

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية للتكنولوجيا  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE DE MAGISTER

OPTION : TELECOMMUNICATION

Présentée par :

M. Nabil BEHLOULI

Ingénieur d'état en Electronique option Télécommunication  
Titre obtenu de l'U.S.T.H.B

THEME :

**ANALYSE ET CONCEPTION  
DES COUPLEURS ET DIVISEURS  
DE PUISSANCE MICRO ONDES**

Soutenue publiquement le 07/01/2001 devant la commission d'examen  
composée de :

MM

D. BERKANI.	Professeur (ENP)	Président
M. TRABELSI.	Chargé de Cours (ENP)	Rapporteur
A. ZERGUERRAS.	Professeur (ENP)	Examineur
R. AKSAS.	Maître de conférence (ENP)	Examineur
B.A. AZRAR.	Chargé de Cours (Univ. de Boumerdes)	Examineur

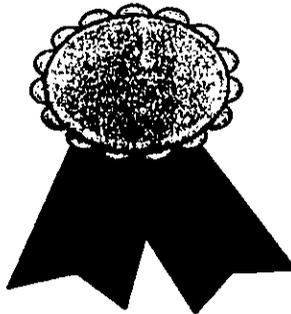
Ecole Nationale Polytechnique  
10, Avenue Pasteur, Hassen Badi, 16200 El-Harrach, Alger.

# REMERCIEMENT

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Je tiens à remercier tout particulièrement mon Directeur de Thèse **M. TRABELSI** pour sa disponibilité permanente tout au long de la période de préparation de ma thèse, pour la pertinence de ses orientations et conseils, et pour son sens très développé des relations humaines.

Enfin, je remercie aussi, tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail



الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail d'abord à mes très chers parents  
pour leur soutien moral et leur dévouement pour mon éducation.*

*A mes frères Karim, Abdelouhab et Abdelhamid.*

*A mes sœurs Yamina, Farida, Malika, Nawel, Nora, Ghama et Atika  
ainsi que mes neveux et nièces.*

*A mes amis Hamid, Redouane, Rafik.*

*A mes collègues de Sonelgaz précisément Nassim, Atimène, Wahiba,  
Lila, Fadéha, Rafik, Karim et Baraka (Equipe Qualité).*



## SOMMAIRE

<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 1: Théorie des diviseurs de puissance</b> .....	3
1.1 Les Jonctions à trois accès.....	4
1.1.1 Généralités.....	4
1.2 Les Tés en guide d'onde .....	4
1.2.1 Le Tés en série.....	4
1.2.2 Le Té en Shunt.....	5
1.3 Le Té en microruban.....	5
1.4. Diviseur de Wilkinson à 3dB (Hybride).....	6
1.4.1 Dimensionnement de la résistance d'isolation $R_z$ .....	7
1.5 Diviseur de Wilkinson quelconque .....	8
1.5.1 Présentation .....	8
1.5.2 Analyse du diviseur de Wilkinson quelconque .....	9
<b>Chapitre 2 : Nouvelle Méthode d'Analyse</b> .....	12
2.1 Introduction.....	13
2.2 Premier Cas (impédances de normalisation prises à la fréquence centrale) .....	13
2.2.1 Analyse du montage .....	13
a) Première Configuration .....	13
b) Deuxième Configuration .....	15
c) Troisième Configuration .....	16
2.3 Deuxième Cas (impédances de normalisation variant en fonction de la fréquence).....	17
2.4 Etude Comparative .....	17
2.4.1 Résultats obtenus (cas hybride) .....	19
2.5 Résultats obtenus pour un diviseur quelconque .....	21
2.5.1 Résultats obtenus par la méthode d'analyse classique pour un diviseur quelconque.....	21
2.5.2 Résultats obtenus par la nouvelle méthode d'analyse pour un diviseur quelconque .....	22
2.5.3 Résultats obtenus par la nouvelle méthode d'analyse pour un diviseur quelconque(cas réel) .....	23



<b>Chapitre 3 : Conception des Coupleurs Directifs</b> .....	25
3.1. Généralités .....	26
3.2. Paramètres de conception .....	26
3.2.1 Coupleur en anneau .....	26
3.2.1.1 Détermination des coefficients de couplage, d'isolation et du taux d'ondes stationnaires .....	27
3.2.2 Coupleur en Echelle .....	29
3.2.2.1 Détermination des coefficients de couplage, d'isolation et du taux d'onde stationnaires .....	29
3.2.3 Coupleur directif à ligne de transmission couplée .....	30
3.2.4 Coupleur directif large bande à réponse fréquentielle de type Chebyshev..	33
3.3. Evaluation du facteur de couplage des différents coupleurs .....	36
 <b>Chapitre 4 : Technologie de réalisation des lignes</b> .....	 38
4.1. Ligne Microruban .....	39
4.2. Ligne Triplaqué .....	42
4.3. Ligne Triplaqué Couplée .....	44
4.4. Ligne Microruban Couplée .....	46
4.5. Conception de coupleurs directifs en technologie planaire .....	49
4.6. Exemples de résultats de conception .....	51
 <b>Chapitre 5 : Conception du diviseur de Wilkinson à large bande</b> .....	 52
5.1. Théorie du diviseur à large bande .....	53
5.1.1 Analyse du circuit .....	53
5.1.2 Synthèse du circuit .....	55
5.1.3 Conception .....	55
5.1.3.1 Conception pour $n=2$ .....	55
5.1.3.2 Approximation itérative ( $n=3$ ) .....	56
5.1.3.3 Conception générale ( $n>3$ ) .....	57
5.1.4 Calcul du paramètres $S$ du diviseur.....	58
5.1.4.1 Paramètres $S_{11}, S_{21}$ et $S_{31}$ .....	58
5.1.4.2 Paramètres $S_{22}, S_{33}, S_{32}, S_{23}, S_{13}$ et $S_{12}$ .....	58



5.2. Algorithme Conception d'un diviseur Wilkinson à large bande.....	62
5.3 Elargissement de la bande passante .....	64
5.3.1 Analyse .....	65
5.3.2 Calcul de la résistance d'isolation $R'_z$ .....	67
5.3.3 Organigramme de conception .....	68
5.4 Conception .....	69
5.4.1 Premier circuit (fig 5.1) .....	69
5.4.2 Deuxième circuit (fig 5.8) .....	69
5.5 Etude comparative entre les différents diviseurs à large bande .....	70
5.5.1 Evaluation des performances du diviseur à large bande (fig 5.1) et le diviseur de Wilkinson de base (fig 1.5).....	70
5.5.2 Evaluation des performances du diviseur à large bande à base de transformateurs Chebyshev et Butterworth .....	71
5.6 Conclusion .....	73
<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>74</b>
<i>Annexe A : Détermination de la résistance d'isolation .....</i>	<i>75</i>
<i>Annexe B : Détermination de la matrice S du diviseur de Wilkinson adapté:.....</i>	<i>76</i>
<i>Annexe C : Caractérisation d'un diviseur de puissance quelconque.....</i>	<i>80</i>
<i>Annexe D : Méthode de Newton de résolution des équations non linéaire .....</i>	<i>86</i>
<i>Annexe E : Intégrales Elliptiques Completes du première ordre.....</i>	<i>87</i>
<i>Annexe F : Polynôme de Chebyshev et de Butterworth .....</i>	<i>89</i>
<i>Bibliographie : .....</i>	<i>91</i>



## Résumé :

*Le but de ce travail consiste à développer et mettre en œuvre des méthodes de conception des diviseurs-combineurs de puissance micro ondes (coupleurs, diviseurs de Wilkinson), dispositifs très importants dans les réseaux de Télécommunication. Ces méthodes de conception, s'articulant sur l'analyse et la synthèse, ont pour objet les dispositifs à large bande de fréquence indispensables à la transmission de grandes quantités d'informations et qui constituent donc une solution aux besoins actuels de traitement et de transmission. N'ayant pas recours aux grandeurs électriques mesurables, les méthodes d'analyse du diviseur de Wilkinson existantes sont donc fastidieuses, ce qui nous a conduits à développer une nouvelle approche moins contraignante et beaucoup plus précise. Les résultats obtenus permettent la conception de n'importe quel diviseur - combineur de puissance ainsi que sa réalisation en technologie planaire.*

## Abstract :

*The goal of this work consists in developing some methods of design of microwave power dividers and combiners (couplers & Wilkinson dividers), very important devices in Telecommunication networks. These methods of conception articulating on the analysis and the synthesis, has for object the broadband devices indispensable to the transmission of big quantities of informations that constitutes a solution to the present needs of processing and transmissions. Not having recourse to the measurable electric parameters, the existing analysis methods are therefore trying, what lead us to develop a new approach less coercive and more precise. The gotten results will permit the conception of any power divider and combiner with the possibility to make them in different stripline technology.*

الهدف من هذا العمل هو تطوير طرق تسمح بتصميم مجزئات و مركبات قوة ميكرو موجية المستعم. لة بكثرة في أنظمة الاتصالات. ان هذه الطرق تتركز على التحليل و التخليص أنظمة ذات قناة واسعة التي تسمح ببث كمية كبيرة من المعلومات. وهي تعتبر حل للعوائق الحالية في ميدان المعالجة و بث المعلومات. ان أنظمة التحليل الحالية تعتمد على معايير كهربائية غير قياسية مما يؤدي الى حسابات تحليلية معقدة لهذا الغرض قمنا بتطوير نظام جديد للتحليل اقل اشكالية و دقة فائقة النتائج المتحصل عليها ستسمح بتصميم أي مجزء او مركب قوة باضافة امكانية تحقيقه بواسطة تقنية الميكرو شريط

**Mots Clés :** Diviseur de Wilkinson, coupleur directif, technologie planaires, élargissement de la bande passante.

## *Introduction :*

*Dans le domaine des Télécommunications, les quantités d'informations exigées par les utilisateurs deviennent de plus en plus importantes. Pour leur acheminement et leur traitement, on a, par conséquent, recours à des dispositifs dont les réponses fréquentielles doivent être de plus en plus étendues.*

*Le domaine des micro-ondes, de part son spectre de fréquence très large, de l'ordre de quelques centaines de Gigahertz, répond parfaitement à ce besoin. Mais le caractère sélectif des circuits passifs distribués micro-ondes limite d'une manière relative leurs bandes passantes et leur analyse est souvent considérée complexe. Donc, la recherche de circuits permettant une large bande est, de ce fait, plus que nécessaire, ainsi que les méthodes d'analyse les plus adéquates. Parmi ces circuits, on s'est particulièrement intéressé aux diviseurs et combineurs de puissance, tels que les diviseurs de Wilkinson et les coupleurs directifs ( coupleur en anneau, branch-line, coupleur à ligne couplée, et au coupleur directif large bande à réponse fréquentielle de type Chebyshev). Ils sont surtout employés dans l'amplification de puissance et dans l'instrumentation (mélangeurs équilibrés, amplificateurs équilibrés, déphaseurs, atténuateurs, modulateurs, discriminateurs et ponts de mesures).*

*Le travail, qu'on s'est fixé, consiste donc à développer et mettre en œuvre des méthodes de conception des diviseurs-combineurs et coupleurs. Ces méthodes s'articulent sur l'analyse des performances des différents circuits de base ainsi que ceux conçus dans le sens de l'amélioration de la bande passante d'une part et sur leurs synthèses en technologie planaire qui est très utilisée actuellement d'autre part.*

*Les méthodes d'analyse des diviseurs de Wilkinson existantes ont recours à des grandeurs électriques non mesurables. Nous avons remarqué aussi que ces méthodes font abstraction des effets dispersifs des circuits microruban, dont la perception augmente avec la fréquence. Il en résultera donc un calcul fastidieux et une erreur tant sur le plan théorique que sur le plan de la réalisation. Pour remédier à cet état de fait, nous avons été amenés à développer une nouvelle approche d'analyse moins contraignante et plus précise .*

*Toutes ces conceptions ont été associées à la technologie planaire par le développement de programmes de synthèse en langage évolué.*

*Le présent document est organisé comme suit :*

*Dans le chapitre 1 on s'intéresse à la présentation de la théorie des diviseurs de puissance en guide d'onde et en ligne microruban*

*Nous exposons, dans le chapitre 2, la nouvelle méthode d'analyse des diviseurs de Wilkinson que nous avons développée et dont le principe est de transformer la configuration triporte de ceux-ci en biporte. La validation de cette méthode est confirmée par la comparaison de ses résultats à ceux obtenus par le programme PUFF, qui est d'actualité*

*Le chapitre 3 est consacré à la conception des coupleurs directifs (en anneau, en échelle, à ligne de transmission couplée et à réponse fréquentielle de type Chebyshev).*

*Dans le chapitre 4, une étude des différents algorithmes de synthèse en technologie planaire. (lignes microruban, triplaque, triplaque couplée et microruban couplée) est présentée avec quelques améliorations que nous avons apportées. Des exemples de conception de coupleurs directifs synthétisés selon la technologie planaire la plus compatible sont donnés.*

*Une étude ayant pour objet l'élargissement de la bande passante est traitée dans le chapitre 5. Elle est consacrée à la présentation d'une méthode de conception du diviseur de Wilkinson à large bande constitué de plusieurs lignes de transmission en cascade.*

*Ce travail se termine par une conclusion.*

## ***Chapitre 1 : Théorie des diviseurs de puissance***

*L'étude du diviseur de Wilkinson doit passer par celle des différents diviseurs de puissance, à savoir les Tés en guide d'onde et les Tés en microruban. Cette étude permettra de montrer la nécessité d'introduire un nouveau type de diviseur de puissance (Wilkinson) pour lever les différentes contraintes liées à l'utilisation des diviseurs en Tés.*

## 1.1 Les Jonctions à trois accès

### 1.1.1 Généralité :

Une jonction est la région de raccordement de deux lignes de transmission au moins où les pertes sont négligeables.

L'expression du champ électromagnétique est difficile à obtenir, voire même impossible sauf pour des cas particuliers. Pour cela, on a souvent recours au formalisme de la matrice de répartition qui permet de caractériser n'importe quelle jonction à partir des conditions de symétrie, réciprocity, conservation d'énergie, ...etc. Les Tés ainsi que le diviseur de Wilkinson sont des exemples de jonctions à trois accès appelés aussi diviseurs de puissance.

La figure(1.1) représente un système de jonction à trois accès illustrés par la méthode des graphes orientés[1]. Cette dernière permet de déterminer l'influence des divers paramètres sur la transmission d'un accès à l'autre, où chaque accès est défini par deux points : le premier point où l'onde incidente  $a_i$  est appliquée, le second où l'onde  $b_i$  est réfléchi( $i=1,2,3$ ). Ces deux ondes sont reliées entre elles par les paramètres de répartition  $S_{ij}$ . Ces structures peuvent être en guide d'ondes métallique ou en ligne, plus particulièrement en technologie microruban.

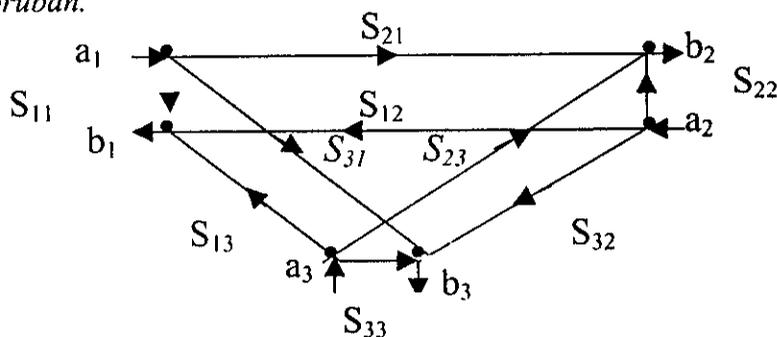


Figure 1.1 : Graphe orienté d'une jonction à trois accès

## 1.2 Les Tés en guide d'onde

### 1.2.1 Té- série :

Ce type de té vérifie les conditions générales de réciprocity et de conservation d'énergie. Pour simplifier la matrice  $S$  du système, on admet que la jonction est symétrique de sorte qu'on ait :  $S_{11} = S_{22}$

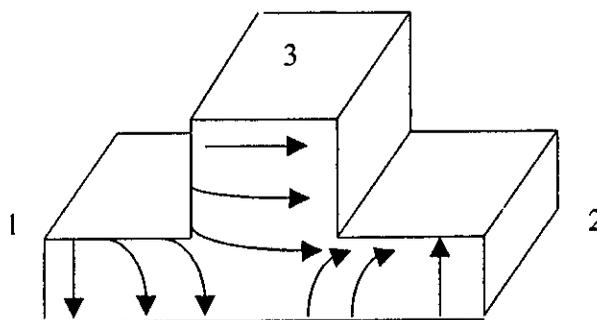


Figure 1.2 : Té- série en guide d'onde

La représentation des lignes de force du champ électrique indiquées dans la figure 1.2, montre que l'onde entrante dans la branche 3 se répartit entre les branches 1 et 2 de telle manière à obtenir

$$S_{13} = -S_{23}$$

### 1.2.2 Té- shunt :

Ce type de diviseur (fig 1.3) vérifie les mêmes conditions de symétrie que précédemment ( $S_{11} = S_{22}$  et  $S_{13} = -S_{23}$ )

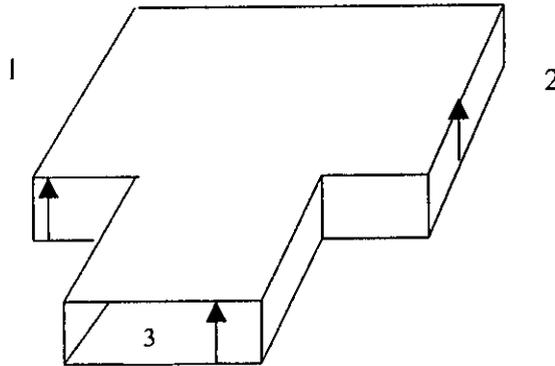


Figure 1.3 : Té Shunt en guide d'onde

### 1.3 Le Té en microruban :

C'est une structure plane à trois accès, adaptée seulement à l'accès ( $\Pi_0$ ) grâce aux lignes quart d'onde (fig 1.4). En effet, l'impédance vue à l'accès  $\Pi_1$  ou  $\Pi_2$  est  $Z=3R_0$  au lieu de  $R_0$ .

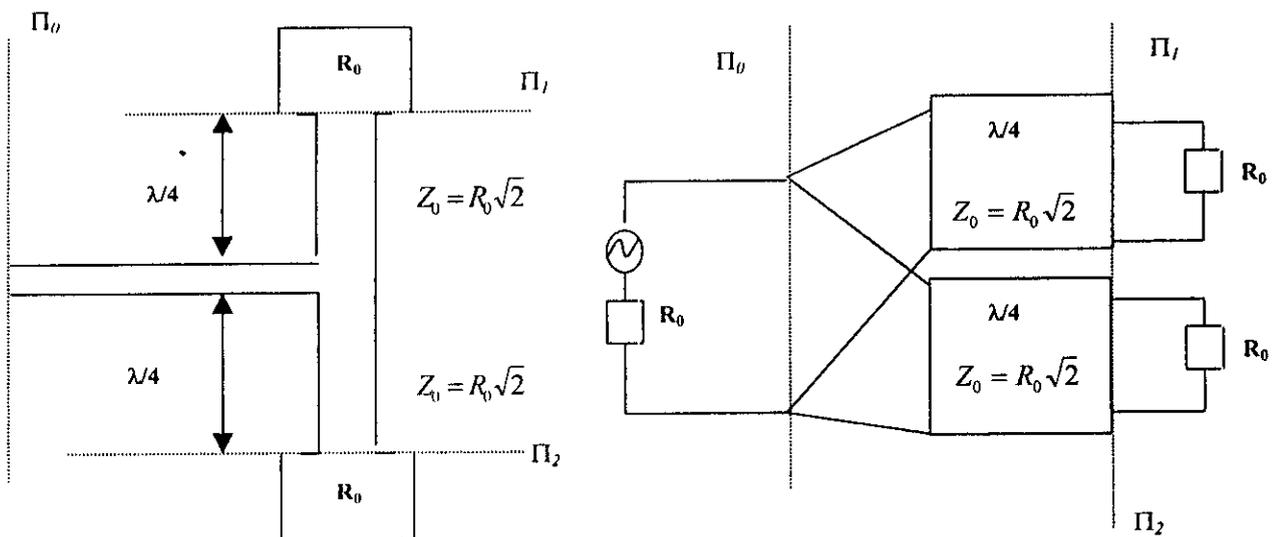


Figure 1.4 : (a) Jonction en T adaptée en ( $\Pi_0$ )  
(b) Schéma électrique

L'inconvénient de cette structure est que si une désadaptation se produisait au niveau de l'une des sorties  $\Pi_1$  ou  $\Pi_2$ , l'énergie de retour ne serait pas absorbée. Autrement dit, ces deux sorties ne sont pas isolées et ce fut Wilkinson [2] qui trouva la solution à ce problème.

#### 1.4 Diviseur de Wilkinson à 3dB (Hybride):

Le principe de ce diviseur consiste à placer une charge résistive  $2R_z$  entre les sorties (2) et (3) pour absorber l'énergie de retour (fig 1.5), si une désadaptation venait à se produire entre les deux bras de sorties. Elle doit être dimensionnée à partir de la conductivité du métal utilisé et de l'effet de peau, de sorte que sa fréquence de résonance soit plus grande que la fréquence maximale de la bande passante. L'isolation est parfaite si la sortie (3) est portée à un potentiel nul lorsqu'on alimente en (2). Ce diviseur de puissance est souvent utilisé en microondes, et à ce niveau de fréquence deux problèmes se posent :

- ◆ La fréquence de travail des résistances utilisées (Chip) atteint souvent la fréquence de résonance de ces dernières et leur comportement n'est plus purement résistive.
- ◆ l'augmentation de la fréquence de résonance entraînerait la diminution des dimensions des Chips.

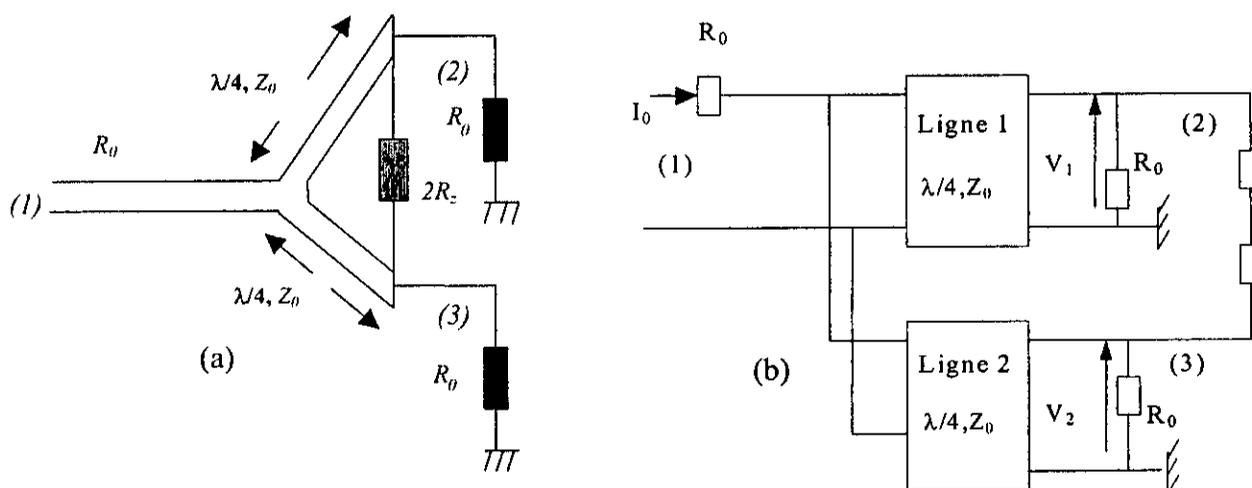


Figure 1.5 : Diviseur de Wilkinson

- (a) Structure en ligne microuban (vue de dessus)  
 (b) Schéma électrique

Pour éviter ces problèmes et pour obtenir une isolation parfaite à la fréquence centrale, la résistance  $R_z$  doit donc avoir des dimensions très petites et la distance entre les sorties (2) et (3) négligeable comparativement à la longueur d'onde. Pour cela, les deux lignes quart d'onde doivent être courbées de telle manière à ce que le couplage parasite engendré par celle-ci soit le plus faible possible (fig 1.6).

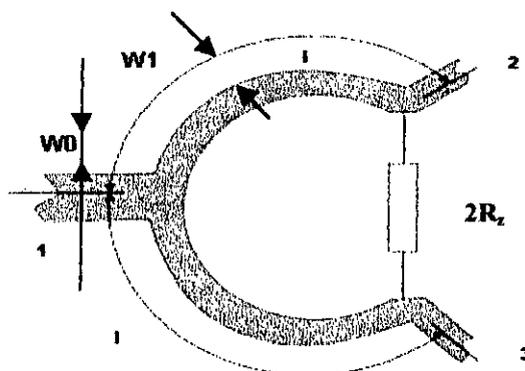


Figure 1.6 : Diviseur de Wilkinson structure modifiée

En s'imposant les conditions d'adaptation aux accès (2) et (3) et d'isolation entre eux, on montre que la valeur de la charge résistive  $R_z$  doit être égale à  $R_0$  [annexe A]

#### 1.4.1 Dimensionnement de la résistance d'isolation $R_z$ :

La structure de la résistance  $R_z$  est donnée par la figure 1.7. Cette résistance alimentée par une source de tension se compose d'une plaque résistive placée au dessus d'une plaque microruban. Le circuit équivalent de cette résistance est représenté par la figure 1.8. Les expressions de la résistance  $R$ , de la capacité  $C$  et de l'inductance  $L$  [4] sont :

$$R = \frac{a}{\sigma_s}, \text{ en } \Omega \quad (1.1)$$

$$C_1 = 2 \epsilon_0 \frac{a}{3d} \text{ en Farad/m} \quad \text{capacité linéique} \quad (1.2)$$

$$L_{1s} = \mu_0 \frac{a}{2} \text{ en H.m} \quad \text{inductance linéique superficielle} \quad (1.3)$$

où :

$$\sigma_s = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left( \frac{a}{d} \right) \quad \text{conductivité superficielle linéique} \quad (1.4)$$

où  $a$ ,  $d$ ,  $\sigma_s$ ,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$ , représentent respectivement la longueur, l'épaisseur de la plaque résistive en mètre, la conductivité superficielle en  $\Omega^{-1} \text{ m}$ , la permittivité et la perméabilité électrique

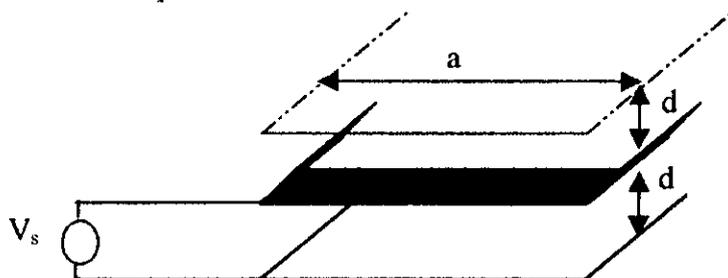


Figure 1.7 : Structure d'une résistance plane

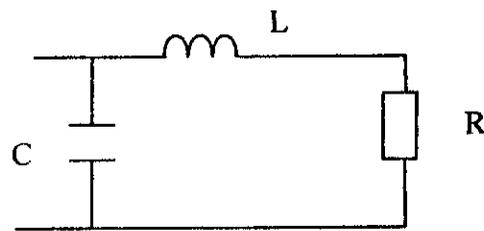


Figure 1.8 :Circuit équivalent d'une résistance plane

La matrice de dispersion  $S$  à la fréquence centrale [Annexe B] est :

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

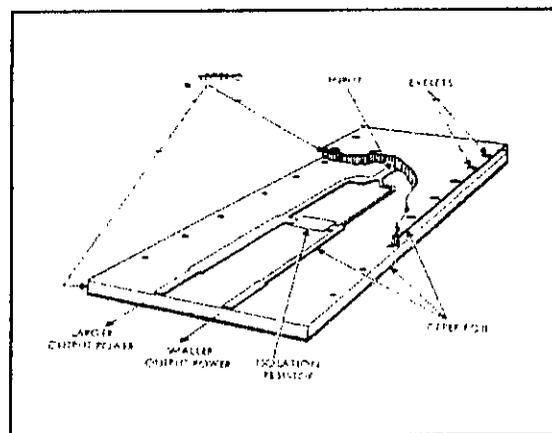
Cette dernière vérifie les caractéristiques suivantes du diviseur de Wilkinson :

- l'adaptation des trois accès,
- l'isolation entre les accès (2) et (3),
- répartition équitable de puissance entre les accès (2) et (3).

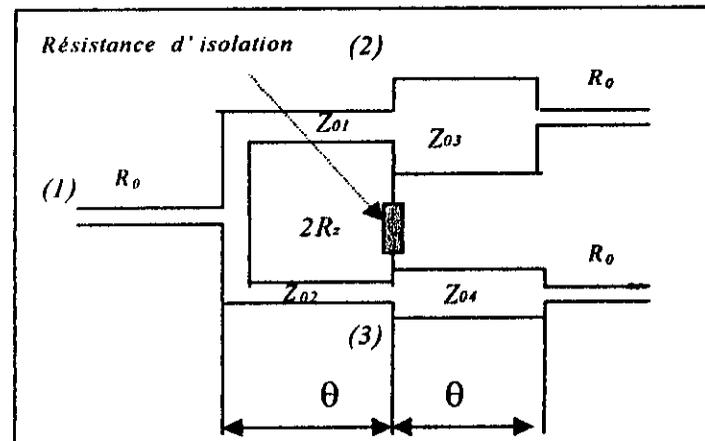
## 1.5 Diviseur de Wilkinson quelconque :

### 1.5.1 Présentation :

On peut aussi avoir un diviseur de Wilkinson dont la répartition de puissance, générée par la source à l'accès (1), est inégale au niveau des accès (2) et (3) (fig 1.9). Ce diviseur est constitué de quatre lignes d'impédances caractéristiques respectives  $Z_{0i}$  ( $i=1,2,3,4$ ) et de longueur électrique identique  $\theta$  qui vaut  $\pi/2$  à la fréquence centrale. Si  $P_2$  et  $P_3$  sont respectivement les puissances absorbées par les accès (2) et (3), leur écart peut être traduit par le rapport  $K$  [2,3] qui est défini comme suit :  $K^2 = P_3 / P_2$ . La symétrie de ce type de diviseur ne peut exister, et par voie de conséquence, ses éléments constitutifs, en particuliers les lignes, ne doivent pas être identiques comme pour le diviseur de Wilkinson hybride.



(a)



(b)

Figure 1.9: Diviseur de Wilkinson quelconque [2]

- (a) En technologie microruban  
(b) Vue de dessus

En effet, comme le montrent la figure (1.9) [2,3], ainsi que l'annexe C, les impédances caractéristiques des deux lignes sont différentes et s'expriment respectivement :

$$Z_{01} = R_0 \sqrt{K(1 + K^2)} \quad (1.6)$$

et

$$Z_{02} = R_0 \sqrt{\frac{1 + K^2}{K^3}} \quad (1.7)$$

Le fait d'avoir la même tension en (2) et (3), par rapport à la masse lorsque le circuit est alimenté en (1), permet de raccorder une résistance entre ces deux accès sans pour autant dissiper de la puissance et altérer l'adaptation. L'expression de la résistance  $R_z$  [2,3] est donnée par :

$$R_z = \frac{(1 + K^2)R_0}{2K} \quad (1.8)$$

Etant donné que l'impédance de terminaison à chaque sortie du dispositif est  $R_0$  ( $R_0=50 \Omega$ ) et pour obtenir aux accès (2) et (3) des impédances de valeurs respectives  $KR_0$  et  $R_0/K$  [annexe C], il est impératif d'intercaler deux transformateurs quart d'onde (fig 1.9) caractérisés par :

$$Z_{03} = \sqrt{K}R_0 \quad (1.9)$$

$$Z_{04} = R_0 / \sqrt{K} \quad (1.10)$$

### 1.5.2 Analyse du diviseur de Wilkinson quelconque :

La méthode d'analyse Parad et Monyhan [1] est basée sur les ondes de tension non normalisées car les impédances caractéristiques des lignes quart d'ondes sont différentes (fig 1.10). Les ondes de tension non normalisées incidentes  $C_i$  et réfléchies  $D_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) sont reliées par la matrice suivante:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

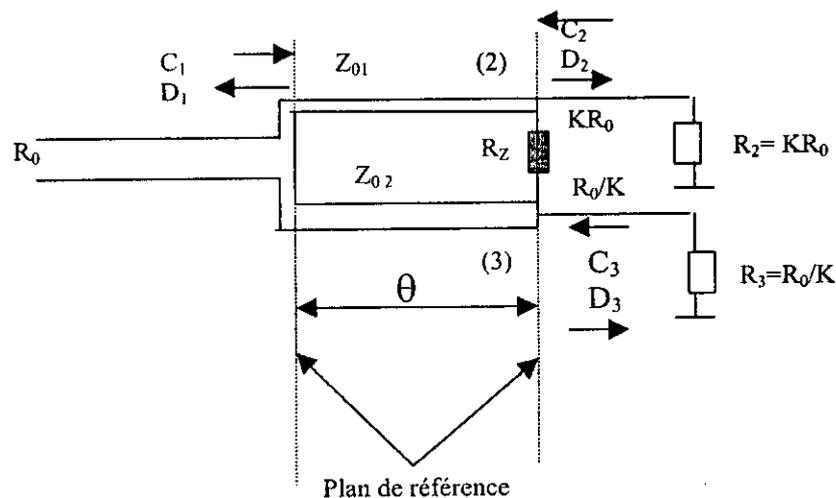


Figure 1.10 : Représentation des ondes de tension non normalisées

Les éléments de cette matrice [annexe C] s'expriment ainsi :

$$T_{11} = \frac{D_1}{C_1} = \Gamma_1 \left[ 1 + \frac{(1 - \Gamma_1^2) e^{-j2\theta}}{1 + \Gamma_1^2 e^{-2j\theta}} \right] \quad (1.12)$$

avec :

$$\Gamma_1 = \frac{\sqrt{K} - \sqrt{1 + K^2}}{\sqrt{K} + \sqrt{1 + K^2}} \quad (1.13)$$

$$T_{21} = T_{31} = \frac{D_2}{C_2} = \left[ \frac{(1 + \Gamma_1)^2 e^{-j\theta}}{1 + \Gamma_1^2 e^{-2j\theta}} \right] \quad (1.14)$$

Par réciprocity, on obtient également :

$$T_{12} = T_{21} / K \quad (1.15)$$

$$\text{et } T_{13} = KT_{31} \quad (1.16)$$

$$T_{33} = \frac{2K^2}{1 + K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} + \frac{1}{K^2(1 + KY_{02}R_0)} \right] - 1 \quad (1.17)$$

$$T_{22} = \frac{2}{1 + K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} + \frac{K^2}{(1 + KY_{02}R_0)} \right] - 1 \quad (1.18)$$

$$T_{23} = \frac{2K^2}{1 + K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} - \frac{1}{(1 + KY_{02}R_0)} \right] \quad (1.19)$$

$$T_{32} = \frac{2}{1 + K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} - \frac{1}{(1 + KY_{02}R_0)} \right] \quad (1.20)$$

Où :

$$Z_{2e} = Z_{02} \frac{R_0(1 + K^2) + jZ_{02} \operatorname{tg} \theta}{Z_{02} + jR_0(1 + K^2) \operatorname{tg} \theta} \quad (1.21)$$

$$Y_{02} = \frac{1}{KR_0} + \frac{1}{jR_0 \sqrt{K(1 + K^2)} \operatorname{tg} \theta} \quad (1.22)$$

Dans cette méthode d'analyse, les niveaux des tensions, dans un plan transversal quelconque, sont les mêmes, autrement dit que les longueurs électriques  $\theta$  sont égales et indépendantes des caractéristiques des lignes. Ainsi  $\theta$  peut donc s'écrire  $\theta = \frac{\pi}{2} \times \frac{f}{f_0}$ . Mais

ceci n'est pas valable, surtout à très haute fréquence, si le diviseur de Wilkinson est réalisé en technologie Microruban. En effet, dans cette technologie des lignes différentes ont des permittivités effectives ( $\epsilon_{\text{eff}}$ ) différentes et variant avec la fréquence  $f$  [5,6]. Pour une ligne quart d'onde, la longueur électrique s'écrit :

$$\theta = \frac{\pi}{2} \times \frac{f}{f_0} \times \frac{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}(f)}}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}(f_0)}} \quad (1.23)$$

où  $f_0$  est la fréquence centrale.

Aussi, les expressions des  $T_{ij}$  [2] ne sont – elles valables que si on connecte réellement  $R_2$  et  $R_3$ . Or en hyperfréquence ces impédances sont réalisées au moyen de transformateurs quart d'onde dont la résistance terminale est  $R_0$  ( $50\Omega$ ) (fig 1.9.b). Par conséquent, les impédances vues à l'entrée de ces transformateurs varient avec la fréquence. Les coefficients de réflexion vus par les accès (2) et (3), sont respectivement :

$$\Gamma_{e3} = \frac{Z_{e3} - Z_{01}}{Z_{e3} + Z_{01}} \quad (1.24)$$

$$\Gamma_{e4} = \frac{Z_{e4} - Z_{02}}{Z_{e4} + Z_{02}} \quad (1.25)$$

où :

$$Z_{e3} = R_0 \sqrt{K} \frac{R_0 + jR_0 \sqrt{K} \tan \theta}{R_0 \sqrt{K} + jR_0 \tan \theta} \quad (1.26)$$

$$Z_{e4} = R_0 / \sqrt{K} \frac{R_0 + jR_0 / \sqrt{K} \tan \theta}{R_0 / \sqrt{K} + jR_0 \tan \theta} \quad (1.27)$$

Nous constatons, que les valeurs de ces coefficients de réflexion ne sont égales qu'à la fréquence centrale. Donc les niveaux de tension à une même distance de l'accès (1) ne sont pas les mêmes. On peut conclure que la méthode Parad et Moryhan [2] basée sur le principe d'égalité des tensions à la même abscisse, n'est pas valable pour le circuit de la figure (1.9).

Ceci nous a conduits à développer une nouvelle méthode d'analyse qui apporte une solution à ce problème et qui sera présentée dans le chapitre 2.

## **Chapitre 2 : Nouvelle Méthode d'Analyse**

*Les méthodes d'analyse des circuits des diviseurs de Wilkinson existantes ont recours à des grandeurs électriques non mesurables. Ces méthodes font abstraction des effets dispersifs des circuits microruban, dont la perception augmente avec la fréquence. Il en résultera donc un calcul fastidieux et une erreur tant sur le plan théorique que sur le plan de la réalisation. Pour remédier à cet état de fait, nous avons été amenés à développer une nouvelle approche d'analyse moins contraignante et plus précise qui sera présentée dans ce chapitre .*

## 2.1 Introduction :

Cette nouvelle méthode originale, que nous avons développée, a pour principe de transformer le diviseur de Wilkinson qui est un triporte en un biporte. Son aspect général permet d'analyser des lignes quelconques, représentées par les quadripôles A et B. (fig2.1), même lorsque celles-ci sont en technologie microruban. Le quadripôle C représente la résistance d'isolation  $R'_z = 2R_z$ . Cette méthode est basée sur la détermination des paramètres  $S_{ij}$  qui sont au nombre de neuf. Le choix des impédances de normalisation s'impose donc et doit être judicieux. On peut procéder de deux manières, soit en prenant les impédances de normalisation à la fréquence centrale, et dans ce cas on sera contraint d'utiliser les relations de changement d'impédances de référence lorsque la fréquence varie, soit on les choisit telles qu'elles se comportent dans le domaine fréquentiel. L'étude portera sur trois configurations et ce quelque soit le choix adopté.

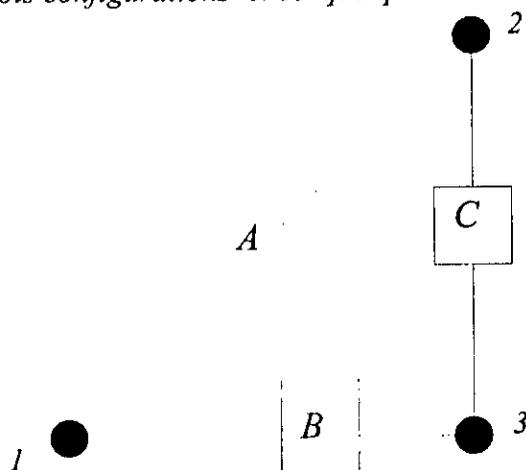


Figure 2.1 : Schéma bloc d'un triporte

## 2.2 Premier Cas (impédances de normalisation prises à la fréquence centrale)

### 2.2.1 Analyse du montage :

Dans cette première étude, les impédances de normalisation choisies sont celles qui sont données à la fréquence centrale, à savoir  $Z_{ci}$  ( $i=1,2,3$ ).

#### a) Première Configuration :

Le montage précédent est équivalent au montage de la figure( 2.2 ) lequel nous permettra de déterminer  $S_{11}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{31}$  et  $S_{33}$ .

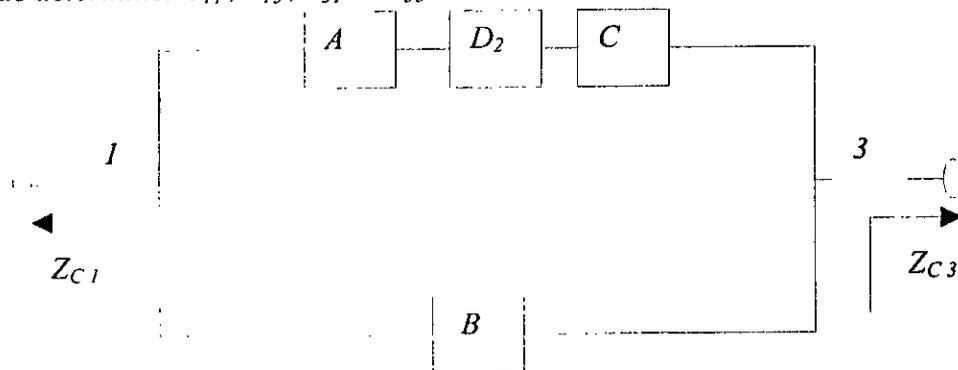


Figure 2.2 :Schéma équivalent du triporte alimenté aux accès 1 et 3

Les matrices chaînes des quadripôles A, B, C, et D<sub>2</sub> s'expriment :

- pour les quadripôles A et B :

$$T_{A,B} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{A,B} & jZ_{CA,B} \sin\theta_{A,B} \\ j\frac{\sin\theta_{A,B}}{Z_{CA,B}} & \cos\theta_{A,B} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où  $\theta_{A,B} = \beta l_{A,B}$  ( $\beta_{A,B}$ ,  $l_{A,B}$  et  $Z_{CA,B}$  sont respectivement la constante de phase, la longueur et l'impédance caractéristique des lignes A et B).

- pour le quadripôle C (fig 2.3):

$$T_C = \begin{bmatrix} 1 & R'_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

où  $R'_z$  représente la résistance d'isolation entre l'accès (2) et (3)

- pour le quadripôle D<sub>2</sub> (fig 2.4):

$$T_{D_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{C_2}} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

où  $Z_{C_2}$  représente l'impédance de charge de l'accès (2)

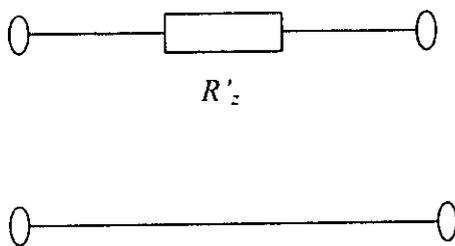


Figure 2.3 : Quadripôle représentant la résistance d'isolation entre l'accès (2) et (3)

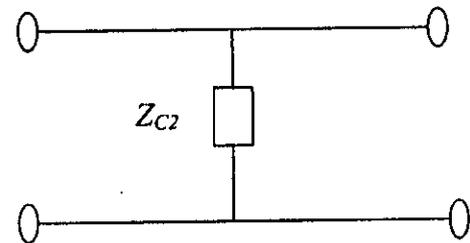


Figure 2.4 : Quadripôle représentant l'impédance de charge de l'accès (2)

La matrice chaîne du quadripôle constituée de A, D<sub>2</sub> et C est :

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_A + j\frac{Z_{CA}}{Z_{C_2}} \sin\theta_A & R'_z \cos\theta_A + jZ_{CA} \left(\frac{R'_z}{Z_{C_2}} + 1\right) \sin\theta_A \\ j\frac{\sin\theta_A}{Z_{CA}} + \frac{\cos\theta_A}{Z_{C_2}} & j\frac{R'_z}{Z_{CA}} \sin\theta_A + \left(\frac{R'_z}{Z_{C_2}} + 1\right) \cos\theta_A \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

De cette relation on déduit, grâce aux relations de transformation [6], les paramètres admittance  $Y_{ij}$  du quadripôle équivalent :

$$Y_{11} = \frac{j\frac{R'_z}{Z_{CA}} \sin\theta_A + \left(\frac{R'_z}{Z_{C_2}} + 1\right) \cos\theta_A}{R'_z \cos\theta_A + jZ_{CA} \left(\frac{R'_z}{Z_{C_2}} + 1\right) \sin\theta_A} \quad (2.5)$$

$$Y_{22} = \frac{\cos\theta_A + j \frac{Z_{CA}}{Z_{C2}} \sin\theta_A}{R'_Z \cos\theta_A + jZ_{CA} \left( \frac{R'_Z}{Z_{C2}} + 1 \right) \sin\theta_A} \quad (2.6)$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-1}{R'_Z \cos\theta_A + jZ_{CA} \left( \frac{R'_Z}{Z_{C2}} + 1 \right) \sin\theta_A} \quad (2.7)$$

car le quadripôle est passif.

De même, les paramètres admittances  $Y'_{ij}$  du quadripôle B s'expriment :

$$Y'_{11} = \frac{\cos\theta_B}{jZ_{CB} \sin\theta_B} \quad (2.8)$$

$$Y'_{22} = Y'_{11} \quad (2.9)$$

$$Y'_{12} = Y'_{21} = \frac{-1}{jZ_{CB} \sin\theta_B} \quad (2.10)$$

La matrice admittance du circuit de la figure (2.2) est donc :

$$Y''_{ij} = Y'_{ij} + Y_{ij} \quad (2.11)$$

La normalisation des paramètres  $S_{ij}$  par rapport aux impédances de référence  $Z_{C1}$  et  $Z_{C3}$  permet d'écrire [6] :

$$S_{11} = \frac{(1 - Y''_{11}Z_{C1})(1 + Y''_{22}Z_{C3}) + Z_{C1}Z_{C3}Y''_{12}Y''_{21}}{(1 + Y''_{11}Z_{C1})(1 + Y''_{22}Z_{C3}) - Z_{C1}Z_{C3}Y''_{12}Y''_{21}} \quad (2.12)$$

$$S_{31} = S_{13} = \frac{-2\sqrt{Z_{C1}Z_{C3}}Y''_{12}}{(1 + Y''_{11}Z_{C1})(1 + Y''_{22}Z_{C3}) - Z_{C1}Z_{C3}Y''_{12}Y''_{21}} \quad (2.13)$$

$$S_{33} = \frac{(1 + Y''_{11}Z_{C1})(1 - Y''_{22}Z_{C3}) + Z_{C1}Z_{C3}Y''_{12}Y''_{21}}{(1 + Y''_{11}Z_{C1})(1 + Y''_{22}Z_{C3}) - Z_{C1}Z_{C3}Y''_{12}Y''_{21}} \quad (2.14)$$

### b) Deuxième Configuration :

Le circuit de la figure (2.5) a la même topologie que celle du circuit précédent. Les relations sont donc les mêmes sauf qu'il faut remplacer dans les expressions précédentes  $\theta_A$  par  $\theta_B$  (et vice versa),  $Z_{C2}$  par  $Z_{C3}$  qui est l'impédance de charge de l'accès (3) et l'indice 3 par l'indice 2 pour obtenir les paramètres  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  et  $S_{22}$ . La normalisation de ces paramètres se fait par rapport aux impédances de référence  $Z_{C1}$  et  $Z_{C2}$ . Le quadripôle  $D_3$  à la même configuration que celle de  $D_2$ , à la seule différence qu'il faut changer  $Z_{C2}$  par  $Z_{C3}$  qui est l'impédance de charge de l'accès (3).

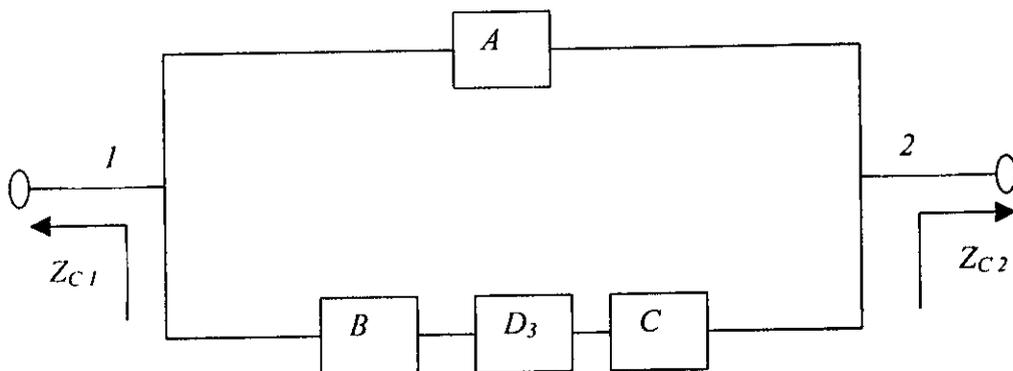


Figure 2.5 : Schéma équivalent du triporte alimenté aux accès 1 et 2

c) Troisième Configuration :

En procédant toujours de la même manière pour étudier le circuit de la figure(2.6), on obtient les paramètres restants  $S_{23}$  et  $S_{32}$  qui sont égaux car les éléments du montage sont passifs. La normalisation de ces paramètres se fait par rapport aux impédances de références  $Z_{C2}$  et  $Z_{C3}$ . Le quadripôle  $D_1$  est constitué de l'impédance de charge de l'accès (1)  $Z_{C1}$  et ayant la même configuration que celle de  $D_2$  et  $D_3$ , d'après la relation (2.13), on obtient:

$$S_{32} = S_{23} = \frac{-2\sqrt{Z_{C2}Z_{C3}Y_{23}''}}{(1 + Y_{22}''Z_{C2})(1 + Y_{33}''Z_{C3}) - Z_{C2}Z_{C3}Y_{23}''Y_{32}''} \quad (2.15)$$

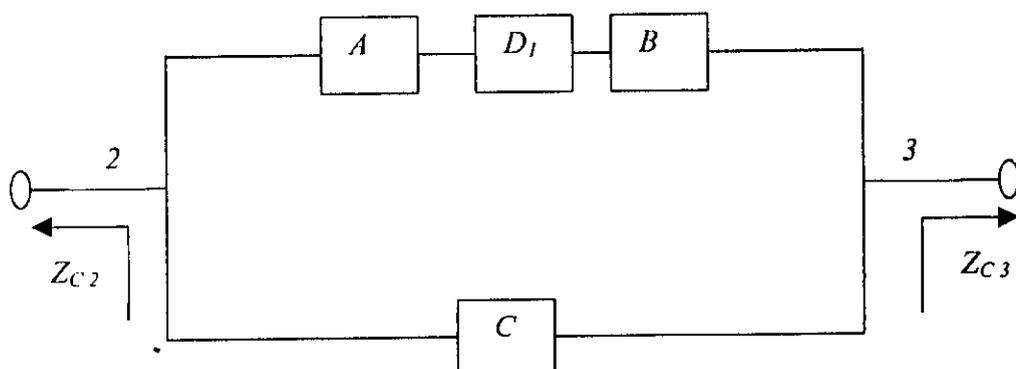


Figure 2.6 : Schéma équivalent du triporte alimenté aux accès 2 et 3

En réalité, les impédances  $Z_{Ci}$  ( $i=1,2,3$ ) vues aux accès 1,2 et 3 varient avec la fréquence. Pour évaluer les performances du circuit dans le domaine fréquentiel, le changement d'impédance de normalisation[1,6] s'impose et il est traduit par la relation:

$$[S'] = [A]^{-1} ([S] - [\Gamma]) ([I] - [\Gamma] [S])^{-1} [A] \quad (2.16)$$

où les matrices  $[A]$  et  $[\Gamma]$  sont des matrices colonnes  $3 \times 3$  dont les éléments respectifs sont :

$$\Gamma_i = \frac{Z_{Ci}(f) - Z_{Ci}}{Z_{Ci}(f) + Z_{Ci}^*} \quad (2.17)$$

et

$$A_i = (1 - \Gamma_i^*) \frac{\sqrt{1 - |\Gamma_i|^2}}{|1 - \Gamma_i|} \quad (2.18)$$

$[A]^*$  est la matrice conjuguée de la matrice  $[A]$  et  $[I]$  la matrice unité.

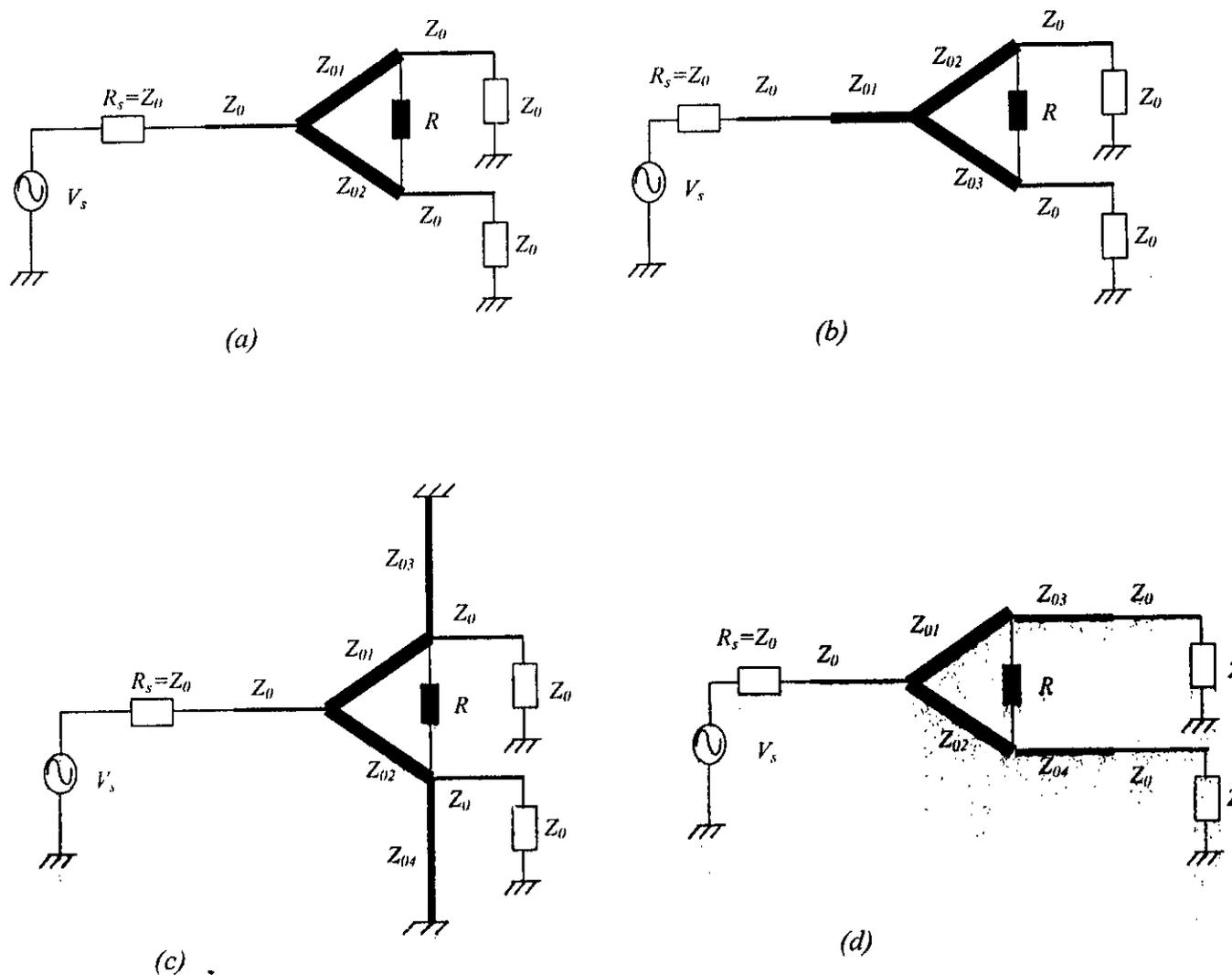
### 2.3 Deuxième Cas (impédances de normalisation variant en fonction de la fréquence) :

Cette méthode présente une différence par rapport à la première, dans la mesure où les impédances de normalisation  $Z_{Ci}(f)$  ( $i=1,2,3$ ) choisies sont celles qui sont vues aux accès (1),(2) et (3) à n'importe quelle fréquence. Elles ne sont pas constantes (valeur prise à la fréquence centrale) comme c'est le cas pour la première méthode. Cette méthode a l'avantage d'éviter le recours à l'utilisation de la matrice de passage  $S$  (relation 2.16).

### 2.4 Etude comparative :

En appliquant cette méthode, pour les deux cas, aux quatre réseaux de Wilkinson de la figure (2.7) [7], les résultats qui en découlent s'avèrent identiques. La seule différence réside dans le temps d'exécution qui est plus faible pour le deuxième cas, 3 secondes pour le calcul d'un paramètre  $S$ , que celui du premier cas qui est de 5 secondes.

Pour valider cette méthode d'analyse, on fait une comparaison de ses résultats à ceux obtenus par le programme PUFF [7] suite à l'analyse des quatre réseaux de diviseurs de Wilkinson (fig 2.7). Excepté le réseau  $A$  qui est le diviseur de Wilkinson de base, les trois autres réseaux ont été conçus dans le but d'obtenir des bandes passantes beaucoup plus larges. Il est à noter que les lignes d'impédances  $Z_{0i}$  ( $i=1,2,3,4$ ) sont des lignes quart d'onde à la fréquence centrale et ce quel que soit le réseau. Les valeurs  $Z_{0i}$  résultent de l'approximation de type Butterworth.



**Figure 2.7 : Les quatre réseaux de diviseur de Wilkinson [7]**  
 (a) diviseur de Wilkinson standard (réseau A)  
 (b) diviseur de Wilkinson large bande (réseau B)  
 (c) diviseur de Wilkinson large bande (réseau C)  
 (d) diviseur de Wilkinson large bande (réseau D)

2.4.1 Résultats obtenus (cas hybride) :

Les courbes (2.8.a à 2.8.d) obtenues par notre méthode, permettent de comparer les caractéristiques des quatre réseaux.

L'étude comparative des performances obtenues par notre méthode et par le programme PUFF [7,8] est résumée dans le tableau (2.1), qui montre que les résultats respectifs sont en bon accord.

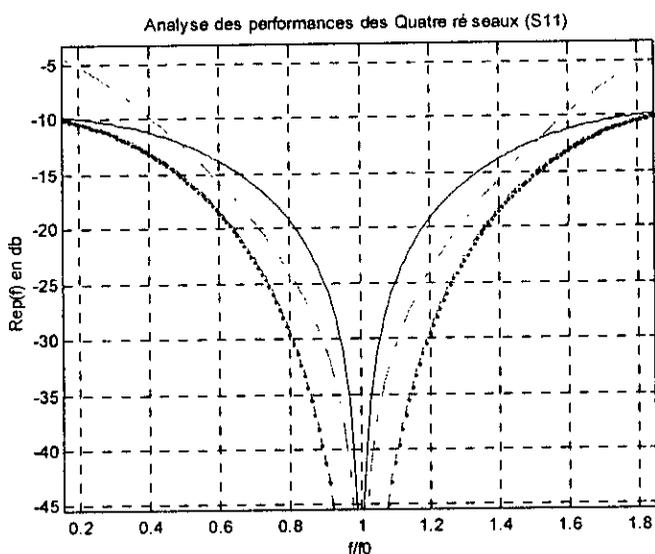


Figure 2.8.a : Comparaison des paramètres  $S_{11}$

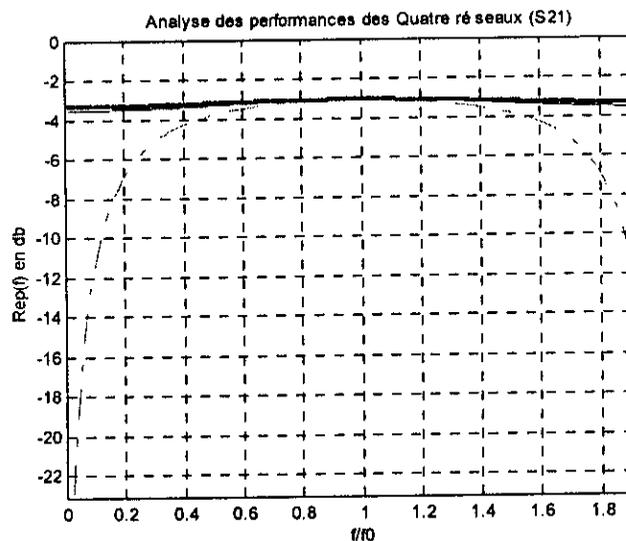


Figure 2.8.b : Comparaison des paramètres  $S_{21}$

- réseau A
- réseau B
- réseau C
- réseau D

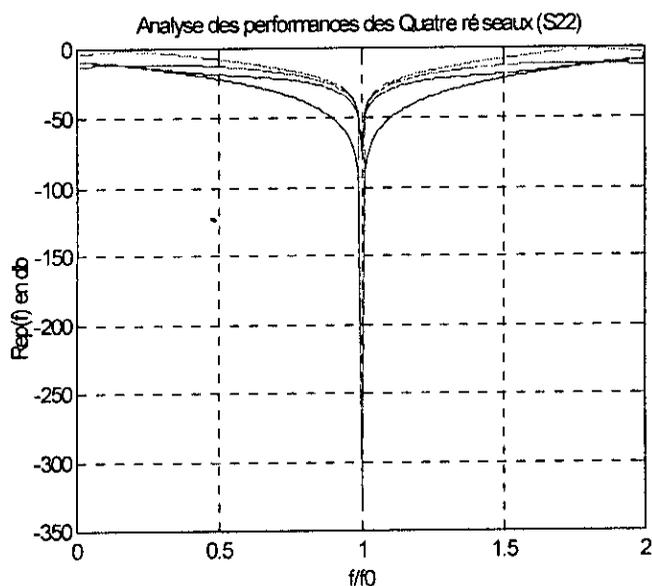


Figure 2.8.c : Comparaison des paramètres  $S_{22}$ ,  $S_{33}$

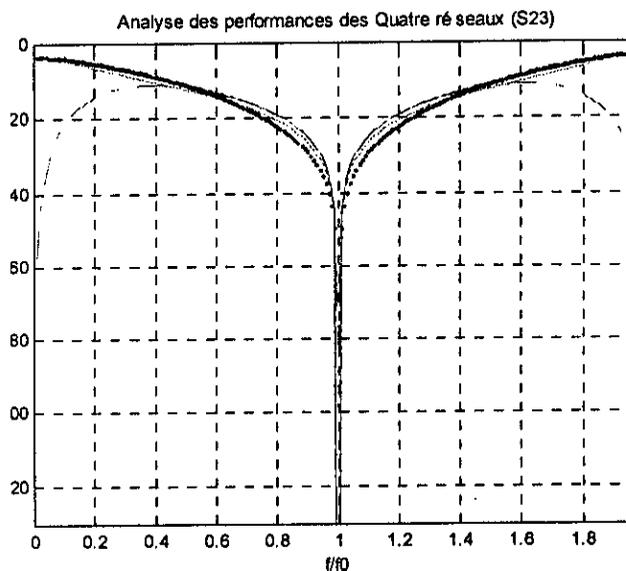


Figure 2.8.d : Comparaison des paramètres  $S_{23}$ ,  $S_{32}$

Les performances des quatre réseaux ont été simulés au moyen d'un programme développé en langage évolué, sur la base de notre méthode. Ces diviseurs sont conçus en technologie microruban à une fréquence centrale de 1 Gigahertz avec un substrat de permittivité relative  $\epsilon_r$  de 4.8 (epoxy-glass) et pour une impédance  $R_0=50$  Ohms [7].

Après l'analyse des différents résultats, nous avons constaté que le réseau B présente les meilleures caractéristiques en termes de coefficient de réflexion en entrée et d'isolation entre les accès (2) et (3). Ceci s'explique par l'insertion d'une ligne quart d'onde à l'entrée dont la courbe de réponse est approximée par le polynôme de Butterworth. Cette approximation a évidemment comme objectif l'adaptation sur bande passante relativement large. Cette caractéristique engendrera des niveaux identiques sur les lignes  $Z_{02}$  et  $Z_{03}$ , et par voie de conséquence une meilleure isolation. Aussi avons nous remarqué que les réseaux D et B présentent les mêmes performances en termes d'adaptation à l'entrée et de transmission entre les accès (1) et (2) et (1) et (3)

Quant au réseau A, il présente une large bande passante et une meilleure adaptation par rapport aux autres réseaux de Wilkinson. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que ce réseau, contrairement aux autres réseaux, est constitué d'une seule ligne quart d'onde, par conséquent la variation de l'impédance aux accès (2) et (3) est moins importante.

La comparaison des performances des réseaux de Wilkinson se fait par rapport à une valeur de référence de -20 dB, cette valeur est jugée acceptable pour une mesure des coefficients de réflexion en entrée et en sortie, ainsi que pour le coefficient d'isolation entre les accès (2) et (3).

Le choix d'utilisation d'un diviseur dépend du type d'application qui lui est associée.

	Résultats obtenus par le programme PUFF [7]				Résultats obtenus par notre méthode			
	$S_{11}$	$S_{21}, S_{31}$	$S_{22}, S_{33}$	$S_{23}, S_{32}$	$S_{11}$	$S_{21}, S_{31}$	$S_{22}, S_{33}$	$S_{23}, S_{32}$
<b>Réseau A</b>								
A la fréq centrale, dB	-100.36	-3.01	-106.36	-106.38	-326.572	-3.01	-327.6	-326
Bande passante, GHz	0.36	0.56	1.08	0.36	0.36	0.57	1.10	0.36
<b>Réseau B</b>								
A la fréq centrale, dB	-100	-3.01	-105.85	-105.85	-70.534	-3.01	-72.55	-50
Bande passante, GHz	0.68	0.92	0.76	0.48	0.70	0.92	0.78	0.50
<b>Réseau C</b>								
A la fréq centrale, dB	-100	-3.01	-106.38	-106.38	-338.112	-3.01	-328.747	-326.3
Bande passante, GHz	0.6	0.8	0.34	0.37	0.60	0.80	0.36	0.36
<b>Réseau D</b>								
A la fréq centrale, dB	-100	-3.01	-104.88	-106.94	-70.534	-3.01	-72.55	-84.20
Bande passante, GHz	0.68	0.92	0.40	0.40	0.70	0.92	0.41	0.40

Tableau 2.1 : Comparaison des résultats obtenus

### 2.5 Résultats obtenus pour un diviseur quelconque :

Notre méthode à été jusqu'à présent appliquée seulement à des diviseurs de Wilkinson, hybrides. Sa généralisation à un diviseur de Wilkinson à répartition de puissance quelconque (fig 1.9) est possible et permet de mettre en évidence, dans le cas d'un circuit micro ondes réel, la faiblesse de la méthode [2] comme l'indiquent les figures 2.14.a à 2.14.d en comparaison avec les figures 2.12.a à 2.12.d. dans le cas d'un circuit théorique où les impédances vues aux accès (2) et (3) sont respectivement  $KR_0$  et  $R_0/K$ . Les résultats obtenus par notre méthode et celle de [2] (fig 2.12.a à 2.13.d), pour différentes valeurs de  $K$ , sont comparés (tableau (2.2)).

#### 2.5.1 Résultats obtenus par la méthode d'analyse [2] pour un diviseur quelconque

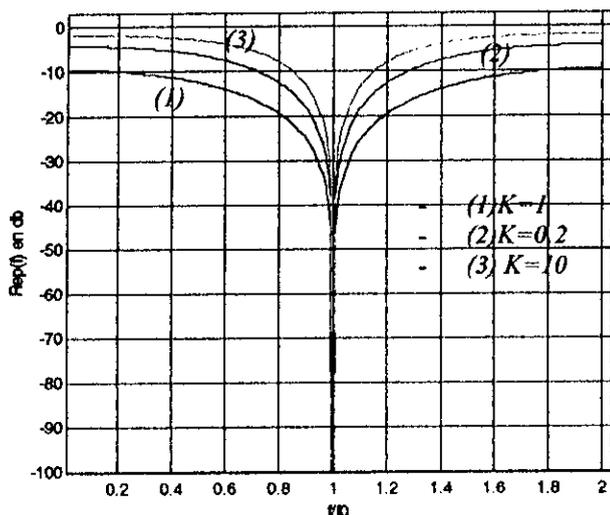


Figure 2.12.a : comparaison des paramètres  $S_{11}$  en fonction de  $K$  par la méthode [2]

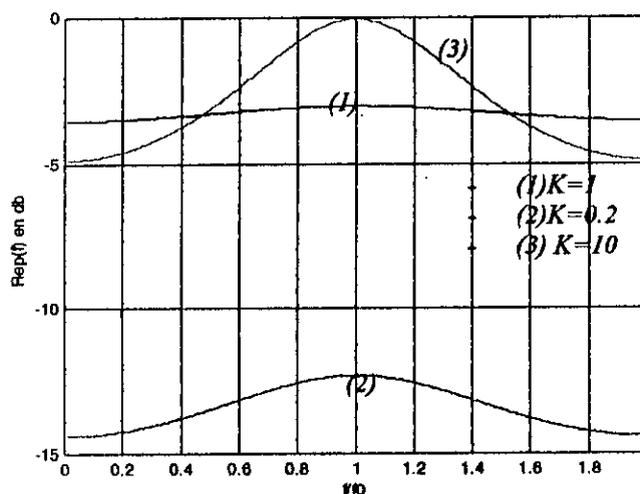


Figure 2.12.b : comparaison des paramètres  $S_{31}$  en fonction de  $K$  par la méthode [2]

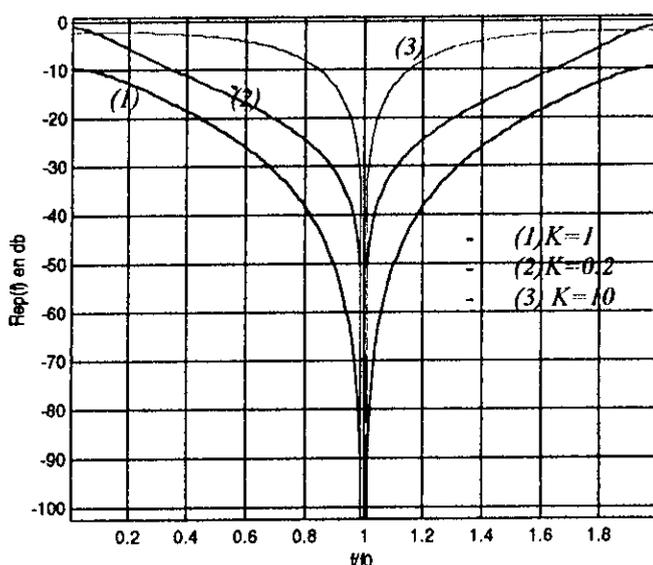


Figure 2.12.c : comparaison des paramètres  $S_{33}$  en fonction de  $K$  par la méthode [2]

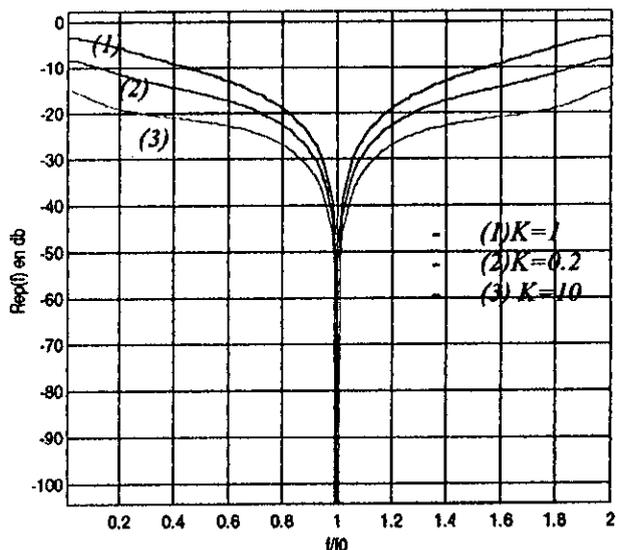


Figure 2.12.d : comparaison des paramètres  $S_{22}$  en fonction de  $K$  par la méthode [2]

2.5.2 Résultats obtenus par notre méthode d'analyse pour un diviseur quelconque  
( $Z_{Ci}$  pris à la fréquence centrale)

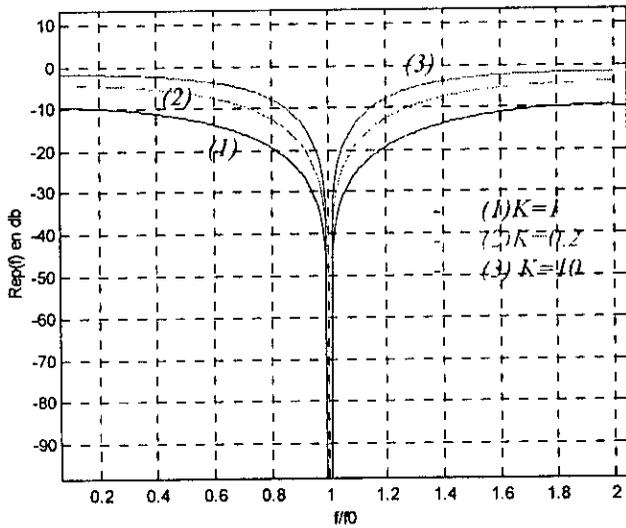


Figure 2.13.a : comparaison des paramètres  $S_{11}$  en fonction de  $K$  par notre méthode

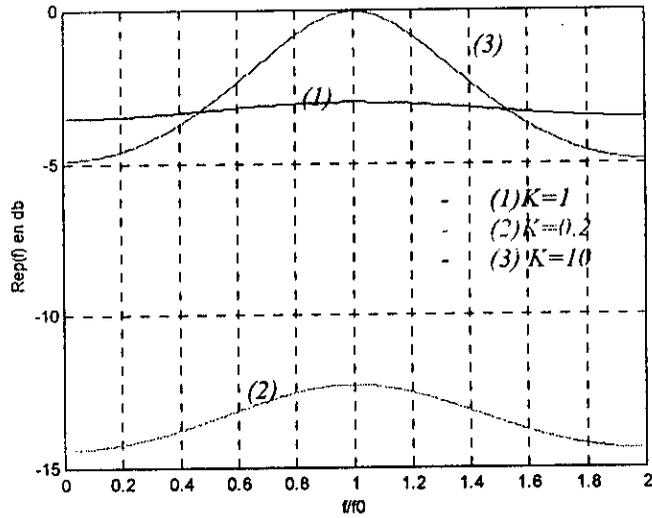


Figure 2.13.b : comparaison des paramètres  $S_{31}$  en fonction de  $K$  par notre méthode

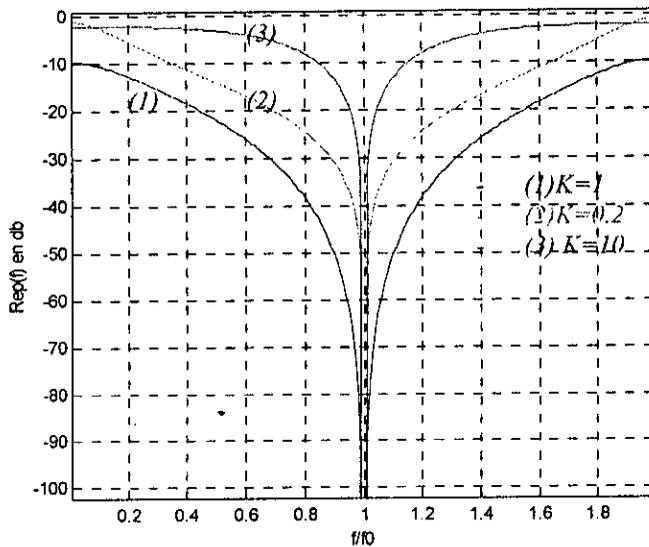


Figure 2.13.c : comparaison des paramètres  $S_{33}$  en fonction de  $K$  par notre méthode

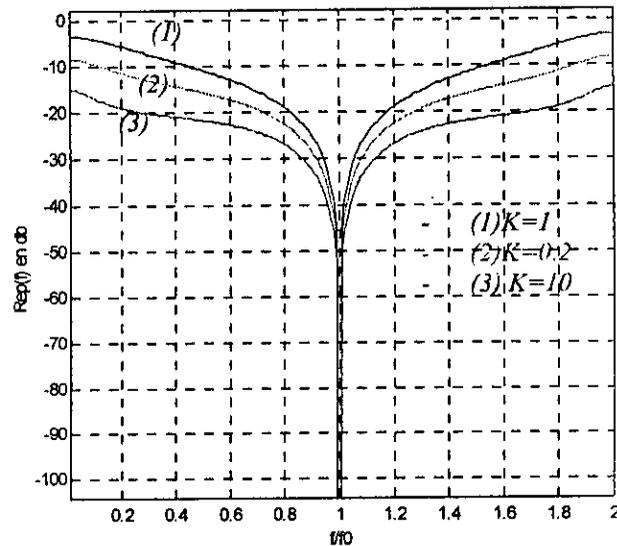


Figure 2.13.d : comparaison des paramètres  $S$  en fonction de  $K$  par notre méthode

2.5.3 Résultats obtenus par notre méthode d'analyse pour un diviseur quelconque ( $Z_{Ci}$  variant avec la fréquence)

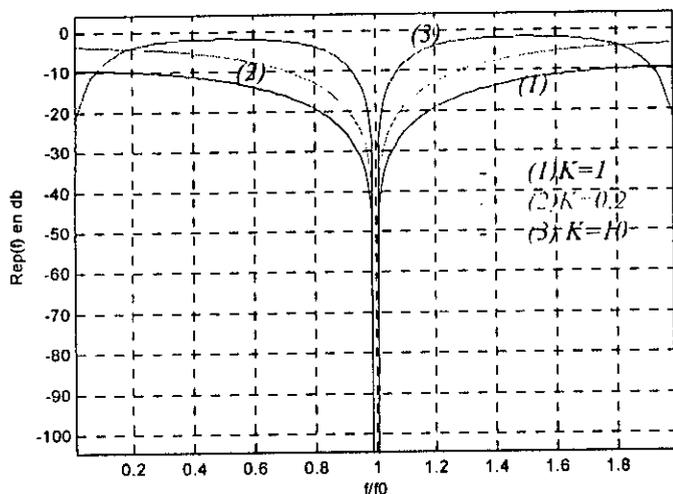


Figure 2.14.a : comparaison des paramètres S11 en fonction de  $K$  par notre méthode pour des impédance de normalisation variant avec la fréquence

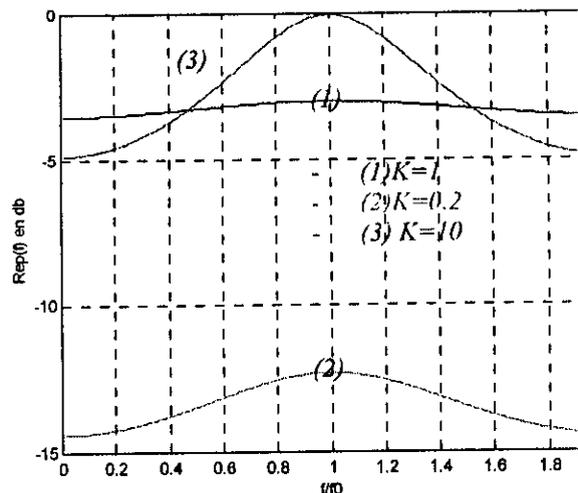


Figure 2.14.b : comparaison des paramètres S31 en fonction de  $K$  par notre méthode pour des impédance de normalisation variant avec la fréquence

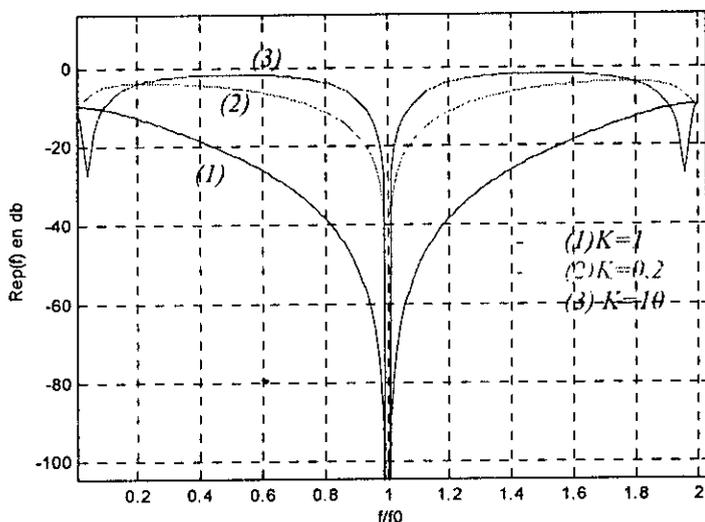


Figure 2.14.c : comparaison des paramètres S33 en fonction de  $K$  par notre méthode pour des impédance de normalisation variant avec la fréquence

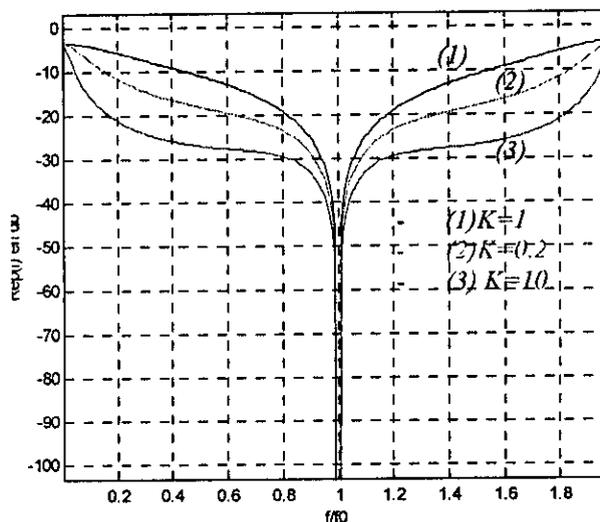


Figure 2.14.d : comparaison des paramètres S32 en fonction de  $K$  par notre méthode pour des impédance de normalisation variant avec la fréquence

L'étude de ces courbes nous permet de constater que :

- ◆ Les résultats obtenus par les deux méthodes d'analyse ([2] et notre méthode d'analyse pour des  $Z_{Ci}$  pris à la fréquence centrale), pour le circuit théorique, sont en bon accord (tableau 2.2). Ceci confirme une fois encore la validité de notre méthode.
- ◆ L'exactitude de notre méthode est prouvée par le tableau 2.3 qui indique le pourcentage des puissances aux accès (2) et (3), à la fréquence centrale, dont le bilan de puissance et le rapport ont des valeurs égales aux valeurs théoriques.
- ◆ Les figures 2.12.a à 2.14.d montrent que, quelque soit le paramètre de répartition, la bande diminue au fur à mesure que  $K$  s'éloigne de la valeur unité. Ceci peut s'expliquer par le fait que la désadaptation, en dehors de la fréquence centrale s'accroît car le rapport entre l'impédance  $Z_{01}$  relation 1.6 et la charge  $KR_0$  augmente.

L'utilisation des transformateurs d'impédance  $Z_{03}$  et  $Z_{04}$  dans le cas réel, donne des courbes d'autant plus différentes que celles du cas théorique que la fréquence s'écarte de la fréquence centrale. Ceci aura pour conséquence des écarts au niveau des bandes passantes comme le confirme d'ailleurs le tableau 2.2. Ceci peut s'expliquer par la sensibilité trop importante du circuit réel à la variation de fréquence car les charges ramenées aux accès (2) et (3) par les lignes d'impédance caractéristiques  $Z_{03}$  et  $Z_{04}$  dépendent de la fréquence, ce qui n'est pas le cas en ce qui concerne le circuit théorique où les valeurs des impédances à ces accès sont constantes ( $KR_0$  et  $R_0/K$ ).

Méthode d'analyse	Rapport de puissance $K$	S11	S33	S32
Parad & Monahan[2]	1	-326 dB 0.4 Ghz	-326 dB 1.08 Ghz	-326 dB 0.38 Ghz
	0.25	-326 dB 0.16 Ghz	-326 dB 0.6 Ghz	-326 dB 0.6 Ghz
	10	-326 dB 0.08 Ghz	-326 dB 0.10 Ghz	-326 dB 1.4 Ghz
Notre méthode (Zci prisent à la fréq centrale)	1	-326 dB 0.4 Ghz	-326 dB 1.08 Ghz	-326 dB 0.38 Ghz
	0.25	-326 dB 0.16 Ghz	-326 dB 0.6 Ghz	-326 dB 0.6 Ghz
	10	-326 dB 0.08 Ghz	-326 dB 0.10 Ghz	-326 dB 1.4 Ghz
Notre méthode (cas réel)	1	-326 dB 0.4 Ghz	-326 dB 1.08 Ghz	-326 dB 0.38 Ghz
	0.25	-326 dB 0.16 Ghz	-326 dB 0.14 Ghz	-326 dB 0.7 Ghz
	10	-326 dB 0.08 Ghz	-326 dB 0.08 Ghz	-326 dB 1.6 Ghz

Tableau 2.2 : Exemple de résultats obtenus par les deux méthode d'analyse pour différentes valeurs de  $K$

$K$	$K^2$	Accès (2) $P_2$	Accès (3) $P_3$	Rapport de puissance $P_3/P_2=K^2$
1	1	50 %	50 %	1
0.25	0.0625	94.11 %	5.88 %	0.0624
10	100	0.99 %	99.01 %	100

Tableau 2.3 : Comparaison des valeurs des coefficients de transmission à la fréquence centrale pour les différentes valeurs de  $K$

## ***Chapitre 3 : Conception des Coupleurs Directifs***

*Dans ce chapitre, on s'intéressera à l'exposé des méthodes de conception des coupleurs directifs les plus couramment utilisés dans les circuits microondes, et des algorithmes de synthèse permettant leur réalisation en technologie planaire.*

### 3.1 Généralités:

Les coupleurs directifs sont des octopôles (fig3.1), constitués de deux paires de lignes ou de guide d'ondes couplés entre eux. Ils sont couramment utilisés dans les circuits microondes et principalement dans les mélangeurs, les amplificateurs, les déphaseurs, les atténuateurs, les modulateurs, les discriminateurs et les ponts de mesure.

Ce sont des dispositifs à onde rétrograde, qui signifie que l'onde couplée se propage dans le sens inverse de l'onde incidente. L'onde couplée est soit en phase, en opposition de phase ou en quadrature de phase par rapport à l'onde incidente.

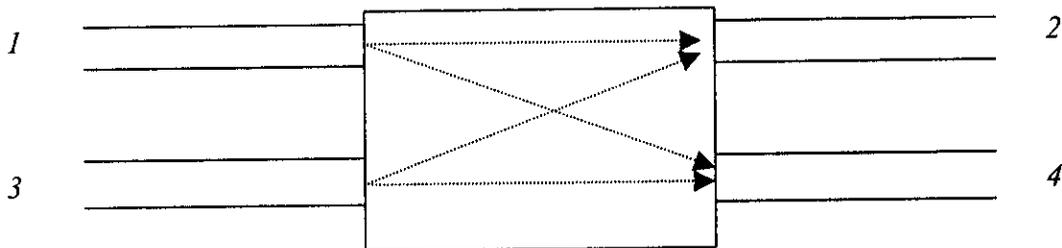


Figure 3.1 : Schéma d'un coupleur directif

Pour le coupleur directif, les facteurs de couplage  $C$  et de directivité  $D$  sont des grandeurs importantes et s'écrivent :

$$C = 10 \log\left(\frac{P_1}{P_4}\right) \quad (3.1)$$

$$D = 10 \log\left(\frac{P_4}{P_3}\right) \quad (3.2)$$

Où  $P_1$  est la puissance injectée à l'accès (1), et  $P_3$  et  $P_4$  les puissances aux accès (3) et (4). La qualité du coupleur est d'autant meilleure que la valeur de la directivité  $D$  est élevée.

### 3.2 Paramètres de conception

#### 3.2.1 Coupleur en anneau :

Ce coupleur (fig 3.2) permet de répartir le signal entrant en deux signaux d'amplitudes égales dans le cas d'un coupleur hybride ou en amplitudes différentes dans le cas d'un coupleur à répartition de puissance quelconque [9]. Ce coupleur est composé de deux paires de ligne d'impédance caractéristiques  $Z_1$  et  $Z_2$  et de longueurs électriques respectives  $\theta$  et  $3\theta$ .

Les paramètres  $W_i$  ( $i=0,1,2$ ) représentent les largeurs des lignes microruban et  $l_{ij}$  la longueur entre l'accès  $i$  et  $j$ .

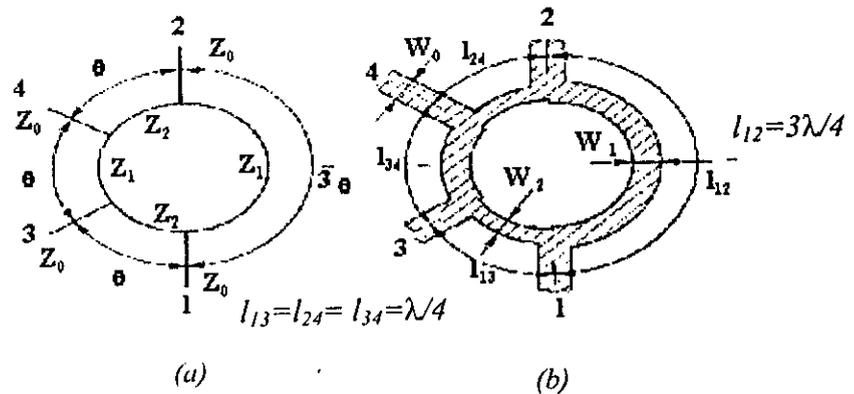


Figure 3.2 Coupleur en anneau

(a) Schéma électrique

(b) Structure en microruban

### 3.2.1.1 Détermination des coefficients de couplage, d'isolation et du taux d'ondes stationnaires :

En supposant que le coupleur de la figure 3.2 est terminé par une impédance réelle  $Z_0$ , les paramètres  $S_{ij}$  [9] de ce coupleur seront calculés à partir de la superposition des deux modes d'excitations pair (signe +) et impair (signe -):

$$\begin{cases} S_{11} = S_{22} = (S^{+}_{11} + S^{-}_{11}) / 2 \\ S_{33} = S_{44} = (S^{+}_{22} + S^{-}_{22}) / 2 \\ S_{12} = S_{21} = (S^{+}_{11} - S^{-}_{11}) / 2 \\ S_{34} = S_{43} = (S^{+}_{22} - S^{-}_{22}) / 2 \\ S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = (S^{+}_{12} + S^{-}_{12}) / 2 \\ S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = (S^{+}_{12} - S^{-}_{12}) / 2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Où :

$$S^{+}_{11} = (1 - A - B - jD) / (1 + A + B + j(C + E)) \quad (3.4)$$

$$S^{-}_{11} = (1 - A' - B' - jD') / (1 + A' + B' + j(C - E)) \quad (3.5)$$

$$S^{+}_{22} = (1 - A - B + jD) / (1 + A + B + j(C + E)) \quad (3.6)$$

$$S^{-}_{22} = (1 - A' + B' - jD') / (1 + A' - B' - j(C - E)) \quad (3.7)$$

$$S^{-}_{12} = -j2y_2 / (\sin(\theta)(1 + A + B + j(C - E))) \quad (3.8)$$

$$S^{-}_{12} = -j2y_2 / (\sin(\theta)(1 + A' - B' - j(C - E))) \quad (3.9)$$

$$A = y_2^2 - y_1^2 \tan(k\theta / 2) \tan(\theta / 2) \quad (3.10)$$

$$A' = y_2^2 - y_1^2 \cot(k\theta / 2) \cot(\theta / 2) \quad (3.11)$$

$$B = y_2 y_1 \cot(\theta) (\tan(k\theta / 2) + \tan(\theta / 2)) \quad (3.12)$$

$$B' = y_2 y_1 \cot(\theta) (\cot(k\theta / 2) + \cot(\theta / 2)) \quad (3.13)$$

$$C = y_1 (\tan(k\theta / 2) + \tan(\theta / 2)) \quad (3.14)$$

$$C' = y_1 (\cot(k\theta / 2) + \cot(\theta / 2)) \quad (3.15)$$

$$D = y_1 (\tan(k\theta / 2) - \tan(\theta / 2)) \quad (3.16)$$

$$D' = y_1 (\cot(k\theta / 2) - \cot(\theta / 2)) \quad (3.17)$$

$$E = -2y_2 \cot(\theta) \quad (3.18)$$

$$y_1 = \frac{Z_0}{Z_1} \quad (3.19)$$

$$y_2 = \frac{Z_0}{Z_2} \quad (3.20)$$

$$k=3 \quad (3.21)$$

A la fréquence centrale  $f_0$  où  $\theta = \pi / 2$ , les paramètres  $[S]$  de la relation 3.3 deviennent :

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = (1 - y_1^2 - y_2^2) / V \quad (3.22)$$

$$S_{12} = S_{21} = -S_{34} = -S_{43} = 2jy_1 / V \quad (3.23)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = -2jy_2 / V \quad (3.24)$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = 0 \quad (3.25)$$

où

$$V = (1 + y_1^2 + y_2^2) \quad (3.26)$$

Si  $y_1^2 + y_2^2 = 1$ , on aura une adaptation au niveau des quatre accès ( $S_{11}=S_{22}=S_{33}=S_{44}=0$ ).

Si le coupleur est, à présent alimenté par l'accès (4), la puissance émise en entrée sera complètement répartie entre l'accès (2) et (3). L'accès (1) est alors découplé car les distances physiques entre les deux accès adjacents (2) et (3) sont égales et la différence de phase de l'onde reçue à ces deux accès est égale Twenty-two points, plus triple-word-score, plus fifty points for using all my letters. Game's over. I'm outta here. à 0 °[9].

La valeur du coefficient de couplage entre l'accès (3) et (4), pour une longueur électrique  $\theta$  égale à  $\pi / 2$ , est calculée à partir de la relation suivante :

$$C_{34} = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{34}(\theta)|} \right) = 10 \log \left( \frac{1}{y_1^2} \right), dB \quad (3.27)$$

Les expressions du taux d'ondes stationnaires  $VSWR$  et du coefficient d'isolation  $I$  sont données respectivement par :

$$VSWR(\theta) = \frac{[1 + |S_{44}(\theta)|]}{[1 - |S_{44}(\theta)|]} \quad (3.28)$$

$$I(\theta) = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{14}(\theta)|} \right) \quad (3.29)$$

Pour un facteur de couplage donné, on déduit de la relation 3.27 la valeur de  $y_1$ . Cette valeur et les équations (3.19), (3.20) et  $y_1^2 + y_2^2 = 1$ , nous donnent les valeurs de  $Z_1$  et  $Z_2$

### 3.2.2 Coupleur Branch ligne ou en échelle :

Le coupleur en échelle (fig 3.3) est constitué de deux paires de lignes d'impédances caractéristiques  $Z_1$  et  $Z_2$  de même longueur électrique  $\theta$ . On peut montrer que, pour  $k=1$  [10], le coupleur analysé précédemment est équivalent au coupleur de la figure 3.3.

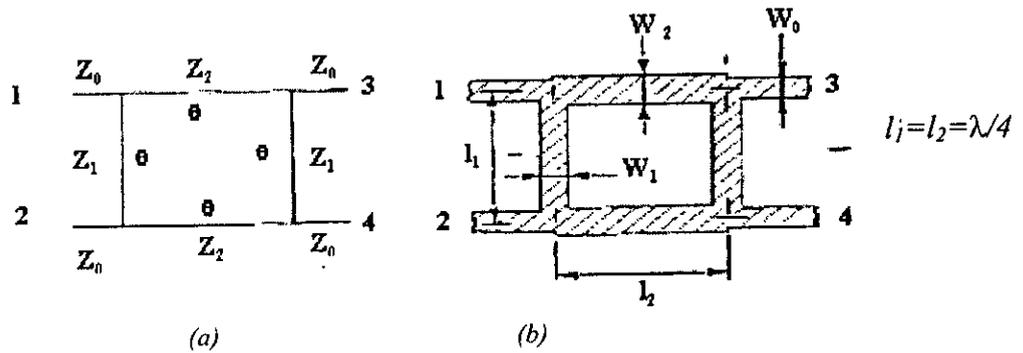


Figure 3.3 Coupleur en Echelle

(a) Schéma électrique

(b) Structure en microruban

$W_i$  et  $l_i$  ( $i=1,2$ ) représentent respectivement la largeur et la longueur de la ligne d'impédance  $Z_i$ .

#### 3.2.2.1 Détermination des coefficients de couplage, d'isolation et du taux d'ondes stationnaires :

Les grandeurs physiques de ce coupleur sont issues des relations (3.3) à (3.20) avec  $k$  égale à l'unité. Les expressions du facteur de couplage, du taux d'onde stationnaire et du facteur d'isolation [9] sont données par les relations suivantes :

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = (1 - y_1^2 + y_2^2)(1 + y_1^2 - y_2^2) / W \quad (3.30)$$

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = -2jy_1(1 + y_1^2 - y_2^2) / W \quad (3.31)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = -2jy_2(1 + y_2^2 - y_1^2) / W \quad (3.32)$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = -4y_1y_2 / W \quad (3.33)$$

où

$$W = (1 + y_1^2 - y_2^2)^2 + 4y_1^2 \quad (3.34)$$

Si les accès (1), (2), (3) et (4) sont adaptés ( $S_{11}=S_{22}=S_{33}=S_{44}=0$ ), on aura, sous cette condition, la relation suivante :

$$y_2^2 - y_1^2 = 1 \quad (3.35)$$

Par conséquent, on peut écrire :

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = 0 \quad (3.36)$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} = -j / y_2 \quad (3.37)$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = -y_1 / y_2 \quad (3.38)$$

Si l'accès (4) est alimenté, alors la puissance émise sera répartie entre les accès (1) et (2). La phase de l'onde émise sera de  $\pi/2$ . La réponse fréquentielle (VSWR) à l'entrée, le coefficient de couplage entre les accès (1) et (4) ainsi que le facteur d'isolation entre les accès (3) et (4) calculés, pour  $k=1$  et  $y_2^2 - y_1^2 = 1$ , sont donnés respectivement [11] par les expressions suivantes :

$$VSWR(\theta) = \frac{[1 + |S_{44}(\theta)|]}{[1 - |S_{44}(\theta)|]} \quad (3.39)$$

$$C_{14} = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{14}(\theta)|} \right) = 10 \log \left( \frac{1 + y_1^2}{y_1^2} \right), dB \quad (3.40)$$

$$I(\theta) = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{34}(\theta)|} \right) \quad (3.41)$$

De même que pour le coupleur en anneau, les valeurs de  $Z_1$  et  $Z_2$  sont obtenues à partir de la relation 3.40 et les équations (3.19), (3.20) et  $y_2^2 - y_1^2 = 1$ .

Les deux coupleurs développés précédemment sont à bande étroite, ce qui réduit considérablement leurs utilisations. C'est pour cela qu'on s'est intéressé à la conception de coupleurs répondant à la fois aux critères de directivité et de largeur de bande. Les coupleurs présentés ci-après peuvent satisfaire à ces critères [10].

### 3.2.3 Coupleur directif à ligne de transmission couplée :

Ces dispositifs sont formés de deux lignes de transmission parallèles couplées par leur champs électromagnétique (fig 3.4). Le couplage est à la fois inductif et capacitif, mais indépendants l'un de l'autre. L'analyse des lignes couplées peut donc être rendue facile en utilisant les modes pair et impair.

Le mode pair qui consiste à alimenter les deux lignes par deux tension identiques générant les mêmes courants (fig 3.5.a), permet de mettre en évidence le couplage inductif. Les deux lignes sont équivalentes à une seule ligne dont le conducteur d'aller est l'ensemble des deux ruban et dont le conducteur de retour est le plan masse. La ligne équivalente est caractérisée par une impédance  $Z_{0e}$  différente de l'impédance caractéristique  $Z_0$  de chacune des deux lignes en l'absence de l'autre.

Le mode impair, faisant apparaître seulement le couplage capacitif (fig 3.5.b), consiste à alimenter les deux lignes avec des tension égales en amplitude mais en opposition de phase engendrant ainsi des courants égaux mais se déplaçant dans des directions différentes. La ligne équivalente utilise pour l'aller le ruban de la première ligne et pour le retour le ruban de la deuxième ligne, son impédance caractéristique  $Z_{0o}$  est par conséquent différente de  $Z_0$ . Il en est de même pour l'exposant de propagation ( $\gamma$ ) de l'un de deux modes, qui est différent de celui d'une seule ligne.

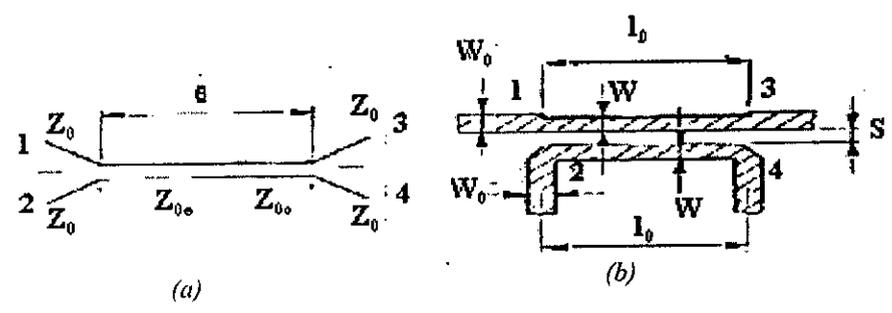


Figure 3.4 : Coupleur directif à ligne couplée  
 (a) Schéma électrique  
 (b) Structure en microruban

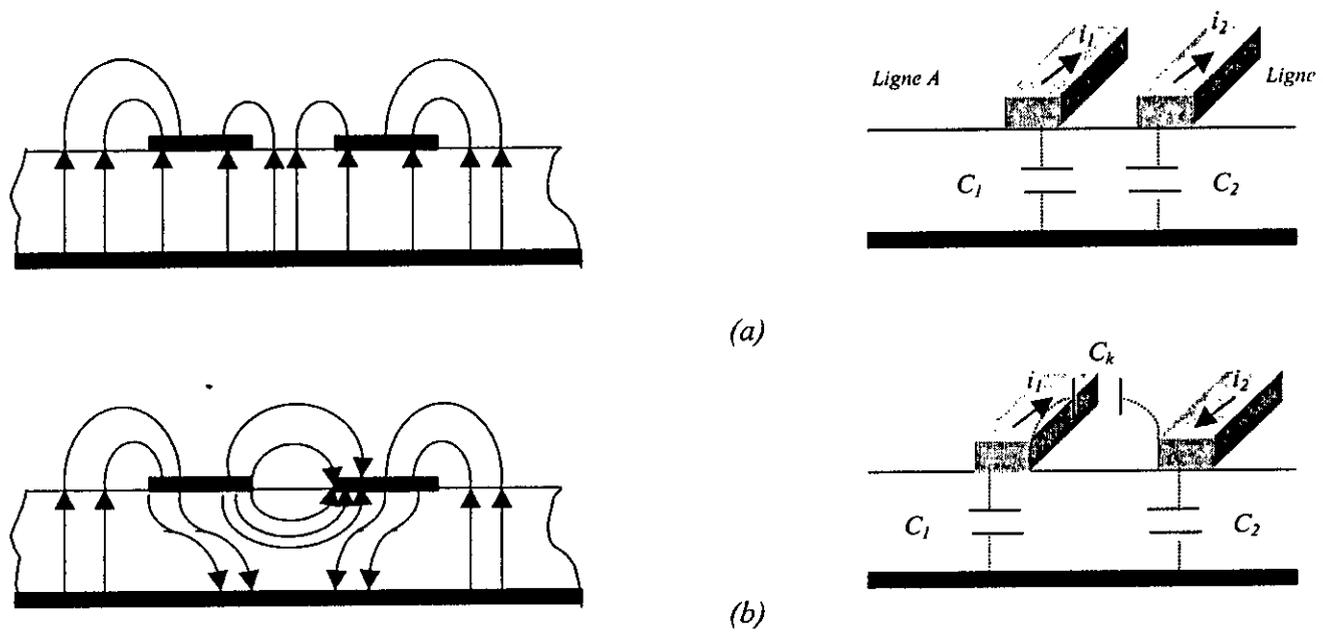


Figure 3.5 : Etat électromagnétique sur une ligne couplée  
 (a) cas d'un couplage inductif,  $Z_{0e}$   
 (b) cas d'un couplage capacitif,  $Z_{0o}$

Le coupleur [10,11 , 5] à ligne couplée ont les caractéristiques suivantes :

- ◆ Les quatre accès parfaitement adaptés,
- ◆ Une bonne directivité ,
- ◆ A large bande.

La matrice de répartition de ce type de coupleur est comme suit :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{12} \\ 0 & S_{13} & S_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

où :

$$S_{12} = \frac{jc \sin\theta}{\sqrt{1-c^2} \cos\theta + j \sin\theta} \quad (3.43)$$

$$S_{13} = \frac{\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{1-c^2} \cos\theta + j \sin\theta} \quad (3.44)$$

$c$  est le facteur de couplage à la fréquence centrale et représente le rapport de la tension  $U_2$  recueillie sur la ligne B à la tension  $U_1$  recueillie sur la ligne A . Il s'écrit comme suit :

$$c = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \quad (3.45)$$

Ces relations ne sont valables que dans le cas où les constantes de phase  $\beta$  des modes pair et impair sont supposées équivalentes.

Afin d'assurer une adaptation parfaite au niveau des sorties, la valeur de l'impédance caractéristique  $Z_0$  [5] doit être égale à :

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0o} Z_{0e}} \quad (3.46)$$

Par voie de conséquence :

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+c}{1-c}} \quad (3.47)$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-c}{1+c}} \quad (3.48)$$

La valeur du facteur de couplage en décibels entre les accès (1) et (2) est donnée par :

$$C_{21}(\theta) = 10 \log \left[ \frac{1}{|S_{12}|^2} \right] = 10 \log \left[ \frac{1 - c^2 \cos^2(\theta)}{c^2 \sin^2(\theta)} \right] \quad (3.49)$$

Le couplage est maximum lorsque  $l$ , la longueur de la ligne couplée, est égale à  $\lambda_0/4$ ,  $\lambda_0$  étant la longueur d'onde à la fréquence centrale. On aura donc l'expression suivante :

$$C_{21}(\theta) = 10 \log \left[ \frac{1}{c^2} \right] \quad (3.50)$$

La largeur de bande est approximativement de un octave [12]. Ce qui limite son utilisation pour certaines applications où la largeur de bande nécessaire doit être plus importante. Le coupleur à réponse fréquentielle du type Chebyshev, qui va être développé dans le paragraphe suivant, répond parfaitement aux exigences de largeur de bande.

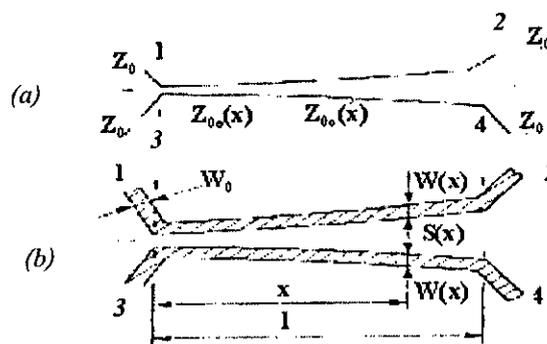
### 3.2.4 Coupleur directif large bande à réponse fréquentielle de type Chebyshev :

Ce coupleur, de type passe haut, est constitué de deux lignes de transmission de même longueur  $l$  (fig 3.6) non uniformément couplées. Il est fréquemment utilisé pour des applications nécessitant une large bande passante. Le facteur de couplage  $c$  varie de façon continue le long de la direction longitudinale  $x$ , et dépend des valeurs des impédances caractéristiques correspondantes aux modes pair et impair. Ce facteur est défini comme suit [13] :

$$c(x) = \frac{Z_{0e}(x) - Z_{0o}(x)}{Z_{0e}(x) + Z_{0o}(x)} \quad (3.51)$$

Les accès (1) et (4) étant terminés par des impédances réelles, la condition d'adaptation devient alors :

$$Z_{0e}(x) Z_{0o}(x) = Z_0^2 \quad (3.52)$$



**Figure 3.6 :** Coupleur directif large bande à réponse fréquentielle de type Chebyshev

(a) Schéma électrique

(b) Structure en microruban

Comme pour les autres coupleurs directifs présentés précédemment, ce coupleur présente les mêmes caractéristiques en terme d'isolation et d'adaptation le long de la ligne de longueur  $l$  et ce indépendamment de la fréquence.

Le facteur de couplage  $C_{13}(f)$  [14], issu d'une transformation de type Chebyshev, est défini comme suit :

$$C_{13}(f) = \sqrt{S_{13}^2(l/\lambda)} \quad (3.53)$$

où :

$$S_{13}^2\left(\frac{l}{\lambda}\right) = \frac{\beta^2 - h^2 \cos \left[ 4\pi \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{(l/\lambda)_c}{l/\lambda}} \right]}{1 + \beta^2 - h^2 \cos \left[ 4\pi \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{(l/\lambda)_c}{l/\lambda}} \right]} \quad (3.54)$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{C_1}{1 - C_1} + \frac{C_2}{1 - C_2} \right) \quad (3.55)$$

$$h^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{C_1}{1 - C_1} - \frac{C_2}{1 - C_2} \right) \quad (3.56)$$

et :

$$C_1 = \left( S_{13m} + \frac{\delta}{100} \right)^2 \quad (3.57)$$

$$C_2 = \left( S_{13m} - \frac{\delta}{100} \right)^2 \quad (3.58)$$

avec :  $l/\lambda = kf$   
 $f$  la fréquence

$S_{13m}$  désigne le couplage moyen désiré et  $\delta$  la précession associée en pourcentage (fig 3.7).

La fréquence de coupure  $(l/\lambda)_c$  de la réponse fréquentielle est :

$$\left(\frac{l}{\lambda}\right)_c = \frac{1}{4\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{\beta^2}{h^2} \right) \quad (3.59)$$

La synthèse du coupleur de la figure 3.6 est réduite à celle d'une ligne de transmission non-uniforme en utilisant le théorème de Richards. L'expression du facteur de couplage  $S_{13}$  non uniforme est remplacée par une suite de valeurs uniformes  $c_i$  ( $i=1,2,\dots,40$ ) en nombre finie  $N=40$  définies comme suit :

$$c_i = \frac{\left(\frac{Z_i}{Z_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{Z_i}{Z_0}\right)^2 + 1} \quad (3.60)$$

Où  $Z_i$  est l'impédance caractéristique à l'abscisse  $x_i$ .

L'évaluation du facteur de couplage  $c(x)$  [13] est le résultat d'une approximation d'une fonction polynomiale de degré  $m$  et pondérée par les valeurs  $c_i$ . Le facteur de couplage est calculé pour une valeur de  $m=6$  et une erreur de  $F=10^{-5}$  :

$$c(x/l) = \sum_{m=0}^6 c_m (x/l)^m \tag{3.61}$$

où  $0 \leq x/l \leq 1$ , et  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_6$  sont des coefficients de couplage [13] calculés pour des valeurs de couplage moyen de 8.34, 10 et 20 dB pour une précision  $\delta$  de 1% dans notre cas. Des exemples de coefficients de pondération du facteur de couplage sont présentés dans le tableau 3.1 [13] pour une précision de 1%.

Coefficients de pondération du facteur de couplage pour une précision de 1%								
Facteur de couplage moyen en db	Fréq basse de coupure ( $l/\lambda$ )	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
8.34	0.354	0.6688	-0.9751	-0.6127	1.6194	-0.4024	-0.5828	0.23938
10	0.358	0.5749	-0.9500	-0.2495	1.2963	-0.6825	-0.0996	0.1174
20	0.365	0.1980	-0.4121	0.1856	0.1304	-0.1095	-0.0044	0.0141

Tableau 3.1 : Coefficients de pondération du facteur de couplage

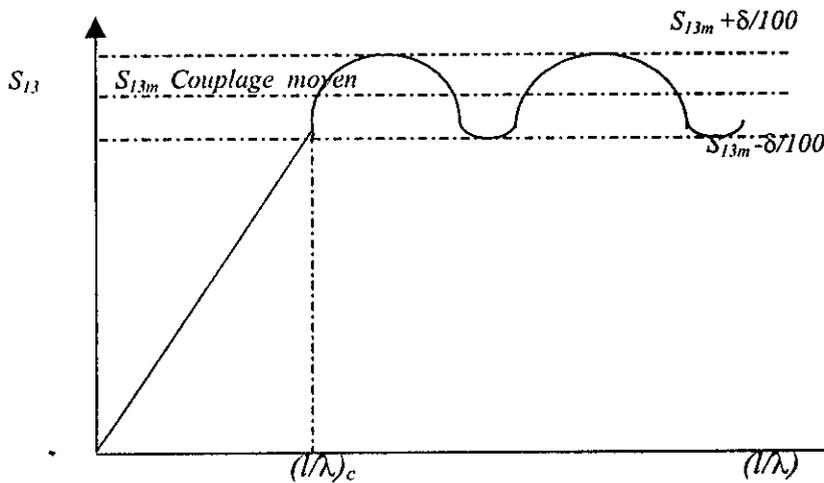


Figure 3.7 : Réponse fréquentielle du facteur de couplage en fonction de  $(l/\lambda)$

La longueur  $l$  de la ligne est donnée par :

$$l' = \left(\frac{l}{\lambda}\right)_c \quad \lambda_{\max} = \left(\frac{l}{\lambda}\right)_c \frac{\lambda_{0 \max}}{\sqrt{\epsilon_r}} \tag{3.62}$$

où :  $\left(\frac{l}{\lambda}\right)_c$  la fréquence de coupure basse  $f_c$  à un terme multiplicatif près,  $\epsilon_r$  la permittivité relative et  $\lambda_{0 \max}$ , la longueur d'onde maximale correspondant à  $f_c$ , qui s'écrit :

$$\lambda_{0 \max} = \frac{v}{f_c} \tag{3.63}$$

$v$  est la célérité de la lumière

Les valeurs des impédances  $Z_{0e}(x_i/l)$  et  $Z_{0o}(x_i/l)$ , pour les valeurs discrètes de  $(x_i/l)$ , sont calculées à partir des expressions suivantes :

$$Z_{0e}(x_i/l) = Z_0 \sqrt{\frac{(1 + c(x_i/l))}{(1 - c(x_i/l))}} \quad (3.64)$$

$$Z_{0o}(x_i/l) = Z_0^2 / Z_{0e}(x_i/l) \quad (3.65)$$

### 3.3 Evaluation du facteur de couplage des différents coupleurs directifs :

Pour un facteur de couplage de 10 dB à la fréquence centrale on obtient les courbes suivantes :

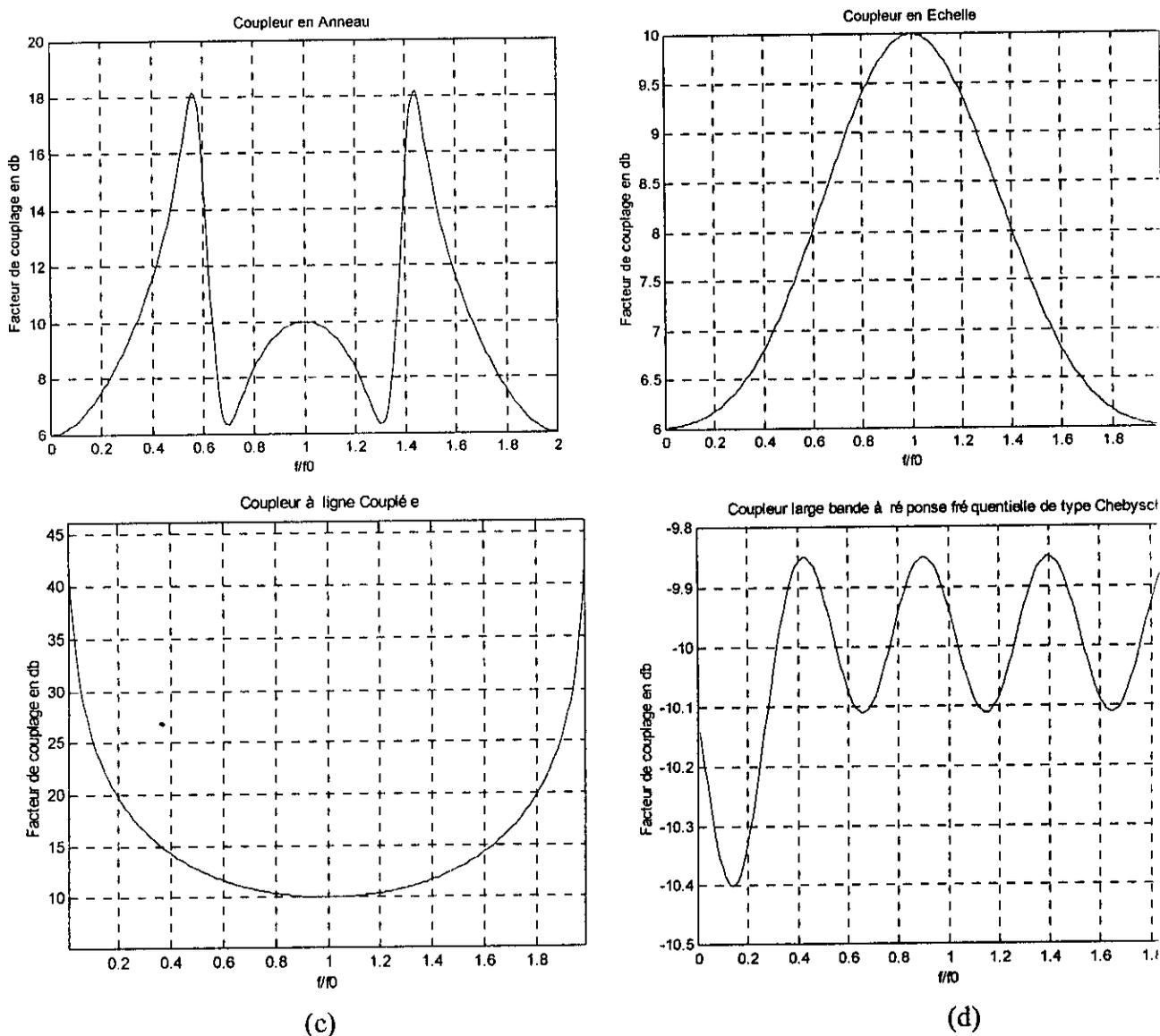


Figure 3.8 : Variation du facteur de couplage en fonction de la fréquence

- a) Coupleur en Anneau
- b) Coupleur en Echelle
- c) Coupleur à ligne couplée
- d) Coupleur à large bande à réponse fréquentielle de type Chebyshev

→ Nous constatons que le coupleur passe haut à réponse fréquentielle de type Chebyshev à la plus grande bande passante comparativement aux trois autres coupleurs.

A partir des paramètres de conception décrits précédemment pour les quatre coupleurs, on peut synthétiser les circuits en recourant à l'un des programmes de synthèse LM (ligne microruban) LMC (ligne microruban couplée), LT (ligne triplaqué) ou LTC (ligne triplaqué couplée) que nous avons développés. Ces techniques seront exposées dans le chapitre suivant.

## **Chapitre 4 : Technologie de réalisation des lignes**

*Le développement des circuits à l'état solide a conduit à la recherche de nouvelles technologies compatibles avec ces circuits et facilement réalisables avec des techniques, déjà connues. Ces nouvelles technologies sont les lignes à ruban qui peuvent être réalisées à l'aide de la technique des circuits imprimés. On présentera dans ce chapitre les différentes techniques de réalisation des circuits microondes avec leur mise en œuvre par le développement de programmes en langage évolué. Ces programmes pourront être exploités seuls pour synthétiser des éléments de circuits ou associés à des programmes relatifs à l'analyse et la conception des coupleurs et diviseurs- combineurs de puissance.*

#### 4.1 Ligne Microruban :

La ligne de transmission microruban[5] a une structure, réalisée sous forme de circuit imprimé, et se compose d'un plan de masse, constitué par une face cuivrée de la plaquette diélectrique, et un mince ruban conducteur, situé sur la face opposée. Les caractéristiques géométriques de la ligne sont : la largeur du ruban  $W$ , son épaisseur  $t$ , l'épaisseur du diélectrique  $h$  et le plan de masse dont la largeur est supposée beaucoup plus grande que celle du ruban ( $a \geq 10W$ ) (fig 4.1). La nature du ruban conducteur est généralement en cuivre et le diélectrique en verre époxy ou teflon caractérisé par sa permittivité relative  $\epsilon_r$ . Le diélectrique présent entre les deux conducteurs est hétérogène. Les lignes de force du champ électrique, résultant de l'application d'une différence de potentiel entre les deux conducteurs, passent partiellement dans l'air et dans le diélectrique solide. Les champs  $E$  et  $H$  subissent des phénomènes de réfraction aux surfaces de séparation entre les deux diélectriques, le mode de propagation le long de la ligne n'est donc pas purement TEM, mais quasi TEM et encore en BF.

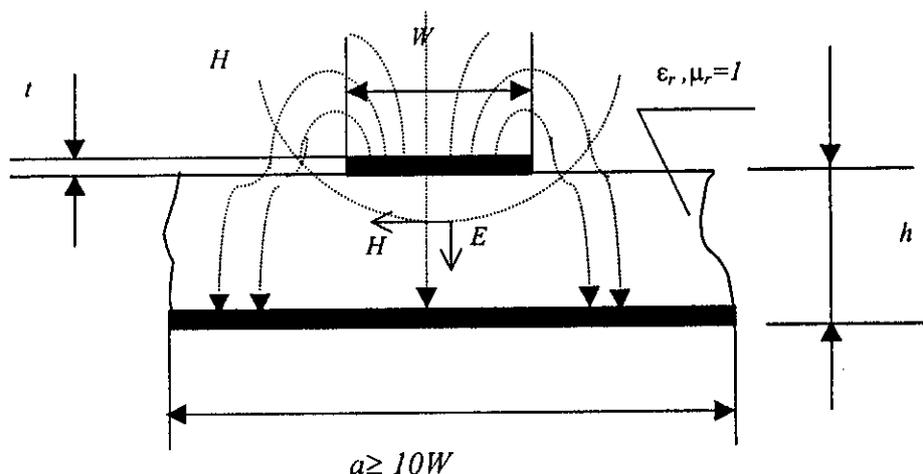


Figure 4.1 : Coupe transversale d'une ligne microruban

#### ◆ Synthèse :

Pour synthétiser une ligne microruban, on doit connaître les valeurs de l'impédance caractéristique  $Z_0$ , de  $h$ , de  $\epsilon_r$  et de  $t$ . La synthèse [14,15,16], dont le but est la détermination de  $W$  et la permittivité effective  $\epsilon_{eff}$ , se fait par la résolution de l'équation non linéaire suivante :

$$V(u,f) = Z_0(u,f) - Z_0 = 0 \quad (4.1)$$

Où :

$f$  : est la fréquence

et  $u = W/h$ .

(4.2)

$$Z_0(u,f) = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}(u,f)}} \ln \left[ \frac{f(u)}{u} + \sqrt{1 + \left(\frac{2}{u}\right)^2} \right], \Omega \quad (4.3)$$

avec : [9]

$$\varepsilon_{eff}(u, f) = \frac{\varepsilon_{eff}(u, 0) + \varepsilon_r p(u, f)}{1 + p(u, f)} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{eff}(u, 0) = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10}{u}\right)^{-a(u)b(\varepsilon_r)} \quad (4.4)$$

$$a(u) = 1 + \frac{1}{49} \ln \left[ \frac{u^4 + (u/52)^2}{u^4 + 0.432} \right] + \frac{1}{18.7} \ln \left[ 1 + \left( \frac{u}{18.1} \right)^3 \right] \quad (4.5)$$

$$b(\varepsilon_r) = 0.564 [(\varepsilon_r - 0.9) / (\varepsilon_r + 3)]^{0.053} \quad (4.6)$$

$$f(u) = 6 + (2\pi - 6) \exp[-(30.666/u)^{0.7528}] \quad (4.7)$$

$$p(u, f) = n(u, f) c(\varepsilon_r) [1.844 f_n + k(u, f) d(\varepsilon_r) f_n]^{1.5763} \quad (4.8)$$

$$c(\varepsilon_r) = 0.33622 [1 - \exp(-0.03442 \varepsilon_r)] \quad (4.9)$$

$$f_n = 10^{-7} f \cdot h \quad (4.10)$$

$$d(\varepsilon_r) = 3.751 - 2.75 \exp[-(\varepsilon_r / 15.916)^8] \quad (4.11)$$

$$k(u, f) = 0.363 g(f) \exp(-4.6u) \quad (4.12)$$

$$g(f) = 1 - \exp[-(f_n / 3.87)^{4.97}] \quad (4.13)$$

$$n(u, f) = 0.27488 + 0.6315u + m(f)u - 0.065683 \cdot \exp(-8.7513u) \quad (4.14)$$

$$m(f) = 0.525 / (1 + 0.157 f_n)^{20} \quad (4.15)$$

La résolution de l'équation (4.1) se fait en deux étapes [6,17] différentes :

- Recherche linéaire (étape par étape) (fig 4.2 .a).
- Recherche de la valeur minimale de  $V(u, f)$  (fig 4.2.b).

La recherche << étape par étape >> consiste d'abord à fixer d'une manière arbitraire la valeur initiale de  $u$  et chercher ensuite par itération l'intervalle  $(u_i, u_i + \Delta u)$  incluant la solution  $u_0$  tel que le produit  $V(u_i, f) \times V(u_i + \Delta u, f)$  soit négatif. Cette façon de procéder peut à priori engendrer des temps de calcul relativement longs. Pour y remédier, nous avons opté pour le calcul en statique des valeurs initiales de  $u$  et  $\varepsilon_{eff}$  qui sont en principe proches des solutions  $u_0$  et  $\varepsilon_{eff0}$ . Les expressions [5] utilisées sont :

pour une ligne à bandes étroites ( $Z_0 > (44 - 2\varepsilon_r)$  ohms)

$$u = \frac{W}{h} = \left( \frac{\exp H'}{8} - \frac{1}{4 \exp H'} \right)^{-1} \quad (4.16)$$

où :

$$H' = \frac{Z_0 \sqrt{2(\varepsilon_r + 1)}}{119.9} + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\varepsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \quad (4.17)$$

pour  $W/h < 1.3$  (c'est à dire  $Z_0 > (63 - 2\varepsilon_r)$  ohms)

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2H'} \left( \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\varepsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right\}^{-2} \quad (4.18)$$

pour une ligne à bandes larges ( $Z_0 < (44 - 2\epsilon_r)$  ohms)

$$u = \frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ (d_c - 1) - \ln(2d_c - 1) \right\} + \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left\{ \ln(d_c - 1) - 0.293 - \frac{0.517}{\epsilon_r} \right\} \quad (4.19)$$

où :

$$d_c = \frac{59.95\pi^2}{Z_0 \sqrt{\epsilon_r}} \quad (4.20)$$

pour  $W/h > 1.3$  (c'est à dire  $Z_0 < (63 - 2\epsilon_r)$  ohms)

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-0.55} \quad (4.21)$$

Après cette opération, on cherche la valeur minimale de la valeur absolue  $V(u,f)$ . la solution  $u_0$  est déterminée si  $|V(u_i,f)|$  est inférieure à  $Z_0/10000$  pour  $t$  nul.

Une correction [15] doit être faite, dans le cas où  $t$  est différent de zéro, en retranchant à la solution  $u_0$  la quantité  $\Delta u$  donnée par :

$$\Delta u = \frac{t}{2\pi \cdot h} \ln \left( 1 + \frac{4e h}{t \coth^2 \sqrt{6.517u}} \right) \left( 1 + \frac{1}{\cosh \sqrt{\epsilon_r - 1}} \right) \quad (4.22)$$

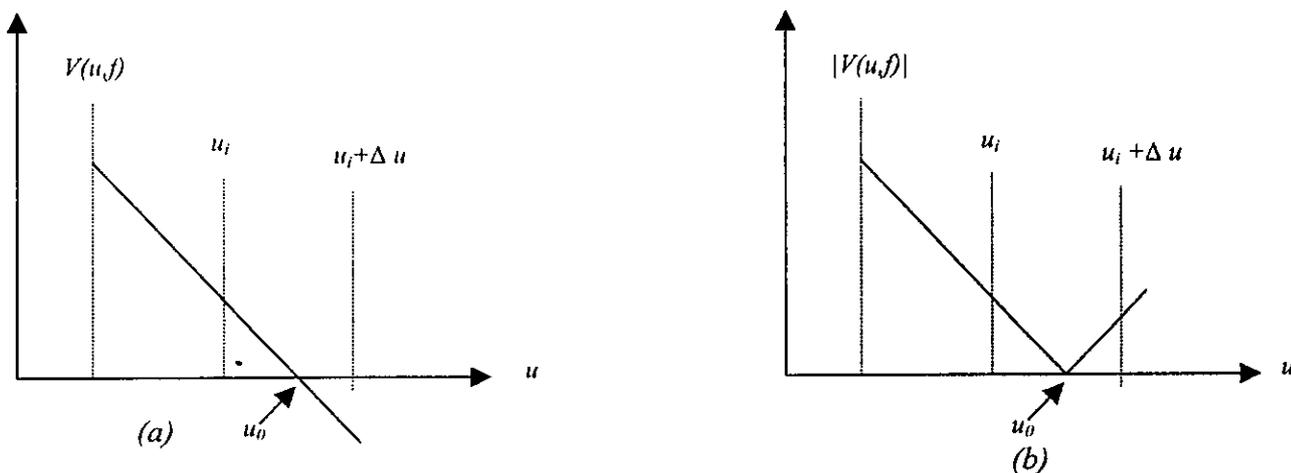


Figure 4.2 : Les méthodes numériques de résolution

La méthode numérique de résolution des équations non linéaire de Newton [annexe D] [18] peut être également utilisée. La valeur initiale est déterminée comme précédemment.

Cette méthode présente deux avantages à savoir la convergence rapide vers la solution  $u_0$  et la facilité d'implémentation de son algorithme. En effet, pour un cas donné, les temps d'exécution avec la méthode de Newton et la méthode précédente sont respectivement 2 et 4 secondes.

#### 4.2 Ligne Triplaque :

La ligne de transmission triplaque est fréquemment utilisée en haute fréquence. C'est une ligne homogène non symétrique car les dimensions des deux conducteurs sont différentes (fig 4.3). Sa particularité par rapport à la ligne micro ruban est que le conducteur se trouve au cœur du diélectrique. Le mode de propagation le long de la ligne est TEM puisque il n'y a pas de réfraction des champs électrique  $E$  et du champ magnétique  $H$  aux surfaces de séparation entre les deux conducteurs. Les paramètres  $W, t$  et  $b$  représentent respectivement la largeur du ruban, les épaisseurs du ruban et du diélectrique [20].

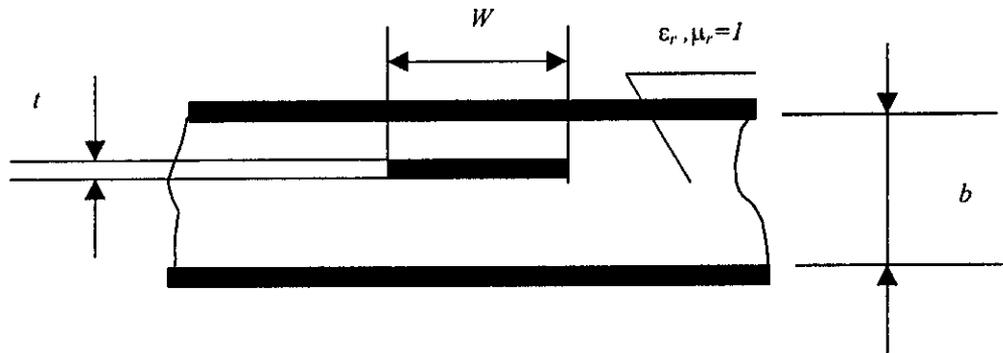


Figure 4.3 : Coupe transversale d'une ligne triplaque

La valeur de l'impédance caractéristique  $Z_0$  [19] est donnée par :

$$Z_0(W/b) = 29.976 \pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \frac{K(k)}{K'(k)}, \Omega \quad (4.23)$$

Où :

$$k = 1 / \cosh[\pi W / (2b)] \quad (4.24)$$

$K(k)$  est l'intégrale elliptique complète de premier ordre

$K'(k)$  le complémentaire de  $K(k)$  [annexe E].

#### ♦ Synthèse :

Le cahier des charges comporte les valeurs de  $Z_0, t, b, f_0, \epsilon_r$  du diélectrique  $\mu_r$  du diélectrique. Le module de  $k$  est calculé en appliquant une décomposition en série de  $q$  de la manière suivante [23]:

$$k = \sqrt{q} (N/D)^2 \quad (4.25)$$

où :

$$q = \exp[-\pi K'(k) / K(k)] \quad (4.26)$$

$$N = \sum_{i=1}^{\infty} q^{i(i-1)} \quad (4.27)$$

$$D = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} q^{i(i-1)} \quad (4.28)$$

La convergence de la série est rapide pour la valeur de  $i=6$  et  $0.0006 < q < 0.27$ [9].  
L'expression de la largeur du ruban  $W$  pour  $t < 0.001b$  est donnée par :

$$W = \frac{2b}{\pi} \ln(1/k + \sqrt{1/k^2 - 1}) \quad (4.29)$$

Si  $t$  n'est plus considéré nulle ( $t \geq 0.001b$ ) ; les valeurs de  $Z_0$  et  $W$  sont calculées à partir des relations suivantes :

$$Z_0(W/b, t) = \frac{30}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln[1 + A(2A + \sqrt{4A^2 + 6.27})], \Omega \quad (4.30)$$

Où :

$$A = 4(b-t) / [\pi(W + \Delta W)], \quad (4.31)$$

$$\Delta W = \frac{t}{W} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \ln \left[ \left( \frac{t}{2b-t} \right)^2 + \left( \frac{0.0796t}{W+1.1t} \right)^m \right] \right\} \quad (4.32)$$

$$m = 6(b-t) / (3b-t) \quad (4.33)$$

$$W = W_0 - \Delta W_0 \quad (4.34)$$

Où :

$$W_0 = \frac{8(b-t)\sqrt{B+0.568}}{(B-1)\pi} \quad (4.35)$$

$$\Delta W_0 = \frac{t}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \ln \left[ \left( \frac{t}{2b-t} \right)^2 + \left( \frac{0.0796t}{W_0+0.26t} \right)^m \right] \right\} \quad (4.36)$$

et :

$$B = \exp(Z_0 \sqrt{\varepsilon_r} / 30) \quad (4.37)$$

### 4.3 Ligne Triplaque Couplée :

Cette ligne est constituée de deux lignes triplaque en parallèle (fig 4.4), espacées d'une distance  $S$  et couplées par leurs champs électromagnétiques, générant deux modes de propagation pair d'impédance caractéristique  $Z_{0e}$  et impair d'impédance caractéristique  $Z_{0o}$ . Les expressions [20] de ces impédances :

$$Z_{0e}(W, S) = 29.976 \pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'(k_e)}{K(k_e)}, \Omega \quad (4.38)$$

$$Z_{0o}(W, S) = 29.976 \pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'(k_o)}{K(k_o)}, \Omega \quad (4.39)$$

Où :

$$k_e = \tanh\left[\frac{\pi W}{2b}\right] \tanh\left[\frac{\pi(W+S)}{2b}\right] \quad (4.40)$$

$$k_o = \tanh\left[\frac{\pi W}{2b}\right] \coth\left[\frac{\pi(W+S)}{2b}\right] \quad (4.41)$$

Où :  $K(k)$  est l'intégrale elliptique complète de premier ordre,  $K'(k)$  le complémentaire de  $K(k)$  [annexe E] et  $b$  l'épaisseur du diélectrique.

La longueur d'onde  $\lambda_f$ , à l'intérieure de la ligne, est définie comme suit :

$$\lambda_f = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (4.42)$$

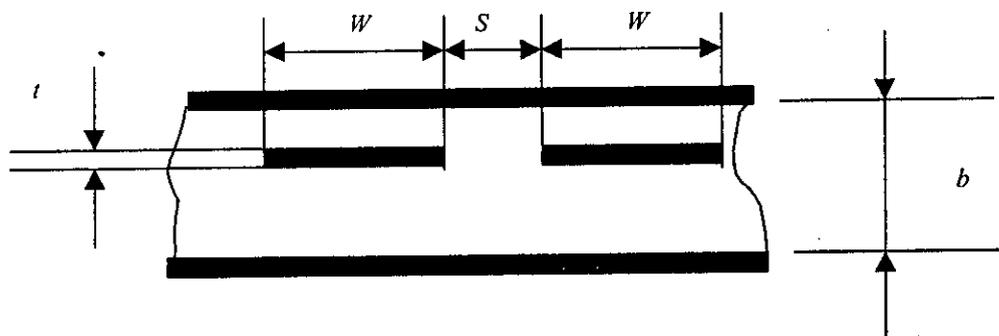


Figure 4.4 : Coupe transversale d'une double ligne ruban couplée

♦ **Synthèse :**

La synthèse de la ligne est mise en œuvre selon l'algorithme [20] suivant :

1- le calcul des constantes  $q_e$  et  $q_o$  par les expressions suivantes :

$$q_e = \exp[-\pi K'(k_e) / K(k_e)] \quad (4.43)$$

$$q_o = \exp[-\pi K'(k_o) / K(k_o)] \quad (4.44)$$

2- la détermination des valeurs de  $k_e$  et  $k_o$  qui sont calculés en appliquant une décomposition en série de  $q$  de la manière suivante :

$$k_{e,o} = \sqrt{q_{e,o}} (N_{e,o} / D_{e,o})^2 \quad (4.45)$$

où :

$$N_{e,o} = \sum_{i=1}^{\infty} q_{e,o}^{i(i-1)} \quad (4.46)$$

$$D_{e,o} = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} q_{e,o}^{(i-1)} \quad (4.47)$$

3- le calcul de la largeur  $W$  du ruban et de l'espacement  $S$  entre les deux rubans .

$$W = \frac{2b}{\pi} \tanh^{-1} \sqrt{k_e k_o} \quad (4.48)$$

$$S = \frac{2b}{\pi} \tanh^{-1} \sqrt{k_e / k_o} - W \quad (4.49)$$

4- si l'épaisseur  $t$  du ruban est supérieure à  $0.01b$  ( $t > 0.01b$ ), les valeurs de  $Z_{0e}$  et  $Z_{0o}$  sont données par les expressions (4.33) et (4.34) , sinon ,l'approximation des impédances se fait par la résolution des deux équations non linéaires  $Z_{0e}$  et  $Z_{0o}$  suivantes [annexe D] :

$$Z_{0e,o}(W, S, t) = \frac{30\pi(b-t)}{\sqrt{\epsilon_r}(W + A_{e,o}bC_f)}, \Omega \quad (4.50)$$

où :

$$A_e = [\ln 2 + \ln(1 + \tanh \theta)] / (2\pi \ln 2) \quad (4.51)$$

$$A_o = [\ln 2 + \ln(1 + \coth \theta)] / (2\pi \ln 2) \quad (4.52)$$

$$\theta = \frac{\pi S}{2b} \quad (4.53)$$

$$C_f = 2 \ln \left( \frac{2b-t}{b-t} \right) - \frac{t}{b} \left[ \frac{t(2b-t)}{(b-t)^2} \right] \quad (4.54)$$

#### 4.4 Ligne Microruban Couplée :

La technologie des lignes microruban couplées (fig 4.5) est couramment utilisée dans les coupleurs directs, filtres passe bande etc ... Plusieurs travaux de recherche ont été effectués dans le but de développer des méthodes permettant la conception de ces circuits. Parmi ces travaux on cite ceux, effectués par Akthazard [21], qui ont permis la représentation sous forme d'abaques les variations de l'épaisseur  $W$  et l'espacement entre les lignes  $S$  en fonction de la fréquence. Des recherches plus récentes ont été effectuées par M.Kirsching et R.H.Jansen [22], et ont abouti à l'élaboration d'un algorithme de conception. Cet algorithme permet le calcul des paramètres  $W/h$  et  $S/h$  sous les conditions suivantes :

$0.1 \leq W/h \leq 10$  ,  $1 \leq \epsilon_r \leq 10$  et pour une fréquence inférieure à 6 Ghz.

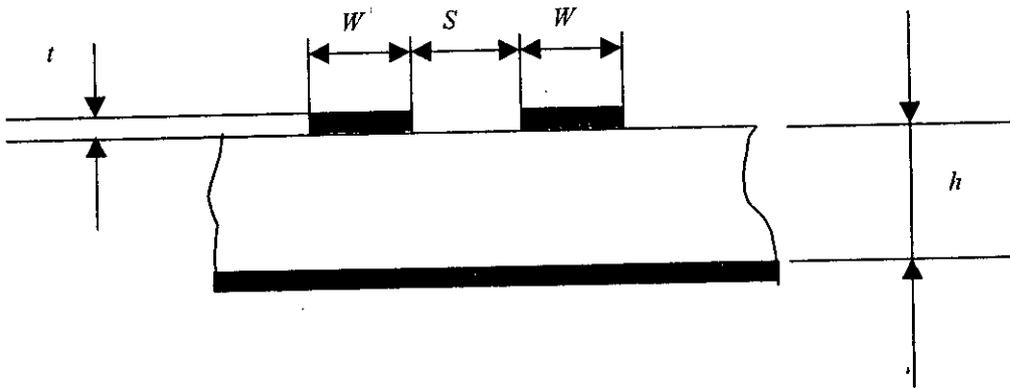


Figure 4.5 : Coupe transversale d'une ligne microruban couplée

#### ◆ Synthèse :

Les expressions des permittivités effective [22], en régime statique correspondantes aux modes pair  $\epsilon_{eff_e}$  et impair  $\epsilon_{eff_o}$  sont données par :

$$\epsilon_{eff_e}(0) = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10}{v}\right)^{-a_e(v)b_e(\epsilon_r)} \quad (4.55)$$

$$\epsilon_{eff_o}(0) = \left[ \frac{\epsilon_r + 1}{2} + a_o(u, \epsilon_r) - \epsilon_{eff}(0) \right] \exp(-c_o g^{d_o}) + \epsilon_{eff}(0) \quad (4.56)$$

où

$$v = u(20 + g^2)/(10 + g^2) + g \exp(-g) \quad (4.57)$$

$$g = S/h \quad (4.58)$$

$$a_e(v) = 1 + \frac{1}{49} \log \left[ \frac{v^4 + (v/52)^2}{v^4 + 0.432} \right] + \frac{1}{18.7} \log \left[ 1 + \left(\frac{v}{18.1}\right)^3 \right] \quad (4.59)$$

$$b_e(\varepsilon_r) = 0.564 [(\varepsilon_r - 0.9) / (\varepsilon_r + 3)]^{0.053} \quad (4.60)$$

et

$$a_0(u, \varepsilon_r) = 0.7287 \left[ \varepsilon_{eff}(0) - \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \right] [1 - \exp(-0.179u)] \quad (4.61)$$

$$b_0(\varepsilon_r) = 0.747 \varepsilon_r / (0.15 + \varepsilon_r) \quad (4.62)$$

$$c_0 = b_0(\varepsilon_r) - [b_0(\varepsilon_r) - 0.207] \exp(-0.414u) \quad (4.63)$$

$$d_0 = 0.593 + 0.694 \cdot \exp(-0.562u) \quad (4.64)$$

$\varepsilon_{eff}(0)$  est la permittivité effective pour laquelle l'épaisseur  $t$  tend vers zéro pour une ligne de largeur  $W$ .

L'effet de dispersion de la ligne est pris en considération pour les deux modes pair et impair par :

$$\varepsilon_{eff,e,o}(f_n) = \varepsilon_r - \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{eff,e,o}(0)}{1 + F_{e,o}(f_n)} \quad (4.65)$$

où :

$$f_n = (f \times h) \quad f \text{ et } h \text{ sont exprimés respectivement en Ghz et en mm} \quad (4.66)$$

les fonctions  $F_e(f_n)$  et  $F_o(f_n)$  sont données respectivement par :

$$F_e(f_n) = P_1 P_2 [(P_3 P_4 + 0.1844 P_7) f_n]^{1.5763} \quad (4.67)$$

$$F_o(f_n) = P_1 P_2 [(P_3 P_4 + 0.1844) f_n P_{15}]^{1.5763} \quad (4.68)$$

avec :

$$P_1 = 0.27488 + [0.6135 + 0.525 / (1 + 0.0157 f_n)^{20}] \mu - 0.0065683 \exp(-8.7513u) \quad (4.69)$$

$$P_2 = 0.33622 [1 - \exp(-0.03442 \varepsilon_r)] \quad (4.70)$$

$$P_3 = 0.0363 \exp(-4.6u) \{1 - \exp[-(f_n / 3.87)^{4.97}]\} \quad (4.71)$$

$$P_4 = 1 + 2.751 \{1 - \exp[-(\varepsilon_r / 15.916)^8]\} \quad (4.72)$$

$$P_5 = 0.344 \exp[-3.3(\varepsilon_r / 15)^3] + 0.746 \quad (4.73)$$

$$P_6 = P_5 \exp[-(f_n / 18)^{0.368}] \quad (4.74)$$

$$P_7 = 1 + 4.069 P_6 g^{0.479} \exp(-1.347 g^{0.595} - 0.17 g^{2.5}) \quad (4.75)$$

$$P_8 = 0.7168 \{1 + 1.076 / [1 + 0.0576(\varepsilon_r - 1)]\} \quad (4.76)$$

$$P_9 = P_8 - 0.7913 \{1 - \exp[-(f_n / 20)^{1.424}]\} \arctan[2.481(\varepsilon_r / 8)^{0.946}] \quad (4.77)$$

$$P_{10} = 0.242(\varepsilon_r - 1)^{0.55} \quad (4.78)$$

$$P_{11} = 0.6366 [\exp(-0.3401 f_n) - 1] \arctan[1.263(u / 3)^{1.629}] \quad (4.79)$$

$$P_{12} = P_9 + (1 - P_9) / (1 + 183u^{1.376}) \quad (4.80)$$

$$P_{13} = 1.695 P_{10} / (0.414 + 1.605 P_{10}) \quad (4.81)$$

$$P_{14} = 0.8928 + 0.1072 \{1 - \exp[-0.42(f_n / 20)^{3.125}]\} \quad (4.82)$$

$$P_{15} = |1 - 0.8928(1 + P_{11}) P_{12} \exp(-P_{13} g^{1.902}) / P_{14}| \quad (4.83)$$

L'impédance caractéristique correspondant au mode pair est donnée par :

$$Z_{0e}(0) = Z_L(0) \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(0) / \varepsilon_{\text{eff}_e}(0)}}{1 - [Z_L(0) / 377] \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(0) Q_4}} \quad (4.84)$$

où

$Z_L(0)$  représente l'impédance caractéristique d'une ligne microruban de largeur  $W$  ;

$$Q_3 = 0.1975 + [16.6 + (8.4 / g)^6]^{0.387} + \ln \left\{ g^{10} / [1 + (g / 3.4)^{10}] \right\} / 241 \quad (4.85)$$

$$Q_4 = \frac{2Q_1 / Q_2}{\exp(-g)u^{Q_3} + [2 - \exp(-g)]u^{-Q_3}} \quad (4.86)$$

$$Q_1 = 0.865u^{0.194} \quad (4.87)$$

$$Q_2 = 1 + 0.7519g + 0.189g^{2.31} \quad (4.88)$$

On procédera de la même manière pour calculer l'impédance caractéristique  $Z_{0o}(0)$  correspondant au mode impair qui est égale :

$$Z_{0o}(0) = Z_L(0) \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(0) / \varepsilon_{\text{eff}_o}(0)}}{1 - [Z_L(0) / 377] \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(0) Q_{10}}} \quad (4.89)$$

avec :

$$Q_5 = 1.794 + 1.14 \log [1 + 0.638 / (g + 0.517g^{2.43})] \quad (4.90)$$

$$Q_6 = 0.2305 + \log \left\{ g^{10} / [1 + (g / 5.8)^{10}] \right\} / 281.3 + \log(1 + 0.598g^{1.154}) / 5.1 \quad (4.91)$$

$$Q_7 = (10 + 190g^2) / (1 + 82.3g^3) \quad (4.92)$$

$$Q_8 = \exp[-6.5 - 0.95 \log(g) - (g / 0.15)^5] \quad (4.93)$$

$$Q_9 = \log(Q_7)(Q_8 + 1 / 16.5) \quad (4.94)$$

$$Q_{10} = \left\{ Q_2 Q_4 - Q_5 \exp[\log(u) Q_6 u^{-Q_9}] \right\} / Q_2 \quad (4.95)$$

Ces relations permettent le calcul des impédances caractéristiques  $Z_{0e}(u, g, 0)$  et  $Z_{0o}(u, g, 0)$  dans le cas où les dimensions géométriques de la ligne et la permittivité relative  $\varepsilon_r$  du diélectrique sont connues. La synthèse consiste à résoudre deux équations non linéaires où les valeurs de la largeur du ruban  $W$  et de l'espacement entre les deux lignes  $S$  sont des inconnues. Les deux équations non linéaires s'écrivent comme suit :

$$V_1(u, g) = Z_{0e}(u, g, 0) - Z_{0e} \quad (4.96)$$

$$V_2(u, g) = Z_{0o}(u, g, 0) - Z_{0o} \quad (4.97)$$

Les valeurs des impédances  $Z_{0e}$  et  $Z_{0o}$  sont obtenues en résolvant le système d'équation (4.96) et (4.97) avec une valeur désirée du facteur de couplage  $C$ . La résolution de ces deux équations non linéaires est faite par la méthode de Newton [annexe D] avec les conditions initiales  $u^0$  et  $g^0$  [23] données par :

$$u^{(0)} = |F_1(Z_0, \varepsilon_r) \cdot F_2(C)| \quad (4.98)$$

$$g^{(0)} = |F_1(Z_0, \varepsilon_r) \cdot F_3(C, \varepsilon_r)| \quad (4.99)$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0o} Z_{0e}} \quad (4.100)$$

$$C = \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})}{(Z_{0e} + Z_{0o})} \quad (4.101)$$

pour  $C \leq 0.5$

$$F_1(Z_0, \varepsilon_r) = 8 \sqrt{A(7 + 4/\varepsilon_r) / 11 + (1 + 1/\varepsilon_r) / 0.81} / A \quad (4.102)$$

$$A = \exp\left(Z_0 \sqrt{\varepsilon_r + 1} / 42.4\right) - 1 \quad (4.103)$$

$$F_2(C) = \sum_{i=1}^6 a_i C^{(i-1)} \quad (4.104)$$

$$F_3(C, \varepsilon_r) = \sum_{i=1}^6 [b_i - c_i(9.6 - \varepsilon_r)] (0.6 - C)^{(i-1)} \quad (4.105)$$

pour  $C > 0.5$

$$F_3(C, \varepsilon_r) = 2(1 - C)F_3(C = 0.5, \varepsilon_r) \quad (4.106)$$

Les coefficients d'approximations  $F_2(C)$  et  $F_3(C)$  à savoir  $a_i, b_i$  et  $c_i$  [25] sont :

$i$	$a_i$	$b_i$	$c_i$
1	1	0.02	0.002
2	-0.301	-0.623	-0.347
3	3.209	17.192	7.171
4	-27.282	-68.946	-36.910
5	56.609	104.74	76.132
6	-37.746	-16.148	-51.616

#### 4.5 Conception de coupleurs directifs en technologie planaire

L'organigramme (fig 4.6) a pour objet la conception des différents coupleurs précédemment étudiés. Il effectue d'abord, à partir de certaines données qui sont l'impédance caractéristique  $Z_0$ , le coefficient de couplage  $C$  à la fréquence centrale, l'analyse dans le domaine fréquentielle de ces dispositifs ensuite leurs synthèses en technologie planaire en y introduisant la permittivité relative  $\varepsilon_r$ , l'épaisseur du diélectrique et l'épaisseur du ruban. Cet organigramme est traduit en langage évolué.

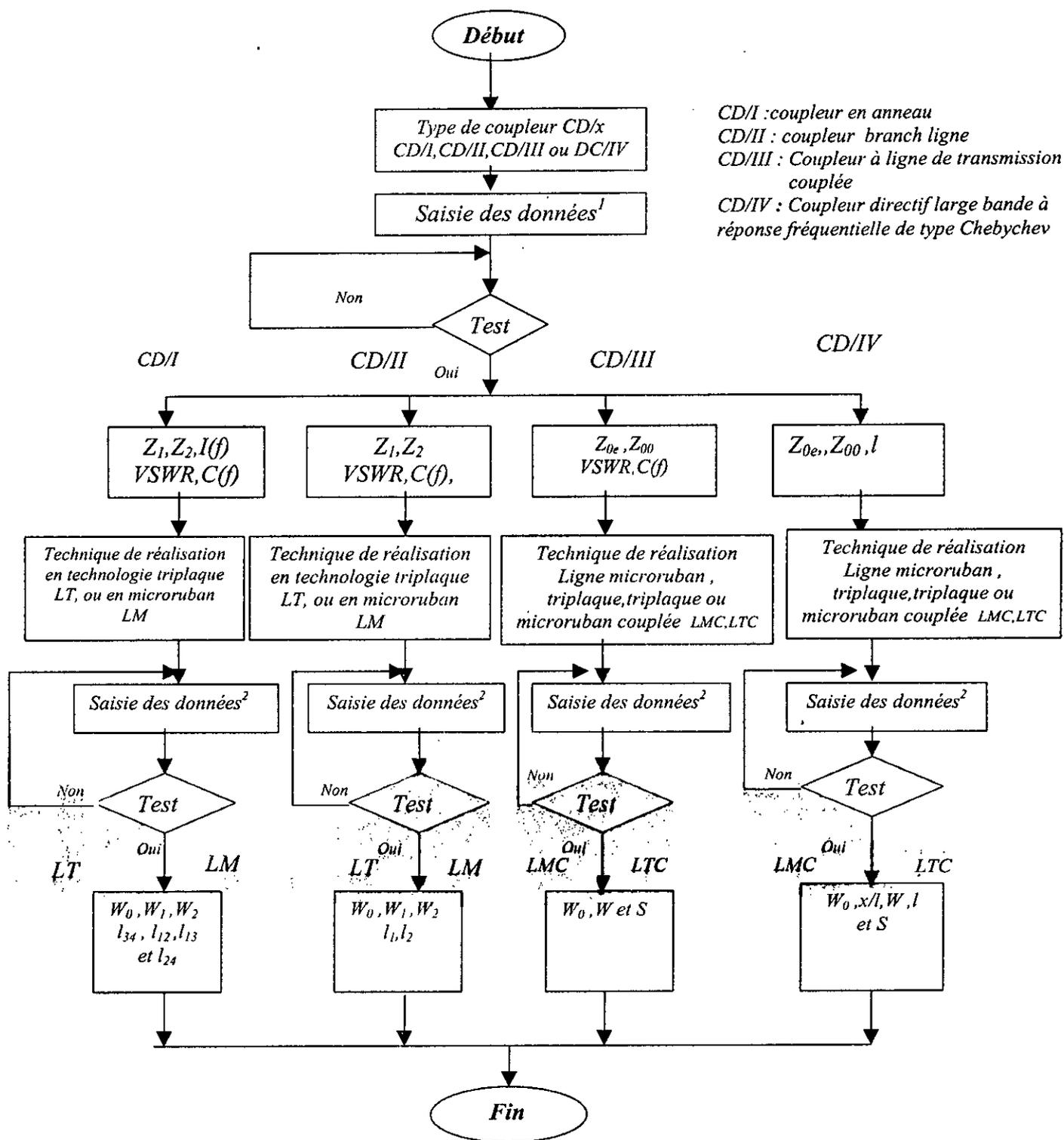


Figure 4.6 : Organigramme du programme de conception des coupleurs directifs et leurs synthèses en technologie planaire

<sup>1</sup> : les données à saisir sont : L'impédance caractéristique  $Z_0$ , le coefficient de couplage moyen  $C$ , la fréquence centrale  $f_0$  et la fréquence de travail  $f$ .

<sup>2</sup> : les données à saisir sont : la permittivité électrique  $\epsilon_r$ , l'épaisseur du ruban et du diélectrique  $t$  et  $h$

#### 4.6 Exemples de conception :

Le tableau (4.1) donne la conception de quatre types de coupleur en se basant sur le cahier suivants :

$Z_0=50\Omega$  (impédance de charge),  $C_0=10$  dB ( la valeur moyenne de couplage),  $f_0=1$  GHz (fréquence centrale),  $f_c=1$  GHz (fréquence de coupure de Chebychev),  $\epsilon_r=10$  (permittivité relative du substrat diélectrique),  $\mu_r=1$  (perméabilité relative substrat diélectrique),  $b=1.27$  mm (épaisseur du diélectrique utilisé dans la technique de réalisation LM),  $t=0.05$  mm (épaisseur du ruban),  $h=1.27$  mm (épaisseur du diélectrique utilisé dans la technique de réalisation LT).

Type de coupleur	Technique de réalisation	Paramètres de conception	Paramètres de synthèse
CD/I	LT	$Z_1=158.1139 \Omega$ $Z_2=52.7046 \Omega$ $VSWR=3$ $C(f)=6.0206$ ( $f_{T1}= 2$ Ghz)	$W_0=0.0011483$ m $W_1=0.00046498$ m $l_{34}=0.023717$ m $l_{12}=0.071151$ m $W_2=0.0010562$ m $l_{13}=0.023717$ m $l_{24}=0.023717$ m
CD/II	LM	$Z_1=150 \Omega$ $Z_2=53.033 \Omega$ $VSWR=3$ $C(f)=6.0206$ ( $f_{T1}= 2$ Ghz)	$W_0=0.001348$ m $W_1=0.0000176$ m $l_1=0.03095$ m $W_2=0.0013481$ m $l_2=0.02909$ m
CD/III	LTC	$Z_{0e}=69.3713 \Omega$ $Z_{0o}=36.038 \Omega$ $VSWR=1$ $C(f)=321.7619$ ( $f_{T1}= 2$ G hz)	$W_0=0.00015198$ m $W=0.00019563$ m $S=0.00017909$ m $l_0=0.023717$ m
CD/IV	LMC	$Z_{10i}=[96.239,8420,7496,6791,6259,58$ $68,55,96,5429,53,64,5403,55,64]$ $Z_{10o}=[25,97,29,69,33,35,36,81,39,93,$ $42,60,44,67,46,04,46,60,46,27,44,92]$ $\lambda_c=0.358$ m	$W_0=1.154$ m m $W_i=[0.115,0.149,0.178,0.199,$ $0.214,0.223,0.228,0.2304,0.231,$ $0.2307,0.228]$ m m $S_i=[0.028,0.063,0.119,0.199,$ $0.302,0.426,0.561,0.684,0.748,$ $0.708,0.581]$ m m $l=3.3963$ m m

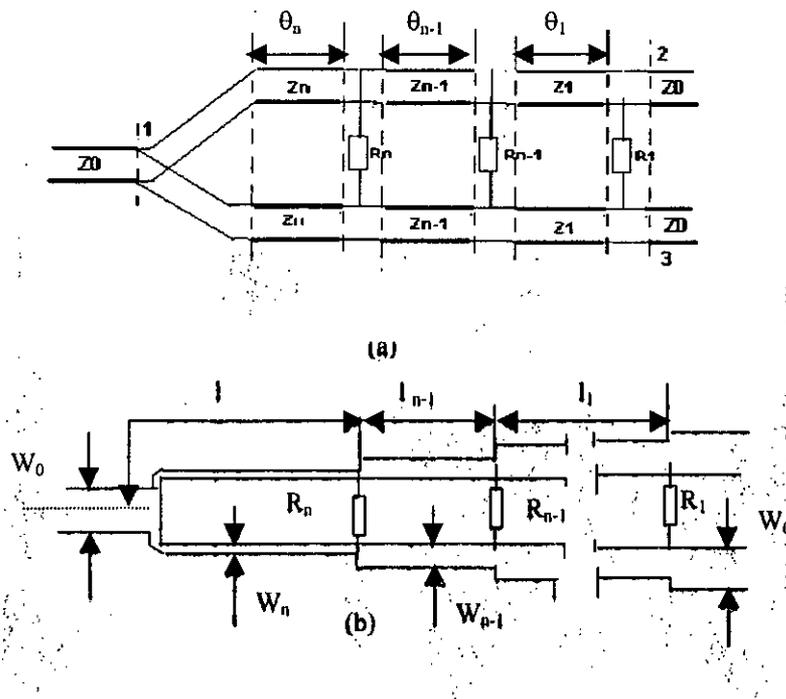
Tableau 4.1: Exemples de résultats de conception

## **Chapitre 5 : Conception de diviseur de Wilkinson à large bande**

*Ce présent chapitre a pour but de traiter la théorie et la conception du diviseur de Wilkinson à large bande constitué de plusieurs lignes en cascade [20]. Le recours à l'excitation en modes pair et impair permet seulement d'analyser partiellement ce type de circuit. Donc pour l'analyse complète, nous avons utilisé notre méthode (Chap 2) en la combinant à une autre approche que nous avons développée nous mêmes. Des programmes de conception et d'analyse ont été réalisés. Ceux ci nous ont permis de faire une comparaison entre différents types de diviseurs.*

### 5.1 Théorie du diviseur à large bande :

Le circuit le plus général d'un diviseur de Wilkinson hybride à large bande est constitué d'une jonction en Té à laquelle on connecte, en cascade,  $n$  paires de lignes associées à  $n$  résistances (fig 5.1). Si les formules de conception sont exactes dans le cas où le circuit est constitué d'une jonction en Té associée à une paire de ligne, elles sont, par contre, approximatives si le circuit est composé d'un nombre de paires de lignes supérieur ou égale à deux ( $n \geq 2$ ) [20]. Les paramètres  $R_n$ ,  $Z_n$ ,  $\theta_n$  et  $l_n$  représentent respectivement la résistance d'isolation, l'impédance caractéristique, la longueur électrique et physique de la ligne  $n$  de la  $n^{\text{ième}}$  section reliée aux accès (2) et (3) de la jonction en Té.



**Figure 5.1:** Diviseur de puissance à plusieurs lignes quart d'onde ( $Z_i, i=1, \dots, n$ ) et  $R_i$   
 (a) Schéma électrique général  
 (b) Schéma électrique en technologie microruban

#### 5.1.1 Analyse du circuit :

La symétrie du circuit, présenté précédemment, conduit à l'analyse usant du mode pair et impair appliqués aux accès (2) et (3). Pour le mode pair, les accès (2) et (3) sont alimentés par deux ondes égales. La différence de potentiel aux bornes des résistances est donc nulle. Par conséquent, le schéma équivalent peut être représenté par la figure 5.2.a. Par contre pour le mode impair les excitations aux accès (2) et (3) sont égales en amplitude mais déphasées de  $\pi$ ; le schéma équivalent qui en résulte est donné par la figure 5.2.b. La figure 5.2.c et 5.2.d est équivalente à la figure 5.1 sauf que les excitations proviennent de l'extrémité opposée où  $Y_i = 1/Z_i$  et  $G_i = 1/R_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) avec  $Y_0 = 1/Z_0$ ,  $G_L = 1/2Z_0$  et  $\rho_e$ ,  $\rho_0$  respectivement les coefficients de réflexion en tension en modes pair et impair (fig 5.2).

Si le couplage entre les lignes est faible, les valeurs des admittances  $Y_i$  demeurent invariables et ce quelque soit le mode d'excitation. Dans le cas contraire, les valeurs de  $Y_i$  en mode pair sont supérieures a celles du mode impair et on aura une dégradation des performances et une difficulté de conception [20].

Reed et Weelers[24] ont donné une formulation permettant le calcul des différents coefficients de transmission en tension  $t_{ij}$ , à partir des coefficients de réflexion en tension  $\rho_i$  ( $i=1,2,3$ ) aux accès (1),(2) et (3). Il suffit de connaître au préalable seulement les valeurs de  $\rho_e$  et  $\rho_o$  pour déterminer les différents paramètres.

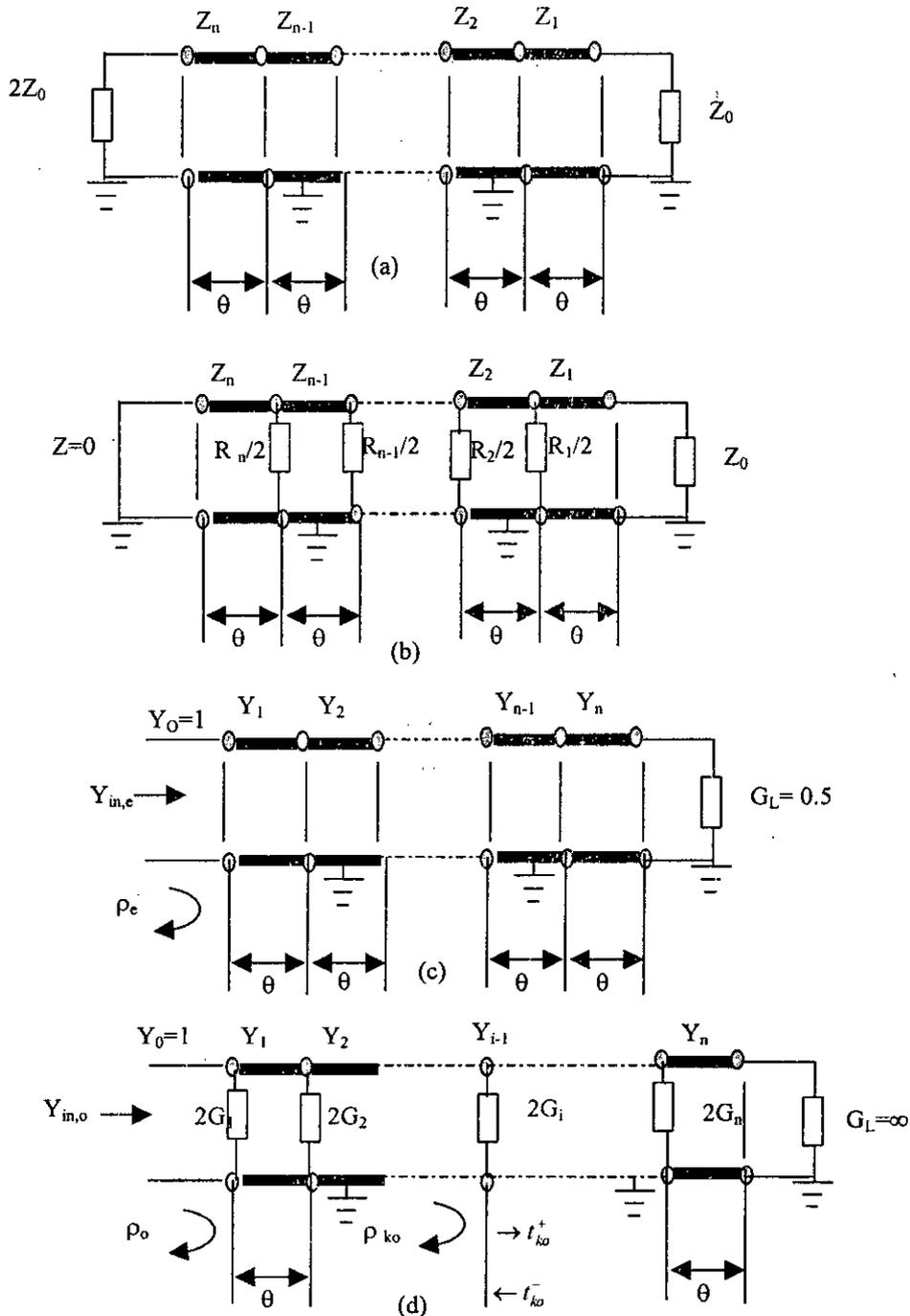


Figure 5.2 : Schéma équivalent aux modes pair et impair  
 (a) : Mode pair ; (c) : Circuit admittance en mode pair  
 (b) : Mode impair ; (d) : Circuit admittance en mode impair

En effet, d'après [20] on a les expressions suivantes :

$$|\rho_1| = |\rho_e| \quad (5.1)$$

$$|t_{12}| = |t_{13}| = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \rho_e^2)} \quad (5.2)$$

$$\rho_2 = \rho_3 = \frac{1}{2}(\rho_e + \rho_o) \quad (5.3)$$

$$t_{23} = \frac{1}{2}(\rho_e - \rho_o) \quad (5.4)$$

### 5.1.2 Synthèse du circuit :

P.I.Richards [25] a montré que les impédances d'entrée ainsi que les coefficients de réflexion et de transmission s'expriment sous la forme de fraction de polynômes en  $s$ , défini comme suit :

$$s = -j \cot \theta \quad (5.5)$$

Où  $\theta$  est la longueur électrique de chaque paire de lignes.

Le but de la synthèse est d'établir la fonction impédance pour un cahier des charges donné. L'utilisation du circuit de la figure 5.2.c, peut simplifier le problème de la synthèse. Pour déterminer les valeurs des admittances caractéristiques  $Y_i$  ( $Y_i = 1/Z_i$ ), on utilise les formules des tables disponibles [20,26] qui permettront l'évaluation des conductance  $G_i$  ( $G_i = 1/R_i$ ).

### 5.1.3 Conception

#### 5.1.3.1 Conception pour $n=2$ :

L'admittance d'entrée et le coefficient de réflexion en mode impair ( 5.2.d) s'écrivent respectivement comme suit :

$$Y_{in,o} = 2G_1 + Y_1 \frac{Y_1 + (2G_2 + Y_2)s}{2G_2 + (Y_1 + Y_2)s} \quad (5.6)$$

$$\rho_o = \frac{1 - Y_{in,o}}{1 + Y_{in,o}} = \frac{2G_2(1 - 2G_1) - Y_1^2 - Y_1Y_2s^2 + [(Y_1 + Y_2)(1 - 2G_1) - 2G_2Y_1]s}{2G_2(1 + 2G_1) + Y_1^2 + Y_1Y_2s^2 + [(Y_1 + Y_2)(1 + 2G_1) + 2G_2Y_1]s} \quad (5.7)$$

Puisque  $\rho_o = 0$  à  $\theta_3$  et  $\theta_4$  (fig 5.3), on aura donc les équations suivantes :

$$2G_2(1 - 2G_1) - Y_1^2 - Y_1Y_2s^2 = 0 \quad (5.8)$$

$$(Y_1 + Y_2)(1 - 2G_1) - 2G_2Y_1 = 0 \quad (5.9)$$

En combinant les équations (5.5), (5.8) et (5.9), on obtient :

$$R_2 = \frac{2Z_1Z_2}{\sqrt{(Z_1 + Z_2)(Z_2 - Z_1 \cot^2 \theta_3)}} \quad (5.10)$$

$$R_1 = \frac{2R_2(Z_1 + Z_2)}{R_2(Z_1 + Z_2) - 2Z_2} \quad (5.11)$$

L'expression de  $\theta_3$  (fig 5.3) est obtenue à partir de  $|\rho_o|$  qui est proportionnel à  $T_2(x)$ , polynôme de Chebyshev de second degré (annexe G). La variable  $x$  s'écrit :

$$x = \frac{90^\circ - \theta}{90^\circ - \theta_1} \quad (\text{variable du polynôme de Chebyshev}) \quad (5.12)$$

d'où :

$$\theta_3 = 90^\circ - \frac{1}{\sqrt{2}}(90^\circ - \theta_1) = 90^\circ \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{f_2 / f_1 - 1}{f_2 / f_1 + 1} \right) \right] \quad (5.13)$$

La variable  $x$  peut être aussi formulé de la manière suivante :

$$x = \frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta_1)} \quad (5.14)$$

Les paramètres  $Z_1, Z_2, R_1$  et  $R_2$  sont normalisés par rapport à  $Z_0$  pris égale à l'unité. Dans le cas général ( $Z_0 \neq 1$ ), les valeurs de ces paramètres doivent être multipliés par  $Z_0$ .

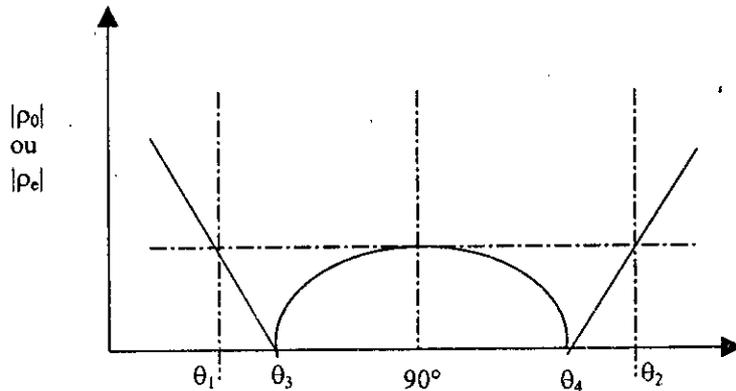


Fig 5.3 : Variation des coefficients de réflexion  $\rho_o$  et  $\rho_e$  en fonction des longueurs électriques  $\theta$  (Chebyshev)

### 5.1.3.2 Approximation itérative ( $n=3$ ) :

Les paramètres  $Z_i$  ( $i=1,2,3$ ) sont déterminés à partir des tables [30]. Quant aux résistances  $R_i$  ( $i=1,2,3$ ), elles sont obtenues à partir d'un calcul itératif.

A la fréquence centrale ( $\theta = \pi/2$ ),  $|\rho_o|$  est nulle pour  $n$  impair, par conséquent  $Y_{in,o}=1$  pour des longueurs de lignes quart d'onde et on peut écrire :

$$2G_1 + \frac{Y_1^2}{2G_2 + \frac{Y_2^2}{2G_3}} = 1 \quad (5.15)$$

Les valeurs initiales de  $G_i$  sont données par [20] :  $2G_1=0.25$ ,  $2G_2=0.4729$  et  $2G_3=0.933$

### 5.1.3.c Conception général ( $n > 3$ ) :

Dans le cas général, on utilise une approche similaire à celle utilisée par Cohn [20], en supposant que l'onde qui progresse vers la droite du circuit (fig 5.2.d.), le coefficient de réflexion du mode impair peut s'écrire :

$$\rho_o = \rho_{10} + \rho_{20} t_{10}^+ t_{10}^- e^{-j2\theta} + \rho_{30} t_{10}^+ t_{10}^- t_{20}^+ t_{20}^- e^{-j4\theta} + \rho_{n+1,0} t_{10}^+ t_{10}^- t_{20}^+ t_{20}^- \dots t_{n0}^+ t_{n0}^- e^{-jn\theta} + \dots + \sum_{i=2}^{\infty} b_i e^{-j2i\theta} \quad (5.16)$$

où  $\rho_{i0}$  ( $i=1, \dots, n+1$ ) sont des coefficients de réflexion aux différentes jonctions et  $t_{i0}^+$  et  $t_{i0}^-$  représentent respectivement les coefficients de transmission vers la droite et vers la gauche au niveau de la jonction  $i$ . Le coefficient de réflexion  $\rho_{i0}$ , s'écrit :

$$\rho_{i0} = \frac{Y_{i-1} - Y_i - 2G_i}{Y_{i-1} + Y_i + 2G_i} \quad \text{avec : } i \leq n \quad (5.17)$$

$$\text{et } \rho_{n+1,0} = -1 \quad (5.18)$$

La grandeur  $t_{i0}^+ t_{i0}^-$  est défini comme suit :

$$T_{i0} = t_{i0}^+ t_{i0}^- = \left( \frac{2Y_{i-1}}{Y_{i-1} + Y_i + 2G_i} \right) \left( \frac{2Y_i}{Y_{i-1} + Y_i + 2G_i} \right) = \left( \frac{4Y_{i-1}Y_i}{(Y_{i-1} + Y_i + 2G_i)^2} \right) \quad \text{avec } (i=1, \dots, n) \quad (5.19)$$

On peut également utiliser les équations (5.16), (5.17) et (5.18), pour déterminer les

paramètres du mode pair, sauf que  $G_i = 0$ ,  $G_L = 0.5$  et  $\rho_{n+1,e} = \frac{Y_n - 0.5}{Y_n + 0.5}$  (5.20)

La méthode itérative utilisée est celle donnée par [20] et qui permet d'écrire :

$$G_1 = 1 - Y_1 \quad (5.21)$$

$$G_i = \frac{Y_{i-1} - Y_i}{Y_{i-1} T_{10} T_{20} \dots T_{k-10}} \quad (5.22)$$

pour  $i=2$  à  $n-1$

$$G_n = \frac{\frac{1}{2} Y_{n-1}^2}{-2G_{n-1} + \frac{Y_{n-2}^2}{-2G_{n-2} + \frac{Y_{n-3}^2}{\vdots} \dots \frac{Y_1^2}{-2G_1 + 1 + 0.7(S_{e,90^\circ} - 1)}} \quad (5.23)$$

$S_{e,90^\circ} = 1$ ,  $n$  impair  
 $= S_{em}$ ,  $n$  pair

où  $S_{e,90^\circ}$  est le taux d'onde stationnaire à l'accès 1 pour le mode pair. Les valeurs maximales des taux d'ondes stationnaires [20] définis aux accès (1), (2) et (3) sont :

$$S_{1m} = S_{em} \quad (5.24)$$

$$S_{2m} = S_{3m} \approx 1 + 0.2(S_{em} - 1) \quad (5.25)$$

Quant à l'isolation maximale, elle est donnée [20] :

$$I_m \approx 20 \log_{10} \left( \frac{2.35}{S_{em} - 1} \right), \text{ dB} \quad (5.26)$$

Cohn montre que les limites des bandes passantes en fonction du nombre de sections est comme suit :

$f_2/f_1=2.5$  pour 2 sections ,  $f_2/f_1=4$  pour 3 sections,  $f_2/f_1=5.5$  pour 4 sections et  $f_2/f_1=10$  pour 7 sections.

**5.1.4 Calcul des paramètres S du diviseur**

Les relations (5.1) à (5.4) ne donnent pas tous les paramètres en module et en phase. Nous avons donc opté pour la démarche décrite ci-après.

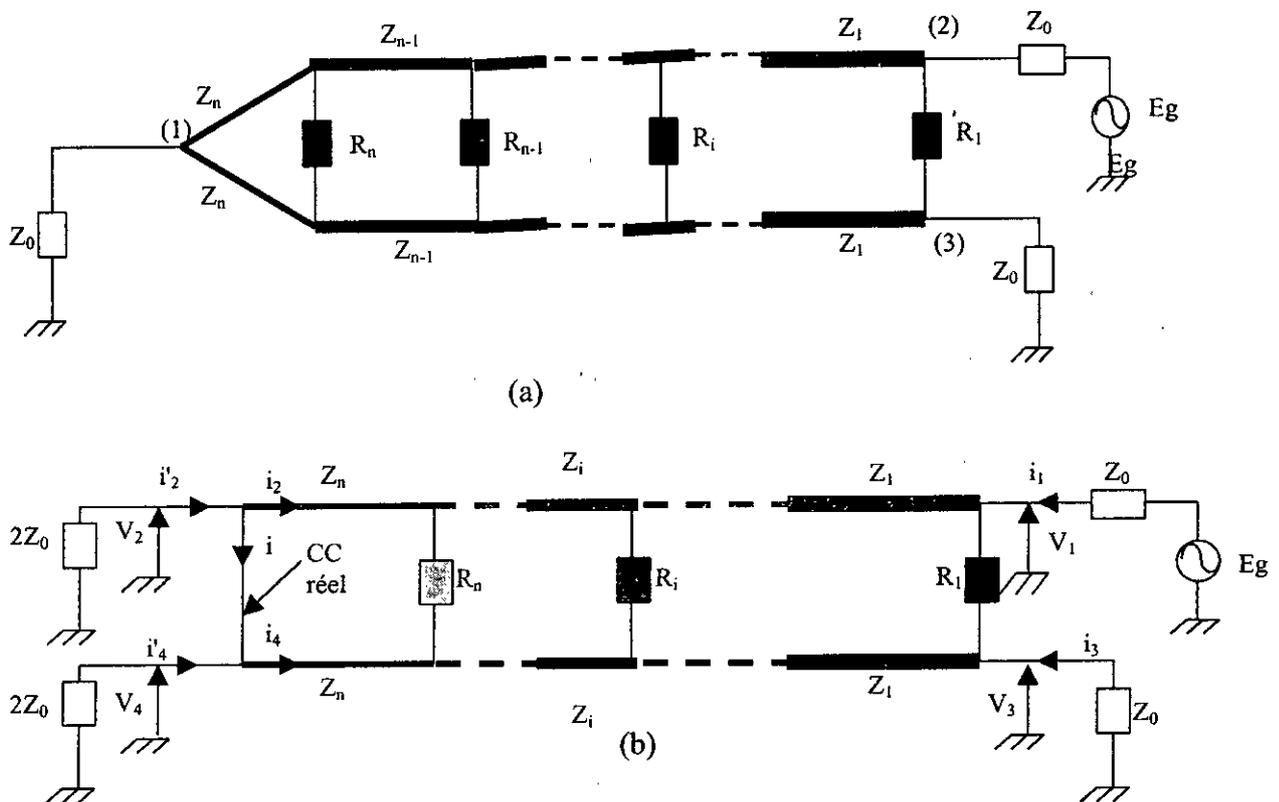
**5.1.4.1 Paramètres S11,S21 et S31 :**

Le calcul de ces paramètres est effectués par la méthode d'analyse développée dans le chapitre 2.

Il à noter que le coefficient de transmission de l'accès (1) aux accès (2) et (3) sont égaux ( $S21=S31$ ) car le diviseur en question est supposé hybride de même pour les impédances de normalisation  $Z_{c2}$  et  $Z_{c3}$ .

**5.1.4.2 Paramètres S22,S33 , S12,S13,S23 et S32 :**

La détermination de ces paramètres découle de l'analyse du dispositif (fig 5.4), basée sur la matrice chaîne d'un circuit élémentaire (fig 5.5).



**Figure 5.4 : Diviseur de Wilkinson à large bande**  
 a) Diviseur de Wilkinson (fig 5.1) alimenté à l'accès (2)  
 b) Schéma équivalent

La matrice chaîne  $[t]_i$  du  $i^{\text{ème}}$  circuit élémentaire de la figure 5.5 est telle que :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ i_1 \\ V_3 \\ i_3 \end{bmatrix} = [t] \begin{bmatrix} V_2 \\ -i_2 \\ V_4 \\ -i_4 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

où  $[t]_i$  est donné par :

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ G_i & 1 & -G_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -G_i & 0 & G_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_i \sin(\theta) & 0 & 0 \\ jY_i \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta) & jZ_i \sin(\theta) \\ 0 & 0 & jY_i \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$[t] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_i \sin(\theta) & 0 & 0 \\ G_i \cos(\theta) + jY_i \sin(\theta) & \cos(\theta) + jG_i Z_i \sin(\theta) & -G_i \cos(\theta) & -jG_i Z_i \sin(\theta) \\ 0 & 0 & \cos(\theta) & jZ_i \sin(\theta) \\ -G_i \cos(\theta) & -jG_i Z_i \sin(\theta) & G_i \cos(\theta) + jY_i \sin(\theta) & jG_i Y_i \sin(\theta) + \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Si le dispositif est constitué de  $n$  circuits élémentaires (fig 5.4), sa matrice s'exprime donc :

$$[T] = [t]_1 [t]_2 \cdots [t]_n \quad (5.30)$$

avec  $V_2 = V_4$

Si les éléments de  $[T]$  sont  $T_{ij}$ , on écrira :

$$V_1' = (T_{11} + T_{13})V_4 - T_{12}i_2 - T_{14}i_4 = i_2 + i_4 = -\frac{V_4}{2Z_0} \quad (5.31)$$

$$i_2' = -\frac{V_2}{2Z_0} = i_2 + i_4 = -\frac{V_4}{2Z_0} \quad (5.32)$$

$$i_4' = -\frac{V_4}{2Z_0} = i_4 - i_2 = -\frac{V_4}{2Z_0} \quad (5.33)$$

A partir des relations (5.32) et (5.33), on obtient :

$$i_2 + i_4 = -\frac{V_4}{Z_0} \quad (5.34)$$

On a, aussi :

$$V_3 = -Z_0 i_3 \quad (5.35)$$

$$V_3 = (T_{31} + T_{33})V_4 - T_{32}i_2 - T_{34}i_4 \quad (5.36)$$

$$i_3 = (T_{41} + T_{43})V_4 - T_{42}i_2 - T_{44}i_4 \quad (5.37)$$

$$V_3 = -Z_0 i_3 = -Z_0 (T_{41} + T_{43})V_4 - Z_0 T_{42}i_2 - Z_0 T_{44}i_4 \quad (5.38)$$

On utilisant les deux relations (5.36) et (5.37), on aura :

$$i_2 = AV_4 - Bi_4 \quad (5.39)$$

où :

$$A = \frac{(T_{31} + T_{33} + Z_0 T_{41} + Z_0 T_{43})}{T_{32} + Z_0 T_{42}} V_4 \quad (5.40)$$

$$B = \frac{(T_{34} + Z_0 T_{44})}{T_{32} + Z_0 T_{42}} i_4 \quad (5.41)$$

A partir de la relation (5.34), on déduit :

$$i_4 = -i_2 - \frac{V_4}{Z_0} \quad (5.42)$$

La relation (5.39) devient :

$$i_2 = \left[ \frac{Z_0 A + B}{Z_0 (1 - B)} \right] V_4 \quad (5.43)$$

$$i_4 = \left[ \frac{Z_0 A + 1}{Z_0 (1 - B)} \right] V_4 \quad (5.44)$$

En remplaçant  $i_2$  et  $i_4$  dans les relations précédentes, on obtient :

$$V_1 = MV_4 \quad (5.45)$$

$$i_1 = NV_4 \quad (5.46)$$

$$V_3 = PV_4 \quad (5.47)$$

où :

$$M = \left[ (T_{11} + T_{13}) - T_{12} \left( \frac{Z_0 A + B}{Z_0 (1 - B)} \right) + T_{14} \left( \frac{Z_0 A + 1}{Z_0 (1 - B)} \right) \right] \quad (5.48)$$

$$N = \left[ (T_{21} + T_{23}) - T_{22} \left( \frac{Z_0 A + B}{Z_0 (1 - B)} \right) + T_{24} \left( \frac{Z_0 A + 1}{Z_0 (1 - B)} \right) \right] \quad (5.49)$$

$$P = \left[ (T_{31} + T_{33}) - T_{32} \left( \frac{Z_0 A + B}{Z_0 (1 - B)} \right) + T_{34} \left( \frac{Z_0 A + 1}{Z_0 (1 - B)} \right) \right] \quad (5.50)$$

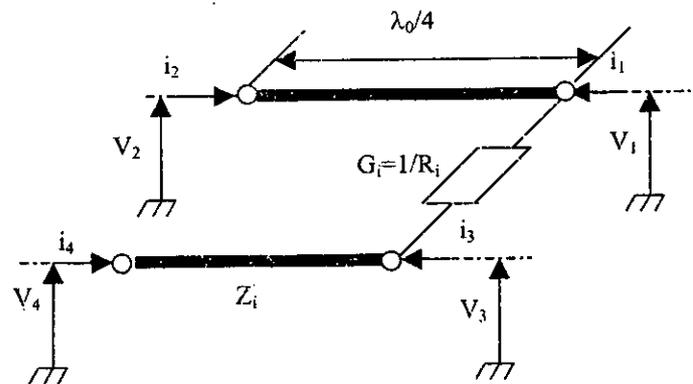


Figure 5.5 : Circuit élémentaire du diviseur de la figure (5.4)

Les paramètres  $S$  du diviseur ( $S_{22}, S_{33}$ ,  $S_{12}, S_{13}, S_{23}$  et  $S_{32}$ ) (fig 5.6) sont calculés à partir des relations suivantes :

$$b_1 = \frac{V'_1 - Z_0 i'_1}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.51)$$

$$a_1 = \frac{V'_1 + Z_0 i'_1}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.52)$$

$$b_2 = \frac{V'_2 - Z_0 i'_2}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.53)$$

$$a_2 = \frac{V'_2 + Z_0 i'_2}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.54)$$

$$b_3 = \frac{V'_3 - Z_0 i'_3}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.55)$$

$$a_3 = \frac{V'_3 + Z_0 i'_3}{2\sqrt{Z_0}} \quad (5.56)$$

avec :

$$V'_1 = V_2 = V_4$$

$$i'_1 = i_2 + i_4 = -\frac{V_4}{Z_0} \quad (5.57)$$

$$V'_2 = V_1 \quad (5.58)$$

$$i'_2 = i_1 \quad (5.59)$$

$$V'_3 = V_3 \quad (5.60)$$

$$i'_3 = i_3 \quad (5.61)$$

Par conséquent :

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} = \frac{2}{M - NZ_0} \quad (5.62)$$

$$S_{32} = \frac{b_3}{a_2} = \frac{2P}{M + NZ_0} \quad (5.63)$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{M - NZ_0}{M + NZ_0} \quad (5.64)$$

La normalisation se fait par rapport à  $Z_0$  ( $50\Omega$ ). Les paramètres  $S_{13}$ ,  $S_{23}$  et  $S_{33}$  sont égaux respectivement aux paramètres  $S_{12}$ ,  $S_{32}$  et  $S_{22}$  car le diviseur en question est supposé hybride.

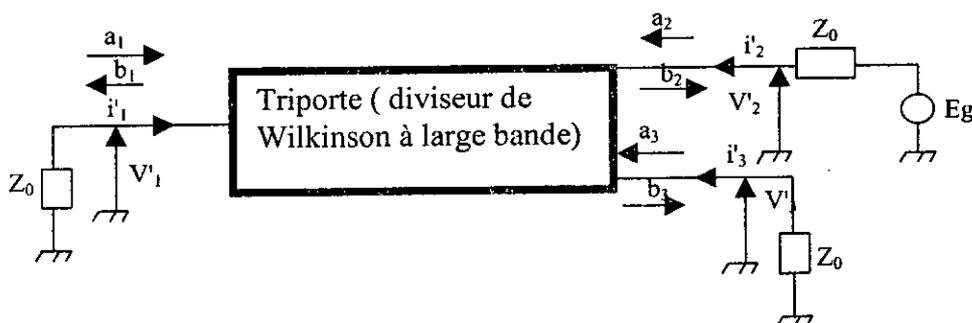


Figure 5.6 : Schéma équivalent en triporte du diviseur de Wilkinson de la figure 5.1

## 5.2 Algorithme de Conception d'un diviseur Wilkinson à large bande

Les valeurs de  $VSWR$  et  $I$  respectivement le taux d'onde stationnaire et le facteur d'isolation en fonction de la fréquence sont [9] calculées à partir des expressions suivantes :

$$VSWR(\theta) = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} = \frac{\sqrt{8t^2 + 9} + 1}{\sqrt{8t^2 + 9} - 1} \quad (5.65)$$

$$I(\theta) = 20 \log \left| \frac{1}{S_{23}} \right| = 10 \log \left[ \frac{64t^4 + 80t^2 + 9}{4(2t^2 + 1)} \right], dB \quad (5.66)$$

Où  $t = \tan(\theta)$  et  $\theta$  représente la longueur électrique des lignes.

Le cahier de charge comporte les paramètres suivants :  $Z_0$ ,  $f_0$ ,  $I$ ,  $VSWR$  et  $w$  (largeur de bande relative qui doit être comprise entre 0 et 1.2), le facteur d'isolation  $I$  minimum entre les accès (2) et (3) et la valeur maximale du taux d'onde stationnaire pour la largeur de bande  $w$  désirée. Ces paramètres seront testés au début du processus de calcul.

Si les conditions citées ci-dessus sont remplies, l'analyse du circuit sera faite.

Les valeurs de départ de  $VSWR$  et  $I$  min seront comparées aux valeurs calculées pour une longueur électrique  $\theta_r = \pi(2-w)/4$  rad. Si  $VSWR(\theta_r) \leq VSWR$  et  $I(\theta_r) \geq I$  min, on aura un diviseur de puissance à une seule section et les valeurs de l'impédance caractéristique et de la résistance d'isolation seront :  $Z_1 = \sqrt{2}Z_0$  et  $R_1 = 2Z_0$ .

Pour les autres cas le diviseur de puissance sera analysé selon la méthode de Cohn, "Cohn design data" [26], dont les résultats sont donnés par le tableau 5.1. Le diviseur, ayant le minimum de ligne en cascade et répondant aux différents tests et contrôles, sera retenu.

Les valeurs des impédances caractéristiques  $Z_i$  et des résistances d'isolations  $R_i$  seront calculer à partir des valeurs normalisées de  $z_i$  et  $r_i$ .

$$Z_i = z_i Z_0 \quad (5.67)$$

$$R_i = r_i Z_0 \quad (5.68)$$

A partir de cet algorithme, nous avons réalisé un organigramme traduit en langage évolué (fig 5.7) dont l'objectif est de déterminer d'abord les impédances  $Z_i$  et  $R_i$ , et ensuite de dimensionner géométriquement les circuit faisant appel à un programme de synthèse microruban LM détaillé dans le chapitre 4. A chaque valeur  $Z_i$  on calculera la largeur  $W_i$  et la longueur  $l_i$ , de la  $i^{\text{me}}$  ligne définie comme suit :

$$l_i = \frac{75 \cdot 10^6}{f_0 \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(i)}}, \text{ en mètre} \quad (5.69)$$

$f_0$ : fréquence en Hertz

<i>n</i> (nombre de ligne)	2	2	3	3	4
<i>W</i>	0.4	0.666	0.666	1.00	1.20
<i>VSWR max</i>	1.036	1.106	1.029	1.105	1.10
<i>I min dB</i>	36.60	27.30	38.70	27.90	26.80
<i>z1</i>	1.1998	1.2197	1.1124	1.1497	1.1157
<i>z2</i>	1.6670	1.6398	1.4142	1.4142	1.2957
<i>z3</i>	-	-	1.7979	1.7396	1.5435
<i>z4</i>	-	-	-	-	1.7926
<i>r1</i>	5.3163	4.8204	10.00	08.00	9.6432
<i>r2</i>	1.8643	1.9602	3.7460	4.2292	5.8326
<i>r3</i>	-	-	1.9048	2.1436	3.4524
<i>r4</i>	-	-	-	-	2.0633

Tableau 5. 1 : Valeurs normalisées  $Z_i$  et  $R_i$  d'un diviseur de Wilkinson hybride à large bande

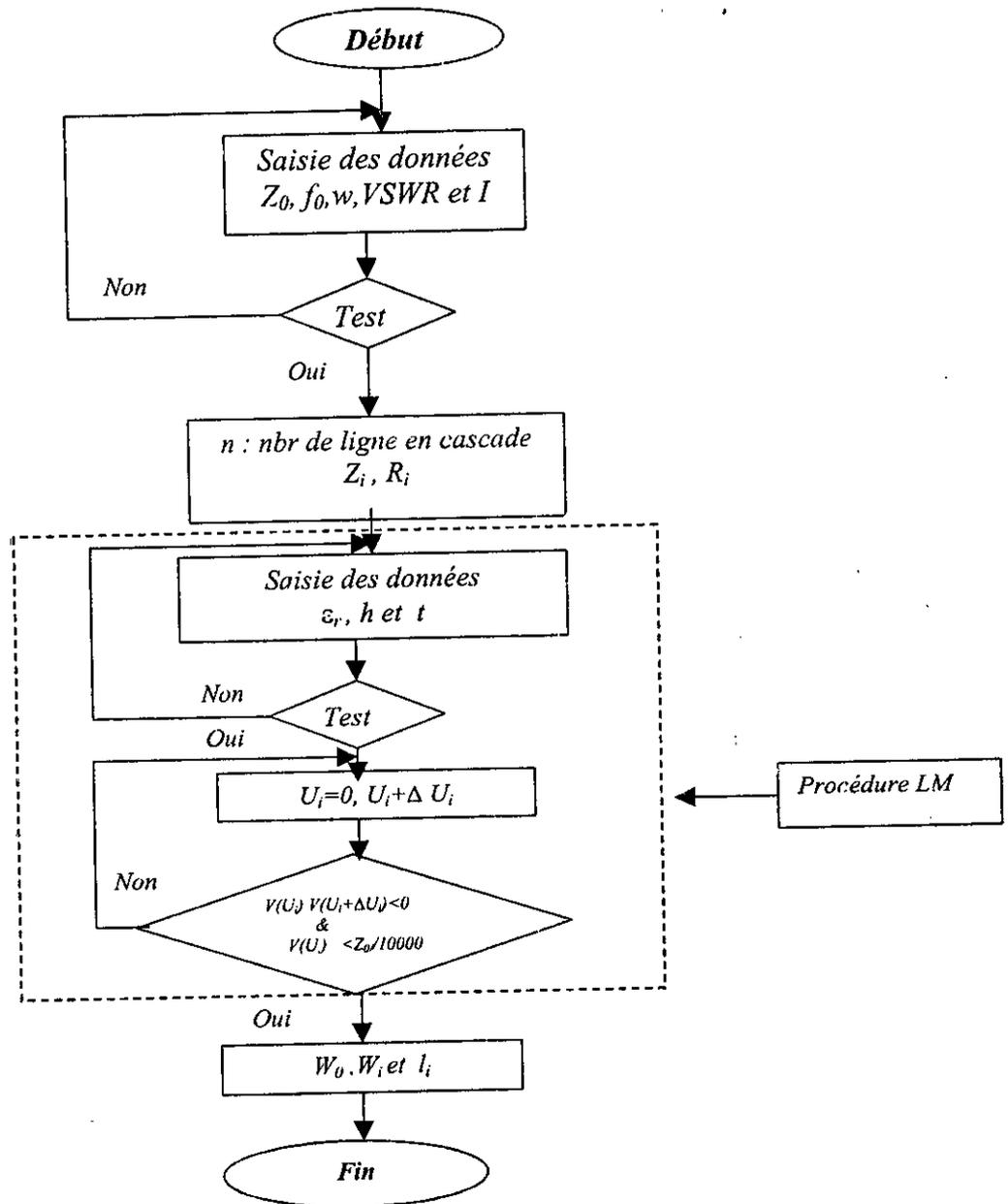


Figure 5.7 : Organigramme de conception du circuit de la figure (5.1)

5.3 Elargissement de la bande passante :

Le diviseur de Wilkinson que nous nous sommes proposés de concevoir est formé de plusieurs lignes en cascade, comme pour le cas du diviseur précédent, sauf qu'il comporte une seule résistance d'isolation  $R'_z$  entre les accès (2') et (3') (fig 5.8). La conception de ce circuit est basée sur les transformateurs d'impédances, en l'occurrence les lignes quart d'onde. Nous nous sommes intéressés à développer deux modèles de transformateurs qui diffèrent par leurs réponses fréquentielles qui sont de type Butterworth ou Chebyshev. Les schémas électrique et microruban sont donnés par la figure 5.9. Les longueurs électriques  $\theta_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) des lignes quart d'onde sont égales  $\pi/2$  à la fréquence centrale.

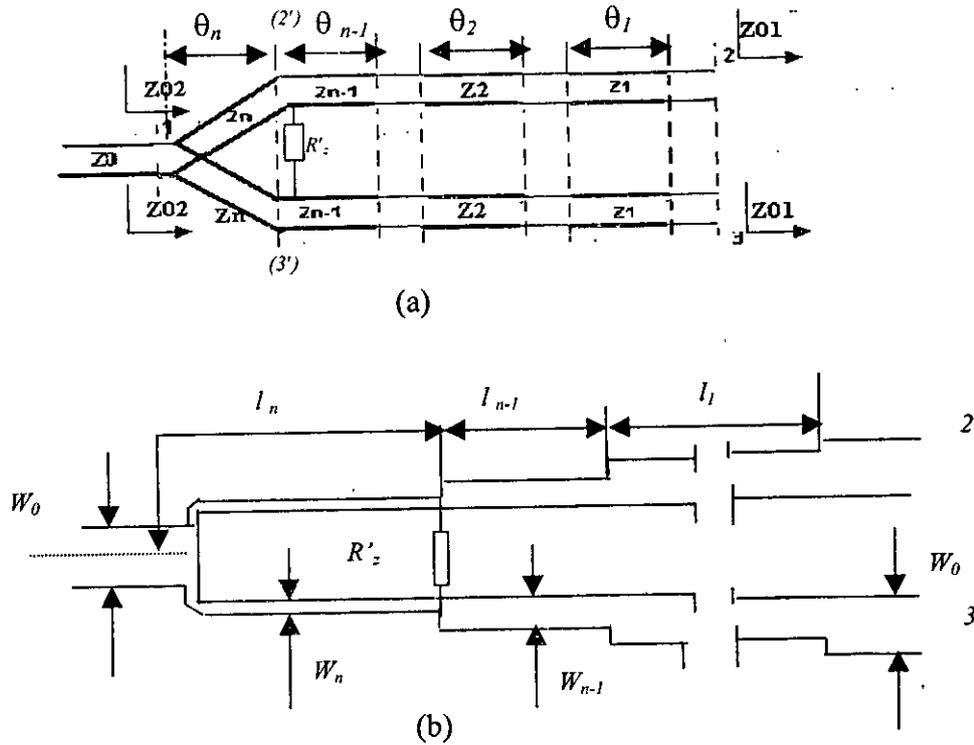


Figure 5.8: Diviseur de puissance à plusieurs lignes quart d'onde à une seule résistance d'isolation  $R'_z$   
 (a) Schéma électrique général  
 (b) Schéma électrique en technologie microruban

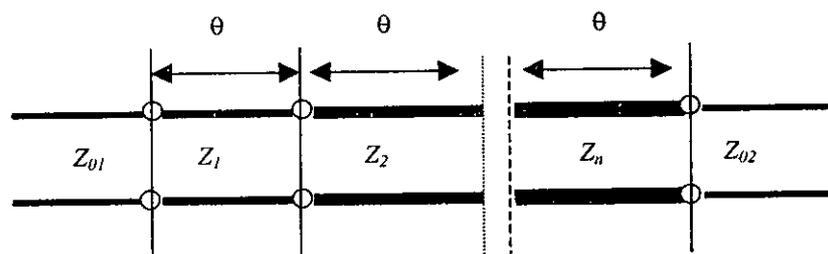


Figure 5.9: Schéma électrique d'un Transformateur d'impédance en cascade entre les accès (1) et (2)

### 5.3.1 Analyse :

L'impédance caractéristique  $Z_i$  de la  $i$  ème ligne [27] en cascade est donnée par :

$$Z_i = Z_{i-1} \cdot V_i \quad (i=1, 2, 3 \text{ et } 4) \quad (5.70)$$

où  $Z_{i-1}$  est l'impédance caractéristique de la  $(i-1)$  ème ligne .

L'impédance terminale  $Z_{02}$  est adaptée à l'impédance  $Z_{01}$  (fig 5.9) , où  $R$  est supérieure ou égale à un ( $R \geq 1$ ). Les valeurs des coefficients  $V_i$  sont fournies selon l'approximation de Butterworth ou de Chebyshev par les équations suivantes :

Pour les transformateurs d'impédances de type Butterworth , le nombre de ligne  $n$  en cascade est 1 , 2, 3 ou 4 :

◆  $n=1$

$$V_1 = \sqrt{R} \quad (5.71)$$

◆  $n=2$

$$V_1 = \sqrt[4]{R} \quad (5.72)$$

$$V_2 = \sqrt{R} \quad (5.73)$$

◆  $n=3$

$$V_1^2 + 2V_1\sqrt{R} - 2\sqrt{R}/V_1 - R/V_1^2 = 0 \quad (5.74)$$

$$V_2 = \sqrt{R}/V_1 \quad (5.75)$$

$$V_3 = V_2 \quad (5.76)$$

◆  $n=4$

$$V_1 = A_1 \sqrt[8]{R} \quad (5.77)$$

$$V_2 = \sqrt[4]{R} \quad (5.78)$$

$$V_3 = \frac{V_2}{A_1^2} \quad (5.79)$$

$$V_4 = V_2 \quad (5.80)$$

Pour le cas des transformateurs d'impédances de type Chebyshev, le nombre  $n$  est de 1, 2, 3 ou 4 :

◆  $n=2$

$$V_1^2 = \sqrt{C^2 + R} + C \quad (5.81)$$

$$V_2 = \frac{R}{V_1^2} \quad (5.82)$$

où

$$C = (R - 1) \cdot u_0^2 / (4 - 2u_0^2) \quad (5.83)$$

$$u_0 = \sin(\pi \cdot w / 4) \quad (5.84)$$

et  $w$  est la bande passante relative ( $w = \frac{f_2 - f_1}{f_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$ )

◆  $n=3$

$$V_1^2 + 2V_1\sqrt{R} - 2\sqrt{R}/V_1 - R/V_1^2 = D \quad (5.85)$$

$$V_2 = \sqrt{R}/V_1 \quad (5.86)$$

$$V_3 = V_2 \quad (5.87)$$

où

$$D = 3 \cdot u_0^2 (R - 1) / (4 - 3u_0^2) \quad (5.88)$$

◆  $n=4$

$$V_1^2 - R(B + \sqrt{B^2 + A^2/R}) = 0 \quad (5.89)$$

$$V_2 = 1/A \quad (5.90)$$

$$V_3 = A^2 R / V_1^2 \quad (5.91)$$

$$V_4 = V_2 \quad (5.92)$$

où

$$A^2 = \frac{1 - 1/R}{2t_1 t_2} + \sqrt{\left(\frac{1 - 1/R}{2t_1 t_2}\right)^2 + \frac{1}{R}} \quad (5.93)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{A}{A+1}\right)^2 \left[ (t_1 + t_2) \cdot \left(A^2 - \frac{1}{RA^2}\right) - 2A + \frac{2}{RA} \right] \quad (5.94)$$

$$t_1 = 2\sqrt{2 / \left[u_0^2 (\sqrt{2} + 1)\right]} - 1 \quad (5.95)$$

$$t_2 = 2\sqrt{2 / \left[u_0^2 (\sqrt{2} - 1)\right]} - 1 \quad (5.96)$$

Le nombre minimal  $n$ , pour les deux types de transformateurs d'impédance est :

Pour un transformateur d'impédance de type Butterworth :

$$n \geq \frac{\log|\Gamma_1 (R + 1) / (R - 1)|}{\log|\cos[\pi(1 - w/2) / 2]|} \quad (5.100)$$

Pour un transformateur d'impédance de type Chebyshev :

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} |(R - 1) / \Gamma_1 (R + 1)|}{\cosh^{-1} |1 / \cos[\pi(1 - w/2) / 2]|} \quad (5.101)$$

avec :

$$\Gamma_1 = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \quad (5.102)$$

### 5.3.2 Calcul de la résistance d'isolation :

Si l'impédance vue par l'accès (2') est  $Z_s$  à la fréquence centrale, la détermination de la résistance d'isolation doit être déduite de l'analyse du circuit de la figure 5.10, en considérant l'adaptation à l'accès (2'). On écrira donc :

$$Z_s = \frac{R'_z \cdot Z_n^2 / R_0}{R'_z + Z_n^2 / R_0} \quad (5.103)$$

$$R'_z = \frac{Z_s \cdot Z_n^2 / R_0}{Z_n^2 / R_0 - Z_s} \quad (5.104)$$

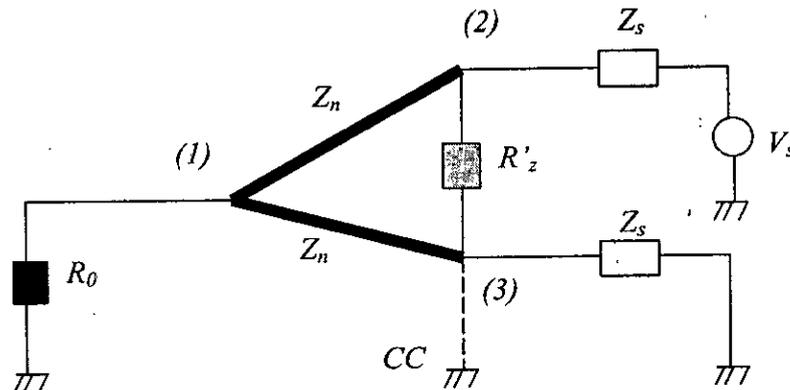


Figure 5.10 : Détermination de la résistance d'isolation  $R'_z$

La synthèse du circuit de la figure 5.8 est possible en utilisant l'un des programmes de synthèse LM (ligne microruban) ou LT (ligne triplaqué ) étudiés précédemment.

## 5.3.3 Organigramme de conception :

l'organigramme de ce type de diviseur de Wilkinson est :

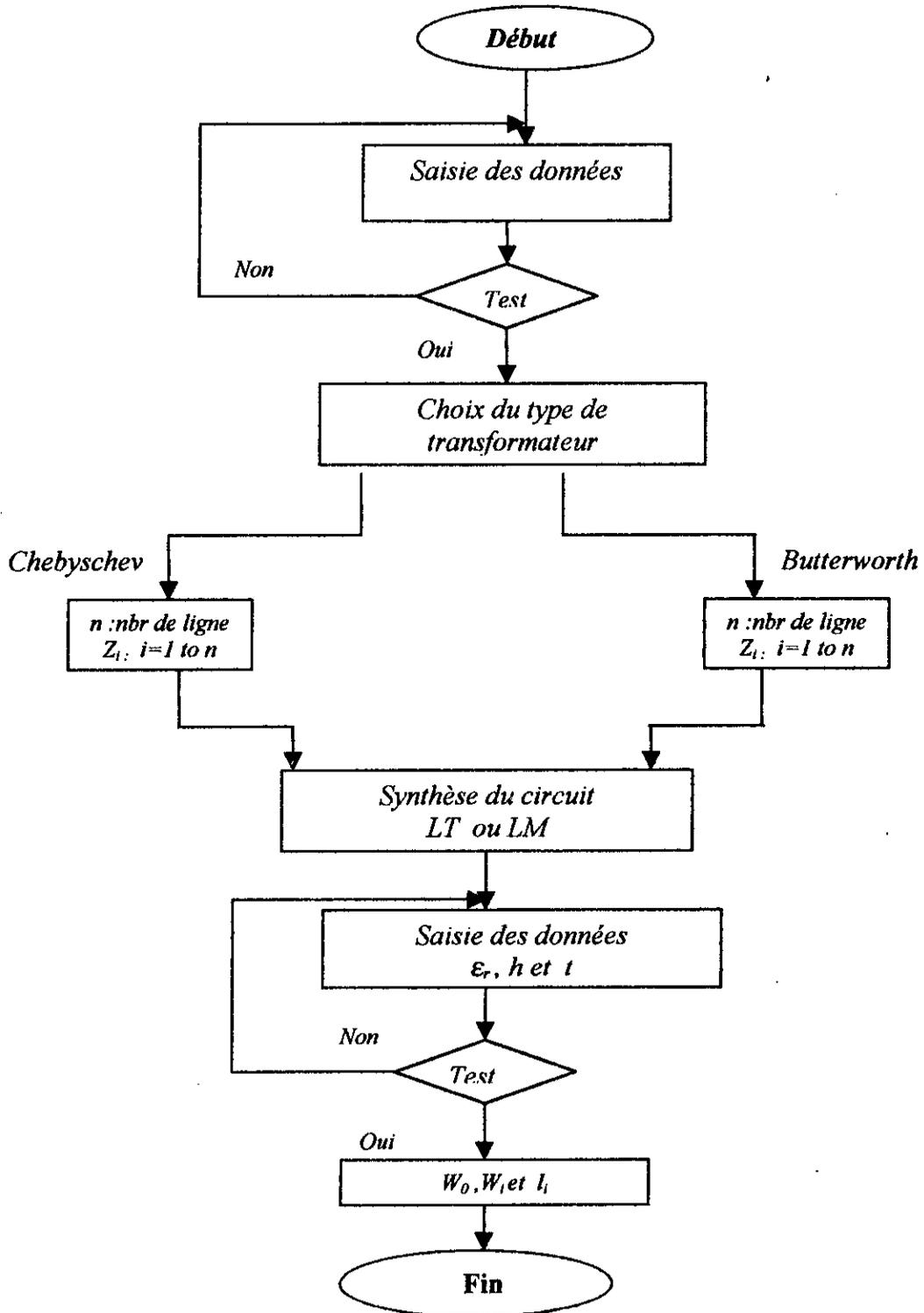


Figure 5.11 : Organigramme de conception du circuit de la figure (5.8)

## 5. 4 Conception :

### 5. 4. 1 Premier circuit (fig 5.1) :

Le cahier de charge comporte les valeurs de  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $f_0 = 2 \text{ GHz}$ ,  $w = 0.9$ ,  $VSWR = 1.2$  et  $I = 13 \text{ dB}$ . Le diviseur est réalisé en ligne microruban ayant les caractéristiques suivantes :  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $h = 3 \text{ mm}$ ,  $t = 0.05 \text{ mm}$ .

Nombre de ligne en cascade est $n=3$ , la largeur des lignes d'entrée et sortie est $W_0=2.9 \text{ mm}$ en LM				
$i$	$Z_i(\Omega)$	$R_i(\Omega)$	$W_i(\text{mm})$	$l_i(\text{mm})$
1	57.48	400	3.90	19.44
2	70.71	211.46	2.56	19.77
3	86.98	107.18	1.155	20.09

Tableau 5. 2 : Exemple de conception pour le premier circuit (fig5.1)

### 5. 4. 2 Deuxième circuit (fig 5.8):

Pour le diviseur de Wilkinson Hybride, le rapport  $R$  est égale à 0.5, si on veut respecter la configuration du circuit de la figure (5.9). Or les expressions, données précédemment, ne sont valables que pour  $R > 1$ . Pour être en conformité avec cette condition, nous avons eu l'idée d'inverser les accès ( les accès (2) et (3) deviennent (1) et vice versa) et ainsi l'adaptation à large bande est assurée aux accès (2) et (3) plutôt qu'à l'accès (1), cela nous permet donc d'écrire  $Z_{01} = 50 \Omega$  et  $Z_{02} = 2Z_{01} = 100 \Omega$ .

Le même cahier de charge sera appliqué pour les deux diviseurs de Wilkinson (à transformateur de type Chebyshev et Butterworth). Il comporte les éléments suivants :  $w = 0.9$ ,  $VSWR = 1.22$ ,  $f_0 = 1 \text{ Ghz}$ . Les deux diviseurs sont réalisés en technologie planaire LM et LT respectivement pour :  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $h = 1 \text{ mm}$ ,  $t = 0.03 \text{ mm}$ .

Type de Diviseur	Nbr de ligne en cascade $n$	Impédance caractéristique $Z_n(\Omega)$	La largeur des lignes $W_n(\text{mm})$	La longueur des lignes $L_n(\text{mm})$
Chebyshev (en technologie LM)	1	70.71	0.86024	39.9550
Butterworth (en technologie LT)	3	54.5341	0.2825	33.541
		70.7106	0.1321	33.541
		91.6856	0.0404	33.541

Tableau 5. 3 : Exemple de conception pour les deux diviseurs (fig 5.8) (Chebyshev & Butterworth)

### 5.5 Etude Comparative entre les différents diviseurs de Wilkinson à large bande

#### 5.5.1 Evaluation des performances du diviseur de Wilkinson à large bande (fig 5.1) et le diviseur de Wilkinson de base (fig 1.5) :

Ces performances sont illustrées par les courbes (fig 5.12.a,b,c,d).

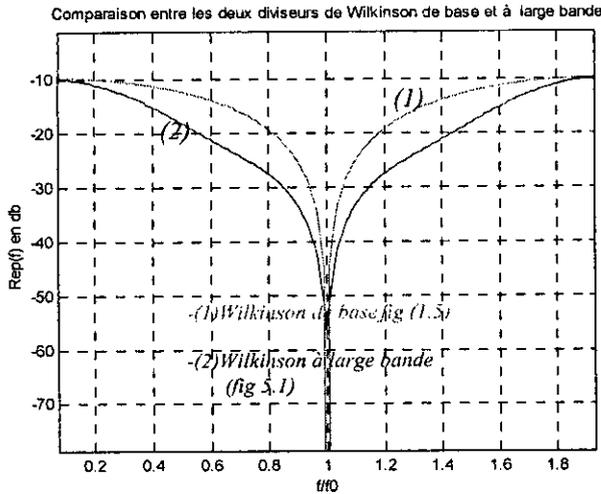


Figure 5.12.a : Comparaison entre les deux paramètres S11 des deux diviseurs de Wilkinson

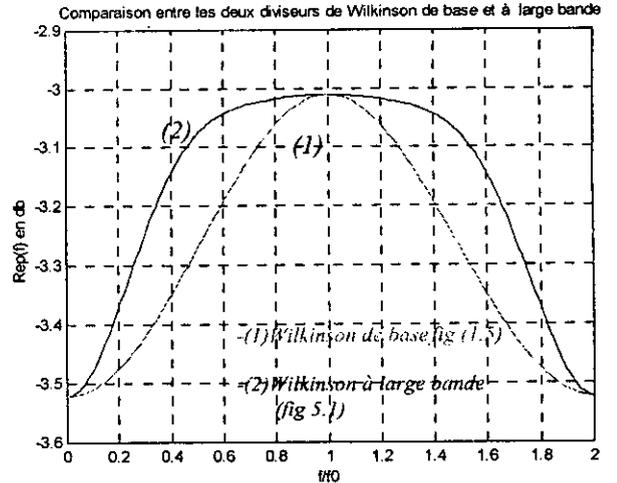


Figure 5.12.b : Comparaison entre les deux paramètres S21 et S31 des deux diviseurs de Wilkinson

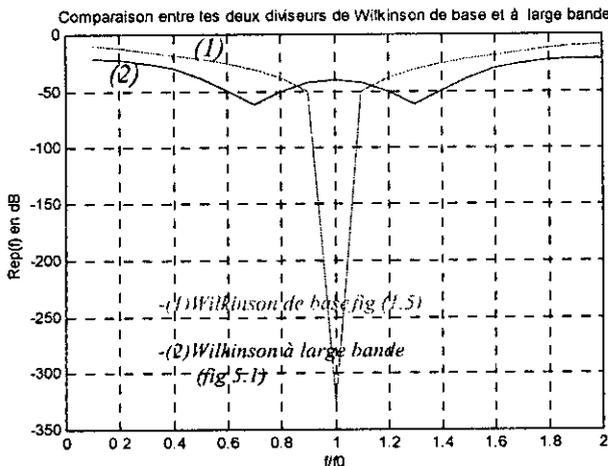


Figure 5.12.c : Comparaison entre les deux paramètres S22 et S33 des deux diviseurs de Wilkinson

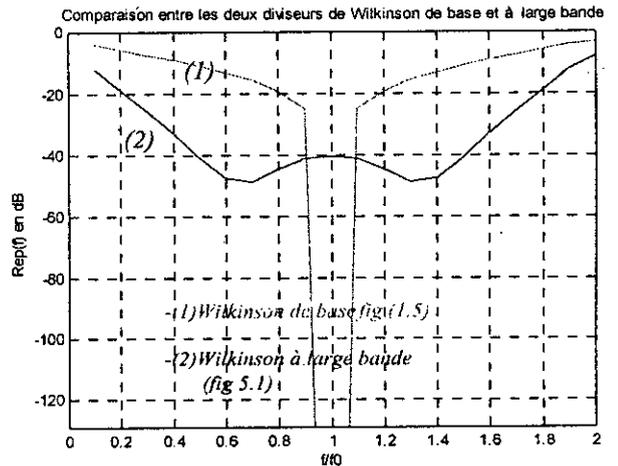


Figure 5.12.d : Comparaison entre les deux paramètres S32 et S23 des deux diviseurs de Wilkinson

Etant donné que le diviseur de Wilkinson n'est pas un circuit passif non dissipatif, l'élargissement de la bande passante implique l'adaptation simultanée aux trois accès. Or la conception du diviseur de la figure 5.1 suppose seulement l'adaptation à l'accès (1), ce qui confirme les résultats donnés par le tableau 5.4.

		$S_{11}$	$S_{21}, S_{31}$	$S_{22}, S_{33}$	$S_{23}, S_{32}$	$S_{13}, S_{12}$
Diviseur de Wilkinson de base (fig 1.5)	Bande Passante Valeur en dB	0.36 GHz -100.36 dB	0.56 GHz -3.01 dB	1.08 GHz -106.38 dB	0.36 GHz -106.38 dB	0.56 GHz -3.01 dB
Diviseur de Wilkinson à large bande (fig 5.1)	Bande Passante Valeur en dB	0.9 GHz -56.7 dB	1.08 GHz -3.01 dB	1.8 GHz -40 dB	1.6 GHz -40 dB	1.08 GHz -3.01 dB

Tableau 5.4 : Comparaison entre les paramètres S des deux diviseurs de Wilkinson de base et à large bande (fig 5.1) (Valeurs de  $S_{ij}$  à la fréquence centrale)

5.5.2 Evaluation des performances des deux diviseurs de Wilkinson à large bande à base de transformateurs Chebyshev et Butterworth :

◆ Paramètres S :

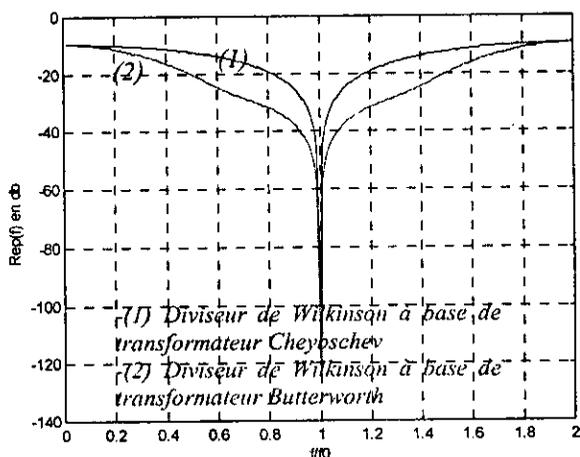


Figure 5.13.a Comparaison entre les deux paramètres  $S_{11}$  Des deux diviseurs de Wilkinson (Chebyshev et Butterworth)

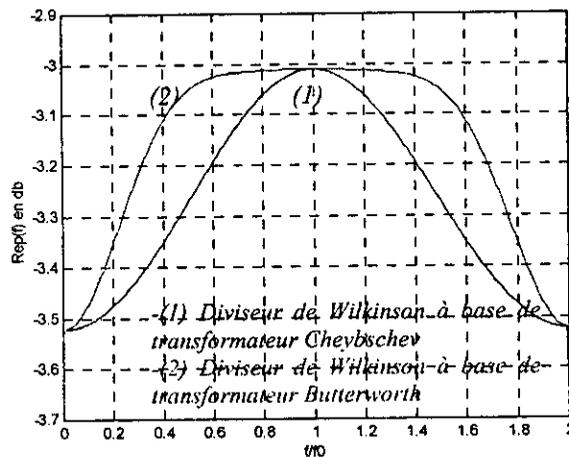


Figure 5.13.b Comparaison entre les deux paramètres  $S_{31}$  et  $S_{21}$  Des deux diviseurs de Wilkinson (Chebyshev et Butterworth)

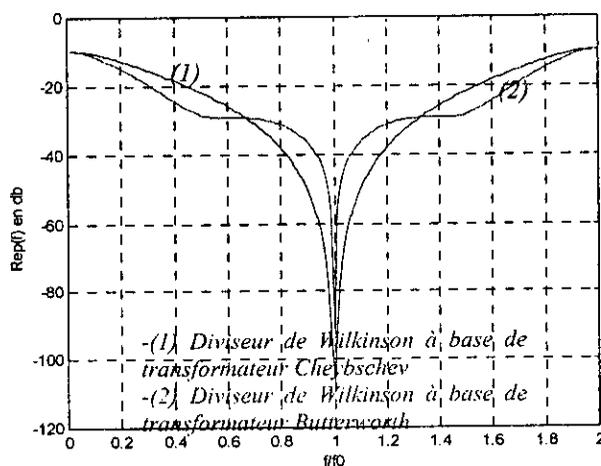


Figure 5.13.c Comparaison entre les deux paramètres  $S_{33}$  et  $S_{22}$  des deux diviseurs de Wilkinson (Chebyshev et Butterworth)

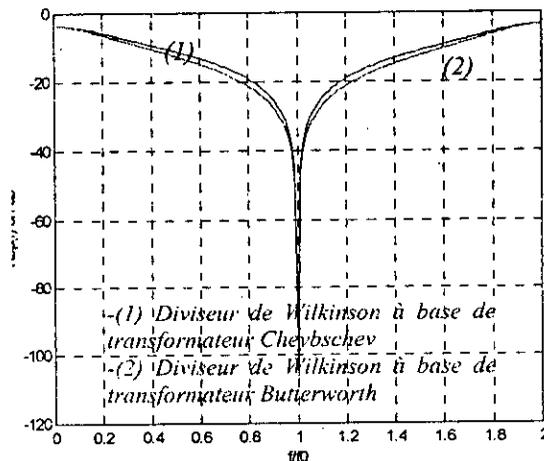


Figure 5.13.d Comparaison entre les deux paramètres  $S_{23}$  et  $S_{32}$  des deux diviseurs de Wilkinson (Chebyshev et Butterworth)

		$S_{11}$	$S_{21}, S_{31}$	$S_{22}, S_{33}$	$S_{23}, S_{32}$	$S_{12}, S_{13}$
Diviseur de Wilkinson à base de transformateur Chebyshev (fig 5.8)	Bande Passante Valeur en dB	0.36 GHz -100.4 dB	0.58 GHz -3.01 dB	1.08 GHz -106.38 dB	0.36 GHz -106.38 dB	0.6 GHz -3.01 dB
Diviseur de Wilkinson à base de transformateur Butterworth (fig 5.8)	Bande Passante Valeur en dB	1.0 GHz -125 dB	1.08 GHz -3.01 dB	1.4 GHz -93 dB	0.44 GHz -93 dB	1.08 GHz -3.01 dB

Tableau 5.5 : Comparaison entre les paramètres S des deux diviseurs de Wilkinson

◆ **Nombre de lignes  $N$  en cascade :**

Les relations précédentes sont établies pour un nombre de transformateurs maximal égal à 4, donc toute conception est limitée par ce nombre.

Après avoir pris connaissance du cahier des charges et avant de procéder à la conception, il est toujours bon d'exécuter un premier "Jet" pour s'assurer de la faisabilité de l'opération. Nous avons rendu ceci possible grâce aux courbes (fig 5.14-5.15) représentant le nombre de lignes soit en fonction de la bande relative avec un coefficient de réflexion constant soit en fonction de ce dernier avec une bande passante constante. (1)

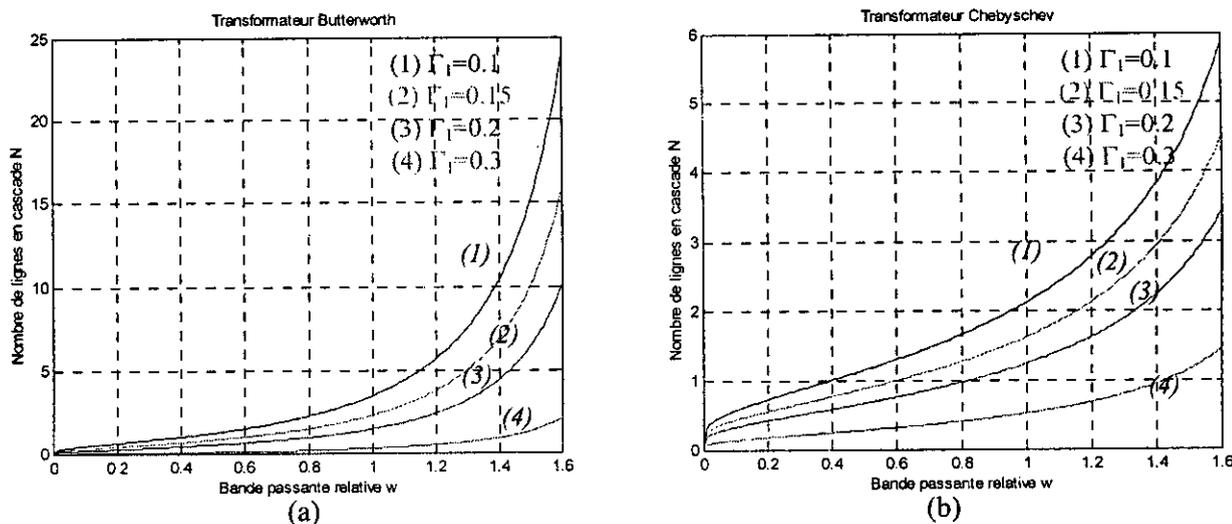


Figure 5.14 : Variation de nombre de lignes  $N$  en fonction de la bande relative  $w$  pour différents valeurs de coefficients de réflexion  $\Gamma_1$  ( $R=2$ )  
 (a) Transformateur d'impédance de type Butterworth  
 (b) Transformateur d'impédance de type Chebyshev

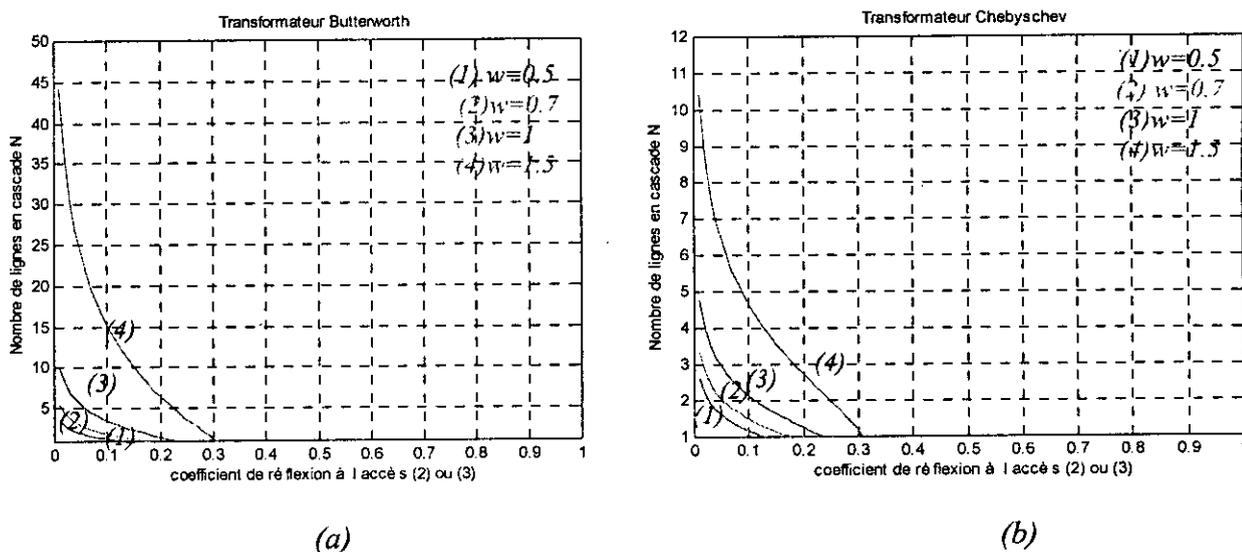


Figure 5.15 : Variation de nombre de lignes  $N$  en fonction coefficients de réflexion  $\Gamma_1$  bande relative pour différents valeurs de  $w$  ( $R=2$ )  
 a) Transformateur d'impédance de type Butterworth  
 b) Transformateur d'impédance de type Chebyshev

*A nombre de lignes égales le diviseur à base de transformateurs d'impédance de type Chebyshev présente les meilleurs performances.*

*Les courbes représentés sur les figures 5.14 et 5.15 confirment le fait que le nombre de lignes augmente avec la bande passante relative et le taux d'onde stationnaire. Elle montrent également que pour un même cahier de charge le nombre de transformateur de type Butterworth est plus grand que celui de Chebyshev.*

### **5.6 Conclusion :**

*Les performances du Wilkinson de base et les trois structures à large bande ont été comparées en terme de bande passante et de niveau d'adaptation aux accès (1), (2) et (3).*

*La largeur de bande à été sensiblement améliorée par la mise en cascade de plusieurs sections et ceux pour les trois structures. Un compromis entre l'élargissement de la bande, le nombre de ligne  $N$  et l'adaptation à la fréquence centrale doit être fait lors du choix de l'utilisation de l'une des structures .*

## Conclusion :

*Ce travail nous a permis, en premier lieu, d'étudier un ensemble de théories relatives aux diviseurs-combisseurs de puissance et de développer et mettre en œuvre ensuite des méthodes d'analyse et de synthèse pour en constituer un programme de conception complet.*

*La méthode de Parad et Monahan, utilisée jusqu'à présent pour l'analyse du diviseur de Wilkinson, est basée sur des grandeurs non mesurables. Le calcul qui en découle donc est fastidieux. Ceci nous a conduits à développer et mettre en œuvre une nouvelle approche d'analyse, basée sur les paramètres de répartition  $S$ , qui sont mesurables. Son application à des circuits généraux a été aussi illustrée. L'exactitude de notre méthode a été confirmée par ses résultats, confrontés à ceux obtenus par le programme le plus récent, en l'occurrence le programme PUFF.*

*Des programmes de conception de coupleurs directifs suivants : anneau, échelle, à ligne de transmission couplée et de réponse fréquentielle de type Chebyshev ont été développées. Le choix de l'utilisation d'un coupleur par rapport à un autre dépend du type d'application qui lui est associée.*

*Des algorithmes itératifs de synthèse de lignes simples et couplées en différentes technologies micro ruban plan (MRP) ont été étudiés et employés. Notre apport à ce type de travail réside dans l'amélioration du temps d'exécution pour la détermination du vecteur initial et le choix de la méthode de résolution. Le but recherché, à travers cette étude, est la conception selon un cahier de charge des circuits fréquemment utilisés en microondes (diviseurs et combisseurs de puissance et d'autres circuits) et le dimensionnement des lignes considérées comme support de transmission ou élément de circuits.*

*L'étude ayant pour objet l'élargissement de la bande passante, nous a permis de comparer les performances de plusieurs diviseurs et combisseurs de puissance. N'ayant pas en notre possession d'approches ou de méthodes pour évaluer les performances du diviseur de la figure (5.1), nous étions donc contraints à en élaborer une analyse basée sur la matrice chaîne.*

*Ce travail a une double importance, car il permet d'abord à partir d'un cahier de charge donné, d'indiquer le diviseur et combiseur de puissance le plus approprié et de faire ensuite sa conception en technologie MRP. Il permet aussi le développement de diviseurs-combisseurs puissance à large bande, très utilisés dans les systèmes de Télécommunication spatiale. Les perspectives d'avenir peuvent porter sur l'étude des diviseurs de Wilkinson (fig 5.1) dans le but de l'amélioration de son analyse en mettant à profit les propriétés des matrices. Tous les programmes y afférant ont été regroupés dans un logiciel, conçu en langage évolué de sorte qu'il assure une facilité d'utilisation et une rapidité d'exécution.*

# Annexe A

## Détermination de la résistance d'isolation

Le but est de déterminer la valeur de la résistance  $R_z$  pour laquelle les conditions l'adaptation et d'isolation sont satisfaites. Pour cela, on doit analyser le montage de la figure (A.1). Ce montage peut résulter de la mise en cascade de trois quadripôles  $Q_i$  ( $i=1,2$  et  $3$ )

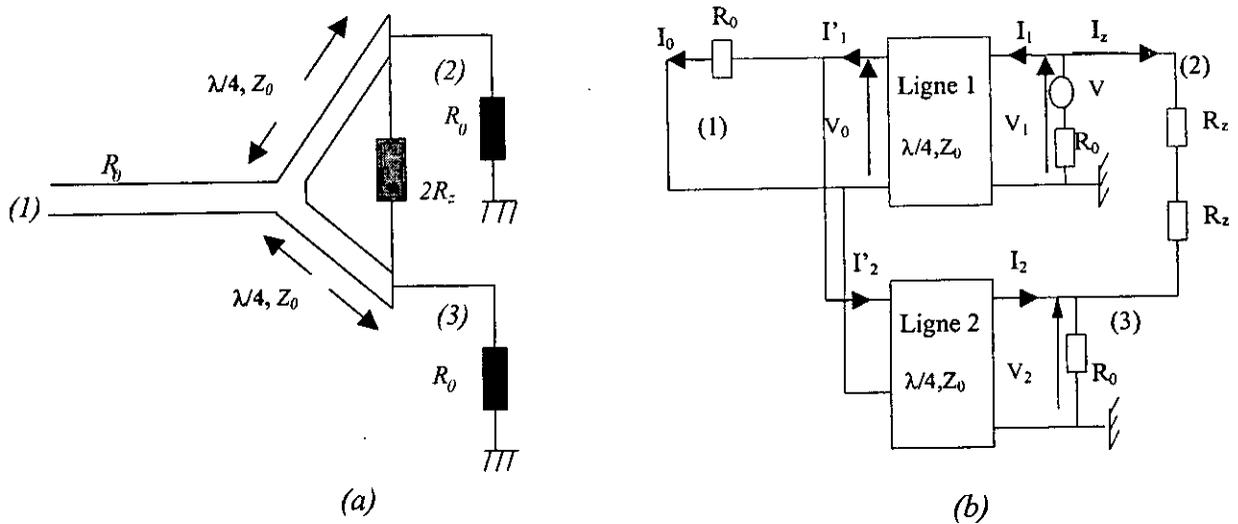


Figure A.1 : Diviseur de Wilkinson

(a) Structure en ligne Microuban (vue de dessus)

(b) Schéma électrique où seul l'accès (2) est alimenté

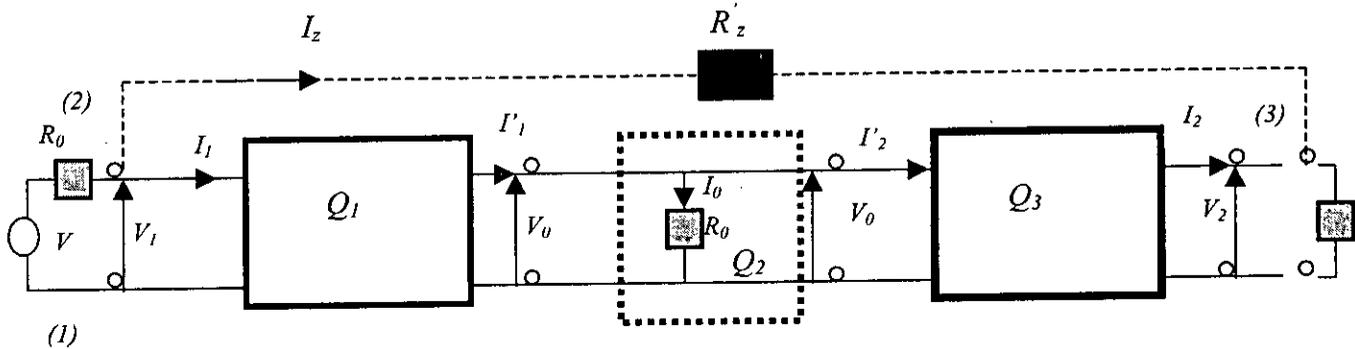


Figure A.2 : Schéma équivalent du diviseur de Wilkinson alimenté en 2

Les quadripôles  $Q_1$  et  $Q_3$  sont des lignes quart d'onde identiques, leurs matrices chaînes s'écrivent donc :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_0 \sin(\theta) \\ j(Y_0) \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_1' \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_0 \sin(\theta) \\ j(Y_0) \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

Où :  $Y_0 = 1/Z_0$  et  $\theta = \beta l$  avec  $l = \lambda_0/4$

$Q_2$  est un quadripôle constitué d'une résistance Shunt  $R_0$ , sa matrice chaîne s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ I_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

A la fréquence centrale les relations relation (A.1) et (A.2) s'écrivent respectivement comme suit :

$$\begin{cases} V_1 = jI_1'Z_0 \\ I_1 = jV_0Y_0 \end{cases} \quad (A.4)$$

$$\begin{cases} V_0 = jI_2Z_0 \\ I_2' = jV_2Y_0 \end{cases} \quad (A.5)$$

La matrice chaîne de ces trois quadripôles est donc :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jZ_0 \\ jY_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jZ_0 \\ jY_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -Z_0^2/R_0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

Le développement de cette matrice donne

$$\begin{cases} V_1 = -V_2 - (Z_0^2/R_0)I_2 \\ I_1 = -I_2 \end{cases} \quad (A.7)$$

En combinant ces deux équations, on obtient :

$$V_1 = -V_2 + (Z_0^2/R_0)I_1 \quad (A.8)$$

La tension entre les deux bornes des deux résistances  $R_2$  est :

$$V_1 - V_2 = 2R_2 I_2 \quad (A.10)$$

On a aussi :

$$V_2 = R_0 (I_2 + I_2) = R_0 (-I_1 + I_2) \quad (A.11)$$

En admettant qu'on ait une isolation infinie entre les deux bras des deux portes, et une adaptation parfaite à l'entrée, on pourra écrire :

- **Isolation** :  $V_2 = 0$

En tenant compte des équations (A.9) et (A.10), on aura :

$$I_1 = I_2 \quad (A.12)$$

Et par conséquent :

$$V_1 = 2 R_z I_1 \quad (A.13)$$

- **Adaptation à l'entrée** ( $\Gamma_{in} = 0$ )

$$Z_{in} = R_0$$

Or, on a :

$$Z_{in} = V_1 / (I_1 + I_2) \quad (A.14)$$

Donc, les équations (A.12), (A.13) et (A.14) permettent d'écrire :

$$Z_{in} = (Z_0)^2 / 2 R_0 \quad (A.15)$$

et  $Z_{in} = R_z \quad (A.16)$

Comme  $Z_{in}$  doit être égale à  $R_0$ , on aura :

$$Z_0 = R_0 \sqrt{2} \quad (A.17)$$

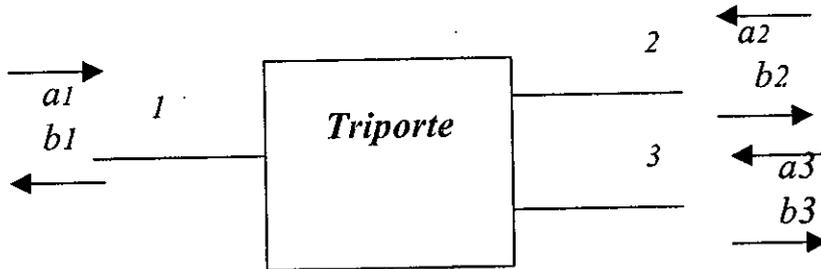
et  $R_z = R_0 \quad (A.18)$

## ANNEXE B

**Détermination de la matrice S du diviseur de Wilkinson adapté :**

La matrice de répartition à la fréquence centrale est :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{22} & 0 & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (B.1)$$



**Figure B.1:** Représentation du diviseur de Wilkinson en Triporte

- Si on applique une tension égale à 1 ( $V_1=1$ ) à l'accès (1), on aura ::

$$V_2 = jI_1'Z_0 = -j \frac{V_1}{2R_0} Z_0 = -\frac{j}{\sqrt{2}} \quad (B.2)$$

$$V_3 = jI_1'Z_0 = -j \frac{V_1}{2R_0} Z_0 = -\frac{j}{\sqrt{2}} \quad (B.3)$$

Sous la condition citée ci-dessus on a :

$$I_1' = I_2' \quad \text{donc :} \quad -I_1' = V_1 / R_0 + I_2' \quad (B.4)$$

$$-I_1' = V_1 / 2R_0 \quad (B.5)$$

D'ou :

$$b_2 = \frac{V_2}{\sqrt{R_0}} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{R_0}} \quad , \quad b_3 = \frac{V_3}{\sqrt{R_0}} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{R_0}} \quad , \quad b_1 = 0 \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_0}} \quad (B.6)$$

$$S_{21} = S_{31} = \frac{-j}{\sqrt{2}}$$

Si on alimente maintenant en 2 ( $V_1=1$ ) de même :

$$V_2 = 0 \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad \text{donc on a :}$$

$$a_3 = 0, b_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_0}} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{R_0}}, b_2 = 0 \text{ (adaptation)}, b_3 = 0 \text{ (isolation)}$$

$$\text{et } a_2 = \frac{1}{\sqrt{R_0}}$$

On, obtient :

$$S_{12} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \tag{B.7}$$

$$S_{32} = 0 \tag{B.8}$$

Si on alimente maintenant en 3 ( $V_2=1$ ) de même :

$$V_3 = 0 \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad \text{donc on a :}$$

$$a_2 = 0, b_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_0}} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{R_0}}, b_2 = 0 \text{ (isolation)}, b_3 = 0 \text{ (adaptation)}$$

$$\text{et } a_3 = \frac{1}{\sqrt{R_0}}$$

$$S_{13} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \tag{B.9}$$

$$S_{23} = 0 \tag{B.10}$$

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0 \quad \text{(adaptation à l'entrée 1,2 et 3).}$$

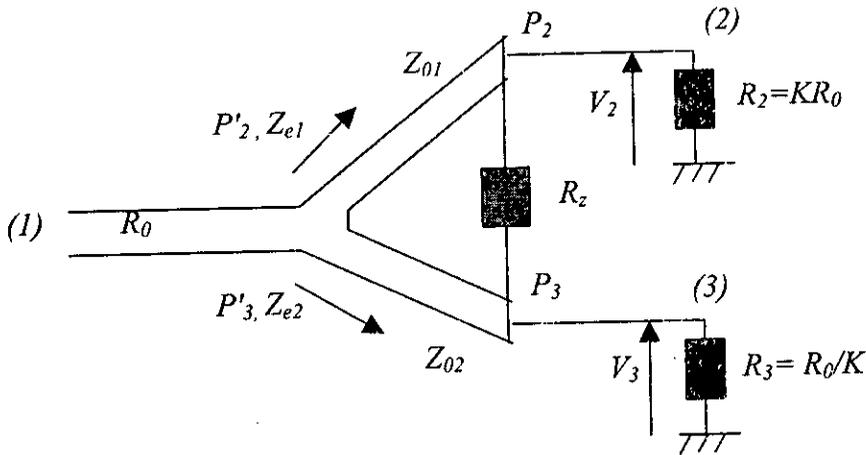
Finalement, la matrice  $S$  s'écrira :

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{B.11}$$

## ANNEXE C

### Caractérisation d'un diviseur de puissance quelconque

#### 1. Détermination des impédances caractéristiques $Z_{02}$ et $Z_{03}$ [2]:



**Figure C.1 : Diviseur de puissance à puissance inégale**

$$P_2 = \frac{\text{Re}(V_2 I_2^*)}{2} \quad (C.1)$$

$$P_3 = \frac{\text{Re}(V_3 I_3^*)}{2} \quad (C.2)$$

avec  $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$  et  $I_3 = \frac{V_3}{R_3}$

Le rapport de puissance entre les deux sorties (2) et (3) est  $K^2$  tel que :

$$K^2 = \frac{P_3}{P_2} \quad (C.3)$$

L'accès (1) étant adapté, on a:

$$R_0 = \frac{Z_{e1} Z_{e2}}{Z_{e1} + Z_{e2}} \quad (C.4)$$

Pour déterminer  $Z_{02}$  et  $Z_{03}$ , nous procéderons comme suit :

$$K^2 = \frac{P'_3}{P'_2} = \frac{Z_{e1}}{Z_{e2}} \quad (C.5)$$

Où  $Z_{e1}$  et  $Z_{e2}$  étant les impédances d'entrée respectives des deux lignes quart d'onde et  $P'_3$  et  $P'_2$  sont les puissances à l'entrée de chaque ligne.

On déduit de (C.4) et (C.5) :

$$R_0 = \frac{Z_{e2}^2 K^2}{Z_{e2} K^2 + Z_{e2}} = \frac{Z_{e2} K^2}{K^2 + 1} \quad (C.6)$$

Ce qui impliquera :

$$Z_{e2} = \frac{1 + K^2}{K^2} R_0 \quad (C.7)$$

$$Z_{e1} = (1 + K^2) R_0 \quad (C.8)$$

Les impédances caractéristiques des lignes quart d'onde  $Z_{02}$  et  $Z_{03}$  s'expriment alors :

$$Z_{01} = \sqrt{Z_{e1} \cdot R_2} = R_0 \sqrt{(1 + K^2) K} \quad (C.9)$$

$$Z_{02} = \sqrt{Z_{e2} \cdot R_3} = R_0 \sqrt{\frac{1 + K^2}{K^3}} \quad (C.10)$$

## 2. Détermination des paramètres $T_{ij}$ du diviseur de Wilkinson :

Les ondes de tension non normalisées (fig C.2) incidentes  $C_i$  et réfléchies  $D_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) sont reliés par la matrice suivante [2] :

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \quad (C.11)$$

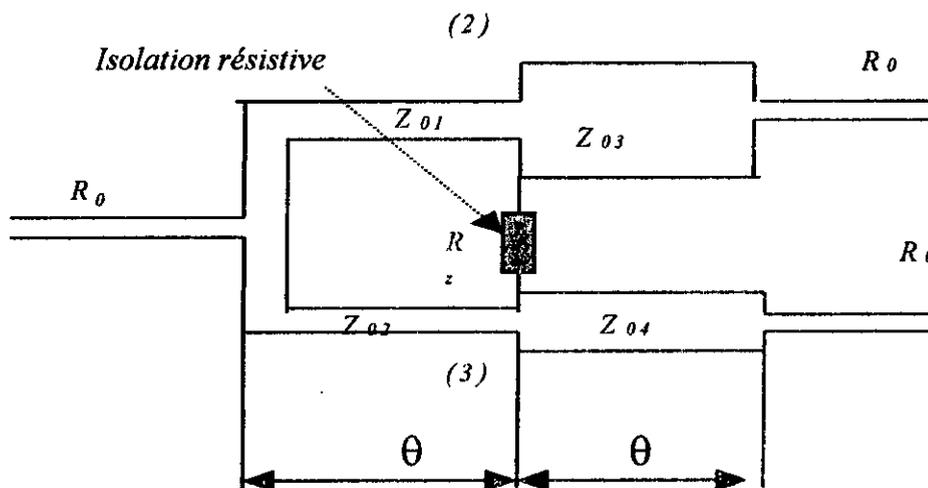


Figure C.2 : Diviseur de Wilkinson quelconque

♦ Détermination des paramètres  $T_{11}$ ,  $T_{21}$  et  $T_{31}$  : [2]

En introduisant en (1) une tension unitaire  $C_1 = 1$  et en adaptant les accès (2) et (3), la valeur de la tension par rapport à la masse est la même dans ces deux branches. En reliant les sorties (2) et (3), et le circuit de la figure C.2 devient celui illustré par la figure (C.3).

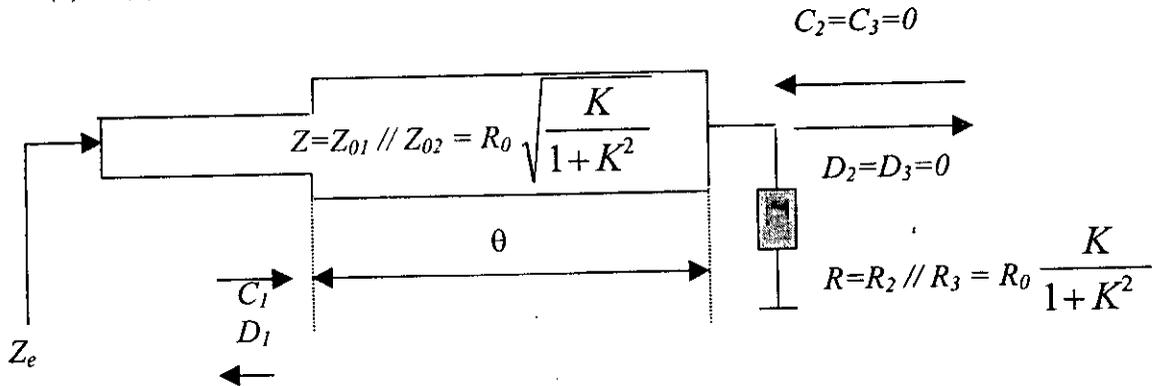


Figure C.3 : Schéma équivalent à la figure C.2 avec une tension unitaire à l'entrée des sorties (2) et (3) reliées

On obtient ainsi une ligne équivalente quart d'onde d'impédance caractéristiques

$$Z = Z_{01} // Z_{02} = R_0 \sqrt{\frac{K}{1+K^2}} \quad (C.12)$$

• Détermination de la valeur de  $T_{11}$  :

Nous calculons le coefficient de réflexion vue de l'entrée (1) comme suit :

$$\Gamma_e = \Gamma_1 e^{-2j\theta} \quad (C.13)$$

L'impédance d'entrée est :

$$Z_e = Z \frac{1 + \Gamma_1 e^{-2j\theta}}{1 - \Gamma_1 e^{-2j\theta}} \quad (C.14)$$

Où :

$$\Gamma_1 = \frac{R - Z}{R + Z} = \frac{\sqrt{K} - \sqrt{1+K^2}}{\sqrt{K} + \sqrt{1+K^2}} \quad (C.15)$$

donc :

$$T_{11} = \frac{Z_e - R_0}{Z_e + R_0} = \frac{Z - R_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} (Z + R_0)}{Z + R_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} (Z - R_0)} \quad (C.16)$$

En posant  $\rho_e = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$  et en remplaçant l'expression de  $\rho_e$  dans (C.16), on obtiendra :

$$T_{11} = \frac{\rho_e + \Gamma_1 e^{-2j\theta}}{1 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} \rho_e} \quad (C.17)$$

$$\text{et comme } \rho_e = \frac{Z_0 \sqrt{\frac{K}{1+K^2}} - Z_0}{Z_0 \sqrt{\frac{K}{1+K^2}} + Z_0} = \frac{\sqrt{K} - \sqrt{1+K^2}}{\sqrt{K} + \sqrt{1+K^2}} = \Gamma_1 \quad (\text{C.18})$$

la relation (C.17) devient alors :

$$T_{11} = \frac{D_1}{C_1} = \Gamma_1 \left[ 1 + \frac{(1 - \Gamma_1^2) e^{-j2\theta}}{1 + \Gamma_1^2 e^{-2j\theta}} \right] \quad (\text{C.16})$$

♦ Détermination de la valeur de  $T_{21}$  :

Le but est de calculer le rapport de tension  $\frac{V_2}{V_1}$ . Pour cela, on utilise la matrice chaîne de la ligne quart d'onde d'impédance caractéristique  $Z_{02}$  (fig C.4) et on peut donc écrire :

$$V_1 = V_2 \cos\theta + j(-i_2) Z_{02} \sin\theta \quad (\text{C.17})$$

comme  $V_2 = -Z_L i_2$  et  $Z_L = Z_{02} \frac{1 + \Gamma_1}{1 - \Gamma_1}$ , on obtient :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\cos\theta + j \frac{1 - \Gamma_1}{1 + \Gamma_1} \sin\theta} \quad (\text{C.19})$$

Si  $V_i$  est l'onde incidente à l'entrée, on écrira :

$$V_1 = V_i (1 + T_{11}) \quad (\text{C.20})$$

et :

$$T_{21} = \frac{V_2}{V_i} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{V_1}{V_i} \quad (\text{C.21})$$

En combinant les relations (C.19) et (C.21), il en résulte :

$$T_{21} = \frac{1}{\cos\theta + j \frac{1 - \Gamma_1}{1 + \Gamma_1} \sin\theta} (1 + T_{11}) \quad (\text{C.22})$$

et d'une manière explicite :

$$T_{21} = \frac{(1 + \Gamma_1)(1 + T_{11})}{e^{j\theta} + j\Gamma_1 e^{j\theta}} = \frac{(1 + \Gamma_1)(1 + T_{11}) e^{-j\theta}}{1 + \Gamma_1 e^{-2j\theta}} \quad (\text{C.23})$$

$$\text{comme } 1 + T_{11} = \frac{(1 + \Gamma_1)(1 + \Gamma_1 e^{-2j\theta})}{1 + \Gamma_1^2 e^{-2j\theta}} \quad (\text{C.24})$$

On obtient finalement :

$$T_{21} = T_{31} = \frac{d_2}{C_2} = \left[ \frac{(1 + \Gamma_1)^2 e^{-j\theta}}{1 + \Gamma_1^2 e^{-2j\theta}} \right] \quad (\text{C.25})$$

par réciprocité, on obtient également :  $T_{12} = T_{21} / K$  (C.26)

$$T_{13} = K T_{31} \quad (\text{C.27})$$

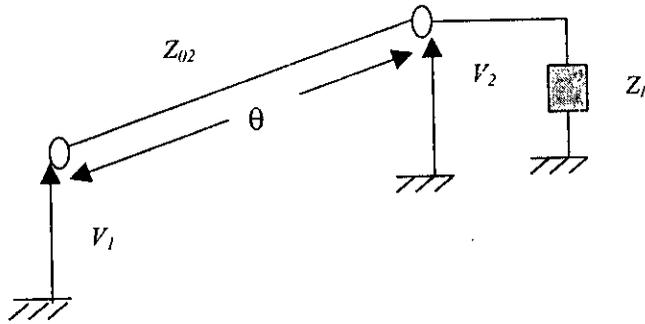


Figure C.4 : Ligne quart d'onde d'impédance caractéristique  $Z_{02}$

♦ Détermination des paramètres  $T_{22}, T_{23}, T_{32}$  et  $T_{33}$  :

Pour déterminer le reste des paramètres  $T_{ij}$ , on excite les accès (2) et (3) en phase (mode pair) et puis en opposition de phase (mode impair) (figure (C.5)).

Mode Pair :

On place en (2) et (3) des sources de tension égales (fig C.5.a),  $V_{2e} = V_{3e}$  ( $E_{2e} = E_{3e}$ ), qui génèrent respectivement des courants  $I_{2e}$  et  $I_{3e}$ . Compte tenu du fait que le rapport de puissance est de  $K^2$ , les expressions de ces courants sont :

$$I_{2e} = \frac{V_{2e}}{KZ_0 + Z_{2e}} \quad (C.28)$$

où  $Z_{2e}$  est l'impédance de sortie à l'accès (2) qui s'écrit :

$$Z_{2e} = Z_{02} \frac{Z_0(1 + K^2) + jZ_{02} \operatorname{tg} \theta}{Z_{02} + jZ_0(1 + K^2) \operatorname{tg} \theta} \quad (C.29)$$

$$\text{et } I_{3e} = K^2 I_{2e} \quad (C.30)$$

Mode impair

Pour ce mode, le circuit équivalent est donné par la figure (C.5.b), où  $Z_{e1} = R_0(1 + K^2)$ , et

$Z_{e2} = R_0 \left( \frac{1 + K^2}{K} \right)$  respectivement les impédances d'entrée de la ligne quart d'onde.

$V_{20} = -K^2 V_{30}$ . Le rapport des admittances représentés sur la figure (C.5) est constant est de  $1/K^2$ . Les courants d'excitations sont de signe contraire, les courants au niveau de l'accès (1) sont donc déphasés de  $180^\circ$ . On pourra donc supprimer les deux masses et joindre les deux circuits pour reformer le coupleur sans changer la distribution des courants. La tension  $E_{20}$  et  $I_{20}$  s'écrivent :

$$E_{20} = \frac{V_{20}}{KY_{20}R_0 + 1} \quad (C.31)$$

$$I_{20} = Y_{20} E_{20e} \quad (C.32)$$

Où  $Y_{20}$  est l'admittance de sortie et s'exprime donc :

$$Y_{02} = \frac{1}{KR_0} + \frac{1}{jR_0\sqrt{K(1+K^2)}\operatorname{tg}\theta} \quad (\text{C.32})$$

On a également :

$$E_{30} = -E_{20}/K^2 \quad (\text{C.33})$$

$$\text{et } I_{30} = -I_{20} \quad (\text{C.34})$$

La superposition des deux modes permet d'obtenir les différents paramètres  $T_{ij}$ . Si  $V_{20} = -V_{2e}$ , les ondes de tensions incidentes deviennent :

$$C_2 = 0 ; C_3 = V_{2e} \frac{(1+K^2)}{2K^2}, \text{ on a alors } (1/T_{33})C_3 = E_{3e}/E_{30}$$

On obtient :

$$T_{33} = \frac{2K^2}{1+K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} + \frac{1}{K^2(1+KY_{02}R_0)} \right] - 1 \quad (\text{C.35})$$

De la même façon, on trouve :

$$T_{23} = \frac{2K^2}{1+K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} - \frac{1}{(1+KY_{02}R_0)} \right] \quad (\text{C.36})$$

En prenant  $V_{30} = -V_{3e}$ , on obtient  $C_3 = 0$  et  $C_2 = V_{3e}(1+K^2)/2$   
on aura :

$$T_{22} = \frac{2}{1+K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} + \frac{K^2}{(1+KY_{02}R_0)} \right] - 1 \quad (\text{C.37})$$

$$T_{32} = \frac{2}{1+K^2} \left[ \frac{Z_{2e}}{KR_0 + Z_{2e}} - \frac{1}{(1+KY_{02}R_0)} \right] \quad (\text{C.38})$$

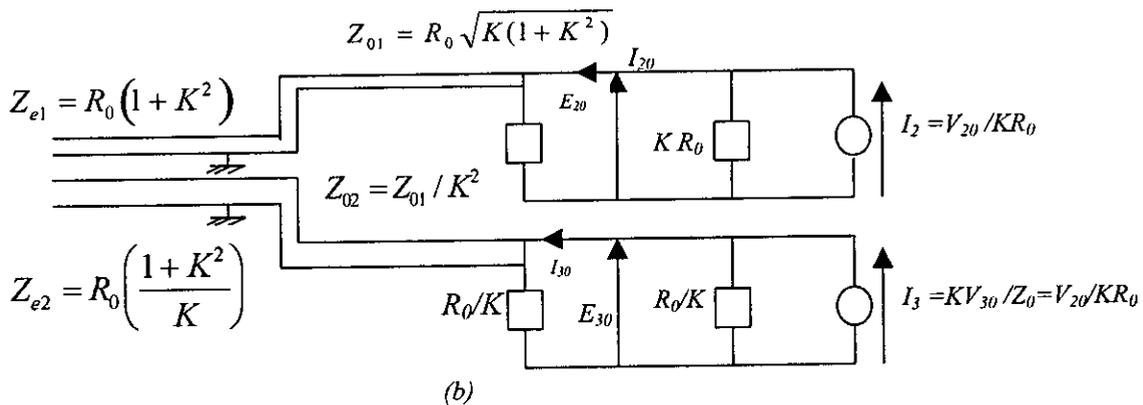
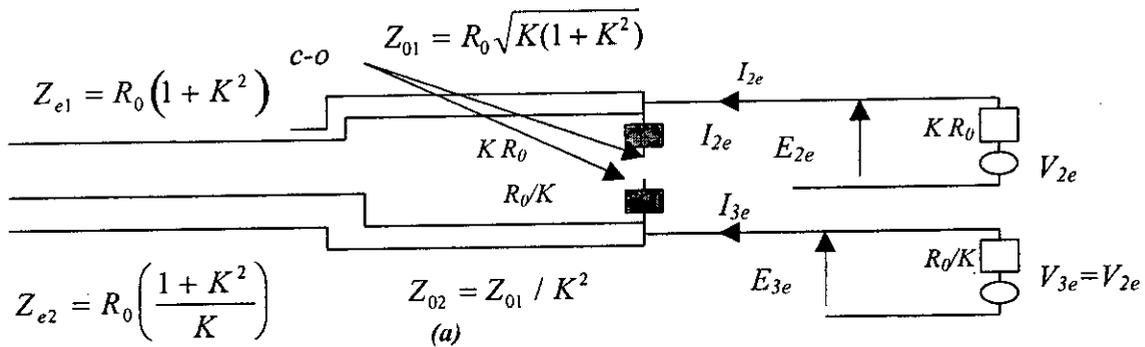


Figure C.4 : (a) Circuit équivalent du mode pair ( $V_{2e}$  et  $V_{3e}$  source de tension)  
(b) Circuit équivalent du mode impair ( $I_2$  et  $I_3$  source de courant)

## Annexe D

### Méthode de Newton de résolution des équations non linéaires à une variable

#### 1. Algorithme de résolution :

La méthode de Newton [19] est la méthode la plus couramment utilisée pour la résolution des équations non linéaire à une inconnue, cette méthode à l'avantage d'être facile à implémenter et de convergence rapide vers la solution  $x_0$ .

$$f(x)=0$$

D. 1

L'algorithme de résolution de l'équation non linéaire (D. 1) est le suivant :

- 1- Introduction du vecteur initial  $x^0$  qui doit être proche de la solution  $x_0$  et de la précision  $T$  désirée, qui permettra de mettre fin aux itérations.
- 2- Calcul du facteur de correction  $D$  défini comme suit :

$$D = \frac{f'(x^0)}{f(x^0)}$$

D.2

- 3- Correction de la solution  $x_0 = x^0 - D$
- 4- Si  $|D| > T$ , reprendre à partir de l'étape 2.  
Sinon, la solution estimée de l'équation (D.1) est  $x_0$

La méthode de Newton nécessite donc la connaissance de la dérivé  $f'$  du premier ordre de la fonction  $f$ . Si la fonction  $f$  à une dérivé  $f'$  dont le calcul n'est pas évident, on utilise l'algorithme suivant :

- 1- Introduction du vecteur initial  $x^0$  et de la précision  $T$  désirée
- 2- Si  $|x^0| > 1$ , alors  $h = 0.001x^0$   
Sinon  $h = 0.001$ .
- 3- Calcul du facteur de correction  $D$  défini qui égale :

$$D = \frac{f(x^0 + h) - f(x^0 - h)}{2 \cdot h \cdot f(x^0)}$$

D.3

- 4- Correction de la solution  $x_0 = x^0 - D$
- 5- Si  $|D| > T$ , reprendre à partir de l'étape 2.  
Sinon, la solution estimée de l'équation (D.1) est  $x_0$

## Méthode de résolution des équation non linéaire à deux variables

Les équations à résoudre sont :

$$F(x,y)=0 \quad (1) \quad \text{et} \quad G(x,y)=0 \quad (2)$$

Soit  $x_0, y_0$  et  $T$  respectivement les valeurs initiales de  $x$  et  $y$  et la précision des solution  $x, y$ .

L'algorithme est le suivant :

- 1-  $F=F(x_0,y_0)$
- 2-  $G=G(x_0,y_0)$
- 3-  $hx=0.01x$  si  $|x|>1$ , sinon  $hx=0.01$
- 4-  $hy=0.01y$  si  $|y|>1$ , sinon  $hy=0.01$
- 5-  $F_x$  est la dérivé de la fonction  $F(x,y)$  à  $x$
- 6-  $F_y$  est la dérivé de la fonction  $F(x,y)$  à  $y$
- 7-  $G_x$  est la dérivé de la fonction  $G(x,y)$  à  $x$
- 8-  $G_y$  est la dérivé de la fonction  $G(x,y)$  à  $y$
- 9- Le Jacobien  $J=F_x \times G_y - F_y \times G_x$
- 10-  $\text{diff}X=(F \times G_y - G \times F_y)/J$
- 11-  $\text{diff}Y=(G \times F_x - F \times G_x)/J$
- 12-  $x=x-\text{diff}X$  et  $y=y-\text{diff}Y$
- 13- Si  $|\text{diff}X|>T$  et  $|\text{diff}Y|>T$  revenir à l'étape 1
- 14- Sinon les solutions de l'équation (1) et (2) sont :  $x,y$

## Annexe E

### Intégrales Elliptiques Complètes du première ordre

L'impédance caractéristique d'une ligne triplaque ou d'une ligne triplaque couplée pour une valeur de l'épaisseur  $t$  du substrat nulle ( $t \ll b$ ) est exprimée par une intégrale elliptique complète du première ordre. L'intégrale elliptique [9]  $K(k)$  est définie comme suit :

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} \quad (E.1)$$

où :

$k$  ( $0 \leq k \leq 1$ ) est le module de  $K(k)$ .  $K'(k)$  est l'intégrale complémentaire de  $K(k)$ , définie comme suit :

$$K'(k) = K(k') \quad (E.2)$$

$$\text{où } k' = \sqrt{1-k^2} \quad (E.3)$$

Le calcul de l'intégrale  $K(k)$ , lorsque son module  $k$  est connu, se fait selon l'algorithme suivant :

Soit  $(a_n)$  et  $(b_n)$  des séries mathématique de  $n+1$  éléments :

$$\begin{cases} a_0 = (1+k) \\ a_1 = (a_0 + b_0) / 2 \\ a_2 = (a_1 + b_1) / 2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{n+1} = (a_n + b_n) / 2 \end{cases} \quad (E.4)$$

et :

$$\begin{cases} b_0 = (1-k) \\ b_1 = \sqrt{(a_0 b_0)} \\ b_2 = \sqrt{(a_1 b_1)} \\ \dots\dots\dots \\ b_{n+1} = \sqrt{(a_n b_n)} \end{cases} \quad (E.5)$$

Ces séries convergent vers la même limite notée  $\mu(k)$  :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (b_n) = \mu(k) \quad (E.6)$$

la valeur de l'intégrale  $K(k)$  est définie alors par :

$$K(k) = \frac{\pi}{2\mu(k)} \quad (E.7)$$

L'intégrale complémentaire  $K'(k)$  est calculée de la même façon que  $K(k)$ . En calculant la valeur de  $\mu(k')$ ,  $K'(k)$  est défini alors :

$$K'(k) = \frac{\pi}{2\mu(k')} \quad (E.8)$$

Le rapport  $K(k)/K'(k)$  (relation 3. 74) est donné par :

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \prod_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1+k_n}{1+k'_n} \right] \quad (E. 9)$$

où :

$$k_0 = k \quad (E. 10)$$

$$k_1 = 2\sqrt{k_0} / (1+k_0) \quad (E. 11)$$

$$k_2 = 2\sqrt{k_1} / (1+k_1) \quad (E. 12)$$

.....

$$k_{n+1} = 2\sqrt{k_n} / (1+k_n) \quad (E. 13)$$

$$k'_0 = \sqrt{1-k^2} \quad (E. 14)$$

$$k'_1 = 2\sqrt{k'_0} / (1+k'_0) \quad (E. 15)$$

$$k'_2 = 2\sqrt{k'_1} / (1+k'_1) \quad (E. 16)$$

$$\dots\dots k'_{n+1} = 2\sqrt{k'_n} / (1+k'_n) \quad (E.17)$$

# Annexe F

## 1. Polynôme de Chebyshev :

Le polynôme de Chebyshev de degré  $n$  est définie comme suit :

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)) \quad (F.1)$$

où :

$$T_0(x) = 1 \quad (F.2)$$

$$T_1(x) = x \quad (F.3)$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1 \quad (F.4)$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x \quad (F.5)$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1 \quad (F.6)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad n \geq 1 \quad (F.7)$$

Le polynôme  $T_n(x)$  (fig F.1) admet  $n$  solutions (zéros) dans l'intervalle  $[-1,1]$  localisées aux points :

$$x = \cos\left(\frac{\pi(k - \frac{1}{2})}{n}\right) \quad k=1,2,\dots\dots\dots n \quad (F.8)$$

Dans le même intervalle, il existe  $n-1$  extrema (minimum et maximum) localisées aux points :

$$x = \cos\left(\frac{\pi k}{n}\right) \quad k=1,2,\dots\dots\dots n-1 \quad (F.9)$$

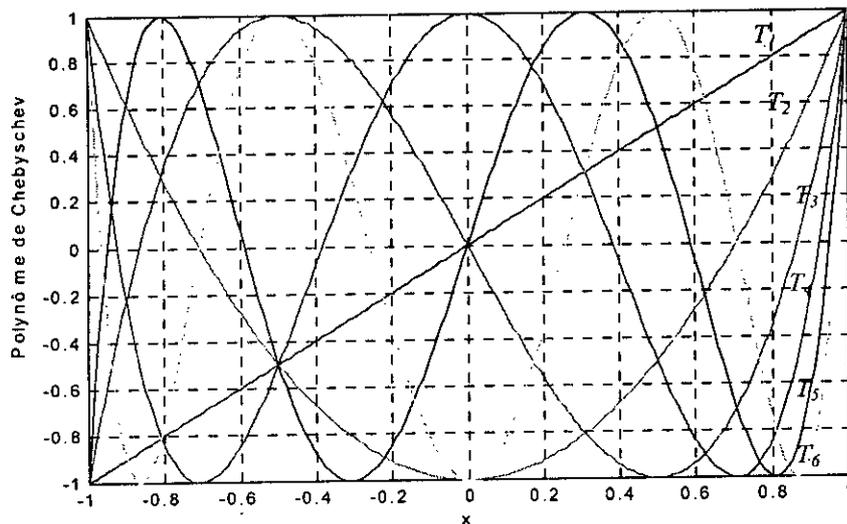


Figure F.1: Polynômes de Chebyshev  $T_0, T_1, \dots, T_6$

## 2. Polynôme de Butterworth :

L'expression de la réponse fréquentielle du filtre de Butterworth est donnée comme suit :

$$|G(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega / \omega_c)^{2N}} \quad (F.10)$$

où :

$N, \omega_c$  et  $\omega$  désignent respectivement l'ordre du filtre, la fréquence de coupure du filtre à  $-3\text{dB}$  et la fréquence.

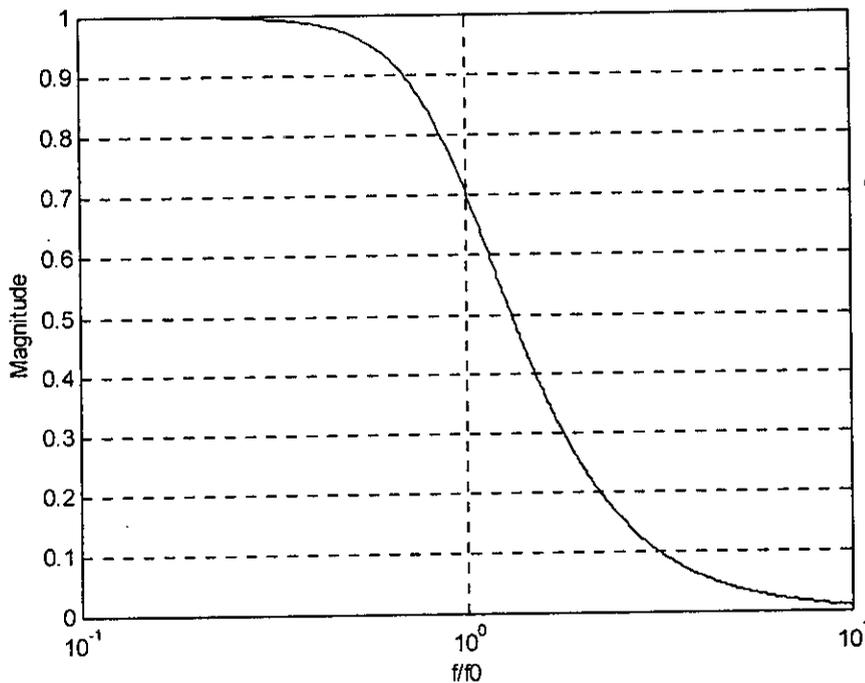


Figure F.2: Réponse fréquentielle d'un filtre de Butterworth ( $N=2$ )

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] :Ch.Gentili," Amplificateurs et oscillateurs micro ondes ",Edition Masson 1984.
- [2] : L .I.Parad and Monahan , " Split-Tee Power Divider ", IEEE Trans ., Microwave Theory and Techniques,MTT-13 No.1,January 1965, pp 91-95.
- [3] :Pradeep,K .Wahi "Widebande unequal split ratio Wilkinson Power Divider", Microwave journal 1985.
- [4] :André Vander Vorst. " Electromagnétisme Champs, forces et circuits ",De Boeck-Wesmel s.a 1988,pp 6-10 à 6-12
- [5] :TC.Edwards " Conception des circuits Micro ondes",Masson, 1984 pp 44-47 et 147-152.
- [6] :C.Gupta, R.Gary and R.Chadha , " Computer aided Design of microwave circuits", Artech 1981 pp 25-39 .
- [7] : Gowri S. Makineni and William T.Joines. "Comparison of the broadband performance of two-many Power Dividers and Combiners"., Microwave and Optical Technology Letters ,vol.17, No 1,January 1998, pp 29-37.
- [8] :S.W.Wedge, R.Compton, and D.Rutledge, " PUFF,Computer Aided Design for Microwave Integrated Circuits - Version 2", June 1991.
- [9] : Stanistaw Rosloniec,Algorithms for Computer-Aided Design of linear Microwave circuits. edition Artech House 1990 .
- [10] :Howe,H.,Jr.,Stripeline circuit Design, Norwood, MA : Artech House ,1974
- [11] :Matthaei,G.L.,Young and E.M.T Jones, Microwave filters,Impedance Matching Networks and coupling structures,Norwood, MA : Artech House.1980
- [12] :Levy, R., " General Synthesis of Asymetric Multi- Element Transmission- line Directional Couplers" ,Trans., Microwave Theory and Techniques ,MTT-11, No ,7 July 1963, pp 226-237.
- [13] : Arndt,F., " Tables for Asymmetric Chebychev High-pass TEM-mode Directional Couplers", IEEE Trans.,Microwave Theory and Techniques ,MTT-18 ,No 9, September 1970,pp 633-638.
- [14] :Atwater, H.A., " Tests of Microstrip Dispersion Formulas," IEEE Trans., Microwave Theory and techniques, MTT-36, No. 3, March 1988, pp 619-621.
- [15] :Hammerstad, E.O.Jansen, " Accurate Models for Microstrip Computer- Aided Design," IEEE MTT-S, International Symposium Digest ,Washington, DC, May 1980, pp 407-409
- [16] :Kirsching, M., and R.H .Jansen, " Accruate Model for effective dielectric constant of Microstrip with validity up to Millimeter Wave Frequencies, "Electronic Letters, vol 18, No 1982, pp 272-273.
- [17] :Himmelblau, D.M, Applied Nonlinear Programming, New York : McGraw-Hill,1972 .
- [18] :Nimir C.Shammas, C/C++ Mathematical Algorithms for Scientists and Engineers : McGraw-Hill International Editions 1996.
- [19] : Cohn,S.B, "Characteristic Impédance Shielded -Strip Transmission Line ",IRE Trans, Microwave Theory and Techniques,MTT-2,No 7,July 1954,pp 52-55.  
Cohn,S.B., "Sheilded Coupled Strip Transmission Lines,"IRE, Trans.Microwave Theory and Techniques,MTT-3,No.10,October 1955,pp. 29-38.  
Cohn,S.B, " A class of Broad -band three port TEM -Mode Hybrids ",IEEE, Trans.,Microwave Theory and Techniques,MTT-16 No.2, Fabruary 1968, pp 110-116.  
S.B. Cohn, "Optimum design of stepped transmission lines transformers" ,IRE, Trans . Microwave Theory en Techniques .MTT-3 ,pp 16-21, April 1955  
Cohn S.B ,"Parallel coupled line Resonator Filters"IRE,MTT,vol 6 n°4 1958 pp 223-231.
- [20] : Brion C.Wadell " Transmission line Design Handelbook" Artech House 1991, pp 125-137