

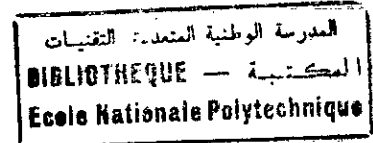
# THESE

Présentée au

Département de Génie Electrique

en vue de l'obtention du

Grade de **MAGISTER**



Option: Réseaux Electriques

par

**Salem ARIF**

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'ENP

THÈME

**PLANIFICATION DE L'ENERGIE REACTIVE  
DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES  
APPLICATION AU RESEAU ALGERIEN**

Soutenue publiquement le 27 juin 1995, devant le Jury,

M F. Boudjema

MM A. Hellal

O. Touhami

M.C. Souami

L. Nezli

Mlle M. Amrouayache

Président

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Invitée (SONELGAZ)

## DEDICACES



A ma famille,

et mes amis,

je dédie ce travail.

# AVANT-PROPOS



Ce travail a été effectué au sein du centre de calcul de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENP) ainsi que celui du Département Génie Electrique, sous la direction de Monsieur **A. Hellal**, PhD, Chargé de Cours à l'ENP.

Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour l'aide sans réserve et les conseils précieux qu'il m'a dispensés tout au long de ce travail.

Je remercie vivement Monsieur **F. Boudjema**, Maître de Conférence à l'ENP pour l'honneur qu'il me fait en présidant le Jury.

Messieurs **O. Touhami**, Maître de Conférence à l'ENP, **M.C. Souami**, PhD, Chargé de Cours à l'ENP, et **L. Nezli**, Chargé de Cours à l'ENP, ont bien voulu critiquer ce travail et siéger au Jury, qu'ils en soient vivement remerciés.

Je remercie également Mademoiselle **M. Amrouayeche** du Département de recherche de SONELGAZ pour sa participation au Jury.

Je tiens à remercier l'ensemble des enseignants du Département de Génie Electrique de l'ENP pour leurs sympathies, aides et conseils.

J'associe particulièrement à ces remerciements tous les amis qui m'ont aidé et soutenu depuis le début jusqu'à l'achèvement de ce travail, qu'ils trouvent, ici, l'expression de ma profonde gratitude.

## ملخص

في هذا البحث إستعملنا طريقة تحليل باندرز "BENDERS" ذات مستويين من أجل التحديد الأمثل لحجم ومكان منابع الطاقة المفاعلة في شبكة كهربائية في حالة تشغيل عادية أو في الحالات الطارئة. في المسألة الجزئية للتشغيل، وبعد حل معادلات الشبكة بإستعمال طريقة حساب سريعة لفيض القدرة، نستعمل التحديد الأمثل المفكك بإعتبار المعونات خطية. وفي المسألة الجزئية للتكلفة، إستعملنا طريقتين لتنميط وسائل تعويض الطاقة المفاعلة: نمط مستمر وآخر متقطع.

وفي الحالات الطارئة، تم تمييز إعادة ضبط وسائل تعويض الطاقة المفاعلة على منوالين: منوال وقائي (قبل حدوث الطارئ) ومنوال تصحيحي (بعد حدوث الطارئ). للتحقق من نجاعة البرنامج المعد، قمنا بتطبيقه على شبكات نماذج مختلفة (IEEE) 14، 30 و 57 عقدة في مرحلة أولى، وفي مرحلة ثانية قمنا بتطبيقه على الشبكة الوطنية لسونلغاز (63 عقدة).

الكلمات المفاتيح: القدرة المفاعلة، شبكة كهربائية، طريقة تحليل باندرز، البرمجة الرياضية.

## RESUME

Ce travail présente une approche à deux niveaux utilisant la décomposition de Benders pour la détermination du volume et la localisation optimale des moyens de compensation de l'énergie réactive dans réseau électrique fonctionnant en régime normal ou quand il est en face à un ensemble d'incidents. Dans le sous-problème de fonctionnement, une optimisation Q/V découplée avec les contraintes linéaires est utilisée après la résolution des équations du réseau en utilisant un écoulement de puissance rapide découplé. Dans le sous-problème d'expansion, deux types de modélisation des moyens de compensation (continue ou discrète) sont considérés. En régime d'incidents, deux modes de réajustement des moyens de compensation sont distingués: mode préventif (avant-incident) et mode correctif (après incident). Pour valider le programme élaboré, des applications sur les réseaux IEEE 14, 30 et 57 noeuds sont présentées en première partie, en seconde une application sur le réseau Algérien (63 noeuds) est rapportée.

Mots clés: Energie réactive, Réseau électrique, Décomposition de Benders, Programmation mathématique.

## ABSTRACT

This work presents a two level approach, using a Benders decomposition for optimal size and location of VAR sources in a power system operating under normal or under a set of contingency conditions. In operation subproblem, a decoupled Q/V optimization with linear constraints is used after resolution of power equations using a fast decoupled load flow. In expansion subproblem, the VAR sources are modeled by continue or discrete variables. Under contingency conditions, two modes of VAR sources control are distinguished: preventive mode (pre-contingency) and corrective mode (post-contingency). In order to validate the elaborated program, applications on IEEE 14, 30 and 57 BUS systems are presented in a first part, in the second application on Algerian power system (63 BUS) is reported.

Key words: Reactive power, Power system, Benders decomposition, Mathematical programming.

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERALE

1

## CHAPITRE I

### FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME GLOBAL EN RÉGIME NORMAL

I.1	Formulation du problème	4
I.1.1	Coût et contraintes de fonctionnement	5
I.1.2	Coût et contraintes d'expansion	7
I.1.3	Problème complet	8
I.2	Méthode de résolution	8
I.2.1	Décomposition de BENDERS	8
I.2.2	Formulation mathématique du premier niveau	12
I.2.3	Formulation mathématique du deuxième niveau	12
I.3	Conclusion	14

## CHAPITRE II

### SOUS-PROBLÈME DE FONCTIONNEMENT EN RÉGIME NORMAL

II.1	Introduction	15
II.2	Formulation du sous problème de fonctionnement	15
II.3	Ecoulement de puissance rapide	19
II.4	Développement de la méthode du gradient réduit	23
II.4.1	Formulation du sous problème	23
II.4.2	Définition du vecteur gradient réduit	23
II.4.3	Algorithme de résolution	25
II.4.4	Contraintes inégalités sur les paramètres de contrôle	26
II.4.5	Contraintes d'inégalités fonctionnelles	27
II.4.6	Ajustement du gradient réduit	29
II.5	Critères de convergence pour l'optimisation Q/V	30
II.6	Conclusion	32

## CHAPITRE III

### SOUS-PROBLEME D'INVESTISSEMENT

III.1	Introduction	33
III.2	Modélisation continue	33
III.2.1	Méthode du simplexe	33
III.2.2	Recherche de la solution de base initiale réalisable	39
III.2.3	Variante du simplexe dans le cas des variables bornées	40
III.3	Modélisation discrète	44
III.3.1	Problème mixte linéaire entière	44
III.3.2	Algorithme de résolution	47
III.4	Conclusion	50

## CHAPITRE IV

### REGIME D'INCIDENTS

IV.1	Introduction	51
IV.2	Incidents étudiés	52
IV.3	Choix des noeuds candidats	54
IV.4	Choix du facteur de pondération	55
IV.5	Mode préventif	55
IV.6	Mode correctif	57
IV.7	Conclusion	60

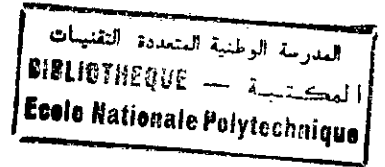
## CHAPITRE V

### RESULTATS ET INTERPRETATIONS

V.1	Introduction	61
V.2	Hypothèses du programme	61
V.3	Application aux réseaux modèles	62
V.3.1	Réseau modèle IEEE 14 noeuds	62
V.3.2	Réseau modèle IEEE 30 noeuds	67
V.3.3	Réseau modèle IEEE 57 noeuds	70
V.4	Application au réseau Algérien	73
V.4.1	Politique d'interconnexion des systèmes isolés au réseau national	73
V.4.2	Résultats de simulation	74
V.5	Conclusion	84

<b>CONCLUSION GENERALE</b>	85
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	87
<b>ANNEXES</b>	90
<b>ANNEXE A:</b> Types de compensateurs d'énergie réactive	90
<b>ANNEXE B:</b> Ensembles et fonctions convexes	93
<b>ANNEXE C:</b> Interprétation des facteurs de Lagrange	95
<b>ANNEXE D:</b> Données des différents réseaux	98
<b>ANNEXE D.1:</b> Données du réseau modèle IEEE 14 noeuds	98
<b>ANNEXE D.2:</b> Données du réseau modèle IEEE 30 noeuds	100
<b>ANNEXE D.3:</b> Données du réseau modèle IEEE 57 noeuds	102
<b>ANNEXE D.4:</b> Données du réseau national	104

# Introduction générale



Dans les grands réseaux d'énergie électrique, la répartition efficace de la puissance réactive est utilisée pour maintenir la tension dans les limites acceptables de fonctionnement et contrôler les pertes de transmission. Le but principal de la planification de l'énergie réactive est la détermination du volume et la localisation des moyens de compensation à installer pour assurer un fonctionnement sûr et économique.

La décision d'expansion peut avoir une grande influence sur le fonctionnement du système. Elle peut directement affecter la viabilité du système sous différentes situations anormales (lorsque la structure et/ou les paramètres du système sont modifiés de manière significative après un incident quelconque: élimination de ligne, de transformateur, de générateur...etc). De plus, quand le système fonctionne dans un état normal, les pertes de transmission peuvent être réduites par des ajustements appropriés des moyens de compensation en énergie réactive. Lors de fonctionnements très longs, ceci peut contribuer à des économies considérables, même si la réduction des pertes est petite. Cette aptitude de minimisation des pertes est liée aussi à la distribution des moyens de compensation dans le réseau électrique.

A cause de toutes ces considérations, le problème d'expansion ayant différents objectifs est très complexe. En particulier, deux aspects peuvent être identifiés [1] :

- (i) un aspect d'investissement avec les variables de décisions associées,
- (ii) un aspect de fonctionnement lié à la performance du réseau sous différentes conditions de fonctionnement.

Chacun de ces aspects peut être analysé séparément. Cependant, il est difficile de formuler et résoudre le problème quand ces deux aspects sont intégrés et leurs relations communes considérées. Dans la littérature, différentes approches ont été développées pour résoudre le problème de planification d'énergie réactive tout en tenant compte des contraintes de sécurité.



Traditionnellement, différentes approches empiriques ont été utilisées, toutes se basant sur un programme d'écoulement de puissance. Durant les dernières décennies, d'autres méthodes systématiques ont été élaborées. Beaucoup de ces formulations sont basées sur des méthodes de programmation linéaire [2,3,4]. D'autres recherches ont utilisé des méthodes de programmation non linéaire avec des fonctions de pénalités associées [5]. D'autres travaux encore ont essayé la combinaison des deux méthodes citées [6]. La caractéristique commune à ces méthodes est qu'elles tiennent compte correctement soit du problème d'investissement, soit correctement du problème de fonctionnement et non pas des deux. Enfin, une autre méthode de plus en plus utilisée, procède par décomposition-coordination. Dans ce type d'approche, la technique la plus courante actuellement, est celle de type de BENDERS [7].

L'un des principaux avantages de cette approche de décomposition connue sous le nom décomposition de BENDERS est sa flexibilité. Par exemple, on peut utiliser des programmes complètement séparés et résoudre les sous-problèmes d'investissement et de fonctionnement qui forment ensemble le problème global de planification.

L'un des buts essentiels de la planification de l'énergie réactive est aussi d'assurer la viabilité du système d'énergie électrique dans l'état d'incident [8]. Deux modes se distinguent: mode préventif (avant incident) et mode correctif (après-incident). Dans le premier mode, aucun réajustement n'est permis après un incident quelconque, alors que dans le second mode, tout réajustement d'énergie réactive est permis après l'apparition d'un incident. Deux types de modélisation des moyens de compensation sont également considérés:

-si les variables d'expansion sont sujettes à des variations continues alors la modélisation est dite continue,

-si elles ne peuvent avoir que des variables entières alors la modélisation est dite discrète.

Ce travail est structuré en cinq chapitres:

Dans le chapitre I, nous présentons la formulation mathématique globale du problème pour la planification d'énergie réactive dans un réseau électrique en régime normal de fonctionnement, ainsi que la méthode de résolution choisie.

Le deuxième chapitre sera consacré à la présentation détaillée de la formulation du sous-problème de fonctionnement ainsi que l'algorithme de résolution de ce premier niveau du programme.

Dans le chapitre III, les méthodes de résolution du sous-problème d'investissement sont présentées pour les deux types de modélisation (continue et discrète) des moyens de compensation envisagés.

L'application du problème de la planification d'énergie réactive à un réseau électrique en régime d'incidents fera l'objet du chapitre IV où les deux modes de planification sont mises en évidence.

Dans le dernier chapitre, seront présentés les applications faites sur les réseaux modèles IEEE standard: 14BUS, 30BUS et 57BUS dans une première partie et le réseau national Algérien (réseau à 63 noeuds) dans une seconde partie, ainsi que les interprétations des résultats de simulation.

En conclusion, nous tenterons de dégager les perspectives futures de ce travail sur la base des résultats trouvés, et sur la base des différents problèmes rencontrés et intéressants à être examinés de près.

# CHAPITRE I

## FORMULATION DU PROBLEME GLOBAL EN REGIME NORMAL

### I.1 Formulation du problème

Considérons un réseau électrique sujet à un ensemble de contraintes de fonctionnement et considérons la décision d'ajouter de nouveaux dispositifs générateurs d'énergie réactive de la meilleure façon possible. Pour cela il faut connaître:

- la forme de la fonction coût de fonctionnement,
- la forme de la fonction coût d'investissement,
- l'ensemble des noeuds candidats et
- le type d'équipement d'énergie réactive.

Soit  $C(w)$  la fonction de coût d'investissement dont  $w$  est un vecteur de variables d'expansion qui sera détaillé par la suite. Soit également  $F(z)$  la fonction de coût de fonctionnement du système où  $z$  est un vecteur des variables d'état.

La fonction objective complète  $J(z,w)$ , qui dépend des variables d'expansion et des variables d'état du système, peut être définie comme étant la somme pondérée [1] de  $C(w)$  et de  $F(z)$  suivante:

$$J(z, w) = C(w) + \rho F(z) \quad \rho > 0 \quad (1-1)$$

Le vecteur d'état  $z$  du système est défini par:

$$z = (P_{Gi}, Q_{Gi}, V_i, \theta_i, T_k) \quad (1-2)$$

pour  $i=1, \dots, n; k=1, \dots, n_t$

- où
- $n$  : nombre total des noeuds dans le réseau,
  - $n_t$  : nombre des régleurs en charge dans le système,
  - $P_{Gi}$  : puissance active générée au noeud  $i$ ,
  - $Q_{Gi}$  : puissance réactive générée au noeud  $i$ ,
  - $V_i$  : module de la tension au noeud  $i$ ,
  - $\theta_i$  : déphasage de la tension au noeud  $i$ ,
  - $T_k$  : rapport de transformation du  $k^{\text{ième}}$  régleur en charge.

Les puissances demandées  $P_D$  et  $Q_D$  en chaque noeud de charge sont considérées comme des constantes connues.

Le coût de fonctionnement  $F(z)$  et le coût d'expansion  $C(w)$  et leurs contraintes associées en fonction de  $z$  et de  $w$  sont discutés dans les sous-chapitres suivants.

### 1.1.1 Coût et contraintes de fonctionnement [1]

Le coût de fonctionnement  $F(z)$  est généralement le coût des pertes actives dans le réseau ou bien uniquement la somme des irréalités (fonctions de pénalités sur les violations des contraintes). En quelque sorte, c'est une mesure de viabilité du bon fonctionnement du système.

La structure d'un réseau électrique (en régime normal ou en régime d'incident) est caractérisée par sa matrice admittance  $Y = G + jB$  et les caractéristiques de charge. Pour une structure donnée, les contraintes se résument par:

(i) Equations d'écoulement de puissance:

$$\begin{aligned} P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})) &= 0 \\ Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})) &= 0 \end{aligned} \quad (1-3)$$

pour  $i=1, \dots, n$

(ii) Limites sur les puissances de transit:

$h_{ij}(z) \leq 0$  pour toutes les branches  $ij$ , avec:

$$h_{ij} = (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} - S_{maxij}$$

$$P_{ij} = V_i^2 (-G_{ij} + g_{ij}^0) + V_i V_j (B_{ij} \sin(\theta_{ij}) + G_{ij} \cos(\theta_{ij})) \quad (1-4)$$

$$Q_{ij} = V_i^2 (B_{ij} - b_{ij}^0) - V_i V_j (B_{ij} \cos(\theta_{ij}) - G_{ij} \sin(\theta_{ij}))$$

où  $g_{ij}^0$  et  $b_{ij}^0$  sont respectivement la conductance et la susceptance shunt de la branche  $ij$ , et  $S_{maxij}$  la limite thermique de la puissance de transit dans la ligne  $ij$ .

(iii) Les limites de sécurité sur l'amplitude et la phase de tension:

$$V_{imin} \leq V_i \leq V_{imax}$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \phi_{ijmax} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (1-5)$$

où  $\phi_{ij}$  est la différence maximale de phase entre les noeuds  $i-j$ .

(iv) Les limites sur les puissances actives et réactives générées et sur le rapport du régleur en charge:

$$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$$

$$Q_{Gimin} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gimax} \quad i=1, \dots, n_G \quad (1-6)$$

$$T_{kmin} \leq T_k \leq T_{kmax} \quad k=1, \dots, n_t$$

avec  $n_G$  le nombre des noeuds générateurs dans le système et des noeuds ayant des sources d'énergie réactive seulement :compensateurs statiques ou synchrones (annexe A).

Les contraintes dans les équations (1-3) à (1-6) peuvent être résumées par l'expression suivante:

$$S(z) \leq 0$$

$$Q_{Gimin} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gimax} \quad i=1, \dots, n \quad (1-7)$$

Les contraintes sur l'énergie réactive générée sont mises en dehors de  $S(z)$  car le problème d'investissement affecte directement les limites  $Q_{Gimin}$  et  $Q_{Gimax}$ .

### 1.1.2 Coût et contraintes d'expansion [1]

Augmenter la capacité de l'énergie réactive au  $i^{\text{ème}}$  noeud est équivalent à augmenter la limite supérieure  $Q_{Gi\max}$  et/ou diminuer la limite inférieure  $Q_{Gi\min}$  de telle façon que la puissance réactive se trouve entre les limites:

$$Q_{Gi\min} - q_{ri} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi\max} + q_{ci} \quad (1-8)$$

avec  $q_{ci}$  et  $q_{ri}$  la puissance réactive fournie ou absorbée respectivement par les compensateurs installés au noeud  $i$ .

Nous avons supposé, dans cette étude, que le coût d'expansion varie linéairement en fonction du volume du compensateur à installer. Le  $i^{\text{ème}}$  coût s'écrit donc :

$$S_{ci}q_{ci} + S_{ri}q_{ri} \quad (1-9)$$

où  $S_{ci}$  et  $S_{ri}$  représentent les coûts unitaires respectifs aux sources capacitatives et inductives.

Le coût d'expansion total est donné ainsi par :

$$C(w) = \sum_{i=1}^n (S_{ci}q_{ci} + S_{ri}q_{ri}) r_i \quad (1-10)$$

avec  $r_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i \in \mathbb{C} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$

et  $\mathbb{C}$  ensemble des noeuds candidats pour l'expansion de l'énergie réactive.

Le vecteur de décision  $w$  est donné par:

$$w = (q_{ci} : q_{ri}) , \quad i \in \mathbb{C} \quad (1-11)$$

et par conséquent  $w$  possède une dimension plus petite que celle du vecteur  $z$ . Les contraintes correspondantes sont:

$$\begin{aligned} 0 &\leq q_{ci} \leq q_{ci\max} \\ 0 &\leq q_{ri} \leq q_{ri\max} , \quad i \in \mathbb{C} \end{aligned} \quad (1-12)$$

où  $q_{ci\max}$  et  $q_{ri\max}$  sont les limites sur les volumes des compensateurs qui doivent être installés au noeud  $i$  à cause des considérations environnementales.

Pour simplifier, on exprime cet ensemble de contraintes par:

$$R(w) \leq 0 \quad (1-13)$$

### 1.1.3 Problème complet [1]

En combinant les deux fonctions coûts et leurs contraintes, le problème d'expansion complet devient :

$$\begin{aligned} \min_{z, w} \quad & C(w) + \rho F(z) \\ \text{sujet à:} \quad & S(z) \leq 0 \\ & R(w) \leq 0 \\ & Q_{Gi\min} - q_{ri} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi\max} + q_{ci}, \quad i=1, \dots, n_G \end{aligned} \quad (1-14)$$

En examinant la formulation du problème complet, il est facile de constater que c'est un problème non linéaire. Même pour un réseau électrique de taille modérée, la taille du problème est assez grande et donc difficile à résoudre.

## 1.2 Méthode de résolution

### 1.2.1 Décomposition de Benders

Il n'existe pas de méthode mathématique générale pour résoudre un problème complet tel que celui qu'on a à traiter. Cependant, l'examen de la fonction objective et des contraintes nous permet de conclure que le problème d'optimisation est séparable en deux variables  $z$  et  $w$ . En fait, le problème est constitué de deux sous-problèmes d'optimisation couplés par un ensemble de contraintes linéaires d'inégalités. De manière plus explicite:

- 1) La fonction objective  $J(z, w) = C(w) + \rho F(z)$  est séparable en  $z$  et en  $w$ .  $C(w)$  est une fonction mixte linéaire-entière en  $w$ , alors que  $F(z)$  est une fonction non linéaire en  $z$ .

- 2) Le système à résoudre comprend 3 ensembles de contraintes: un sous-ensemble de contraintes non linéaires concernant le vecteur  $z$ , un autre sous-ensemble de contraintes mixtes linéaires-entières concernant le vecteur  $w$ , et enfin un sous-ensemble de contraintes linéaires concernant les deux vecteurs  $z$  et  $w$ , définis par:

$$G_1(z) + G_2(w) \leq 0 \quad (1-15)$$

avec

$$G_1(z) = (Q_{G1}, Q_{G2}, \dots, Q_{Gn_g} : -Q_{G1}, -Q_{G2}, \dots, -Q_{Gn_g})$$

$$G_2(w) = (-Q_{G1max} - q_{c1}, \dots, -Q_{Gn_gmax} - q_{cn_g} : Q_{G1min} - q_{r1}, \dots, Q_{Gn_gmin} - q_{rn_g})$$

La séparation préconisée permet une application naturelle de la décomposition généralisée de Benders. La solution est obtenue par une méthode itérative des sous-problèmes d'investissement et de fonctionnement comme illustré par la figure 1.1 [9,10].

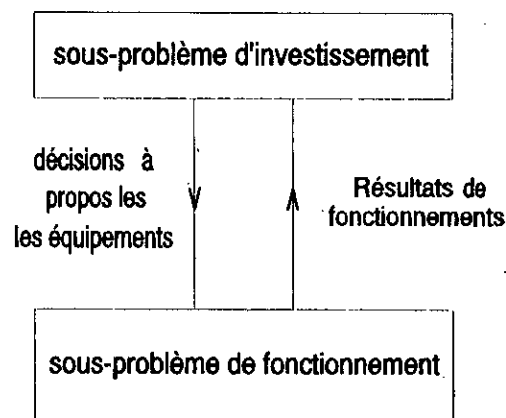


Figure 1.1: Décomposition de Benders

La solution de l'algorithme adopté suit une procédure prescrite par la décomposition de Benders. Le 1<sup>er</sup> niveau du programme, appelé aussi sous-problème de fonctionnement, minimise la fonction objective  $F(z)$  tout en supposant que  $w$  est fixé.



D'où:

$$\begin{aligned} & \min_z F(z) \\ \text{sujet à: } & S(z) \leq 0 \qquad (1-16) \\ & Q_{Gimin} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gimax} \quad i \in C \\ & Q_{Gimin} - Q_{ri} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gimax} + Q_{ci} \quad i \notin C \end{aligned}$$

La solution de ce sous-problème non linéaire donne la solution optimale du vecteur des variables d'état du système que l'on notera  $z^*$ .

Soient  $\lambda_i$  les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes inégalités des puissances réactives aux différents noeuds ( $i=1, \dots, n_i$ ) et ceci à  $z=z^*$ . Les valeurs de ces facteurs fournissent la réduction marginale de  $F(z)$  produite par une incrémentation unitaire des ressources d'énergie réactive en chacun de ces noeuds. Cette information est exploitée dans le 2<sup>ème</sup> niveau du programme (programme maître) pour déterminer la direction d'investissement.

Le programme maître (sous-problème d'investissement) suppose que l'état de fonctionnement  $z^*$  est donné, et minimise donc une fonction objective de la forme :

$$C(w) + \rho V_0 \qquad (1-17)$$

où  $C(w)$  est le coût d'investissement pour le vecteur d'expansion  $w$ ,  
 $V_0$  est la valeur des irréalités qui ne sont pas fixées par cette expansion,  
 et  $\rho$  est un facteur de pondération qui convertit les irréalités aux mêmes unités monétaires et est conçu pour garder la valeur de  $V_0$  petite.

La solution de ce deuxième niveau du programme,  $w$ , qui spécifie les nouvelles limites de disponibilité de l'énergie réactive, est injectée dans le premier niveau du programme qui va déterminer le meilleur état de fonctionnement sous ces nouvelles conditions. L'itération entre ces deux niveaux continue jusqu'à ce qu'aucune expansion ne peut résulter de la réduction de  $F(z)$ .

L'organigramme de la résolution du problème global en régime normal est donné par la figure 1.2.

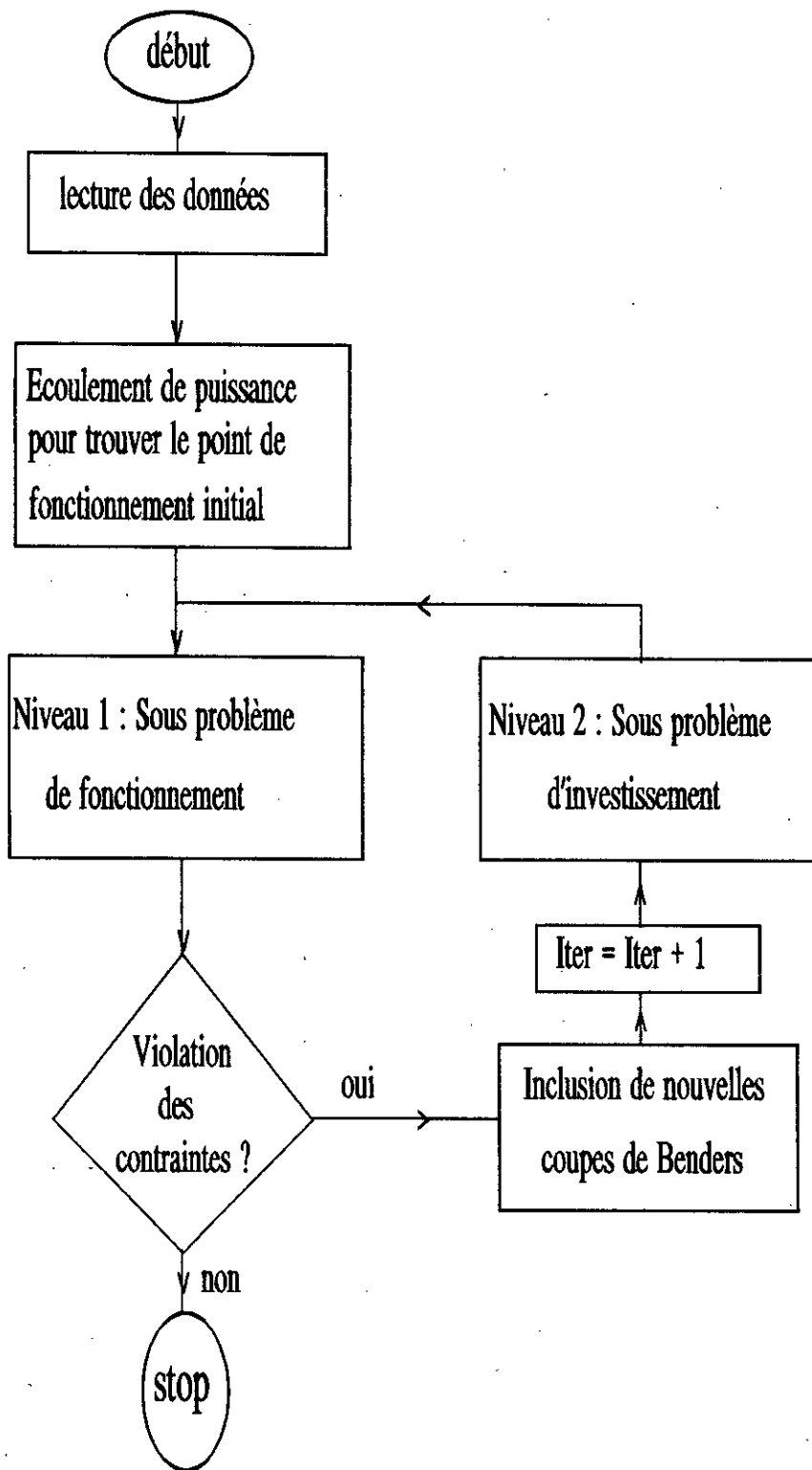


Figure 1.2: Organigramme à deux niveaux du problème de planification d'énergie réactive

### 1.2.2 Formulation mathématique du premier niveau [1]

C'est un écoulement de puissance réactive optimal.

A L'itération k nous avons:

$$\begin{aligned} & \min_{z^k} F(z^k) \\ \text{sujet à: } & S(z^k) \leq 0 \\ & Q_{Gimin} - q_{ri}^k \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gimax} + q_{ci}^k \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (1-18)$$

avec

$$\begin{aligned} q_{ci}^0 &= q_{ri}^0 = 0 \quad \forall i \in C \\ q_{ci}^k &= q_{ri}^k = 0 \quad \forall i \notin C \text{ et } \forall k \end{aligned}$$

où k est l'index des itérations.

Soit  $z^k$  la solution du  $k^{\text{ème}}$  premier niveau. Soit  $\lambda_i^{(k)}$  le coefficient de Lagrange associé aux contraintes inégalités des puissances réactives au  $i^{\text{ème}}$  noeud.

### 1.2.3 Formulation mathématique du deuxième niveau [1]

C'est une expansion optimale des sources d'énergie réactive:

$$\begin{aligned} & \text{Min } C(w^{k+1}) + \rho V_o^{k+1} \\ \text{sujet à: } & R(w^{k+1}) \leq 0 \\ & F(z^j) \leq V_o^{k+1} + \sum_{i \in C} [\lambda_i^j (w^{k+1} - w^j)] \\ & j = 0, 1, \dots, k \end{aligned} \quad (1-19)$$

Ces contraintes représentent ce qu'on appelle les coupes de Benders. La solution optimale de ce second niveau à la  $k^{\text{ème}}$  itération est donnée par :

$$w^{k+1} = ( q_{ci}^{k+1} , q_{ri}^{k+1} ) \quad i \in C \quad (1-20)$$

Il en résulte que lorsque le nombre d'itérations du problème augmente, le nombre de coupes de Benders augmente et le problème devient ainsi plus complexe. Si  $n_c$  est le nombre des noeuds candidats, nous aurons  $2n_c + 1$  variables. Heureusement que même pour un grand réseau le nombre des noeuds candidats est relativement petit. Le deuxième niveau du programme est ainsi de taille plus petite que celui du premier.

### **I.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la formulation mathématique globale du problème de planification de l'énergie réactive pour un système en régime normal. Etant donné que la résolution d'un tel problème est difficile, nous avons exploité la séparabilité du problème entier en deux sous-problèmes, ce qui nous a permis l'application naturelle de la décomposition généralisée de Benders. La formulation mathématique découlant de cette décomposition donne deux niveaux du programme qui s'altèrent dans l'exécution jusqu'à convergence globale de l'algorithme. L'analyse formelle de chacun des deux niveaux a été exposée alors que la méthode de résolution de chacun d'eux va être décrite dans les chapitres suivants.

## CHAPITRE II

# SOUS-PROBLEME DE FONCTIONNEMENT EN REGIME NORMAL

### II.1 Introduction

Il est clair que pour n'importe quel moyen de planification d'énergie réactive, il serait utile d'avoir un bon module (programme) de fonctionnement du réseau d'énergie électrique. Ce module serait capable d'évaluer l'impact des éléments de contrôle réactif (générateurs, régulateurs en charge et compensateurs shunt capacitifs ou inductifs) sur l'économie et la sécurité du système d'énergie électrique [11].

La fonction  $Q/V$  du module de fonctionnement est typiquement une minimisation du coût des pertes ohmiques du réseau contraint aux limites de fonctionnement des équipements et aux équations du réseau.

Le problème de fonctionnement  $Q/V$  a été largement étudié seul ou associé au problème d'énergie active. Quelques références ont utilisé la programmation quadratique successive [12] et d'autres l'approche de Newton [13] en utilisant les équations complètes et couplées du réseau électrique. D'autres techniques considérant seulement le problème découplé  $Q/V$  [4,14] sont basées sur la programmation linéaire successive ou utilisent les techniques de quasi-Newton [15].

### II.2 Formulation du sous problème de fonctionnement

Pour contourner les difficultés de calcul associées au problème non linéaire d'écoulement de puissance [12,13], une méthode itérative a été utilisée [11]. Après la résolution des équations complètes d'écoulement de puissance, une optimisation découplée du problème avec des contraintes linéaires est effectuée, les variables  $P-\theta$  étant considérées comme des constantes et les équations non linéaires reliant les variables  $Q/V$  linéarisées. La

solution de l'optimisation  $Q/V$  est maintenant traité avec l'écoulement de puissance complet. Les deux algorithmes sont répétés jusqu'à convergence (figure 2.1).

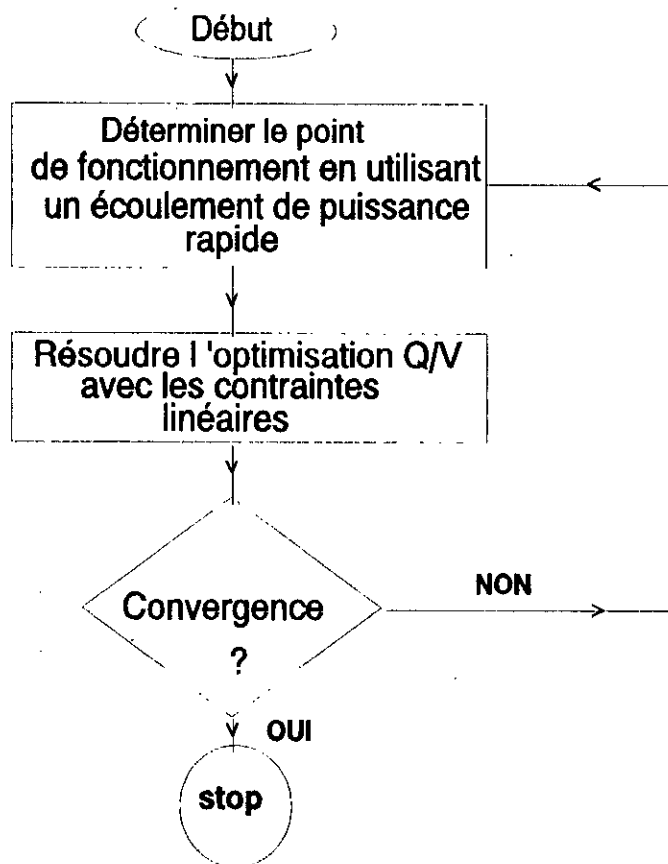


Figure 2.1: Problème d'optimisation  $Q/V$

L'écoulement de puissance est résolu en utilisant la méthode d'écoulement de puissance découplée rapide avec les puissances actives, l'amplitude des tensions aux noeuds de génération, les coefficients des régleurs en charge et les susceptances des compensateurs shunt sont considérés comme des variables connues, alors que les puissances réactives aux noeuds générateurs (d'énergie réactive) et les modules des tensions aux noeuds de charge sont inconnues. Ces variables inconnues peuvent aller au delà des limites permises une fois que l'écoulement de puissance est résolu.

Dans l'algorithme d'optimisation  $Q/V$ , la puissance réactive et le module de tension aux noeuds générateurs, les coefficients des régleurs en charge et les susceptances de la compensation shunt sont des variables (entre les limites permises), alors que les puissances actives de transit sont constantes.

Dans ce qui suit, une description détaillée de la formulation du problème d'optimisation Q/V est présentée.

### Formulation de l'optimisation Q/V

Puisqu'on a adapté la formulation découplée de l'optimisation Q/V, les régimes de base proposés doivent au préalable être testés conformément aux conditions d'une répartition économique et aux limites de sécurité concernant le contrôle de l'énergie active.

Les variables de contrôle peuvent être choisies parmi les éléments suivants :

- amplitude de tension en un noeud générateur,
- amplitude de tension en un noeud de charge, contrôlé par un transformateur réglable ou par un compensateur shunt,
- coefficient du régleur en charge.

Dans cette étude, la fonction objective choisie dans une première étape représente les pertes actives définies par l'expression suivante [11,16]:

$$\begin{aligned}
 F(z) = P_L(V_G, V) &= \sum_{ij} R_{ij} \frac{P_{ij0}^2 + Q_{ij}^2}{\frac{1}{2} (V_i + V_j)^2} \\
 &\approx \sum_{ij} R_{ij} (P_{ij0}^2 + Q_{ij}^2) (3 - V_i - V_j) \quad (2-1) \\
 \text{avec } Q_{ij} &= \frac{V_i - V_j - R_{ij} P_{ij0}}{X_{ij}}
 \end{aligned}$$

- où  $V_i, V_j$  : modules des tensions aux noeuds i et j respectivement,  
 $R_{ij}, X_{ij}$  : résistance et réactance de la ligne ij,  
 $Q_{ij}$  : puissance réactive de transit,  
 $P_{ij0}$  : puissance active moyenne de transit, obtenue à partir de l'écoulement de puissance précédent.

Cette formulation est une bonne approximation découplée de la formule des pertes actives exactes, exprimées uniquement en fonction des modules des tensions nodales.

Dans une deuxième étape, la somme des irréalisabilités sur les limites de sécurité de l'énergie réactive est minimisée. Cette somme est définie par l'équation suivante :



$$F(z) = \sum_{i=1}^{n_q} (I_{qci} + I_{qri}) \quad (2-2)$$

où  $I_{qci}, I_{qri}$  sont des variables artificielles représentant l'énergie réactive capacitive et inductive à injecter au noeud  $i$  pour atteindre la réalisabilité.

La formulation de l'optimisation  $Q/V$  dans les deux étapes est donnée par :

$$\min_z F(z) \quad (2-3)$$

sujet à:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (Q_{Gmin} - Q_{G0}) / V_{G0} \\ 0 \end{bmatrix} \leq \\ & \begin{bmatrix} B_{g\ g} & B_{g\ l} & B_{g\ n} \\ B_{l\ g} & B_{l\ l} & B_{l\ n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G - V_{G0} \\ V - V_0 \\ T - T_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (I_{qc} - I_{qc0}) / V_{G0} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_{qr} - I_{qr0}) / V_{G0} \\ 0 \end{bmatrix} \leq \\ & \begin{bmatrix} (Q_{Gmax} - Q_{G0}) / V_{G0} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} V_{Gmin} &\leq V_G \leq V_{Gmax} \\ V_{min} &\leq V \leq V_{max} \\ T_{min} &\leq T \leq T_{max} \\ I_{qc} &\geq 0, \quad I_{qr} \geq 0 \end{aligned} \quad (2-5)$$

Le premier sous-ensemble des lignes dans les inégalités (2-4) correspond aux noeuds contrôlables et le second sous-ensemble aux noeuds de charge.

L'indice  $G$  est lié aux noeuds contrôlables définis pour les noeuds ayant des sources d'énergie réactive (condensateur synchrone, compensateur statique...). L'indice  $0$  représente les valeurs des variables issues du calcul d'écoulement de puissance.  $B$  est une matrice de sensibilité creuse qui sera détaillée dans la section suivante.

La méthode de résolution utilisée pour résoudre ce problème non linéaire est celle du gradient réduit.

### II.3 Ecoulement de puissance découplé rapide [17]

La méthode générale de Newton-Raphson donne une solution satisfaisante pour le problème d'écoulement de puissance. Cependant, la réévaluation des éléments du Jacobien après chaque itération nécessite un nombre assez élevé d'opérations arithmétiques et par conséquent un temps par itération relativement élevé.

Les performances de cette méthode peuvent être améliorées en faisant des approximations physiques et mathématiques justifiées dans la formulation du Jacobien, ce qui permet de minimiser le temps d'exécution et la capacité de mémoire. Cette approche est appelée méthode d'écoulement de puissance découplé rapide (Fast Decoupled Load Flow).

#### Dérivation de l'algorithme de base

La représentation de Newton-Raphson en coordonnées polaires des équations d'écoulement de puissance est prise comme point de départ pour la dérivation. La méthode de Newton-Raphson est une application formelle de l'algorithme général de résolution des équations non-linéaires et constitue les solutions successives de l'équation de la matrice jacobienne réelle et peu dense:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

La première étape dans l'application du principe de découplage **MW- $\theta$ /MVAR-V** est de négliger les sous-matrices **[N]** et **[J]** dans (2-6) ce qui donne deux équations séparées :

$$[\Delta P] = [H] [\Delta \Theta] \quad (2-7)$$

$$[\Delta Q] = [L] [\Delta V/V] \quad (2-8)$$

avec :

$$H_{km} = L_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin(\Theta_{km}) - B_{km} \cos(\Theta_{km})) \quad \text{pour } m \neq k$$

$$H_{kk} = -B_{kk} V_k^2 - Q_k \quad \text{et} \quad L_{kk} = -B_{kk} V_k^2 + Q_k$$

Les équations (2-7) et (2-8) doivent être résolues alternativement comme méthode de Newton découplée, en réévaluant et inversant  $[H]$  et  $[L]$  à chaque itération ce qui exige un autre effort de calcul. Des hypothèses simplificatrices physiquement justifiables ont été ainsi proposées:

- 1) comme le réseau possède en général un rapport  $R/X$  relativement faible (inférieur à 10%), on peut écrire:

$$G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \ll B_{ij}$$

- 2) la différence entre les phases de tension de deux noeuds adjacents est très petite, d'où:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_i - \theta_j) &= \sin(\theta_{ij}) \approx \theta_i - \theta_j \approx 0 \\ \cos(\theta_{ij}) &\approx 1 \end{aligned}$$

- 3) et aussi

$$Q_i \ll B_{ii} V_i^2$$

D'où les meilleures approximations pour (2-7) et (2-8) sont:

$$[\Delta P] = [V B' V] [\Delta \theta] \quad (2-9)$$

$$[\Delta Q] = [V B'' V] [\Delta V/V] \quad (2-10)$$

A ce stade de dérivation, les éléments des matrices  $B'$  et  $B''$  sont les éléments de la matrice  $[-B]$  de dimension respectivement  $(N-1)(N-1)$  et  $(N-N_{PV}-1)(N-N_{PV}-1)$ .

Le processus de découplage et la forme finale de l'algorithme sont complétés en:

- a) négligeant les éléments affectant l'écoulement de puissance réactive pendant la formation de  $[B']$ , ce qui revient à négliger les réactances shunt et considérer que les transformateurs fonctionnent à leur régime nominal.

- b) négligeant les éléments affectant l'écoulement de puissance active pendant la formation de  $[B'']$ , c'est à dire omettant l'effet des transformateurs déphaseurs.
- c) négligeant les résistances séries lors de la formation de  $[B']$ , qui devient ainsi une matrice de formation d'un écoulement de puissance continue (DC load flow). Ceci est d'importance mineure, mais il y a néanmoins une amélioration légère des résultats.
- d) faisant ramener  $V$ , du membre droit au membre gauche des équations (2-9) et (2-10), et en supprimant dans l'équation (2-9) l'influence de l'écoulement des puissances réactives dans le calcul de  $\Delta\theta$  en posant tous les termes de  $V$  du membre droit à 1 pu.

Avec ces modifications, les équations de l'écoulement de puissance découplé rapide (FDL) deviennent:

$$[\Delta P/V] = [B'] [\Delta\theta] \quad (2-11)$$

$$[\Delta Q/V] = [B''] [\Delta V] \quad (2-12)$$

où les matrices  $[B']$  et  $[B'']$  sont données par:

$$\begin{cases} B'_{ij} = \frac{-1}{X_{ij}} & \text{pour } i \neq j \\ B'_{ii} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{X_{ij}} \\ B''_{ij} = B_{ij} \end{cases}$$

Les deux matrices  $[B']$  et  $[B'']$  sont creuses (sparse) et formées d'éléments réels et elles ont la structure de  $[H]$  et  $[L]$  respectivement. Puisqu'elles ne contiennent que les admittances du réseau, elles sont ainsi constantes et n'ont besoin d'être inversées qu'une seule fois au début du programme, ce qui résout le problème relatif à la réévaluation des éléments de la matrice Jacobienne. En ce qui concerne la méthode d'inversion des matrices, la technique de Shipley-Colman est utilisée [18].

L'organigramme de l'écoulement de puissance rapide est illustré par la figure 2.2.

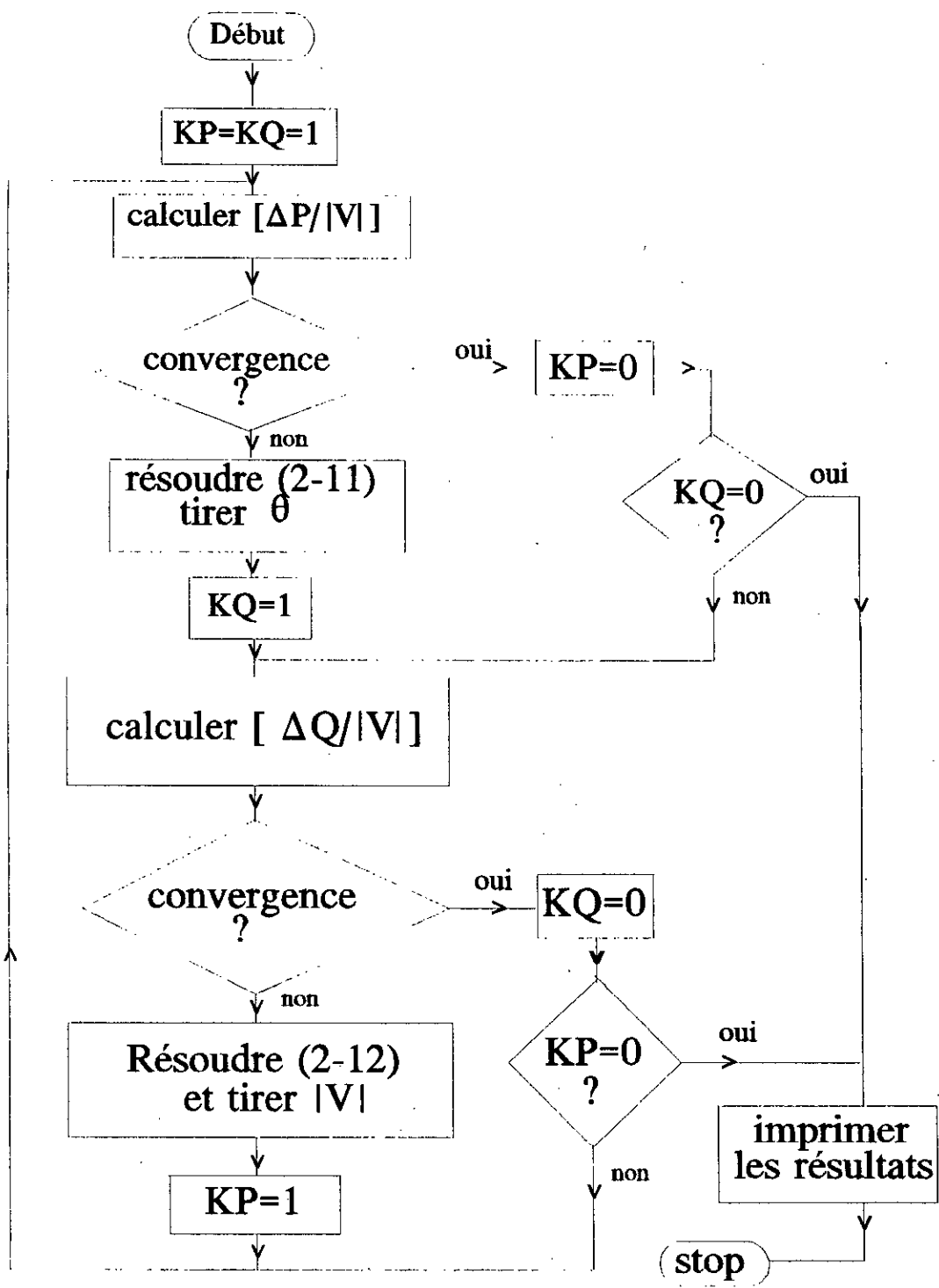


Figure 2.2: Organigramme de l'écoulement de puissance découplé rapide

## II.4 Développement de la méthode du Gradient Réduit

### II.4.1 Formulation du sous-problème

Le problème d'optimisation Q/V est représenté par le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned} \min_{[U]} \quad & f(x, u) \\ \text{Sujet à:} \quad & [g(x, u)] = 0 \\ & [U^m] \leq [U] \leq [U^M] \\ & [X^m] \leq [X] \leq [X^M] \end{aligned} \quad (2-13)$$

- où:
- [X]** : vecteur des paramètres d'état du système.
  - [U]** : vecteur des paramètres de contrôle du système.
  - g(x,u)** : sont les équations linéarisées reliant Q et V.
  - [U<sup>m</sup>],[U<sup>M</sup>]**: sont les limites inférieures et supérieures respectivement sur les paramètres de contrôle.
  - [X<sup>m</sup>],[X<sup>M</sup>]**: sont les limites inférieures et supérieures respectivement sur les paramètres d'état.

Dans notre étude, les paramètres de contrôle considérés sont les modules des tensions  $V_G$  aux noeuds générateurs d'énergie réactive (compensateurs statiques, condensateurs synchrones, générateurs). Les paramètres d'état sont les modules des tensions aux noeuds de charge  $V_L$  et les variables artificielles définies auparavant  $I_{qc}$  et  $I_{qr}$ . Les rapports des régleurs en charge  $T$  sont supposés constants.

### II.4.2 Définition du vecteur gradient réduit

En utilisant l'optimisation classique des multiplicateurs de Lagrange, le minimum d'une fonction  $f$ , avec  $[U]$  vecteur des variables indépendantes (variables de contrôle):

$$\min_{[U]} \quad f(x, u) \quad (2-14)$$

sujet aux contraintes d'égalités :

$$[g(x, u)] = 0 \quad (2-15)$$

est trouvé en introduisant plusieurs variables auxiliaires  $\lambda_i$  liées aux équations égalités (2-15) et minimiser donc la seule fonction **Lagrangien**:

$$\mathcal{L}(x, u) = f(x, u) + [\lambda]^t [g(x, u)] \quad (2-16)$$

Les coefficients  $\lambda_i$  sont appelés multiplicateurs de Lagrange. En dérivant l'équation (2-16) par rapport à chacune des variables incluant les multiplicateurs de Lagrange, on obtient l'ensemble des conditions nécessaires pour avoir un minimum :

$$\left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} \right] = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] + \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^t [\lambda] = 0 \quad (2-17)$$

$$\left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \right] = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] + \left[ \frac{\partial g}{\partial u} \right]^t [\lambda] = 0 \quad (2-18)$$

$$\left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \right] = [g(x, u)] = 0 \quad (2-19)$$

D'après l'équation (2-17), on peut tirer la valeur du vecteur  $[\lambda]$  comme suit:

$$[\lambda] = - \left( \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \right)^{-1} \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2-20)$$

L'expression (2.20) de  $[\lambda]$  substituée dans (2-18) donne:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \right] &= \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] - \left[ \frac{\partial g}{\partial u} \right]^t \left( \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \right)^{-1} \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \\ &= \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] - \left( \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial g}{\partial u} \right] \right)^t \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2-21)$$

Notons:  $\left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \right] = [\nabla f]$  et  $[S] = - \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial g}{\partial u} \right]$  où  $[S]$  est dite matrice de sensibilité.

On définit le vecteur gradient réduit comme étant:

$$[\nabla f] = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] + [S]^t \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2-22)$$

Ce vecteur a une grande importance. Il est orthogonal aux contours de la fonction objective pour des valeurs constantes de cette dernière. Il mesure la sensibilité de la fonction objective pour des variations du vecteur de contrôle  $[U]$ . Notons que  $[\partial f / \partial u]$  seul ne donne aucune information car il ignore les contraintes égalités (2-15) de l'écoulement de puissance.

### II.4.3 Algorithme de résolution

Etant donné que les équations (2-17) et (2-18) sont non linéaires et ne peuvent être résolues que par des procédures itératives, la méthode utilisée est l'une des méthodes de direction réalisable (feasible direction methods) dite du **gradient réduit**.

L'idée de base est de se déplacer à partir d'une solution réalisable dans la direction de descente (direction opposée du gradient réduit ou "steepest-descent") vers une nouvelle solution réalisable ayant une valeur inférieure de la fonction objective. En répétant cela dans la direction négative du gradient réduit, la procédure se définit ainsi:

- 1) Supposer un ensemble de paramètres de contrôle  $[U]$ ,
- 2) Trouver une solution réalisable par la méthode d'écoulement de puissance découplée rapide,
- 3) Résoudre l'équation (2-17) pour  $[\lambda]$ :

$$[\lambda] = -\left( \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \right)^{-1} \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2-23)$$

- 4) Insérer  $[\lambda]$  de (2-23) dans (2-18) et calculer le gradient réduit:

$$[\nabla f] = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] + \left[ \frac{\partial g}{\partial u} \right]^t [\lambda] \quad (2-24)$$

- 5) Si  $[\nabla f]$  est suffisamment petit, le minimum est atteint, stop.



6) Sinon, trouver un nouveau ensemble de variables de contrôle:

$$[U^{new}] = [U^{old}] + [\Delta U] \quad \text{avec} \quad [\Delta U] = -\mu [\nabla f] \quad (2-25)$$

où  $\mu$  est un scalaire à définir. Retourner à l'étape 2.

#### II.4.4 Contraintes inégalités sur les paramètres de contrôle

Nous avons supposé précédemment que les variables de contrôle  $[U]$  peuvent prendre n'importe quelle valeur. A présent, les valeurs permises sont limitées par:

$$[U^m] \leq [U] \leq [U^M] \quad (2-26)$$

Ces contraintes d'inégalités sur les paramètres de contrôle peuvent être manipulées en assurant que les ajustements de l'algorithme dans (2-27) n'envoie aucun paramètre au-delà de ses limites permises. Si la correction  $\Delta u_i$  de (2-25) cause un dépassement de  $u_i$  sur l'une de ses limites,  $u_i$  prendra la limite correspondante:

$$u_i^{new} = \begin{cases} u_i^{\max} & \text{si } u_i^{old} + \Delta u_i > u_i^M \\ u_i^{\min} & \text{si } u_i^{old} + \Delta u_i < u_i^m \\ u_i^{old} + \Delta u_i & \text{autrement} \end{cases} \quad (2-27)$$

Même lorsqu'un paramètre de contrôle atteint sa limite, sa composante dans le vecteur gradient réduit doit être calculée dans les prochaines itérations car il se pourrait éventuellement qu'il perd sa limite.

Au point optimal, les composantes  $(\partial f / \partial u_i)$  de  $[\nabla f]$  s'écrivent:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial u_i} &= 0 \quad , \quad \text{si } u_i^m < u_i < u_i^M \\ \frac{\partial f}{\partial u_i} &\leq 0 \quad , \quad \text{si } u_i = u_i^M \\ \frac{\partial f}{\partial u_i} &\geq 0 \quad , \quad \text{si } u_i = u_i^m \end{aligned} \quad (2-28)$$

Le théorème de Kuhn-Tucker stipule que les conditions (2-28) sont nécessaires pour avoir un minimum, à condition que les fonctions impliquées soient convexes [19] (annexe B).

A l'optimum les multiplicateurs de Lagrange ont une grande signification puisqu'ils mesurent la sensibilité de la fonction objective par rapport aux contraintes égalités (dans notre cas par rapport à la puissance réactive générée) et fournissent ainsi une base rationnelle de tarification. De même les composantes non nulles des paramètres de contrôle du gradient réduit mesurent à leurs limites la sensibilité de la fonction objective par rapport aux limites  $u_i^M$  ou  $u_i^m$  et par conséquent, ils montrent le coût à payer en imposant les limites ou les profits obtenus en les relâchant.

#### II.4.5 Contraintes d'inégalités fonctionnelles [19]

Outre les contraintes inégalités sur les paramètres de contrôle  $[U]$ , il est également possible d'avoir des contraintes inégalités fonctionnelles:

$$h(x, u) \leq 0 \quad (2-29)$$

Les limites supérieures et inférieures des variables dépendantes  $[X]$  sont les contraintes fonctionnelles les plus fréquentes:

$$[X^m] \leq [X] \leq [X^M] \quad (2-30)$$

Les contraintes fonctionnelles sont difficiles à manipuler; la méthode peut devenir très lente ou même impossible. Evidemment une nouvelle direction, différente de celle du gradient réduit, doit être trouvée lorsqu'on confronte une contrainte fonctionnelle. Différentes méthodes ont été utilisées pour résoudre ce problème. Certains auteurs ont proposé la linéarisation du problème en rencontrant une telle limitation et utilisent ainsi les techniques de programmation linéaire pour trouver une nouvelle direction réalisable. Une autre possibilité est de transformer la formulation du problème de telle manière que les contraintes fonctionnelles deviennent des contraintes paramétriques. Ces deux méthodes ont besoin de la matrice de sensibilité  $[S]$  déjà définie. L'approche la plus utilisée est la méthode de pénalité dans laquelle la fonction objective est augmentée par les pénalités des violations sur les contraintes fonctionnelles. Ceci force la solution à rester à proximité de la contrainte. La méthode de pénalité est choisie pour trois raisons:

- 1) Les contraintes fonctionnelles ne sont pas des limites rigides dans le sens mathématique strict. Elles sont souvent plus souples.

- 2) La méthode de pénalité n'ajoute pas grande chose pour l'algorithme, mais cela revient simplement à ajouter des termes à  $[\partial f / \partial x]$  (et aussi à  $[\partial f / \partial u]$  si la contrainte fonctionnelle est une fonction de  $[U]$ ).
- 3) Elle produit des solutions réalisables d'écoulement de puissance.

Avec cette méthode, la fonction objective  $f$  doit être remplacée par:

$$F(x, u) = f(x, u) + \sum \omega_j \quad (2-31)$$

où le facteur de pénalités  $\omega_j$  est introduit pour chaque violation de contrainte fonctionnelle. Les fonctions de pénalités utilisées sont les suivantes:

$$\omega_j = \begin{cases} S_j (x_j - x_j^M)^2 & \text{si } x_j > x_j^M \\ S_j (x_j^m - x_j)^2 & \text{si } x_j < x_j^m \end{cases} \quad (2-32)$$

La figure 2.3 ( $S_j$  est un scalaire) montre la fonction de pénalité qui remplace la limite rigide par une limite souple:

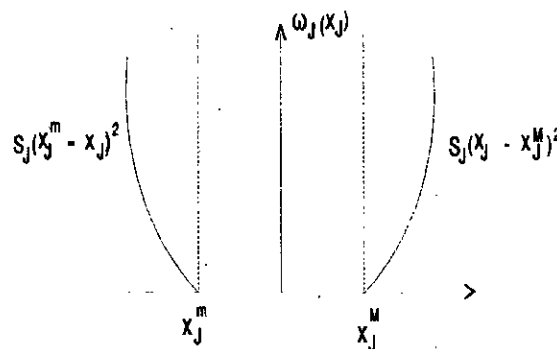


Figure 2.3 : Fonction de pénalités

La méthode efficace pour le choix de  $S_j$  est de commencer par une petite valeur et l'augmenter lors du processus d'optimisation si la solution dépasse une certaine tolérance sur la limite.

## II.4.6 Ajustement du gradient réduit

Dans l'algorithme de la section II.4.3, la partie critique réside dans l'étape 6). L'équation (2-25) dépend surtout du choix judicieux du scalaire  $\mu$ . Une très petite valeur de  $\mu$  assure la convergence mais nécessite un grand nombre d'itérations. Une valeur peu grande de  $\mu$  cause des oscillations autour du minimum. Pour contourner ce problème une méthode mixte a été utilisée. Une recherche unidimensionnelle pour un choix optimal de la constante à chaque itération a été adopté. Cependant, si un élément du gradient réduit change de signe de l'itération (h-1) à l'itération (h) alors le paramètre de contrôle respectif reste inchangé dans cette itération; si autrement:

$$\Delta u_i = - \left( \frac{\partial^2 f}{\partial u_i^2} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial u_i} \right) \text{ en supposant que } \frac{\partial^2 f}{\partial u_i^2} > 0$$

avec:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u_i^2} \approx \frac{\text{variation dans } (\partial f / \partial u_i)}{\text{variation dans } u_i} \quad (2-33)$$

$$= \frac{(\partial f / \partial u_i)^{(h-1)} - (\partial f / \partial u_i)^{(h)}}{u_i^{(h-1)} - u_i^{(h)}}$$

Cette modification a pour but de diminuer le nombre d'itérations et éviter toute oscillation.

La méthode de recherche unidimensionnelle la plus efficace est celle du Nombre d'or (Golden section method) qui est une variante de la méthode de Fibonacci [18]. Mathématiquement, la recherche, pour la h<sup>ième</sup> itération, est formulée comme suit :

$$\text{Minimiser } F(x^{(h-1)}) - S\mu \nabla F, u^{(h-1)} - \mu \nabla F \quad (2-34)$$

avec:  $S$  : matrice de sensibilité,

$\nabla F$  : vecteur gradient réduit,

$\mu$  : scalaire à définir.

Pour que tous les éléments du vecteur gradient réduit contribuent à la minimisation de la fonction objective, on a recours à la normalisation de ces éléments ce qui laisse leur module entre 0 et 1. La formule utilisée est la suivante :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial u_i} \right) = \frac{(\partial f / \partial u_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\partial f / \partial u_i)^2}} \quad i=1, \dots, n \quad (2-35)$$

## II.5 Critères de convergence pour l'optimisation Q/V

Deux critères de convergence ont été considérés en parallèle durant le processus d'optimisation:

- a) La différence maximale entre les modules des tensions obtenues à partir du sous-problème d'optimisation Q/V et de l'écoulement de puissance précédent doit être inférieure à une tolérance en p.u:

$$\begin{aligned} |\Delta V_{\max}| &\leq \epsilon_1 \\ \text{ou } \Delta V_{\max} &= \max(\Delta V_i) \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (2-36)$$

- b) La différence maximale entre les valeurs de la fonction objective de deux sous-problèmes d'optimisation consécutifs doit être inférieure à une tolérance spécifiée:

$$|F^{(h)} - F^{(h-1)}| \leq \epsilon_2 \quad (2-37)$$

où h est l'index d'itération.

L'organigramme établi pour la résolution du sous-problème de fonctionnement est présenté par la figure 2.4.

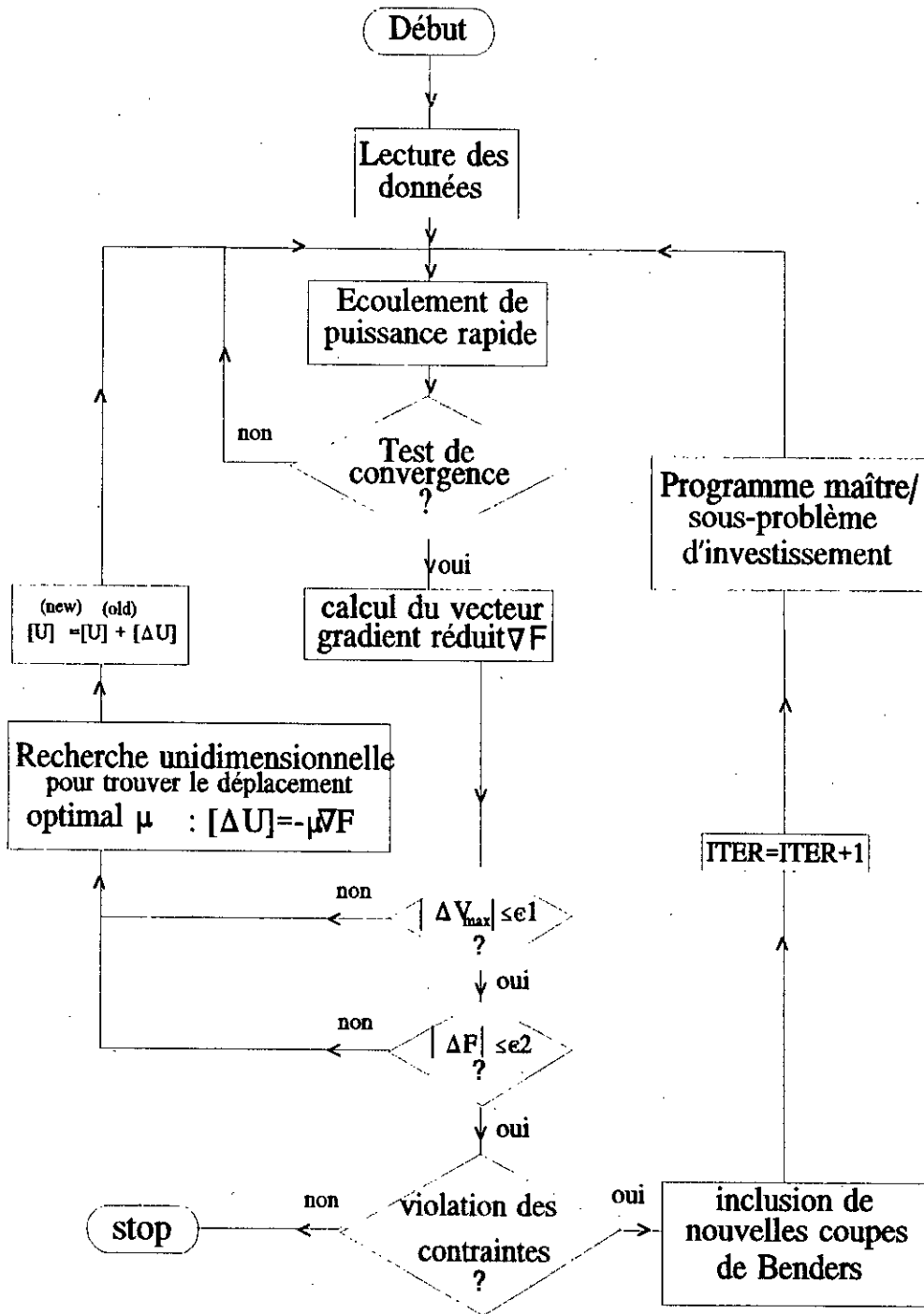


Figure 2.4: Organigramme du sous-problème de fonctionnement

## II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthodologie utilisée pour résoudre le sous-problème de fonctionnement. Après la résolution des équations complètes du réseau en utilisant un écoulement de puissance découplé rapide, une optimisation  $Q/V$  découplée avec les contraintes linéaires est utilisée. Lors du processus d'optimisation, on suppose que les variables  $P-\theta$  sont des constantes et les équations non linéaires reliant  $Q/V$  sont linéarisées. Pour résoudre l'optimisation  $Q/V$ , on a fait appel à une méthode de la famille des directions réalisables: méthode de Gradient Réduit qui s'applique de manière facile à notre problème. L'outil mathématique pour la résolution du sous-problème de fonctionnement étant donné, on peut passer maintenant au sous-problème d'investissement (programme maître), ce qui fait l'objet du chapitre III.

# CHAPITRE III

## SOUS-PROBLEME D'INVESTISSEMENT

### III.1 Introduction

La formulation du sous-problème d'investissement comme vue précédemment dans le premier chapitre nous permet de constater que la fonction objective et les contraintes sont linéaires. Pour résoudre un tel problème, des méthodes de programmation linéaire sont utilisées. Ainsi, si les variables de décision (variables d'expansion) peuvent varier de manière continue (modélisation continue), le problème de programmation linéaire est dans sa forme standard et la méthode du simplexe ou une de ses variantes peut être appliquée. Si les variables de décision ne peuvent prendre que des variables entières (modélisation discrète), une variante particulière, appelée Programmation entière-linéaire (Linear-Integer Programming) doit être utilisée.

### III.2 Modélisation continue

#### III.2.1 Méthode du simplexe [20]

Un problème est posé sous une forme de programmation linéaire si la fonction objective et les contraintes qui lui sont relatives sont toutes linéaires. Un tel problème, sous forme vectorielle, s'écrit:

$$\begin{aligned} \min f(X) &= C^T X \\ \text{Sujet à:} & \\ & AX = B \\ & X \geq 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$



- où
- C** : vecteur coût  $(C_1, C_2, \dots, C_n)^T$ ,
  - A** : matrice des contraintes,
  - B** : vecteur de dimension  $(m \times 1)$ ,
  - X** : vecteur des variables de décision ou légitimes.

Dans notre cas, le vecteur des variables légitimes **X** représente le vecteur des variables d'expansion  $w = (q_{ei}, q_{ri})$  pour l'ensemble des noeuds candidats et la variable  $V_0$  représentant les irréalibilités qui ne sont pas fixées par cette expansion. Quant au vecteur **C**, il est constitué des coûts unitaires  $S_c$  et  $S_r$  respectifs aux sources capacitives et inductives pour les variables d'expansion et du facteur de pondération  $\rho$  pour  $V_0$ . Les contraintes inégalités ne sont autres que les coupes de Benders obtenues à partir des différents sous-problèmes de fonctionnement précédents. Alors, le sous-problème d'investissement se présente sous la forme de programmation linéaire non standard suivante:

$$\begin{aligned} & \min f(X) = C^T X \\ \text{sujet à:} & \begin{cases} A'X \leq B' \\ A''X \geq B'' \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2)$$

- où
- A', A''** : matrices des contraintes,
  - B', B''** : vecteurs positifs de dimension  $(m \times 1)$ ,

Le problème est mis d'abord sous forme standard c'est-à-dire que toutes les contraintes inégalités sont transformées en contraintes égalités en introduisant des variables d'équilibre positives  $X_e$  dont le coefficient au niveau de la fonction objective est nul, par exemple:

$$\begin{aligned} A'X \leq B' & \Leftrightarrow A'X + X_e = B' \\ & \Leftrightarrow (A' + I) \begin{bmatrix} X \\ X_e \end{bmatrix} = B' \\ & \Leftrightarrow A_0 X_0 = B' \end{aligned}$$

où **I** matrice identité,  $A_0 = A' + I$  et  $X_0 = \begin{bmatrix} X \\ X_e \end{bmatrix}$

On dit que la matrice  $\mathbf{B}_0$  est une base du problème de programmation linéaire si elle est extraite de la matrice augmentée  $\mathbf{A}_0$  et est réalisable si elle est inversible (cette matrice étant carrée). On peut séparer ainsi  $\mathbf{A}_0$  en une matrice de base  $\mathbf{B}_0$  et une matrice  $\mathbf{N}$  appelée matrice hors base tel que  $\mathbf{A}_0 = [\mathbf{B}_0, \mathbf{N}]$ . De plus, on partitionne les coefficients coûts  $\mathbf{C}_1$  et les variables d'état  $\mathbf{X}_0$  qui englobent les variables légitimes et d'équilibre, en variables de base et d'écart.

En supposant qu'on dispose d'une base réalisable  $\mathbf{B}_0$ , le résumé de la méthode primale du simplexe pour un problème de minimisation est présenté à travers l'algorithme suivant :

- 1- Résoudre le système  $\mathbf{B}\mathbf{X}_B = \mathbf{b}$  (avec l'unique solution  $\mathbf{X}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} = \mathbf{b}^*$ ). Posons  $\mathbf{X}_B = \mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{X}_N = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{Z} = \mathbf{C}_B \mathbf{X}_B$ .
- 2- Résoudre le système  $\mathbf{w} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{C}_B$  (avec l'unique solution  $\mathbf{w} = \mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1}$ ). Calculer  $\mathbf{Z}_j - \mathbf{C}_j = \mathbf{w} \cdot \mathbf{a}_j - \mathbf{C}_j$  pour toutes les variables d'écart, soit

$$\mathbf{Z}_K - \mathbf{C}_K = \underset{j \in R}{\text{Maximum}} (\mathbf{Z}_j - \mathbf{C}_j) \quad (3-3)$$

où  $\mathbf{R}$  est l'ensemble actuel des indices associés aux variables d'écart.

Si  $\mathbf{Z}_K - \mathbf{C}_K \leq 0$ , alors stop: l'optimum est atteint. Autrement aller à l'étape 3.

- 3- Résoudre le système  $\mathbf{B}\mathbf{Y}_k = \mathbf{a}_k$  (avec l'unique solution  $\mathbf{Y}_k = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_k$ ). Si  $\mathbf{Y}_k \leq 0$  alors stop: optimum non borné.  
Si  $\mathbf{Y}_k > 0$ , aller à l'étape 4.
- 4- A ce niveau, la variable  $\mathbf{X}_k$  entre dans la base tandis que la variable  $\mathbf{X}_{B_r}$  devient une variable d'écart, où l'indice  $r$  est déterminé par le test suivant:

$$\frac{b_r^*}{y_{rk}} = \underset{1 \leq i \leq m}{\text{Minimum}} \left\{ \frac{b_i^*}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} \quad (3-4)$$

Calculer la nouvelle base où  $\mathbf{a}_k$  remplace  $\mathbf{a}_{B_r}$ , ce qui donne un nouveau ensemble  $\mathbf{R}$  des index. Aller à l'étape 1.

Géométriquement, la procédure s'interprète comme un déplacement d'un point extrême vers un autre point extrême adjacent le long de la frontière du domaine X (ensemble des solutions réalisables du problème), voir figure 3.1.

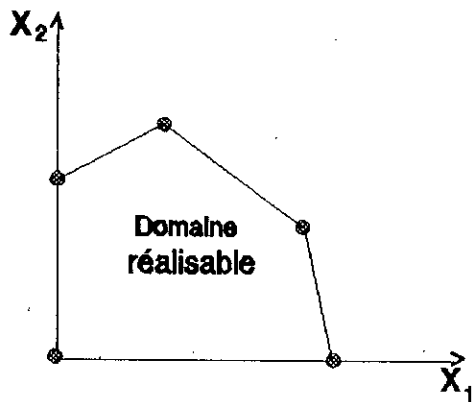


Figure 3.1 : Interprétation géométrique des points extrêmes

Il faut toutefois remarquer que lorsque la variable  $X_k$  est nulle, la fonction objective ne varie pas après le changement de base. Cette situation est appelée dégénérescence, qui fait que le problème devient cyclique sans jamais atteindre de solution. Cependant, des règles convenables dans la sélection de la variable qui doit quitter la base existent et sont appliquées dans ce cas, pour éliminer ce risque même peu rencontré.

Pour systématiser les calculs, l'algorithme de la méthode du simplexe primal est présenté sous forme de tableau.

Soit à minimiser la fonction linéaire  $f(X)$  tel que le problème est mis sous forme standard:

$$\begin{aligned} \min Z &= f(X) = C^T X \\ \text{soit à} & \\ & AX = B \\ \text{avec } X &= [X_B, X_N] ; A = [I, Y] \end{aligned} \tag{3-5}$$

Le tableau du simplexe est le suivant:

	Z	$X_{B1}$	$X_{Br}$	$X_{Bm}$	$X_j$	$X_k$	RHS
Z	1	0 ... 0 ... 0			... $Z_j - C_j$ ...	$Z_k - C_k$ ...	$C_b b^*$
$X_{B1}$	0	1 ... 0 ... 0			... $Y_{1j}$ ...	$Y_{1k}$ ...	$b_1^*$
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$X_{Br}$	0	0 ... 1 ... 0			... $Y_{rj}$ ...	$(Y_{rk})$ ...	$b_r^*$
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$X_{Bm}$	0	0 ... 0 ... 1			... $Y_{mj}$ ...	$Y_{mk}$ ...	$b_m^*$

Si l'on décide de rendre la variable d'écart  $X_k$  en une variable de base dans la  $r^{\text{ième}}$  équation alors pour passer à l'itération suivante on doit réorganiser le tableau du simplexe en trois étapes fondamentales de pivotement par rapport à  $Y_{rk}$ :

-Etape 1 On divise la ligne  $r$  par  $Y_{rk}$ .

-Etape 2 Pour  $i=1, \dots, m$  ( $i$  différent de  $r$ ), on ajoute au tableau la valeur  $(-Y_{ik})$  multipliée par la  $r^{\text{ième}}$  ligne tel que par exemple l'élément  $Y_{1j}$  devienne  $Y_{1j} - Y_{1k} \cdot Y_{rj} / Y_{rk}$ .

-Etape 3 Former la ligne 0 (la première ligne dans le tableau) comme l'étape précédente mais en ajoutant  $Z_k - C_k$  multiplié par la ligne  $r$  tel que  $Z_j - C_j$  devienne  $(Z_j - C_j) - (Z_k - C_k) \cdot Y_{rj} / Y_{rk}$ .

Le tableau suivant résume les trois étapes précédentes:

	Z	$X_{B1}$	$X_{Br}$	$X_{Bm}$	$X_j$	RHS
Z	1	$0 \dots (C_k - Z_k) / Y_{rk} \dots 0$			$(Z_j - C_j) - (Z_k - C_k) \cdot Y_{rj} / Y_{rk}$	$C_b \cdot b^* - (Z_k - C_k) \cdot b_r^* / Y_{rk}$
$X_{B1}$	0	$1 \dots -Y_{1k} / Y_{rk} \dots 0$			$Y_{1j} - Y_{1k} \cdot Y_{rj} / Y_{rk}$	$b_1^* - b_r^* \cdot (Y_{1k} / Y_{rk})$
.	.	.			.	.
.	.	.			.	.
.	.	.			.	.
$X_{Br}$	0	$0 \dots 1 / Y_{rk} \dots 0$			$Y_{rj} / Y_{rk}$	$b_r^* / Y_{rk}$
.	.	.			.	.
.	.	.			.	.
$X_{Bm}$	0	$0 \dots -Y_{mk} / Y_{rk} \dots 1$			$Y_{mj} - Y_{mk} \cdot Y_{rj} / Y_{rk}$	$b_m^* - b_r^* \cdot (Y_{mk} / Y_{rk})$

La question qui se pose est comment sélectionner respectivement la variable  $X_k$  qui doit quitter la base et  $X_{Br}$  qui doit entrer.

L'indice  $k$  de la variable qui doit quitter la base est trouvé en déterminant la valeur la plus petite (ou la plus négative) parmi les coefficients de coût réduit  $C_j - Z_j$  du tableau simplexe:

$$Z_k - C_k = \text{Max}(Z_j - C_j) = \text{Min}(C_j - Z_j) \quad (3-6)$$

Quant à la variable d'indice  $r$  (c'est-à-dire  $X_{Br}$ ) qui doit remplacer  $X_k$  dans la base, la procédure suivante est adoptée tout en évitant le risque de dégénérescence:

- l'ensemble  $I_0$  suivant est formé:

$$I_0 = \{r : b_r^*/Y_{rk} = \underset{1 \leq i \leq m}{\text{minimum}} \{ b_i^*/Y_{ik} : Y_{ik} > 0 \} \} \quad (3-7)$$

Si  $I_0$  contient un seul élément, soit  $I_0 = \{r\}$ , alors  $X_{Br}$  quittera la base;

- sinon former l'ensemble  $I_1$  suivant:

$$I_1 = \{r : Y_{r1}/Y_{rk} = \underset{i \in I_0}{\text{minimum}} \{ Y_{i1}/Y_{ik} : \text{pour } i \in I_0 \} \} \quad (3-8)$$

Si  $I_1$  contient un seul élément, soit  $I_1 = \{r\}$ , alors  $X_{Br}$  quittera la base;

- sinon former  $I_2, I_3, \dots$  et ainsi de suite. En général, cela revient à former l'ensemble  $I_j$ :

$$I_j = \{r : Y_{rj}/Y_{rk} = \underset{i \in I_{j-1}}{\text{minimum}} \{ Y_{ij}/Y_{ik} : \text{pour } i \in I_{j-1} \} \} \quad (3-9)$$

Finalement, pour certain  $j \leq m$ ,  $I_j$  contiendra un seul élément, c'est à dire  $I_j = \{r\}$ , alors  $X_{Br}$  est la variable qui doit quitter la base.

Pour appliquer cette règle, on suppose que le tableau simplexe est organisé tel que les  $m$  premières colonnes forment une matrice identité. Il faut signaler que les variables dans la méthode du simplexe sont toutes positives ou nulles (condition de réalisabilité).

### III.2.2 Recherche de la solution de base réalisable initiale [20]

Lorsque les contraintes sont de la forme  $AX \leq B$ , alors le point initial le plus évident est  $X=0$  (vecteur nul). Mais lorsque cette forme n'est pas présente on doit inclure des variables supplémentaires appelées variables d'équilibre pour rendre les contraintes sous forme standard. Soit l'ensemble des contraintes:

$$\begin{cases} AX \geq B & (1) \\ A'X \leq B' & (2) \end{cases} \quad (3-10)$$

avec  $B$  et  $B'$  des vecteurs positifs.

Cependant, un vecteur nul ne vérifie que les contraintes (2) de (3-10); quant aux contraintes (1) de (3-10), elles sont remplacées par l'ensemble des contraintes standard suivantes:

$$AX - X_e + X_a = B \quad (3-11)$$

où  $X_e$  et  $X_a$  sont respectivement les variables d'équilibre et artificielles.

Pour chercher une solution initiale vérifiant toutes les contraintes, il suffit de chercher la solution d'un problème linéaire dont la fonction objective est la somme des variables artificielles sous toutes les contraintes (1) et (2) de (3-10):

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum X_a \\ \text{sujet à : } &\begin{cases} AX - X_e + X_a = B \\ A'X + X_{e'} = B' \end{cases} \end{aligned} \quad (3-12)$$

A l'aide du tableau du simplexe, on peut facilement trouver la solution de ce problème qui sera aussi la solution de base réalisable initiale si la valeur de  $Z$  n'est pas nulle à l'optimum. Si la valeur de  $Z$  n'est pas nulle, on peut confirmer que le domaine délimité par les contraintes est vide ou non réalisable. En outre, si on veut chercher la solution de n'importe quelle fonction objective respectant ces contraintes, il suffit de remplacer à la fin de l'étape précédente les coûts réels dans le tableau du simplexe. Cette méthode est appelé méthode de simplexe à deux phases. La figure 3.2 représente l'organigramme logique de l'algorithme du simplexe.

### III.2.3 Méthode du simplexe avec variables bornées [20]

La particularité frappante dans notre problème, est que plusieurs contraintes sont des variables avec des bornes supérieures et inférieures et que dans la recherche de la direction de descente, toutes les variables sont également bornées (dans notre problème, ces contraintes représentent les limites sur les volumes des compensateurs à installer).

Aussi, il serait plutôt intéressant de présenter brièvement une méthode du simplexe qui s'adapte bien (en temps de calcul et en mémoire de stockage) au cas de variables bornées comme contraintes.

Supposons qu'on veut résoudre le problème suivant:

où  $I$  et  $U$  sont les bornes inférieures et supérieures des variables  $X_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) et  $A$  une matrice de dimension  $(m \times n)$ .

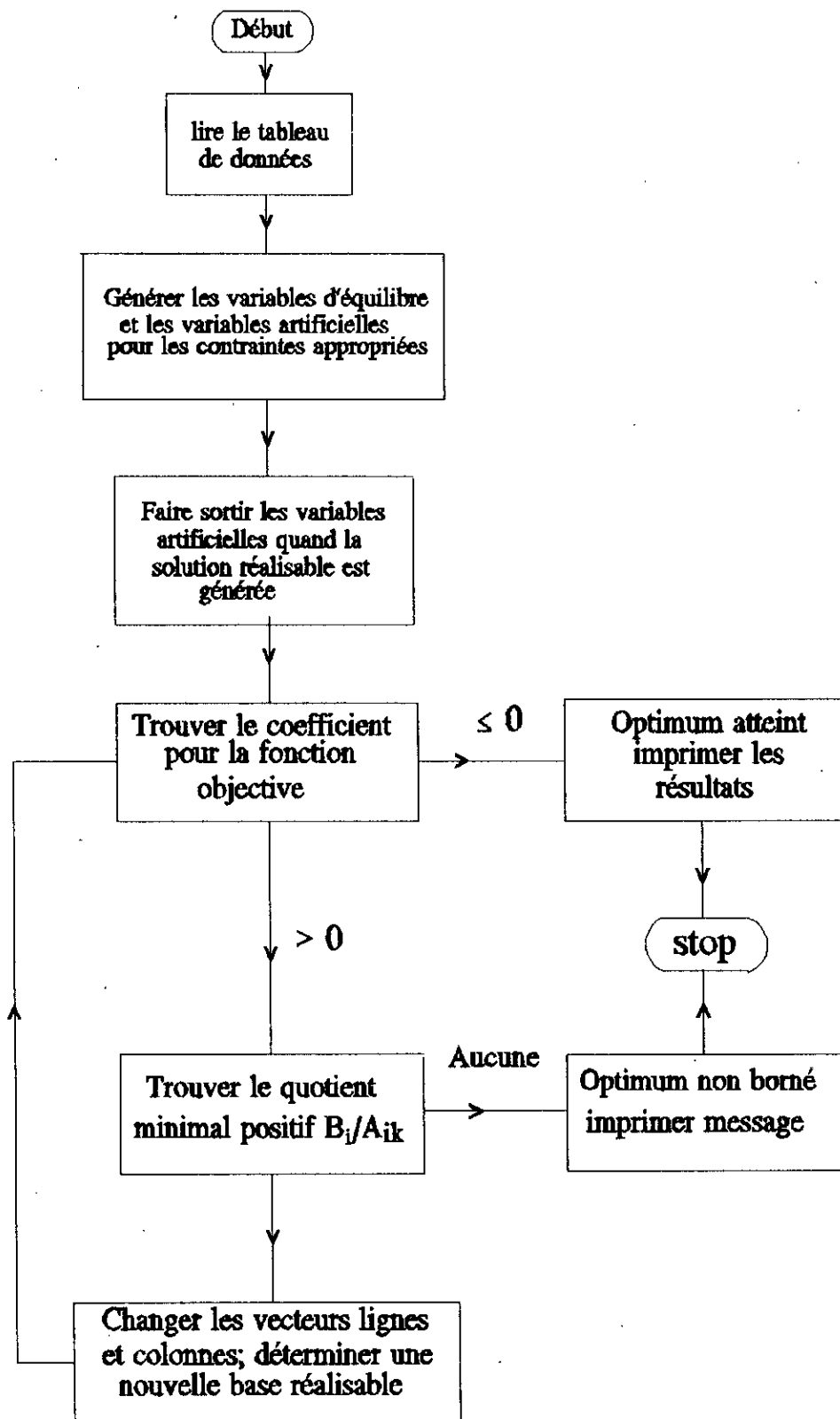


Figure 3.2: Organigramme logique de l'algorithme du simplexe



$$\begin{aligned} \min \quad & Z = C^T X \\ \text{sujet à:} \quad & \begin{cases} AX \leq B \\ I \leq X \leq U \end{cases} \end{aligned} \quad (3-13)$$

Si on opère par la méthode du tableau du simplexe, on doit transformer le problème sous forme standard:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = C^T X \\ \text{sujet à:} \quad & \begin{cases} AX + X_{e1} & = B \\ X - X_{e2} + X_a & = I \\ X + X_{e3} & = U \end{cases} \end{aligned} \quad (3-14)$$

où  $X_{e1}, X_{e2}, X_{e3}$  variables d'équilibre,  
 $X_a$  variables artificielles.

Le tableau nécessite ainsi une mémoire **MEM1** tel que:

$$\mathbf{MEM1} = (m + 2n + 1)(m + 6n + 1)$$

ce qui est considérable.

Pour remédier à ce problème, on a choisi la méthode du simplexe pour le cas des variables bornées. En fait, cette méthode n'implique pas les contraintes  $I \leq X \leq U$ , mais les traite comme de simples limites à ne pas violer. La mémoire devient:

$$\mathbf{MEM2} = (m + 1)(n + m + 1)$$

ce qui est nettement inférieur à **MEM1**.

Le principe général de cette méthode est qu'elle affecte les limites inférieures ou supérieures aux variables d'écart pour diminuer la fonction objective. Dans notre cas, la limite inférieure est nulle (les limites inférieures  $q_{cmin}$  et  $q_{rmin}$  des compensateurs à installer sont nulles pour tout les noeuds candidats).

L'algorithme de cette méthode se traduit comme suit:

Etape 0 Trouver une solution de base réalisable initiale. Soient  $X_B$  les variables de base,  $X_N$  les variables d'écart à leur limite supérieure. Calculer:

$$Z^* = C_B \cdot b + (C_N - C_B \cdot N) U_N$$

et

$$b^* = b - N \cdot U_N$$
(3-15)

Soit le tableau du simplexe initial suivant:

	Z	X <sub>B</sub>	X <sub>N</sub>	RHS
Z	1	0	C <sub>B</sub> N - C <sub>N</sub>	Z*
X <sub>B</sub>	0	I	N	b*

où I est la matrice identité et A=[N] matrice hors base.

Etape 1 Si  $Z_j - C_j \geq 0$  pour les variables d'écart à leurs limites supérieures, la solution actuelle est optimale. Sinon: si une de ces conditions est violée pour la k<sup>ème</sup> variable d'écart, aller à Etape 2.

Etape 2 La variable X<sub>k</sub> est diminuée de Δ<sub>k</sub>. La valeur de Δ<sub>k</sub> est donnée par l'équation (3-16), ν<sub>1</sub> et ν<sub>2</sub> sont données par les équations (3-17) et (3-18).

$$\Delta_k = \text{Minimum}(\nu_1, \nu_2, U_k) \tag{3-16}$$

$$\nu_1 = \begin{cases} \text{Minimum}_{1 \leq i \leq m} \{-b_i^*/Y_{ik}\} = -b_r^*/Y_{rk} & \text{si } Y_{ik} < 0 \\ \infty & \text{si } Y_{ik} \geq 0 \end{cases} \tag{3-17}$$

$$\nu_2 = \begin{cases} \text{Minimum}_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{U_{Bi} - b_i^*}{Y_{ik}} \right\} = \frac{U_{Bi} - b_r^*}{Y_{rk}} & \text{si } Y_{ik} > 0 \\ \infty & \text{si } Y_{ik} \leq 0 \end{cases} \tag{3-18}$$

- Si Δ<sub>k</sub> = ∞, stop: l'optimum est infinie, sinon le tableau est reconstitué de la manière suivante:

\* Si  $\Delta_k = U_k = \min(\nu_1, \nu_2, U_k)$  alors  $X_k$  reste une variable d'écart et les valeurs des variables de base sont changées par l'équation:

$$X_B = b^* + Y_k \Delta_k \quad (3-19)$$

où  $Y_k$  est la  $k^{\text{ième}}$  colonne de la matrice  $A$ .

\* Si  $\Delta_k$  est égale à  $\nu_1$  ou  $\nu_2$  alors  $X_k$  est la nouvelle variable de base et  $X_r$  devient une variable d'écart avec l'indice  $r$  donné par les équations (3-17) ou (3-18). Aller à Etape 1.

### III.3 Modélisation discrète

Lorsque les variables d'expansion ne prennent que des valeurs entières (en réalité, les compensateurs statiques sont constitués de bancs de condensateurs ou d'inductances ayant des volumes standards), notre deuxième niveau du programme devient un problème de programmation en nombres entiers.

#### III.3.1 Problème mixte linéaire-entier [21]

Considérons le programme linéaire suivant:

$$(PL) \begin{cases} \text{Minimiser } Z = C^T X \\ \text{sujet à :} \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3-20)$$

avec  $C$  vecteur de  $n$  éléments,  
 $b$  vecteur de  $m$  éléments et  
 $A$  matrice de dimension  $(m \times n)$ .

D'autre part, pour simplifier la présentation, nous ferons l'hypothèse que le polytope (annexe B):

$$\mathcal{P} = \{x / x \in \mathfrak{R}^n, Ax=b, x \geq 0\}$$

est borné et non vide.

Hormis certains cas particuliers, une solution optimale de programmation linéaire comporte généralement des composantes fractionnaires.

Supposons cependant que les variables  $X_j$  représentent physiquement des nombres d'objets indivisibles (dans notre cas des bancs de condensateurs ou d'inductances). On devra, dans ce cas, imposer aux variables des contraintes supplémentaires (dites contraintes d'intégrité) de type:  $x_j$  entier  $\forall j = 1, 2, \dots, n$

Le problème devient donc:

$$(PNE) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } Z = C^T X \\ \text{sujet à :} \\ AX = b \\ x \geq 0 ; x \text{ entier} \end{array} \right. \quad (3-21)$$

Un tel problème est appelé programme linéaire en nombres entiers (PNE). Le programme linéaire (PL) obtenu à partir de (PNE) en oubliant les contraintes d'intégrité est appelé programme linéaire continu associé au programme linéaire en nombres entiers (PNE).

Il se peut que les variables ne soient pas toutes astreintes à être entières, mais seulement certaines d'entre elles (dans notre cas, la variable  $V_0$  représentant les irréalibilités reste toujours une variable continue). On parle alors de programmation mixte linéaire-entière.

La première idée qui vient à l'esprit, lorsqu'on se trouve devant un tel problème, est d'utiliser une méthode d'arrondi, par exemple en remplaçant dans la solution optimale continue, chaque composante fractionnaire par l'entier le plus proche.

L'exemple suivant montre clairement l'insuffisance de telles méthodes et permet de mieux saisir la difficulté inhérente aux problèmes de programmation en nombres entiers.

Considérons le problème à deux variables et une seule contrainte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z = -10x_1 - 11x_2 \\ \text{avec : } 10x_1 + 12x_2 \leq 59 \\ x_1 \text{ et } x_2 \geq 0, \text{ entiers} \end{array} \right.$$

On peut représenter facilement l'ensemble des solutions continues d'une part, entières d'autre part, dans le plan (figure 3.3).

L'optimum continu est le point de coordonnées  $(x_1=5.9, x_2=0)$  pour lequel  $Z = -59$ . Une simple méthode d'arrondi conduirait à la solution  $(x_1=6, x_2=0)$  laquelle ne satisfait pas les contraintes.

En examinant les points à coordonnées entières à l'intérieur du polyèdre des solutions continues, on constate que l'optimum entier est le point de coordonnées  $(x_1=1, x_2=4)$  pour lequel  $Z = -54$ . On voit que ce point n'a rien à voir avec l'optimum continu, il en est même très éloigné.

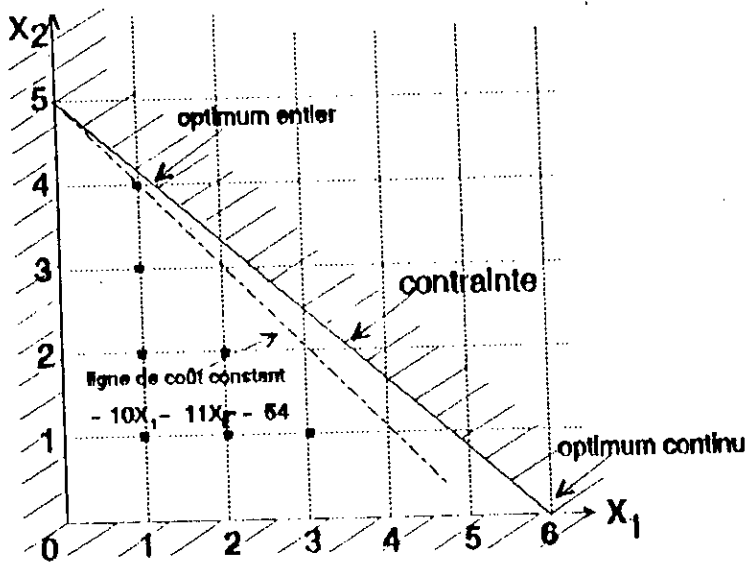


Figure 3.3: Exemple illustrant la différence entre la résolution d'un programme linéaire en "continu" et en "nombres entiers".

Pour résoudre un problème de programmation en nombres entiers, plusieurs méthodes peuvent être utilisées [21]:

- Les méthodes de recherche arborescente (ou d'énumération partielle).
- Les méthodes de coupes (ou de troncature).
- Les méthodes utilisant la programmation dynamique.
- La méthode " Branch and Bound Method".

La méthode que nous avons utilisée appartient à la dernière famille. L'algorithme de cette méthode sera décrit dans la prochaine section.

### III.3.2 Algorithme de résolution [22]

L'algorithme utilisé est basé sur la méthode de Land et Doig "Branch and Bound Method". Le programme utilise une variante de programmation linéaire pour trouver la solution continue initiale et évaluer à chaque tentative une valeur entière. Les valeurs des variables entières spécifiées sont, à chaque instant, testées par paire afin de déterminer la direction et la valeur.

L'algorithme se traduit par la procédure suivante:

- Etape 1 Le tableau est dans sa forme standard: le nombre initial de lignes est égal au nombre des contraintes plus un; le nombre initial de colonnes est égal au nombre de variables plus un. Lorsqu'une variable d'équilibre à contrainte nulle (zero constrained slack variable) devient une variable d'écart, elle sera éliminée du problème, entraînant la réduction du nombre de colonnes du tableau de un. Les variables d'équilibre à contrainte nulle proviennent de deux sources: des contraintes d'égalités du tableau initial; contrainte assimilant une variable entière de base à une valeur entière (voir Etape 4). Le nombre de lignes dans le tableau demeure constant.
- Etape 2 Appliquer la programmation linéaire sur le tableau initial. Essayer de voir si toutes les variables comportent des valeurs entières. Si c'est le cas, le problème est terminé; sinon, donner une tolérance initiale au problème. Affecter la valeur 1 pour l'index des variables entières contraintes.
- Etape 3 Choisir, dans le tableau actuel, parmi ces variables entières, la variable d'écart ayant le plus grand coefficient dans la fonction objective "Shadow-price". S'il n'existe aucune variable entière d'écart, aller à Etape 4. Sinon, conserver le tableau actuel et contraindre la variable choisie à zéro. Aller à Etape 6.
- Etape 4 Sauvegarder le tableau actuel. Considérer toutes les variables de base entières  $X_i$  du tableau actuel (Il y en a au moins une). Pour chacune des  $X_i$ , déterminer la différence absolue entre l'augmentation de la fonction objective associée

avec le pas du pivot (pivot step) lorsque  $X_i$  est contrainte à  $[X_i^f]$  et lorsque  $X_i$  est contrainte à  $[X_i^f]+1$ . Choisir comme variable entière  $X_i$  sous contrainte, celle pour laquelle cette différence est maximale et la contraindre à la valeur produisant la plus petite augmentation. La contrainte actuelle est satisfaite en ajoutant la valeur entière à la colonne constante de la ligne correspondante à la variable, et ensuite en s'assurant que la ligne correspond à une variable d'équilibre à contrainte nulle. Exécuter le programme linéaire. Si la fonction objective demeure à l'intérieur de la tolérance aller à Etape 6; autrement aller à Etape 5.

Etape 5 Si la variable entière actuelle est contrainte à  $[X_i^f]$ , la contraindre à des valeurs  $[X_i^f]-k$  ( $k=1, \dots$ ) à l'intérieur de ses limites n'a pas besoin d'être considéré. Réciproquement, si  $X_i$  est mise à la valeur  $[X_i^f]+1$ . Il n'est pas nécessaire de considérer la valeur  $[X_i^f]+1+k$ . Aller à Etape 9.

Etape 6 Tester l'index de la variable contrainte. S'il est égal au nombre  $N_1$  des variables entières dans le problème, aller à Etape 9. Autrement, l'incrémenter de 1 et retourner à Etape 3.

Etape 7 Décrémenter l'index de la variable contrainte de 1 et le tester.

Etape 8 S'il est nul aller à Etape 11, sinon aller à Etape 9.

Etape 9 Déterminer pour la variable entière correspondante à la valeur de l'index si son intervalle est dépassé (explicitement ou implicitement) soit d'une ou des deux bornes à la fois. S'il est dépassée des deux bornes retourner à Etape 7. Si le dépassement se fait d'une seule borne, la contraindre à une valeur entière, proche de sa valeur actuelle dans la direction convenable. S'il n'y a pas dépassement, déterminer dans quelle direction il faut aller en utilisant la méthode employée dans Etape 4, et agir comme seul cette borne est ouverte. Exécuter le programme linéaire. Si la fonction objective demeure dans son intervalle retourner à Etape 6. Sinon noter que la limite de la variable actuelle est dépassée dans la direction où sa valeur actuelle découle de sa valeur d'origine (voir Etape 5). Aller à Etape 9.

Etape 10 Une meilleure solution réalisable mixte linéaire-entière est obtenue. Remplacer la tolérance par la valeur de la fonction objective. Retourner à Etape 8.

Etape 11

Pour la tolérance actuelle, tous les intervalles des variables sont dépassés. Si au moins une solution réalisable mixte linéaire-entière est obtenue, la dernière solution imprimée est une solution optimale du problème mixte linéaire-entière et le problème est terminé. Sinon, la tolérance est augmentée, la solution continue du tableau est restituée, l'index des variables entières contraintes est initialisé à 1. Retourner à Etape 3.



### **III.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons traité les méthodes de résolution utilisées pour résoudre le problème d'investissement. Nous avons appliqué une variante du simplexe quand les variables d'expansion peuvent varier d'une manière continue et de la programmation mixte linéaire-entière quand ces variables ne peuvent prendre que des valeurs entières (ce qui est la réalité). L'analyse algorithmique de la méthode du simplexe et de celle de programmation mixte linéaire-entière a été décrite en détail. Etant exposé le problème de planification de l'énergie réactive en régime normal de fonctionnement ainsi que les méthodes utilisées pour la résolution de ce problème, le prochain chapitre sera consacré au même problème lorsque le réseau électrique est sujet à un nombre d'incidents.

# CHAPITRE IV

## REGIME D'INCIDENTS

### IV.1 Introduction

L'un des buts essentiels de la planification de l'énergie réactive est d'assurer la viabilité et la continuité de fonctionnement du système d'énergie électrique dans l'état d'incidents [8].

Pour la considération de cet état de fait, il faut distinguer entre le système avant incident ce qui correspond à ce qu'on appelle "mode préventif" et le système après incident ce qui correspond au "mode correctif" [9,10,23].

Dans le premier cas, c'est à dire le mode préventif, on veut que le système reste fiable pour le point de fonctionnement nominal actuel, même après des incidents très sévères, grâce à des moyens de compensation appropriés. Il n'y a pas de réajustement d'énergie réactive immédiatement après l'apparition du défaut.

Dans le deuxième cas, c'est à dire le mode correctif, l'énergie réactive est réajustée pour essayer de faire revenir le système à un état de fonctionnement normal après que celui ci l'ait perdu suite à un incident. Le but du planificateur est donc de prévoir et installer des moyens de compensation d'énergie réactive aux meilleures localisations pour que des ajustements correctifs nécessaires et suffisants s'enclenchent au moment opportun pour un ensemble d'incidents.

On doit noter que dans la planification du système d'énergie électrique, les deux approches doivent être utilisées dépendamment de l'incident considéré. Quoiqu'une planification complète en mode préventif soit idéale, une telle solution n'existe que rarement et lorsqu'elle existe, elle est généralement très coûteuse.

En pratique, le système est mis en sécurité contre un ensemble d'incidents en mode préventif et contre certains autres en mode correctif.

En régime d'incident, que ce soit en mode correctif ou préventif, la fonction objective à minimiser dans le sous-problème de fonctionnement, représente uniquement la somme linéaire des irréalités puisque la minimisation des pertes dans ce cas est d'intérêt secondaire.

Avant de procéder à l'analyse algorithmique de chacun de ces modes, il faut définir le type d'incidents objets à de telles études. En fait, le nombre d'incidents peut être très grand et il deviendrait trop complexe et compliqué de les prendre tous en considération. En pratique, seuls quelques incidents importants sont considérés, parmi lesquels deux principaux présentés dans cette étude.

## IV.2 Incidents étudiés [17]

Les deux types d'incidents (ce sont les incidents majeurs) considérés sont:

- élimination d'une ligne ou d'un transformateur,
- élimination de la génération pour un noeud contrôlable.

### a) Élimination d'une ligne ou d'un transformateur

L'élimination de lignes ou de transformateurs est simulée par une adaptation des techniques d'inversion appliquées aux matrices modifiées  $[B']$  et  $[B'']$  relatives aux équations d'écoulement de puissance. Il est nécessaire d'omettre uniquement les éléments de transmission série contenus dans ces matrices. Les condensateurs shunts, susceptances et éléments shunt du schéma équivalent d'un régleur en charge peuvent rester inchangés dans  $[B'']$  sans affecter la convergence. Toute transformation doit bien sûr se refléter correctement dans le calcul de  $[\Delta P/V]$  et  $[\Delta Q/V]$ .

Dans le cas d'une coupure de ligne, deux vecteurs  $[X']$  et  $[X'']$  doivent être calculés en utilisant les matrices  $[B']$  et  $[B'']$  respectivement. Après chaque élimination de ligne, les matrices inverses  $[B']^{-1}$  et  $[B'']^{-1}$  sont déduites de ceux du régime normal.

Considérons les équations de l'écoulement de puissance:

$$\begin{aligned} [\Delta P/V] &= [B'] [\Delta \Theta] \\ [\Delta Q/V] &= [B''] [\Delta V] \end{aligned} \quad (4-1)$$

Chacune de ces équations peut s'écrire sous la forme:

$$[R] = [B_0] [E_0] \quad (4-2)$$

à partir duquel on dérive la solution:

$$[E_0] = [B_0]^{-1} [R] \quad (4-3)$$

Dans la plupart des cas, l'élimination d'une ligne ou d'un transformateur se reflète dans  $[B_0]$  par une modification de deux éléments dans la colonne  $k$  et deux éléments dans la colonne  $m$ . La nouvelle matrice s'écrit:

$$[B_1] = [B_0] + b[M]^t[M] \quad (4-4)$$

où  $b$  admittance série de la ligne ou du régulateur en charge,  
 $[M]$  vecteur ligne nul sauf pour  $M_k = a$ , et  $M_m = -1$ ,  
 $a$  rapport de transformation du régulateur en charge se référant au noeud correspondant à la ligne  $m$  pour un transformateur, ou  $1$  pour une ligne.

Dépendamment du type de noeuds connectés, seule une ligne,  $k$  ou  $m$ , peut être présentée dans  $[B']$  ou  $[B'']$  et dans laquelle seul  $M_k$  ou  $M_m$  est nul. Si les deux noeuds sont de type PV ou balancier, aucune modification n'est apportée à  $[B'']$ . On peut déduire que:

$$[B_1]^{-1} = [B_0]^{-1} - C[X][M][B_0]^{-1} \quad (4-5)$$

où

$$C = (1/b + [M][X])^{-1} \quad \text{et} \quad (4-6)$$

$$[X] = [B_0]^{-1} [M]^t$$

Le vecteur solution  $[E_1]$  de ce problème est obtenu par:

$$[E_1] = [B_1]^{-1} [R]. \quad (4-7)$$

D'après les équations (4-2), (4-6) et (4-7), nous avons:

$$[E_1] = [E_0] - C[X] [M] [E_0] \quad (4-8)$$

Par conséquent, la solution du régime de base est facilement corrigée.

### b) Elimination d'une génération

Pour ce deuxième type d'incident, on élimine la génération d'un noeud contrôlable c'est à dire que l'on pose:

$$\begin{aligned} P_G(i) &= 0 \\ Q_G(i) &= 0 \end{aligned}$$

Ce noeud devient donc un noeud de charge, et n'affecte pas la matrice  $[B']$ . Cependant, la matrice  $[B'']$  sera augmentée d'un degré dans son dimensionnement (ajout d'un noeud), c'est à dire une matrice de dimension  $(N_{PQ}+1)(N_{PQ}+1)$ .

## IV.3 Choix des noeuds candidats

Pour plusieurs raisons telles que des jugements techniques, le coût élevé d'investissement et de maintenance (dû à des facteurs climatiques), beaucoup de noeuds sont exclus de la liste de candidature. L'ensemble des noeuds candidats doit être donc relativement petit par rapport au nombre total des noeuds. Par exemple pour un réseau de 100 noeuds, l'ensemble des noeuds candidats ne dépasse pas 5 à 10 noeuds [1].

Le choix des noeuds candidats est une étape critique pour la convergence du programme global en régime normal ou en régime d'incidents de fonctionnement. Un mauvais choix des noeuds candidats peut ne pas donner du tout une solution comme il peut donner une solution non attractive et donc inacceptable en pratique.

Le critère que nous avons choisi pour la sélection des noeuds candidats se base sur les valeurs des coefficients de Lagrange (annexe C), obtenues à partir du sous-problème de fonctionnement, associées aux différents noeuds. En se donnant un nombre de noeuds candidats, en fonction de la taille du réseau, le programme détermine les différents noeuds candidats après avoir fait un classement dans l'ordre décroissant des modules des coefficients

de Lagrange. Ceci peut être justifié par le fait que les coefficients de Lagrange représentent la variation marginale ou incrémentale de la fonction objective à l'optimum par rapport aux contraintes égalités liées à l'énergie réactive. Dans un autre sens, ces coefficients indiquent à quel point les contraintes sont liées au point optimal.

Les valeurs de ces coefficients sont aussi normalisées pour la même raison que celle des éléments du vecteur gradient réduit.

Après avoir déterminé les variables d'expansion en déterminant les noeuds candidats à l'expansion et pour définir tous les paramètres du sous-problème d'investissement, il reste à discuter le choix du facteur de pondération. Cette discussion sera soulevée dans le paragraphe suivant.

#### **IV.4 Choix du facteur de pondération [1]**

Le facteur de pondération  $\rho$ , défini auparavant, est un facteur ayant pour rôle de convertir les irréalismes aux mêmes coûts unitaires en gardant la valeur des irréalismes petite. Il est juste de signaler que la valeur attribuée au scalaire  $\rho$ , facteur de pondération, est d'habitude un peu grande par rapport aux coûts unitaires des sources capacitatives et inductives. Dans une situation d'urgence, l'intérêt essentiel est de sauvegarder la viabilité du système, ce qui revient à réduire la somme de violation  $F(\mathbf{z})$  à zéro.

L'expansion de la disponibilité quantitative et qualitative en énergie réactive vise à prévoir suffisamment de sources d'énergie réactive pour maintenir l'intégrité du système d'énergie électrique. Ceci est achevé par le choix d'une grande valeur de  $\rho$ . Quand  $\rho$  augmente,  $F(\mathbf{z})$  tend à être petite à l'optimum. Remarquons qu'une très grande valeur de  $\rho$  aboutit à une conservation des moyens de compensation, et demeure donc très coûteuse. D'autre part, une petite valeur de  $\rho$  tend à aboutir à beaucoup de violations sur les tensions. Le choix approprié de  $\rho$  nécessite donc une certaine expérience des planificateurs.

Une fois que le type d'incidents à étudier a été défini ainsi que la manière de choisir les noeuds susceptibles d'être une localisation pour des moyens de compensation, il devient intéressant de voir comment chacun des modes préventif ou correctif est appliqué.

#### **IV.5 Mode préventif [23]**

En mode préventif, les valeurs des régleurs en charge doivent avoir les mêmes valeurs que celles en régime normal. Ceci est aussi valable pour l'amplitude de tension au niveau des

compensateurs statiques, des condensateurs synchrones et des générateurs, tant que leurs limites de génération en énergie réactive ne sont pas violées (pas de dépassement).

Dans ce cas, le régime normal et le régime d'incident ont la même configuration et les variables de fonctionnement ne sont pas indépendantes. Nous avons dans ce cas une structure à trois niveaux comme le montre la figure 4.1.

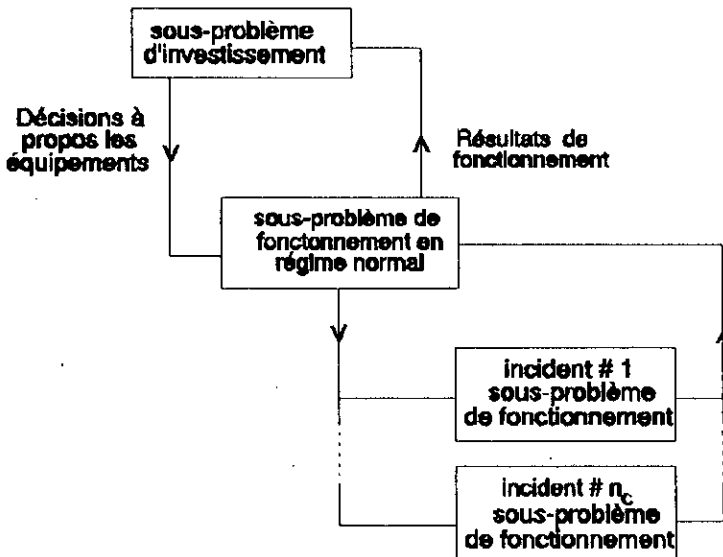


Figure 4.1: Structure à trois niveaux pour le mode préventif

Durant la procédure itérative, le sous-problème d'investissement calcule une nouvelle allocation des moyens de compensation (décision d'expansion) et l'envoie aux différents sous problèmes de fonctionnement.

Le sous-problème de fonctionnement en régime normal utilise les équipements existants ainsi que les nouveaux moyens de compensation pour trouver un point de fonctionnement réalisable (une solution qui satisfait les équations de l'écoulement de puissance et l'ensemble des contraintes de fonctionnement). Si un point de fonctionnement réalisable ne peut être trouvé, alors des variables d'écart sont introduites pour produire une solution. Remarquons que ceci est toujours possible si la source d'irréalabilité est un manque d'énergie réactive.

Le point de fonctionnement du régime normal est ensuite envoyé au sous-problème de fonctionnement en régime d'incidents pour vérifier la réalisabilité pour ces incidents. Pour chacune des configurations irréalisables, des informations sont transmises au sous-problème

de fonctionnement en régime normal pour trouver un point de fonctionnement qui réduira les irréalités.

Les résultats de fonctionnement obtenus à partir du régime normal et du régime d'incidents sont transmis sous la forme de coupes de Benders au sous-problème d'investissement ramenant des informations pour une meilleure localisation des moyens de compensation.

Le processus se termine lorsque toutes les irréalités peuvent être résolues en situation normale et en situation d'incidents et ceci pour la capacité de décision trouvée.

#### **IV.6 Mode correctif [23]**

En mode correctif, les valeurs des régleurs en charge et le module de tension au niveau des compensateurs statiques, des condensateurs synchrones et des générateurs peuvent être réajustés librement après l'apparition d'un incident quelconque. Dans ce cas, les variables de fonctionnement en régime d'incident sont indépendantes.

L'application du programme à deux niveaux pour le problème de planification d'énergie réactive en mode correctif est illustré par la figure 4.2.

Dans cette figure, le système intact (en régime normal de fonctionnement) est optimisé pour déterminer un bon point de fonctionnement (réalisable ou peut être optimal). Cette solution est utilisée comme point de départ pour résoudre le premier incident, c'est à dire pour déterminer le coût minimal d'expansion des moyens d'énergie réactive afin de garder la viabilité du système après l'apparition du premier incident. Ensuite, le programme est appliqué successivement pour tout le reste des incidents. La solution finale fournit un schéma d'expansion ayant suffisamment d'énergie réactive pouvant corriger toute violation du système en énergie réactive ou en tension après l'apparition de n'importe lequel des incidents précédents. Il est clair que la solution finale dépendra de l'ordre des incidents. Si l'ordre choisi est dans le sens de l'incident le plus sévère du point de vue énergie réactive à l'incident le moins sévère, alors on doit s'attendre à ce que la solution d'expansion pour le premier incident soit suffisante pour un nombre d'incidents moins sévères (pas nécessairement tous). D'autre part, si on commence par l'incident le moins sévère, on fournit un schéma d'expansion progressif qui permettra au planificateur l'analyse du coût additionnel de chacun des incidents considérés.



On remarque que le mode préventif est plus conservatif que le mode correctif c'est à dire que la solution en mode préventif a besoin de plus de sources d'énergie réactive que celui du mode correctif. Remarquons aussi que le choix des noeuds candidats en mode préventif se fait une seule fois pour toute. Quand au mode correctif, le choix se fait autant de fois que le nombre d'incidents considérés entraîne une irréalisabilité.

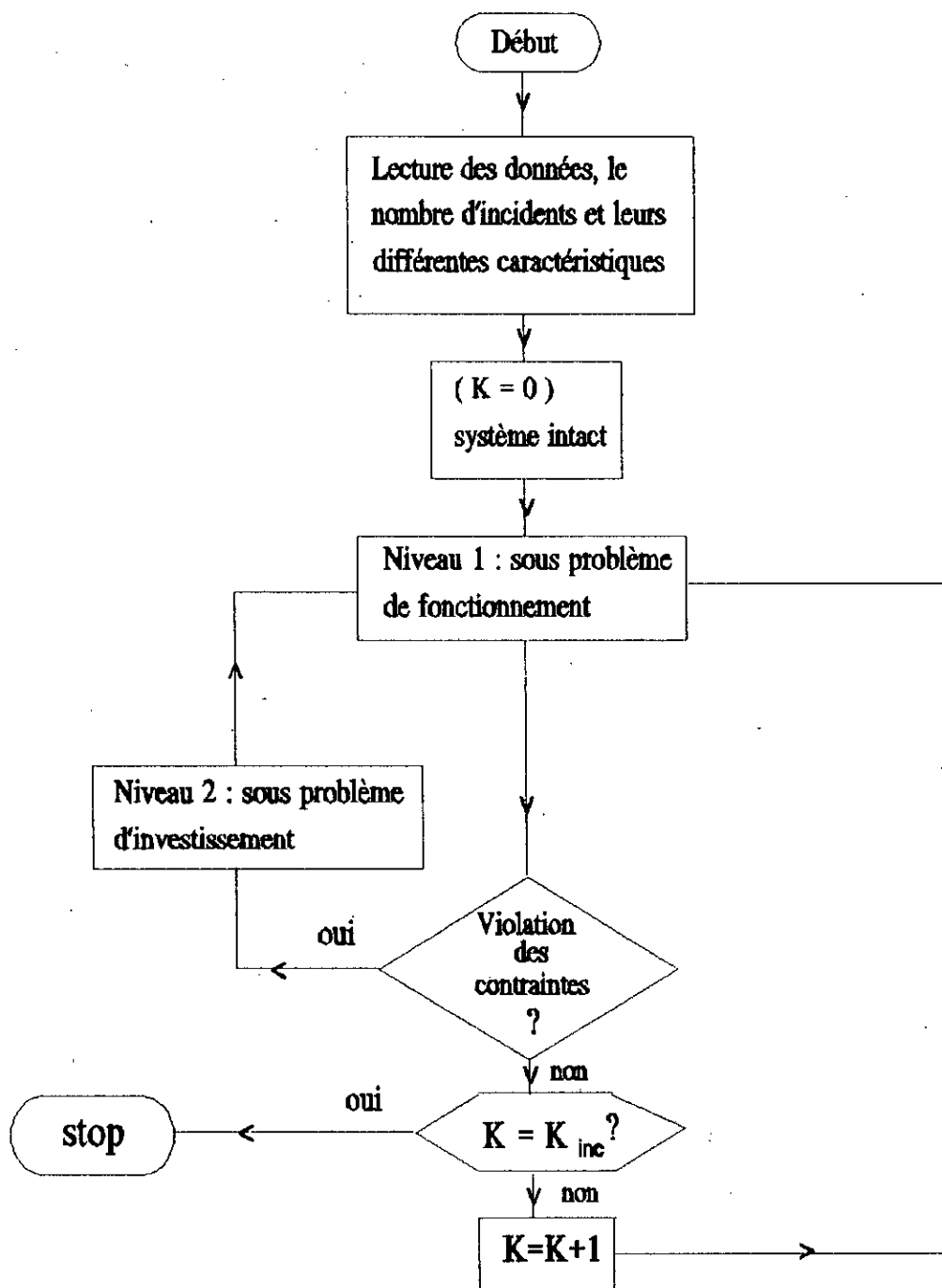


Figure 4.2: Algorithme à deux niveaux pour la planification en mode correctif

## IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le problème d'expansion d'énergie réactive lorsque le système est en régime d'incidents ainsi que le type d'incidents étudiés. Un critère, se basant sur les valeurs des coefficients de Lagrange, pour la sélection de l'ensemble des noeuds candidats a été décrit. Les difficultés rencontrées pour un meilleur choix du facteur de pondération ont été discutées. L'analyse algorithmique de chacun des modes préventif et correctif de réajustement des moyens de compensation a été présentée en détail.

Jusqu'à ici, nous avons analysé le problème de la planification de l'énergie réactive dans un réseau électrique en régime normal et en régime d'incidents et présenté les outils mathématiques nécessaires pour sa résolution. Les détails concernant les différentes applications faites sur différents réseaux pour la validation du programme élaboré sont l'objet du chapitre qui suit.

# CHAPITRE V

## RESULTATS ET INTERPRETATIONS

### V.1 Introduction

Pour résoudre le problème de planification de l'énergie réactive dans un réseau d'énergie électrique, en utilisant la modélisation et les méthodes mathématiques présentées auparavant, nous avons élaboré un programme écrit entièrement en Fortran 77 standard. Le programme a été testé sur un Micro-Vax 11/750 sous le système d'exploitation VMS. Pour valider ce programme, nous avons élaboré des tests sur les réseaux modèles IEEE 14, 30 et 57 noeuds. Après avoir obtenu des résultats satisfaisants et pour donner un aspect plus pratique à notre travail, nous avons appliqué le programme au réseau Algérien.

### V.2 Hypothèses du programme

Puisque dans notre modélisation, nous avons supposé que le coût d'expansion varie linéairement en fonction du volume du compensateur à installer alors les coûts unitaires  $S_c$  et  $S_r$  respectifs aux sources capacitatives et inductives sont considérés égaux à l'unité ( $S_c = S_r = 1$ ) dans tous les tests effectués.

Quant au facteur de pondération  $\rho$  et après plusieurs exécutions faites sur tous les réseaux, nous avons constaté que les meilleures valeurs pour ce facteur se situent entre 5 et 10 fois les coûts unitaires. Dans notre cas, la valeur attribuée à ce dernier est prise égale à 5.

Les limites des volumes des compensateurs capacitifs  $q_{cimax}$  et inductifs  $q_{rimax}$  qui peuvent être installés au noeud  $i$  sont considérées égaux à 50 MVARs et constitués respectivement de bancs de condensateurs et d'inductances de 10 MVARs chacun.

Dans notre programme, nous avons supposé que les noeuds qui peuvent être sélectionnés dans l'ensemble des noeuds candidats sont seulement les noeuds de charge où n'existent pas de sources d'énergie réactive. En se fixant un nombre de noeuds candidats, le programme sélectionne parmi ces noeuds, ceux ayant le module des valeurs des

coefficients de Lagrange (obtenues à partir du sous-problème de fonctionnement précédent) les plus grands.

La tolérance considérée pour le test de convergence d'un écoulement de puissance découplé rapide est de 0.0001 p.u pour les puissances actives et réactives. Le programme détecte seul toute divergence de ce dernier.

La tolérance pour le premier critère pour l'optimisation  $Q/V$  est de  $10^{-6}$  p.u ( $\epsilon_1 = 10^{-6}$ ). Quant à la tolérance pour le deuxième critère, elle est de  $10^{-8}$  p.u ( $\epsilon_2 = 10^{-8}$ ) en régime de base et de  $10^{-4}$  p.u quand les irréalismes sont minimisés.

Ce qui reste à définir dans le programme sont les limites sur les modules des tensions aux noeuds de charge ( $V_{Lmin}$  et  $V_{Lmax}$ ) et aux noeuds générateurs ( $V_{Gmin}$  et  $V_{Gmax}$ ), le nombre des noeuds candidats suivant la taille du réseau et le type de modélisation des moyens de compensation: continue ou discrète. Le programme demande aussi le mode de réajustement des moyens de compensation (préventif ou correctif) s'il y a modification quelconque du réseau.

### V.3 Application aux réseaux modèles

#### V.3.1 Réseau modèle IEEE 14 noeuds

Les données de ce réseau ayant 14 noeuds, 17 lignes, 3 transformateurs et 5 noeuds de contrôle sont présentés en annexe D.1. Les tests sur ce réseau en régime normal ou en régime d'incidents sont exécutés pour les conditions limites de tensions en p.u suivantes:

$$0.95 \leq V_L \leq 1.06$$

$$1.00 \leq V_G \leq 1.10$$

En régime normal de fonctionnement du réseau, on a constaté que le réseau n'a pas besoin de compensation. Quatre itérations sont suffisantes pour la convergence de l'écoulement de puissance découplé rapide. Quant au sous-problème de fonctionnement, 3 itérations sont suffisantes lorsque les pertes actives sont minimisées. La figure 5.1 représente l'allure des pertes approximées et les pertes exactes en fonction du nombre d'itérations. On remarque bien qu'elles ont les mêmes allures et aussi la différence entre leurs valeurs est très petite (une erreur de 1.3% près) durant le processus d'optimisation. Cela montre relativement une bonne approximation de la formulation des pertes ohmiques. Les pertes sont

réduites de quelques dizaines de kilowatts (40 KW). Lors de fonctionnements très longs, cela peut contribuer à des économies considérables, même si la réduction des pertes est petite. Lors du même processus d'optimisation, les violations sur les limites des tensions augmentent mais pas de grandes valeurs (figure 5.2).

En régime d'incidents, nous avons choisi un cas générant beaucoup de violations sur les puissances réactives. Cet incident est l'élimination de la ligne 2 reliant le noeud balancier et le noeud 5, ce qui implique des violations de 18.78 MVARs.

Les deux modes, préventif et correctif, de réajustement de l'énergie réactive sont appliqués. La figure 5.3 représente la variation des irréalismes, qui représentent dans ce cas les dépassements en énergie réactive pour les noeuds générateurs, en fonction du nombre d'itérations et ceci pour les deux types de réajustement. Remarquons bien que le mode correctif réduit mieux les violations en énergie réactive que le mode préventif. Réciproquement, les violations en tension sont plus réduites en mode préventif (figure 5.4).

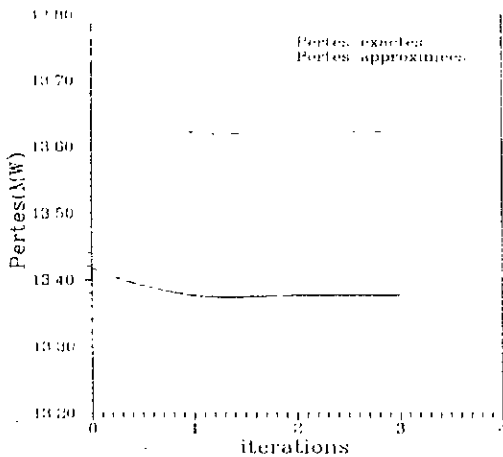


Figure 5.1: Variation des pertes en régime normal

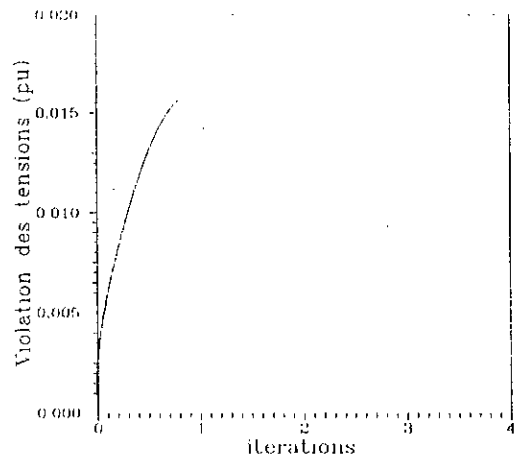


Figure 5.2: Variation des violations des tensions en régime normal

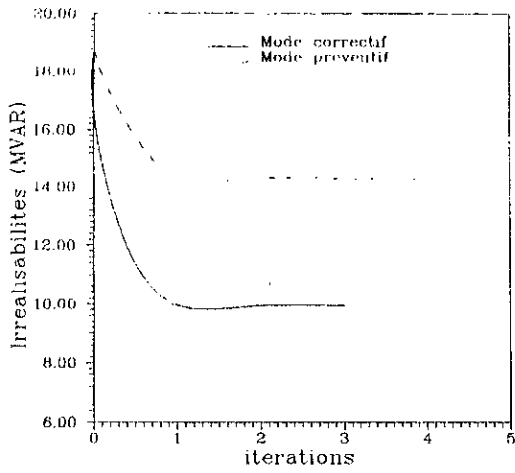


Figure 5.3: Variation des irréalités en régime d'incident

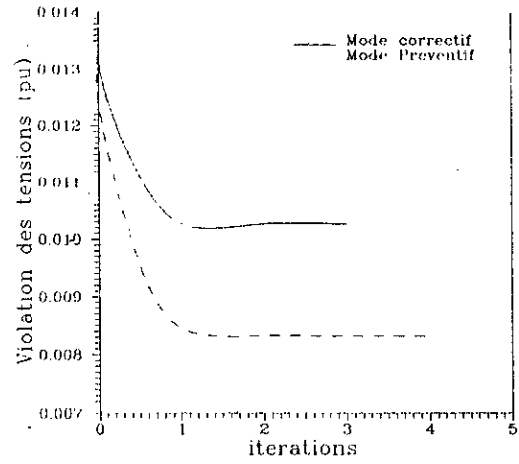


Figure 5.4: Variation des violations des tensions en régime d'incident

Pour les deux types de modélisation des moyens de compensation, et pour un nombre de noeuds candidats à l'expansion égal à 2, le lieu et le volume de compensation à installer sont résumés dans les tableaux (5.1, 5.2, 5.3 et 5.4).

MVARs à installer	
Mode correctif	
Noeuds	iter 1
12	21.23
13	00.00
Total	21.23

Tableau 5.1: Lieu et volume de compensation à installer en modélisation continue

MVars à installer Mode correctif	
Noeuds	iter 1
12	20.00
13	00.00
Total	20.00

Tableau 5.2: Lieu et volume de compensation à installer en modélisation discrète (Banc=10MVars)

MVars à installer Mode préventif				
Noeuds	Iter 1	Iter 2	Iter 3	Iter 4
12	37.45	16.66	17.45	17.45
13	00.00	21.34	14.74	14.74
Total	37.45	38.00	32.19	32.19

Tableau 5.3: Lieu et volume de compensation à installer en modélisation continue

	MVars à installer Mode préventif							
	Banc=10MVars				Banc=6MVars			
	Ite1	Ite2	Ite3	Ite4	Ite1	Ite2	Ite3	Ite4
Noeuds								
12	40	10	10	10	36	12	12	12
13	00	30	20	20	00	24	18	18
Total	40	40	30	30	36	36	30	30

Tableau 5.4: Lieu et volume de compensation à installer en modélisation discrète



D'après les résultats obtenus, on peut constater qu'une seule itération a été suffisante pour la convergence de l'algorithme global en mode correctif alors que le mode préventif en nécessitait quatre. On vérifie bien que le volume de compensation à installer en mode préventif est plus grand qu'en mode correctif et ce qui était attendu. Remarquons aussi que dans les deux modes, les mêmes noeuds (12 et 13) ont été choisis candidats à l'expansion. Comme nous avons remarqué une grande différence en mode préventif entre les résultats obtenus pour un même noeud en modélisation continue et discrète, nous avons proposé une deuxième exécution prenant en considération le volume d'un banc de condensateur de 6MVARs au lieu de 10MVARs (tableau 5.4). On constate qu'il y a eu un petit changement des résultats en chaque noeud mais la différence est toujours apparente. Cependant, le volume total des MVARs à installer est toujours de 30 MVARs. Cette différence est due en fait à la nature des méthodes de résolution c'est à dire, la programmation linéaire dans le premier cas et linéaire entière dans le second. D'après les tableaux 5.3 et 5.4, on vérifie aisément que la programmation mixte linéaire-entière ne peut pas être obtenue par des méthodes d'arrondi, ce qui apparait de manière claire aux itérations 2 et 3. Le tableau 5.5 résume les temps d'exécution pour les 4 cas déjà présentés.

	Modélisation continue	Modélisation discrète
Mode correctif	6.82	6.83
Mode préventif	12.74	12.86

Tableau 5.5: Temps d'exécution en seconde pour le réseau IEEE 14 noeuds.

Le tableau 5.5 montre qu'un temps d'exécution légèrement plus long est nécessaire pour résoudre le sous-problème de fonctionnement comparé à celui nécessaire pour résoudre le programme maître.

### V.3.2 Réseau modèle IEEE 30 noeuds

Les données du réseau modèle IEEE 30 noeuds (37 branches, 4 transformateurs et 5 noeuds de contrôle) sont présentées en annexe D.2. L'application sur ce réseau en régime normal de fonctionnement est faite pour deux plages de limites de tension (en p.u):

$$\begin{aligned} \text{Cas 1} : 0.95 \leq V_L \leq 1.06 \\ 1.00 \leq V_G \leq 1.10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cas 2} : 0.95 \leq V_L \leq 1.06 \\ 1.00 \leq V_G \leq 1.06 \end{aligned}$$

Les figures 5.5 et 5.6 illustrent les variations des pertes en fonction du nombre d'itérations. On constate comme précédemment la vraisemblance des allures des pertes exactes et des pertes approximées. Remarquons que les pertes dans le premier cas sont réduites de 10.6% tandis que dans le deuxième cas elles sont réduites de 1.8% seulement. Ceci peut être expliqué par le fait que la contrainte sur la limite de la tension pour les noeuds générateurs  $V_G$  est devenue plus sévère dans le deuxième cas [24]. La même remarque peut être faite pour les violations en énergie réactive aux noeuds générateurs (figure 5.7). Par conséquent, le volume de compensation à installer en énergie réactive est plus grand dans le deuxième cas, c'est à dire lorsque la contrainte est plus sévère. Dans les deux cas, l'algorithme global converge en deux itérations. Le tableau 5.6 résume les résultats obtenus dans les deux cas et ceci pour un nombre de noeuds candidats égal à 3 (par exemple dans le premier cas et pour une modélisation continue, un volume de compensation de 13.99 MVars doit être placé au noeud 7).

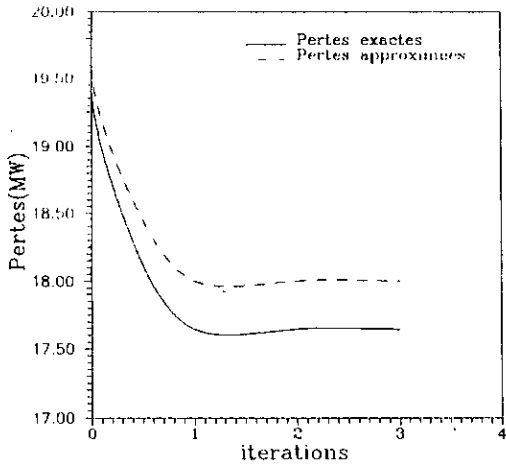


Figure 5.5: Variation des pertes en régime normal du premier cas

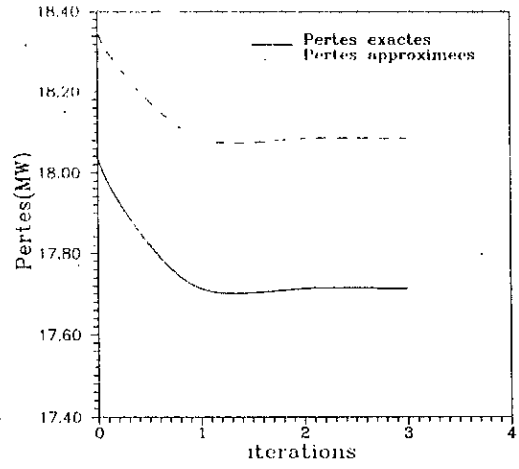


Figure 5.6: Variation des pertes en régime normal du deuxième cas

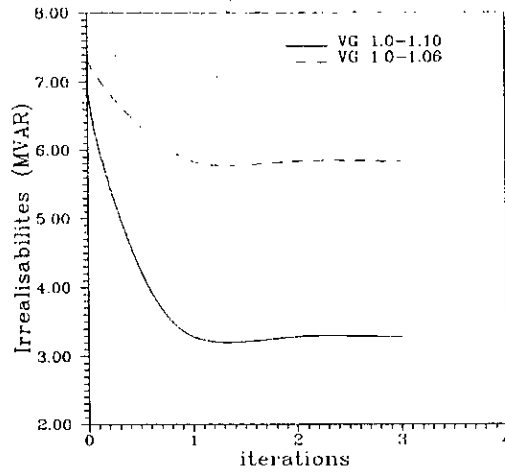


Figure 5.7: Variation des irréalibilités dans les deux cas

	Modélisation continue Noeuds/MVArS	Modélisation discrète (Banc = 10MVArS) Noeuds/MVArS
$0.95 \leq V_L \leq 1.06$ $1.00 \leq V_G \leq 1.10$	7/13.99	7/20
$0.95 \leq V_L \leq 1.06$ $1.00 \leq V_G \leq 1.06$	28/17.75	28/20

Tableau 5.6: Lieu et volume de compensation à installer

Une autre application a été faite sur le réseau IEEE 30 noeuds. En prenant comme état initial le point de fonctionnement obtenu à partir du premier cas, on élimine simultanément les lignes 15 et 20 reliant respectivement les noeuds 4-12 et 14-15.

Les tableaux 5.7 et 5.8 donnent les résultats obtenus pour ces incidents dans les deux modes de réajustement des moyens de compensation et pour les deux types de modélisation. La même remarque peut être faite pour la différence obtenue dans le tableau 5.7 que précédemment. On tient à signaler de plus que ces résultats sont obtenus pour deux configurations successives différentes (régime normal et régime d'incidents).

	Modélisation continue	Modélisation discrète (Banc = 10MVAr)
Noeuds/MVArS	7/13.99 28/20.87	7/20 28/10
total	34.86	30

Tableau 5.7: Lieu et volume de compensation à installer

en mode correctif

$$0.95 \leq V_L \leq 1.06$$

$$0.95 \leq V_G \leq 1.10$$

	Modélisation continue	Modélisation discrète (Banc = 10MVArs)
Noeuds/MVArs	7/42.36	7/40
total	42.36	40

Tableau 5.8: Lieu et volume de compensation à installer  
en mode préventif

$$0.95 \leq V_L \leq 1.06$$

$$0.95 \leq V_G \leq 1.10$$

On constate également que le volume de compensation à installer est plus important en mode préventif qu'en mode correctif. Le choix du noeud 7 comme lieu de compensation dans tous les cas peut être justifié par le fait que la plus grande charge réactive consommée dans le réseau se localise dans la zone de ce noeud.

### V.3.3 Réseau modèle IEEE 57 noeuds

Les données de ce réseau se trouvent dans l'annexe D.3. Ce réseau est constitué de 63 branches, 17 transformateurs et 6 noeuds de contrôle. Il a été testé pour deux régimes différents:

-Régime 1: régime normal de fonctionnement du réseau non modifié.

-Régime 2: régime normal de fonctionnement du réseau modifié.

La modification faite sur ce réseau est la suivante: la limite supérieure en énergie réactive du noeud contrôlé 12 est fixée à 40 MVArs au lieu de 155 MVArs.

Les limites sur les tensions (en p.u) pour les deux régimes sont les suivantes:

$$0.98 \leq V_L \leq 1.05$$

$$0.98 \leq V_G \leq 1.10$$

Les figures 5.8 et 5.9 montrent la variation des pertes exactes et approximées en fonction du nombre d'itérations pour les deux régimes de fonctionnement. De même la

variation des violations des tensions lors du processus d'optimisation des pertes est illustrée par la figure 5.10. Les figures 5.11 et 5.12 montrent la variation des irréalismes (p.u) avec ou sans fonction de pénalités.

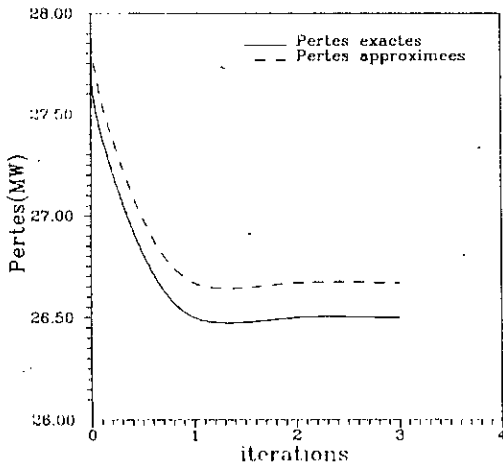


Figure 5.8: Variation des pertes pour le réseau non modifié

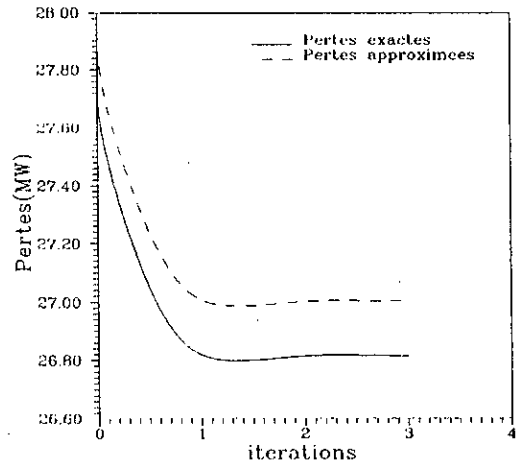


Figure 5.9: Variation des pertes pour réseau modifié

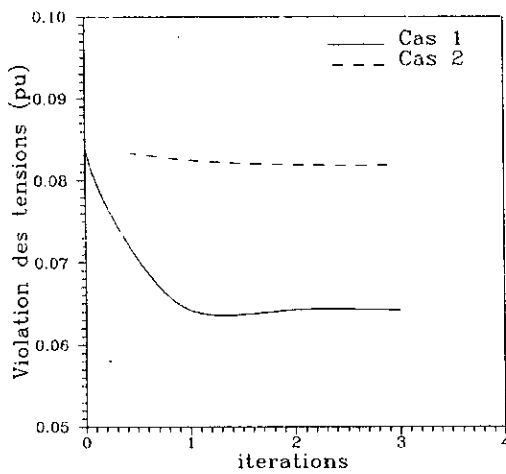


Figure 5.10: Variation des violations sur les tensions pour les deux régimes

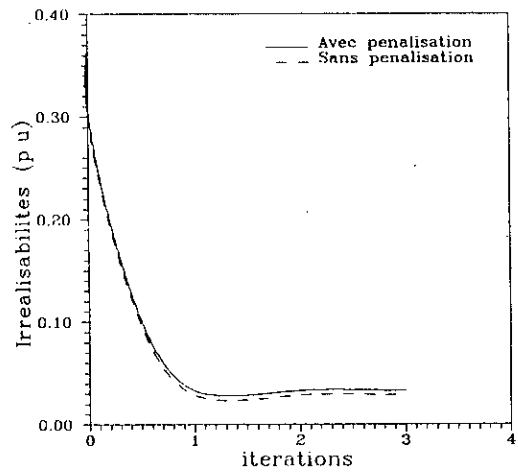


Figure 5.11: Variation des irréalismes pour le réseau non modifié

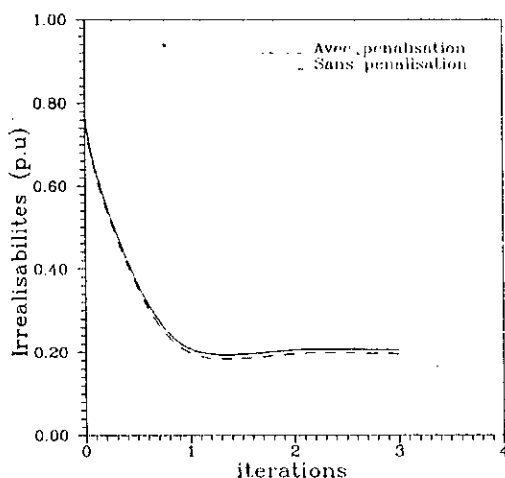


Figure 5.12: Variation des irréalismes pour le réseau modifié

Dans le premier cas, les pertes sont réduites de 4.8% mais dans le deuxième cas elles sont réduites seulement de 3.6%. De même, les violations sur les tensions et les irréalismes réactives sont plus grandes pour le réseau modifié. Ceci est dû à la modification faite sur ce réseau.

Le premier régime ne nécessite pas l'installation de nouvelles sources d'énergie réactive, alors que pour le deuxième régime, le lieu et le volume des moyens de compensation à installer sont résumés dans les tableaux 5.9 et 5.10. Le nombre de noeuds candidats choisis est de 5 et on remarque que les résultats sont proches.

MVARs à installer			
Noeuds	Iter 1	Iter 2	Iter 3
10	00.00	27.54	27.54
11	00.00	00.00	00.00
43	00.00	00.00	00.00
51	50.00	00.00	00.00
55	23.25	00.00	00.00
Total	73.25	27.54	27.54

Tableau 5.9: Lieu et volume de compensation à installer pour le réseau modifié (modélisation continue)

MVARs à installer			
Noeuds	Iter 1	Iter 2	Iter 3
10	00.00	30.00	30.00
11	00.00	00.00	00.00
43	00.00	00.00	00.00
51	50.00	00.00	00.00
55	20.00	00.00	00.00
Total	70.00	30.00	30.00

Tableau 5.10: Lieu et volume de compensation à installer pour le réseau modifié (modélisation discrète: Banc=10MVARs)

#### V.4 Application au réseau Algérien

##### V.4.1 Politique d'interconnexion des systèmes isolés au réseau national [25]

Vu les grandes distances entre les systèmes, de 200 à 1000Km et l'augmentation continue de la charge dans les systèmes isolés, l'alimentation des régions sud isolées pose des problèmes techniques et économiques sérieux.

A moyen et long terme, les charges arriveront à de hauts niveaux. Pour affronter ce problème, des solutions appropriées ont été ou doivent être envisagées par la Sonelgaz.

Ainsi le développement de l'approvisionnement de ces régions peut se faire en:

- Interconnectant de manière plus poussée le réseau national.
- Trouvant des sources locales de combustible quand c'est possible.

Dans le cas de la région de Béchar, où il n'y pas de source locale de combustible, une étude technico-économique faite par la Sonelgaz montre la nécessité d'interconnecter cette région avec le réseau national par le biais d'une ligne Saida Béchar via Ain-Sefra de 520 km à 220 kV. Cette ligne radiale qui prend son départ de la sous-station de Saida, est constituée d'une seule ligne de section 411 mm<sup>2</sup> entre Saida et Ain-Sefra (270 Km) et une double ligne entre Ain-Sefra et Béchar (250 Km).



A cause de sa longueur, chacune des sections de cette ligne produit de l'énergie réactive lorsqu'il n'y a aucune charge, aboutissant à des surtensions aux différents noeuds de la ligne radiale connectée à Saida. Pour visualiser cela, nous avons fait un calcul d'écoulement de puissance quand cette ligne est interconnectée au réseau national en supposant qu'il n'y a aucune charge et aucune compensation au niveau de ses noeuds. Les données du réseau étudié (63 noeuds, 91 lignes, 5 transformateurs et 6 noeuds de contrôle) sont en annexe D.4. Le tableau 5.11 donne les tensions obtenues pour tous les noeuds de la ligne radiale.

Noeuds	Tension(p.u)
Saida	1.15
Ain-Sefra1	1.45
Ain-Sefra2	1.42
Béchar1	1.48
Béchar2	1.57

Tableau 5.11: Les tensions des noeuds de la ligne radiale  
( pas de charge )

Avec des telles tensions, la connexion des transformateurs alimentant les charges à Ain-sefra et Béchar ne peut être faite sans prendre des mesures particulières. L'interconnexion ne peut se faire sans l'installation d'équipements de compensation d'énergie réactive.

Différents simulations ont été effectuées pour trouver le volume de compensation en énergie réactive à installer pour l'interconnexion de cette ligne (Saida-Béchar via Ain-Sefra).

#### V.4.2 Résultats de simulation

Ces applications sont obtenues en faisant varier les charges à Ain-Sefra et Béchar particulièrement entre les heures de pointe et les heures creuses.

Les hypothèses de la consommation relative aux heures de pointe et aux heures creuses (Eté 1994) aux noeuds de Béchar et Ain-Sefra sont données dans le tableau 5.12.

Noeuds	Heure de pointe	Heure creuse
Ain-Sefra(MW)	40	20
Béchar(MW)	70	40

Tableau 5.12: Hypothèses de consommation aux noeuds de Béchar et Ain-Sefra

Pour trouver le lieu et le volume de compensation de cet équipement, nous avons considéré les 4 cas suivants:

- Cas 1 : Heure de pointe à Ain-Sefra et à Béchar.
- Cas 2 : Heure creuse à Ain-Sefra seulement (heure de pointe à Béchar).
- Cas 3 : Heure creuse à Béchar seulement (heure de pointe à Ain-Sefra).
- Cas 4 : Heure creuse à Ain-Sefra et à Béchar.

Les conditions sur les limites de tensions pour les différents cas sont (en p.u):

$$0.95 \leq V_L \leq 1.06$$

$$1.00 \leq V_G \leq 1.10$$

Converties aux tensions de base du réseau 220kV et 60kV, ces conditions deviennent (en kV):

$$209 \leq V_L \leq 233$$

$$220 \leq V_G \leq 242$$

et

$$57 \leq V_L \leq 63.6$$

$$60 \leq V_G \leq 66.0$$

**Cas 1:** La variation des pertes en fonction du nombre d'itérations pour ce cas est représentée par la figure 5.13; de même la variation des violations sur les tensions est représentée par la figure 5.14. Les pertes sont réduites de 2.13% (dans l'ordre de 1.7 MW). Remarquons dans ce cas que les pertes approximées sont sous-estimées comparées aux pertes exactes (par rapport aux différentes applications précédentes). Ceci peut être expliqué par le fait que les violations sur les tensions pour le réseau national sont des surtensions et ne sont pas des baisses de tensions. Dans ce cas, on constate que la compensation en énergie réactive n'est pas nécessaire.

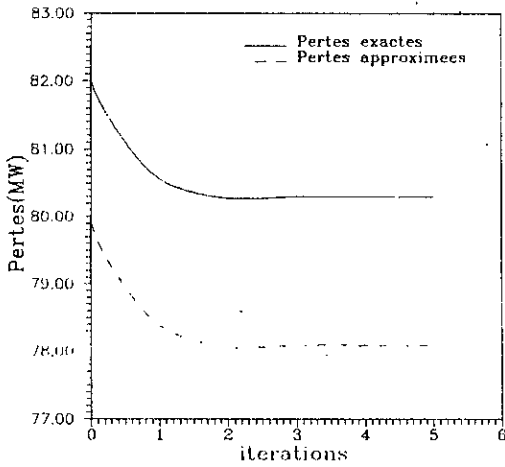


Figure 5.13: Variation des pertes pour le cas 1

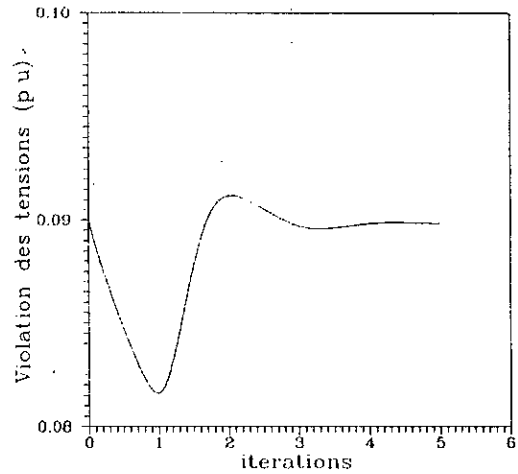


Figure 5.14: Variation des violations pour le cas 1

Le tableau 5.13 donne les modules des tensions en p.u aux différents noeuds constituant la ligne radiale pour le cas 1 après le processus d'optimisation. Toutes les tensions se situent dans les limites acceptables de fonctionnement.

Noeuds	Tension(p.u)
Saida	1.056
Ain-Sefra1	1.020
Ain-Sefra2	1.035
Béchar1	1.010
Béchar2	1.006

Tableau 5.13: Les tensions des noeuds de la ligne radiale pour le cas 1

**Cas 2:** Dans ce cas, la charge à Ain-Sefra est  $P_D=20\text{MW}$ ,  $Q_D=10\text{MVARs}$ . La variation des pertes actives est représentée par la figure 5.15. Dans ce cas les pertes sont réduites de 1.75% (1.36MW). Les violations sur les tensions (figure 5.16) sont plus importantes que dans le cas précédent, justifié par le fait que la ligne radiale est devenue moins chargée.

Toutes les irréalibilités dans ce deuxième cas sont des violations sur les tensions. C'est pourquoi nous avons représenté la variation de la fonction de pénalités en fonction du nombre d'itérations (figure 5.17).

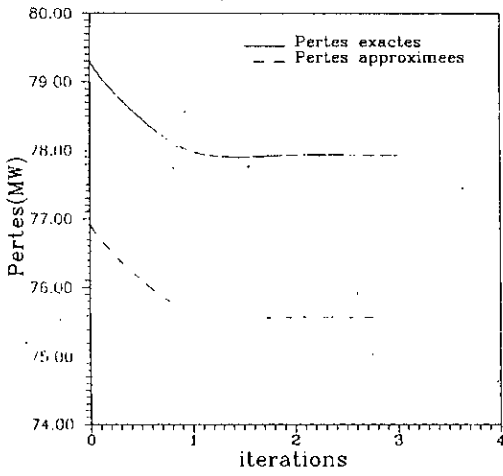


Figure 5.15: Variation des pertes pour le cas 2

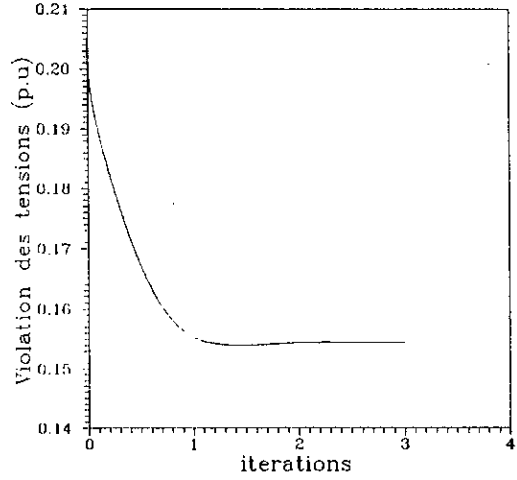


Figure 5.16: Variation des violations sur les tensions pour le cas 2

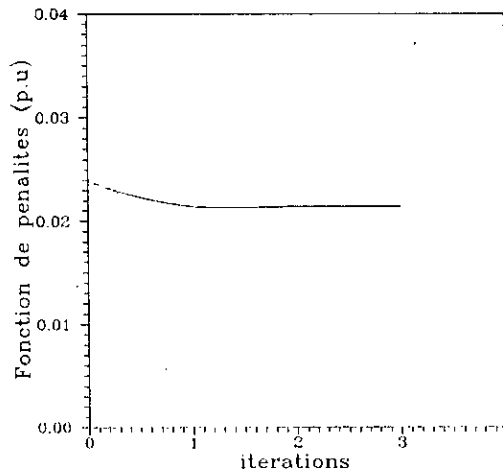


Figure 5.17: Variation de la fonction de pénalités pour le cas 2

Pour un nombre de nœuds candidats égal à 6, les lieu et volume des moyens de compensation à installer sont donnés dans le tableau 5.14.

	Modélisation continue	Modélisation discrète (Banc en MVARs)			
		10	6	4	2
Noeuds/MVARs	17/-3.68	17/-10	17/-6	17/-4	17/-4
Total	-3.68	-10	-6	-4	-4

Tableau 5.14: Lieu et volume de compensation à installer pour cas 2

Le type de compensation obtenu est inductif, puisque la ligne radiale (Saida-Béchar) est très longue et sous-chargée. Comme nous avons obtenu une grande différence entre les résultats continus et discrets pour une valeur de banc de 10MVARs, d'autres exécutions ont été effectuées pour différentes valeurs de banc (tableau 5.14). D'après ces résultats, on peut conclure que la différence précédente réside dans le fait que pour la programmation continue, on peut avoir des valeurs décimales (raffinées), alors que pour la modélisation discrète sont un certain nombre de fois la valeur d'un banc de condensateur ou d'inductance. Ainsi on constate l'importance du bon choix du volume des bancs de condensateurs et d'inductances sur les résultats en modélisation discrète.

Le tableau 5.15 résume les valeurs des modules des tensions pour les noeuds de la ligne radiale avant et après compensation (continue ou discrète). On constate qu'après compensation, les surtensions aux différents noeuds sont diminuées.

Noeuds	Avant compensation	Après compensation	
		Continue	Discrète
Saida	1.082	1.064	1.064
Ain-Sefra1	1.158	1.118	1.118
Ain-Sefra2	1.151	1.112	1.112
Béchar1	1.141	1.095	1.095
Béchar2	1.145	1.100	1.100

Tableau 5.15: Amélioration des tensions aux noeuds de la ligne radiale pour le cas 2

**Cas 3:** Cette fois (heure creuse à Béchar), la charge en ce noeud devient  $P_D=40\text{MW}$  et  $Q_D=20\text{MVars}$ . La variation des pertes dans ce cas en fonction du nombre d'itérations est illustrée par la figure 5.18. Les pertes sont réduites de 1.56% (de 1.20MW). Les violations sur les tensions (figure 5.19) sont devenues plus importantes comparativement à celles des deux cas précédents. Cette augmentation des violations est due au fait que la sous-charge est en bout de ligne.

La figure 5.20 montre la variation des irréalismes en énergie réactive avec ou sans pénalisation en fonction du nombre d'itérations. On constate qu'à partir de la deuxième itération (avant compensation), les irréalismes en énergie réactive deviennent nulles, ce qui n'est pas le cas pour celles en tension.

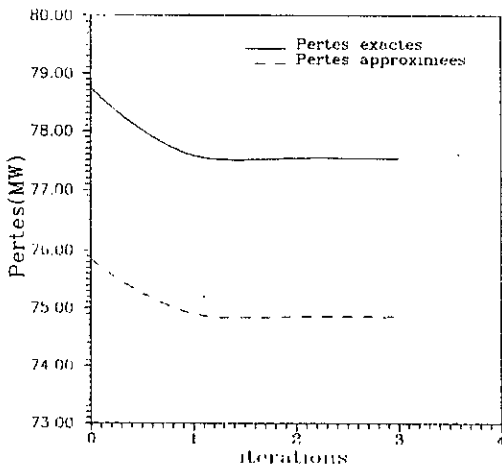


Figure 5.18: Variation des pertes pour le cas 3

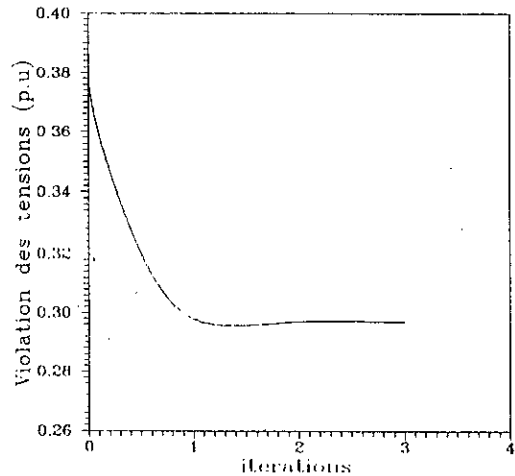


Figure 5.19: Variation des violations des tensions pour le cas 3

De même pour un nombre de noeuds candidats égal à 6, le lieu et le volume de compensation à installer sont présentés dans le tableau 5.16.

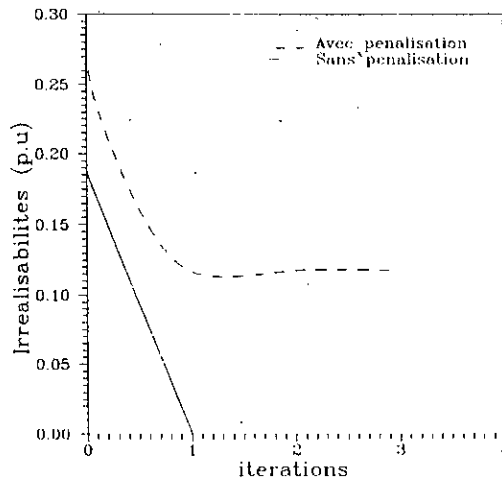


Figure 5.20: Variation des irréalisabilités pour le cas 3

	Modélisation continue	Modélisation discrète (Banc = 10MVar)
Noeuds/MVAr	17/-19.03	17/-20
total	-19.03	-20

Tableau 5.16: Lieu et volume de compensation à installer pour cas 3

Le tableau 5.17 illustre la grande amélioration des modules des tensions de la ligne radiale après la localisation de la compensation au noeud de Béchar 2.

Noeuds	Avant compensation	Après compensation	
		Continue	Discrète
Saida	1.094	1.063	1.066
Ain-Sefra1	1.214	1.092	1.094
Ain-Sefra2	1.219	1.103	1.105
Béchar1	1.244	1.096	1.097
Béchar2	1.292	1.100	1.100

Tableau 5.17: Amélioration des tensions aux noeuds de la ligne radiale pour le cas 3

**Cas 4:** Dans ce cas, les deux configurations précédentes apparaissent (heure creuse à Béchar et à Ain-Sefra), ce qui est le cas le plus sévère. La variation des pertes (exactes ou approximées) est montrée par la figure 5.21; elles sont réduites de 1.5% (de 1.16MW). Les violations sur les tensions (figure 5.22) sont importantes par rapport à tous les cas précédents. Quant aux irréalismes avec ou sans pénalisation, elles sont illustrées par la figure 5.23.

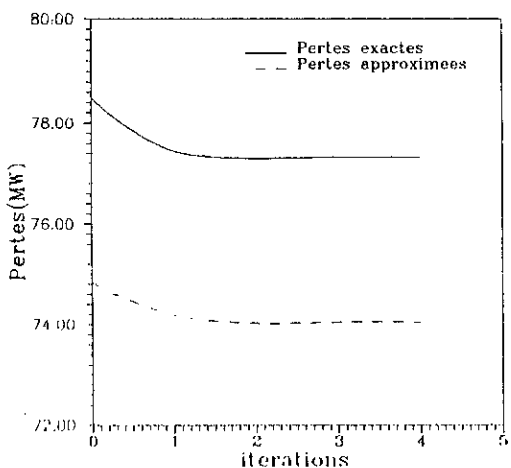


Figure 5.21: Variation des pertes pour le cas 4

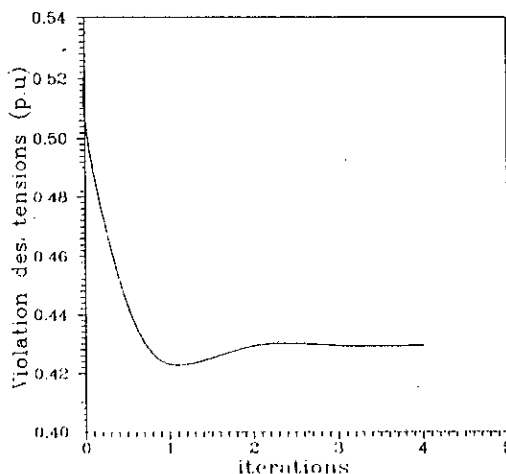


Figure 5.22: Variation des violations des tensions pour le cas 4

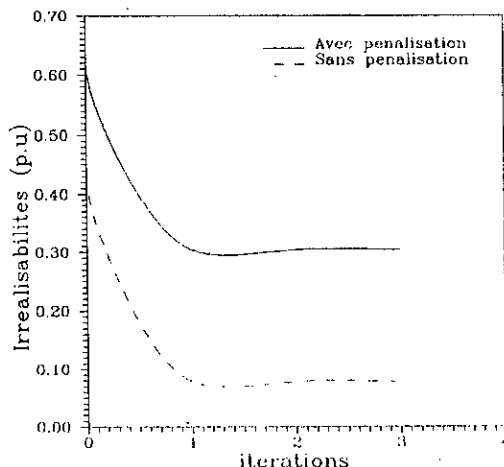


Figure 5.23: Variation des irréalismes pour le cas 4



Le tableau 5.18 résume les résultats obtenus pour la localisation des moyens de compensation pour un nombre de noeuds candidats égal à 6.

	Modélisation continue		Modélisation discrète (Banc=10MVArs)
	Iter1	Iter2	Iter1
Noeuds/MVArs	16/-2.94 17/-50	16/00.00 17/-42.67	17/-50
total	-52.94	-42.67	-50

Tableau 5.18: Lieu et volume de compensation à installer pour cas 4

Le tableau 5.19 montre la grande amélioration des tensions aux différents noeuds de la ligne radiale pour une compensation convenable en bout de la ligne.

Noeuds	Avant compensation	Après compensation	
		Continue	Discrète
Saida	1.113	1.064	1.064
Ain-Sefra1	1.294	1.122	1.122
Ain-Sefra2	1.289	1.116	1.116
Béchar1	1.312	1.094	1.095
Béchar2	1.365	1.080	1.081

Tableau 5.19: Amélioration des tensions aux noeuds de la ligne radiale pour le cas 4

Dans les différents cas du réseau national, on remarque que pour les trois derniers, le réseau a besoin de compensation inductive au noeud de Béchar2. On constate aussi que plus la ligne devient sous-chargée, plus les pertes actives diminuent et plus les violations sur les tensions deviennent importantes. Par conséquent, le volume de compensation devient important. Les histogrammes présentés dans les figures 5.23, 5.24 et 5.25 donnent respectivement les pertes, les violations sur les tensions avant compensation et le volume de compensation à installer pour chacun des tests.

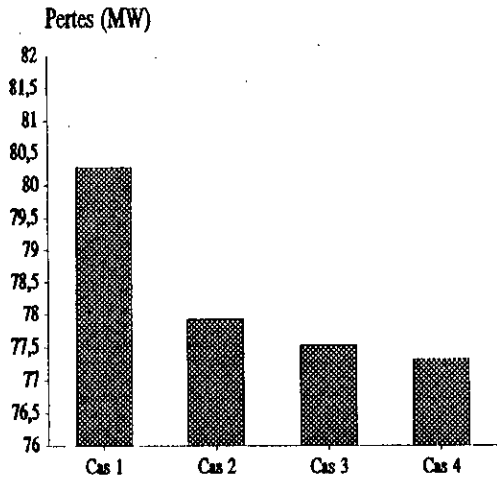


Figure 5.23: Pertes actives pour différents cas

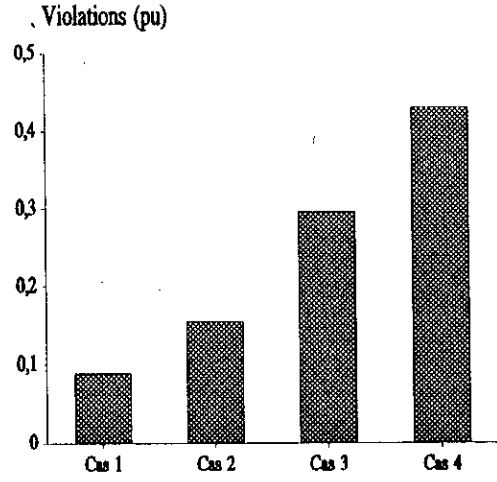


Figure 5.24: Violations des tensions pour différents cas

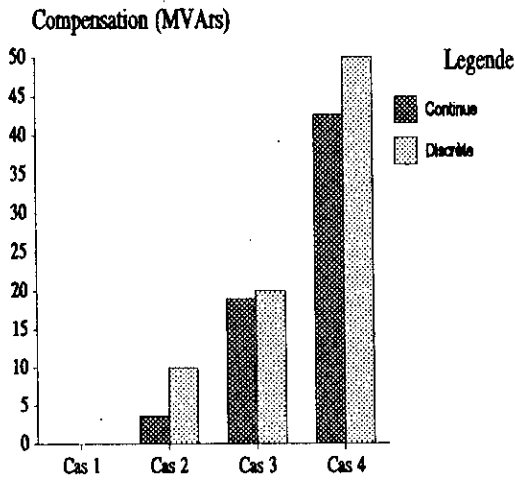


Figure 5.25: Volume de compensation à installer pour différents cas

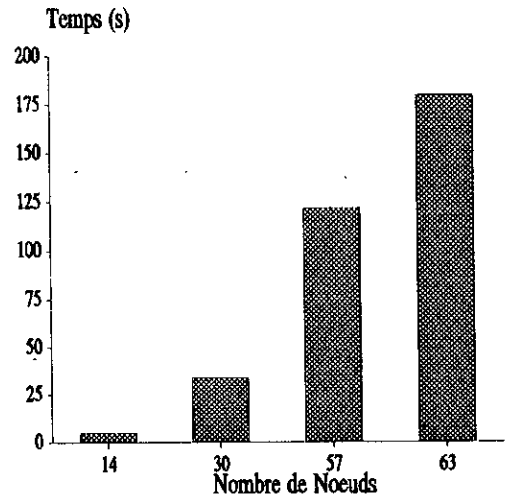


Figure 5.26: Temps d'exécution en fonction du nombre de noeuds

## V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons validé le programme que nous avons élaboré pour la planification des moyens de compensation en énergie réactive sur un réseau d'énergie électrique aussi bien en situation normale que face à des incidents venant perturber le réseau.

Les applications faites sur différents réseaux modèles (IEEE 14, 30 et 57 noeuds) ainsi que sur le réseau national (63 noeuds), nous permettent de tirer quelques conclusions:

-Le choix du volume des bancs de condensateurs et d'inductances a un grand effet sur la solution en modélisation discrète. Ce choix doit être fait suivant la taille du réseau à étudier.

-Vu que les compensateurs statiques sont en réalité composés de bancs de condensateurs ou d'inductances standards et sans tenir compte des difficultés rencontrées dans la programmation mixte linéaire-entière, on peut dire que les résultats en modélisation discrète sont plus pratiques et plus réels.

-La solution en mode préventif a besoin de plus de sources d'énergie réactive pour atteindre la réalisabilité que celle en mode correctif.

-Le nombre de noeuds sélectionnés pour la candidature est un problème non critique pour la convergence du problème global.

-Dans tous les tests effectués, le critère, que nous avons choisi pour la sélection des noeuds candidats, conduit à la convergence globale et donne des solutions acceptables.

-Le temps d'exécution nécessaire pour résoudre le programme maître est plus petit comparativement à celui du sous-problème de fonctionnement, puisqu'un grand nombre de noeuds candidats peut être utilisé sans augmenter le temps de calcul de manière significative.

-Le nombre d'itérations du programme global ne dépend pas pratiquement du nombre des noeuds candidats considéré.

-Le temps d'exécution total augmente considérablement avec:

\*le nombre de noeuds du réseau (figure 5.26)

\*le nombre d'itérations du programme global.

# CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons présenté la formulation mathématique globale pour une localisation optimale des moyens de compensation de l'énergie réactive dans un réseau d'énergie électrique. Le problème de planification vise à maintenir l'intégrité du système fonctionnant en régime normal ou quand il est sujet à un ensemble d'incidents.

Deux aspects, de fonctionnement et d'investissement, apparaissent dans la formulation globale du problème. L'approche intelligente de J.F. Benders, appliquée au problème exploite cette structure particulière pour décomposer le problème en deux sous-problèmes.

Le problème d'optimisation est ainsi réduit en un premier sous-problème de programmation linéaire ordinaire (programme maître) dont le vecteur paramètre est constitué des variables de fonctionnement. L'algorithme utilise une approche des coupes-planes pour construire une solution adéquate du problème global.

Le second sous-problème, de fonctionnement, n'est autre qu'un écoulement de puissance réactive optimal. Pour le résoudre, nous avons fait appel à une méthode itérative utilisant une optimisation découplée Q/V qui s'adapte très bien avec l'aspect du problème global. L'algorithme convenable à la résolution de cette dernière est celui du gradient réduit utilisant une approche de pénalité pour maintenir le plan de tension dans les limites admissibles.

Deux types de modélisation des moyens de compensation, continue et discrète, ont été considérés. A cet effet, les méthodes de programmation linéaire et linéaire-entière ont été utilisées pour la résolution du programme maître.

En régime d'incidents, deux modes de réajustement des moyens de compensation, préventif et correctif, ont été considérés pour une expansion quantitative et qualitative de l'énergie réactive dans un réseau électrique. Les tests effectués nous ont permis de vérifier que la solution en mode préventif a besoin de plus de sources d'énergie réactive que pour le mode correctif.

Le point fort de ce travail réside dans l'expansion qualitative des moyens de compensation assurée par un critère, basée sur les coefficients de Lagrange, que nous avons proposé pour la sélection de l'ensemble des noeuds candidats.

D'autre part, l'aspect pratique de ce travail est l'application faite sur le réseau national à 63 noeuds. Les tests ont concerné particulièrement la ligne radiale Saida-Béchar via Ain-Sefra (520 Km) qui est en voie de réalisation. Les résultats obtenus montrent qu'une compensation inductive (de 50 MVARs dans le cas le plus sévère) doit être installée à Béchar.

Malgré les difficultés rencontrées durant l'élaboration du programme et surtout pour la méthode du gradient réduit qui se caractérise par une convergence oscillatoire, ce travail nous a permis néanmoins de se familiariser avec les méthodes d'optimisation qui restent toujours un domaine complexe et difficile, mathématiquement et dans ses applications.

Au delà de ce travail et des résultats satisfaisants obtenus, il reste cependant plusieurs questions qui pourraient faire l'objet d'effort et d'investissement. Pour les perspectives futures, il conviendrait d'étudier et de traiter les points suivants:

- Injecter un coût fixe indépendant du volume du compensateur à installer dans la formulation de la fonction objective du sous-problème d'investissement pour une solution plus attractive.

- L'étude de l'effet des transformateurs avec régleurs en charge sur les résultats obtenus et ceci en considérant leurs rapports comme des variables de contrôle dans le sous-problème d'optimisation Q/V.

- Elaboration d'un programme de répartition économique (Economical Dispatch), tenant compte des limites de sécurité concernant le contrôle de l'énergie active et l'insérer dans notre programme pour pouvoir faire plusieurs tests sur un même réseau pour différents régimes de base.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] EPRI, "Optimization of Reactive Volt-Ampere Sources in System Planning." Prepared by scientific systems, Inc. (SSI), report EL-3729 November 1984.
- [2] **H. Happ**, K. Wirgau, "Static and Dynamic VAR Compensation in System Planning." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-97, N°5, Sept/Oct 1978, pp. 1083-1088.
- [3] **R. Fernandes**, F. Lange, R. Burchett, R. Happ and K. Wirgau, "Large Scale Reactive Power Planning." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-102, N°5, May 1983, pp. 1083-1088.
- [4] **R. Mamandur**, R. Chenoweth, "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage profiles and For Real Powers Loss Minimisation." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-100, N°7, July 1981, pp. 295-299.
- [5] **S.S. Saachdeva**, R. Billington, "Optimum Network VAR Planning by Nonlinear Programming." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-92, 1973, pp. 1217-1225.
- [6] **A. Hughes**, G. Jee, P. Hsiang, R.R. Shoults, M.S. Chen, "Optimal Reactive Power Planning." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-100, N°5, May 1972, pp. 2189-2196.
- [7] **A.M. Geoffrion**, "Generalised Benders Decomposition." Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.10, N°4, 1972, pp. 237-260.
- [8] **G. Blanchon**, J.C. Dodu, "Une Méthode de Décomposition de Type Benders pour la Planification des Moyens de Compensation de l'Energie Réactive." Collection des notes internes de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, note 92NIR007, Mai 1992.
- [9] **S. Granville**, M.V.F. Pereira and A. Monticelli, "An Integrated Methodologie for VAR Sources Planning." IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, N°2, May 1988, pp. 549-557.

- [10] **S. Granville**, L.C. Lima, M.C.A. Lima and S. Prado, "Improving the Quality of Voltage Profile Through Optimally Allocated Shunt VAR Systems." IERE Meeting RIO DE JANEIRO, May 25-27, 1991.
- [11] **T. Gomez**, I.J. Pérez-Arriaga, J. Lumbreras and V.M. Parra, "A Security-constrained Decomposition Approach to Optimal Reactive Planning." IEEE Transactions on Power Systems, Vol.6, August 1991, pp. 1069-1076.
- [12] **R. Burchett**, H. Happ, D. Vierth, "Quadrically Convergent Optimal Power Flow." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-103, N°11, November 1984, pp. 3267-3275.
- [13] **D.I. Sun**, B. Ashely, A. Hughes, W.F. Tinney, "Optimal Power Flow by Newton Approach." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-103, N°10, October 1984, pp. 2864-2880.
- [14] **K. Iba**, H. Suzuki, Ken-ichi Suzuki, K. Suzuki, "Practical Reactive Power Allocation / Operation Planning Using Successive Linear Programming." IEEE/ PES Winter Meeting, Paper N°87 WM055-7, New Orleans, 1987.
- [15] **C.J. Rehen**, J.A. Bubenko, D. Sjelvgren, "Voltage Optimization using Augmented Lagrangian Functions and Quasi-Newton Techniques." IEEE/PES Winter Meeting, Paper N°89 WM186-8, New York, 1989.
- [16] **K. Aoki**, M. Kato, T. Satoch, M. Kanezashi, Y. Nishimura, "Practical Method for Decentralised V-Q Control." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-104, N°2, February 1985, pp. 258-265.
- [17] **B. Stott**, O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow." IEEE Trans.On PAS, Vol.PAS-93, 1974, pp.884-891.
- [18] **M. Boumahrat**, A. Gourdin, "Méthodes Numériques Appliquées." Edition OPU, 1993.
- [19] **H.W. Dommel**, W.F. Tinney, "Optimal Power Flow Solutions." Trans.On PAS, Vol.PAS-87, N°10, October 1968, pp. 1866-1876.
- [20] **M. Bazaraa**, "Linear Programming and Networks Flows." John Wiley and Sons Book Company, 1979.

- [21] **M. Minoux**, "Programmation Mathématique : Théorie et Algorithmes." Edition Dunod, 1983.
- [22] **J.L. Kuester**, J.H. Mize, "Optimization Techniques with Fortran." Mc Graw Hill Book Company, 1973.
- [23] **S. Granville**, M.C.A. Lima, "Application of Decomposition Techniques to VAR Planning: Methodological & Computational Aspects." Paper 94 WM225-3 PWRS, IEEE Winter Meeting, New York, 1994.
- [24] **S. Arif**, A. Hellal, A. Bensenouci, "Méthode de Décomposition de type Benders pour une localisation optimale de la compensation dans un réseau électrique." CEA'94, 2ème Colloque sur l'Electrotechnique et l'Automatique, Alger, Nov 29-30, 1994, pp. 68-72.
- [25] **M. Ghezaili**, R. Touileb, "Interconnection of Isolated Systems to the National system Saida-Bechar (520 Km)." Conference on the Development and Operation of Large interconnected Systems, Tunis: 3-5 May, 1993.
- [26] **P. Meynaud**, "Des Compensateurs Statiques de Puissance Réactive: pour une Meilleure Qualité de L'Energie Réactive." Revue Générale d'Electricité (RGE), N°8, Septembre 1986, pp. 18-20.
- [27] **A. Hellal**, "Compensateurs Statiques, Caractéristiques de Base et Applications." Rapport N°1, (RD)-Sonelgaz, Juillet 1993.
- [28] **S.S. Rao**, "Optimization: Theory and Applications." John Wiley and Sons Book Company, Second Edition, 1984.
- [29] **L.L. Freris**, A.M. Sasson, "Investigation of the Load Flow Problem." PROC.IEE, Vol.115, N°10, October 1968, pp. 1459-1470.



# ANNEXE A

## TYPES DE COMPENSATEURS D'ENERGIE REACTIVE

Les compensateurs peuvent être classés en 2 grandes classes:

- Ceux qui compensent les variations lentes de l'énergie réactive (condensateurs, inductances ).
- Et ceux qui compensent les variations rapides de l'énergie réactive (condensateurs synchrones, compensateurs statiques).

En pratique on trouve différents types de compensateurs parmi lesquels on cite [26]:

**a) Condensateurs:** Ils ont pour rôle de fournir une partie de l'énergie réactive consommée par les charges ou le réseau, on distingue 2 types de matériels:

- Des batteries de condensateurs HT raccordées aux jeux de barres HT.
- Des batteries de condensateurs MT raccordées aux jeux de barres MT et des postes HT/MT.

Sur le plan technique, ces batteries sont fractionnées en gradins commandés séparément.

**b) Inductances:** Elles sont utilisées pour absorber l'énergie réactive fournie en heures creuses par les lignes à très haute tension ou par les réseaux souterrains. Elles sont soit directement raccordées au réseau, soit branchées sur les tertiaires des auto-transformateurs.

**c) Condensateurs synchrones:** Ce sont des machines tournantes qui peuvent fournir ou absorber de la puissance réactive sans mettre en jeu de puissance active c'est à dire aux pertes internes. La fourniture de cette puissance réactive est limitée par l'échauffement des enroulements et la stabilité statique de la machine. Toutefois, en raison de leur coût élevé tant en investissement qu'en exploitation, on n'installe plus de compensateurs synchrones.

**d) Compensateurs statiques:** Ils sont appelés ainsi parce qu'ils ne comportent aucun élément tournant. Ils sont constitués d'ensembles de condensateurs et d'inductances commandés par thyristors montés en tête bêche dans chaque phase, chacun d'entre eux étant ainsi conducteur pendant une demi-période. Différentes combinaisons sont possibles, on peut citer [27]:

-**TCR** (Thyristor-controlled reactor): Compensateur à réactance commandée par thyristors. Les éléments de base d'un **TCR** sont une réactance en série avec une paire de thyristors bidirectionnelle.

-**FC-TCR** (Fixed capacitor-thyristor-controlled reactor): condensateur fixe en shunt avec une réactance commandée par thyristors (voir figure A.1). Le rôle des bancs de condensateurs est de filtrer les harmoniques et étendre les caractéristiques de sortie vers les plages capacitives.

-**TSC** (Thyristor-switched capacitor): Compensateurs à capacités réglées par thyristors. Les éléments de base d'une branche d'un **TSC** sont une capacité en série avec une paire de thyristors bidirectionnelle et une petite réactance.

-Compensateurs hybrides (**TSC+TCR**): Le schéma de base consiste en banc d'unités **TSC** équivalentes connectées en parallèle avec un ou plusieurs unités de **TCR**.

# ANNEXE B

## ENSEMBLES ET FONCTIONS CONVEXES

**Ensembles convexes [21]:** Un ensemble  $S \subset \mathbb{R}^n$  est dit convexe si et seulement si:

$$\left. \begin{array}{l} \forall x \in S \\ \forall y \in S \\ \forall \lambda (0 \leq \lambda \leq 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda x + (1 - \lambda)y \in S$$

D'une façon équivalente, on peut dire que  $S$  est convexe si et seulement si pour deux points quelconques  $x$  et  $y$  pris dans  $S$ , le segment  $[x,y]$  tout entier est contenu dans  $S$  (voir figure B.1).

Plus généralement, étant données  $p$  points de  $\mathbb{R}^n$  ( $x_1, x_2, \dots, x_p$ ), on dit que  $x \in \mathbb{R}^n$  est une combinaison convexe de ces  $p$  points s'il existe des coefficients  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$  ( $\mu_i \geq 0, \forall i=1, 2, \dots, p$ ) tels que:

$$\sum_{i=1}^p \mu_i = 1 \quad \text{et} \quad x = \sum_{i=1}^p \mu_i x_i$$

On vérifie aisément qu'un ensemble  $S \subset \mathbb{R}^n$  est convexe si et seulement si tout point, combinaison convexe de points de  $S$ , est dans  $S$ .

**Polyèdres convexes [21]:** Les polyèdres convexes représentent la plus grande partie des ensembles convexes. Un polyèdre convexe est l'intersection d'un nombre finis de demi-espaces. Puisque un demi-espace est représenté par l'inégalité  $a_i X \leq b_i$ , donc un polyèdre convexe peut être représenté par:

$$\{ X : AX \leq b \}$$

où  $A$  est une matrice de dimension  $m \times n$  dont sa  $i^{\text{ème}}$  colonne est  $a_i$ ,  
 $b$  est un vecteur de  $m$  colonnes.

L'ensemble de points qui entourent un polyèdre convexe constitue ce qu'on appelle **polytope** qui peut être représenté par:

$$\{ X : AX = b \}$$

où  $A$  est une matrice de dimension  $m \times n$ ,  
 $b$  est un vecteur de  $m$  colonnes.

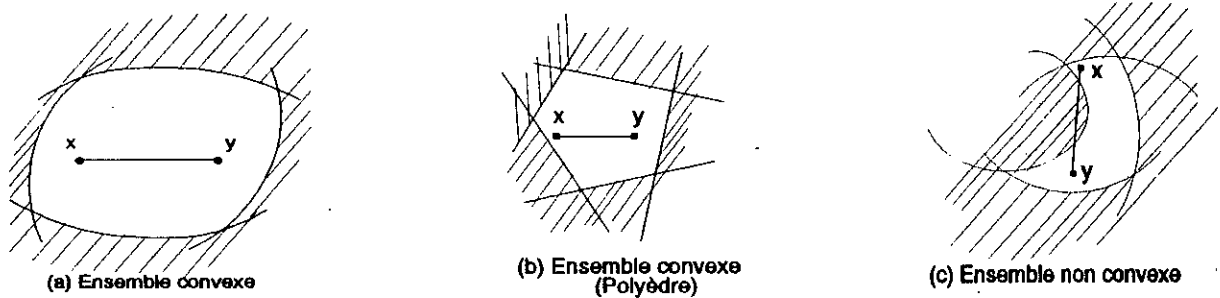


Figure B.1: Convexité d'un ensemble

**Fonctions convexes [20]:** Les fonctions convexes et concaves jouent un rôle très important dans les problèmes d'optimisation. Une fonction  $f$  du vecteur  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  est dite convexe si les inégalités suivantes sont valables pour tous les vecteurs  $X_1$  et  $X_2$ :

$$f(\lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2) \leq \lambda f(X_1) + (1 - \lambda) f(X_2) \quad \text{pour } \lambda \in [0, 1]$$

La figure B.2 représente un exemple de fonction convexe.

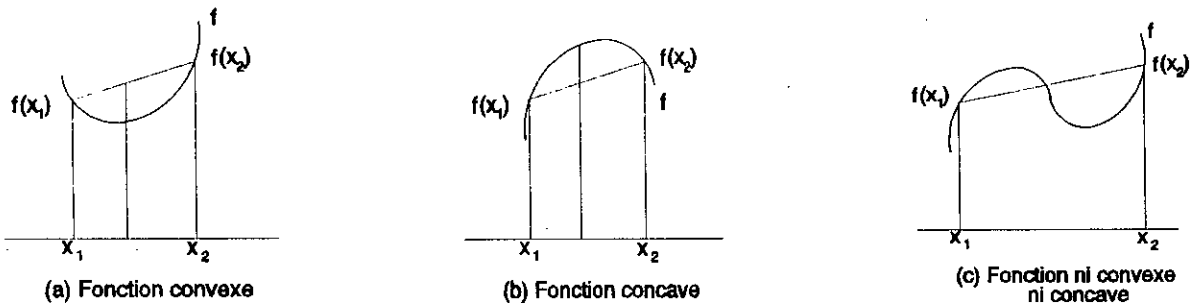


Figure B.2: Exemples de fonctions convexe et concave

## ANNEXE C

### INTERPRETATION DES FACTEURS DE LAGRANGE

Les facteurs de Lagrange ont un sens physique très important. Ces facteurs mesurent la sensibilité de la fonction objective par rapport aux contraintes égalités [28]. Pour voir ceci, considérons le problème d'optimisation suivant impliquant seulement une seule contrainte égalité:

$$\text{Minimiser } f(x) \quad (\text{C-1})$$

sujet à:

$$\tilde{g}(x) = b \quad \text{ou} \quad g(x) = b - \tilde{g}(x) = 0 \quad (\text{C-2})$$

où  $b$  est une constante. La contrainte est écrite comme  $g(x) = b - \tilde{g}(x)$  par commodité.

Les conditions nécessaires pour avoir un minimum sont les suivantes:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{C-3})$$

$$g = 0 \quad (\text{C-4})$$

Supposons que les solutions des équations (C-3) et (C-4) sont  $\mathbf{X}^*$ ,  $\lambda^*$  et  $\mathbf{f}^* = \mathbf{f}(\mathbf{X}^*)$ . Supposons qu'on veut trouver l'effet d'une petite variation de  $\mathbf{b}$  sur la solution optimale  $\mathbf{f}^*$ .

En dérivant l'équation (C-2), on obtient:

$$dg = db - d\tilde{g} = 0$$

ou bien

$$db = d\tilde{g} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \tilde{g}}{\partial x_i} dx_i = \nabla \tilde{g}^T \cdot h \quad (\text{C-5})$$

avec

$$h = \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_n \end{Bmatrix} = dx \quad (\text{C-6})$$

L'équation (C-3) peut être écrite de la manière suivante:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial \tilde{g}}{\partial x_i} = 0$$

c'est à dire,

$$\frac{\partial \tilde{g}}{\partial x_i} = \frac{(\partial f / \partial x_i)}{\lambda}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{C-7})$$

En substituant l'équation (C-7) dans l'équation (C-5), on obtient:

$$db = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i = \frac{1}{\lambda} \nabla f^T \cdot h = \frac{df}{\lambda} \quad (\text{C-8})$$

et puisque:

$$df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i = \nabla f^T \cdot h \quad (\text{C-9})$$

alors

$$\lambda = \frac{df}{db} \quad \text{ou} \quad \lambda^* = \frac{df^*}{db} \quad (\text{C-10})$$

et

$$df^* = \lambda^* \cdot db \quad (\text{C-11})$$

Ceci montre que  $\lambda^*$  représente la variation marginale ou incrémentale dans  $f^*$  par rapport à  $b$ . Dans un autre sens,  $\lambda^*$  indique à quel point la contrainte est liée au point optimal. Dépendamment de sa valeur (positive, négative ou nulle), le sens physique suivant peut être attribué à la valeur de  $\lambda^*$ .

**Cas (i):  $\lambda^* > 0$**

Dans ce cas, une diminution unitaire dans  $b$  est positivement évaluée puisqu'elle donne une valeur plus petite au minimum de la fonction objective. En fait, la diminution dans  $f^*$  sera exactement égale à  $\lambda^*$  puisque  $df^* = \lambda^*(-1) = -\lambda^* < 0$ . Par conséquent, lorsque la contrainte est astreinte,  $\lambda^*$  peut être interprétée comme un gain marginal (réduction supplémentaire) dans  $f^*$ . D'autre part, si  $b$  est augmentée d'une unité, alors  $f$  augmente à un autre niveau optimal, tel que le taux d'augmentation dans  $f^*$  est déterminé par le module de  $\lambda^*$  puisque  $df^* = \lambda^*(+1) > 0$ . Dans ce cas,  $\lambda^*$  peut être interprété comme un coût marginal (augmentation) dans  $f^*$  dû à la détente de la contrainte.

**Cas (ii):  $\lambda^* < 0$**

Dans ce cas, une augmentation unitaire dans  $b$  est positivement évaluée car ceci permet la diminution de la valeur optimale de  $f$ . Le gain marginal (réduction) dans  $f^*$  dû à la détente de la contrainte d'une unité est déterminé par la valeur  $\lambda^*$  comme  $df^* = \lambda^*(+1) = \lambda^* < 0$ . Lorsqu'on astreint la contrainte, en diminuant la valeur de  $b$ , le coût marginal (augmentation) dans  $f^*$  devient  $df^* = \lambda^*(-1) = -\lambda^* > 0$  puisque la valeur minimale de la fonction objective augmente.

**Cas (iii):  $\lambda^* = 0$**

Dans ce cas, le changement dans la valeur de  $b$  n'a absolument aucun effet sur la valeur optimale de  $f$ . Cela signifie que l'optimisation de  $f$  sujet à  $g=0$  conduit à la même valeur optimale  $X^*$  que celle obtenue dans l'optimisation de  $f$  seule.

# ANNEXE D: DONNEES DES DIFFERENTS RESEAUX

## ANNEXE D.1: DONNEES DU RESEAU MODELE IEEE 14 NOEUDS [29]

IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA

Line designation	Resistance p.u.*	Reactance p.u.*	Line charging p.u.**
1-2	0.01938	0.05917	0.0264
1-5	0.05403	0.22304	0.0246
2-3	0.04699	0.19797	0.0249
2-4	0.05811	0.17632	0.0187
2-5	0.05695	0.17388	0.0170
3-4	0.06701	0.47103	0.0173
4-5	0.01335	0.04211	0.0064
4-7	0	0.20912	0
4-9	0	0.55618	0
5-6	0	0.25202	0
6-11	0.07298	0.19890	0
6-12	0.12291	0.25581	0
6-13	0.06615	0.13027	0
7-8	0	0.17615	0
7-9	0	0.11001	0
9-10	0.03181	0.08450	0
9-14	0.12711	0.27038	0
10-11	0.08205	0.19207	0
12-13	0.22092	0.19988	0
13-14	0.17093	0.14802	0

\* Impedance and line-charging susceptance in p.u. on a 100(MVA) kV base  
Line charging one-half of total charging of line

TRANSFORMER DATA

Transformer designation	Tap setting*
4-7	0.978
4-9	0.969
5-6	0.932

\* Off-nominal turns ratio, as determined by the actual transformer tap position and the voltage base. In the case of nominal turns ratio, the multiplier is 1.

Table 4

OPERATING CONDITIONS

Bus number	Starting bus voltage		Generation		Load	
	Magnitude p.u.	Phase angle deg	MW	MVAR	MW	MVAR
1*	1.06	0	0	0	0	0
2	1.0	0	40	0	21.7	12.7
3	1.0	0	0	0	94.2	19.0
4	1.0	0	0	0	47.8	-3.9
5	1.0	0	0	0	7.6	1.6
6	1.0	0	0	0	11.2	7.5
7	1.0	0	0	0	0	0
8	1.0	0	0	0	0	0
9	1.0	0	0	0	29.5	16.6
10	1.0	0	0	0	9.0	5.8
11	1.0	0	0	0	3.5	1.8
12	1.0	0	0	0	6.1	1.6
13	1.0	0	0	0	13.5	5.8
14	1.0	0	0	0	14.9	5.0

\* Swing machine

STATIC CAPACITOR DATA

Bus number	Susceptance** p.u.
9	0.49

\*\* Susceptance in p.u. on a 100(MVA) kV base

Table 5

REGULATED BUS DATA

Bus number	Voltage magnitude, p.u.	Minimum MVAR capability	Maximum MVAR capability
2	1.045	-40	50
3	1.010	0	40
6	1.070	-6	24
8	1.090	-6	24



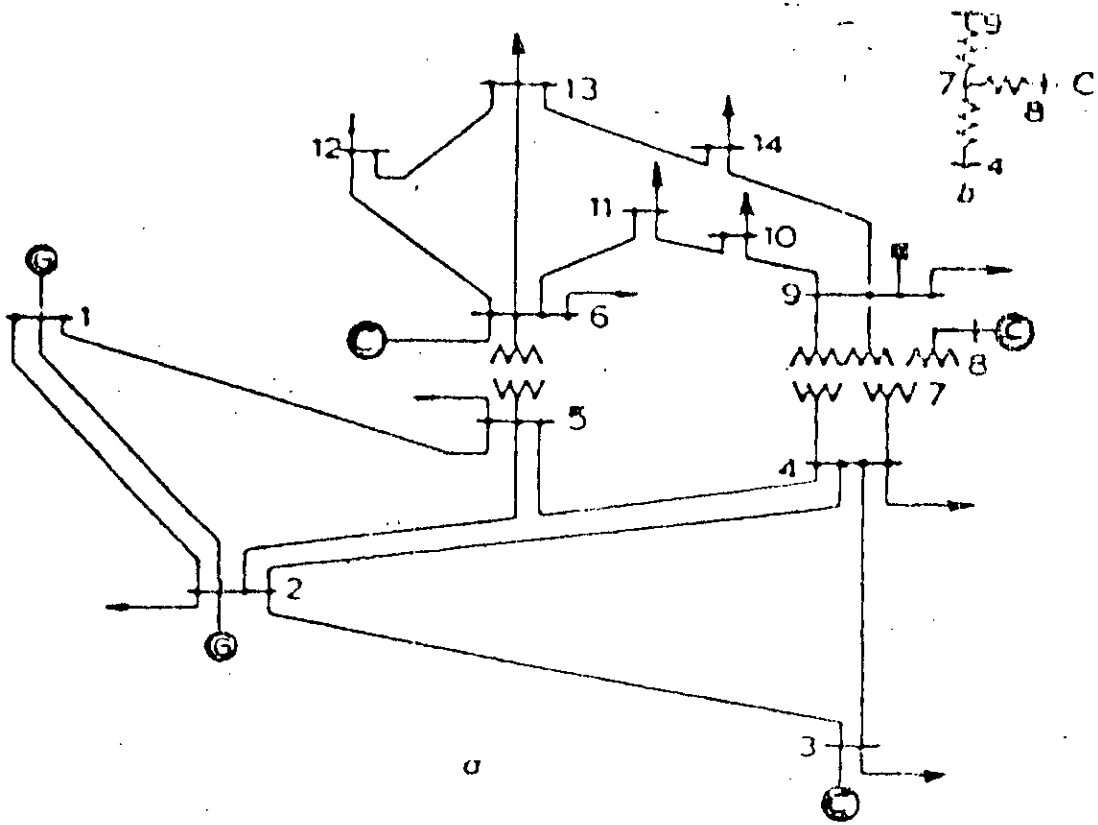


Fig. 5

*AEP 14 bus test system*



Synchronous compensators



Generators

*a* Bus-code diagram

*b* 3-winding transformer equivalent

# ANNEXE D.2: DONNEES DU RESEAU MODELE IEEE 30 NOEUDS [29]

Table 6

IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA

Line designation	Resistance p.u.*	Reactance p.u.*	Line charging p.u.
1-2	0.0192	0.0575	0.0264
1-3	0.0452	0.1852	0.0204
2-4	0.0570	0.1737	0.0184
3-4	0.0132	0.0379	0.0042
2-5	0.0472	0.1583	0.0209
2-6	0.0581	0.1763	0.0187
4-6	0.0119	0.0414	0.0045
5-7	0.0460	0.1360	0.0107
6-7	0.0267	0.0820	0.0045
6-8	0.0120	0.0420	0.0045
6-9	0	0.2080	0
6-10	0	0.5560	0
9-11	0	0.2080	0
9-10	0	0.1100	0
4-12	0	0.2560	0
12-13	0	0.1400	0
12-14	0.1231	0.2359	0
12-15	0.0662	0.1304	0
12-16	0.0945	0.1987	0
14-15	0.2210	0.1997	0
16-17	0.0824	0.1923	0
15-18	0.1070	0.2185	0
18-19	0.0639	0.1292	0
19-20	0.0340	0.0650	0
10-20	0.0936	0.2090	0
10-17	0.0324	0.0845	0
10-21	0.0348	0.0749	0
10-22	0.0727	0.1499	0
21-22	0.0116	0.0236	0
15-23	0.1000	0.2020	0
22-24	0.1150	0.1750	0
23-24	0.1229	0.2709	0
24-25	0.1585	0.3292	0
25-26	0.2544	0.3800	0
25-27	0.1093	0.2087	0
27-28	0	0.3960	0
27-29	0.2198	0.4153	0
27-30	0.3202	0.6027	0
29-30	0.2359	0.4533	0
8-28	0.0636	0.2000	0.0214
6-28	0.0169	0.0599	0.0065

\* Impedance and line charging susceptance in p.u. on a 1000MVA base. Line charging is half of total charging of line.

STATIC CAPACITOR DATA

Bus number	Susceptance* p.u.
10	0.19
24	0.043

\* Susceptance in p.u. on a 100000kVA base.

Table 7

OPERATING CONDITIONS

Bus number	Starting bus voltage		Generation		Load	
	Magnitude p.u.	Phase angle degrees	MW	MVAR	MW	MVAR
1*	1.06	0	0	0	0	0
2	1.0	0	40	0	21.7	12.2
3	1.0	0	0	0	2.4	1.2
4	1.0	0	0	0	9.6	1.6
5	1.0	0	0	0	94.2	19.0
6	1.0	0	0	0	0	0
7	1.0	0	0	0	22.8	10.9
8	1.0	0	0	0	30.0	30.0
9	1.0	0	0	0	0	0
10	1.0	0	0	0	5.8	2.0
11	1.0	0	0	0	0	0
12	1.0	0	0	0	11.2	7.5
13	1.0	0	0	0	0	0
14	1.0	0	0	0	6.2	1.6
15	1.0	0	0	0	8.2	2.5
16	1.0	0	0	0	3.5	1.8
17	1.0	0	0	0	9.0	5.8
18	1.0	0	0	0	3.2	0.9
19	1.0	0	0	0	9.5	3.4
20	1.0	0	0	0	2.2	0.7
21	1.0	0	0	0	17.5	11.2
22	1.0	0	0	0	0	0
23	1.0	0	0	0	3.2	1.6
24	1.0	0	0	0	8.7	6.7
25	1.0	0	0	0	0	0
26	1.0	0	0	0	3.5	2.3
27	1.0	0	0	0	0	0
28	1.0	0	0	0	0	0
29	1.0	0	0	0	2.4	0.9
30	1.0	0	0	0	10.6	4.9

\* Swing machine

REGULATED BUS DATA

Bus number	Voltage magnitude p.u.	Maximum MW capability	Maximum MVAR capability
2	1.045	-40	50
5	1.01	-40	40
8	1.01	-40	40
11	1.082	-6	24
13	1.071	-6	24

Table 9

TRANSFORMER DATA

Transformer designation	Tap setting*
4-12	0.932
6-9	0.978
6-10	0.969
25-27	0.968

\* Off nominal turns ratio, as determined by the actual primary and secondary winding and the voltage bases. In the case of nominal turns ratio, this ratio is 1.0.

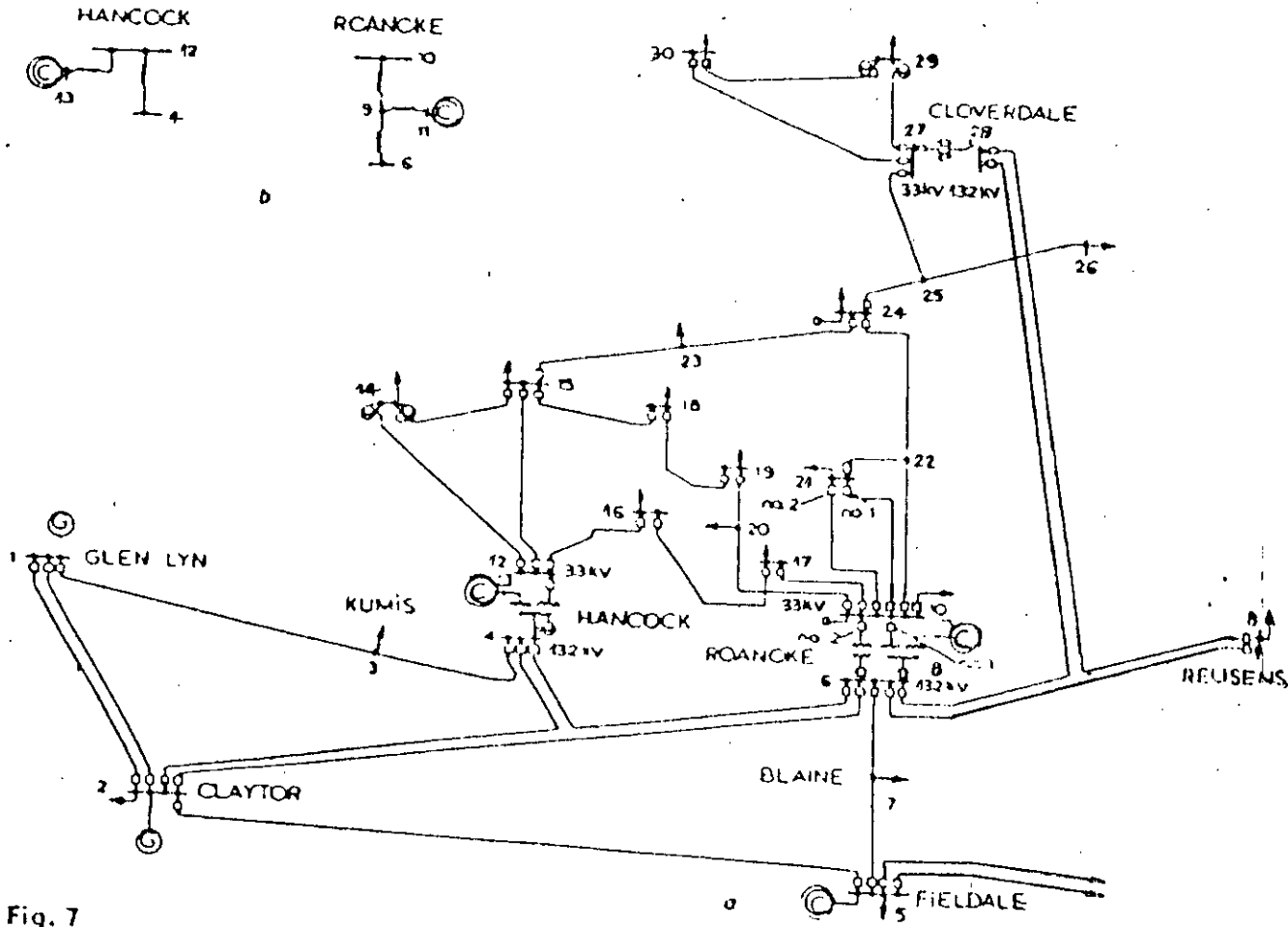


Fig. 7  
AEP 30 bus test system

- ⊙ synchronous compensators
- ⊙ generators
- a Bus-code diagram
- b 3-winding transformer equivalents

# ANNEXE D.3: DONNEES DU RESEAU MODELE IEEE 57 NOEUDS [29]

## IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA

## OPERATING CONDITIONS

Line designation	Resistance p.u.*	Reactance p.u.*	Line charging p.u.*
1-2	0-0083	0-0280	0-0645
2-3	0-0298	0-0850	0-0409
3-4	0-0112	0-0366	0-0190
4-5	0-0625	0-1320	0-0129
4-6	0-0430	0-1480	0-0174
6-7	0-0200	0-1020	0-0138
6-8	0-0339	0-1730	0-0235
8-9	0-0099	0-0505	0-0274
9-10	0-0369	0-1679	0-0220
9-11	0-0258	0-0848	0-0109
9-12	0-0648	0-2950	0-0386
9-13	0-0181	0-1590	0-0203
13-14	0-0132	0-0434	0-0055
13-15	0-0269	0-0869	0-0115
1-15	0-0178	0-0910	0-0194
1-16	0-0454	0-2060	0-0273
1-17	0-0238	0-1080	0-0143
3-15	0-0162	0-0530	0-0272
4-18	0	0-555	0
4-18	0	0-43	0
5-6	0-0302	0-0641	0-0062
7-8	0-0139	0-0712	0-0097
10-12	0-0277	0-1262	0-0164
11-13	0-0223	0-0732	0-0094
12-13	0-0178	0-0580	0-0302
12-16	0-0180	0-0813	0-0108
12-17	0-0397	0-1790	0-0238
14-15	0-0171	0-0547	0-0074
18-19	0-4610	0-6850	0
19-20	0-2830	0-4340	0
20-21	0	0-7767	0
21-22	0-0736	0-1170	0
22-23	0-0099	0-0152	0
23-24	0-1660	0-2560	0-0042
24-25	0	1-182	0
24-25	0	1-23	0
24-26	0	0-0473	0
26-27	0-1650	0-2540	0
27-28	0-0618	0-0954	0
28-29	0-0418	0-0587	0
7-29	0	0-0648	0
25-30	0-1350	0-2020	0
30-31	0-3260	0-4970	0
31-32	0-5070	0-7550	0
32-33	0-0392	0-0360	0
32-34	0	0-9530	0
34-35	0-0520	0-0780	0-0016
35-36	0-0430	0-0537	0-0008
36-37	0-0290	0-0366	0
37-38	0-0651	0-1009	0-0010
37-39	0-0239	0-0379	0
36-40	0-0300	0-0466	0
22-38	0-0192	0-0295	0
11-41	0	0-7490	0
41-42	0-2070	0-3520	0
41-43	0	0-4120	0
38-44	0-0289	0-0585	0-0010
15-45	0	0-1042	0
14-46	0	0-0735	0
46-47	0-0230	0-0680	0-0016
47-48	0-0182	0-0233	0
48-49	0-0334	0-1290	0-0024
49-50	0-0801	0-1280	0
50-51	0-1386	0-2200	0
10-51	0	0-0712	0
13-49	0	0-1910	0
29-52	0-1442	0-1870	0
52-53	0-0762	0-0984	0
53-54	0-1878	0-2320	0
54-55	0-1732	0-2265	0
11-43	0	0-1530	0
44-45	0-0624	0-1242	0-0020
40-56	0	1-1950	0
56-41	0-5530	0-5190	0
56-42	0-2125	0-3540	0
39-57	0	1-3550	0
57-56	0-1740	0-2600	0
38-49	0-1150	0-1770	0-0030
38-48	0-0312	0-0482	0
9-55	0	0-1205	0

Bus number	Starting bus voltage		Generation		Load	
	Magnitude p.u.	Phase angle deg	MW	MVar	MW	MVar
1*	1-04	0	0	0	55-0	17-0
2	1-0	0	0	0	3-0	18-0
3	1-0	0	40	0	41-0	21-0
4	1-0	0	0	0	0	0
5	1-0	0	0	0	13-0	4-0
6	1-0	0	0	0	75-0	2-0
7	1-0	0	0	0	0	0
8	1-0	0	450	0	150-0	23-0
9	1-0	0	0	0	121-0	26-0
10	1-0	0	0	0	5-0	2-0
11	1-0	0	0	0	0	0
12	1-0	0	310	0	377-0	24-0
13	1-0	0	0	0	18-0	2-3
14	1-0	0	0	0	10-5	5-3
15	1-0	0	0	0	22-0	5-0
16	1-0	0	0	0	43-0	3-0
17	1-0	0	0	0	42-0	8-0
18	1-0	0	0	0	27-2	9-8
19	1-0	0	0	0	3-3	0-6
20	1-0	0	0	0	2-3	1-0
21	1-0	0	0	0	0	0
22	1-0	0	0	0	0	0
23	1-0	0	0	0	6-3	2-4
24	1-0	0	0	0	0	0
25	1-0	0	0	0	6-3	3-2
26	1-0	0	0	0	0	0
27	1-0	0	0	0	9-3	0-5
28	1-0	0	0	0	4-6	2-3
29	1-0	0	0	0	17-0	2-6
30	1-0	0	0	0	3-6	1-8
31	1-0	0	0	0	5-8	2-9
32	1-0	0	0	0	1-6	0-8
33	1-0	0	0	0	3-8	1-9
34	1-0	0	0	0	0	0
35	1-0	0	0	0	6-0	3-0
36	1-0	0	0	0	0	0
37	1-0	0	0	0	0	0
38	1-0	0	0	0	14-0	7-0
39	1-0	0	0	0	0	0
40	1-0	0	0	0	0	0
41	1-0	0	0	0	6-3	3-0
42	1-0	0	0	0	7-4	4-4
43	1-0	0	0	0	2-0	1-0
44	1-0	0	0	0	12-0	1-8
45	1-0	0	0	0	0	0
46	1-0	0	0	0	0	0
47	1-0	0	0	0	29-7	11-6
48	1-0	0	0	0	0	0
49	1-0	0	0	0	18-0	8-5
50	1-0	0	0	0	21-0	10-5
51	1-0	0	0	0	18-0	5-3
52	1-0	0	0	0	4-9	2-2
53	1-0	0	0	0	20-0	10-0
54	1-0	0	0	0	4-1	1-4
55	1-0	0	0	0	6-8	3-4
56	1-0	0	0	0	7-6	2-2
57	1-0	0	0	0	6-7	2-0

\* Swing machine

\* Impedance and line charging susceptance in p.u. on a 100000kVA base  
Line charging: one-half of total charging of line

REGULATED BUS DATA

Bus number	Voltage magnitude p.u.	Minimum MVAR capability	Maximum MVAR capability
2	1.01	-17	50
3	0.985	-10	60
6	0.98	-8	25
8	1.005	-140	200
9	0.98	-3	9
12	1.015	-50	155

TRANSFORMER DATA

Transformer designation	Tap setting*
4-18	0.97
4-18	0.978
7-29	0.967
9-53	0.94
10-51	0.93
11-41	0.955
11-43	0.958
13-19	0.895
14-46	0.9
15-45	0.955
21-20	1.043
24-25	1.000
24-25	1.000
24-26	1.043
34-32	0.975
39-57	0.98
40-56	0.958

Table 13

STATIC CAPACITOR DATA

Bus number	Susceptance* p.u.
18	0.1
25	0.059
53	0.063

\* Susceptance in p.u. on a 100,000 kVA base

\* Off-nominal turns ratio, as determined by the actual transformer-tap positions and the voltage base. In the case of nominal turns ratio, this would equal 1

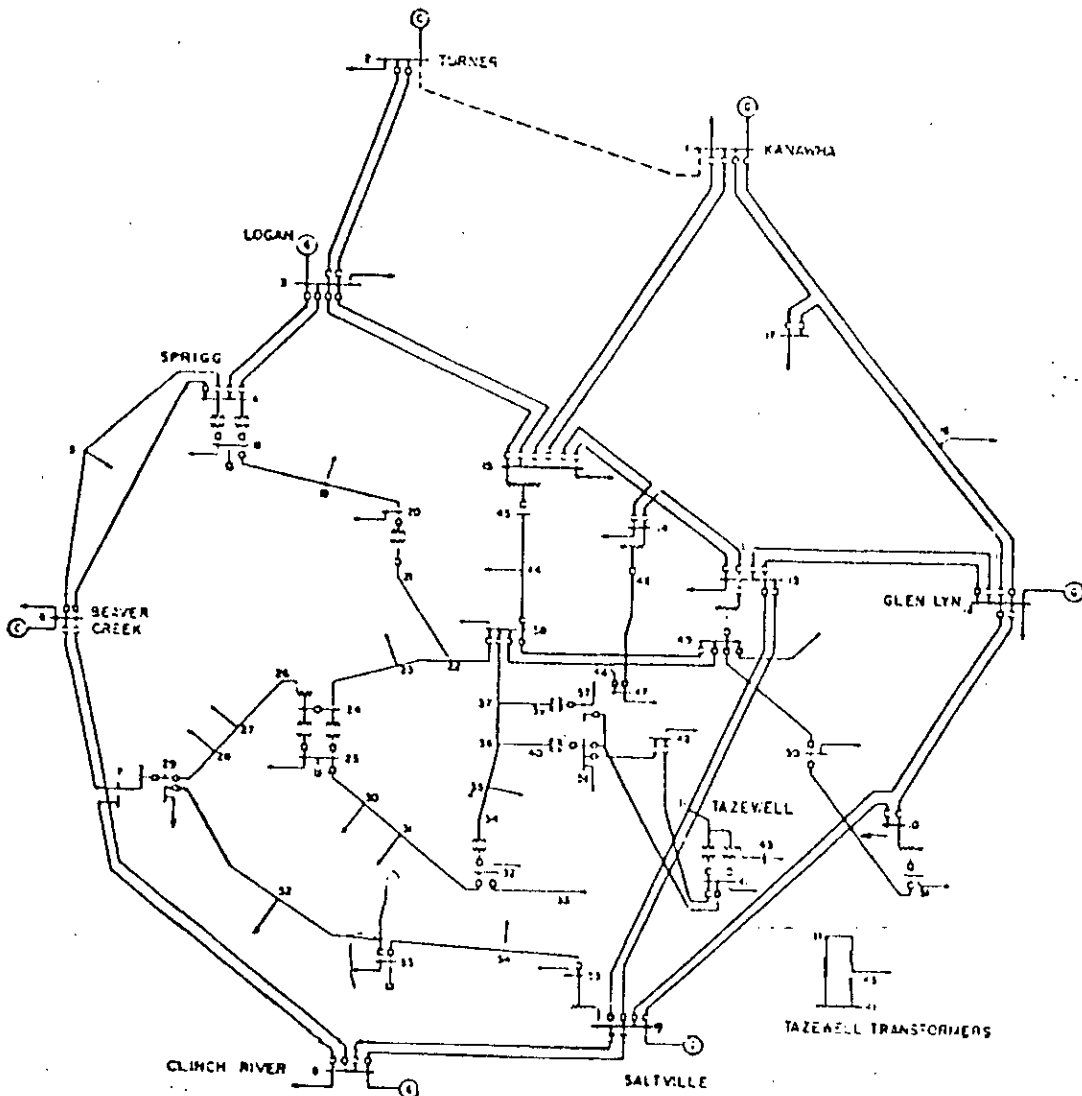


Fig. 8  
AEP 57 bus test system  
Bus-code diagram  
C synchronous compensators  
G generators

## ANNEXE D.4: DONNEES DU RESEAU NATIONAL

### IMPEDANCE AND LINE CHARGING DATA

Line designation		Resistance p.u.	Reactance p.u.	Line charging p.u.
14	15	0.00360	0.16320	0.00000
15	16	0.05010	0.23650	0.17840
15	16	0.05010	0.23650	0.17840
15	07	0.04640	0.21900	0.16520
17	16	0.00240	0.14840	0.00000
02	04	0.00740	0.05060	0.07860
02	11	0.00880	0.05690	0.08840
04	03	0.00850	0.04030	0.03030
04	10	0.01400	0.04980	0.03550
01	18	0.02740	0.12950	0.09760
18	01	0.01390	0.09480	0.14740
01	06	0.01840	0.08710	0.06570
01	08	0.01510	0.07140	0.05380
01	11	0.00610	0.02890	0.05180
01	11	0.00740	0.00350	0.02640
01	11	0.00310	0.00209	0.00324
18	26	0.02500	0.09040	0.06490
18	26	0.01830	0.08630	0.06510
18	29	0.00730	0.05060	0.10550
18	06	0.01710	0.06290	0.04540
18	09	0.01700	0.08060	0.06080
12	13	0.00130	0.00450	0.00320
13	05	0.00380	0.01350	0.00970
13	11	0.00510	0.01800	0.01290
07	08	0.01500	0.07090	0.05350
07	09	0.02280	0.10760	0.08110
08	10	0.01570	0.07400	0.05580
10	11	0.02880	0.10200	0.07290

Line designation		Resistance p.u.	Reactance p.u.	Line charging p.u.
30	23	0.01480	0.07010	0.05280
30	46	0.01230	0.08760	0.06600
19	20	0.00650	0.02440	0.01760
19	20	0.00730	0.02780	0.02020
19	24	0.01970	0.07320	0.05300
19	25	0.00470	0.02310	0.15580
19	27	0.00600	0.02960	0.06050
19	28	0.01980	0.07270	0.05240
20	22	0.00560	0.02630	0.01980
20	26	0.02400	0.08610	0.06180
21	29	0.00730	0.05060	0.10550
21	27	0.0093	0.06310	0.13210
21	27	0.0093	0.06310	0.13210
22	26	0.01220	0.05780	0.04360
23	24	0.01950	0.09200	0.06890
23	26	0.01220	0.05780	0.04360
24	38	0.01520	0.04370	0.03860
24	51	0.02130	0.10070	0.07600
25	27	0.00180	0.00860	0.12610
26	29	0.00450	0.03160	0.06580
28	49	0.01780	0.06550	0.04720
32	40	0.01580	0.07440	0.05610
32	31	0.00990	0.04670	0.03520
32	37	0.01670	0.07880	0.05950
31	34	0.03030	0.10750	0.07680
33	34	0.03180	0.11290	0.08080
33	35	0.02240	0.07950	0.05700
33	36	0.00650	0.05030	0.09250
34	40	0.00560	0.02660	0.02000
34	44	0.01110	0.05260	0.03960
34	36	0.01900	0.06750	0.04840
35	36	0.00510	0.01800	0.01290
36	50	0.01110	0.08620	0.15850
39	38	0.00150	0.00200	0.00530
38	45	0.02030	0.07000	0.05160

Line designation		Resistance p.u*	Reactance p.u*	Line charging p.u*
40	41	0.01050	0.04950	0.03730
40	48	0.03090	0.11960	0.08720
40	50	0.01000	0.06950	0.14530
42	43	0.01380	0.06570	0.04950
42	51	0.03000	0.14200	0.10620
41	43	0.01850	0.08760	0.06600
43	57	0.03520	0.16640	0.12550
43	63	0.03710	0.17520	0.13210
44	45	0.02980	0.10780	0.07760
45	48	0.01430	0.05270	0.03800
45	49	0.01230	0.04480	0.03220
45	50	0.00570	0.03980	0.08320
47	46	0.00110	0.06710	0.00000
47	55	0.38440	1.36280	0.00540
46	51	0.03340	0.15770	0.11890
46	53	0.03880	0.18330	0.13820
48	50	0.02220	0.10510	0.07930
48	51	0.02280	0.10760	0.08110
48	51	0.01160	0.08980	0.16500
49	50	0.00930	0.07180	0.13210
52	62	0.03710	0.17520	0.13210
52	53	0.01480	0.07000	0.05280
54	56	0.08540	0.28540	0.00120
54	56	0.08540	0.28540	0.00120
55	54	0.55000	1.04800	0.00420
54	53	0.00120	0.07420	0.00000
57	63	0.01900	0.08960	0.06750
61	58	0.04920	0.16450	0.00070
58	59	0.00180	0.07800	0.00000
58	60	0.06090	0.15670	0.00080
58	60	0.06090	0.15670	0.00080
59	62	0.01670	0.07880	0.05950
59	63	0.02970	0.14010	0.10570

\* Impedance and line-charging susceptance in p.u on a 100.000 kVA base  
Line charging one-half of total charging of line



OPERATING CONDITIONS

N°	Bus Name	Voltage	Generation		Load	
		P.u	MW	MVar	MW	MVar
01*	Mersat	1.100	750.	180.	124.300	62.100
02	Beni-Saf	1.000	0.	0.	54.600	26.100
03	Ouida	1.000	0.	0.	0.000	00.000
04	Ghazaouet	1.000	0.	0.	34.000	25.000
05	Ravin Blanc	1.000	60.	40.	0.000	00.000
06	Relizane	1.000	0.	0.	51.100	25.600
07	Saida	1.000	0.	0.	74.900	37.500
08	Sidi-Belabès	1.000	0.	0.	66.100	33.000
09	Tiaret	1.113	300.	100.	119.	59.500
10	Tlemcen	1.000	0.	0.	91.7	45.800
11	Zahana	1.000	0.	0.	62.6	31.300
12	Petit lac 1	1.000	60.	40.	142.0	71.000
13	Petit lac 2	1.000	0.	0.	0.0	0.
14	Ain Sefra 1	0.995	0.	0.	39.	19.5
15	Ain Sefra 2	1.000	0.	0.	0.	0.
16	Béchar 1	1.000	0.	0.	0.	0.
17	Béchar 2	1.000	10.	0.	70.	35.
18	Oued-Sly	1.000	0.	84.	42.	0.
19	Alger Est	1.086	490.	15.	100.	60.
20	Larbaa	1.000	120.	26.	252.	126.0
21	Alger Ouest	1.000	0.	0.	0.	0.
22	Beni Merad	1.000	0.	0.	172.	86.
23	Berronaghia	1.000	0.	0.	97.	48.
24	Bouira	1.000	0.	0.	87.	43.
25	Hamma	1.000	110.	70.	234.	117.
26	Khemis	1.000	0.	0.	60.	30.
27	Ouled Fayet	1.000	0.	0.	68.	34.
28	Tizi-ouzou	1.000	0.	0.	104.	52.
29	Kherba	1.000	0.	0.	27.0	14.
30	Ain-Oussera	1.000	0.	0.	26.	12.
31	El-Aouinet	1.000	0.	0.	48.	24.
32	Ain Beida	1.000	0.	0.	68.	32.
33	El Hadjar	1.000	110.	69.	322.	161.
34	El Khroub	1.000	0.	0.	93.	46.
35	Skikda 1	1.000	200.	50.	133.	83.
36	Skikda 2	1.082	600.	79.	0.	0.
37	Tebessa	1.000	0.	0.	64.	32.
38	Akbou 1	1.000	0.	0.	0.	0.
39	Akbou 2	1.000	0.	0.	35.	17.
40	Ain M'lila	1.000	0.	0.	19.	10.
41	Batna	1.000	0.	0.	90.	45.0
42	Barika	1.000	0.	0.	32.	16.
43	Biskra	1.000	0.	0.	82.0	41.0
44	C.Laid	1.000	0.	0.	26.0	12.
45	Darguinah	1.000	0.	0.	36.	18.
46	Dielfa 1	1.000	0.	0.	0.	0.
47	Dielfa 2	1.000	0.	0.	56.	28.
48	El Hassi	1.000	0.	0.	141.	50.
49	El Kseur	1.000	0.	0.	54.0	26.
50	Jijel	1.000	500.	0.	159.0	79.
51	M'sila	1.091	550.	10.	89.0	44.
52	Ghardaia	1.000	0.	0.	23.	12.
53	Tilghemt 1	1.000	100.	3.	61.0	30.0
54	Tilghemt 2	1.000	0.	0.	0.	0.

55	Laghouat	1.000	0.0	0.0	0.0	0.0
56	Hassi-Rmel	1.000	80.0	0.0	32.0	16.0
57	El-Oued	1.000	0.0	0.0	30.0	15.0
58	H.Messaoud nord 1	1.000	80.0	27.0	148.0	74.0
59	H.Messaoud nord 2	1.091	100.0	155.0	0.0	0.0
60	H.Messaoud sud	1.000	28.0	8.0	51.0	76.0
61	H.Messaoud	1.000	16.0	4.0	0.0	0.0
62	Ouargla	1.000	0.0	0.0	25.0	12.0
63	Tougourt	1.000	0.0	0.0	26.0	13.0

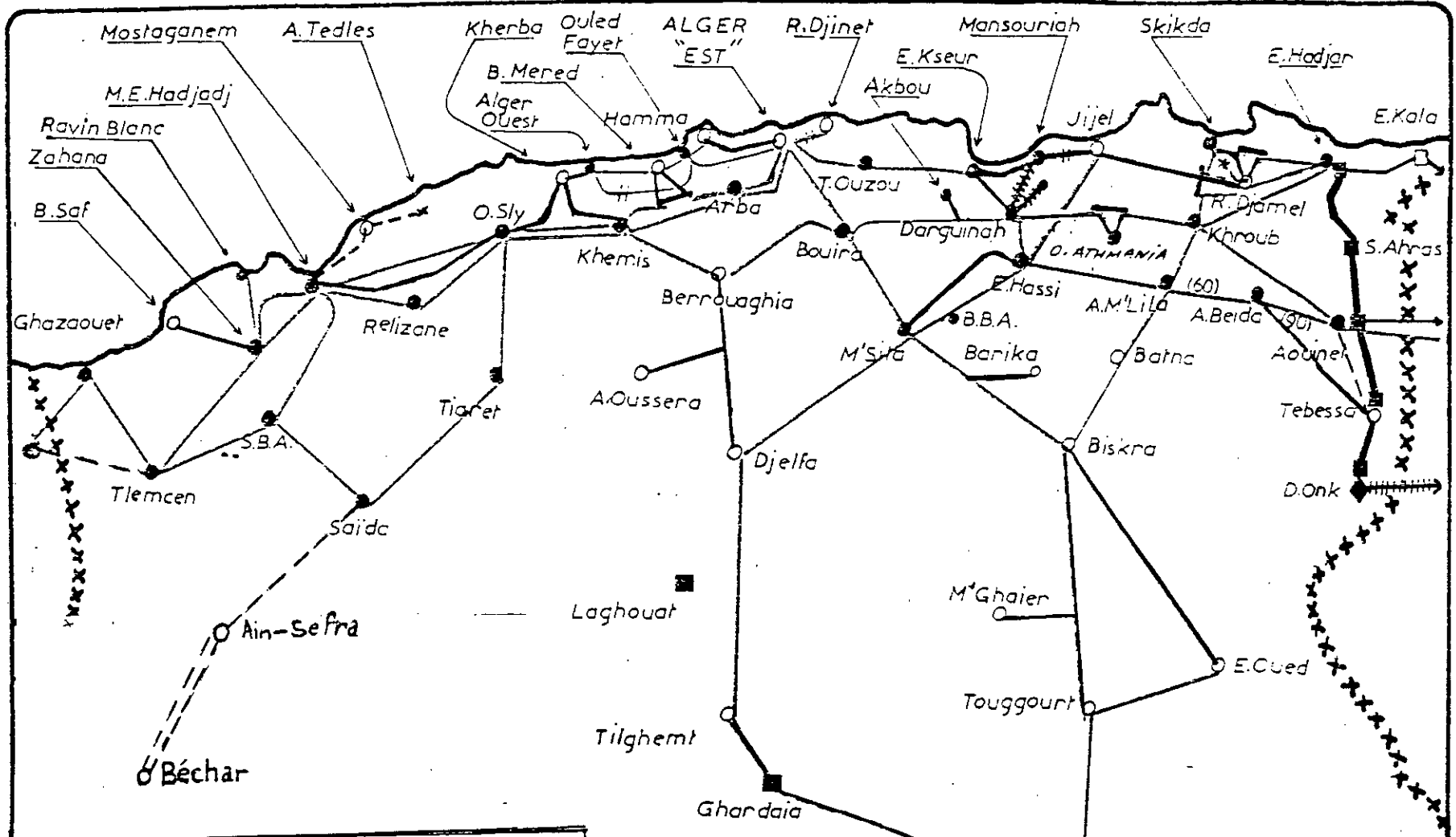
\* : Swing machine

#### REGULATED BUS DATA

Bus Number	Voltage magnitude en p.u	Minimum MVar capability	Maximum MVar capability
01	1.100	80	200
09	1.114	00	100
19	1.086	00	200
36	1.082	-50.	200
51	1.091	-50.	450
59	1.091	-50.	155

#### TRANSFORMER DATA

Transformer designation	Tap setting
14-15	1.020
16-17	1.060
46-47	0.980
53-54	0.980
58-59	0.980



LEGENDE		
Echelle:	0 50 100 150	
DESIGNATION	Existant	En construction
LIGNE 22kV	—	---
150kV	=====	
90kV	-----	