

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

Thème :

# Techniques de synchronisation pour les systèmes OFDM

Réalisé par :

- **KOUIDRI abdelkadir**
- **HORKOUS houari**

Encadré par :

**Dr. TERRA Zidane**

*Soutenus le 23 Juin 2013 devant le jury composé de:*

Président : Mr D. BERKANI.

Examineur : Mr L. SADAOUI.

Rapporteur : Mr Z. TERRA.

**Promotion : Juin 2013**

## ملخص :

الزيادة السريعة في الطلب على انظمة الاتصال التي توفر تدفقا عاليا , دفع الي البحث عن انماط جديدة ذات مجال ترددي واسع.

تقنية التوزيع المتعدد الحوامل المتعامدة ابدت كفاءة عالية في انظمة الاتصالات من حيث زيادة الكفاءة الطيفية مما سمح بخفض تكاليف الاتصالات.

هذه التقنية حساسة جدا لاططاء التزامن والتواتر التي تؤدي الي التداخل بين الرموز من جهة والحوامل من جهة اخري مما ينتج عنه تدهور جودة النضام.

عملنا هذا يتمثل في دراسة التقنيات التي تسمح بتقدير وتصحيح هذه العيوب , و التي تنقسم في الغالب الي نوعين, التقنيات المكفوفة, والتقنيات باستعمال رموز الدباجة.

**كلمات مفتاحية :** تقنية التوزيع المتعدد الحوامل المتعامدة, التداخل بين الرموز,التداخل بين الحوامل, تقنيات التزامن

## Résumé :

L'augmentation rapide du besoin des systèmes de communication, assurant des hauts débits, a motivé la recherche de nouveaux schémas de transmission à large bande. La transmission à multi-porteuses orthogonales (OFDM) s'avère très intéressante, pour la transmission à large bande, grâce à son efficacité spectrale qui permet la réduction du coût des communications.

L'OFDM est très sensible aux décalages fréquentiel et temporel. Ces dernier introduisent des interférences entre symboles ISI et entre porteuses ICI, en dégradant les performances de ces systèmes.

Notre travail consiste à estimer et corriger ces imperfections en termes de retards temporel et fréquentiel par deux types de techniques à savoir la technique aveugle et la technique a préambule.

**Mots clés :** OFDM, interférence inter porteuse, interférence inter canaux, techniques de synchronisation.

## Abstract:

the rapidly increasing need for communication systems, ensuring high rates, has prompted the search for new method of broadband. The transmission by orthogonal frequency multiply division (OFDM) is very interesting in broadband transmission, due to its spectral efficiency that allows reducing the cost of communications.

OFDM is very sensitive to time and frequency offsets, that introduce inter symbols inference ( ISI) and inter-carrier inference (ICI). Which degrading the performance of these systems.

Our job is to estimate and correct these imperfections in terms of time and frequency by two techniques namely blind techniques and technique with preamble.

**Key words:** OFDM, inter-symbol interference (ISI), inter-carrier interference (ICI), synchronization techniques.

# *Dédicace*

**KOUIDRI abdelkadir**

*Je dédie ce travail à ma mère "Fatima", à mon père "Djelloul"  
à mes sœurs et frères et leurs enfants surtout "Khaled", "lina" et "sihem"  
et à tout mes amis.*

**Horkous Houari**

*Je dédie ce travail à mes parents "Mohamed" et "Fatma", à mes  
frères et mes sœurs surtout "Youssra" à ma grand-mère "Houria" à mes  
amis de polythèque et mes amis de Bled.*

# Remerciements

*Nous tenons à remercier tout d'abord le Dieu le tout puissant et maître de l'univers qui nous a donné la force nécessaire, la forte volonté et la patience afin d'accomplir ce travail.*

*Au terme de ce projet de fin d'études réalisé à l'Ecole Nationale Supérieure polytechnique d'Alger, Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre encadreur Monsieur Z. TERRA, qui grâce à leur disponibilité, aide et rigoureux conseils, nous avons pu mener à bien ce projet*

*Nous remercions Pr. BERKANI pour avoir accepté de présider le jury.*

*Nous remercions, également Dr. SADAOUI pour avoir accepté d'examiner notre projet.*



# Table des matières

Résumé	i
Table des matières	v
Table des figures	vii
Liste des tableaux	viii
Liste Des Abréviations	ix
Notations	x
Introduction générale	1
<b>1 Principes de base de l'OFDM</b>	<b>2</b>
1.1 Transmission multi-porteuses . . . . .	3
1.1.1 Structure de base du système de transmission multi-porteuse	3
1.1.2 Système de transmission à base de l'OFDM . . . . .	5
1.2 Technique OFDM . . . . .	8
1.2.1 Orthogonalité . . . . .	9
1.3 Génération et réception du signal OFDM : . . . . .	10
1.3.1 Conversion série parallèle . . . . .	11
1.3.2 Modulation des sous porteuses . . . . .	12
1.3.3 Conversion du domaine fréquentiel au domaine temporel . .	13
1.3.4 L'intervalle de garde pour l'OFDM . . . . .	15
1.3.5 BER d'un système OFDM : . . . . .	16
1.3.6 Modèle mathématique d'un symbole OFDM . . . . .	17
1.4 Avantages et inconvénients de la technique OFDM . . . . .	17
1.4.1 Les avantages : . . . . .	17
1.4.2 Les inconvénients : . . . . .	17
1.5 Canal radio mobile . . . . .	18
1.5.1 Caractéristiques du canal radio mobile . . . . .	18
1.5.2 Modélisation du canal radio mobile . . . . .	20
1.5.3 Statistiques de fading du canal . . . . .	23
1.5.4 Interférence Inter-symboles (ISI) et Inter-canal (ICI) . . . .	23
1.5.5 Modélisation d'un canal multi-porteuse . . . . .	24
<b>2 problème de synchronisation dans les systèmes OFDM</b>	<b>26</b>

2.1	Modèle des erreurs de synchronisation . . . . .	27
2.2	Effet de l'erreur de synchronisation en fréquence : . . . . .	28
2.3	Effet de l'erreur de synchronisation temporelle : . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Synchronisation aveugle</b>	<b>35</b>
3.1	Position du problème et hypothèses . . . . .	36
3.2	Algorithmes exploitant l'intervalle de garde : . . . . .	38
3.2.1	Estimation du STO par le cyclique préfixe . . . . .	38
3.3	Estimateurs ML . . . . .	39
3.3.1	Estimateur ML pour les systèmes NC-OFDM : . . . . .	40
3.3.2	Estimateur ML pour les systèmes C-OFDM . . . . .	43
3.3.3	Estimateur ML pour les systèmes NC-OFDM avec $L_c = 0$ . . . . .	44
3.4	Estimateur dans un canal multi-trajets . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Synchronisation exploitant les symboles préambules</b>	<b>50</b>
4.1	Symbole préambule . . . . .	51
4.2	Estimateur ML . . . . .	52
4.2.1	Estimation basé sur les symboles préambules non-circulaire : . . . . .	53
4.2.2	Estimation basé sur les symboles préambules circulaires . . . . .	56
4.3	Estimateur utilisé en pratique : . . . . .	58
4.4	Estimateurs avec préambule dans un canal multi-trajet . . . . .	60
4.5	Estimation du décalage fréquentiel par préambule : . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Simulation :</b>	<b>64</b>
5.1	Influences des différentes paramètres d'un système OFDM . . . . .	65
5.1.1	Influence du type de canal . . . . .	65
5.1.2	Influence de l'intervalle de garde $N_g$ . . . . .	67
5.1.3	Influence de la taille de FFT , $N_{fft}$ : . . . . .	69
5.1.4	Influence de la taille du constellation $M$ : . . . . .	71
5.2	Estimateurs du décalage temporel STO . . . . .	73
5.3	Estimateur du décalage fréquentiel CFO . . . . .	76
	<b>Conclusion générale</b>	<b>80</b>
	<b>Annexe</b>	<b>81</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>84</b>

# Table des figures

1.1	structure d'un système de transmission multi-canal. . . . .	3
1.2	la réponse d'un système de transmission multi-canal. . . . .	4
1.3	Structure de base d'un système de transmission multi-porteuse. . .	4
1.4	Caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse	5
1.5	Configuration d'un système de transmission OFDM. . . . .	5
1.6	Le spectre d'un signal OFDM (échelle linière). . . . .	6
1.7	Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse . . .	6
1.8	Système de transmission OFDM et son implémentation utilisant la IDFT/DFT. . . . .	7
1.9	La puissance spectrale d'un signal OFDM (dB). . . . .	7
1.10	Spectre d'un signal FDM formé par 5 canaux. . . . .	8
1.11	Spectre d'un signal OFDM formé par 5 sous porteuses.[4] . . . . .	10
1.12	Schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM de base . . . .	10
1.13	le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle . . . . .	11
1.14	Modulation multi-porteuse avec $N_c=4$ sous-porteuse . . . . .	12
1.15	Modulation QAM des sous porteuses . . . . .	12
1.16	Exemple d'une constellation 16-QAM. . . . .	13
1.17	Constellation des vecteurs IQ à la réception . . . . .	14
1.18	Génération de l'OFDM, étage de l'IFFT. . . . .	14
1.19	Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM. . . . .	15
1.20	description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix) [2] . . . . .	15
1.21	symbole OFDM avec CP et un CS [2]. . . . .	16
1.22	La propagation multi-trajet variable dans le temps . . . . .	18
1.23	Schéma représentatif de l'effet Doppler . . . . .	19
1.24	Les catégories de fading en fonction de la distance . . . . .	20
1.25	La réponse impulsionnelle et la fonction de transfert variables dans le temps . . . . .	22
2.1	Effet du décalage fréquentiel. . . . .	28
2.2	Dégradation du SNR due au décalage fréquentiel. Expressions ana- lytiques pour un canal AWGN et un canal à multi- trajets.[5] . . .	31
2.3	Erreur de synchronisation en temps. . . . .	33
2.4	Erreur de synchronisation en temps en présence de multi- trajets.[5]	34
3.1	Estimation du décalage temporel par deux fenêtre glissants. . . . .	39
4.1	symbole préambule avec deux parité identique $L=2$ . . . . .	52

4.2	Corrélation entre les symboles dans le préambule pour $L=2$ . . . . .	52
4.3	performance de MSE en fonction de l'intervalle d'estimation. . . . .	62
5.1	influence du type de canal sur la performance du systèmes OFDM .	66
5.2	influence de l'intervalle de garde $N_g$ dans le cas d'un canal (Rayleigh)	67
5.3	influence de l'intervalle de garde $N_g$ dans le cas d'un canal (AWGN)	68
5.4	influence de la taille de FFT dans le cas d'un canal (Rayleigh) . . .	69
5.5	influence de la taille de FFT dans le cas d'un canal (AWGN) . . . . .	70
5.6	influence de la taille de constellation dans le cas d'un canal (Rayleigh)	71
5.7	influence de la taille de constellation Dans le cas d'un canal (AWGN)	72
5.8	Estimation du STO par les deux méthodes corrélation et différence pour $N_g=32$ ,a)pour CFO=0,b)CFO=2 . . . . .	73
5.9	Estimation du STO par les deux méthodes corrélation et différence pour $N_g=8$ ,a)pour CFO=0,b)CFO=2 . . . . .	74
5.10	MSE en fonction de SNR pour les trois technique . . . . .	76
5.11	influence de l'intervalle de garde $N_g$ sur les trois technique . . . . .	77
5.12	influence du nombre de parties de préambule . . . . .	78

# Liste des tableaux

3.1	probabilité d'erreur pour les différents techniques $P(\hat{\theta} \neq \theta)$	. . . .	45
-----	---	---------	----

---

# Liste Des Abréviations

<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>BLU</b>	Best Linear Unbiased
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying
<b>C</b>	Circular
<b>CFO</b>	Carrier Frequency Offset
<b>CGRV</b>	Complex Gaussian Random Vector
<b>CP</b>	Cyclic Prefix
<b>DFT</b>	Discrete Fourier Transform
<b>DMT</b>	Discrete Multi Tone
<b>DAC</b>	Digital to Analogous Converter
<b>FDM</b>	Frequency Division Multiplexing
<b>FMT</b>	Filtered Multi-Tone
<b>GSC</b>	Generalized Schmidl and Cox
<b>ICI</b>	Inter Carrier Interference
<b>ISI</b>	Inter Symbol Interference
<b>IDFT</b>	Inverse Discrete Fourier Transform
<b>LLFL</b>	Log Likelihood Function
<b>MBL</b>	Minn Bhargava Letaief
<b>MCL0</b>	Maximum Correlation for $L_c = 0$
<b>MCL0R</b>	Maximum Correlation for $L_c = 0$ Refined
<b>ML</b>	Maximum Likelihood
<b>MLC</b>	Maximum Likelihood Circular
<b>MSE</b>	Mean Squared Error
<b>NC</b>	Noncircular
<b>NC-BLU</b>	Noncircular Best Linear[0.2cm] Unbiased
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>PDF</b>	Probability Density Function
<b>QPSK</b>	Quadrature Phase Shift Keying
<b>SNR</b>	Signal to Noise Ratio
<b>SS</b>	Serpedin Shi

# Notations

$\Re\{a\}$	partie réelle d'un scalaire complexe $a$
$\Im\{a\}$	partie imaginaire d'un scalaire complexe $a$
$\angle\{a\}$	argument d'un nombre complexe $a$ dans $[0, 2\pi]$
$\hat{a}$	estimation du paramètre $a$
$\tilde{a}$	valeur d'essai pour $a$
$a^*$	vecteur conjugué du vecteur complexe $a$
$[A]_{(m,l)}$	$(m, l)^{ieme}$ élément de la matrice $A$
$[A]^T$	matrice transposé de la matrice $A$
$[A]^H$	matrice Hermitien de la matrice $A$
$I_n$	matrice identité $n \times n$
$O_{n \times m}$	matrice nulle $n \times m$
$1_n$	vecteur colonne avec toutes les éléments égale à 1
$E[\cdot]$	espérance statistique
$diag\{\cdot\}$	matrice diagonale
$Tr\{\cdot\}$	opérateur à trace
$\lceil \cdot \rceil$	opérateur qui rende la valeur entier la plus proche de l'infinie
$\lfloor \cdot \rfloor$	opérateur qui rende la valeur entier la plus proche de moins l'infinie
$N$	nombre de sous-porteuses
$L_c$	préfixe cyclique
$M = N + L_c$	longueur totale du symbole OFDM
$N_m$	retarde de propagation
$L$	nombre de parties identiques du symbole préambule
$T_c$	intervalle d'échantillonnage
$f_c$	fréquence d'échantillonnage
$\tau_1 \triangleq \{0, \dots, N - 1\}$	
$\tau_2 \triangleq \{-L_c, \dots, N - 1\}$	

# Introduction générale

Durant les dernières décennies, les demandes de nouveaux services de communications avec des débits élevés et une bonne qualité de service sont devenues de plus en plus fréquentes.

Un des problèmes majeurs en télécommunications est d'adapter l'information à transmettre au canal de propagation. Pour des canaux sélectifs en fréquence, une technique c'est l'utilisation de la modulations multi-porteuses dans laquelle un bloc d'information est modulé par une transformée de Fourier. Cette technique connue sous le nom d'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) a connu un vif succès ces dernières années et est en phase de normalisation dans différents standards sans fils (IEEE802.11a, WiMAX, LTE, DVB). La technique OFDM a le grand mérite de transformer un canal multi-trajet large bande en un ensemble de sous-canaux mono-trajet très simples à égaliser.

Cependant, l'OFDM est très sensible aux décalages fréquentiel et temporel, qui introduit une interférence entre porteuses ICI (Intercarrier Interference), et interférence entre les symboles transmis ISI (Inter-symboles Interference) qui dégrade les performances de la technique en détruisant l'orthogonalité inhérente des sous porteuses et augmentant la probabilité d'erreurs dans les bits du signal transmis . D'où la nécessité d'estimer et de corriger ces décalages fréquentiel et temporel.

L'objectif de notre travail de PFE est l'étude des techniques capable d'estimer et de corrigée ces décalage temporel et fréquentiel afin d'augmenter les performances du systèmes

Notre PFE est organisé en cinq chapitres. Dans le premier chapitre, nous introduisons les principes de base d'un système OFDM, Ensuite, nous mentionnons les notions de base d'un canal radio mobile. Le deuxième chapitre traite les effets du décalage temporel et fréquentiel sur les systèmes OFDM. Les techniques de synchronisation à savoir, les techniques aveugle et par préambule font l'objet du deux chapitres 3, et 4. Le dernier chapitre est consacré à la simulation et résultat.



# Chapitre

# 1

## Principes de base de l'OFDM

---

### Introduction

Un principe élémentaire pour accroître un débit d'un facteur  $n$  est de transmettre plusieurs informations en parallèle sur  $n$  voies.

C'est ce qui est réalisé en OFDM ( Orthogonal Frequency Division Multiplexing ) avec des valeurs de  $n$  pouvant atteindre quelques milliers, ce qui était impossible pour des transmissions radios avec les technologies analogiques car cela supposait de disposer réellement de  $n$  émetteurs et  $n$  récepteurs. Il fallait, par exemple,  $n$  oscillateurs accordés, chacun, sur une fréquence particulière et des éléments de couplage pour éviter de multiplier les antennes . Avec l'avènement des technologies numériques, on peut faire une transmission simultanée sur un grand nombre de fréquences avec un seul oscillateur et un calculateur.

La multiplication du débit de transmission par un facteur  $n$  entraîne (en première approximation) une multiplication de la bande du signal par ce même facteur  $n$ . Cependant, par rapport à une simple multiplication du débit, l'OFDM est particulièrement intéressant, car chaque transmission élémentaire se fait à bas débit et la conception du récepteur en est ainsi simplifiée[1].

L'OFDM est par conséquent, utilisé pour tous les systèmes radios numériques récents (télévision, radio, réseaux cellulaires), ainsi que pour les systèmes filaires (ADSL, transmission sur courant porteur).

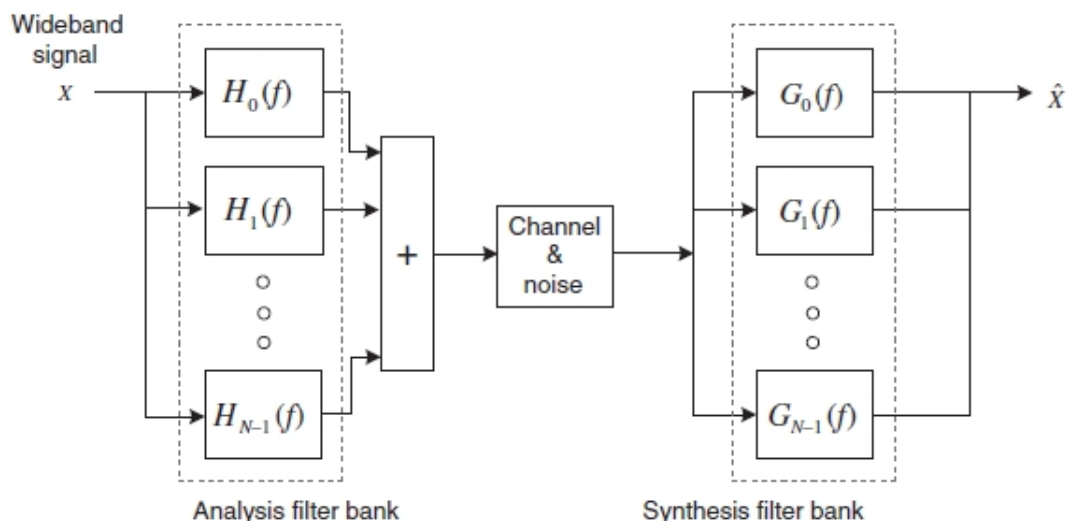
Ce chapitre constitue une présentation de la technique de transmission multiporteuses orthogonales OFDM. Les principes de base de cette technique, la constitution et le fonctionnement d'un système OFDM typique sont expliqués. Des notions de base de la transmission numérique ou analogique, jugées nécessaires pour la compréhension de la suite de ce projet, sont introduites selon les besoins.

### 1.1 Transmission multi-porteuses

#### 1.1.1 Structure de base du système de transmission multi-porteuse

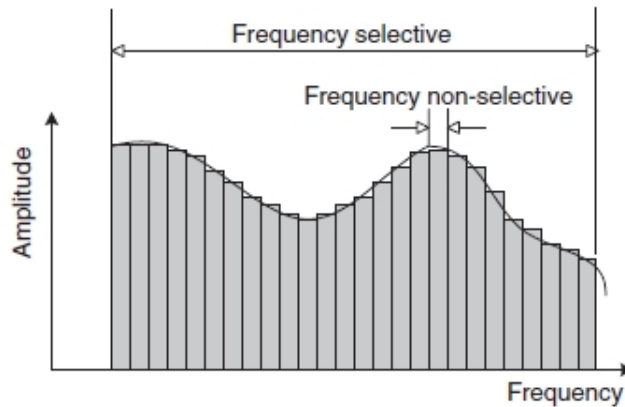
La sélectivité en fréquence d'un canal radio mobile large bande rend inefficace l'utilisation des systèmes de transmissions mono-porteuses, et pour y surmonter on fait recours aux systèmes à transmission multi-porteuse, qui sont utilisés pour la transmission haut débit.

La figure 1.1 montre la structure de base d'un système de transmission multi-porteuse. Le signal large bande soit analyser (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert  $H_k(f)$  en plusieurs signaux à bande étroite en transmission et est synthétisé (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert  $G_k(f)$  en réception, donc la sélectivité en fréquence du canal large bande peut être estimée par une multitude de bandes de fréquences étroites (frequency- flat) non sélective, comme s'y montré dans la figure 1.2.[2]



**Figure 1.1** – structure d'un système de transmission multi-canal.

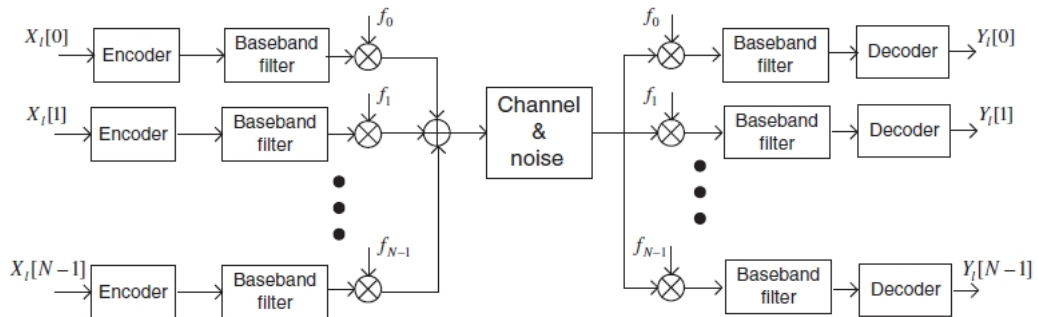
Notant que la non-sélectivité en fréquence des bandes étroites du canal réduit considérablement la complexité de l'égaliseur pour chaque sous-canal. Tant que



**Figure 1.2** – la réponse d'un système de transmission multi-canal.

l'orthogonalité entre sous-porteuses est maintenue, l'ICI peut être éliminé, donc un minimum de distortion.

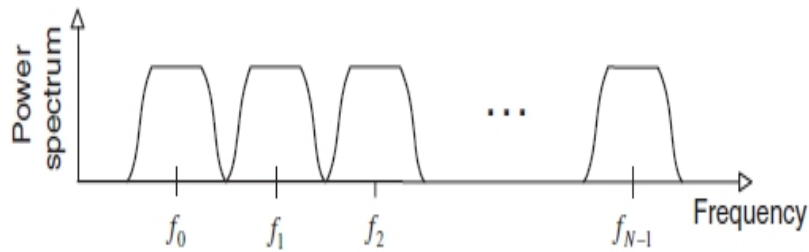
Dans les systèmes multi-porteuse, la bande passante originale (large bande) est subdivisée en  $N_c$  sous bandes (bandes étroites), où chacune est caractérisée par une sous-porteuse  $f_k, k=0,1,\dots,N_c - 1$ . La figure 1.3 montre la structure de base de système de communication multi-porteuse, celle qui représente l'une des formes spécifique d'un système multi-canal, Où, les différents symboles sont transmit en parallèle.



**Figure 1.3** – Structure de base d'un système de transmission multi-porteuse.

$X_i(k)$  et  $Y_i(k)$  indiquent, respectivement, le signal transmit et reçu d'une sous-porteuse  $f_k$  de  $i^{ieme}$  symbole.

La figure 1.4 illustre le spectre d'un signal transmet dans un système à transmission multi-porteuse, qui occupe une multitude de sous-bandes d'égale largeur, chacune centrée sur une fréquence (sous-porteuse). Si chaque sous-bande est d'une largeur limitée, le type de transmission est dit FMT (Filtered Multi-Tone). Pendant qu'on cherche à surmonter au problème de la sélectivité en fréquence

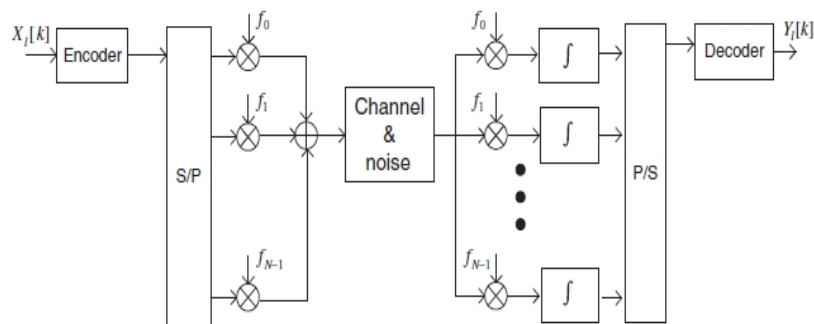


**Figure 1.4** – Caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse

du canal avec ce type de transmission multi-porteuse (FMT), son implémentation devient complexe, il nécessite plus des codeurs/décodeurs et oscillateurs, et d'une très haute qualité des filtres utilisés dès que le nombre de sous porteuses augmentent[3].

### 1.1.2 Système de transmission à base de l'OFDM

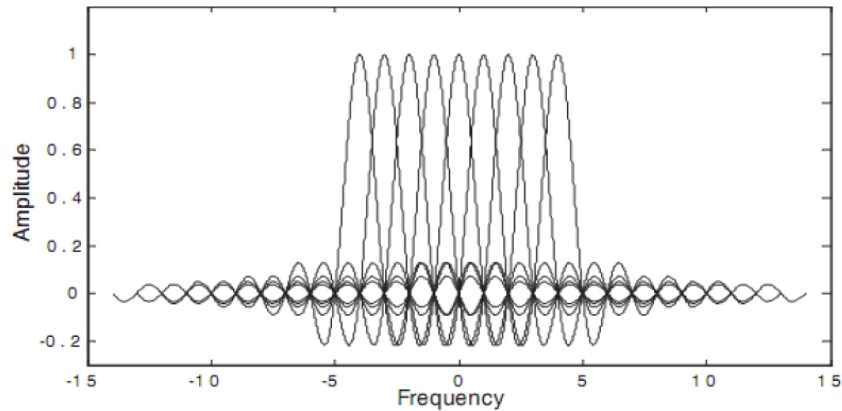
Le système de transmission basé sur la technique OFDM est un autre type de systèmes multi-canal, qui est similaire à un système de transmission FMT dans le sens qu'il emploie plusieurs porteuses. Comme c'est montré dans la figure 1.5, il n'a pas utilisé une bande limitée pour les filtres et oscillateurs de chaque sous-canal, en plus, les spectres des sous-porteuses se chevauchent d'une manière efficace pour la bande passante, différemment au système FMT où la totalité de la bande passante est divisée en un nombre  $N$  de sous-canaux de bandes étroites (figure 1.6), donc la différence réside dans la manière avec laquelle la bande passante est divisée en sous bandes étroites.



**Figure 1.5** – Configuration d'un système de transmission OFDM.

L'ensemble de sous-porteuses orthogonales, chevauchées en spectre, peuvent être produites en satisfaisant le critère de Nyquist, en généralisant l'équation suivante :

## 1.1. TRANSMISSION MULTI-PORTEUSES



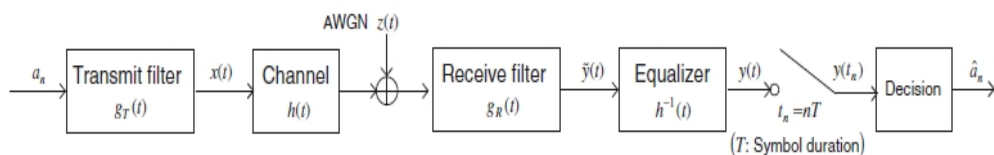
**Figure 1.6** – Le spectre d'un signal OFDM (échelle linière).

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} G\left(f - \frac{i}{T}\right) = T \quad (1.1)$$

Qui diffère une transmission mono-porteuse, à une transmission multi-porteuses. Où  $G(f)$  est la transformé de Fourier de la fonction  $g(t)$ , tel que cette dernière représente la réponse impulsionnelle totale du système mono-porteuse (émetteur, canal, récepteur), il est donnée par l'équation :

$$g(t) = g_T(t) * h(t) * g_R(t) * h^{-1}(t) \quad (1.2)$$

où : les blocs des fonctions  $g_T(t)$ ,  $h(t)$ ,  $g_R(t)$  et  $h^{-1}(t)$  sont montrées dans la figure 1.7 :



**Figure 1.7** – Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse

Dans la pratique, les processus de la transformé de Fourier discrète (DFT) et la transformé inverse (IDFT) sont utilisables pour l'implémentation de ces signaux orthogonaux. Mais l'implémentation sera efficace par l'utilisation de la transformé de Fourier rapide (FFT) et la transformé inverse (IFFT)[2].

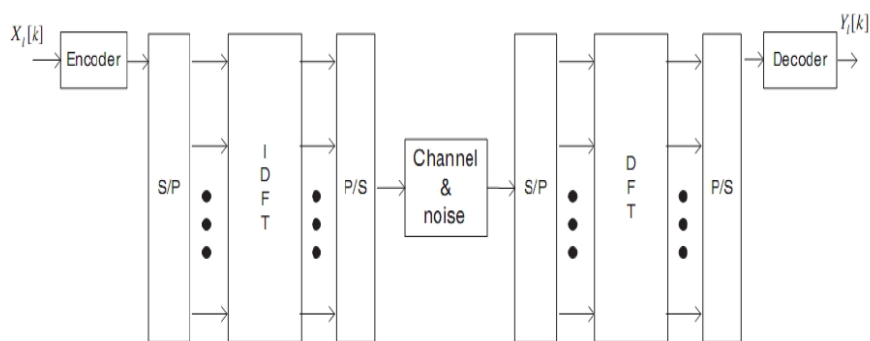
## 1.1. TRANSMISSION MULTI-ORTEUSES

Dans un système de transmission OFDM,  $N_c$  point IFFT tenus pour les symboles transmet  $\{X_l[k]\}$ ,  $k=0, \dots, N_c-1$ , pour générer le signal  $\{x[n]\}$ ,  $n=0, \dots, N_c-1$ , qui représente les échantillons de la somme de  $N_c$  sous porteuses.  $y(n)$  est le signal reçu, qui correspond au signal  $x(n)$  avec du bruit additif  $N(n)$  :

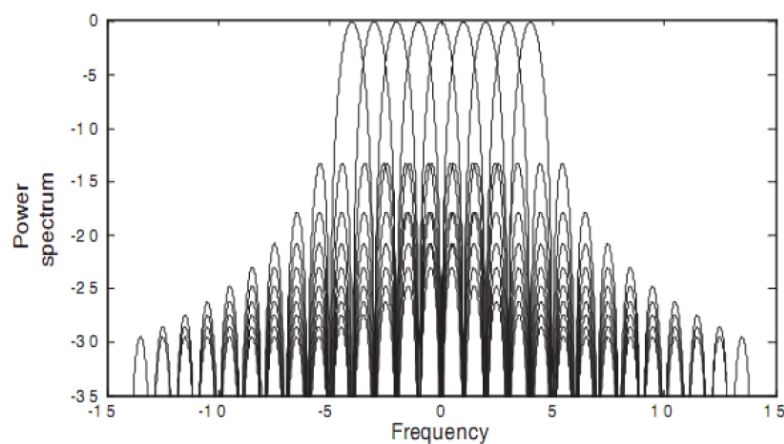
$$y(n) = x(n) + N(n)$$

. Tenu compte des échantillons reçus de  $N_c$  point de la FFT ( $y[n]$ ,  $n=0, \dots, N_c-1$ ) la version bruitée des symboles transmet  $Y_l[k]$ ,  $k=0, \dots, N_c-1$ , peut être obtenue à la réception.

La figure 1.8 montre une structure d'une transmission OFDM implémentée à l'aide d'une IDFT/DFT. Comme toutes les sous porteuses ont une durée  $T_s$ , finie dans le temps, le spectre du signal OFDM peut être considéré comme une somme des fonctions Sinc de fréquences décalées, comme c'est montré dans la figure 1.9 où l'espacement entre sous-porteuses est  $1/T_s$ .



**Figure 1.8** – Système de transmission OFDM et son implémentation utilisant la IDFT/DFT.



**Figure 1.9** – La puissance spectrale d'un signal OFDM (dB).

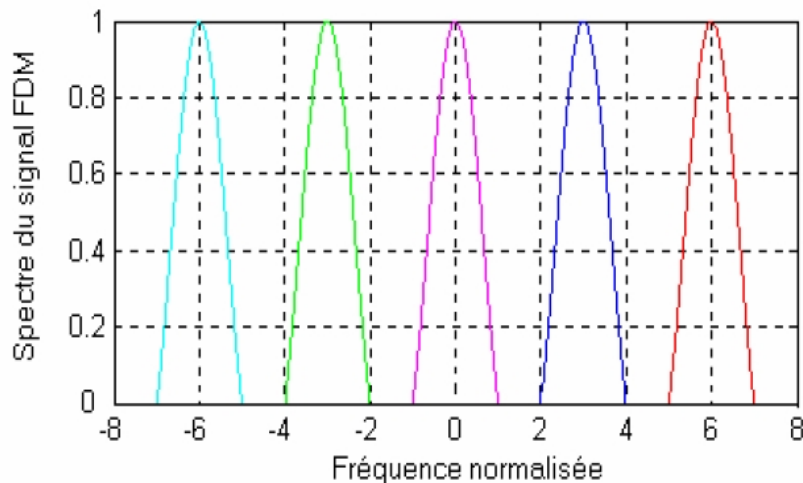
La technique DMT (discrete multi-tone) utilisée dans le système ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) et VDSL (Very high-rate Data digital Subscriber Line) a aussi la même structure que l'OFDM.

Du fait que chaque signal modulant une sous porteuse est limité dans le temps (non limité dans le domaine fréquentiel), il est possible qu'il y'ait des interférences entre porteuses (ICI) important, comme il est montré dans la figure 1.9 où on remarque que le premier lobe secondaire de la fonction Sinc (dans le domaine fréquentiel) n'est pas négligeable par rapport au lobe principale. Ainsi, dans le système OFDM on ajoute une bande de garde, appelée porteuses virtuelles (VCs). On ajoute aussi un intervalle de garde dans le domaine temporel, appelé préfixe cyclique (PC) qui fait réduire l'effet de l'interférence inter-symboles (ISI) entre symboles OFDM[2].

## 1.2 Technique OFDM

L'OFDM utilise le principe du multiplexage fréquentiel utilisé par le FDM. Cependant, dans le cas de l'OFDM, ce multiplexage est fait de manière plus contrôlée permettant une amélioration de l'efficacité spectrale.

Dans le cas de la technique FDM, les signaux transmis doivent avoir une large bande de séparation entre les canaux pour empêcher l'interférence entre ces canaux. Ceci limite l'efficacité spectrale totale des systèmes FDM (figure 1.10)[4].



**Figure 1.10** – Spectre d'un signal FDM formé par 5 canaux.

L'OFDM utilise plusieurs sous porteuses synchronisées en temps et en fréquence entre elles. Cette synchronisation qui est l'objet de notre travail permet de conserver la nature orthogonale de l'OFDM. Grâce à l'orthogonalité de l'OFDM, les différentes sous porteuses se chevauchent dans le domaine fréquentiel mais sans

causer d'interférence entre porteuses ICI (Intercarrier Interference), ce qui réduit la bande de séparation et améliore l'efficacité spectrale du système OFDM (figure 1.11).

### 1.2.1 Orthogonalité

De façon générale, des fonctions sont orthogonales entre elles si elles vérifient les conditions de l'équation 1.3.

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} C & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (1.3)$$

où T est la durée de symbole.

Dans le cas de l'OFDM, des fonctions orthogonales sinusoïdales représentent les sous porteuses d'un signal OFDM réel (équation 1.4).

$$s_k(t) = \begin{cases} \sin(2\pi k f_0 t) & 0 < t < T_{FFT} \quad k = 1, 2, \dots, M \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.4)$$

où  $f_0$  est l'espacement entre les sous porteuses, M est le nombre de sous porteuses  $T_{FFT}$  est la durée du symbole OFDM.

Un signal OFDM est réalisé à partir d'une somme de sinusoïdes, chaque sinusoïde correspond à une sous porteuse. La fréquence en bande de base de chaque sous porteuse est un multiple de l'inverse de la durée du symbole OFDM, ce qui implique que chaque sous porteuse a un nombre entier de période par symbole OFDM. Cette propriété entraîne la vérification de la condition d'orthogonalité (équation 1.3) entre les sous porteuses.

Il existe aussi une autre façon de voir la propriété d'orthogonalité en analysant le spectre du signal OFDM. Dans le domaine fréquentiel, chaque sous porteuse du signal OFDM a une réponse fréquentiel en sinus cardinal,  $\sin(x)/x$ , comme indiqué dans la figure 1.11. Le récepteur reçoit chaque symbole OFDM transmis pendant une durée ( $T_{FFT}$ ) qui correspond à l'inverse de l'espacement fréquentiel  $f_0$ . La nature orthogonale de la transmission est due au fait que la valeur maximale de chaque sous porteuse correspond à des valeurs nulles des autres sous porteuses.

En effet, lorsque le signal OFDM est détecté en utilisant une transformée de Fourier discrète DFT, le spectre vu par le récepteur n'est plus continu, comme indiqué dans la figure 1.11(b), mais échantillonné. Le spectre échantillonné est marqué par des points noirs dans la figure 1.11(a). Les échantillons de la DFT correspondent juste aux valeurs maximales des sous porteuses, alors la région de chevauchement fréquentiel n'affecte pas le spectre vu par le récepteur, par conséquent elle n'affecte pas la transmission OFDM.[4]



### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

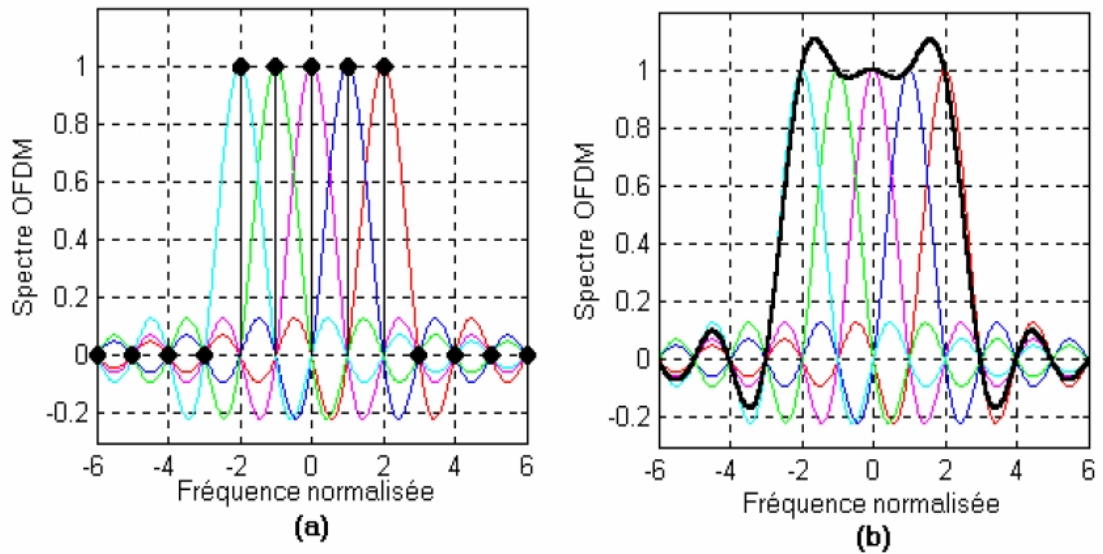


Figure 1.11 – Spectre d'un signal OFDM formé par 5 sous porteuses.[4]

### 1.3 Génération et réception du signal OFDM :

Les signaux OFDM sont générés numériquement à cause de la difficulté de réalisation d'un grand nombre d'oscillateurs synchronisés.

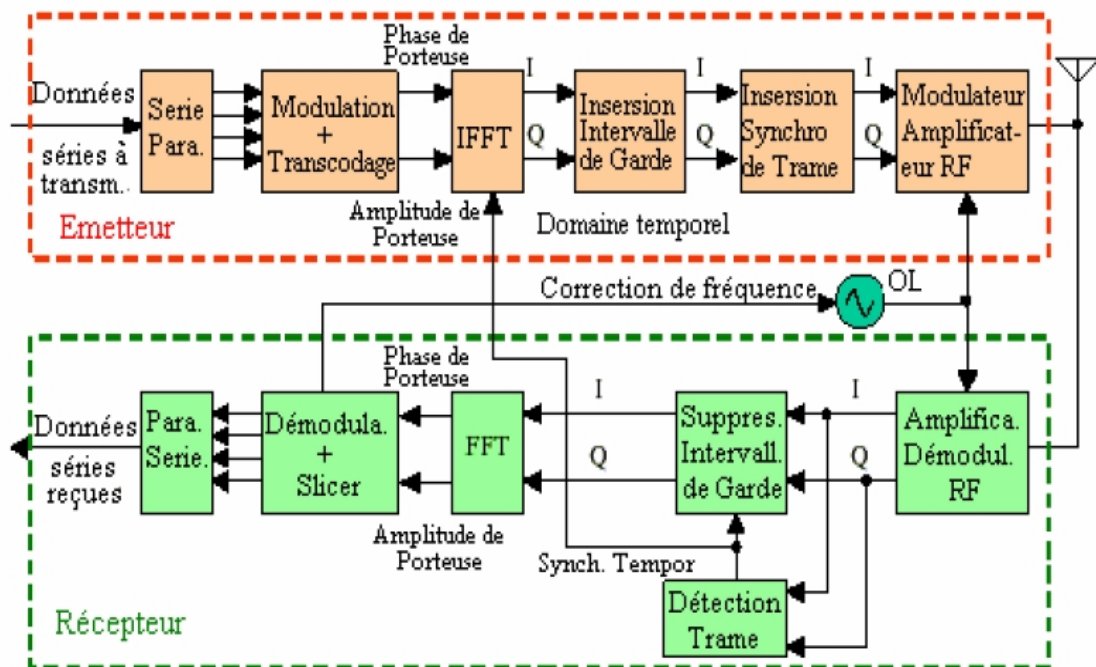


Figure 1.12 – Schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM de base

La figure 1.12 montre le schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM,

### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

qui constitué par différents bloc, où chaque bloc réaliser une opération bien déterminer

L'émetteur OFDM convertit les données binaires, par modulation et transcodage (mapping), en amplitude et phase de chaque sous porteuse. Ces amplitudes et phases représentent les échantillons de spectre du symbole OFDM. L'application de la transformée de Fourier discrète inverse IDFT (Inverse Discrète Fourier Transform) sur les échantillons de spectre du symbole OFDM permet d'avoir les échantillons temporels du symbole OFDM.

La transformée de Fourier inverse rapide IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) réalise la même opération que l'IDFT, sauf qu'elle est plus efficace en calcul ; de ce fait, elle est utilisée dans tous les systèmes pratique.

Afin de transmettre le signal OFDM dans un canal physique, le signal OFDM temporel est modulé par une porteuse sinusoïdale.

Le récepteur réalise l'opération inverse : il démodule le signal reçu pour enlever la porteuse sinusoïdale, utilise la FFT pour analyser le signal OFDM reçu dans le domaine fréquentiel et finalement les amplitudes et les phases des sous porteuses sont prises et converties en données binaires[4].

#### 1.3.1 Conversion série parallèle

Le principe de cette conversion est de transmettre des données numériques en parallèle modulées sur un grand nombre de porteuses à bas débit (figure 1.13). Ceci nous permet d'éviter l'égalisation à grande vitesse.

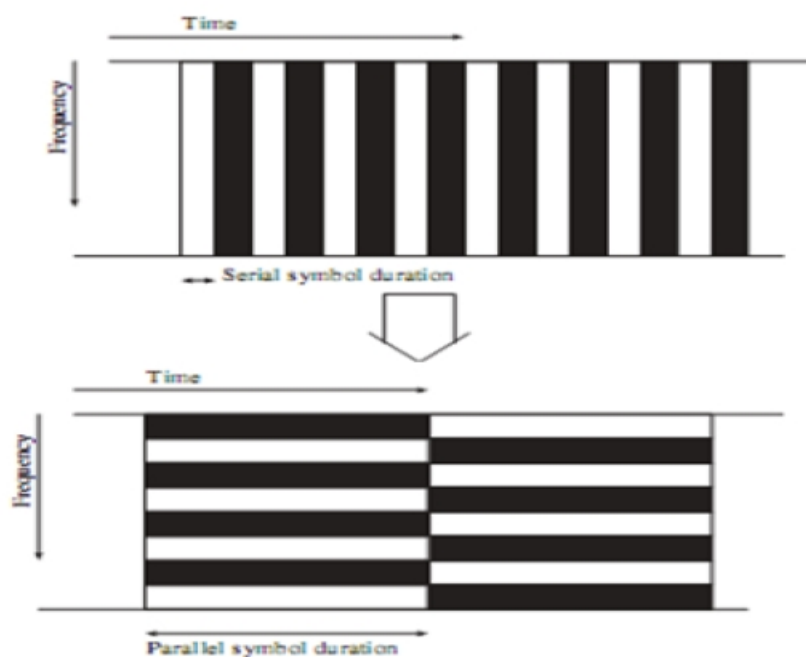


Figure 1.13 – le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle

### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

Les données à transmettre sont sous forme d'un flot de données binaires, chaque symbole OFDM transmet entre 40 jusqu'à 4000 bits. Le nombre de bits transmis dans chaque symbole OFDM dépend de la modulation utilisée par les sous porteuses et du nombre de sous porteuses utilisées[5].

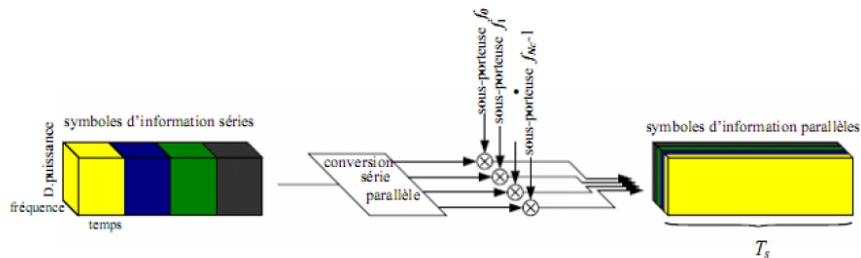


Figure 1.14 – Modulation multi-porteuse avec  $N_c=4$  sous-porteuse

Exemple :

Dans une transmission OFDM utilisant 100 sous porteuses par exemple modulées toutes par une 32-QAM (modulation d'amplitude en quadrature), alors chaque sous porteuse portera 5 bits et chaque symbole OFDM portera 500 bits.

#### 1.3.2 Modulation des sous porteuses

Les sous porteuses sont modulées par les transcodes (position des symboles dans la constellation). Chaque transcode est un nombre complexe représenté par un vecteur (vecteur IQ) dans la constellation. La figure 1.15 montre un exemple de modulation des sous porteuses en utilisant le schéma de modulation QAM. Dans ce cas, chaque sous porteuse porte 2 bits par symbole OFDM.

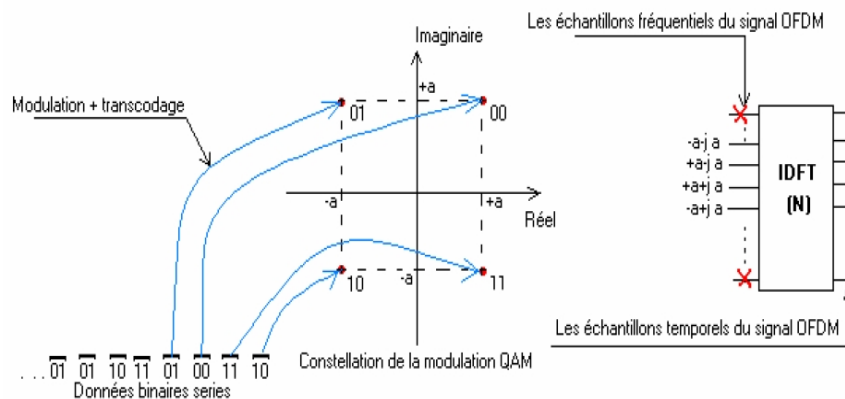
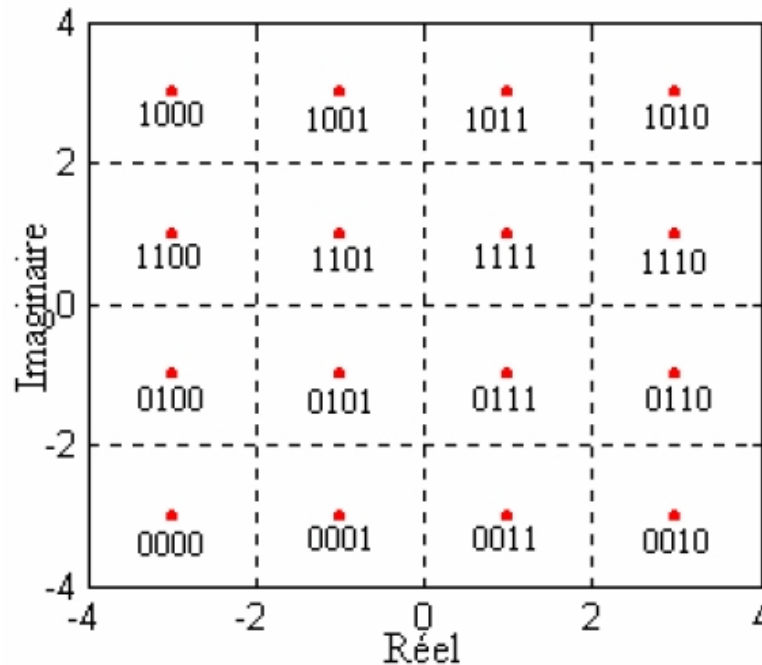


Figure 1.15 – Modulation QAM des sous porteuses

### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

La figure 1.16 donne un autre exemple de modulation des sous porteuses. Cette fois c'est le schéma de modulation 16-QAM. Chaque combinaison de 4 bits avec codage en gray correspond à un seul vecteur IQ.



**Figure 1.16** – Exemple d'une constellation 16-QAM.

A la réception, l'opération inverse représente la démodulation des sous porteuses. Durant la transmission, le signal est distordu et corrompu par le bruit. La figure 1.17 montre un exemple du signal OFDM, utilisant une modulation 16-QAM, reçu avec un SNR de 18 dB.

Aucun point de la constellation des symboles reçus n'a une position précise à cause du bruit de canal. Le récepteur doit estimer la position originale la plus probable de chaque vecteur reçu. Ceci est fait en trouvant le vecteur de la constellation le plus proche du vecteur reçu.

Une erreur a lieu lorsque le bruit dépasse la moitié de l'espacement entre les points voisins de la constellation de la modulation utilisée.

#### 1.3.3 Conversion du domaine fréquentiel au domaine temporel

Après l'étape de la modulation, les sous porteuses sont mises à des amplitudes et phases basées sur les données à transmettre et le schéma de modulation utilisé ; toutes les sous porteuses non utilisées sont mises à zéro. Ceci établit le signal OFDM dans le domaine fréquentiel. L'IFFT est utilisée pour convertir ce signal au domaine temporel.

### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

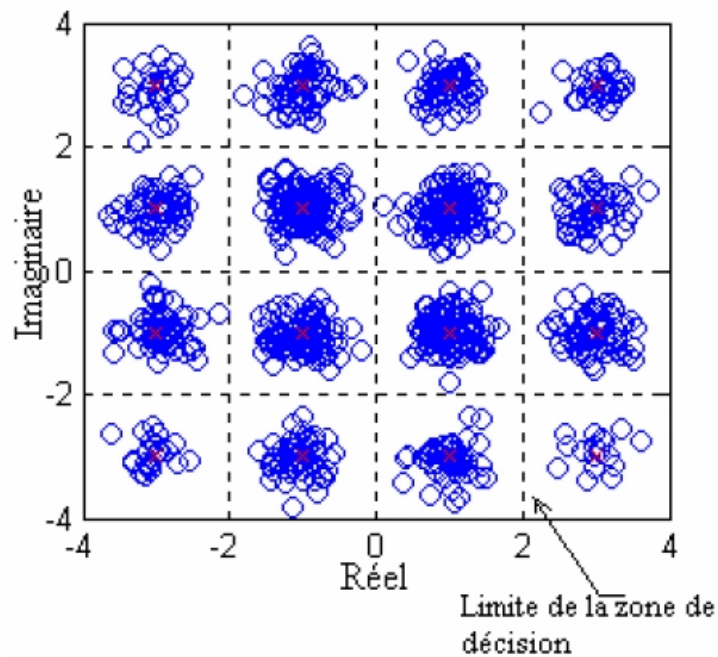


Figure 1.17 – Constellation des vecteurs IQ à la réception

La figure 1.18 montre la partie IFFT de l'émetteur OFDM. Dans le domaine fréquentiel, avant l'application de l'IFFT, chaque échantillon de l'IFFT correspond à une seule sous porteuse. La plupart des sous porteuses sont modulées par les données.

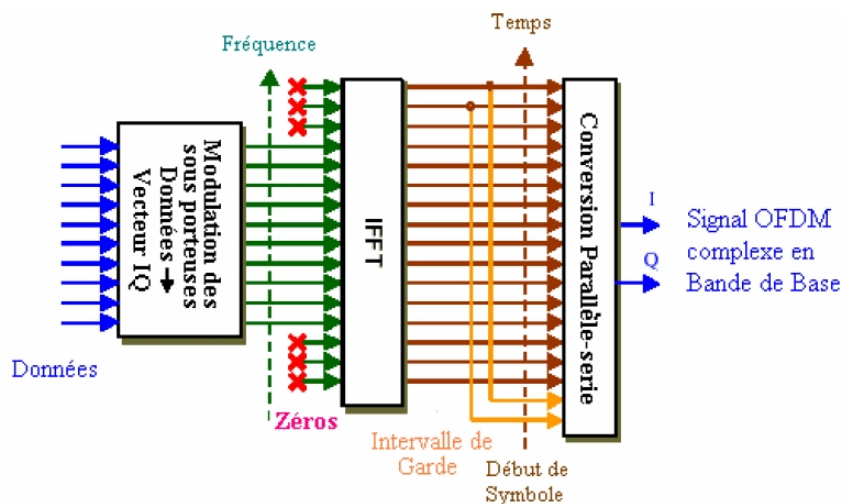
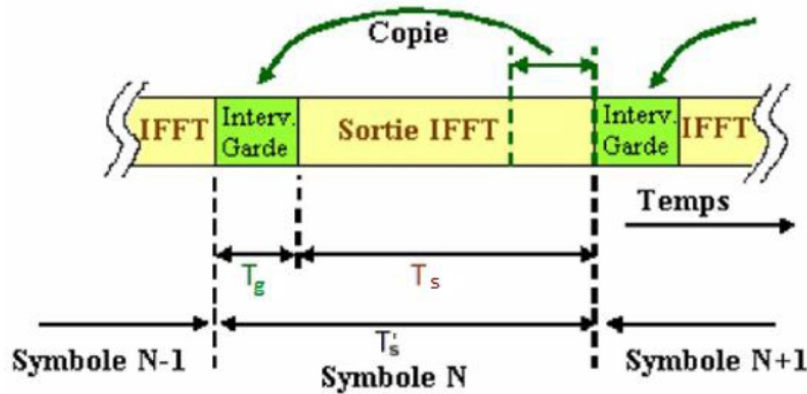


Figure 1.18 – Génération de l'OFDM, étage de l'IFFT.

Les sous porteuses périphériques ne sont pas modulées, c'est-à-dire elles sont mises à zéro. Ces sous porteuses nulles donnent un intervalle de garde fréquentiel avant la fréquence de coupure du filtre de reconstruction passe bas[4].

### 1.3.4 L'intervalle de garde pour l'OFDM

L'effet de l'ISI sur le signal OFDM peut être minimisé davantage par l'addition d'un intervalle de garde (guard period) au début de chaque symbole OFDM. Cet intervalle est une copie de la fin du symbole OFDM, qui prolonge la durée du symbole OFDM (figure 1.19 et 1.20).



**Figure 1.19** – Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM.

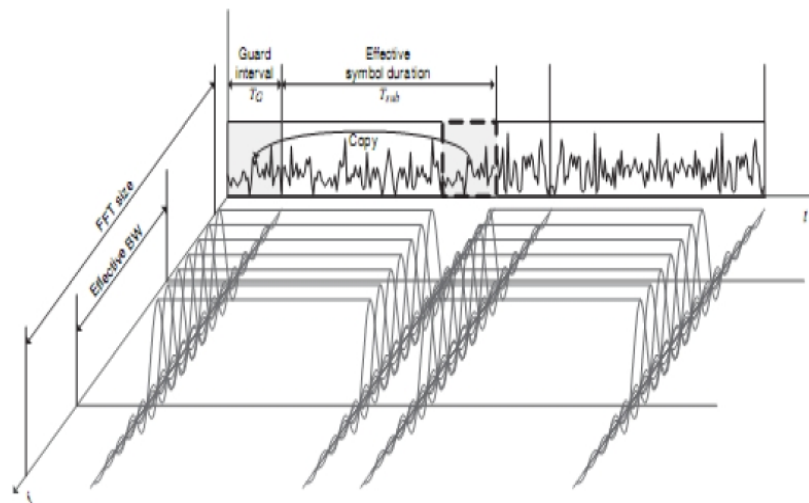
La nouvelle durée totale du symbole OFDM est  $T'_s = T_g + T_s$ .

où

$T_g$  est la durée de l'intervalle de garde ajouté.

$T_s$  est la durée initiale du symbole généré par l'IFFT.

L'intervalle de garde doit être plus grand que le retard max de propagation prévue.

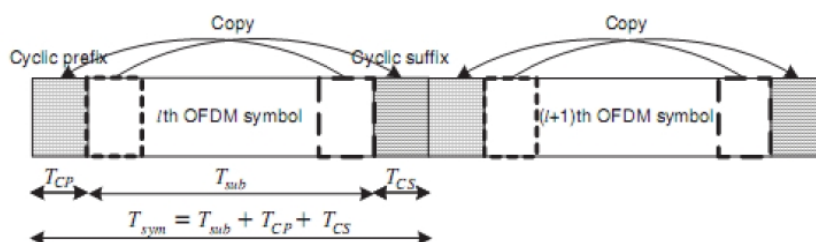


**Figure 1.20** – description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix) [2]

### 1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM :

Il existe deux types principaux d'intervalles de garde; le plus fréquemment utilisé est le préfixe cyclique (Cyclic Prefix (CP)) qui fait précéder chaque symbole OFDM par une extension périodique du signal lui-même. L'autre type est le ZeroPadding (ZP) qui fait compléter chaque symbole OFDM par des zéros [1].

Il existe aussi ce qu'on appelle un suffixe cyclique CS, ce qui joue le même rôle que le CP, sauf qu'on l'ajoute à la fin d'un symbole OFDM et qui contient une copie du début du signal OFDM [1]. et par fois on les utilise les deux en même temps comme montrer dans la figure 1.21



**Figure 1.21** – symbole OFDM avec CP et un CS [2].

L'intervalle de garde est ajouté dans le domaine temporel et son essentiel rôle est de prévenir aux ISI, par contre une bande de garde est ajoutée dans le domaine fréquentiel qui a pour but l'élimination d'ICI du signal OFDM.[2]

#### 1.3.5 BER d'un système OFDM :

BER en anglais (Bits Erreurs Rate) signifie le taux de bits erronés, qui est un facteur essentiel pour l'évaluation de la qualité des communications numérique. Les expressions analytiques du BER pour une modulation M-QAM, d'un canal de Rayleigh et d'un bruit additif gaussien AWGN, sont données par :

**Canal de Rayleigh :**

$$p_e = \frac{M-1}{M \log_2 M} \left( 1 - \sqrt{\frac{3\xi \log_2 M / (M^2 - 1)}{3\xi \log_2 M / (M^2 - 1) + 1}} \right) \quad (1.5)$$

**Canal AWGN :**

$$p_e = \frac{2(M-1)}{M \log_2 M} Q \left( \sqrt{\frac{6E_b \log_2 M}{N_0 \cdot M^2 - 1}} \right) \quad (1.6)$$

où  $\xi = E_b/N_0$  et M est l'ordre de la modulation. Alors que  $Q(\cdot)$  est la fonction standard définie par :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (1.7)$$

## 1.4. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE LA TECHNIQUE OFDM

Notant que le  $SNR_t$  en temps diffère de celui en fréquence  $SNR_f$ , et sont liés par l'équation suivante :

$$SNR_t = SNR_f + 10 \log\left(\frac{N_{used}}{N}\right), [dB] \quad (1.8)$$

Tel que  $N_{used}$  est le nombre de sous porteuses utilisées et  $N$  représente la taille de la FFT.

### 1.3.6 Modèle mathématique d'un symbole OFDM

Le modèle mathématique d'un symbole OFDM  $s(t)$ , qui sera adopté pour les chapitres suivants est :

$$s_q(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a_q^k e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (1.9)$$

$n \in \tau_2$

$a$  : les symboles informatifs.

$q$  : le  $q^{ieme}$  symbole.

## 1.4 Avantages et inconvénients de la technique OFDM

### 1.4.1 Les avantages :

- Une haute efficacité spectrale.
- Une réalisation digitale simple par utilisation du IFT et IFFT.
- Réduction de la complexité des récepteurs due à la possibilité d'éviter les ISI et ICI par insertion d'un intervalle de garde.

### 1.4.2 Les inconvénients :

- Les signaux multi-porteuses ont un coefficient PAPR (Peak to Average Power ratio) élevé, ce qui nécessite l'utilisation des Amplificateurs à haute linéarité.
- La perte dans l'efficacité spectrale due à l'addition d'un intervalle de garde.
- La sensibilité à l'effet Doppler est supérieure par rapport aux systèmes de modulation mono-porteuse.
- Une synchronisation parfaite en temps et en fréquence est nécessaire.



## 1.5 Canal radio mobile

Le canal de propagation décrit le support physique de la transmission. Il peut être invariant dans le temps, par exemple dans le cas d'une transmission sur câble ou variant dans le temps (cas d'une transmission dans un canal radio mobile). La variation dans le temps de ce dernier est due essentiellement à la propagation par trajets multiples et à la mobilité du récepteur (voir figure 1.22), et elle constitue la caractéristique principale du canal radio mobile. En plus de la variation dans le temps, le canal radio mobile souffre de plusieurs imperfections comme l'évanouissement, l'interférence, l'effet Doppler et l'effet de masque.

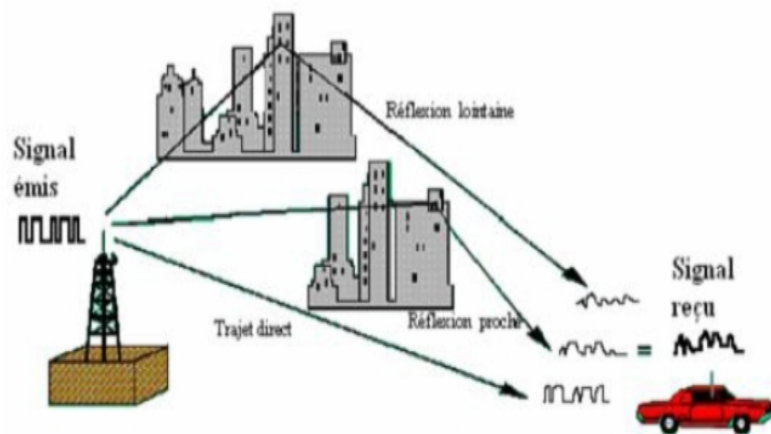
Par conséquent, un modèle précis de canal décrivant le comportement de la propagation d'onde dans différents environnements (tels que mobile/fixe et indoor/outdoor) est nécessaire.

Ceci peut permettre, par des simulations, d'estimer et de valider l'exécution d'un arrangement donné de transmission.

### 1.5.1 Caractéristiques du canal radio mobile

Dans le canal radio mobile (voir figure 1.22), le signal transmis souffre de différents effets, qui sont caractérisés comme suit :

- ★ La propagation multi-trajet,
- ★ L'effet Doppler,
- ★ L'évanouissement (Fading),
- ★ Les pertes dues à la distance ou Path Loss.



**Figure 1.22** – La propagation multi-trajet variable dans le temps

#### a) Propagation multi-trajet

La propagation multi-trajet se produit par suite de réflexion, dispersion et

de diffraction de l'onde électromagnétique transmise à travers différents obstacles. Ainsi, à la réception beaucoup de signaux arrivent de différentes directions avec des retards, des atténuations et des phases diverses.

La superposition de ces derniers donne des variations d'amplitude et de phase du signal reçu, qui rend difficile la récupération du signal d'information d'origine .

**b) Effet Doppler** L'effet Doppler est le décalage de la fréquence , du signal transmis, à la réception d'une quantité  $f_D$  qui est donnée par la fréquence Doppler :

$$f_D = \frac{vf_c \cos(\alpha)}{c} \tag{1.10}$$

où :

$v$  : la vitesse de déplacement du récepteur.

$c$  : la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans l'air,  $c = 3.10^8 m/s$ .

$\alpha$  : l'angle entre  $\vec{v}$  (vitesse de déplacement) et  $\vec{k}$  (direction de propagation du champ), (voir figure 1.23). Le décalage de la fréquence est dû à la variation d'amplitude et de phase du signal reçu, qui est le résultat de déplacement des objets dans le canal radio [6].

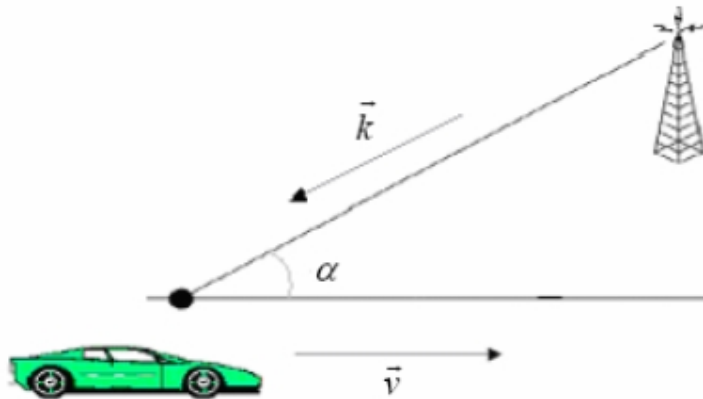


Figure 1.23 – Schéma représentatif de l'effet Doppler

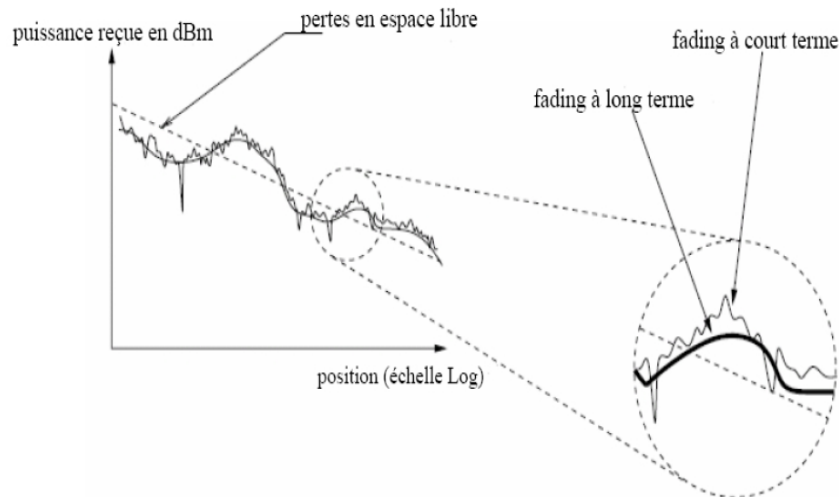
Le maximum de la fréquence Doppler détermine la variation dans le temps du canal radio mobile , il est donné par :

$$f_{dmax} = \frac{vf_c}{c} \tag{1.11}$$

**c) Évanouissement (Fading) :** C'est la variation de la puissance du signal en fonction du temps ou de la distance. On peut distinguer deux types de fading :

- **Fading à court terme**

Ce sont les fluctuations de la puissance du signal reçu sur un intervalle de temps ou un déplacement suffisamment petit (voir Figure 1.24). Il est causé par le multi-trajet, l'effet Doppler et la bande passante du signal émis. Le fading à court terme apparaît en moyenne dans le temps à une fréquence égale à deux fois la fréquence de Doppler.



**Figure 1.24** – Les catégories de fading en fonction de la distance

- **Fading à long terme :**

C'est les fluctuations de la puissance du signal reçu mesurée sur un déplacement de plusieurs dizaines de longueurs d'onde ou sur un intervalle de temps suffisamment grand (voir Figure 1.24), il est appelé aussi "Log-Normal fading" ou bien "Shadowing". Il est dû principalement à l'effet de masque par des obstacles (collines, forêts, immeubles, ...) [4].

**d) Pertes dues à la distance ou Path Loss :**

Elles dépendent de plusieurs facteurs comme la fréquence et la hauteur de l'émetteur. En effet, pour les basses fréquences, les pertes sont plus faibles. Ainsi comme la puissance d'émission du mobile est plus faible que celle de la base, le mobile émettra sur une fréquence plus basse appelée canaux montants en opposition aux canaux descendants. Les pertes sont plus faibles quand l'émetteur est plus haut. De plus à partir d'une certaine distance apparaît un point de rupture (break point), au-delà duquel l'atténuation est plus élevée avec la distance.

## 1.5.2 Modélisation du canal radio mobile

Le canal radio mobile peut être caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $h(\tau)$ , ou par sa fonction de transfert  $C(f, t)$ , qui sont variables dans le temps, où  $C(f, t)$

est la transformée de Fourier de  $c(t, \tau)$ . La réponse impulsionnelle représente la réponse du canal au temps  $t$ , à une impulsion appliquée au temps  $t_\tau$ . On suppose que le canal radio mobile est un processus aléatoire stationnaire au sens large, c.-à-d., le canal a une statistique d'évanouissement (fading) qui reste constante dans de courtes périodes de temps ou distances spatiales. La réponse impulsionnelle du canal radio mobile se compose de plusieurs impulsions dispersées à travers  $N_p$  trajets différents. Elle est donnée par [6] :

$$c(t, \tau) = \sum_{p=0}^{N_p-1} a_p e^{j(2\pi f_{D,p}t + \phi_p)} \delta(\tau - \tau_p) \quad (1.12)$$

$$\delta(\tau - \tau_p) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau = \tau_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.13)$$

avec :

$a_p, f_{D,p}, \phi_p$  et  $\tau_p$  sont respectivement l'amplitude, la fréquence Doppler, la phase et le retard de propagation, associés au trajet  $p$ ,  $p=0,1,2,\dots,N_p-1$

La fonction de transfert du canal est [3] :

$$c(t, \tau) = \sum_{p=0}^{N_p-1} a_p e^{j(2\pi(f_{D,p}t - f\tau_p) + \phi_p)} \quad (1.14)$$

Les retards sont mesurés par rapport au premier signal détecté à la réception. La fréquence de Doppler dans les équations ( 1.10) et ( 1.11) est donnée par :

$$f_{D,p} = \frac{vf_c \cos(\alpha_p)}{c} \quad (1.15)$$

où  $\alpha_p$  est l'angle d'incidence associé au trajet  $p$ .

La figure 1.25 représente un exemple de la réponse impulsionnelle, et la fonction de transfert du canal. Sous l'hypothèse que le canal est stationnaire au sens large (SWS chanel) et que  $(\tau_1, t)$  et  $(\tau_2, t)$  sont incorrélés pour  $\tau_1$  différent de  $\tau_2$  (Uncorrelated Scattering US), on définit la densité spectrale de puissance croisée (the delay cross-power spectral density) par :

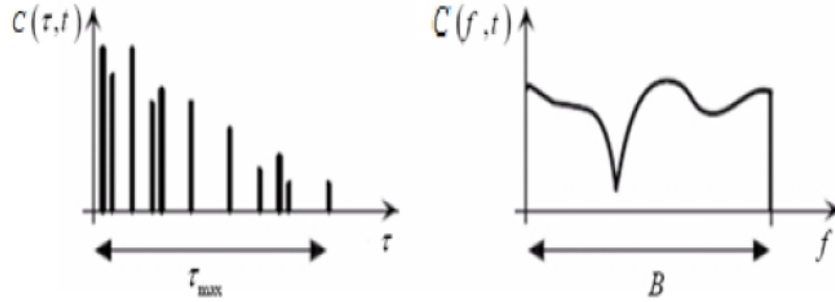
$$\rho(\tau, \Delta t) = \frac{1}{2} E\{c(\tau, t)c^*(\tau, t + \Delta t)\} \quad (1.16)$$

où :  $E\{.\}$  c'est l'opérateur de l'espérance mathématique.

La transformé de Fourier de  $c(t, \Delta t)$  dans la direction du temps, donne la fonction de diffusion (Scattering function) retard-Doppler  $S(\tau, f_D)$ , qui est donné par.

$$S(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau, \Delta t) e^{-2\pi f_D(\Delta t)} d(\Delta t) \quad (1.17)$$

La densité spectrale de puissance des retards  $\rho(\tau, \Delta t)$ , qui caractérise la sélectivité fréquentiel du canal radio mobile, donne la puissance moyenne de sortie du canal



**Figure 1.25** – La réponse impulsionnelle et la fonction de transfert variables dans le temps

en fonction du retard  $\tau$ .  $S(\tau, f_D)$  est donnée par :

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f_D) d(f_D) \quad (1.18)$$

Le retard moyenne  $\bar{\tau}$ , la dispersion des retards (ou le retard de Root Mean square)  $\tau_{RMS}$  et l'étalement des retards (ou le retard maximal)  $\tau_{max}$  sont des paramètres qui caractérisent la densité spectrale de puissance des retards [6].

Le retard moyen est donné par :

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} \quad (1.19)$$

où :

$$\Omega_p = |a_p|^2 \quad (1.20)$$

$\Omega_p$  est la puissance du trajet  $p$ . Le retard  $\tau_{RMS}$  est défini par :

$$\tau_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p^2 \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} - \bar{\tau}^2} \quad (1.21)$$

De la même façon, La densité spectrale de puissance de Doppler  $S(f_D)$  caractérise la variation temporel du canal, et donne la puissance moyenne de sortie en fonction de la fréquence  $f_D$ .

$S(f_D)$  est donné par :

$$S(f_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f_D) d(\tau) \quad (1.22)$$

La dispersion de fréquence est quantifiée par  $f_{Dmax}$  et  $f_{spread}$ . Doppler spread

( $f_{D_{spre}}$ ) est la bande passante de la densité spectrale de puissance de Doppler, et prend des valeurs dans l'intervalle :

$$f_{D_{spread}} \leq 2 | f_{D_{max}} | \quad (1.23)$$

### 1.5.3 Statistiques de fading du canal

Les statistiques du processus de fading qui caractérisent le canal sont très importantes pour la détermination des paramètres de son modèle. Une approche simple et employée souvent est obtenue à partir de la supposition qu'il y a un grand nombre d'ondes dispersées dans le canal, qui contribuent au signal reçu. L'application du théorème de la limite centrale mène à un processus gaussien complexe pour la réponse impulsionnelle du canal.

En l'absence de la ligne de vue (LOS : Ligne Of Sight) ou d'un composant dominant, le processus est de moyenne nulle. L'amplitude de la fonction de transfert du canal est :

$$a = a(f, t) = | C(f, t) | \quad (1.24)$$

est une variable aléatoire, qui suit une distribution de Rayleigh donnée par ( 1.25) :

$$p(a) = \frac{2a}{\Omega} e^{-\frac{a^2}{\Omega}} \quad (1.25)$$

où,  $\Omega = E\{a^2\}$  est la puissance moyenne. La phase est uniformément distribuée dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Dans le cas du canal multi-trajet qui contient une ligne de vue (LOS) ou une composante dominante, la réponse impulsionnelle du canal ne peut plus être modélisée à moyenne nulle. Sous la supposition d'un processus gaussien complexe pour la réponse impulsionnelle du canal, l'amplitude de la fonction de transfert suit une distribution de Rice donnée par :

$$p(a) = \frac{2a}{\Omega} e^{-\frac{a^2}{\Omega + k_{Rice}}} I_0\left(2a\sqrt{\frac{k_{Rice}}{\Omega}}\right) \quad (1.26)$$

Le facteur de Rice  $k_{Rice}$  est déterminé par le rapport de la puissance de LOS sur la puissance des signaux dispersés.  $I_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0. La phase est uniformément distribuée dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

### 1.5.4 Interférence Inter-symboles (ISI) et Inter-canal (ICI)

La dispersion des retards (The delay spread) peut causer l'interférence inter-symbole (ISI), quand les symboles d'information adjacents interfèrent entre eux à cause de différents retards en différents trajets de propagation. Le nombre de symboles interférés dans un système de modulation mono-porteuse (single-carrier)

est donné par la relation ( 1.27) :

$$N_{ISI,mono-porteuse} = \frac{\tau_{max}}{T_d} \quad (1.27)$$

Pour les applications à débit élevé avec une durée de symbole très courte  $T_d < \tau_{max}$  l'effet d'ISI et la complexité de récepteur peuvent augmenter de manière significative. Cet effet peut être contrarié par différentes mesures telles que l'égalisation dans le domaine temporel ou fréquentiel. Dans les systèmes d'étalement de spectre, les récepteurs Rake avec plusieurs doigts (arms) sont utilisés pour réduire l'effet d'ISI par exploitation de la diversité multi trajets tel que chaque doigt est adapté aux différents trajets de propagation.

Si  $T_d \gg \tau_{max}$  l'effet d'ISI est négligeable. Cet effet est exploité dans la transmission multiporteuse ou la durée d'un symbole augmente avec le nombre de sous-porteuses , ce qui permet de diminuer le nombre d'ISI par la relation ( 1.28) :

$$N_{ISI,mono-porteuse} = \frac{\tau_{max}}{NT_d} \quad (1.28)$$

Le maximum d'étalement Doppler dans les applications radio mobile qui utilisent la modulation mono-porteuse est généralement plus faible que la distance entre les canaux adjacents, donc dans ce cas l'étalement n'est pas un problème.

Pour les systèmes de modulation multi-porteuse l'espace entre les sous-canaux  $F_s$  devient très petit, donc l'effet Doppler peut causer d'ICI significatif, ce qui dégrade les performances du système. Donc, à la réception on est obligée d'utiliser des récepteurs complexes tel que le récepteur Rake dans le domaine fréquentiel. Pour éviter l'ICI il faut vérifier la condition ( 1.29) :

$$F_s \gg f_{Dmax} \quad (1.29)$$

Après vérification des conditions ( 1.27), ( 1.28) on peut éliminer l'ISI et l'ICI résiduel par utilisation d'un intervalle de garde .

### 1.5.5 Modélisation d'un canal multi-porteuse

Les systèmes multi-porteuses peuvent être simulés dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel. Les pré-conditions d'implémentation d'un modèle dans le domaine fréquentiel sont :

- L'absence d'ISI et d'ICI.
- Avoir pour chaque sous-porteuse un Fading non sélectif en fréquence.
- L'invariance dans le temps pendant un symbole OFDM.

La fonction de transfert de canal discrète adapté aux signaux multi-porteuse résulte en :

$$C_{n,i} = C(nF_s, iT_s) = \sum_{p=0}^{N_p-1} a_p e^{j(2\pi(f_{D,p}iT_s - nF_s\tau_p) + \phi_p)} = a_{n,i} e^{j(\phi_{n,i})} \quad (1.30)$$

où la fonction de transfert continue  $C(f, t)$  est échantillonnée dans le temps à des périodes de  $T_s$  et en fréquence à des espaces de  $F_s$  [6].

## Conclusions

Le travail mené dans ce chapitre a permis d'évaluer le potentiel de l'utilisation des techniques multiporteuses OFDM dans le cadre de la mise en oeuvre d'une structure de synchronisation pour les systèmes de communications.

Le problème majeur des systèmes qui utilise la technique OFDM leurs sensibilité aux effets du canal comme le multi- trajet et l'effet Doppler. Plusieurs progrès ont été faits dans le domaine de la lutte contre ces problèmes et à chaque fois, on propose de nouvelles techniques plus efficaces que leurs précédentes.

Il est donc absolument nécessaire de corriger ces différentes erreurs de synchronisation, mais il faut d'abord étudié l'effet de ces erreurs sur la performance du systèmes et ça se sera l'objectif du chapitre suivant.



# Chapitre

# 2

## problème de synchronisation dans les systèmes OFDM

---

### Introduction

La démodulation et la détection des signaux OFDM nécessitent une synchronisation très précise. Des erreurs de synchronisation dans les systèmes OFDM, provoquent des interférences inter-symboles (ISI) et des interférences inter canaux (ICI), ce qui dégrade énormément les performances de ces systèmes. Il existe en général deux type d'erreur de synchronisation :

- Erreurs de synchronisation en temps.
- Erreurs de synchronisation en fréquence.

Nous présentant dans ce chapitre ces deux erreurs et nous étudions séparément leurs effets sur les performances du système.

## 2.1 Modèle des erreurs de synchronisation

Comme indiqué précédemment l'un des inconvénients des systèmes multi porteuses est leur grande sensibilité aux erreurs de synchronisation. En fait l'erreur de synchronisation temporel STO (symbole timing offset) et l'erreur de synchronisation fréquentiel CFO (carrier frequency offset) peuvent se détériorer de manière significative la performance des systèmes OFDM. Plus précisément, la synchronisation temporel incorrecte peut provoquer des interférences entre symboles successifs et, si elle n'est pas parfaitement compensées avant le processus d'égalisation, peut conduire à une sévère dégradation des performances. En outre, un CFO induit une réduction de l'amplitude du signal utile et provoque des interférences entre sous-porteuses adjacentes[7].

Pour étudier les effets des erreurs de synchronisation sur les performances des Systèmes OFDM. Prenons le signal reçu en présence d'un retard  $\tau$  et un décalage de fréquence  $\Delta f$ . Dans ce cas, dans l'hypothèse d'idéaux filtres EADC du CAD et en l'absence de bruit, il s'ensuit que :

$$r(t) = \frac{N}{M} \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i) \text{sinc} \left( \frac{t - \tau - iT_c}{T_c} \right) e^{j2\pi\Delta f t} \quad (2.1)$$

Supposons encore que le retard  $\tau$  est un nombre entier de la période d'échantillonnage du système  $\tau = \theta T_c$ .

Notons par  $\hat{\theta}$  Le retard estimé, on obtient donc :

$$\begin{aligned} r_q(k + \hat{\theta}) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i) e^{j2\pi\Delta f [(k+\hat{\theta})T_c + qT]} \delta[k + qM + \hat{\theta} - \theta - i] \\ &= s_q(k + \Delta\theta) e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi\right)} \end{aligned} \quad (2.2)$$

où

- $\epsilon \triangleq fT_c N$  est le décalage fréquentiel normalisé par rapport à la distance entre sous porteuses.
- $\Delta\theta \triangleq \hat{\theta} - \theta$  est l'erreurs commise lors de l'estimation du retard,
- la phase  $\phi \triangleq 2\pi\epsilon \left[ q + \frac{(qL_c + \hat{\theta})}{N} \right]$

Nous présentons dans les deux sections suivantes, les effets des erreurs de synchronisation en fréquence et en temps, séparément, sur le système OFDM. Pour l'étude de l'effet du CFO, on suppose que le décalage temporel est nul (c-à-d  $\Delta\theta = 0$ , et  $\Delta f \neq 0$ ), et ensuite pour l'étude de l'effet du STO on suppose que le décalage fréquentiel est nul (c-à-d  $\Delta\theta \neq 0$ , et  $\Delta f = 0$ ).

## 2.2. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION EN FRÉQUENCE :

### 2.2 Effet de l'erreur de synchronisation en fréquence :

La transmission d'un signal à bande étroite sur un canal radio nécessite une translation fréquentielle du signal modulé en bande de base à une fréquence porteuse HF notée  $f_c$ . Cette opération est accomplie par un oscillateur moyennant la multiplication du signal par une sinusoïde souvent appelée porteuse. Le récepteur réalise l'opération inverse moyennant un deuxième oscillateur local. Cependant, ces deux oscillateurs d'émission et de réception ne peuvent pas avoir en pratique exactement la même fréquence porteuse et il existe toujours un décalage entre les deux oscillateurs. C'est ce décalage fréquentiel qui cause les distorsions au signal reçu démodulé[9].

Le décalage fréquentiel fait que le signal reçu n'est pas échantillonné aux sommets, ce qui veut dire que l'échantillon considéré n'est pas au maximum de son énergie. De l'énergie provenant d'autres échantillons fait, aussi, parti du présent échantillon. Une présentation de cet effet dans le domaine fréquentiel est donnée dans la figure 2.1 :

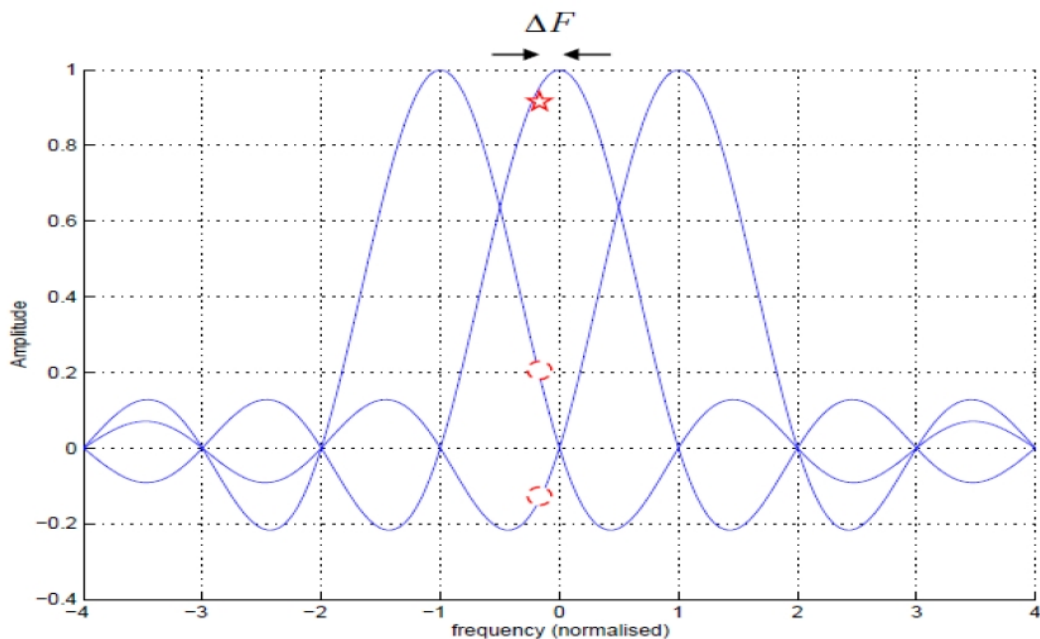


Figure 2.1 – Effet du décalage fréquentiel.

Comme il est illustré dans la figure 2.1, un décalage fréquentiel fait que le signal n'est pas échantillonné au sommet (représenté par une étoile dans la figure), en plus, on prend des échantillons des autres symboles (représentés par des cercles dans la figure) ce qu'on appelle interférences inter-porteuses (ICI).

Les systèmes OFDM sont plus sensibles aux erreurs du décalage fréquentiel que les systèmes mono-porteuses à cause du chevauchement qu'il y a entre les sous porteuses[7].

## 2.2. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION EN FRÉQUENCE :

Nous présentons ici les effets du décalage fréquentiel, séparément, c.-à-d, Nous supposons que la synchronisation temporelle est parfaite  $\Delta\theta = 0$ . Le signal reçu au niveau d'un récepteur OFDM s'écrit donc :

$$r_q(n) = s_q(n)e^{j(\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi)} + w_q(n) \quad (2.3)$$

avec  $s_q(k)$ , est le signal émis exprimé par le modèle

$$s_q(k) = \frac{1}{N} \sum_{h=0}^{N-1} a_q^h e^{j\frac{2\pi}{N}hk}$$

et la phase est exprimée par :  $\phi \triangleq \frac{2\pi}{N}\epsilon qM$

Dans le cas où l'erreur de synchronisation en fréquence est un nombre entier multiple de l'espacement entre sous-porteuses, ces dernières subissent une même rotation et gardent donc leur orthogonalité. Par contre, un décalage fréquentiel égal à une fraction de l'espacement entre sous-porteuses peut provoquer un ICI et une atténuation du signal transmit.

Considérons le signal reçu à la sortie du démodulateur OFDM [8] :

$$\tilde{a}_q^l = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ s_q(k)e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi]} + w_q(k) \right] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \quad (2.4)$$

En remplaçant le signal émit  $s_q(k)$  par son expression on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_q^l &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{e^{j(\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi)}}{N} \sum_{h=0}^{N-1} a_q^h e^{j\frac{2\pi}{N}hk} + w_q(k) \right] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \\ &= e^{j[\pi\epsilon(\frac{N-1}{N}) + \phi]} \frac{\sin(\pi\epsilon)}{N \sin\left(\frac{\pi\epsilon}{N}\right)} a_q^l \\ &\quad + \underbrace{\frac{e^{j\phi}}{N} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}k(h-l+\epsilon)}}_{ICI} + \eta(l) \\ &= \frac{e^{j\phi}}{N} a_q^l I_0(\epsilon) + \underbrace{\frac{e^{j\phi}}{N} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h I_{h-l}(\epsilon)}_{ICI} + \eta(l) \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec

$$I_0(\epsilon) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}k(\epsilon+p)} = \frac{\sin[\pi(\epsilon+p)]}{\sin\left[\frac{\pi}{N}(\epsilon+p)\right]} e^{j[\pi(\frac{N-1}{N})(\epsilon+p)]} \quad (2.6)$$

## 2.2. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION EN FRÉQUENCE :

De l'équation 2.5, on constate que le signal reçu est constitué d'une somme de trois termes :

- Un terme désignant l'information utile avec une atténuation et une rotation de phase.
- Un terme représentant un bruit additif.
- Un terme représentant l'interférence inter-porteuses.

L'expression analytique du taux de bits erronés (BER), causé par le décalage fréquentiel, pour un canal AWGN est donnée par l'équation [7] :

$$D(db) \triangleq \frac{SNR}{SNR_e(\epsilon)} \simeq \frac{10(\pi\epsilon)^2 SNR}{3 \ln 10} = \frac{10(\pi\Delta f T_c N)^2 SNR}{3 \ln 10} \quad (2.7)$$

Il vient de l'équation 2.7 que, pour un décalage et une fréquence du système donnés, le BER est proportionnel au carré du nombre de sous-porteuses.

A la présence d'un canal à multi- trajets le signal OFDM démodulé s'écrit

$$\tilde{a}_q^l = \frac{e^{j\phi}}{N} I_0(\epsilon) a_q^l H(l) + \underbrace{\frac{e^{j\phi}}{N} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h H(h) I_{h-l}(\epsilon)}_{ICI} + \eta(l) \quad (2.8)$$

Le canal à multi-trajets cause une atténuation et un décalage fréquentiel constant qui s'ajoutent au décalage causé par l'erreur de synchronisation.

La relation entre le SNR effectif  $SNR_e$  en présence d'un bruit additif et l'ICI, et le SNR pour une synchronisation parfaite, est donnée par l'équation 2.9 estimée analytiquement par Moose pour un canal à multi- trajet[7].

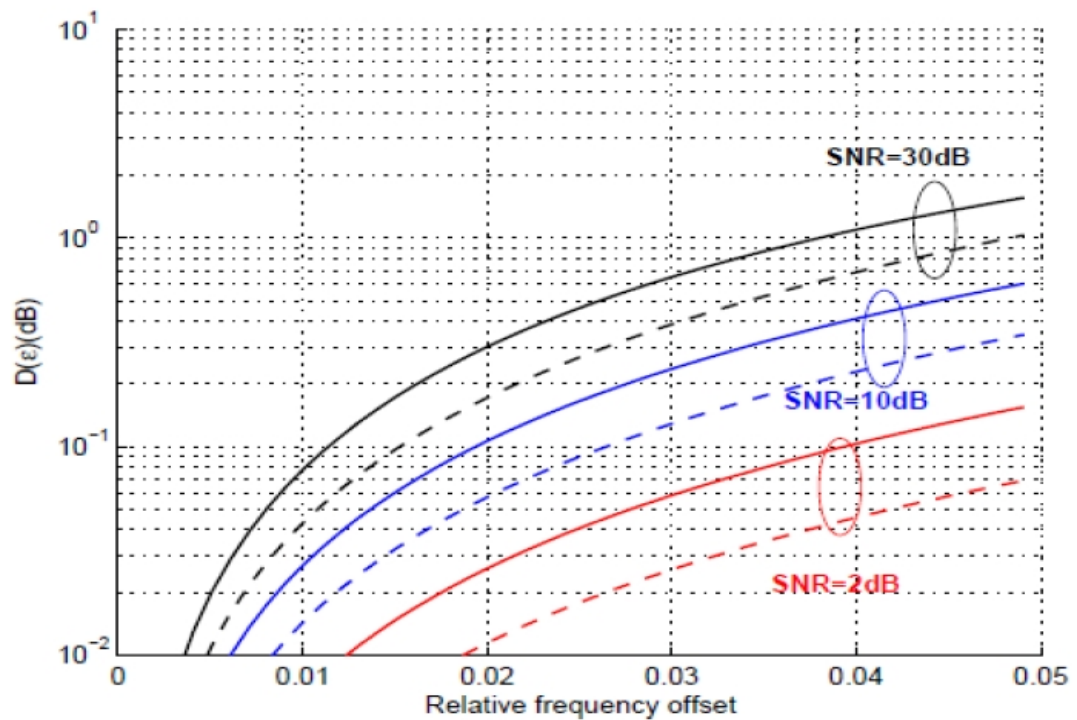
$$SNR_e(\epsilon) \geq \frac{SNR}{1 + 0.5947 SNR \sin^2(\pi\epsilon)} \left( \frac{\sin(\pi\epsilon)}{\pi\epsilon} \right)^2 \quad (2.9)$$

Ainsi, la dégradation, en dB, causée par la présence d'un décalage fréquentiel est limitée par :

$$D(\epsilon) \triangleq \frac{SNR}{SNR_e(\epsilon)} \leq 10 \log_{10} \left[ \frac{1 + 0.5947 SNR \sin^2(\pi\epsilon)}{\sin^2(\pi\epsilon)} \right] \quad (2.10)$$

Les dégradations dans un canal AWGN (en pointillés) et dans un canal à multitrajets (en ligne continue) sont représentées dans la figure 2.2 en fonction du décalage fréquentiel normalisé, pour différentes valeurs de SNR. En particulier, pour un SNR =30 db, pour avoir une dégradation inférieure à 10 % il faut que  $|\epsilon| < 10^{-2}$  [8]

### 2.3. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION TEMPORELLE :



**Figure 2.2** – Dégradation du SNR due au décalage fréquentiel. Expressions analytiques pour un canal AWGN et un canal à multi- trajets.[5]

### 2.3 Effet de l'erreur de synchronisation temporelle :

La synchronisation temporelle en OFDM est différente du principe de la synchronisation temporelle pour la transmission mono-porteuse. En OFDM, il n'existe pas un instant optimal où le diagramme de l'œil est ouvert. En effet, un signal OFDM est constitué de milliers d'échantillons. La synchronisation temporelle en OFDM signifie la localisation de la frontière d'un symbole OFDM. Il s'agit de déterminer ou délimiter le début de chaque symbole. Le symbole OFDM est délimité par les  $N$  échantillons en parallèle à l'entrée du bloc IFFT du système d'émission. Une erreur de synchronisation temporelle souvent appelée Timing Offset est donc une erreur de localisation du début de chaque symbole[9].

Les systèmes OFDM sont plus ou moins tolérants aux erreurs de synchronisation en temps, et ça grâce à l'ajout de l'intervalle de garde entre symboles. Pour le cas d'un canal qui ne présente pas de retards, l'erreur de synchronisation en temps, tolérable, est de même durée que la longueur de l'intervalle de garde sans qu'il y ait perte d'orthogonalité, sauf une rotation de la phase des sous porteuses. Cette rotation est corrigée lors de la phase de compensation des effets du canal. Ce qui signifie qu'il n'y a pas de dégradation des performances.

Pour des erreurs de synchronisation supérieures à la taille de l'intervalle de garde, la dégradation des performances devient très rapide, du fait que, pour un

### 2.3. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION TEMPORELLE :

symbole OFDM donné, le bloc traité par la FFT contient des échantillons appartenant à d'autres symboles, ce qu'on appelle interférences inter-symboles (ISI)[7]. Mettons  $\Delta f = 0$  dans l'équation 3.2, et avec la présence de bruit blanc, le signal reçu est :

$$r_q(k + \hat{\theta}) = s_q(k + \Delta\theta) + w_q(k + \hat{\theta}) \quad (2.11)$$

$$\tilde{a}_q^l = \sum_{k=0}^{N-1} r_q(k + \hat{\theta}) e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} = \sum_{k=0}^{N-1} [s_q(k + \Delta\theta) + w_q(k + \hat{\theta})] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \quad (2.12)$$

de cette équation résulte que, si l'erreur dans l'estimation du retard satisfait la Condition  $L_c \leq \Delta\theta \leq 0$  le vecteur

$$s_q \triangleq [s_q(\Delta\theta), \dots, s_q(N - 1 + \Delta\theta)]^T \quad (2.13)$$

contient tous les échantillons du  $q_{ieme}$  symbole OFDM et donc on peut écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_q^l &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{h=0}^{N-1} a_q^h e^{j\frac{2\pi}{N}h(k+\Delta\theta)} + w_q(k + \hat{\theta}) \right] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \\ &= a_q^l e^{j\frac{2\pi}{N}l\Delta\theta} + \eta(l) \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec

$$\eta(l) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} w_q(k + \hat{\theta}) e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \quad (2.15)$$

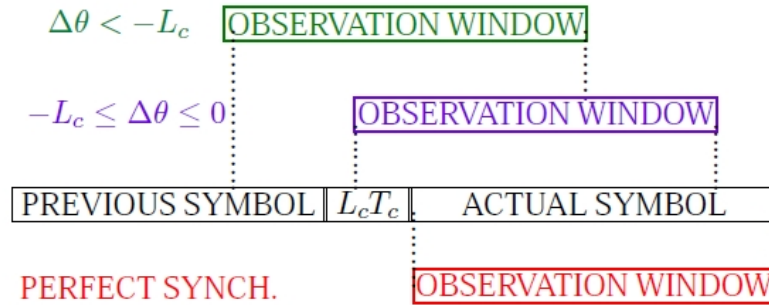
Ainsi, une erreur dans l'estimation du retard causé par le canal  $\Delta\theta$  appartient à l'intervalle  $] -L_c, 0[$  causera seulement un décalage de phase qui doit être compensé. Ce pendant, pour un  $\Delta\theta$  en dehors de l'intervalle  $] -L_c, 0[$ , il existe une interférence entre les symboles OFDM. En particulier, considérons le cas où l'erreur  $\Delta\theta$  est dans l'intervalle  $] -M, -L_c[$ , ce qui veut dire qu'il y a une interférence entre le  $q_{ieme}$  et le  $(q-1)_{ieme}$  symbole OFDM. Dans ce cas, le symbole démodulé s'écrira :

### 2.3. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION TEMPORELLE :

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_q^l &= \frac{M + \Delta\theta}{N} a_q^l e^{j\frac{2\pi}{N}l\Delta\theta} \\
 &+ \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=-\Delta\theta-L_c}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h e^{j\frac{2\pi}{N}h(k+\Delta\theta)}}_{ICI} \\
 &+ \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{-\Delta\theta-L_c} e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \sum_{h=0}^{N-1} a_{q-1}^h e^{j\frac{2\pi}{N}h(k+\Delta\theta)}}_{ISI} + \eta(l) \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Le symbole démodulé contient, donc, un terme représentant l'information utile ainsi que des termes indésirables causés par les interférences inter-symboles (ISI), les interférences inter-porteuses (ICI) et le bruit blanc gaussien.

Concernant le terme représentant l'information utile, comme pour le cas où l'erreur  $\Delta\theta$  est dans l'intervalle  $]-L_c, 0[$ , les symboles transmis subissent des atténuations et des rotations de phase proportionnelles à leurs indices de sous porteuses et leurs indices en temps. En plus de ces effets, les signaux démodulés souffrent des termes causés par l'ISI et l'ICI.



**Figure 2.3** – Erreur de synchronisation en temps.

En présence d'un canal multi- trajets, généralement, la même analyse est appliquée. Le signal reçu, s'écrit dans ce cas :

$$r_q(n) = \sum_{l=0}^{N_m} h(l) s_q(k - l - \theta) + w_q(n) \quad (2.17)$$

où  $\{h(l)\}_{l=0}^{N_m}$  désigne la réponse impulsionnelle du canal avec un retard maximal  $N_m$ . Les symboles démodulés sont donnés par :



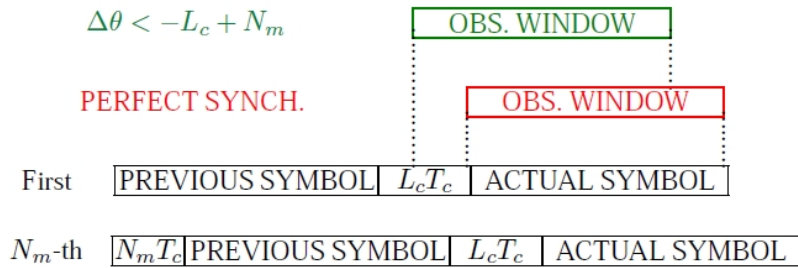
### 2.3. EFFET DE L'ERREUR DE SYNCHRONISATION TEMPORELLE :

$$\tilde{a}_q^l = \alpha(\theta)a_q^l H(l)e^{-j\frac{2\pi}{N}l\theta} + \zeta(l) + \eta(l) \quad (2.18)$$

Les termes indésirables sont modélisés par un bruit additionnel  $\zeta(l)$ . le terme  $\alpha(\theta)$  désigne l'atténuation du symbole. Il est donc, nécessaire de synchroniser le récepteur avec la première composante reçue. Comme il est indiqué dans la figure 3.2, l'intervalle de l'erreur de synchronisation pour lequel il n'y a pas de ISI est :

$$-L_c + N_m \leq \Delta\theta \leq 0$$

Dans cet intervalle, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est préservée. Il y a donc, seulement, rotation de phase et atténuation à la sortie du bloc FFT, ce qui peut être corrigé facilement.



**Figure 2.4** – Erreur de synchronisation en temps en présence de multi- trajets.[5]

## Conclusion

Les erreurs de synchronisation dans une transmission de type OFDM sont diverses et influent fortement sur la qualité de la transmission. En modulation QPSK, un décalage temporel de de 1 % de la durée du symbole OFDM dégrade de 1,5 dB les performances du système, tandis qu'un décalage fréquentiel de 1 % de l'espacement inter-porteuse les dégrade de 0,1 dB. En modulation 16-QAM, un décalage temporel de 0,5÷ de la durée du symbole OFDM dégrade déjà de plus de 4 dB les performances du système tandis qu'un décalage fréquentiel de 1 % de l'espacement inter-porteuse les dégrade d'environ 0,4 dB.

Il est donc nécessaire de corriger ces différentes erreurs de synchronisation afin de limiter les dégradations engendrées sur les performances du système à celles dues à des erreurs résiduelles de synchronisation, ceci fera l'objectif des prochaine chapitres.

# Chapitre

# 3

## Synchronisation aveugle

---

### Introduction

Les techniques de synchronisation aveugles sont intéressantes du fait qu'elles ne nécessitent pas l'envoi des symboles en plus. Des méthodes ont été proposées pour ce type de synchronisation, comme celle proposée par Van de Beek et al pour l'estimation du décalage temporel et fréquentiel dans le cas d'un canal à évanouissement plat. Cette méthode, appelée méthode ML (Maximum Likelihood), exploite la redondance introduite dans l'intervalle de garde.

Nous présentons dans ce chapitre, les estimateurs ML des décalages temporel et fréquentiel dérivés sous d'hypothèses des canaux non-dispersifs, et les signaux OFDM sont modélisés comme des vecteurs aléatoires gaussiens complexes CGRV. Des constellations non-circulaires sont adoptées et par conséquent le signal OFDM devient un processus non-circulaire[7].

Finalement, des estimateurs des deux décalages dans le cas d'un canal dispersif seront traités.

## 3.1 Position du problème et hypothèses

Nous référons au modèle mathématique du symbole OFDM donné par ( 1.9)

$$s_q(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a_q^k e^{j \frac{2\pi}{N} kn}$$

Soit le  $m^{ieme}$  échantillon transmis appartenant au  $q^{ieme}$  symbole OFDM :

$$s_q(m) \triangleq s(m + qM) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} a_q^l e^{j \frac{2\pi}{N} lm}, \quad m \in \tau_2 \quad (3.1)$$

avec

- $\sigma_s^2 = E[|s_q(m)|^2]$
- $\tau_2 = \{-L_c, \dots, N-1\}$

Les hypothèses considérées dans ce chapitre sont :

( $H_1$ ) : Les échantillons  $\{a_q^l\}_{q=-\infty}^{\infty}$ ,  $l \in \tau_1$ , sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées à moyenne nulle et à variance unité.

( $H_2$ ) : Le nombre de sous porteuses est assez grand pour que le symbole OFDM soit considéré comme un processus gaussien.

( $H_3$ ) : Les échantillons  $\{a_q^l\}_{q=-\infty}^{\infty}$ ,  $l \in \tau_1$  appartiennent à une constellation avec  $E[(a_q^l)^2] = b \neq 0$

La troisième hypothèse impose que les symboles appartiennent à une constellation non circulaire [10]. Les constellations à symboles réels sont un exemple typique de constellations non circulaires (BPSK, m-ASK, DBPSK).

De ( $H_1$ ) et en vertu de la redondance qui existe dans le CP, on peut tirer les résultats suivants :

**Résultat 1 :**

Dans chaque symbole OFDM, les échantillons dans le CP et leurs copies sont corrélés, ainsi, la fonction de corrélation du signal OFDM transmis est donnée par :

$$E[s_p(k)s_q^*(m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 \delta[p - q] & \text{si } m - k \in \{-N, 0, N\} \\ \forall m, k \in \tau_2 & \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.2)$$

Aussi, de l'hypothèse H3 pour une constellation non circulaire on a :

**Résultat 2 :**

pour  $N \geq 2$  et  $N > 2L_c$  la fonction de corrélation est donnée par :

### 3.1. POSITION DU PROBLÈME ET HYPOTHÈSES

---

$$E[s_p(k)s_q(m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 \delta[p - q] & \text{si } m + k \in \{0, N\} \\ \forall m, k \in \tau_2 & \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.3)$$

Dans le cas où le signal OFDM est transmis dans un canal AWGN, et en présence d'un décalage fréquentiel normalisé  $\epsilon$ , un décalage de phase  $\phi$  et un retard en temps  $\theta$  supposé être un multiple de la période d'échantillonnage, le signal reçu peut être exprimé par [7] :

$$r_q(k) = s_q(k - \theta) e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon(k+qM)+\phi]} + n_q(k) \quad (3.4)$$

Soit le  $q^{ieme}$  symbole OFDM transmis  $s_q \triangleq [s_q(-L), \dots, s_q(N-1)]^T$   
On peut l'écrire en notation vectorielle

$$r_q = \Psi_q s_q + n_q \quad (3.5)$$

avec

$$\Psi_q \triangleq e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon(qM+\theta)+\phi]} \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi}{N}\epsilon L_c}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon(N-1)} \right\}$$

$\Psi_q$  est une matrice diagonale  $M \times M$ .  $n_q$  est le vecteur bruit

$$n_q \triangleq [n_q(L_c + \theta), \dots, n_q(N - 1 + \theta)]^T$$

modélisé comme étant C-CGRVs avec une moyenne nulle et une variance  $E[n_q n_q^H] = \delta[p - q] \sigma_n^2 I_M$ . Ce vecteur est statiquement indépendant du signal utile  $s_q$ .

Finalement,  $r_q \triangleq [r_q(-L_c + \theta), \dots, r_q(N - 1 + \theta)]^T$  est le vecteur représentant le signal reçu, supposé comme étant un NC-CGRV à moyenne nulle et caractérisé par la matrice

$$\bar{C}_{r_q} \in \mathbb{C}^{2M \times 2M}$$

$$\bar{C}_{r_q} \triangleq E \left\{ \begin{bmatrix} r_q \\ r_q^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_q^H & r_q^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} C_{r_q} & R_{r_q} \\ R_{r_q}^* & C_{r_q}^* \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

avec

$$\begin{aligned} C_{r_q} \triangleq E[r_q r_q^H] &= \Psi_q \underbrace{E[s_q s_q^H]}_{C_{s_q}} \Psi_q^* + \sigma_n^2 I_M \\ &= \Psi_q [C_{s_q} + \sigma_n^2 I_M] \Psi_q^* \end{aligned} \quad (3.7)$$

désigne la matrice de covariance du vecteur  $r_q$

## 3.2. ALGORITHMES EXPLOITANT L'INTERVALLE DE GARDE :

$$R_{r_q} \triangleq E[r_q r_q^T] = \Psi_q \underbrace{E[s_q s_q^T]}_{R_{s_q}} \Psi_q \quad (3.8)$$

$R_{r_q}$  est dite matrice relation.

Compte tenu des hypothèses H1, H2 et du résultat 1, la matrice de covariance  $C_{s_q}$  pour laquelle le  $(i, l)^{ieme}$  élément est donnée par :

$$[C_{s_q}]_{(i,l)} \triangleq E[s_q(-L_c + i)s_q^*(-L_c + l)], \quad \forall i, l \in \{0, \dots, M - 1\}$$

est une matrice réelle symétrique de Toeplitz dont le premier élément est égal à :

$$[C_{s_q}]_{(0,:)} = \sigma_s^2 [1, O_{1 \times (N-1)}, 1, O_{1 \times (L_c-1)}] \quad (3.9)$$

En vertu du résultat 2, le  $(i, l)^{ieme}$  élément de  $R_{s_q}$ , la matrice relation du vecteur  $s_q$  est donnée par :

$$\begin{aligned} [R_{s_q}]_{(i,l)} &\triangleq E[s_q(-L_c + i)s_q(-L_c + l)] \\ &= \begin{cases} b\sigma_s^2, & \text{si } i + l = 2L_c \text{ ou } i + l = 2L_c + N \\ \forall i, l \in \{0, \dots, M - 1\} & \\ O & \text{si ailleurs} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.10)$$

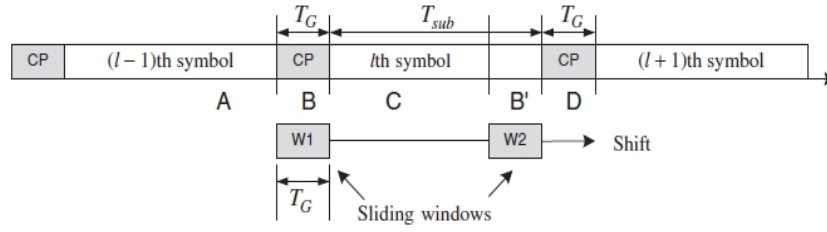
## 3.2 Algorithmes exploitant l'intervalle de garde :

L'introduction d'un intervalle de garde a été proposée pour la première fois par A.Peled . Le principe est de placer un intervalle de garde au début de chaque symbole OFDM pour absorber les multitrajets provoqués par le canal de transmission. En 1997, Van de Beek a montré que cette information pourrait être utilisée pour effectuer l'opération de synchronisation à la réception. L'intervalle de garde utilisé, appelé alors préfixe cyclique, est une copie de la fin du symbole OFDM. En exploitant cette redondance dans le symbole OFDM, le décalage temporel (STO) et fréquentiel (CFO) peuvent être estimés et corrigés.

### 3.2.1 Estimation du STO par le cyclique préfixe

Cette technique est basé sur le principe de corrélation entre les échantillons de l'intervalle de garde et leurs copies, sont représentés dans la figure 3.1 par les deux bloc B et B'.

Maintenant considérant les deux fenêtres d'observation W1 et W2 espacer par  $N_{sub}$ , en fait glaiser ces deux fenêtres le long de symbole pour trouver le point où sont similaires. lorsque les bloc B et B' tombent dans les deux fenêtres, la similarité de W1 et W2 devient maximale. Cette point de maximisation peut être utilisé pour estimer le décalage temporel (STO).



**Figure 3.1** – Estimation du décalage temporel par deux fenêtr glissants.

Ainsi, la similarité entre les deux blocs dans W1 et W2 est maximale lorsque la différence entre eux est minimale, alors le STO peut être estimé en cherchant le point où la différence entre les deux blocs de  $N_g$  échantillons est minimum

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \min \left\{ \sum_{i=\theta}^{N_g-1+\theta} |r_l[n+i] - r_l[n+N_g+i]| \right\} \quad (3.11)$$

cette technique est plus simple, mais sa performance dégrade rapidement en présence du décalage fréquentiel dans le signal reçu, autre technique a été proposée, cette fois au lieu de minimiser la différence, on minimise le carré de la différence.

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \min \left\{ \sum_{i=\theta}^{N_g-1+\theta} (|r_l[n+i] - r_l^*[n+N_g+i]|)^2 \right\} \quad (3.12)$$

Une autre approche est de considérer la corrélation entre les deux blocs W1 et W2 qui mène par la suite à des techniques utilisant le maximum de vraisemblance ML (maximum-likelihood). Cette approche est exprimée par l'expression par [2] :

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \max \left\{ \sum_{i=\theta}^{N_g-1+\theta} |r_l[n+i] r_l^*[n+N_g+i]| \right\} \quad (3.13)$$

Cette technique est basée sur la maximisation de la corrélation entre les deux blocs de taille  $N_g$ , le premier se situe dans la fenêtre W1 et le deuxième dans W2.

Comme la technique de différence, la présence du décalage fréquentiel CFO dans le signal reçu dégrade la performance de cette technique. Pour éviter ce problème un autre estimateur a été proposé, utilisant la fonction log-vraisemblance au lieu de la fonction vraisemblance.

### 3.3 Estimateurs ML

Dans cette section, les estimateurs de décalage temporel (STO) et de décalage fréquentiel (CFO), pour les systèmes OFDM avec transmission non circulaire,

sont dérivés de la maximisation de la fonction log-vraisemblance (LLF) pour le vecteur dont les paramètres inconnus  $\lambda \triangleq [\theta, \epsilon, \phi]$ . Les estimateurs résultants sont particularisés au cas des systèmes OFDM exploitant les constellations circulaires, et les systèmes non-circulaire avec un intervalle de garde nul.

### 3.3.1 Estimateur ML pour les systèmes NC-OFDM :

Considérons le vecteur d'observation de taille totale  $W = N/2 + (2 + \eta)M$

$$r \triangleq \left[ \underbrace{(G_1 r_{q-1})^T}_{\check{r}_{q-1}^T}, r_q^T, \dots, r_{q+\eta}^T, \underbrace{(G_2 r_{q+\eta+1})^T}_{\check{r}_{q+\eta+1}^T} \right]^T$$

les matrices  $G_1$  et  $G_2$  sont définies par :

$$G_1 \triangleq [O_{(N/2+L_c+\theta) \times (N/2-\theta)} \quad I_{N/2+L_c+\theta}] \quad (3.14)$$

et

$$G_2 \triangleq [I_{N-\theta} \quad O_{(N-\theta) \times (L_c+\theta)}] \quad (3.15)$$

ce sont des matrices réelles avec :

$$\begin{aligned} G_1 G_1^T &= I_{N/2+\theta+L_c}, & G_2 G_2^T &= I_{N-\theta} \\ G_1^T G_1 &= [O_{M \times (N/2-\theta)} \quad G_1^T] & G_2^T G_2 &= [G_2^T \quad O_{M \times (L_c+\theta)}] \end{aligned}$$

Notons que le vecteur  $r$  contient :

- les  $\theta + N/2 + L_c$  derniers échantillons du  $(q-1)^{ieme}$  symbole OFDM dans le vecteur  $\check{r}_{q-1}$ ,
- les  $N - \theta$  premiers échantillons du  $(q + \eta + 1)^{ieme}$  symbole OFDM dans le vecteur  $\check{r}_{q+\eta+1}$
- le sous vecteur  $[r_q^T, \dots, r_{q+\eta}^T]^T$  contient toutes les échantillons du  $(\eta+1)^{ieme}$  symbole OFDM.

Ce choix particulier de la fenêtre d'observation nous permet de maximiser, pour  $\theta \in \tau_1$ , et  $\eta = 0$  le nombre d'échantillons ayant une corrélation conjuguée non nulle, compte tenu ceux qui montre la propriété de corrélation(3.2).

Le vecteur d'observation  $r$  est caractérisé par sa fonction de la densité de probabilité[21] :

$$f(r, r^*; \lambda) = \frac{1}{\pi^W \sqrt{\det\{\bar{C}_r\}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [r^H \quad r^T] \bar{C}_r^{-1} \begin{bmatrix} r \\ r^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (3.16)$$

où  $\bar{C}_r$  est la matrice de covariance du vecteur :  $[r^T, r^H]^T$  dépendant du deuxième ordre des propriétés circulaires et non circulaire du signal utile et du bruit.

Pour simplifier le traitement mathématique, on considère une matrice de permutation  $P$  permettant d'écrire le vecteur  $r$  comme suite :

$$\bar{r} = P[r^T, r^H]^T = [\check{r}_{q-1}^T, \check{r}_{q-1}^H r_q^T, r_q^H, \dots, \check{r}_{q+\eta+1}^T, \check{r}_{q+\eta+1}^H] \quad (3.17)$$

Nous assumons dans ce qui suit que le décalage temporel  $\theta$  appartient à l'intervalle  $0 \leq \theta \leq N/2 - L_c - 1$ . Ainsi, la matrice de covariance du vecteur  $\bar{r}$  peut être écrite sous la forme :

$$\bar{C}_{\bar{r}} = \text{diag} \{ \bar{C}_{\check{r}_{q-1}}, \dots, \bar{C}_{\check{r}_{q+\eta+1}} \} = \Psi \bar{C} \Psi^* \quad (3.18)$$

avec

$$\Psi = \text{diag} \{ G_1 \Psi_{q-1} G_1^T, G_1 \Psi_{q-1}^* G_1^T, \Psi_q, \dots, G_2 \Psi_{q+\eta+1}^* G_2^T \} \quad (3.19)$$

compte tenu de (3.6) et (3.8) et comme  $R_{s_{q+i}} = R_s \forall i \in \{-1, \dots, \eta + 1\}$  et  $C_{s_{q+i}} = C_s \forall i \in \{0, \dots, \eta\}$  en exploitant la relation (3.9) qui donne  $C_s^* = C_s$

la matrice  $\bar{C}$  dans (3.18) s'écrit :

$$\bar{C} = \text{diag} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{cc} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N/2+L_c+\theta} & G_1 R_s G_1^T \\ G_1 R_s^* G_1^T & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N/2+L_c+\theta} \end{array} \right], \\ \left[ \begin{array}{cc} C_s + \sigma_n^2 I_M & R_s \\ R_s^* & C_s + \sigma_n^2 I_M \end{array} \right] \otimes I_{\eta+1} \\ \left[ \begin{array}{cc} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} & G_2 R_s G_2^T \\ G_2 R_s^* G_2^T & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (3.20)$$

Compte tenu de (3.16)-(3.18) et la propriété de permutation des matrices, nous obtenons l'expression classique de la fonction log-vraisemblance LLF pour les paramètres  $\theta, \epsilon$  et  $\phi$  en fonction du vecteur d'observation  $\bar{r}$  :

$$\Lambda(\lambda) = \log\{f(\bar{r}; \lambda)\} = -\frac{1}{2} T r \{ \Psi \bar{C}^{-1} \Psi^* \bar{r} \bar{r}^H \} \quad (3.21)$$

pour simplifier le calcul, nous posons  $q=0$ , alors l'équation (3.21) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Lambda(\lambda) &= T(\theta) + \Re \left\{ e^{-j2\pi\epsilon} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\theta) \right. \\ &\quad \left. + \gamma^* \sum_{i=-1}^{\eta+1} [V_i(\theta) e^{-j\frac{4\pi}{N}\epsilon i M} + Z_i(\theta) e^{-j\frac{2\pi}{N}\epsilon(2iM+N)}] \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$



avec

$$\gamma \triangleq e^{j[\frac{4\pi}{N}\epsilon\theta+2\phi]} \quad (3.23)$$

Les termes  $T(\theta), U_i(\theta), i \in \{0, \dots, \eta\}, V_i(\theta), Z_i(\theta) \quad i \in \{-1, \dots, \eta + 1\}$  sont définis dans l'annexe.

comme indiqué dans [11], L'estimateur ML non conditionné est obtenu par la recherche des valeurs du vecteur  $\lambda$  qui maximise la LLF.

pour arrivé a cela, Posons le vecteur du paramètres  $[\theta, \epsilon]$  constant et varions le paramètre  $\phi$ , la fonction du (LLF) atteint le maximum pour une valeur de  $\phi$  donnée par :

$$\hat{\phi}_{ML}(\theta, \epsilon) = \frac{1}{2} \angle \left\{ e^{-j\frac{4\pi}{N}\epsilon i M} [V_i(\theta) + Z_i(\theta)e^{-j2\pi\epsilon}] \right\} \quad (3.24)$$

En remplaçant ensuite (3.24) dans (3.22) on obtient l'estimation pour les deux autres paramètres  $\theta$  et  $\epsilon$  :

$$\begin{aligned} (\hat{\theta}_{ML}, \hat{\epsilon}_{ML}) = \arg \max \left\{ T(\tilde{\theta}) + \Re \left\{ e^{-j2\pi\tilde{\epsilon}} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\tilde{\theta}) \right\} \right. \\ \left. + \left| \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j\frac{4\pi}{N}\tilde{\epsilon} i M} [V_i(\tilde{\theta}) + Z_i(\tilde{\theta})e^{-j2\pi\tilde{\epsilon}}] \right| \right\} \quad (3.25) \end{aligned}$$

où  $\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon}$  sont les valeurs d'essai du décalage temporel et fréquentiel, respectivement.

Malheureusement, la solution de cette équation ne peut être faite que par une méthode numérique, et vue la complexité du calcul dans ce cas, il faut chercher une manière de rendre le calcul moins complexe. En considérant une technique plus réalisable nécessite deux étape dans chacune on a une seule dimension.

Notant que les amplitudes du termes  $U_i(m)$  (pour  $i \in \{0, \dots, \eta\}$ ),  $V_i(m)$ , et  $Z_i(m)$  (pour  $i \in \{-1, 0, \dots, \eta + 1\}$ ) défini dans (A.3),(A.5) montre des maximums quand  $m$  est égal à la valeur actuelle de l'indice du symbole dans le domaine temporel, prennent en compte la corrélation et la corrélation conjuguée entre les échantillons dans chaque symbole OFDM, dans ce cas les échantillons corrélés mutuellement sont parfaitement alignés dans les fenêtres de sommation. Ainsi, on propose l'estimateur du décalage temporel non circulaire suivant :

$$\hat{\theta}_{NC} = \arg \max \left\{ T(\tilde{\theta}) + \sum_{i=0}^{\eta} |U_i(\tilde{\theta})| + \sum_{i=-1}^{\eta+1} [|V_i(\tilde{\theta})| + |Z_i(\tilde{\theta})|] \right\} \quad (3.26)$$

de plus, compte tenu de (3.25) et (3.24), on considère les deux estimateurs de

décalage fréquentiel :

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{NC} = & \arg \max_{\mathfrak{R}} \left\{ e^{-j2\pi\tilde{\epsilon}} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\hat{\theta}_{NC}) \right\} \\ & + \left| \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j\frac{4\pi}{N}\tilde{\epsilon}iM} [V_i(\tilde{\theta}_{NC}) + Z_i(\tilde{\theta}_{NC})e^{-j2\pi\tilde{\epsilon}}] \right| \end{aligned} \quad (3.27)$$

et de la phase :

$$\hat{\phi}_{NC} = \hat{\phi}_{ML}(\hat{\theta}_{NC}, \hat{\epsilon}_{NC}) \quad (3.28)$$

A partir de l'équation (3.24) on a une estimation de phase sans ambiguïté lorsque  $|\phi| \leq \frac{\pi}{2}$ , De plus, il est facile à remarquer que la fonction à maximiser dans le dernier terme de second membre de l'équation (3.27) est périodique dont la période  $Q$  est l'entier le plus petit de :

$$\left\{ \frac{\kappa}{2(\alpha + 1)}, \kappa \in N \right\}$$

avec  $\alpha \triangleq L_c/N$  Ainsi, l'estimateur de décalage fréquentiel donne une estimation sans ambiguïté pour  $|\epsilon| \leq \frac{Q}{2}$ . En particulier, l'intervalle d'acquisition du décalage fréquentiel peut être augmenté ou réduit par le choix convenable de  $\alpha$ . Par exemple, pour un système OFDM à 512 sous-porteuses et un CP=12, la période est  $Q=64$ .

### 3.3.2 Estimateur ML pour les systèmes C-OFDM

Dans le cas de transmissions circulaires ( $E[(a_q^l)^2] = b = 0$ ) la matrice relation  $R_s$  est identiquement nulle. Par conséquent, considérant (A.2)-(A.5) et d'après la définition(A.6) à l'Annexe A, la fonction log-vraisemblance LLF donnée par l'équation (3.22) devient :

$$\begin{aligned} \Lambda_C(\theta, \epsilon) = & -\frac{\rho}{2} \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=\theta-L_c}^{\theta-1} [|r_l(k)|^2 + |r_l(k+N)|^2] \\ & + \Re \left\{ e^{-j2\pi\epsilon} \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=\theta-L_c}^{\theta-1} r_l^*(k)r_l(k+N) \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Cette fonction de LLF est calculée dans [13] pour  $\eta + 1$  des symboles OFDM consécutifs.

Notons que le LLF (3.29) ne dépend pas de la phase, Ainsi, dans ce cas, seuls les décalages temporel (ST0) et fréquentiel (CFO) peuvent être estimés. Par ailleurs, les deux solutions comprenant la procédure de maximisation du LLF sont données par :

– décalage temporel :

$$\hat{\theta}_{MLC} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \left\{ -\frac{\rho}{2} \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=\hat{\theta}-L_c}^{\hat{\theta}-1} [|r_l(k)|^2 + |r_l(k+N)|^2] + \left| \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=\hat{\theta}-L_c}^{\hat{\theta}-1} r_l^*(k)r_l(k+N) \right| \right\} \quad (3.30)$$

– décalage fréquentiel :

$$\hat{\epsilon}_{MLC} = \frac{1}{2\pi} \angle \left[ \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=\hat{\theta}_{MLC}-L_c}^{\hat{\theta}_{MLC}-1} r_l^*(k)r_l(k+N) \right] \quad (3.31)$$

Cette dernière solution donne des estimations avec moins d'ambiguïté pour  $|\epsilon| \leq 0.5$ .

On note que l'estimateur MLC de décalage temporel dans (3.30) devient un estimateur avec minimum d'erreur pour des valeurs élevées de SNR ( $\rho \rightarrow 1$ , voir (A.5)) dans le canal AWGN[12]. D'autre part, pour des valeurs faible de SNR ( $\rho \rightarrow 0$ ), il se réduit à l'estimateur avec corrélation maximale proposé dans [14].

### 3.3.3 Estimateur ML pour les systèmes NC-OFDM avec $L_c = 0$

Dans le cas des systèmes NC-OFDM avec un CP nul nous pouvons référer au modèle du signal reçu en notation vectorielle (3.5), en mettant  $L_c = 0$ . Et considérant le résultat 1 qui donne  $C_s = \sigma_s^2 I_N$ , le  $(i, l)^{ieme}$  élément de la matrice  $R_s \in \mathbb{C}^{N \times N}$ , est donnée par :

$$[R_s]_{(i,l)} = \begin{cases} b\sigma_s^2, & \text{si } i+l=0 \text{ ou } i+l=N \\ & \forall i, l \in \{0, \dots, N-1\} \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.32)$$

Par conséquent, dans ce cas, la LLF pour le vecteur des paramètres inconnus  $\lambda$  prend la forme plus simple :

$$\Lambda_{L_0}(\lambda) = -\rho |b|^2 T_{L_0}(\theta) + \Re \left\{ b^* \gamma^* \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j4\pi\epsilon i} [V_{iL_0}(\theta) + Z_{iL_0}(\theta)e^{-j2\pi\epsilon}] \right\} \quad (3.33)$$

où les paramètres  $\rho$  et  $\gamma$  sont définies dans (A.6) et (3.23), respectivement.

$\theta$	NC	MLC	MCL0
0	0.0000	0.0759	0.0016
20	0.0000	0.1594	0.0005
40	0.0000	0.1458	0.0000
60	0.0000	0.1505	0.0000
65	0.0000	0.1995	0.0000
69	0.0000	0.5752	0.0001
71	0.0002	0.6459	0.0003
73	0.0006	0.8205	0.0014
75	0.0012	0.9693	0.0031

**Table 3.1** – probabilité d'erreur pour les différents techniques  $P(\hat{\theta} \neq \theta)$

alors que  $T_{L_0}(\theta)$ ,  $V_{i_{L_0}}(\theta)$ ,  $Z_{i_{L_0}}(\theta)$  sont donnée respectivement par :

$$\begin{aligned}
 T_{L_0}(\theta) \triangleq & \sum_{i=0}^{\eta} \sum_{k=0}^{N-1} |r_i(k+\theta)|^2 + \sum_{k=0}^{2\theta} |r_{-1}(k+N/2)|^2 \\
 & + |r_{\eta+1}(\theta)|^2 + \sum_{k=\theta+1}^{N-\theta-1} |r_{\eta+1}(k+\theta)|^2
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

$$V_{i_{L_0}}(\theta) \triangleq \begin{cases} 0, & i = -1 \\ r_i^2(\theta), & i = 0, \dots, \eta + 1 \end{cases} \tag{3.35}$$

$$Z_{i_{L_0}}(\theta) \triangleq \begin{cases} \sum_{k=0}^{2\theta} r_i(k+N/2)r_i(N/2+2\theta-k), & i = -1 \\ \sum_{k=1}^{N-1} r_i(k+\theta)r_i(N+\theta-k) & i = 0, \dots, \eta \\ \sum_{k=\theta+1}^{N-\theta-1} r_i(k+\theta)r_i(N+\theta-k) & i = \eta + 1 \end{cases} \tag{3.36}$$

En ce qui concerne ce estimateur, contrairement au cas développé dans la section précédente (circulaire), pour les systèmes NC-OFDM avec  $L_c = 0$  la fonction log-vraisemblance LLF dépend du décalage de la phase .

compte tenue de (3.30), l'estimateur du décalage de la phase est donnée par :

$$\hat{\phi}(\theta, \epsilon) = \frac{1}{2} \angle \left\{ b^* e^{-j\frac{4\pi}{N}\epsilon\theta} \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j4\pi\epsilon i} [V_{i_{L_0}}(\theta) + Z_{i_{L_0}}(\theta)e^{-j2\pi\epsilon}] \right\} \tag{3.37}$$

cet estimateur donne une estimation sans ambiguïté pour  $\phi \leq \frac{1}{2}$ , de plus, En remplaçant (3.37) dans (3.33), alors la fonction LLF du deux paramètres  $[\theta\epsilon]^T$  devient :

$$\begin{aligned} \Lambda_{L0}(\theta, \epsilon, \hat{\phi}(\theta, \epsilon)) &= -\rho |b| T_{L0}(\theta) \\ &+ \left| \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j4\pi\epsilon i} [V_{iL0}(\theta) + Z_{iL0}(\theta)e^{-j2\pi\epsilon}] \right| \end{aligned} \quad (3.38)$$

comme on le constate de l'équation (3.38), cet estimateur du décalage temporel et fréquentiel est plus complexe, en suivant les mêmes étapes considérer pour dériver l'algorithme NC, on considère l'estimateur temporel découplé (decoupled timing metric) :

$$\hat{\theta} = \arg \max \left\{ -\rho |b| T_{L0}(\tilde{\theta}) + \sum_{i=-1}^{\eta+1} |Z_{iL0}(\tilde{\theta})| \right\} \quad (3.39)$$

Ainsi, nous tenons compte des équations (3.34)-(3.36), et d'après l'hypothèse (H2) ( $N \gg 1$ ) en négligeant les termes  $V_{iL0}(m)$ , l'estimateur (3.39) peut être approximé pour des faibles valeurs de SNR ( $\rho \rightarrow 0$ ) par :

$$\tilde{\theta}_{MCL0} = \arg \max \left\{ \sum_{i=-1}^{\eta+1} |Z_{iL0}(\tilde{\theta})| \right\} \quad (3.40)$$

Du fait que l'estimateur du décalage temporel (3.40) est obtenue par la maximisation du corrélation du terme  $Z_{iL0}$ , cet estimateur sera par la suite appelé (MCL0) pour (maximum correlation for  $L_c = 0$ ).

Notons que l'algorithme (MCL0) ne nécessite pas la connaissance du paramètre  $\rho$ , il est indépendant de la valeur du SNR, et du taux de non-circularité  $|b|$ . Ainsi, de l'équation (3.38) en proposant l'estimateur du décalage fréquentiel MCL0 :

$$\tilde{\epsilon}_{MCL0} = \frac{1}{4\pi} \angle \left\{ \sum_{i=0}^{\eta} \frac{Z_{i+1L0}(\tilde{\theta}_{MCL0})}{Z_{iL0}(\tilde{\theta}_{MCL0})} \right\} \quad (3.41)$$

qui donne une estimation sans ambiguïté pour  $\epsilon \leq \frac{1}{4}$ ,

le tableau (3.1) donne la probabilité d'erreur des trois techniques (MCL, MCL0 et NC) en fonction du décalage temporel dans un canal AWGN avec SNR=10db, N=64 BPSK et  $L_c = 12$ .

du tableau 3.1, on peut déduire que la gamme d'acquisition du deux algorithmes NC et MCL0 est  $0 \leq \theta \leq M - 1$ , tandis que l'estimateur MLC donne une estimation incorrecte pour  $N \leq \theta \leq M - 1$ .

Ainsi, avec une petite modification du deux estimateurs (MCL0) donnée dans (3.40),(3.41) ils peuvent être utilisés dans les systèmes OFDM, soit en utilisant un CP différent de zéro ( $L_c \neq 0$ ), soit en exploitant d'autres types des intervalles

des gardes comme le zero-padding (des échantillons de valeurs nulles ) où le CP est remplacé par un intervalle de garde avec des valeurs nulles.

### 3.4 Estimateur dans un canal multi-trajets

L'un des principaux avantages du systèmes OFDM leurs performances dans les canaux à propagation multi-trajets, ils permettent une réduction significatif de la complexité de l'égalisateur à la réception. Néanmoins, en présence d'un canal dispersif les deux paramètres statistiques  $\hat{\theta}_{NC}$  et  $\hat{\theta}_{MCL0}$  dans (3.26)et(3.30) respectivement, provenir de ISI pour un canal mono-trajet, ne donne pas une performance suffisant, alors dans ce cas, il nécessaire de faire des améliorations. considérons un canal multi-trajets, alors le signal discret reçu est donnée par :

$$r_q(k) = \sum_{l=0}^{N_m} h(l)s_q(k-l-\theta)e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon(k+qM)} + n_q(k) \quad (3.42)$$

où  $N_m$  est l'indice du retard maximale, ainsi, pour  $N \gg 1$  et sous l'hypothèse que la réponse impulsionnelle du canal est constant dans la fenêtre d'observation, il en résulte que :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \left\{ T(\theta + \beta) + \sum_{i=0}^{\eta} |U_i(\theta + \beta)| + \sum_{i=-1}^{\eta+1} [|V_i(\theta + \beta)| + |Z_i(\theta + \beta)|] \right\} \\ & \simeq \begin{cases} \mu_1 |h * h(2\beta)| - \mu_2, & \beta \in \{0, \dots, N_m\} \\ -\mu_2 & \text{ailleurs} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.43)$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont des constantes positives définies dans l'annexe.

De plus et à cause du canal dispersif, le terme statique  $\hat{\theta}_{NC}$  nécessite une estimation grossière de temps d'arrivé du premier composant multi-trajets, avec probabilité plus élevé, différant de leur valeur actuelle (sans multi-trajets) par la quantité  $\beta \in \{0, \dots, N_m\}$ . Ainsi, l'estimateur raffiné  $\hat{\theta}_{NCR}$  du décalage temporel est donnée par[7] :

$$\hat{\theta}_{NCR} = \hat{\theta}_{NC} - \hat{\beta} \quad (3.44)$$

En particulier, un estimateur  $\hat{\beta}$  du paramètre  $\beta$  peut être obtenu, dans la cas où  $\beta \in \{0, \dots, N_m\}$  et  $N \gg 1$  :

$$\begin{aligned} \chi(u, \theta + \beta) & \triangleq \frac{1}{N-1} \sum_{l=0}^{\eta} \left| \sum_{k=0}^{N-1} r_l(\theta + \beta + k)r_l(N + \theta + \beta - k - u) \right| \\ & \simeq \begin{cases} |b| \sigma_s^2(\eta + 1)(h * h)(2\beta - u), & 2\beta - u \in \{0, \dots, 2N_m\}, \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \end{aligned}$$

d'où pour

$$u = 2\beta + 1 \quad (3.45)$$

le terme  $\chi(u, \theta + \beta)$  converge vers 0.

une estimation de  $\hat{\mu}$  du point  $\mu$  pour cette valeur de  $\chi(u, \theta + \beta)$  est donnée par :

$$\hat{u} = \arg \min \left\{ \left( \chi(\tilde{u}, \hat{\theta}_{NC}) / \chi(\tilde{u} - 1, \hat{\theta}_{NC}) \right)^2 \right\} \quad (3.46)$$

Par la suite, et compte tenue de ( 3.44), ( 3.45) et ( 3.46) l'estimateur résultant proposé devient :

$$\hat{\theta}_{NCR} = \hat{\theta}_{NC} - \left\lceil \frac{1}{2}(\hat{u} - 1) \right\rceil \quad (3.47)$$

avec  $\lceil . \rceil$  représente l'opérateur qui rend la valeur de l'entier le plus proche.

D'après l'annexe on a :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{i=-1}^{\eta+1} | Z_{iL_0}(\theta + \beta) | \\ & \simeq \begin{cases} (\eta + 1)\sigma_s^2 | b(h * h)(2\beta) | & \beta \in \{0, \dots, N_m\}, \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.48)$$

L'estimateur  $\hat{\theta}_{MCL0}$  peut être perfectionné en suivant les mêmes procédures exploitées pour  $\hat{\theta}_{NC}$  voir(( 3.43) et ( 3.48)). Spécifiquement, l'estimateur de décalage temporel raffiné MCL0R pour (refined symbol timing estimator for  $L_c = 0$ ) est donnée par :

$$\hat{\theta}_{MCL0R} = \hat{\theta}_{MCL0} \left\lceil \frac{1}{2}(\hat{u} - 1) \right\rceil \quad (3.49)$$

Il est important de noter d'après ( 3.45) que la valeur d'essai  $\tilde{\mu}$  appartienne au  $\{1, \dots, 2N_m + 1\}$ , qui à une dimension dépend de la dispersion du canal ( $N_m$ ).

Pour obtenir un algorithme indépendant du paramètre inconnu du canal, en supposant que l'effet dispersif du canal ne dépasse pas la taille de l'intervalle de garde. donc  $Nm \leq L_c$ , et par conséquent la recherche du maximum dans l'équation ( 3.46) se fait pour  $\tilde{\mu} \in \{1, \dots, 2L_c + 1\}$ .

Finalement, on observe que les deux estimateurs NC et MCL0 dans le cas du décalage fréquentiel (CFO) sont donnés par les équations (3.27)et(3.41) respectivement, peuvent être utilisés même en présence du canal dispersif à condition que la réponse impulsionnelle du canal soit constante durant toute la durée d'observation. Ainsi, pour  $N \gg N_m + 1$ ,  $\theta = 0$  et pour des grandes valeurs du SNR, l'erreur moyenne de l'estimateur MCL0 pour le décalage fréquentiel (CFO) évalué pour  $\hat{\theta} = \beta$  peut être approximé par l'expression[7] :

### 3.4. ESTIMATEUR DANS UN CANAL MULTI-TRAJETS

---

$$E[(\epsilon_{MCL0} - \epsilon)^2] \simeq \frac{\sum_{l=0}^{N_m} |h(l)|^2}{4\pi^2 SNR |b|^2 (\eta + 1)^2 |(h * h)(2\beta)|^2 N} \quad (3.50)$$

pour des valeurs fixes de : SNR,  $\eta$ ,  $|b|$ , et N, la valeur de  $\beta$  qui maximise le terme  $|(h * h)(2\beta)|^2$  minimise l'équation ( 3.50). de faite que l'estimateur MCL0 maximise le terme  $|(h * h)(2\beta)|^2$ , alors dans le cas d'un canal dispersif l'algorithme MCL0 pour le décalage fréquentiel nécessite une estimation avec une erreur moyenne faible lorsque l'estimateur de décalage temporel est exploité.



# Chapitre

# 4

## Synchronisation exploitant les symboles préambules

---

### Introduction

Nous présentons dans ce chapitre la technique de synchronisation qui utilise des préambules pour estimer les décalages fréquentiel et temporel. Le préambule est constitué de  $L$  parties obtenues par la transmission des symboles à modulation numérique BPSK. Ces symboles sont envoyés sur des sous porteuses d'indice multiple de  $L$  et on envoie des zéros sur le reste des sous porteuses. Dans ce cas, si le nombre des sous-porteuse est suffisamment grand, le symbole préambule peut être modelé comme un Vecteur Aléatoire Gaussien Complexe Non Circulaire (NC-CGRV). Et par l'exploitation de la densité de probabilité conjoint des NC-CGRVs, On peut dérive l'estimateur ML des différents paramètres concernant les décalages temporel et fréquentiel. Puisque leur implémentation est très complexe, plusieurs algorithmes de simplification sont proposés.

Finalement, on étudie un estimateur du décalage temporel permettant de supprimer l'effet dispersif du canal.

## 4.1 Symbole préambule

En ce référant au modèle de signal dans (3.1), nous assumons que le préambule ( $q=0$ ) constitué de  $L$  parties identiques avec un changement possible du signe.

$$[p(0)x^T, p(1)x^T, p(2)x^T, \dots, p(L-1)x^T] \quad (4.1)$$

avec  $x \triangleq [s(0), \dots, s(P-1)]^T$  est un vecteur colonne de longueur  $P = N/L$  et  $p(l)$  représente le  $l^{ieme}$  élément du vecteur  $p \in \{1, -1\}^{L \times 1}$  désignant le signe du bloc de symboles  $x^T$  dans l'équation (3.1). La structure du préambule est illustrée dans la figure 4.1 dans le cas où  $L=2$ .

Dans ce qui suit, nous considérons les hypothèses (H1) et (H2) situées dans le chapitre 3 et on ajoute les deux suivantes :

(H3) : Le préambule donné dans l'équation 4.1 est construit par la transmission des symboles modulé BPSK sur les sous porteuses multiple de  $L$ . Des zéros sont sur le reste des sous porteuses.

(H4) : A l'exception des préambules, les symboles envoyés sur les sous porteuses appartiennent à une constellation circulaire (i.e :  $E[(a_q^l)^2] = 0$  pour  $q \neq 0$ ).

A partir des hypothèses précédentes, nous obtenons les résultats suivants :

**Résultat 1** : le  $(q, m)^{ieme}$  élément de la matrice de covariance du vecteur défini dans (4.1) est donné par :

$$E[s(k)s^*(m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 p(\lfloor \frac{k}{P} \rfloor) p(\lfloor \frac{m}{P} \rfloor), & k - m = lP \\ \forall m, k \in \tau_1 & \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.2)$$

Puisque le préambule est construit par la transmission des symboles BPSK sur différentes sous porteuses, et pour les valeurs de  $N$  ( $N \geq 4L$ ) il en résulte :

**Résultat 2** : Le  $(q, m)^{ieme}$  élément de la matrice de relation du vecteur dans (4.1) est donné par :

$$E[s(k)s(m)] = \begin{cases} b\sigma_s^2 p(\lfloor \frac{k}{P} \rfloor) p(\lfloor \frac{m}{P} \rfloor), & k + m = lP \\ \forall m, k \in \tau_1 & \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.3)$$

On note que le résultat 1 est particulièrement pour le cas  $L=4$  avec une possibilité

d'inversion du signe du vecteur  $p$ . Ce résultat à été utilisé dans [15]et [22] pour obtenir l'estimateur conjoint du décalage fréquentiel CFO et temporel STO.

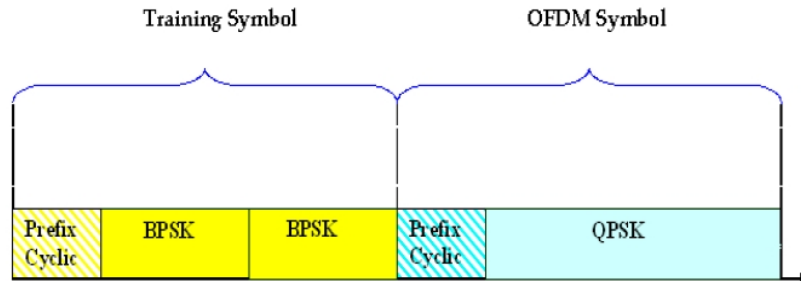


Figure 4.1 – symbole préambule avec deux parité identique  $L=2$

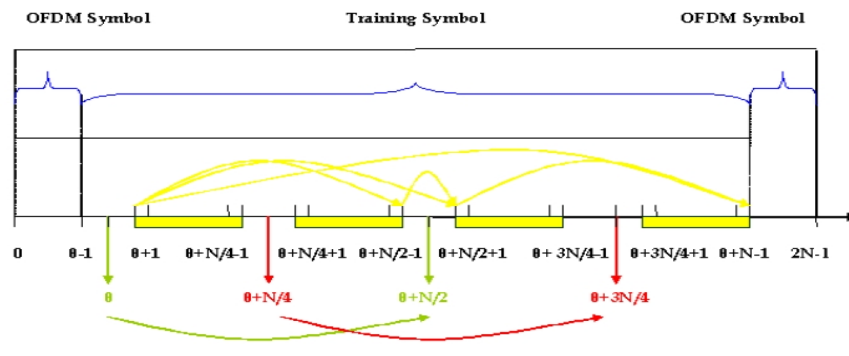


Figure 4.2 – Corrélation entre les symboles dans le préambule pour  $L=2$ .

## 4.2 Estimateur ML

Dans cette partie, nous étudions les estimateurs exploitant la fonction maximum de vraisemblance (ML) pour l'estimation du décalage temporel (STO) et du décalage fréquentiel (CFO) dans les système OFDM à l'aide des symboles préambules. Le symbole préambule transmis dans les sous-porteuses d'indice  $L$  appartient à une constellation non-circulaire. Ces estimateurs sont dérivés par la maximisation de la fonction log-vraisemblance (LLF) qui dépend du vecteur des paramètres inconnues  $\lambda \triangleq [\theta, \epsilon, \phi]^T$ . Par la suite, nous déduisons le cas particulier où tous les symboles transmis appartenant a une constellation circulaire

### 4.2.1 Estimation basé sur les symboles préambules non-circulaire :

Considérons le vecteur  $2N \times 1$

$$\bar{r} \triangleq [r(-L_c), \dots, r(\theta - L_c - 1), r(\theta), \dots, r(2N - 1)]^T \quad (4.4)$$

Ce vecteur est obtenu après arrangement des échantillons de l'intervalle de garde CP  $[r(\theta - L_c), \dots, r(\theta - 1)]$ , nous supposons également que le retard  $\theta$  satisfait la condition  $0 \leq \theta \leq N$  de tel sorte que  $\bar{r}$  contient tout le préambule. Utilisant le modèle vectorielle définie dans le chapitre 3, Le vecteur d'observation peut être écrit sous la forme :

$$\bar{r} \triangleq \left[ \underbrace{(G_1 r_{-1})^T}_{\check{r}_{-1}^T}, r_0^T, \underbrace{(G_2 r_1)^T}_{\check{r}_1^T} \right]^T$$

Les matrices  $G_1$  et  $G_2$  sont définies par :

$$G_1 \triangleq [O_{\theta \times (N-\theta)} I_\theta] \quad (4.5)$$

$$G_2 \triangleq [I_{N-\theta} O_{(N-\theta) \times \theta}] \quad (4.6)$$

Ces matrices sont réelles et vérifiant les propriétés :  $G_1 G_1^T = I_\theta$ ,  $G_2 G_2^T = I_{N-\theta}$ ,  $G_1^T G_1 = [O_{N \times (N-\theta)} G_1^T]$  et  $G_2^T G_2 = [G_2 O_{\theta \times N}]$

Notons que le vecteur  $\bar{r}$  contient :

- les  $\theta$  derniers échantillons du  $(-1)^{ieme}$  symbole OFDM dans le sous vecteur  $\check{r}_{-1}$ ,
- les premiers  $N - \theta$  échantillons du symbole OFDM dans  $\check{r}_1$ ,
- Le sous vecteur  $r_0^T$  contient le CP et le préambule.

Le vecteur  $\bar{r}$  est caractérisé par sa fonction densité de probabilité [7] :

$$f(\bar{r}, \bar{r}^*; \lambda) = \frac{1}{\pi^{2N} \sqrt{\det\{\bar{C}_{\bar{r}}\}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\bar{r}^H \bar{r}^T] \bar{C}_{\bar{r}}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r} \\ \bar{r}^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (4.7)$$

$\bar{C}_{\bar{r}}$  désigne la matrice de corrélation du vecteur  $[\bar{r}^T, \bar{r}^H]^T$ .

Puisque les vecteurs  $\check{r}_{-1}, r_0^T, \check{r}_1$  sont statistiquement indépendants, La fonction densité de probabilité conjointe de l'équation ( 4.7) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 f(\bar{r}, \bar{r}^*; \lambda) &= f(\tilde{r}_{-1}, \tilde{r}_{-1}^*; \lambda) f(r_0, r_0^*; \lambda) f(\tilde{r}_1, \tilde{r}_1^*; \lambda) \\
 &= \frac{1}{\pi^\theta \sqrt{\det\{\bar{C}_{\tilde{r}_{-1}}\}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\check{r}_{-1}^H \check{r}_{-1}^T] \bar{C}_{\tilde{r}_{-1}}^{-1} \begin{bmatrix} \check{r}_{-1} \\ \check{r}_{-1}^* \end{bmatrix} \right\rangle \\
 &\times \frac{1}{\pi^N \sqrt{\det\{\bar{C}_{r_0}\}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [r_0^H r_0^T] \bar{C}_{r_0}^{-1} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_0^* \end{bmatrix} \right\rangle \\
 &\times \frac{1}{\pi^{N-\theta} \sqrt{\det\{\bar{C}_{\tilde{r}_1}\}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\check{r}_1^H \check{r}_1^T] \bar{C}_{\tilde{r}_1}^{-1} \begin{bmatrix} \check{r}_1 \\ \check{r}_1^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

Les matrices  $\bar{C}_{\tilde{r}_{-1}}, \bar{C}_{r_0}, \bar{C}_{\tilde{r}_1}$  sont données par :

$$\bar{C}_{\tilde{r}_{-1}} = \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_\theta & O_\theta \\ O_\theta & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_\theta \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\bar{C}_{r_0} = \begin{bmatrix} \Psi(\lambda) [C_s + \sigma_n^2 I_M] \Psi^*(\lambda) & \Psi(\lambda) R_s \Psi(\lambda) \\ \Psi^*(\lambda) R_s^* \Psi^*(\lambda) & \Psi^*(\lambda) [C_s^* + \sigma_n^2 I_M] \Psi(\lambda) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\bar{C}_{\tilde{r}_1} = \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} & O_{N-\theta} \\ O_{N-\theta} & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

avec  $\Psi$  la matrice diagonale de dimension  $N \times N$  :

$$\Psi(\lambda) \triangleq e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon\theta + \phi]} \text{diag}\{1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon(N-1)}\}$$

Les matrices  $R_s$  et  $C_s$  désignent respectivement les matrices de relation et de corrélation du préambule transmis  $s \triangleq [s(0), \dots, s(N-1)]^T$

En tenant compte de (4.8)-(4.11) ainsi que les résultats des équations (4.2) et (4.3), et après un développement algébrique on obtient la forme de la fonction log-vraisemblance (LLF) :

$$\begin{aligned}
 \Lambda(\lambda) &= \kappa_1 \left\{ -c_1 \rho P(\theta) + \sum_{l=0}^{L-2} \Re[Q_l(\theta) e^{-j\frac{2\pi(l+1)\epsilon}{L}} \right. \\
 &\quad \left. + \gamma^* \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (S_{l,n}(\theta) + T_{l,n}(\theta) e^{j\frac{2\pi\epsilon}{L}}) e^{-j\frac{2\pi(2l-n)\epsilon}{L}} \right\} \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

avec

$$P(\theta) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} |\bar{r}(k + \theta)|^2$$

$$Q_l(\theta) \triangleq \sum_{n=1}^{L(l=1)} 2p(n-1)p(n+l) \sum_{k=0}^{P-1} \bar{r}^*(k + (n-1)P + \theta) \bar{r}(k + (n+l)P + \theta)$$

$$S_{l,n} \triangleq \sum_{h=l-n}^{l-1} p(2l-n-h-1)p(h) \sum_{k=1}^{P-1} \bar{r}(k+hP+\theta) \bar{r}((2l-n-h)P+\theta-k)$$

$$T_{l,n} \triangleq \sum_{h=l-n}^{l-1} p(2l-n-h-1)p(h) \bar{r}(hP+\theta) \bar{r}((2l-n-h-1)P+\theta)$$

ainsi  $\gamma$  et  $\rho$  ont été déjà définis dans (3.20) et (A.9) respectivement .

$$\kappa_1 \triangleq \frac{\rho}{(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)(c_1\rho + 1)(1 - \rho)} \quad (4.13)$$

$$c_1 \triangleq \frac{(L+1)(L+2)}{6} + L - 1 \quad (4.14)$$

Pour obtenir l'estimateur des décalages temporel et fréquentiel, nous fixons les deux paramètres  $[\theta, \epsilon]^T$  et nous varions  $\phi$  . Dans ces conditions la fonction LLF atteint son maximum pour une valeur de  $\phi$  :

$$\hat{\phi}_{ML}(\theta, \epsilon) = \frac{1}{2} \arg \left[ \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (S_{l,n}(\theta) + T_{l,n}(\theta) e^{j\frac{2\pi\epsilon}{L}}) e^{-j2\pi\epsilon[\frac{(2l-n)}{L} + \frac{2\theta}{N}]} \right] \quad (4.15)$$

En remplaçant l'expression ( 4.15) dans l'équation( 4.12)et nous supposons que  $\kappa_1$  est une constante positive. On obtient l'estimateur conjoint des décalages temporel et fréquentiel :

$$\begin{aligned} (\hat{\theta}_{ML}, \hat{\epsilon}_{ML}) &= \arg \max \Lambda(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon}, \hat{\phi}_{ML}(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon})) \\ &= \arg \max \left\{ -c_1 P(\tilde{\theta}) + \sum_{l=0}^{L-2} \Re[Q_l(\tilde{\theta}) e^{-j\frac{2\pi(l+1)}{L}\tilde{\epsilon}}] \right. \\ &\quad \left. + \left| \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (S_{l,n}(\tilde{\theta}) + T_{l,n}(\tilde{\theta}) e^{j\frac{2\pi\tilde{\epsilon}}{L}}) e^{-j\frac{2\pi(2l-n)}{L}\tilde{\epsilon}} \right| \right\} \quad (4.16) \end{aligned}$$

Malheureusement, la solution au problème nécessite une recherche à deux dimensions ce qui rend le calcul complexe. Pour réduire la complexité du calcul, on adopte une autre technique de synchronisation. Spécifiquement, en vertu des deux résultats 1 et 2, les amplitudes de  $Q_l(\alpha)$ ,  $S_{l,\eta}(\alpha)$ ,  $T_{l,\eta}(\alpha)$  dans l'équation (4.16) présentent des pics quand  $\alpha$  désigne l'indice du symbole actuel. Ainsi, nous considérons séparément les deux paramètres de synchronisation :

$$\hat{\theta} = \arg \max \left\{ -c_1 P(\tilde{\theta}) + \sum_{l=0}^{L-2} |Q_l(\tilde{\theta})| + \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (|S_{l,n}(\tilde{\theta})| + |T_{l,n}(\tilde{\theta})|) \right\} \quad (4.17)$$

Cet estimateur présente une forte probabilité d'erreur de détection dans le cas où le signal informatif est absent. Donc, cet estimateur ne peut pas être utilisé dans le cas d'un mode de transmission par rafale (burst). Pour une faible probabilité d'erreur de détection, on propose l'estimateur NC.

$$\hat{\theta}_{NC} = \arg \max \left\{ \left[ \frac{\sum_{l=0}^{L-2} |Q_l(\tilde{\theta})| + \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (|S_{l,n}(\tilde{\theta})| + |T_{l,n}(\tilde{\theta})|)}{c_1 P(\tilde{\theta})} \right]^2 \right\} \quad (4.18)$$

On prend en compte les équations (4.15) et (4.16), nous proposons les estimateurs des décalages fréquentiel et de la phase suivants :

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{NC} = \arg \max \{ & \sum_{l=0}^{L-2} \Re[Q_l(\hat{\theta}_{NC}) e^{-j \frac{2\pi(l+1)}{L} \hat{\epsilon}}] \\ & + | \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L [(S_{l,n}(\hat{\theta}_{NC}) + T_{l,n}(\hat{\theta}_{NC}) e^{j \frac{2\pi \hat{\epsilon}}{L}}) e^{-j \frac{2\pi(2l-n)}{L} \hat{\epsilon}}] | \} \end{aligned} \quad (4.19)$$

et

$$\hat{\phi}_{NC} = \hat{\phi}_{ML}[\hat{\epsilon}_{NC}, \hat{\theta}_{NC}] \quad (4.20)$$

Notons que l'estimateur  $\hat{\phi}_{NC}$  donné par l'équation (4.20), en tenant en compte de (4.15), fournit une estimation proche pour le décalage de phase. Il donne une estimation sans ambiguïté pour  $|\phi| \leq \frac{\pi}{2}$ . En plus la fonction à maximiser dans le premier terme de second membre de l'équation (4.19) est périodique de période L. l'estimateur du décalage fréquentiel  $\hat{\epsilon}_{NC}$  donne une estimation sans ambiguïté pour  $|\epsilon| \leq L/2$

## 4.2.2 Estimation basé sur les symboles préambules circulaires

Dans le cas où le symbole préambule (avec L parties identiques) est constitué par la transmission des symboles des sous-porteuses qui appartiennent à une constellation circulaire (à savoir  $E[(a_q^l)^2] = 0$ , pour  $q = 0$ ), la matrice de relation du symbole préambule  $R_s$  est identiquement nulle. Par conséquent, considérant

les équation de (4.8)-(4.11) la LLF de l'équation (4.12) devienne :

$$\Lambda_c(\theta, \epsilon) = \kappa_2 \left\{ \Re \left[ \sum_{l=0}^{L-2} e^{-j\frac{2\pi(l+1)\epsilon}{L}} Q_l(\theta) \right] - c_2 \rho P(\theta) \right\} \quad (4.21)$$

où  $\kappa_2 = \frac{\rho}{(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)(c_2 \rho + 1)(1 - \rho)}$  et  $c_2 \triangleq L - 1$

En exploitant l'approche faite auparavant, et considérons l'équation (4.21) et pour le fait que  $\kappa_2$  est une constante positive, nous obtenons l'estimateur des décalages temporel et fréquentiel :

$$\hat{\theta}_{GSC} = \arg \max \left\{ \left( \sum_{l=0}^{L-2} \frac{|Q_l(\tilde{\theta})|}{c_2 P(\tilde{\theta})} \right)^2 \right\} \quad (4.22)$$

et

$$\hat{\epsilon}_{GSC} = \arg \max \left\{ \sum_{l=0}^{L-2} \Re [Q_l(\hat{\theta}_{GSC}) e^{-j\frac{2\pi(l+1)\hat{\epsilon}}{L}}] \right\} \quad (4.23)$$

Ces estimateurs donne une ambigüité pour  $|\epsilon| \leq L/2$  et  $0 \leq \theta \leq N$ . Il est important de remarquer que dans le cas de symbole préambule avec deux parties identiques(  $L=2$  ) et sans inversion de signe données par les équations (4.22)et(4.23 ) prend la même forme que les Estimateurs proposé par Schmidl et Cox dans [18]. Ainsi, on peut les considérer comme une généralisation de celle proposée dans [18], lorsque le symbole préambule contient plus de deux parties identiques. Ils sont appelés (estimateurs généralisés de Schmidl et Cox (GSC) ).

Dans l'estimateur de décalage temporel (4.22), pour le cas ( $L=4$ , et  $p = [1, 1, -1, 1]^T$ ), on obtient L'estimateur grossière proposé par Shi et Serpedin et sera référé comme l'estimateur (SS). Pour limiter le coût de calcul l'estimateur SS simplifié pour le décalage fréquentiel a été proposé dans [19].

$$\hat{\epsilon}_{SS} = \frac{L}{2\pi} \arg [Q_0(\hat{\theta}_{SS})] \quad (4.24)$$

Minn, Bhargava et Letaief réduisent la distance moyenne entre les parties succesives du symbole préambule reçu, et proposent l'estimateur de décalage fréquentiel métrique (MBL) :

$$\hat{\theta}_{MBL} = \arg \max \left\{ \left( \frac{L |Q_0(\tilde{\theta})|}{c_2 P(\tilde{\theta})} \right)^2 \right\} \quad (4.25)$$

Dans le cas ( $L=2$ ), l'estimateur MBL dans l'équation (4.25), et l'estimateur GSC (4.22) sont identiques. Cependant, lorsque le nombre des parties identiques répétées  $L$  augmentent l'expression simplifié dans l'équation (4.25) ne prend pas au compte la corrélation entre les parties du symbole préambule qui ne sont pas adjacentes. Ainsi, dans ce cas l'estimateur GSC (4.22) perd ses performance.



### 4.3 Estimateur utilisé en pratique :

L'estimateur de décalage fréquentiel proposé dans ( ??) et ( 4.23) nécessite une procédure de maximisation du paramètre continue  $\tilde{\epsilon}$ . Ils peuvent être obtenus en exploitant un procédé de deux étapes, comme situé dans [16]. dans la première étape en suivant une recherche grossière , alors que dans la deuxième une recherche plus précise. Spécifiquement la recherche par dichotomie décrite en détail dans [18]

pour surmonter ce problème, on propose dans cette section un algorithme de synchronisation moins complexe viable pour des implémentations pratique, spécifiquement l'estimateur linéaire impartial BLU(best linear unbiased). considérons les deux termes suivants :

$$R(m) = \frac{1}{N - mP} \sum_{k=0}^{N-mP-1} \bar{r}(k + \theta)^* \bar{r}(k + mP + \theta) b_{k, k+mP} \quad (4.26)$$

et

$$C(m) = \frac{1}{N - mP} \sum_{k=0}^{N-mP-1} [\bar{r}(k + mP + \theta) \bar{r}(N - k + \theta) b_{N-k, k+mP} + \bar{r}(mP + \theta) \bar{r}(\theta) b_{0, mP}] \quad (4.27)$$

avec  $0 \leq m \leq L - 1$  et

$$b_{m, l} \triangleq p(\lfloor \frac{m}{P} \rfloor) p(\lfloor \frac{l}{P} \rfloor) \quad (4.28)$$

où  $p(l)$  est le  $l^{ieme}$  élément du vecteur  $P$  qui représente le vecteur du signe pour les différents bloc du symbole préambule.

on observe préliminairement que le symbole a une structure répétitive. En plus il est obtenue par la transmission des échantillons appartenant a une consultation réel dans les différents sous-porteuse.

il en résulte que :

$$s(0) = s(0)^* \quad (4.29)$$

$$p\left(\left\lfloor \frac{k}{P} \right\rfloor\right) s(k) = p\left(\left\lfloor \frac{k + mP}{P} \right\rfloor\right) s(k + mP) \quad (4.30)$$

$\forall k, k + mP \in \tau_2 \cup \{0\}$

$$p\left(\left\lfloor \frac{N - k}{P} \right\rfloor\right) s(N - k) = p\left(\left\lfloor \frac{k + mP}{P} \right\rfloor\right) s(k + mP)^* \quad (4.31)$$

$\forall k, k + mP \in \tau_2$

### 4.3. ESTIMATEUR UTILISÉ EN PRATIQUE :

ainsi, en remplaçant maintenant le signal reçu qui est donnée par (3.4), dans les expressions du deux termes  $R(m)$ , et  $C(m)$ , et en considérant les propriétés données par les équations (4.29) et (4.31), et que le terme bruit  $\times$  bruit est négligeable. les deux termes considérés deviennent :

$$R(m) = \sigma_s^2 e^{j\frac{2\pi m\epsilon}{L}} \left[ 1 + \frac{1}{\sigma_s^2(N - mP)} \right. \\ \left. \times \sum_{k=0}^{N-mP-1} [s(k)^* w(k + mP + \theta) + w(k + \theta)^* s(k + mP)] b_{k,k+mP} \right] \quad (4.32)$$

et

$$C(m) = \sigma_s^2 e^{[ \frac{2\pi\epsilon(mP+N+2\theta)}{N} + 2\phi ]} \\ \left[ 1 + \frac{2}{\sigma_s^2(N - mP)} \sum_{k=0}^{N-mP-1} [s(k)^* w(k + mP + \theta) b_{k,k+mP}] \right] \quad (4.33)$$

où  $w(k) \triangleq n(k) e^{-j[\frac{2\pi\epsilon k}{N} + \phi]}$

En considérant maintenant le vecteur  $y \in \mathbb{R}^{(L-1) \times 1}$  où ses éléments sont définies par.

$$y(m) \triangleq \arg[R(m)R(m-1)^* + C(m)C(m-1)^*], \quad m \in [1, \dots, L-1] \quad (4.34)$$

pour une valeur élevée du SNR et  $|\epsilon| \leq L/2$ ,  $y(m)$  peut être approximée par l'équation du paramètre inconnue  $\epsilon$  :

$$y(m) \simeq \frac{2\pi\epsilon}{L} + \frac{\Im[\eta(m) + \eta(m-1)^*]}{2\sigma_s^2} \quad (4.35)$$

avec

$$\eta(m) \triangleq \frac{1}{N - mP} \sum_{k=0}^{N-mP-1} [s(k + mP)w(k + \theta)^* + 3s(k)^*w(k + mP + \theta)] b_{k,k+mP} \quad (4.36)$$

ainsi, le problème peut être réduite en modèle linéaire par l'exploitation du théorème Gauss-markov. alors on considère l'estimateur BLU du décalage fréquentiel :

$$\hat{\epsilon} = \frac{L}{2\pi} \left[ \frac{y^T C_y^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T C_y^{-1} \mathbf{1}} \right] \quad (4.37)$$

alors que le  $(m, l)^{ieme}$  élément de la matrice de covariance,  $C_y \in \mathbb{R}^{L-1 \times L-1}$  est donnée par :

$$[C_y] (m, l) \triangleq E[y(m)y(l)^*] = \frac{1}{4P \text{SNR}(L - (l - 1))} \times \left[ \frac{5\delta[m - l]}{(L - l)} + \frac{3Lu(L - m - l)}{(L - l)(L - m)(L - (m - 1))} - \frac{3\delta[m + l - L - 1]}{(L - (m - 1))} \right] \quad (4.38)$$

Cette approche a été proposée par Mengali et Morelli en [19] dans le cas où le symbole préambule de  $L$  parties identiques est obtenu par la transmission des échantillons qui appartiennent à une constellation non-circulaire dans les différents sous-porteuses. Spécifiquement dans ce cas, les deux termes (4.26) et (4.27) sont exploités. Il est important de déduire à partir de (4.37) et (4.38) que l'estimateur BLU non-circulaire ne nécessite pas de connaître la valeur du SNR et le type du canal. Ainsi, la gamme d'acquisition de l'estimateur NC-BLU proposé coïncide avec celle donnée par (4.19) et (4.23)

## 4.4 Estimateurs avec préambule dans un canal multi-trajet

puisque l'estimateur  $\hat{\theta}_{NC}$  dans l'équation (4.18) est dérivé dans le cas d'un canal mono-trajet, dans le canal multi-trajet ne donne pas une performance satisfaisante. alors dans ce cas il est nécessaire de l'améliorer par l'exploitation de la structure périodique du symbole préambule. En effet, on peut appliquer la même analyse pour l'estimateur aveugle dans le chapitre précédent (3.4).

En considérant le signal reçu modélisé dans un canal multi-trajet (3.48), nous observons que pour  $N \gg N_m$  et en suivant l'annexe A, on peut démontrer l'approximation suivante :

$$\frac{\sum_{l=0}^{L-2} |Q_l(\theta + \beta)| + \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (|S_{l,n}(\theta + \beta)| + |T_{l,n}(\theta + \beta)|)}{c_1 P(\theta + \beta)}$$

$$\simeq \begin{cases} \frac{\sigma_s^2 |(h \otimes h)(2\beta)|}{\sigma_s^2 \sum_{l=0}^{N_m} |h(l)|^2 + \sigma_n^2} & \text{si } \beta \in \{0, \dots, N_m\} \\ 0 & \text{si ailleurs} \end{cases}$$

Donc, comme dans le cas de l'estimateur du décalage temporel avec la technique aveugle, la statistique  $\hat{\theta}_{NC}$  nécessite une estimation précise du temps d'arrivée de la première composante multi-trajet, avec une grande probabilité, différent de leur valeur actuelle  $\theta$  par la quantité  $\beta \in \{0, \dots, N_m\}$ .

en suivant les mêmes étapes dans la section (3.4) du chapitre précédent, l'estimateur affiné  $\hat{\theta}_{NCR}$  (refined estimate) du décalage temporel est donnée par :

$$\hat{\theta}_{NCR} = \hat{\theta}_{NC} - \lceil \frac{1}{2}(\hat{u} - 1) \rceil \quad (4.39)$$

## 4.5. ESTIMATION DU DÉCALAGE FRÉQUENTIEL PAR PRÉAMBULE :

l'estimation  $\hat{\mu}$  est la même que celle définie dans (3.43), mais la fonction  $\chi(u, \theta + \lambda)$  est donné dans ce cas par :

$$\chi(u, \theta + \lambda) \triangleq \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \sum_{h=l-n}^{l-1} [| B_{l,n,h}(u, \theta + \lambda) | + | \bar{r}(\beta + hP)\bar{r}((2l - n - h - 1)P + \beta - u) |] \quad (4.40)$$

où

$$B_{l,n,h}(u, \alpha) \triangleq \sum_{k=1}^{P-1} \bar{r}(k + \alpha + hP)\bar{r}((2l - n - h)P + \alpha - k - u)$$

## 4.5 Estimation du décalage fréquentiel par préambule :

Le principe de ces algorithmes est toujours d'utiliser des symboles OFDM spécifiques, appelés symboles préambules étudié précédemment , afin d'estimer et de corriger les erreurs de synchronisation. Ces pilotes peuvent être connus ou inconnus à la réception et peuvent être exploités avant ou après la FFT.

Ces algorithmes permettent donc d'estimer et de corriger l'erreur de fréquence, en utilisant la fonction de corrélation. Les estimateurs s'améliorent progressivement en termes de performances et permettent de corriger une erreur de fréquence porteuse de plus en plus grande.

Les algorithmes proposés dans la littérature permettent d'estimer le CFO seulement dans l'intervalle  $|\epsilon| \leq 0.5$ , néanmoins la valeur de décalage fréquentiel peut être dépassée cet intervalle, alors nous sommes donc en besoin d'autres techniques capable de couvrir une large bande de décalage fréquentiel. l'intervalle d'estimation peut être augmenté par la réduction du distance entre les blocs de corrélation, ceci devient possible par l'utilisation de ces symboles préambules.

Le préambule constitué de L parties identiques dans le domaine temporel est généré dans l'émetteur après le bloc de la IFFT à partir du signal donnée par l'équation :

$$s_l[k] = \begin{cases} A_m, & \text{si } k = L.i, i = 0, 1, \dots, (N/L - 1) \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.41)$$

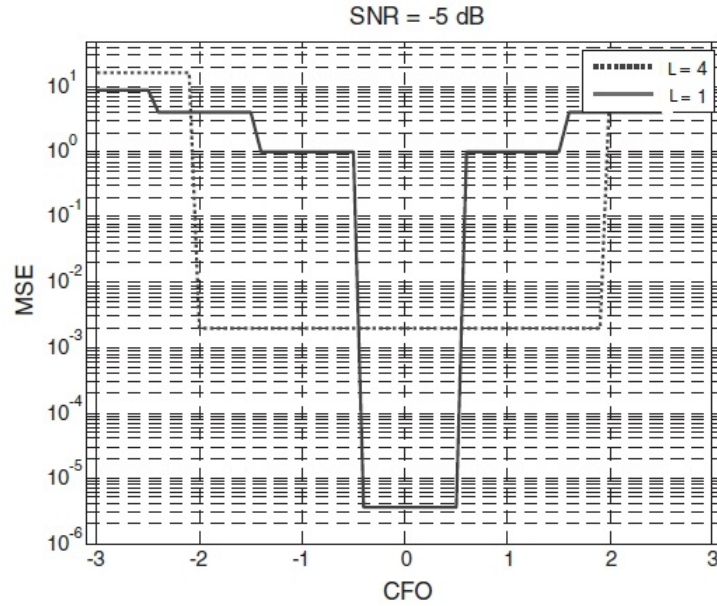
où  $A_m$  est un vecteur de longueur M , et  $N/L$  est un entier, et comme  $s_l[n]$  et  $s_l[n + N/L]$  sont identiques (c-à-d :  $r_l^*[n]r_l[n + N/L] = |r_l[n]|^2 e^{j\pi\epsilon}$ ) alors l'estimation à la réception est donnée par :

$$\hat{\epsilon} = \frac{L}{2\pi} \arg \left\{ \sum_{n=0}^{N/L-1} r_l^*[n]r_l[n + N/L] \right\} \quad (4.42)$$

l'intervalle d'estimation du CFO pour cette technique est  $|\epsilon| \leq L/2$  , qui augmente avec L. En notant aussi que le nombre d'échantillons considérés par la

## 4.5. ESTIMATION DU DÉCALAGE FRÉQUENTIEL PAR PRÉAMBULE :

corrélation est réduit jusqu'à  $N/L$ , ce qui peut dégrader la performance du MSE (mean square error). La figure ( 4.3) montre la performance de cette technique en fonction de l'intervalle d'estimation du CFO pour les deux valeurs de  $L=1$  et  $L=4$ . Il est claire d'après la figure 4.3 plus l'intervalle augmente plus la performance se dégrade.



**Figure 4.3** – performance de MSE en fonction de l'intervalle d'estimation.

La performance exprimé en MSE peut être améliorée sans réduire l'intervalle d'estimation, nous prenons toujours la moyenne avec des parties identiques de courte durée, cette fois l'estimateur est donnée par[2] :

$$\hat{\epsilon} = \frac{L}{2\pi} \arg \left\{ \sum_{m=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{N/L-1} r_i^*[n] r_i[n + N/L] \right\} \quad (4.43)$$

Dans le cas ou deux parties d'un symbole préambule sont transmis successivement, les signaux correspondant avec un décalage fréquentiel  $\epsilon$  sont liés par :

$$r_2[n] = r_1[n] e^{j2\pi N \epsilon / N} \longleftrightarrow R_2[k] = R_1[k] e^{j2\pi \epsilon} \quad (4.44)$$

Un des premiers à utiliser les symboles préambules pour résoudre les problème de synchronisation en OFDM était Moose en 1994. Il propose d'utiliser deux symboles OFDM consécutifs identiques, dans le domaine fréquentiel, pour corriger l'erreur de la fréquence porteuse. Le décalage temporel est supposé corrigé au préalable. L'estimation et la correction sont effectuées après la FFT. L'estimation est effectuée en comparant la phase des symboles reçus sur les mêmes porteuses de ces

## 4.5. ESTIMATION DU DÉCALAGE FRÉQUENTIEL PAR PRÉAMBULE :

deux symboles OFDM. Les symboles préambules ne doivent pas obligatoirement être connus du récepteur.

nous utilisons l'équation 4.44, le CFO est donnée par :

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \text{Im} [r_1^*[k]r_2[k]] / \sum_{k=0}^{N-1} \text{Re} [r_1^*[k]r_2[k]] \right\} \quad (4.45)$$

Cette technique donnée par l'équation 4.45 peut estimer le décalage fréquentiel dans l'intervalle  $|\epsilon| = \pi/2\pi = 1/2$ . Cependant cet intervalle peut être multiplié par L, nous utilisons seulement un symbole préambule avec L parties. Ce symbole préambule est généré par l'équation 4.41. Cette technique particulière exige une période spécifique connue généralement par période préambule, dans lequel un symbole préambule consécutif est nécessaire pour faciliter le calcul dans l'équation 4.45.

Cet estimateur est applicable seulement pendant la période préambule, ou les symboles de données ne sont pas transmis.

Si l'erreur initiale est plus importante, il propose de réduire la taille de la FFT du symbole préambule pour augmenter l'espacement interporteuse et donc la plage de fonctionnement.

# Chapitre

# 5

## Simulation :

---

### Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté les bases théoriques des systèmes OFDM, les caractéristiques des canaux radio-fréquences, nous avons étudié les effets de décalage temporel et fréquentiel sur les systèmes OFDM. Nous avons étudié différentes techniques pour estimer ces décalages à savoir les techniques de synchronisation aveugle et de synchronisation avec préambule. Ces dernières sont très importantes pour répondre aux fortes contraintes de débit pour des applications multimédias.

Dans ce chapitre, nous avons divisé notre simulation à l'aide du logiciel Matlab en trois parties :

- l'influence des différents paramètres d'un système OFDM,
- les techniques d'estimation du décalage temporel à savoir la technique de synchronisation par corrélation et la technique de synchronisation par différence,
- les techniques d'estimation de décalage fréquentiel.

### 5.1 Influences des différents paramètres d'un système OFDM

pour évaluer l'influence des différents paramètres sur le performance d'un système OFDM, nous avons réalisé un programme sous matlab , qui calcule le taux de bit erroné (TEB)(c-à-d le rapport entre le nombre des bits erronés à la reception et le nombre totale des bits transmis ) pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$ .

les paramètres à étudier dans notre programme sont :

- type de canal (AWGN, Rayleigh),
- taille de l'intervalle de garde  $N_g$ ,
- taille de la IFFT  $N_{fft}$ ,
- taille de constellation  $M$ .

Les résultats de simulation obtenus concernant l'influence de chaque paramètre sont illustrés dans les figures 1-7. Nous avons présenté dans chaque figure le BER en fonction du SNR pour différents paramètres. Une comparaison de ces résultats avec des résultats analytiques est faite.

#### 5.1.1 Influence du type de canal

Dans tous les système de communication, les signaux sont transmis à travers des canaux de communications. On distingue plusieurs types des canaux. chaque type de canal a ses propres caractéristique(réponse impulsionnelle, bruit, multi-trajets .... ). Ces dernières influent considérablement sur le signal transmis et par conséquent sur les performances du système OFDM.

Dans notre simulation, nous avons traité deux types de canaux de communications à savoir un canal bruité AWGN et un canal multi-trajets (Rayleigh).

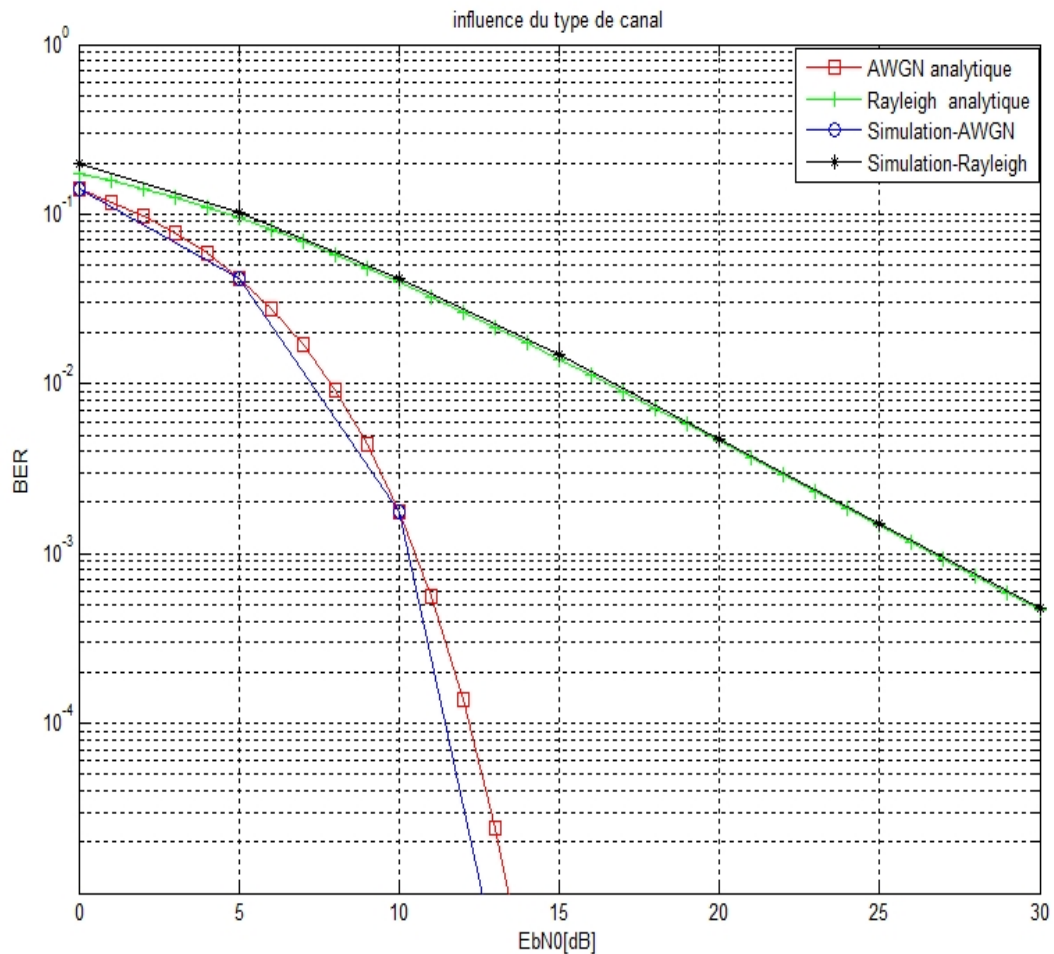
La figure ( 5.1) est obtenue en utilisant les paramètres suivants :

- $N_{fft} = 64$
- $N_g = 16$
- $M = 16(16 - QAM)$
- CP(préfixe cyclique ).

la figure 5.1 représente des courbes représentant le BER en fonction de SNR pour les deux types de canaux cités précédemment pour notre simulation et ceux des résultats analytiques.



## 5.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES D'UN SYSTÈME OFDM



**Figure 5.1** – influence du type de canal sur la performance du systèmes OFDM

Nous remarquons de cette figure que le BER pour un canal AWGN et au dessous de celui pour un canal de Rayleigh, ce qui signifie que la probabilité d'erreur dans un canal de rayleigh est plus grande que celle d'un canal AWGN. On constate également des coïncidences entre les résultats simulés et analytiques.

Cela s'explique par le fait que Un canal de Rayleigh caractérise le cas ou il n'y a pas de visibilité entre l'émetteur et le récepteur (NLOS). Ce canal est modélisé par des impulsions retardées avec des amplitudes aléatoires dont l'allure générale est une exponentielle décroissante. La dernière impulsion est retardée d'une durée  $\tau_{max}$  qui désigne la longueur du canal dans notre cas  $\tau_{max}=8$ , donc le signal suivie plusieurs trajet et a la réception en aura un interférence entre ces signaux ISI, donc la probabilité d'erreur augment. mais Dans un canal AWGN,seulement un bruit blanc gaussien s'ajoute au signal informatif, il n'y a pas ISI.

En remarque également que pour les deux cas, plus le  $E_b/N_0$  augmente le BER diminuer, et ça c'est logique parce que l'énergie du signal utile augmente par apport a celle du bruit, et ça en remarquera pendant tout notre travail.

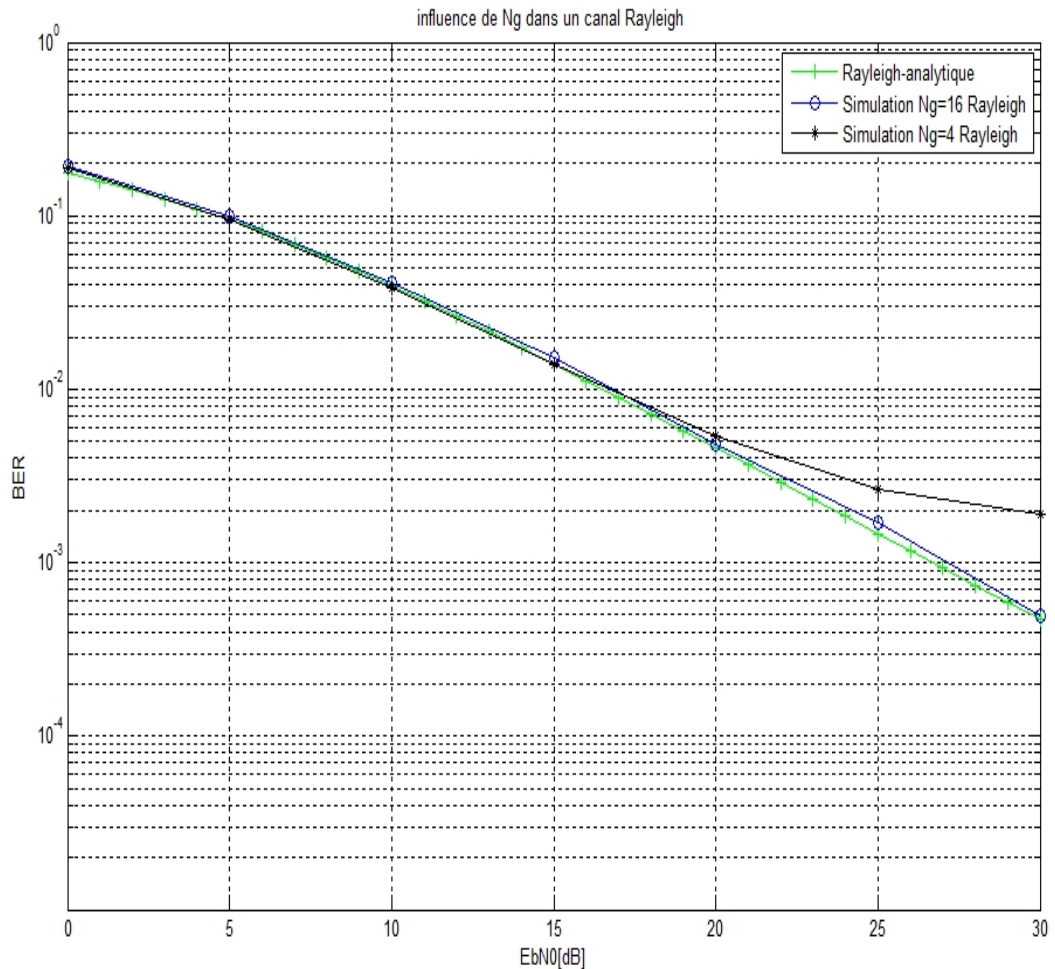
### 5.1.2 Influence de l'intervalle de garde $N_g$

les performances des systèmes OFDM sont influés considérablement par l'utilisation de l'intervalle de garde. pour connaitre l'influence de ce dernier sur ces performances, dans notre simulation, nous avons considéré deux valeurs de l'intervalle de garde :  $N_g = N_{fft}/4 = 64/4 = 16$  et  $N_g = N_{fft}/16 = 64/16 = 4$ , dans les deux types de canaux traités précédemment a savoir un canal AWGN et un canal multi-trajets.

#### 1. Canal de Rayleigh :

La figure 5.2, représentant le BER en fonction du SNR, est obtenue en utilisant dans notre simulation les paramètres suivants :

- \* taille de la FFT :  $N_{fft} = 64$
- \* nombre des sous-porteuses virtuels :  $N_{vc} = 0$ .
- \* type de l'intervalle de garde : CP (préfixe cyclique )
- \* taille de constellation :  $M = 16$  (16-QAM)



**Figure 5.2** – influence de l'intervalle de garde  $N_g$  dans le cas d'un canal (Rayleigh)

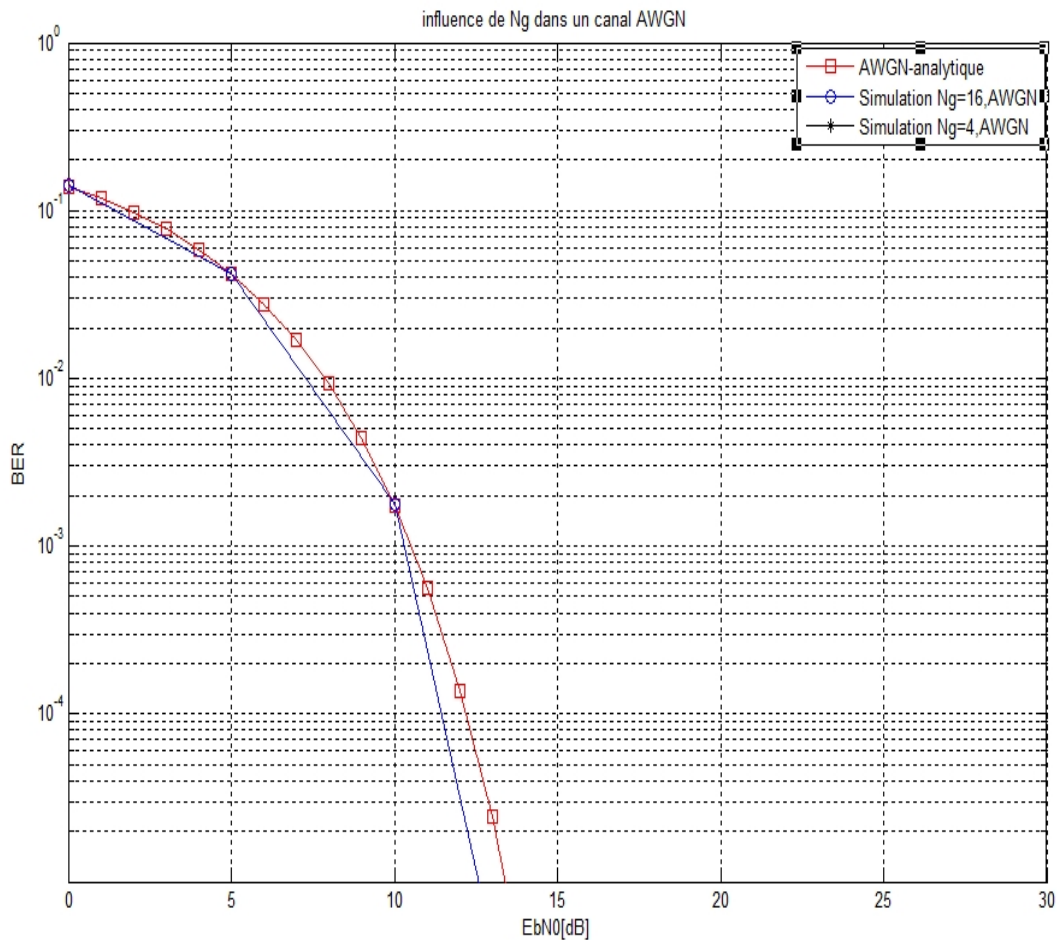
Cette figure illustre l'influence de l'intervalle de garde sur les performances des systèmes OFDM. Nous remarquons, pour des valeurs de SNR supérieur a

## 5.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTES PARAMÈTRES D'UN SYSTÈME OFDM

15 dB, que le BER pour  $N_g=N_{fft}/4=16$  est inférieur à celui pour  $N_g=N_{fft}/16=4$ . On constate également des coïncidences entre les résultats simulés et analytiques pour le cas  $N_g=N_{fft}/4=16$ . ceci est conforme avec les résultats théoriques de faite que l'augmentation de l'intervalle de garde élimine d'avantage les interférences inter symbole, provoqué par les multi-trajets, mais ceci est au détriment de l'efficacité spectrale.

### 2. Canal AWGN :

La figure 5.3 est obtenue en utilisant les mêmes paramètres utilisé précédemment.



**Figure 5.3** – influence de l'intervalle de garde  $N_g$  dans le cas d'un canal (AWGN)

Cette figure représente également les courbes représentant le BER en fonction du SNR pour les deux valeur de  $N_g$  cités précédemment, pour des résultats simulés et analytiques. On remarquons des coïncidences entre les deux résultats pour  $N_g=N_{fft}/4=16$  et  $N_g=N_{fft}/16=4$ . On constate que l'intervalle de garde n'a aucune influence sur ce type de canal (AWGN), du faite de l'absence des interférences inter symboles.

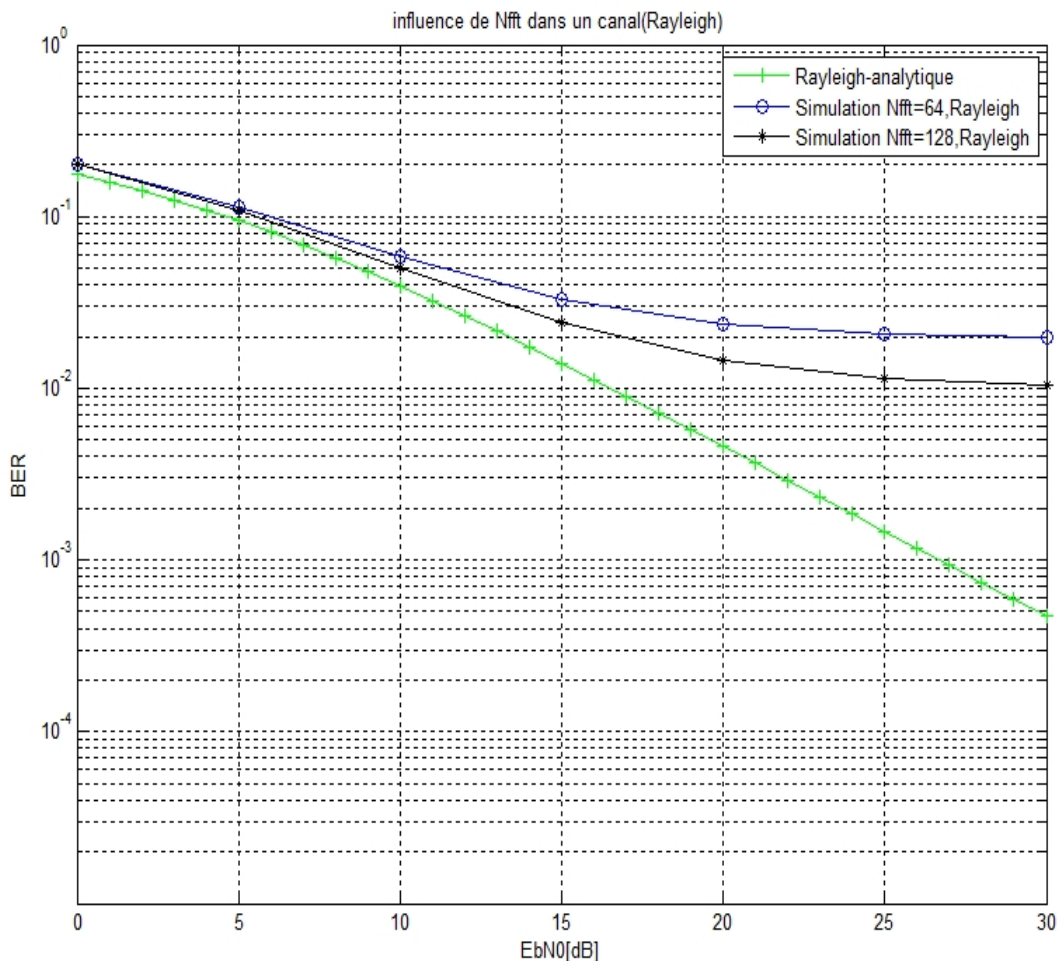
### 5.1.3 Influence de la taille de FFT ,Nfft :

la la performance du système de OFDM est influé par le nombre de sous porteuses.pour connaître l'influence de ce dernier sur la performance de système Nous avons fait notre simulation. On prendre deux valeur de Nfft (pour Nfft=64 et Nfft=128),Dans deux types de canaux de communication a savoir un canal AWGN et un canal multi-trajet.

#### 1. canal de Rayleigh :

La figure 5.4, représentant le BER en fonction de SNR, est obtenue en utilisant les paramètres suivants :

- Taille de l'intervalle de garde  $N_g=0$  (absence de l'intervalle de garde).
- Taille de constellation  $M=16$  (16-QAM).
- Nombre de sous porteuses virtuelles  $N_{vc}=0$
- type de l'intervalle de garde (CP).



**Figure 5.4** – influence de la taille de FFT dans le cas d'un canal (Rayleigh)

Cette figure représente des courbes représentant le BER en fonction de SNR pour les deux valeurs de Nfft cités précédemment, pour des résultats notre simulation et ceux des résultats analytiques. on constate que les courbes donnés par la simulation pour les deux valeurs de Nfft=64 et Nfft=128 sont

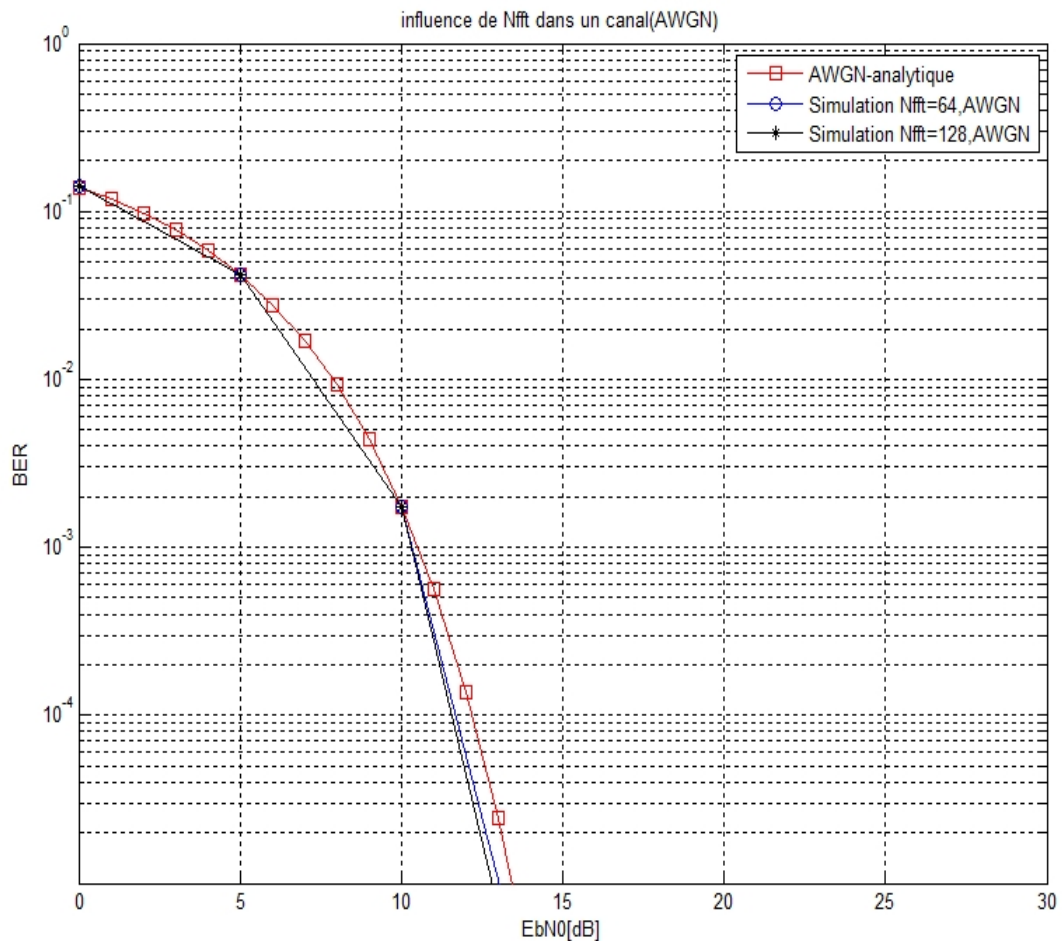
## 5.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTES PARAMÈTRES D'UN SYSTÈME OFDM

au dessus de la courbe analytique. Nous remarquons que la courbe pour la  $N_{fft}=128$  est au dessus de celle de  $N_{fft}=64$ . Ces résultats signifient que lorsque  $N_{fft}$  augmente la dégradation de performance diminue.

Ces résultat confirment bien ce qui était prévu par la théorie dans le chapitre 1, nous avons vu que les performances en termes d'efficacité spectrale augmentent avec  $N_{fft}$ , et le canal devient moins sélectif.

### 2. canal AWGN :

La figure 5.5 est obtenue en utilisant les mêmes paramètres utilise précédaiant :



**Figure 5.5** – influence de la taille de FFT dans le cas d'un canal (AWGN)

Cette figure représente des courbes représentant le BER en fonction de SNR pour les deux valeur de  $N_{fft}$  cités précédemment, pour des résultats de notre simulation et ceux des résultats analytiques. Nous remarquons dans cette figure la coïncidence entre ces résultats pour  $N_{fft}=64$  et  $N_{fft}=128$ . on constate d'après ces résultats les mêmes performances pour les deux systèmes OFDM.

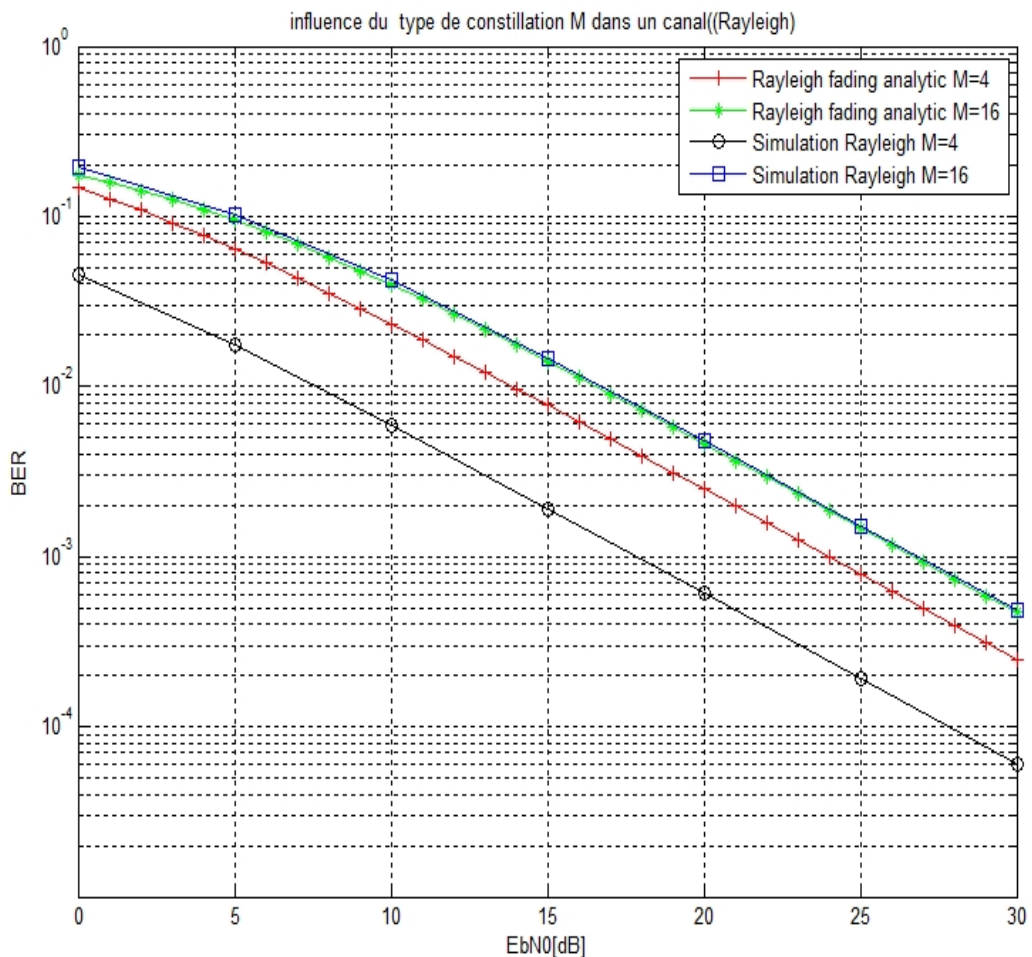
### 5.1.4 Influence de la taille du constellation M :

Comme nous avons eu dans le premier chapitre, que la taille de la constellation a un lien direct avec la taille du symbole transmis et donc un lien avec le débit de transmission. Pour connaître l'influence de ce dernier sur la performance du système, nous avons simulé notre système avec deux constellation de taille différente : 4-QAM et 16-QAM, dans les deux types de canaux de communication à savoir un canal AWGN et un canal multi-trajet.

#### 1. canal de Rayleigh :

La figure 5.6 est obtenue en utilisant les paramètres suivants :

- Taille de intervalle de garde  $N_g = Nfft/4 = 16$
- type de l'intervalle de garde (CP).



**Figure 5.6** – influence de la taille de constellation dans le cas d'un canal (Rayleigh)

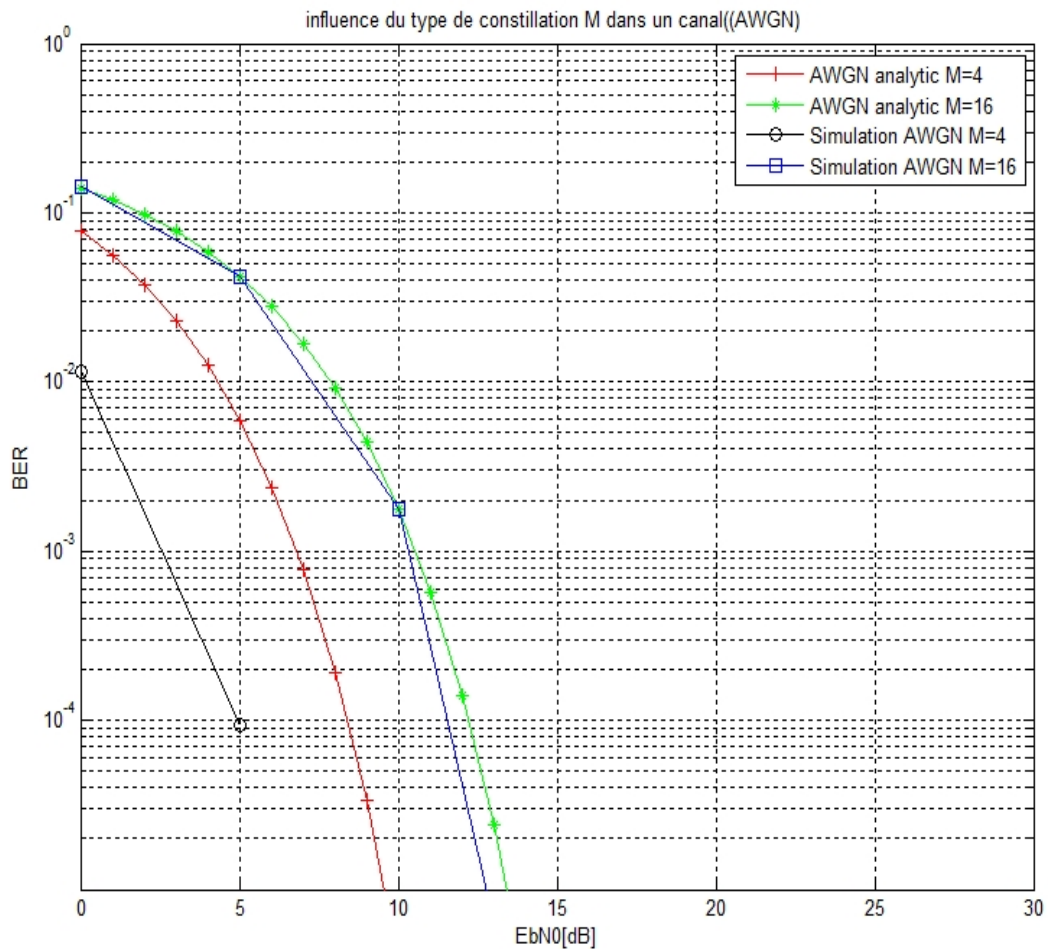
Cette figure représente des courbes représentant le BER en fonction de SNR pour les deux valeur de taille de constellation M=16 et M=4. des résultats analytiques sont également représentés. nous remarquons que la courbe pour M=4 est au dessous de celle de M=16 pour les résultats de simulation et les résultats analytiques. Donc il y a une amélioration de la

## 5.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES D'UN SYSTÈME OFDM

performance pour  $M=4$  par rapport à  $M=16$ . Nous constatons également que pour  $M=16$  les deux courbes de les BER analytique et de simulation coïncident, donc l'approche analytique est plus valable pour des grandes valeurs de  $M$ . ces résultats s'expliquent par le faite que l'augmentation de la taille de la constellation rend la distance euclidienne entre les symboles plus petite. Donc l'augmentation de la taille de constellation augmente la probabilité d'erreur.

### 2. canal AWGN :

La figure 5.7 est obtenue avec les mêmes paramètres utilisés ci-dessus.



**Figure 5.7** – influence de la taille de constellation Dans le cas d'un canal (AWGN)

La figure 5.7 illustre les courbes du BER en fonction de SNR pour les deux taille de constellation cités précédemment  $M=16$  et  $M=4$ . les résultats obtenu vérifient les mêmes constats consternant le canal de rayleigh.

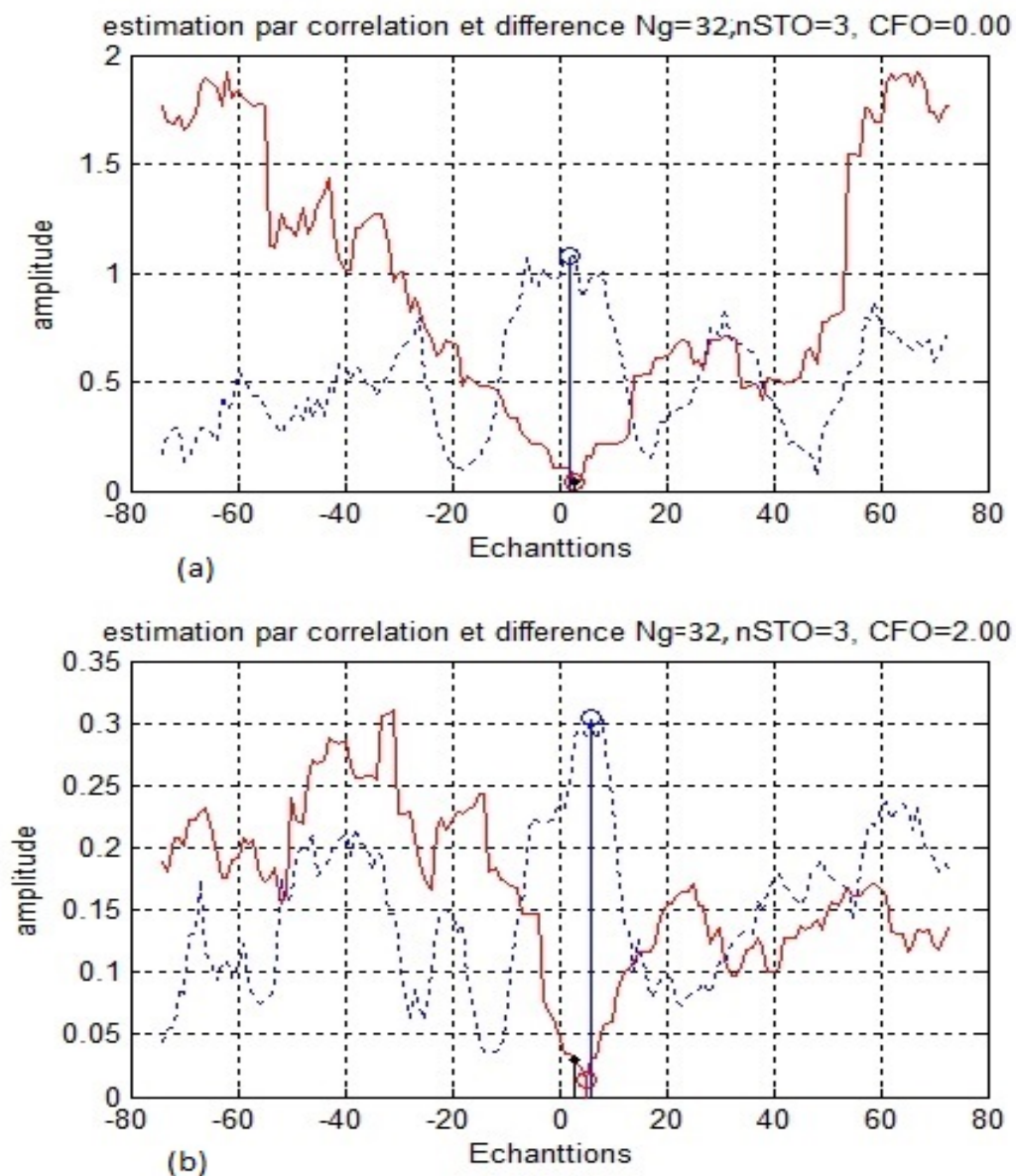


## 5.2 Estimateurs du décalage temporel STO

Nous avons présenté les techniques d'estimation des décalages temporel et fréquentiel (chapitre 3 et chapitre 4). Ces techniques ont été selon les méthodes de résolution en deux groupes :

- les techniques aveugles
- les techniques avec préambule

nous limitons notre simulation pour le décalage temporel STO a deux techniques à savoir, la méthode à corrélation maximale et la méthode à différence minimale (voir section 3.2.1 ).

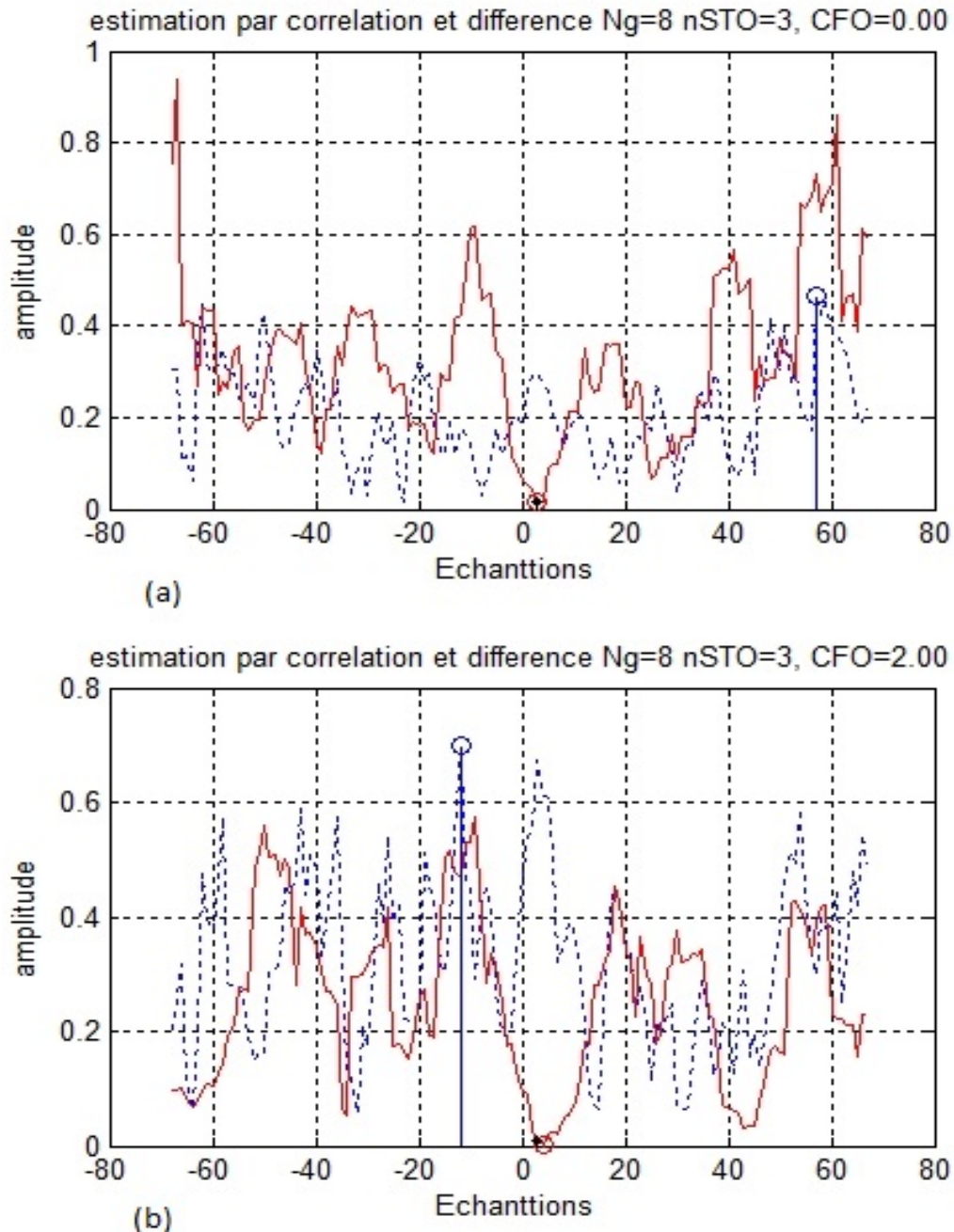


**Figure 5.8** – Estimation du STO par les deux méthodes corrélation et différence pour Ng=32,a)pour CFO=0,b)CFO=2



## 5.2. ESTIMATEURS DU DÉCALAGE TEMPOREL STO

Les résultats de simulation de STO pour les deux méthodes sont illustré par les deux figures 5.8 et 5.9 correspondant aux deux valeurs de l'intervalle de garde :  $N_g=N_{fft}/4=32$  et  $N_g=N_{fft}/16=8$  et deux valeurs de CFO : CFO=0 et CFO=2.



**Figure 5.9** – Estimation du STO par les deux méthodes corrélation et différence pour  $N_g=8$ , a) pour CFO=0, b) CFO=2

La figure 5.8(a) représente les deux méthodes d'estimation du STO à savoir la méthode d'estimation maximale et la méthode de la différence minimale pour un  $N_g=N_{fft}/4=32$  et un CFO=0. On constate que l'estimation du STO est la même

## 5.2. ESTIMATEURS DU DÉCALAGE TEMPOREL STO

---

par les deux méthodes donc est coïncide parfaitement avec la valeur proposée dans le programme de simulation. La figure 5.8(b) illustre également les deux méthodes d'estimation du STO pour le même  $N_g$  et un  $CFO=2$ . On observe dans ces résultats une légère différence entre les valeurs estimées par les deux méthodes et celle proposée dans la simulation. Ces différences entre les valeurs sont due au décalage fréquentiel CFO.

La figure 5.9(a) illustre les deux méthodes d'estimation du STO pour un  $N_g=N_{fft}/16=8$  et un  $CFO=0$ . nous constatons d'après ces résultats obtenue qu'il y a une concordance entre la valeur estimée par la méthode de différence et celle proposée lors de la programmation, par contre la méthode de corrélation donne des valeurs erronées du STO.

La figure 5.9(b) exprime les mêmes paramètres de la figure 5.9(a) sauf le décalage fréquentiel  $CFO=2$ . Les mêmes remarques de la figure précédente sont toujours valables sauf une légère décalage entre la valeur estimée par la différence et celle programmée. Nous concluons que le décalage fréquentiel influe les deux méthodes de calcul d'estimation du STO et l'intervalle de garde influe uniquement la méthode d'estimation par corrélation.

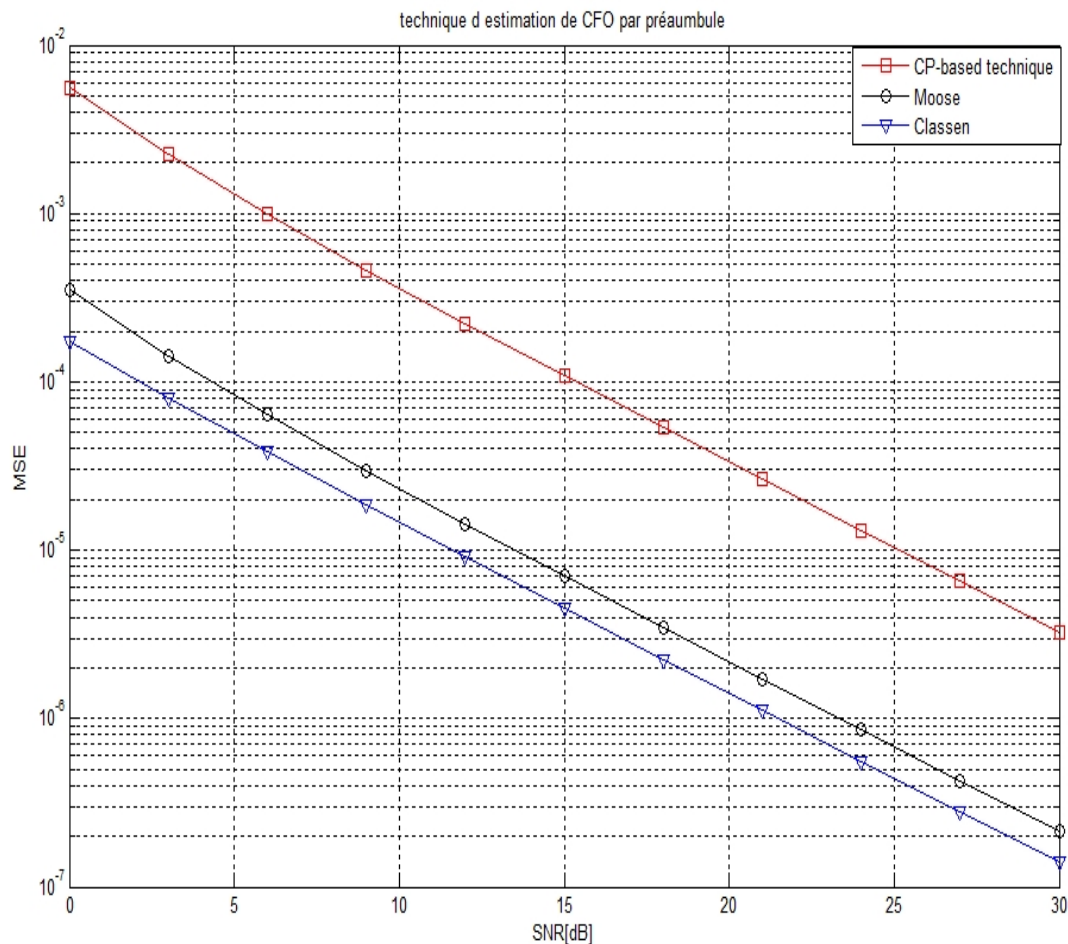
## 5.3 Estimateur du décalage fréquentiel CFO

Dans cette section, nous évaluons l'effet des estimateurs de décalage fréquentiel CFO. Trois méthodes d'estimation de ce paramètre ont été étudiées dans la section (4.5) :

- méthode basée sur les préambules,
- méthode de Moose,
- méthode de Classen.

Des programmes ont été établis pour évaluer les performances de ces méthodes. Une comparaison de ces techniques, en terme de MSE en fonction de SNR, a été faite. Nous avons montré l'influence de la taille de CP sur les trois techniques. Nous avons évoqué également l'influence de la taille de préambule sur la première méthode basée sur les préambules.

### 1. comparaison des trois méthodes :



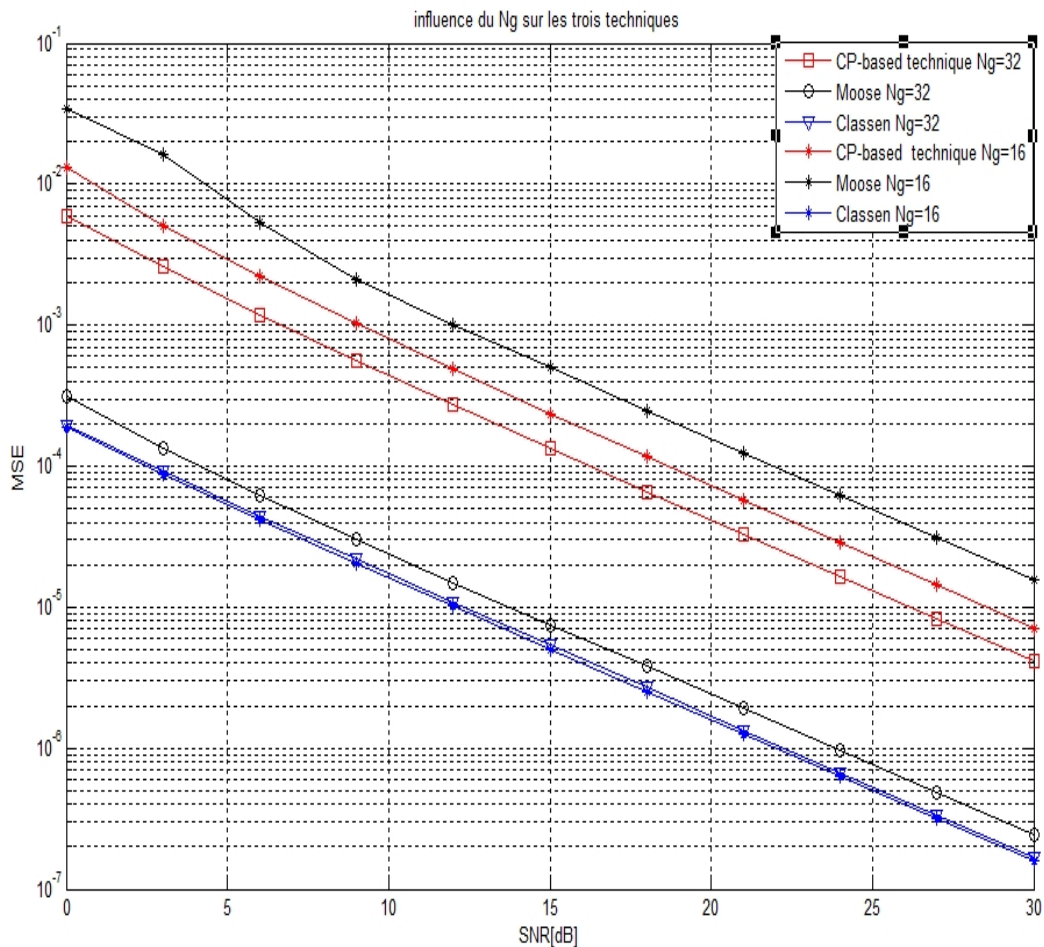
**Figure 5.10** – MSE en fonction de SNR pour les trois techniques

La figure 5.10 représente les courbes représentant le MSE en fonction de SNR pour les trois techniques (préambule, Moose, Classen). Nous remarquons que

### 5.3. ESTIMATEUR DU DÉCALAGE FRÉQUENTIEL CFO

la méthode de Classen est plus performante que les deux autres méthodes, et la méthode de préambule est la moindre performante.

2. **influence de la taille de l'intervalle de garde  $N_g$**  : la figure 5.11 illustre l'influence de la taille de l'intervalle de garde sur les trois méthodes. Les résultats obtenus montrent que la méthode de Classen est invariante (sans effet). on constate également que la méthode de Moose s'est nettement améliorée par l'augmentation de la taille de CP.

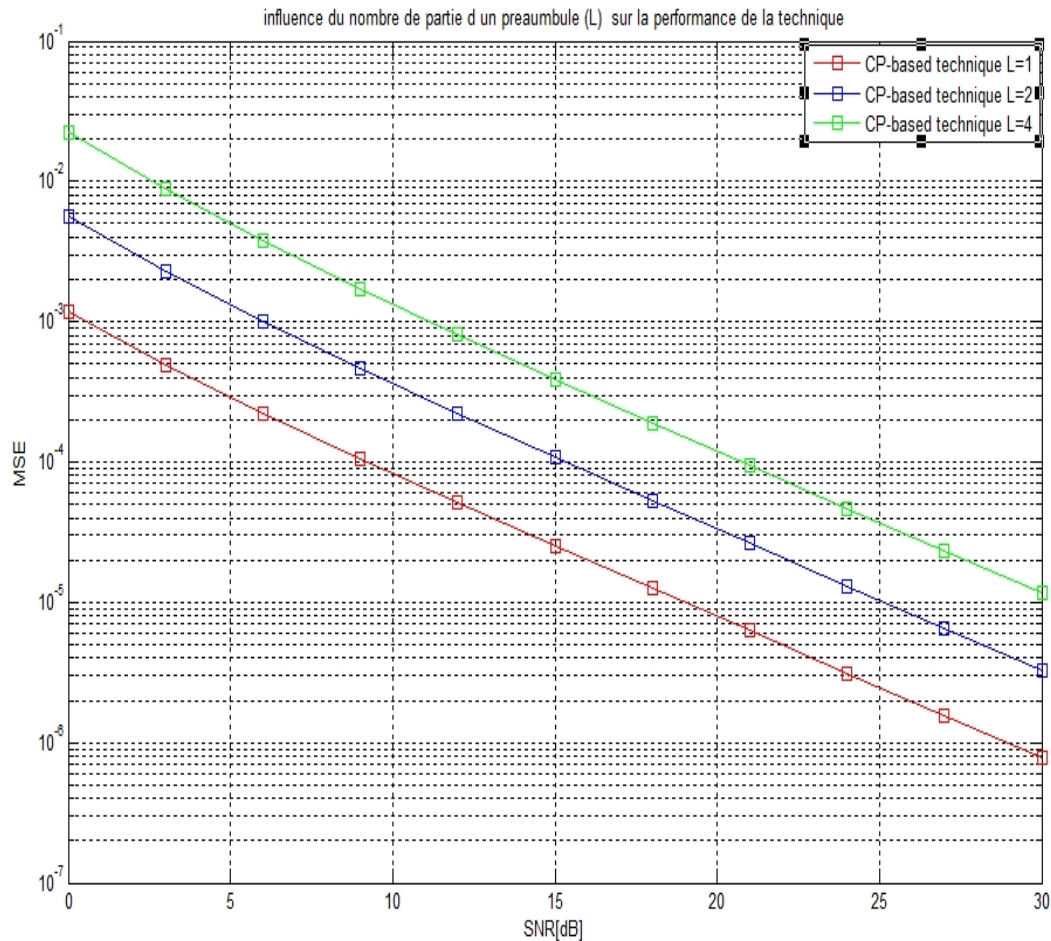


**Figure 5.11** – influence de l'intervalle de garde  $N_g$  sur les trois technique

On remarque que la méthode de préambule subit une légère amélioration avec l'augmentation du CP.

### 5.3. ESTIMATEUR DU DÉCALAGE FRÉQUENTIEL CFO

3. **Influence du nombre des parties identiques dans les préambules :** la figure 5.12 illustre des courbes représentant le MSE en fonction de SNR pour trois valeurs de parties identiques de préambule.



**Figure 5.12** – influence du nombre de parties de préambule

Nous constatons que les performances de la méthode se dégrade avec cette augmentation. la théorie prévoit une amélioration de la méthode par l'augmentation des parties identiques avec inversion des signes. cette dernière partie n'était pas programmé.

#### **conclusion :**

Nous avons évalué dans ce chapitre les différents paramètres d'un system OFDM a savoir type de canal, la taille de l'intervalle de garde, taille de la FFT et la taille de constellation. Nous avons constater que l'augmentation de l'intervalle de garde augmente le performance de système mais au détriment de l'efficacité spectral. L'augmentation de la taille de FFT augmente le débit mais diminue la sélectivité de canal. L'influence de l'augmentation de la taille de constellation augmente le débit et dégrade les performance de système.

Nous avons simulé les retard temporel et fréquentiel subit par le signal OFDM lors de la transmission. nous avons estimé le STO par deux techniques a savoir la méthode de corrélation maximale et la méthode de différence minimale. nous avons constatés que ces deux techniques sont influencés par le décalage fréquentiel. la taille de l'intervalle de garde influe seulement sur la méthode de corrélation.

---

## Conclusion générale

Dans notre travail, nous avons étudié les différentes techniques de synchronisation dans les domaines temporel et fréquentiel. Deux types de techniques ont été développées à savoir les techniques aveugles et les techniques à préambules. Afin d'évaluer ces dernières, nous avons réalisé un programme de simulation sur le logiciel matlab. Cette implémentation a été divisée en trois parties. Dans la première partie, nous avons évalué l'influence des différents paramètres d'un système OFDM à savoir le type de canal, la taille de l'intervalle de garde, le nombre des sous porteuses utilisées et la taille des constellations. Les résultats obtenus sont les suivants :

- L'augmentation de l'intervalle de garde augmente le performance du système mais au détriment de l'efficacité spectrale.
- L'augmentation de la taille de FFT augmente le débit mais diminue la sélectivité du canal.
- L'augmentation de la taille de constellation augmente le débit mais dégrade les performances des systèmes OFDM.

Dans les deux dernières parties de simulation, nous avons estimé les décalages temporel et fréquentiel par les deux types de techniques étudiées précédemment : la technique aveugle et la technique avec préambule. Dans la technique aveugle, nous avons utilisé deux méthodes pour l'évaluation du STO : la méthode de corrélation maximale et la méthode de différence minimale. les résultats obtenus permettre de conclure que :

- les deux techniques sont influencées par le décalage fréquentiel.
- Et seulement la méthode de corrélation est influencée par la taille de l'intervalle de garde.

Le décalage fréquentiel a été évalué par trois méthodes a savoir la méthode de préambule, la méthode de Moose et la methode de classen. Nous avons constaté d'après les résultats de simulation que :

- La méthode de classen donne des meilleurs performances pour l'estimation de CFO et n'est pas influencé par la taille de l'intervalle de garde.
- La méthode de Moose ce classe en terme de performance devant la méthode de préambule.
- les méthodes de préambule et de Moose sont très influencé par la taille de l'intervalle de garde.

Notre simulation a été limitée a quelque méthodes à cause de la complexité des implémentations de ces algorithmes. Ceci permet de donner a ce travail une continuité pour terminé toutes les implémentations afin de comparer ces différentes méthodes. Ce système peut être intégré en implémentation sur des circuits FPGA ou sur des processeurs DSP.

---

## ANNEXE

les paramètres qui permette de dérivé la fonction log-vraisemblance sont donnés par les équations suivant :

$$\begin{aligned}
T(\theta) = & - \sum_{l=0}^{\eta} \sum_{k=0}^{\eta-1} |r_l(k + \theta - L_c)|^2 [p_s^{-1}]_{k,k} \\
& - \sum_{k=0}^{N/2+L_c+\theta-1} |r_{-1}(k + N/2 - L_c)|^2 [p_{s-1}^{-1}]_{k,k} \\
& - \sum_{k=0}^{N-\theta-1} |r_{\eta+1}(k + \theta - L_c)|^2 [p_{s+1}^{-1}]_{k,k}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

$$U_i(\theta) \triangleq -2 \sum_{k=0}^{L_c-1} r_i^*(k + \theta - L_c) r_i(k + \theta + N - L_c) [p_s^{-1}]_{k,k+N} \tag{5.2}$$

pour  $i = 0, \dots, \eta$  d'ailleurs

$$V_i(\theta) = \begin{cases} 0 & i = -1 \\ \sum_{k=0}^{2L_c} r_i(k + \theta - L_c) r_i(L_c + \theta - k) \times [(C_s + \sigma^2 I_M)^{-1} R_s^* P_s^{-1}]_{k,2L_c-k} & i = 0, \dots, \eta \\ \sum_{k=0}^{2L_c} r_i(k + \theta - L_c) r_i(L_c + \theta - k) \times [\frac{1}{\sigma_n^2 + \sigma_s^2} G_2 R_2^* G_2^T P_{s+1}^{-1}]_{k,2L_c-k} & i = \eta + 1 \end{cases}$$

$$Z_i(\theta) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{2L_c+2\theta} r_i(k + N/2 - L_c) r_i(N/2 + L_c + 2\theta - k) \\ \times [\frac{1}{\sigma_n^2 + \sigma_s^2} G_1 R_s^* G_1^T P_{s-1}^{-1}]_{k,2L_c+2\theta-k} & i = -1 \\ \sum_{k=L_c+1}^{M-1} r_i(k + \theta - L_c) r_i(M + \theta - k) \\ \times [(C_s + \sigma_n^2 I_m)^{-1} R_s^* P_s^{-1}]_{k,N+2L_c-k} & i = 0, \dots, \eta \\ \sum_{k=L_c+\theta+1}^{N-\theta-1} r_i(k + \theta - L_c) r_i(M + \theta - k) \\ \times [\frac{1}{\sigma_n^2 + \sigma_s^2} G_2 R_s^* G_2^T P_{s+1}^{-1}]_{k,N+2L_c-k} & i = \eta + 1 \end{cases}$$

$$[P_{s+1}^{-1}](l, m) = \begin{cases} \frac{1}{(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)(1 - \rho^2 |b|^2)} & l = m \\ \forall 0 \leq l, m \leq 2L_c + 2\theta \\ \frac{1}{(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)} & \forall 2L_c + 2\theta + 1 \leq l, m \leq N/2 + L_c + \theta - 1 \\ o & otherwise \end{cases}$$



---

Dans cette partie, on donne quelques détails sur les formules qui nous permettent de dériver l'approximation donnée par l'équation (4.43). Cette approximation a été dérivée pour nous permettre de clarifier la relation entre les deux estimateurs Nc et MCL0.

$$\rho = \frac{\sigma_n^2/\sigma_s^2}{1 + \sigma_n^2/\sigma_s^2} = \frac{SNR}{1 + SNR} \quad (5.3)$$

$$\frac{|U_i(\beta + \theta)|}{N} \simeq 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{|V_i(\beta + \theta)|}{N} \simeq 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=-1}^{\eta+1} |Z_i(\beta + \theta)| \simeq \frac{(\eta + 2)\rho^2|b^2|(h * h)(2\beta)}{(1 - \rho^2|b^2|)} \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=-1}^{\eta+1} |Z_i(\beta + \theta)| \simeq 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{T(\beta + \theta)}{N} \simeq -\left[\frac{(\eta + 2)\rho}{(1 - \rho^2|b^2|)} + \frac{\rho}{2}\right] \sum_{l=0}^{N_m} |h(l)|^2 - \left[\frac{(\eta + 2)(1 - \rho)}{(1 - \rho^2|b^2|)} + \frac{(1 - \rho)}{2}\right] \quad (5.8)$$

# Bibliographie

- [1] Xavier LAGRANGE, "Principe de la transmission OFDM -Utilisation dans les systèmes cellulaire", Techniques de l'ingénieur, Télécom Bretagne, 2012.
- [2] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C. G. Kang, " MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB", Wiley, G Bretagne, 2010.
- [3] S. Kaiser et K. Fazel, "Multi-carrier and spread spectrum systems : From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX", Deuxieme édition, Wiley, G Bretagne, 2008.
- [4] M. TOUHAMI, "Evaluation des Systèmes OFDM et Estimation du Décalage Fréquentiel de la Porteuse", PFE, ENP Alger . 2001.
- [5] H. Steendam et M. Moeneclaey, "Sensitivity of orthogonal frequencydivision multiplexed systems to carrier and clock synchronization errors", Signal Processing, vol. 80, pp. 1217-1229, July 2000.
- [6] HAMOUDA Cherif, "Estimation de canal très sélectif en temps et en fréquence pour les systèmes OFDM", PFE, ENSP Alger, 2009.
- [7] T. fusco, "Synchronnization technics for OFDM systems", Thèse, Universita degli studi di napoli federico II, 2005.
- [8] Gavin Hill "Peak Power Reduction in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Transmitters", Thèse, de PhD, Mars 2011.
- [9] Ahmed BENFARAH, "Conception et Implémentation des Fonctionnalités de Synchronisation dans un Récepteur DVB-",
- [10] P. O. Amblard, M. Gaeta and J.L. Lacoume, "Statistics for complex variables and signals- Part I : Variables," Signal Processing, vol. 53, pp. 1-13, 1996.
- [11] S.M. Kay, "Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory," Prentice Hall, 1993.
- [12] M. Speth, F. Classen and H. Meyr, "Frame synchronization of OFDM in frequency selective channels," in Proc. VTC, pp. 1807-1811, May 1997.
- [13] J.J. van de Beek, P.O. Borjesson, M.L. Boucheret, D. Landstrom, J.M. Arenas, P. Odling and S.K. Wilson, "Three non-pilot based time and frequency estimators for OFDM," Signal Processing, vol. 80, pp. 1321-1334, July 2000.
- [14] T. Keller, L. Piazza, P. Mandarini and L. Hanzo, "Orthogonal frequency division multiplex synchronization techniques for frequency-selective fading channels," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 19, pp. 999-1008, June 2001.
- [15] K. Shi and E. Serpedin, "Coarse frame and carrier synchronization of OFDM systems : a new metric and comparison," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 3, July 2004.

- [16] D.C. Rife and R.R. Boorstyn, "Single-tone parameter estimation from discrete-time observations," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-20, September 1974.
- [17] T.M. Schmidl and D.C. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for OFDM," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, December 1997.
- [18] Y.V. Zakharov, et T.C. Tozer, "Frequency estimator with dichotomous search of periodogram peak," *IEE Electron Letters*, vol. 35, pp. 1608-1609, September 1999.
- [19] M. Morelli et U. Mengali, "An improved frequency offset estimator for OFDM applications," *IEEE Trans. Commun. Letters*, vol. 3, March 1999.
- [20] T. Thaiupathump, C. D. Murphy, et S. A. Kassam, "Asymmetric signaling constellations for phase estimation," in *Proc. SSAP*, pp. 161-165, August 2000.
- [21] B. Picinbono, "Second-order complex random vectors and normal distributions," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, pp. 2637-2640, October 1996.
- [22] H. Minn, V.K. Bhargava, and K.B. Letaief, "A robust timing and frequency synchronization for OFDM systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, pp. 822-839, July 2003.