

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Presentée par :

Lahlou HADERBACHE

Ingenieur d'Etat de l'USTHB

Pour l'obtention du Titre de

MAGISTER

en Genie civil

THEME

SIMULATION NUMERIQUE DE LA
CONSOLIDATION BIDIMENSIONNELLE
EN UTILISANT LE MODELE DE CAM-CLAY

Membres du Jury

Mr BALI	Professeur	President
Mr MESSAFER	Maitre de Conference	Rapporteur
Mr BELKACEMI	Maitre de Conference	Examineur
Mr SILHADI	Maitre Assistant	Examineur
Mr KAOUA	Charge de Cours	Examineur
Mr DEMIDEM	Charge de Cours	invite

Promotion Fev 1995

RESUME:

L'évolution des contraintes locales, ainsi que celles des surpressions interstitielles, lors du processus de consolidation pourrait générer un glissement "cassure" interne qui serait essentiellement dûe à une augmentation excessive de la surpression du fluide interstitiel.

Après, une présentation des principaux travaux antérieurs, notre objectif s'est fixé sur l'analyse de l'évolution des surpressions de l'eau et des tassements des sols saturés par l'utilisation de la Méthode des Eléments Finis. Les différents aspects de la consolidation des sols dans le cas bidimensionnel et les cas de chargement constant et variable sont traités.

ABSTRACT :

The développement of local effective stresses as well as excess pore pressures may generate a drift "break" which will be mainly caused by excessive internal water pressure.

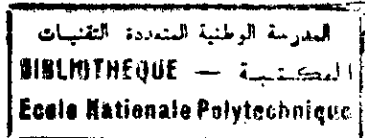
The detailed review of principal previous investigation set our objective to analysis of excess pore pressures and settlements of saturated soil by use Finite Elements Method. The problem of soil strengthening in its two-dimensional aspects as well as cases where the loading is constant and vary with time are treated.

الملخص :

إن تطور الإجهادات المحلية وكذلك ضغوط المياه المسامية في عملية التندب، يمكن أن يؤدي إلى نزلات "انكسار" ناتجة عن زيادة الترسبات إلى ارتفاع الكبير في الضغط الداخلي للمياه. بعد دراسة للبحوث الأساسية، هدفنا وجهه لدراسة تطورات ضغوط المياه المسامية والإزخافات في التربة، بالإضافة إلى طريقة العناصر المنتهية. وبعد طرق حسابية، يتم دراسة أشكال تشوه التربة من جانب الإزخافات، بالإضافة إلى حالات تغيرات وعدم تغير المحموتة بهلالة الزمن.

**TABLE DES MATIERES
ET LISTE DES
SYMBOLES**

TABLE DES MATIERES



SOMMAIRE
INTRODUCTION GENERALE.....	1
I - APERÇU SUR L'INGENIERIE DES SOLS	4
I - 1 Définition d'un sol	4
I - 2 Principe des contraintes effectives	4
I - 3 Principes rhéologiques.....	5
a - Cercle de Mohr.....	5
b - Contraintes quadratiques : (Invariants).....	6
c - Relations contraintes déformations	7
I - 4 L'écoulement de l'eau dans les sols	10
a - Considérations générales	10
b - Loi de Darcy	10
I - 5 Chemins des contraintes	11
a - Introduction	11
b - Définition	11
c - Exemples de chemins des contraintes	11
II - PHENOMENE DE CONSOLIDATION CLASSIQUE	13
II - 1 Introduction	13
II - 2 Phénomène de Consolidation.....	14
a- Développement des surpressions	14
interstitielles.....
b- Phénomène de compression primaire.....	14
c- Méthode la plus importante décrivant la
compression primaire	15
a - Modèle de Terzaghi	15
b - Conclusion.....	18
III - MECANIQUE DES SOLS A L'ETAT CRITIQUE	19
III - 1 Introduction	19
III - 2 Comportement élasto-plastique	19
III - 3 Critères de résistance	20
1 - Critères d'écoulement pour les métaux	21
2 - Critères d'écoulement pour les sols	22
III - 4 -Modèle de Cam clay : (CCL)	24
1 - Introduction	24
2 - Règle d'écoulement et hypothèse de
normalité.....	24

3 - Etats critiques	25
a - Comportement dilatant et contractant	25
b - Indices des vides critiques	25
4 - Surface d'état limite : (SEL)	27
a - Introduction	27
b - Ligne normalement consolidée	27
(Ligne d'état):(LNC).....	27
c - Ligne d'état critique : (LEC)	27
d - Représentation mathématique	30
e - Surface de Roscoe : (SR)	31
f - Surface de Hvorslev : (SH)	34
g - Surface d'état limite : (SEL)	36
h - Mur élastique	36
5 - Modèle de Cam clay original : (CCLO)	38
6 - Modèle du Cam clay modifié : (CCLM)	40
7 - Formulation mathématique de la fonction	
d'écoulement pour la (SH)	42
III - 5 Transformation des paramètres décrivant le	44
modèle. Cam clay	
1 - Introduction	44
2 - Transformation des paramètres du (CCL)	44
a - Pente de la (LNC)	44
b - Pente de la ligne de gonflement	45
c - Pente de la (LEC)	45
d - Pente de la (SH)	46
e - Contrainte quadratique critique	47
f - Indice des vides initial de la (LEC)	47
g - Module oedométrique.....	48
IV - SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONSOLIDATION	
BIDIMENSIONNELLE	49
IV - 1 Introduction	49
IV - 2 Formulation de la consolidatin bidimensionnelle,	49
en utilisant la Méthode des éléments finis (M. E. F).	
a - Equation d'équilibre	49
b - Equation de continuité	51
c - Formulation par la (M. E. F)	52
d - Incrémentation	54
e - Développement mathématique de la matrice	57



élasto-plastique	57
f - Conclusion	60
IV - 3 Description du programme	61
a - Introduction	61
b - Type d'éléments finis	61
c - Données géométriques, matérielles et conditions aux limites	61
d - Méthodes de résolution	64
e - Méthode de stockage	69
f - Tests de convergences	70
IV - 4 Organigrammes	79
V - APPLICATIONS	84
1 - Fichier de données	84
2 - Données préliminaires	84
3 - Exemple (1)	85
4 - Exemple (2)	90
CONCLUSION GENERALE	102
ANNEXES	107

LISTE DES SYMBOLES

- A: Paramètre tenant compte de l'écrouissage du sol.
- B: Matrice des dérivées des fonctions de formes des déplacements.
- C: Cohésion du sol.
- E: Module oedométrique.
- F: Vecteur force.
- G: Potentiel plastique.
- H: Pente de Hvorslev.
- K: Matrice de rigidité du sol.
- L: Matrice de couplage.
- M: Pente de la L.E.C.
- N: Fonction de forme des déplacements du sol.
- \bar{N} : Fonction de forme des surpressions de l'eau.
- P': Contraintes quadratiques normales effectives.
- Q: Matrice des dérivées des fonctions de forme des surpressions de l'eau.
- R: Résidus.
- Z: Profondeur du sol.
- a: Déplacements nodaux du sol.
- b: Surpressions nodales du sol.
- d: Champs des déplacements du sol.
- e: Indice des vides.
- f: Fonction d'écoulement.
- h: Charge hydraulique.
- i: Gradient hydraulique.
- k: Perméabilité du sol (dans le sens horizontal k_h , dans le sens vertical k_v).
- q: Contrainte quadratique de cisaillement.
- t: Temps.
- u: Surpression interstitielle.
- σ, σ' : Contraintes normales totales et effectives.
- τ : Contrainte de cisaillement.
- ξ_v, ξ_s : Déformations volumique et de cisaillement.
- ν : Coefficient de Poisson.
- α : Pente du chemin critique.

- γ', γ_v : Poids spécifique déjaugé, et de l'eau.
 ϕ' : Angle de frottement effectif à la rupture du sol.
 Γ : Indice des vides de la L.E.C ($P' = 1$).
 λ : Pente de la L.E.C et de la L.N.C.
 χ : Pente de la L.G.
 Δ_e, Δ_{ep} : Matrice élastique et élasto-plastique.
 ρ : Poids propre par unité de surface.

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES

- Fig I-1 : Cercle de Mohr
- Fig I-2 : Chemins des contraintes
- Fig III-1 : Chemin élasto-plastique d'un métal
- Fig III-2 : Représentation spatiale du critère de Trésca.....
- Fig III-3 : Représentation spatiale du critère de Von mises..
- Fig III-4 : Représentation spatiale du critère de
- Coulomb.....
- Fig III-5 : Hypothèse de normalité.....
- Fig III-6 : Variation de (e) dans le cas d'un sol lache.....
- Fig III-7 : variation de (e) dans le cas d'un sol dense
- Fig III-8 : Courbes de résistance des deux types de sols.....
- Fig III-9 : Tassements en fonction du temps
- Fig III-10 : Comportement d'un sol sous charge cyclique.....
- Fig III-11 : Comportement d'un sol dans un espace
- semi-logarithmique.....
- Fig III-12 : Comportement d'un sol soumis à une charge
- cyclique.....
- Fig III-13 : Ligne d'état critique.....
- Fig III-14 : Relations liant différents paramètres d'un sol..
- Fig III-15 : Comportement d'un sable.....
- Fig III-16 : Représentation de la (SR) dans le cas
- non-drainé.....
- Fig III-17 : Projection de la (SR) (cas non-drainé).....
- Fig III-18 : Projection du plan non-drainé.....
- Fig III-19 : Projection de la surface de Roscoe (SR) (cas ...
- drainé).....
- Fig III-20 : Projection du plan drainé.....
- Fig III-21 : Représentation de la (SR) dans le cas drainé....
- Fig III-22 : Représentation de la (SR) cas drainé et
- non-drainé.....
- Fig III-23 : Projection de la (SR) cas drainé et non-drainé..
- Fig III-24; 25 : Comportement d'un sol dilatant.....
- Fig III-26 : Autre comportement du sol dilatant.....
- Fig III-27 : Représentation de la surface de Hvorslev (SH)...
- Fig III-28 : Représentation spatiale de la (SEL).....

- Fig III-29 : Unicité de la (SEL).....
- Fig III-30 : Projection de la (SEL).....
- Fig III-31 : Représentation du Mur élastique.....
- Fig III-32 : Représentation des bornes d'integrations
- Fig III-33 : Représentation globale de la surface de
charge (CCLO).....
- Fig III-34 : Représentation globale de la surface de charge..
(CCLM).....
- Fig III-35 : Etat des contraintes possible et impossible.....
- Fig III-36 : Paramètres géométriques formant la surface
decharge (SH).....
- Fig III-37 : Signification géométrique de (P_0).....
- Fig III-38 : Indices de compression et de recompression.....
- Fig III-39 : Représentation géométrique liant les différents.
paramètres d'un sol.....
- Fig IV-1 : Conditions aux limites hydrauliques (drainage.....
d'un seul côté).....
- Fig IV-2 : Conditions aux limites hydrauliques (drainage
de deux côtés).....
- Fig IV-3 : Eléments Finis avec points de gauss.....
- Fig IV-4 : Numérotations d'Eléments Finis.....
- Fig IV-5 : Méthode de Newton-Raphson.....
- Fig IV-5-a : Méthode incrémentale.....
- Fig IV-5-b : Méthode mixte.....
- Fig IV-6 : Représentation graphique du point de rupturepour ..
les sols contractants
- Fig IV-6-a : Projection du chemin des contraintes (sols.....
contractants).....
- Fig IV-6-b : Représentation du chemin des contraintes dans...
un plan semi-logarithmique (sol contractant)....
- Fig IV-7 : Représentation graphique du point de rupture.....
pour les sols dilatants.....
- Fig IV-7-a : Projection du chemin des contraintes (sols
dilatant).....
- Fig IV-7-b : Représentation du chemin des contraintes dans ..
un plan semi-logarithmique (sol dilatant).....
- Fig IV-8 : Diagramme général.....
- Fig IV-9 : Calcul et assemblage des forces élémentaire et ...

matrices de rigidités équivalentes .

Fig IV-10 : Calcul des contraintes et des fonctions
 de charges.....

Fig IV-11 : Calcul des fonctions de charges.....

Fig IV-12 : Diagramme représentant le test d'écoulement

Fig IV-13 : Diagramme du test de rupture

Fig V-1 : Tassements finaux sous charges constante ou.....
 variable.....

Fig V-2 : Tassements temporaires sous charge constante.....

Fig V-3 : Surpressions sous charges constantes.....

Fig V-4 : Surpressions temporaires sous charges

constantes.....

Fig V-5 : Loi de chargement (charge variable).....

Fig V-6 : Surpressions sous charges variables.....

Fig V-7 : Surpressions temporaires sous charge variable.....

Fig V-8 : Tassements temporaires sous charge variables.....

Fig V-9 : Tassements verticaux finaux sous charge

constante (Elasto-plas).....

Fig V-10 : Comparaison tassements finaux charge variable....
 et constante.....

Fig V-11 : Tassements verticaux finaux (CCLM).....

Fig V-12 : Tassements verticaux finaux CCLO et CCLM.....

Fig V-13 : Tassements (H) finaux (profondeur).....

Fig V-14 : Tassements (H) à la surface du sol

Fig V-15 : Surpressions temporaires (charge constante).....

Fig V-16 : Tassements (V) temporaires (CCLO).....

Fig V-17 : Visualisation de la zone d'interface.....

Fig V-18 : Pourcentage des tassements (V) par rapport.....
 aux tassements (V) finaux

Fig V-19 : Surpressions dues aux charges variables (CCLO)....

Fig V-20 : Comparaison des tassements (H) (charge variable...
 et constante).....

Fig V-21 : Comparaison entre tassements (H) (CCLO).....

Fig V-22 : Comparaison entre les tassements de deux types...
 de chargements.....

Fig V-23 : Pourcentages des tassements temporaires finaux....
 (CCLM).....

Fig V-24 : Tassements temporaires en (%) (CCLM).....

Fig V-25 : Surpressions de l'eau.....

- Fig V-26 : Surpressions dans le cas d'une charge variable (CCLM).....
- Fig V-27 : Tassements (H) (CCLM).....
- Fig V-28 : Comparaison entre tassements des deux types de chargements (CCLM).....
- Fig V-29 : Tassements temporaires et final.....
- Fig V-30 : Variation des surpressions en profondeur.....
- Fig V-31 : Evolution des surpressions, lors d'une charge variable (CCLO).....
- Fig V-32 : Evolution des surpressions, lors d'une charge variable (CCLO).....

Introduction Générale

Depuis toujours, les scientifiques de différents horizons ont essayé de concilier les résultats obtenus à partir d'essais pratiques à ceux effectués par les calculs théoriques. Ceci, dans le but évident de réduire les dépenses souvent onéreuses enregistrées lors des tests pratiques. Aussi pour atteindre ce but, des formulations de plus en plus poussées, ont été élaborées pour décrire d'une manière assez fidèle les différents phénomènes auxquels les scientifiques sont confrontés. Toutefois, ces formulations à elles seules sont très difficiles à mettre en pratique (équations différentielles difficiles à résoudre), notamment en ce qui concerne les exemples ayant une nature complexe.

Cette complexité des différentes formulations a mis l'ensemble de la communauté scientifique dans une impasse, vu que la traduction de leurs efforts en termes pratiques se sont avérés vains. Ce n'est que grâce à l'évolution de la puissance des outils informatiques, que des méthodes dites numériques sont venues apporter une réponse adéquate à ces problèmes. Ainsi, des méthodes telles que : la méthode des Eléments Finis (M.E.F), la Méthode des Intégrales aux Frontières (M.I.F) etc..., se sont imposées progressivement dans les différents domaines de l'ingénierie. En somme, les méthodes numériques sont largement utilisées dans les différents axes de recherches, et celles relatives aux comportements des sols, on est un exemple concret. Dans ce sens, la (M.E.F) par exemple, peut nous apporter une aide inestimable non seulement pour décrire les phénomènes (tels que : la Consolidation, le Gonflement, la Liquifaction etc ...) que subissent les sols, mais en même temps, mettre en évidence la complexité (anisotropie, spécificités liées à l'hétérogénéité matérielle etc..) régnant au sein de ces derniers. Ceux là sont possible, car la formulation en éléments finis est conçue de telle sorte qu'on peut non seulement obtenir les renseignements recherchés à n'importe quel noeud du maillage du sol, mais en plus, il nous est aisément possible d'y inclure la complexité

ramenée par les propriétés rhéologiques qui peuvent jouer une quelconque importance dans le phénomène étudié. Ceux ci, nous permettront entre autres, de pratiquer une comparaison objective entre l'ensemble des modèles (dans notre cas, les versions originale (CCLO) et modifiée (CCLM) du modèle Cam-clay (CCL)) étudiés.

Dans cette optique, on a essayé par ce modeste travail de procéder à la généralisation de certaines hypothèses de Terzaghi (déplacement bidimensionnel du sol et sa non linéarité), lorsqu'il a traité pour la première fois le phénomène de consolidation. Ainsi, la simulation numérique par éléments finis dans le cas bidimensionnel, nous a aidé à comprendre un peu les proportions des déplacements horizontaux comparés à ceux développés dans le sens vertical. D'autre part, elle nous a permis en quelque 3000 lignes de programme en langage Fortran de traiter la non linéarité dans le comportement du sol, moyennant un modèle élaboré par l'équipe de recherche de l'université de Cambridge, s'intitulant modèle de Cam clay (CCL).

Lequel modèle (CCL), d'essence essentiellement élasto-plastique est développé en plusieurs versions, dont les versions originale (CCLO) et modifiée (CCLM) font l'objet de la présente étude. Au delà de ce travail, les modèles de CCLO et CCLM aboutissent à la fin du domaine plastique à une zone de ruine dite critique, qu'on a essayé de traduire par un critère de rupture tenant compte de la situation de ruine pour le sol en question. Ce critère est conçu de tel sorte, qu'il puisse être appliqué à tous les types de comportement des sols, soumis à la compression, dans le cas d'un essai drainé.

En complément à ces travaux, le programme peut traiter aussi bien le cas des sols soumis à un chargement constant que variable.

Aussi, dans le but de clarifier le contenu de la

présente étude, on donnera un bref aperçu sur chacun des chapitres.

Ainsi, le chapitre (I), renferme l'ensemble des définitions des paramètres qui jouent un rôle dans le comportement des sols. De même que, certains concepts rhéologiques et mathématiques.

Le chapitre (II), quant à lui, est nécessaire pour expliquer le phénomène de consolidation telque énoncé par Terzaghi, et étendue par Biot.

Le chapitre (III), nous retrace les mécanismes de bases sur lesquels repose le modèle CCL.

Le chapitre (IV) renfermera outre la formulation de base par éléments finis de la consolidation bidimensionnelle, les organigrammes du programme proprement dit.

Le chapitre (V) est utilisé pour traiter quelques applications relatives aux problèmes précédemment cités.

Pour clore cette étude, une conclusion générale est présentée comme une synthèse sur l'ensemble des résultats et constatations, ou même recommandations qu'il faut faire pour leurs éventuelles exploitation.

Chapitre I

Aperçu sur
l'ingénierie des sols

I-APERÇU SUR L'INGENIERIE DES SOLS

La structure géologique d'un sol est très complexe comparée à beaucoup de matériaux. C'est pourquoi, il est important de connaître les paramètres, ainsi que, les concepts rhéologiques qui jouent un rôle prépondérant, quant à son comportement. Aussi, l'objectif visé dans ce chapitre est de nous familiariser avec ces derniers, afin de mieux assimiler l'ensemble des chapitres qui vont venir par la suite.

1 - DEFINITION DU SOL

Les sols sont le résultat, de désagréations mécaniques et/ou d'altérations physico-chimique, des roches constituant l'écorce terrestre [10].

Tout sol est soit un sol grenu; dont la granulométrie est supérieure à 2 microns (exemple sables), ou un sol fin; dont le diamètre des grains est inférieur à 2 microns (exemple les argiles), ou bien il est formé d'une granulométrie se situant entre les 2 catégories extrêmes énoncées plus haut [10].

2 - PRINCIPE DES CONTRAINTES EFFECTIVES

Pour un sol soumis à des contraintes totales données, son comportement sera tributaire de celui des surpressions interstitielles de l'eau .

Le principe des contraintes effectives montre l'effet de ces surpressions interstitielles, sur le comportement du sol, sous une surcharge totale donnée.

Ce principe tel que définit par Terzaghi est : [10]

$$\sigma' = \sigma - u \quad (I 1)$$

$$\tau' = \tau \quad (I 2)$$

σ' , σ : Contrainte normale respectivement,

effective et totale

τ', τ : Contrainte de cisaillement respectivement
effective et totale

u : Surpression interstitielle de l'eau

3 - PRINCIPES RHEOLOGIQUES

Les deux principes de comportements utilisés dans notre programme sont le domaine élastique et plastique. Toutefois, avant de les entamer, il est utile de présenter quelques notions mathématiques préliminaires, nécessaires pour mieux cerner le problème auquel nous sommes confrontés.

a - Cercle de Mohr

On appelle cercles de Mohr, des cercles représentés dans un système d'axes τ (contraintes de cisaillements), σ (contraintes normales), et sur lesquels, on peut représenter n'importe quel état de contrainte d'un point appartenant à un massif de sols donnés. (Fig I-1) [10][11]

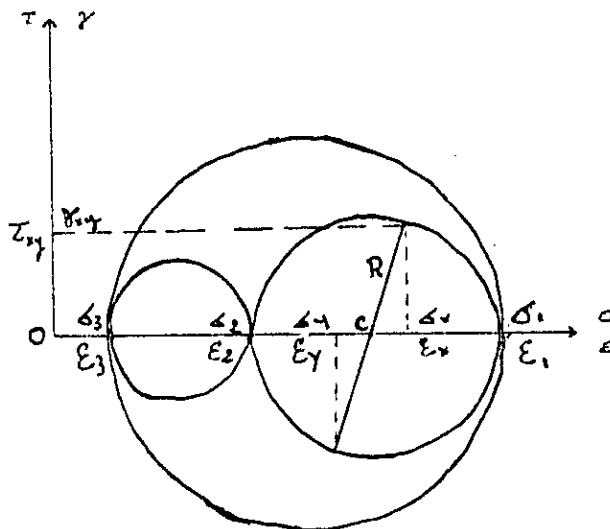


Fig I-1 Cercle de Mohr

$$R = (1/2) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}$$

$$Oc = (1/2)(\sigma_1 + \sigma_2)$$

R : Rayon du cercle de Mohr donné

Oc: Centre du cercle de Mohr

σ_1, σ_3 : Contrainte principale majeure, mineure

Si maintenant, on souhaite avoir les expressions du rayon (R) et du centre (Oc) de la (Fig I-1) dans l'espace tridimensionnel, il nous suffira dans ce cas d'écrire les relations qui suivent :

- Cas non principale

$$R = (1/3) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 * (\tau_{xy}^2 + \tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

$$O_c = (1/3) (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

- Cas principale

$$R = (1/3) \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$O_c = (1/3) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

REMARQUE : Il est utile cependant, de noter que tous ce qui a été dit, dans ce paragraphe pour les contraintes, pourra facilement être admis pour les déformations. En effet, il suffira à ce moment là, de remplacer la contrainte de cisaillement par la distorsion, alors que les contraintes normales sont remplacées par des déformations axiales (Chacune dans une direction de l'espace).

b - Contraintes quadratiques : (INVARIANTS)

Les deux contraintes quadratiques notées p' et q' successivement normale et de cisaillement dans le cas d'une isotropie latérale ($\sigma_2 = \sigma_3$), ont pour relations les formules suivantes: [2], [1]

$$p' = (1/3) (\sigma_1 + 2 * \sigma_3) \quad (I \ 3)$$

$$q' = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (I \ 4)$$

Puisque $p' = \sigma_c$ et $q' = (3/\sqrt{2}) * R$

Quant, aux contraintes quadratiques totales, elles obéiront au principe des contraintes effectives énoncé par Terzaghi à savoir : [2]

Donc on a : $p = p' + u$ et $q = q'$

c - Relations contraintes déformations

Jusqu'à présent, on avait pas parlé des relations liant les déformations et les contraintes. C'est pourquoi, on va tenter de donner un aperçu assez bref de ces relations, ainsi que les lois qui les régissent dans les domaines où elles évoluent.

c - 1 Domaine élastique

La notion d'élasticité est généralement très liée à la réversibilité des déformations d'un matériau soumis à une charge quelconque. Ainsi et tenant compte de la loi de Hooke, on peut donner une vue assez claire du phénomène élastique. Et ce, grâce aux relations de Hooke ci-dessous (Bien sur il ne sera tenu compte que de la version principale de la loi de Hooke). [1] [11]

$$\delta \epsilon'_i = (1/E') [\delta \sigma'_i - \nu' (\delta \sigma'_j + \delta \sigma'_k)] \quad (I 5)$$

$\delta \epsilon'_i$ = Incrément de déformation
principales dans la direction ($i = 1, 2, 3$)

$\delta \sigma'_i$ = Incrément de contrainte normale effective
dans une direction (i) donnée

E' = Module de Young effectif

ν' = Coefficient de poisson

Avec $i, j, k = 1, 2, 3$ et $i \neq j \neq k$

Une fois ces formules établit, on explicitera les expressions des déformations volumiques et de cisaillements

élastiques en fonction des contraintes quadratiques, dans le cas d'une isotropie latérale ($\sigma_2 = \sigma_3$). [11] [20]

$$\delta \xi_{\nu}^{\circ} = \delta \xi_1 + \delta \xi_3 * 2 \quad (\text{I } 6 \text{ a})$$

$$\delta \xi_{\sigma}^{\circ} = (2/3)(\delta \xi_1 - \delta \xi_3) \quad (\text{I } 6 \text{ b})$$

La manipulation des équations (I 5), (I 6 a, b), (I 3) et (I 4), nous donnerons le système d'équations (I 6).

$$\begin{cases} \delta \xi_{\nu}^{\circ} = \delta p' / K' + \sigma * \delta q' \\ \delta \xi_{\sigma}^{\circ} = \sigma * \delta p' + \delta q' / (3 * G') \end{cases} \quad (\text{I } 6)$$

$$\text{où} \quad K' = E' / [3(1 - 2\nu')] \quad (\text{I } 6\text{-c})$$

$$G' = E' / [2(1 + \nu')]$$

dont K' : Est le module de compressibilité effectif

G' : Représente module de cisaillement effectif

$\delta \xi_{\nu}^{\circ}$, $\delta \xi_{\sigma}^{\circ}$: Incréments de déformations, élastiques volumique et de cisaillement

c - 2 Domaine élasto-plastique

Par opposition au phénomène élastique, les déformations plastiques sont de nature irréversibles. De ce fait, et contrairement au cas élastique, elles dépendront énormément de l'histoire du chemin des contraintes suivit, lors du processus de déformation d'un matériau quelconque. Ainsi, et comme on l'avait fait pour l'élasticité, on énoncera l'ensemble des relations (σ , ξ) qui gouvernent ce phénomène. [1]

L'utilisation des propriétés du principe de superposition des déformations, nous donne le droit d'écrire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \xi_v = \delta \xi_v^o + \delta \xi_v^p \\ \delta \xi_s = \delta \xi_s^o + \delta \xi_s^p \end{array} \right. \quad (\text{I 7-a})$$

$\delta \xi_v, \delta \xi_s$: Représentent successivement, les
incréments de déformations volumique
et de cisaillement.

$\delta \xi_v^p, \delta \xi_s^p$: Indique respectivement les incréments
de déformations plastiques, volumique
et de cisaillement.

D'autre part, on admettra pour l'instant qu'il existe
une relation de proportionnalité entre les déformations
volumique et de cisaillement plastiques (I 7-b), dite
relation de normalité; qui sera développée en détail dans le
chapitre III. [2], [22]

$$\left\{ \begin{array}{l} F = \delta \xi_s^p / \delta \xi_v^p \\ \delta \xi_v^p = H * \delta q' + G * \delta p' \end{array} \right. \quad (\text{I 7-b})$$

où F et H sont respectivement des paramètres de
proportionnalité et d'écroûissage.

Ainsi, on aura qu'à combiner (I 7-a) et (I 7-b) pour
que l'on est :

$$\delta \xi_s^p = F * H * \delta q' + F * G * \delta p' \quad (\text{I 7-c})$$

Une fois ce travail terminé, on obtiendra enfin le
système d'équations (I 7) à partir de (I 6), (I 7-b) et (I
7-c). [11]

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \xi_s = (F * H + 1/3G') \delta q' + H * \delta p' \\ \delta \xi_v = (H/F + 1/K') \delta p' + H * \delta q' \end{array} \right. \quad (\text{I 7})$$

NOTA : Si G' est égal au rapport H/F , le système (I 7) sera symétrique

4 - L'ÉCOULEMENT DE L'EAU DANS LES SOLS

a - Considérations générales

L'écoulement de l'eau dans le sol, doit tenir compte de certaines considérations tel que (Hypothèses émises par Terzaghi) : [2]

L'eau est incompressible

La force de pesanteur est non négligeable

L'écoulement de l'eau est permanent

La viscosité de l'eau est non négligeable

Les équations (I 1), (I 2) sont toujours en vigueur

b - La loi de Darcy

Si dans un sol donné, le nombre de Reynolds est faible, donc sa vitesse d'écoulement est aussi faible, alors l'influence de la loi de Darcy est considérable sur l'écoulement de l'eau dans ce sol. D'autre part, si les conditions [10] ci-dessus sont inversées progressivement, ladite loi de Darcy perdra son impact sur l'écoulement de l'eau dans le sol. Il faudra à ce moment là, chercher une autre loi qui puisse répondre à ce cas d'écoulement. [10]

Toutefois, dans le cadre de notre étude, la loi de Darcy est considérée comme non violée. Donc, elle peut être énoncée comme suit :

$$v = k \cdot i \quad (I 8)$$

$$i = -\text{Grad} (h) = \begin{Bmatrix} \delta h / \delta x \\ \delta h / \delta y \\ \delta h / \delta z \end{Bmatrix} \quad (I 8-a)$$

Avec v : Vitesse d'écoulement de l'eau dans le sol

k : Perméabilité du sol

i : Gradient hydraulique

h : Charge hydraulique

5 - CHEMIN DES CONTRAINTES

a - Introduction

La notion d'élasticité, est une notion très idéale pour le cas des sols. C'est pourquoi, et par contraste au cas élastique, on doit non seulement tenir compte de l'état initial et final des déformations, mais aussi, du chemin des contraintes suivit entre les deux états de déformations extrêmes du sol.

b - Définition

On appelle chemin des contraintes, la ligne (ou bien la courbe) qui relie les sommets des différents cercle de Mohr. Généralement, la représentation des chemins des contraintes se fait en fonction des invariant p' , q' .

c - Exemples de chemins de contraintes

Afin d'illustrer la définition ci-dessus, on va procéder à un ensemble d'exemples, pour nous éclairer un peu plus sur ce problème. [2]

Soit un échantillon de sol, consolidé initialement, d'une façon isotropique. Ensuite, on fait subir à cet échantillon un essai de compression isotropique ($\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_h$). Le résultat de cette expérience dans l'espace p' , q' est un chemin de contraintes noté (A) (Fig I-2) de pente nulle.

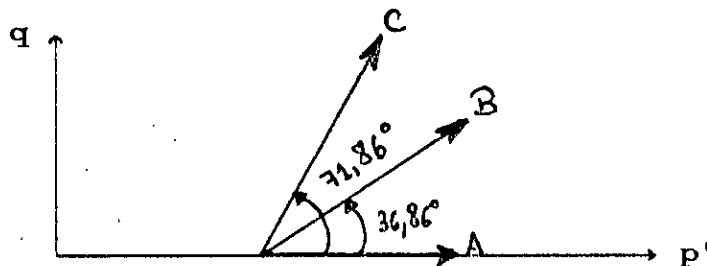
$$Tg(\alpha) = (q' + \Delta q' - q') / (p' + \Delta p' - p')$$

Avec $\Delta\sigma_v$, $\Delta\sigma_h$: variation des contraintes normales, verticale, horizontale appliquées à l'échantillon du sol.

En s'aidant de (I 3), (I 4) et de l'hypothèse de compression isotropique de l'échantillon de sol, on peut aisément démontrer que la pente (α) est nulle.

Maintenant, on refait la même expérience sauf que cette fois ci, on est plus dans le cas d'une compression isotropique, mais la variation de la contrainte normale verticale vaut deux fois celle qui est horizontale ($\Delta\sigma_v = 2\Delta\sigma_h$). Alors, on obtiendra un chemin de contraintes (B), dont la pente est de $36,86^\circ$.

Un troisième test effectué dans le cas d'une compression centrée, nous donnera une droite de chemin de contraintes de pente 3 ($\alpha = 71,86^\circ$).



Fin I-2 Chemins de contraintes

NOTA : Selon ce procédé, on peut élaborer tout les chemins de contraintes qu'on veut, ainsi que leurs inclinaisons respectives.

REMARQUE : Les chemins de contraintes ci-dessus sont établit dans un système d'axes p' , q' . Cela va de soit, qu'on peut les représenter dans d'autre espaces tel que (τ, σ) ou $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$.

Chapitre II

**Phénomène de la
Consolidation
classique**

II - PHENOMENE DE CONSOLIDATION CLASSIQUE

II-1-Introduction

Il est bien connu par les ingénieurs praticiens, que lorsqu'un sol est soumis à des charges surtout verticales, constantes, variables, statiques ou dynamiques, il se produira des déformations graduelles ou instantanées, qui évoluent d'une manière croissante dans le temps. Elles sont généralement dans la même direction que celles des charges appliquées.

Dans le passé, beaucoup de constructions ont subis des désordres importants par la faute de ce phénomène, dont les conséquences négatives conduisent à une redistribution des sollicitations au niveau des sections critiques des super-structures, leurs causant ainsi d'importants préjudices.

Les exemples donnés par la tour de Pise, qui nous oblige à descendre deux mètres pour atteindre son rez de chaussé, ou les multiples problèmes de tassements des monuments anciens de la ville de Mexico, dont le sol de fondation est formé de plus de 100 mètres d'alluvions lacustre, sont des preuves tangibles quant aux dégâts que peut provoquer un tel phénomène.

Jusque là, les ingénieurs sont restés démunis devant de tels phénomènes. Ce n'est qu'au 20^{ème} siècle, avec l'apparition des concepts de contraintes effectives, totales et pression interstitielle, ainsi que, le développement de la théorie de consolidation par Terzaghi (1936), qu'on a pu prédire d'une manière assez relativement précise ces déformations.

Depuis cette époque, le mot consolidation conserve en mécanique des sols, le sens particulier de diminution au cours du temps du volume du sol, au fur et à mesure de l'évacuation du fluide interstitiel. Lequel fluide peut être de l'eau, ou

un mélange d'eau et d'autres liquides tel que le pétrole, gaz.

II - 2 - Compression primaire

II - 2 - a - Développement des surpressions interstitielles

La compression primaire ne peut donc avoir lieu sans qu'il y ait écoulement de l'eau dans le sol. Ce qui entrainera évidemment, la création d'un gradient hydraulique au niveau de ce dernier.

En pratique, il ne peut donc y avoir de compression primaire, sans qu'il y ait au préalable dans le massif du sol, un développement de surpressions interstitielles (surpression par rapport aux pression d'équilibres hydrostatique).

En pratique, si on exclut certains types de chargement (dynamique) ou les sols de perméabilité très faible, la vitesse de dissipation des surpressions interstitielles est plus importante, comparée à celles de l'application de la surcharge. C'est pourquoi, la variation du volume du sol, est plus ou moins importante, selon que le sol est plus ou moins compressible. Les surpressions interstitielles diminueront, au fur et à mesure de l'augmentation des contraintes effectives du sol. Leurs somme sera égale à la contrainte totale. [16] [10]

II- 2 - b Phénomène de consolidation

Soit un massif de sol fin saturé, à la surface duquel, on applique au temps ($t= 0$) une certaine distribution de charge notée (Δ) et qui demeure constante par la suite. Sous l'action de ces charges, le sol a tendance à subir des variations de volume (quant la dissipation des surpressions interstitielles commence). Des surpressions interstitielles, apparaissant dans le sol au voisinage du point d'application des surcharges.

Toutefois, comme les différentes parties du massif du sol, ne sont pas sollicitées de la même façon, il en résulte

au moment de l'application de la surcharge, une hétérogénéité dans la distribution des surpressions de l'eau. Il se développe ainsi dans le sol, des gradients hydrauliques, sous l'action desquels l'eau s'écoule des zones de forte surpressions vers celles où les surpressions sont faibles. Au cours de cet écoulement les surpressions de l'eau diminuent, alors que les contraintes effectives augmentent. Les charges sont donc peu à peu reprises par le squelette des grains solides, qui se déforme progressivement. L'écoulement s'arrête lorsque les surpressions interstitielles sont nulles en tous points. L'ensemble de ce phénomène est appelé, phénomène de consolidation. [16]

II - 2 - C Méthode la plus importante décrivant le phénomène de consolidation

a- Modèle de Terzaghi

En 1936, Terzaghi a proposé un modèle unidimensionnel, dans lequel la déformation du sol et l'écoulement de l'eau interstitielle se produisent dans la même direction (généralement verticale, ou dans la direction de l'application de la charge). De ce fait il a émis les hypothèses suivantes. [10][2]

- 1- Le sol est considéré comme étant homogène et isotrope et saturé
- 2- Le principe des contraintes effectives est en vigueur
- 3- L'eau et les grains sont incompressibles

$$\Delta e = - (1 + e_x) \cdot \Delta \sigma_v' / E \quad (\text{II } 1)$$

E : Module oedométrique

e_x : Indice des vides initial

Δe : Variation de l'indice des vides

$\Delta \sigma_v'$: Variation de la contrainte effective verticale.

- 4 - L'écoulement de l'eau et les déformations du sol sont verticales.

5 - L'écoulement de l'eau suit la loi de Darcy.

$$V = k * i \quad (\text{II } 2)$$

V : Vitesse de l'eau dans le sol

k : La perméabilité du sol

i : Le gradient hydraulique

a-1 - Equation de consolidation unidimensionnelle

Pour décrire ce phénomène, Terzaghi considère un massif du sol saturé, soumis à un chargement uniforme et vérifiant les différentes hypothèses exposées ci-dessus.

Sur la base de ses considérations, il arrive à une équation de type transfère de chaleur à une dimension, dont la démonstration est la suivante:

Soit le volume d'eau sortant d'une tranche de sol d'épaisseur dz suivant [5] [10] [16]:

$$v_{\text{ext}} = [v_z + \partial v_z / \partial z * dz] * S * dt \quad (\text{II } 3)$$

v_{ext} : Volume d'eau sortant de la colonne de sol

v_z : Vitesse de l'eau dans la colonne de sol

S : Surface de de la colonne de sol

dz : hauteur de la colonne de sol

dt : Accroissement du temps

De même le volume d'eau qui rentre dans la même tranche pendant l'intervalle de temps (dt) est égale à :

$$v_{\text{int}} = v_z * S * dt \quad (\text{II } 4)$$

v_{int} : Volume d'eau rentrant dans la colonne de sol

Ainsi, la différence des deux volumes rentrant et sortant, nous donnera la variation du volume de la colonne de sol comme le montre la formule (II 5) ci-dessus.

$$v_{\text{ext}} - v_{\text{int}} = (\partial v / \partial t) * dt$$

$$v_{\text{ext}} - v_{\text{int}} = (\partial v_z / \partial z) * dz * S * dt$$

$$\partial v / \partial t = (\partial v_z / \partial z) * dz * S \quad (\text{II } 5)$$

v : Variation du volume de la colonne de sol

D'autre part puisque, plus la quantité d'eau dissipée est importante plus la variation du volume de sol est importante, alors on peut écrire la formule (II 6) suivante :

$$\partial v / \partial t = [v / (1+e)] * (\partial e / \partial t) \quad (\text{II } 6)$$

$$\text{tout en sachant que : } v = S * dz \quad (\text{II } 7)$$

Une fois ces relations établis, on aura qu'à combiner les équations (II 5), (II 7) et (II 6) et en faisant les simplifications qui s'imposent, on aura l'équation (II 8) suivante :

$$(1+e) * (\partial v_z / \partial z) = \partial e / \partial t \quad (\text{II } 8)$$

e : Indice des vides de l'échantillon de sol

D'autre part, grâce au principe énoncé par Terzaghi, liant les contraintes effectives et totales avec les surpressions interstitielles (I 1) combinées avec les équations (II 1) et (II 8) et la relation de Darcy, Terzaghi arrive à une équation de type transfère de chaleur ayant la forme (II 9) suivante :

$$\partial u / \partial t = C_v * (\partial u^2 / \partial z^2) \quad (\text{II } 9)$$

$$C_v = k * E' / \gamma_w \quad (\text{II } 10)$$

u : Surpression interstitielle

k : Perméabilité du sol (Peut être dans les trois directions, x, y, z)

E' : Module oedométrique du sol

γ_w : Poids spécifique de l'eau

Cv : Coefficient de consolidation

Comme toute équation différentielle, (II 9) ne peut être résolue que si on utilise les conditions aux limite ci-dessous.

$u = 0$ pour $z = 0$ pour \forall le temps $t \neq 0$.

Pour un temps t très grand et pour \forall la valeur de z on aura $u = 0$

b - Conclusion :

Il est important de dire que les travaux de Terzaghi, sont à l'origine de la création de la mécanique des sols moderne. Car, c'est grâce aux succès remarquables de ses procédés, qu'on a pu établir les tassements dans le cas de plusieurs types de sols. Après Terzaghi, d'autres chercheurs, ont essayé de généraliser les hypothèses de Terzaghi. Dans ce sens, Biot en 1941, en s'appuyant sur les équations d'équilibres et de continuités [9], est arrivé à obtenir des équations différentielles, qui tiennent compte des déplacements du sol dans les trois directions de l'espace. Plus tard en 1956, il a pu y inclure l'anisotropie et la visco-élasticité [7]. Toutefois, les équations de Biot sont très difficiles à résoudre mathématiquement, car elles sont complexes. Aussi, vu le développement très spectaculaire qu'a connu le secteur informatique, des méthodes dites numériques performantes, ce sont imposées avec le temps, pour résoudre les équations différentielles ayant une nature complexe. Parmi les plus célèbres d'entre elles, on citera la Méthode des Eléments Finis (M.E.F), utilisée pour la première fois en 1969 par Sandhu et Wilson [5], et aussi la méthode des différences finis utilisée par G.Tomann [16], pour traiter le phénomène de la consolidation.

Chapitre III

La mécanique des sols
à l'état critique

III-LA MECANIQUE DES SOLS A L'ETAT CRITIQUE

III - 1 - Introduction

La mécanique des sols à l'état critique est surtout développée pour l'appliquer dans la théorie de plasticité [4]. Il n'est possible d'apprécier et d'utiliser les différentes idées de la mécanique des sols à l'état critique et voir les améliorations qu'elle apporte dans ce sens, qu'au niveau de la théorie de plasticité. C'est pourquoi, il nous est demandé une parfaite connaissance du domaine plastique. Avant de voir cela en détail, il est très important de comprendre les concepts fondamentaux, qui régissent le comportement élasto-plastique.

III - 2 - Comportement élasto-plastique

Le concept élasto-plastique est mieux visualisé dans les métaux. De ce fait, il est intéressant de donner un aperçu relativement bref du comportement de ses derniers, vis à vis des deux domaines élastique et plastique.

Ainsi, la courbe (Fig III-1) obtenue à partir d'un essai de traction sur un métal, nous renseigne d'une manière assez claire sur la relation contrainte-déformation et les différents domaines qu'elle délimite.

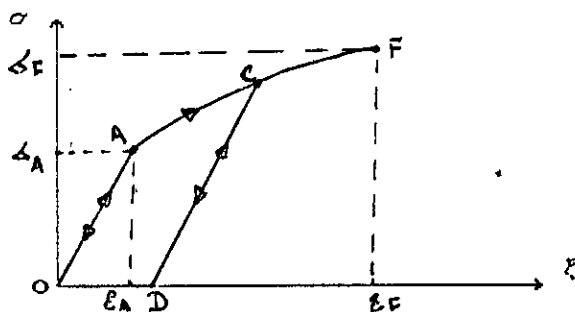


Fig III-1 : Chemin élasto-plastique
d'un métal

En effet, on remarque qu'initialement, la relation contrainte-déformation est linéaire (Droite (OA) dans la (Fig III-1). D'autre part, les déformations qui en résultent seront

réversibles, si on décharge le métal. Ce qui nous pousse à déduire que les déformations à ce niveau ne dépendent pas du chemin suivi, mais de l'état initial et final. Ce qui correspond bien au domaine élastique [2].

Au delà du point (A), on assiste à une non linéarité de la relation contrainte-déformation et cela jusqu' au point (C) de la (Fig III-1). Ainsi, les déformations qui en résultent ne sont plus réversibles. Ceci est largement démontrée par la droite (CD), qui est obtenue grâce à un déchargement au niveau du point (C). De ce fait , le domaine (AC) est dit domaine plastique (qui représente l'écrouissage du métal) . Quant à la contrainte (σ_A) interceptant le point (A) sur la (Fig III-1) et la déformation (ϵ_D) au point (D) de la même figure, elles représentent successivement la contrainte d'écoulement et la déformation elasto-plastique, dont la partie élastique se termine au point (A), alors que la déformation plastique est comprise entre (A) et (D). [2]

Le cycle (OACD) peut être répété autant de fois que le métal peut résister (jusqu'à la rupture). Il atteindra à ce moment là, une contrainte (σ_f) (au point (F)), dite contrainte de rupture.

III - 3 - Critère de résistance

Malgré la mise en évidence du comportement elasto-plastique, les chercheurs éprouvaient le besoin de délimiter les domaines composant ce dernier. C'est pourquoi, ils ont orientés leurs travaux dans ce sens. Ainsi, des critères de résistances plus ou moins puissants, furent établis pour répondre à ce problème.

Parmi les nombreux critères qui ont été énoncés, on peut citer entre autres, celui de Rankin, qui était de loin le plus simple. Néanmoins, celui-ci est surtout établi pour les matériaux fragiles et homogènes, tel que le verre, gypse, les produits céramiques etc... En effet, il préconise la plastification du matériau, une fois que, la contrainte

d'écoulement à la traction est dépassée. Seulement, ce critère a été discrédité par la suite, vu que dans l'espace à (3) dimensions, l'une des dimensions peut atteindre l'écoulement, alors que les deux autres non. Après Rankin d'autres critères plus performant ont vu le jour, tel que le critère de Saint Venant, Coulomb, Tresca etc., puis des critères encore plus puissants liés surtout à l'énergie appelés critères énergétiques tel que celui de Von Mises, Nadai, Stassi, Cam clay etc. .

Cependant, dans le cadre de notre étude, on se limitera à quelques critères notamment les plus célèbres d'entre eux.

III - 3 - 1 Critères d'écoulement pour les métaux

a- Critère de Tresca

Pour le cas des métaux, les critères les plus utilisés sont surtout ceux de Tresca et Von Mises. De ce fait, celui de Tresca stipule que la plasticité d'un métal est atteinte, quand la contrainte de cisaillement maximale du matériau est égale à deux fois la contrainte de cisaillement élastique à l'écoulement de celui-ci. [6]

$$\text{MAX } [|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|] = 2 * \tau_e \quad (\text{III } 1)$$

τ_e : Contrainte de cisaillement à l'écoulement du métal

σ_i : Contraintes normales principales $i = 1, 2, 3$

Quant à la représentation géométrique de l'équation (III 1) dans l'espace $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$; c'est un cylindre, dont la base est un polygone à 6 côtés (Fig III-2).

b - Critère de Von mises :

Le critère de Von mises est un critère énergétique, qui a comme surface d'écoulement dans l'espace $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, un cylindre de base circulaire (Fig III-3). Son expression est donnée par : [6]

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 * \sigma_{en}^2 \quad (III\ 2)$$

σ_{en} : Contrainte normale représentant la limite élastique du métal.

III - 3 - 2 Critère d'écoulement pour les sols

a - Critère de Coulomb

En 1773 un certain ingénieur français nommé Coulomb, a établi pour la première fois pour les sols, un critère connu sous le nom de " critère de Coulomb " [10]. Sa logique consistait à imaginer une droite oblique, dans l'espace (τ, σ) , de pente (θ') , et coupant l'axe des (τ) lorsque le sol est cohérent à un point $(\tau = C')$. Par contre, si cette droite passe par l'origine, le sol est dit pulvérilant. Aussi, tout état de contraintes d'un sol donné se situant sur cette droite, impliquera que le sol en question a atteint l'écoulement au point considéré. Dans l'espace tridimensionnel $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, ce critère est défini comme suit : [10]

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sin(\theta') * (\sigma_1 + \sigma_3) + 2 * C' * \cos(\theta') \quad (III\ 3)$$

σ'_i : contraintes normales effectives du sol ($i = 1, 2, 3$)

c' : Cohésion effective à l'écoulement du sol.

θ' : Angle de frottement effectif à l'écoulement du sol.

Si l'équation (III 3) ci-dessus est représentée dans l'espace des contraintes $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$, on aura un cône de base polygonale à 6 côtés (Fig III-4).

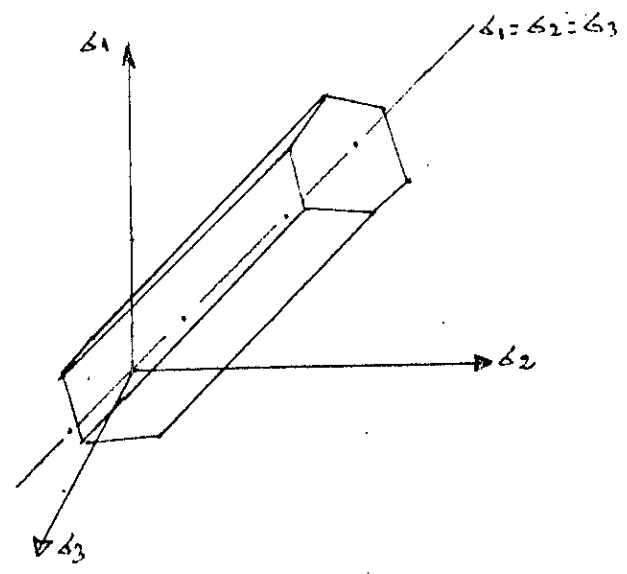


Fig III-2 Représentation spatiale du critère de Tresca

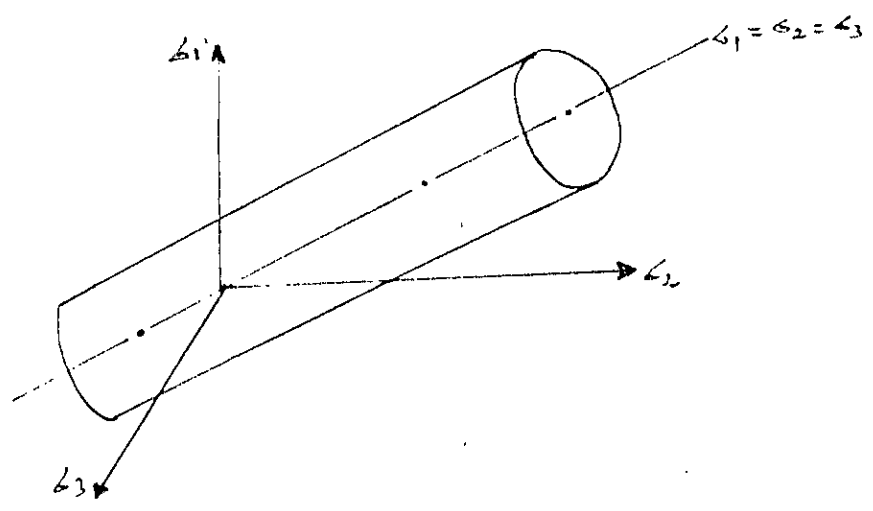


Fig III-3 Représentation géométrique du critère de Von mises

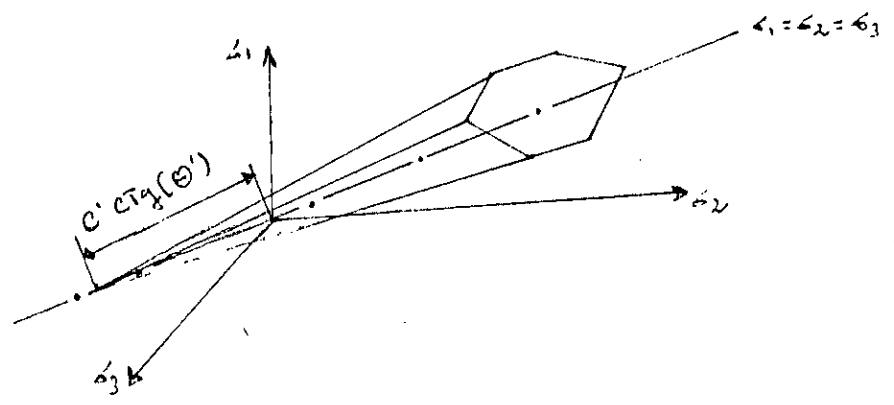


Fig III-4 : Représentation spatiale du critère de Coulomb

NOTA : Les équations (III 1), (III 2), (III 3) ci-dessus, sont en fonction de contraintes normales principales. Cela va de soit, qu'il nous appartient de les représenter en fonction de contraintes normales non principales, en faisant certains changements adéquats.

III - 4 Modèle de Cam clay : (CCL)

III - 4 - 1 Introduction

Les modèles de Cam clay ont été élaborés à l'université de Cambridge par l'équipe de mécanique des sols. Ainsi, des chercheurs tels que Roscoe, Schofield, Poorooshab, Wroth et Thurairajah (1958 - 1968), ont mis au point la première version (version originale - CCLO), puis Burland (1968) a modifié cette version pour obtenir une version nouvelle dite version modifiée (CCLM). A la fin, Prevost et Hoeg (1975) ont remodifié la version de Burland pour enfin aboutir à la version modifiée, révisée (CCLMR). [4], [2]

Les trois versions énoncées ci dessus, représentent des modèles élasto-plastiques destinés essentiellement à décrire le comportement des argiles, puis plus tard, elles ont été étendu aux matériaux pulvérulent.

III - 4 - 2 Règle d'écoulement et hypothèse de normalité

La règle d'écoulement pour un matériau plastique représente le taux d'incrément de déformations plastiques quand le matériau atteindra l'écoulement pour un état de contrainte particulier. Elle a pour équation mathématique l'expression suivante : [11]

$$\delta \xi^p = d\omega (\delta G(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij}) \quad (III 4)$$

$d\omega$: Facteur de proportionnalité
 $G(\sigma_{ij})$: Potentiel plastique
 σ_{ij} : Tenseur de contraintes
 $d\varepsilon^P$: Incréments de déformations
 plastiques

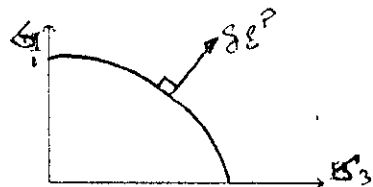


Fig III-5: Hypothèse de normalité

Cependant, il est utile de noter au passage, que si la fonction de charge [Notée $f(\sigma_{ij})$] est égale au potentiel plastique, alors, on pourra admettre comme hypothèse que le vecteur incrément de déformation plastique est normal en tout points à la surface formée par la fonction de charge. Cette hypothèse est appelée hypothèse de normalité et la plasticité du matériau est dite associée .

III - 4 - 3 Etat critique

a - Comportement dilatant et contractant

On dit qu'un sol est contractant (les sols pulvérulents laches, peu dense, cohérents normalement consolidés, peu surconsolidés) ou dilatant (sols pulvérulents denses, cohérents très surconsolidés), s'ils tendent respectivement à diminuer ou à augmenter de volume, lors de l'accroissement de la contrainte de cisaillement qu'il lui est appliquée. [1] [2]

b - Indices des vides critiques

Les expériences de cisaillement faites par Casagrande (1930), ont montré deux grands axes de comportements des sols. Le premier comportement est celui des sols contractants, qui montrent une diminution de volume de façon continue, jusqu'à atteindre un régime permanent correspondant à un indice des vides (e_c), dit critique. Ce qui impliquera que le sol a atteint la rupture. (Fig III-6).

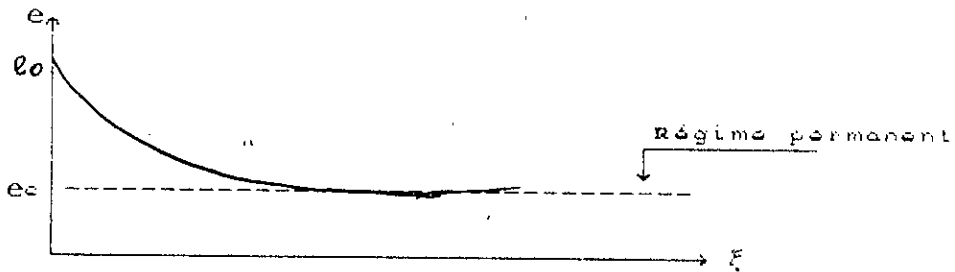


Fig III-6 Variation de l'indice des vides lors d'un essai consolidé drainé (CD) d'un sol contractant

Quant au 2^{ème} type de comportement, il concerne les sols dilatants. Ces derniers sont contractants au début de l'application de la charge. Ce qui implique, une diminution de l'indice des vides initial. Ensuite, on assistera à une évolution de celui-ci vis à vis de l'augmentation de la charge, s'accompagnant ainsi, d'une dilatation progressive du sol, pour rejoindre à la fin le régime permanent où l'indice des vides devient critique (Fig III-7).

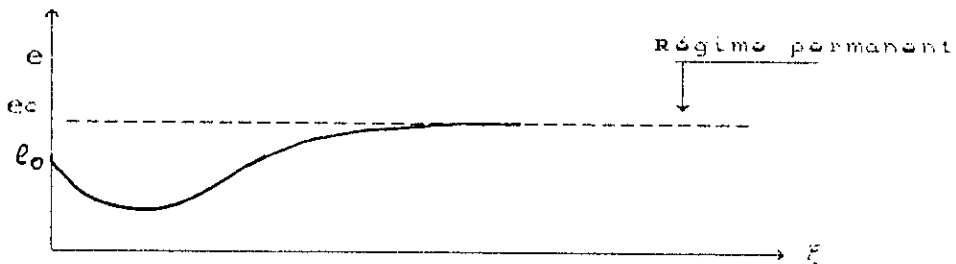


Fig III-7 : Variation de l'indice des vides lors d'un essai consolidé drainé (CD) d'un sol dilatant

De ce fait, si on trace la courbe contrainte de cisaillement (τ), en fonction des déformations axiales (Fig III-8), de deux échantillons d'un même sol (soumis à un essai de cisaillement), dont l'un ayant un comportement dilatant et l'autre un comportement contractant, on obtiendra une courbe pour chaque type de sol d'allures distinctes l'une par rapport à l'autre. En effet, la courbe (1) désignant les sols contractants, montre une contraction évolutive de l'échantillon, pour atteindre le régime permanent (état critique). La contrainte de cisaillement dans ce cas sera celle de la rupture (τ_c). Quant à la contrainte de cisaillement de la courbe (2) qui représente l'échantillon de sol dilatant, on remarque qu'elle augmente d'une manière progressive jusqu'à atteindre la contrainte de cisaillement à

la rupture (τ_c) et la dépasser pour aboutir à un pic où la vitesse d'accroissement de l'indice des vides est maximale. Ensuite, elle rechutera pour rejoindre l'état critique (permanent).

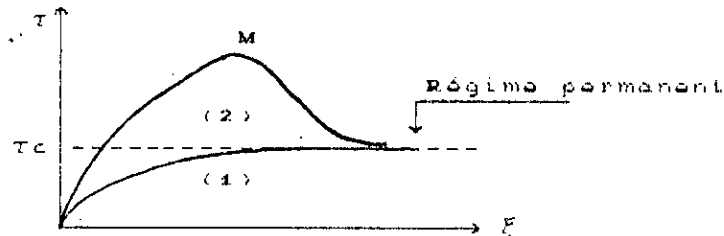


Fig III-8 Courbe représentant les deux types de sols

III-4-4 Surface d'état limite : (SEL)

a-Introduction

Dans le chapitre (II), on a décrit le phénomène de compression primaire, en insistant sur son aspect physique et mathématique. Maintenant, on essaiera de voir de près, les différentes relations et concepts qui le lient avec le modèle de Cam clay.

b-Ligne normalement consolidée : (ligne d'état) (LNCE)

Un essai de compression isotropique, effectué sur un échantillon de sol cohérent (Fig III-9), nous donne une courbe liant le tassement de ce dernier en fonction du temps. Celle-ci, montre un point d'équilibre (Noté: E) indiquant la fin de la compression primaire, sous un chargement (Δ) donné. [2], [10]

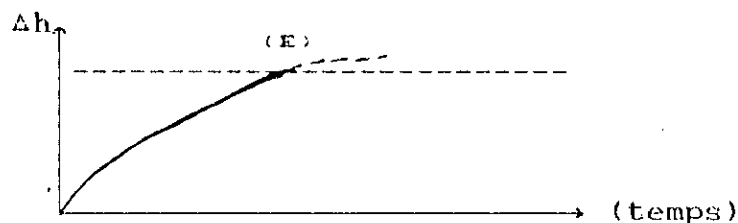


Fig III-9 Courbe montrant le tassement en fonction du temps

Maintenant, l'échantillon en question est soumis à un essai de compression isotropique où celui-ci est décharger

puis recharger avec une charge d'intensité un peu plus grande que la première. Ensuite, on trace la courbe liant indice des vides (e) en fonction de la contrainte quadratique effective (p') (Fig III-10). Ainsi, on obtiendra une courbe dont les branches (AE), (EB), (BC) représentent successivement le chargement, le déchargement et le rechargement de l'échantillon du sol et (E1) un nouveau point d'équilibre dû au 2^{ème} chargement.

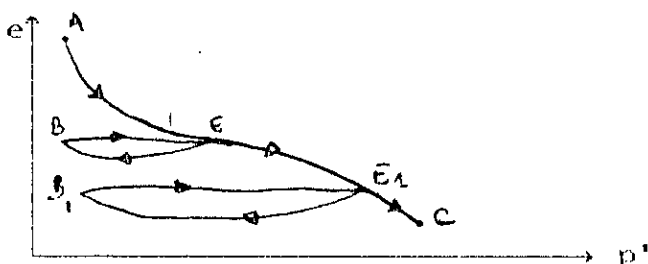


Fig III - 10 Variation de l'indice des vides dans un chargement cyclique

Néanmoins, si on trace la courbe indice des vides (e) en fonction du logarithme népérien de la contrainte quadratique effective (p'), la boucle (EBE) de la (Fig III-10) deviendra tellement petite qu'elle peut être assimilée à une droite (BE) appelée "Ligne de Gonflement" (de pente négative (α)) comme le montre la (Fig III-11) ci dessous. Ceci dit, en répétant plusieurs fois l'essai de compression ci dessus, on aura un ensemble de droite de gonflement (BE) et la droite liant les différents points (E) et dite "Ligne Normalement Consolidée" ou Ligne d'état (Fig III-12).

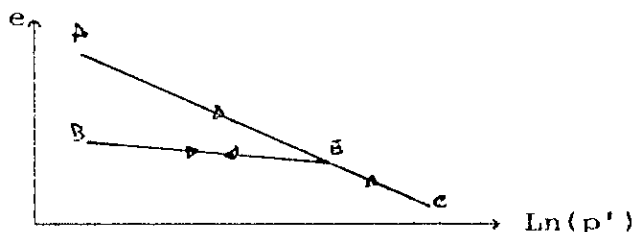


Fig III-11 Représentation de la "Ligne de gonflement" (LG)

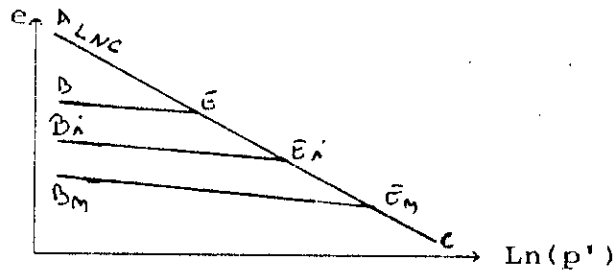


Fig III-12 Représentation de la (LNC)

NOTA : Les différents points (E) représentent les points d'équilibre où la surpression interstitielle est nulle. Alors que, tout échantillon de sol dont l'état de contrainte se situe sur la ligne (AE) (Fig III-12) est dit normalement consolidé.

c - Ligne d'état critique : (LEC)

Les différents essais de cisaillements effectués sur des échantillons contractants et dilatants dans le paragraphe (III 4-3- b) montrent l'existence d'une zone commune dite de régime permanent pour les deux types de sols. Sur cette base, en (1960) Parry a effectué sur des échantillons d'une argile "Weald", initialement comprimés isotropiquement, des essais triaxiaux de compression dans le cas drainé et non drainé, jusqu'à la rupture [2]. En reportant les résultats des deux cas drainé et non drainé dans l'espace (p', q) (Fig III-13), il a remarqué que les deux cas forment une droite unique de pente (M) (III 5). [2] [4]

$$q' = M * p' \tag{III 5}$$

M : Pente de la ligne d'état critique (LEC).

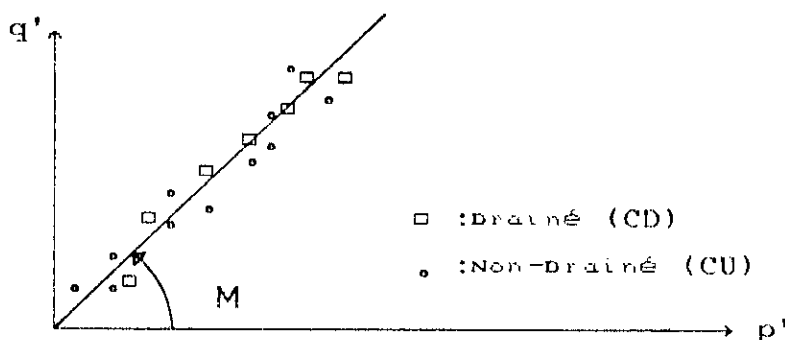


Fig III-13 Ligne d'état critique (LEC)

Sur ces résultats, on a pu conclure que la droite de rupture établit par Parry est unique pour tous les échantillons d'un même sol, qu'ils soient dilatants, contractants, drainés ou non. Elle est appelée "Ligne d'état Critique" (LEC).

Toutefois, en reportant les résultats lorsque l'échantillon est normalement consolidé et lorsqu'il a atteint la rupture, sur un même graphe, indice des vides (e) en fonction du logarithme népérien de (p'), parry a remarqué que la (LEC) et la (LNC) sont parallèles et elles ont par conséquence la même pente (λ). [2]

d - Représentation mathématique :

Il est notable, que les droites de la (Fig III-12) sont des droites inclinées. Donc, on peut facilement connaissant les pentes négatives (λ) et (α) respectivement de la (LNC), ligne de gonflement (LG), déduire les expressions mathématiques suivantes (Fig III-14) :

. - Droite de gonflement (LG) (BE_1)

$$e = e_{\alpha} - \alpha * \ln (p') \quad (III\ 6)$$

$$e = e_0 + \alpha * \ln (p'_0 / p') \quad (III\ 6-1)$$

. - Droite normalement consolidée (LNC) (AE_1)

$$e = N - \lambda * \ln (p') \quad (III\ 7)$$

. - Droite d'état critique (LEC)

$$e = \Gamma - \lambda * \ln (p') \quad (III\ 8)$$

e_0 : Indice des vides, qui correspond à (P_0)

(Contraintes quadratique de préconsolidation)

e_{α} : Indice des vides initial de la ligne de gonflement ($p'=1$).

N : Indice des vides initiale de la ligne normalement consolidée ($p'=1$).

Γ : Indice des vides initial de la ligne d'état critique ($p'=1$)

p' : Contrainte effective quadratique

e : Indice des vides

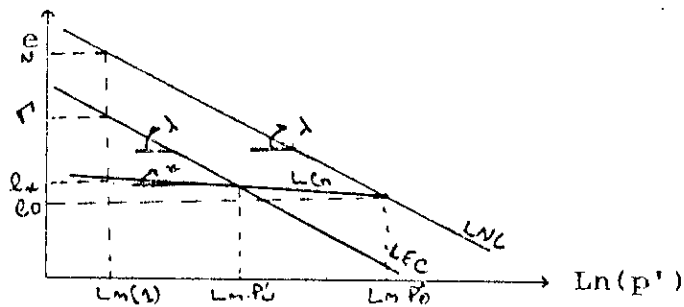


Fig III-14 Courbes montrant les (LNC), (LG), (LEC)

REMARQUE: Tous ce qui a été dit ci-dessus est valable aussi bien pour les sols cohérents, que pour les sols pulvérulents. Néanmoins, pour ces derniers, on notera une légère différence au niveau des pentes des lignes de gonflements (BE). En effet, celles-ci tendent à devenir presque horizontales ($\alpha \approx 0$) le long du segment (BE), alors qu'elles se courbent au fur et à mesure qu'on s'approche de la ligne d'état (Fig III-15).[2]

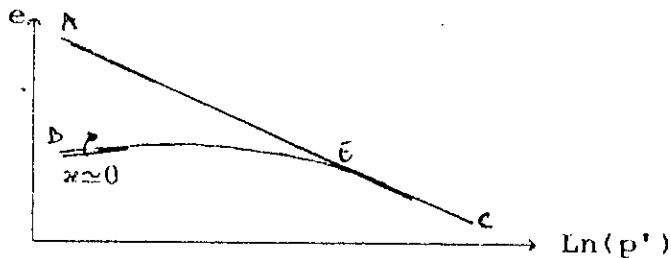


Fig III-15 : Comportement d'un sable

- e - Surface de Roscoe : (SR)
- e - 1 Plan drainé et non drainé
- e - 1 - a Plan non drainé

On dit qu'un essai est non drainé: si l'indice des vides de l'échantillon de sol en question est constant sur toute la durée de l'essai. Aussi, en examinant les courbes représentées dans l'espace (p' , e , q) (q : contrainte de cisaillement quadratique) de la (Fig III-16), on peut facilement voir la position du plan (ACBDE) où l'indice des vides est constant par rapport aux lignes (LEC) et (LNC) et au niveau duquel passent les différents chemins de contraintes caractérisant le test non drainé. Ce plan est appelé plan non

drainé. (Voir aussi Fig III-17, 18) [2] [1]

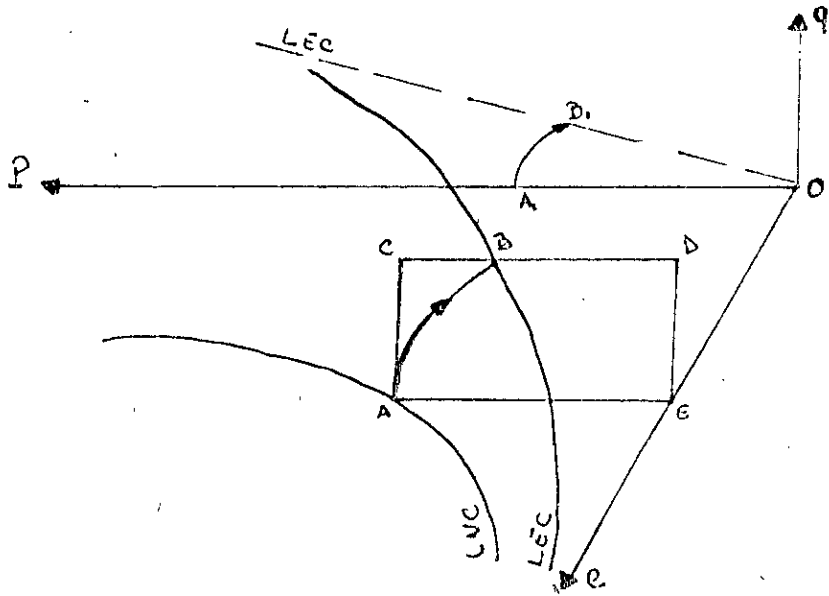


Fig III-16 Plan non-drainé dans l'espace à trois dimensions

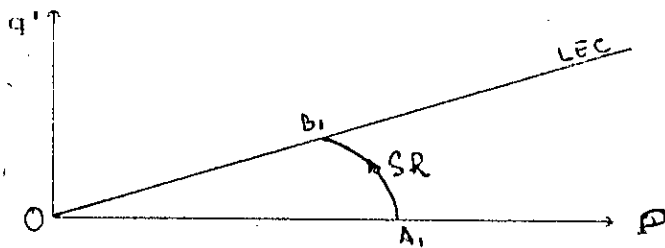


Fig III-17 Projection de la (SR) (Cas non-drainé)

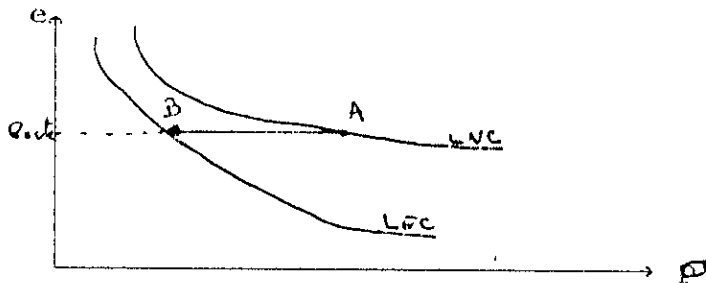


Fig III-18 Projection du plan non-drainé

e - 1- b - Plan drainé

Le chemin de contraintes établit à partir d'un test triaxial de compression drainé, sur un échantillon de sol, initialement comprimé isotropiquement, dans l'espace q' , p' , est une droite de pente 3. (Fig III-19, 20) [2] [1]

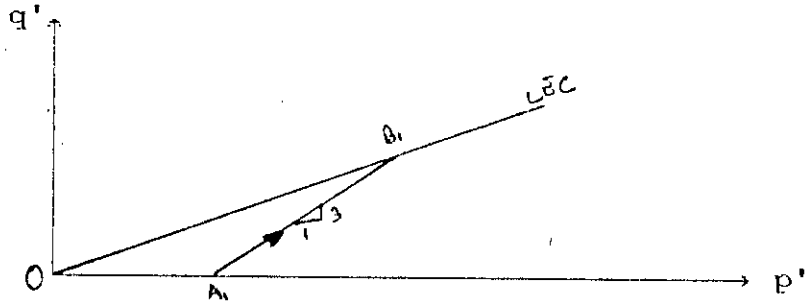


Fig III-19 Projection du plan drainé

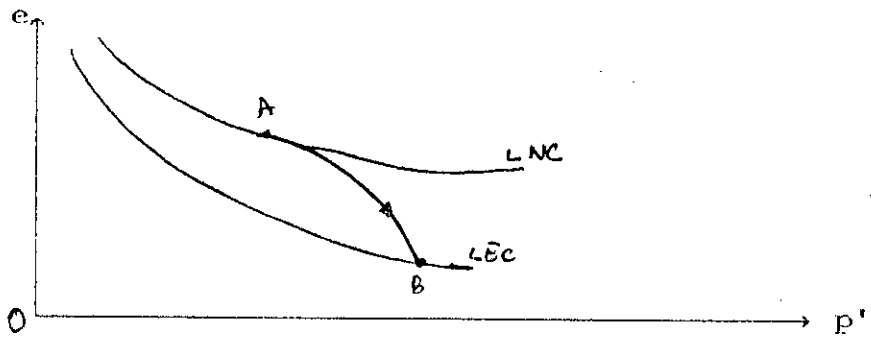


Fig III-20 Autre projection du plan drainé

De même le résultat de se chemin de contraintes dans l'espace (p' , q , e), est un plan de pente (3). (Fig III-21)

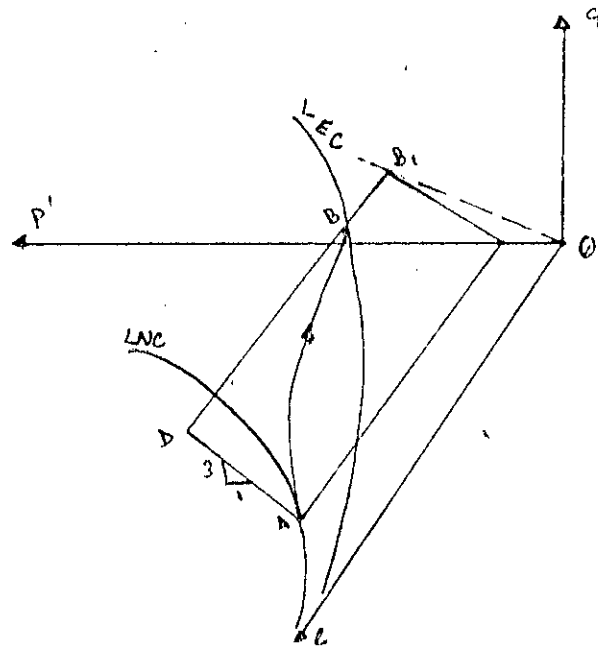


Fig III-21 Plan drainé dans l'espace (p' , q , e)

e 2 Surface de Roscoe :(SR)

On appelle surface de Roscoe une surface unique dans l'espace (p' , q , e) dans laquelle, on peut représenter en même

temps les chemins de contraintes d'un sol contractant, drainé et non-drainé. (Fig III-22, 23) [2] [23]

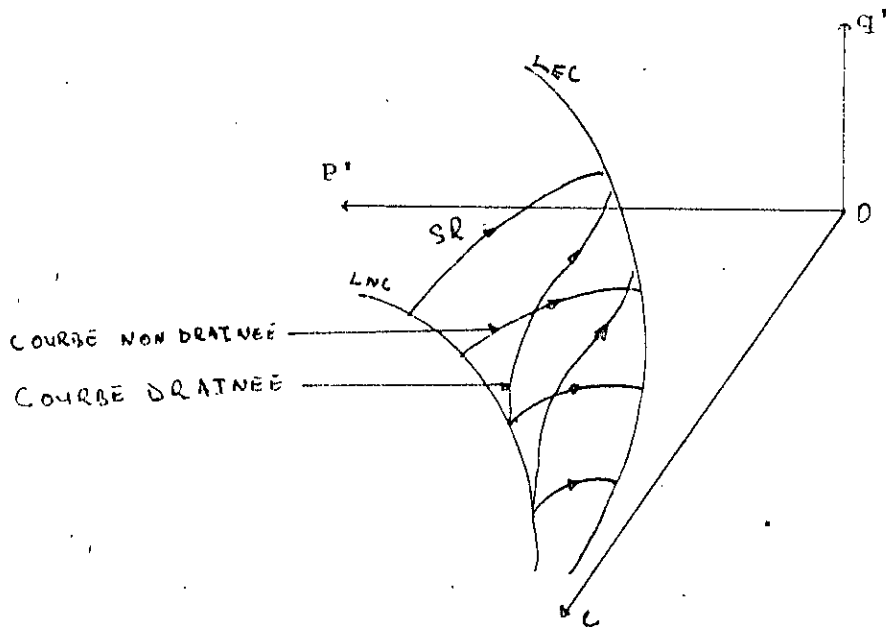


Fig III-22 Representation de la (SR) (cas drainé ou non)

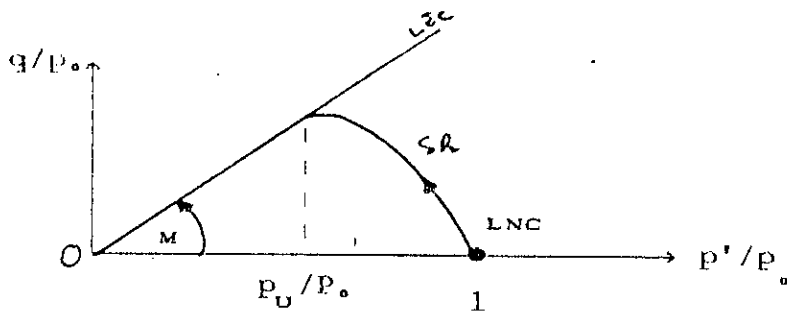


Fig III-23 Projection de la (SR) (cas drainé ou non)

f - Surface de Hvorslev : (SH)

Selon le nota ci-dessus, les chemins de contraintes des échantillons très surconsolidés et très denses, ne peuvent être représentés au niveau de la surface de Roscoe. La question qui se pose maintenant, dans quels surface seront ils représentés ?

Pour répondre à cette question il est intéressant de revenir au paragraphe (III - 4 - 3) et voir le comportement de ce type de sols.

En effet, lors d'un test de cisaillement, un sol ayant cette nature atteindra d'abord la vitesse maximale de

l'accroissement de l'indice des vides au point (M) (Fig III-8), puis revient vers le régime permanent où la rupture est totale (Voir Fig III-24, 25, 26). Aussi, tout les points (M), d'un ensemble d'échantillons d'un même sol et ayant des degrés de surconsolidation différents, peuvent former une demi droite (AB) (Fig III-27) dite surface de Hvorslev. [1], [2], [19]

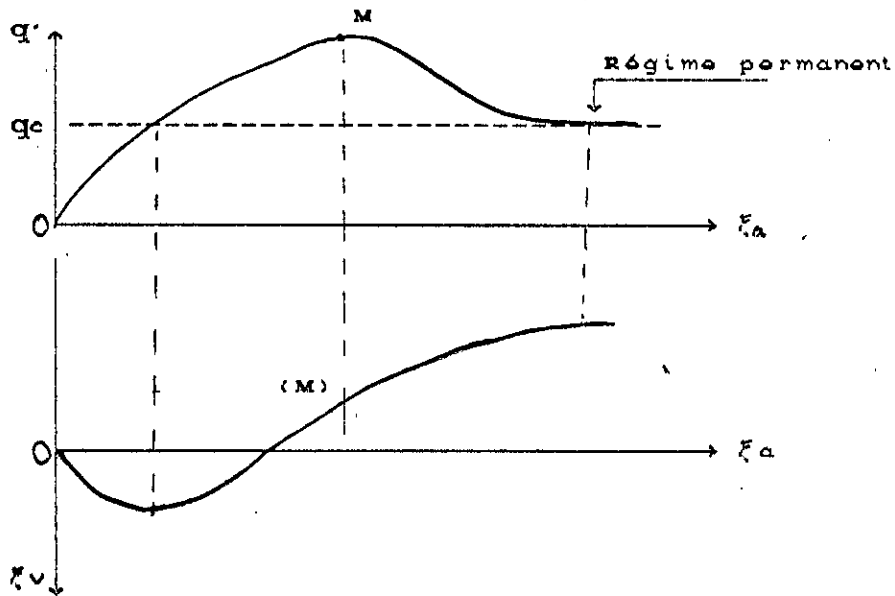


Fig III -24, 25 : Comportement des sols dilatants

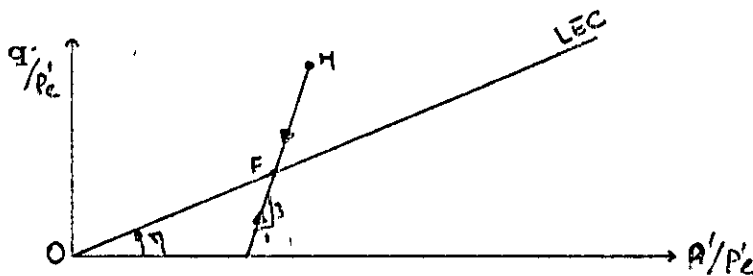


Fig III-26: Autre projection de sols dilatant

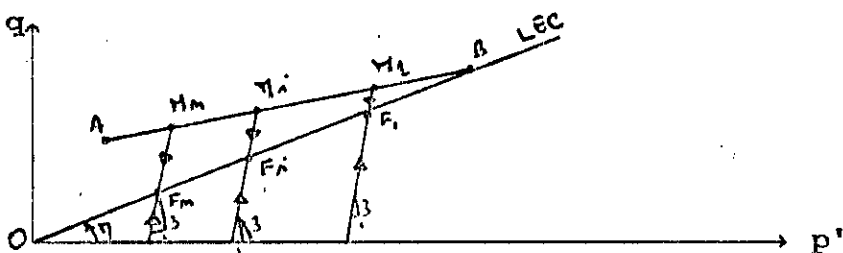


Fig III-27 : Representation de la (SH)

g - Surface d'état limité : (SEL)

En conclusion, on appellera surface d'état limite (SEL), le contour ou la surface délimitée par la (LNC), (SR), (LEC) et (SH) dans l'espace q' , p' , e de la (Fig III-28). (Voir aussi les Fig III-29) [2]

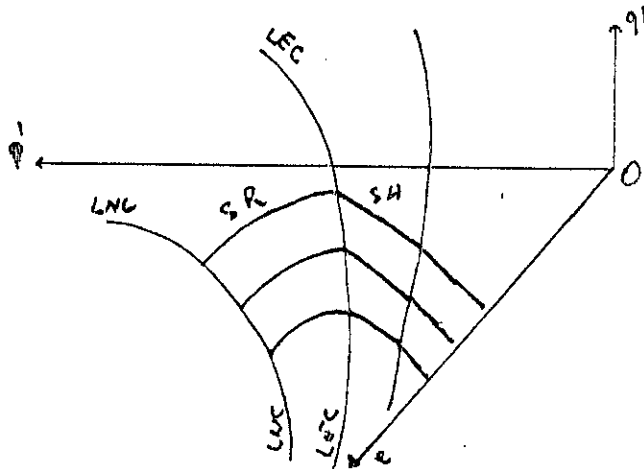


Fig III-28 : Représentation spatiale de la (SEL)

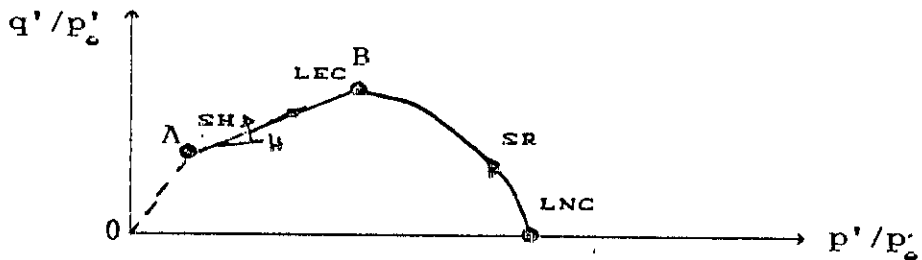


Fig III-29 : Unicité de la (SEL)

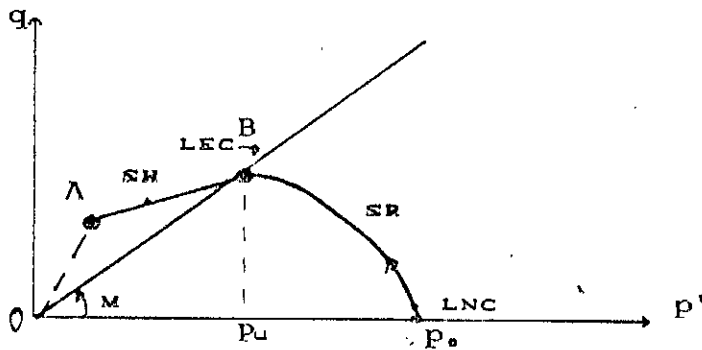


Fig III-30 : Autre projection de la (SEL)

h - Mur élastique

$h = 1$ Introduction

En faisant une analogie objective entre la courbe de la (Fig III-1) et les courbes des (Fig III-11, 12), on remarquera une similitude frappante entre elles. En effet, le segment (BE) de la (Fig III-11) correspondra à (O \bar{A}) dans la (Fig III-1), alors que les segments de droite (EE1) et (E1B1) dans la (Fig III-12) vont correspondre respectivement aux segments (AC) et (CD) de la (Fig III-1).

Partant de ces considérations, on peut dire que le segment de droite (EE1) est une zone où les déformations sont plastiques. Alors que les segments (B1E1) vont quant à eux représenter des zones où les déformations seront élastiques. On peut aussi généraliser les remarques ci-dessus pour dire que puisque (EE1) appartient à la surface d'état limite (SEL), celle-ci représentera pour les sols une zone où les déformations seront plastiques. Ceci dit la même remarque pourra être faite pour les lignes de gonflements (B1E1) où les déformations sont élastiques.

On pourra ainsi conclure et dire, que tout sol dont l'état de contraintes se situant en deçà de la (SEL) induit automatiquement des déformations élastiques, alors que s'il est sur la surface d'état limite les déformations seront plastiques (la position d'un état de contrainte pour un l'échantillon, au delà de la SEL, est impossible)

h - 2 Mur élastique

On appellera Mur élastique, la ligne de gonflement (B1E1) qui représente la zone verticale de ($q = 0$) à un (q) quelconque dans l'espace tridimensionnel (p' , q , e) sans toucher la (SEL) (Fig III-31). [2] [23]

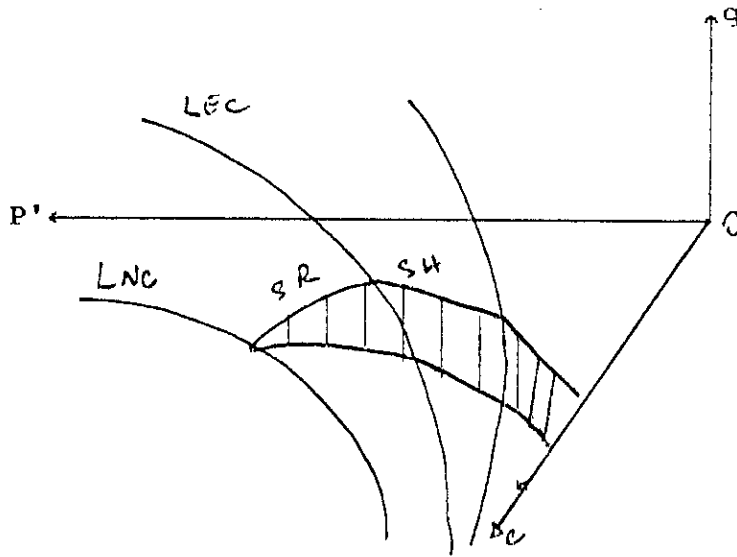


Fig III-31: Représentation spatiale du mur élastique

III - 4 - 5 Modèle de Cam clay classique (Originale) :

a - Hypothèses du (CCLO)

Comme on l'avait précisé dans le paragraphe (III 4-1), le modèle de (CCLO) est élaboré par des chercheurs de Cambridge, en émettant les hypothèses suivantes : [4]

- les courbes données par l'indice des vides en fonction du logarithme népérien de la contrainte quadratique effective (p'), nous donnent raison d'écrire les équations (III 6, 7, 8).

- Les déformations de cisaillement dans le domaine élastique sont considérées comme étant nulles.

- L'équation énergétique régissant le domaine plastique est donnée par :

$$q' * \delta \epsilon_{\square}^P + p' * \delta \epsilon_{\nabla}^P = M * p' * \delta \epsilon_{\square}^P \quad (\text{III } 9)$$

$\delta \epsilon_{\square}^P$: Représente l'incrément de déformations de cisaillement plastiques.

$\delta \epsilon_{\nabla}^P$: Représente l'incrément de déformations volumique plastiques.

NOTA : Il est utile cependant, de préciser que si la plasticité du sol n'est pas atteinte le second membre de l'équation (III 9) serait nul.

b - Formulation mathématique de la fonction d'écoulement pour le (CCLO).

Comme pour n'importe quel critère, le modèle de (CCLO) devra avoir une fonction de charge, afin de délimiter les différents domaines de comportement du sol. C'est pourquoi, l'utilisation de l'équation (III 9) s'avère nécessaire dans la suite des calculs. En effet, l'arrangement de cette dernière nous fait aboutir à une équation (III 10) ayant la forme suivante :

$$\delta \xi_v^p / \delta \xi_\sigma^p = M - q' / p' \quad (\text{III } 10)$$

Arrivé à ce stade de raisonnement, il devient nécessaire de changer le 1^{er} membre de l'équation (III 10), afin d'obtenir une équation différentielle de 1^{er} ordre. Ainsi, si le sol n'a pas encore atteint le domaine plastique, le 2^{ème} membre de l'équation (III 9) sera nulle. Mise sous cette forme et différentiée, l'équation (III 9) aura la forme (III 11) suivante :

$$\delta \xi_v^p / \delta \xi_\sigma^p = -dq' / dp' \quad (\text{III } 11)$$

Une fois que ce travail est terminé, on a qu'à combiner les équations (III 11) et (III 10) pour avoir l'équation différentielle de 1^{er} ordre (III 12) donnée ci-dessous.

$$-dq' / dp' = M - q' / p' \quad (\text{III } 12)$$

Suite à ce travail, le problème devient purement mathématique. En effet, en connaissant les bornes d'intégrations (Voir Fig III-32), il suffira seulement de faire un changement de variable adéquat, pour en fin résoudre l'équation (III 12) et établir l'expression de la fonction de charge suivante : [6] [4]

$$f(\sigma_{ij}) = q' / (M * p') + \ln(p' / p_0) = 0 \quad (\text{III } 13)$$

p'_0 : La contrainte quadratique effective de préconsolidation (Voir Fig III-32).

f : Fonction d'écoulement du sol (CCLO).

σ_{ij} : Tenseur de contraintes.

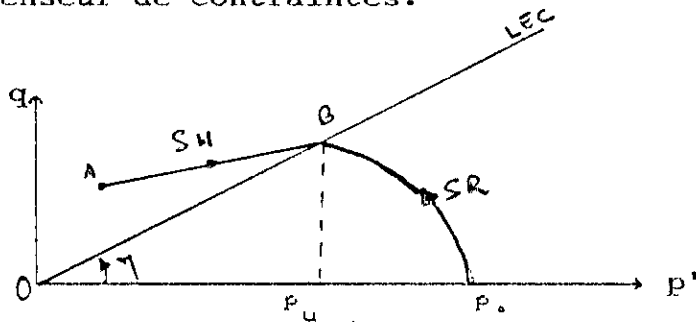


Fig III-32 : Représentation des bornes d'intégration

Toutefois, l'espace géométrique dans lequel est définie la fonction d'écoulement $f(\sigma_{ij})$ est donné par la (Fig III-33). Elle représente une courbe dans l'espace (q, p') ayant une forme d'une amande, dont l'intersection avec la (LEC) est une contrainte quadratique effective critique (Notée p_u), égale à la contrainte quadratique effective de préconsolidation divisée par 2.72 (Voir Fig III-33). [6]

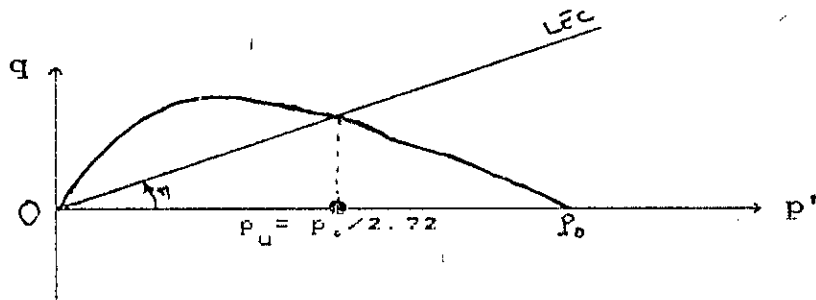


Fig III-33 : Forme globale de la (SR) dans le (CCLO)

III - 4 - 6 Le modèle de Cam clay modifié : (CCCLMD)

a - Hypothèses du (CCCLMD).

En s'inspirant du travail fait par ses prédécesseurs dans la formulation du (CCLO), Burland en (1968) a mis au point une nouvelle version dite version modifiée. Sa principale particularité est qu'en plus des hypothèses émises dans le (CCLO), elle prend en compte au niveau de l'équation énergétique régissant le comportement plastique, un terme qui

représente l'énergie de frottement due aux charges quadratiques normales (III 14). [2] [6]

$$p' * \delta \xi_v^p + q' * \delta \xi_s^p = p' * \sqrt{\delta \xi_v^{2p} + M^2 * \delta \xi_s^{2p}} \quad (\text{III } 14)$$

b - Formulation mathématique de la fonction d'écoulement relative au modèle de (CCLM).

Par un procédé analogue à celui utilisé dans le (CCLO), on aura la formule (III 15) suivante :

$$\delta \xi_v^p / \delta \xi_s^p = (M^2 - \eta^2) / (2 * \eta) \quad (\text{III } 15)$$

avec $\eta = q' / p'$

En combinant (III 15) avec (III 11), on peut aisément retrouver l'expression de la fonction de charge suivante : (2)

$$f(\sigma_{ij}) = q^2 + p^2 * M^2 - p_0 * M^2 * p = 0. \quad (\text{III } 16)$$

Ainsi, géométriquement parlant, l'équation (III 16), nous donne dans l'espace q' , p' , une ellipse, dont l'intersection avec la (LEC) est une contrainte quadratique effective critique (notée : P_u). Cette dernière est égale à la moitié de la contrainte quadratique effective de préconsolidation. (Fig III-34).

NOTA : Il est cependant, intéressant de noter que les formes des équations (III 13) et (III 16) ci-dessus, ne sont pas uniques. On peut de ce fait, trouver d'autres formes, en faisant certaines transformations. Ainsi, l'équation (III 13) pourra avoir la forme suivantes : [2]

$$v = \Gamma v + \lambda - \alpha - \lambda * \ln(p') - (\lambda - \alpha) * q' / (M * p') \quad (\text{III } 13-1)$$

Γv : Volume spécifique de la (LEC) pour ($p' = 1$)

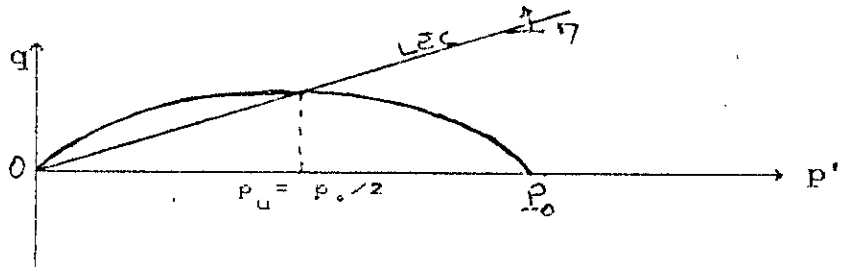


Fig III-34 : Forme globale de la (SR) dans le (CCLM)

Quant à l'équation (III 16), elle peut être aisément retrouvée sous la forme (III 16-1) ci-dessous. [23]

$$f(\sigma_j) = e - ex - \ln [p' + q'^2 / (p * M)^2] = 0 \quad (III 16-1)$$

REMARQUE : Les équations (III 13) et (III 16) représentent les fonctions d'écoulement relatives aux sols ayant un comportement contractants. Donc, si on trace une courbe (e) en fonction de $(\ln(p'))$, l'état de contrainte de ce genres de sols se situera entre les deux droites représentant la (LEC) et la (LNC). Quant, au sols ayant une nature très dilatants, leurs positions sera à gauche de la (LEC). Cependant, la zone située à droite de la (LNC) est dite zone impossible, vu qu' on peut pas avoir un état de contrainte au niveau de cette zone pour un sol donné. (Fig III-35) [1]

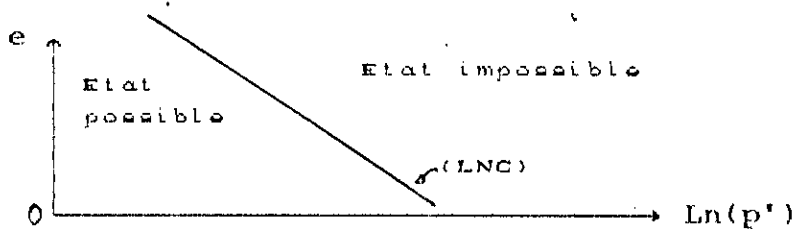


Fig III-35 : Etat de contraintes possible

III - 4 - 7 Formulation mathématique de la fonction de charge de la surface de Hvorslev : (SH)

Comme on la déjà expliqué dans la remarque ci-dessus, les fonctions d'écoulement relatives aux sols très dilatants, ne peuvent être représentées au niveau des équations (III 13)

et (III 16). La recherche d'une fonction de charge pour les cas de sols très dilatants dans ce cas s'impose.

Pour établir l'expression de la fonction d'écoulement, il suffira de trouver l'équation de la droite de Hvorslev schématisée dans la (Fig III-36). Partant de cette remarque, on peut ainsi écrire la formule suivante : [1] [2]

$$q'/p'_c = g + H * p'/p'_c \quad (III 17)$$

p'_c : Représente une contrainte de préconsolidation effective correspondant à un point situé sur la (LNC). (Fig III-37)

g : Représente la valeur de (q'/p'_c) lorsque (p') est nulle. (Fig III-36)

H : Pente de la surface Hvorslev. (Fig III-36)

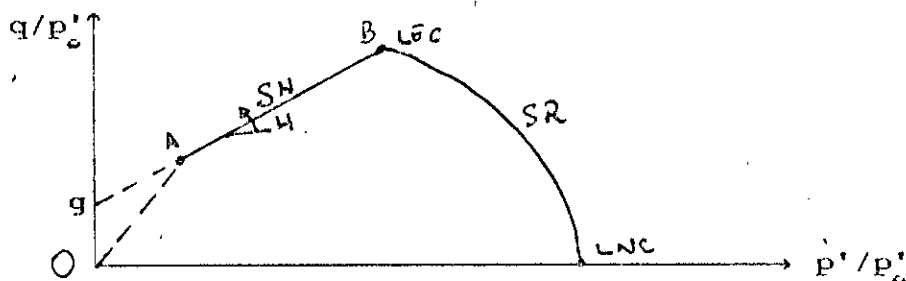


Fig III-36 : Paramètres géométriques formant la surface de charge (SH).

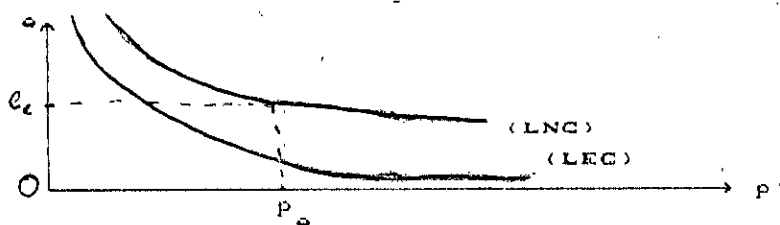


Fig III-37 : Position géométrique de (p')

En exploitant la position du point (B) qui représente une zone d'intersection entre la (SH) et la (LEC). On peut aisément trouver l'expression du paramètre (g) ci-dessus, moyennant une combinaison entre les équations (III 5), (III 7), (III 8).

$$g = (M-H) * \text{EXP} [(\Gamma - N) / \lambda] \quad (III 18)$$

Avec $p'_c = \text{EXP} [(N - e) / \lambda]$

Ainsi, on aura qu'à injecter la relation (III 18) dans (III 17) et faire les arrangements nécessaires. Pour enfin aboutir à la forme finale (III 19) de la fonction d'écoulement régissant les sols dilatants. [1] [2]

$$f(\sigma_v) = q' / (p' * H) - [(M-H) / (p' * H)] * \text{EXP} [(\Gamma - e) / \lambda] - 1 \quad (\text{III } 19)$$

III - 5 Transformation des paramètres décrivant le le modèle de Cam clay

S - 1 Introduction

Il est clair que les deux versions du modèles de Cam clay, symbolisées par les relations (III 19), (III 13) et (III 16), sont en fonction d'un ensemble de paramètres, qui sont généralement rarement obtenus dans les laboratoires de mécanique des sols. Parmi ces paramètres, on citera entre autres les pentes des lignes de gonflement (LG), (LNC), (LEC), (SH) etc... . Aussi, pour éviter ce problème, il est important d'exprimer ces derniers en fonction de paramètres, qui eux, sont de nature usuelle.

S - 2 Transformations des paramètres du (CCCL)

a - Pente de la (LNC) : (λ)

L'indice de compression (C_c) obtenu, graphiquement à partir d'un essai de cisaillement quelconque (Fig III-38), peut être exprimé selon l'équation (III 20) suivante : [6]

$$C_c = - 2,303 * \Delta e * \sigma'_v / \delta \sigma'_v \quad (\text{III } 20)$$

Sachant que $\delta(\log \sigma'_v) = \delta \sigma'_v / [\sigma'_v * \ln(10)]$

v : Volume spécifique du sol

Δe : Variation de l'indice des vides du sol.

σ'_v : Contrainte verticale effective du sol.

C_c : Indice de compression du sol.

Ainsi, il nous appartient de modifier la relation (III 20), en utilisant la forme incrémentale de l'équation (III 7),

et en faisant certaines simplifications, on pourra obtenir l'équation reliant la pente de la (LNC) en fonction d'un paramètre usuelle (C_c), comme le montre la relation (III 21).

$$C_c = 2,303 * \lambda \quad (III\ 21)$$

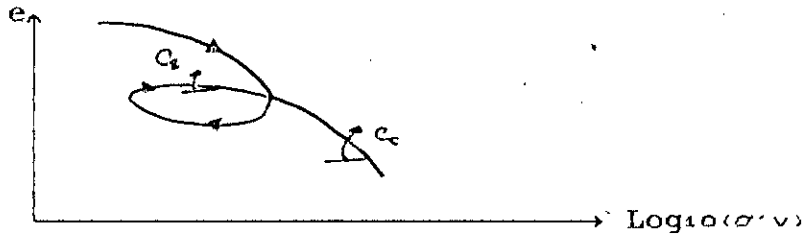


Fig III-38 : Représentation graphique de (C_c), (C'_c)

b - Pente de la ligne de gonflement : (α)

Par un raisonnement analogue à celui du paragraphe (III 5 - 2 a), on obtient la pente de la ligne de gonflement (α) (III 22). [6]

$$C_c = \alpha * 2,303 \quad (III\ 22)$$

C_c : Représente l'indice de recompression du sol.

c - Pente de la (LEC) : (M)

En utilisant les connaissances relatives au cercle de Mohr, et celles de la mécanique des sols classique, on peut déduire l'expression de la pente de la (LEC) (M) en fonction des paramètres usuels à la rupture d'un sol donné. [1] [6]

$$q' = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (III\ 23)$$

$$p' = (\sigma_1 + 2 * \sigma_3) / 3 \quad (III\ 24)$$

$$\sigma_1 = \gamma' * h \quad (III\ 25)$$

$$\sigma_3 = K_0 * \sigma_1 - 2 * C' * \sqrt{K_0} \quad (III\ 26)$$

$$K_0 = 1 - \text{Sin}(\phi') \quad (III\ 27)$$

σ_1' : Contrainte normale principale effective qui est maximale.

σ_3' : Contrainte normale principale effective qui est minimale.

- γ' : Poids spécifique déjaugé.
 C' : Cohésion effective à l'écoulement du sol.
 K_0 : Coefficient des terres au repos.
 ϕ' : Angle de frottement effectif du sol à l'écoulement.
 h : Hauteur où la contrainte est calculée.

On aura qu'à combiner les relations (III 23, 24, 25, 26, 27), pour enfin arriver à l'équation (III 28).

$$M = [3 * \gamma' * h * (1 - K_0) + 6 * C' * \sqrt{K_0}] / \Sigma \quad (\text{III } 28)$$

$$\Sigma = \gamma' * h * (1 + 2 * K_0) - 4 * C' * \sqrt{K_0}$$

- d - Pente de la surface de Hvorslev : (H)
d - 1 Cam clay classique

L'incrément de l'équation (III 13 -1), nous fournira l'expression de la déformation plastique volumique. Car cette dernière n'est en fait que le rapport entre le volume spécifique plastique et son incrément (III 29). [2]

$$\delta \xi_{v^p} = - \delta v^p / v^p \quad (\text{III } 29)$$

d'autre part, grâce à $v^e = v * -\alpha * \ln(p')$, on peut écrire la forme incrémentale suivant $:\delta v^e = -\alpha * \delta p' / p'$

- v^* : Volume spécifique initiale de la ligne de gonflement lorsque $(p'=1)$.

Arrivé à ce niveau, il nous restera qu'à faire la différence entre les volumes spécifiques totale (v) et élastique (v^e). Ceci, afin de trouver celui du domaine plastique, ainsi que sa forme incrémentale. Et par la même occasion l'incrément de déformation plastique (III 30).

$$\delta \xi_{v^p} = (\lambda - \alpha) / (M * p' * (e+1)) * [\delta q' + (M - \eta) * \delta p] \quad (\text{III } 30)$$

Avec $v=e+1 \Rightarrow \delta v = \delta e$ (III 30-a)

Ceux ci étant fait, égalisant maintenant (III 30) avec la relation (III 31), on aura de cette façon, par identification la relation définissant la pente de la (SH)

(III 32).

$$\delta \xi_{\nu}^p = H * \delta q' + G * \delta p' \quad (III 31)$$

$$H = (\lambda - \alpha) / (M * P' * (e\alpha + 1)) \quad (III 32)$$

d - 2 Cam clay modifié

Par un même raisonnement que celui fait pour (CCLO), on refait la démonstration, en remplaçant (III 13-1) par (III 16-1) et tenir compte de (III 29) et (III 30-1), on aboutira à la forme (III 33).

$$H = [(\lambda - \alpha) / (1 + e\alpha)] * [2 * q' / (M^2 * p'^2 * q'^2)] \quad (III 33)$$

e - Contrainte quadratique critique : (Pu)

Lorsqu' on avait décrit les modèles de comportement du (CCL), on avait mis en évidence l'existence d'une contrainte quadratique normale (Pu) dite critique. Celle-ci lie les extrémités des surfaces de Roscoe, Hvorslev et (LEC). Cette contrainte a une importance capitale surtout en ce qui concerne les tests de séparation entre les différents types de sols. C'est pourquoi, on va la représenter en fonction de la contrainte normale, quadratique de préconsolidation (p_o). Celle-ci, est plus communément utilisée dans les laboratoires de mécanique des sols. [6]

En effet la valeur de (Pu) au niveau du (CCLO) est :

$$Pu = P_o / 2,72 \quad (III 34-1)$$

Alors que dans le modèle de (CCLM), elle représente la moitié de (P_o).

$$Pu = P_o / 2 \quad (III 34-2)$$

f - Indice des vides initiale de (LEC) : (Γ)

Partant de la (Fig III-39) ci-dessous, et en s'inspirant du raisonnement géométrique, on peut établir la relation donnant l'expression mathématique de (Γ) (III 35).

$$\Gamma = e_u + \lambda * \text{Ln}(P_u) \quad \text{avec } e_u = e_x - \alpha * \text{Ln}(P_u)$$

$$\Gamma = e_x + (\lambda - \alpha) * \text{Ln}(P_u) \quad (\text{III } 35)$$

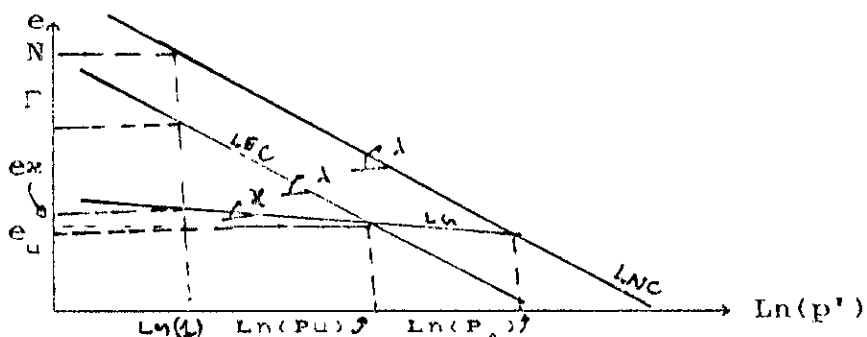


Fig III-39 : Représentation géométrique liant différents paramètres d'un sol

g - Module oedométrique : (E)

En incrémentant la relation (III 6), on a :

$$\delta e = - \alpha * \delta p' / p'$$

et en sachant que : $\delta \epsilon_v^o = - \delta e / (1 + e_x)$

la combinaison des deux équations ci-dessus avec (I 6) et (I 6-c), nous permet d'écrire : [23] [2]

$$E = 3 * (1 + e_x) * p' * (1 - 2 * \nu') / \alpha \quad (\text{III } 35\text{-a})$$

E' : Module d'oedométrique

ν' : Coefficient de Poisson

α : Pente de la ligne de gonflement (LG)

Chapitre IV

Simulation numérique
de la Consolidation
bidimensionnelle

IV - SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONSOLIDATION BIDIMENSIONNELLE

IV - 1 Introduction

Lorsqu'on avait parlé dans le chapitre (II), des équations de consolidation établies par Biot, on avait mis en indice une difficulté majeure avancée par ces dernières. Notamment, en ce qui concerne la résolution des problèmes complexes. C'est pourquoi, d'autres chercheurs ont tenté de solutionner ce problème par l'exploitation des méthodes dites numériques. La puissance de ces méthodes est surtout favorisée par le développement très spectaculaire qu'a connu le secteur informatique. Aussi, des méthodes de calcul telles que la Méthode des Différences Finis, Intégrales aux Frontières, la Méthode des Eléments Finis etc ... ont vu leur importance évoluer avec le temps. Bien que ces méthodes se surpassent selon les domaines auxquels elles sont appliquées, néanmoins, elles donnent en général des résultats acceptables.

IV - 2 Formulation de la consolidation bidimensionnelle en utilisant la Méthode des éléments finis : (MEF)

L'élaboration de la formulation par la (M.E.F) repose essentiellement sur deux types d'équations. En effet, les équations d'équilibres, et de continuité représentent les fondements de base de ce procédé. Toutefois, ces équations à elles seules ne peuvent répondre entièrement à la question posée. A savoir, l'élaboration des équations de base régissant le phénomène de consolidation dans le cadre de la (M.E.F). Ainsi, pour atteindre l'énergie potentielle minimale souhaitée, il devient important de développer ces équations par un procédé énergétique ou variationnel quelconque; dans notre cas c'est le Théorème des Travaux Virtuelles.

a - Equations d'équilibres

Les relations d'équilibres telles que énoncées dans le cas bidimensionnelle dans la mécanique des milieux continus

auront la forme qui suit : [12] [20]

$$\sigma_{x,x} + \tau_{yx,y} = \rho_x \quad (IV 1)$$

$$\sigma_{y,y} + \tau_{xy,x} = \rho_y \quad (IV 1-a)$$

$\sigma_{x,x}$, $\sigma_{y,y}$: Derivées respectives par rapport à x et y des contraintes normales appliquées selon les directions X et Y

$\tau_{yx,x}$, $\tau_{xy,y}$: Derivées respectives par rapport à x et y des contraintes de cisaillements

ρ_x , ρ_y : Charges par mètre carré représentant respectivement le poids propres du sol appliquées suivant la direction X et Y

En utilisant le théorème des travaux virtuelle, on pourra écrire : [6]

$$\int_{\Lambda} h^* [\sigma_{x,x} + \tau_{yx,y} - \rho_x] + f^* [\sigma_{y,y} + \tau_{xy,x} - \rho_y] d\Lambda = 0 \quad (IV 1-b)$$

h^* , f^* : Déplacements virtuelles successivement dans les directions X, Y

Λ : Aire

Puisque, les contraintes de l'intégrale (IV 1-b) sont sous forme dérivées, alors la continuité de ces dernières n'est pas assez puissante. De ce fait, et pour y remédier a ce problème, il est intéressant d'appliquer le théorème de Green-Zinckiwicz [13] à la formule (IV 1-b). Le résultat de l'intégration par partie de cette dernière, nous fait aboutir à la nouvelle forme de celle-ci.

$$\int_{\Lambda} \langle \xi^* \rangle \cdot \langle \sigma \rangle d\Lambda = - \int_L \langle d^* \rangle \cdot \langle Y \rangle dL + \int_{\Lambda} \langle d^* \rangle \cdot \langle \rho \rangle d\Lambda \quad (IV 1-c)$$

Avec : $\langle \xi^* \rangle = \langle -h^*_{,x}, -f^*_{,y}, -f^*_{,x} - h^*_{,y} \rangle$; $\langle \rho \rangle = \begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{Bmatrix}$

$$\langle \sigma \rangle = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} ; \langle d^* \rangle = \langle h^*, f^* \rangle$$

Où : $\langle \xi^* \rangle$: Vecteur ligne des déformations virtuelles
 $\{ \sigma \}$: Vecteur colonne des contraintes
 $\langle d \rangle$: Vecteur ligne des déplacements virtuelles
 $\{ \rho \}$: Vecteur colonne du poids propre par unité de surface
 L : Indice qui indique le contour de la surface Λ .
 $\{ Y \}$: Vecteur des forces se situant sur le contour L .

b - Equations de continuité

b - 1 Cas d'un chargement constant.

En rappelant l'équation (II 9), on peut aisément démontrer l'équation de continuité suivantes : [10]

$$\dot{U} = (1/\gamma\omega) * (k_z * E') * U_{,zz} \quad (\dot{U} = \partial U / \partial t, U_{,zz} = \partial^2 U / \partial z^2)$$

$$\partial(-U/E') / \partial t = (1/\gamma\omega) * k_z * U_{,zz}$$

Où $\mu = U/E'$ et $\dot{\mu} = -\partial\mu / \partial t$

Donc on a $(1/\gamma) * k_z * U_{,zz} + \dot{\mu} = 0$ (IV 2-a)

Pour un cas bidimensionnel, on aura : [9]

$$(1/\gamma\omega) * k_x * U_{,xx} + (1/\gamma\omega) * k_y * U_{,yy} + \dot{\mu} = 0 \quad (IV 2-b)$$

$\dot{\mu}$: Nous donne la déformation du sol qui correspond à la quantité d'eau coulée lors de la consolidation de ce dernier

U : Surpression interstitielle

$k(x, y)$: Perméabilité selon la direction x ou y

t : temps

NOTA : Tout les paramètres ayant une astérisque, comme exposant seront considérés comme étant de nature virtuelle.

Appliquant, maintenant le théorème des travaux virtuels à l'équation (IV 2-b), on a : [6]

$$\int_{\Lambda} \dot{u}^* (1/\gamma_v) * k_x * U_{,xx} + \dot{u}^* (1/\gamma_v) * k_y * U_{,yy} + \dot{u}^* \dot{\mu} d\Lambda = 0 \quad (IV 2-c)$$

Le réarrangement sous forme matricielle de la relation (IV 2-c) et sa transformation grâce au théorème de Green-Zinckiwicz [13], nous fait aboutir à la formule (IV 2-d) ci-dessous.

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\Lambda} \langle \ddot{u}_{,x} , \ddot{u}_{,y} \rangle \begin{bmatrix} k_x/\gamma_v & 0 \\ 0 & k_y/\gamma_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \end{Bmatrix} d\Lambda + \int_L \langle \ddot{u} \rangle \begin{bmatrix} k_x/\gamma_v & 0 \\ 0 & k_y/\gamma_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \end{Bmatrix} dL \\
 & + \int_{\Lambda} \langle \ddot{u} \rangle \{ \ddot{u} \} d\Lambda = 0 \quad \text{(IV 2-d)}
 \end{aligned}$$

\ddot{u} : Suppression vertuelle

b - 2 Cas d'un chargement variable

Comparé, au cas d'un chargement constant, le chargement variable se distinguera par des termes additionnels sur les différentes équations ci-dessus .

En effet, la relation (IV 2-b) aura la forme qui suit :

$$(1/\gamma\omega)*k_x*U_{,xx} + (1/\gamma\omega)*k_y*U_{,yy} + \ddot{u} + \partial(\rho*z + \sigma)/(\partial t E') = 0$$

Puis par la suite :

$$(1/\gamma\omega)*k_x*U_{,xx} + (1/\gamma\omega)*k_y*U_{,yy} + \ddot{u} + \sigma/E' = 0 \quad \text{(IV 2-b')}$$

A la fin, il est possible d'ecrire par analogie à (IV 2-d) :

$$\begin{aligned}
 & - \int_{\Lambda} \langle \ddot{u}_{,x} , \ddot{u}_{,y} \rangle \begin{bmatrix} K/\gamma_v \\ K/\gamma_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \end{Bmatrix} d\Lambda + \int_L \langle \ddot{u} \rangle \begin{bmatrix} K/\gamma_v \\ K/\gamma_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \end{Bmatrix} dL + \\
 & + \int_{\Lambda} \langle \ddot{u} \rangle \{ \ddot{u} \} d\Lambda + (1/E') \int_L \langle \ddot{u} \rangle \{ \sigma \} dL = 0 \quad \text{(IV 2-d')}
 \end{aligned}$$

σ : La surcharge ramenée par la superstructure

E' : Module pseudométrique

c - Formulation par la méthode des éléments finis:

c - 1 Cas d'un chargement constant

Une fois que les équations différentielles (IV 1-c), (IV 2-d) représentant respectivement, les équations d'équilibres et de continuité sont établit, on les discrétisera moyennant la (M.E.F) . Les équations de bases, qui sont nécessaires à leurs discrétisation, sont : [6]

- Pour les grains solides

$$d = N a \quad (IV\ 3-b)$$

$$\xi = B a \quad (IV\ 3-c)$$

$$\sigma = \Delta B a \quad (IV\ 3-d)$$

- Pour l'eau

$$\mu = m^T \xi \quad (IV\ 3-e)$$

$$u = N b \quad (IV\ 3-a)$$

$$\begin{Bmatrix} u, x \\ u, y \end{Bmatrix} = [Q] \{b\} \quad (IV\ 3-f)$$

$$\sigma = \sigma' + m * u \quad (IV\ 3-g)$$

Avec : N : Fonctions de formes décrivant l'allure des surpressions de l'eau.

N : Fonctions de formes des déplacements du sol.

{ b } : Surpression interstitielle nodales .

[B] : Matrice des dérivées des fonctions de formes des déplacements du sol .

[Q] : Matrice des dérivées des fonctions de formes des surpressions interstitielles .

[\Delta] : Matrice élastique (élasto-plastique) .

$$m = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

L'injection de l'ensemble des formules (IV 3 a, b, c, d, e, f, g) dans les relations différentielles (IV 2-d) et (IV 1-c), nous donnera les deux nouvelles équations suivantes :

$$K * \{a\} + L * \{b\} = r1 + \int_{\Lambda} [I N]^T \{p\} d\Lambda \quad (IV\ 4)$$

$$r1 = - \int_L [N]^T \{Y\} dL \quad ; \quad L = \int_{\Delta} [B]^T \{m\} \langle N \rangle d\Delta \quad ; \quad K = \int_{\Delta} [B]^T [\Delta] [B] d\Delta$$

Avec : K : Matrice de rigidité
 L : Matrice de couplage
 r1 : Forces exterieures

Quant, à la relation de continuité, elle sera formulée de la façon suivante :

$$- \phi * \{b\} + \int_L [N]^T * \{V_n\} dL + L^T * \{da/dt\} = 0 \quad (IV 5)$$

Où :

$$\phi = \int_{\Delta} [Q]^T \begin{bmatrix} k_x/\gamma_v & 0 \\ 0 & k_y/\gamma_v \end{bmatrix} [Q] d\Delta$$

$$L^T = \int_{\Delta} \{N\} * \langle m \rangle * [B] d\Delta$$

$$V_n = \begin{bmatrix} k_x/\gamma_v & 0 \\ 0 & k_y/\gamma_v \end{bmatrix} [Q] \text{ bel}$$

bel : Suppression interstitielle relative aux conditions aux limites

c - 2 Cas d'une charge variable

Une démarche identique à celle du paragraphe (c - 1), nous donnera une nouvelle forme de (IV 5).

$$- \phi * \{b\} + \int_L [N]^T * \{V_n\} dL + L^T * \{da/dt\} + (1/E') \int_L [N] \{\sigma\} dL = 0 \quad (IV 5-a)$$

d - Incrémentations

d - 1 Cas d'un chargement constant

Les incréments par rapport au temps et par rapport aux degrés de libertés (déplacements et suppressions interstitielles aux noeuds), dans les équations (IV 5) et (IV

4), entraînera le changement de leurs formes respectives. En effet, l'incrémentation des déplacements et pressions interstitielles nodaux de (IV 4) transformera celle-ci en (IV 6) (le terme du poids propre est bien sur négligé). [6]

$$K * \left\{ \Delta a \right\} + L * \left\{ \Delta b \right\} = \Delta r_l \quad (\text{IV } 6)$$

$$\Delta r_l = - \int_L [N]^T \left\{ \Delta Y \right\} dL$$

REMARQUE : L'intégrale relative à la variation de la charge du poids propre par mètre carré ($\Delta \rho = 0$) est considérée comme étant nulle.

Quant, à l'incrémentation par rapport aux temps, l'équation (IV 5) se transformera alors en :

$$- \phi \int_t^{t+\Delta t} \{b\} dt + \int_L [N]^T \int_t^{t+\Delta t} \{V_n\} dt dL + L^T \int_t^{t+\Delta t} (da/dt) dt$$

Ainsi, l'intégration par rapport au temps des paramètres ci-dessus, est facilement réalisable par la méthode des Trapèzes . [7]

$$\int_t^{t+\Delta t} b dt = [(1 - \theta) * b_i + \theta * b_f] * \Delta t \quad (\text{IV } 7-1)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} V_n dt = [(1 - \theta) * V_{ni} + \theta * V_{nf}] * \Delta t \quad (\text{IV } 7-4)$$

Toute en sachant que :

$$b_f = b_i + \Delta b \quad (\text{IV } 7-2)$$

$$b_f = b(t + dt) ; b_i = b(t)$$

$$\Delta a = a(t + dt) - a(t) \quad (\text{IV } 7-3)$$

Pour que la stabilité sera maximale, on prendra $\theta = 1$ [7]. On aura ainsi :

$$- \phi * b_f + L^T * \Delta a = \Delta t * \int_L [N]^T \{V_{nf}\} dL$$

$$- \phi * \Delta b * \Delta t + L^T * \Delta a = \Delta t * \int_L [N]^T \{V_{nf}\} dL + \Delta t * \phi * \{b_i\} \quad (\text{IV } 7)$$

Ensemble, les relations (IV 6) et (IV 7), formeront le système d'équations (IV 8) qui tient compte de la description générale du phénomène de consolidation . [6] [7]

$$\begin{bmatrix} K & L \\ L^T & -\Delta t * \phi \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \end{Bmatrix} \tag{IV 8}$$

$$K_e = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & -\Delta t * \phi \end{bmatrix} \tag{IV 8-1}$$

K_e : Matrice de rigidité équivalente

$$\Delta r_2 = \Delta t * \int_L [N]^T * \{V_{nf}\} dL + \Delta t * \phi * \{b\} \tag{IV 8-2}$$

NOTA : Les indices (i, f) au niveau des différents paramètres ci-dessus, indiquent respectivement les états initial et final par rapport au temps de ces derniers.

REMARQUE : L'un des termes du second membre de l'équation (IV 8-2) est nulle, grâce aux conditions aux limites dues au phénomène de consolidation. En effet, les dérivées par rapport à (X) et (Y) des fonctions de formes, relatives aux formes des isochrones s'annulent au niveau de ces conditions aux limites hydrauliques (Fig IV-1, 2). Cela dit, suivant les cas de drainage, on distinguera les deux cas qui suivent :

- Drainage d'un seul côté : (Fig IV-1)

Pour $z = H$ $\{\partial u / \partial z\} = [Q] \{b\} = 0 \implies V_{nf} = 0$

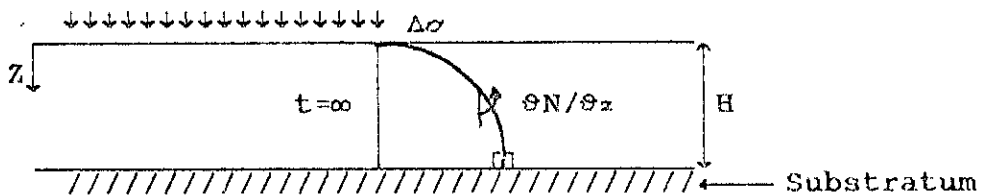


Fig IV-1 : Drainage d'un seul côté

- Drainage des deux côtés: (Fig IV-2)

Pour $z = H/2 \implies \partial u / \partial z = [Q] \{b\} = 0 \implies v_{of} = 0$

On peut aussi avoir :

$0 < t \leq \infty$ et $z=0$ et $z=H$ (Fig IV-2), $u = 0$

$t = \infty$ $0 \leq z \leq H$ $u=0$ Représente le point (E) dans la (Fig III-10) \implies point d'équilibre

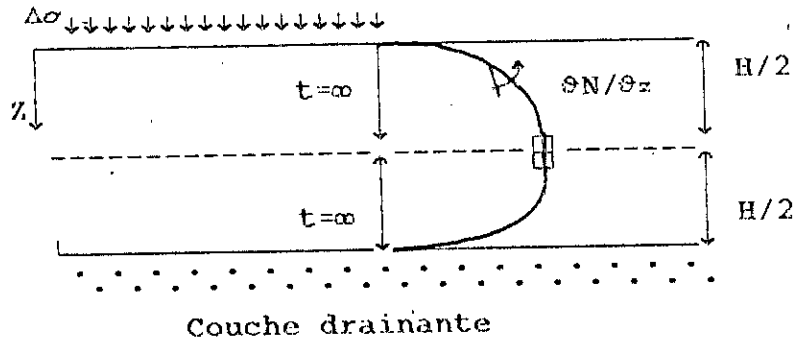


Fig IV-2 Drainage des deux côtés

Donc $\Delta r_z = \Delta t * \phi * \{b\}$ (IV 8-3)

d - 2 Cas d'un chargement variable

Dans le cas d'un chargement variable, l'équation (IV 7) gardera presque la même forme, sauf que, le vecteur (Δr_z) aura la forme ci-dessous.

$$\Delta r_z = \Delta t * \phi * \{b\} - (1/E') \int_L^{\tau} [N] \{\sigma\} d\tau \quad (IV 8-3-a)$$

e - Développement mathématique de la matrice élasto-plastique (Dep)

e - 1 Introduction

La matrice élasto-plastique, est une matrice, dont l'ensemble des termes qui la constitue, tiennent compte des propriétés élasto-plastiques du matériau étudié. Celles-ci nous permettra l'inclusion des propriétés des divers versions du Cam clay, dont le calcul est indispensable pour une éventuelle formulation en Eléments finis. Cependant, il est utile de noter que l'ensemble des termes constituant cette matrice sont ceux d'un corps travaillant en déformation plane

e - 2 Développement mathématique

En commençant par la règle de normalité établit au début du chapitre (III), on peut écrire : [11]

$$\begin{aligned} d\bar{\epsilon} &= d\omega * \delta G(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \\ d\bar{\epsilon} &= d\bar{\epsilon}^e + d\bar{\epsilon}^p \text{ où } d\bar{\epsilon}^e = \Delta e^{-1} * \{d\sigma_{ij}\} \end{aligned}$$

$$\text{donc } d\bar{\epsilon} = \Delta e^{-1} \{d\sigma_{ij}\} + d\omega * \delta G(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \quad (\text{IV 9-a})$$

$$df(\sigma_{ij}, k) = \langle \delta f(\sigma_{ij}, k) / \delta \sigma_{ij} \rangle * \{d\sigma_{ij}\} + \langle \delta f(\sigma_{ij}, k) / \delta k \rangle * \{dk\}$$

$$df(\sigma_{ij}, k) = \langle \delta f(\sigma_{ij}, k) / \delta \sigma_{ij} \rangle * \{d\sigma_{ij}\} - d\omega * \Lambda \quad (\text{IV 9-b})$$

$$\text{où } \Lambda = -\langle \delta f(\sigma_{ij}, k) / \delta k \rangle * \{dk\} * (1/d\omega) \quad (\text{IV 9-c})$$

D'autre part, puisque $f(\sigma_{ij}, k)$ est nulle, alors $df(\sigma_{ij}, k)$ l'est aussi. Donc, les équations (IV 9-a) et (IV 9-b) forment ensemble un système de deux équations à deux inconnues $\{ \{d\sigma_{ij}\}, d\omega \}$, qu'il faut résoudre. Toute résolution faite on a :

$$\{d\sigma_{ij}\} = \Delta e_p * d\bar{\epsilon} \text{ où}$$

$$\Delta e_p = \Delta e - \Delta e * \{ \delta G(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \} * \langle \delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \rangle * \Delta e * \Omega \quad (\text{IV 9})$$

$$\Omega = [\langle \delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \rangle * \Delta e * \{ \delta G(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_{ij} \} + \Lambda] \quad (-1)$$

Δe : Matrice élastique

Δe_p : Matrice élastoplastique

$\langle \mu \rangle$: Représente le vecteur ligne μ

$\{ \mu \}$: Représente le vecteur colonne μ

$d\bar{\epsilon}^e$: Incrément de déformation élastique.

$d\bar{\epsilon}^p$: Incrément de déformation plastique.

Λ : Paramètre tenant compte de l'écrouissage du sol. [23]

NOTA : Dans le cas où la plasticité est associée, la fonction d'écoulement sera égale au potentiel plastique $[G(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{ij})]$. La matrice élasto-plastique sera dans ce cas symétrique. [11]

e - 3 Développement des différents termes de la matrice élasto-plastique

Une fois que, la matrice élasto-plastique (Δe_p) est établit, il devient nécessaire de développer les termes qui la composent, par rapport aux deux modèles du (CCL). Cependant, avant d'entamer ce travail, on écrira d'abord certaines relations mathématique utiles pour la suite des calculs.

$$\left\{ \delta f(\sigma_{ij}) / \sigma_{ij} \right\} = \begin{Bmatrix} \delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_1 \\ \delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_3 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_1 = (\delta f(\sigma_{ij}') / \delta p') * (\delta p' / \delta \sigma_1') + (\delta f(\sigma_{ij}') / \delta q') * (\delta q' / \delta \sigma_1') \quad (IV \ 10-a)$$

$$\delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_3 = (\delta f(\sigma_{ij}') / \delta p') * (\delta p' / \delta \sigma_3') + (\delta f(\sigma_{ij}') / \delta q') * (\delta q' / \delta \sigma_3') \quad (IV \ 10-b)$$

$$\delta p' / \delta \sigma_1' = 1/3 \quad ; \quad \delta p' / \delta \sigma_3' = 2/3; \quad \delta q' / \delta \sigma_1' = 1; \quad \delta q' / \delta \sigma_3' = -1$$

L'équation (IV 9-c) représentant l'écroutissage du sol, est transformée de tel sorte que la combinaison des équations (III 4), (IV 11-a), (IV 11-b) et (IV 11-c) lui donne la forme (IV 11). [23]

$$\Lambda = - \delta f(\sigma_{ij}) / dw \quad (IV \ 11-a)$$

$$\Lambda = \delta e^p / dw \quad (IV \ 11-b)$$

$$\delta e^p = -(1+ex) * \delta \xi^p \quad (IV \ 11-c)$$

$$\Lambda = -(1+ex) * (\delta f(\sigma_{ij}') / \delta p') \quad (IV \ 11)$$

e = 3 -1 Cam clay original : (CCLO)

Pour retrouver les expressions des relations (IV 10) et (IV 11) relatives au CCLO, on a qu'à inclure (III 13), en lui faisant subir les opérations mathématiques élémentaires, qui s'imposent.

$$\delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_1 = -q' / (3 * M * p'^2) + 1 / (3 * p') + 1 / (M * p') \quad (IV \ 12-a)$$

$$\delta f(\sigma_{ij}) / \delta \sigma_3 = -2 * q' / (3 * M * p'^2) + 2 / (3 * p') - 1 / (M * p') \quad (IV \ 12-b)$$

$$\Lambda = -(1+ex) * [-q' / (p' * M) + 1 / p'] \quad (IV \ 12-c)$$

e - 3 - 2 Cam clay modifié : (CCLM)

Par utilisation de la relation (III 16) au lieu de (III 13), il est possible de retrouver par analogie les termes de la matrice élasto-plastique relatifs au (CCLM):

$$\delta f(\sigma_{ij})/\delta \sigma_1 = (2/3) * p' * M^2 - (1/3) * p_0 * M^2 + 2 * q' \quad (\text{IV } 13\text{-a})$$

$$\delta f(\sigma_{ij})/\delta \sigma_3 = (4/3) * p' * M^2 - (2/3) * p_0 * M^2 - 2 * q' \quad (\text{IV } 13\text{-b})$$

$$\lambda = -(1 + e_x) * [2 * p' * M^2 - p_0 * M^2] \quad (\text{IV } 13\text{-c})$$

e - 3 - 3 Surface de Hvorslev : (SH)

Démarrant de (III 19), les formules équivalentes à celles de (IV 13 a, b, c) relatives à la (SH), peuvent être énoncées de la façon suivante :

$$\delta f(\sigma_{ij})/\delta \sigma_1 = - (1 / 3) * [q' / (H * p'^2) + (M / H - 1) * (-\alpha) * P u^\alpha * p'^\beta] + B \quad (\text{IV } 14\text{-a})$$

$$\delta f(\sigma_{ij})/\delta \sigma_3 = - (2 / 3) * [q' / (H * p'^2) + (M / H - 1) * (-\alpha) * P u^\alpha * p'^\beta] - B \quad (\text{IV } 14\text{-b})$$

$$\lambda = (1 + e_x) * [q' / (H * p'^2) + (M / H - 1) * (-\alpha) * P u^\alpha * p'^\beta] \quad (\text{IV } 14\text{-c})$$

$$\text{Avec } \alpha = (1 - x / \lambda) ; \beta = x / \lambda - 2 ; B = 1 / (H * p')$$

f - Conclusion

Le système d'équations (IV 8) ci-dessus, peut évidemment être utilisée pour n'importe quel domaine (et modèle) de comportement. Il nous suffira seulement de changer la matrice élastique (élastoplastique) (Δ) au niveau de la matrice de rigidité (K). En faisant adapter celle-ci au domaine (et modèle) de comportement étudié (Paragraphe (e) ci-dessus).

IV - 3 Description du programme

a - Introduction

Partant de la formulation établie au paragraphe (IV - 2), et en choisissant comme langage de programmation, le langage fortran, on va tenter de donner les grandes lignes nécessaire, afin, qu'on puisse comprendre la structure qui gouverne ce programme, et les différents tests de convergences qui le conditionnent . On donnera aussi, la structure de l'ensemble des organigrammes sur lesquels repose le programme.

b - Type d'éléments finis

L'élément fini utilisé dans notre étude, est un élément rectangulaire, isoparamétrique à (4) noeuds et à (12) degrés de liberté. Portant ainsi, le nombre de ces derniers à trois par noeud. Alors que, deux degrés de liberté par noeud représentent les déplacements (Horizontal, vertical) du sol, le troisième représentera la surpression interstitielle.

La méthode d'integration des différentes integrales de (IV 8) sera celle de Gauss (4 points de gauss). Ceux ci dit, les fonctions de forme relatives à chaque noeud et à chaque point de Gauss ont pour expressions : [20]

$$N_i = (1/4) * (1 + \psi * \psi_i) * (1 + \eta * \eta_i) \quad (IV 15)$$

$i=1, 2, 3, 4$

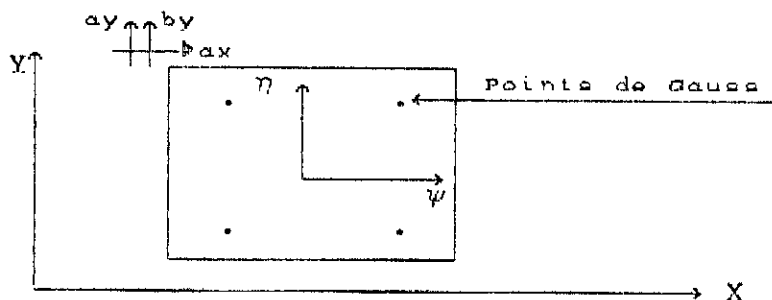


Fig IV-3 : Elément Fini et Points de Gauss

c - Données géométriques, matérielles et conditions aux limites

Comme tous programme basé sur une formulation en éléments finis, ce programme a besoin de certaines données pour décrire d'une manière rigoureuse la nature du sol et pouvoir donner en même temps des résultats assez crédibles. Ainsi, on notera trois grandes catégories de données: celles de natures géométriques, celles relatives à la nature matérielle du sol, et enfin, celles qui tiennent compte des conditions aux limites.

c - 1 Données géométriques

L'utilisation de la méthode des éléments finis, pour résoudre les équations différentielles régissant le phénomène de consolidation, nous impose un maillage de l'espace du sol. Ce qui impliquera en outre, une description assez fidèle des propriétés géométriques des éléments qui composent ce maillage. Toutefois, et à l'échelle de ce paragraphe, on s'abstiendra de donner trop d'explications, car cela va être fait, lorsqu'on abordera l'élaboration du fichier de données. Néanmoins, on notera quelques explications concernant, la numérotation des degrés de liberté affectés au maillage du sol.

Comme le montre clairement le système d'équations (IV 8), on a deux types de degrés de liberté (ddl). Ceux relatifs aux déplacements (Horizontal et vertical) du sol (Noté : Δa) et ceux, qui indiquent la valeur des surpressions interstitielles (Noté : Δb) de l'eau. En partant de la constatation relative à la disposition de ces derniers au sein du système (IV 8), il devient impératif de choisir une numérotation adéquate du maillage. Et ce, afin de maintenir la disposition des deux types de (ddl), selon celle affichée dans le système (IV 8).

De ce fait, et pour y remédier à ce problème, on numérottera d'abord les (ddl) relatifs au sol. Une fois que cette tâche est réalisée, on commencera la numérotation des (ddl) des surpressions interstitielles à partir du plus grand numéro affecté aux degrés de liberté du sol, auquel, on

ajoutera une unité (Voir l'exemple du maillage à quatre éléments ci-dessous).

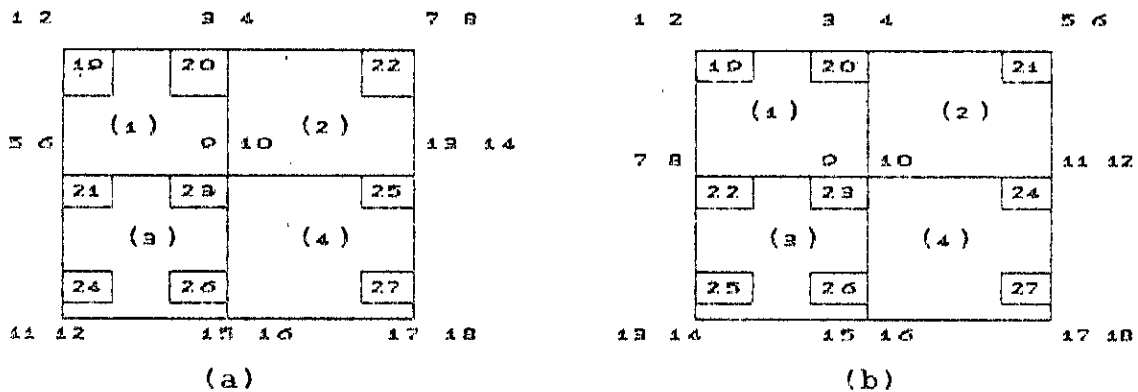


Fig IV-4 : Numérotations d'Eléments Finis

C - 2 Données matérielles

Contrairement aux matériaux moins hétérogènes que le sol (béton, acier etc..), ce dernier possède beaucoup plus de paramètres physiques pour le décrire. Dans le cadre de notre programme, on peut recenser dix paramètres physiques, énumérés comme suit :

- 1 - Le coefficient de poisson (ν)
- 2 - L'indice des vides initial (e_0)
- 3 - Le poids spécifique déjaugé du sol (γ')
- 4 - La perméabilité verticale (k_v ou k_y)
- 5 - La perméabilité horizontale (k_h ou k_x)
- 6 - La contrainte de préconsolidation (P_0 ou σ_c)
- 7 - Pente de chargement (C_c)
- 8 - Pente de déchargement (C_e)
- 9 - Angle de frottement interne du sol (ϕ')
- 10- Cohésion effective du sol (C')

C - 3 Conditions Aux limites

Puisque, la nature des (ddl) est de deux types, celles relatives aux conditions limites sont eux aussi de deux types. En effet, il y'a celles qui marquent les (ddl) définissant les déplacements bloqués du sol, et celles ayant référence aux surpressions interstitielles imposées. La manière avec laquelle ces conditions aux limites sont injectées dans le

programme, suit à la méthode du terme diagonal dominant. Cette méthode stipule, que les termes diagonaux de la matrice de rigidité, qui correspondent aux (ddl) imposées, sont respectivement additionnés à un terme (α) très grand devant elles. Cependant, les termes du vecteur force, qui leur correspondent respectivement seront multipliés par (α). En pratique, la valeur du nombre (α) est prise égale à $[10^{15} * \text{Max}|K_{ij}|]$ (où K_{ij} représentent le plus grand terme de la matrice de rigidité K). L'avantage de cette méthode est qu'elle est très facile à réaliser, lors de la programmation.

[13] [12]

d - Méthodes de résolution

d - 1 Méthodes de résolutions des systèmes linéaires

La résolution du système d'équation : $[K] * \{U_n\} = \{F\}$

où K : Matrice de rigidité globale de toute la structure.

U_n : Déplacements nodaux de la structure

F : Forces nodales agissant sur la structure

est une étape importante de la méthode des éléments finis. Aussi, on dira que le système d'équation ci-dessus, est considéré comme linéaire, si la matrice $[K]$ est indépendante de $\{U_n\}$.

Le nombre de déplacements $\{U_n\}$ inconnus est proportionnel aux nombre total de noeuds d'interpolations. La précision et le champ d'application de la (M.E.F), sont limités par la dimension des systèmes d'équations que nous pouvons résoudre sur les ordinateurs disponibles.

Les méthodes de résolutions des systèmes linéaires peuvent être classées en deux grandes catégories. A savoir :

- Les méthodes directes, conduisent à la solution en un nombre d'opérations a priori connues à l'avance. Ainsi, comme exemples de méthodes directes, on citera la méthode d'élimination de Gauss (Utilisée dans notre programme),

Cholesky, Householder etc .. . L'inconvénient de ces méthodes réside dans le fait, que chaque opération élémentaire entraîne des erreurs d'arrondi, qui s'accumulent et peuvent de ce fait, influencer la solution finale. La faisant ainsi, éloignée de sa valeur physique de déformation. [13]

- Les méthodes itératives conduisent à la solution, par une succession d'améliorations d'une solution approchée. Le nombre d'itérations nécessaires étant difficile à prévoir et dépendent de la structure de la matrice [K]. La méthode de Gauss Seidel, on est un exemple concret sur ces méthodes. [13]

d - 2 Méthode de résolution non linéaire

Des non-linéarités apparaissent dans la formulation de problèmes physiques pour deux raisons.

- Les paramètres physiques, supposés indépendants du vecteur déplacement $\{U_n\}$, dans le modèle linéaire, tels que le module d'Young, les coefficients de conductivité et viscosité etc.. , deviennent des fonctions de $\{U_n\}$. C'est par exemple, le cas dans la plasticité, les écoulements non newtoniens et les écoulements en milieux poreux non saturés.

- Des termes non linéaires par rapport aux inconnus du problème, apparaissent dans les équations aux dérivées partielles, même lorsque les propriétés physiques sont indépendants du vecteur $\{U_n\}$. [12] [13]

Cependant, en pratique, il n'existe pas une méthode de résolution générale valable pour tout les cas de problèmes. Ainsi, la stratégie de résolution doit s'adapter par expérience à une classe de problèmes donnés. Bien que, on pourra faire appel à une combinaison des trois méthodes de bases suivantes :

- Méthode de substitution
- Méthode de Newton-Raphson (Modifiée ou non)
- Méthode incrémentale

Dans le cadre de notre travail, il sera tenu compte de la combinaison des deux dernières méthodes. Entre autre, les méthodes, Newton-Raphson et incrémentale. Toutefois, il est important de donner un aperçu sur chacune d'elles, pour pouvoir mieux comprendre l'algorithme de la méthode mixte.

- Méthode Newton-Raphson

Cette méthode obéit essentiellement à la logique de la courbe (Charge, déplacement) (Fig IV-5). La représentation graphique de l'algorithme de Newton-Raphson, dans le cas d'une variable, montre que le résidu (R) obtenue à partir de la (i-1)^{ème} itération, est sous forme : [13]

$$\left\{ R(U^{i-1}) \right\} = \left\{ F \right\} - \left[K(U^{i-1}) \right] \left\{ U^{i-1} \right\} \neq 0$$

Vers l'itération (i), nous tenterons d'avoir U^i comme solution tel que :

$$\left\{ R(U^i) \right\} = \left\{ R(U^{i-1} + \Delta U^i) \right\} \simeq 0$$

Le développement limité de première ordre, de $R(U^i)$ au voisinage de (U^{i-1}), nous donne :

$$-\left[\frac{\partial R}{\partial U} \right]_{U=U^{i-1}} * \left\{ U^i \right\} = \left\{ R(U^{i-1}) \right\}$$

$$\left[K(U^{i-1}) \right] * \left\{ \Delta U^i \right\} = \left\{ R(U^{i-1}) \right\} \quad (IV 16)$$

La résolution de (IV 16), grâce à la méthode exposée au paragraphe (IV 3-d-2), nous donnera la valeur de (U^i) (Celle de (U^{i-1}) et bien sur, utilisée comme condition initiale). Comme l'indique (IV 16-a).

$$U^i = U^{i-1} + \Delta U^i \quad (IV 16-a)$$

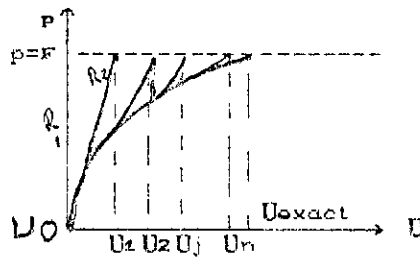


Fig IV-5 : Modèle de Newton-Raphson

- Méthode incrémentale

La solution initiale joue un rôle primordial dans la méthode de Newton-Raphson. Ainsi, selon le choix de cette solution initiale, la solution finale pourra diverger ou converger, vers sa valeur exacte. Alors, la particularité de la méthode incrémentale comparée à celle de Newton-Raphson est d'essayer de palier à ce problème, en procédant non pas par itération, mais par discrétisation du chargement. Comme le montre, si bien la (Fig IV 5-a). [13]

Le principe de cette méthode consiste donc, à remplacer la résolution de :

$$[K(U)]\{U\} = \{F\}$$

par la résolution successive de :

$$[K(U_j)] * \{U_j\} = \lambda_j * \{F_0\}$$

Où $\lambda_j = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda$ tel que $F = \lambda * F_0$

On peut cependant, remarquer que la méthode incrémentale n'est autre que la méthode de Newton-Raphson à une itération. C'est pourquoi, on a le droit d'écrire pour un niveau donné de sollicitation (λ_j) :

$$\{R(U_{j-1})\} = \lambda_{j-1} * \{F_0\} - [K(U_{j-1})] * \{U_{j-1}\}$$

$$\left[K(U_{j-1}) \right] * \left\{ \Delta U_j \right\} = \left\{ R(U_{j-1}) \right\} + (\lambda_j - \lambda_{j-1}) * \left\{ F_0 \right\} \quad (IV 17)$$

$$\left\{ U_j \right\} = \left\{ U_{j-1} \right\} + \left\{ \Delta U_j \right\} \quad (IV 17-a)$$

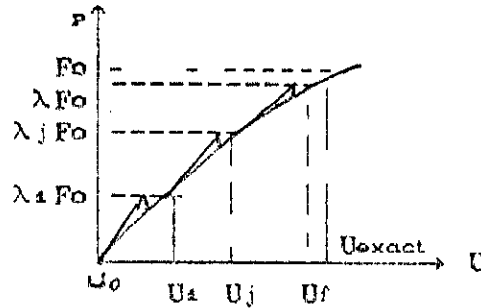


Fig IV 5-a : Modèle de la méthode incrémentale

-Méthode mixte

La résolution d'un système d'équations, par la méthode mixte est équivalente à sa résolution par la méthode incrémentale utilisant plusieurs itérations de Newton-Raphson (Fig IV 5-b). Sa formulation, pour un niveau de sollicitation (λ_j) donné est représentée par l'algorithme ci-dessous.

$$\left[K(U_j^{i-1}) \right] * \left\{ \Delta U_j^i \right\} = \left\{ R(U_j^{i-1}) \right\} + (\lambda_j - \lambda_{j-1}) * \left\{ F_0 \right\} \quad (IV 18)$$

$$\left\{ U_j^i \right\} = \left\{ U_j^{i-1} \right\} + \left\{ \Delta U_j^i \right\} \quad (IV 18-a)$$

où i = nombres d'itérations par incrément de charge
 j = L'incrément de charge j

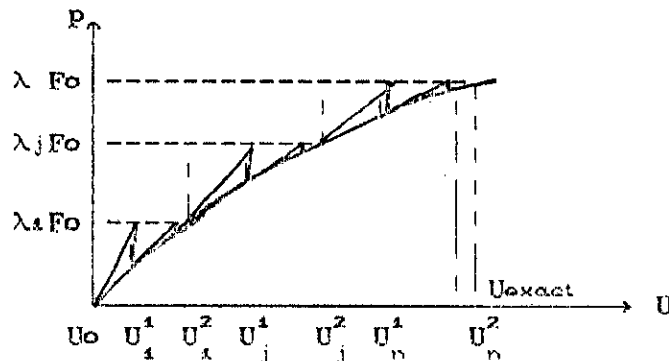


Fig IV-5-b : Modèle de la méthode mixte

Les résultats enregistrés, par cette méthode ont une marge de précision très appréciée. Néanmoins, son temps d'exécution est un peu exagéré comparé à celui des deux méthodes qui la compose.

REMARQUE : La matrice de rigidité [K] dans les relations (IV 16, 17, 18) est obtenue à partir d'un assemblage de rigidité linéaire et non linéaire (Plastique) (IV 19). Cette constatation, est d'ailleurs très bien mise en évidence dans le chapitre (IV 2-e), où la matrice élastoplastique est implicitement dépendante des déplacements dans sa partie plastique. Cette dépendance réside au niveau des contraintes, dont la relation est direct avec le vecteur déplacement.

$$K(U^{i-1}) = K_{el} + K_{pl}(U^{i-1}) \quad (IV 19)$$

K_{el} : Matrice de rigidité élastique

K_{pl} : Matrice de rigidité plastique

e - Méthodes de stockage

e - 1 Introduction

La méthode de stockage utilisée dans ce programme, pour diminuer le contenu de la mémoire centrale, donc accélérer l'exécution de celui-ci, est la méthode Ligne de ciel, qui sera sommairement explicitée dans le prochain paragraphe.

e - 2 Méthode ligne de ciel

Elle est utilisée pour le stockage des matrices ayant une structure symétrique ou non. A l'échelle de notre étude, il ne sera tenu compte, que de l'état symétrique. D'ailleurs, la différence entre les deux cas, n'est en réalité que la prise en compte ou pas de la partie triangulaire inférieur de la matrice considérée.

Sa démarche consiste à stocker tout les éléments

diagonaux de la matrice de rigidité, dans un vecteur noté (Rgd). Alors que, ceux se situant sur sa partie triangulaire supérieure seront stockées dans un autre vecteur noté (Rgs). Cela étant dit, si la matrice de rigidité est non symétrique, il y'aura un troisième vecteur dans lequel on stockera les termes de la matrice triangulaire inférieure. La ligne de ciel; dont le nom est donnée à la méthode, est une ligne, qui enveloppera les sommets des colonnes de hauteurs variables. Elle est symétrique par rapport à la diagonale de l'enveloppe des extrémités gauche des lignes. Ceci est valable, aussi bien pour les matrice de rigidité symétrique ou non. [13].

f Tests de convergence

f - 1 Introduction

A l'échelle de ce programme, on recense trois types de tests. Leur nature varie respectivement selon la tâche à laquelle, ils sont assignés. Le premier de ces tests jouera le rôle de séparateur des deux domaines élastique et plastique. Le deuxième test fixera le nombres d'itérations nécessaires pour rendre un résidu nul. Quant, au troisième test, il mettra en évidence la condition de rupture dans le sol.

f - 2 Test d'écoulement

a - Noeud critique

On appellera noeud critique, un point de contact entre le sol et le chargement, au niveau duquel la déformation est maximale.

b - Test d'écoulement

Dans le chapitre (III), on avait mis en indexe, la délimitation des différents domaines de comportement d'un matériau, ainsi que, la fonction de charge qui les gouvernent. En effet, dès que cette dernière est annulée, on dira que le point en question s'est plastifié.

Sur cette base, on s'arrêtera d'incrémenter le

chargement appliqué au sol, une fois que la fonction de charge du noeud critique est nulle. Les résultats déduits de cette condition représenteront le seuil d'élasticité du sol, sous le chargement considéré. Ce qui impliquera qu'au delà du chargement en question, les noeuds formant le maillage du sol seront graduellement plastifiés au fur et à mesure de l'évolution de l'intensité de la charge.

f - 3 Test sur les résidus

a - Définition :

On appelle résidus, les forces obtenues, lorsqu'on fait la différence entre les forces externes subit par un solide donné et les forces internes que ce dernier développe.

$$R = F_{ext} + F_{pp} - \int_{\Lambda} [B]^T \{\sigma\} d\Lambda \quad (IV\ 20)$$

R : Résidus

F_{ext} : Forces extérieures appliquées au solide

F_{pp} : Poids propre du solide

$\{\sigma\}$: Vecteur colonne des contraintes

REMARQUE : Une rapide examination de la relation (IV 20), nous montre que celle-ci regroupe en plus des forces externes, le poids propre du solide. Cela est dû au fait, que les forces du poids propre du sol sont non incrémentales. [6]

$$F_{pp} = \int_{\Lambda} [N]^T \{\rho\} d\Lambda \quad (IV\ 20-a)$$

ρ : Poids du sol par unité de surface

N : Fonctions de formes

b - Test sur les résidus

Dans le cas où le domaine plastique est atteint et la fonction d'écoulement est positive lors du processus d'iteration d'un incrément de charge donné, on calcule une norme (NOR) donnée par la relation suivante : [13] [14] [15]

$$|| \text{NOR} || = \sqrt{\frac{\Delta U * \Delta U}{U * U}} < \epsilon \quad (\text{IV } 21)$$

NOR : Norme

U : Déplacement

ΔU : Incrément de déplacement

ϵ : Tolérance (dans notre cas $\epsilon = 0.05$)

Une fois que celle-ci est calculée, on la compare à la tolérance imposée. Si, elle est inférieure à (ϵ), on arrête les itérations et on passe à l'incrément de charge suivant. Si par contre, elle est supérieure à la tolérance fixée, le processus d'itération est poursuivi, en faisant un calcul des résidus .
[14] [15]

f - 3 Test de rupture

a - Sol contractant

a - 1 Introduction

Pour pouvoir élaborer un critère de rupture, il est impératif de bien assimiler le chemin des contraintes décrit lors de la déformation d'un sol soumis à un chargement donné, toute en assimilant les concepts de base du modèle utilisé (dans notre cas c'est le modèle de Cam clay). Ainsi, en suivant très attentivement le chemin des contraintes d'un essai de compression, d'un sol contractant (Fig IV-6), on remarquera qu'il est sous forme d'une droite de pente 3 (chapitre I); ceci bien sur avant d'atteindre la (SEL). La (SR) étant atteinte, le chemin suivi par les contraintes prendra la forme d'une courbe qui tend à rejoindre la (LEC), en traversant la (SR). Le point d'intersection entre la (LEC) et le chemin décrit par les contraintes est considéré comme étant le point de rupture (Fig IV-6).

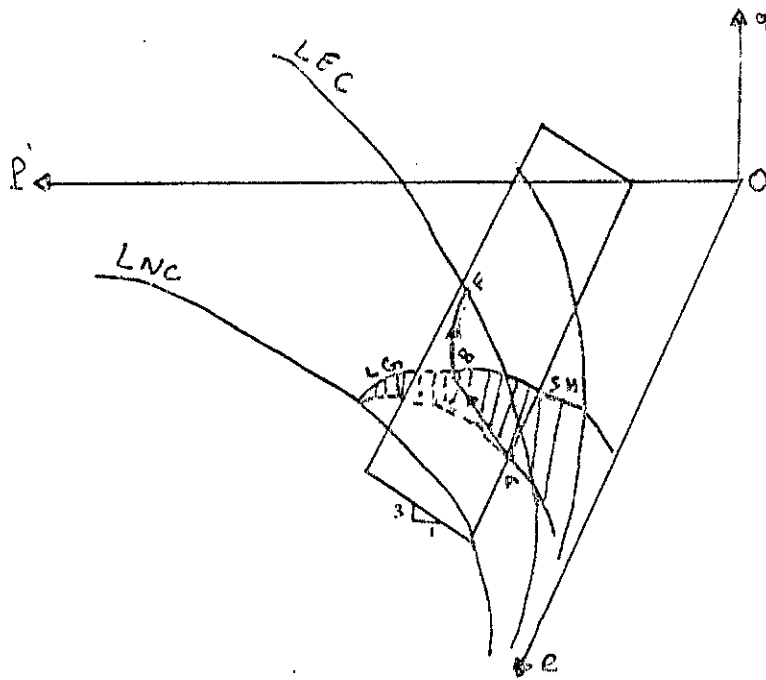


Fig IV-6 : Représentation graphique du point de rupture pour un sol contractant

a - 2 Formulation mathématique du critère de rupture pour les sols contractants

Le résultat de la projection du chemin des contraintes décrit dans la (Fig IV-6) dans un plan bidimensionnel (q' , p') est donnée par la (Fig IV-6-a). Le point de rupture (F) est caractérisé par (p'_f), (q'_f), indiquant successivement les contraintes quadratiques normale et de cisaillement à la rupture. Le but fixé est d'arriver à trouver leurs expressions respectives et en même temps celle de l'indice des vides à la rupture qui leur correspond.

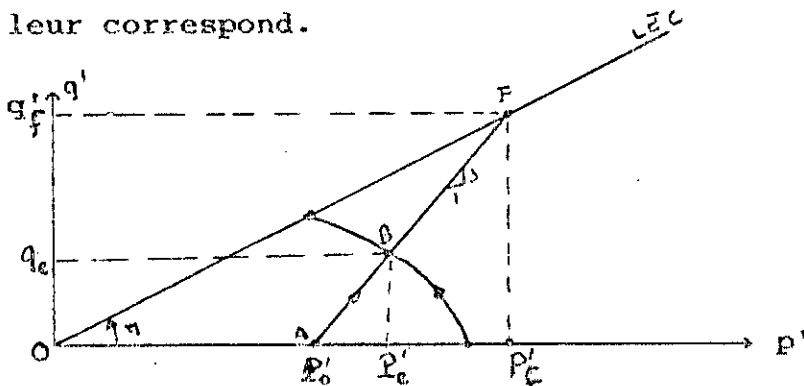


Fig IV-6-a : Projection du chemin des contraintes

En effet, au point de rupture (F), on pourra écrire :

$$q'_f = M p'_f \text{ et } q'_f = q_c + (p'_f - p'_0) \cdot \alpha$$

De la combinaison des deux équations ci-dessus, l'expression de (p') aura la forme suivante :

$$p' = (q_0 - 3 * p_0) / (M - 3) \quad (IV\ 22-a)$$

q_0, p_0 : Indique successivement les contraintes quadratiques de cisaillement et normale à la limite du domaine élastique.

M : Pente de la ligne d'état critique.

Pour avoir la relation de (q') , il nous suffira de multiplier (p') par (M) .

$$q' = M * p' \quad (IV\ 22-b)$$

En effet, de la (Fig IV-6-b) ci-dessous, on peut aisément écrire :

$$\frac{(\ln(p') - \ln(p_0))}{(e' - e_0)} = \frac{(\ln(p') - \ln(p_0))}{(e - e_0)}$$

ce qui implique : $\beta = (\ln(p') - \ln(p_0)) / (\ln(p') - \ln(p_0))$

$$\text{et : } \beta = (e' - e_0) / (e - e_0)$$

$$\text{en posant } \theta = 1 / \beta$$

$$e = \theta * e' + (1 - \theta) * e_0 \quad (IV\ 22-c)$$

Sachant que :

$$e' = \Gamma - \lambda * \ln(p') \quad (IV\ 22-d)$$

$$e_0 = e_x - \lambda * \ln(p_0) \quad (IV\ 22-e)$$

e_x : Indice des vides initial du sol en question ($P'=1$)

e_0 : Indice des vides à la limite du domaine élastique

e' : Indice des vides à la rupture

Γ : Indice des vides initial de la (LEC) ($P'=1$)

En conclusion, le critère de rupture d'un sol

contractant, pourra être énoncé de la manière suivante :

$$(e_f - e) = (1 - \theta) * (e_f - e_o) \quad (IV\ 22)$$

La relation (IV 22) représentera donc le critère de rupture d'un sol contractant, dans le cas d'un sol soumis à la compression (cas drainé).

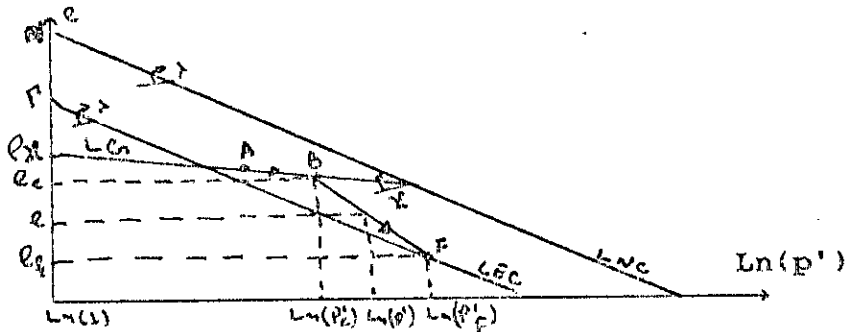


Fig IV-6-b : Représentation du chemin de contraintes dans un plan semi-logarithmique

NOTA : Il est clair que les relations ci-dessus ne pourront être appliquées que si $(p_u < p')$, car on est dans le cas d'un sol contractant .

b - Sol dilatant

b - 1 Introduction

La démarche relative à l'élaboration du critère de rupture pour les sols dilatants, ne diffère pas trop comparée à celle des sols contractants. En effet, si, on exclut le fait que les chemins des contraintes (des sols contractants) évoluent sur la (SH) (Fig IV-7), (Fig IV-7-a) et (Fig IV-7-b), dans sa partie plastique, au lieu de la (SR) (pour les sols contractants), le reste de la démonstration est presque identique.

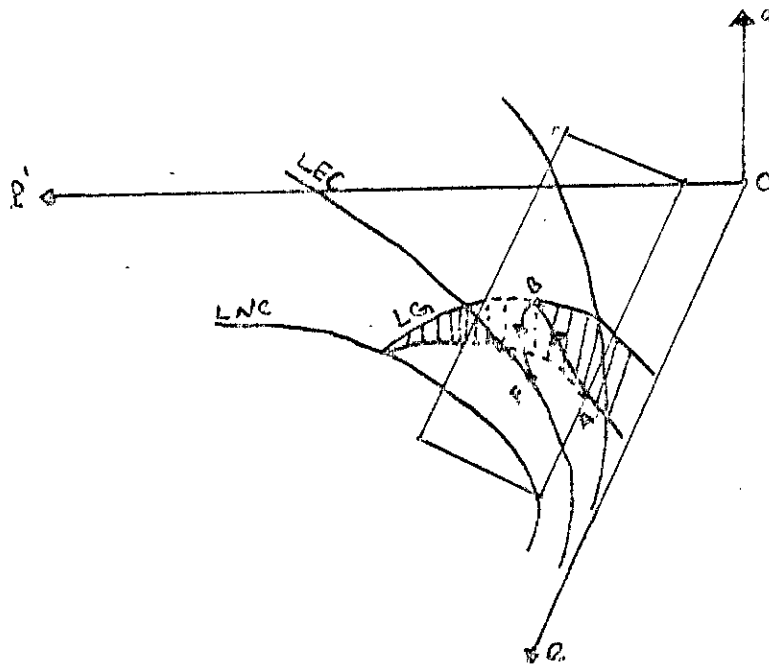


Fig IV-7 : Chemin de contraintes d'un sol dilatant

b - 2 Formulation mathématique du critère de rupture pour les sols dilatants

Comme, on l'avait fait pour les sols contractants, on projetera le chemin des contraintes de la (Fig IV-7) dans le plan bidimensionnel (q', p') , (Fig IV-7-a). On remarquera, que les caractéristiques physiques du sol (e, p') au point de rupture (F) (comparé à celui de la (Fig IV-6-a)), diminuent au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la limite élastique vers le point de rupture (F), alors qu'au niveau de la (Fig IV-6-a) se comporte est inversé. Ainsi, l'expression de la contrainte quadratique de cisaillement à la rupture (q^r) , sera la façon suivante : (Fig IV-7-a)

$$q^r = M * p^r \quad (IV\ 23-a)$$

$$q^r = 3 * (p^r - p_0) \quad (IV\ 23-b)$$

p_0 : Contrainte quadratique normale pour $(q_s=0)$

Dans la relation (IV 23-b) la pente (3) indique la pente du chemin de contrainte pour un essai de compression. Ainsi, le résultat de l'égalité de (IV 23-a) et (IV 23-b), nous donnera aisément l'expression de (p^r) ci-dessous.

$$P' = 3 * p_0 / (3 - M) \quad (IV\ 23-c)$$

D'autre part on a :

$$3 = q_0 / (p_0 - p_0) \Leftrightarrow P_0 = (3 * p_0 - q_0) / 3 \quad (IV\ 23-d)$$

De (IV 23-c) et (IV 23-d), on tire que :

$$p' = (3 * p_0 - q_0) / (3 - M) \quad (IV\ 23-e)$$

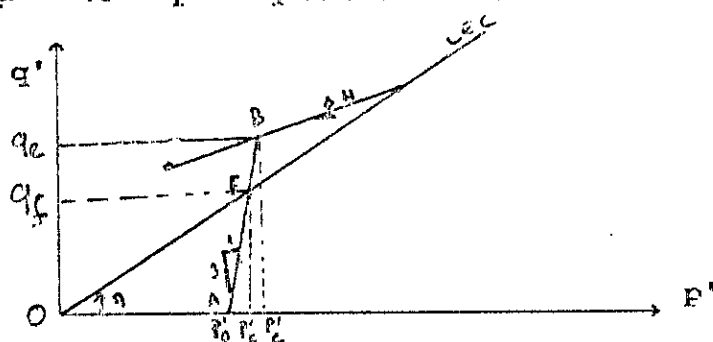


Fig IV-7-a : Projection du chemin des contraintes

Arriver à ce stade, pour la suite de la démonstration, une nouvelle projection de la (Fig IV-7) dans un plan semi-logarithmique ($e, \ln(p')$) devient nécessaire (Fig IV-7-b). En effet, de la (Fig IV-7-b), il nous est possible d'écrire les relations géométriques suivantes :

$$(e_f - e_0) / (\ln(p'_f) - \ln(p'_0)) = (e - e_0) / (\ln(p') - \ln(p'_0))$$

Un réarrangement convenable de l'équation ci-dessus, nous donnera :

$$\beta = (\ln(p') - \ln(p'_0)) / (\ln(p'_f) - \ln(p'_0)) \quad (IV\ 23-f)$$

$$\beta = (e - e_0) / (e_f - e_0) \quad (IV\ 23-g)$$

donc, en combinant (IV 16-f), (IV 16-g), on a :

$$e = (e_f - e_0) * \beta + e_0$$

Sachant que : $e_0 = e_x - \lambda * \ln(p'_0)$

$$e_f = \Gamma - \lambda * \ln(p'_f)$$

e_x : Indice des vides initial du sol en question
($P'=1$)

e_0 : Indice des vides à la limite du domaine

e_f : Indice des vides à la rupture

Γ : Indice des vides initial de la (LEC) ($P'=1$)

Ainsi, le critère de rupture pour un sol dilatant sera représenté par l'équation (IV 23) ci-dessous.

$$e_f - e = (e_f - e_0) * (1 - \beta) \quad (IV 23)$$

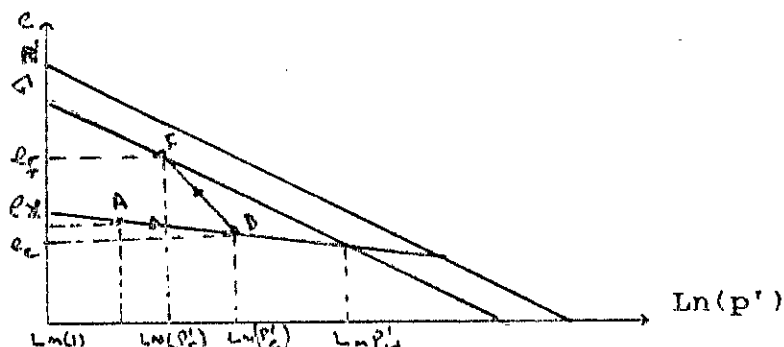


Fig IV-7-b : Représentation du chemin de contraintes dans un plan semi-logarithmique

NOTA : Il est cependant clair, que les relations représentant le critère des sols dilatants, ne peuvent être appliquées que si $(p_u > p'_r)$.

REMARQUE : Le choix des contraintes quadratiques représentant le seuil élastique dans les démonstrations s'explique par le fait que ces dernières sont faciles à obtenir lors du processus d'exécution du programme. Quant aux expressions de certains paramètres telque (M) , (Γ) , etc., elles ne sont pas données ci-dessus, car cela a été déjà fait au niveau du chapitre (III).

c - Conclusion

En examinant attentivement l'ensemble des équations des critères de ruptures, aussi bien d'un sol dilatant d'une part, que contractant d'autre part, on remarquera une frappante similitudes entre elles. Néanmoins, on relèvera une différence surtout d'ordre physique, à savoir que les contraintes quadratique normales (cisaillement) à la rupture, sont respectivement inférieure à (p_u) , $(q_u$: contrainte de cisaillement critique) dans le cas d'un sol dilatant, et supérieure à (p_u) , (q_u) si le sol est contractant. D'autre part, on peut aussi noter le fait que, les indices des vides à

L'écoulement du sol tendent à évoluer, en diminuant pour les sols contractants, alors que, pour les sols dilatants leur évolution est surtout expansive.

Ainsi, par analogie au test d'écoulement, la rupture du sol sera considérée comme étant atteinte, une fois que le critère de rupture (IV 22), (IV 23) relatif au noeud critique est satisfait.

IV - 4 Organigramme général

Les organigrammes nécessaires pour visualiser la structure du programme sont au nombre de cinq. Ainsi, la (Fig IV-8), nous donne la structure globale du programme principal, et ses multiples phases d'exécution. D'autre part, alors que, la (Fig IV-9) représente le calcul des forces, et rigidités équivalentes élémentaires, ainsi que, leurs assemblages. Les (Fig IV-10, 11), seront assignées respectivement aux calculs des contraintes et fonctions de charges. Enfin, le test d'écoulement est schématisés par les (Fig IV-12).

DEBUT DU PROGRAMME

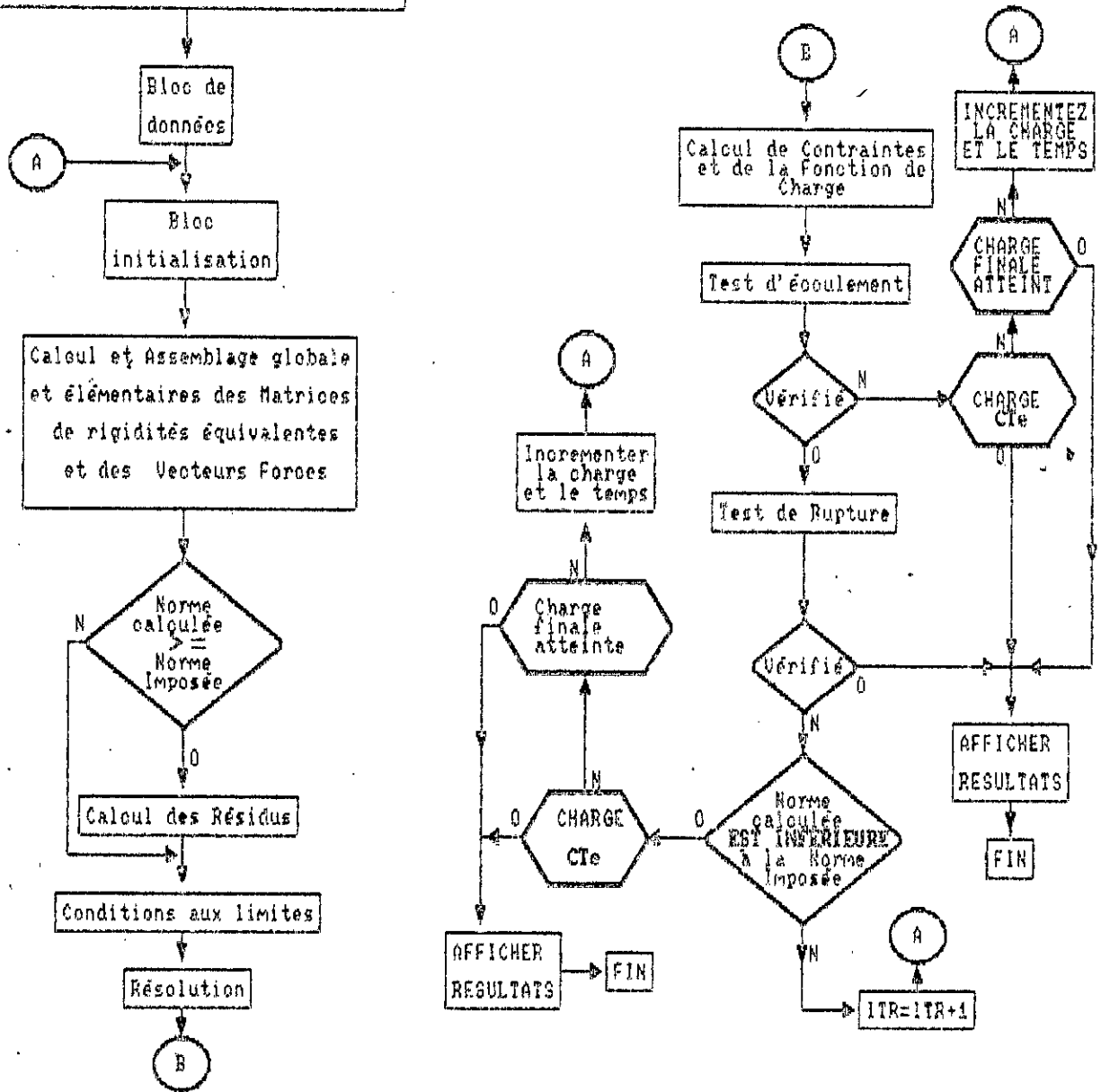


Fig 1U-8: Diagramme Général

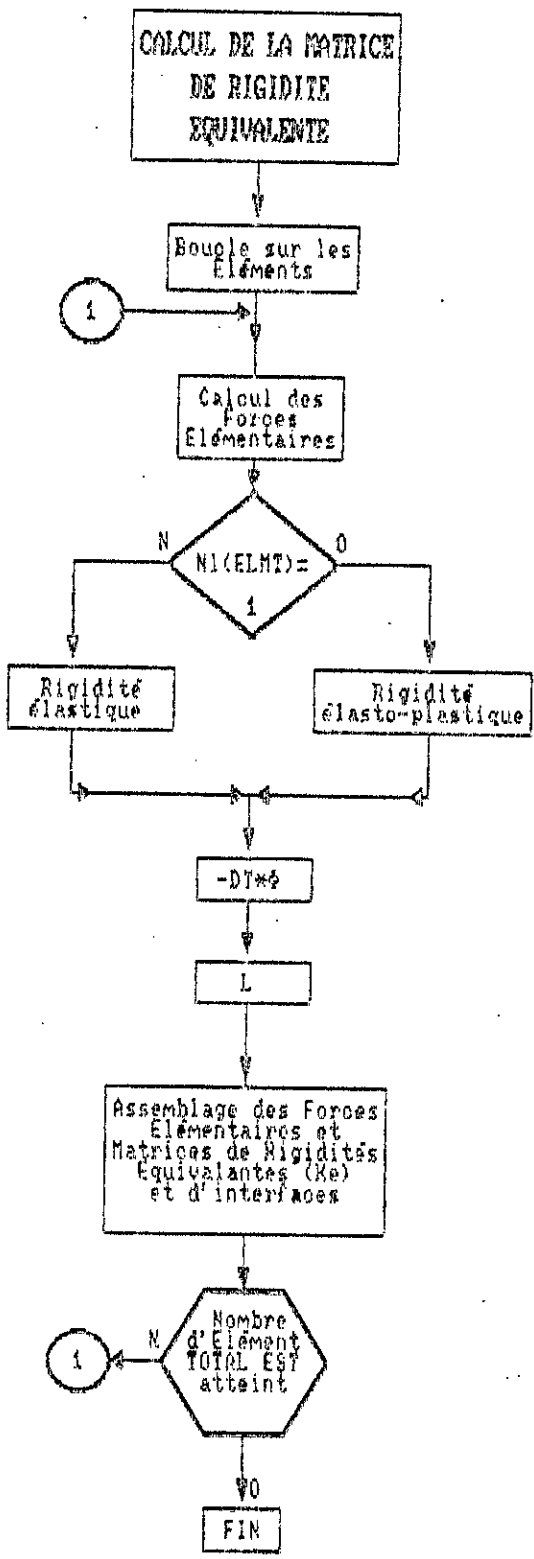


Fig F-9: Calcul et assemblage des forces et matrices de rigidité équivalentes

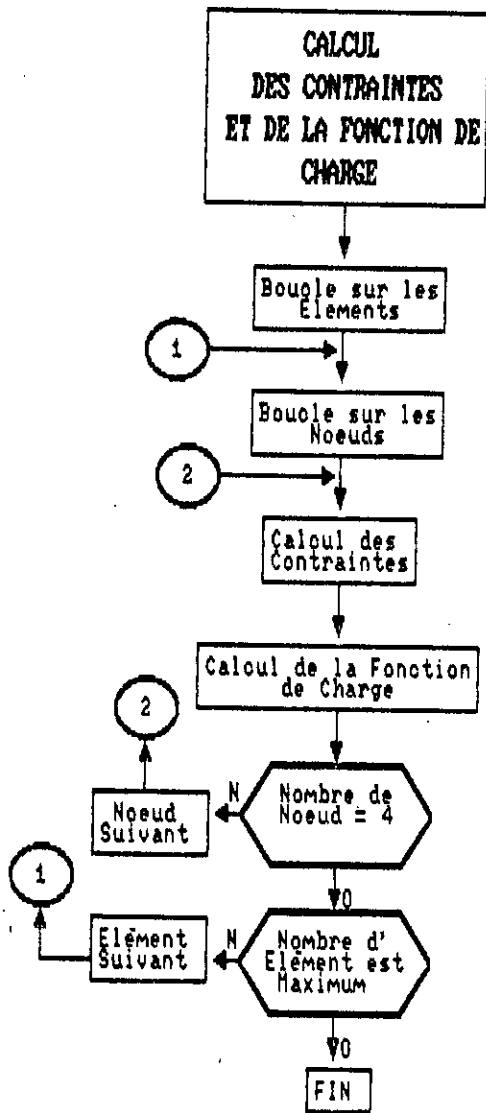


Fig F-10 : Calcul des contraintes et des Fonctions de Charges.

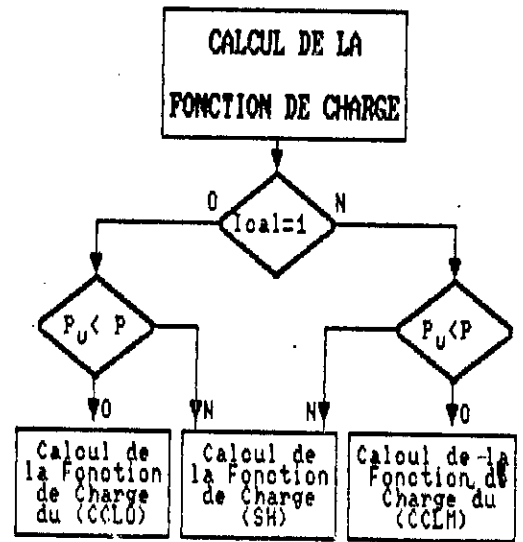


Fig F-11 : Calcul des Fonctions de Charges

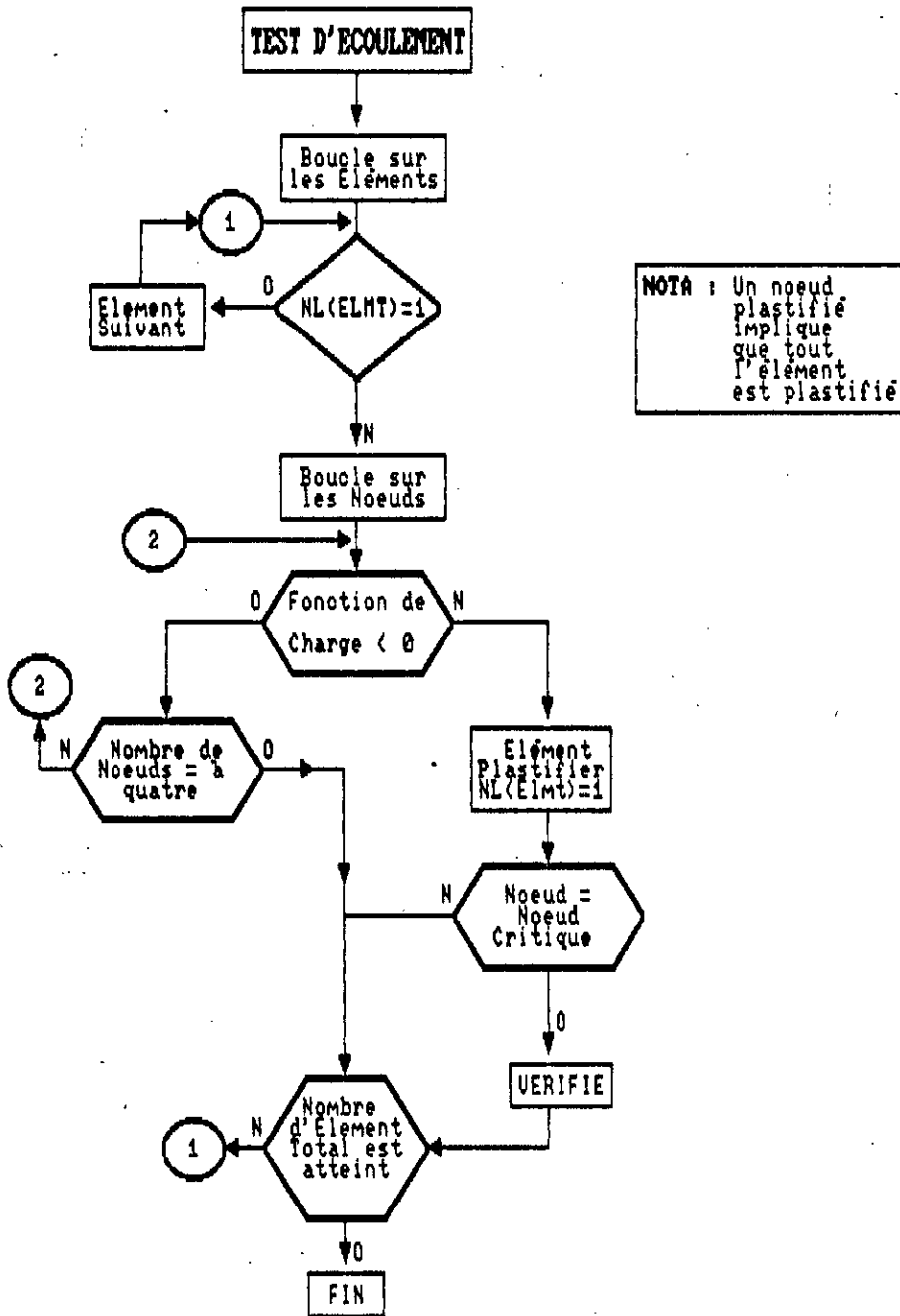


Fig F-12 : Diagramme représentant le Test d'Ecoulement

Chapitre V

APPLICATIONS

V - APPLICATIONS

1 - Fichier de données

Comme tout problème numérique, celui-ci a besoin de données, qu'elles soient d'ordre physiques ou géométriques. De ce fait, notre fichier de données, est scindé en (8) blocs. Aussi, le bloc (1) renferme les constantes qui décrivent les seuils géométriques, les conditions aux limites hydrauliques et géométriques, ainsi que, certaines constantes pour définir, par exemple les incréments de temps et les cas de charges constantes ou variables. Les blocs (2) et (3) traitent respectivement les connectivités et les coordonnées du maillage. Le bloc (4), quant à lui, est prévu pour décrire les propriétés matérielles des éléments du maillage, qui compose le sol (Chapitre III). Le bloc (5) est nécessaire pour marquer les conditions aux limites hydrauliques et géométriques. Enfin, les blocs (7), (8) et (6) sont réservés successivement pour marquer l'intensité des charges horizontales et verticales, ainsi que, les numéros des éléments de surfaces qui leurs correspondent.

2 - Données préliminaires

- La nappe phréatique est située à la surface du sol, celui-ci est donc, saturé (Annexes).
- La loi du chargement est selon celle de la (Fig V-5), donc linéaire (pour le cas de la charge variable).
- Pour les exemple (1): la surcharge constante est partagée en six étapes égales de chargements et de temps, pour la version variable du chargement.
- Par ailleurs, pour l'exemple (3), la surcharge constante est partagée en cinq étapes égales de chargements et de temps, pour la version variable du chargement.
- Le mode de drainage est celui de la (Fig IV-2).
- Le maillage du sol est sur 117 éléments.(Annexes)

3 - Exemple (1)

a - Complément de données

Le premier exemple traité dans le cadre de cette étude, est un sol mono-couche cohérent de (16) mètres de profondeur. Ce sol est chargé de telle sorte que les conditions aux limites géométriques simulent un cas de pur compression. Ceci explique la faiblesse des déplacements horizontaux enregistrée par le programme (l'ordre est de $1E-20$ mètres).

Les données matérielles du sol, telles qu'elles sont définies au paragraphe (IV-3-c-1), sont de dix paramètres, énumérés dans l'ordre dans le tableau ci-dessous.[3]

		KN/M ³	M/J	M/J	KPa			Degré	KPa
ν	ex	γ'	Kv	Kh	Po	Cc	Cc	ϕ'	C'
0.25	1	7	864E-7	26E-5	120	2754 E-4	3915 E-5	30	50

Tableau - 1 -

Le sol reçoit une surcharge surfacique verticale de (30) KPa (charge constante). La surcharge en question est répartie uniformément sur (6) mètres à la surface du sol (Annexes). Pour comparer les résultats (tassements, surpressions interstitielles) temporaires, on a choisi les temps de (66), (90) et (120) jours (surcharge constante) et enfin, celui de la fin de compression primaire (où les surpressions interstitielles sont nulles).

b - Interprétations des résultats

Dans ce premier exemple, les résultats issus d'un tel chargement (Constant ou variable), sont de nature élastique.

Les tassements finaux (fin de la compression primaire), tels que représentés par la (Fig V-1), montrent une comparaison entre les résultats obtenus par le programme

temporaires dans le cas du chargement constant (Fig V-2) sont légèrement plus grands comparés à ceux de la (Fig V-8) du chargement variable. Ceci est logique, car la quantité d'eau drainée sous l'effet du chargement est d'autant importante que le tassement est important (voir chapitre II). Outre ces remarques, les (Fig V-2, 8) et les (Fig V-4, 7) respectivement des tassements en fonction du temps, et surpressions interstitielles temporaires, démontrent amplement la remarque déjà citée (voir courbes (1), (2), (3) des quatre figures respectivement suscitées).

En fin, il est important de mettre en évidence la forme parabolique des tassements temporaires (Fig V-2, 8) avec leurs forme linéaire lors de la fin de la compression primaire (surpression interstitielle nulle) (Fig V-1). Partant de cette remarque, on serait tenté de conclure, que l'allure des tassements serait tributaire du signe des surpressions interstitielles, donc du type de sol (contractant dans cet exemple) auquel on'a à faire. Néanmoins, cette conclusion est un peu osée pour le moment, car on peut pas certifier que c'est l'unique raison qui nous donne une telle allure. En effet, il semble que le domaine rhéologique (élastique dans cet exemple) atteint par le sol peut jouer un certain rôle, comme il sera montré dans les exemples qui vont suivre.

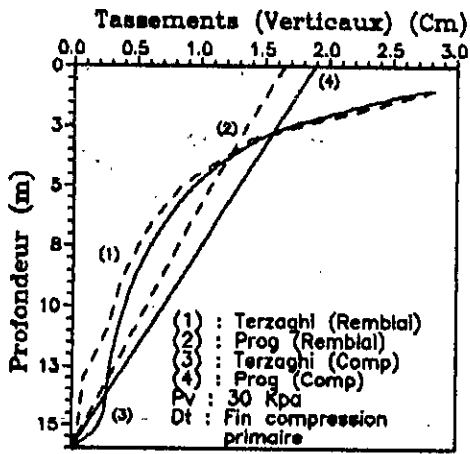


Fig V-1: Tassements finaux sous charges constantes ou variable

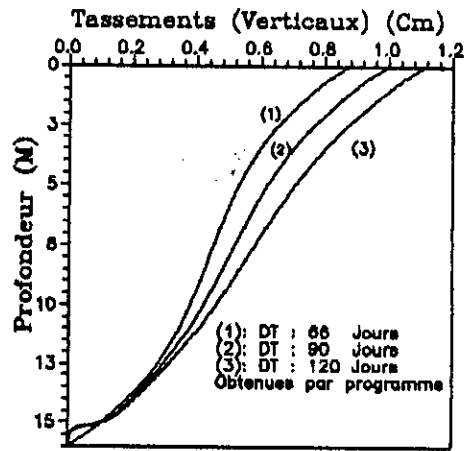


Fig V-2: Tassements temporaires charge constante

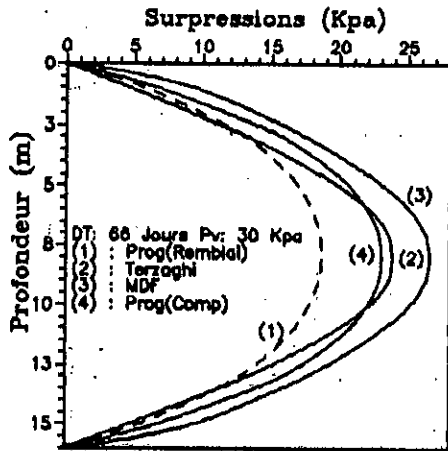


Fig V-3: Surpressions sous charge constante

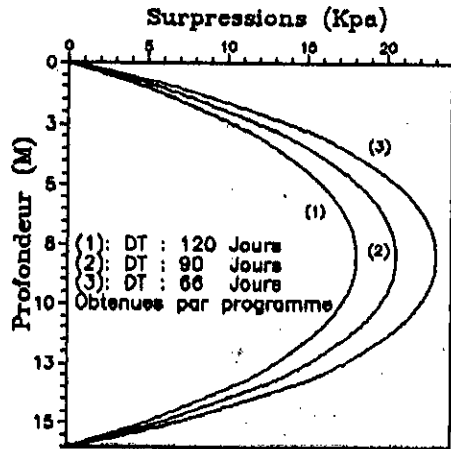


Fig V-4: Surpressions temporaires charge constante

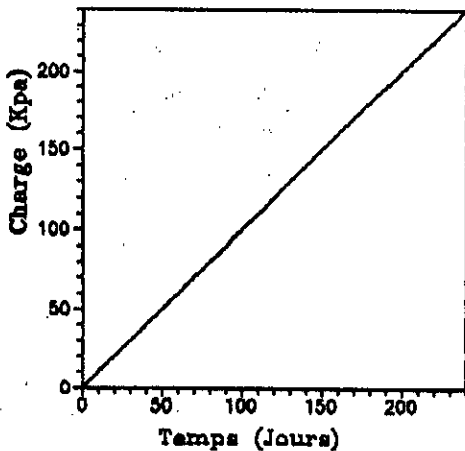


Fig V-5: Lois de chargements (chargement variable)

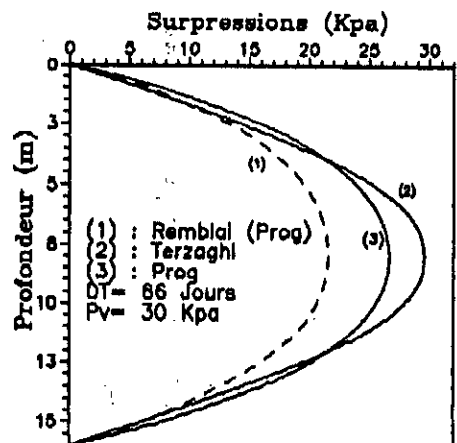


Fig V-6: Surpressions sous une charge variable

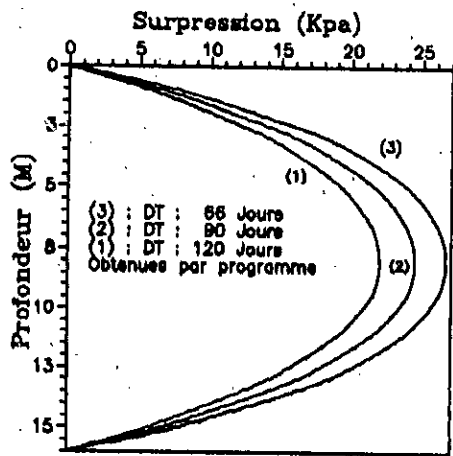


Fig V-7: Surpressions temporaires sous charge variable

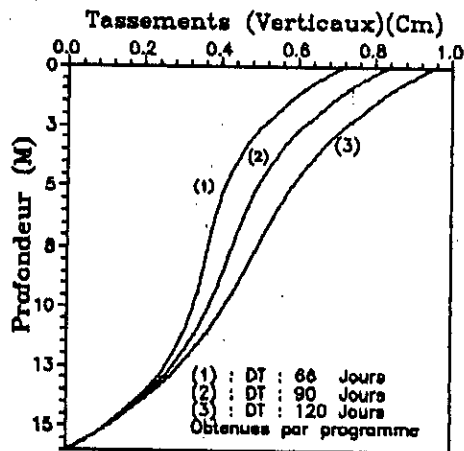


Fig V-8 : Tassements temporaires charge variable

4 - Exemple (2)

a - Complément de données

Le troisième exemple que nous allons traiter, est un sol formé de deux couches cohérentes, dont les propriétés matérielles sont différentes l'une de l'autre [3] (Tableau -2-). La surcharge appliquée, est choisie de telle sorte qu'elle puisse provoquer des déplacements non linéaires (ce qui implique que le sol c'est plastifié).

	m			KPa	KN/m ³	m/J	m/J			Dgr	KPa
Couche	H	ν	ex	P ₀	γ'	K _v	K _h	C ₀	C ₀	ϕ'	C'
(1)	4	$\frac{1}{4}$	1	125	7	864* E-7	26* E-5	2754 *E-4	3915 *E-5	30	20
(2)	6	$\frac{1}{4}$	2.6	110	6	864* E-7	26* E-5	4521 *E-4	5067 *E-5	30	20

Tableau - 2 -

- ⋮ | Appuis simples
- ⋮ | Appuis doubles

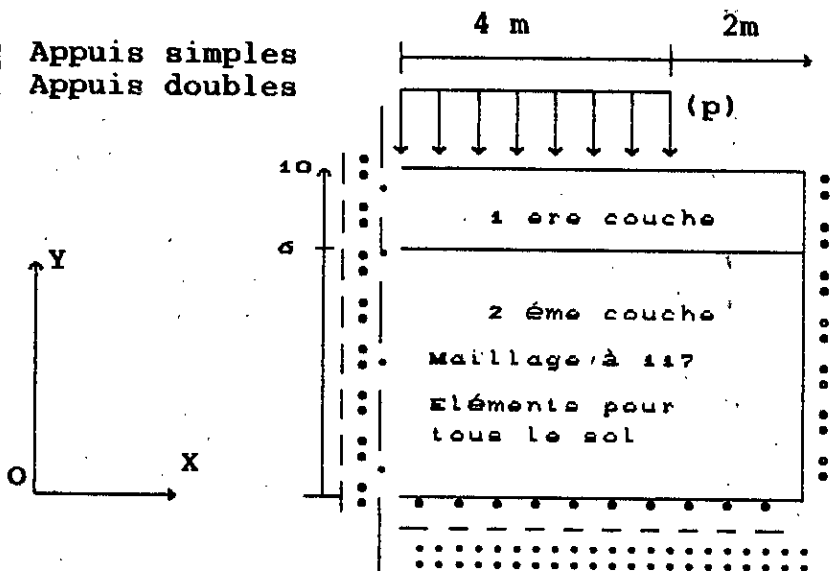


Schéma - 1 -

b - Interprétations des résultats

- Comportement du sol et seuil élastique

La première constatation à faire, réside dans le fait que le seuil élastique d'un tel sol, n'est pas le même au

niveau des deux versions du CCL. En effet, la surcharge (p) (schéma -1-), nécessaire pour atteindre le seuil élastique est de (170) KPa pour le CCLO, et de (240) KPa pour le CCLM. En plus, le comportement affiché par le sol n'est pas identique pour les deux versions en question. En somme, l'examen attentif des (Fig V-16, 23, 15, 25) décrivant respectivement l'évolution des tassements verticaux et surpressions interstitielles, souligne le caractère contradictoire dans le comportement du sol vis à vis des deux modèles. Ainsi, le comportement du bicouche sous la première version dénote un comportement dilatant très bien mis en évidence dans les (Fig V-16, 15), alors que, le CCLM caractérisant la contraction du sol est représenté par les (Fig V-23, 25). L'itinéraire du chemin des contraintes pour le CCLM commence en évoluant vers le seuil élastique à la (SR), puis traverse celle-ci dans le but d'atteindre la (L.E.C). Bien entendu, il arrive que la contrainte quadratique normale de préconsolidation soit dépassée et le sol adoptera un état normalement consolidé, après un état initial peu surconsolidé, comme l'atteste si bien la (courbe 3) de la (Fig V-25). Cependant, par analogie au CCLM, le CCLO suivra à peu près le même itinéraire. La seule différence est que son seuil élastique est sur la (SH).

- Surcharge constante (CCLO)

Toutefois, en plus de ces conclusions, il est intéressant de donner certaines explications concernant les résultats des deux versions étudiées. En commençant par la (Fig V-16) (CCLO), l'aspect dilatant du sol, est très bien idéalisé par les (courbes 1, 2, 3) de la même figure. Ce comportement est logique, dans la mesure où l'augmentation du volume du sol, après sa contraction initiale, induit automatiquement, la regression des tassements de ce dernier (voir Fig III-8, 24, 25). Ainsi, l'allure adoptée par les surpressions interstitielles (Fig V-15) est très significative, car l'évolution au cours du temps (65 à 120) jours décrit très clairement la situation du sol le long de sa profondeur. La forme de la (courbe 1) de cette dernière figure, nous renseigne sur la nature tendue de la première

couche, alors que, la seconde couche est encore comprimée. Ensuite, à 90 jours puis à 120 jours (courbes 2, 3) la traction embrassent toutes les fibres du sol. Dans ce contexte, les (Fig IV-7, 7-b) visualisent très bien un tel phénomène.

- Surcharge constante (CCLM)

A ce stade de raisonnement, la nécessité de voir le comportement du sol sous le CCLM devient impérative, et ce afin de marquer ses différences notables avec le CCLO. Aussi, la première constatation évidente qu'on puisse faire, est la nature contractante du sol (Fig V-23). On peut même affirmer que ce dernier est peu surconsolidé. En effet, comme le montre la (Fig V-25), les surpressions interstitielles négatives diminuent (courbe 1, 2) avec le temps (65 à 90) jours, pour devenir faiblement positives à (120) jours. Les chemins de contraintes décrits dans le sol, sont tels qu'ils essayent progressivement de rendre celui-ci, normalement consolidé. C'est en quelque sorte le chemin des contraintes décrit dans la (Fig IV-6, 6-b). Ainsi, le chargement perd le faible pic (M) de la (Fig III-8) aux temps succesifs, pour atteindre un état de contraction avancé, développant ainsi une contrainte quadratique normale supérieure à celle de préconsolidation. Ceci explique entre autre, les valeurs positives de la (courbe 3) relative à la (Fig V-25).

- Surcharge variable (CCLO)

Une fois que les déformations du sol sous une surcharge constante sont établit, ci-dessus, on souligne la non concordances de ces derniers avec les résultats dus aux surcharges variables (Fig 10, 12) (que se soit pour le CCLO ou le CCLM). Ce qui est en opposition avec les résultats élastiques de l'exemple (1) (Fig V-1), dont les tassements finaux sont les même aussi bien pour la surcharge constante que variable. De ce fait, l'explication des résultats élasto-plastiques des deux types de chargements réside dans le fait que : les premiers incréments de surcharges ne sont pas

assez forts pour provoquer la dilatation du sol. Aussi, il vont engendrer son remaniement, lui conférant ainsi, une nouvelle orientation de ses grains. Cette orientation des grains sera à l'origine d'une chute de résistance, dont les conséquences favorisent le ramollissement du sol. Celui-ci, se comportera comme s'il était de nature contractante. Les signes positifs des surpressions interstitielle (Fig V-19), sont dans ce sens parfaitement fondés. La zone de compression (Fig III-8, 24, 25), est en réalité plus importante dans ce cas. Ce qui signifie que le sol est surcomprimé par rapport au cas d'une surcharge constante. Ce travail de contraction est poursuivit pour l'ensemble des surcharges successives, jusqu'à ce que le cumul de celles-ci est important, au point de pouvoir provoquer l'expansion du sol. A ce moment précis, la vitesse de dilatation est tellement importante que l'expansion du sol est importante elle aussi (comparée au cas de la charge constante). Cette évolution dans le comportement du bicouche, favorisera le développement de surpressions négatives qui se cumuleront algébriquement avec celles déjà prexistantes (positives). Néanmoins, le résultat d'un tel cumul maintient le signe positif des surpressions interstitielles, vu la faiblesse de celles ayant le signe négatif. Cete faiblesse pourra être expliquée, par la réorientation continue des grains du sol, tous le long du processus de chargement variable subi par le sol (Fig V-31). En effet, cette dernière figure montre la regression des surpression tout au long du processus d'incrémentation de la surcharge variable. A la fin de la compression primaire (Fig V-10, 18), l'expansion due aux surcharges variable est plus importante que celle due aux surcharges constantes. Ceci est légitime, car après la surcompression, la vitesse de dilatation du sol est très importante, ce qui entraine une expansion démesurée (par rapport au cas de la surcharge constante) lorsque la surcharge est variable.

- Surcharge variable (CCLM)

Les résultats du chargement variable, dans le cas du CCLM, montrés dans les (Fig V-24, 26), pourront être commentés

comme suit :

Les (Fig V-24, 26) donnent respectivement une réponse assez claire, quant à l'évolution des tassements temporaires et surpressions interstitielles sous une surcharge variable. En effet, en analysant ces résultats, on peut dire que le raisonnement admit pour le CCLO dans le cas d'une surcharge variable, ne diffère pas trop de celui du CCLM. Sauf bien sur le fait que pour le second, il n'y a pas une traction du sol aussi importante que celle du CCLO. Cette remarque est d'autant plus logique, que le sol sous le CCLM a un comportement contractant. Cette nature contractante est optimisée au maximum, lors d'une surcharge variable (Fig V-10). Les surpressions interstitielles tout au long des incréments de la surcharge variable, sont cumulées pour le CCLM (Fig V-32), au lieu qu'elles soient diminuées, comme c'est le cas de la (Fig V-31) du CCLO.

Toutefois, une vue sommaire sur la (Fig V-24), nous incite à imaginer que celle-ci contraste la thèse de surcontraction du sol, admise ci-dessus. Mais, si on tient compte du fait que le bicouche (surtout la lère couche), sous le CCLM, est considéré comme étant peu surconsolidé, les résultats exposés ci-dessus deviendront parfaitement légitimes. Quant à la nature positive des surpressions interstitielles, on peut dire qu'elle est parfaitement normale, dans la mesure où le sol, dans ce cas, est de nature contractante (Fig V-26).

- L'inéarité des courbes de tassements

L'autre constatation; importante celle-là, concerne la nature linéaire, aussi bien des tassements verticaux temporaires que finaux du CCLO et du CCLM (Fig V-9, 16, 22, 11, 10). Ceux-ci en plus des (Fig V-18, 23) qui sont en réalité linéaires elles aussi, car, les pourcentages temporaires affichés dans ces figures sont très proches de leurs homologues finaux, dont la nature est linéaire. Cependant, on notera que cette particularité est nettement

partagée avec la (Fig V-1) de l'exemple (1). Ainsi, si on cherche le point commun entre toutes ces courbes, on remarquera que leurs chemins de contraintes se situent tous sur la (S.E.L). En effet, outre les chemins élasto-plastiques décrit pour le CCLO ou le CCLM, qui sont soit sur la (SH) ou sur la (SR), la (Fig V-1) est caractérisée par le fait que ses courbes sont le fruit de la fin de la compression primaire (surpressions interstitielles nulles). En somme, on peut dire que les points (E) des (Fig III-12, 11), satisfassent bien cette condition. A savoir, que se sont des points où les surpressions sont nulles et ils appartiennent à la (L.N.C), donc à la (S.E.L). Quant aux (Fig V-2, 8) (exemple 1), l'état de contraintes n'est pas sur la (S.E.L), ce qui explique les allures paraboliques de leurs formes.

En fin, à la lumière de l'ensemble de ces remarques, on est bien obligé de conclure quant à la linéarité des courbes suscitées, et dire que cela n'est possible, que si le chemin de contraintes des courbes en questions appartiennent, en générale à la (S.E.L), et en particulier, si ces chemins de contraintes sont le résultats de la fin de la compression primaire.

- Surestimation des tassements sous une même charge entre le CCLO et le CCLM .

Pour pouvoir comparer les deux versions du modèle d'une manière plus objective, la surcharge de (240) KPa est reprise une deuxième fois pour la version du CCLO (Fig V-12, 11, 13, 14, 29, 30). Ceci, afin de comparer les résultats du CCLO et du CCLM par rapport à une même surcharge. La surcharge de (240) KPa dans ce cas, est de nature constante.

La première interprétation recueillie concerne les tassements verticaux finaux des deux modèles. Aussi, la comparaison entre les résultats de la relation classique de Terzaghi [10], et ceux du CCLO d'une part et du CCLM d'autre part, montrent que les premiers en sont les plus proches que les seconds (Fig V-11). Nous pensons que la formulation

énergétique de base du CCLO (III-9), et du CCLM (III-14) joue un certain rôle dans de tels résultats. Ainsi, dans la relation (III-14), l'énergie due aux contraintes quadratiques normales (p') atténuée (dans le cas de cet exemple) les tassements verticaux (Fig V-9, 11, 12), et horizontaux (Fig V-14). Par ailleurs, on constate que les résultats dus au CCLO, sont surestimés par rapport à ceux du CCLM (Fig V-11, 14). Cette remarque est par ailleurs confirmée par les travaux expérimentaux (appareil triaxial) sur les argiles molles de Bangkok, de Balasubramanian-Chandhry (1978), qui ont trouvé que le CCLO présente une surestimation des déformations, tandis que le CCLM présente une meilleure concordance [4].

L'autre constatation importante, qui mérite d'être mise en indice pour le CCLO, est sa nature dilatante sous une surcharge de (240) KPa. En effet, même en augmentant la surcharge de (170 à 240) KPa, la nature dilatante du sol est maintenue. Cette remarque est d'autant plus logique, si on compare les chemins de contraintes des (Fig IV-6, 6-a, 6-b) d'une part, et des (Fig IV-7, 7-a, 7-b) d'autre part, avec les résultats respectifs dus au CCLM (Fig V-23, 25, 13) et du CCLO (Fig V-29, 30). La conclusion évidente qu'on peut bien tirer, est que malgré l'augmentation de la surcharge (170 à 240) KPa, l'expansion du sol est devenue plus accrue. Ainsi, le passage de la nature très expansive à une nature plus contractante d'un sol donné ne se fait pas par l'accroissement de la surcharge qu'il lui est appliquée.

- Déplacements horizontaux

D'autre part, et en partant des remarques faites pour les déplacements verticaux, les déplacements horizontaux (Fig V-13 14, 20, 21, 27, 28) ne sortent pas vraiment de la logique admise pour leurs conjoints verticaux, (aussi bien pour le CCLO que pour le CCLM). Cela dit, hormis le fait que les déplacements horizontaux sont relativement faibles (dans le cas de cet exemple) et que les fibres supérieures sont sujettes à la compression, alors qu'au fur et à mesure qu'on s'aventure en profondeur la traction du sol devient de plus en

plus ardue; ce qui est à notre sens parfaitement logique. Cependant, la nature des déplacements horizontaux, n'est pas affectée par la linéarité, comme c'est le cas pour les tassements verticaux.

- L'allure des courbes de tassements à l'interface du bicouche

A la fin, il est important de donner quelques explications relatives au plan d'interface du bicouche. A cet effet, on a tracé les (Fig V-17, 13, 9, 10, 11, 29, 20), afin de mettre explicitement en relief le comportement de celui-ci vis à vis des deux versions du modèle. Dans cet objectif, la courbe (témoin) de la (Fig V-17) met réellement l'aspect flexionnel de part et d'autre de la ligne d'interface. En effet, la double flexion (notamment dans le cas d'une surcharge constante) des courbes expansives (CCLO) est significative, si elles sont comparées à celle dites contractantes (CCLM). Cette remarque est d'après notre estimation est due au fait que : la deuxième couche est peu expansive par rapport à sa conjointe supérieure. Les contraintes de préconsolidations des deux couches telles que rapportées dans le (Tableau - 2 -), en sont des preuves tangibles quant à ce que nous avançons. D'autre part, le seul point de flexion (CCLM : charge variable et constante; CCLO : charge variable) appuie l'hypothèse susmentionnée, dans la mesure où pour le CCLM, le sol est considéré comme étant contractant au niveau de la première couche, ce qui le sera à plus forte raison d'avantage pour la 2^{ème} couche. Cette dernière remarque dénote le fait que les déplacements de la 2^{ème} couche restent une sorte de prolongement de ceux développés par la 1^{ère} couche, alors que dans le cas du CCLO, ils provoquent une sorte de décalage, vue la nature expansive du sol dans le cas du CCLO, comme en témoigne la (Fig V-13).

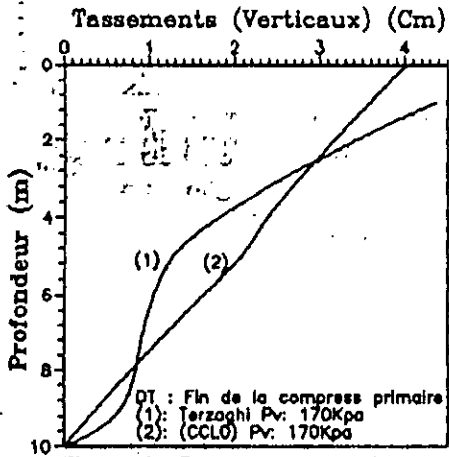


Fig V-9: Tassements verticaux Finaux (Char Cte) (Elasto-plas)

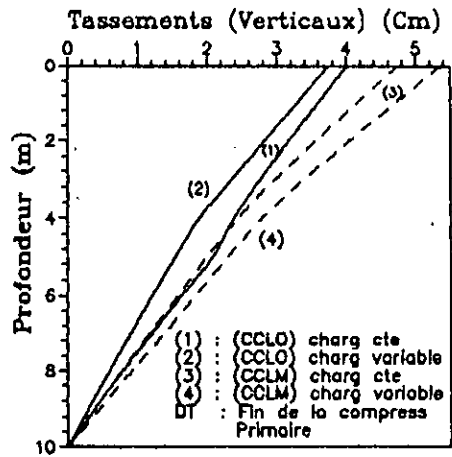


Fig V-10: Comparaison Tassements finaux charges variable et constante

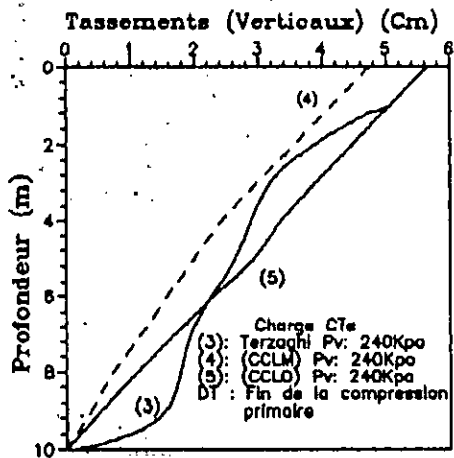


Fig V-11: Tassements verticaux Finaux (CCLM)

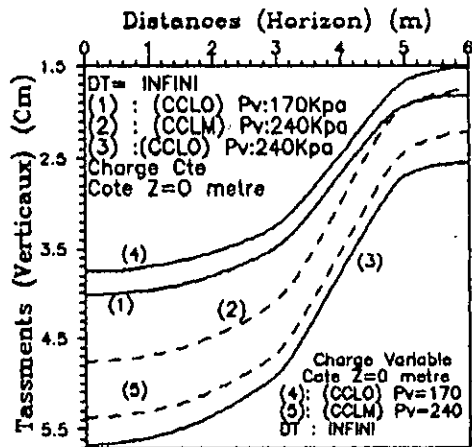


Fig V-12 : Tassements Verticaux (CCLO) et (CCLM) Finaux

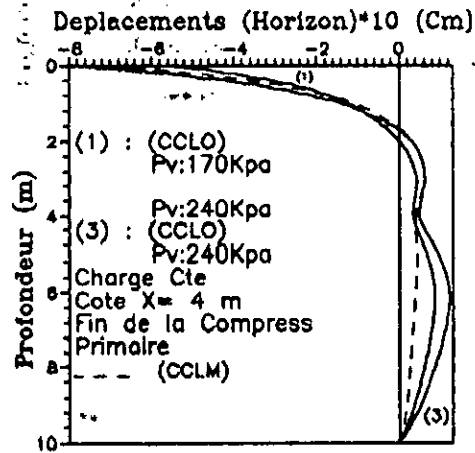


Fig V-13 : Deplacements (Horizon) Finaux (Profondeur)

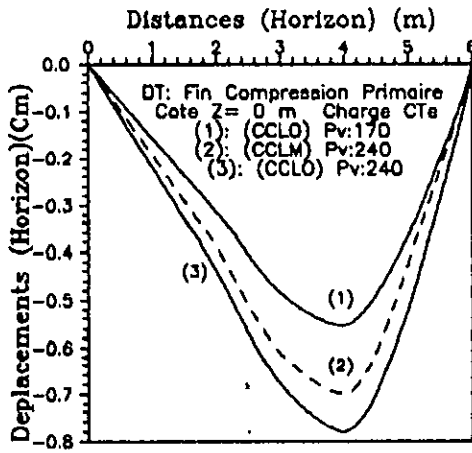


Fig V-14: Deplacements (Horizon) a la surface du soi

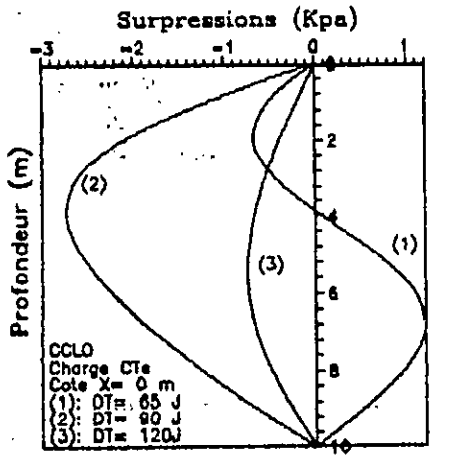


Fig V-15 : Surpressions Temporaires (Charge CTe)

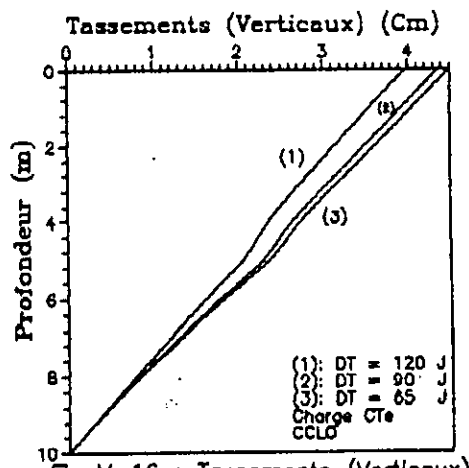


Fig V-16 : Tassements Verticaux Temporaires (CCLO)

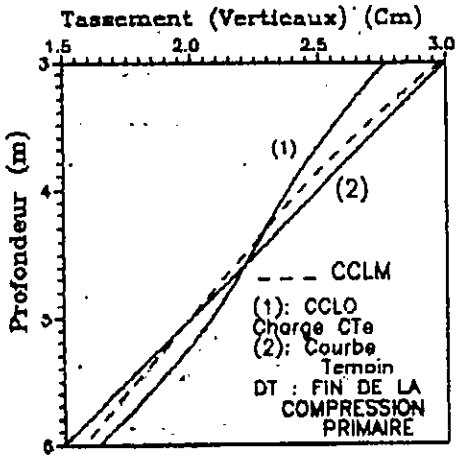


Fig V-17 : Visualisation de la zone d'interface

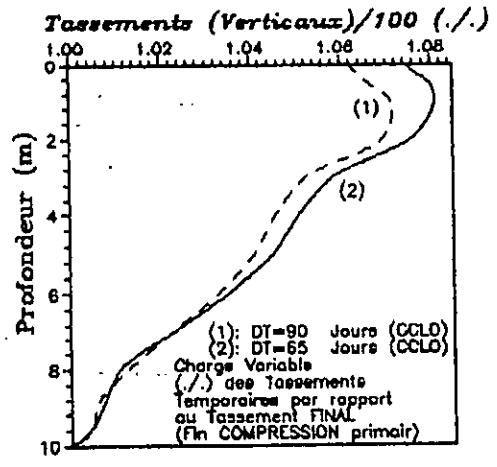


Fig V-18 : Pourcentage des Tassements Temporaires Verticaux par rapport au Tassements Verticaux Finaux

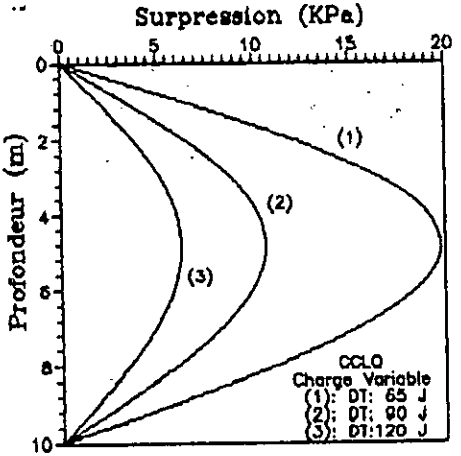


Fig V-19: Surpressions (CCLO) (Charge Variable)

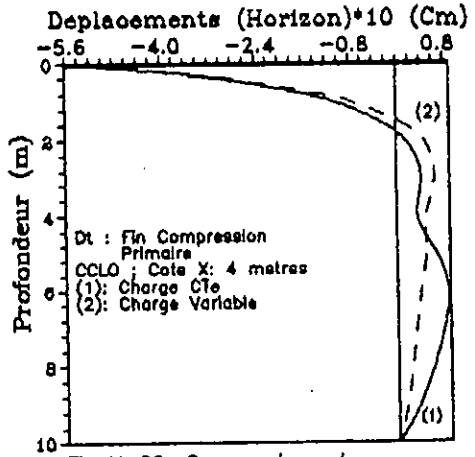


Fig V-20: Comparaison des Deplacements (Horizon) (Charges CTe et Variable)

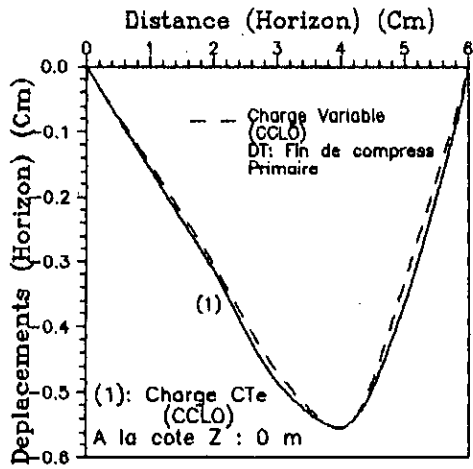


Fig V-21: Comparaison entre Les Déplacements (Horizon) (CCLO)

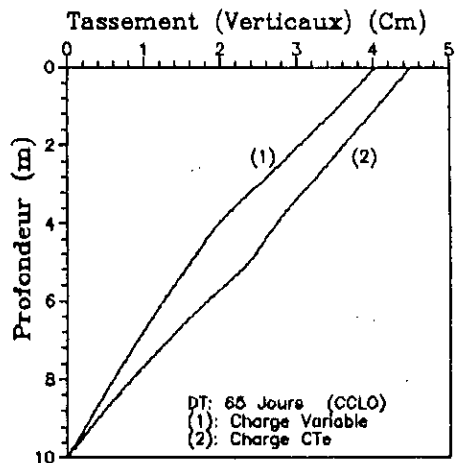


Fig V-22: Comparaison entre les Tassements des deux types de chargements

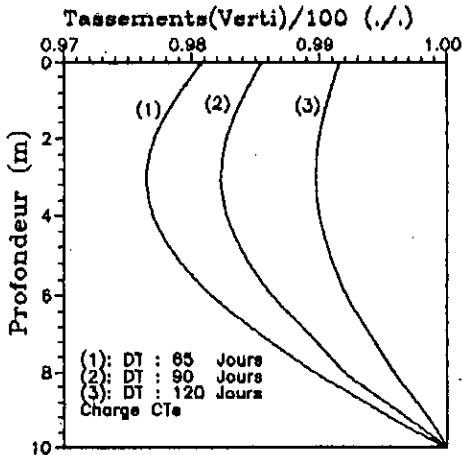


Fig V-23 : Pourcentage des Tassements Temporaires Verticaux par rapport aux Tassements Finaux (CCLM)

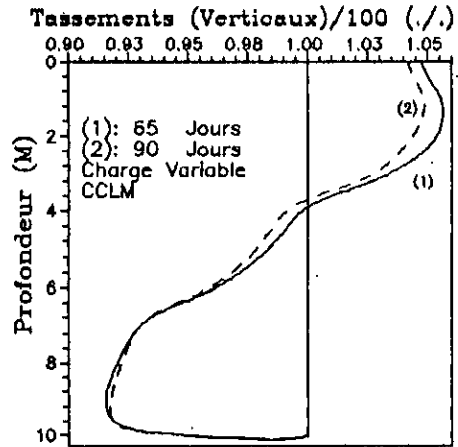


Fig V-24: Tassements temporaires en pourcentage (CCLM) par rapport aux Tassements Finaux (Fin de compress primaire)

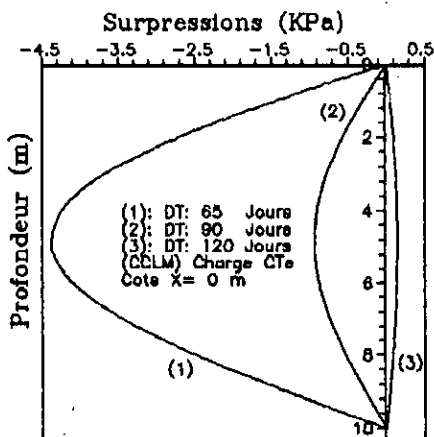


Fig V-25: Surpressions de l'eau

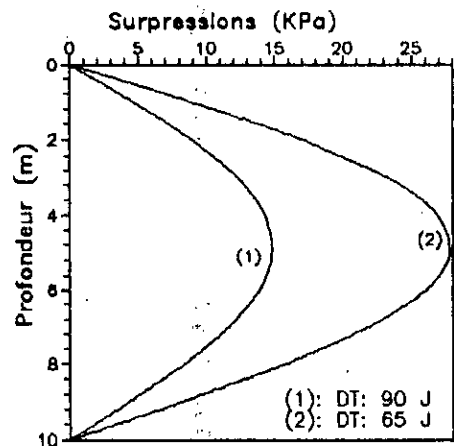


Fig V-26 : Surpressions dans le cas d'une charge variable (CCLM)

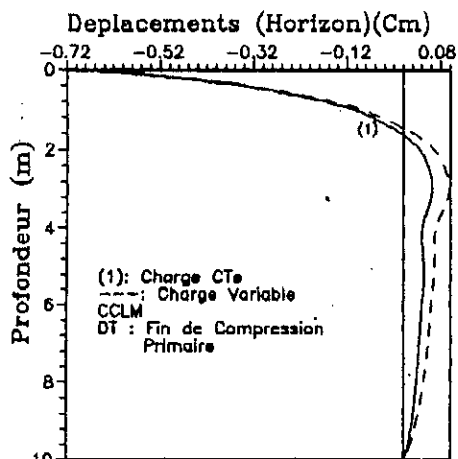


Fig V-27: Deplacements (Horizon) (CCLM)

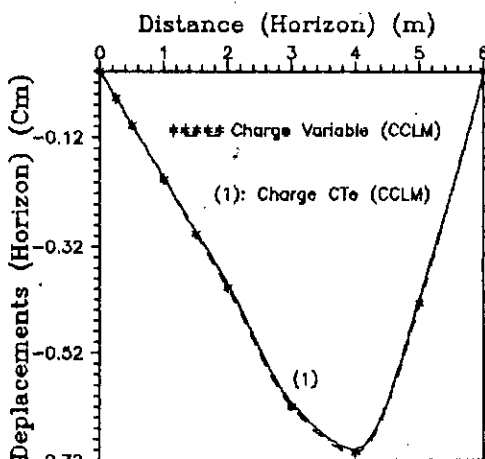


Fig V-28: Comparaison entre les Deplacements des deux types de charges (CCLM)

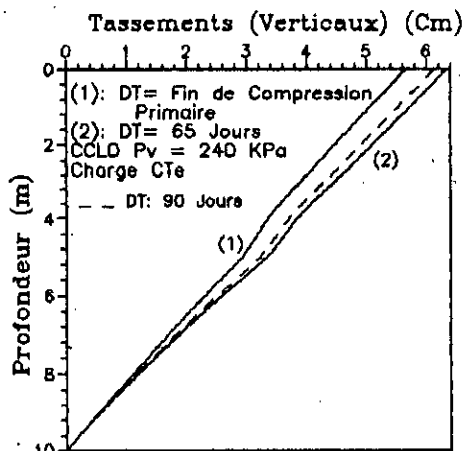


Fig V-29 : Tassements temporaires et final

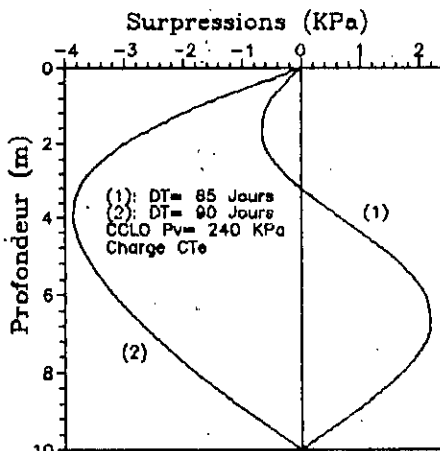


Fig V-30: Variations des surpressions en profondeur

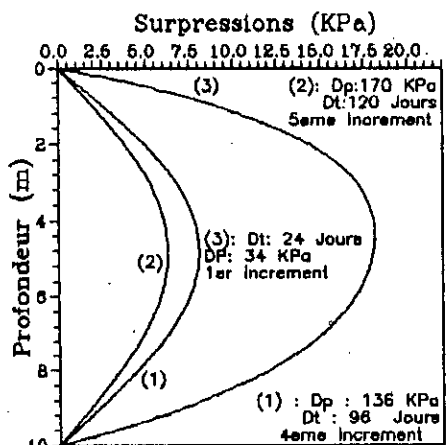


Fig V-31: Evolution des surpressions lors d'un chargement variable (CCLD)

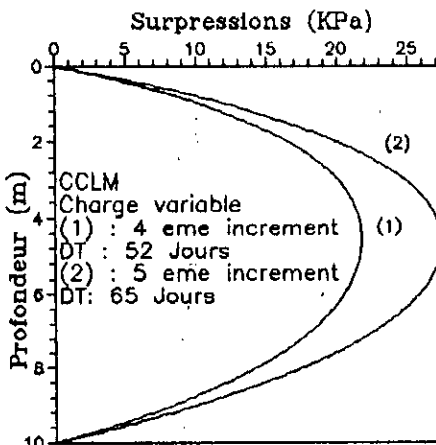


Fig V-32 : Evolution des surpressions interstitielles lors d'une surcharge Variable (CCLM)

Conclusions Générales

CONCLUSIONS GENERALES

En guise de conclusion générale à la présente étude, on peut dire que le but recherché dans ce travail était d'aplanir, un temps soit peu, les difficultés liées aux comportements des sols en général et du phénomène de consolidation en particulier. Notre volonté de traiter de telles questions émane d'un profond désir de participer à l'éclaircissement de certains aspects bien particuliers dans le comportement des sols.

Sur cette base, on s'est attelé dans les différents chapitres à retracer d'une manière progressive les outils de base nécessaires à la compréhension des phénomènes et concepts plus ou moins compliqués que le lecteur sera appelé à assimiler.

Aussi, à la lumière de cette étude, un ensemble de conclusions plus ou moins importantes peuvent être dégagées :

-On citera de ce fait, que pour le (CCLM), les tassements progressent avec le temps lors de la surcharge constante, alors que, pour la surcharge variable, on a observé une légère dilatation du sol. Cette dilatation n'aurait pas eu lieu si le sol (pour le cas du CCLM) était normalement consolidé. En ce qui concerne le (CCLO) (comportement dilatant du sol), la regression des tassements avec le temps est maintenue quelque soit le mode du chargement.

-On a aussi remarqué que pour le CCLM, les déformations du sol, sont plus importantes lors d'une surcharge variable qu'ils ne le sont pour la cas d'une surcharge constante. Alors que pour le CCLO, ceux de la surcharge variable, sont moins importantes que ceux de la surcharge constante.

-A la fin de la compression primaire, l'allure des courbes représentant les tassements verticaux du sol, est linéaire quelque soit le domaine rhéologique où le sol est

supposé travailler .

-La nature du comportement du sol, n'est pas forcément la même pour le CCL0 et le CCLM. Elle peut même être contradictoire. Il faudra de ce fait bien choisir les fondements théoriques dans nos calculs.

-Les déformations du sol sont plus importantes pour le CCL0 qu'elles ne le sont pour le CCLM, dans le cas d'une même surcharge.

-L'allure des courbes qui représentent les tassements verticaux du sol est linéaire (dans les cas temporaire ou final), lorsque le sol travaille dans le domaine plastique. Et ceci, quelque soit le mode du chargement (constant ou variable).

-Le passage d'un état de d'expansion vers un état de contraction pour un sol donné, ne se fait pas par augmentation de la surcharge qui lui est appliquée.

Toutefois, comme aucun travail n'est parfait, le contenu du chapitre (IV) ignore certains aspects nécessaires pour approcher idéalement les conditions réelles du terrain. Ces aspects peuvent être recensés par exemple, dans la variabilité des perméabilités du sol lors d'un chargement variable . En plus de ces aléas, l'approximation des conditions aux limites géométriques et hydrauliques savère assez lointaine de la réalité du terrain. Ceux là pourront être corrigés par simulation plus réaliste, à savoir l'introduction des éléments semi-infinis, qui à notre sens répondent mieux à la situation in-situ des sols. Enfin, il y a lieu de recommander les éléments à huit noeuds, dont les résultats peuvent être plus performants que ceux à quatre noeuds. Ceci est dû au fait que, les champs des déplacements des éléments à huit noeuds, sont de nature quadratique et non linéaire, comme c'est le cas des éléments à quatre noeuds. Ce qui favorise, une approximation plus raffinée des résultats (contraintes, déplacements etc...).

Au delà de ces remarques, on peut conclure et dire que les horizons à atteindre pour l'amélioration de ces travaux, sont très vastes. En effet, outre le domaine expérimental, qui est, en lui même, un axe inépuisable pour la recherche, beaucoup d'orientations sont possibles pour raffiner encore plus le domaine théorique. Le chargement dynamique du sol est un de ces aspects, la complication du domaine rhéologique (visco-plasticité, fluage etc...), est un autre de ces aspects. La non saturation du sol peut aussi influencer les résultats attendus.

D'autre part, on rappellera que puisque la situation de ruine atteinte par le sol est tributaire des chemins de contraintes, donc du mode de chargement préconisé, cette étude a prévu un critère de ruine répondant aux problèmes posés. Ce critère traite essentiellement les sols, soumis à la compression dans le cas drainé. Toutefois, l'idéal aurait été de corriger ce critère de tel manière à ce qu'il puisse envelopper le maximum de chemins de contraintes, autres que celui de la compression (extention pour les déblais par exemple).

Ainsi, comme on peut bien le constater la liste est très longue, et nécessite beaucoup d'efforts afin que la difficile tâche de reconstituer le plus fidèlement possible la complexité du comportement des sols soit atteinte. Ceci, favorisera entre autre la prédiction des dangers auxquels les superstructures sont confrontés, par la faute des phénomènes analogues à celui exposé dans le cadre de cette étude.

BIBLIOGRAPHIE

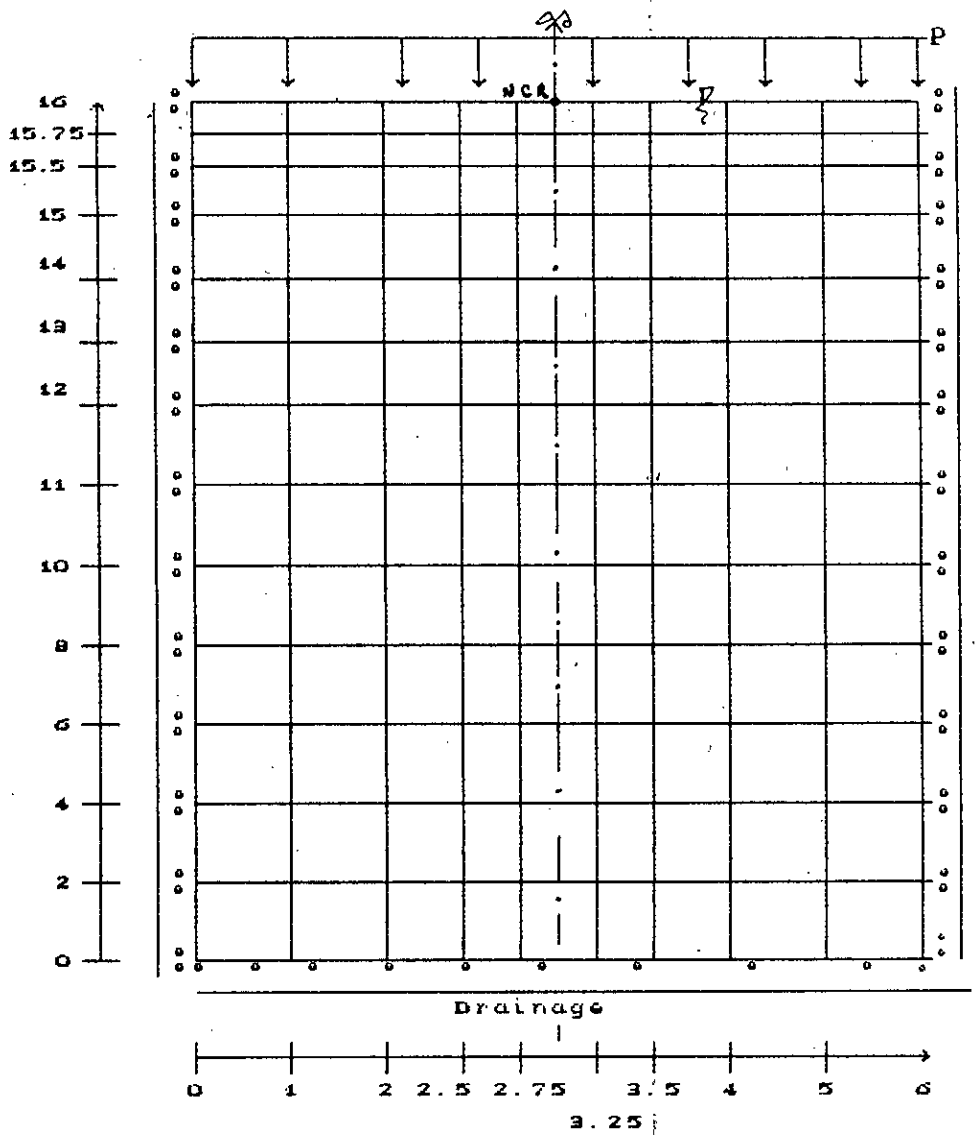
BIBLIOGRAPHIE

- [1] Atkinson .J. H (1981) "Fondations and slopes"
- [2] Atkinson J. H & Bransby PL (1982) "The mécanique of soil"
- [3] Babchia .Md.Z.et Magnan .J.P.(Octobre 1986)" Analyse numérique du comportement des massifs de sols argileux" (labo central des ponts et chaussées) rapport de recherche LPC N°140 [8]
- [4] Barbas.A, Frank. R (Septembre 1982) " Utilisation de la M.E.F en mécanique des sols dans le domaine élasto-plastique" Labo central des ponts et chaussées Rapport de recherche LPC N°116 [0].
- [5] Bruzy.Mac (Septembre 1977), "Analyse de la consolidation primaire et secondaire des archives champlain par cumult "
- [6] Britto A.M & Gunn. M.T (1987) "Critical state soil mechanics via finite element".
- [7] Booker JR. Small JC (1975) "An investigation of numerical solutions of Biot equations of consolidation" ENT Solids & Structures 11, 907-911.
- [8] Booker JR & Randolph MR (1984), "Consolidation of across anisotropic soil medium" Quarserly journal of mechanics & applied mathematics 37, 479-495.
- [9] Biot M.A (1941), " Général théory of three dimentionnel consolidation" j appl, phys, 12, 155-164.
- [10] Costet .J. & Sanglerat Gay (1983) " Plasticité et calcul des tassements".
- [11] Chen (1987) "Plasticity for structural ingénieuring".
- [12] Cook .D.R & Malkus .David .S. & Plesha Michael .E. (1988) "Concepts & application of finite elements analysis"
- [13] Datt Gouri & Touzot Gilbert (1984) "Présentation de la (MEF)".
- [14] Hinton .E & Owen D.R.J (1977) "Finite éléments programming"
- [15] Hinton .E & Owen D.R.J (1980) " Finite éléments in plasticity".
- [16] Magnan.J.P. août (1982) "Cours de mécanique des sols",

Ecole Nationale des ponts et chaussées.

- [17] Musharraf Zaman & Laggaros .joakim G "Consolidation settlement of Bridge approach foundation". journal of géotechnic. engéneering Vol 117 N°2 Feb 1991. .
- [18] Seymour Lipschutz & Arthur Por (1982) "Programation fortran théorie et applications" .
- [19] Stipho AS. A (1986) "Incremental elasto-plastic constitutive relations hips for strain softening "Stiff" clay" B. SC département university of Riyad Po Box 800 Riyad 685-703. .
- [20] Weaver. William JR & Paul R Johnston (1984) " Finite éléments for structural analysis ".
- [21] Wilson E.L & C.H Farhat (1988), "Linear & non linear finite éléments analysis on multiprocessor computer système" 4, 425-435.
- [22] Zienkiewicz OC & Taylor R.L (1989) "The finite elements méthodes" .
- [23] Zienkiewicz OC & Naylor D.J (1972), "The adaptation of critical state soil méchanics théorie for use in finite éléments" 537-547 .

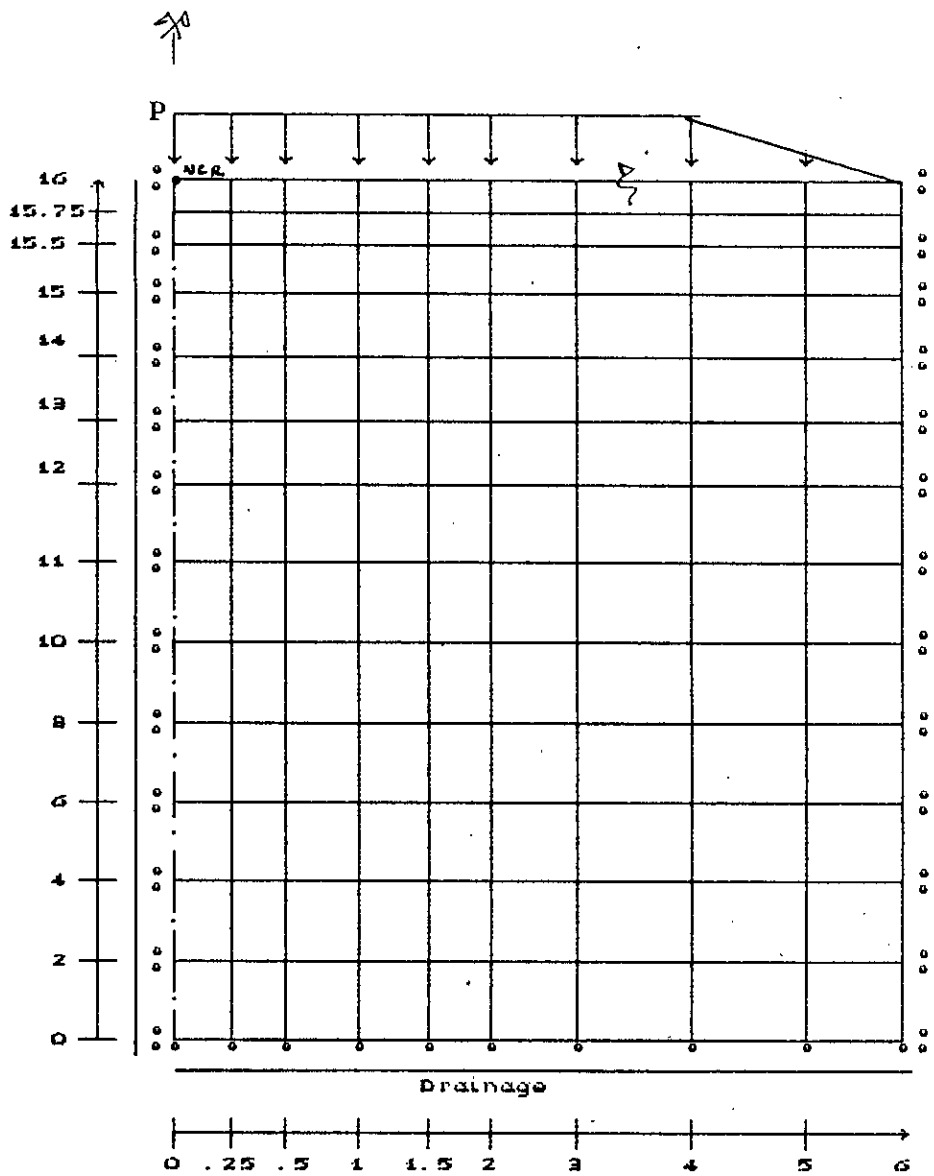
Annexes



Exemple - 1 - Charge uniforme

| : Appuis simples

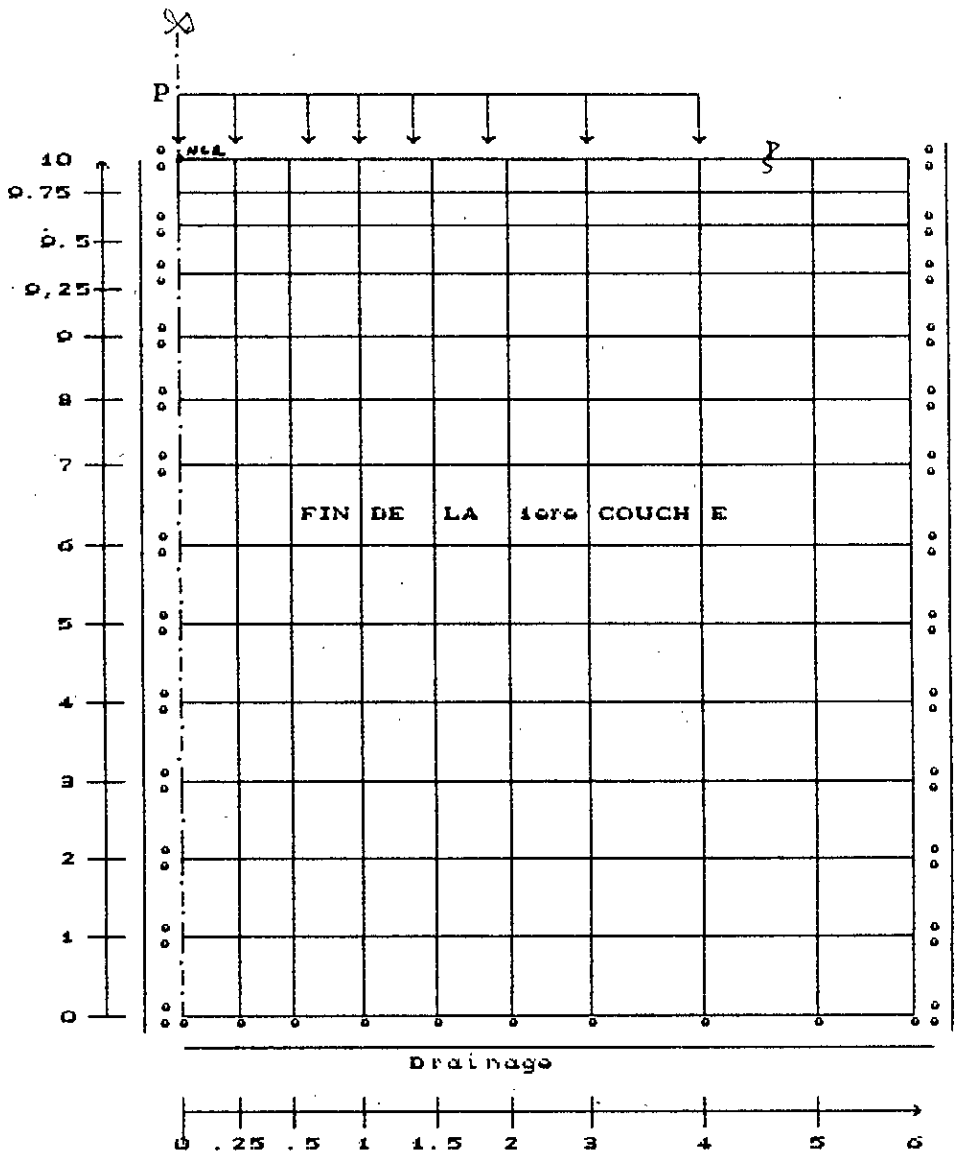
| : Appuis doubles



Exemple - 1 - Charge du remblai

|° : Appuis simples

|° : Appuis doubles



Exemple - 3 - Cas d'un bicouche

- |° : Appuis simples
- |° : Appuis doubles

Expressions des surpressions interstitielles :

a/ Surcharge Constante : [5], [10]

$$u(z,t) = \frac{4}{\pi} D_s \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2m+1} \right) \sin \left(\left(\frac{2m+1}{2} \right) \frac{\pi z}{H} \right) \cdot e^{-\frac{(2m+1)^2 \pi^2 T_v}{4}} \right]$$

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$

b/ Surcharge variable : [5]

$$u(z,t) = \frac{16}{C_v} \frac{D_s}{t} \frac{H^2}{\pi^3} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2m+1} \right)^3 \sin \left(\left(\frac{2m+1}{2} \right) \frac{\pi z}{H} \right) \left(1 - e^{-\frac{(2m+1)^2 \pi^2 T_v}{4}} \right) \right]$$

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$