

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

13/95

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

الدفرة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

Genie Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Analyse mathématique des processus
de diffusion d'air humide dans les milieux
poreux.*

Application à la thermique du bâtiment

Proposé par :

M^r R. LARBI

Etudié par :

M^{lle} N. MADJOUJ

Dirigé par :

M^r R. LARBI

PROMOTION
juin 1995

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Education Nationale

Ecole National Polytechnique

Département GENIE MECANIQUE

المركز الوطني المتعدد التخصصات
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**ANALYSE MATHÉMATIQUE DES
PROCESSUS DE DIFFUSION D'AIR HUMIDE
DANS LES MILIEUX POREUX
- APPLICATION À LA THERMIQUE DU
BATIMENT -**

Proposé par :

Mr. R. LARBI

Étudié par :

Melle. N. MADJOUJ

Dirigé par :

Mr. LARBI

Promotion : JUIN 1995

DEDICACES

Je me permet de dédier cet humble travail à :

- *Mon pays : l'ALGERIE*
- *Ceux qui j'espère apprécieront autant que moi (et même plus) le monde des études : mes très chers neveux YASSINE - MASSINISSA, ISLAM et NAZIM.*
- *Mon binôme de naissance; ma soeur NADIRA*
- *Celle qui représente pour moi la bonté, l'humilité et l'exemple même de l'amour maternelle inconditionnel; ma seconde et première mère : à toi ma tante merci.*
- *Mes parents; qui plus de chaire, sont mes très chères.*
- *SAMIRA, plus qu'une soeur, tu sera toujours pour moi la meilleure amie*
- *Ceux qui porteront éternellement mon estime, mon respect et mon nom : mes frères.*
- *SAMIA et SABTI; plus qu'une Belle-soeur et un Beau-frère; vous êtes et seraient pour moi soeur et frère.*
- *NASSIMA;*
- *Mes cousins : KAMEL et SEDDIK*
- *Tous ceux qui ne sont plus de ce monde mais dont l'esprit est toujours présent.*

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon promoteur pour toute l'aide qu'il m'a offerte

Mes remerciements vont aussi à l'endroit de tous les professeurs qui ont contribué à ma formation; certains ont été et resteront pour moi de véritables exemples de dévouement à cet noble cause qu'est l'enseignement, je citerai:

- Mr. MEKKI et Mme. OUKAOUR (CEM)
- Melle. BENSECCA et Mr. MOUSSAOUI (Lycée)
- Mr. OUAJAOUT, Mr. ZENINE, Mr. YOUNSI, Mr. BENNOUR et Mr. HALLI (ENP).

Très grand merci et grand bravo au personnel de la bibliothèque, à :

- Mr. AMARA
- SABINA, HOURIA et MALIKA : *Je ne vous remercierai jamais assez pour toute votre aide.*
- SALAH, KARIM et KRIMO : *Je vous remercie pour votre disponibilité et de cette bon humeur débordante qui égaya nos vies.*

Grand merci à mes véritables amis; des amis qui ont toujours été là pour moi : LAKHDAR, SIHEM, HASSINA, RABIA, CHAWKI, NABILA, SOFIANE, AMAR BEN SABER, ADLENE, CHEMSS-EDDINE, NORDINE; KHALIL, OMAR, KAMAL, MOHAMED (G. Chimique), KHALEF, ABDELBASSET.

Grand merci aussi à ceux qui ont complété ma formation par un aspect plus que physique, dans une quête d'un équilibre parfait entre ce qui devrait être et ce qui est : NOURI, MUSTAPHA, MOHAMED (USTHB), SALAH (USTHB), NADIRA, KIKI, FAYCAL (USTHB), SALIM, SALIM, MOKRANE.

Meilleurs 73 'S.

RESUME

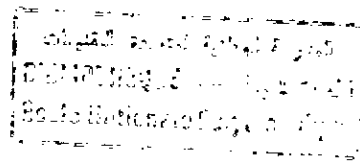
Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude de l'humidification par condensation de matériaux capillaro-poreux, tels qu'ils sont rencontrés dans les parois du bâtiment. Cette analyse a également permis de comprendre les défaillances des modèles théoriques simplifiés et de justifier au moins partiellement, l'usage du modèle de PHILIP-DE VRIES en tant que modèle de description.

ABSTRACT

The present work analyses the wetting of capillary porous materials due to the condensation phenomena encountered in building materials. This analysis also allowed to understand the failures of the simplified theoretical models and to validated, at least partially, the PHILIP-DE VRIES model as descriptive tool.

SOMMAIRE

	Page
Introduction	01
Chapitre I : Analyse physique des différents modes de fixation de l'humidité en milieu poreux.	
I-1 Fixation de l'humidité dans une structure poreuse.	03
I-1-1 Adsorption physique	03
I-1-2 Capillarité	05
I-1-3 Condensation	08
I-2 Influence des propriétés du matériau sur la quantité d'eau fixée	09
Chapitre II : Modélisation mathématique des mécanismes de transfert dans les parois de construction.	
II-1 Approches théoriques de la physique des transferts en milieu poreux.	12
II-1-1 Principes généraux	12
II-1-2 Modèle dit de PHILIP- DE VRIES	14
II-2 Modèle usuels d'étude de dépôt d'humidité dans les matériaux de construction.	23
II-2-1- Méthode de GLASER	23
II-2-2- Approche de VOS	24
Chapitre III : Modélisation mathématique et résolution numérique	
III-1 Modèles physiques et mathématiques	28
III-1-1 Modèles physiques	28



III-1-2 Modèles mathématiques et conditions aux frontières	29
III-1-2-1 Modèle de GLASER	29
III-1-2-2 Modèle de DE VRIES	30
III-2 Résolution numérique	34
Chapitre IV : Résultats et discussion	
IV-1 Présentation des résultats et interprétation	42
IV-1-1 Comparaison du modèle de GLASER avec les résultats expérimentaux.	42
IV-1-1-1 Masses de vapeur d'eau condensées	42
IV-1-2 Comparaison du modèle de DE VRIES avec les résultats expérimentaux.	43
IV-1-2-1 Profils hydriques	43
IV-1-2-2 Profils thermiques	43
IV-1-2-3 Distribution de densité de flux de masse	44
IV-1-2-3-1 Distribution de densité de flux en phase liquide	44
IV-1-2-3-2 Distribution de densité de flux en phase vapeur	45
IV-2 Discussion	45
Conclusion	55

INTRODUCTION GENERALE

Introduction

La crise pétrolière des années soixante dix a incité les pays industrialisés à lancer des programmes de recherche de grande ampleur pour trouver des sources d'énergie pouvant remédier au moins partiellement au déficit des réserves d'énergie traditionnelles qui se trouvent limitées et menacées d'épuisement. Trente pour cent environ de l'énergie mondiale est utilisée pour le chauffage des habitations et des locaux; ainsi, « la thermique du bâtiment » a pris une place très importante dans ces programmes.

L'idée du confort thermique dans les locaux d'habitation ne date pas de nos jours et le « design » des formes architecturales adaptées aux conditions climatiques trouvé dans les anciennes constructions témoigne de l'intérêt porté à ce sujet.

Soumises aux conditions climatiques parfois sévères, les parois de construction de part leur structure poreuse, fixent l'humidité sous une forme liquide ou vapeur, entraînant aussi une atténuation des propriétés thermiques et mécaniques des matériaux constituant ses parois. Trois modes de fixation d'humidité pouvant intervenir dans les structures poreuses : l'adsorption, la capillarité et la condensation. L'importance d'un mode de fixation par rapport à un autre dépend de la texture du matériau.

Bien que la modélisation mathématique des mécanismes de transfert (thermique et massique) dans les milieux poreux remonte à plusieurs décennies ([2], [16], [17], [19], [20]), leur validation expérimentale n'est qu'à son état embryonnaire compte tenu de la complexité géométrique des milieux poreux pour faire des essais.

L'appréciation des risques de condensation dans les parois de l'habitat est basée sur l'application de la loi de FICK, en considérant la perméabilité à la vapeur d'eau du matériau comme constante. GLASER [2] a développé un modèle mathématique basé sur l'hypothèse que le mode de transfert dominant est le transfert en phase vapeur (loi de Fick); le transfert en phase liquide n'est pas pris en compte. Pour les matériaux capillaro-poreux, où les effets capillaires jouent un rôle non négligeable dans le

transfert, on conçoit facilement que le modèle de GLASER est incomplet, des améliorations sensibles ont été apportées à ce modèle à travers les études de DE VRIES [18] en prenant en considération les transferts simultanés en phase liquide et vapeur ainsi que les effets de couplage et d'interaction entre transfert de chaleur et transfert de masse

Le travail présenté dans ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres principaux :

Le premier est consacré à la description physique des différents modes de fixation d'humidité au sein d'une structure poreuse;

Le second chapitre est relatif à la modélisation mathématique des mécanismes de transfert dans les parois de construction;

Le troisième chapitre concerne la résolution numérique des modèles mathématiques de DE VRIES et de GLASER sur la base d'un système physique donné;

Le dernier chapitre est enfin destiné à valider les modèles théoriques utilisés.

Mots clés

Milieus poreux, transfert de chaleur et de masse, humidité, adsorption, capillarité, condensation, modélisation - expérimentation.

CHAPITRE I

ANALYSE PHYSIQUE DES DIFFERENTS MODES DE FIXATION DE L'HUMIDITE EN MILIEU POREUX

I-1- Fixation de l'humidité dans une structure poreuse

I-1-1- Adsorption physique

I-1-2- Capillarité

I-1-3- Condensation

I-2- Influence des propriétés du matériau sur la quantité d'eau fixée.

D'une manière générale, la fixation d'humidité, dans les milieux poreux, résulte de l'action plus ou moins conjointe de trois mécanismes physiques fondamentaux : l'adsorption, la condensation et la capillarité. L'importance relative du rôle de chacun de ces mécanismes sur la masse d'humidité fixée dépend quant à elle de divers paramètres : propriétés structurales du milieu (porosité, surface spécifique) nature de la phase aqueuse avec laquelle le matériau est mise en contact (vapeur ou liquide) et conditions thermodynamiques (pression, température) auxquelles il se trouve soumis.

Dans les paragraphes qui suivent et qui résultent de très large emprunts aux travaux de S. BORIES [13], [14], ces différents mécanismes et leurs relations avec les propriétés de structure seront très sommairement présentés.

I-1- FIXATION DE L'HUMIDITE DANS UNE STRUCTURE POREUSE

Si l'on admet qu'il n'ya pas de réaction chimique entre le matériau solide constituant la structure poreuse et l'eau (vapeur ou liquide) avec laquelle cette structure est mise en contact, trois mécanismes peuvent intervenir pour contribuer à la fixation d'humidité au sein du milieu poreux. Il s'agit respectivement de l'adsorption physique, de la capillarité et de la condensation.

I-1-1- Adsorption physique

Pour illustrer ce phénomène, considérons un échantillon d'un milieu poreux sec de masse m_0 placé dans une enceinte dont on peut contrôler la température T et l'humidité relative $\phi = P_v / P_{vs}$ (P_v étant la pression de vapeur régnant dans l'enceinte et P_{vs} la pression de vapeur saturante à la température T).

Si l'on fait varier ϕ , la température étant maintenue constante, on remarque que le poids de l'échantillon augmente au fur et à mesure que la pression de vapeur de l'enceinte se rapproche de la pression de vapeur saturante. Cet accroissement de poids, correspond à la fixation d'une certaine quantité d'eau par le milieu poreux, sous l'action des phénomènes dits, d'adsorption, dont l'origine physique est attribuée aux

forces intermoléculaires (forces de VAN DER WAALS) agissant sur les molécules de vapeur au voisinage de l'interface solide-fluide dans les pores.

L'interprétation théorique des courbes de sorption traduisant l'accroissement de la teneur en eau de l'échantillon $\omega = m / m_0$ (m étant la masse d'eau fixée par la masse m_0 de matériau sec) en fonction de l'humidité relative, a conduit à distinguer différentes étapes dans le processus de fixation de l'humidité (figure I-1) :

- l'adsorption monomoléculaire caractérisée par la fixation d'une couche de molécules d'eau sur la surface des pores (Figure I-1-a),

- l'adsorption plurimoléculaire caractérisée par la fixation de plusieurs couches de molécules d'eau sur la première couche adsorbée (Figure I-1-b),

et enfin, lorsque les diamètres des pores sont suffisamment petits, la condensation capillaire sur les ménisques formés par la jonction des couches plurimoléculaires (Figure I-1-c).

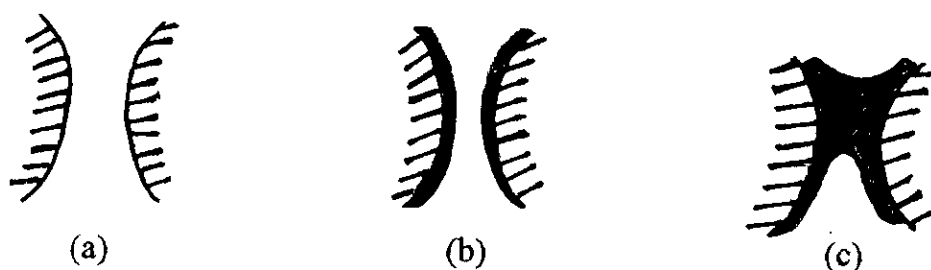


Figure I-1

Cette description des phénomènes et les modèles théoriques correspondants sont, dans l'ensemble, assez largement justifiés par l'expérience. Sur une courbe d'adsorption type, le processus de fixation de l'humidité est ainsi convenablement représenté (Figure I-2) :

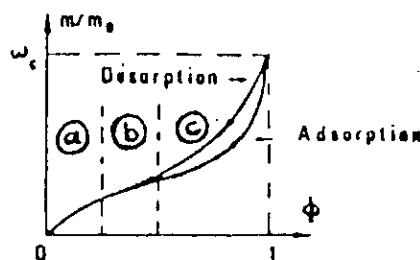


Figure I-2

- par la théorie de l'adsorption monomoléculaire de LANGMUIR lorsque $\phi \in [0, 0.2]$ environ (1)
- par la théorie de l'adsorption plurimoléculaire de BRENAUER, EMMET, TELLER et ROUSNET lorsque $\phi \in [0, 0.5]$ (2) et enfin,
- par la théorie de la condensation capillaire de KELVIN lorsque $\phi \in [0.5, 1]$ environ. On peut montrer que, dans ce dernier cas, la pression de vapeur d'équilibre est reliée à la pression de vapeur saturante par la relation :

$$\phi = \frac{P_v}{P_{vs}} = e^{-\frac{2\sigma M_v}{\rho_l r RT}} \quad (3)$$

(r rayon capillaire, σ tension interfaciale eau-vapeur, ρ_l masse volumique de l'eau liquide, M_v masse moléculaire de la vapeur, T température, R constante des gaz parfaits).

Malgré les nombreuses questions qu'il conviendrait encore de développer (influence de la température, hystérésis des courbes de sorption et désorption, énergie de liaison) et pour lesquelles on trouvera des réponses très complètes dans [15], nous concluons ces quelques rappels sur l'adsorption en précisant que la teneur en eau maximale, ω_c , qui peut être fixée dans un milieu poreux par ce mécanisme est, en règle générale, très inférieure à la teneur en eau correspondant à la saturation complète (remplissage de tous les pores).

A partir de la situation d'équilibre hygroscopique ($\omega_e = \omega_c$, $\phi = 1$), l'accroissement de teneur en eau ne peut alors se poursuivre que s'il y a un apport d'eau en masse. Deux mécanismes peuvent concourir à cela : la capillarité et la condensation de la vapeur sursaturée.

I-1-2- Capillarité

En tant que mécanisme de fixation de l'humidité, la capillarité intervient lorsque la structure poreuse est mise en contact avec de l'eau en phase liquide (Figure I-3-a).

Sans entrer dans une analyse détaillée des phénomènes complexes de mouillabilité, l'expérience montre, que dans nombreux cas, l'eau liquide présente un comportement mouillant par rapport aux solides constituant les structures poreuses. Cette « affinité » de l'eau, qui se traduit par une tendance à l'étalement du liquide sur la surface des pores, conduit alors à la formation d'interfaces courbes entre le fluide mouillant liquide et non mouillant gazeux constitué, en l'occurrence, par l'air humide (Figure I-3-b).

Lorsque l'on examine la condition d'équilibre d'un tel interface, on constate qu'il existe, de part et d'autre, une différence de pression $P_c = P - P_e > 0$, la pression P_c dans la phase liquide étant inférieure à la pression P dans la phase gazeuse.

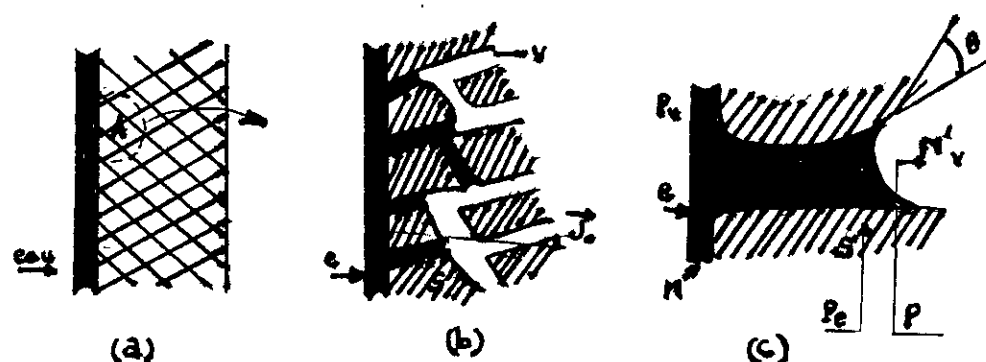


Figure I-3

Cette différence de pression P_c , appelée pression capillaire, s'exprime : en fonction de la tension interfaciale liquide-gaz $\sigma(T)$, et des rayons de courbure principaux R_1 , R_2 , de l'interface par la loi de LAPLACE :

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ ou bien, en fonction de la mouillabilité, caractérisée par l'angle } \theta,$$

formé par les tangentes à la surface solide et à l'interface au point d'accrochage du liquide, et du rayon de pore. Pour un capillaire de section droite circulaire et de rayon r , on a dans ces conditions :

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

Etant donné que la pression dans le liquide libre, avec lequel la surface externe de la structure poreuse est mise en contact, est égale à la pression de l'air humide (l'espace des pores occupé par la phase gazeuse étant en relation avec l'extérieur - poreuse ouverte -) il existe donc une différence de pression dans l'eau liquide lorsque

l'on passe d'un point M extérieur à la structure à un point M' situé au voisinage d'une interface. Sous l'effet de cette différence de pression, égale à la pression capillaire, un écoulement liquide conduisant au remplissage des pores ou de certaines classes de diamètre de pores par l'eau liquide s'établit (Figure I-3-c).

En milieu poreux, la pression capillaire varie en fonction de la teneur en eau liquide ω , comme le montre la figure I-4. Elle s'annule pour une teneur en eau qui est la teneur en eau de saturation ω_s , pour laquelle tous les pores sont remplis, et croît de façon continue lorsque ω diminue de ω_s à ω_c . Comme dans le domaine d'adsorption, de Kelvin, les courbes $P_c(\omega)$ présentent des effets d'hystérésis qui peuvent être extrêmement marqués entre drainage (ω , décroissant) et imbibition (ω , croissant). L'allure des courbes $P_c(\omega)$ est déterminée quant à elle par la loi de distribution des rayons de pores. Etant donné la dépendance de P_c avec σ et T , P_c est donc également une fonction de T :

$$P_c = P_c(\omega, T)$$

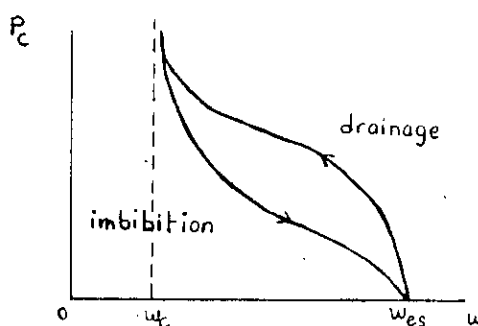


Figure I-4

La relation fondamentale de LAPLACE indique qu'en raison de l'influence de la tension superficielle ou interfaciale, l'équilibre mécanique entre phases séparées par une interface courbe est réalisé pour des valeurs différentes des pressions dans chacune des phases, la pression la plus élevée régnant dans la phase fluide située du côté

concave. Ce n'est que lorsque l'interface est plate (rayon de courbure infini) que les pressions de part et d'autre de l'interface sont égales. Comme nous le verrons dans ce qui suit ce phénomène n'est pas sans conséquence sur les conditions d'équilibre thermodynamique.

I-1-3- Condensation

Bien entendu il ne sera pas question ici de s'interroger sur les fondements de la théorie à l'échelle moléculaire, même si de nombreux problèmes subsistent encore dans ce domaine, notamment lorsqu'il s'agit de décrire le processus de nucléation vapeur-liquide. Notre préoccupation sera en fait beaucoup plus modeste. Supposant qu'à l'échelle du continu le changement de phase est correctement décrit par les données thermodynamiques d'équilibre, nous nous bornerons, essentiellement, à vérifier si les modèles macroscopiques, généralement utilisés en milieu poreux, peuvent être considérés comme des outils de prédiction satisfaisants des évolutions spatio-temporelles de la phase liquide provenant de la condensation d'une vapeur sursaturée.

Pour illustrer de manière simple, ce phénomène qui constitue l'objectif de notre étude, considérons une paroi poreuse dont l'une des faces est rendue étanche à la vapeur d'eau. Imaginons que cette paroi est en équilibre hygrothermique, T_0 étant sa température, $P_{vo} < P_{vso}$ la pression de vapeur dans l'espace des pores, (P_{vso} étant la pression de vapeur saturante correspondant à T_0) (Figure I-5) et supposons que par suite d'un refroidissement de la face imperméable, un régime thermique stationnaire, caractérisé par une variation de température T_o, T_e telle que $T_e < T_o$ s'établisse. Si la courbe de pression de vapeur saturante correspondant à cette nouvelle distribution de température se situe, en certains points de la paroi, en-dessous de la valeur P_{vo} , il est bien évident que l'on aura condensation. La masse d'eau liquide ainsi formée proviendra, d'une part, de la condensation de la vapeur initialement en place dans ce domaine et d'autre part, de la condensation d'une partie du flux d'humidité, en phase vapeur, s'écoulant vers les zones froides par diffusion moléculaire (Figure I-5-b).

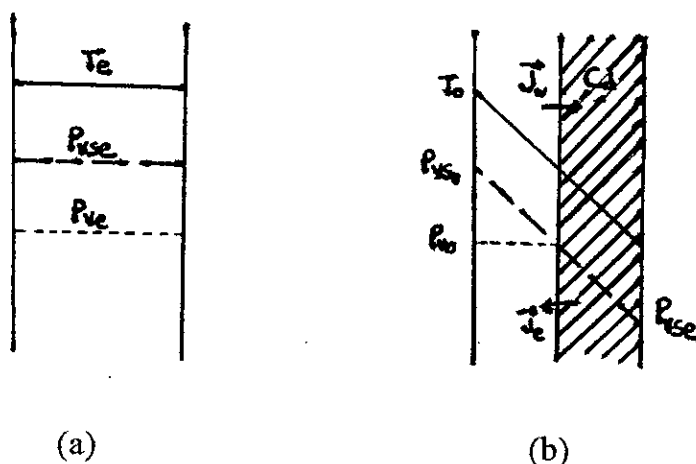


Figure I-5

Cette analyse schématique, constitue le fondement du modèle théorique proposé par GLASER [2] et complété ultérieurement par VOS [4] puis par KRISCHER [14], pour prendre en compte la contribution des effets capillaires, conduisant à l'apparition d'un flux d'eau liquide opposé au flux de vapeur dans la zone de condensation.

I-2- INFLUENCE DES PROPRIETES DU MATERIAU SUR LA QUANTITE D'EAU FIXEE

La quantité d'humidité qui peut se trouver fixée à l'équilibre par adsorption, condensation ou capillarité au sein d'un milieu poreux, dépend d'un certain nombre de caractéristiques géométriques globales de celui-ci : les caractéristiques structurales. En ce qui concerne l'adsorption physique, dont l'effet se traduit par la fixation de molécules de vapeur à la surface des pores, la paramètre de structure fondamental qui détermine la quantité d'eau qui peut être fixée par un tel mécanisme est la surface spécifique S , surface limitant l'espace des pores par unité de volume du milieu poreux. En ce qui concerne la condensation et la capillarité, il s'agit principalement du volume des pores, caractérisé par la porosité ϵ , rapport du volume des vides accessibles sur le volume de l'échantillon.

Lorsque au lieu de considérer des situations d'équilibre, on s'intéresse à l'aspect dynamique des processus, d'autres grandeurs jouent un rôle essentiel. Il s'agit notamment :

- du diamètre des pores, d , dont l'influence se manifeste respectivement : sur les phénomènes de condensation capillaire, lors de l'adsorption (relation de KELVIN), sur le phénomène de capillarité conduisant à la fixation d'eau en masse (pression capillaire) et sur la résistance d'eau en masse (pression capillaire) et sur la résistance à l'écoulement (perméabilité ou perméabilité relative).

- de la tortuosité, définie par la relation $T = (L_e/L)^2$ (L_e longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant l'échantillon, L longueur de celui-ci) dont l'influence se manifeste également sur les capacités d'écoulement des fluides à travers le matériau (perméabilité, diffusion moléculaire de la vapeur).

- Si l'on se limite à l'analyse des seuls paramètres caractéristiques S , d , ϵ qui sont les plus commodément accessibles, certaines grandes familles de matériaux poreux peuvent être distinguées en dépit des très larges variations des paramètres considérés (Figure I-6).

Si, par ailleurs, en utilisant la relation de KELVIN, on détermine le diamètre maximum du pore, au delà duquel les phénomènes de condensation capillaire ne peuvent plus se manifester : $P_v = P_{vs}$, soit $r \approx 10^{-7}$ m pour l'eau à 10°C , on peut en outre distinguer deux types de comportement des matériaux poreux :

- les matériaux dits hygroscopiques, dans lesquels les mécanismes d'adsorption peuvent contribuer à la fixation de quantités d'humidité non négligeable (ces matériaux ayant une grande surface spécifique et de surcroît des rayons de pores inférieurs à 10^{-7} m), domaine A figure I-6.

- Les matériaux non hygroscopiques ou capillaro-poreux ($r > 10^{-7}$ m) pour lesquels la quantité d'humidité fixée par adsorption est faible voir négligeable, domaine B, figure I-6.

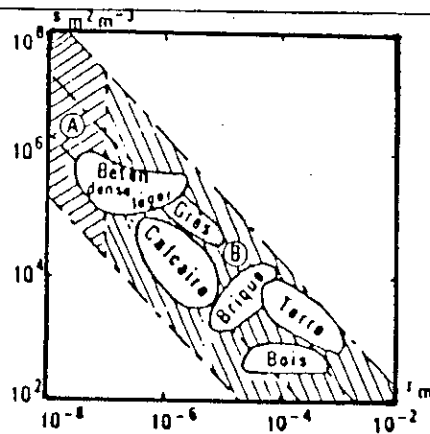


Figure I-6

En règle générale, même pour les matériaux ayant un comportement réputé hygroscopique, la quantité d'humidité fixée par adsorption reste faible comparée à la quantité d'humidité correspondant au remplissage de tous les pores (saturation complète).

La matériau que nous avons utilisé pour effectuer nos expériences est du type capillaro-poreux. Il s'agit d'un sable quartzique dont le diamètre des grains est compris entre 100 et 125 μm et dont la porosité dans les conditions de compactage usuels peut varier de 39 à 41 %. Ce matériau a fait l'objet d'une étude extrêmement complète voir CRAUSSE [15]. La banque de données dont on dispose concerne aussi bien les coefficients de diffusion de masse (vapeur ou liquide) que les propriétés thermophysiques (conductivité et diffusivité thermiques) ainsi que leurs variations en fonction de la teneur en eau et la température.

CHAPITRE II

MODELISATION MATHÉMATIQUE

DES MÉCANISMES DE TRANSFERT

DANS LES PAROIS DE CONSTRUCTION

II-1- Approches théoriques de la physique des transferts en milieux poreux

II-1-1- Principes généraux

II-1-2- Modèle dit de PHILIP - DE VRIES

II-2- Modèles usuels d'étude de dépôt d'humidité dans les matériaux de construction

II-2-1- Méthode de GLASER

II-2-2- Approche de VOS

II-1- APPROCHES THEORIQUES DE LA PHYSIQUE DES TRANSFERTS EN MILIEU POREUX

II-1-1- Principes généraux

L'analyse théorique des écoulements multiphasiques en milieux poreux s'appuie sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations, sont bien connues. Cependant, la complexité de la géométrie du milieu poreux rend leur résolution impossible, la forme géométrique des limites n'étant pas accessible en pratique.

Pour pallier cette difficulté, on est conduit à définir de nouvelles grandeurs dites « macroscopiques » ainsi que les « lois macroscopiques locales » qu'elles suivent à une échelle à définir, suffisamment grande par rapport à l'échelle des pores pour éviter le problème posé par leur géométrie et suffisamment petite par rapport à l'échelle du milieu poreux pour leur conférer un caractère local.

Il existe plusieurs tentatives de modélisation théoriques des phénomènes de transport en milieux poreux. L'idée est cependant toujours la même : il s'agit de définir un opérateur de prise de moyenne et un domaine conférant aux grandeurs macroscopiques un sens physique, et aux lois la forme générale des lois de conservation. La rigueur mathématique de ces développements n'est cependant pas toujours égale.

Parmi les différentes approches, nous citerons en particulier :

- la théorie des mélanges (continuum theory of Mixtures), où chaque phase est considérée comme un milieu continu occupant simultanément tout l'espace et dans laquelle on suppose, a priori, que les lois à l'échelle macroscopiques ont la même forme (à un terme près traduisant les interactions entre constituants) que les lois de conservation microscopiques. Les forces mises en jeu sont des forces moyennes pondérées par la fonction de présence de la phase. Les équations macroscopiques ainsi obtenues sont une extension essentiellement intuitive des relations écrites pour une seule phase.

- les techniques théoriques conduisant à des lois macroscopiques obtenues par transformation mathématique des bilans microscopiques. Chaque phase est dans ce cas considérée comme continue, mais occupant seulement des parties de l'espace et séparée des autres par des interfaces irrégulières (Figure II-1).

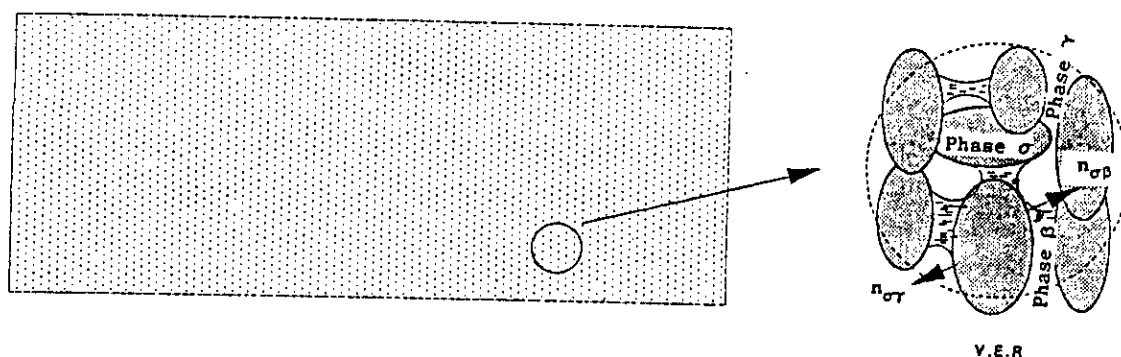


Figure II-1 - Vue éclatée du V.E.R

Les quantités thermodynamiques sont alors continues sur la phase, mais discontinues sur tout l'espace. Les premières investigations dans ce sens ont été menées parallèlement par MARLE [14], WHITAKER [20] et SLATTERY [14]. WHITAKER et SLATTERY ont abordé le problème en terme de prise de moyenne sur un volume élémentaire de référence (V.E.R), alors que MARLE a utilisé un formalisme de MATHERON [14] et la Théorie des Distributions de SCHWARTZ [14] pour obtenir des résultats analogues mais plus satisfaisants du point de vue conceptuel et mathématique.

Enfin, les grandeurs macroscopiques peuvent être définies comme espérances mathématiques. Cette définition est particulièrement intéressante dans le cas d'un milieu macroscopiquement stationnaire dans l'espace.

En effet, un tel milieu peut être avantageusement traité par l'homogénéisation des structures fines périodiques de SANCHEZ-PALENCIA [14].

Cette méthode consiste à étudier les solutions périodiques par rapport aux variables d'espace, le milieu étant alors considéré comme un empilement de périodes.

Les premiers modèles théoriques qui ont été utilisés pour décrire les processus d'humidification des structures, considéraient uniquement les phénomènes de condensation liés au mécanisme de diffusion de la vapeur au sein du matériau (GLASER [2]). Modifiée par vos [4] puis par KRISHER [14] pour prendre en compte l'influence des effets capillaires sur la phase fluide condensée, cette modélisation a enfin été établie dans sa forme actuelle, faisant intervenir les effets de couplage entre transfert de masse et transfert de chaleur, respectivement par PHILIP et DE VRIES [16] en 1957 et LUIKOV [19] en 1958.

II-1-2- Modèle dit de PHILIP-DE VRIES

Le modèle de PHILIP-DE VRIES est fondé sur l'identification du milieu poreux à un milieu continu fictif équivalent pour lequel les variables et paramètres physiques sont identifiés à des valeurs moyennes sur un certain volume de milieu poreux. Ce modèle a été «justifié» par WHITAKER [20] en 1977, à partir de la thermodynamique des milieux continus et plus récemment par BENET [14], à partir de la thermodynamique des processus irréversibles.

Dans le cadre des hypothèses qui ont été précisées par WHITAKER [20], et qui sont généralement satisfaites dans les processus de condensation en régime diffusif, ce modèle apparaît actuellement comme celui dont le niveau de description des phénomènes est le plus complet. Il sera donc choisi comme référence pour conduire aussi bien l'analyse et l'interprétation des résultats expérimentaux, que pour examiner les possibilités de simplification théorique à travers les résultats de l'étude de sensibilité aux paramètres.

La modélisation mathématique due à PHILIP et VRIES est établie dans le cadre des hypothèses suivantes :

- la matrice solide constituant le milieu poreux est indéformable, homogène et isotrope;
- l'enthalpie des différentes phases est indépendante de la pression;
- les phénomènes d'ébullition ou de gel ne sont pas pris en compte;
- la densité de la phase liquide est constante;
- les différentes phases sont continues;
- la phase gazeuse obéit à la loi des gaz parfaits;
- la pression totale de la phase gazeuse est uniforme et constante;
- le travail des forces de compression et de dissipation visqueuse est négligeable;
- la phase liquide ne contient qu'un seul constituant;
- les différentes phases sont en équilibre thermodynamique local;
- la diffusion de vapeur est du type moléculaire, l'effusion par effet KNUDSEN est négligeable;
- les phénomènes d'hystérésis ne sont pas pris en compte;
- il n'y a pas de réaction chimique au sein du milieu poreux;
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

Elle s'appuie sur les équations de bilan classiques de conservation de la masse et de l'énergie pour chacune des phases données sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i \theta_i) = -\nabla(\vec{J}_i) + I_i \quad \text{pour la loi de conservation de la masse}$$

$$\text{avec } \sum_i I_i = 0 \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_0 h_0 + \sum_i \rho_i \theta_i h_i \right\} = -\nabla \left\{ \vec{J}_q + \sum_i h_i \vec{J}_i \right\} \quad \text{pour la loi de conservation de l'énergie}$$

Dans ces équations où l'indice i prend la valeur l ou v selon que le transfert se fait en phase liquide ou vapeur. ρ représente la masse volumique, h l'enthalpie massique, J la densité de flux de masse, J_q la densité de flux de chaleur conductif, I est un terme source, θ la teneur en eau volumique (volume de liquide ou de vapeur par unité de volume du milieu poreux) et $\rho_0 = \rho_s (1 - \varepsilon)$ la masse volumique apparente du

milieu poreux, (ε étant la porosité et ρ_s la masse volumique du solide constituant la matrice).

La fermeture de ce système est effectuée grâce aux équations de transfert (masse et énergie), aux équations d'état et aux conditions d'équilibre entre phases.

Equation de transfert de masse en phase liquide

La formulation mathématique caractérisant le transfert de masse en phase liquide en milieu poreux est donnée par la loi de DARCY. Dans le cas d'un milieu non saturé au sein duquel la pression totale de la phase gazeuse est constante, la densité de flux de masse $J_1 = \rho_1 U_1$ où U_1 est la vitesse de filtration s'écrit :

$$\vec{J}_1 = - \frac{\rho_1 K l g}{v_i} \nabla(\Psi_i)$$

$$\Psi_i = \Psi_m + \Psi_g, \quad \text{où :}$$

Ψ_m = Potentiel matriciel

Ψ_g = Potentiel gravitationnel tels que :

$\Psi_m = g \psi = g P_c / \rho_e$ où P_c est la pression capillaire dont on sait qu'elle dépend de θ et de T (CRAUSSE []) et,

$\Psi_g = - g z$ Compte tenu de ces relations J_1 devient :

$$\vec{J}_1 = - \rho_1 K \nabla(\psi - z)$$

avec $\psi = \psi(\theta_1, T)$, $K = \frac{k_1 g}{v_e}$ et le flux de masse s'écrit

$$\vec{J}_1 = - \rho_1 K \nabla \psi + \rho_1 K k$$

$$= - \rho_1 \left(K \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta_1} \right)_T \nabla \theta_1 + K \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_a \nabla T \right) + \rho_1 K k \text{ soit encore}$$

$$\vec{J}_1 = - \rho_1 (D_a \nabla \theta_1 + D_T \nabla T) + \rho_1 K k \quad (1)$$

$$\text{avec: } D_a = \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta_1} \right)_T \quad \text{et} \quad D_T = \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_a$$

Equation de transfert de masse en phase vapeur

La pression totale de la phase gazeuse étant supposée uniforme et constante, la densité de flux de masse J_v de la vapeur obéit à la diffusion moléculaire, modélisée par la loi de FICK. En milieu poreux cette loi est pondérée par un terme correctif $f(\theta_1)$, traduisant l'influence, jusqu'à présent non clairement identifiée, de la présence de la phase liquide ainsi que de la tortuosité de la matrice solide. Dans ces conditions J_v s'écrit :

$$\vec{J}_v = -fD \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \nabla P_v \quad \text{où :}$$

D est le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air ,

P la pression totale du gaz,

P_v la pression de vapeur,

R constante des gaz parfaits

En considérant la condition d'équilibre thermodynamique local entre les phases, liquide et vapeur formulée par la loi de KELVIN :

$$P_v = P_{vs} \text{Exp}\left(\frac{M_v g \psi}{RT}\right) \quad \text{pour exprimer } P_v = P_v(\theta_1, T)$$

∇P_v s'écrit alors:

$$\nabla P_v = \left(\frac{\partial P_v}{\partial \theta_1}\right)_T \nabla \theta_1 + \left(\frac{\partial P_v}{\partial T}\right)_a \nabla T \quad \text{et la densité de flux } J_v \text{ prend la forme:}$$

$$\vec{J}_v = -\rho_1 (D_a \nabla \theta_1 + D_{TV} \nabla T) \quad (2)$$

$$\text{avec: } D_a = fD \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial P_v}{\partial \theta_1}\right)_T$$

$$D_{TV} = fD \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial P_v}{\partial T}\right)_{\theta_1}$$

ou bien encore, en utilisant la relation de CLAPEYRON donnée e par:

$$\frac{1}{P_v} \frac{dP_v}{dT} = \frac{M_v}{RT^2} L \quad \text{avec } P_v = \Phi P_{vs}$$

$$D_a = fD \frac{P}{P - P_v} \left(\frac{M_v}{RT}\right)^2 \frac{gP_{vs}}{\rho_1} e^{\frac{M_v g \psi}{RT}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta_1}\right)_T$$

$$D_{TV} = fD \frac{P}{P - P_v} \left(\frac{M_v}{RT}\right)^2 \frac{P_{vs}}{\rho_1} e^{\frac{M_v g \psi}{RT}} \frac{L}{T} \\ + fD \frac{P}{P - P_v} \left(\frac{M_v}{RT}\right)^2 \frac{gP_{vs}}{\rho_1} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial T}\right)_{\theta_1} - \frac{\psi}{T} \right) \Phi$$

En remplaçant les relations (1) et (2) dans les équations de bilan de masse et d'énergie il vient :

- pour la phase liquide

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \theta_1) = \nabla \cdot \rho_1 (D_a \nabla \theta_1 + D_{TV} \nabla T) - \rho_1 \frac{\partial K}{\partial z} + I_1$$

et pour la phase vapeur

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \theta_v) = \nabla \cdot \rho_1 (D_{a_v} \nabla \theta_1 + D_{TV} \nabla T) + I_v$$

En exprimant θ_v en équivalent liquide condensé, θ_1^* formulé par :

$$\rho_v, \rho_v = \rho_1 \theta_1^* = \theta_v^* \quad \text{cela donne : } \theta_1^* = \frac{\rho_v \theta_v}{\rho_1} = \frac{(\varepsilon - \theta_1) \rho_v}{\rho_1}$$

L'utilisation de $\rho_v = P_v \frac{M_v}{RT}$ permet alors d'écrire

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_v \theta_v) &= -\frac{\rho_v}{\rho_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{(\varepsilon - \theta_1)}{\rho_1} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \\ &= -\frac{\rho_v}{\rho_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{(\varepsilon - \theta_1)}{\rho_1} \frac{M_v}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P_v}{T} \right) \end{aligned}$$

Et par suite d'expliciter la variation de masse due à l'évolution des variables thermodynamiques P et T :

$$\frac{\partial \theta_v^*}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{(\varepsilon - \theta_1)}{\rho_1} \frac{M_v}{R} \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial P_v}{\partial \theta_1} \right)_T \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial P_v}{\partial T} \right)_\theta \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{P_v}{T^2} \frac{\partial T}{\partial t} \right)$$

$$\text{avec : } D_\omega = f D \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial P_v}{\partial \theta_1} \right)_T$$

$$D_T = f D \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial P_v}{\partial T} \right)_\theta$$

On obtient finalement :

$$\frac{\partial \theta_v^*}{\partial t} = \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \chi \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\text{avec : } \alpha = \frac{(\varepsilon - \theta_1) D_\omega}{f D \frac{P}{P - P_v}} - \frac{\rho_v}{\rho_1} \quad \text{et}$$

$$\beta = \frac{(\varepsilon - \theta_1) D_T}{f D \frac{P}{P - P_v}} - \frac{(\varepsilon - \theta_1) \rho_v}{\rho_1 T}$$

La loi de conservation de la masse de vapeur devient finalement :

$$\frac{\partial \theta_v^*}{\partial t} = \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta} \nabla \theta_1 + D_{Tv} \nabla T) + \frac{I_v}{\rho_1} \quad (3)$$

et celle de la phase liquide :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta 1} \nabla \theta_1 + D_{T1} \nabla T) + \frac{I_1}{\rho_1} \quad (4)$$

L'addition des relations (3) et (4) sachant que $I_v + I_1 = 0$ donne enfin :

$$(1 + \alpha) \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta} \nabla \theta_1 + D_T \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (5)$$

qui est la loi de conservation de la masse totale d'eau (liquide + vapeur) en milieu poreux.

$$\text{avec : } D_{\theta} = D_{\theta} + D_{\theta} \quad ; \quad D_T = D_{T1} + D_{Tv}$$

Considérons maintenant la loi de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 h_0 + \rho_1 \theta_1 h_1 + \rho_1 \theta_v^* h_v) = -\nabla \cdot \vec{J}_q - \nabla \cdot (\vec{J}_1 h_1 + \vec{J}_v h_v)$$

Après développement et en utilisant la loi de conservation de masse en phases liquide et vapeur, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 h_0) + \rho_1 \theta_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_1 \theta_v^* \frac{\partial h_v}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_q - \vec{J}_1 \nabla h_1 - \vec{J}_v \nabla h_v - LI_v$$

avec :

$$h_0 = c_0 T$$

$$h_1 = c_1 T$$

$$h_v = c_v T$$

et $\vec{J}_q = -\lambda^* \nabla T$ loi de FOURIER exprimant le transfert de chaleur par conduction au sein du milieu non saturé de conductivité thermique apparente

$\lambda^* = \lambda^*(\theta, T)$ (AZIZI et al. [15]). On obtient :

$$\begin{aligned} (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} = & + \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T) + \rho_1 c_1 \nabla \cdot (D_{\theta 1} \nabla \theta_1 + D_{T1} \nabla T - K) \nabla T \\ & + \rho_1 c_1 \nabla \cdot (D_{\theta} \nabla \theta_1 + D_{Tv} \nabla T) \nabla T - LI_v \end{aligned}$$

L'expression de I_v étant tiré de la relation (3) soit :

$$I_v = \rho_1 \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \rho_1 \beta \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \rho_1 \nabla \cdot (D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T) \text{ il vient finalement en}$$

remplaçant cette valeur dans l'expression précédente :

$$\begin{aligned} ((\rho c)^* + \rho_1 L \beta) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_1 L \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T) + \rho_1 L \nabla \cdot (D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T) \\ + \rho_1 c_1 (D_{\theta_1} \nabla \theta_1 + D_T \nabla T - K) \nabla T \quad (6) \\ + \rho_1 c_v (D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T) \nabla T \end{aligned}$$

qu'est la loi de conservation de l'énergie en milieu poreux.

Le système d'équations (5) et (6) forme le modèle complet de DE VRIES.

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z}$$

----- (a) ----- --- (b) --- --- (c) ---

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T) + \rho_1 L \nabla \cdot \left(D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T - \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \right)$$

----- (d) -----

$$+ \rho_1 c_1 (D_{\theta_1} \nabla \theta_1 + D_T \nabla T - K) \nabla T$$

----- (e) -----

$$+ \rho_1 c_v (D_w \nabla \theta_1 + D_v \nabla T) \nabla T$$

----- (f) -----

Dans ces équations les termes :

(a) représente le taux d'accumulation en masse de vapeur exprimé en équivalent liquide condensé.

(b) et (c) la densité de flux de masse (liquide + vapeur) dûe au gradient de pression capillaire et au gradient de pression de vapeur.

(d) l'énergie créée ou absorbée par le processus de changement de phase.

(e) et (f) respectivement, l'énergie convective propre à la phase et vapeur.

Dans notre étude, où le transfert des phases est contrôlé par la diffusion moléculaire et la capillarité, les termes d'énergie convective (e) et (f) sont négligeables, RECAN [14] et les équations précédentes se simplifient pour donner :

$$(1+\alpha)\frac{\partial\theta_1}{\partial t} + \beta\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_\theta \nabla\theta_1 + D_T \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z}$$

(A)

$$((\rho c)^* + \rho_1 L \beta) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_1 L \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T) + \rho_1 L \nabla \cdot (D_\theta \nabla \theta_1 + D_{TV} \nabla T)$$

Ce système est celui dont on se propose d'évaluer la validité en tant que modèle de description du processus de condensation en milieu poreux.

Dans de nombreux cas, la prépondérance de la masse liquide par rapport à la masse vapeur, permet de simplifier le modèle (A) en négligeant les termes $\alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t}$ et $\beta \frac{\partial T}{\partial t}$ exprimant, dans le bilan de masse, la variation de masse locale due à l'évolution des variables d'état.

Dans ces conditions le modèle de DE VRIES simplifié est donné par :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \nabla \cdot (D_\theta \nabla \theta_1 + D_T \nabla T) - \frac{\partial T}{\partial z}$$

(B)

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T) + \rho_1 L \nabla \cdot (D_\theta \nabla \theta_1 + D_{TV} \nabla T)$$

Ce système est fréquemment utilisé pour décrire les processus de séchage, mais, comme l'a souligné BORIES [13], la simplification précédente peut être pénalisante, voire même conduire à un système d'équations qui ne décrit pas les phénomènes.

Pour éviter les problèmes posés par les variations éventuelles de volume du matériau en cours d'humidification ou de dessiccation les équations de bilan sont en outre souvent exprimées en fonction de la teneur en eau pondérale ω . ω et θ_1 étant liées par la relation $\theta_1 = \frac{\rho_0}{\rho_1} \omega$ et le système d'équations (A) s'écrit alors :

$$(1 + \alpha) \frac{\partial \omega}{\partial t} + \chi \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (a_m \nabla \omega + a_d \nabla T) - \frac{\rho_1}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z}$$

$$((\rho c)^* + \rho_0 L \chi) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_0 L \alpha \frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_0 L a_{mv} \nabla \omega + (\lambda^* + \rho_0 L a_{dv}) \nabla T)$$

$$\text{avec : } a_m = D_\theta \quad ; \quad a_d = \frac{\rho_1}{\rho_0} D_T \quad ; \quad a_{mv} = D_{\theta v} \quad ; \quad a_{dv} = \frac{\rho_e}{\rho_0} D_{Tv} \quad ; \quad \chi = \frac{\rho_e}{\rho_0} \beta$$

Ce système a été partiellement testé par CRAUSSE [15] dans le cadre d'expérience fondamentales de thermomigration, effectuées avec teneur en eau initiale non nulle, sur des milieux macrocapillaires dont les coefficients avaient été préalablement déterminés. Pour les conditions explorées, il s'est avéré un bon outil de description et de prévision des phénomènes observés.

Comme nous l'avons évoqué précédemment ce modèle est d'origine relativement récente. Avant son élaboration, voire même jusqu'à présent parfois [13], [14], [15], les modèles les plus couramment utilisés pour analyser les phénomènes de condensation en régime diffusionnel (cas de matériaux de construction) étaient les modèles de GLASER [2] et VOS [4] sur lesquels on trouvera ci-après quelques informations.

II-2- MODELES USUELS D'ETUDE DU DEPOT D'HUMIDITE DANS LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

II-2-1- Méthode de GLASER

Développée pour analyser le phénomène de condensation dans les matériaux de construction, cette méthode est surtout connue pour les exploitations graphiques qu'elle permet. Le modèle correspondant est principalement fondé sur les hypothèses complémentaires suivantes :

- transfert en phase liquide négligeable,
- transfert de masse et de chaleur unidirectionnels,
- transfert de chaleur stationnaire uniforme,
- propriétés thermophysiques du matériau (conductivité thermique, coefficients de diffusion de la vapeur) constants.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations qui sont explicitement utilisées sont :

$$\lambda^* \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \text{ pour le transfert de chaleur et,}$$

$$J_v = F \cdot D \frac{P}{P - P_v} \frac{M_v}{RT} \frac{dP_v}{dz} = \Pi \frac{dP_v}{dz} \text{ pour le transfert de masse}$$

avec Π : perméabilité du milieu à la vapeur

Dans le cas du système semi-ouvert, montré en figure II-2, J_v s'exprime sous la forme :

$$J_v = \Pi \frac{(P_{vi} - P_{vs}(T_e))}{d} \text{ avec } \Pi = \text{constante}$$

II.2.2- Approche de VOS

Cette approche est complémentaire de celle de GLASER dans la mesure où elle prend en compte les effets capillaires. Elle permet notamment de calculer l'extension de la zone de condensation.

Considérons par exemple une situation dans laquelle de l'air humide en contact avec un milieu poreux (en $z = 0$) est à une pression de vapeur P_{vi} , une température T_i , et une pression de vapeur saturante P_{vs} ; en $z = d$, une paroi froide et impénétrable est maintenue à une température constante T_e (figure II-2).

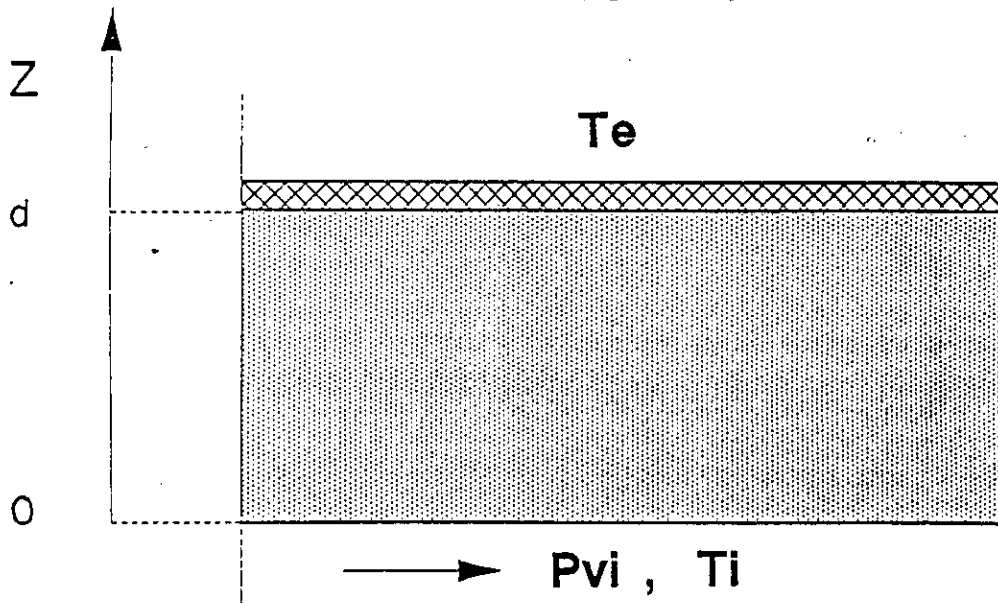
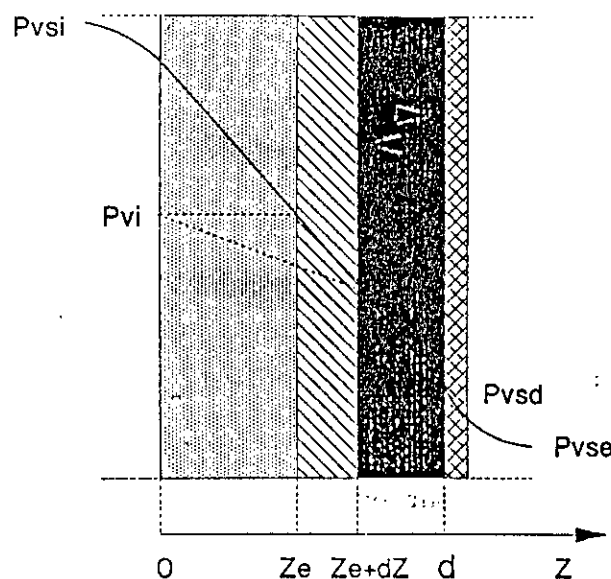


Figure II-2 - Situation physique à étudier.

L'existence d'un gradient de pressions de vapeur entre les abscisses ($z = 0$) et ($z = d$) donne naissance à un flux de masse en phase vapeur et, l'apparition du condensat à partir de la plaque froide imperméable ($z = d$) lors du changement de phase met en relief l'existence d'un flux en phase liquide sous l'effet des forces capillaires.

L'extension de la zone humide prenant naissance à partir de la plaque froide imperméable ($z = d$), s'arrête à une abscisse z_e correspondant à un état d'équilibre et caractérisé par un flux en phase vapeur nul (figure II-3).



**Figure III.3- Situation finale d'équilibre.
front humide en $z_e + dz$; point d'équilibre en z_e**

En considérant un état intermédiaire proche de l'équilibre caractérisé par une zone de condensation comprise entre ($z = d$) et ($z = z_e + dz$), la densité de flux en phase vapeur en une abscisse s est donnée par :

$$dJ_v = \frac{D_v}{z} (P_{vi} - P_{vs}(z))$$

Dès lors que l'on suppose que le transfert en phase liquide est dû exclusivement au gradient d'humidité; la teneur en eau accumulée entre les abscisses z_e et $z_e + dz$ pendant le temps $d\tau$ sera :

$$dw = \frac{dJ_e S d\tau}{\rho_o S dz} = \frac{dJ_e d\tau}{\rho_o dz}$$

(l'élément de volume $d\mathfrak{V} = s dz$ est choisi suffisamment petit afin de pouvoir considérer que : $dw \approx w_c$).

Le flux en phase liquide se déduit alors de la relation précédente entre dw et dJ_e . Il s'écrit :

$$dJ_e = \rho_o \omega_c \frac{dz}{d\tau}$$

La conservation du flux de masse permet alors d'écrire :

$$dJ_e = - dJ_v \quad \text{soit encore la relation :}$$

$$\frac{dz}{d\tau} = - \frac{D_1}{\rho_o \omega_c z} (P_{vi} - P_{vs}(z)) \quad \text{permettant d'exprimer la vitesse de propagation de la zone}$$

humide. Sachant qu'au temps $\tau = 0$, le front humide est en $z = 0$, l'intégration de la relation précédente entre les instants $t = 0$ et $t = \tau$ correspondant à :

$\xi = d$ et $\xi = z$, donne :

$$\tau = - \frac{\rho_o \omega_c}{D_1} \int_d^z \frac{\xi d\xi}{(P_{vi} - P_{vs}(\xi))}$$

L'expression de la pression de vapeur saturante en fonction de la température ainsi que la loi linéaire du profil thermique permet de déduire la relation donnant le profil de pression de vapeur saturante à l'intérieur du milieu poreux.

Le temps d'équilibre correspond à l'arrêt de la propagation du front humide, c'est à dire d'après la relation ci-dessus, à l'écriture de $\frac{dz}{d\tau} = 0$. Cela permet de déduire l'abscisse z_e de $P_{vs}(z) = P_{vi}$, et par suite de déterminer le temps τ_e par intégration entre d et z_e donnée par l'expression précédente.

$$\tau_e = - \frac{\rho_o \omega_c}{D_1} \int_d^{z_e} \frac{\xi d\xi}{(P_{vi} - P_{vs}(\xi))}$$

Malgré quelques hypothèses simplificatrices qui restent à vérifier expérimentalement, notamment celle consistant à négliger l'influence du gradient thermique sur l'évolution de la zone humide au cours du temps, l'approche VOS permet donc, en principe, de prévoir la cinétique de condensation en milieu poreux en tenant compte des deux types de transfert vapeur et liquide.

CHAPITRE III

MODELISATION MATHEMATIQUE ET RESOLUTION NUMERIQUE

III-1- Modèles physiques et mathématiques

III-1-1- Modèle physique

III-1-2- Modèles mathématiques et conditions aux frontières

III-1-2-1- Modele de GLASER

III-1-2-2- Modele DE VRIES

III-2- Resolution numérique

III-1- MODELES PHYSIQUES ET MATHEMATIQUES

III-1-1- Modèle physique

Pour des raisons de commodité numérique, le système physique choisi pour notre étude est unidirectionnel et semi-ouvert. L'extrémité ouverte en $z = 0$ est en contact avec un air régulé en température et en humidité, l'extrémité fermée en $z = d$ est maintenue à température constante. La surface latérale du modèle est imperméable et adiabatique de sorte qu'il n'y ait aucun transfert thermique ou massique latéral et que les phénomènes puissent être considérés globalement unidirectionnels (fig.4.1).

Circulation d'air régulé
en température (T_i) et en humidité (ϕ_i)

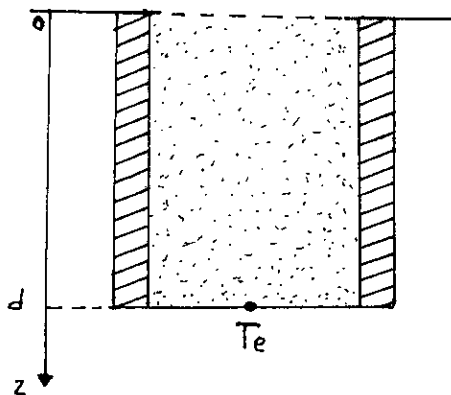


Fig.III.1. Modèle physique à étudier

III-1-2- Modèles mathématiques et conditions aux frontières

Les modèles mathématiques qu'on se propose d'examiner sont : le modèle GLASER et le modèle de DE VRIES [17]; une analyse détaillée de ces modèles a été présentée au chapitre II.

III-1-2-1- Modèle de GLASER

Ce modèle est utilisé dans le domaine du bâtiment dans une perspective d'estimation des masses d'eau condensée. De part son fondement assez simplifié, le calcul estimatif des masses d'eau condensées pour une structure poreuse donnée est immédiat. Le choix d'un modèle physique semi-ouvert et unidirectionnel a été fait; afin de simuler une situation physique réelle se produisant dans un mur d'un local d'habitation. Soumis intérieurement à une température et une humidité données (exemple dans une salle de bain ou dans une cuisine); l'extérieur étant imperméable et soumis à une température plus basse que la température intérieure; le mur d'un local d'habitation peut être le siège d'un processus de condensation interne. Les masses d'eau condensées sont donné par l'expression (voir chapitre II) :

$$m_{cd} = J_v \cdot S \cdot t = \frac{\pi(P_{vi} - P_{vs}(t_e))}{d} \cdot S \cdot t = \frac{\pi(\Phi_i \cdot P_{vs}(T_i) - P_{vs}(T_e))}{d} \cdot S \cdot t$$

où :

m_{cd}	=	masse d'eau condensée;
J_v	=	densité de flux de masse en phase vapeur;
P_{vi}	=	Pression de vapeur intérieure;
Φ_i	=	humidité relative intérieure;
P_{vs}	=	pression de vapeur saturante;
Π	=	perméabilité à la vapeur du matériau;
d	=	longueur de l'échantillon;
S	=	section de l'échantillon
t	=	temps.

Connaissant la perméabilité à la vapeur de l'échantillon, sa longueur, sa section, ainsi que les conditions thermiques et hygrométriques (T et Φ) à l'entrée et à la sortie; On peut estimer les masses d'eau condensées dans cet échantillon pour un temps t donné.

III-1-2-2- Modèle de DE VRIES

Le système d'équations décrivant les transferts couplés de chaleur et de masse en milieu poreux a été établi sous sa forme complète par DE VRIES [17], il est exprimé par :

$$(1 + \alpha) \frac{\partial w}{\partial t} + \eta \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{\rho_e}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.1)$$

$$[(\rho c)^* + \rho_0 L \eta] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_0 L \alpha \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_0 L a_{mv} \frac{\partial w}{\partial z} + (\lambda^* + \rho_0 L a_{dv}) \frac{\partial T}{\partial z} \right]$$

avec :

$$a_m = D_\theta, \quad a_d = \frac{\rho_e}{\rho_0} D_T, \quad a_{mv} = D_w, \quad a_{dv} = \frac{\rho_e}{\rho_0} D_{TV}, \quad \eta = \frac{\rho_e}{\rho_0} \beta$$

$$\alpha = \frac{(\varepsilon - \theta_e) \cdot D_w}{\frac{F \cdot D \cdot P}{P - P_v}} - \frac{\rho_v}{\rho_e}$$

$$\beta = \frac{(\varepsilon - \theta_e) D_{TV}}{\frac{F \cdot D \cdot P}{P - P_v}} - \frac{(\varepsilon - \theta_e) \cdot \rho_v}{\rho_e \cdot T}$$

$$D_\theta = K \left[\frac{\partial \psi}{\partial \theta_e} \right]_T, \quad D_T = K \left[\frac{\partial \psi}{\partial T} \right]_\alpha$$

$$D_w = \frac{F \cdot D \cdot P}{P - P_v} \cdot \frac{M_v}{RT} \cdot \frac{1}{\rho_e} \left[\frac{\partial \mathcal{P}_v}{\partial \theta_e} \right]_T$$

$$D_{TV} = \frac{F \cdot D \cdot P}{P - P_v} \cdot \frac{M_v}{RT} \cdot \frac{1}{\rho_e} \left[\frac{\partial \mathcal{P}_v}{\partial T} \right]_\alpha$$

$$D_{\theta} = D_{\alpha} + D_{\omega} \quad , \quad D_T = D_{T_e} + D_{T_v}$$

En termes de coefficients de diffusion a_i et de thermomifration δ_i , ($i = e$ ou v), les coefficients précédents s'expriment sous la forme :

$$D_{\alpha} = a_e$$

$$D_{T_e} = \frac{\rho_0}{\rho_e} \cdot a_e \cdot \delta_e$$

$$D_{\omega} = a_v$$

$$D_{T_v} = \frac{\rho_0}{\rho_e} \cdot a_v \cdot \delta_v$$

$$a = a_e + a_v$$

$$a_g = a_e \cdot \delta_e + a_v \cdot \delta_v$$

Le domaine retenu pour la résolution numérique est demi-ouvert; concernant les conditions initiales et aux limites elles correspondent à celles des essais à savoir :

- milieu initialement sec porte à une température uniforme égale à celle de l'air circulant dans la veine. Les parois latérales étant supposées fermées et isolées afin qu'il n'y ait aucun transfert, la simulation numérique a été effectuée dans le cas unidirectionnel.

Du point de vue des conditions aux frontières, en $z = 0$ et $z = d$, elles correspondent respectivement à une condition de flux de masse nul et une température constante en $z = d$, et à la continuité des densités de flux de masse et une température constante en $z = 0$.

La densité du flux de chaleur, G , (REGAN [14]) s'écrit comme étant la somme du flux conductif et de celui dû au changement de phase, (vapeur \leftrightarrow liquide). Elle s'exprime par :

$$G = (-\lambda^* \cdot \nabla T + L \cdot \vec{J}_v) \cdot \vec{n} \quad \vec{n} = \text{normale extérieure à l'interface}$$

Soit, compte tenu de l'expression de \vec{J}_v (chapitre II), en projection sur l'axe oz parallèlement à n :

$$G = -(\lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv}) \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.2)$$

En ce qui concerne la densité de flux massique W , elle correspond à l'addition des densités de flux de masse en phase vapeur et liquide.

Elle est donnée par l'expression :

$$W = \rho_0 \left[a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} \right]$$

Côté externe, c'est à dire dans l'atmosphère en contact avec le milieu poreux et plus précisément sur l'interface, les échanges convectifs sont communément régis par :

$$H = h_e \cdot (T_s - T_a) \text{ pour la densité de flux de chaleur} \quad (3.4)$$

h_c est le coefficient de transfert de chaleur par convection, et par :

$$E = h_m \cdot (C_s - C_a) \text{ pour la densité de flux de masse} \quad (3.5)$$

h_m est le coefficient de transfert de masse;

T_s , T_a , C_s , C_a étant respectivement la température de surface et de l'air, la concentration de vapeur de surface et dans l'air;

L étant la chaleur latente.

Compte tenu de ces éléments, le système d'équations établi par DE VRIES [17] s'exprime sous sa forme complète par :

$$(1 + \alpha) \frac{\partial w}{\partial t} + \eta \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (4.1)'$$

$$\rho_0 \cdot L \cdot \alpha \frac{\partial w}{\partial t} + [(\rho c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \eta] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[(\lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv}) \frac{\partial T}{\partial z} + \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

Tandis que le jeu de conditions aux limites associées, concernant les densités de flux de masse et de chaleur à l'interface air-milieu poreux s'expriment par :

$$W = -\rho_0 \left[a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} \right] = -E = -h_m (C_s - C_a), \quad \text{soit :} \quad (3.6)$$

$$a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{h_m}{\rho_0} (C_s - C_a) \quad \text{pour la densité de flux de masse}$$

et par :

$$G = -(\lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv}) \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \frac{\partial w}{\partial z} = R_N - h_c (T_s - T_a) - L \cdot h_m (C_s - C_a) \quad (3.7)$$

pour la densité de flux de chaleur.

Si les mécanismes physiques, mis en jeu dans les processus de transfert à l'intérieur du milieu poreux sont relativement bien décrits. Actuellement, le niveau des connaissances concernant les problèmes d'interface est par contre dans un état embryonnaire; l'expression des coefficients h_c et h_m est généralement d'origine empirique.

Pour respecter de manière rigoureuse, les conditions de réalisation des essais, il aurait été nécessaire de prendre en compte, dans la simulation, les conditions de raccordement entre le milieu poreux et l'atmosphère et par voie de conséquence de procéder préalablement à la détermination spécifique des coefficients de transfert. Compte tenu des difficultés que présente une telle détermination et du caractère artificiel de ces coefficients, nous avons choisi une procédure semi-empirique consistant à imposer, sur l'interface, les températures et densités de flux de masse déduits de l'expérience. Etant donné que l'objectif essentiel concerne l'analyse des phénomènes qui se développent au sein du milieu poreux, il est en effet, de ce point de vue, équivalent d'étudier ces phénomènes en imposant les lois expérimentales qui rendent compte explicitement et précisément du couplage et des interactions entre couches limites externes et milieu poreux.

Compte tenu de ces remarques, les conditions aux limites utilisées pour la résolution du système d'équations précédemment défini ont donc été les suivantes :

Pour la partie ouverte du système ($z = 0$)

$$t > 0 \quad a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} = m(t) \quad (3.8)$$

$$T = T_s = T_a$$

$$\text{où : } m(t) = \frac{dm(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_0 S} \frac{dM(t)}{dt}$$

$M(t)$ = loi donnant l'évolution des masses d'eau condensées ou évaporées en fonction du temps

S = Section de passage de la vapeur

ρ_0 = Masse volumique de l'échantillon du milieu poreux.

Pour la partie fermée du système ($z = d$)

$$t > 0 \quad a_m \frac{\partial w}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

$$T = T_e$$

Les conditions initiales relatives à la teneur en eau et à la température quant à elles

$$T \leq 0 \quad \omega = \omega_0 = 0,02 \% \quad (3.10)$$

$$T = T_0 = T_a$$

III-2- RESOLUTION NUMÉRIQUE

Le système complet d'équations décrivant les transferts couplés de masse et de chaleur en milieu poreux a été résolu numériquement [1] en utilisant une méthode aux éléments finis associés au critère de GALERKIN; dont nous décrivons sommairement les concepts de base en examinant successivement les points suivants :

- approximation des inconnues,
- transformation des équations en une formulation intégrale,
- discrétisation des équations pour une formulation matricielle,
- résolution

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, les fonctions exactes $U_{\text{ex}}(X)$ du modèle mathématique considéré sont représentées par des fonctions approchées $U(X)$ de sorte que la différence $e(X) = U(X) - U_{\text{ex}}(X)$ soit assez faible pour l'objectif visé. Si l'on suppose que l'erreur $e(X)$ s'annule en n points X_i , avec i variant de 1 à n , $U(X)$ s'exprime alors par :

$$U(X) = \sum_{i=1}^n u_i N_i(X)$$

Ce qui correspond à une approximation nodale dans laquelle :

X_i sont des noeuds,

u_i les variables nodales,

N_i les fonctions d'interprétation

Le domaine d'étude monodimensionnel R , compris entre la partie ouverte de la cellule et la partie fermée, est divisé en un réseau d'éléments finis de longueurs égales à $\Delta x = 1$ cm et les noeuds sont numérotés séquentiellement depuis la partie ouverte.

La méthode des éléments finis utilisée consiste à construire une approximation nodale de la fonction $U(X)$ par sous domaine R^e appelé élément du domaine R . Les fonctions approchées $U^e(X)$ correspondantes sont linéaires sur chaque élément.

Pour un élément R^e compris entre X_i et X_j , U^e s'exprime sous la forme :

$$U^e(X) = N_i u_i + N_j u_j$$

avec :

$$N_i = \frac{X - X_j}{X_i - X_j} \quad \text{et} \quad N_j = \frac{X - X_i}{X_j - X_i}$$

Considérons un système physique continu et dont le comportement est représenté par un système d'équations aux dérivées partielles :

$$L(U) = f, \text{ sur le domaine } R$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$g(U) = f \text{ sur la frontière de } R$$

Le résidu est défini comme étant la quantité $R(v)$ donnée par :

$$R(U) = L(U) - f$$

Il s'annule lorsque U est solution de $L(U) = f$.

La méthode des résidus pondérés consiste à chercher les fonctions U qui annulent la forme intégrale :

$$W = \int_R \varphi R(U) dR = \int_R \varphi (L(U) - f) dR = 0$$

pour toute fonction de pondération φ .

En particulier, lorsque les fonction φ sont les fonctions d'interpolation N_i , la méthode prend ainsi le nom de méthode de GALERKIN.

L'application de cette méthode au système d'équations (3-1) permet d'écrire :

$$\int_R \left[(1+\alpha) \frac{\partial w}{\partial t} + \eta \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \frac{\partial w}{\partial z} + \gamma \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] N_i dR = 0$$

$$\int_R \left[\eta \frac{\partial w}{\partial t} + \xi \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \Omega \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] N_i dR = 0$$

(3.11)

avec :

$$\beta = a_m, \quad \gamma = a_d, \quad \eta = \rho_o \cdot L \cdot \alpha, \quad \xi = (\rho \cdot c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \eta$$

$$\lambda = \lambda^* + \rho_e \cdot L \cdot a_{dv}, \quad \Omega = \rho_o \cdot L \cdot a_{mv}$$

Après une intégration par parties, faisant ainsi apparaître les flux massiques et thermiques, la relation (3.11) prend ainsi la forme :

$$\int_R (1+\alpha) \frac{\partial w}{\partial t} N_i dR + \int_R \eta \frac{\partial T}{\partial t} N_i dR + \int_R \beta \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} dR + \int_R \gamma \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} dR = \int \left[\beta \frac{\partial w}{\partial z} + \gamma \frac{\partial T}{\partial z} \right] N_i dS \quad (3.12).$$

.....I..... J..... K..... L..... M.....

$$\int_R \eta \frac{\partial w}{\partial t} N_i dR + \int_R \xi \frac{\partial T}{\partial t} N_i dR + \int_R \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} dR + \int_R \Omega \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} dR = \int \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \Omega \frac{\partial w}{\partial z} \right] N_i dS$$

.....I..... J..... L..... K..... M.....

Les dérivées par rapport au temps $\frac{\partial w}{\partial t}$ et $\frac{\partial T}{\partial t}$ au noeud n sont exprimées à partir de la formule de pondération :

$$\left. \frac{\partial w}{\partial t} \right|_n = \frac{\int_R \frac{\partial w}{\partial t} N_n dR}{\int_R N_n dR}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_n = \frac{\int_R \frac{\partial T}{\partial t} N_n dR}{\int_R N_n dR}$$

La discrétisation temporelle est effectuée suivant le schéma :

$$\left. \frac{\partial w}{\partial t} \right|_n^m = \frac{U_n^{m+1} - U_n^m}{\Delta t} \quad \text{où } U \text{ dé signe } w \text{ ou } T$$

Les expressions (I, J, K, L, M) ont été calculées successivement et chaque intégrale, sur le domaine R, a été remplacée par une somme d'intégrales élémentaires sur chacun des éléments finis du domaine. Les expressions I et L sont calculées respectivement comme J et K. Les intégrales du type M représentent les flux de masse et de chaleur aux noeuds (1 et n) du domaine.

La relation (3.12) formée par les expressions I, J, K, L, M donne la forme matricielle ci-dessous :

$$AU = BU = C$$

La linéarisation du système est obtenue en évaluant les coefficients A, B, C à l'instant $(m + 1/2) \Delta t$.

Le schéma de linéarisation utilisé fait intervenir les valeurs des coefficients a_m , a_d , a_{mv} , a_{dv} , $\tilde{\lambda}^*$, $(\rho_c)^*$ à l'instant $(m + 1/2) \Delta t$. Ces valeurs sont calculées par l'expression :

$$a_m(w, T)^{m+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} a_m(w^{m+1}, T^{m+1}) + \frac{1}{2} a_m(w^m, T^m)$$

Finalement le système à résoudre se présente sous la forme d'un système de 2 N équations linéaires de la forme :

$$AU = B$$

où U vecteur des inconnues données par la suite $(T_1, w_1, T_2, w_2, \dots, T_n, w_n)$.

La résolution est effectuée par une méthode directe d'élimination de GAUSS et la solution est obtenue lorsque la différence entre les potentiels obtenues pour deux itérations successives est inférieure à une valeur donnée.

Les coefficients de transfert et les propriétés thermophysiques du milieu poreux utilisés dans le calcul résultent de la banque de donnée obtenue par CRAUSSE [15]. De plus amples détails pourront être trouvés dans ce document tant en ce qui concerne les méthodes expérimentales mises en oeuvre pour effectuer les déterminations qu'en ce qui concerne les valeurs numériques des coefficients. A titre d'information nous présentons néanmoins sur les figures III.2 à III.6 :

- les coefficients globaux de diffusion de masse isothermes a_m et de thermomigration δ (δ est tel que $\delta = a_m / a_d$ dans les équations de DE VRIES);
- la conductivité thermique apparente λ^* et ,
- les coefficients α et η traduisant l'évolution des propriétés thermophysiques avec la température et la teneur en eau.

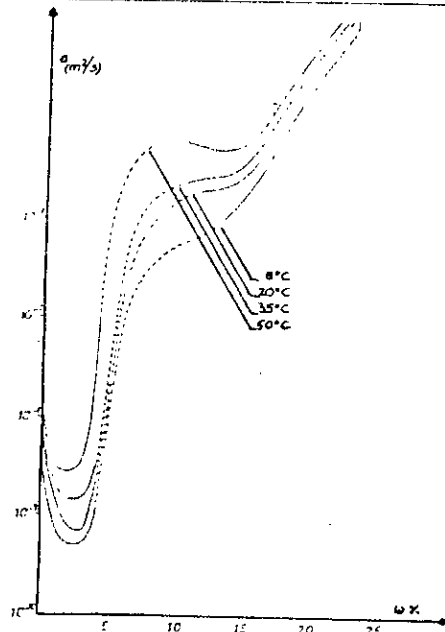


Figure III.2- Variation du coefficient de diffusion massique isotherme avec la teneur en eau (CRAUSSE 1983)

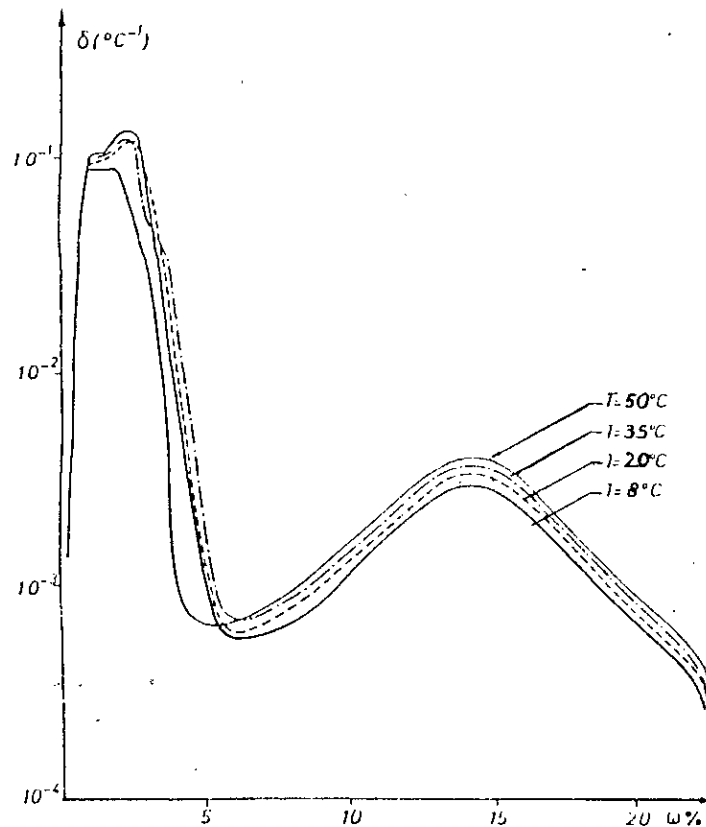


Figure III.3- Variation du coefficient de thermomigration avec la teneur en eau (CRAUSSE 1983)

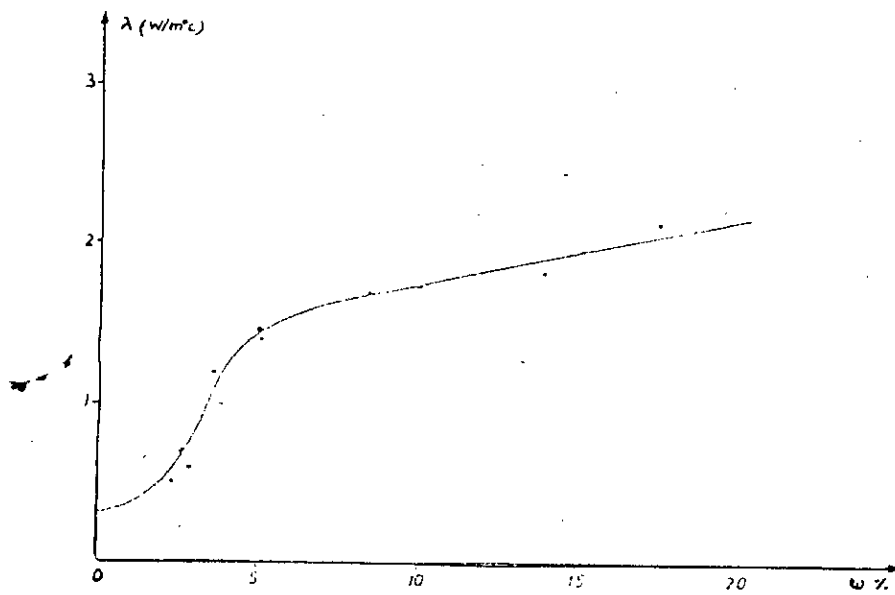


Figure III.4- Conductivité thermique (sable de GALARDON
100 - 125 μm) (CRAUSSE 1983)

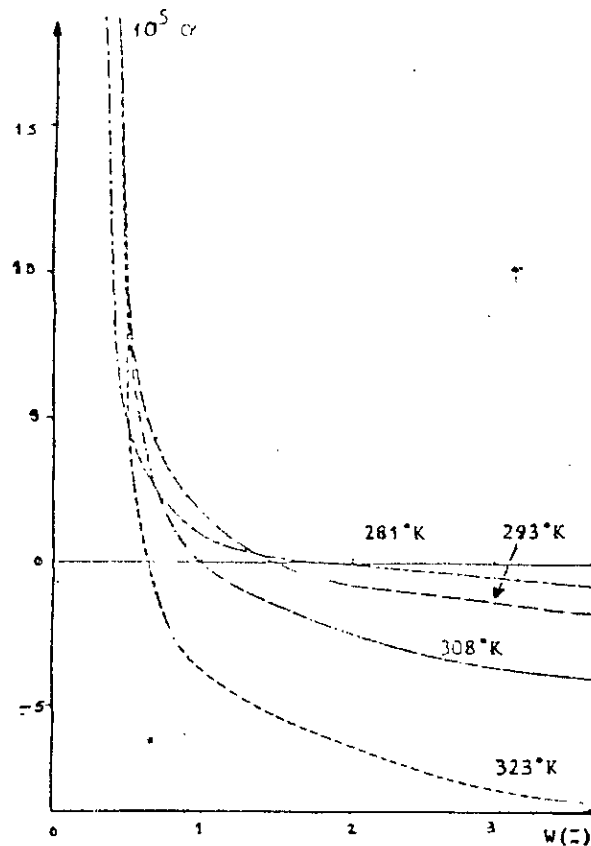


Figure III.5- Variation du coefficient α avec la teneur en eau

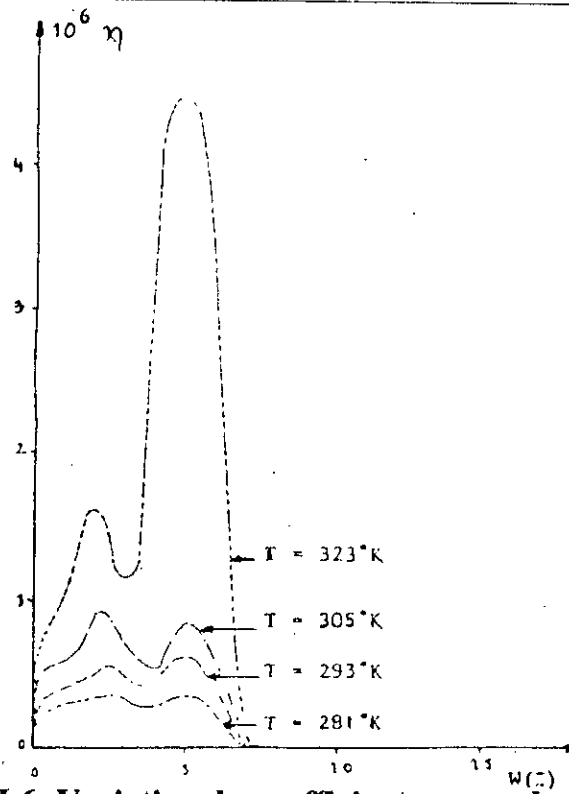


Figure III.6- Variation du coefficient η avec la teneur en eau

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSION

IV-1-0 **Présentation des résultats et interpretation**

- IV-1-1 Comparaison du modèle de GLASER avec les résultats expérimentaux.
- IV-1-1-1 Masses de vapeur d'eau condensées.
- IV-1-2 Comparaison du modèle de DE VRIES avec les résultats expérimentaux.
- IV-1-2-1 Profils hydriques
- IV-1-2-2 Profils thermiques.
- IV-1-2-3 Distribution de densité de Flux de masse.
- IV-1-2-3-1 Distribution de densité de Flux en phase liquide.
- IV-1-2-3-2 Distribution de densité de Flux en phase vapeur

IV-2 **Discussion**

Les résultats présentés dans ce chapitre concernant l'étude critique des modèles de description théorique GLASER [2], PHILIP-DE VRIES [16]) et l'analyse physique des mécanismes mis en jeu au cours du processus de condensation en milieu macro capillaire.

Cette étude critique et cette analyse seront fondées pour une partie sur la comparaison expérience-calcul et pour une autre partie sur l'exploitation du code de calcul. Les résultats expérimentaux utilisés sont tirés de la référence [1].

IVI-1- PRESENTATION DES RESULTATS ET INTERPRETATION

IV-1-1- Comparaison du modèle de GLASER avec les résultats expérimentaux

IV-1-1-1 Masses de vapeur d'eau condensées.

Comme cela avait déjà été montré par Kooi [3] dans le cas du béton cellulaire et, comme le confirment les résultats présentés dans le tableau ci-dessous; on peut constater que le modèle de GLASER [2] est un outil particulièrement grossier d'évaluation de la condensation dans les matériaux capillaro-poreux.

Conditions expérimentales	Ti = 25°C , Te=5°C $\phi_i = 75 \%$	Ti=30°C, Te= 10°C $\phi_i = 75 \%$	Ti=40°C, Te=10°C $\phi_i = 75 \%$
Résultats expérimentaux	2,34 g	2,57 g	3,7 g
Résultats du modèle	0,96 g	1,08 g	2,03 g

**Figure IV-1 : Masses d'eau condensées au cours de 16 jours
Comparaison expérience - modèle de GLASER**

Les écarts observés ont bien entendu pour origines essentielles :

- la non prise en compte de l'évolution de la conductivité thermique du matériau avec la teneur en eau;
- la non prise en compte de l'écoulement en phase liquide sous l'influence de forces capillaires.

Ces deux phénomènes, dont on appréciera mieux le rôle tout à fait essentiel dans l'étude de sensibilité aux paramètres, ont pour effet dès lors qu'ils sont négligés, de sous estimer les masses d'eau condensées.

IV-1-2- Comparaison du modèle de DE VRIES avec les résultats expérimentaux

IV-1-2-1 Profils hydriques

Les résultats des comparaisons entre expérience et calcul numérique pour les profils hydriques sont portés sur les figures IV-2, IV-3, IV-4 et IV-5, si l'on peut noter la présence de deux zones bien distinctes :

- Une zone sèche, comprise entre la face exposée (ouverte) et l'interface de condensation et,
- Une zone humide, saturée en liquide condensé, comprise entre l'interface de condensation et la surface sous refroidir en $z=d$.

D'une manière générale les résultats montrent nettement le caractère satisfaisant du modèle de DE VRIES pour décrire les phénomènes observés expérimentalement. Les écarts observés pour les fortes teneur en humidité, peuvent être attribués à l'influence en la gravité, élément non pris en compte dans nos calculs [15].

IV-1-2-2- Profils thermiques

Les profils thermiques présentés sur la figure IV-6, montrent les distributions de température à différents temps obtenus par calcul où l'on peut noter la présence :

- de profils thermiques linéaires pour les premiers temps, et qui correspondent à l'établissement du régime de conduction pure,

- de profils thermiques avec changement de pente pour les derniers temps; le changement de pente est d'autant plus accentué lorsque l'on considère la dépendance de la conductivité thermique avec la teneur en eau [1].

Le changement de pente des profils de température résulte quant à lui de l'influence des mécanismes de changement de phase mais aussi de l'évolution de la conductivité thermique du milieu avec la teneur en eau.

Comme nous l'avons évoqué précédemment à propos de l'hypothèse de GLASER [2], consistant à considérer un profil thermique de conduction linéaire, et comme les résultats suivants l'illustrent encore mieux, ces aspects thermiques et notamment l'évolution des profils de température, jouent un rôle tout à fait capital, non seulement sur la critique de condensation mais aussi sur la localisation des zones de condensation au sein du matériau au cours du temps.

IV- 1-2-3- Densité de flux de masse

IV- 1-2-3-1- Densité de flux en phase liquide

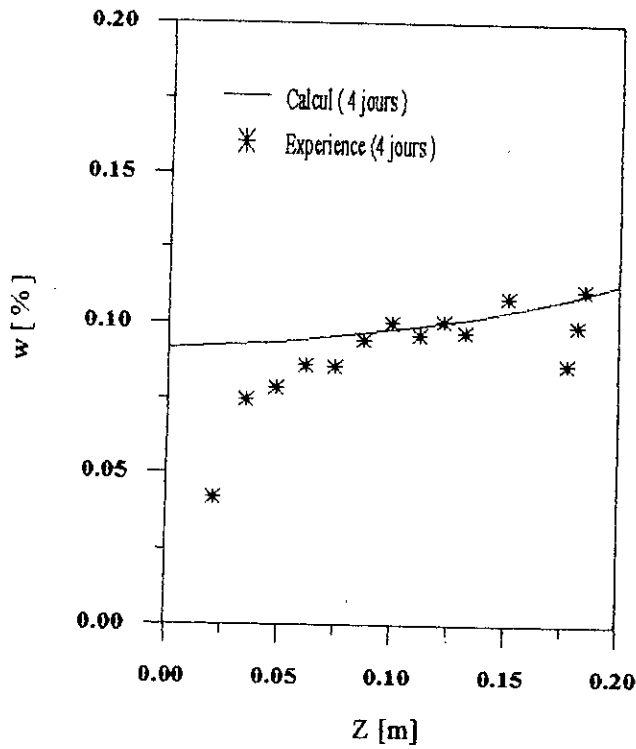
Les densités de flux de masse en phase liquide sont portées sur les figures IV.7 et IV.8. On notera tout d'abord que la densité de flux en phase liquide est toujours négative. Compte tenu de la convention adoptée : flux positif dirigé de l'extrémité ouverte en contact avec l'ambiance vers le milieu poreux, le liquide a donc tendance à envahir le milieu depuis la plaque froide, sur laquelle démarre la condensation, vers l'interface en $z = 0$. Conformément à l'évolution des coefficients de transfert de masse, cette densité de flux est nulle dans la zone d'adsorption (extrémité ouverte) puis croît et passe par un maximum dans la zone de condensation.

IV- 1-2-3-2- Densité de flux en phase vapeur

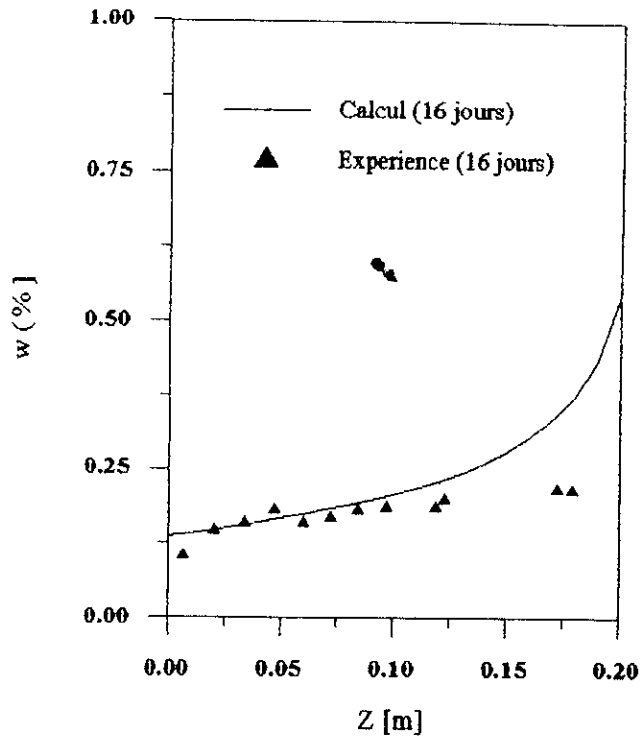
Les densités de flux de masse en phase liquide sont portées sur les figures IV-9 et IV-10. On notera contrairement au cas précédent, que le flux en phase vapeur est positif et par conséquent dirigé de la face d'entrée vers la face froide imperméable. Les profils de densité de flux de masse en phase vapeur sont linéaires aux premiers instants. Ils présentent ensuite une allure quasi-constante tout au long de la partie sèche de l'échantillon, puis des variations dans la zone humide.

IV-2- Discussion

Les résultats présentés dans ce chapitre nous ont permis de mettre en évidence l'insuffisance des modèles classiques de prévision de la condensation en milieu poreux (GLASER [2]). Par contre la comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par la résolution numérique du système d'équations couplées de transfert de chaleur et de masse nous a permis d'assurer la validation qualitative du modèle de PHILIP et de DE VRIES [16].

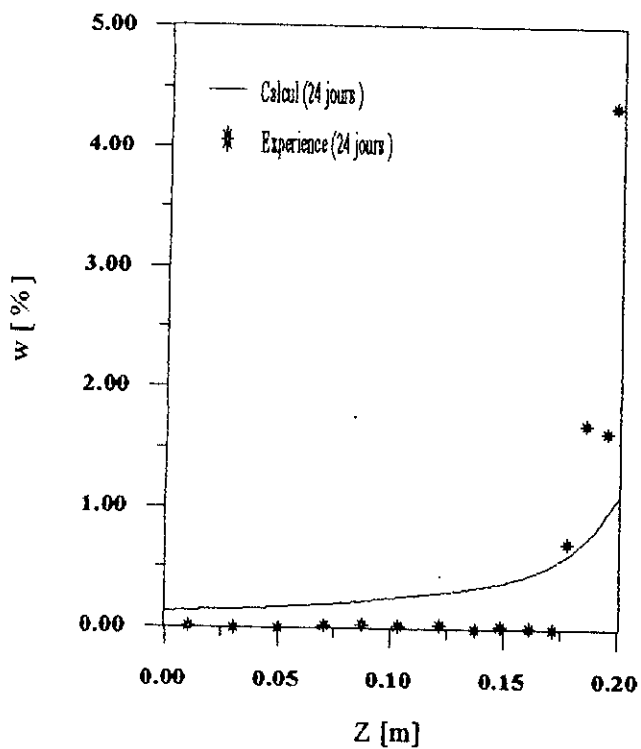


(a)

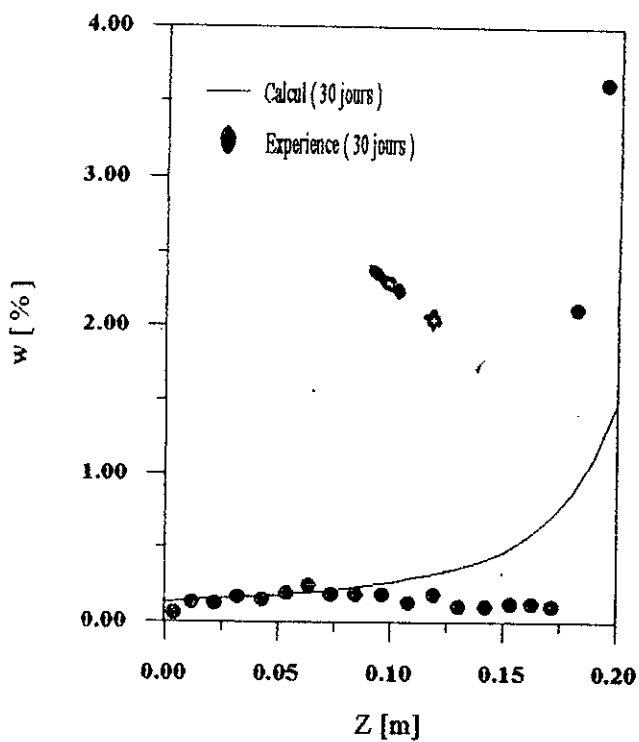


(b)

**Fig.IV.2 profils hydriques
(comparaison experience - calcul)**

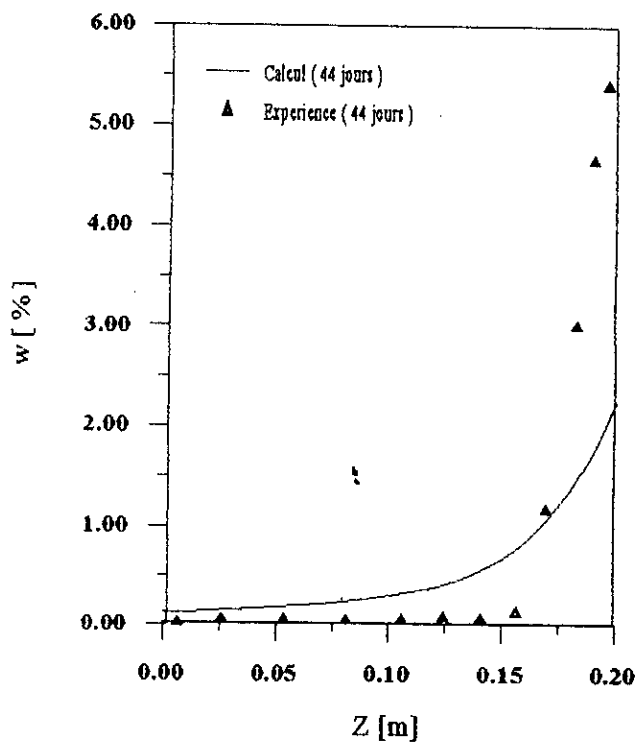


(a)

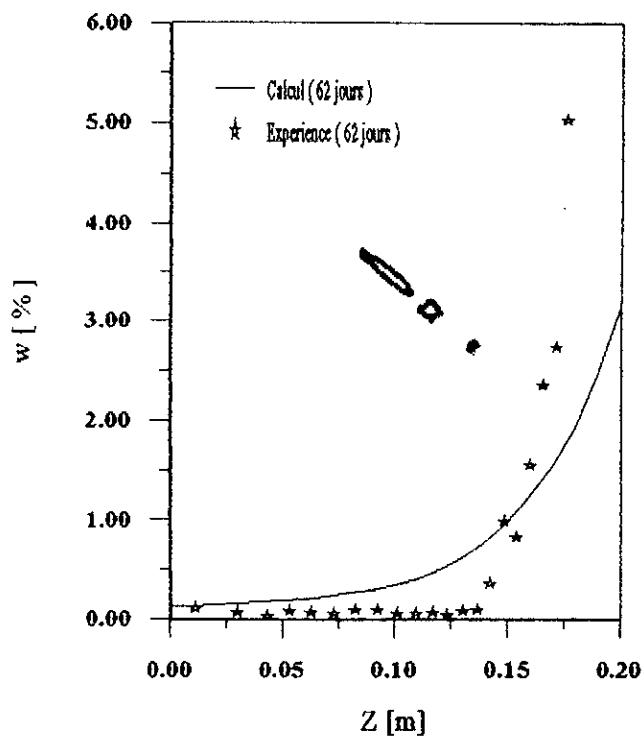


(b)

**Fig.IV.3 profils hydriques
(comparaison experience - calcul)**



(a)



(b)

Fig.IV.4 profils hydriques
(comparaison experience - calcul)

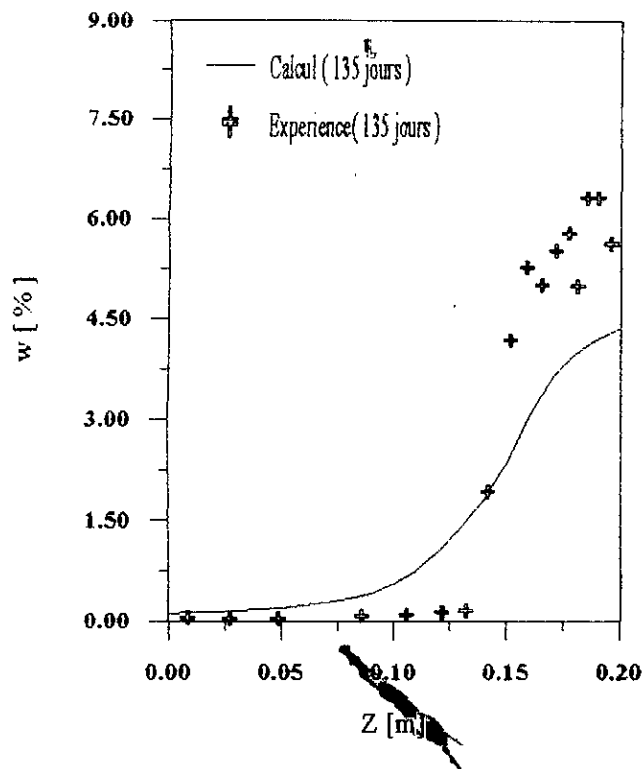
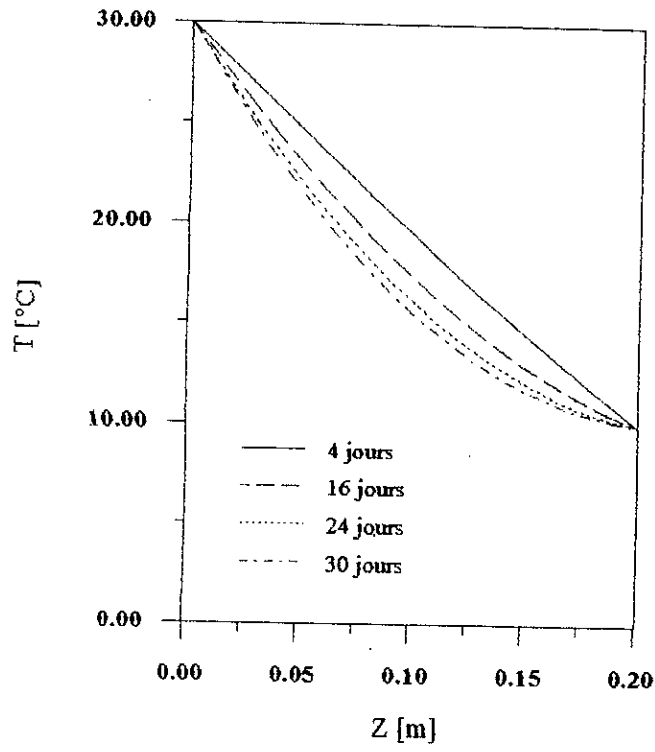
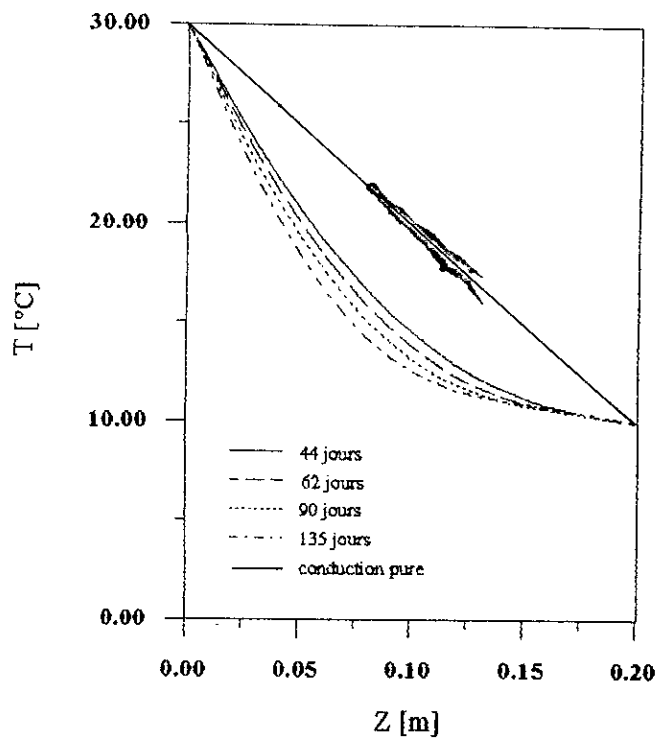


Fig.IV.5 profils hydriques
(comparaison experience - calcul)

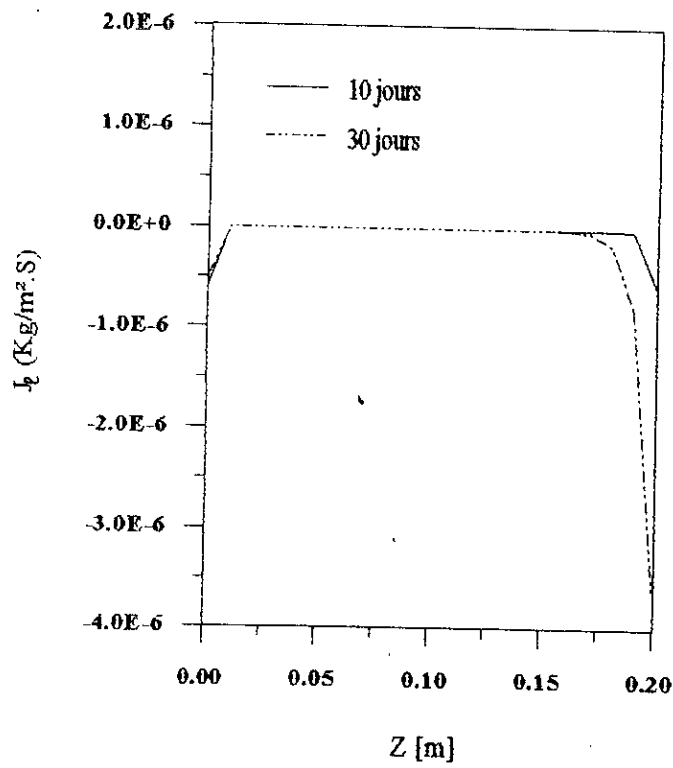


(a)

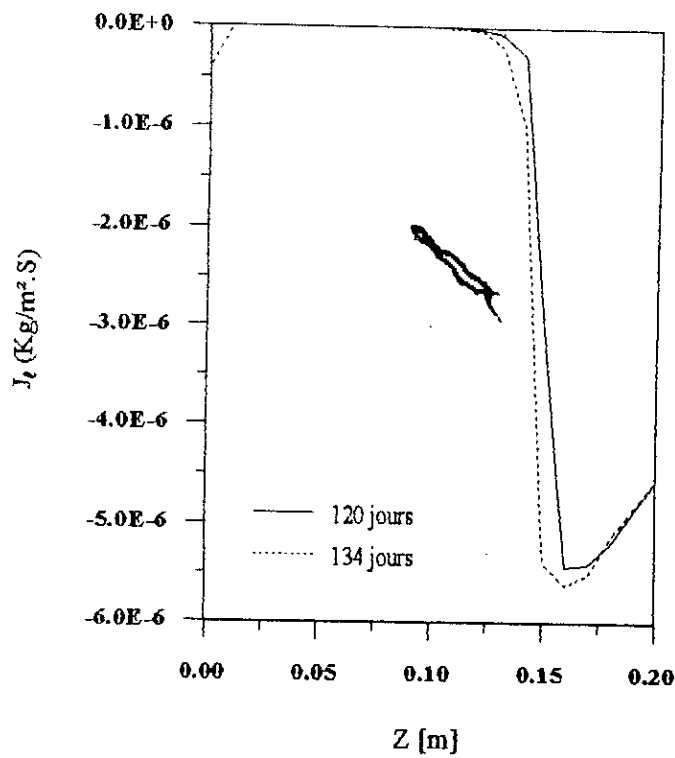


(b)

Fig.IV.6 profils thermiques
(calcul numerique)



(a)



(b)

Fig.IV.7. Distribution de la densité de flux de masse en phase liquide

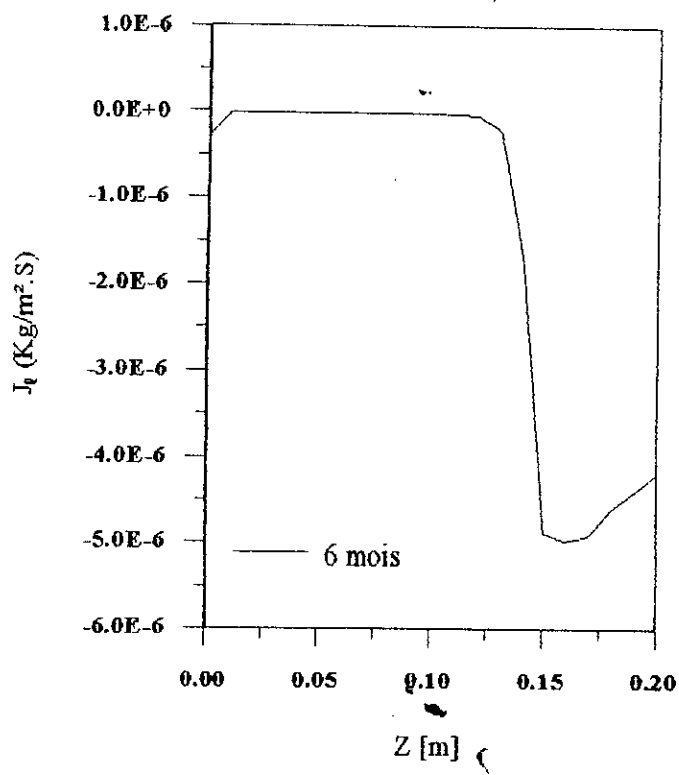
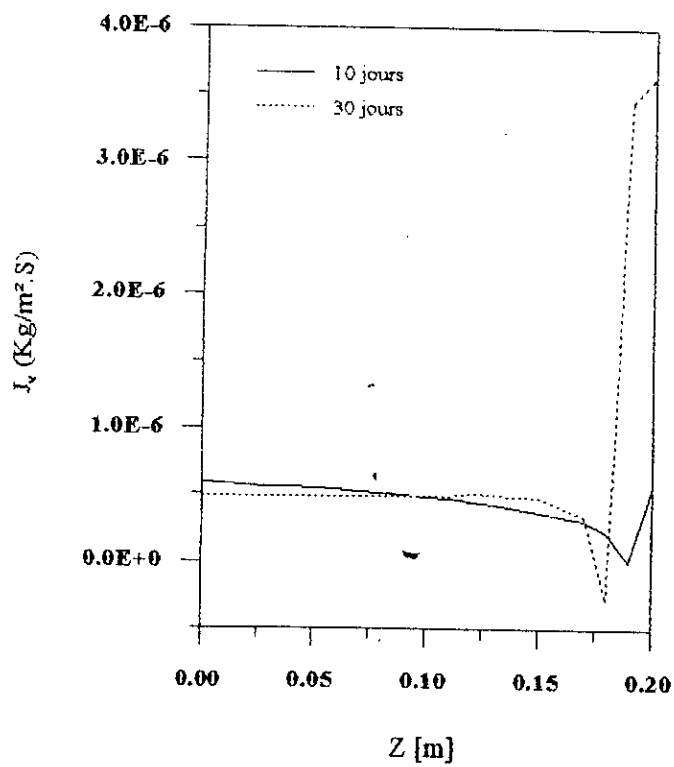
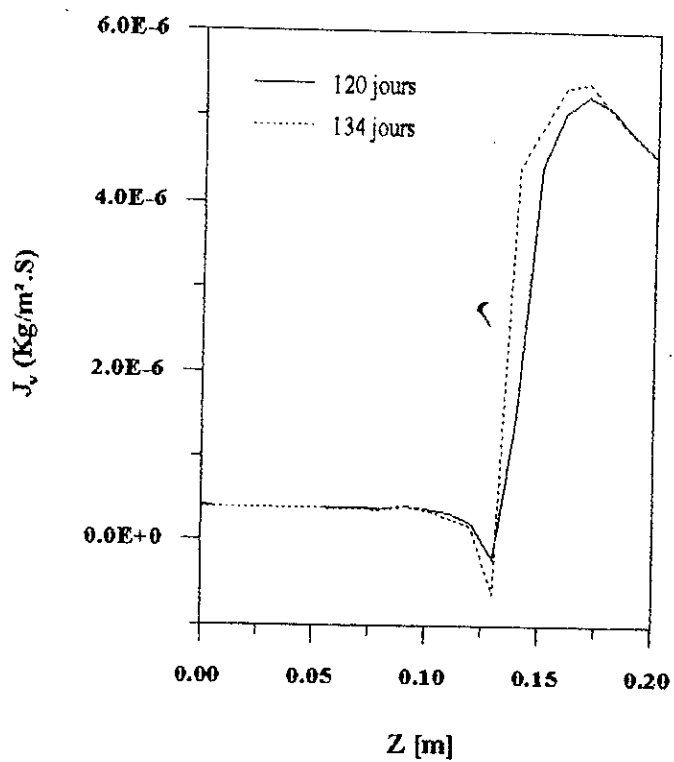


Fig.IV.8. Distribution de la densité de flux de masse en phase liquide



(a)



(b)

Fig.IV.9.Distribution de la densite de flux de masse en phase vapeur

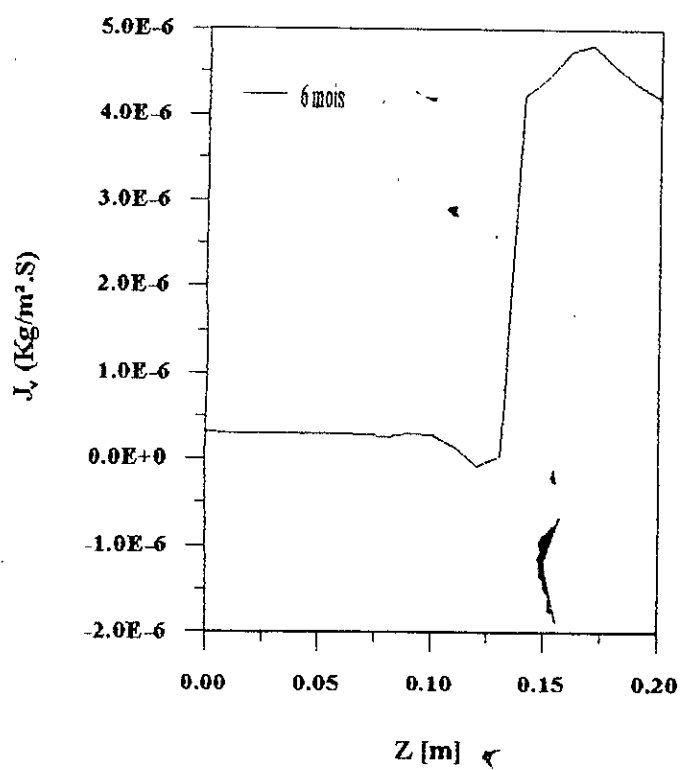


Fig.IV.10. Distribution de la densité de flux de masse en phase vapeur

CONCLUSION

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la modélisation mathématique des mécanismes de transfert d'humidité tels qu'ils sont rencontrés dans les structures de l'habitat; on s'est intéressé à un type particulier de matériaux (matériau capillaro-poreux) compte tenu de la banque de données expérimentales mise à notre disposition. Les résultats de cette étude nous ont permis de dégager certains aspects :

- que le modèle de GLASER négligeant le transfert en phase liquide, le couplage du transfert de masse avec le transfert de chaleur, et supposant les coefficients constants, ne permettait pas d'effectuer des prédictions correctes des masses de vapeur d'eau condensées.

- que le modèle de PHILIP et DE VRIES constituait un outil tout à fait satisfaisant pour décrire les processus de condensation interne et leur évolution.

Au vue du bilan présenté ici et dans le but de compléter ce travail, on peut évidemment envisager plusieurs améliorations et extensions.

Parmi les extensions nous pensons notamment une meilleure utilisation du modèle de PHILIP et DE VRIES non pas comme outil de description mais comme moyens de précision par une meilleure modélisation des conditions de raccord aux interfaces

En ce qui concerne les améliorations, il serait évidemment souhaitable de faire une étude de sensibilité aux paramètres afin de voir la possibilité de simplification du modèle théorique pour l'étude du processus de condensation dans les matériaux capillaro-poreux.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques

1. **Slimani, B.** (1995).
Modélisation mathématique des mécanismes de transfert en milieu poreux
- Application au processus de condensation -
Projet de fin d'études, ENP d'Alger.
2. **Berthier, J.** (1980).
Diffusion de vapeur au travers des parois - Condensation.
REEF.2, CSTB, Paris
3. **Kooi, J,V,D.** (1971)
Moisture Transport in cellular Concrets Roofs
PhD. Thesis, Eindhoven Univ. of Technology, Walman, Delft.
4. **Vos, B.H** (1969).
Internal Condensation in Structures.
Build. Science, Vol.8, pp. 191-206.
5. **Vos, B.H. and E.Tammes** (1975).
Condensation in Structures (General aspects).
Build. International, Vol.8, pp.467-477.
6. **Vos, B.H. and E. Tammes** (1975).
Hygric aspects of Solid, Stony, Flat roofs.
Build.International, Vol.8, pp.479-487.

7. **Daian, J.F.** (1986).
Processus de condensation et de transfert d'eau dans un matériau méso et macroporeux. Etude expérimentale du mortier de béton. Thèse de Doctorat d'Etat, USM de Grenoble.
8. **Couasnet, Y.** (1987)
Contribution à l'étude du transfert de vapeur d'eau en régime permanent et non stationnaire dans les matériaux poreux hygroscopiques. Thèse de Docteur-Ingénieur, ENPC de Paris.
9. **Perrin, B** (1985).
Etude des transferts couplés de chaleur et de masse dans des matériaux poreux consolidés non saturés utilisés en génie civil. Thèse de Doctorat d'Etat, UPS de Toulouse.
10. **Ogniewiez, Y. and C.L. Tien** (1981).
Analysis of condensation in porous insulation.
Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 24, pp. 421-429.
11. **Wijeysundera, N.E, M.N.A. Hawlader and Y. T. Tan** (1989).
Water vapour diffusion and condensation in Fibrous insulations.
Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 32, PP. 1865-1878.
12. **Beat, J.** (1972).
Dynamics of fluids in porous media.
American Elsevier publishing company.

13. **Bories, S. (1982).**
Principes physiques de l'évaporation. Transferts de chaleur et de masse entre un matériau poreux et l'atmosphère.
Humidité dans le bâtiment. Collège International des Sciences de la Construction, PP. 53-71.
14. **Bories, S. (1984).**
Transfert de chaleur et de masse dans les matériaux. Analyse critique des différents modèles mathématiques utilisés. Humidité dans le bâtiment. Collège International des Sciences de la Construction, PP. 13-31.
15. **Crausse, P. (1983)**
Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non saturé. Thèse de Doctorat d'Etat, INP de Toulouse.
16. **De Vries, D.A. and J. Philip (1957).**
Moisture movement in porous materials under temperature gradients. Trans. Ame. Geoph. Union, vol. 38, PP. 2222-2322.
17. **De Vries, D.A. (1958).**
Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media. Trans. Ame. Geoph. Union, vol 39, PP. 909-916.
18. **De Vries, D. A (1987).**
The theory of heat and moisture transfer in porous media revisited. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 30, PP. 1343-1350.

19. **Luikov, A.V. (1966).**
Heat and mass transfer in Capillary porous bodies
Pergamon Press.
20. **Whitaker, S. (1977).**
Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media. A theory of
drying in porous media.
Adv in Heat Transfer, vol.13, PP. 119-200.