### République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Ecole Nationale Polytechnique





#### Département Génie Civil Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures

# Mémoire de Fin d'Etudes pour l'obtention du Diplôme d'ingénieur d'état en Génie Civil

#### Intitulé:

# Étude de la réponse sismique d'un pont implanté dans des conditions de site spatialement variables

Auteurs:

Abdellali SAFSAFI Ayoub REHAB

Sous la direction de :

M. M. HAMMOUTENE Professeur ENP

M. S. LAKEHAL M.A.A ENP

Présenté et soutenu publiquement le 16 Juin 2016 devant le jury composé de :

Président M B. TILIOUINE Professeur ENP Rapporteurs M. HAMMOUTENE Professeur ENP M S. LAKEHAL M.A.A **ENP** Examinateurs M M. OUANANI M.C.B **ENP** D. CHERID Mme M.A.A **ENP** 

#### Promotion 2016

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach 16200 Alger (Algérie)

### **Remerciements:**

Au terme de ce travail, on tient à exprimer notre profonde gratitude ainsi que notre sincères remerciements à :

- Prof B. TILIOUINE, d'avoir eu l'amabilité d'accepter de présider le jury de ce mémoire, et cela est un grand honneur pour nous.
- Monsieur :Prof M.HAMMOUTENE notre encadreur qui est malgré les occupations et les responsabilités, il a toujours eu le temps pour nous écouter, et nous conseiller et nous fournir les informations nécessaire pour faire notre travail.
- Notre Co-encadreur : Monsieur S.LAKEHAL qui n'hésite pas à nous aider par ces conseils.
- Monsieur.M.OUANANI et Madame D.CHERID, d'avoir accepter d'être membres de jury en tant que examinateurs de ce travail.

On remercie également tous les membres du laboratoire 'LGSDS' et tous les travailleurs de l'école.

Enfin, un grand remerciement à l'ensemble des personnes qui ont participé de prés ou de loin à l'élaboration de ce travail.

#### **Dédicaces:**

Je dédie ce mémoire à :

Ma mère, qui a oeuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutient permanent venu de toi.

Mes frères qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mes amis et amies et tous ceux qui me sont chers.

Abdellali.

Je dédie ce travail à:

Mon père

Ma mère

Mes soeurs : Moufida, Iméne, Nour El Houda

Mon neveu (Anis)

Mes niéces (Manel, Sirine, Inés )

Mes beaux fréres (Hamza, Mohamed)

À mes amis

Mes proche et à toute personne ayant collaboré à ce travail

#### ملخص

إن التباين المكاني ظاهرة مهمة عندما يتعلق الأمر بالهياكل ذات الإمتداد الكبير مصدره مرتبط أساسا بثلاث عوامل جيوفيزيائية انخص بالذكر اتعقيدات المركز الزلزالي، سرعة موجات القصاوالعوامل الحيومور فولوجية التي تصادفها الموجات خلال انتشارها بالإضافة إلى خصائص الموقع.

تسببت هاته الظاهرة في خسائر كبيرة على مستوى كثير من المنشئات مثل الجسور السدود عن المنشئات الباطنية مثل أنابيب الإمداد.

الهدف من هذا العمل هو دراسة تأثير التنيهات الغير منتظمة على الإستجابة الديناميكية لجسر بلطي. سنتطرق في هاته الدراسة خصوصا لتغيرات خصائص الموقع. من أجل هذا الهدف سنستعمل طريقة تومسون هاسكل مع مزج خاصية تضخيم الموقع بالتحفيزات على مستوى الوسط الصخري والتي نمثلها بمايسمى الضجيج الأبيض من اجل تحديد الحركة الزلزالية على مستوى دعامات الحبر.

كلمات مفتاحية . زلزال، موجات القص، الضجيج الأبيض، تأثير الموقع، هيكل ممتد، إجابة على شكل إنتقال، إجابة على شكل قوة.

### **Abstract**

The spatial variability of the seismic excitation is an important phenomenon for extended structures, its origin is attributed to three main geophysical parameters, namely the complexity of the seismic source, velocity of shear waves, geomorphological structures encountered on source –site path and local site conditions.

Indeed, the spatial variability caused significant damage to structures such as bridges, dams, additionally to underground facilities such as pipelines.

The aim of this work is to study the effect of the variation of seismic excitation on the dynamic response of a slab bridge .the study will treat more explicitly the variation of local conditions effects. We will use the method of Thomson-Haskell for the estimation of seismic motion to be applied to the base of the extended structure supports by convoluting the site amplification with the seismic excitement at substratum represented by white noise calibrated according to the intensity of the selected earth quake.

A random vibration -based response spectrum of a simple oscillator on two supports, one of which is founded on rock outcrop and the other on soil layer, is formulated in order to study the influence of non-uniform excitations on multisupport structures. Joint inertial and pseudo-static effects in the overall response are studied in detail.

Keywords: Earthquake, shear Waves, White Noise, Site effects, extended structure, response as displacement, response as force.

#### Résumé

La variabilité spatiale de l'excitation sismique est un phénomène important pour les structures étendues et son origine est attribué à trois principaux paramètres géophysiques, à savoir, la complexité de la source sismique, la vitesse des ondes de cisaillement, les structures géomorphologiques rencontrées sur le trajet source-site et les conditions locales de site.

En effet, cette variabilité spatiale a était la cause de dommages significatifs imposés aux structures telles que ponts, barrages, additionnellement aux installations souterraines telles que pipelines.

Le but de ce travail est l'étude de l'effet de la variation de l'excitation sismique sur la réponse dynamique d'un pont dalle.L'étude portera plus explicitement sur la variation des effets des conditions locales au site d'implantation de l'ouvrage.Nous utiliserons la méthode de Thomson-Haskell pour l'estimation du mouvement sismique à appliquer à la base des supports de la structure étendue en convoluant l'amplification du site avec l'excitation sismique au rocher représentée par un bruit blanc calibré en prenant en compte l'intensité du séisme choisi.

En se basant sur la théorie des vibrations, la réponse dynamique globale de la structure étendue est donée en terme de déplacement et de force en prenant en compte conjointement les effets d'inertie et pseudo-statique. Nous estimons par la suite le seuil maximum à ne pas dépasser pour une probabilité donnée.

Mots-clés : Séisme, Ondes de cisaillement, Bruit blanc, Effet de site, Structure étendue, Réponse en déplacement, réponse en force.

# Table des matières

	Intro	oduction	n générale	12		
1	Généralités sur les séismes					
	1.1	Introd	uction:	14		
	1.2	Les di	verses ondes sismiques et leur propagation :	14		
		1.2.1	Les ondes de volume :	14		
		1.2.2	Les Ondes de surfaces :	15		
	1.3	3 Conditions de propagation :				
	1.4	4 Vitesse de propagation :		17		
	1.5	Caract	térisation du mouvement sismique :	17		
	1.6	Caract	térisation du mouvement sismique :	18		
		1.6.1	Facteurs liés à la source :	18		
		1.6.2	Moment sismique:	18		
		1.6.3	Chute de contrainte :	18		
		1.6.4	Magnitude:	18		
		1.6.5	L'intensité:	18		
		1.6.6	Facteurs liés au trajet parcouru :	19		
		1.6.7	Facteurs liés aux conditions locales :	19		
		1.6.8	Atténuation:	19		
	1.7	Conclu	usion	19		
2	Réponse sismique d'une couche de sol.					
	2.1	Introd	uction:	20		
	2.2	Propag	gation d'ondes dans un milieu élastique, isotrope :	20		
		2.2.1	Equation de propagation :	20		
		2.2.2	Onde monochromatique plane :	21		
	2.3	Propag	gation d'ondes dans un milieu élastique semi- infini :	22		
	2.4		SH dans un milieu semi-infini :	23		
	2.5	Réflex	tion et Réfraction des ondes à une interface :	23		
		2.5.1	Réflexion et réfraction d'onde $SH: \ldots \ldots \ldots \ldots$	24		
	2.6	2.6 Effets d'amplification de site sur les Ondes SH:				
		2.6.1	Fonction de Transfert :	27		
		2.6.2	Exemple de calcul de fonction de transfert :	28		
	2.7	Milieu	Stratifié. Méthode de Thomson- Haskell	29		

		2.7.1	Ondes $SH$ dans un milieu stratifié :	29	
		2.7.2	Exemple d'application : un sol stratifié	32	
	2.8	Atténu	ation intrinsèque des ondes sismiques :	33	
		2.8.1	Amortissement matériel:	34	
	2.9	Exemp	le d'application sur une couche de sol stratifié	35	
	2.10	Conclu	sion:	35	
3	Vib	ration a	léatoire en génie sismique	36	
	3.1	3.1 Introduction:			
	3.2	Proces	sus Aléatoires:	36	
		3.2.1	Définition:	36	
		3.2.2	Description probabiliste des processus aléatoires :	36	
		3.2.3	Espérance mathématique :	37	
		3.2.4	Variable aléatoire centré :	37	
		3.2.5	Le moment centré :	37	
		3.2.6	Le mode :	37	
		3.2.7	La fonction de corrélation :	37	
		3.2.8	La covariance :	38	
		3.2.9	La variance :	38	
		3.2.10	L'écart type (Ecart quadratique moyen):	38	
		3.2.11	Le coefficient de corrélation :	38	
		3.2.12	Processus stochastiques stationnaires:	39	
		3.2.13	La fonction de corrélation :	39	
		3.2.14	Fonction d'auto-covariance :	39	
	3.3 Analyse Spectrale des Processus Stochastiques :				
		3.3.1	Développement d'un signal en série de Fourier Si la fonction est		
			périodique	39	
		3.3.2	Transformée de Fourier si la fonction n'est pas périodique :	40	
	3.4	Dévelo	ppement Canonique	40	
		3.4.1	Définition	40	
		3.4.2	Développement Canonique d'une fonction aléatoire :	41	
	3.5	Fonction	on de densité spectrale de puissance "D.S.P":	42	
		3.5.1	Fonction d'inter-corrélation et inter-densité spectrale :	42	
		3.5.2	Fonction d'autocorrélation et de densité spectrale de processus dérivés :	43	
	3.6	Analys	e stochastique d'un système linéaires à un degré de liberté :	43	
		3.6.1	Formule de Parseval:	43	
		3.6.2	Domaine temporel:	44	
		3.6.3	Domaine des fréquences :	44	
		3.6.4	Caractérisation d'une réponse aléatoire :	44	
	3 7	Conclu	sion	45	

4 Va	riablité spatiale du mouvement sismique				
4.1	Introduction				
4.2	2 Modèle de fonction de cohérence :				
	4.2.1 Introduction				
	4.2.2 Modèle de Der Kiureghian :				
4.3	Modèle d'amplification de site :				
	4.3.1 Introduction				
	4.3.2 Modèle de KANAI-TAJIMI :				
	4.3.3 Modèle de SAFAK :				
4.4	Coefficient sismique spatiale:				
	4.4.1 La densité spectrale du déplacement dynamique et des forces :				
	4.4.2 Le coefficient sismique spatial :				
	4.4.3 Exemple d'application :				
4.5	5 Conclusion				
<b>.</b> D.					
	ude de la réponse sismique d'un pont dalle				
5.1					
5.2	Rappels:				
5.3	3 Présentation du pont traité :				
5.4	Étude de la réponse sismique du pont :				
	5.4.1 Excitation au niveau du substratum :				
	5.4.2 Appui A				
	5.4.3 Appui B :				
	5.4.4 RMS de déplacement relatif et des forces :				
5.5	Estimation de la réponse maximale en force et en déplacement à partir de				
	RMS:				
5.6	6 Conclusion:				
Co	onclusion générale				
Bib	bliographie				

# Liste des tableaux

5.1	Charges permanentes de tablier	67
5.2	Seuil de déplacement et des forces pour $T_0$ =0.9sec	79
5.3	Seuil de déplacement et des forces pour $T_0$ =0.6sec	79

# Table des figures

1.1	L'effet des ondes P sur les milieux traversés	15
1.2	L'effet des ondes S sur les milieux traversés	15
1.3	Onde de Love	16
1.4	Onde de Rayleigh.	16
1.5	Vitesse de propagation des ondes P et S	17
2.1	réflexion et réfraction à une interface	24
2.2	La transmission et la réflexion des ondes SH	25
2.3	couche homogène d'épaisseur h surmontant un semi espace	26
2.4	Définition du point de contrôle	27
2.5	Fonctions de transfert $ T^*(\omega) $ , $T(\omega)$ dans un milieu élastique . $h=$	
	$20m, V_s = 200m/s, \rho_s = 2g/cm^3, V_r = 1500m/s, \rho_r = 2.4g/cm^3, \alpha = 0.$	28
2.6	Milieu stratifié.	29
2.7	Sol stratifié	32
2.8	Fonction de transfert dans un milieu stratifié	32
2.9	Boucle d'hysterisis	34
2.10	Fonction de transfert avec atténuation dans un milieu stratifié $V_r =$	
	$1500m/s; V_s = 200m/s; \rho_s = 2g/cm^3; \rho_r = 2.4g/cm^3; Q = 30. \dots$	35
3.1	Input-output d'un système à un degré de liberté	43
4.1	Spectre de Clough et Penzien	49
4.2	Transformation du mouvement du substratum à la surface pour une couche	
	de sol (côté droit) et un affleurement rocheux (côté gauche)	51
4.3	Module de la fonction de transfert	53
4.4	Effet de la variation de $\tau$ , $Q$ et $r$ sur la fonction de transfert	54
4.5	Le rapport entre les amplifications amorties et non amorties	54
4.6	Système dynamique 1ddl	56
4.7	Profil d'un sol	59
4.8	la densité spectrale de déplacement	60
4.9	la densité spectrale des forces.	60
4.10	RMS du déplacement relatif	61
4.11	RMS déplacement normalisé par rapport à celui de l'excitation uniforme	61
4.12	RMS des forces	62

4.13	RMS normalisé des forces	63
5.1	fût encastré en tête et en pied	65
5.2	le pont traité	66
5.3	Le bruit blanc utilisé	67
5.4	Excitation au niveau du substratum (domaine fréquentiel)	69
5.5	Excitation au niveau du substratum (domaine temporel)	69
5.6	Fonction de transfert du rocher	70
5.7	Excitation sous l'appui A	70
5.8	Densité spectrale des forces (domaine fréquentiel)	71
5.9	densité spectrale de force A (domaine temporel )	71
5.10	Fonction de transfert du sol	72
5.11	Excitation sous l'appui B (domaine fréquentiel)	72
5.12	Excitation sous l'appui B (domaine temporel )	73
5.13	Densité spectrale de force (domaine fréquentiel)	73
5.14	densité spectrale de force B (domaine temporel )	74
5.15	Densité spectrale de déplacement (domaine fréquentiel)	74
5.16	densité spectrale de déplacement (domaine temporel )	75
5.17	RMS de déplacement	77
5.18	RMS des forces	77

# Introduction générale

Le problème de la variabilité spatiale des excitations sismiques des structures d'ingénierie étendues a fait l'objet de recherches considérables ces dernières années [13, 19, 18].

La plupart de ces études attribuent l'origine de la variabilité spatiale aux trois sources principales :

- La complexité de la source sismique.
- La vitesse de propagation des ondes.
- Les hétérogénéités géologiques et géométriques du sol.

La première source de variabilité spatiale dépend de la distance épicentre- site, et peut être particulièrement importante pour les tremblements de terre en champ proche, la seconde affecte la réponse structurelle, et dépend directement des dimensions structurelles horizontales car il y a une différence de phase quand le signal se propage le long la structure. Enfin, la troisième source de variabilité spatiale conduit à des problèmes complexes de diffraction d'ondes d'interférences [5, 7], contrairement aux deux premières sources, qui présentent leurs effets structurels avec l'augmentation des dimensions de la structure. L'effet de variabilité spatiale introduit par les changements des conditions locales de sites peut être mis en évidence sur des distances relativement courtes de l'ordre de quelques dizaines de mètres [25].

Cet effet peut être encore plus important dans le cas de profils de sol hétérogènes latéralement notamment lorsqu'il s'agit de roche effrité ou de sols sédimentaires. Dans le cas de structures à support multiples, cette hétérogénéité produit des mouvements sismique différents au niveau des différents appuis le calcul de telles structures implantées dans de telles conditions de sites est un problème extrême complexe et fait appel à des méthodes sophistiquées.

Pour faire face à ces difficultés, plusieurs simplifications sont introduites dans les schémas de résolution. Dans notre travail, on adopte schéma simplificateur, basé sur les travaux de ces derniers autours, Qui tend à modéliser le changement des conditions de sites entre A et B par deux schémas de propagation.

Le but du présent travail est le calcul de réponse sismique d'un pont dalle implanté dans des conditions de sites latéralement hétérogènes.

- C'est ainsi que, dans le 1<sup>er</sup> chapitre on représente les généralités relatives aux séismes (Magnitude, Intensité...)
- Par la suite, on a jugé utile de faire un rappel sur les notions fondamentales du phénomène régissant les sites en mettant l'accent sur l'atténuation et en présentant les aspects relatifs aux effets de sites.
- Des notions sur la théorie des vibrations aléatoires et leurs applications en génie sismique sont présentées dans le troisième chapitre.
- Le quatrième chapitre traite l'élaboration du modèle analytique d'amplification du sol. Il est consacré à la mise en place des éléments constitutifs du modèle simplifié permettant l'étude de l'effet de la variation des états locaux de site sur la réponse structurale.
- Le dernier chapitre est consacré à l'estimation de la réponse sismique d'un pont dalle soumis à des excitations non uniformes.
- Notre travail se conclue par un récapitulatif des résultats.

# Chapitre 1

# Généralités sur les séismes

#### 1.1 Introduction:

Un séisme ou tremblement de terre est une secousse du sol résultant de la libération brusque d'énergie accumulée par les contraintes exercées sur les roches. Cette libération d'énergie se fait par rupture le long d'une faille, généralement préexistante. Plus rares sont les séismes dus à l'activité volcanique ou d'origine artificielle (explosions par exemple). Le lieu de la rupture des roches en profondeur se nomme le foyer, la projection du foyer à la surface est l'épicentre du séisme. Le mouvement des roches près du foyer engendre des vibrations élastiques qui se propagent, sous la forme de trains d'ondes sismiques, autour et au travers du globe terrestre. Il produit aussi un dégagement de chaleur par frottement, au point de parfois fondre les roches le long de la faille .[3]

# 1.2 Les diverses ondes sismiques et leur propagation :

Les ondes sismiques sont des ondes élastiques dégagés lors d'un séisme et pouvant traverser un milieu sans le modifier durablement. L'impulsion créée lors du séisme va pousser des particules élémentaires qui vont pousser d'autres particules et reprendre leur place. Les vibrations (ondes sismiques) engendrées par un séisme ce propagent dans toutes les directions. On distingue ainsi deux types d'ondes, les ondes de volume qui traversent la Terre et les ondes de surface qui se propagent comme leur nom l'indique à la surface de la Terre.

#### 1.2.1 Les ondes de volume :

Se propagent à l'intérieur du globe. Leur vitesse de propagation dépend du matériau traversé et, d'une manière générale, cette dernière augmente avec la profondeur car le matériau traversé devient plus dense. Elles se propagent à l'intérieur de la terre sous deux formes :

#### Les ondes P:

Les ondes P sont des ondes primaires appelées aussi ondes longitudinales. Ce sont les plus rapides, elle se propagent à environ 6 km/s et sont enregistrées en premiers sur un sismogramme. Elles sont responsables du grondement sourd que l'on peut entendre au début d'un séisme. Le déplacement du sol qui accompagne leur passage se fait par dilatation et compressions successives.

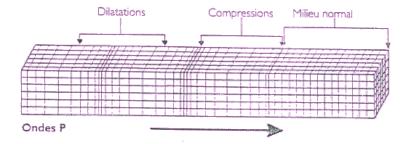


FIGURE 1.1 – L'effet des ondes P sur les milieux traversés.

#### Les ondes S:

Les ondes S sont des ondes secondaires appelées aussi ondes de cisaillement ou ondes transversales. A leur passage, les mouvements du sol s'effectuent perpendiculairement au sens de propagation de l'onde. Ces ondes ne se propagent pas dans les milieux liquides, elles sont en particulier arrêtées par le noyau externe de la Terre. Leur vitesse est de 4,06 km/s. Elles apparaissent en second sur les sismogrammes.

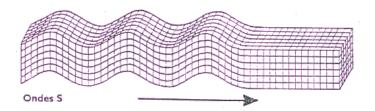


FIGURE 1.2 – L'effet des ondes S sur les milieux traversés.

#### 1.2.2 Les Ondes de surfaces :

sont guidées par la surface de la Terre. Leur effet est comparable aux rides formées à la surface d'un lac. Elles sont moins rapides que les ondes de volume mais leur amplitude est généralement plus forte. On peut distinguer :

#### L'onde de Love :

c'est un anglais, Augustus Edward Hough Love qui a découvert son existence en 1911. Son déplacement est comparable à celui des ondes S sans le mouvement vertical. Les ondes de Love provoquent un ébranlement horizontal qui est la cause de nombreux dégâts aux fondations d'un édifice qui n'est pas une construction parasismique. Les ondes de Love se propagent à environ 4 km/s.

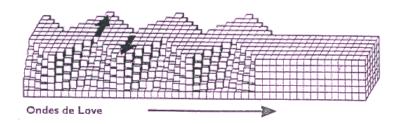


FIGURE 1.3 – Onde de Love.

#### L'onde de Rayleigh:

elle a été découverte par John William Strutt Rayleigh en 1885. Son déplacement est complexe, assez semblable à celui d'une poussière portée par une vague, constituant un mouvement à la fois horizontal et vertical. L'onde de Rayleigh se propage dans un milieu homogène et non homogène, où sa vitesse de propagation est inférieure à la vitesse des ondes P et à peu près 0,9 fois celle de l'onde transversale.

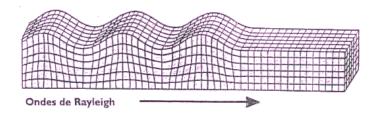


FIGURE 1.4 – Onde de Rayleigh.

En physique, la propagation des ondes est un phénomène qui est décrit par l'évolution d'une onde, ou du mouvement d'une particule dans le temps et l'espace, par rapport à un milieu. En considérant la direction de propagation de l'onde dans l'espace, on peut distinguer deux types d'ondes : Le principal paramètre caractérisant la propagation des ondes est la célérité, c'est-à-dire la vitesse de propagation d'une onde dans un milieu donné.

- Les ondes longitudinales.
- Les ondes transversales.

Le principal paramètre caractérisant la propagation des ondes est la célérité, c'est-à-dire la vitesse de propagation d'une onde dans un milieu donné.

### 1.3 Conditions de propagation :

Certains types d'onde ont besoin d'un milieu matériel pour se propager. Par exemple, le son ne se propage pas dans le vide. La propagation d'une onde n'implique pas le déplacement des composants du milieu à grande échelle, mais plutôt leur oscillation. Pour les ondes

mécaniques, ce n'est pas la matière qui est transportée, mais l'énergie, on parle alors de «transport d'énergie sans transport de matière»

# 1.4 Vitesse de propagation :

Les ondes P, on l'a vu ont la vitesse de propagation la plus importante, elles peuvent atteindre 14 km/s dans des milieux solides. En fait, cette augmentation de vitesse s'explique par l'accroissement de densité des roches traversées. Au contraire, la vitesse diminue quand les ondes atteignent un milieu liquide ou de densité plus faible.

Les ondes S quant à elle sont moins rapides que les précédentes (1,7 fois moins rapides). De même que pour les ondes P, la vitesse des ondes S augmente en rencontrant une densité plus élevée, et diminue quand la densité devient moins dense. Contrairement aux ondes P, les ondes S ne traversent pas les milieux liquides ; elles sont alors réfléchies vers la surface.

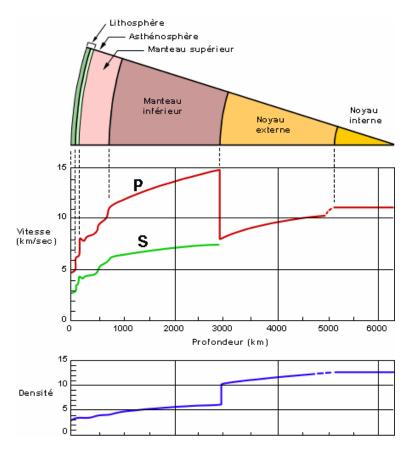


FIGURE 1.5 – Vitesse de propagation des ondes P et S.

# 1.5 Caractérisation du mouvement sismique :

Le spectre de réponse des structures est un outil pour estimer la réponse d'une structure au séisme, vise à estimer les sollicitations maximales, les déplacements et les accélérations maximales d'un oscillateur à un degré de liberté. Il est en fonction de la fréquence propre et de l'amortissement.

# 1.6 Caractérisation du mouvement sismique :

Le mouvement sismique est affecté par plusieurs paramètres dont :

#### 1.6.1 Facteurs liés à la source :

Principalement nous disposons de deux paramètres : le moment sismique  $M_0$  et la chute de contrainte  $\Delta \sigma$ . "en Ingénierie, il est préférable de caractériser un séisme par son amplitude ou par son intensité à l'épicentre".

#### 1.6.2 Moment sismique :

Pour les séismes profonds, le mécanisme à la source est représenté par l'ensemble des forces constituant un couple dont le paramètre caractéristique  $\operatorname{est} M_0$ , qui est dû aux contraintes de cisaillement représentées par  $M_0 = \iint_S \tau h dA = G \bar{u} A$  avec  $\bar{u}$  déplacement relatif des bords de faille, A surface de rupture et G module de cisaillement.

#### 1.6.3 Chute de contrainte :

Un séisme survient lorsqu'il y a rupture de la faille, les plaques brusquement relâchées, libèrent l'énergie emmagasinée E lors du processus de déformation avec  $E=\frac{1}{2}\iint\limits_V\sigma_{i,j}\epsilon_{i,j}dV$  où  $\sigma_{i,j}$  et  $\epsilon_{i,j}$  respectivement les tenseur des contraints et déformations. La chute de contrainte est directement liée à l'énergie libérée et dépend de l'état decontrainte  $\tau$  réagit sur le plan de la faille et s'écrit sous forme :  $\frac{\tau M_0}{G}$ .

Lors de la rupture, une partie de l'énergie libérée est dissipée par radiation des ondes sismiques et le complément est dissipé en chaleur sur la surface de rupture. Ce dernier est égal au travail de la force de frottement et s'écrit  $\Delta E_r = \eta E$  avec E est le coefficient sismique.

### 1.6.4 Magnitude:

Elle est calculée à partir de l'amplitude maximale des ondes sismiques enregistrées sur un sismographe qui lie directement l'amplitude et la période d'onde en fonction de la distance épicentre, de la profondeur focale h et du facteur de site.

#### 1.6.5 L'intensité:

C'est une détermination non instrumentale, attribuée à un séisme en fonction des dégâts subis par les constructions et les effets produits sur la population et l'environnement.

#### 1.6.6 Facteurs liés au trajet parcouru :

Une partie d'énergie libérée se propage par radiation d'ondes sismique, à partir du foyer jusqu'à la surface libre. Les hétérogénéités, changent les caractéristiques physiques des couches de sol, causant des réflexions et des réfractions des ondes. Une partie de cette énergie est absorbée par les milieux traversés, cela est dû à l'amortissement radiatif, et l'amortissement matériel.

#### 1.6.7 Facteurs liés aux conditions locales :

La nature du mouvement sismique change par l'effet d'interaction sol-structure, condition géologique et topographique et pour cette raison on s'est attaché à mettre en considération la nature et caractéristique des terrains, en utilisant des méthodes analytiques. Lorsque l'on passe d'un type de sol à un autre, peut être examinée à l'aide des paramètres caractéristiques de ce mouvement tels que l'accélération ou la vitesse maximale, spectre de réponse.

#### 1.6.8 Atténuation :

L'atténuation est définie comme la diminution de l'amplitude et une perte préférentielle des hautes fréquences du signal sismique, en fonction de la distance de propagation ou du temps. Due à la perte d'énergie sismique en chaleur ou granulaire dans un milieu inélastique fourni au moment de passage des ondes sismiques par les sols (différentes couches) traversées, ou entre un fluide et la matrice poreuse le contenant.

L'atténuation temporelle de l'amplitude de l'onde stationnaire pour un nombre d'onde donné revient à la viscosité du milieu matériel considéré comme étant un facteur dominant. Et l'atténuation spatiale à une fréquence donnée est très importante de la prendre en considération dans le calcul des éléments étendus dans l'espace.

#### 1.7 Conclusion

Quelques notions de sismologie et d'élasto-dynamique ont été présentées dans ce chapitre. Ces notions sont les outils de base qui vont nous permettre de mener à bien notre étude. L'essentiel de notre travail s'appuie sur l'effet de site induit par la propagation verticale des ondes SH.

# Chapitre 2

# Réponse sismique d'une couche de sol.

#### 2.1 Introduction:

L'évaluation de la réponse d'une couche de sol à une sollicitation sismique constitue l'un des problèmes fondamentaux du génie parasismique. Il s'agit de déterminer les caractéristiques du mouvement sismique au voisinage de la surface du sol. Cette évaluation est indispensable pour tous les problèmes ayant trait au comportement du sol de fondation, tassements, rupture par liquéfaction .....Elle constitue également, en général, la première étape indispensable à la résolution des problèmes d'interaction sol – structure.[3][4]

# 2.2 Propagation d'ondes dans un milieu élastique, isotrope :

### 2.2.1 Equation de propagation :

L'équation indéfini de l'équilibre s'écrits :

$$div\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial t^2} \tag{2.1}$$

où:

 $\sigma$ :Le tenseur des contraintes.

 $\underline{U}$ : Le vecteur déplacement de composantes (u, v, w).

 $\rho$ :La masse volumique du milieu.

Dans le cas d'un matériau isotrope, la loi de comportement ne fait intervenir que deux paramètres. En choisissant le premier coefficient de lamé  $\lambda$  et le module de cisaillement  $\mu$ . Cette loi a pour expression :

$$\underline{\sigma} = \lambda(trace\underline{\epsilon})\underline{l} + 2\mu\underline{\epsilon} \tag{2.2}$$

Portant (2.1) dans (2.2) , l'équation aux dérivées partielles ayant pour inconnue le déplacement U s'écrit :

$$(\lambda + \mu)\underline{grad}(div\underline{U}) + \mu\Delta\underline{U} - \rho\frac{\partial^2\underline{U}}{\partial t^2} = 0$$
 (2.3)

où  $\Delta$ désigne le Laplacien. La solution générale de cette équation peut être obtenue en décomposant le déplacement en la somme :

— d'un mouvement irrotationnel U1 dérivant d'un potentiel scalaire $\Phi$ 

$$\underline{U1} = grad\Phi \tag{2.4}$$

— d'un mouvement rotationnel  $\underline{U2}$  dérivant d'un potentiel vecteur  $\Omega$ 

$$\underline{U2} = \underline{rot}\Omega \tag{2.5}$$

$$div\Omega = 0$$

L'équation du mouvement peut alors être formulée en deux équations aux dérivées partielles satisfaites par  $\Phi$  et  $\Omega$ 

$$\Delta\Phi - \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \tag{2.6}$$

$$\Delta\underline{\Omega} - \frac{1}{V_{\circ}^{2}} \frac{\partial^{2}\underline{\Omega}}{\partial t^{2}} = 0 \tag{2.7}$$

#### 2.2.2 Onde monochromatique plane :

Pour une onde monochromatique plane, de pulsation  $\omega$  , une solution générale des équations (2.6) et (2.7) est donnée par :

$$\Phi = Aexp\left[\frac{i\omega}{V_p}(V_pt - l_xx - l_yy - l_zz)\right]$$
(2.8)

$$\underline{\Omega} = \underline{B}exp[\frac{i\omega}{V_s}(V_st - l_xx - l_yy - l_zz)]$$
(2.9)

où  $\underline{l}$  :est un vecteur unitaire donnant la direction de propagation des ondes.

$$\|\underline{l}\| = 1$$
  $et$   $\underline{l}.\underline{B} = 0$   $avec$   $i^2 = -1$ 

A partir des solutions (2.4) et (2.5) et des relations (2.8) et (2.9) on obtient les composantes du déplacement. Posant :

$$f_p = exp\left[\frac{i\omega}{V_p}(V_p t - l_x x - l_y y - l_z z)\right]$$
(2.10)

$$f_s = exp\left[\frac{i\omega}{V_s}(V_s t - l_x x - l_y y - l_z z)\right]$$
(2.11)

Ces composantes ont pour expression :

— Ondes longitudinales:

$$\underline{U1} = -\frac{i\omega}{V_p} f_p \underline{l} = A_p f_p \underline{l} \tag{2.12}$$

— Ondes transversales :

$$\underline{U2} = +\frac{i\omega}{V_s} f_s \underline{B} \otimes \underline{l} \tag{2.13}$$

où ⊗ désigne le produit vectoriel des deux vecteurs.

Les expressions ci-dessus montrent que, pour les ondes longitudinales, le déplacement a lieu dans le sens de la direction de propagation. Pour les ondes transversales, le mouvement prend place dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Mis à part le cas particulier ou  $l_x = l_y = 0$  et  $l_z = 1$ , c'est-à-dire ou la direction de propagation coïncide avec l'axe  $O_z$ , il est toujours possible de décomposer le mouvement engendré par les ondes de cisaillement en un mouvement dans un plan horizontale et en un mouvement dans un plan vertical, les ondes correspondant au mouvement dans un plan horizontal sont dites SH et celle correspondant au mouvement dans un plan verticale sont dites SV.

Les amplitudes du mouvement des ondes SHet SV:

$$A_{sh} = +\frac{i\omega}{V_s} \frac{B_z}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}} \qquad A_{sv} = +\frac{i\omega}{V_s} \frac{l_x B_y - l_y B_x}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}}$$
(2.14)

on obtient:

$$U_{sh} = A_{sh} f_s \qquad \text{et} \qquad U_{sv} = A_{sv} f_s \tag{2.15}$$

# 2.3 Propagation d'ondes dans un milieu élastique semiinfini :

Le problème de la propagation d'ondes sismiques depuis une source est un problème essentiellement tridimensionnel. En considérant la source comme constituée d'une ligne (faille) et en se plaçant à une distance de celle-ci, le problème devient bidimensionnel, toutes les ondes se propagent parallèlement à un plan (XOZ) et le mouvement est indépendant de la coordonnée y. la solution générale pour une onde stationnaire plane s'écrit alors  $(l_y=0)$ :

$$U_x = A_n f_n l_x + A_{sv} f_s l_z$$

$$U_y = A_{sh} f_s (2.16)$$

$$U_z = A_p f_p l_z - A_{sv} f_s l_x$$

Si  $l_x$  et  $l_z$  sont réels, inférieurs à 1, ils représentent les cosinus directeurs  $(l_x = sin\alpha, l_z = cos\alpha)$  de la direction de propagation. Les expressions de  $f_p$  et  $f_s$  sont obtenus à partir des équations (2.10) et (2.11) avec  $l_y = 0$ .

Les équations (2.17) montrent que, dans le cas d'ondes planes, le déplacement suivant  $O_y$  est découplé des déplacements suivant  $O_x$  et  $O_z$ . Il ne résulte que de la propagation d'ondes SH alors que les déplacements suivant  $O_x$  et  $O_z$  sont fonctions des ondes P et SV. Les deux problèmes peuvent être étudies séparément. Si la propagation est verticale, parallèle

à l'axe Oz  $(l_x=1)$ , le problème devient unidimensionnel , chacune des composantes du mouvement est découplée des autres.

$$U_x = A_{sv} f_s$$

$$U_y = A_{sh} f_s (2.17)$$

$$U_z = A_p f_p$$

Les expressions de  $f_p$  et  $f_s$  sont obtenues à partir de (2.10) et (2.11) avec  $\{l_x=0,l_y=0,l_z=1\}$  L'étude de la propagation d'onde SH va nous permette de définir les paramètres intervenant dans la réponse d'un profil de sol à une onde sismique.

### 2.4 Ondes SH dans un milieu semi-infini :

Le déplacement horizontal d'une onde SH incidente est donné par l'équation (2.16)

$$U_{yi} = A_{sh} exp\left[\frac{i\omega}{V_s}(V_s t - x sin\alpha + z cos\alpha)\right]$$
 (2.18)

En heurtant la surface libre, l'onde SH donne naissance à une onde réfractée formant un angle $\alpha$ avec la direction  $O_z$  et se propageant dans le sens des z positifs. Le déplacement associé à cette onde est :

$$U_{yr} = A'_{sh} exp\left[\frac{i\omega}{V_s}(V_s t - xsin\alpha - zcos\alpha)\right]$$
 (2.19)

La condition de nullité de la contrainte à la surface libre  $\sigma_{yz}=0$  s'écrit :

$$\frac{\partial U_y}{\partial z}(0) = 0 \Longrightarrow A_{sh} = A'_{sh} \tag{2.20}$$

$$U = U_{yi} + U_{yr} \Longrightarrow U = 2A_{sh}cos(\frac{\omega z cos\alpha}{V_s})exp[\frac{i\omega}{V_s}(V_s t - x sin\alpha - z cos\alpha)]$$
 (2.21)

## 2.5 Réflexion et Réfraction des ondes à une interface :

Lorsqu'une onde heurte une surface de discontinuité des caractéristiques mécaniques séparant deux milieux (milieu1etmilieu2), dans lequel les propriétés physiques changent brusquement, il se produit des phénomènes de réflexion ou de réfraction semblables à ceux rencontrés en optique. De plus, il se produit des changements de mode, une onde incidente donnant en générale naissance à la fois à des ondes longitudinales et à des ondes de cisaillement, éventuellement a des ondes de surface. Les lois de réflexion, ou lois de SNELL,

permettent de déterminer les angles des directions de propagation des ondes réfléchies et réfractées (Fig: 2.1).

$$\frac{V_p 1}{\sin \alpha} = \frac{V_s 1}{\sin \beta} = \frac{V_p 2}{\sin \alpha'} = \frac{V_s 2}{\sin \beta'} = C \tag{2.22}$$

Où:

-C est la vitesse apparente de propagation suivant la direction de la surface de séparation.

 $-V_s1, V_p1(resp.V_s2, V_p2)$  Sont les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales du milieu1(resp.milieu2).

 $-\alpha, \beta, \alpha' e t \beta'$  Sont les angles des directions avec la surface de séparation des milieux.

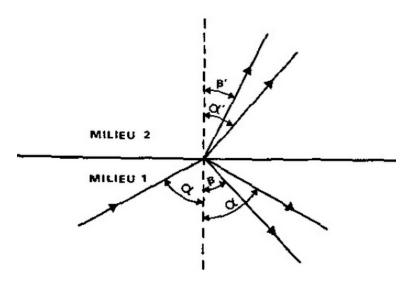


FIGURE 2.1 – réflexion et réfraction à une interface.

#### **2.5.1** Réflexion et réfraction d'onde SH:

On a:

$$U_{yi} = A_{sh} exp\left[\frac{i\omega}{V_2}(V_s t - x sin\alpha + z cos\alpha)\right]$$
 (2.23)

Dans notre travail on considèrera la propagation verticale d'onde SH seulement Alors :

$$U_{yi} = A_{sh} exp\left[\frac{i\omega}{V_2}z\right] exp\left[i\omega t\right]$$
 (2.24)

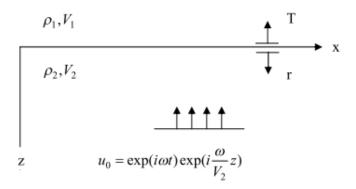


FIGURE 2.2 – La transmission et la réflexion des ondes SH.

T: coefficient de transmission. r: coefficient de réflexion.

#### Milieu2:

En point quelconque du milieu2, le déplacement est la somme des déplacements dus à l'onde incidente et à l'onde réfléchie.

$$U_2 = U_0 + rexp\left[\frac{i\omega}{V_2}z\right]exp[i\omega t]$$
 (2.25)

$$U_{2} = exp\left[\frac{i\omega}{V_{2}}z\right]exp\left[i\omega t\right] + rexp\left[\frac{i\omega}{V_{2}}z\right]exp\left[i\omega t\right] \tag{2.26}$$

Milieu1 : Dans le milieu1, le déplacement est dû à l'onde réfractée.

$$U_1 = Texp[\frac{i\omega}{V_1}z]exp[i\omega t]$$
 (2.27)

On exprime:

— La continuité des déplacements à l'interface :

$$1 + r = T \tag{2.28}$$

— La continuité des contraintes de cisaillement :  $\mu_1 \frac{\partial U1}{\partial z} = \mu_1 \frac{i\omega}{V_1} T$ 

$$\mu_1 \frac{\partial U1}{\partial z} = \mu_1 \frac{i\omega}{V_1} T \tag{2.29}$$

$$\mu_2 \frac{\partial U2}{\partial z} = \mu_2 \frac{i\omega}{V_2} (1 - r) \tag{2.30}$$

$$\to \frac{\mu_1}{V_1} T = \frac{\mu_2}{V_2} (1 - r) \tag{2.31}$$

$$\to \rho_1 V_1 T = \rho_2 V_2 (1 - r) \tag{2.32}$$

Sachant que  $\mu = \rho V^2$ 

de (2.28) et (2.32) on trouve que :

$$T = \frac{2}{1 + \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2}} \tag{2.33}$$

$$r = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1} \tag{2.34}$$

# 2.6 Effets d'amplification de site sur les Ondes SH :

Considérons le cas d'une couche homogène d'épaisseur h, surmontant un semi espace représentant le rocher sous-jacent.

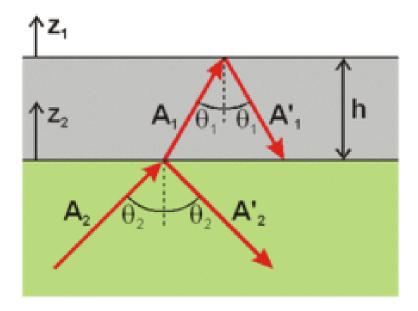


FIGURE 2.3 – couche homogène d'épaisseur h surmontant un semi espace.

En considérant des repères liés à chaque milieu, le déplacement horizontal dans chaque couche est le résultat de deux déplacements, l'un associé à l'onde incidente et l'autre à l'onde réfléchie, produit lorsque l'onde incidente heurte la surface de discontinuité entre les deux milieux.

— Le déplacement dans la couche de sol s'écrit :

$$U_1 = [A_1 exp(iP_1 z_1) + A'_1 exp(-iP_1 z_1)]f_1(x,t)$$
(2.35)

Avec

$$P_1 = \frac{\omega cos\alpha_1}{V_{s1}} \qquad \text{et} \qquad f_1(x,t) = exp\left[\frac{i\omega}{V_{s1}}(V_{s1}t - xsin\alpha_1)\right]$$
 (2.36)

— Dans le semi espace :

$$U_2 = [A_2 exp(iP_2 z_2) + A_2' exp(-iP_2 z_2)]f_2(x,t)$$
(2.37)

Avec

$$P_2 = \frac{\omega cos\alpha_2}{V_{s2}} \qquad \text{et} \qquad f_2(x,t) = exp\left[\frac{i\omega}{V_{s2}}(V_{s2}t - xsin\alpha_2)\right] \tag{2.38}$$

La condition de surface libre :

$$\frac{\partial U_1}{\partial z}(0) = 0 \longrightarrow A_1 = A_1' \tag{2.39}$$

Les conditions de compatibilité à l'interface des deux milieux , qui doivent être vérifiées pour tout x et t , s'écrivent :

$$U_1(h) = U_2(0) (2.40)$$

$$\sigma_{yz1}(h) = \sigma_{yz2}(0) \tag{2.41}$$

La relation de continuité des déplacements conduit à :

$$A_1(e^{iP_1h} + e^{-iP_1h}) = A_2 + A_2' (2.42)$$

La relation 2.41 s'écrit :

$$\mu_1 \frac{\partial U_1}{\partial z}(h) = \mu_2 \frac{\partial U_2}{\partial z}(0) \tag{2.43}$$

$$\mu_1 P_1 A_1 (e^{iP_1 h} + e^{-iP_1 h}) = \mu_2 P_2 (A_2 - A'2)$$
(2.44)

En posant:

$$q = \sqrt{\frac{\rho_1 \mu_1}{\rho_2 \mu_2}} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \tag{2.45}$$

les relations 2.42 et 2.44 permettent de déterminer les amplitudes  $A_2$  et  $A_2'$  en fonction de  $A_1$ 

$$A_2 = \frac{1}{2}A_1[(1+q)e^{iP_1h} + (1-q)e^{-iP_1h}]$$
 (2.46)

$$A_2' = \frac{1}{2}A_1[(1-q)e^{iP_1h} + (1+q)e^{-iP_1h}]$$
(2.47)

Où q est appelé rapport d'admittance entre la couche de sol et le semi-espace, son inverse est le rapport d'impédance.

#### 2.6.1 Fonction de Transfert :

c'est la fonction reliant l'amplitude du déplacement a la surface de la couche de sol (point A de la Fig :2.4 ) à l'amplitude du déplacement a l'interface (point B).soit  $T_{1,2}$  cette fonction. Il est également possible de définir une fonction de transfert entre les amplitudes des déplacements des points A et B' situé sur un affleurement hypothétique du demi-espace. Soit  $T_{1,2}^*$  cette fonction.



FIGURE 2.4 – Définition du point de contrôle.

D'après les relations (2.35), (2.46)et(2.47):

$$T_{1,2}(\omega) = \frac{2A_1}{A_2 + A_2'} = \frac{1}{\cos P_1 h}$$
 (2.48)

$$|T_{1,2}^*| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 P_1 h + q^2 \sin^2 P_1 h}}$$
 (2.49)

La fonction  $T(\omega)$  ne dépend pas des propriétés du semi-espace sous-jacent .elle correspond à l'hypothèse d'une assise infiniment rigide ou le déplacement est impose (table vibrante). Cette fonction devient infinie pour les valeurs :

$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi}{2} \frac{V_{s1}}{h \cos \alpha_1} \tag{2.50}$$

Qui sont les pulsations propres du système. La fonction  $T_{1,2}^{st}$  ne devient jamais infinie.

$$|T^*|(\omega)_{max} = \frac{1}{q} \tag{2.51}$$

### 2.6.2 Exemple de calcul de fonction de transfert :

Considérons une couche de sol élastique surmontant sur un semi espace :

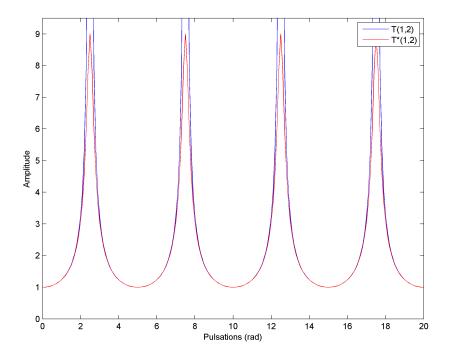


FIGURE 2.5 – Fonctions de transfert  $|T^*(\omega)|$ ,  $T(\omega)$  dans un milieu élastique .  $h=20m, V_s=200m/s, \rho_s=2g/cm^3, V_r=1500m/s, \rho_r=2.4g/cm^3, \alpha=0.$ 

### 2.7 Milieu Stratifié. Méthode de Thomson- Haskell.

La méthode de Thomson-Haskell consiste à introduire un vecteur  $S_n$  ayant pour composantes toutes les quantités scalaires qui figurent dans les conditions de continuité : conditions du déplacement, composantes des contraintes qui s'exercent sur la frontière plane d'une couche.[4] Soit  $S_n$  le vecteur correspondant à la couche de rang n. En passant du sommet  $(Z = Z_{n-1})$  de cette couche au sommet  $(Z = Z_n)$  de la couche sous-jacente de rang n + 1.

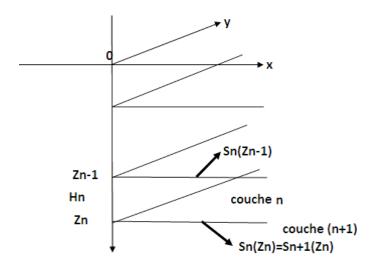


FIGURE 2.6 – Milieu stratifié.

On obtient pour les vecteurs  $S_n$  et  $S_n$  et  $S_n$  une relation linéaire définie par la matrice de transfert  $G_n$ :

$$S_{n+1}(Z_n) = G_n S_n(Z_{n-1}) (2.52)$$

#### **2.7.1** Ondes SH dans un milieu stratifié :

Soit  $H_n=Z_n-Z_{n-1}$  l'épaisseur de la couche de rang n. Le déplacement suivant U=V j résulte de la superposition de deux ondes :

— L'une qui se propage vers le haut

$$U'' = Aexp[i(fx - Pt) - iSZ]$$
(2.53)

L'autre qui se propage vers le bas

$$U' = Bexp(i(fx - Pt) + iSZ)$$
(2.54)

On prendra pour vecteur S à la profondeur Z(n-1):

$$S_n = \begin{vmatrix} U_n \\ \mu_n \frac{\partial U_n}{i \partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} U_n'' + U_n' \\ \mu_n S_n (U_n' - U_n'') \end{vmatrix}$$
 (2.55)

Avec  $\mu_n$ : le module de rigidité de la couche de rang n.

Dans la propagation , la vitesse apparente horizontale c=p/fest constante ,alors que le paramètre S est lié à l'incidence i varie :

$$S = P\cos i/B \tag{2.56}$$

B étant la vitesse des ondes SH. La continuité du déplacement à l'interface  $Z=Z_n$  s'exprime par :

$$U_{n+1} = U'_{n+1} + U''_{n+1} (2.57)$$

$$U_n'' = Aexp[i(fx - P_n t) - iS_n Z_n] \leftrightarrow U_n'' = Aexp[i(fx - P_n t) - iS_n (Z_{n-1} + H_n)]$$
 (2.58)

$$U'_{n} = Bexp[i(fx - P_{n}t) + iS_{n}Z_{n}] \leftrightarrow U'_{n} = Bexp[i(fx - P_{n}t) + iS_{n}(Z_{n-1} + H_{n})]$$
 (2.59)

$$U_{n+1} = U'_n exp(iS_n H_n) + U''_n exp(-iS_n H_n)$$
(2.60)

En séparant la partie imaginaire et la partie réelle dans expo :

$$U'_{n+1} + U''_{n+1} = (U'_n + U''_n)\cos S_n H_n + i(U'_n - U''_n)\sin S_n H_n$$
(2.61)

La continuité du contraintes à l'interface  $Z=Z_n$  s'exprime par :

— dans la couche (n)  $\mu_n \frac{\partial U_n}{i \partial Z_n} = \mu_n S_n (U_n' - U_n'') \tag{2.62}$ 

— dans la couche (n+1) 
$$\mu_{n+1} \frac{\partial U_{n+1}}{i \partial Z_{n+1}} = \mu_{n+1} S_{n+1} (U'_{n+1} - U''_{n+1})$$
 (2.63)

$$i\mu_{n+1}S_{n+1}(U'_{n+1} - U''_{n+1}) = i\mu_n S_n[U'_n exp(iS_n H_n) - U''_n exp(-iS_n H_n)]$$
 (2.64)

$$\mu_{n+1}S_{n+1}(U'_{n+1} - U''_{n+1}) = \mu_n S_n[(U'_n - U''_n)\cos S_n H_n + (U'_n + U''_n)\sin S_n H_n]$$
 (2.65)

D'où la matrice de transfert :

$$G_n = \begin{pmatrix} \cos S_n H_n & i(\mu_n S_n)^{-1} \sin S_n H_n \\ i\mu_n S_n \sin S_n H_n & \cos S_n H_n \end{pmatrix}$$
 (2.66)

Pour une couche d'ordre n avec une épaisseur infinie et i=1 et le rang de la couche à la surface libre on obtient :

$$\begin{vmatrix} (U'_n + U''_n) \\ \mu_n S_n ((U'_n - U''_n)) \end{vmatrix} = G_{n-1} . G_{n-2} ... ... G_2 . G_1 \begin{vmatrix} V_1 \\ 0 \end{vmatrix}$$
 (2.67)

D'où A le produit des matrices  $G_i$ :

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \tag{2.68}$$

il vient

$$\begin{cases}
U'_n + U''_n = A_{11}V_1 \\
U'_n + U''_n = A_{21}\frac{V_1}{\mu_n S_n}
\end{cases}$$
(2.69)

d'où le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{U_n'}{U_n''} = \frac{\mu_n S_n A_{11} + A21}{\mu_n S_n A_{11} - A21}$$
 (2.70)

Et l'expression de la fonction de transfert entre la surface libre et un point du profil de sol :

$$H_{(1,n)}(\omega) = \frac{\mu_n S_n}{\mu_n S_n A_{11} - A_{21}}$$
 (2.71)

Cette fonction dépend des propriétés du semi espace.

# 2.7.2 Exemple d'application : un sol stratifié

On considère le milieu stratifié défini comme suit :

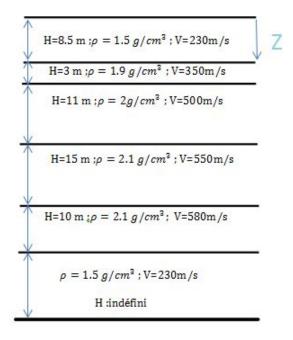


FIGURE 2.7 – Sol stratifié.

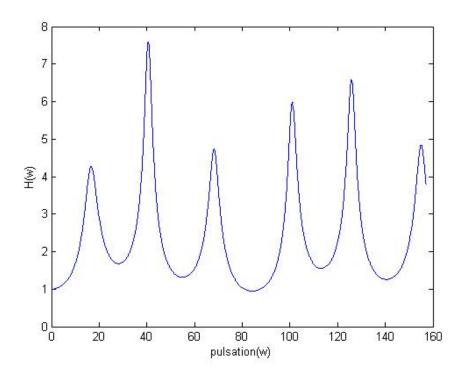


FIGURE 2.8 – Fonction de transfert dans un milieu stratifié.

# 2.8 Atténuation intrinsèque des ondes sismiques :

L'atténuation des ondes représente un des plus importants phénomènes dans la propagation. Elle peut être générée par de multiples facteurs. De façon générale, deux types de définition de l'atténuation des ondes sont décrits par Aki et Richard [5] : L'atténuation temporelle de l'amplitude de l'onde stationnaire pour un nombre d'onde donné, et l'atténuation spatiale à une fréquence donnée.

Dans le cas de l'atténuation temporelle, la viscosité du milieu matériel est considéré comme étant un facteur dominant. Pour le calcul des structures (fondations) étendues dans l'espace, la prise en compte de l'atténuation spatiale s'avère importante. Récemment, l'effet de dispersion induit par les hétérogénéités du milieu a été noté comme étant un mécanisme important du phénomène d'atténuation des amplitudes des ondes sismiques.

Le processus d'atténuation est macroscopiquement représenté par la friction interne du milieu. Pour quantifier l'effet de cette friction interne du milieu, on définit un facteur adimensionnel dit facteur de qualité noté Q.

Pour exprimer la friction solide interne, on calcule la variation relative de l'énergie par cycle :

$$Q^{-1} = -\frac{\Delta E}{2\pi E} \tag{2.72}$$

où

 $\Delta E$ : énergie dépensée par cycle.

E : énergie totale stockée par le solide.

Q : le facteur de qualité. Dans la cas où Q>>1, l'amplitude A est proportionnelle à  $\sqrt{E},$  d'où

$$Q^{-1} = -\frac{\Delta A}{\pi A} \tag{2.73}$$

Dans le cas d'une atténuation temporelle, l'amplitude A(t) sera donc donnée par :

$$A(t) = A_0 exp(-\frac{\omega t}{2Q}) \tag{2.74}$$

 $A_0$  : amplitude initiale de l'onde. Dans le cas d'une atténuation spatiale, l'amplitude A(X) est donnée par :

$$A(X) = A_0 exp(-\frac{\omega X}{2CO}) \tag{2.75}$$

C: vitesse de phase de l'onde.

Le taux d'amortissement  $\xi$  est souvent associe au facteur de qualité Q par la relation :

$$\xi = \frac{1}{2Q} \tag{2.76}$$

Dans les matériaux élastiques linéaires homogènes, les ondes se propagent sans changement d'amplitude. Cette atténuation est attribué 2 principales sources, l'une englobe les matériaux à travers lesquels les ondes se propagent et l'autre à l'expansion géométrique des ondes

#### 2.8.1 Amortissement matériel:

Dans les matériaux réels, une partie de l'énergie élastique des ondes est toujours convertie en chaleur en s'accompagnant d'une diminution de l'amplitude de celles-ci. Un amortissement visqueux est souvent utilisé pour représenter cette dissipation d'énergie. Deux grandeurs peuvent être utilisées pour caractériser l'ammortissement d'un matériaux

- $\Delta\omega$  L'énergie dissipée par cycle dans l'élement.
- Le rapport de cette l'énergie à une énergie W élastique de référence.

La relation contrainte-déformation étant caractérisée pour un cycle donné, par une boucle,  $\Delta \omega$  représente la surface à l'intérieur de cette courbe alors que W représente l'énergie élastique emmagasinée au passage du pic de cette boucle.

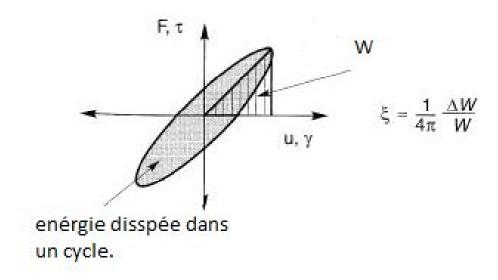


FIGURE 2.9 – Boucle d'hysterisis.

On montre que :[11] 
$$\xi = \frac{\delta \omega}{4\pi \omega} \eqno(2.77)$$

Sans sollicitation harmonique, on rend en compte du comportement du sol en introduisant des modules complexes de la forme :[3]

$$G^* = G(1 + 2.i.\xi) \tag{2.78}$$

ce qui conduit à une vitesse complexe dont l'expression est :

$$V^{*2} = V^2(1+2i\xi) (2.79)$$

où  $V=\sqrt{\frac{G}{
ho}}$  est la vitesse des ondes de cisaillement .

# 2.9 Exemple d'application sur une couche de sol stratifié

On reprend l'exemple 2.7.2

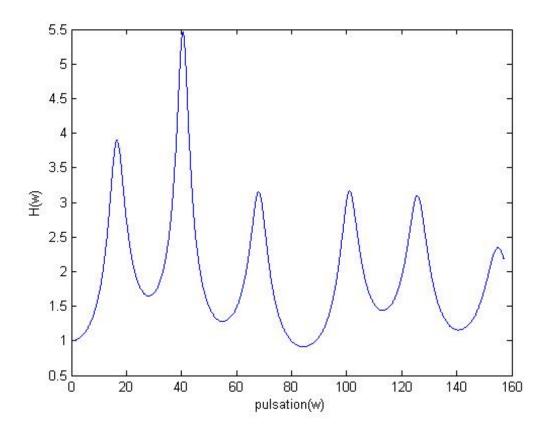


FIGURE 2.10 – Fonction de transfert avec atténuation dans un milieu stratifié  $V_r=1500m/s; V_s=200m/s; \rho_s=2g/cm^3; \rho_r=2.4g/cm^3; Q=30.$ 

# 2.10 Conclusion:

Quelques notions de sismologie et d'élastodynamique ont été présentées dans ce chapitre. Ces notions ont été les outils de base qui nous ont permet de mener à bien notre étude. L'essentiel de notre travail s'appuie sur l'effet induit par la propagation verticale des ondes SH.

# Chapitre 3

# Vibration aléatoire en génie sismique

#### 3.1 Introduction:

Le but de ce chapitre est l'étude de l'application des vibrations aléatoires en génie sismique et de montrer quelques résultats numériques qu'on a obtenu. C'est une tâche difficile à effectuer dans un seul chapitre parce que la plupart des lecteurs intéressés n'ont pas un bagage solide en ce qui concerne les vibrations aléatoires .alors il est recommandé de revoir les concepts de base d'un processus aléatoire, sa caractérisations avec sa fonction de densité de probabilité, et son effet aux systèmes avec des caractéristiques connues.

#### 3.2 Processus Aléatoires :

#### 3.2.1 Définition:

Si un phénomène physique est aléatoire alors chaque échantillon X(t) de ce Phénomène (Enregistrement, histoire temporelle,...) est le résultat de circonstances uniques qui ne se répèteront pas à l'occasion d'autres mesures indépendantes du ce même phénomène.[6]

### 3.2.2 Description probabiliste des processus aléatoires :

La caractérisation d'un processus aléatoire repose essentiellement sur deux paramètres : la fonction de densité de probabilité et les moments.

 Fonction de densité de probabilité : (FDP) Pour caractériser le processus aléatoire de façon complète dans le sens probabiliste, il est nécessaire d'établir la fonction de densité de probabilité multi variée

$$P(x(x_1, x_2, \dots, x_n))$$
 où  $x_i = x(t_i)$  (3.1)

Pour une grande classe de problèmes, il suffit d'établir les deux premières fonctions seulement :

$$P(x(t)) (3.2)$$

$$P(x(t_1), x(t_2))$$
 (3.3)

 Moments : La moyenne et la moyenne de la valeur carrée, qui sont les moments les plus Importantes du processus, ont les expressions suivantes :

$$m_x = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} XP(x)dx \tag{3.4}$$

$$E[X(t)^{2}] = \int_{-\infty}^{+\infty} X^{2}P(x)dx$$
 (3.5)

#### 3.2.3 Espérance mathématique :

Espérance mathématique d'une variable aléatoire est la somme des produits de toutes les valeurs possible de cette variable aléatoire .

$$M[X] = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i$$
 (3.6)

#### 3.2.4 Variable aléatoire centré :

Variable aléatoire centré associé est la déférence entre le variable aléatoire et l'espérance mathématique.

$$\dot{X} = X - m_x \tag{3.7}$$

#### 3.2.5 Le moment centré :

L'espérance mathématique d'un variable aléatoire centré  $\dot{X}$ :

$$M[\dot{X}] = M[X - m_x] = \sum_{i=1}^{n} (X_i - m_x P_i) = \sum_{i=1}^{n} (X_i P_i) - m_x \sum_{i=1}^{n} P_i = 0$$
 (3.8)

Donc le centrage d'un variable aléatoire c'est la translation de l'origine au point moyen.

#### 3.2.6 Le mode :

C'est la valeur la plus probable où c'est la valeur pour laquelle la densité de probabilité est maximale.

#### 3.2.7 La fonction de corrélation :

Elle caractérise l'intensité de liaison d'un variable aléatoire X entre t et t'.

$$k_x(t, t') = E[X(t).X(t')]$$
 (3.9)

#### 3.2.8 La covariance :

La covariance est une caractéristique du système décrivant en plus de la dispersion du variable aléatoire X entre t et t'.

$$D_x(t,t') = E[(X(t) - m_x).(X(t') - m_x)]$$
(3.10)

A partir des fonctions définies ci-dessus on caractérise :

#### **3.2.9** La variance :

Caractérise la dispersion de ses valeurs au voisinage de son espérance mathématique, est la dimension carrée de variable aléatoire

$$D_x(t,t') = E[X(t) - m_x]^2 (3.11)$$

## 3.2.10 L'écart type (Ecart quadratique moyen) :

c'est la mesure de la dispersion d'une variable aléatoire

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)} = \sqrt{E[X(t) - m_x]^2}$$
 (3.12)

#### 3.2.11 Le coefficient de corrélation :

$$\rho_x(t,t') = \frac{k_x(t,t')}{\sigma_x(t).\sigma_x(t')}$$
(3.13)

Les mêmes définitions précédentes pour le cas d'un processus aléatoire peuvent être étendues au cas de deux ou plusieurs processus aléatoires. On définit ainsi :

#### La fonction d'inter-corrélation :

$$k_{XY}(t,t') = E[X(t).Y(t')]$$
 (3.14)

La fonction d'inter-covariance :

$$k_{XY}(t,t') = E[(X(t) - m_x(t)).(Y(t') - m_y(t))]$$
(3.15)

#### Coefficient d'inter-corrélation :

$$\rho_{XY}(t,t') = \frac{k_{XY}(t't')}{\sigma_X(t).\sigma_Y(t')}$$
(3.16)

#### 3.2.12 Processus stochastiques stationnaires :

Une fonction aléatoire est stationnaire si ces propriétés probabilistes est invariante par la translation dans le temps, nécessitant varier d'une façon homogène c'est-à-dire l'espérance mathématique soit constante.

$$D_x(t) = D_x = \text{constante} (3.17)$$

#### 3.2.13 La fonction de corrélation :

Une fonction de corrélation d'un processus aléatoire stationnaire est une fonction d'un seul argument

$$k_x(\tau + t) = k_x(\tau) \tag{3.18}$$

 $k_x$  Est une fonction symétrique

$$k_x(t, t') = k_x(t', t)$$
 (3.19)

 $k_x$ Est une fonction paire

$$k_x(\tau) = k_x(-\tau) \tag{3.20}$$

#### 3.2.14 Fonction d'auto-covariance :

$$k_X(\tau) = E[X(t).X(t+\tau)]$$
 indépendante de  $t$  (3.21)

$$D_x(\tau) = D_x(-\tau) \tag{3.22}$$

Les processus aléatoires utilisés en pratique ont toujours un début et une fin, et ne peuvent donc pas être vraiment stationnaire. Mais pour des considérations pratiques, il est très souvent convenable de supposer que le processus est stationnaire pour l'essentiel de la durée, ou qu'il peut être divisé en plusieurs périodes sur lesquelles il est approximativement stationnaire .

## 3.3 Analyse Spectrale des Processus Stochastiques :

Il nécessaire de faire une décomposition spectrale, d'un processus aléatoire. La fonction d'un accomplissement peut être représentée par :

## 3.3.1 Développement d'un signal en série de Fourier Si la fonction est périodique

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kx}{L} + b_k \sin \frac{2\pi kx}{L} \right)$$
 (3.23)

pour  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 

Et  $a_0, a_k, b_k$  Sont des coefficients de Fourier.

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} [a_k cos(\omega kt) + b_k sin(\omega kt)]$$
(3.24)

Après le développement la fonction de Fourier s'écrit :

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_k e^{i\omega kt}$$
 (3.25)

 $c_k$ : Sont des coefficients complexes de sérier de Fourier et sont défini comme sous de suit :

$$c_k = \sum_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)e^{-i\omega kt}dt$$
(3.26)

#### 3.3.2 Transformée de Fourier si la fonction n'est pas périodique :

La fonction de fourrier x(t) s'applique aussi sur les fonctions non périodiques qui sont défini pour  $t \in ]-\infty, +\infty[$ .

Telle que :  $\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(t) dt \rvert$  est une valeur finie.

Et pour  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$  on obtient :

$$X(\omega) = c_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega kt}dt$$
 (3.27)

Et de même manière on trouve la transformé inverse :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t)e^{wt}dt$$
 (3.28)

Et se décompose par une valeur réelle et une valeur imaginaire :

$$Re[X(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)cos(2\pi ft)dt$$
 (3.29)

$$Im[X(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)sin(2\pi ft)dt$$
 (3.30)

## 3.4 Développement Canonique

#### 3.4.1 Définition

La méthode des développements canoniques repose essentiellement sur la représentation de la fonction aléatoire à transformer sous la forme d'une somme des fonctions aléatoires élémentaires.

On appelle fonction aléatoire élémentaire une fonction de la forme :

$$X(t) = V.\varphi(t) \tag{3.31}$$

Où:

V: est une variable aléatoire.

 $\varphi(t)$ : est une fonction déterministe.

#### 3.4.2 Développement Canonique d'une fonction aléatoire :

soit la fonction aléatoire X(t) donnée par le développement :

$$X(t) = m_x(t) + \sum_{i=1}^{m} V_i \varphi_i(t)$$
 (3.32)

Où les coefficients  $V_1, V_2, \ldots, V_m$  forment un système de variables aléatoires d'espérances mathématiques nulles.

Fonction de corrélation

$$k_x(t,t) = E[X(t).X(t')]$$
 (3.33)

$$k_x(t,t') = \sum_{i,j} E[V_i V_j \varphi_i(t) \varphi_j(t')] = \sum_{i,j} E[V_i V_j] \varphi_i(t) \varphi_j(t')$$
(3.34)

Dans le cas où i = j on a :

$$E[V_i V_j] = E[V_i^2] = k_{ii} = D_i (3.35)$$

 $D_i$ : étant la variance de la variable aléatoire  $V_i$ , Quand  $i \neq j$  on a :

$$E[V_i V_j] = k_{ij} (3.36)$$

 $k_{ij}$ : étant la covariance des variables  $V_i, V_j$ . Alors on obtient :

$$k_x(t,t') = \sum_{i=1}^{m} \varphi_i(t)\varphi_j(t')D_i + \sum_{i \neq j} \varphi_i(t)\varphi_j(t')k_{ij}$$
(3.37)

En posant t' = t on obtient la variance de la fonction aléatoire X(t):

$$D_x = \sum_{i=1}^m [\varphi_i(t)]^2 D_i + \sum_{i \neq j} \varphi_i(t) \varphi_j(t') k_{ij}$$
(3.38)

Si tous les coefficients  $V_i$  ne sont pas corrélés, c'est-à-dire  $k_{ij}=0$  pour  $i\neq j$ . Dans ce cas le développement de la fonction aléatoire est dit canonique.

On appelle développement canonique de X(t) sa représentation sous la forme :

$$X(t) = m_x(t) + \sum_{i=1}^{m} V_i \varphi_i(t)$$
 (3.39)

où:

 $m_x(t)$  : est l'espérance mathématique de la fonction aléatoire.

 $V_i$ : sont des variables aléatoires non corrélés d'espérances nulles.

Et sa fonction de corrélation s'exprime d'une manier fort simple :

$$k_x(t,t') = \sum_{i=1}^{m} \varphi_i(t)\varphi_j(t')D_i$$
(3.40)

Cette expression est appelée développement canonique de la fonction de corrélation.

## 3.5 Fonction de densité spectrale de puissance "D.S.P":

Il n'est pas possible de considérer la transformée de Fourier de X(t) (échantillon d'un processus stochastique stationnaire) car la stationnarité fait que X(t) n'est pas absolument intégrable, en effet :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)dt| \quad \text{n'est pas une valeur finie}$$
 (3.41)

En conséquence, la transformation de Fourier est appliquée non pas au processus aléatoire X(t) mais à la fonction d'autocorrélation, pour obtenir ainsi la fonction de densité spectrale de puissance.

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k_x(\tau) e^{-i\omega t} d\tau$$
 (3.42)

$$k_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) e^{i\omega t} d\omega \tag{3.43}$$

Ces relations sont les relations de "Wiener-Khintchine".

Pour  $\tau = 0$  l'équation (3.43) s'écrit donc :

$$k_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega = E[X^2]$$
 (3.44)

La fonction de densité spectrale de puissance est une mesure de la distribution dans le domaine des fréquences de la moyenne de la valeur carrée  $E[X^2]$ .

 $S_x(\omega)$  donne une indication de la décomposition spectrale du signal :

$$S_x(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{E[|\bar{X}(\omega, t)|^2]}{4\pi T}$$
(3.45)

## 3.5.1 Fonction d'inter-corrélation et inter-densité spectrale :

Soient X(t) et Y(t) deux processus stochastiques stationnaires réels :

$$E[X(t)Y(t+\tau)] = k_{XY}(\tau) \tag{3.46}$$

$$E[Y(t)X(t+\tau)] = k_{YX}(\tau) = k_{XY}(-\tau)$$
(3.47)

La fonction d'inter-densité spectrale est définie par :

$$S_{XY}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k_{XY}(\tau) e^{-i\omega t} d\tau$$
 (3.48)

$$S_{YX}(\omega) = S_{XY}(-\omega) = S_{XY}^*(\omega) \tag{3.49}$$

## 3.5.2 Fonction d'autocorrélation et de densité spectrale de processus dérivés :

#### Fonction d'autocorrélation :

Les deux premières fonctions d'autocorrélation de processus dérivés sont caractérisées par :

$$k_{\dot{X}}(\tau) = -\frac{d^2}{d\tau^2} k_X(\tau) \tag{3.50}$$

$$k_{\ddot{X}}(\tau) = -\frac{d^4}{d\tau^4} k_X(\tau) \tag{3.51}$$

#### Fonction de densité spectrale de puissance :

$$S_{\dot{\mathbf{x}}}(\omega) = \omega^2 S_X(\omega) \tag{3.52}$$

$$S_{\ddot{X}}(\omega) = \omega^4 S_X(\omega) \tag{3.53}$$

# 3.6 Analyse stochastique d'un système linéaires à un degré de liberté :

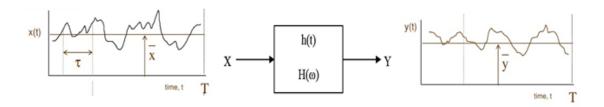


FIGURE 3.1 – Input-output d'un système à un degré de liberté.

#### 3.6.1 Formule de Parseval:

Intuitivement, lorsque 'n' augmente indéfiniment, le sous-espace  $D_n$  "grossit", et la projection  $S_n(f)$  de f sur  $D_n$  se "rapproche" de f au sens suivant :

$$\lim_{x \to +\infty} ||f(x)|| = ||f(x)||^2 \tag{3.54}$$

C'est la formule de Parseval (admise), qu'on utilise en général sous la forme suivante :

#### Théorème:

Soit  $f \in CT(R)$ . On a :

$$a_0(f)^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\inf} [a_k(f)^2 + b_k(f)^2] = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)^2 dt$$
 (3.55)

#### 3.6.2 Domaine temporel :

La réponse temporelle unitaire d'un système initialement au repos est la fonction impulsionnelle h(t), causée par une impulsion de Dirac  $\delta(t)$ .

A partir du principe de superposition, on définit la réponse Y(t) du système par un produit de convolution ou intégrale de Duhamel :

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau = x * h$$
 (3.56)

D'après le principe de causalité on a h(t) = 0 pour  $\tau < 0$  soit :

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau).h(t-\tau)d\tau = \int_{0}^{+\infty} h(\tau).x(t-\tau)d\tau$$
 (3.57)

#### 3.6.3 Domaine des fréquences :

De manière analogue, la réponse fréquentielle unitaire  $H(\omega)e^{i\omega t}$  de ce système s'exprime en termes de la fonction de transfert  $H(\omega)$  causée par une excitation harmonique unitaire  $e^{i\omega t}$ .

 $H(\omega)$  est la transformée de Fourier à  $(1/2\pi)$  près de la réponse impulsionnelle h(t) soit :

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{i\omega t}dt$$
 (3.58)

La relation entrée-sortie du système, prend la forme d'une simple multiplication :

$$Y(\omega) = H(\omega).X(\omega) \tag{3.59}$$

## 3.6.4 Caractérisation d'une réponse aléatoire :

La réponse d'un système soumis à une excitation aléatoire stationnaire est stationnaire. Les caractéristiques du processus de sortie sont déterminées par :

— La moyenne

$$m_y = H(0)m_x \tag{3.60}$$

— La fonction de densité spectrale de puissance :

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \tag{3.61}$$

— La fonction d'autocorrélation :

$$k_y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$
 (3.62)

## 3.7 Conclusion

Des notions sur les vibrations aléatoires et leurs applications en génie sismique sont présentées dans ce chapitre. L'analyse des structures soumises à des excitations aléatoires peut être menée a bien en utilisant ces notions.

## **Chapitre 4**

# Variablité spatiale du mouvement sismique

#### 4.1 Introduction

Le problème de la réponse sismique des structures implantées dans des sites spatialement variables était le sujet de plusieurs recherches considérables durant les années récentes.

Dans le présent chapitre, l'objectif est d'étudier la sensibilité de la réponse structurale aux variations spatiales en états locaux de sol en utilisant un modèle simplifié, qui tient compte des paramètres essentiels représentant le mouvement du sol et de la structure.

A cette fin, un modèle d'amplification de sol proposé par Safak[7] basé sur la formulation de temps discrets de la propagation verticale des ondes de cisaillement, associé à un coefficient sismique spatial basé sur le spectre de réponse Zembaty[8], ainsi que la fonction de cohérence spatiale de Der Kiureghian [9], sont intégrés en utilisant une formulation en vibrations aléatoires.

### 4.2 Modèle de fonction de cohérence :

#### 4.2.1 Introduction

En fait, le signal sismique est soumis aux effets de réfractions, réflexions et diffractions du fait de la présence de couches de sols de caractéristiques différentes. De plus, l'effet de source influe sur les caractéristiques du signal sismique du fait que par exemple les sources sismiques étendues ou ponctuelles ne génèrent pas des mouvements identiques. Par conséquent, les signaux sismiques sont en amplitude et fréquence complètement différents et ce même sur des distances très petites. Il a été reconnu que quatre effets distincts sont à l'origine de la variabilité spatiale du signal sismique, il s'agit [9] :

 De la perte de cohérence des ondes sismiques due à la diffraction des ondes, définie comme étant l'effet de l'incohérence.

- Du décalage temporel dans l'arrivée du même signal sismique, dénommé l'effet du passage d'ondes
- Du changement des caractéristiques du profil de sol et l'effet qu'il a sur les caractéristiques du signal, dénommé l'effet de site.
- De la diminution graduelle de l'amplitude du signal avec la distance, définie par l'effet de l'atténuation.

Les multiples aspects liés à la variabilité du signal sismique ne sont pas, à ce jour, entièrement connus [8]. Cependant les travaux accomplis durant les deux dernières décennies ont permis de décrire les caractéristiques du signal sismique soumis à ce phénomène. En fait, le consensus existe uniquement autour de l'outil à utiliser pour modéliser ce phénomène. Il s'agit de la fonction de cohérence  $\gamma_{AB}$  définie par le rapport entre la fonction d'inter-densité spectrale du mouvement sismique  $S_{AB}(\omega)$ , entre deux points A et B et la racine carrée du produit des fonctions de densité spectrale (DSP) du mouvement sismique au niveau des points A et B c'est-à-dire  $S_A(\omega)$  et  $S_B(\omega)$ .

$$\gamma_{AB} = \frac{S_{AB}}{\sqrt{S_A \cdot S_B}} \tag{4.1}$$

C'est une fonction complexe dont l'amplitude  $|\gamma_{AB}|$  mesure la cohérence des signaux d'accélération. La phase de cette fonction quantifie le phénomène de propagation d'onde selon la distance entre A et B, ainsi que le déphasage lié à l'effet de site.

#### 4.2.2 Modèle de Der Kiureghian :

Der Kiureghian [9] a proposé un modèle composé du produit de trois termes dont chacun est relatif à un phénomène donné, à savoir : l'effet d'incohérence, l'effet de passage d'onde et l'effet de la variation des conditions locales de site.

$$\gamma_{AB}(\omega) = \gamma_{AB}^{(i)}(\omega)\gamma_{AB}^{(w)}(\omega)\gamma_{AB}^{(s)}(\omega)$$

$$= \gamma_{AB}^{(i)}(\omega) \exp[i(\theta_{AB}^{(w)}(\omega) + \theta_{AB}^{(s)}(\omega))] \tag{4.2}$$

Où:

 $\gamma_{AB}^{(i)}$  : est une mesure de l'incohérence entre les stations A et B.

 $\gamma_{AB}^{(w)}$  :est une mesure de l'effet de passage d'onde engendré par la différence dans les temps d'arrivée des ondes aux différentes locations.

 $\gamma_{AB}^{(s)}$  : représente l'effet de site.

Dans l'analyse qui suit, on supposera que tous les effets spatiaux résultent seulement des différences dans des effets de site. Les effets de sites sont modelises par les fonctions de transfert de sol  $H_A(\omega)$  et  $H_B(\omega)$  aux deux stations. Ceci entraine la relation suivante entre l'inter densite spectrale au niveau de la roche  $S_{AB}^{(b)}(\omega)$  et l'inter densite spectrale au niveau de la surface libre  $S_{AB}^{(r)}(\omega)$ .

$$S_{AB}^{(r)}(\omega) = H_A(\omega).H_B^*(\omega).S_{AB}^{(b)}(\omega)$$

$$\tag{4.3}$$

Quand les deux sites A et B coı̈ncident, au lieu de l'équation précédente on peut écrire deux équations pour les deux sites A et B, à savoir :

$$S_{AA}^{(r)}(\omega) = |H_A|^2 . S_{AA}^{(b)}(\omega) \qquad S_{BB}^{(r)}(\omega) = |H_B|^2 . S_{BB}^{(b)}(\omega)$$
 (4.4)

Quand seuls les effets de site sont considérés, la fonction de cohérence $\gamma_{AB}$  se réduit à :

$$\gamma_{AB} = \gamma_{AB}^{(s)}(\omega) = \exp[i\theta_{AB}^{(s)}(\omega)] \tag{4.5}$$

Avec la différence de phase  $\theta_{AB}^{(s)}$  donné par [ ] :

$$\theta_{AB}^{(s)} = tan^{-1} \frac{Im}{Re} \left[ \frac{H_A(\omega) H_B^*(\omega)}{H_A(\omega) H_B^*(\omega)} \right]$$
(4.6)

## 4.3 Modèle d'amplification de site :

#### 4.3.1 Introduction

Les amplitudes des ondes séismiques augmentent de manière significative pendant qu'elles traversent des couches molles de sol près de la surface de la terre. Ce phénomène est généralement connu sous le nom d'amplification de site.

L'amplification locale du sol peut entraîner l'augmentation de l'excitation sismique sur un site à hauteur de plusieurs fois l'excitation sur la roche ou sur la terre ferme. Le tremblement de terre de Mexico en 1985, avec son amplification de 5 fois, a démontré l'importance du phénomène [1][2].

Un grand nombre d'investigations théoriques et expérimentales, et de modèles analytiques et empiriques d'amplification de site sont disponibles dans la littérature [10]. Les modèles analytiques sont développés en étudiant la propagation d'ondes sismiques dans divers types de sol (par exemple, linéaire, non linéaire [12], homogène, bi et tridimensionnel, et aléatoire [13]). Les modèles empiriques sont développés en étudiant des rapports spectraux des mouvements enregistrés sur un site aux mouvements sur la roche, et en corrélant les rapports avec les caractéristiques physiques du sol. Plus récemment, les méthodes des éléments finis, différences finies, et les éléments de frontière ont été suggérées pour étudier l'amplification de site.

#### 4.3.2 Modèle de KANAI-TAJIMI :

Pour modéliser les effets locaux des sites on peut commencer par la densité spectrale de Kanai Tajimi  $S(\omega)$  :

$$S(\omega) = \frac{\omega_g^4 + (2\xi_g \omega_g \omega)^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_g \omega_g \omega)^2}.S_0$$
(4.7)

La fréquence  $\omega_g$  et la constante d'amortissement  $\xi_g$  sont les propriétés du sol local et  $S_0$  est un facteur d'intensité(voir chapitre 3). En termes de la théorie de vibrations aléatoires, le spectre de Kanai-Tajimi représente un effet de filtrage du dépôt de sol aux excitations de bruit blanc de la roche. Les valeurs du  $\omega_g = 4\pi rad/s$  et de  $\xi_g = 0.6$  ont été traditionnellement assignées aux conditions de sol ferme. En variant les valeurs de  $\omega_g$  et  $\xi_g$  on peut obtenir des valeurs représentant des effets désirés de filtrage du sol. Les gammes typiques pour ces paramètres sont :

Pour  $\omega_g: 2\pi \to 6\pi rad/s$ Pour  $\xi_g: 0.2 \to 0.6$ 

Le spectre de Kanai-Tajimi prend une valeur différente de zéro peu réaliste pour  $\omega=0$ . Cet effet peu désiré a été corrigé en présentant un filtre passe-haut, comme proposé par Clough et Penzien [14], menant à la fonction de densité spectrale suivante :

$$S(\omega) = \frac{(\omega_g^4 + (2\xi_g\omega_g\omega)^2)\omega^4}{((\omega_g^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_g\omega_g\omega)^2).((\omega_b^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_b\omega_b\omega)^2)}.S_0$$
(4.8)

Dans laquelle  $\omega_b = 1.636$  et  $\xi_b = 0.619$  sont des constantes proposés par Clough et Penzien [14]. Le spectre de Kanai-Tajimi, quoique populaire parmi les ingénieurs, a été critiqué par des sismologues par manque de perspicacité physique pour les effets d'amplification de sol.

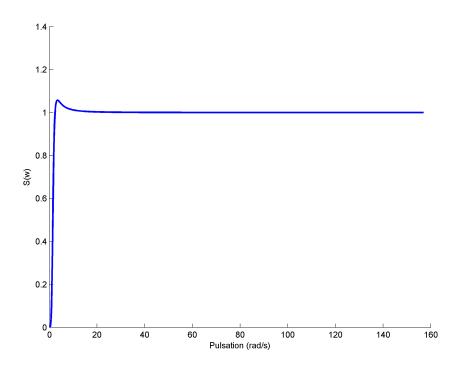


FIGURE 4.1 – Spectre de Clough et Penzien.

#### 4.3.3 Modèle de SAFAK :

#### Présentation du modèle :

Récemment, Safak a proposé un modèle d'amplification de sol basé sur l'analyse de temps discrets des réflexions de propagation verticale des ondes de cisaillement. A la différence du spectre de Kanai-Tajimi, ce modèle reflète correctement la physique de l'amplification de sol résultant de l'interférence et des réflexions des ondes. La formulation de temps discret de la propagation des ondes est parmi les modèles analytiques simples pour l'amplification de site. En comparaison avec les précédents modèles , ce modèle a des avantages importants [7] :

- Il utilise les paramètres physiques de site, y compris l'atténuation intrinsèque Q.
- Pour une seule couche de sol surmontant un rocher et soumise à la propagation verticale des ondes, le modèle est exact et il emploie seulement trois paramètres  $(\tau, r, Q)$ .
- Les amplitudes aussi bien que les caractéristiques de phase de site sont considérées dans le modèle.
- Le modèle peut incorporer des réflexions multiples des ondes dans la couche.
- les mouvements du sol sont simulés par des filtres récursifs dans le domaine temporel.

Les modèles de temps discrets sont commodes pour l'utilisation des techniques de vibration aléatoires, pour étudier la sensibilité des spectres de réponse aux paramètres physiques de site a partir des mouvements enregistrés.

Pour notre travail on va opter pour la formulation de la propagation des ondes dans une seule couche au dessus du substratum. Pour maintenir les équations relativement simples, nous considérons la propagation verticale des ondes SH seulement. La méthode peut facilement être étendue aux ondes SH suivant n'importe quel angle d'incidence en modifiant les densités et les coefficients de réflexion des ondes (Kaussel and Roesset 1984)[15]. La méthode peut également être étendue aux ondes P et SV en utilisant les coefficients de réflexion appropriés, qui sont donnés par (Tolstoy and Usdin 1953)[16]. Cependant, les équations seraient plus compliquées.

Nous présentons les équations en deux étapes : d'abord en ne supposant aucune atténuation dans le sol, puis en tenant compte de l'atténuation due au frottement interne Q.

#### Propagation d'ondes sans atténuation :

On considère une couche de sol surmontant un substratum du côté droit et un affleurement rocheux du côté gauche

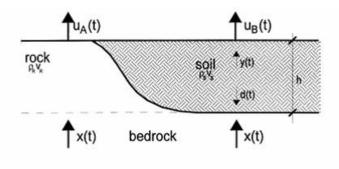


FIGURE 4.2 – Transformation du mouvement du substratum à la surface pour une couche de sol (côté droit) et un affleurement rocheux (côté gauche).

où:

d(t): représente l'onde qui se propage vers le bas.

y(t): représente l'onde qui se propage vers le haut.

 $\tau_s = h/V_s$ : le temps de propagation de l'onde dans la couche du sol.

 $u_A(t)$  et  $u_B(t)$  sont les déplacements enregistrés au niveau de la surface de l'affleurement rocheux et le sol respectivement.

$$u(t) = -rd(t - \tau_s) + (1 + r).x.(t - \tau)$$

$$d(t) = y(t - \tau)$$

$$y(t) = \frac{u(t)}{2}$$

$$(4.9)$$

Où r est le coefficient de réflexion des ondes, et (1+r) est le coefficient de transmissions donnés par Aki et Richards [5] :

$$r = \frac{\rho_r V_r - \rho_s V_s}{\rho_r V_r + \rho_s V_s} \tag{4.10}$$

 $\rho_r, V_r, \rho_s, V_s$  sont les densités et vitesses des ondes de cisaillement pour la roche et le sol respectivement.  $u_B(t)$  peut se réécrire après la substitution de d(t) dans y(t) et puis y(t) dans uB(t) comme suit [7]:

$$u_B(t) = -r \cdot u_B(t - 2\tau_s) + 2(1+r) \cdot x \cdot (t - \tau_s)$$
(4.11)

En introduisant la fonction excitation complexe unitaire  $e^{i\omega t}$  dans l'équation (4.11) on obtient :

$$u_B(t) = -r \cdot u_B(t - 2\tau_s) + 2(1+r) \cdot e^{i\omega(t-\tau_s)}$$
(4.12)

Dont la solution est de la forme :

$$u_B(t) = H_s(\omega).e^{i\omega t} \tag{4.13}$$

Si on reporte l'Eq. (4.12) dans l'Eq. (4.12), on trouve que la fonction de transfert du sol sans atténuation prend la forme :

$$H_s(\omega) = \frac{(1+r)exp(-i\omega\tau_s)}{1+r\exp(-2i\omega\tau_s)}$$
(4.14)

x(t) vers le haut, les ondes passant par l'affleurement rocheux sortent sur la surface, provoquant le mouvement  $u_A(t)$ . Ce chemin de propagation est affecté par l'amplification extérieure libre de facteur 2 seulement, et par la phase retard en raison de la propagation dans la roche. Ainsi, la fonction de transfert du mouvement au point A peut être donnée comme :

$$H_r(\omega) = \exp(-i\omega\tau_r) \tag{4.15}$$

avec:

 $\tau_r = h/V_r$  le temps de propagation dans la roche.

#### Propagation d'ondes avec atténuation :

Safak [7]a proposé une méthode approximative pour intégrer l'atténuation des ondes dans la fonction de transfert du sol au moyen du facteur de qualité Q. Ceci est fait en recalculant le temps de propagation de sol  $\tau_s$  le coefficient de réflexion r. En utilisant la vitesse complexe dans le sol  $V_s + i\omega$  avec  $1/Q = 2\omega/V_s$ [7]:

$$\omega = \frac{V_s}{2Q} \tag{4.16}$$

Un nouveau coefficient de réflexion complexe est défini :

$$r' = \frac{\rho_r V_r - \rho_s (V_s + i\omega)}{\rho_r V_r + \rho_s (V_s + i\omega)}$$
(4.17)

$$\tau_s' = \frac{h}{V_s + i\omega} \tag{4.18}$$

On peut approcher les eqs. (4.15) et (4.16) comme suit :

$$r' = \frac{4Qr - i(1-r)}{4Qr + i(1-r)} \stackrel{\sim}{=} r - \frac{i}{4Q}$$
(4.19)

$$\tau_s' = \frac{2Q}{2Q+i} \cdot \tau_s \stackrel{\sim}{=} \left(1 - \frac{i}{2Q}\right) \cdot \tau_s \tag{4.20}$$

Les approximations (4.17) et (4.18) prise pour  $|r| \le 1$  et Q >> 1 et ont été numériquement vérifiées par Safak [7]. La substitution de  $\tau'_s$  et r' au lieu de  $\tau_s$  et r dans l'eq. (4.14) donne, après quelques manipulations algébriques, la fonction de transfert suivante pour la couche de sol comprenant des effets d'atténuation :

$$H_s(\omega) = \frac{\left(1 + r - \frac{i}{4Q}\right) \exp[-i\omega\tau_s(1 - i/2Q)]}{1 + \left(r - \frac{i}{4Q}\right) \exp[-2i\omega\tau_s(1 - i/2Q)]}$$
(4.21)

Ce qui est exprimé encore en termes de r et  $\tau_s$  à valeurs réelles.

La fonction de transfert pour la roche reste sans changement [Eq (4.15)], car elle décrit seulement la transmission extérieure libre et la phase retard. Le facteur " 2 " dans les équations (4.14), (4.15) et (4.20) relie les fonctions de transfert au mouvement de la roche. Il est plus commode de relier les fonctions de transfert directement au mouvement extérieur Ainsi, en conclusion, les fonctions de transfert prennent la forme suivante :

$$H_s(\omega) = \frac{\left(1 + r - \frac{i}{4Q}\right) \exp[-i\omega\tau_s(1 - i/2Q)]}{1 + \left(r - \frac{i}{4Q}\right) \exp[-2i\omega\tau_s(1 - i/2Q)]}$$
(4.22)

$$H_r(\omega) = \exp(-i\omega\tau_r) \tag{4.23}$$

Le module de la fonction de transfert (4.22),  $|H_s(\omega)|$ , est tracé dans la Fig.4.2 pour  $r=0.5, \tau_s=0.2s$  et Q=30.

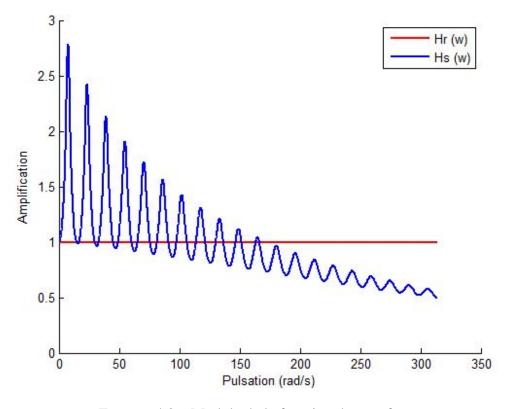


FIGURE 4.3 – Module de la fonction de transfert

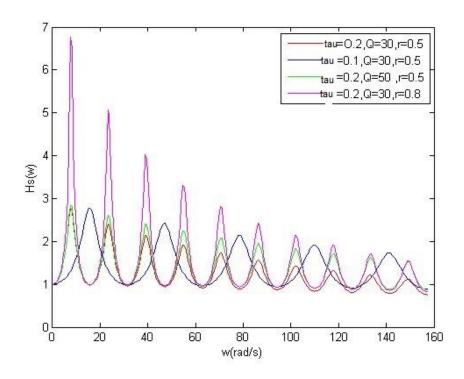


FIGURE 4.4 – Effet de la variation de  $\tau$ , Q et r sur la fonction de transfert

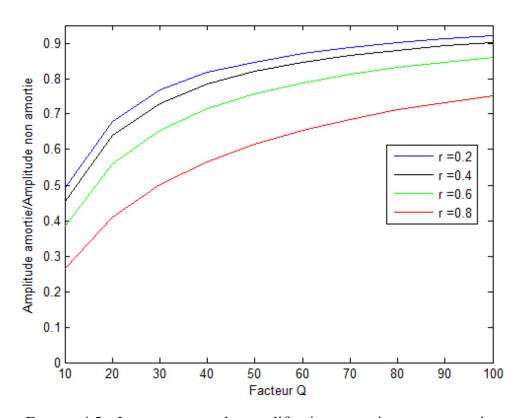


FIGURE 4.5 – Le rapport entre les amplifications amorties et non amorties

La figure (4.4) montre la variation de la fonction de transfert avec  $\tau,Q$  et r. Le paramètre  $\tau$  détermine l'endroit des pics, tandis que les paramètres r et Q affectent les

amplitudes des pics et leur affaiblissement avec l'augmentation de la fréquence.

Afin de voir la réduction des pics d'amplification due au amortissement .on a tracé le rapport entre les amplifications amorties et non amorties pour différentes valeurs de Q et r.La figure (4.5) montre que la réduction d'amplification augmente avec l'augmentation de Q et la diminution de r. Pour des valeurs de Q assez grandes et de petites valeurs de r, le rapport converge vers 1,et l'influence d'amortissement devient négligeable.

Dans l'analyse de vibration aléatoire qui suit, le modèle de Safak est appliqué pour décrire les effets spatiaux simultanés entre deux sites : roche et sol.

#### **Coefficient sismique spatiale:** 4.4

On considère la réponse sismique d'un système dynamique a un degré de liberté (1ddl) sous l'effet de deux excitations différentes aux appuis A et B. Le système présenté dans la Figure (4.6) a été déjà considéré lors d'analyses des effets sismiques spatiaux (Zembaty et Krenk [17], Zembaty [8], Zembaty et Rutenberg [19]).

L'équation du mouvement pour l'oscillateur simple de la Figure (4.6) :

$$\ddot{q} + 2\xi\omega_0\dot{q} + \omega_0^2 q = -\frac{1}{2}[\ddot{u}_A(t) + \ddot{u}_B(t)]$$
(4.24)

 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  est la pulsation propre de l'oscillateur. et  $\xi = \frac{c}{2.m.\omega_0}$  est le coefficient d'amortissement.

Le déplacement totale égal à la somme des déplacements pseudo-statique  $q^p$  et dynamique q:

$$q^{t} = q^{p} + q$$
 avec:  $q^{p} = \frac{u_{A} + u_{B}}{2}$  (4.25)

Les forces de cisaillement dans les colonnes :

$$f_A(t) = \frac{k}{2}(q^t - u_A) = \frac{k}{2}(\frac{u_B(t)}{2} - \frac{u_A(t)}{2} + q(t))$$
(4.26a)

$$f_B(t) = \frac{k}{2}(q^t - u_A) = \frac{k}{2}(\frac{u_A(t)}{2} - \frac{u_B(t)}{2} + q(t))$$
(4.26b)

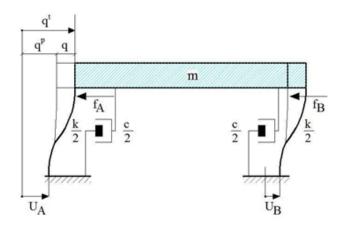


FIGURE 4.6 – Système dynamique 1ddl

A partir des équations ci-dessus on peut tirer les conclusions suivantes :

- La réponse en déplacement d'un système SDOF soumis à des excitations différentes aux supports est juste une réponse à la moyenne simple des excitations.
- Cependant, la réponse en force est une combinaison des réponses dynamique et pseudo statique, et elle est donc plus influencée par le mouvement différentiel entre supports.

Les solutions des équations (4.24), (4.26a) et (4.26b) en domaine fréquentiel sont données par :

$$q(t) = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_A(\omega)$$

$$-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_B(\omega)$$
(4.27)

$$f_A(t) = \frac{k}{4} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\ddot{u}_B(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\ddot{u}_A(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_A(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_B(\omega) \right)$$

$$(4.28)$$

et:

$$f_B(t) = \frac{k}{4} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\ddot{u}_A(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\ddot{u}_B(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_A(\omega) - \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\ddot{u}_B(\omega) \right)$$

$$(4.29)$$

### 4.4.1 La densité spectrale du déplacement dynamique et des forces :

On commence par la DSP du déplacement dynamique. Il s'agit d'un problème à input double et output simple :

$$S_q(\omega) = [H^*(\omega)]^T \cdot [S_u] \cdot [H(\omega)] \tag{4.30}$$

où la fonction de transfert de l'oscillateur est donnée par :

$$H(\omega) = \frac{-1}{(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_0\omega)} \tag{4.31}$$

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} -(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_0\omega)^{-1} \\ -(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_0\omega)^{-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H \\ H \end{bmatrix}$$
(4.32)

La matrice spectrale pour le vecteur $[\ddot{u}_A(t) \ \ddot{u}_B(t)]^T$  nécessaire au calcul de la densité spectrale des déplacements :

$$\begin{bmatrix} S_A & \gamma_{AB}\sqrt{S_A.S_B} \\ \gamma_{AB}^*\sqrt{S_A.S_B} & S_B \end{bmatrix}$$
 (4.33)

La densité spectrale pour le déplacement dynamiques q(t) est donnée par :

$$S_q(\omega, \omega_0) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} H^* & H^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_A & \gamma_{AB} \sqrt{S_A \cdot S_B} \\ \gamma_{AB}^* \sqrt{S_A \cdot S_B} & S_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H \\ H \end{bmatrix}$$
(4.34)

Ce qui donne:

$$S_q(\omega, \omega_0) = \frac{1}{2}|H|^2 \left(\frac{|H_A|^2 + |H_B|^2}{2} + |H_A||H_B|Re\gamma_{AB}\right) S$$
(4.35)

Et pour les forces:

$$S_f(\omega) = [H^*(\omega)]^T \cdot [S_u] \cdot [H(\omega)] \tag{4.36}$$

Avec:

$$[H(\omega)] = \frac{k}{4} \begin{bmatrix} -1\\ +1\\ -H\\ -H \end{bmatrix}$$
(4.37)

et La matrice spectrale pour le vecteur $[u_A(t)u_B(t)\ddot{u}_A(t)\ddot{u}_B(t)]^T$ nécessaire au calcul de la densité spectrale des forces :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\omega^{4}}S_{A} & \frac{1}{\omega^{4}}\gamma_{AB}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & -\frac{1}{\omega^{2}}S_{A} & -\frac{1}{\omega^{2}}\gamma_{AB}\sqrt{S_{A}.S_{B}} \\ \frac{1}{\omega^{4}}\gamma_{AB}^{*}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & \frac{1}{\omega^{4}}S_{B} & -\frac{1}{\omega^{2}}\gamma_{AB}^{*}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & -\frac{1}{\omega^{2}}S_{B} \\ -\frac{1}{\omega^{2}}S_{A} & -\frac{1}{\omega^{2}}\gamma_{AB}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & S_{A} & \gamma_{AB}\sqrt{S_{A}.S_{B}} \\ -\frac{1}{\omega^{2}}\gamma_{AB}^{*}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & \gamma_{AB}^{*}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & -\frac{1}{\omega^{2}}\gamma_{AB}^{*}\sqrt{S_{A}.S_{B}} & S_{B} \end{bmatrix}$$

$$(4.38)$$

Les densités spectrales pour les forces  $f_A$ et  $f_B$ :

$$Sf_{A}(\omega,\omega_{0}) = \frac{k^{2}}{8} \left( \frac{1}{\omega^{4}} \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} - |H_{A}||H_{B}|.Re\gamma_{AB} \right) - \frac{2}{\omega^{2}} \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} ReH + |H_{A}||H_{B}|.ImH.Re\gamma_{AB} \right) + |H^{2}| \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} + |H_{A}||H_{B}|Re\gamma_{AB} \right) \right).$$

$$(4.39)$$

et:

$$Sf_{B}(\omega,\omega_{0}) = \frac{k^{2}}{8} \left( \frac{1}{\omega^{4}} \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} - |H_{A}||H_{B}|.Re\gamma_{AB} \right) + \frac{2}{\omega^{2}} \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} ReH + |H_{A}||H_{B}|.ImH.Re\gamma_{AB} \right) + |H^{2}| \left( \frac{|H_{A}|^{2} + |H_{B}|^{2}}{2} + |H_{A}||H_{B}|Re\gamma_{AB} \right) \right).S$$

$$(4.40)$$

où:

 $H=H(\omega,\omega_0)$ ,  $H_B=H_s(\omega)$ ,  $H_A=H_r(\omega)$ ,  $S=S(\omega)$  and  $\gamma_{AB}=\gamma_{AB}(\omega)$ . Les trois termes des équations (4.39) et (4.40) représentent une composante dynamique (le troisième terme) et pseudo-statique (le premier terme), un terme représentant une combinaison des deux effets (deuxième terme).

## 4.4.2 Le coefficient sismique spatial :

L'intégration par rapport à la fréquence des densités spectrales données par les équations (4.35),(4.39) et (4.40) pour une plage de valeurs de la fréquence naturelle  $\omega_0$  mène à la variance (the mean square response spectrum) [8]:

$$\sigma^{2}(\omega_{0}) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega, \omega_{0}) d\omega \tag{4.41}$$

La normalisation de l'écart type (RMS) (root mean square) obtenu à partir de l'eq. (4.41) par l'écart type calculée pour la roche (sol ferme) donne la réponse sous la forme du coefficient sismique spatial suivant basé sur le spectre de réponse [8]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_R} = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega, \omega_0) d\omega}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} S_R(\omega, \omega_0) d\omega}}$$
(4.42)

Là où  $S(\omega, \omega_0)$  dans le numérateur représente des densités spectrales des déplacements dynamiques [Eq. (4.35)] ou des forces [Eqs. (4.39)et (4.40)], et la densité spectrale  $S_R(\omega, \omega_0)$  dans le dénominateur fait référence à la réponse de la structure, en supposant que la structure est appuyée dans la roche en A et B (Fig.4.6).

#### 4.4.3 Exemple d'application :

On considère d'abord l'ensemble suivant des données pour le site B représentant la couche de sol :

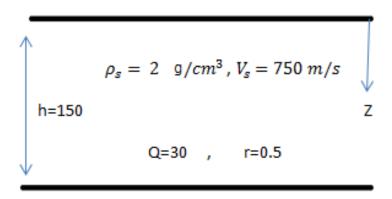


FIGURE 4.7 – Profil d'un sol.

Pour étudier la densité spectrale de déplacement et de forces et aussi les RMS et le RMS normalisé on utilise le modèle de CLOUGH et PENZIEN au niveau de substratum avec

$$S_0 = 1m^2/s^3$$
 .(Figure 4.1)

Les figures (4.8),(4.9) montrent l'allure des densités spectrales des déplacements dynamiques et des forces  $f_A$  et  $f_B$  pour les valeurs des paramètres de sol considérés et pour les paramètres d'oscillateur  $\omega_0 = 2\pi rad/s$  et  $\xi = 0,05$ .

La densité spectrale de déplacement est celle d'une réponse typique d'oscillateur soumis à une excitation large bande, avec la majeure partie du spectre concentré autour de la fréquence de résonance  $\omega_0=2\pi$ . La différence entre les densités spectrales des forces  $f_A$  et  $f_B$  est très faible pour les valeurs des paramètres de sol et d'oscillateur considérées.

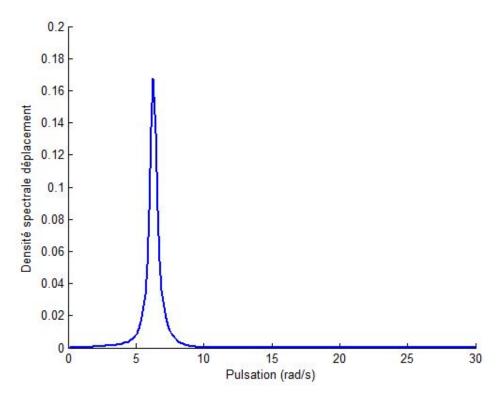


FIGURE 4.8 – la densité spectrale de déplacement.

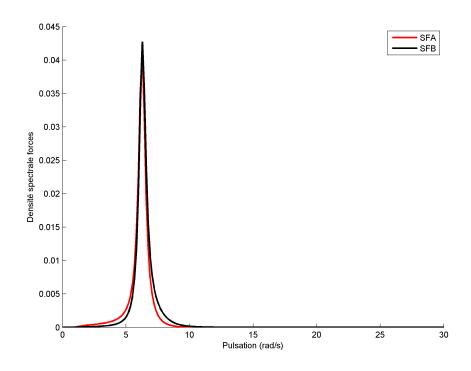


FIGURE 4.9 – la densité spectrale des forces.

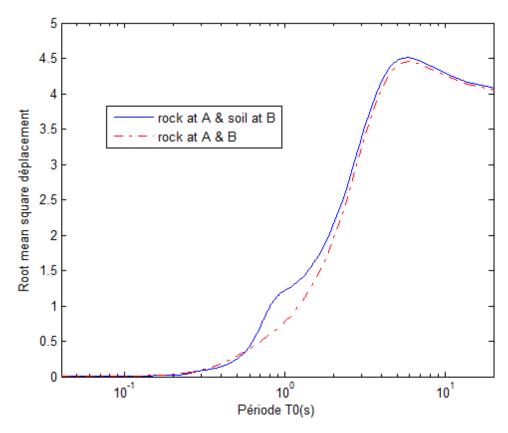


FIGURE 4.10 – RMS du déplacement relatif.

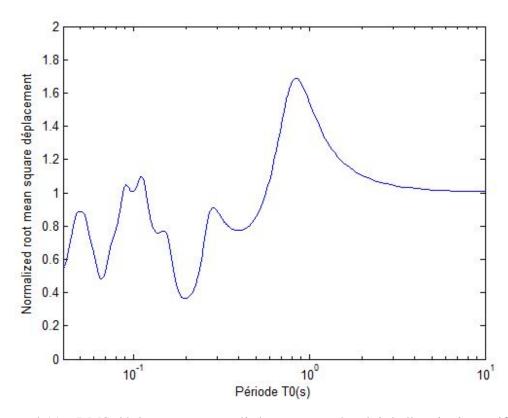


FIGURE 4.11 – RMS déplacement normalisé par rapport à celui de l'excitation uniforme.

La figure (4.10) montre la variation du RMS du déplacement relatif en fonction de la période naturelle de la structure dans le cas d'un mouvement uniforme et non uniforme. Il apparaît clairement que le RMS augmente en fonction de la flexibilité de la structure (lorsque  $T_0$  augmente) jusqu'à une valeur de  $T_0$  coïncidant approximativement avec la période du déplacement de l'input sismique (filtre de Clough et Penzien modifié :  $T_b = 3.84s$ ) puis diminue. Les RMS dans les deux cas d'input sismique diffèrent.

Cependant la figure (4.11) montre le RMS du déplacement normalisé par rapport à l'équation (4.42), le RMS normalisé reste au-dessous de 1 pour  $T_0 < 0.1s$ , avec l'apparition des excursions pour des  $T_0$  entre 0.1 et 1 s et enfin diminue à 1 pour  $T_0 > 1$ .

Contrairement au RMS des déplacements le RMS des forces  $F_A$  et  $F_B$  tracé sur la figure (4.12) ne s'annule pas. Ceci est dû à la prédominance de l'effet pseudo-statique par rapport à l'effet dynamique et les forces deviennent proportionnelles au mouvement différentiel entre les deux supports dans le cas d'un mouvement non uniforme, et a un moment donné le RMS devient stable .Alors que dans le cas d'un mouvement sismique uniforme, les forces au niveau des supports de la structure ne reçoivent pas la contribution de la composante pseudo-statique.

Ainsi les RMS normalisés des forces ont des valeurs très importantes pour des valeurs très faibles de la période naturelle de la structure.

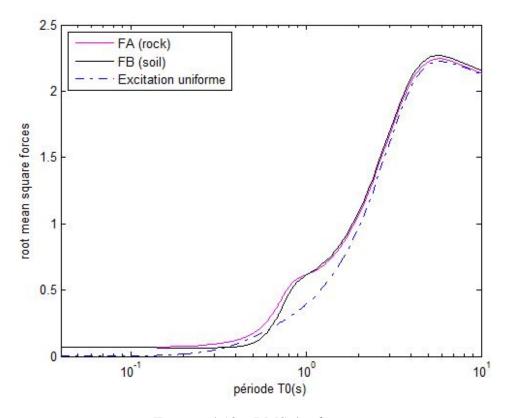


FIGURE 4.12 – RMS des forces.

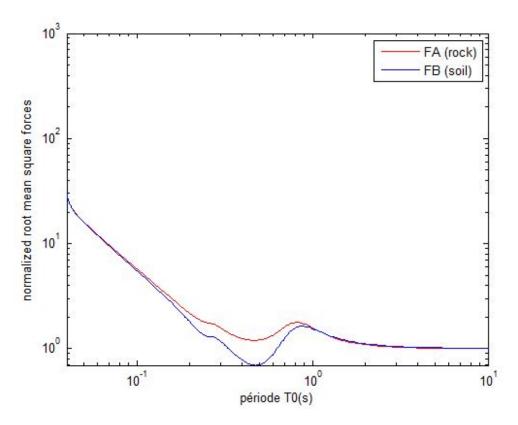


FIGURE 4.13 – RMS normalisé des forces.

## 4.5 Conclusion

Dans le cadre de ce chapitre ,une analyse des effets d'amplification de site sur la réponse sismique des structures multi-support est présentée. Les effets de sites sont modélisés en considérant des réflexions et des transmissions de la propagation verticale des ondes de cisaillement de la roche vers la surface par une couche de sol. Une approche vibration aléatoire basée sur le spectre de réponse d'un oscillateur simple sur deux appuis, dont un est fondé sur la roche et l'autre sur la couche de sol, est formulée afin d'étudier l'influence des excitations non-uniformes sur des structures multisupport. Les spectres de réponse résultants sont formulés en déplacement et forces .

## Chapitre 5

# Etude de la réponse sismique d'un pont dalle

#### 5.1 Introduction:

Contrairement aux bâtiments où la modélisation peut se faire à l'aide d'une console verticale avec des masses concentrées au niveau des planchers, les ponts présentent la particularité d'un tablier reposant sur des appuis multiples, de rigidités différentes, et où le problème relatif aux déplacements est aussi important que celui relatif aux forces sismiques. [20] En effet, les leçons des séismes anciens ou récents mettent en évidence les principales causes de désordres ou d'effondrement des ponts :

- Les déplacements relatifs des tabliers et des appuis.
- Les ruptures fragiles de certains éléments dues au manque de ductilité ou de confinement du béton.
- Les problèmes liés aux sols de fondations ou aux remblais d'accès.

La réponse d'une structure aux excitations sismiques dépend de plusieurs facteurs. Pour notre travail on s'intéresse à l'effet de la variabilité spatiale des ondes sismiques qui joue un rôle très important dans le comportement d'une structure sous excitation sismique.

## 5.2 Rappels:

#### La masse:

Dans le cas des modèles de calcul les plus simples (ouvrages courants notamment), pour le calcul des périodes propres, on ne modélisera que les masses mises en mouvement. Ainsi, dans le cas d'un tablier isolé des piles par des appareils glissants ou en élastomère fretté, on négligera la masse des piles. Dans le cas contraire (tablier bloqué sur piles), les têtes de piles suivent le mouvement du tablier et on ajoutera la masse de la moitié supérieure de la pile à la masse du tablier.[20]

#### La raideur des piles :

Dans le cas d'un dimensionnement basé sur un comportement idéalement élastique (coefficient de comportement q strictement égal à 1), la fissuration du béton des piles est censée rester relativement limitée, on effectue alors les calculs en prenant en compte les raideurs élastiques avant fissuration (c'est à dire avec les inerties de coffrage). L'Eurocode 8-2 étend l'application de cette méthode aux structures conçues pour adopter sous le séisme de calcul un comportement à ductilité limitée ( $1 < q \le 1, 5$ ). Dans ce cas, l'utilisation dans le calcul des raideurs élastiques conduit à surévaluer la rigidité globale de la structure en négligeant l'éventuel assouplissement résultant de la fissuration du béton armé. Cette majoration de la rigidité peut être non sécuritaire lorsque la période associée se situe sur la branche montante du spectre de réponse. C'est pourquoi nous préconisons dans ce cas d'utiliser les spectres « conseillés » avec prolongement du plateau jusqu'à l'origine.[20]

L'approche consistant à établir l'analyse du comportement sismique de l'ouvrage sur la base des inerties brutes (raideurs élastiques) n'est pas non plus sécuritaire vis à vis du calcul des déplacements. C'est pourquoi l'Eurocode préconise dans tous les cas (calcul en inertie brute ou en inertie fissurée) de remultiplier les déplacements calculés, par le rapport de la rigidité en flexion des appuis supposée dans l'analyse sur la rigidité correspondant au niveau de contraintes atteint issu de l'analyse (approche sécuritaire). Une autre approche possible (moins sécuritaire et plus réaliste) consiste à itérer sur la valeur des rigidités Ki pour l'évaluation plus juste des niveaux de déplacement atteints.[20]

Pour un fût encastré en tête et en pied, dans l'hypothèse d'un tablier infiniment rigide :

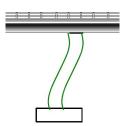


FIGURE 5.1 – fût encastré en tête et en pied.

$$K_i = \frac{12EI}{h^3} \tag{5.1}$$

#### Période propre :

La période longitudinale du tablier sur ses appuis vaut :

$$T = 2.\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \tag{5.2}$$

avec : M en (kg) et Ken((N/m)

## 5.3 Présentation du pont traité :

Le pont qu'on va étudier fait partie d'un projet, qui a pour objet la construction du tronçon BOUGHEZOUL- M'SILA dans le cadre de la réalisation de la rocade des hauts plateaux et ses interconnexions avec la rocade ferroviaire Est-Ouest (Oran-Alger-Annaba). Le tronçon BOUGHEZOUL-M'SILA a une longueur de 168.5 Km, allant du PK 129+900 (point de départ à la gare voyageurs de BOUGHEZOUL) au PK 298+400 (raccordement à la gare existante de M'SILA).

Le pont est un passage supérieur franchissant une brèche naturelle situé entre le PK 230+651 et le PK 230+726. il comporte trois travées solidaires ayant chacune une longueur de 25 m.Le tablier est de type dalle-pleine précontraint longitudinalement avec deux larges encorbellements.Les piles sont des fûts de section rectangulaire 6X1.5m, et de hauteur 8 m,et qui sont implantées dans des conditions de site spatialement variables.

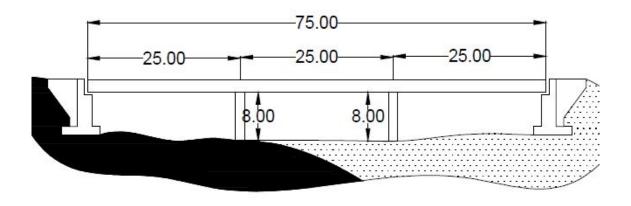


FIGURE 5.2 – le pont traité.

Pour l'étude de la réponse sismique du pont on utilise les données suivantes :

- E=33 GPA, G=0.9MPA
- Dimensions des appareils d'appuis sur les Culées (0.8X0.8X0.15 m)
- L'excitation sismique est un bruit blanc d'intensité :

$$S_0 = 2cm^2/sec^3.$$

#### **Définition:**

Un bruit blanc est une réalisation d'un processus aléatoire dans lequel la densité spectrale de puissance est la même pour toutes les fréquences de la bande passante. Le bruit blanc gaussien est un bruit blanc qui suit une loi normale de moyenne et variance données.

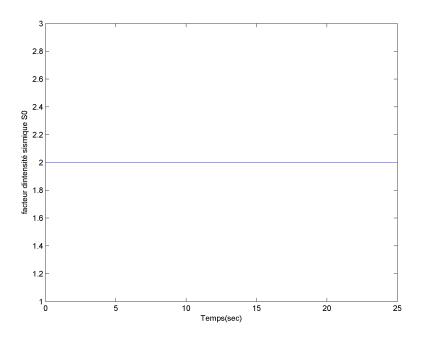


FIGURE 5.3 – Le bruit blanc utilisé.

#### calcul de la masse :

$$M_{systeme} = M_{tablier} + 2.\frac{1}{2}M_{pile}$$
 (5.3)

Éléments	Poids (t/ml)
La dalle	31.579
Les trottoirs	4.225
Garde-corps	0.130
Béton de pente	1.450
Ballast et traverses	12.400
Armement de la voie	0.300
Étanchéité	1.144
Total	51.524

TABLE 5.1 – Charges permanentes de tablier.

$$M_{syst} = M_{tablier} + M_{pile} = 3864, 3 + 180 = 4044.3tonnes$$
 (5.4)

#### calcul de la raideur :

$$K_{pile} = \frac{12EI}{h^3} \cdot \frac{1}{1+\phi} \qquad \text{avec} \quad \phi = \frac{3EI}{L^2 K_{pile} \cdot G \cdot A}$$
 (5.5)

$$K_{pile} = 0.95 * 10^5 KN/m (5.6)$$

$$K_{no} = \frac{G.a.b}{e} = 3840KN/m$$
 (5.7)

$$K_{syst} = 2.K_{pile} + 4.K_{no} = 1.97 * 10^5 KN/m$$
 (5.8)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{M_{syst}}{K_{syst}}} = 0.9s \tag{5.9}$$

## 5.4 Étude de la réponse sismique du pont :

#### 5.4.1 Excitation au niveau du substratum :

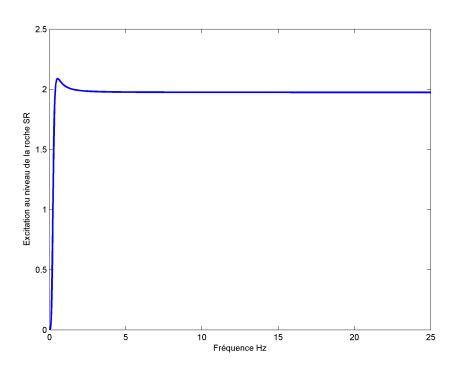


FIGURE 5.4 – Excitation au niveau du substratum (domaine fréquentiel).

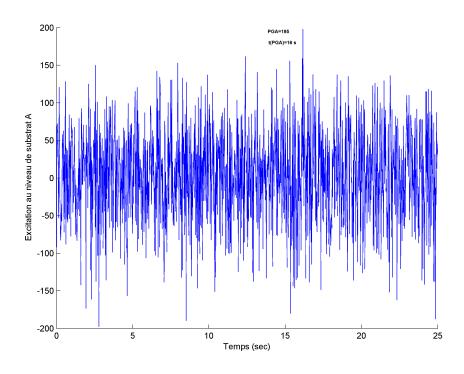


FIGURE 5.5 – Excitation au niveau du substratum (domaine temporel).

## **5.4.2** Appui A

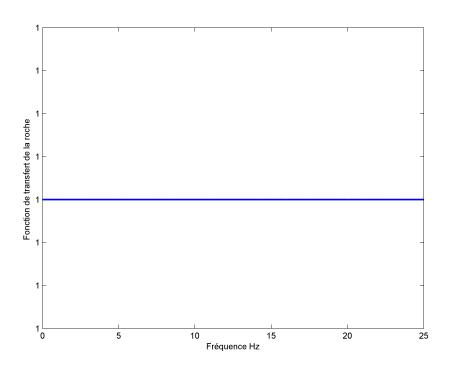


FIGURE 5.6 – Fonction de transfert du rocher.

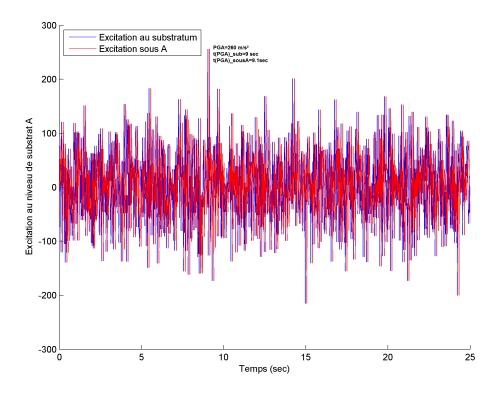


FIGURE 5.7 – Excitation sous l'appui A.

## densités spectrales des forces :

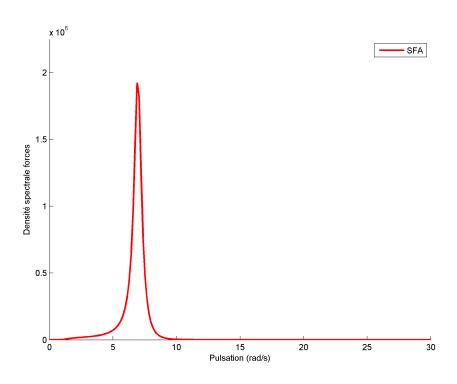


FIGURE 5.8 – Densité spectrale des forces (domaine fréquentiel).

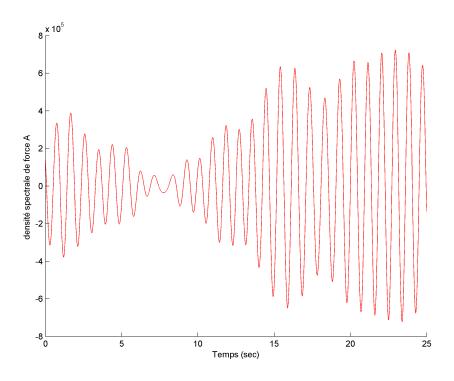


FIGURE 5.9 – densité spectrale de force A (domaine temporel ).

## 5.4.3 Appui B:

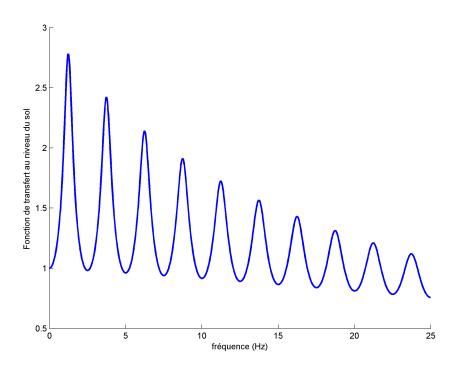


FIGURE 5.10 – Fonction de transfert du sol.

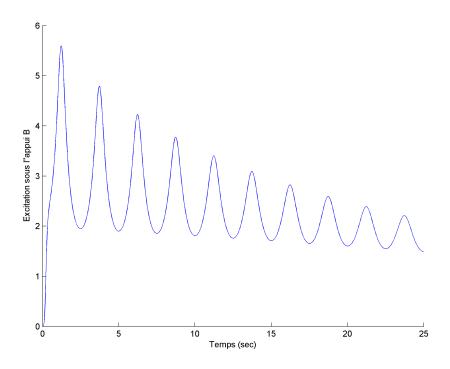


FIGURE 5.11 – Excitation sous l'appui B (domaine fréquentiel).

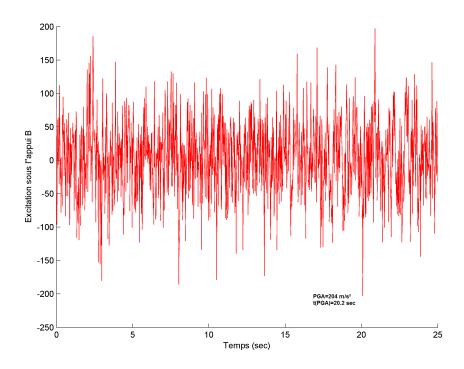


FIGURE 5.12 – Excitation sous l'appui B (domaine temporel).

#### densités spectrales des forces :

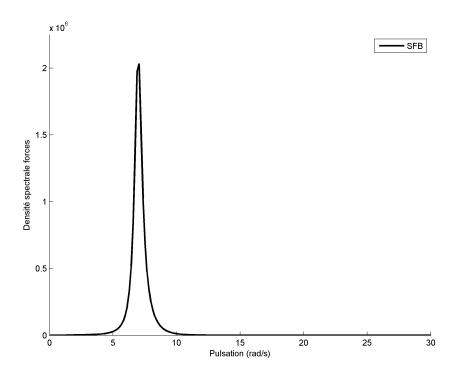


FIGURE 5.13 – Densité spectrale de force (domaine fréquentiel).

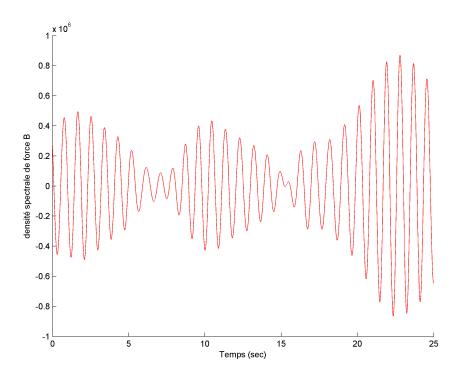


FIGURE 5.14 – densité spectrale de force B (domaine temporel).

#### densité spectrale de déplacement :

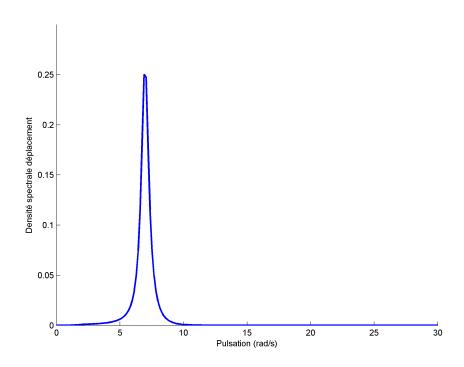


FIGURE 5.15 – Densité spectrale de déplacement (domaine fréquentiel).

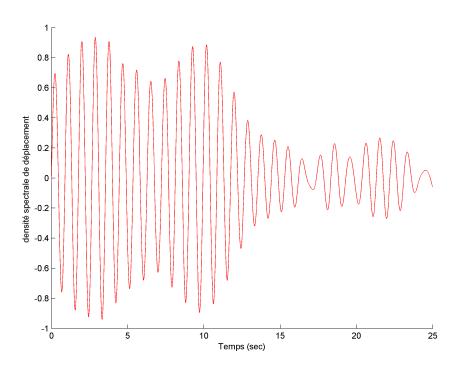
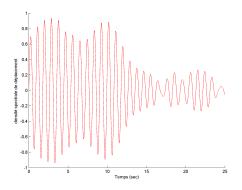
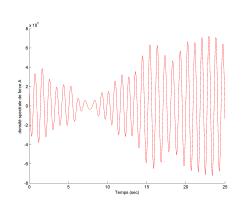
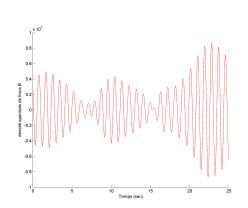


FIGURE 5.16 – densité spectrale de déplacement (domaine temporel ).

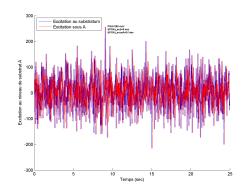


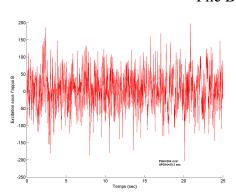
## Tablier



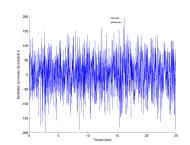


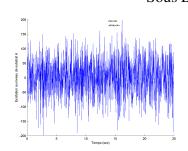
## Pile A





Sous A Sous B





Substratum

## 5.4.4 RMS de déplacement relatif et des forces :

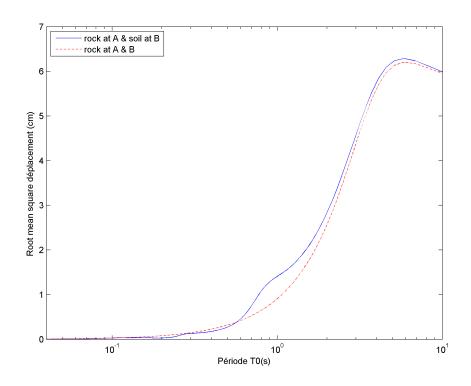


FIGURE 5.17 – RMS de déplacement.

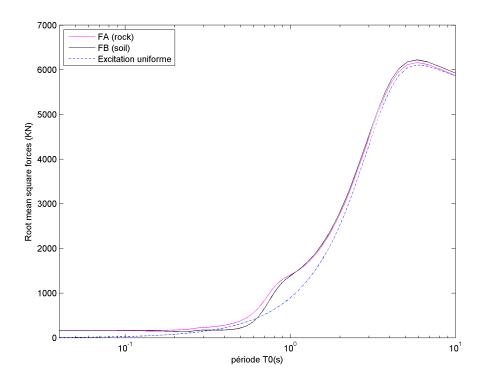


FIGURE 5.18 – RMS des forces.

# 5.5 Estimation de la réponse maximale en force et en déplacement à partir de RMS :

Le but principal du concepteur est d'assurer un rendement satisfaisant de la structure, il est donc important qu'il soit doté d'outils d'analyse (de préférence analytiques) afin de formuler correctement, puis d'évaluer les critères de performance.

Dans ce cadre, un mécanisme de rupture très important est celui qui postule la ruine lorsque l'entité de réponse dynamique analysée atteint pour la première fois valeur maximale admissible. La mesure de la fiabilité souhaitée est la probabilité associée au temps de premier passage à travers ce seuil d'amplitude spécifié. La recherche d'une solution exacte à ce problème classique a débuté avec les travaux de [22, 23, 24]lequels ont réussi à proposer des limites supérieures et inférieures à ce problème de premier passage pour lequel il a été mis en lumière la nature de sa dépendance avec les caractéristiques de la structure et de l'excitation.

E. H. Vanmarcke [21] a proposé une nouvelle solution analytique approximative réaliste au problème de premier passage basée sur la notion de processus aléatoire à bande stationnaire étroite et de son enveloppe. Nous utilisons ces concepts utiles pour obtenir une mesure potentiellement importante de la performance la structure étudiée dans notre travail, par exemple, le non dépassement d'un seuil d'amplitude pour une probabilité donnée faisant appel à la notion de facteur de pic dont la formulation est donnée comme suit :

$$Y_{s,P} = r_{s,P}.\sigma_y(s) \tag{5.10}$$

Où:

- $\sigma_y(s)$  :est le RMS des forces (déplacement).
- $r_{s,P}$  :est le facteur du pic.

La détermination du facteur de pic  $r_{S,P}$  nécessite la solution du problème de premier passage, qui est dans notre cas un bruit blanc gaussien. Alors on peut se référer au procédure de Vanmarcke (1969).[21]

$$r_{s,P} = \sqrt{2.log(2n[1 - exp(-\delta_y(S)\sqrt{\pi \log 2n})])}$$
 Avec:  $n = \frac{\Omega_Y(s).S_0/2\pi}{-logP}$ . (5.11)

Pour estimer la valeur de  $r_{s,P}$  on utilise la paramètres suivants :

$$\Omega_y(s) = \omega_n \tag{5.12}$$

$$\delta_y = \sqrt{\frac{4\xi_s}{\pi}} \tag{5.13}$$

$$S_0 = S.exp(-2(\frac{\sigma_y^2(s)}{\sigma_y^2(s/2)} - 1))$$
 (5.14)

Avec:

$$\frac{\sigma_y^2(s)}{\sigma_y^2(s/2)} = \frac{1 - e^{-2\xi\omega_n s}}{1 - e^{-\xi\omega_n s}}$$

Pour notre étude,On prend la durée de séisme s=18.48 sec.

Pour  $T_0$ =0.9 sec, on trouve :

- $\sigma_q$ =0.76 pour une excitation uniforme.
- $\sigma_q$ =1.27 pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_{FA}=1.3*10^3$  pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_{FB}$ =1.22 \* 10<sup>3</sup> pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_F$ =7.51 \* 10<sup>2</sup> pour une excitation uniforme.

Prob% F	Facteur de pic	déplacement(cm)		force FA (KN)	force FB(KN)	force (KN)
		E.N.U	E.U	E.N.U	E.N.U	E.U
50	2.66	3.39	2.03	$3.46 * 10^3$	$3.25 * 10^3$	$2*10^{3}$
75	2.99	3.82	2.29	$3.99 * 10^3$	$3.65 * 10^3$	$2.25 * 10^3$
95	3.55	4.51	2.7	$4.61*10^{3}$	$4.33 * 10^3$	$2.66*10^{3}$

TABLE 5.2 – Seuil de déplacement et des forces pour  $T_0$ =0.9sec.

#### Remarque:

Quand on observe le RMS de déplacement, on peut remarquer que pour certaines valeurs de  $T_0$ , les valeurs de RMS en cas d'excitation uniforme et non uniforme se rapprochent. Alors on va prendre un Pont fictif qui est le même pont traité au dessus mais avec  $T_0$ =0.6sec et  $K=4.43*10^5KN/m$ .Le but est de montrer que les effets de la variabilité spatiale peuvent être négligé pour certaines structures.

Pour  $T_0$ =0.6 sec, on trouve :

- $\sigma_q$ =0.43 pour une excitation uniforme.
- $\sigma_q$ =0.46 pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_{FA}$ =5.68 \* 10<sup>2</sup> pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_{FB}$ =3.76 \* 10<sup>2</sup> pour une excitation non-uniforme.
- $\sigma_F$ =4.16 \* 10<sup>2</sup> pour une excitation uniforme.

Prob% Facteur de pio	Factour do nio	déplacement(cm)		force FA (KN)	force FB(KN)	force (KN)
	racieul de pic	E.N.U	E.U	E.N.U	E.N.U	E.U
50	2.82	1.30	1.21	$1.6 * 10^3$	$1.06 * 10^3$	$1.17 * 10^3$
75	3.14	1.44	1.38	$1.78 * 10^3$	$1.18 * 10^3$	$1.30*10^{3}$
95	3.66	1.68	1.54	$2.08 * 10^3$	$1.38 * 10^3$	$1.52*10^{3}$

TABLE 5.3 – Seuil de déplacement et des forces pour  $T_0$ =0.6sec.

ENU: Excitation non uniforme.

NU: Excitation uniforme.

## 5.6 Conclusion:

#### On conclue que:

- Le RMS est un outil adéquat pour l'estimation des réponses en déplacement et en force de n'importe quelle structure étendue soumise à une excitation sismique d'une durée s, pour une probabilité P de non dépassement du niveau de réponse calculé.
- Les effets de site ont une influence très importante sur les spectres de réponse des structures ,notamment les structures implantées dans des zones a sismicité élevée.
- Si la structure présente une rigidité très élevée, l'effet de site devient négligeable.
- Sur la gamme de période de 0.1 à 1sec la prédominance revient la composante pseudo-statique mais Sur la gamme de période au-delà de 1, l'effet dynamique qui prédomine.

## **Conclusion Générale:**

Cette étude a montré que la présence d'une couche de sol au-dessous d'un appui de la structure et une roche sous les autres entraîne deux effets principaux : La modification en phase dans les deux signaux sismiques atteignant la surface au sol aussi bien que différents effets d'amplification. La différence de phase est semblable à l'effet spatial d'une onde se propageant entre les stations A et B avec une certaine vitesse apparente. Cependant, à la différence des effets de propagation d'ondes, observés habituellement à des distances au moins de plusieurs centaines de mètres, l'hétérogénéité de sol peut générer des effets à des distances beaucoup plus petites.

D'autre part, les effets d'amplification de site modifient le signal sismique d'une manière liée aux propriétés locales de sol. En conséquence, les deux appuis de la structure sont excités différemment.

Les résultats obtenus montrent que les différents états de site peuvent induire des amplifications importantes dans le spectre de réponse. Une structure peut subir des endommagements si sa période naturelle est proche des périodes de résonance du sol. Par conséquent, les conditions locales de site deviennent importantes dans l'analyse de mouvement du sol et dans les conceptions parasismiques des structures.

Le comportement de la structure est sensible non seulement aux variations des facteurs qui ont une relation avec la structure, tels que la période naturelle  $(T_0)$ , le facteur d'amortissement  $(\xi)$  et la Probabilité P de non dépassement du niveau de seuil,mais également aux variations des paramètres en relation avec le site, tels que la vitesse des ondes sismique  $(V_s)$ , le facteur de qualité (Q) et la hauteur des couches du sol.

pour des travaux futurs on recommande :

- La représentation du mouvement sismique par la combinaison des divers types d'ondes de volume et de surface.
- Extension de l'étude pour qu'elle englobe la totalité des origines de la variabilité spatiale.
- Une investigation paramétrique sur l'effet des paramètres de site sur les spectres des réponses des structures implantées dans des conditions de site spatialement variables.

## **Bibliographie**

- [1] Lermo, J. and Chfivez-Garcia, F. J., 1994: "Site effect evaluation at Mexico City: dominant period and relative amplification from strong motion and microtremor records". Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 13, pp. 413-423.
- [2] Abbiss, C.P., 1989: "Seismic Amplification. Mexico City". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 17.
- [3] Pecker, A., 1984: "Dynamique des sols". Presse de l'Ecole Nationale des ponts et Chaussées.
- [4] Coulomb.G et Georges .J, 1953. Traité de geophysique interne T1 :sismologie et pesenteur.
- [5] Aki, K. and Richards, P.G., 1980: "Quantitative Seismology", Vol.II, W.H. freeman and Co, San Francisco.USA.
- [6] Theorie des probabilites 1 janvier 1973 de H. Ventsel (Auteur), A. Sokoya (Traduction)
- [7] Safak, E., 1995: "Discrete-time analysis of seismic site amplification". J. Eng.Mech., ASCE, Vol.121 (7), pp. 801–9.
- [8] Zembaty, Z. and Rutenberg, A., 2002: "Spatial response spectra and site amplification effects". Engineering structures, Vol. 24, pp. 1485-1496.
- [9] Der Kiureghian A.1996: "A coherency model for spatially varying ground motions". Earthquake Eng. Struct. Dyn, Vol.25, pp.99–111.
- [10] Safak, E., 1989:" Optimal-adaptive filters for modeling spectral shape, site amplification, and source scaling". Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 2, pp. 75-95.
- [11] S. L. Kramer, 1996, Geotechnical earthquake engineering, Prentice-Hall International Series In Civil Engineering And Engineering Mechanics William J. Hall, Editor, New jersey USA
- [12] Trifunac, MD. And Todorovska, MI., 2000: "Can aftershock studies predict site amplification factors. Northridge CA earthquake of 17 January 1994". Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 19, pp. 233–51.
- [13] Zerva, A. and Harada, T., 1997: "Effect of surface layer stochasticity on seismic ground motion coherence and strain estimates". Soil Dynamics and Earthquake engineering, Vol. 16, pp. 445-457.

- [14] Clough RW, Penzien J., 1975: "Dynamics of Structures". McGraw-Hill BookCo., New York, NY., USA.
- [15] Kaussel, E. and Roesset .J.M 1984: "Soil amplification: some refinements." Soil Dyn. and earthquake Engnrg. 3(3), 116-123.
- [16] Tolstoy, I, and Usdin. E. 1953." Dispersive properties of stratified elastic and liquid media: A ray theory." Geophysics. 18,844-870.
- [17] Zembaty, Z. and Krenk, S., 1993: "Spatial seismic excitations and response spectra". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 12, pp. 2449-2460.
- [18] Harichandran, S.R. and Vanmarcke, E., 1986: "Sotochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time". Journal of Engineering Mechanics, Vol.112,pp. 1526-1541.
- [19] Zembaty, Z. and Rutenberg, A., 1998: "On the sensitivity of bridge seismic response with local soil amplification". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 1095–9.
- [20] Guide Sétra EC8-2-2012-02-28-cle7fd967 Ponts en zone sismique Conception et dimensionnement selon l'Eurocode 8.
- [21] Vanmarcke, E. H.: First passage and other failure criteria in narrow-band random vibration: A discrete state approach, M. I. T. Department of Civil Engineering Research Report R69-68 (1969)
- [22] Wang, M.C. and Uhlenbeck, G.E.: On the Theory of Brownian Motion II, Reviews of Modern Physics 17, 323 (1945).
- [23] Darling, D.A. and Siegert, A.J.F.: The First Passage Problem for a Continuous Markov Process, Ann. Math. Stat. 24, 624 (1953).
- [24] Shinozuka, M.: Probability of Structural Failure under Random Loading, Proc. ASCE, 91, No.EM4 (1965).
- [25] Fertikh.A. PFE Etude théorique sur les fonctions de cohérence des mouvements sismiques à variabilité spatiale.