retour. Le débit  $Q_{ij}$  dans la conduite est donnée par :

$$Q_{ij} = Y_{ij} (H_i - H_j) | H_i - H_j |^{-0.5} \quad \text{si } H_i \geq H_{r_i} \geq H_j$$

$$Q_{ij} = 0 \quad \text{si } H_j > H_{r_i} \quad \text{(VI.9)}$$

$$Q_{ij} = Y_{ij} (H_i - H_j) | H_i - H_j |^{-0.5} \quad \text{si } H_{r_i} > H_i > H_j$$

## d) CONDUITE AVEC UNE POMPE OU SRPRESSEUR :

Le débit dans la conduite est celui refoulé par la pompe qui doit être représenté dans le modèle par sa courbe caractéristique hauteur de refoulement-débit, à vitesse de rotation constante.

Lorsque celle-ci est décrite par une fonction, donnée, le débit pompé du noeud  $i$  vers  $j$  est calculé par :

$$Q_{ij} = \frac{-B \sqrt{B^2 - 4A(C - \Delta H_{ij})}}{2A} \quad \text{si } 0 \leq \Delta H_{ij} \leq C$$

$$Q_{ij} = 0 \quad \text{si } \Delta H_{ij} \leq 0 \text{ ou } \Delta H_{ij} > C \quad \text{(VI.10)}$$

où l'on désigne par :

$\Delta H_{ij} = H_j - H_i$  : la hauteur de refoulement

$Q_{ij}$  : le débit de la pompe de (  $i$  vers  $j$  )

$A, B, C$  : les coefficients de la fonction de débit

### VI.3.3/ AMELIORATION THEORIQUE DE LA METHODE DE Newton-Raphson :

Bien que la méthode de Newton-Raphson décrite ci-dessus et relativement très simple à mettre en oeuvre, elle présente cependant deux inconvénients : d'une part elle requiert l'inversion d'une matrice Jacobienne à chaque itération, si la matrice est d'ordre  $n$  sont inversion nécessite environ  $n^2$  opération d'addition et de multiplication auquel il faut ajouter  $n^2$  opération pour obtenir le vecteur des corrections  $\Delta H$ .

De plus le stockage de la matrice inverse occupe  $n^2$  position mémoire, et d'autre part elle ne converge rapidement qu'à condition de choisir des valeurs initiales proches de la solution, une condition évidemment difficile à respecter en pratique où il n'est pas rare de rencontrer des réseaux urbains de distribution d'eau comprenant plusieurs centaines de noeuds.

Tout ceci fait que, la résolution du problème d'équilibrage par la méthode de Newton-Raphson n'a de valeur pratique qu'à condition d'éliminer ces inconvénients.

Deux améliorations sont introduites dans notre logiciel de calcul :

- La première consiste à concentrer les éléments non nuls de la matrice Jacobienne autour de la diagonale principale afin d'avoir une structure bande de la matrice, ceci est facilement résolvable par une numérotation adéquate des noeuds, (c'est à dire par une numérotation des noeuds dans le sens du plus court chemin)

plus  
↓  
chemin

|   |   |   |    |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|----|
|   | 1 | 5 | 9  | 13 | 17 | 21 |
| 2 |   | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
| 3 |   | 7 | 11 | 15 | 19 | 23 |
|   |   |   |    |    |    |    |

● La deuxième revient à limiter le risque de divergence en utilisant comme première approximation les valeurs des charges obtenus par linéarisation du system d'équation et en remplace la matrice Jacobien à l'iteration i par celle obtenu à la première iteration. Si le system ne converge pas après trois iteration nous introduisant dans la relation (VI.5) un facteur d'accélération  $\alpha_{ii}$  de façon à avoir :

$$\Delta H_{ii} = - \alpha_{ii} J^{-1}(CH_{ii}) F(CH_{ii}) \tag{VI.12}$$

ii : numéro de l'iteration considérée

d'où :  $H_{ii+1} = H_{ii} + \alpha_{ii} \Delta H_{ii}$

Le facteur  $\alpha_{ii}$  est destiné à contrôler la longueur du déplacement effectué à partir de la solution  $H_{ii}$  dans la direction  $\Delta H_{ii}$ .

Les valeurs de  $\alpha_{ii}$  sont déterminées à partir des erreurs maximales du vecteur solution obtenues au cours de l'iteration ii considérée et de la précédente (ii-1) . .

Pour la première iteration, où le risque de divergence est plus grand, on adopte habituellement une valeur de  $\alpha_i$  de l'ordre de 0.2. A la fin du calcul  $\alpha_{ii}$  peut prendre des valeurs proches de l'unité.

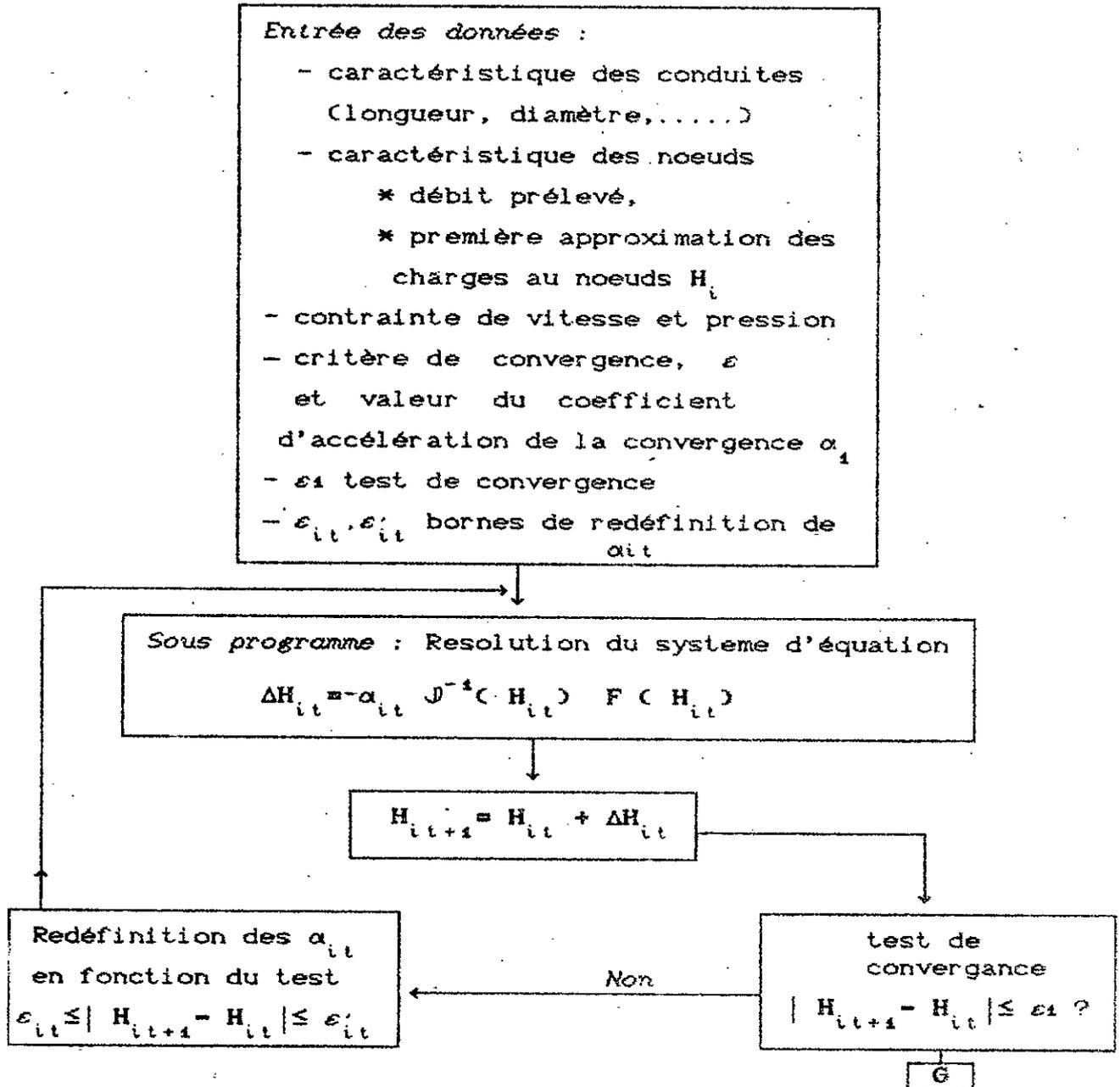
**VI.3. / DESCRIPTION DU LOGICIEL DE CALCUL :**

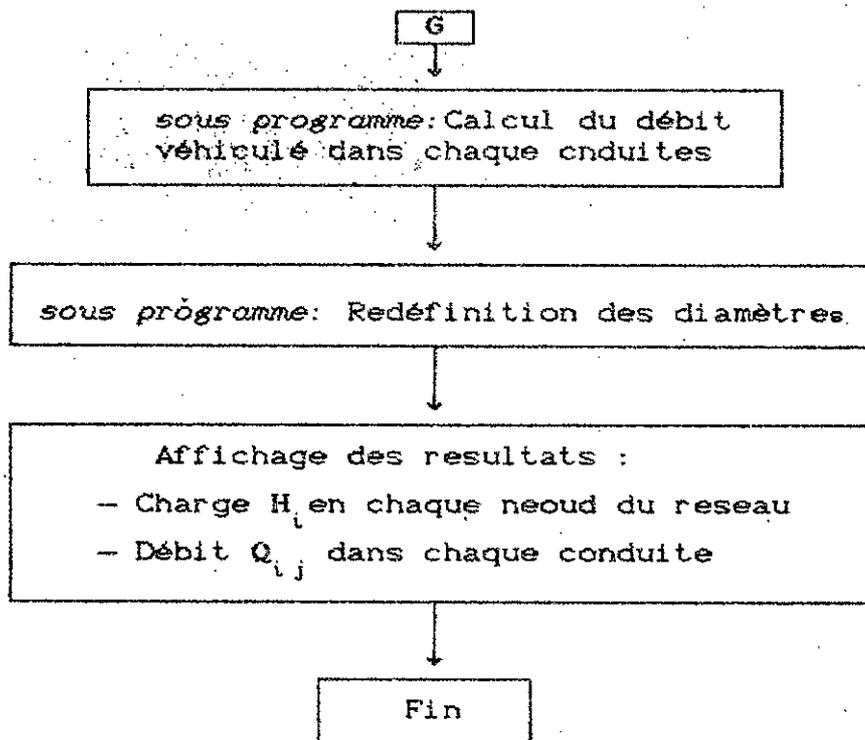
On présente dans ce qui suit le logiciel de calcul établi pour résoudre le problème de l'équilibrage des réseaux par la méthode de Newton-Raphson.

Le système d'équation à résoudre sera formulé à partir des

équations de continuité, dans lequel les débits  $Q_{ij}$  dans les conduites sont remplacées par leurs expressions correspondantes défini plus haut (§ VI.3.2.1).

### VI.3.1/ ORGANIGRAMME DE LA METHODE :





### VI. 3. 2/ DESCRIPTION DES SOUS-PROGRAMME :

#### a) ENTREE DES DONNEES :

Les données sont introduites dans le programme à partir de trois fichiers identiques à ceux exposés dans la méthode linéaire.

#### a. 1) DESCRIPTION DU PREMIER FICHIER DE DONNEE :

C'est un tableau à six ( 6 ) colonne il pssede autant de ligne ue de tronçon dans le reseau :

| no | nd | nds | L [m] | D [m] | Rugosité $\epsilon$<br>ou cst Hazen C |
|----|----|-----|-------|-------|---------------------------------------|
|    |    |     |       |       |                                       |

no : noeud origine (noeud amont)  
 nd : noeud destination (noeud aval)  
 nds : numéro du diamètre standard correspondant à D  
 D : diamètre  
 L : longueur

a.2) DESCRIPTION DU DEUXIEME FICHIER DE DONNEE :

Les données à introduire dans ce fichier sont les caractéristiques des noeuds à savoir :

- Le numéro du noeud
- Le nombre de noeud connectés à  $i$  : nnc
- L'ensemble des numéros  $j$  des noeuds connectés à  $i$  le tableau est constitué d'autant de ligne que de noeud (dans le réseau).
- l'altitude altimétrique, le débit prélevé, et la première approximation de la charge  $H_i$  pour chaque noeud  $i$ .

| $i$ | nnc | N° des $j$<br>noeuds<br>connecté | $q_i$ [m <sup>3</sup> /s] | $H_j$ [m] | cote du<br>sol $Z_i$ |
|-----|-----|----------------------------------|---------------------------|-----------|----------------------|
| •   | •   | • • • •<br>nnc x j               | •                         | •         | •                    |

a.3) Le troisième fichier est le bordereau de canalisations commerciale ( voir §III.2.4.2.a )

b) SOUS PROGRAMME : CALCUL DES FONCTION  $F(H_i)$  et  $F'(H_i)$  :

Ce sous programme permet de calculer à chaque itération les valeurs de l'équation de continuité  $F(H_i)$  et de sa dérivée  $F'(H_i)$ . Rappelons que pour un noeud réservoir où l'expression  $F'(H_i)$  est remplacé par  $F'(q_i)$  on a :

$$\frac{\partial f_i}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \sum_{j=1}^n Q_{ij} + q_i \right) = 1$$

et que toute dérivée par rapport à  $H_i$  charge au noeud réservoir est nulle :  $\partial f_i / \partial H_i = 0$

## c) SOUS PROGRAMME DE RÉSOLUTION DU SYSTEME D'EQUATION :

Le système d'équation :  $\Delta H_{it} = \alpha_{it} J_{it}^{-1} \cdot F(H_{it})$  est résolu par la méthode de Crout-Cholesky.

Si le critère de convergence est vérifié le résultat de cette résolution sera la charge piézométrique en chaque noeud, on doit dès lors vérifier la contrainte de pression imposée au § (4.2.b).

$P_{max} > P_i > P_{min}$ , ou  $P_{max}$  = pression maximale acceptable

$P_{min}$  = pression minimale acceptable

Pour les charges aux noeuds  $i$  si :

•  $H_i > H_{max}$  : la solution est de prévoir l'installation d'un réducteur de pression

•  $H_i < H_{min}$  : on doit équipé dans ce cas la conduite considérée par une pompe ou un surpresseur, ou dans le cas échéant, prévoir le changement de l'emplacement du réservoir si une telle solution est adoptée un rééquilibrage du réseau est indispensable.

## d) CALCUL DES DEBITS DANS LES CONDUITES :

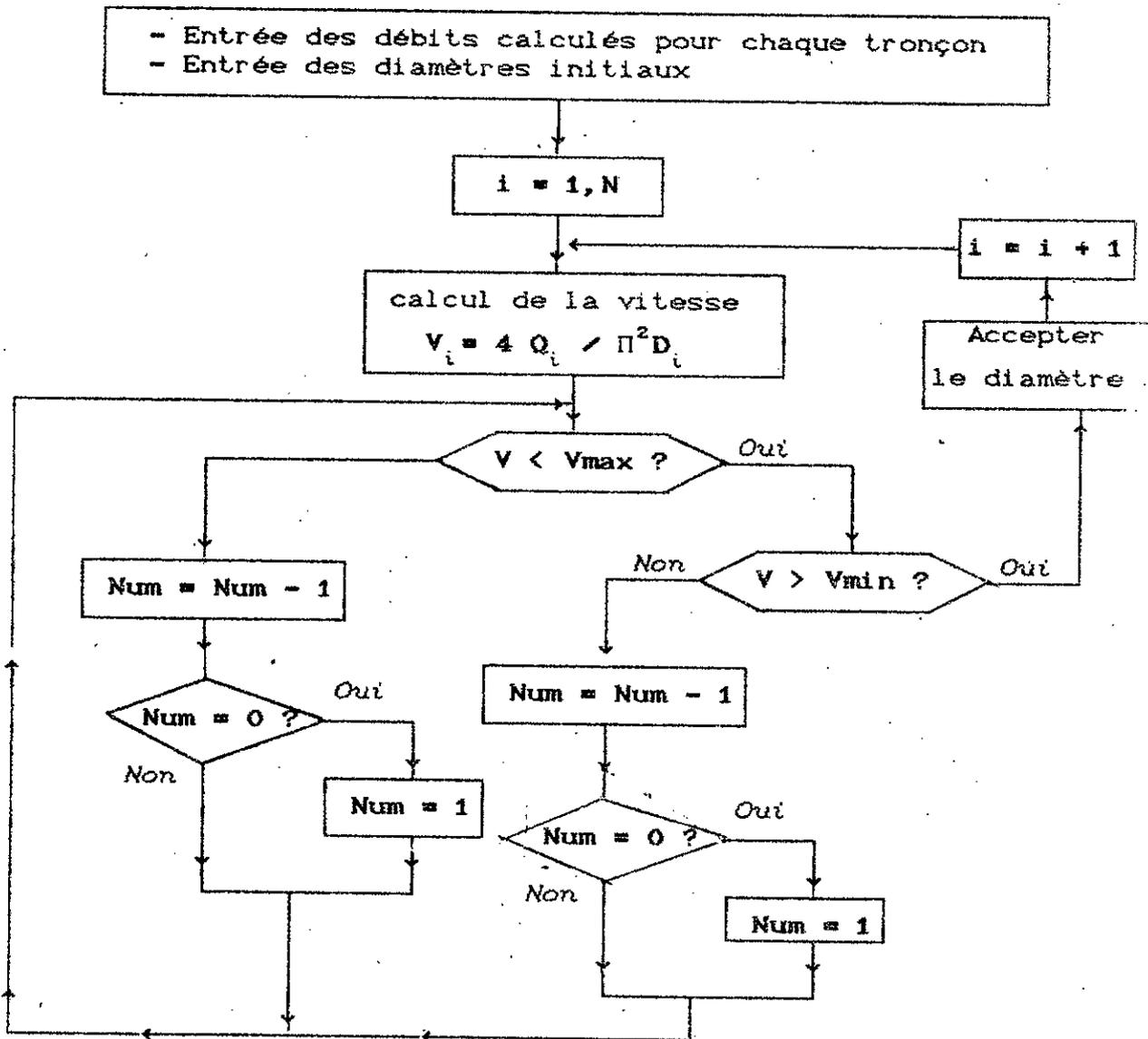
Après avoir déterminé toutes les charges aux noeuds, le débit véhiculé par chaque conduite sera déduit à partir des expressions caractéristiques des éléments hydrauliques (conduite simple ou équipée) définies au § (VI.3.2.1).

## e) REDEFINITION DES DIAMETRES :

La répartition initiale des diamètres utilisés pour l'équilibrage du réseau présentera l'inconvénient de ne pas vérifier (pour certain tronçon) la contrainte de vitesse imposée au § (I.4.2.a). La solution adoptée pour remédier à ce fait est équivalente à celle présentée dans la méthode linéaire.

Si  $Num$  est le numéro (dans le bordereau des canalisations commerciales) du diamètre  $D$  considéré et  $Num_{max}$  le plus grand

diamètre disponible, l'organigramme utilisé pour la redéfinition des diamètres est :



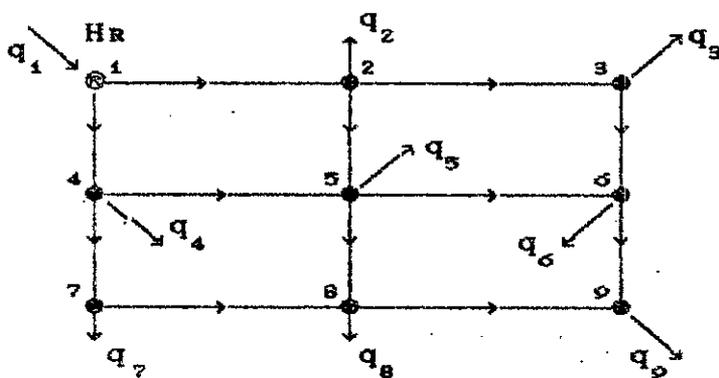
avec :  $V_{max}$  : vitesse maximale acceptable  
 $V_{min}$  : vitesse minimale acceptable

Un test supplémentaire est introduit dans l'organigramme afin d'éviter une boucle infinie lorsque aucun diamètre commercial ne

permet de vérifier la contrainte de vitesse :  $V_{max} > V > V_{min}$ , nous avons déjà fait la remarque que devant une telle situation la recherche d'un diamètre équivalent est indispensable (voir § (I.4.2e)).

VI.3/ APPLICATION NUMERIQUE :

Soit à étudier l'équilibrage du réseau ci-dessus figure 3.1 par la méthode de Newton-Raphson. Les données à introduire se rapportent aux caractéristiques des noeuds et des éléments du réseau. Les résultats du calcul concernent essentiellement, les côtes piézométriques et les débits dans les branches.



légende :

- noeud de consommation
- ⊙ noeud réservoir
- $q_i$  : débit consommé au noeud  $i$
- Hr : charge disponible dans le réservoir

L'équation caractéristique de chaque conduite est donnée par :

$$Q_{ij} = y_{ij} | H_i - H_j |^{-0.5} ( H_i - H_j )$$

avec :

$$y_{ij} = A_{ij} * \log_{10} [ B_{ij} + \frac{C_{ij}}{| H_i - H_j |^{0.5}} ]$$

$$B_{ij} = \frac{\varepsilon}{3.71 D_{ij}}$$

$$C_{ij} = \frac{2.51 \nu L_{ij}}{\sqrt{2 g D_{ij}^3}}$$

soit :

$$X_{ij} = A_{ij} \left[ \frac{C_{ij} (H_i + H_j)^{-0.5}}{B_{ij} (H_i + H_j)^{0.5} + C_{ij}} \right]$$

$$Z_{ij} = (H_i + H_j)^{-0.5} * \log \left[ B_{ij} + \frac{C_{ij}}{|H_i - H_j|^{0.5}} \right]$$

si  $|H_i - H_j| > 0$  :

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_i} = \sum_{j=1}^{nnc} (X_{ij} + Z_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_j} = -X_{ij} + Z_{ij}$$

si  $|H_i - H_j| < 0$  :

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_i} = \sum_{j=1}^{nnc} (-X_{ji} + Z_{ji})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_j} = X_{ij} - Z_{ij}$$

$q_{ji}$  et  $Z_{ji}$  sont obtenus en intércchangeant  $H_i$  et  $H_j$  dans les équations de  $X_{ij}$  et  $Z_{ij}$

nnc : nombre de de noeud  $j$  connecté à  $i$

si  $j$  est un noeud réservoir :  $\partial f_i / \partial H_j = 0$

si  $i$  est un noeud réservoir :  $\partial f_i / \partial q_i = 1$

La structure de la matrice Jacobienne est donnée dans la figure ci-dessous :

|   | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | ● | ● |   | ● |   |   |   |   |   |
| B | ● | ● | ● |   | ● |   |   |   |   |
| C |   | ● | ● |   |   | ● |   |   |   |
| D | ● |   |   | ● | ● |   | ● |   |   |
| E |   | ● |   | ● | ● | ● |   | ● |   |
| F |   |   | ● |   | ● | ● |   |   | ● |
| G |   |   |   | ● |   |   | ● | ● |   |
| H |   |   |   |   | ● |   | ● | ● | ● |
| I |   |   |   |   |   | ● |   | ● | ● |

Dans cet exemple la matrice Jacobienne est une matrice bande symétrique par rapport à la diagonale principale ( puisque les conduites constitutifs du réseau sont simples et non équipés d'un réducteur de pression ).

#### - Conclusion :

Dans notre modèle de calcul la méthode de Newton-Raphson a été modifiée en utilisant à chaque itération la matrice Jacobienne obtenue pour la première estimation des charges, cette méthode modifiée présente l'inconvénient de ne converger rapidement vers la solution finale qu'à condition d'avoir une répartition initiale très proche de la solution finale, ceci est directement résolu en prenant comme première estimation les résultats obtenus par linéarisation du système d'équation et en utilisant l'équation de Hazen-Williams pour la détermination de la première estimation de la résistance hydraulique.

## APPLICATION NUMERIQUE :

Une application numérique des modèles élaborés a été faite sur plusieurs réseaux tests et réels, nous présentons ci dessous trois exemple seulement afin d'illustrer le développement théorique explicité aux chapitres précédents.

-- Un réseau type constitué de quatre mailles.

- Deux réseaux réels :

    Réseau de *Boumahra* illaya de *Guelma* , et réseau de *Testour* en Tunisie

Resultat de la premiere itetration : Systeme lineaire

Reseau 1

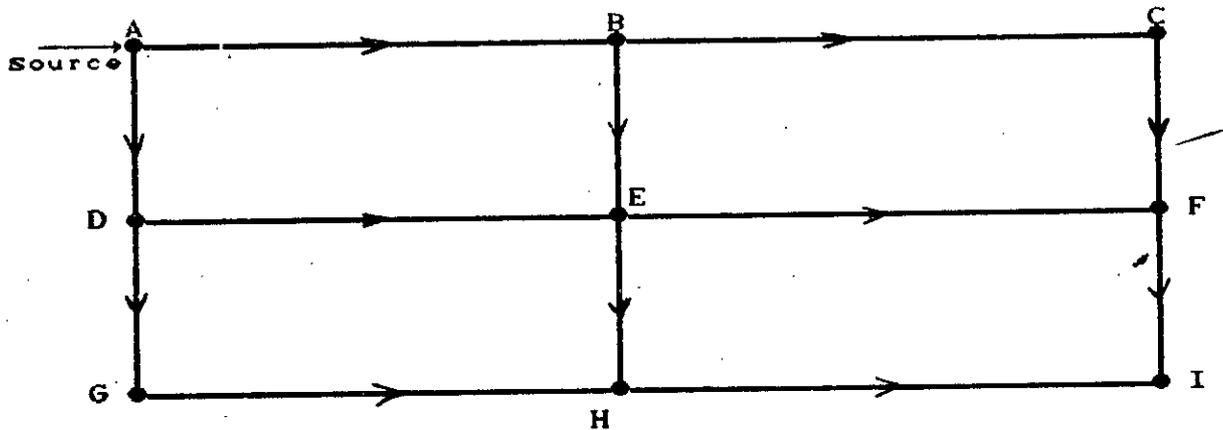
| Tronçon | Debit [l/s] | Noeud | Pression [m] |
|---------|-------------|-------|--------------|
| A B     | 22.13       | A     | 20.50        |
| A D     | 27.37       | B     | 37.14        |
| B E     | 7.15        | D     | 30.35        |
| D E     | 12.56       | E     | 34.77        |
| B C     | 9.49        | C     | 38.65        |
| E F     | 4.54        | G     | 39.45        |
| C F     | 4.99        | F     | 35.02        |
| D G     | 8.80        | H     | 36.82        |
| G H     | 2.80        | I     | 35.77        |
| E H     | 10.17       |       |              |
| H I     | 5.48        |       |              |
| F I     | 2.02        |       |              |

Testour

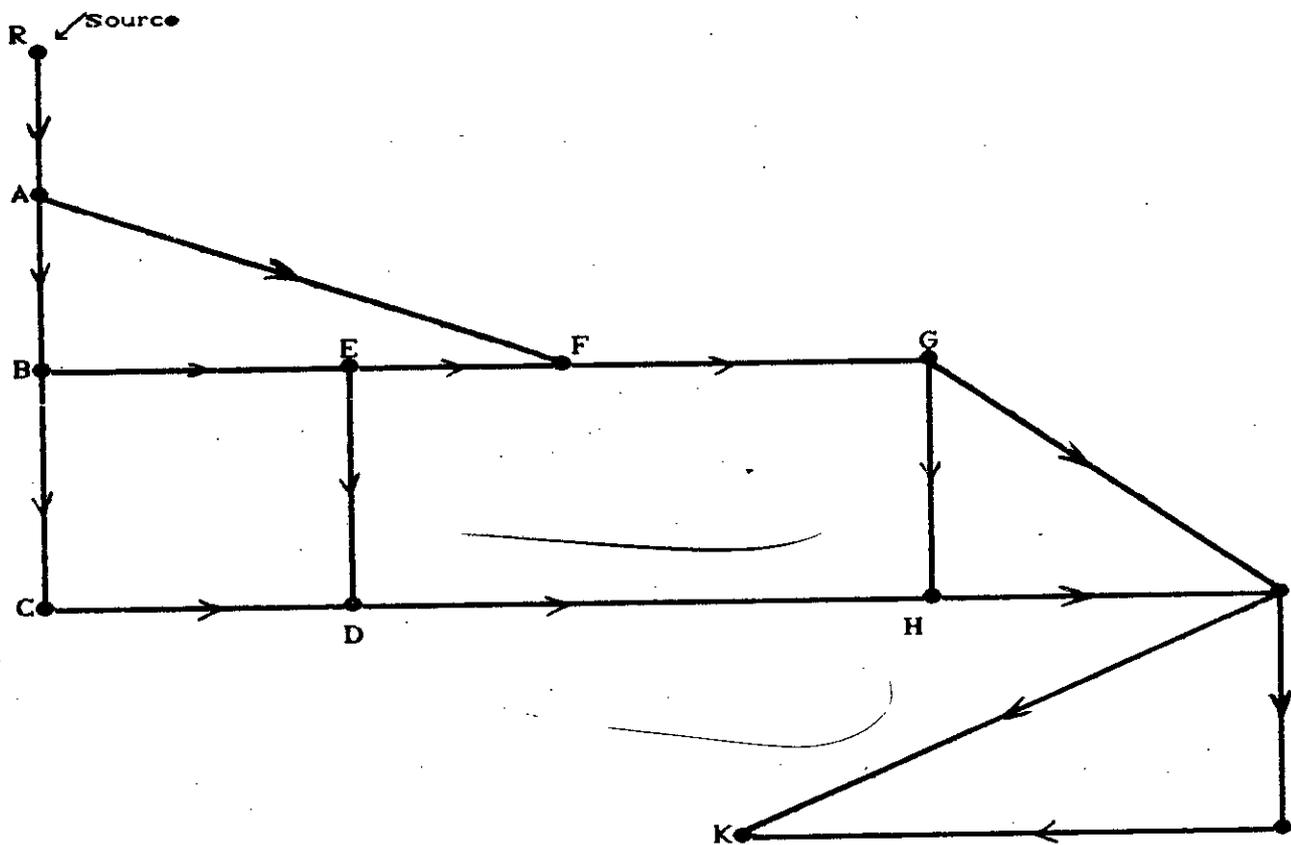
| Tronçon | Debit [l/s] | Noeud | Pression [m] |
|---------|-------------|-------|--------------|
| A B     | 28.28       | A     | 13.17        |
| A F     | 30.02       | B     | 23.92        |
| B E     | 19.04       | F     | 35.22        |
| E F     | 0.33        | E     | 29.76        |
| B C     | 3.22        | C     | 49.08        |
| E D     | 13.54       | G     | 42.07        |
| C D     | 0.59        | D     | 41.63        |
| F G     | 23.78       | H     | 40.85        |
| D H     | 6.22        | I     | 47.81        |
| G H     | 0.38        | K     | 56.11        |
| G I     | 18.84       | J     | 57.93        |
| H I     | 0.14        |       |              |
| I J     | 5.65        |       |              |
| I K     | 5.16        |       |              |
| K J     | 0.09        |       |              |

Boumahra

| Tronçon | Debit [l/s] | Noeud | Pression [m] |
|---------|-------------|-------|--------------|
| A D     | 4.23        | J     | 0.00         |
| A B     | 5.95        | H     | 15.88        |
| D C     | 0.28        | K     | 35.75        |
| B C     | 18.37       | L     | 23.49        |
| C G     | 13.27       | E     | 32.73        |
| B E     | 26.14       | I     | 39.29        |
| E F     | 18.30       | Z     | 28.24        |
| G F     | 0.16        | M     | 35.37        |
| G U     | 7.08        | B     | 45.18        |
| U V     | 1.12        | F     | 36.80        |
| F V     | 8.01        | W     | 42.84        |
| E H     | 48.72       | Y     | 33.07        |
| F I     | 1.31        | N     | 22.93        |
| V W     | 2.60        | P     | 41.57        |
| I W     | 8.54        | A     | 51.23        |
| H I     | 12.62       | C     | 44.17        |
| H J     | 63.45       | G     | 44.49        |
| J K     | 50.19       | V     | 43.34        |
| I K     | 5.33        | X     | 44.58        |
| W X     | 6.34        | O     | 25.43        |
| X Y     | 3.89        | Q     | 29.36        |
| Y Z     | 1.14        | D     | 50.77        |
| K Z     | 35.48       | U     | 43.39        |
| J L     | 6.68        | R     | 18.33        |
| L M     | 3.87        | T     | 14.90        |
| Z N     | 33.74       | S     | 38.06        |
| N M     | 6.94        |       |              |
| M P     | 8.82        |       |              |
| N O     | 22.16       |       |              |
| P O     | - .10       |       |              |
| P Q     | 3.48        |       |              |
| O R     | 16.63       |       |              |
| Q R     | -2.39       |       |              |
| Q S     | .32         |       |              |
|         |             | R T   | 9.98         |
|         |             | S T   | 2.41         |



RESEAU 1



RESEAU DE TESTOUR

Reseau 1

*Données du problème*

| Conduite | Longueur<br>[ m ] | Diamètre<br>[ m ] | Coef H-W | Noeud | Altitude<br>[ m ] | Débit<br>[ l/s ] |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------|-------------------|------------------|
| A → B    | 300.0             | 200               | 120      | A     | 60.0              | - 49.5           |
| B → C    | 430.0             | 150               | 120      | B     | 42.8              | 5.5              |
| A → D    | 230.0             | 200               | 120      | C     | 40.7              | 4.5              |
| B → E    | 350.0             | 100               | 120      | D     | 49.5              | 6.0              |
| C → F    | 340.0             | 80                | 120      | E     | 43.2              | 5.0              |
| D → E    | 200.0             | 100               | 120      | F     | 41.4              | 7.5              |
| E → F    | 230.0             | 80                | 120      | G     | 38.6              | 6.0              |
| D → G    | 210.0             | 100               | 120      | H     | 37.6              | 7.5              |
| E → H    | 310.0             | 100               | 120      | I     | 40.2              | 7.5              |
| F → I    | 400.0             | 80                | 120      |       |                   |                  |
| G → H    | 460.0             | 80                | 120      |       |                   |                  |
| H → I    | 360.0             | 100               | 120      |       |                   |                  |
| G → H    | 460.0             | 80                | 120      |       |                   |                  |
| H → I    | 360.0             | 100               | 120      |       |                   |                  |

*Resultats*

| Conduite | Debits [ l / s ] |            |          | Noeud | Pression [ m ] |         |            |
|----------|------------------|------------|----------|-------|----------------|---------|------------|
|          | H-Cross          | L. E. P. C | Nw. Raph |       | H-C            | Nw-Raph | L. E. P. C |
| A → B    | 23.21            | 22.13      | 23.22    | A     | 20.5           | 20.5    | 20.5       |
| B → C    | 10.02            | 9.45       | 10.03    | B     | 36.6           | 36.6    | 37.1       |
| A → D    | 26.29            | 27.37      | 26.28    | C     | 37.4           | 37.4    | 38.5       |
| B → E    | 7.69             | 7.15       | 7.69     | D     | 29.9           | 29.9    | 30.4       |
| C → F    | 5.52             | 4.99       | 5.53     | E     | 31.5           | 31.5    | 34.4       |
| D → E    | 10.45            | 12.57      | 10.45    | F     | 29.3           | 29.3    | 34.3       |
| E → F    | 4.88             | 4.53       | 4.89     | G     | 36.4           | 36.4    | 39.0       |
| D → G    | 2.91             | 2.02       | 2.92     | H     | 32.4           | 32.4    | 37.8       |
| E → H    | 3.84             | 2.80       | 3.83     | I     | 27.9           | 27.9    | 34.4       |
| F → I    | 4.59             | 5.48       | 4.58     |       |                |         |            |
| G → H    | 9.84             | 8.80       | 9.83     |       |                |         |            |
| H → I    | 8.26             | 10.18      | 8.25     |       |                |         |            |

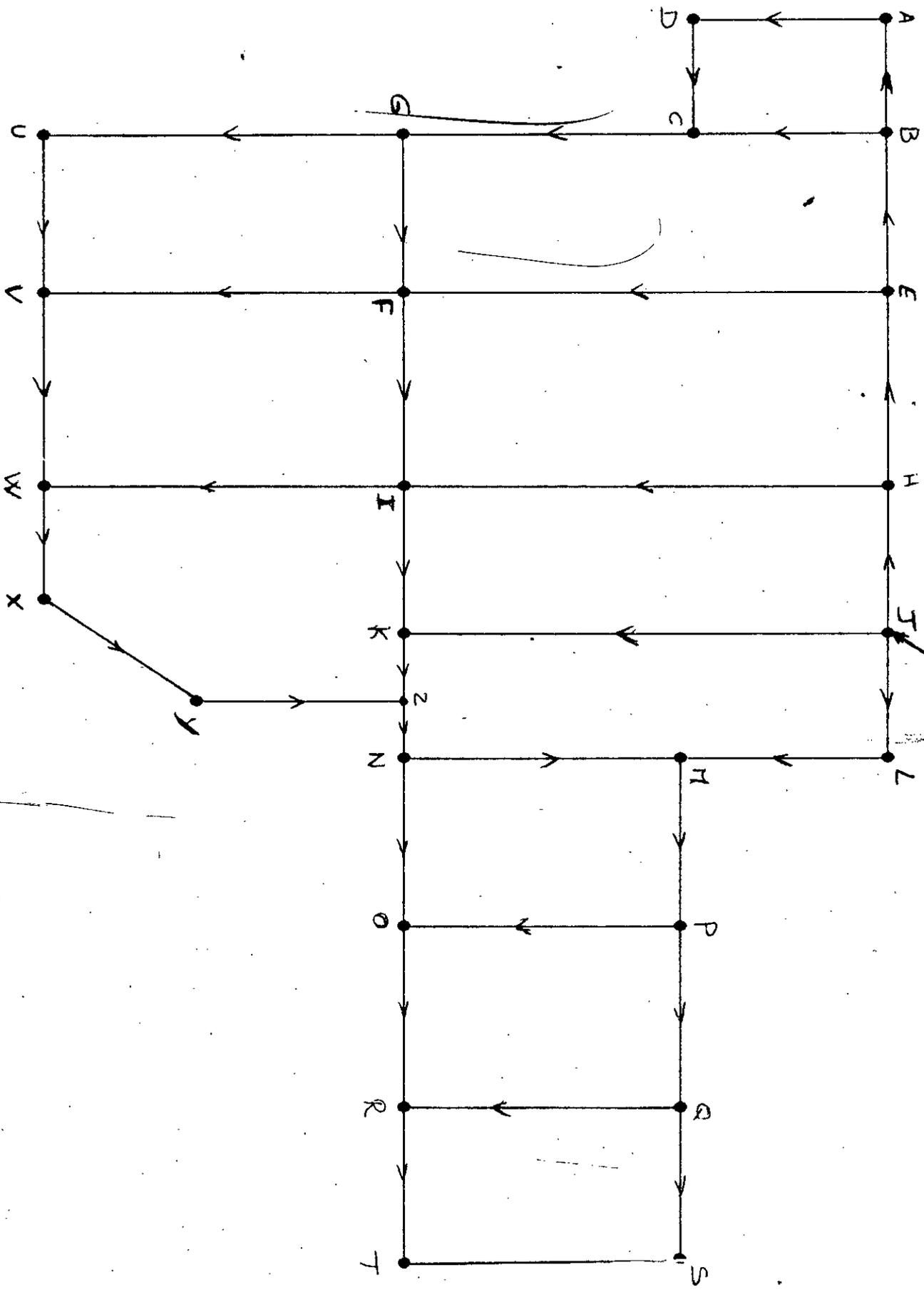
Testour ( Tunis )

*Données du problème*

| Conduite | Longueur<br>[ m ] | Diamètre<br>[ m ] | Coef H-W | Noeud | Altitude<br>[ m ] | Débit<br>[ l/s ] |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------|-------------------|------------------|
| R → A    | 200.0             | 300               | 110      | R     | 141.0             | -68.17           |
| A → B    | 350.0             | 200               | 110      | A     | 127.0             | 8.31             |
| B → E    | 100.0             | 200               | 110      | B     | 115.0             | 6.02             |
| E → F    | 230.0             | 80                | 110      | C     | 89.3              | 3.81             |
| A → F    | 610.0             | 200               | 110      | D     | 96.2              | 6.74             |
| B → C    | 400.0             | 100               | 110      | E     | 109.0             | 5.17             |
| C → D    | 400.0             | 80                | 110      | F     | 102.5             | 6.56             |
| E → D    | 280.0             | 150               | 110      | G     | 95.0              | 4.56             |
| D → H    | 400.0             | 150               | 110      | H     | 96.2              | 6.74             |
| F → G    | 260.0             | 200               | 110      | I     | 88.5              | 7.89             |
| G → H    | 390.0             | 80                | 110      | J     | 78.0              | 5.74             |
| G → I    | 480.0             | 200               | 110      | K     | 80.0              | 5.07             |
| H → I    | 300.0             | 80                | 110      |       |                   |                  |
| I → K    | 420.0             | 150               | 110      |       |                   |                  |
| I → J    | 660.0             | 80                | 110      |       |                   |                  |
| K → J    | 770.0             | 80                | 110      |       |                   |                  |

Resultats

| Conduite | Debits [ l / s ] |            |          | Noeud | Pression [ m ] |         |            |
|----------|------------------|------------|----------|-------|----------------|---------|------------|
|          | H-Cross          | L. E. P. C | Nw. Raph |       | H-C            | Nw-raph | L. E. P. C |
| A → B    | 30.42            | 30.89      | 30.55    | A     | 13.1           | 13.2    | 13.2       |
| B → E    | 20.70            | 20.45      | 20.41    | B     | 22.7           | 22.7    | 23.7       |
| E → F    | 1.93             | 2.04       | 1.87     | C     | 46.8           | 48.7    | 48.4       |
| A → F    | 27.87            | 27.41      | 27.75    | D     | 39.4           | 44.4    | 41.4       |
| B → C    | 3.70             | 4.42       | 4.12     | E     | 28.4           | 32.91   | 32.9       |
| C → D    | 1.07             | 0.61       | 0.31     | F     | 34.0           | 34.1    | 34.1       |
| E → D    | 13.61            | 13.24      | 13.37    | G     | 40.5           | 38.6    | 38.6       |
| F → G    | 23.23            | 22.89      | 20.06    | H     | 38.7           | 38.7    | 38.7       |
| G → H    | 1.16             | 1.35       | 1.19     | I     | 45.8           | 45.8    | 45.8       |
| D → H    | 6.77             | 7.11       | 6.94     | J     | 55.6           | 55.6    | 55.6       |
| H → I    | 1.47             | 1.72       | 1.39     | K     | 53.8           | 53.8    | 53.8       |
| G → I    | 17.51            | 16.98      | 17.31    |       |                |         |            |
| I → K    | 5.71             | 5.43       | 5.54     |       |                |         |            |
| K → J    | 0.46             | 0.36       | 0.48     |       |                |         |            |
| I → J    | 5.10             | 5.38       | 5.26     |       |                |         |            |



REȘEAU DE BOMBAJRA

Boumahra ( Galma )

*Données du problème*

| Conduite | Longueur<br>[ m ] | Diamètre<br>[ m ] | Coef H W | Noeud | Altitude<br>[ m ] | Débit<br>l / s |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------|-------------------|----------------|
| A → D    | 195.0             | 125               | 110      | A     | 88.21             | 1.72           |
| B → A    | 190.0             | 125               | 110      | B     | 94.55             | 1.82           |
| B → C    | 238.0             | 150               | 110      | C     | 94.11             | 4.51           |
| C → D    | 185.0             | 100               | 110      | D     | 88.51             | 4.82           |
| E → B    | 197.0             | 200               | 110      | E     | 107.6             | 4.28           |
| E → F    | 369.0             | 150               | 110      | F     | 101.3             | 11.45          |
| F → G    | 266.0             | 80                | 110      | G     | 93.61             | 6.35           |
| C → G    | 150.0             | 150               | 110      | H     | 125.3             | 8.20           |
| H → E    | 237.0             | 250               | 110      | I     | 100.6             | 4.28           |
| H → I    | 447.0             | 150               | 110      | J     | 122.9             | 0.00           |
| I → F    | 220.0             | 100               | 110      | K     | 101.0             | 8.10           |
| J → H    | 130.0             | 300               | 110      | L     | 117.5             | 4.80           |
| J → K    | 423.0             | 200               | 110      | M     | 104.0             | 0.00           |
| K → I    | 129.0             | 150               | 110      | N     | 100.1             | 9.38           |
| J → L    | 88.0              | 100               | 110      | O     | 97.42             | 2.47           |
| L → M    | 281.0             | 80                | 110      | P     | 97.7              | 2.89           |
| M → N    | 142.0             | 200               | 110      | Q     | 109.9             | 2.75           |
| Z → N    | 42.0              | 100               | 110      | R     | 104.4             | 2.81           |
| K → Z    | 46.0              | 100               | 110      | S     | 101.31            | 2.00           |
| M → P    | 247.0             | 200               | 110      | T     | 107.6             | 4.63           |
| P → O    | 173.0             | 80                | 110      | U     | 94.5              | 5.44           |
| N → O    | 447.0             | 150               | 110      | V     | 94.5              | 5.43           |
| P → Q    | 176.0             | 200               | 110      | W     | 96.36             | 3.88           |
| Q → R    | 244.0             | 200               | 110      | X     | 94.12             | 4.26           |
| O → R    | 275.0             | 250               | 110      | Y     | 96.18             | 2.70           |
| Q → S    | 190.0             | 80                | 110      | Z     | 101.0             | 7.57           |
| T → S    | 255.0             | 200               | 110      |       |                   |                |
| R → T    | 130.0             | 150               | 110      |       |                   |                |

| Conduite | Longueur<br>[ m ] | Diamètre<br>[ m ] | Coef H W |
|----------|-------------------|-------------------|----------|
| F → V    | 222.0             | 150               | 110      |
| V → U    | 270.0             | 125               | 110      |
| G → U    | 231.0             | 150               | 110      |
| W → V    | 241.0             | 150               | 110      |
| I → W    | 216.0             | 125               | 110      |
| X → W    | 95.0              | 100               | 110      |
| Y → X    | 65.0              | 100               | 110      |
| Z → Y    | 152.0             | 125               | 110      |

Resultats

| Conduite | Debits [ l / s ] |         |         | Noeud | Prssion [ m ] |         |         |
|----------|------------------|---------|---------|-------|---------------|---------|---------|
|          | H-Cross          | L.E.P.C | Nw.Raph |       | H-C           | Nw-Raph | L.E.P.C |
| A → D    | 6.36             | 6.85    | 6.53    | A     | 53.2          | 43.1    | 50.8    |
| B → A    | 8.08             | 8.57    | 8.25    | B     | 45.8          | 44.0    | 45.1    |
| B → C    | 16.63            | 16.32   | 16.6    | C     | 48.4          | 42.2    | 44.4    |
| D → C    | 2.41             | 2.34    | 2.02    | D     | 53.7          | 48.1    | 50.1    |
| E → F    | 18.32            | 18.15   | 18.27   | E     | 31.7          | 32.0    | 32.7    |
| F → G    | 0.66             | 0.96    | 0.80    | F     | 42.0          | 34.2    | 36.8    |
| C → G    | 13.66            | 13.84   | 13.80   | G     | 49.8          | 41.7    | 44.4    |
| H → E    | 49.13            | 49.14   | 49.23   | H     | 12.6          | 15.6    | 15.8    |
| H → I    | 17.40            | 17.82   | 17.36   | I     | 41.8          | 35.9    | 38.0    |
| I → F    | 3.79             | 4.16    | 3.79    | J     | 0.0           | 0.0     | 0.0     |
| J → H    | 68.64            | 69.07   | 68.70   | K     | 41.3          | 35.6    | 37.6    |
| J → K    | 40.17            | 39.17   | 40.12   | L     | 22.8          | 21.0    | 22.3    |
| K → I    | 4.89             | 4.90    | 4.88    | M     | 52.8          | 17.8    | 26.6    |
| J → L    | 11.50            | 12.08   | 11.51   | N     | 56.8          | 21.8    | 30.4    |
| L → M    | 8.68             | 9.27    | 8.70    | O     | 59.7          | 24.2    | 33.0    |
| N → M    | 7.89             | 5.08    | 4.90    | P     | 59.4          | 23.9    | 32.7    |
| Z → N    | 28.91            | 28.34   | 28.88   | Q     | 47.3          | 11.6    | 20.4    |
| K → Z    | 25.89            | 24.88   | 25.86   | R     | 52.8          | 17.1    | 25.9    |
| M → P    | 12.69            | 12.35   | 11.60   | S     | 56.3          | 19.8    | 28.8    |
| O → P    | 0.28             | 0.17    | 0.57    | T     | 50.0          | 13.5    | 22.6    |

Resultats

| Conduite | Debits [ l / s ] |         |         | Noeud | Prssion [ m ] |         |         |
|----------|------------------|---------|---------|-------|---------------|---------|---------|
|          | H-Cross          | L.E.P.C | Nw.Raph |       | H-C           | Nw-Raph | L.E.P.C |
| N → O    | 18.28            | 18.63   | 19.35   | U     | 49.5          | 40.2    | 43.2    |
| P → Q    | 7.16             | 6.75    | 6.73    | V     | 49.6          | 40.2    | 43.2    |
| R → Q    | 4.98             | 0.37    | 0.22    | W     | 48.1          | 34.4    | 41.2    |
| O → R    | 12.94            | 13.36   | 13.35   | X     | 53.3          | 37.3    | 41.8    |
| Q → S    | 1.42             | 1.57    | 1.39    | Y     | 52.5          | 34.0    | 39.0    |
| T → S    | 1.31             | 1.16    | 1.31    | Z     | 48.1          | 28.7    | 33.9    |
| R → T    | 8.88             | 8.73    | 8.88    |       |               |         |         |
| F → V    | 10.00            | 9.90    | 9.81    |       |               |         |         |
| U → V    | 2.02             | 0.25    | 0.05    |       |               |         |         |
| G → U    | 7.97             | 8.45    | 8.25    |       |               |         |         |
| V → W    | 5.49             | 5.87    | 5.59    |       |               |         |         |
| I → W    | 10.40            | 10.46   | 10.34   |       |               |         |         |
| W → X    | 11.09            | 11.54   | 11.13   |       |               |         |         |
| X → Y    | 8.65             | 9.09    | 8.66    |       |               |         |         |
| Y → Z    | 5.90             | 6.34    | 5.91    |       |               |         |         |

CONCLUSION GENERALE :

Le problème de dimensionnement des réseaux maillés de distribution d'eau potable, qu'on a étudié et résolu par des techniques d'équilibrage qui consistent à déterminer le débit en chaque tronçon et la charge en chaque noeud du réseau, paraît à travers le développement qui a précédé parallèlement à son intérêt indéniable tant du point de vue théorique que pratique, assez aisé à formuler mais complexe à résoudre.

Pour chaque méthode étudiée un logiciel de calcul a été élaboré.

On soulignera qu'à travers les résultats obtenus, on est parvenu à éliminer l'inconvénient du choix d'une répartition initiale des débits pour la méthode de HARDY-CROSS, ou des charges pour la méthode de NEWTON-RAPHSON par l'usage de la méthode de linéarisation des pertes de charges pour laquelle seule une répartition initiale des diamètres est exigée afin de permettre l'équilibrage.

De nouvelles formulations de calcul du débit de pointe ont été introduites dans le modèle de calcul, l'exploitation de cette amélioration a été limitée par le manque de données (mesure de pressions et de débits en temps réel).

Les modèles élaborés sur la base de la méthode de NEWTON-RAPHSON et de la méthode linéaire permet de résoudre le problème de l'équilibrage des réseaux quelque soit sa complexité, même si le réseau comporte des clapets anti-retour, des réducteurs de pression, des pompes et même plusieurs réservoirs.

Un autre avantage de ces modèles est qu'ils ne différencient pas entre les réseaux maillés et les antennes ramifiées, mais aussi peuvent être utilisés pour l'étude de réseaux constitués de conduites hétérogènes (différents types de matériaux).

Conclusion générale:

---

On notera enfin que le logiciel de calcul (basé sur la méthode de Newton-Raphson) peut facilement s'étendre à la simulation du fonctionnement dynamique d'un réseau pendant une période de temps choisie (automatisation des réseaux de distribution).

## BIBLIOGRAPHIE

- BASALO C., (1973). Les débits de pointe de consommation domestique à prendre en compte dans les réseaux ruraux d'alimentation en eau potable. Note technique .C.E.R.A.F.E.R., pp 1-5.
- BONNET M.G., (1984). Informatique et réseau d'adduction d'eau potable de l'analyse du fonctionnement au suivi en temps réel. CEMAGREF. Div. calcul. Toulouse., pp 1-9.
- CARLIER M., (1980). Hydraulique général et appliquée. Ed. Eyrolles, 565 p.
- CLEMENT R. & GALAND A., (1979). Irrigation par aspersion et réseaux collectifs de distribution sous pression. Ed. Eyrolles., 182 p.
- CEMAGREF, (1986). Simulation de réseaux d'AEP en pointe., 50 p.
- DELFINO W.C.D., (1975). Optimal design of water distribution pipeline networks .Ph. D .thesis .Case W. R. Univ., 125 p.
- GIRARDO P.L., DIVENOT A., (1967). Prévion des besoins en eau potable d'un ensemble urbain important en expansion. Tech. de l'eau et de l'assainissement., 249, pp 31-44.
- JACOBY S.L.S., (1968). Design of optimal hydraulic networks .Jr . hydr. Div., 94(3), pp 135-164.
- JAMES M.L., SMITH G.M., WOLFORD J.C., (1977). Applied numerical methods for digital computation with fortran and CSMP .Harper & Row. Publishers., 687 p.
- KOUTITAS C.G., (1983). Elements of computational hydraulics Pentech. press. London ., 132p.
- LABYE Y., (1963). Procédé de calcul ayant pour but de rendre minimal le cout d'un réseau de ditribution d'eau sous pression .La houille blanche., (5), pp 97-110.
- LABYE Y., LEBDI F., (1983). Contribution à l'étude du problème d'équilibrage hydraulique des réseaux maillés. Note. INA. Tunis., 28p.
- LAM C.F., (1973). Discrete gradient optimization of water systems. Jr. hydr. Div., 99(6), pp 863-872.
- LEBDI F., (1985). Recherche d'une methode d'optimisation des réseaux mailles sous pression. Thèse de doctorat. Inst. national. polytech de Toulouse., 146 p.

- LEKAN T., (1979). Modèle de calcul de l'écoulement en régime permanent dans un réseau d'eau maillé . J. Hydraul. res. ,17(2), pp 149-163.
- MARIN-CUDRAZ H., (1987). Contribution à l'optimisation de distribution d'eau-I . Annales. ponts et chaussée. ,2<sup>e</sup> tri, pp 3-23.
- MARIN-CUDRAZ H., (1987). Contribution à l'optimisation de distribution d'eau-II. Annales. ponts et chaussée. ,3<sup>e</sup> tri, pp 3-20.
- MAHDJOUB Z., (1983). Contribution a l'étude de l'optimisation des réseaux maillés. Thèse de doctorat d'état . Ecole nationale polytechnique de Toulouse. ,300 p.
- MASASHI S. (1989). Graph-theoretical model for slow transient analysis of pipe networks. Jr. hyd. engrg. ,115(9), pp 1165-1183.
- NIELSEN H. B., (1989). Methods for analyzing pipe networks. Jr. hyd. Engrg. pp 139-157.
- NOWAKOWS C., (1984). Méthodes de calcul numérique - tome 1 programmes en basic et en pascal . ed PSI. ,183 p.
- OVALLE A. C., (1977). Desarrollo de un modelo matemático para el diseño de redes de agua potable considerando un criterio económico. Rpt. Univ. Santiago . Chile . Dpt . Obras Civiles. ,63 p.
- RENOUARD P. (1971). Réseaux maillés-calcul économique. Tech. Ing . 740.1-740.5.
- ROWELL W. & AL., (1982). Obtaining layout of water distribution systems. Jr. hydr. Div. ,108(1), pp 137-148.
- SHIMADA M., (1988). Time-marching approach for pipe steady flows. Jr. hyd. Engrg. ,114(11), pp 1301-1321.
- TONG A. L., (1961). Analysis of distribution networks by balancing equivalent pipe lengths . Jr. Awwa. ,53(2), pp 192-210.
- TRIBUT J., (1969). Détermination du débit de pointe à prendre en compte pour la desserte en eau potable de petits groupements de foyers . Tech et Scienc. municipal. ,64(10), pp 305-316.
- WOOD D. J., CHARLES C. O. A., (1972). Hydraulic network analysis using linear theory . Jr. hyd. div. ,98(7), pp 1157-1170.
- WOOD D. J., RAYES A. G., (1981). Reliability of algorithms for pipe network analysis . Jr. hyd. div. ,107(10), pp 1145-1161.
- YU-CHUN SU, MAYS L. W., NING D., LANSEY K. E., (1987). Reliability-based optimization model for water distribution systems . Jr. hyd. Engrg, 114(12), pp 1139-1157.

ZAOUI J., (1972). Optimisation des réseaux de conduites en charge dans différentes conditions de fonctionnement . La Houille Blanche ,8, pp 679-684.