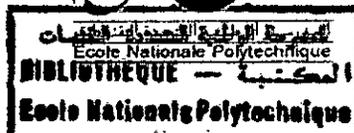


REpubLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Ecole Nationale Polytechnique

6/00



Département Génie Mécanique

*Projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme  
d'ingénieur d'état*

**THEME**

**Amélioration de la Conductance Thermique de  
l'Évaporateur du Congélateur BAHUT-ENIEM**

Proposé par :  
M M.AÏT ALI  
M. A.BILEK

Dirigé par :  
M M.AÏT ALI  
M A.BILEK

Fait par :  
M CHERGULT

*Promotion 1999/2000*

ENP, 10 Avenue Hassan Badi, EL-Harrach, Alger, Algérie.

Tél : (02) 52.53.01/03 ; Fax : (02) 52.29.73 E-MAIL: ENP@IST.CERIST.DZ

## DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à ma mère, et à ceux que j'aime le plus !!

Toufik

## REMERCIEMENT

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Je remercie vivement mes deux promoteurs M.Ait ALI et M .Bilek, comme je ne peut oublier de remercier M .Bennour pour tous son aide et son soutien, je remercie par la même occasion tous ce qui ont marqué mon passage à l'Ecole Nationale Polytechnique.

هذه الدراسة تهدف الى تقييم (بصفة كيفية) التحسينات الناتجة عن التغيير الوحيد في طبيعة

الاتصال بين الأنبوب البخري والجدران الداخلية للمجمد -Bahut-ENIEM- في مردود هذا الأخير.

كلمات مفتاحية: المجمد، البخري، الإتصال الحراري، النفق، البؤرة الحرارية، طريقة A.D.I،

أنظمة المصفوفة ذات الناقطر الثلاثي.

### **Résumé :**

*La présente étude consiste à évaluer l'amélioration apportée par la seule modification de la nature du contact thermique établi entre le tube évaporateur et les parois de la cuve interne du congélateur Bahut-ENIEM sur les performances de ce dernier.*

*Mots clés : congélateur, évaporateur, tube en méplat, contact thermique, tunnel, puits de chaleur, méthode A.D.I , système à matrice tridiagonale,*

### **Abstract :**

*The purpose of this work is to evaluate the improvement brought by the modification of nature of thermal contact established between the evaporator tube and walls of internal enclouser of freezer Bahut-ENIEM about their performances with this last.*

*Keywords : freezer, evaporator, thermal contact, tunnel, heat well, A.D.I method, tridiagonal matrix system.*

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
Introduction	2
Présentation du congélateur BAHUT- ENIEM	
<b>CHAPITRE I : Analyse du problème</b>	<b>7</b>
I- 1 position du problème et présentation du modèle à étudier.	7
I- 2 Modél, mathématique	12
I-2-1 Modèle physique et hypothèse de base	13
I-2-2 Analyse mathématique du problème	13
• équation de transfert par conduction	14
• équation de transfert par convection naturelle	14
• équation de transfert par convection forcées dans les tubes	18
I-2-3 Procédures de résolution	19
<b>CHAPITRE II : Evaluation du modèle numérique et résolution du problème.</b>	<b>20</b>
II – 1 Méthode des différences finies	20
II – 2 Approche directe pour la formulation des équations des noeuds, méthodes des bilans énergétiques.	24
II- 2 - 1 Méthode explicite	26
II- 2- 2 Méthode implicite	27
II- 2- 3 Méthodes hybrides .	30
• Méthode A.D.I (Alternating Direction Implicite Method).	31
II-3 Présentation du système à résoudre	32
II-3-1 Condition de symétrie	32
II-3-2 Développement des algorithmes permettant le calcul des coefficients des équations des noeuds	34
II-3-3 Remarque	50
II-3-4 Procédure de programmation	50
<b>CHAPITRE III : Résultats et interprétation</b>	<b>55</b>
<b>CONCLUSION</b>	<b>65</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .</b>	<b>66</b>

TABLES DES FIGURES :

Fig. (I.1) : le congélateur BAHUT – ENIEM	3.
Fig. (I.2) : schéma du groupe frigorigène	4.
Fig. (1.1) : assimilation du congélateur	4.
Fig. (1.2) : coupe latérale sur le congélateur BAHUT	8.
Fig. (1.3) : évaporateur avec tube en méplat	9.
Fig. (1.4)- fig.(1.5) : tube d'évaporateur logé dans des empreintes	10.
Fig. (1.6) : tube évaporateur entre deux plaques en aluminium	11.
Fig.(1.7) : assimilation du congélateur BAHUT – ENIEM en un tunnel	12.
Fig. (1.8) : représentation du modèle à étudier	13.
Fig.(1.9) : plaque verticale froide.	14.
Fig. (1.10) : plaque horizontale froide brassée sur la face supérieure	17.
Fig. (1.11) : plaque horizontale froide brassée sur la face inférieure	17.
Fig. (2.1) décomposition en différences finies	21.
Fig. (2.2) : conduction vers un noeud à travers les noeuds voisins	24.
Fig. (2.3) : Division de la plaque pour la solution numérique en régime transitoire	28
Fig. (2.4) : noeuds intérieurs	34.
Fig. (2.5) : noeuds à l'interface de deux milieux	35.
Fig.(2.6) : noeuds situés sur un angle à l'interface entre deux milieux solides	38.
Fig.(2.7) : noeuds situés sur une arête intérieure exposée à la convection	41.
Fig.(2.8) : noeuds situés sur une arête	44.
Fig.(2.9) : noeuds situés sur une arête intérieure entre deux milieux conductifs avec convection	46.
Fig(2.10) : une partie d'un cercle en forme d'escalier	50.
Fig.(2.11) : procédure de résolution	51.
Fig.(3.1) : repérage de certains points en vue de présenter les courbes d'évolution de leurs températures.	56
Fig.(3.2) : évolution de la température de l'air intérieure en fonction du temps pour les différentes configurations	57
Fig.(3.3) à fig.(3.12) : représentent l'évolution de la température en différents points des trois configurations	58 – 63.

## NOMENCLATURE

$A, B, C$  : Représentant les trois vecteurs du système a matrice tridiagonale.

$Bi_0$	Nombre de Biot.(adimensionnel)
$C_p$	Chaleur spécifique (supposée constante ) [J/kg.K]
$D$	Diamètre de tube [ m ].
$e$	Epaisseur d'une plaque plane.[m]
$F_0$	Nombre de Fourier.(adimensionnel)
$Gr$	Nombre de Graschof. (adimensionnel)
$h$	Coefficient d'échange thermique. [W/m <sup>2</sup> .K]
$ifg$	Chaleur latente de vaporisation [ J/kg ].
$Nu$	Nombre de Nusselt. (adimensionnel)
$k$	Conductivité thermique.[W/m.K]
$P_r$	Nombre de Prandlt. (adimensionnel)
$q$	Flux de chaleur par unité de surface [W/m]
$Re$	Nombre de Reynolds. (adimensionnel)
$T$	Température[ K ].
$T_m$	Température arithmétique moyenne[K].
$T_p$	Température de la plaque. [K]
$T_a$	Température de l'air ambient. [K]
$T_a^p$	Température de l'air a l'intérieur de la cuve. [K]
$T_\infty$	Température d'un fluide en convection avec une surface. [K]
$T_\infty^p$	Température d'un fluide qui change de la température avec une surface. [K]
$x$	Abscisse [ m ].
$y$	Ordonnée [ m ].
$\Phi$	Une fonction quelconque peut être la température.
$\alpha$	Diffusivité thermique.
$\beta$	Facteur de dilatation. [1/K]
$V_c$	Volume de contrôle. [m <sup>3</sup> ]
$\rho$	Masse volumique.[kg/m <sup>3</sup> ]

### **Les indice :**

$i, j$	Position d'un point de maillage.
$k$	Numéro d'un nœud de maillage.
$kp$	Compteur de temps.

## INTRODUCTION GENERALE

### *Introduction :*

La Congélation est un procédé de conservation des aliments mettant en jeu une exposition au froid, à des températures inférieures au point de congélation. Dans les gammes de température supérieures au point de congélation, on parle de réfrigération

Dès la préhistoire, l'Homme conservait la viande dans des blocs de glace. Pourtant, l'industrie de la congélation est plus récente que celle de la conservation en boîte, dont on peut fixer l'origine à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, avec l'invention de la stérilisation par la chaleur (1790). Le processus de congélation fut utilisé pour la première fois sur le plan commercial en 1842, mais la conservation des aliments par congélation à grande échelle ne débuta vraiment qu'à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, avec l'apparition de la réfrigération mécanique.

La congélation empêche les micro-organismes (bactéries, champignons microscopiques) de se multiplier. En revanche, les enzymes, dont l'action dégrade les aliments, restent actives à l'état de congélation, bien que leur activité soit fortement réduite. C'est pourquoi les légumes frais sont d'abord blanchis ou chauffés avant d'être congelés, afin d'inactiver ces substances et d'éviter la dégradation du goût. Il a également été proposé de blanchir les poissons afin d'éliminer les bactéries résistantes au froid qui vivent sur leurs écailles.

La congélation est utilisée pour une grande variété d'aliments, y compris les produits de boulangerie, les soupes et les repas précuisinés. Du fait du coût élevé de cette technique, les aliments congelés sont plus chers que les conserves, mais leurs qualités organoleptiques sont bien meilleures.

Les aliments congelés présentent les mêmes propriétés nutritionnelles et organoleptiques que les produits frais. La congélation entraîne toutefois quelques altérations physiques, la dilatation de l'eau (formation de cristaux de glace) provoquant un éclatement des structures cellulaires. Si le processus de congélation est rapide, les cristaux de glace sont plus petits et provoquent moins d'altérations [1].

Dans certains cas, la qualité du produit dépend davantage de la rapidité avec laquelle il est préparé et entreposé en chambre froide que de la vitesse à laquelle il est congelé. Certains aliments solides, comme le poisson, congelés selon un processus lent, peuvent, à la décongélation, perdre du liquide. Des aliments liquides, comme le jaune d'œuf, peuvent également coaguler.

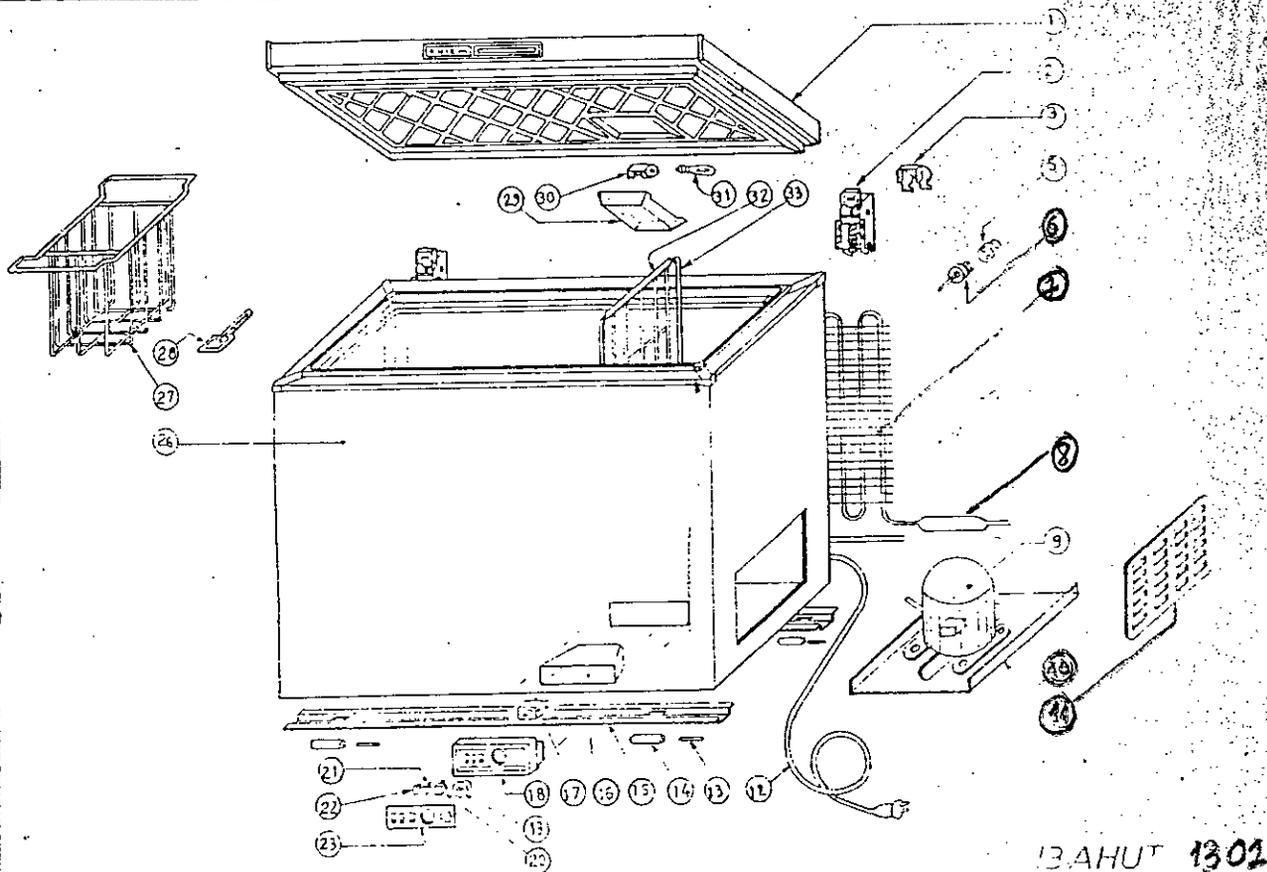
Dans le congélateur à plaque, le conditionnement des produits alimentaires est en contact avec des plaques de métal creuses contenant un liquide réfrigérant.

Dans le congélateur Bahut ENIEM, qui sera présenté ci-dessous, l'évaporateur est un serpentín constitué d'un tube de section circulaire enroulé autour d'une cuve en forme de parallépipède constituant la chambre froide. Ici, le contact thermique entre le fluide frigorigène et l'enceinte de la chambre est médiocre, du fait d'un contact linéaire entre le tube et la paroi qui le sépare de la chambre. Nous pensons que toute solution de nature à améliorer ce contact, conduira à une meilleure congélation des aliments et à de meilleures performances pour le congélateur.

#### *Présentation du congélateur BAHUT – ENIEM:*

Une représentation organique détaillée du congélateur BAHUT – ENIEM est donnée (fig.I.1) ci-après.

Les éléments principaux sont la cuve de forme parallépipédique faisant office de contenant, le groupe frigofrifique constitué principalement d'un compresseur, d'un condenseur et d'un évaporateur ainsi qu'un certain nombre d'accessoires dont la désignation se trouve dans la légende accompagnant la figure.

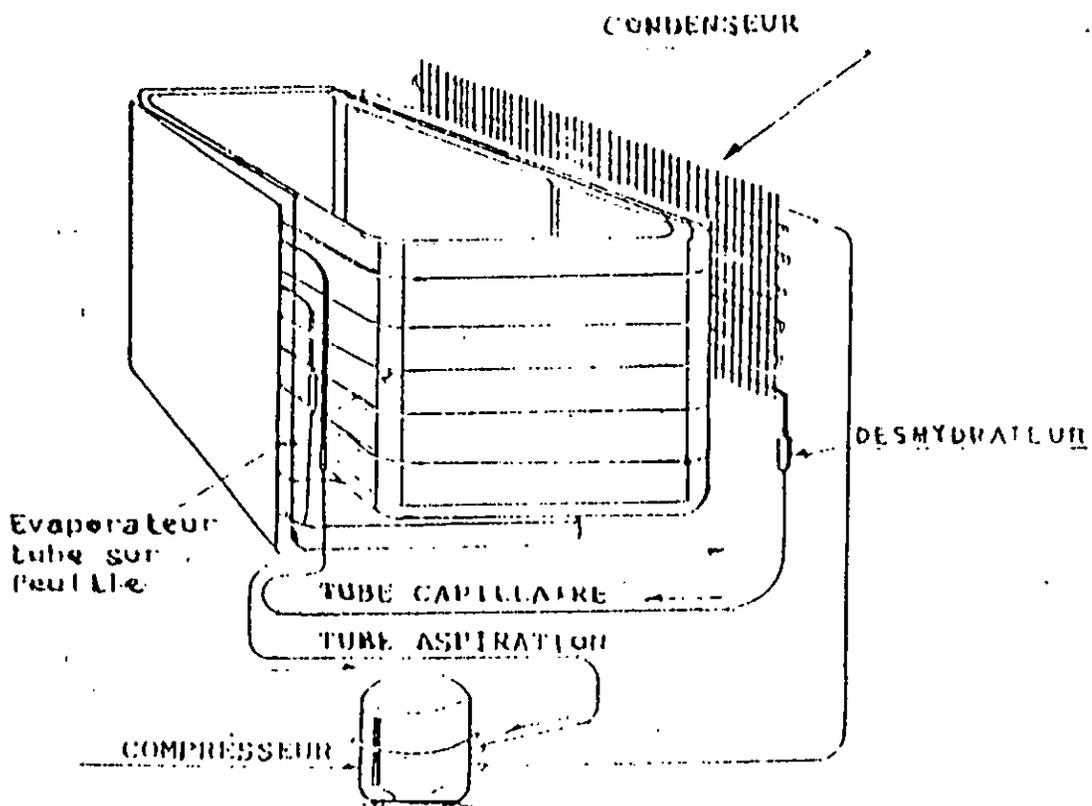


BAHUT 1301

MODELE	REF.	CODE	DESIGNATION
BAHUT / 1301	1	203884	PORTE MOUSSEE AVEC CFC
BAHUT / 1301	1	205206	PORTE MOUSSEE AVEC CFC
BAHUT / 1301	2	702129	CHARNIERE
BAHUT / 1301	3	702100	COUVERCLE SUPERIEUR CHARNIERE
BAHUT / 1301	5	702137	BOULON SERRAGE CONDENSEUR
BAHUT / 1301	7	203130A	CONDENSEUR
BAHUT / 1301	8	201995	FILTRE DESHYDRATEUR /R 12
BAHUT / 1301	8	702185	FILTRE DESHYDRATEUR (150g) /R D44
BAHUT / 1301	9	201999	COMPRESSEUR COMPLET W 5 AVEC ACCESSOIRES /R 12
BAHUT / 1301	9	205207	COMPRESSEUR COMPLET W 5 AVEC ACCESSOIRES /R 134a
BAHUT / 1301	10	201962	RAIL SUPPORT COMPRESSEUR
BAHUT / 1301	11	202081	GRILLE DU MOTEUR
BAHUT / 1301	12	702117	CABLE D'ALIMENTATION ELECTRIQUE
BAHUT / 1301	13	202097	AXE DE ROUE
BAHUT / 1301	14	202096	ROUE
BAHUT / 1301	15	201960	RAIL DE ROULEMENT
BAHUT / 1301	16	202134	BOTIER ARRIERE TABLEAU DE COMMANDE
BAHUT / 1301	17	201958	THERMOSTAT
BAHUT / 1301	18	202089	COFFRET TABLEAU DE COMMANDE
BAHUT / 1301	19	202104	BOITON DU THERMOSTAT
BAHUT / 1301	20	202080	INTERUPTEUR CONGELATION RAPIDE
BAHUT / 1301	21	202081	VOYANT ROUGE
BAHUT / 1301	22	202082	VOYANT VERT
BAHUT / 1301	23	202094	REVESTIMENT AUTOCOLLANT DU COFFRET TABLEAU DE COMMANDE
BAHUT / 1301	26	203135	AREMOIRE MOUSSEE AVEC CFC
BAHUT / 1301	26	205205	AREMOIRE MOUSSEE BA88 CFC
BAHUT / 1301	27	202131	FANIER
BAHUT / 1301	28	202112	RACLETTE DE OIVRE
BAHUT / 1301	29	202079	CACHE LAMPE
BAHUT / 1301	30	202099	DOUILLE DE LAMPE
BAHUT / 1301	31	202107	LAMPE D'ECLAIRAGE
BAHUT / 1301	32	202139	MEASURE CLATETTE DE SEPARATION
BAHUT / 1301	33	202124	CLATETTE DE SEPARATION

Fig.(I.1) : le cogélateur Bahut-ENIEM : type 1301.

L'évaporateur, élément principal de notre étude, consiste en un tube de section circulaire enroulé autour de la cuve réalisant avec la paroi intérieure un contact linéaire (voir fig.1.2).



CF 1301

Fig.(1.2) : Schéma du groupe Frigorigène .

Les caractéristiques techniques du congélateur sont données d'après le constructeur dans le tableau ci- après [2].

TABLEAU(1) : CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DU CONGELATEUR BAHUT-ENIEM

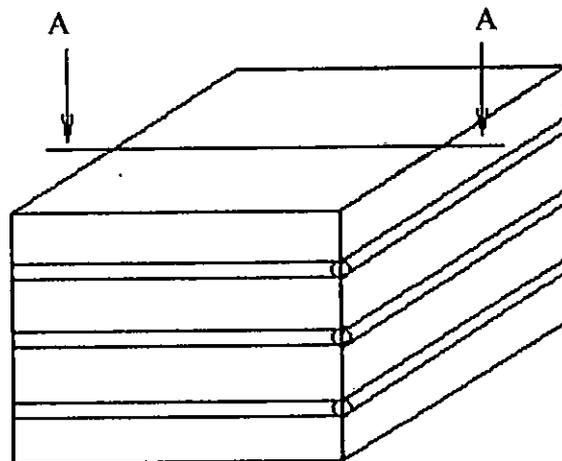
CONGELATEUR BAHUT/1301	CARACTERISTIOAUES
Volume brut (litres)	360
Volume utile (litres)	350
Pouvoir de congélation en kg/24h	26
Autonomie (H)	30
Dimensions H× P × L (mm)	
• sans emballage	1209×847×655
• avec emballage	1255×937×745
poids (Kg)	
• Net	62
• Brut	76
Dérivage	Manuel
Puissance absorbée (W)	230
Alimentation	220-230V / 50Hz
Consommation d'énergie (KWh/24h)	1.64
Consommation d'énergie (KWh/an)	598
Indice d'efficacité énergétique	D
Réfrigérant	R134a
Isolant	Cyclopentane
Classe climatique	T

L'objectif de la présente étude consiste à étudier l'influence du type de contact tube d'évaporateur – paroi sur les performances du système, en considérant plusieurs configurations.

## CHAPITRE I: Analyse du problème

### *1.1 Position du problème et présentation du modèle à étudier*

Le congélateur BAHUT-ENIEM peut être assimilé à une boîte en métal de forme parallélépipédique autour de laquelle on a enroulé un tube parcouru par le fluide frigorigène faisant office d'évaporateur du système frigorifique. L'ensemble est calorifugé au moyen d'une mousse en polystyrène limitée du côté extérieur par une autre boîte de même type que la précédente (voir fig 1.1).



Fig(1.1): assimilation du congélateur  
Bahut-ENIEM à une boîte en métal entouré par un tube

Dans la conception du congélateur BAHUT-ENIEM, le contact entre le tube de l'évaporateur et la paroi interne est linéaire, ce qui donne une surface de contact thermique réduite au minimum.

Comme on le sait, le froid (ou la chaleur) se propage plus rapidement à travers les parois métalliques, qui présentent une conductivité thermique élevée, qu'à travers l'air. La

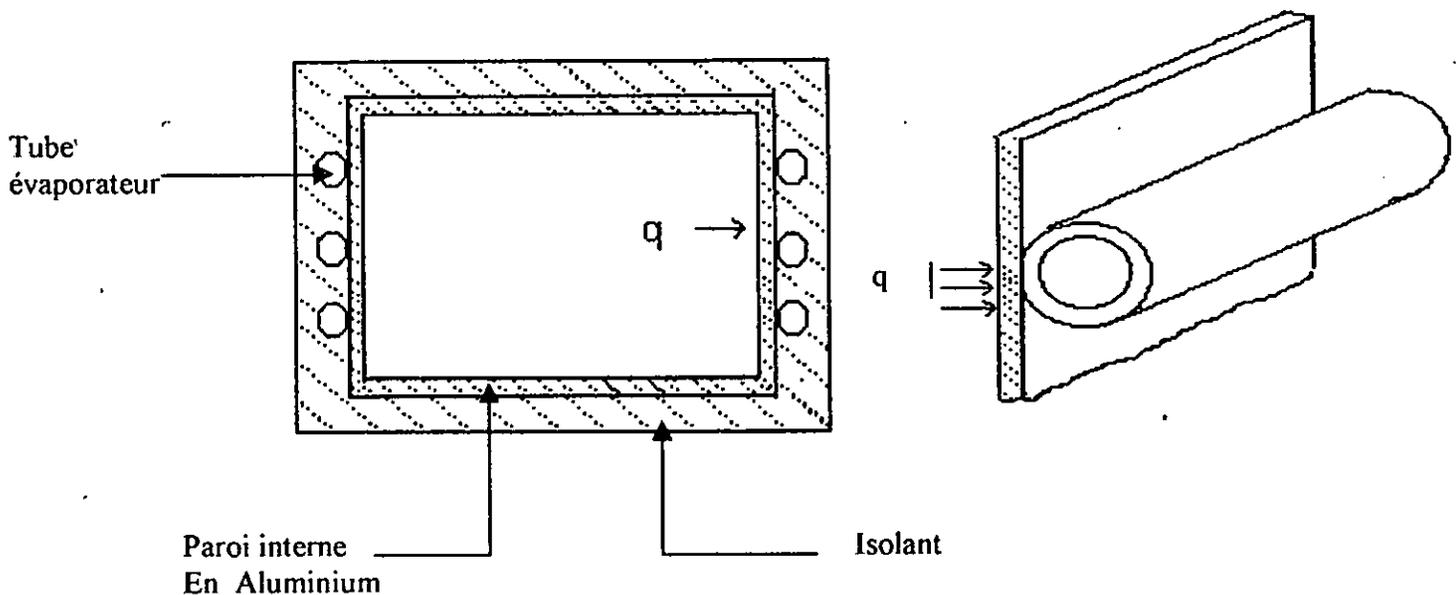
résistance thermique à la propagation de la chaleur entre le fluide frigorigène d'une part et l'intérieur du tunnel d'autre part, ainsi que le temps de réponse du système, seront donc d'autant plus petits que la surface de contact entre le tube évaporateur et la paroi métallique interne est plus importante.

Le problème à étudier consiste à évaluer l'amélioration apportée par la seule modification de la nature du contact thermique entre le tube et la paroi sur les performances du système.

Pour ce faire, il n'est nullement nécessaire de considérer le système tel qu'il est décrit. En effet, un tel système conduirait à une traduction mathématique en tridimensionnel dont le traitement serait fastidieux.

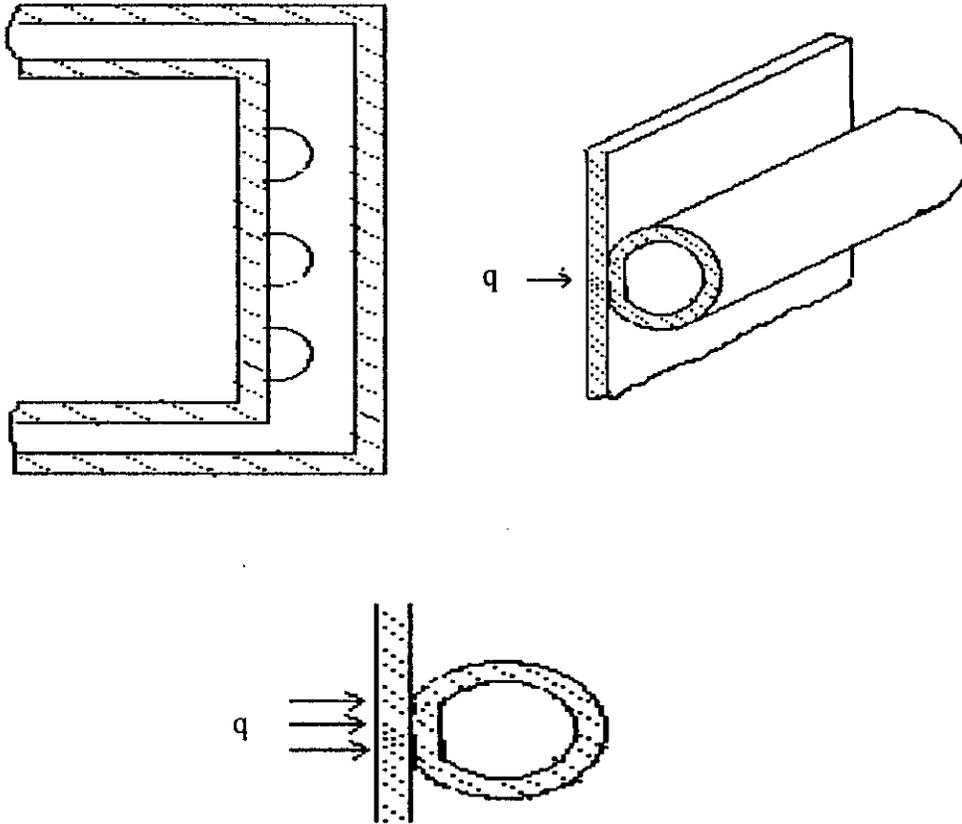
Notre étude consiste à évaluer l'influence de la conception géométrique de l'évaporateur et du type de contact de ce dernier avec les parois de la cuve interne. Nous allons considérer les quatre types de configurations décrits par les figures (1.2) à (1.6) ci-dessous.

La figure (1.2) représente la configuration originelle où le contact thermique est linéaire.



Fig(1.2): Coupe latérale suivant la section A-A  
Évaporateur avec contact linéaire

Dans la seconde configuration, figure (1.3), l'idée est d'enrouler un tube en méplat à la place d'un tube rond, ainsi le contact réalisé ne sera plus linéaire mais surfacique.



Fig(1.3): évaporateur à tube méplat

La modification dans la troisième configuration, figures (1.4) et (1.5), consiste à réaliser des empreintes au niveau des parois de la cuve interne ou le tube évaporateur sera logé. Cette solution paraît facile à réaliser, si l'on sait que la pose du tube évaporateur sur les parois internes est réalisée au moyen d'une machine qui pourrait éventuellement, si on lui monte un outil approprié réaliser aussi les empreintes.

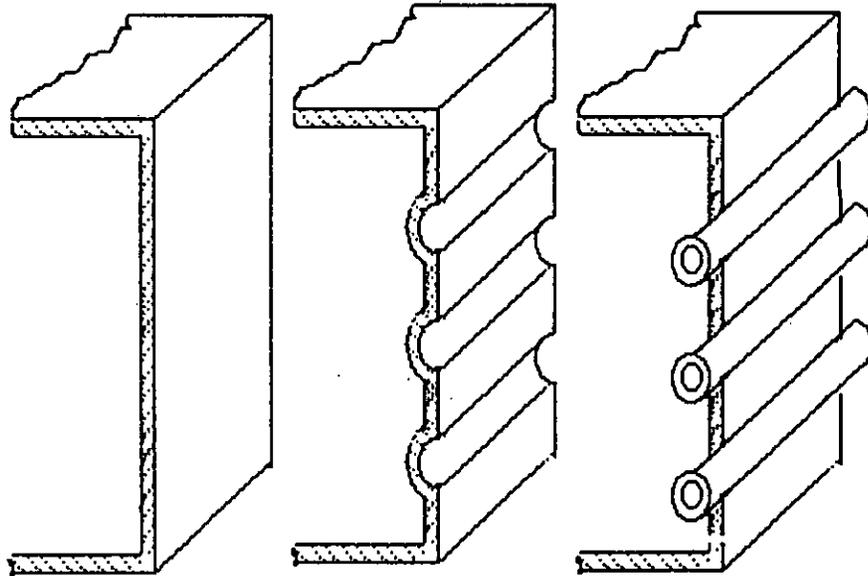


Fig. (1.4) : Les différentes étapes de réalisation d'un évaporateur avec empreinte sur les parois internes

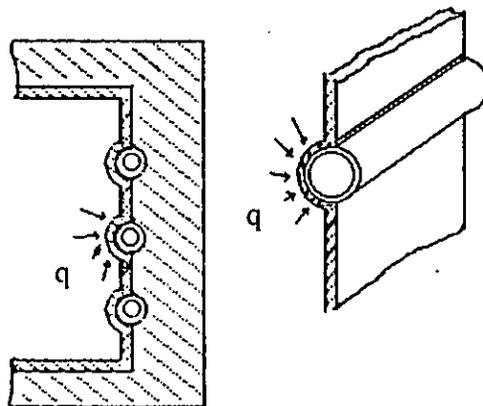


Fig.(1.5) : tube d'évaporateur logé dans les empreintes réalisé sur les parois internes

Dans la dernière configuration, figure (1.6), on entreprend de loger le tube carrément entre deux plaques en aluminium qui sont en contact intime entre elles. Nous pensons qu'une telle disposition va intensifier les processus d'échanges thermiques par rapport aux dispositions précédentes, soit  $\vec{F}$  un vecteur qui représente le flux de froix.

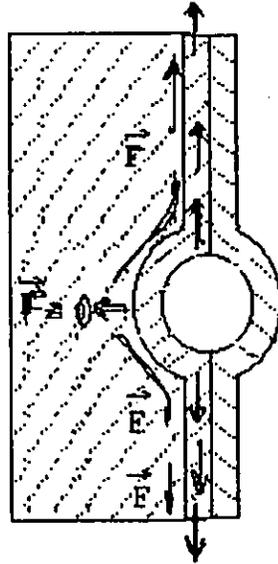


Fig.(1.6) : tube évaporateur entre deux plaques en aluminium en contact intime

Pour comparer les performances thermiques de ces différentes configurations, il suffit de le faire sur un modèle bidimensionnel, en remplaçant la boîte décrite précédemment par un tunnel infini de section carrée. Un tel tunnel est représenté en coupe par la même figure (1.2) que ci-dessus.

## ***1.2 Modèle mathématique***

### ***1.2.1 Modèle physique et hypothèses de base***

Comme on s'intéresse à l'influence du type de contact qui s'établit entre les tubes de l'évaporateur et la paroi intérieure du congélateur, notre modèle physique doit être choisi de façon à simplifier au plus haut degré la manière dont les autres paramètres interviennent dans le problème. Ainsi, le modèle choisi se présente schématiquement comme indiqué sur la figure ci-dessous.

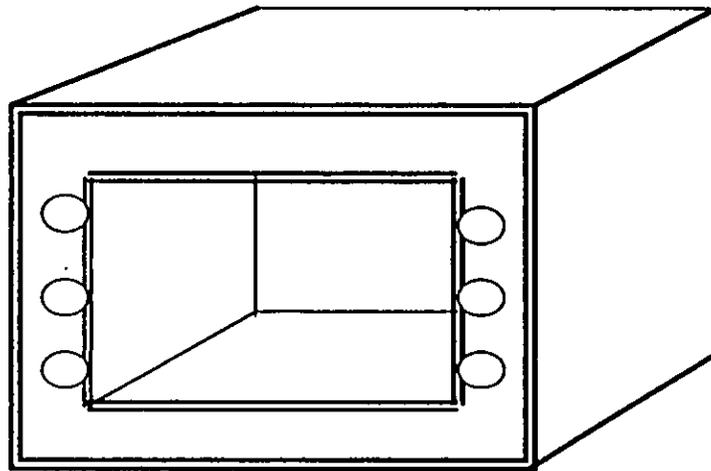


Fig.(1.7) :Assimilation du congélateur Bahut-ENIEM en un tunnel

Le modèle consiste en un tunnel infini, dont la section est un carré de côté ( $L$ ). Le fluide frigorigène circule dans six (06) tubes placés en parallèle dans les parois latérales, trois de chaque côté. Le fluide s'écoule dans la même direction dans tous les tubes. La paroi est constituée de trois couches ; une tôle de l'intérieur , une tôle de l'extérieur et une couche d'isolant entre les deux.

On va s'intéresser à une longueur unitaire et on pose les hypothèses suivantes :

- On considère que les propriétés thermodynamique du fluide frigorigène restent constantes à travers le volume de contrôle considéré.
- On admet que la température de l'air à l'intérieur est uniforme.
- On néglige en première analyse toutes les résistances de contact aux différents points de passage d'un milieu matériel à un autre.
- Tout corps placé à l'intérieur pour refroidissement est supposé avoir des caractéristiques telles que sa température reste uniforme pendant ce refroidissement.

A présent, notre modèle se simplifie davantage en introduisant les conditions de symétrie évidentes qui se dégagent des hypothèses précédentes. On obtient le système représenté sur la figure(1.8).

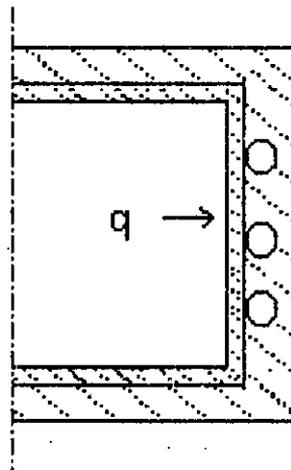


Fig. (1.8) : représentation du modèle à étudier

### ***1.2.2 Analyse mathématique du problème***

Le fluide frigorigène sera assimilé à un puits de température constante vers lequel convergent tous les flux de chaleur .

La chaleur est transférée par convection naturelle du corps à refroidir vers l'air intérieur qui la retransmet à son tour par convection naturelle vers la paroi interne ; le transfert de chaleur se fait aussi par convection naturelle du milieu ambiant vers la paroi extérieure.

Exterieur. Enfin, le transfert se fera par conduction vers les tubes à travers les tôles et l'isolant, puis par convection forcée vers le fluide frigorigène.

### ***1.2.2.1 Equations régissant les différents transferts de chaleur***

#### ***1.2.2.1.1 Equation de transfert par conduction***

L'équation régissant les phénomènes de conduction au sein de notre système, est l'équation de Poisson pour un problème bidimensionnel qui est donnée pour un milieu homogène (*i*) par :

$$\frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.1)$$

Où  $\alpha_i$  est le coefficient de diffusivité du milieu (*i*) considéré.

Dans les calculs, on négligera la variation des propriétés physiques des milieux solides considérés en fonction de la température ; par conséquent les diffusivités de ces milieux seront considérées constantes.

#### ***1.2.2.1.2 Equations de transfert par convection naturelle***

##### ***a) Convection sur l'interface extérieure avec l'air ambiant***

Ici, nous avons affaire à un problème de convection naturelle sur une plaque plane. Nous distinguons cependant les trois cas suivants :

- La plaque est verticale,
- La plaque est horizontale et elle est brassée par l'air sur sa face supérieure,
- La plaque est toujours horizontale, mais elle est cette fois-ci brassée sur sa face inférieure.

Dans chacune de ces trois dispositions, le mouvement de l'air est différent, comme le montre les figures ci-dessous.

Par conséquent, les coefficients de transfert par convection seront donnés par des relations différentes ; ces relations font intervenir les deux paramètres suivants :

- La température moyenne arithmétique :

$$T_m = \frac{T_p + T_\infty}{2} \quad (1.2)$$

Où  $T_p$  et  $T_\infty$  sont la température de la paroi et la température de l'air respectivement.

- La longueur caractéristique " $L_c$ ", qui intervient dans les corrélations concernant les plaques horizontales et qui représente le rapport de l'aire de la plaque sur son périmètre.

➤ *Corrélation pour le cas de la plaque verticale (fig.1.9)*

Cette situation a fait l'objet d'une étude très large et des résultats aussi bien théoriques qu'expérimentaux sont proposés pratiquement dans tous les ouvrages traitant du transfert de chaleur. Les études théoriques ont été rendues possibles, pour ce cas, par le fait que le mouvement de l'air sur la plaque est simple (courant ascendant dans le cas d'une plaque plus chaude et courant descendant dans le cas d'une plaque plus froide).

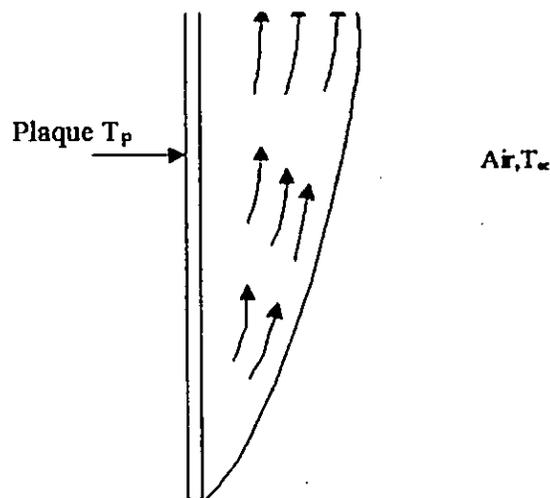


Fig.(1.9) : Plaque verticale chaude.

Une corrélation universelle est recommandée par Churchill [3],[4]. Cette corrélation peut être utilisée avec une bonne précision pour n'importe quelle valeur du nombre de Rayleigh.

$$\overline{Nu}_l = \left\{ 0.825 + 0.387 Ra_l^{1/6} \left[ 1 + \left( 0.492 / Pr \right)^{9/16} \right]^{8/27} \right\} \quad (1.3)$$

Pour des nombres de Rayleigh inférieurs à  $10^9$ , le même auteur propose une corrélation plus précise :

$$\overline{Nu}_l = 0.68 + 0.67 Ra_l^{1/4} \left[ 1 + \left( 0.492 / Pr \right)^{9/16} \right]^{4/9} \quad Ra_l \leq 10^9 \quad (1.4)$$

➤ *Corrélation pour le cas des plaques horizontales*

Dans le cas des plaques horizontales, le mouvement de l'air tout près de la surface est complexe, ce qui complique toute approche théorique du problème de convection dans ce cas. D'ailleurs, tous les ouvrages qu'on a consultés [1],[2],[3], ne donnent que des corrélation empiriques pour l'évaluation du coefficient de convection.

En se référant aux travaux de Mc-Adams, on peut utiliser les corrélation suivantes[1] :

Dans le cas d'une plaque horizontale froide brassée sur la face inférieure(fig.(1.10)) :

$$\left. \begin{aligned} \overline{Nu}_{lc} &= 0.54 Ra_{lc}^{1/4} & 10^4 \leq Ra_{lc} \leq 10^7 & (a) \\ \overline{Nu}_{lc} &= 0.15 Ra_{lc}^{1/4} & 10^7 \leq Ra_{lc} \leq 10^{11} & (b) \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

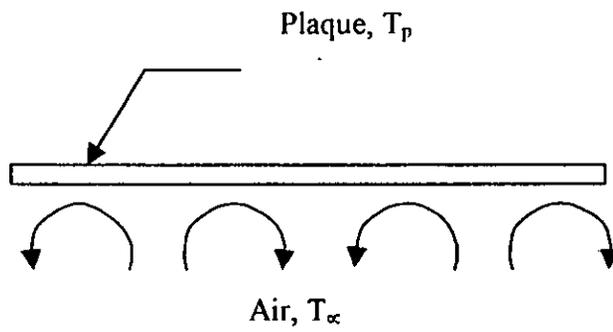


Fig.(1.11) : Plaque horizontale froide brassée sur la face inférieure

Dans le cas d'une plaque horizontale froide brassée sur la face supérieure (fig1.11) :

$$\overline{NUL}_c = 0.27 R_{al,c}^{1/4} \quad 10^5 \leq R_{al,c} \leq 10^{10} \quad (1.6)$$

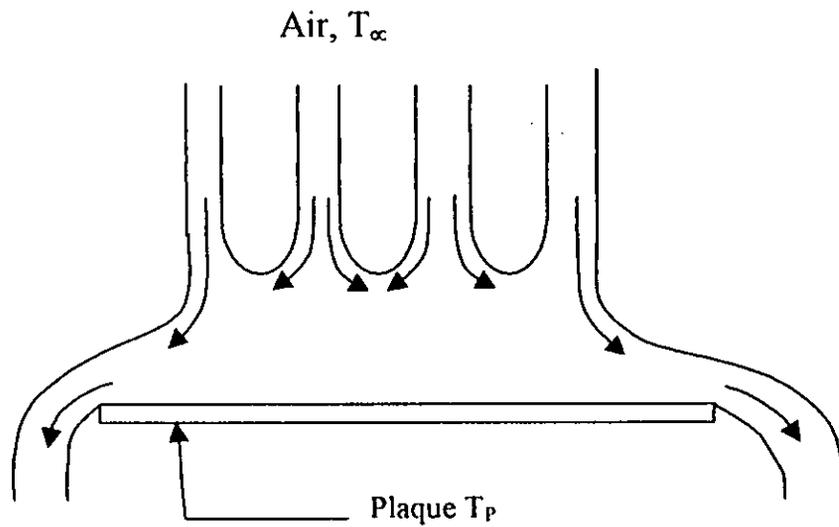


Fig (1.10) : plaque horizontale froid brassée sur la face supérieure

### *b) Convection à l'intérieur du tunnel*

Le mécanisme de la convection naturelle sur les parois intérieures peut être rapproché de celui décrit ci-dessus dans le cas des parois externes, avec cependant de petits écarts dus au fait que l'air intérieur ne pouvant être considéré comme un milieu infini, sa température varie avec le temps tout en restant uniforme [6].

Ainsi, le calcul du coefficient de transfert par convection à l'interface air- paroi interne se fera avec les mêmes corrélations précédentes (1.4), (1.5) et (1.6) ; sauf que dans ce cas, comme la température de l'air évolue, ce calcul suivra cette évolution pour donner des coefficients variables avec la température.

### *c) Convection naturelle à l'interface air-corps à refroidir*

La littérature donne des corrélations pour le coefficient de convection forcée dans le cas d'un corps plongé dans un écoulement de fluide [3], quant à la convection naturelle, on donne seulement des valeurs pour des formes usuelles comme les cylindres et les sphères [5].

#### ***1.2.2.1.3 Equation de transfert par convection forcée dans les tubes***

Les coefficients de convection forcée associée au phénomène d'évaporation des frigorigènes usuels peuvent être estimés en utilisant la relation empirique suivante[7]:

$$\frac{\overline{hD}}{k_L} = 9 \times 10^{-4} \left[ R_{cd}^2 \left( \frac{\Delta x h_{fg}}{L g} \right) \right]^{0.8} \quad (1.7)$$

$\Delta x$  : variation du titre de la vapeur du réfrigérant.

$h_{fg}$ : Enthalpie de vaporisation(kj/kg)

$L$  : longueur de tube (m)

Dans le cas qui nous concerne, nous nous contenterons de fixer la température du fluide frigorigène ainsi que le coefficient de convection, sans parler des propriétés du fluide frigorigène, qui dans la réalité subissent des variations liées à la nature transitoire des phénomènes de transfert étudiés. Ceci nous évitera d'avoir à gérer des problèmes de consistance thermodynamique qui peuvent se manifester lors des calculs.

Ainsi les tubes seront traités simplement comme des puits vers lesquels aboutissent en définitive tous les flux thermiques.

### 1.2.3 Procédure de résolution

Le problème sera traité comme un système bidimensionnel où les inconnues sont les températures au sein des milieux conductifs en plus des températures du corps à refroidir et de l'air de la chambre frigorifique.

Pour ce faire, on effectue un maillage des différents milieux conductifs et on écrit le bilan thermique pour chaque volume de contrôle élémentaire entourant un nœud du maillage.

Ces bilans donnent des équations de type :

$$q_{(i-1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i+1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j-1) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j+1) \rightarrow (i,j)} = (\rho c v)_{(i,j)} \frac{T_{(i,j)}^{p+1} - T_{(i,j)}^p}{\Delta t} \quad (1.8)$$

Pour un nœud  $(i,j)$  dont la température passe de  $T_{ij}(t)$  à l'instant  $(t)$  à  $T_{ij}(t+\Delta t)$  à l'instant  $(t+\Delta t)$  les différents débits de chaleur proviennent des nœuds voisins.

On obtient une autre équation en exprimant que le débit de chaleur convectif transmis du corps à refroidir vers l'air de la chambre frigorigène entre  $t$  et  $t+\Delta t$  se fait au détriment de son énergie interne

Enfin, une dernière équation est obtenue en faisant le bilan thermique de l'air de la chambre frigorifique entre l'instant  $t$  et l'instant  $t+\Delta t$ .

## CHAPITRE II :

### Evaluation du modèle numérique et résolution du problème

Dans ce chapitre nous allons d'abord faire une brève présentation des méthodes de différences finies qui conviennent parfaitement à la résolution des problèmes de transfert thermique ; puis nous nous appliquerons à élaborer les équations qui constitueront le système à résoudre sur la base de la méthode ADI choisie pour le traitement numérique du problème. Enfin, nous présenterons la procédure de programmation adoptée.

#### II- méthode des différences finies : *Polynomial*

Dans ce paragraphe on va exposer la méthode des différences finies d'une façon générale. Cette méthode se base essentiellement sur l'interpolations polynomiale et ça en faisant un développement limite sur la grandeur en question.

Soit donc ' $\phi$ ' une fonction (qui peut représenter une grandeur physique tel que la vitesse, la pression ou la température). le développement limite de ' $\phi$ ' par rapport à une variable dont ' $\phi$ ' dépend; soit la direction  $x$  par exemple; au voisinage d'un point  $M(x, y, t)$  s'écrit comme suit

$$(2.1) \left\{ \begin{array}{l} \phi(x + \Delta x, y, t) = \phi(x, y, t) + \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) + \dots \\ \phi(x - \Delta x, y, t) = \phi(x, y, t) - \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) + \dots \end{array} \right.$$

Une fois, la grandeur ' $\phi$ ' est discrétisée les deux directions spatiales  $x, y$  seront désignées par les deux entiers  $i, j$  respectivement tel que (voir: fig(2.1) )

$$x = i \cdot \Delta x$$

$$y = j \cdot \Delta y$$

$\Delta x$  : est l'incrément spatial suivant la direction  $x$ ,  
 $\Delta y$  : est l'incrément spatial suivant la direction  $y$ .

Un autre entier 'p' sera introduit pour désigner la variable temps tel que :  
 $t = p \Delta t$

$\Delta t$  : désigne l'incrément temps

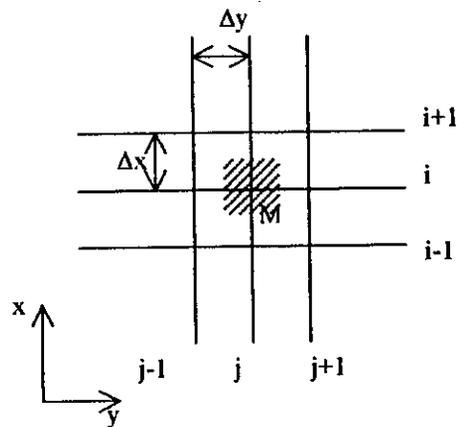


Fig ( 2-1) : Décomposition en différences fines

Si on suppose que  $\phi(x, y, t)$  est défini au point 'M' (voir (fig.(2.1))) tel que :

$$\phi(x, y, t)|_M = \phi_{i,j}^p(x, y, t) \quad (2.2)$$

D'ou

$$\phi(x + \Delta x, y, t) = \phi_{i+1,j}^p(x, y, t) \quad (2.3)$$

$$\phi(x - \Delta x, y, t) = \phi_{i-1,j}^p(x, y, t) \quad (2.4)$$

Et

$$(2.5) \quad \phi(x, y, t \pm \Delta t) = \phi_{ij}^{p \pm 1}(x; y, t)$$

On peut alors, écrire l'équation (2.1) comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{i+1,j}^p(x, y, t) = \phi_{i,j}^p(x, y, t) + \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) \Big|_M + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) + \quad (a) \\ \phi_{i-1,j}^p(x, y, t) = \phi_{i,j}^p(x, y, t) - \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) \Big|_M + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) + \quad (b) \end{array} \right. \quad (2.6)$$

- En soustrayant (a) de (b) on obtient :

$$\phi_{i+1,j}^p - \phi_{i-1,j}^p(x, y, t) = \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) \Big|_M + R1 \quad (2.7)$$

$$\text{soit } T1 = \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t)$$

Le terme 'R1' regroupe tous les termes de 3<sup>ème</sup> ordre et plus qui peuvent être négligés devant 'T1'.

On aura finalement :

$$(2.8) \quad \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{i,j}^p \cong \frac{\phi_{i+1,j}^p(x, y, t) - \phi_{i-1,j}^p(x, y, t)}{\Delta x}$$

On fait de même pour  $\phi(x, y, t)$  dans la direction 'y' :

- En sommant (a) avec (b) on obtient :

$$\phi_{i+1,j}^p + \phi_{i-1,j}^p(x, y, t) = \phi_{i,j}^p(x, y, t) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) + R2 \quad (2.10)$$

$$\text{soit } T2 = \phi_{i,j}^p(x, y, t) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t)$$

En négligeant comme ci dessus R2 devant 'T2' en aura :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, t) \Big|_{i,j}^p \cong \frac{\phi_{i+1,j}^p(x, y, t) + \phi_{i-1,j}^p(x, y, t) - 2\phi_{i,j}^p(x, y, t)}{(\Delta x)^2} \quad (2.11)$$

De même :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(x, y, t) \Big|_{i,j}^p \cong \frac{\phi_{i,j+1}^p(x, y, t) + \phi_{i,j-1}^p(x, y, t) - 2\phi_{i,j}^p(x, y, t)}{\Delta y^2} \quad (2.12)$$

En dérivant (2. 9) par rapport à 'x', on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \Big|_{i,j}^p &\cong \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{i,j+1}^p - \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{i,j-1}^p}{\Delta y} \\ &\cong \frac{\left( \frac{\phi_{i+1,j+1}^p - \phi_{i-1,j+1}^p}{\Delta x} \right) - \left( \frac{\phi_{i+1,j-1}^p - \phi_{i-1,j-1}^p}{\Delta x} \right)}{\Delta y} \end{aligned}$$

D'ou :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \Big|_{i,j}^p \cong \frac{(\phi_{i+1,j+1}^p(x, y, t) - \phi_{i-1,j+1}^p(x, y, t)) - (\phi_{i+1,j-1}^p(x, y, t) - \phi_{i-1,j-1}^p(x, y, t))}{\Delta x \Delta y}$$

## II-2 Approche directe pour la formulation des équations des nœuds, méthode des bilans énergétiques

L'équation en différences finies d'un nœud peut être obtenue en appliquant le principe de conservation de l'énergie à un volume de contrôle élémentaire autour de ce nœud.

La direction des flux de chaleur est inconnue, pour cela dans la formulation des bilans énergétiques, il convient de choisir le même sens pour tous les flux (flux sortants ou flux entrants), par rapport au nœud en question.

Ainsi pour un nœud  $(i,j)$ , cette équation s'établit comme suit (voir fig.(2.3))

$$q_{(i-1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i+1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j-1) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j+1) \rightarrow (i,j)} = (\rho c v)_{(i,j)} \frac{T_{(i,j)}^{p+1} - T_{(i,j)}^p}{\Delta t} \quad (2.13)$$

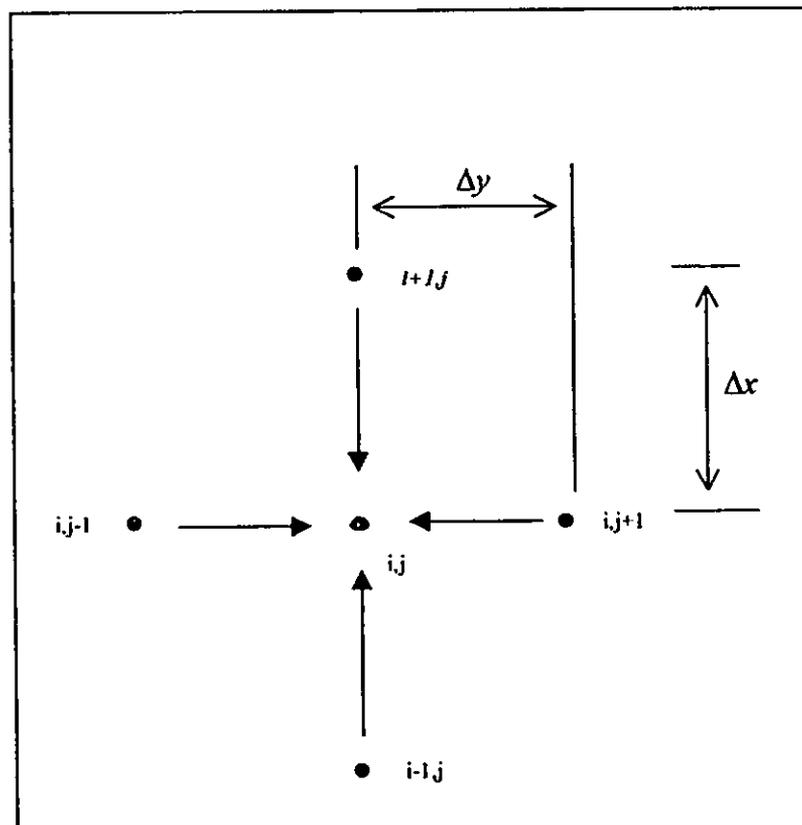


fig.(2.2) conduction vers un nœud à travers les nœuds voisins

Le terme à droite de cette égalité exprime la variation d'énergie interne du volume de contrôle élémentaire  $(i, j)$ , entre l'instant  $(p\Delta t)$  et l'instant  $(p+1)\Delta t$ .

Remarquons au passage que le terme  $\frac{T_{(i,j)}^{p+1} - T_{(i,j)}^p}{\Delta t}$  n'est autre que la discrétisation limitée au premier degré du terme  $(\partial T / \partial t)$  ( voir équation (2.9) ).

$V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot l$  : désigne le volume de contrôle élémentaire,

$q_{k \rightarrow (i,j)}$  ; est le flux de conduction arrivant d'un nœud voisin 'k' vers le nœud  $(i, j)$

A présent exprimons les différents flux figurants dans l'équation (2.13) pour un nœud intérieur (c'est-à-dire entouré par '4' nœuds appartenant au même milieu ) ; ces expressions sont obtenues simplement en appliquant la loi de Fourier :

$$q_{(i-1,j) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta y \cdot l) \frac{T_{(i-1,j)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta x} \quad (2.14)$$

$$q_{(i+1,j) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta y \cdot l) \frac{T_{(i+1,j)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta x} \quad (2.15)$$

$$q_{(i,j-1) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta x \cdot l) \frac{T_{(i,j-1)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta y} \quad (2.16)$$

$$q_{(i,j+1) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta x \cdot l) \frac{T_{(i,j+1)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta y} \quad (2.17)$$

Il est à noter que dans les expressions ci-dessus, les flux de chaleur sont calculés à l'instant antérieur  $(p\Delta t)$ . On aurait pu les exprimer à l'instant actuel  $(p+1)\Delta t$ . C'est pourquoi, deux formulations sont possibles : la formulation explicite dans le premier cas et la formulation implicite dans le second cas.

### II-3-1 Méthode explicite

Pour écrire l'équation d'un nœud intérieur  $(i, j)$  dans ce cas, il suffit de porter les expressions des flux de (2.14) à (2.17) dans l'équation (2.13) et de réarranger pour obtenir ;

$$T_{i,j}^{p+1} = Fo(T_{i+1,j}^p + T_{i-1,j}^p + T_{i,j+1}^p + T_{i,j-1}^p) + (1 - 4Fo)T_{i,j}^p \quad (2.18)$$

où on a pris  $\Delta x = \Delta y$  et on a posé :  $Fo = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ ,

qui représente la forme approximative en différences finies du nombre de Fourier avec :

$$\alpha = \frac{k}{\rho c}, \text{ diffusivité du milieu conducteur considéré.}$$

L'expression (2.18) permet de calculer directement la température  $T_{i,j}^{p+1}$  de l'élément  $(i, j)$  à l'instant  $(p+1) \Delta t$ , si l'on connaît les températures de cet élément et des 4 éléments voisins à l'instant antérieur  $p \Delta t$ .

L'avantage de la méthode explicite réside dans la simplicité de sa mise en œuvre qui permet de réduire considérablement l'espace mémoire réservé. Son inconvénient est qu'elle est soumise à des critères de stabilité et de convergence assez sévères [8], ce qui donne un temps de calcul important.

Les critères de stabilité font intervenir des conditions combinant les incréments spatiaux et temporel, ou encore, d'une façon générale, les caractéristiques physiques du système. Ces différents paramètres sont généralement représentés dans les conditions de stabilité par des nombres adimensionnels tels que le nombre de Fourier 'Fo', défini précédemment et le nombre de Biot donné par :

$$Bio = h \frac{\Delta x}{k}$$

Cette expression représente la forme approximative en différences finies du nombre de Biot.

La condition peut prendre par exemple la forme d'une limite sur l'incrément temporel exprimé en fonction des incréments spatiaux [9].

### II-3-2 Méthode implicite

Dans ce cas, les flux de chaleur de l'équation (2.13) s'expriment à l'instant actuel, c'est à dire à l'instant  $(p+1) \Delta t$ , on a alors les équations suivantes :

$$q_{(i-1,j) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i-1,j)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta x} \quad (2.19)$$

$$q_{(i+1,j) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i+1,j)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta x} \quad (2.20)$$

$$q_{(i,j-1) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta x.1) \frac{T_{(i,j-1)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta y} \quad (2.21)$$

$$q_{(i,j+1) \rightarrow (i,j)} = k(\Delta x.1) \frac{T_{(i,j+1)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta y} \quad (2.22)$$

En portant ces expressions dans l'équation (2.13) puis en réarrangeant , on obtient pour un nœud intérieur, toujours avec  $\Delta x = \Delta y$ , l'expression :

$$(1 + 4F_0)T_{i,j}^{p+1} - F_0(T_{i+1,j}^{p+1} + T_{i-1,j}^{p+1} + T_{i,j+1}^{p+1} + T_{i,j-1}^{p+1}) = T_{ij}^p \quad (2.23)$$

Notons que Cette équation relie entre elles les températures du nœud  $(i, j)$  et des nœuds voisins à l'instant actuel  $(p+1) \Delta t$  et ne peut donc être résolue séparément pour donner explicitement la température,  $T_{(i,j)}^{p+1}$  comme dans la méthode explicite.

Dans ce cas, il est nécessaire d'écrire l'ensemble des équations nodales et de les résoudre simultanément par l'une des méthodes de l'algèbre linéaire, pour trouver la distribution actuelle des températures.

La méthode implicite présente certes quelques difficultés dans sa mise en œuvre, mais elle est inconditionnellement stable .

Illustrons la formulation de la méthode implicite dans le cas d'un problème unidimensionnel. Soit par exemple le cas d'une plaque plane de diffusivité thermique uniforme et d'épaisseur ' $e$ ' assez faible devant sa largeur (fig2.3). Cette plaque est initialement portée à une température uniforme  $T_i$ .

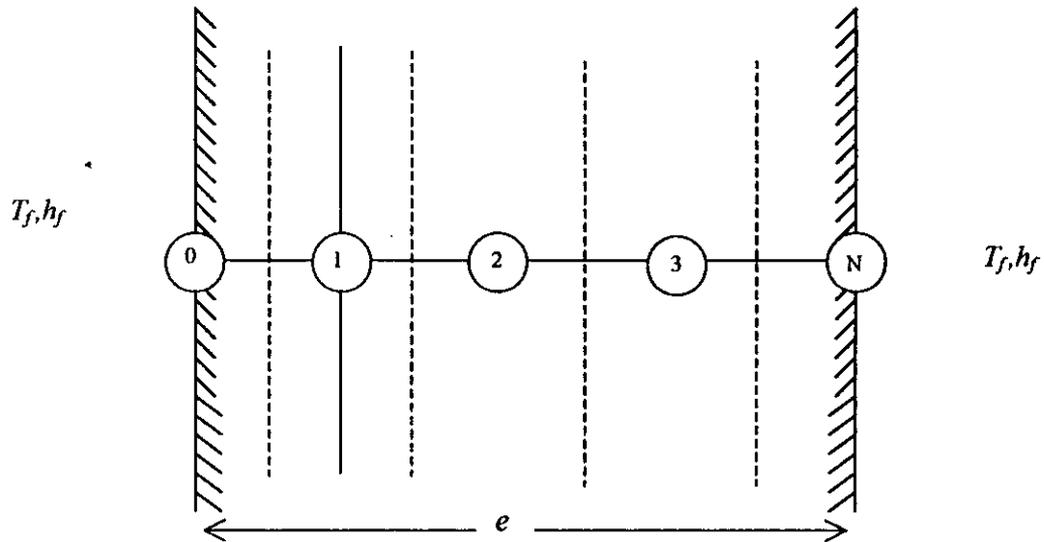


Fig.(2.3) : Division de la plaque pour la solution numérique en régime transitoire.

A l'instant  $t = 0$ , elle est plongée dans un milieu à température  $T_f$  tel que  $T_i \ll T_f$ .

On admet que la résistance thermique à la surface de la plaque est assez faible pour que la température superficielle atteigne instantanément celle du milieu, on se propose de déterminer la répartition des températures à l'instant  $t = t_{fin}$  compté à partir de l'instant initial.

En écrivant les équations nodales, on aboutit dans ce cas à un système de la forme :

$$(J) \left\{ \begin{array}{l} a_1 T_1^{p+1} + b_1 T_2^{p+1} = d_1 \\ c_2 T_1^{p+1} + a_2 T_2^{p+1} + b_2 T_3^{p+1} = d_2 \\ \text{-----} \\ c_i T_{i-1}^{p+1} + a_i T_i^{p+1} + c_i T_{i+1}^{p+1} = d_i \\ \text{-----} \\ c_{n-1} T_{n-2}^{p+1} + a_{n-1} T_{n-1}^{p+1} + b_{n-1} T_n^{p+1} = d_{n-1} \\ c_n T_{n-1}^{p+1} + a_n T_n^{p+1} = d_n \end{array} \right.$$

où les coefficients  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  sont fonction des incréments  $\Delta t$  et  $\Delta x$  ainsi que des propriétés physiques du milieu conducteur ; les coefficients  $a_i$  et  $d_i$  sont de plus fonctions des propriétés du milieu convectif ou radiatif introduites par les conditions aux limites dans le cas des nœuds frontières ; enfin les coefficients  $d_i$  sont aussi fonctions des températures à l'instant antérieur  $p\Delta t$ .

- Dans ce cas, un schéma de résolution directe existe [9], dont l'algorithme est donné comme suit :

$$T_N = \gamma_N$$

$$T_i = \gamma_i - b_i \frac{T_{i+1}}{\beta_i}$$

Où les coefficients  $\gamma_i$ , et  $\beta_i$  sont déterminés par les formules de récurrences suivantes :

$$\beta_1 = a_1$$

$$\gamma_1 = d_1/a_1$$

$$\beta_i = a_i - c_i \frac{b_{i-1}}{\beta_{i-1}}$$

$$\gamma_i = \frac{d_i - c_i \gamma_{i-1}}{\beta_i} \quad i = 2, 3, 4, \dots, N$$

Ainsi avec cet algorithme, le système matriciel précédent de dimension ' $N^2$ ' ( $N$  représente le nombre de nœuds), peut être traité comme un problème qui fait intervenir trois vecteurs  $A$ ,  $B$ , et  $C$  au lieu de la matrice ' $M$ ', ce qui réduit considérablement l'espace mémoire réservé dans les calculateurs et le temps de calcul, puisque au lieu de balayer toute la matrice ' $M$ ' c.-à-d. ( $N \times N$ ) éléments, on va tout simplement balayer  $(N + (N-1) + N-1) = 3N-2$  éléments.

Remarquons que les vecteurs  $A$  et  $C$  de dimension  $(N-1)$  et le vecteur  $B$  de dimension  $(N)$  représentent les trois diagonales non nulles de la matrice  $M$ . Ainsi, à chaque fois qu'un système peut être formulé avec une matrice tridiagonale, il présentera l'avantage de se prêter à une résolution par l'algorithme ci-dessus.

Il faut noter qu'à chaque incrément de temps, seul le vecteur  $D$  (constitué par les coefficients  $d_i$ ) connaîtra un changement tandis que les vecteurs  $A, B, C$  demeurent inchangés dans le cas où les conditions aux limites ne sont pas fonctions de temps.

### II-3-1 Méthodes hybrides

Dans les méthodes implicites, on retrouve les systèmes à matrice tridiagonale uniquement dans les problèmes unidimensionnels. Dans le cas d'un problème bidimensionnel, par exemple, la formulation implicite conduit à un système à matrice pentadiagonale. Dans ces cas, il est difficile de trouver un algorithme qui présente les avantages de celui établi ci-dessus. Pour résoudre le problème, on ne peut alors échapper aux calculs matriciels habituels.

Des méthodes hybrides sont proposées, combinant le schéma implicite avec le schéma explicite, pour permettre une formulation des problèmes multidimensionnels avec des systèmes à matrice tridiagonale.

On démontre que ces méthodes conservent l'avantage de la stabilité et de la convergence des méthodes implicites tout en permettant cette formulation simple du problème [8], [9]. Parmi ces méthodes la plus utilisée est la méthode A.D.I (Alternating Direction Implicit Method) où encore méthode de *Peaceman-Rachford*, qui dans le cas des problèmes bidimensionnels,

utilise alternativement un schéma implicite dans l'une des deux directions et un schéma explicite dans l'autre ...

### Méthode A.D.I

A l'instant  $(p+1)\Delta t$ , les flux de chaleur pour un nœud intérieur  $(i,j)$  (voir fig.(2.2)) sont exprimés à l'instant  $p\Delta t$  dans la direction  $(i)$  et à l'instant  $(p+1)\Delta t$  dans la direction  $(j)$ , on obtient ainsi les expressions:

$$q_{(i-1,j)\rightarrow(i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i-1,j)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta x} \quad (2.24)$$

$$q_{(i+1,j)\rightarrow(i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i+1,j)}^p - T_{(i,j)}^p}{\Delta x} \quad (2.25)$$

$$q_{(i,j-1)\rightarrow(i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i,j-1)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta x} \quad (2.26)$$

$$q_{(i,j+1)\rightarrow(i,j)} = k(\Delta y.1) \frac{T_{(i,j+1)}^{p+1} - T_{(i,j)}^{p+1}}{\Delta x} \quad (2.27)$$

En portant ces expressions dans l'équation (2.13), avec  $\Delta x = \Delta y$ , on obtient après quelques arrangements :

$$(1 + 2Fo)T_{i,j}^{p+1} - Fo(T_{i,j-1}^{p+1} + T_{i,j+1}^{p+1}) = (1 - 2Fo)T_{i,j}^p - Fo(T_{i-1,j}^p + T_{i+1,j}^p) \quad (2.28)$$

A l'instant  $(p+2)\Delta t$  les flux de chaleur pour le même nœud intérieur  $(i,j)$  seront exprimés à l'instant  $(p+1)\Delta t$  dans la direction  $(j)$  et à l'instant  $(p+2)\Delta t$  dans la direction  $(i)$  [9].

En procédant de la même manière que ci-dessus on obtient l'équation :

$$(1 + 2Fo)T_{i,j}^{p+2} - Fo(T_{i-1,j}^{p+2} + T_{i+1,j}^{p+2}) = (1 - 2Fo)T_{i,j}^{p+1} + Fo(T_{i,j-1}^{p+1} + T_{i,j+1}^{p+1}) \quad (2.29)$$

#### II-4 Présentation du système à résoudre

En appliquant la méthode *A.D.I* à notre problème, on obtient pour chaque nœud deux équations correspondant à deux instants successifs situés à  $\Delta t$  d'intervalle.

On aboutit donc à deux systèmes à matrice tridiagonale chacun ; un système où les inconnues sont les températures nodales a l'instant ( $t$ ) par exemple et un autre système où les inconnues sont les mêmes températures mais a l'instant ( $t + \Delta t$ ) où  $\Delta t$  représente l'incrément temporel .

Les équations (2.28) et (2.29) écrites précédemment pour un nœud intérieur peuvent se généraliser pour n'importe quel nœud, en les mettant sous la forme :

- A l'instant  $(p+1) \Delta t$ :

$$c_k^{p+1} T_{i,j-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,j}^{p+1} + b_k^{p+1} T_{i-1,j}^{p+1} = c_k^p T_{i-1,j}^p + a_k^p T_{i,j}^p + b_k^p T_{i+1,j}^p \quad (2.30)$$

- A l'instant  $(p+2) \Delta t$ :

$$c_k^{p+2} T_{i-1,j}^{p+2} + a_k^{p+2} T_{i,j}^{p+2} + b_k^{p+2} T_{i+1,j}^{p+2} = c_k^{p+1} T_{i,j-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,j}^{p+1} + b_k^{p+1} T_{i-1,j}^{p+1} \quad (2.31)$$

Pour :

$$\begin{cases} i = 1, N \\ J = 1, M \\ K = 1, \text{jusqu'au Nombre total des nœuds} \end{cases}$$

#### Condition de symétrie

Dans les équations écrites pour les nœuds appartenant au plan de symétrie, figurent des termes correspondant aux quatre nœuds voisins, Ainsi par exemple, si l'on désigne un nœud du plan de symétrie par  $(i, M)$ , on retrouve dans l'équation de ce nœud terme comprenant la température du nœud  $(i, M+1)$  qui n'est pas atteint par le balayage, ce qui cause un problème dans le calcul des coefficients  $d_i$ .

De plus, afin d'avoir un système tridiagonal, il est nécessaire de faire en sorte que la dernière équation du système ne comprenne pas de terme correspondant au coefficient  $b_k$ .

Pour remédier à ces deux problèmes, on utilise les deux conditions suivantes :

- la première découle de la condition de symétrie :  $T_{i,M+1}^{p+1} = T_{M-1}^{p+1}$

Cette condition sera utilisée dans le cas où le balayage s'effectuerait dans la direction  $(o, y)$  c'est-à-dire suivant l'incrément 'j', de la manière suivante :

Soit l'équation d'un nœud à l'instant actuel  $(p+1) \Delta t$  :

$$c_k^{p+1} T_{i,M-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,M}^{p+1} + b_k^{p+1} T_{i,M-1}^{p+1} = d_k^p(M)$$

d'après la condition de symétrie on peut affecter la valeur de  $T_{i,M-1}^{p+1}$  à  $T_{i,M+1}^{p+1}$

d'où :

$$c_k^{p+1} T_{i,M-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,M}^{p+1} + b_k^{p+1} T_{i,M-1}^{p+1} = d_k^p(M)$$

ou encore :

$$(c_k^{p+1} + b_k^{p+1}) T_{i,M-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,M}^{p+1} = d_k^p(M)$$

Si on pose :

$$c_k^{p+1} = (c_k^{p+1} + b_k^{p+1})$$

L'équation (2.32) se décompose en deux équations de la manière suivante :

$$c_k^{p+1} = (c_k^{p+1} + b_k^{p+1})$$

$$c_k^{p+1} T_{i,M-1}^{p+1} + a_k^{p+1} T_{i,M}^{p+1} = d_k^p(M)$$

- la seconde est utilisée dans le cas d'un balayage suivant l'incrément  $(i)$ , puisque

les coefficients  $d_k^{p+1}(M)$  sont fonctions des températures  $T_{(i,M+1)}^{p+1}$ , donc avant de commencer le calcul, on devrait affecter la valeur de :  $T_{(i,M-1)}^{p+1}$  à  $T_{(i,M+1)}^{p+1}$

À l'instant  $(p+2)t$ , l'équation (2.31) se décompose comme suit,

$$T_{i,M+1}^{p+1} = T_{i,M-1}^{p+1}$$

$$c_k^{p+2} T_{i,M-1}^{p+2} + a_k^{p+2} T_{i,M}^{p+2} = d_k^{p+1}(M)$$

### II-3-2 Développement des algorithmes permettant le calcul des coefficients $a_k, b_k, c_k, d_k$

Les coefficients  $a_k, b_k, c_k, d_k$  figurant dans les équations des nœuds sont fonctions des propriétés thermodynamiques du milieu auquel le nœud appartient en plus de sa position, c'est-à-dire, s'il s'agit d'un nœud intérieur, intermédiaire, d'un nœud situé sur un angle entre deux milieux, etc...

Donc pour chaque cas de figure, un algorithme de calcul est développé, il nous permettra le calcul des coefficients de chaque nœud suivant sa nature et sa position. Ces algorithmes sont donnés ci-après.

#### Nœuds intérieurs :

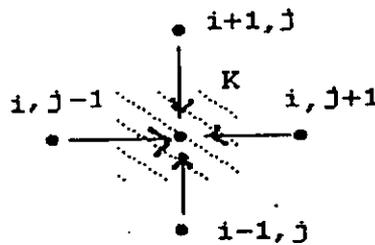


fig.(2.4) : nœuds intérieurs.

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

$$a_k^p = 1 - 2Fo_x$$

$$a_k^{p+1} = 1 + 2Fo_y$$

$$b_k^p = Fo_x$$

$$b_k^{p+1} = Fo_y$$

$$c_k^p = Fo_x$$

$$c_k^{p+1} = Fo_y$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + c_k^p T^p(i-1, j) + b_k^p T^p(i+1, j)$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ :

$$a_k^{p+1} = 1 - 2Fo_y \qquad a_k^{p+2} = 1 + 2Fo_x$$

$$b_k^{p+1} = -Fo_y \qquad b_k^{p+2} = -Fo_x$$

$$c_k^{p+1} = -Fo_y \qquad c_k^{p+2} = -Fo_x$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1}T^{p+1}(i, j) + c_k^{p+1}T^{p+1}(i, j - 1) + b_k^{p+1}T^{p+1}(i, j + 1)$$

Les différents coefficients pour ce cas de figure découlent des calculs déjà effectués.

**Nœuds à l'interface de deux milieux**

Dans ce cas, on distingue deux configurations :

- une première configuration représentée par la figure(2.5.a). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

Le bilan thermique des flux donne l'équation :

$$\frac{1}{2}(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = 2k_2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p) + 2k_1 \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p) + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i,j-1}^{p+1} + T_{i,j+1}^{p+1} - 2T_{i,j}^{p+1})$$

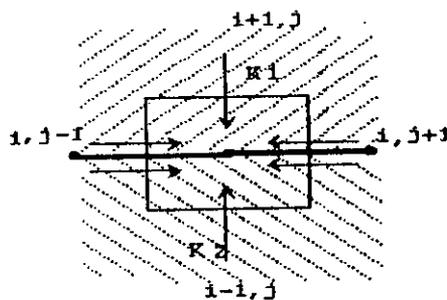


fig.(2.5.a) : Nœuds à l'interface de deux milieux, 1<sup>er</sup> cas

posons,

$$F_{O11x}^{11} = \frac{k_1 + k_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{O11y}^{11} = \frac{k_1 + k_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$F_{O11x}^{10} = \frac{k_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{O11y}^{10} = \frac{k_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$F_{O11x}^{01} = \frac{k_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{O11y}^{01} = \frac{k_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

L'équation du bilan précédente devient ainsi :

$$(1 + 2F_{O11y}^{11})T_{i,j}^{p+1} - F_{O11y}^{11}(T_{i,j+1}^{p+1} + T_{i,j-1}^{p+1}) =$$

$$(1 - 2F_{O11x}^{11})T_{i,j}^p + 2F_{O11x}^{01}T_{i-1,j}^p + 2F_{O11x}^{10}T_{i+1,j}^p$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ :

On déduit directement de l'équation développée à l'instant  $(p+1)\Delta t$ , l'équation :

$$(1 + 2F_{O11x}^{11})T_{i,j}^{p+2} - 2F_{O11x}^{01}T_{i-1,j}^{p+2} - 2F_{O11x}^{10}T_{i+1,j}^{p+2} =$$

$$(1 - 2F_{O11y}^{11})T_{i,j}^{p+1} + F_{O11y}^{11}(T_{i,j+1}^{p+1} + T_{i,j-1}^{p+1})$$

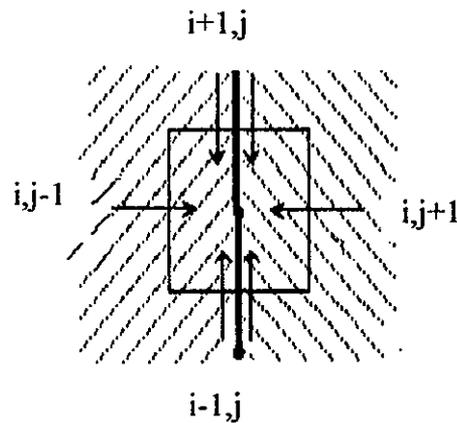
- une deuxième configuration représentée par la figure(2.5.b). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

Le bilan thermique des flux donne l'équation :

$$(T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = F_{O11x}^{11}(T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p) + F_{O11y}^{11}(T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p) +$$

$$+ 2F_{O11x}^{10}(T_{i,j-1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1}) + F_{O11x}^{01}(T_{i,j+1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1})$$

fig.(2.5.b) : Nœuds à l'interface de deux milieux, 2<sup>ème</sup> cas

soit encore,

$$\begin{aligned} (1 + 2F_{O11y}^{11})T_{i,j}^{p+1} - 2F_{O11y}^{10}T_{i,j+1}^{p+1} - 2F_{O11y}^{01}T_{i,j-1}^{p+1} = \\ (1 - 2F_{O11x}^{11})T_{i,j}^p + 2F_{O11x}^{11}(T_{i-1,j}^p + T_{i+1,j}^p) \end{aligned}$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2F_{O11x}^{11})T_{i,j}^{p+2} - 2F_{O11x}^{11}(T_{i-1,j}^{p+2} + T_{i+1,j}^{p+2}) = \\ (1 - 2F_{O11y}^{11})T_{i,j}^{p+1} + 2F_{O11y}^{10}T_{i,j+1}^{p+1} + 2F_{O11y}^{01}T_{i,j-1}^{p+1} \end{aligned}$$

### *Nœuds situés sur un angle à l'interface entre deux milieux solides*

Dans ce cas aussi, on distingue deux configurations :

- une première configuration représentée par la figure(4.6.a). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ :

Du bilan des flux de chaleur découle l'équation :

$$\left(\frac{3}{4}\rho_1 c_1 + \frac{1}{4}\rho_2 c_2\right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p) +$$

$$k_1 \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p) + k_1 \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i,j-1}^{p+1} - T_{i,j}^p) + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i,j+1}^{p+1} - T_{i,j}^p)$$

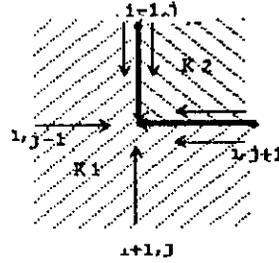


fig.(2.6.a) : Nœuds situés sur un angle à l'interface entre deux milieux solides 1<sup>er</sup> cas

Posons :

$$F_{o31x}^{31} = \frac{3k_1 + k_2}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{o31y}^{31} = \frac{3k_1 + k_2}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$F_{o31x}^{10} = \frac{k_1}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{o31y}^{10} = \frac{k_1}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$F_{o31x}^{11} = \frac{k_1 + k_2}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad F_{o31y}^{11} = \frac{k_1 + k_2}{3\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

L'équation du bilan précédente devient ainsi :

$$(1 + 2F_{o31y}^{31})T_{i,j}^{p+1} - 4F_{o31y}^{10}T_{i,j+1}^{p+1} - 2F_{o31y}^{12}T_{i,j+1}^{p+1} =$$

$$(1 - 2F_{o31x}^{31})T_{i,j}^p + 4F_{o31x}^{10}T_{i-1,j}^p + 2F_{o31x}^{12}T_{i+1,j}^p$$

D'où les coefficients :

$$a_k^p = 1 - 2F_{o31x}^{31} \quad a_k^{p+1} = 1 + 2F_{o31y}^{31}$$

$$b_k^p = 2F_{o31x}^{11} \quad b_k^{p+1} = -2F_{o31y}^{11}$$

$$c_k^p = 4F_{o31x}^{k1} \quad c_k^{p+1} = -4F_{o31y}^{k1}$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i + 1, j) + c_k^p T^p(i - 1, j)$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ :

$$\begin{aligned} (1 + 2F_{o31x}^{31})T_{i,j}^{p+2} - 4F_{o31x}^{10}T_{i-1,j}^{p+2} - 2F_{o31x}^{21}T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 2F_{o31y}^{31})T_{i,j-1}^{p+1} + 4F_{o31y}^{10}T_{i-1}^{p+1} + 2F_{o31y}^{12}T_{i,j+1}^{p+1} \end{aligned}$$

D'où les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^{p+1} &= 1 - 2F_{o31y}^{31} & a_k^{p+2} &= 1 + 2F_{o31x}^{31} \\ b_k^{p+1} &= 2F_{o31y}^{11} & b_k^{p+2} &= -2F_{o31x}^{11} \\ c_k^{p+1} &= 4F_{o31y}^{10} & c_k^{p+2} &= -4F_{o31x}^{10} \end{aligned}$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j + 1) + c_k^{p+1} T^{p+1}(i, j - 1)$$

- une deuxième configuration représentée par la figure(2.6.b). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ , on a l'équation :

$$\begin{aligned} (1 + 2F_{o31y}^{31})T_{i,j}^{p+1} - 2F_{o31y}^{11}T_{i,j+1}^{p+1} - 4F_{o31y}^{10}T_{i,j-1}^{p+1} = \\ (1 - 2F_{o31x}^{31})T_{i,j}^p + 2F_{o31x}^{11}T_{i-1,j}^p + 4F_{o31x}^{10}T_{i+1,j}^p \end{aligned}$$

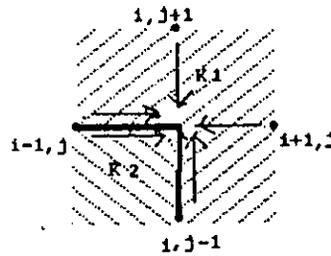


fig.(2.6.b) : Nœuds situés sur un angle à l'interface entre deux milieux solides 2ème cas

D'où les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^p &= 1 - 2F_{o31x}^{31} & a_k^{p+1} &= 1 + 2F_{o31y}^{31} \\ b_k^p &= 2F_{o31x}^{11} & b_k^{p+1} &= -2F_{o31y}^{11} \\ c_k^p &= 4F_{o31x}^{10} & c_k^{p+1} &= -4F_{o31y}^{10} \end{aligned}$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + c_k^p T^p(i-1, j)$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ :

$$\begin{aligned} (1 + 2F_{o31x}^{31}) T_{i,j}^{p+2} - 2F_{o31x}^{11} T_{i-1,j}^{p+2} - 4F_{o31x}^{10} T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 2F_{o31y}^{31}) T_{i,j}^{p+1} + 4F_{o31y}^{10} T_{i,j-1}^{p+1} + 2F_{o31y}^{11} T_{i,j+1}^{p+1} \end{aligned}$$

$$a_k^{p+1} = 1 + 2F_{o31y}^{31} \quad a_k^{p+2} = 1 + 2F_{o31x}^{31}$$

$$b_k^{p+1} = 2F_{o31y}^{11} \quad b_k^{p+2} = -4F_{o31x}^{11}$$

$$c_k^{p+1} = 4F_{o31y}^{10} \quad c_k^{p+2} = -2F_{o31x}^{10}$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j+1) + c_k^{p+1} T^{p+1}(i, j-1)$$

**Nœuds situés sur une arête intérieure exposée à la convection avec un fluide de température variable avec le temps :**

Comme précédemment, on distingue deux configurations :

- une première configuration représentée par la figure(2.7.a). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

Le bilan des flux de chaleur donne l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}(\rho c) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = k \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p) + \frac{k}{2} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p) \\ + k \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) (T_{i,j-1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1}) + \frac{k}{2} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) (T_{i,j+1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1}) + h_{y1} \frac{\Delta x}{2} (T_{\infty}^{p-1} - T_{i,j}^p) + h_x \frac{\Delta y}{2} (T_{\infty}^p - T_{i,j}^p) \end{aligned}$$

Où :

$h_{y1}$  : représente le coefficient de convection sur la face supérieure d'une plaque horizontale.

$h_x$  : représente le coefficient de convection sur une plaque verticale.

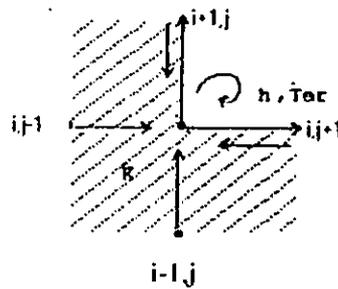


Fig.(2.7.a) : Nœuds situés sur une arête intérieure exposée à la convection avec un fluide de température variable avec le temps, 1<sup>er</sup> cas:

Posons :

$$Fo_{3x} = \frac{k}{3\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad Fo_{3y} = \frac{k}{3\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_{3x} Bio_x = \frac{h_x}{3\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad Fo_{3y} Bio_{y1} = \frac{h_{y1}}{3\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)$$

$$Fo_{3y} Bio_{y2} = \frac{h_{y2}}{3\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)$$

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ , on a l'équation :

$$\begin{aligned} (1 + 6Fo_{3y} + 2Fo_{3y} Bio_{y1}) T_{i,j}^{p+1} - 4Fo_{3y} T_{i,j-1}^{p+1} - 2Fo_{3y} T_{i,j+1}^{p+1} = \\ ((1 - 6Fo_{3x} - 2Fo_{3x} Bio_x) T_{i,j}^p - 4Fo_{3x} T_{i-1,j}^p - 2Fo_{3x} T_{i+1,j}^p) + \\ + 2(Fo_{3x} Bio_x + Fo_{3y} Bio_{y1}) T_{\infty}^{p-1} \end{aligned}$$

D'où les coefficients :

$$a_k^p = 1 - 6Fo_{3x} - 2Fo_{3x} Bio_x \quad a_k^{p+1} = 1 + 6Fo_{3y} + 2Fo_{3y} Bio_{y1}$$

$$b_k^p = 2Fo_{3x} \quad b_k^{p+1} = -2Fo_{3y}$$

$$c_k^p = 4Fo_{3x} \quad c_k^{p+1} = -4Fo_{3y}$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + c_k^p T^p(i-1, j) + 2(Fo_{3x} Bio_x + Fo_{3y} Bio_{y1}) T_{\infty}^{p-1}$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ , on a :

$$(1 + 6Fo_{3x} + 2Fo_{3x}Bio_x)T_{i,j}^{p+2} - 4Fo_{3x}T_{i-1,j}^{p+2} - 2Fo_{3x}T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 6Fo_{3y} - 2Fo_{3y}Bio_{y1})T_{i,j}^{p+1} - 4Fo_{3y}T_{i,j-1}^{p+1} - \\ - 2Fo_{3y}T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_{3x}Bio_x + Fo_{3y}Bio_{y1})T_{\infty}^{p-1}$$

D'où les coefficients :

$$a_k^{p+1} = 1 - 6Fo_{3y} - 2Fo_{3y}Bio_{y1} \qquad a_k^{p+2} = 1 + 6Fo_{3x} + 2Fo_{3x}Bio_x \\ b_k^{p+1} = 2Fo_{3y} \qquad b_k^{p+2} = -2Fo_{3x} \\ c_k^{p+1} = 4Fo_{3y} \qquad c_k^{p+2} = -4Fo_{3x}$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1}T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1}T^{p+1}(i, j + 1) + \\ + c_k^{p+1}T^{p+1}(i, j - 1) + 2(Fo_{3x}Bio_x + Fo_{3y}Bio_{y1})T_{\infty}^{p-1}$$

- une deuxième configuration représentée par la figure(2.4.b). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ , en adoptant la même procédure que ci-dessus, on aboutit à l'équation :

$$(1 + 6Fo_{3y} + 2Fo_{3y}Bio_{y1})T_{i,j}^{p+1} - 4Fo_{3y}T_{i,j-1}^{p+1} - 2Fo_{3y}T_{i,j+1}^{p+1} = \\ (1 - 6Fo_{3x} - 2Fo_{3x}Bio_x)T_{i,j}^p - 4Fo_{3x}T_{i-1,j}^p - \\ - 2Fo_{3x}T_{i+1,j}^p + 2(Fo_{3x}Bio_x + Fo_{3y}Bio_{y1})T_{\infty}^{p-1}$$

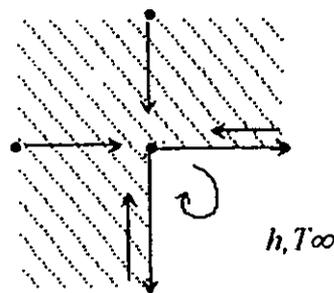


Fig.(2.7.b) : Nœuds situés sur une arête intérieure exposée à la onvection avec un fluide de température variable avec le temps, 2ème cas:

D'où les coefficients :

$$a_k^{p+2} = 1 - 6Fo_{3x} - 2Fo_x Bio_x$$

$$a_k^{p+1} = 1 + 6Fo_{3y} + 2Fo_{3y} Bio_{y2}$$

$$b_k^{p+2} = 4Fo_{3x}$$

$$b_k^{p+1} = -2Fo_{3y}$$

$$c_k^{p+2} = 2Fo_{3x}$$

$$c_k^{p+1} = -4Fo_{3y}$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + c_k^p T^p(i-1, j) + 2(Fo_{3x} Bio_x + Fo_{3y} Bio_{y2}) T_\infty^{p-1}$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$ , on a de même ;

$$\begin{aligned} (1 + 6Fo_{3x} + 2Fo_{3x} Bio_x) T_{i,j}^{p+2} - 4Fo_{3x} T_{i-1,j}^{p+2} - 2Fo_{3x} T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 6Fo_{3y} - 2Fo_{3y} Bio_{y1}) T_{i,j}^{p+1} - 4Fo_{3y} T_{i,j-1}^{p+1} - \\ 2Fo_{3y} T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_{3x} Bio_x + Fo_{3y} Bio_{y1}) T_\infty^{p-1} \end{aligned}$$

d'où :

$$a_k^{p+1} = 1 - 6Fo_{3y} - 2Fo_{3y} Bio_{y2}$$

$$a_k^{p+2} = 1 + 6Fo_{3x} + 2Fo_{3x} Bio_x$$

$$b_k^{p+1} = 2Fo_{3y}$$

$$b_k^{p+2} = -4Fo_{3x}$$

$$c_k^{p+1} = 4Fo_{3y}$$

$$c_k^{p+2} = -2Fo_{3x}$$

$$\begin{aligned} d_k^{p+1} = a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j+1) + \\ + c_k^{p+1} T^{p+1}(i, j-1) + 2(Fo_{3x} Bio_x + Fo_{3y} Bio_{y2}) T_\infty^{p-1} \end{aligned}$$

### Nœuds situés sur une arête extérieure

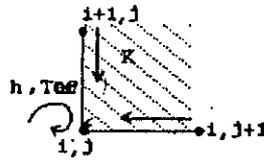
Là aussi nous avons affaire à deux cas de figure :

Première configuration (voir figure (2.8.a)) :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ :

Le bilan des flux de chaleur pour un tel nœud donne l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(\rho c) \Delta x \Delta y \left( \frac{T_{i,j}^{p-1} - T_{i,j}^p}{\Delta t} \right) = \frac{k}{2} \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p) + \frac{k}{2} \frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{i,j+1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1}) + \\ + \frac{h_{y2}}{2} \Delta x (T_\infty - T_{i,j}^p) + \frac{h_x}{2} \Delta y (T_\infty - T_{i,j}^{p+1}) \end{aligned}$$

fig. (8.a) Nœuds situés sur une arête extérieure, 1<sup>er</sup> cas

posons :

$$Fo_x = \frac{k}{\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right) \quad Fo_y = \frac{k}{\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_x Bio_x = \frac{h_x}{\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \quad Fo_y Bio_{y1} = \frac{h_{y1}}{\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)$$

$$Fo_y Bio_{y2} = \frac{h_{y2}}{\rho c} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)$$

L'équation des flux devient :

$$(1 + 2Fo_y + 2Fo_y Bio_{y2}) T_{i,j}^{p+1} - 2Fo_y T_{i,j+1}^{p+1} = (1 - 2Fo_x - 2Fo_x Bio_x) T_{i,j}^p + 2Fo_x T_{i+1,j}^p + 2(Fo_x bio_x + Fo_y bio_{y2}) T_\infty$$

D'où les coefficients :

$$a_k^p = 1 - 2Fo_x - Fo_x bio_x \quad a_k^{p+1} = 1 - 2Fo_y - Fo_y bio_{y2}$$

$$b_k^p = 2Fo_x \quad b_k^{p+1} = 2Fo_y$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + 2(Fo_x bio_x + Fo_y bio_{y2}) T_\infty$$

- A l'instant  $(p+2) \Delta t$  :

$$(1 + 2Fo_x + 2Fo_x Bio_x) T_{i,j}^{p+2} - 2Fo_x T_{i+1,j}^{p+2} =$$

$$(1 - 2Fo_y - 2Fo_y Bio_{y2}) T_{i,j}^{p+1} +$$

$$2Fo_y T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_x bio_x + Fo_y bio_{y2}) T_\infty$$

et les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^{p+1} &= 1 - 2Fo_y - Fo_y \beta_{io_{y2}} & a_k^{p+2} &= 1 + 2Fo_x + 2Fo_x \beta_{io_x} \\ b_k^{p+1} &= 2Fo_y & b_k^{p+2} &= -2Fo_x \\ d_k^{p+1} &= a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j-1) + 2(Fo_x \beta_{io_x} + Fo_y \beta_{io_{y2}}) T_\infty \end{aligned}$$

- une deuxième configuration représentée par la figure(2.8.b). Pour ce cas, on a :
- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_y + 2Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_{i,j}^{p+1} - 2Fo_y T_{i,j+1}^{p+1} = \\ (1 - 2Fo_x - 2Fo_x \beta_{io_x}) T_{i,j}^p + \\ 2Fo_x T_{i+1,j}^p + 2(Fo_x \beta_{io_x} + Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_\infty \end{aligned}$$

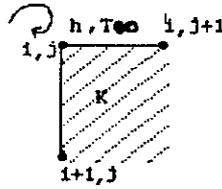


fig.(2.8.b) : Nœuds situés sur une arête extérieure, 2<sup>ème</sup> cas.

D'où les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^p &= 1 - 2Fo_x - Fo_x \beta_{io_x} & a_k^{p+1} &= 1 - 2Fo_y - Fo_y \beta_{io_{y2}} \\ c_k^p &= 2Fo_x & b_k^{p+1} &= 2Fo_y \end{aligned}$$

$$d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + 2(Fo_x \beta_{io_x} + Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_\infty$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_x + 2Fo_x \beta_{io_x}) T_{i,j}^{p+2} - 2Fo_x T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 2Fo_y - 2Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_{i,j}^{p+1} \\ + 2Fo_y T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_x \beta_{io_x} + Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_\infty \end{aligned}$$

D'où :

$$a_k^{p+1} = 1 - 2Fo_y - Fo_y \beta_{io_{y2}} \quad a_k^{p+2} = 1 + 2Fo_x + 2Fo_x \beta_{io_x}$$

$$b_k^{p+1} = 2Fo_y \quad c_k^{p+2} = -2Fo_x$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j-1) + 2(Fo_x \beta_{io_x} + Fo_y \beta_{io_{y1}}) T_\infty$$

*Nœuds situés sur une arête intérieure entre deux milieux conductifs avec convection :*

Première configuration (voir figure(2.9.a)) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(2\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)(\Delta x \Delta y) \left( \frac{T_{i,j}^{p-1} - T_{i,j}^p}{\Delta t} \right) &= k_1 \left( \frac{\Delta x}{2} \right) \left( \frac{T_{i,j-1}^{p+1} - T_{i,j}^{p+1}}{\Delta y} \right) + \\ &k_1 \left( \frac{\Delta y}{2} \right) \times \left( \frac{T_{+1,i,j}^p - T_{i,j}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \left( \frac{\Delta y}{2} \right) \left( \frac{T_{+1,i,j}^p - T_{i,j}^p}{\Delta x} \right) + \\ &h \left( \frac{\Delta x}{2} \right) (T_\infty - T_{i,j}^p) + h \left( \frac{\Delta y}{2} \right) (T_\infty - T_{i,j}^p) \end{aligned}$$

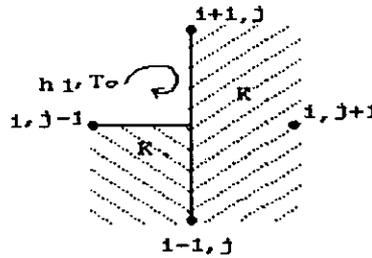


Fig.(2.9.a) : Nœuds situés sur une arête intérieure entre deux milieux conductifs avec convection, 1<sup>er</sup> cas.

Posons :

$$Fo_{12x}^{12} = \frac{k_1 + 2k_2}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$Fo_{12y}^{12} = \frac{k_1 + 2k_2}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_{12x}^{10} = \frac{k_1}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$Fo_{12y}^{10} = \frac{k_1}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_{12x}^{01} = \frac{k_2}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$Fo_{12y}^{01} = \frac{k_2}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_{12y}^{11} = \frac{k_1 + k_2}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

$$Fo_x Bio_x = \frac{h}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$Fo_y Bio_y = \frac{h}{\rho_1 c_1 + 2\rho_2 c_2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)$$

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$ , on a l'équation :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_{12y}^{12} + 2Fo_y Bio_y) T_{i,j}^{p+1} - 2Fo_{12y}^{11} T_{i,j-1}^{p+1} - 4Fo_{12y}^{01} T_{i,j+1}^{p+1} = \\ (1 - 2Fo_{12x}^{12} + 2Fo_x Bio_x) T_{i,j}^p + 2Fo_{12x}^{12} T_{i+1,j}^p + \\ 2Fo_{12x}^{01} T_{i-1,j}^p + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_{\infty} \end{aligned}$$

D'où les coefficients :

$$a_k^p = 1 - 2Fo_{12x}^{12} - 2Fo_x Bio_x$$

$$a_k^{p+1} = 1 + 2Fo_{12y}^{12} + 2Fo_y Bio_y$$

$$b_k^p = 2Fo_{12x}^{12}$$

$$b_k^{p+1} = -4Fo_{12y}^{12}$$

$$c_k^p = 2Fo_{12x}^{01}$$

$$c_k^{p+1} = -2Fo_{12y}^{11}$$

$$\begin{aligned} d_k^p = a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + \\ c_k^p T^p(i-1, j) + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_{\infty} \end{aligned}$$

- A l'instant  $(p+2)\Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_x + 2Fo_x Bio_x) T_{i,j}^{p+2} - 2Fo_{12x}^{12} T_{i+1,j}^{p+2} - 2Fo_{12x}^{01} T_{i-1,j}^{p+2} = \\ (1 - 2Fo_{12y}^{12} - 2Fo_y Bio_y) T_{i,j}^{p+1} + 2Fo_{12y}^{11} T_{i,j-1}^{p+1} + \\ 4Fo_{12y}^{01} T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_{\infty} \end{aligned}$$

D'où :

$$a_k^{p+1} = 1 - 2Fo_{12y}^{12} - Fo_y Bio_y$$

$$a_k^{p+2} = 1 + 2Fo_{12x}^{12} + 2Fo_x Bio_x$$

$$b_k^{p+1} = 4Fo_{12y}^{01}$$

$$b_k^{p+2} = -2Fo_{12x}^{12}$$

$$c_k^{p+1} = 2Fo_{12y}^{10}$$

$$c_k^{p+2} = -2Fo_{12x}^{01}$$

$$d_k^{p+1} = a_k^{p+1} T^{p+1}(i, j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i, j-1) + c_k^{p+1} T^{p+1}(i, j+1) + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_\infty$$

Une deuxième configuration est représentée par la figure(2.9.b). Pour ce cas, on a :

- A l'instant  $(p+1)\Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_{12y}^{12} + 2Fo_y Bio_y) T_{i,j}^{p+1} - 4Fo_{12y}^{01} T_{i,j-1}^{p+1} - 2Fo_{12y}^{10} T_{i,j+1}^{p+1} = \\ (1 - 2Fo_{12x}^{12} - 2Fo_x Bio_x) T_{i,j}^p + 2Fo_{12x}^{12} T_{i-1,j}^p + \\ 2Fo_{12x}^{01} T_{i+1,j}^p + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_\infty \end{aligned}$$

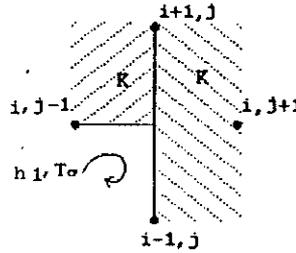


Fig.(2.9.b) : Nœuds situés sur une arête intérieure entre deux milieux conductifs avec convection, 2ème cas.

D'où les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^p &= 1 - 2Fo_{12x}^{12} - 2Fo_x Bio_x & a_k^{p+1} &= 1 + 2Fo_{12y}^{12} + 2Fo_y Bio_y \\ b_k^p &= 2Fo_{12x}^{12} & b_k^{p+1} &= -4Fo_{12y}^{12} \\ c_k^p &= 2Fo_{12x}^{01} & c_k^{p+1} &= -2Fo_{12y}^{11} \\ d_k^p &= a_k^p T^p(i, j) + b_k^p T^p(i+1, j) + \\ & c_k^p T^p(i-1, j) + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_\infty \end{aligned}$$

- A l'instant  $(p+2) \Delta t$  :

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_{12x}^{12} + 2Fo_x Bio_x) \times T_{i,j}^{p+2} - 2Fo_{12x}^{12} T_{i-1,j}^{p+2} - 2Fo_{12x}^{01} T_{i+1,j}^{p+2} = \\ (1 - 2Fo_{12y}^{12} - 2Fo_y Bio_y) T_{i,j}^{p+1} + 4Fo_{12y}^{01} T_{i,j-1}^{p+1} + \\ 2Fo_{12y}^{10} T_{i,j+1}^{p+1} + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_{\infty} \end{aligned}$$

D'où les coefficients :

$$\begin{aligned} a_k^{p+1} &= 1 - 2Fo_{12y}^{12} - Fo_y Bio_y & a_k^{p+2} &= 1 + 2Fo_{12x}^{12} + 2Fo_x Bio_x \\ b_k^{p+1} &= 4Fo_{12y}^{01} & b_k^{p+2} &= -2Fo_{12x}^{12} \\ c_k^{p+1} &= 2Fo_{12y}^{10} & c_k^{p+2} &= -2Fo_{12x}^{01} \\ d_k^{p+1} &= a_k^{p+1} T^{p+1}(i,j) + b_k^{p+1} T^{p+1}(i,j-1) + \\ & c_k^{p+1} T^{p+1}(i,j+1) + 2(Fo_x Bio_x + Fo_y Bio_y) T_{\infty} \end{aligned}$$

**II-3-3 Remarque :**

Pour déterminer les éléments correspondant aux noeuds qui se trouvent dans le voisinage immédiat du tube évaporateur, il est nécessaire de transformer le profil circulaire de la paroi du tube de façon à obtenir un profil en escalier, comme illustré sur la figure [10], (voir fig.(2.10)).

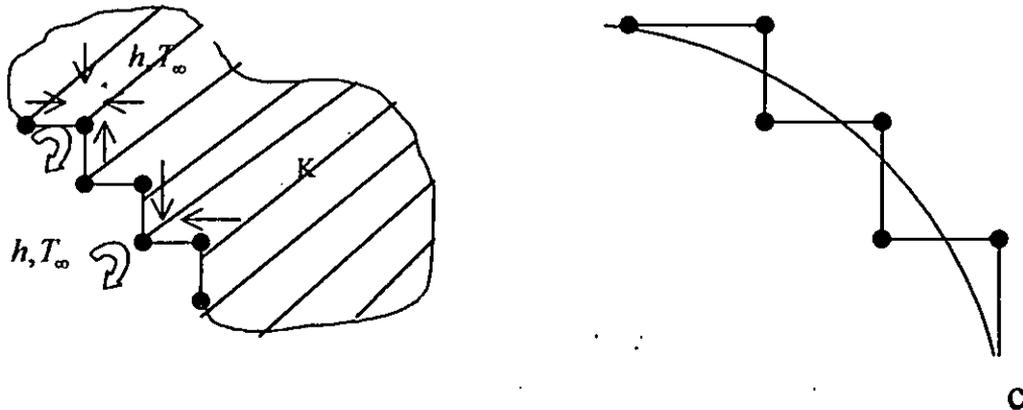


Fig.(2.10) : Une partie d'un cercle en forme d'escalier.

**II-3-4 Procédure de programmation**

Le programme de calcul comporte (voir fig.(2.11)) :

Un corps principal ou le balayage de la configuration considérée est effectué ligne par ligne à l'instant  $(p+1) \Delta t$  puis colonne par colonne à l'instant d'après, c'est à dire à  $(p+2) \Delta t$ .

Un sous programme des données physiques du système.

Un sous programme de montage défouissant la configuration considérée du système.

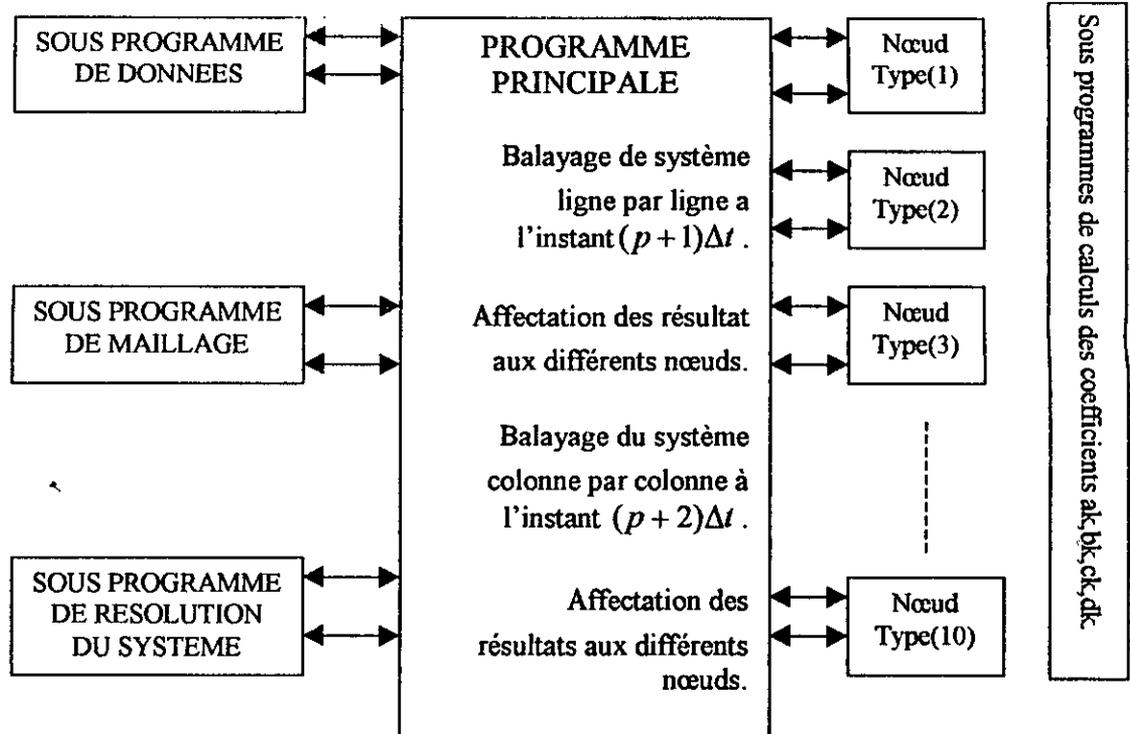


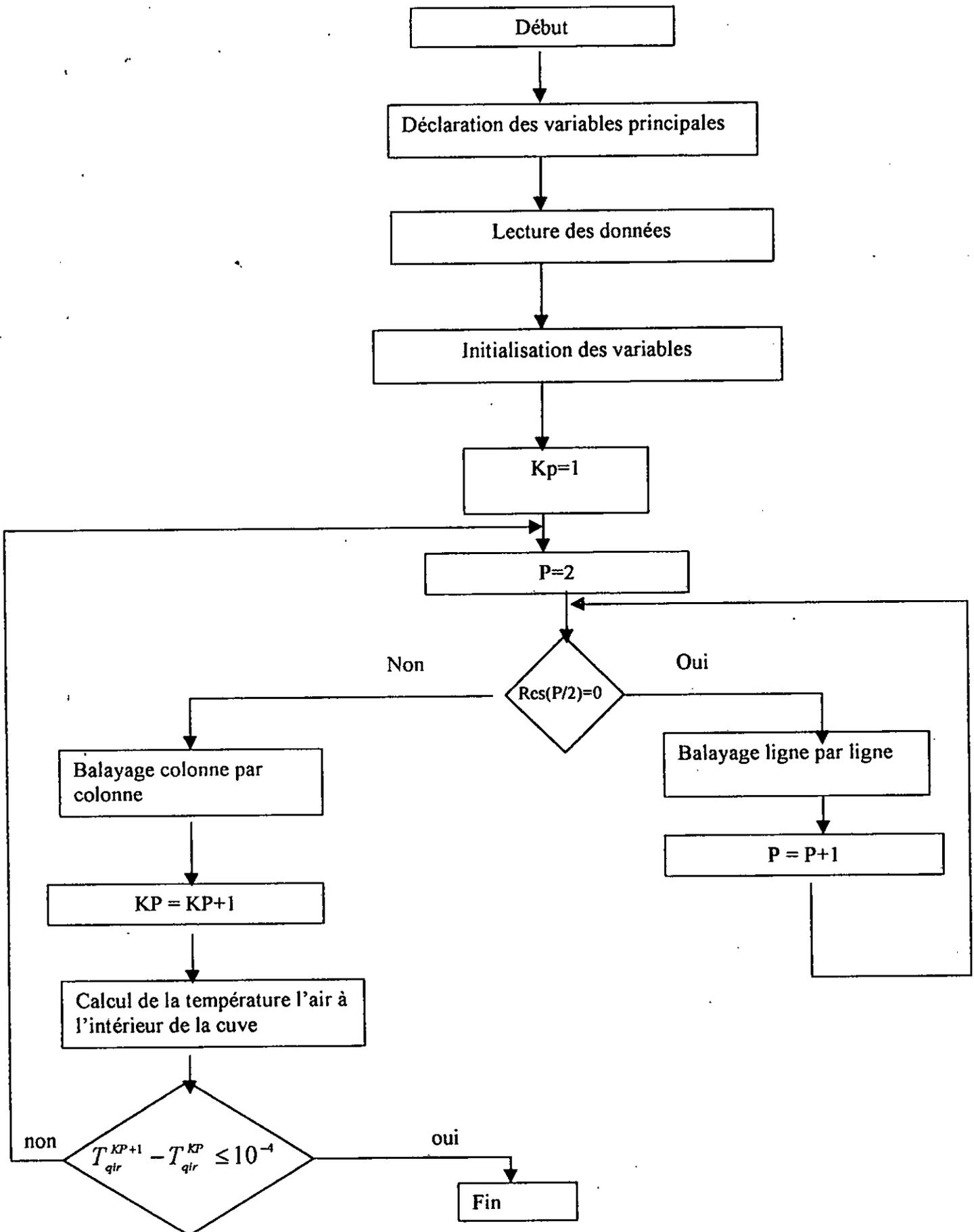
Fig.(2.11) : Procédure de résolution .

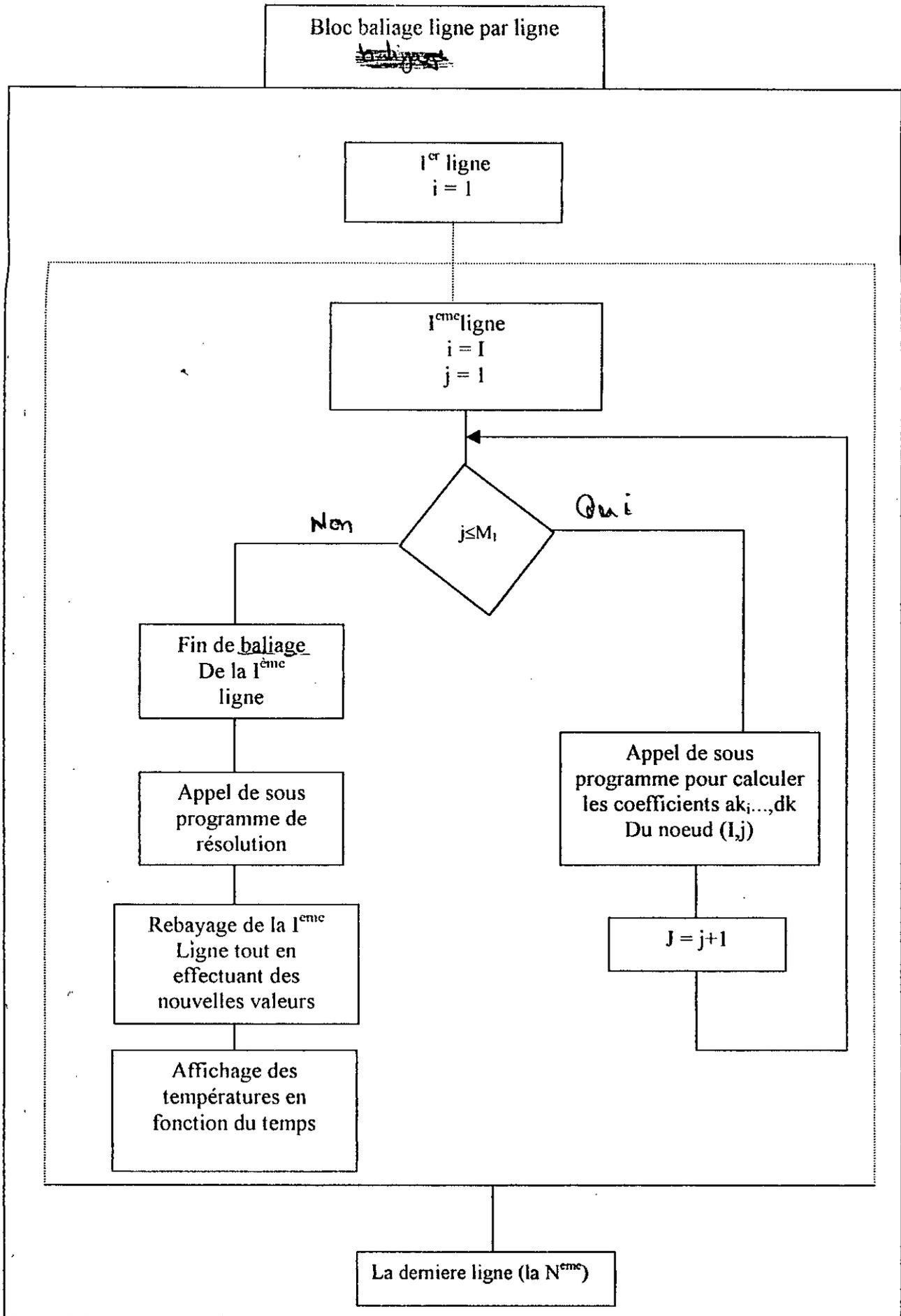
Des sous- programmes permettant le calcul des coefficients figurant dans les équations des nœuds. Il en existe neuf correspondant chacun à un des algorithmes présentés dans la section II.3.

Enfin, un sous programme basé sur l'algorithme de résolution des systèmes tridiagonaux présenté à la section II.2.2 ci-dessus

Un organigramme plus détaillé est donnée ci- après

**Organigramme de résolution :**





## BLOC DÉCLARATIONS

## DECLARATION DES VARIABLES PRINCIPALES

- Températures des noeuds appartenant aux milieux conductifs
- Température de l'air à l'intérieur de la cuve
- Coefficient  $a_k, b_k, c_k, d_k$

## Bloc de lecture des données

Propriétés physiques de système  $K_1, k_2, \rho_1, \rho_2, C_1, C_2$

- Propriétés physiques de l'air  $\rho_{air}, C_{air}$
- Température de fluide réfrigérant  $T_r = 248/250k$

## Bloc Maillage

lecteur des caractéristiques  
du système

Calcul des incréments  
spaciaux  $\Delta x_i, \Delta y_i$

Calcul des entiers  $l_k, j_k$  qui  
nous permet le repérage  
Des différentes parties du  
système

Calculé de :  
-N : nombre de ligne  
-M : nombre de colonne

## CHAPITRE III

### Résultats et interprétations

Les résultats de notre étude sont présentés sur les figures (3.2) à (3.13) ci-après. Ces résultats représentent l'évolution des température en fonction du temps pour un certain nombre de points pertinents du système, et ce pour chacune des trois configurations considérées, à savoir :

- une première configuration où le tube évaporateur de section circulaire est réalisé avec un contact linéaire avec la paroi ;
- une seconde configuration où le tube évaporateur comporte un méplat, permettant la réalisation d'un contact surfacique plan avec la paroi ;
- une troisième configuration où une empreinte est préalablement réalisée sur la paroi pour recevoir le tube évaporateur de section circulaire, permettant ainsi un contact surfacique cylindrique.

Le repérage des différents points considérés est facilité par l'utilisation de la figure (3.1).

Chacune des figures (3.2) à (3.12) concerne un point déterminé ; elle donne l'évolution avec le temps de sa température pour chacune des configurations considérées.

Sur toutes ces figures, on observe l'évolution vers une situation de plus en plus avantageuse en allant de la première configuration vers la troisième. On voit clairement en effet sur toutes ces figures que les températures des différents points convergent chacune vers une valeur stationnaires de plus en plus rapidement en allant d'une configuration à contact linéaire vers une configuration à contact cylindrique en passant par une configuration à contact plan ; et ce pour une température initiale uniforme de 298 K dans les trois cas.

La figure (3.2) représente l'évolution de la température intérieure en fonction du temps pour les différentes configurations :

- dans le cas de la 1<sup>ère</sup> configuration la température décroît pour atteindre la valeur de 258K dans une période de 58mn,
- dans le cas de la 2<sup>ème</sup> configuration la température atteint la même valeur de 258K dans une période de 25mn,
- tandis que, dans le cas de la 3<sup>ème</sup> configuration la température décroît pour atteindre la valeur de 258K tout simplement après 16mn.

De plus, la température atteinte finalement par chaque point est d'autant plus basse que le contact thermique tube – paroi est plus important ; ainsi par exemple, la température de l'enceinte (fig 3.2) descend jusqu'à une valeur de 250 K dans le cas d'un contact linéaire, une valeur de 248 K après environ dans le cas d'un contact plan et une valeur de 246 K dans le cas d'un contact cylindrique.

Sur la courbe de la figure (3.13) où l'évolution de la température pour trois points situés à travers la paroi dans le cas d'un contact cylindrique est représentée, on relève que cette évolution démarre très lentement pour les deux points situés dans la couche de l'isolant, ainsi les deux courbes concernant ces points présentent un point d'inflexion, qu'on retrouve d'ailleurs sur toutes les courbes des figures (3.9) à (3.12), toutes représentant des points situés dans l'isolant. Ceci pourrait s'expliquer par l'inertie thermique de l'isolant.

On remarque par ailleurs (voir fig. 3.12) que les points situés sur les arêtes extérieures présentent une température qui n'évolue pratiquement pas (moins de un degré de variation quelle que soit la configuration considérée).

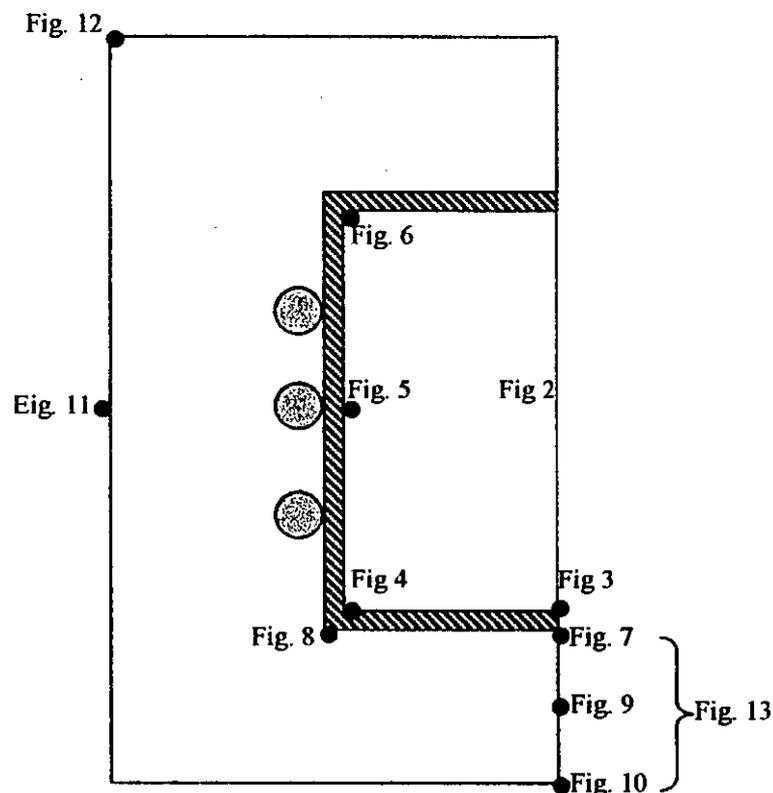


Fig. (3.1) : Repérage de certains points en vue de présenter les courbes d'évolution de leurs températures en fonction du temps.

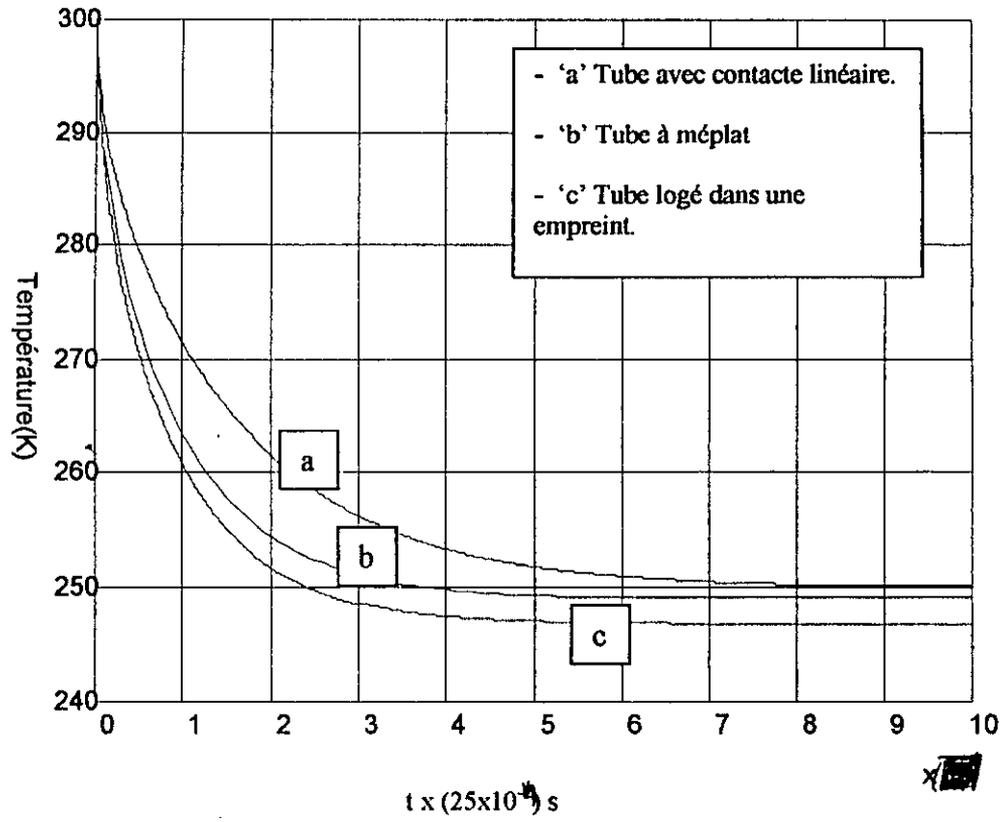


Fig.(3.2) :Evolution de la température interieure en fonction du temps pour les différentes configurations.

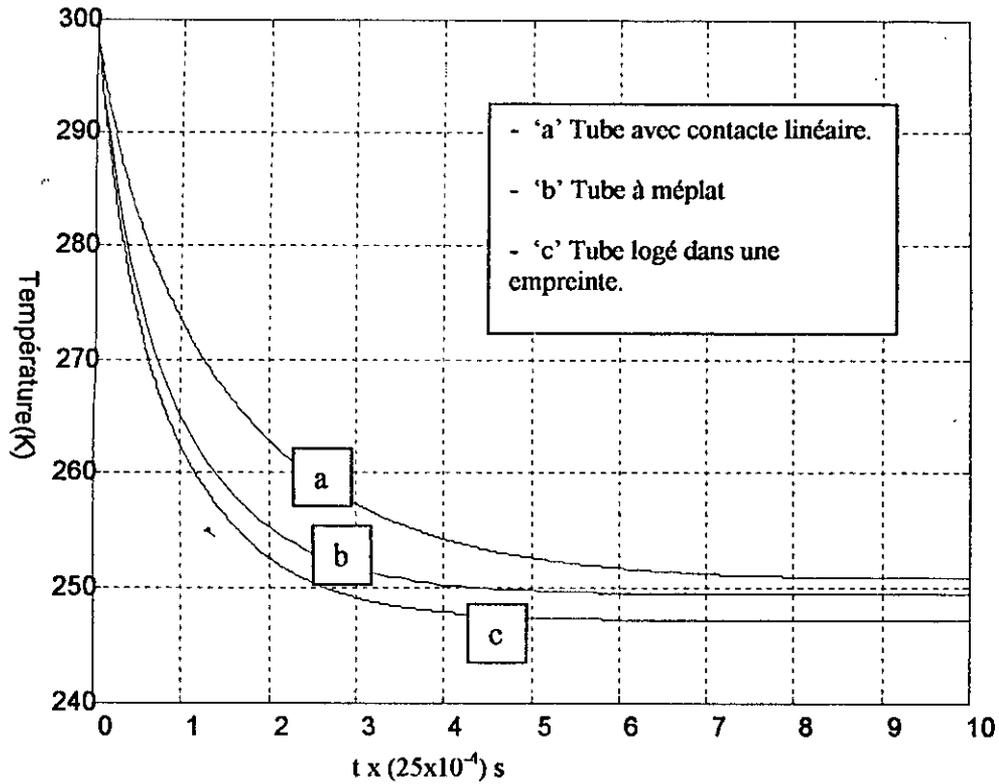


Fig.(3.3) :Evolution de la température sur la face intérieur horizontale en fonction du temps pour les différentes configurations

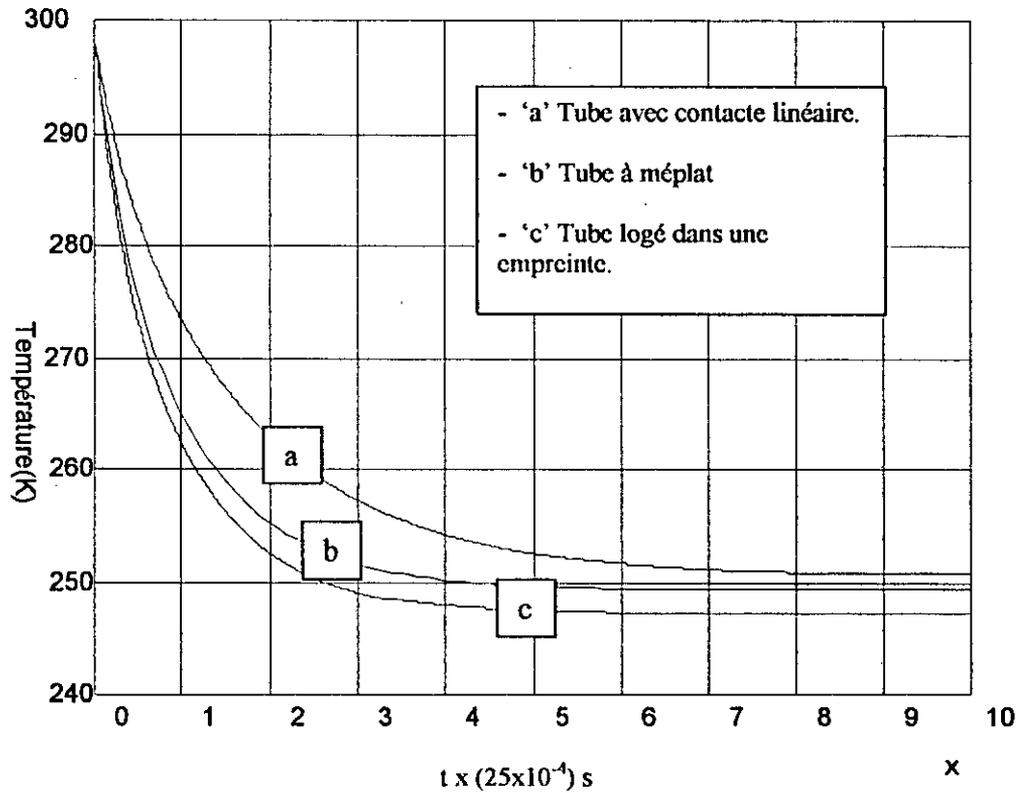


Fig.(3.4) :Evolution de la température sur une arête intérieure basse en fonction du temps pour les différentes configurations

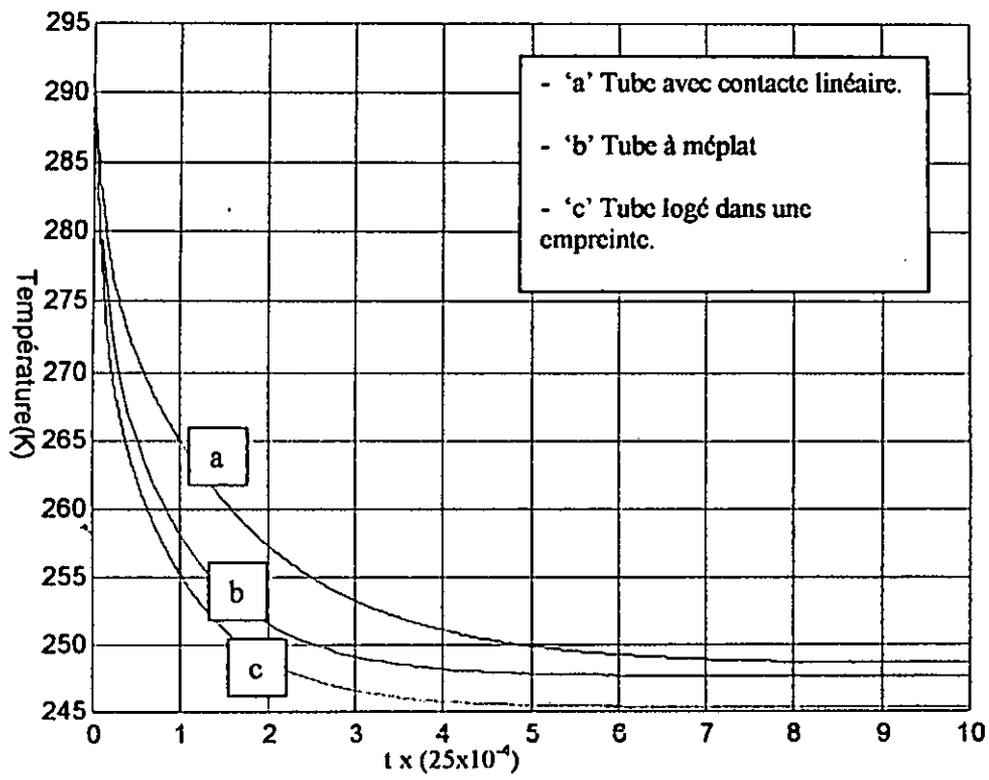


Fig.(3.5) :Evaluation de la température sur la face intérieur verticale en fonction du temps pour les différentes configurations

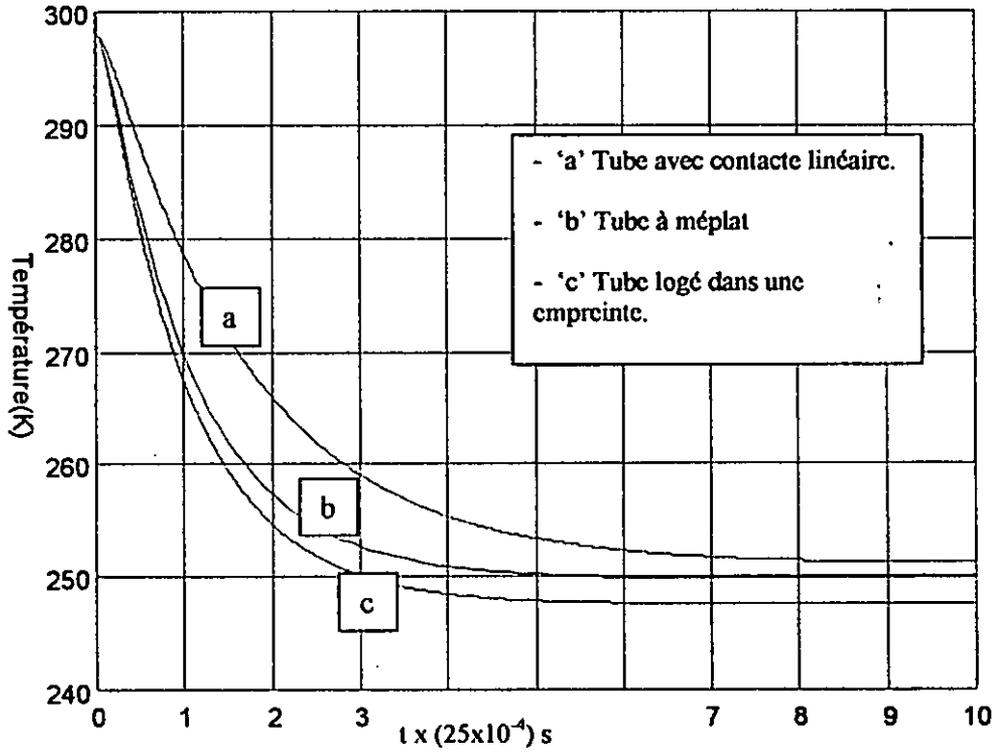


Fig.(3.6) :Evolution de la température sur une arête intérieur haute en fonction du temps pour les différentes configurations

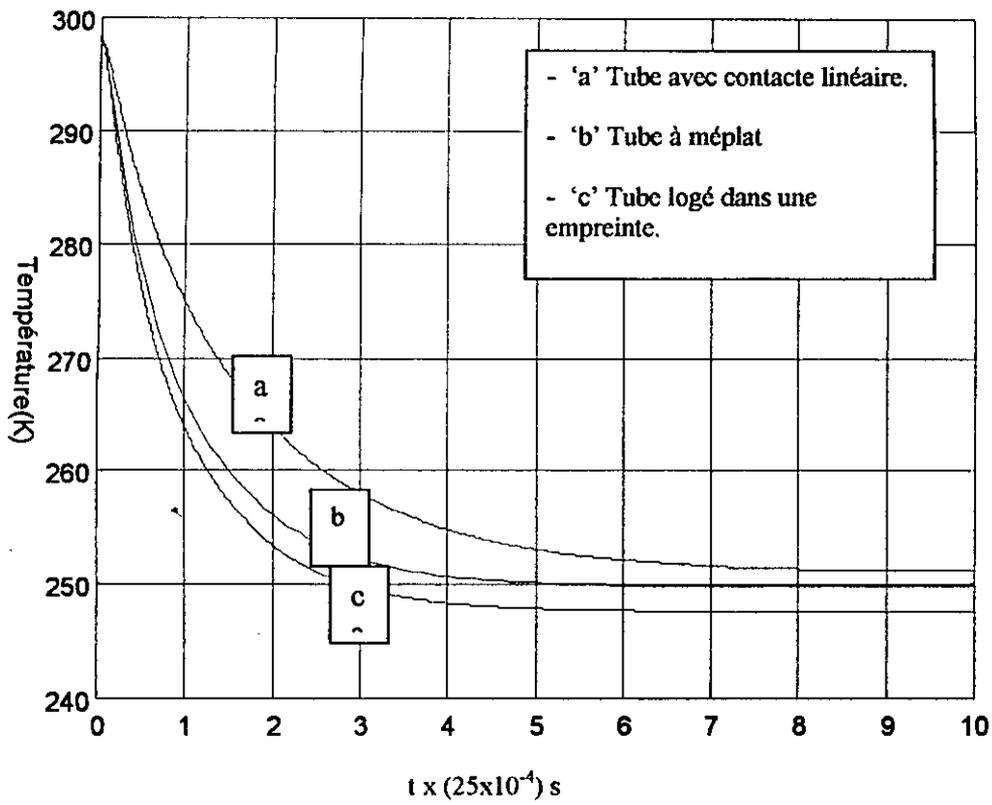


Fig.(3.7) :Evolution de la température sur la face de la paroi métallique intérieur qui est au contact de l'isolant en fonction du temps pour les différentes configurations

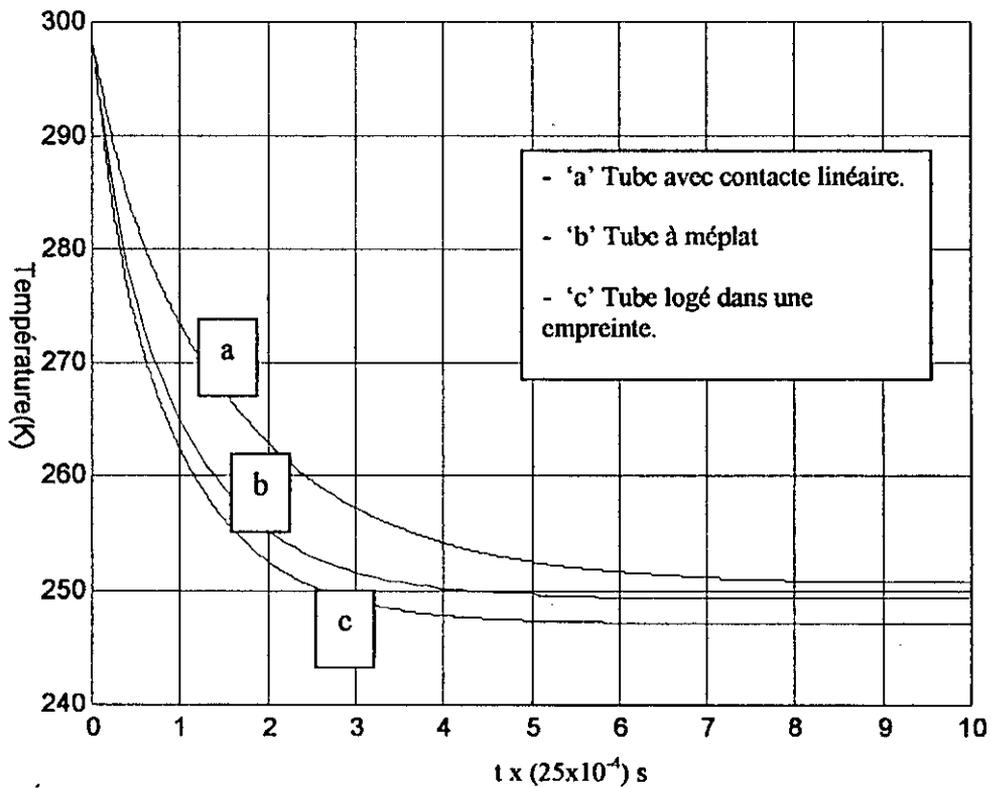


Fig.(3.8) :Evolution de la température sur une arête intermédiaire fonction du temps pour les différentes configurations

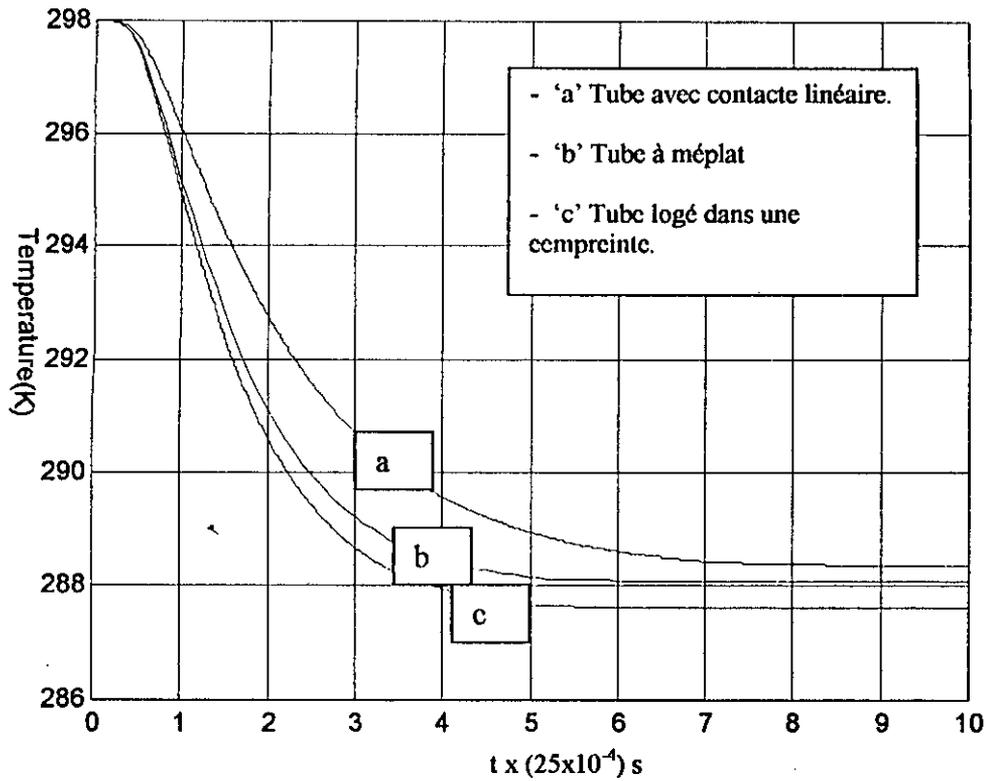


Fig.(3.9) :Evolution la température d'un point situé dans l'isolant en fonction du temps pour les différentes configurations

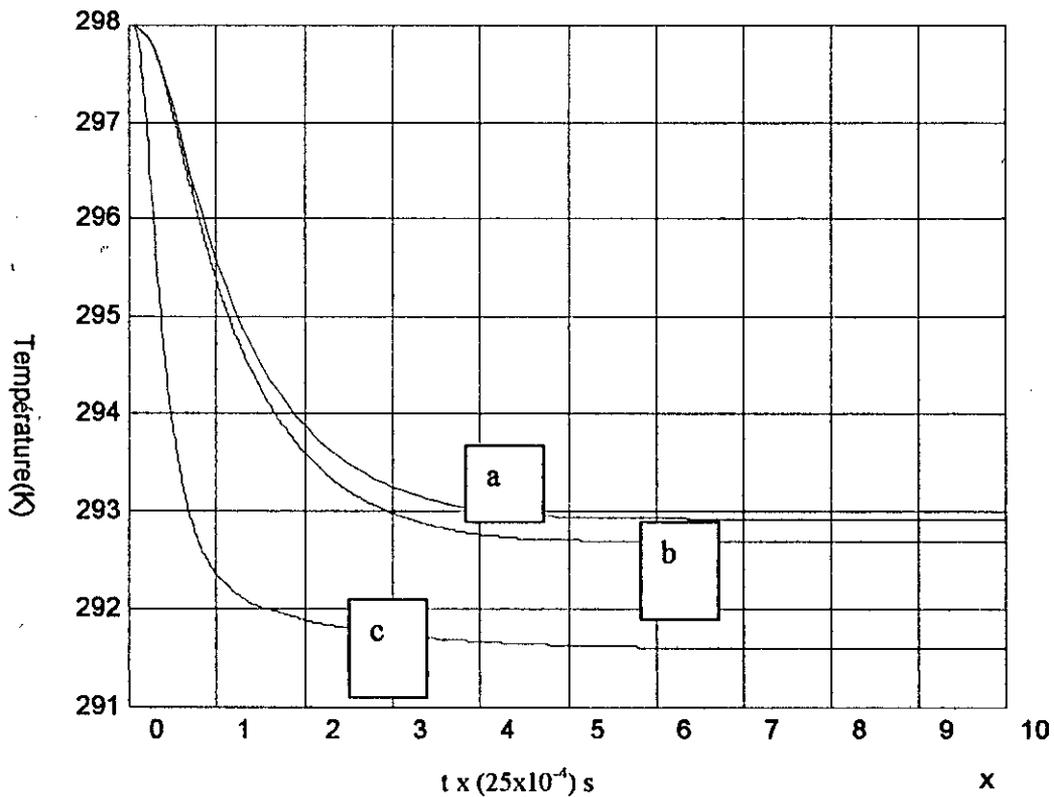


Fig.(3.10) :Evaluation de la température sur la face extérieure verticale en fonction du temps pour les différentes configurations

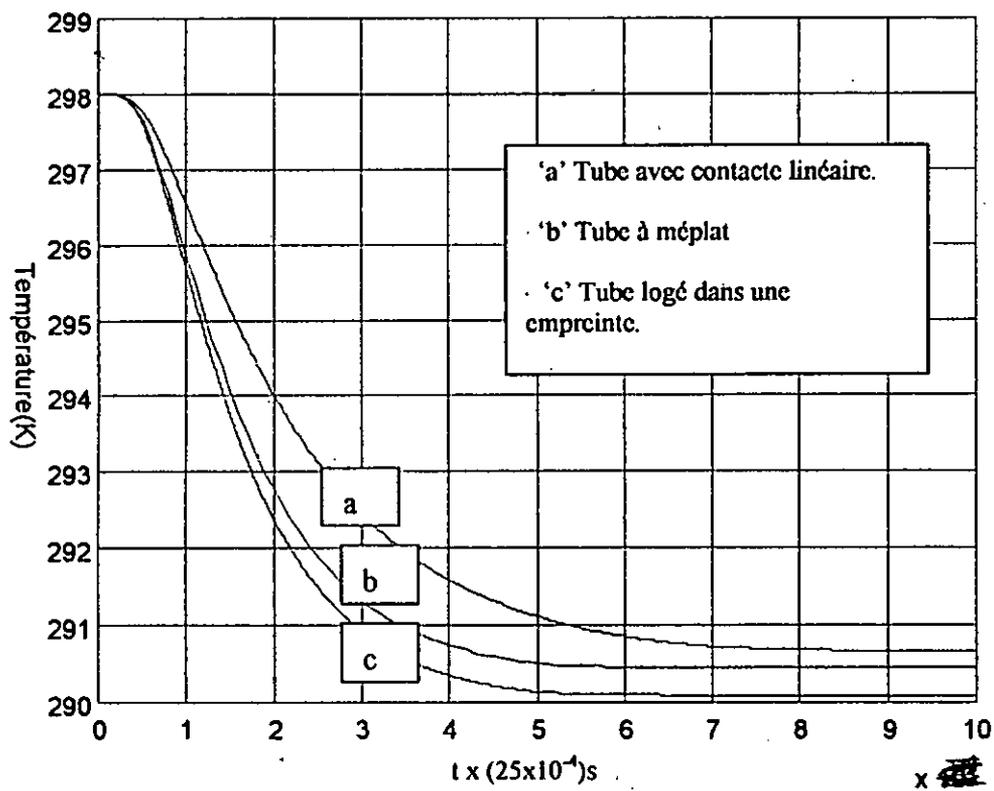


Fig.(3.11) :Evaluation de la température d'un point extérieur situé la face inférieure en fonction du temps pour les différentes configurations

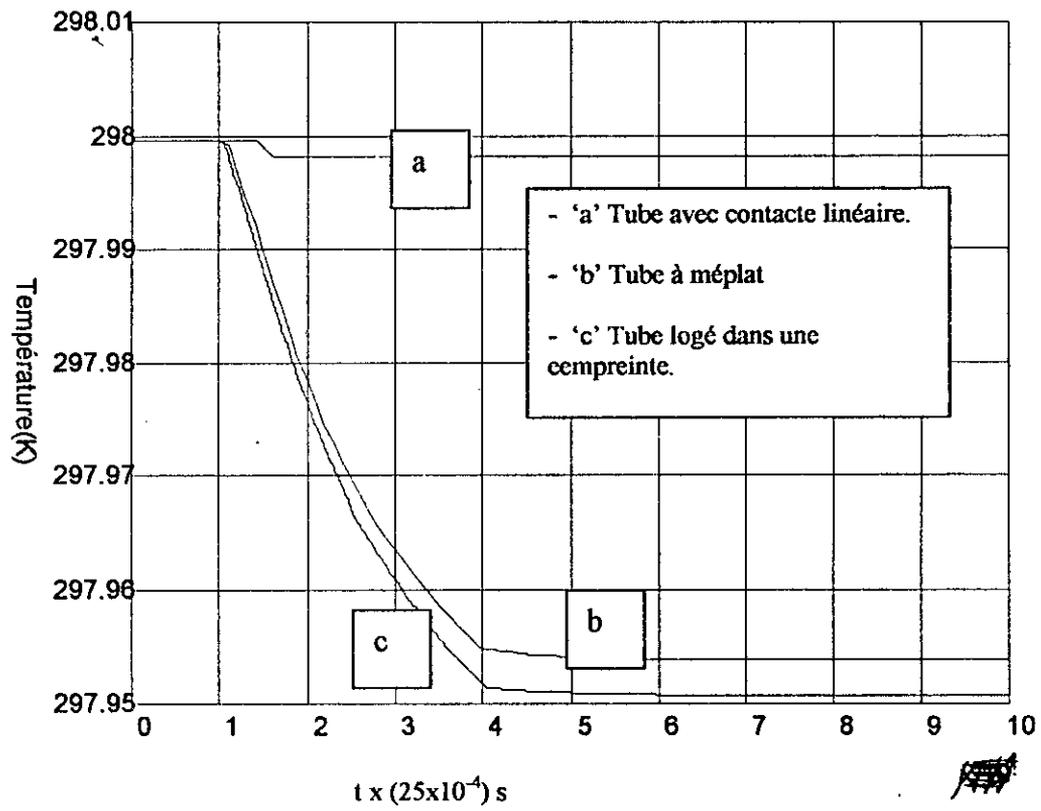


Fig.(3.12) :Evolution de la température sur une arête extérieure en fonction du temps pour les différentes configurations

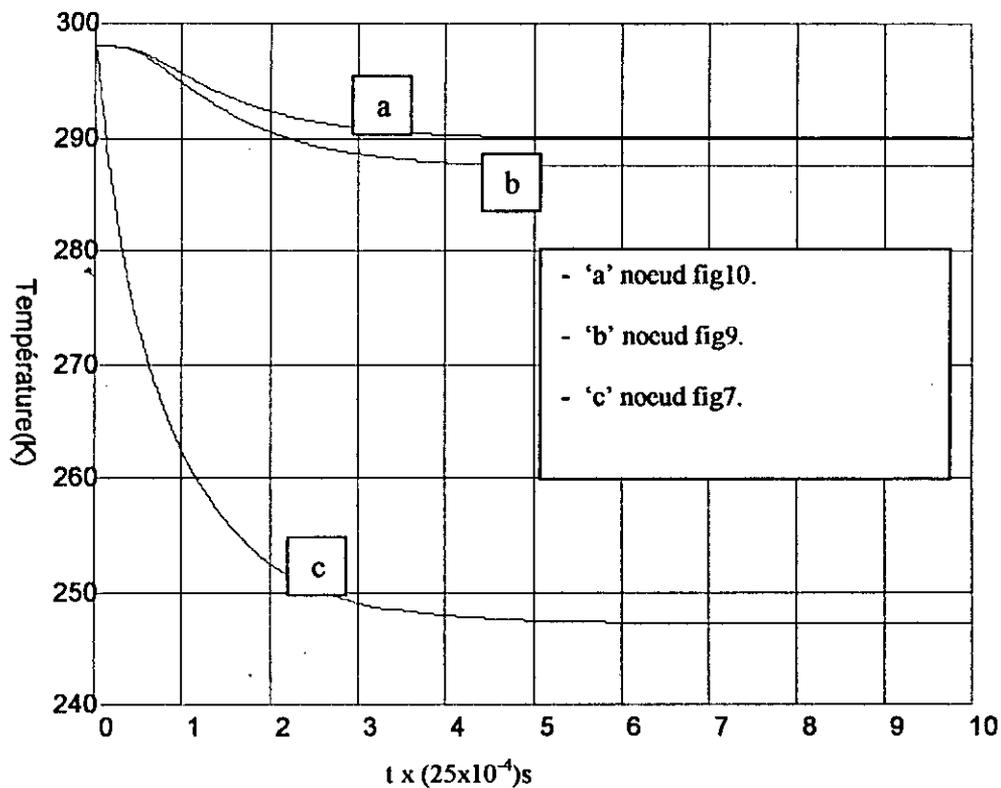


Fig.(3.13) :Evolution de la température de trois points choisées atravers la paroi dans le cas d'un tube évaporateur logé dans une empreinte.

## **CONCLUSION**

Cette étude laisse entrevoir qu'un meilleur contact thermique évaporateur – paroi dans un congélateur conduirait à une amélioration substantielle de ses performances.

Pour des raisons de simplicité, notre étude a porté non pas sur un congélateur, mais sur un modèle plus simple qui nous a permis d'étudier l'influence de la nature du contact thermique sur la dynamique des échanges de chaleur dans un congélateur et partant sur ses performances.

La modélisation opérée dans le cadre de cette étude nous a certes permis notamment de traiter le problème en bidimensionnel, mais ce traitement s'est avéré assez compliqué, en raison de la complexité même de la structure qui complique considérablement son balayage et le repérage des points en son sein. La méthode ADI, utilisée pour résoudre le problème, est un outil puissant qui combine les avantages des méthodes explicites avec ceux des méthodes implicite, mais sa mise en œuvre s'est avérée assez délicate.

Nous estimons très satisfaisants les résultats obtenus sur le plan qualitatif ; ils établissent nettement l'avantage d'avoir le meilleur contact possible entre le tube évaporateur et la paroi.

Cette étude pourrait constituer la base d'une étude qui traiterait le problème en tridimensionnel, en intégrant le plus grand nombre de données pour se rapprocher du congélateur Bahut – ENIEM. Ce n'est que dans ces conditions qu'on pourrait envisager la recherche et l'obtention de résultats quantitatifs. Cependant, une étude comparative sur le plan quantitatif exigerait un travail expérimental qui nécessiterait le concours de l'ENIEM.

## BIBLIOGRAPHIE.

- [1] CD Rom, Encyclopédie Encarta.(1998).
- [2] Fiches Techniques du congélateur Bhut-ENIEM (d'après son constructeur l'Entreprise Nationale des Electroménager ENIEM).
- [3] F.P Incorpéra and D.P Dewitt  
fundamentals of heat and Mass Transfert (4<sup>th</sup> Edition )  
Edition :John Wiley & Sons, 1995.
- [4] A.J Chapman  
Heat Transfert (3 rd Edition )  
Edition Macmilan 1974
- [5] F.Kreith  
Transmission de la chaleur et thermodynamique  
Edition Masson 1967.
- [6] Adrian Bejan  
Convection Heat Transfert  
Edition Iohn wiley & Sons 1984.
- [7] F.C.Mc Quiston & J.D Parker.  
Heating, Ventilating and Air Conditions.( 3 rd Edition )  
Edition Iohn wiley 1988.
- [8] Neol H. Ferziger  
Numerical Methods For Engineering Applications  
Edition John Wiley & sons
- [9] B. Carnahan, H.A luther, and J.O wilkes  
Applied Numerical Methods  
Edition Wiley, New York (1969).
- [10] S . V Pantakar  
Numerical Heat Transfert and Fliud Flow  
Edition : Hemisphere Publishing (New York) , 1980.
- [11] A .Began.  
Advanced engineering Thermodynamics  
Edition John Wiley & Sons (1988).

- 
- [12] P. Euvrard  
Résolution numérique des équations aux dérivées partielles (3<sup>ème</sup> édition).  
Edition Masson 1994.
- [13] Van Wylen et R.E Sontay  
Thermodynamique Appliquée  
Edition : John Wiley & sons , 1990.
- [14] J.F Scadura  
Introduction aux transferts thermiques  
Edition : Bayensaine, 1982.