

22/90

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

000

DEPARTEMENT : MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

1 ea

SUJET

DETERMINATION DE LA TENACITE

DES ACIERS DE LA S.N.V.I.

PRESENTE PAR :
N. BOUDJEMAA

ETUDIE PAR :
A. BOUSSEKINE

DIRIGE PAR :
N. BOUDJEMAA

PROMOTION : SEPTEMBRE 1990

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

000

DEPARTEMENT : MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

DETERMINATION DE LA TENACITE

DES ACIERS DE LA S.N.V.I

PRESENTE PAR :
N. BOUDJEMAA

ETUDIE PAR :
A. BOUSSEKINE

DIRIGE PAR :
N. BOUDJEMAA

PROMOTION : SEPTEMBRE 1990

E.N.P 10, AVENUE HACENE BADI EL-HARRACH ALGER

المدرسة الوطنية للمعمدين التقنيين
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENTS.

J'adresse mes plus vifs remerciements à l'enseignant
M^R BOUDJEMAA NOUREDINE pour le suivi et l'encouragement
qu'il a porté à mes travaux.

Je tiens à remercier également tous les enseignants
qui ont contribué de près ou de loin à ma formation d'in-
génieur. Les essais ont été effectués à l'ENCC, mes remerci-
ements vont à M^E HAMDANI DJELLOUL , à tout le personnel
technique et l'ensemble des travailleurs.

En fin, je remercie tous les amis de classe de la pro-
motion juin 90 pour l'ambiance agréable qu'elle m'a réservée
lors de ma formation.

-000- II O M M A I R E -000-

	PAGES
<u>INTRODUCTION</u>	1
<p>.....<u>PARTIE I. : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</u></p>	
<u>CHAPITRE I : COHESION DE LA MATIERE</u>	
I.1. Resistance théorique à la rupture	4
I.2. Exemple d'application	7
I.2 Facteur de concentration de contraintes	8
<u>CHAPITRE II : CARACTERISATION DE L'INFLUENCE D'UN</u> <u>DEFAUT DANS LA MATIERE: NOTIONS DE LA</u> <u>MECANIQUE DE LA RUPTURE</u>	
II.1 Modes de rupture	10
II.2 Théorie d'Irwin	12
II.3 Théorie de Griffith	14
II.4 Corrélation entre les théories d'Irwin et de Griffith	17
II.5 Zone de déformation plastique	18
II.5.1 Critère de VON Misès	19
II.5.2 Critère de Tresca	22
<u>CHAPITRE III : ESSAIS DE CHOC</u>	24
III.I Théorie de Williams	28
III.I.1 Rupture de matériaux fragiles	28
III.I.2 Rupture semi-fragile	36

III.I.3 Rupture semi-ductile	36
III.I.4 Rupture ductile	37
III.I.5 Influence de divers paramètres sur l'énergie de rupture	38
* Rayon en fond d'entaille	38
* Epaisseur de l'échantillon	41
III.II La methode de resilience	44
III.II.1 Niveau semi-ductile	44
III.II.2 Niveau fragile	44
<u>CHAPITRE IV :INTEGRALE "J"</u>	46
IV.1 Bilan énergétique et formulation de J	46
IV.2 Mesure de l'integrale J	48
IV.2.1 Methode de la complaisance	48
IV.2.2 Methode de la fissure profonde	51
<u>... PARTIE II ETUDE EXPERIMENTALE</u>	
1. Matériaux	52
1-a Caractéristiques mécaniques	52
1-b Caractéristiques chimiques	52
2. Eprouvettes	53
2-a Qualité d'usinage	53
2-b Rectification	54
3. Machine d'essais	55
4. Essais	57
5. Calcul	61
6. Interprétation des resultats	63

7. Conclusion générale. 67

Bibliographie 68

ANNEXE

* Facteur de calibration 0

* Calcul d'erreur sur la détermination de
GIc

INTRODUCTION :

L'utilisation des aciers et des alliages métalliques s'est développée d'une manière considérable, durant la seconde moitié du 19ème siècle. Avec cet essor est multiplié le nombre des accidents et des ruptures soudaines et brutales dus à l'utilisation inadéquate de ces matériaux. A cet égard, il est devenu nécessaire de trouver une science capable d'étudier les causes de ces accidents et surtout après l'échec qu'a connu la théorie de l'élasticité linéaire. Cette dernière repose sur plusieurs hypothèses parmi-lesquelles, celle de l'homogénéité et de l'isotropie des matériaux. Alors que la validité de ces hypothèses est fonction de l'échelle de l'investigation. A l'échelle macroscopique, un tel matériau peut être considéré comme matériau homogène isotrope, alors qu'à l'échelle microscopique, le matériau ne l'est plus.

Dans ce contexte, les chercheurs et les physiciens de l'époque ont fait des efforts énormes pour trouver des solutions et des raisons à ces problèmes de rupture malgré les coefficients de sécurité dans le calcul de dimensionnement.

En 1920, A GRIFFITH (physicien anglais) a exposé ses réflexions sur le verre, et a interprété la différence entre la valeur théorique de la résistance (basée sur le modèle interatomique) et celle de la résistance

pratique (expérimentale). La résistance réelle est en moyenne 100 fois plus faible que la résistance théorique. L'existence des défauts dans la matière (inclusions, imperfections, lacunes et dislocations) constituent des zones de concentration de contraintes pouvant atteindre localement la contrainte théorique et provoquant par conséquent la rupture. De ce fait, GRIFFITH est l'un des premiers auteurs à avoir initié des concepts de la mécanique linéaire de la rupture, cette science permet d'étudier et de dimensionner les structures en présence des défauts macroscopiques.

En 1956, IRWIN, après une vingtaine d'années d'étude, a donné la distribution de contraintes au front d'une fissure.

La mécanique de la rupture envisage trois modes de rupture élémentaires dont la superposition caractérise le mode réel; à chaque mode est associé un paramètre énergétique appelé "facteur d'intensité de contraintes", souvent appelé "tenacité", ce facteur caractérise la résistance à l'amorçage d'une fissure; plus la tenacité est grande plus la résistance est grande. Si on veut qu'il n'y ait pas l'amorçage de la fissure, il faut toujours veiller à ce que ce facteur d'intensité de contraintes soit inférieur à une valeur critique K_{Ic} , paramètre intrinsèque au matériau.

Les essais de mesure de K_{Ic} nécessitent une machine bien instrumentée qui permet de nous donner la charge d'amorçage critique P_c . Vu l'indisponibilité de ce type de machine, nous avons opté pour cela deux méthodes de mesure de K_{Ic} qui ne nécessitent pas la mesure de la charge d'amorçage de la fissure.

1-LA METHODE DE WILLIAMS

Elle nécessite une machine simple (mouton pendule) par la quelle ,on peut mesurer les énergies absorbées par la rupture des éprouvettes de type charpy, de longueurs d'entailles différentes.

2-LA METHODE DE RESILIENCE

Les éprouvettes sont de type charpy de forme d'entaille v, et à l'aide d'une relation purement empirique reliant le facteur de contrainte critique KIC et l'énergie de rupture KV, on peut tirer la valeur du KIC.

Pour cela notre travail comporte deux grandes parties:
-partie théorique ou bibliographique portant sur la détermination de la résistance théorique de la rupture, sur la présentation de la mécanique de la rupture et sur l'analyse de la méthode de Williams pour les ruptures fragiles, semi-fragiles, semi-ductiles et ductiles et de l'intégrale "J" pour les matériaux ayant une zone de déformation plastique assez grande.

-Partie expérimentale comportant une exposition des matériaux et dispositifs utilisés, une description des essais de rupture et enfin des interprétations sur les résultats obtenus suivie d'une conclusion générale.

PARTIE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

C

Chapitre I :

COHESION DE LA MATIERE :

I - 1 : RESISTANCE THEORIQUE A LA RUPTURE.

Pour pouvoir ouvrir une fissure dans un solide homogène, il faut rompre les liaisons atomiques.

- L'énergie de deux atomes est nulle quand leur distance "d" interatomique est infinie (état gazeux).
- Elle diminue jusqu'à un minimum correspondant à la distance interatomique d'équilibre "d₀" (état solide).
- Elle augmente fortement quand la distance diminue encore en raison des forces de répulsion à courte distance.

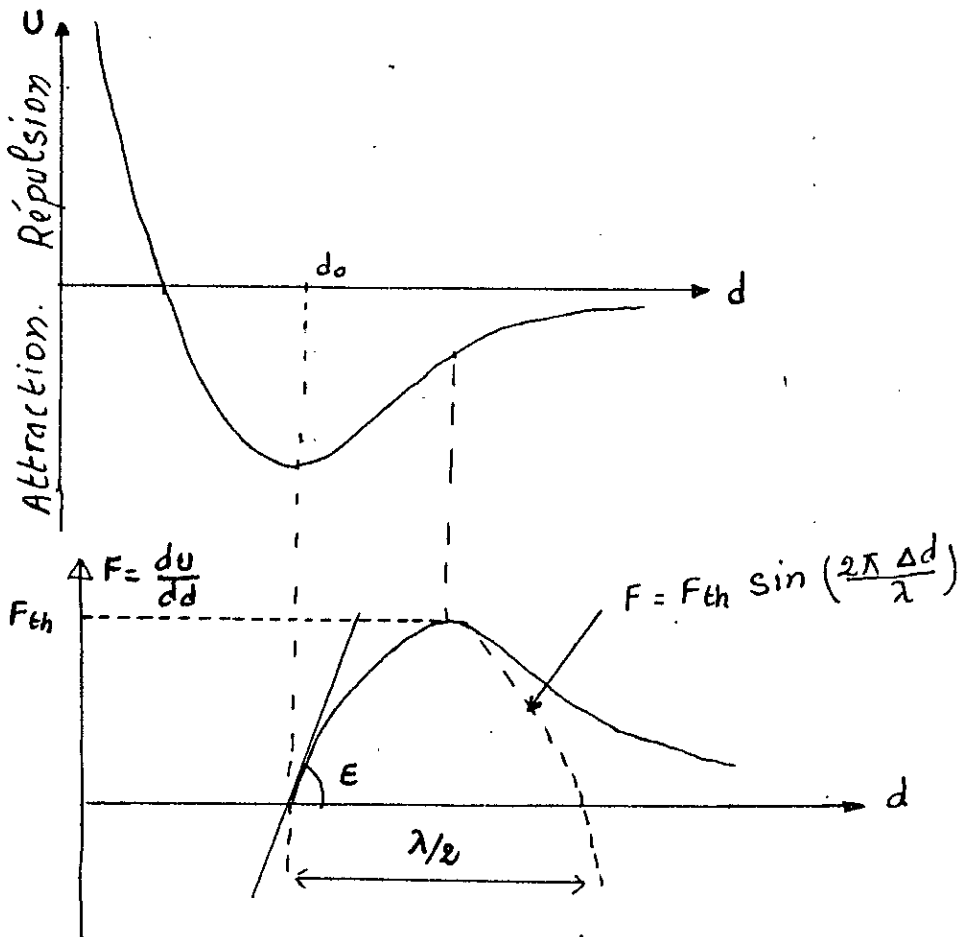


Fig (1 - 1)

.....////

où :

U : est l'énergie de cohésion

F : est la force entre deux atomes

$d = d - d_0$: différence de marche

λ : est la longueur d'onde

En première approximation, nous supposons que la courbe $f(d)$ peut être représentée par une portion de sinusoid

$$F = F_{th} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} (d - d_0)\right) \quad (1-1)$$

pour des valeurs de $(d - d_0)$ petites, on peut approximer :

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} (d - d_0)\right) \approx \frac{2\pi}{\lambda} (d - d_0)$$

D'après l'équation (1-1), on aura :

$$F = F_{th} \frac{2\pi}{\lambda} (d - d_0) \quad (1-2)$$

En posant $\frac{F}{S_0} = \sigma$, on aura d'après l'équation (1-2) :

$$\sigma = \sigma_{th} \frac{2\pi}{\lambda} (d - d_0) \quad (1-3)$$

La pente à l'origine de la courbe $F(d)$ représente le module de young E , voir fig(1-1).

La loi de Hook donne :

$$\sigma = E \cdot \xi \quad (1-4)$$

$$\text{Avec } \xi = \frac{d - d_0}{d_0} \quad (1-5)$$

ξ : déformation

En substituant (1-4) et (1-5) dans (1-3) on aura :

$$E \left(\frac{d-d_0}{d_0} \right) = \sigma_{th} \frac{2\pi}{\lambda} (d-d_0)$$

Et par conséquent :

$$\sigma_{th} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{E}{d_0} \quad (1-6)$$

L'opération qui consiste à séparer deux plans atomiques

revient à créer deux nouvelles surfaces d'énergie γ_s .

La variation de l'énergie de cohésion correspondante est

donc $2 \gamma_s$.

Nous pouvons estimer cette énergie en calculant l'aire sous

tendue par la branche de sinuséide $F(d)$:

$$2 \gamma_s = \int_{d_0}^{d_0 + \lambda/2} \sigma_{th} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (d-d_0) \right] dd = \sigma_{th} \frac{\lambda}{\pi} \quad (1-7)$$

de cette dernière équation, on peut écrire:

$$\lambda = \frac{2\pi \gamma_s}{\sigma_{th}} \quad (1-8)$$

EN substituant (1-8) dans (1-6) on obtiendra:

$$\sigma_{th} = \left(\frac{E \gamma_s}{d_0} \right)^{1/2} \quad (1-9)$$

1-2 EXEMPLE D'APPLICATION

Pour le fer on a les données suivantes

$$E = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\gamma_s = 10 \text{ erg/cm} = 1 \text{ joule/m}$$

En remplaçant ces données dans l'équation (1-9)

on aura:

$$\sigma_{th} = \left(\frac{3 \cdot 10^{11} \cdot 1}{3 \cdot 10^{10}} \right)^{1/2} = 25000 \text{ N/mm}^2 \approx E/10$$

La résistance réelle du fer mesurée expérimentalement est en moyenne 100 fois plus faible, elle est d'environ (250 N/mm^2) .

La résistance théorique évaluée d'après la relation (1-9) donne des contraintes nettement supérieure aux contraintes de rupture habituellement mesurées.

GRIFFITH a interprété la différence entre les deux valeurs de contraintes théorique et pratique par l'existence de défauts dans les matériaux qui constituent des zones de concentration de contraintes

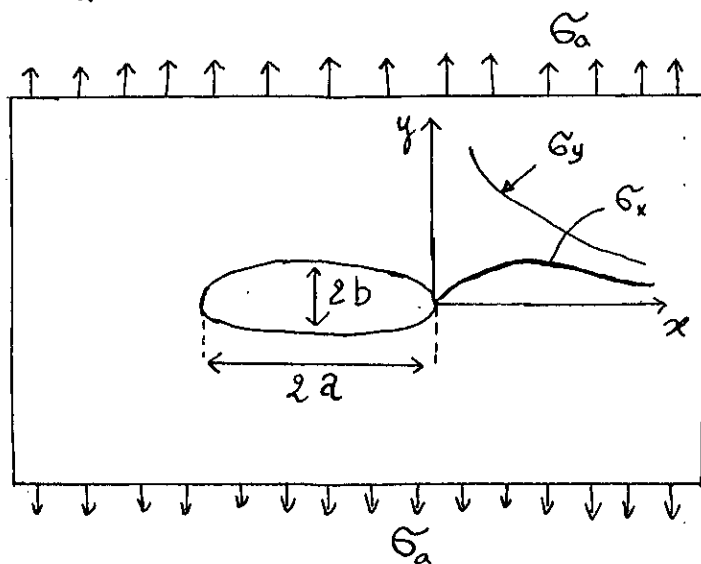
Griffith a initié les bases d'une nouvelle science qui est la mécanique de la rupture qui peut se définir comme la science qui étudie le comportement d'une structure avec ses défauts.

1-3 FACTEUR DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES.

Tous les matériaux sans exception, contiennent des défauts dus au matériau lui-même, à sa mise en œuvre ou à la conception de la pièce considérée.

Léonard de Vinci a fait l'expérience depuis 400 ans, il a abouti à la conclusion que la résistance à la traction d'un fil d'acier est plus faible que le fil est long, le nombre des défauts augmente le long de fil. Ces défauts peuvent conduire à la rupture de fil à cause de concentration de contraintes.

Considérons une plaque tendue percée d'un trou elliptique, on représente la fissure par une ellipse ($\rho \rightarrow 0$) avec $\rho = \frac{b^2}{a}$ où ρ est le rayon de courbure :



Fig(1 - 2)

Inglis a montré que la contrainte à l'extrémité du grand axe de l'ellipse est déterminée par la relation suivante:

$$\sigma_{y_{max}} = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{b}} \right) \sigma_a$$

Soit en introduisant le rayon de courbure $\rho = \frac{b^2}{a}$

$$\sigma_{y_{max}} = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \sigma_a$$

Le facteur de proportionnalité entre la contrainte locale et la contrainte appliquée étant appelé : facteur de concentration de contrainte, défini par:

$$K_T = \frac{\sigma_{y_{max}}}{\sigma_a} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (1-10)$$

La concentration de contrainte en fond d'entaille crée une plastification locale.

Remarque : Il ne faut pas confondre entre le facteur d'intensité de contraintes K_{KI} et le facteur de concentration de contraintes K_t qui dépend de la géométrie de la pièce et l'accuité d'entaille,

Chapitre II:

CARACTERISATION DE L'INFLUENCE D'UN DEFAUT

DANS LA MATIERE : NOTIONS DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE:

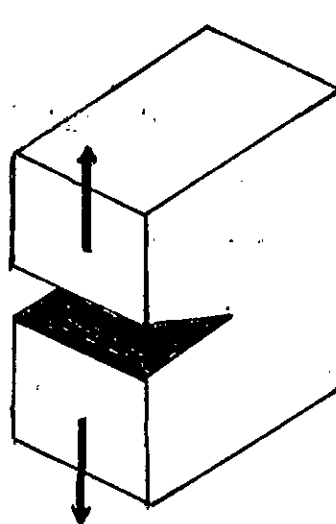
On peut définir la mécanique de la rupture comme étant la science qui étudie les comportements des structures en présence de ses défauts macroscopiques.

La mécanique de la rupture envisage trois modes de rupture élémentaires. La modélisation de ces derniers se fait à partir de la direction de la résultante de chargement par rapport au plan d'entaille ou de la fissure. On associe à chaque mode, un facteur d'intensité de contraintes caractérisant la sévérité de la situation obtenue par l'application de chargement.

II - I MODES DE RUPTURE :

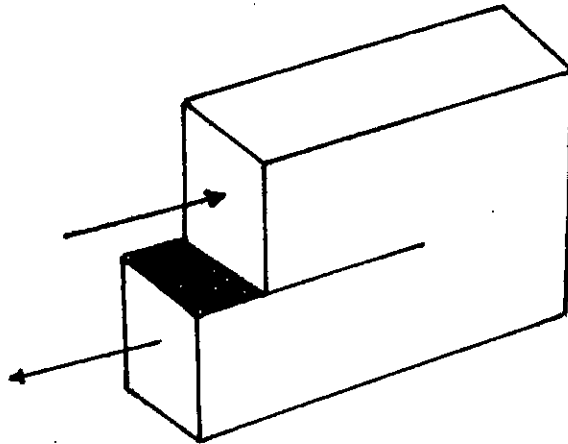
MODE I (mode d'ouverture):

Dans ce mode, les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une de l'autre.



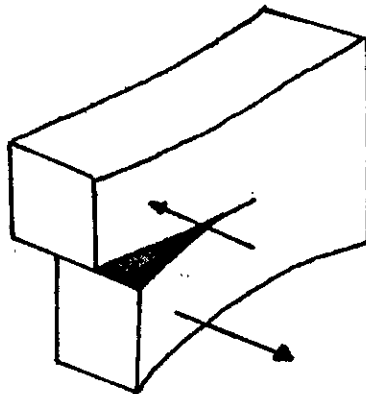
-MODE II (glissement plan):

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au fond de la fissure.



-MODE III (glissement anti-plan):

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au fond de la fissure.



Les ruptures les plus dangereuses se font suivant le mode I, l'étude qui suit envisage ce mode.

II-2 THEORIE D'IRWIN.

Irwin a analysé le champ de contraintes au voisinage de front de fissure pour chaque mode de rupture, à l'aide de la théorie de l'élasticité linéaire.

En un point M, défini par ses coordonnées polaires ξ et θ voir fig(2-1). La répartition des contraintes est donnée pour chaque mode par :

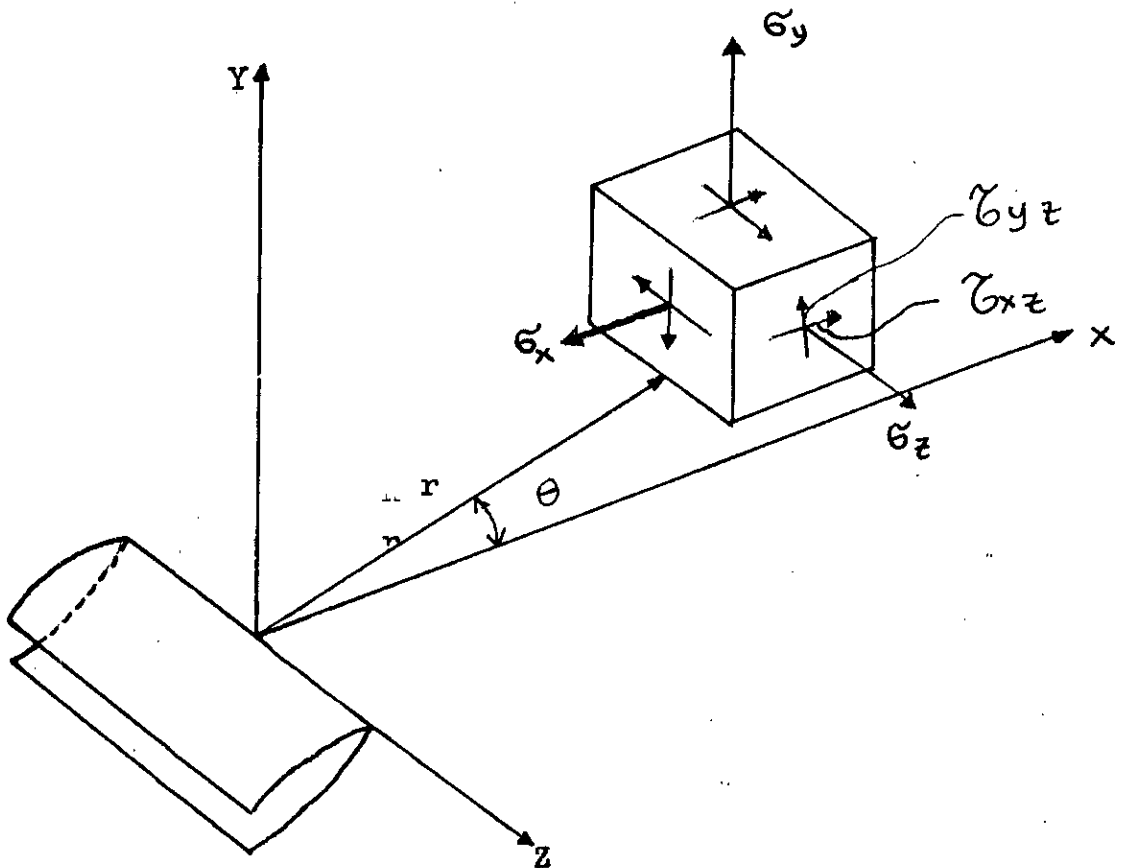


Fig (2 - 1) Les contraintes au point M.

MODE I:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \\ \text{et } \varepsilon_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (2-1) \\ \text{(en déformations planes)} \end{array}$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad \text{(en contraintes planes)}$$

Quand on est dans le plan de propagation càd $\theta = 0$
on aura:

$$\sigma_x = \sigma_y$$

et

$$\sigma_z = 2 \cdot \nu \sigma_x \quad \text{(en déformation planes)}$$

MODE II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \frac{KII}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} -2 - \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \\ \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2-2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \\ \varepsilon_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right\} \text{(en déformations planes)}$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad \text{(en contraintes planes)}$$

Mode III

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-3)$$

Avec $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0$

où KI, KII et KIII sont appelés facteurs d'intensité de contraintes pour les modes I, II et III et s'expriment en MPa \sqrt{m} .

II-3 Théorie de Griffith :

La théorie de Griffith est basée sur le concept énergétique. Griffith a émis l'hypothèse que l'introduction d'une fissure dans un échantillon soumis à une contrainte, libérait une certaine quantité d'énergie élastique. Si cette énergie libérée est supérieure ou égale à l'énergie nécessaire pour créer deux surfaces, la propagation de fissure se produit.

On peut définir le taux de restitution d'énergie élastique "G", comme étant la variation de l'énergie de déformation élastique par unité de surface:

$$G = -\frac{\partial U}{\partial A} = -\frac{\partial U}{b \partial a} \quad (2-4)$$

Où U : l'énergie potentielle totale de la structure fissurée.

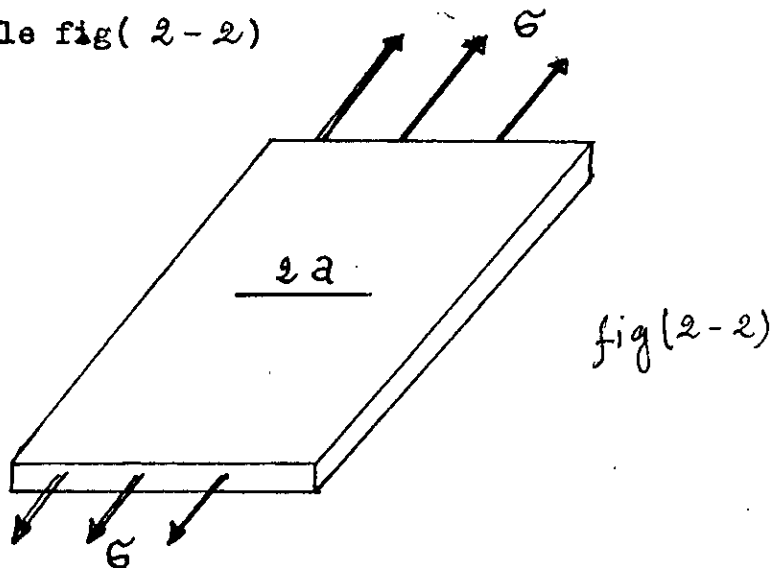
A : surface de la fissure

B : épaisseur de la structure

a : longueur de fissure.

Si G est supérieure à une valeur critique G_c , la fissuration se produit.

Soit, par exemple, une plaque infinie, contenant une fissure de longueur $2a$ soumise à une contrainte nominale fig(2-2)



Le taux de restitution d'énergie a l'expression suivante :

$$G_I = \frac{\sigma^2 \lambda a}{E'} = \frac{K_I^2}{E'} \quad \text{--- (2-5)}$$

Soit au seuil critique :

$$\sigma_c^2 a = \frac{E' G_c}{\lambda} = \text{cte} = \frac{K_c^2}{\lambda} \quad \text{(2-6)}$$

avec

$E' = E$ en état de contraintes planes ($\sigma_z = 0$)
et $E' = E/(1 - \nu^2)$ état de déformations planes ($\epsilon_z = 0$)

Si l'éprouvette ne peut pas être assimilée à une plaque de dimension infinie, le facteur $\sqrt{\lambda}$ soit remplacé par une fonction Y tenant compte des effets de bord. La fonction Y a été déterminée pour des essais de flexion et de traction de divers type d'entaille, l'expression de y est de la forme suivante:

$$Y = \sum_{i=0}^n a_i \left(\frac{a}{D}\right)^i$$

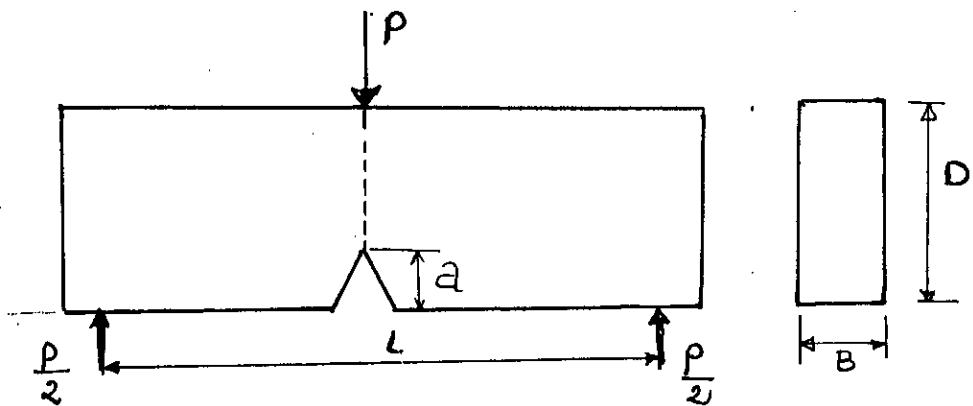
Où a/D : la profondeur d'entaille réduite

les a_i sont des constantes ne dépendant que de la longueur et de la largeur de l'échantillon.

n : nombre entier positif suffisamment grand pour obtenir une bonne approximation de Y

Pour un essai de flexion d'une éprouvette SEN (Single Edge Notch), les valeurs des a_i sont les suivantes

L/D	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
4	+ 1.93	-3.07	+14.53	-25.11	+ 25.80
8	+ 1.96	-2.75	+13.66	-23.98	+ 25.22



Eprouvette S.E.N en flexion trois points

II-4 Corrélation entre les théories

d'Irwin et de Griffith :

Les expressions données par Griffith et Irwin sont liées par une relation simple de la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{K_{Ic}} \cdot (1 - \nu^2) &= E \cdot G_{Ic} \quad (\text{déformations planes}) \\ \frac{2}{K_{Ic}} &= E \cdot G_{Ic} \quad (\text{Contraintes planes}) \end{aligned} \right\} (9-7)$$

L'indice I indique le mode d'ouverture (mode I).

Les critères d'Irwin et de Griffith sont applicables pour les matériaux fragiles où la distribution de contraintes soit élastique linéaire.

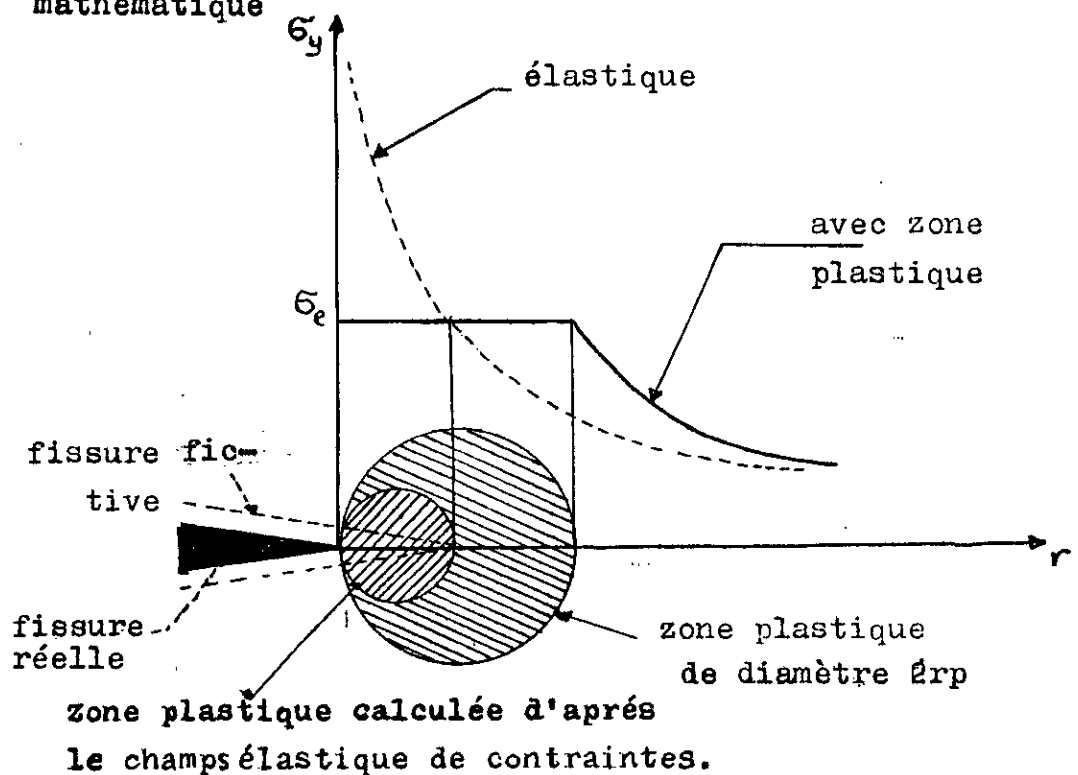
Pour les matériaux semi-ductiles et ductiles (cas de la majorité des aciers), il est nécessaire d'apporter la correction basée sur les dimensions de la zone plastique.

II-5 ZONE DE DEFORMATION PLASTIQUE

D'après la relation suivante;

$$\sigma_y = \frac{KI}{\sqrt{2 \cdot \lambda \cdot r}} F(\theta) \quad \text{: contrainte dans le sens de l'axe des Y}$$

Il apparaît que si on approche au fond d'entaille ($r \rightarrow 0$), la contrainte σ_y devient infiniment grande; donc le comportement possède une singularité mathématique



FIG(2-2) Modèle d'Irwin de la zone plastique en fond de la fissure.

L'énergie dépensée dans la zone plastique est assimilable à celle de la formation d'une fissure de longueur r_p .

Irwin a proposé une zone plastique circulaire en fond de fissure telle que le rayon soit :

$$r_p = \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{KI}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{état de contraintes planes}) \quad (2-8)$$

$$r_p = \frac{1}{6\lambda} \left(\frac{KI}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{état de déformations planes}) \quad (2-9)$$

La forme circulaire de la zone plastique n'est qu'une grossière approximation. Elle varie avec l'épaisseur de la pièce puisqu'à la surface il règne un état de contraintes planes, alors qu'au coeur on se rapproche d'un état de déformations planes. Pour une détermination plus précise de cette zone, on fait appel aux critères de plastification de VON MISES et TRESCA.

II-5-1- CRITERE DE VON MISES

Le critère de Von Mises s'écrit sous la forme suivante :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \sigma_e^2 \quad (2-10)$$

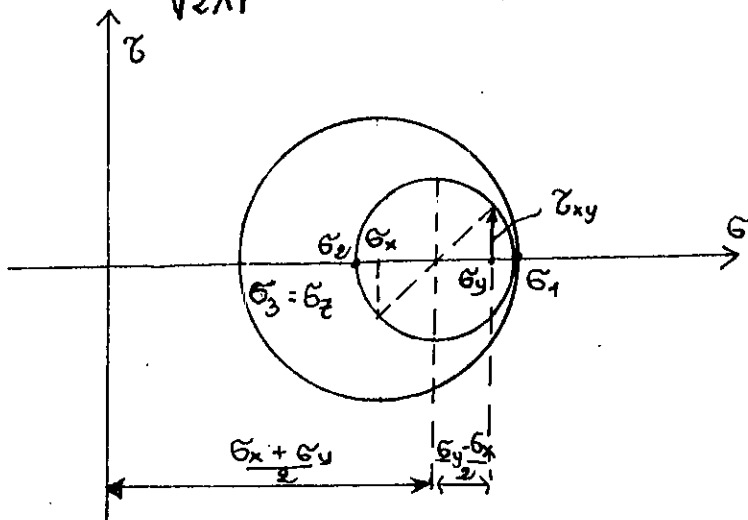
où: σ_1 , σ_2 et σ_3 sont les trois contraintes principales.

Les expressions de σ_x , σ_y et τ_{xy} sont données précédemment par:

$$\sigma_x = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$



Fig(2 - 3) cercle de mohr.

D'après le cercle de mohr on aura :

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_2)} \quad (\text{déformations planes})$$

$$\sigma_3 = 0 \quad (\text{contraintes planes})$$

(2-11)

EN substituant les expressions de σ_x , σ_y et τ_{xy} dans les expressions σ_1 , σ_2 et σ_3 de (2-11), on trouve:

$$\sigma_1 = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sqrt{\left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right)^2 + \left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \right)^2} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sqrt{\left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right)^2 + \left(\sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \right)^2} \right)$$

$$\sigma_3 = \frac{2\nu KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{déformations planes})$$

$$\sigma_3 = 0 \quad (\text{contraintes planes})$$

Par simplification, les expressions deviennent:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma_2 &= \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma_3 &= \frac{2\nu KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} (2-12)$$

Pour $\theta = 0$ on a $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}}$

La substitution de σ_1 , σ_2 et σ_3 dans l'expression de critère de Von Misès (2-10) conduit à:

$$r_p = \frac{KI}{2\pi \sigma_e} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + 3 \cdot \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{contraintes planes})$$

(2-13)

$$r_p = \frac{KI}{2\pi \sigma_e} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + 3 \cdot \sin \frac{\theta}{2} + 4\nu(\nu-1) \right)$$

(déformations planes) (2-14)

II-5-2 CRITERE DE TRESCA:

Le critère de tresca est basé sur la contrainte tangentielle maximale:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_e$$

Dans le cas de déformations planes, on a :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_3), (\sigma_1 - \sigma_2) \right]$$

Dans le cas de contraintes planes où $\sigma_3 = 0$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_1 = \frac{1}{2} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

Donc :

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \dots (2-15)$$

Dans le cas de déformations planes, la zone plastique est de dimension r_p , telle que:

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{Max} \left[\left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), 1 \right] \quad (2-16)$$

On remarquera qu'en déformations planes, le critère de tresca prévoit une zone plastique nettement plus large que le critère de Von Misès; voir fig(2 - 4).

Pour rester dans le domaine d'une distribution élastique de contrainte, il est nécessaire que la taille de cette zone plastique reste petite par rapport à la longueur de la fissure et aux dimensions de la structure .

La mécanique linéaire élastique de la rupture est d'autant plus applicable que la zone plastique est petite;

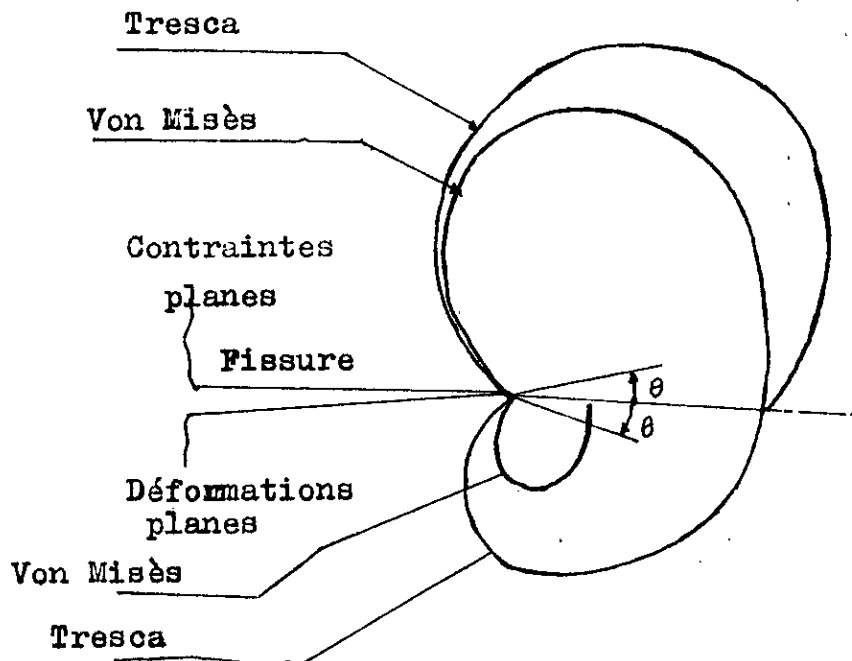


Fig (2 - 4) La zone plastique calculée par les deux critères de Von Misès et Tresca.

ce qui nécessite aux pièces d'avoir des dimensions très supérieures à la taille de cette zone.

A cet égard, l'ASTM, dans sa recommandation E399-72 impose aux échantillons utilisés pour la détermination de facteur d'intensité de contraintes, d'avoir une épaisseur "B" et une longueur de fissure "a" telles que:

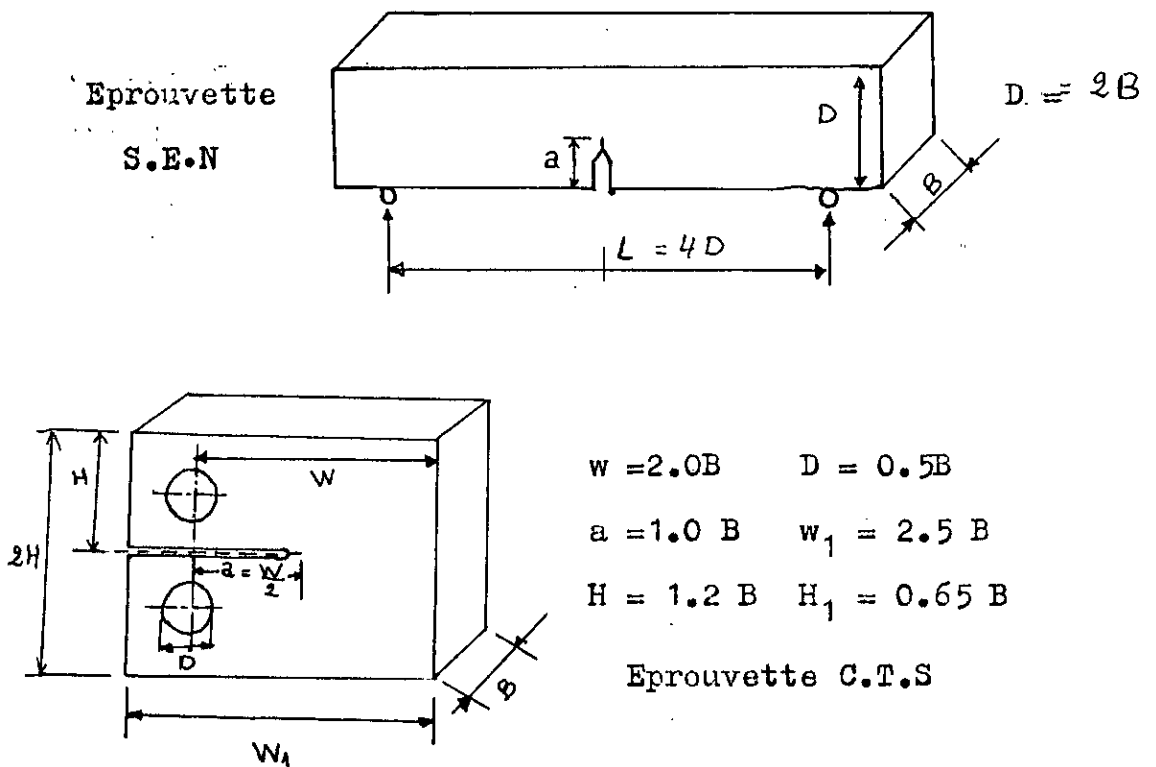
$$B \text{ et } a \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{E\sigma} \right)^2$$

Ceci correspond à imposer à "B" et "a" d'être supérieurs à 50 fois la taille de la zone plastique dans le cas de déformations planes et 17 fois dans le cas de contraintes planes.

CHAPITRE III :

ESSAIS DE CHOC

La mesure de facteur d'intensité de contraintes se fait par des méthodes expérimentales décrites par les normes de l'Association française de normalisation A.F.NOR ; Il s'agit d'effectuer des essais de traction ou de flexion en trois points sur des éprouvettes de type S.E.N (Single Edge Notch) ou C.T.S (Compact Tension Specimen)



Fig(3-1)

Le principe de cette technique peut se resumer comme suit :

On enregistre graphiquement la courbe : charge- déplacement des lèvres de l'entaille (voir fig(3 - 2));
 On détermine la charge qui correspond à une augmentation de 2 % de la dimension de la fissure. Cette charge est déterminée par l'intersection de la courbe et d'une secante OP_5 issue de l'origine dont la valeur de la pente est inférieure de 5 % à la pente de la portion rectiligne OA.

On détermine une valeur K_Q de K qui correspond à K_{Ic} si certaines conditions sont considérées.

Ces conditions sont:

$$\left. \begin{array}{l} \text{épaisseur } B \\ \text{Longueur de fissure } a \end{array} \right\} \geq 2,5 \left(\frac{K_Q}{\sigma_e} \right)^2$$

et $\frac{P_{max}}{P_Q} < 1.1$ (A)

P_Q est définie de la manière suivante :

Si la charge en tout point précédant P_5 est inférieure à P_5 , P_Q est égal à p_5 [fig (3 - 2), type 1];
 si cependant, il existe une charge maximale précédant P_5 et supérieure à celle ci, cette charge sera prise comme valeur de P_Q [Fig(3 - 2), type II et III].

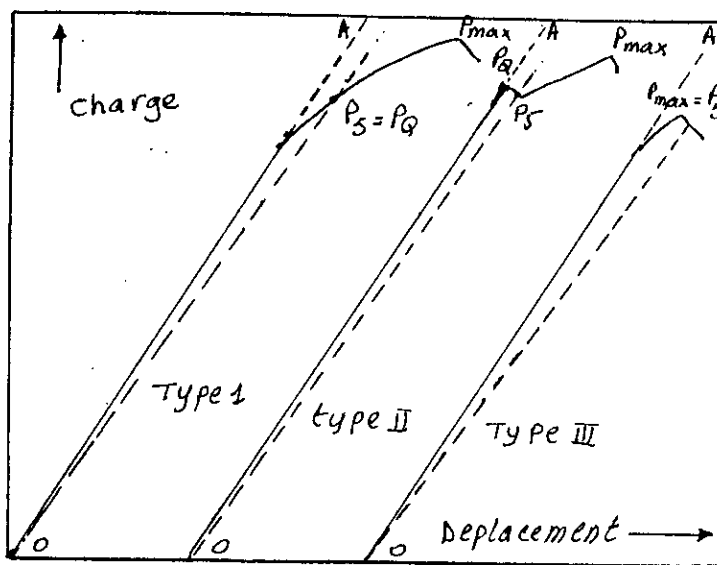


Fig (3 - 2) Principaux types de courbes charge-déplacement.

Si les conditions ci-dessus (A) sont satisfaites, K_Q est pris comme valeur de K_{Ic} .

Le calcul de K_{Ic} s'effectue à l'aide des relations suivantes

* Eprouvette en flexion en trois points

$$K_{Ic} = \frac{P_c}{B\sqrt{D}} \left[11.58 \left(\frac{a}{D}\right)^{1/2} - 18.42 \left(\frac{a}{D}\right)^{3/2} + 87.18 \left(\frac{a}{D}\right)^{5/2} - 150.66 \left(\frac{a}{D}\right)^{7/2} + 154.80 \left(\frac{a}{D}\right)^{9/2} \right]$$

$P_c = P_Q$ dans le cas où les conditions (A) sont satisfaites.

* Eprouvette compacte de traction

$$K_{Ic} = \frac{P_c}{B\sqrt{W}} \left[\begin{array}{l} 29.6 \left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} - 185.5 \left(\frac{a}{W}\right) + 655.7 \left(\frac{a}{W}\right)^{5/2} - \\ 1017 \left(\frac{a}{W}\right)^{7/2} + 638.9 \left(\frac{a}{W}\right)^{9/2} \end{array} \right]$$

Mais comme nous l'avons mentionné précédemment, le manque de la machine, qui permet de nous donner la courbe charge - déplacement, nous oblige de chercher une autre solution.

Nous proposons pour ce but deux méthodes qui seront présentées, dans l'étude qui suit.

III - I- THEORIE DE WILLIAMS

On peut classer les matériaux comme suit:

- Matériaux fragiles
- matériaux semi-fragiles
- matériaux semi- ductiles
- matériaux ductiles.

La méthode de williams permet une détermination rapide de l'énergie de rupture, pour un essai de choc, type charpy. Elle nécessite une simple machine qui est la machine mouton-pendule.

Analysons cette méthode pour les matériaux suivants.

III-I-1 RUPTURE DES MATÉRIAUX FRAGILES.

L'hypothèse de base est que la rupture se produit dans le domaine de l'élasticité linéaire.

L'échantillon soumis à une force emmagasine de l'énergie élastique et la restitue complètement dèsque la charge est supprimée.

Considérons une charge de sollicitation P, l'échantillon prend alors une flèche Δ , donc, l'énergie emmagasinée

U est égale à:

$$U = \frac{1}{2} P \Delta \quad (3-1)$$

Où U est représenté l'aire sous la portion linéaire voir fig (3 - 1). La méthode de Williams est souvent appelée "méthode de la compliance".

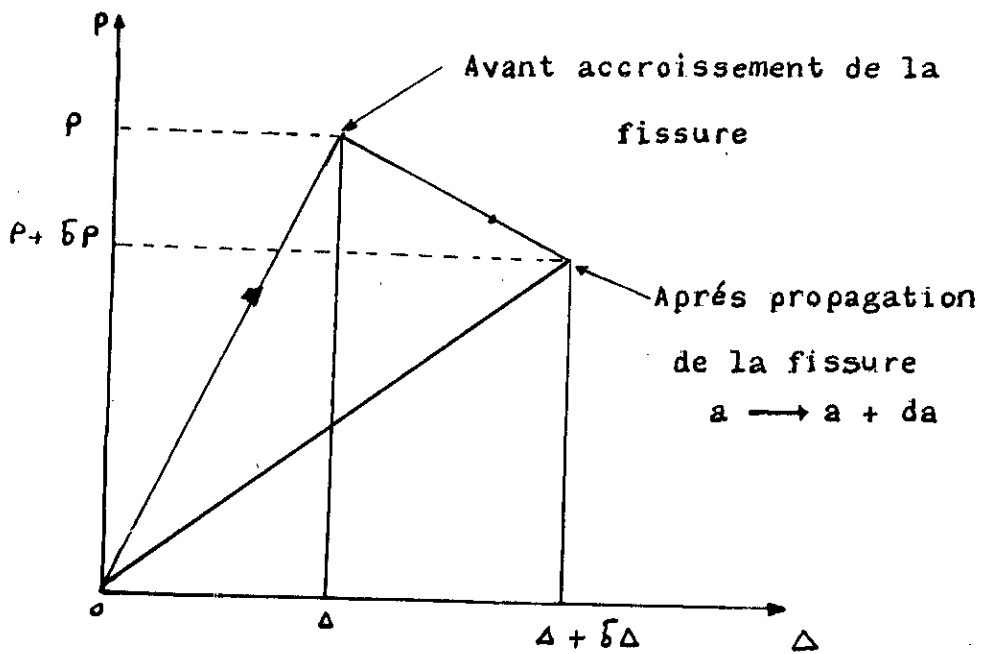


Fig (3 - 3)

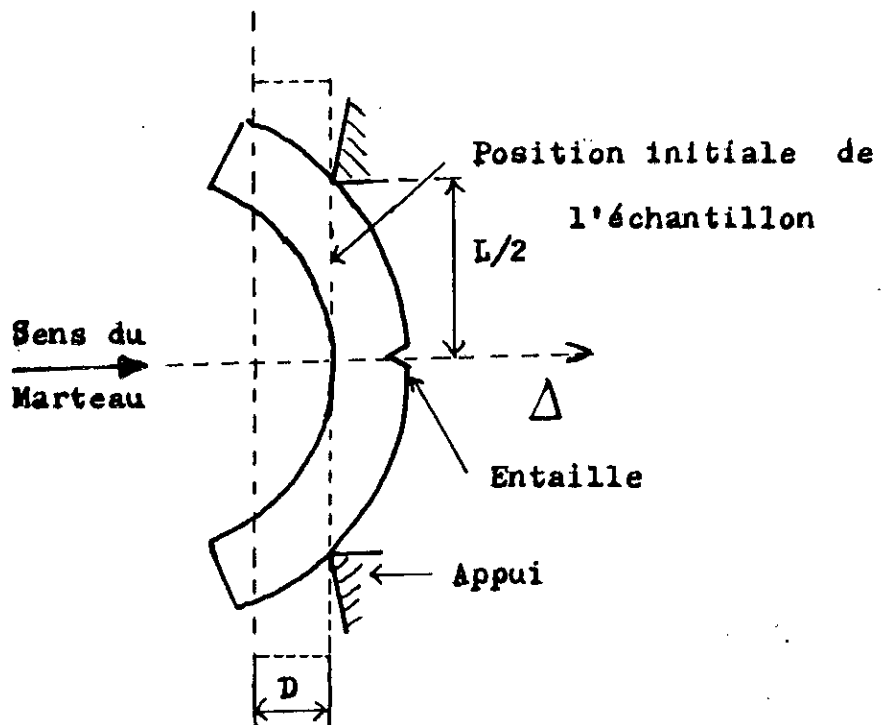


Fig (3 - 4)

On peut définir la compliance comme étant le rapport de la flèche de l'échantillon à la charge appliquée ; donc :

$$c = \frac{\Delta}{P} \quad (3-2)$$

La compliance C est fonction de la nature du matériau testé, de la géométrie de l'entaille et de la forme de l'échantillon.

Pour qu'une entaille de profondeur initiale a , subisse un accroissement δa , l'énergie emmagasinée juste avant la rupture est égale à :

$$U_1 = \frac{1}{2} P \cdot \Delta$$

Pour que la fissure se propage, il faut un supplément d'énergie apportée par la force P.

Soit U_2 , l'énergie après la propagation de fissure, U_2 est égale à :

$$U_2 = \frac{1}{2} (P + \delta P) (\Delta + \delta \Delta)$$

Le taux de restitution d'énergie est défini, comme la variation de l'énergie de déformation par unité de surface donc :

$$GI = \frac{dU}{dA} \quad (3-3)$$

où $dU = U_2 - U_1$

En négligeant le terme de second ordre on aura :

$$dU = \frac{1}{2} (P \delta \Delta + \Delta \delta P)$$

A charge constante :

$$dU = \frac{1}{2} P \cdot \delta \Delta \quad (3-4)$$

D'après l'équation (3 - 2), le déplacement est donné par:

$$\Delta = C.P$$

où

$$\delta \Delta = C. \delta P + P. \delta C$$

De même, à P constante:

$$\delta \Delta = P. \delta C$$

En substituant dans l'équation (3 - 4), puis dans l'équation (3 - 3), il vient:

$$GI = \frac{1}{2} P. \frac{dC}{dA} \quad (3 - 5)$$

Où A est la surface de la fissure, telle que:

$$A = B.a$$

D'où $dA = B.da$

Par substitution dans l'équation (3 - 5) il en découle:

$$GI = \frac{P}{2B} \frac{dC}{da} \quad (3 - 6)$$

Au seuil critique:

$$UC = \frac{1}{2} P_c C \quad (3 - 7)$$

$$GI_c = \frac{P_c}{2B} \frac{dC}{da} \quad (3 - 8)$$

De cette dernière équation, il vient:

$$P_c = GI_c. \frac{2B}{\frac{dC}{da}}$$

En remplaçant dans l'équation (3 - 7), on aboutit:

$$U_c = G I_c \cdot B \frac{dC}{da} \quad (3 - 9)$$

En multipliant et en divisant le second membre de (3 - 9) par la largeur D, il vient:

$$U_c = G I_c B D \frac{dC}{d(a/D)} \quad (3 - 10)$$

De plus;

$$U_c = G I_c B \cdot D \cdot \phi \quad (3 - 11)$$

ϕ : est appelé " facteur de calibration " .

On peut expliciter analytiquement ce coefficient, comme suit

En vertu de l'équation (2-6) , nous pouvons écrire:

$$G I_c = \frac{K I_c}{E} = \frac{Y \cdot G_c \cdot a}{E} \quad (3 - 12)$$

Égalant cette équation avec l'équation (3 - 8), il en découle:

$$G I_c = \frac{P_c}{2B} \frac{dC}{da} = \frac{Y \cdot G_c \cdot a}{E}$$

Soit,

$$\frac{dC}{d(a/D)} = \frac{2BDY}{E} a \left(\frac{G_c}{P_c} \right) \quad (3 - 13)$$

Il reste maintenant de déterminer analytiquement le rapport $\frac{G}{P}$

De la théorie de résistance de matériau, nous avons:

$$G = \frac{M \cdot Z}{I} \quad (3 - 14)$$

Avec ;

M : le moment de flexion

Z : la distance de la fibre neutre à la fibre considérée; $Z = D/2$

I : le moment quadratique de la section contenant le plan de fissure.

Le moment fléchissant peut se calculer par:

$$M = P/2 \cdot L/2 = \frac{PL}{4}$$

Le moment quadratique est égal à:

$$I = \frac{B \cdot D^3}{12}$$

En substituant les valeurs ainsi trouvées dans la formule (3 - 14), nous avons:

$$\sigma = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot B \cdot D}$$

et par conséquent:

$$\frac{\sigma}{P} = \frac{3L}{2BD} \quad (3 - 15)$$

En vertu de l'équation (3 - 13), on aura:

$$\frac{dC}{d(a/D)} = \frac{2 \cdot B \cdot D}{E} \cdot Y \cdot a \left(\frac{3 \cdot L}{2 \cdot B \cdot D} \right)^2$$

Après arrangement, on a:

$$\frac{dC}{d(a/D)} = \frac{9}{2 \cdot E \cdot B} Y^2 \frac{a}{D} \left(\frac{L}{D} \right)^2 \quad (3 - 16)$$

LA compliance d'un échantillon entaillé est donc égale à:

$$C = \int_0^{a/D} \frac{dC}{d(a/D)} \cdot d(a/D) + C_0 \quad (3 - 17)$$

C_0 est la compliance de l'échantillon non entaillé, telle que:

$$C_0 = \frac{1}{4 \cdot E \cdot B} (L/D)^3 \quad (3 - 18)$$

En remplaçant les relations (3 - 16) et (3 - 18) dans la relation (3 - 17), il vient:

$$C = \frac{9}{2 \cdot E \cdot B} (L/D)^2 \left[\int_0^{a/D} Y^2 \frac{a}{D} d(a/D) + \frac{1}{18} (L/D) \right]$$

En intégrant:

$$C = \frac{9}{2 \cdot E \cdot B} (L/D)^2 \left[\frac{Y^2}{2} (a/D)^2 + \frac{1}{18} (L/D) \right] \quad (3 - 19)$$

De l'équation (3 - 16) et de l'équation (3 - 19) on peut calculer le coefficient de calibration:

$$\phi = \frac{\frac{Y^2}{2} (a/D)^2 + \frac{1}{18} (L/D)}{Y^2 (a/D)} \quad (3 - 20)$$

Connaissant a, D et L, ϕ peut être calculé :

- soit par interpolation linéaire à partir du tableau donné par Williams.
- Soit à partir d'une expression déterminée par le centre de recherche de "LACQ".

$$\phi = A \left(\frac{D}{a} \right)^B$$

Avec :

$$A = \left[142.531 - 0.1809 \frac{L}{D} + 0.47138 \left(\frac{L}{D} \right)^2 \right] 10^{-3}$$

Et

$$B = \left[202.205 + 162.27 \frac{L}{D} - 9.1138 \left(\frac{L}{D} \right)^2 \right] 10^{-3}$$

A condition que:

$$3.5 \leq \frac{L}{D} \leq 7$$

et

$$0.14 \leq \frac{a}{D} \leq 0.44$$

III-I-2 RUPTURE SEMI-FRAGILE .

La courbe charge-déplacement n'est plus linéaire, mais incurvée vers le bas . Cette incurvation est due à la présence d'une zone plastique au fond d'entaille.

Lorsque l'étendue de cette zone est assez petite on peut déterminer la résistance à la rupture à partir de la courbe $U = f(BD\phi)$, à condition que la longueur d'entaille soit remplacée par une longueur dite apparente telle que: $a_{ap} = a + r_p$, ce qui correspond en pratique, à ajuster la valeur de "r_p" de manière à ce que la variation de U en fonction de $BD\phi$ soit linéaire.

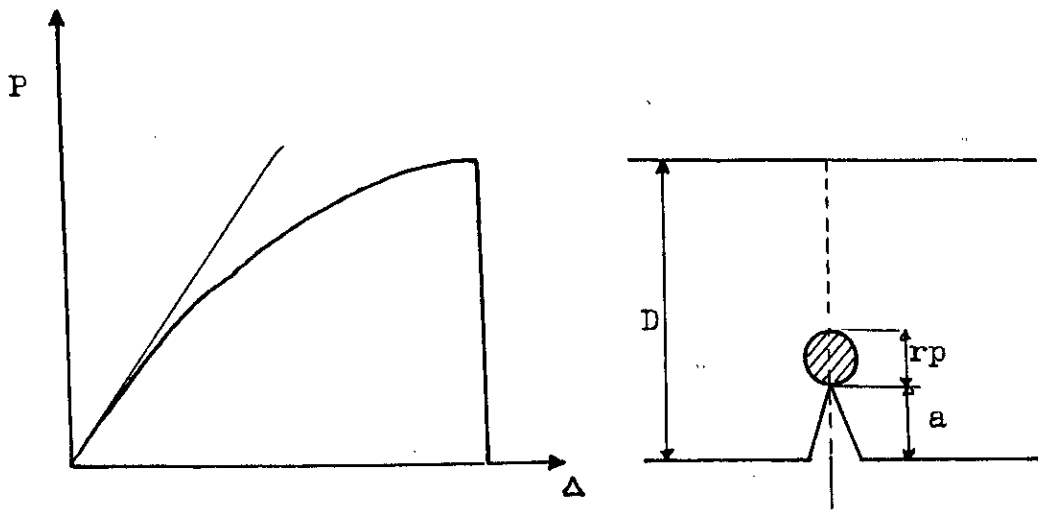


Fig (3 - 5)

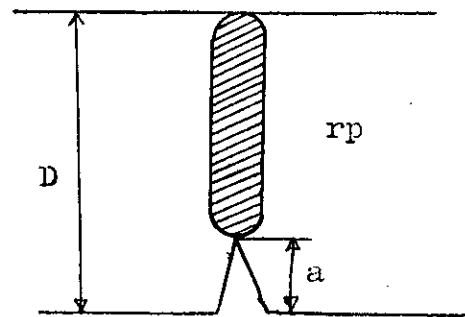
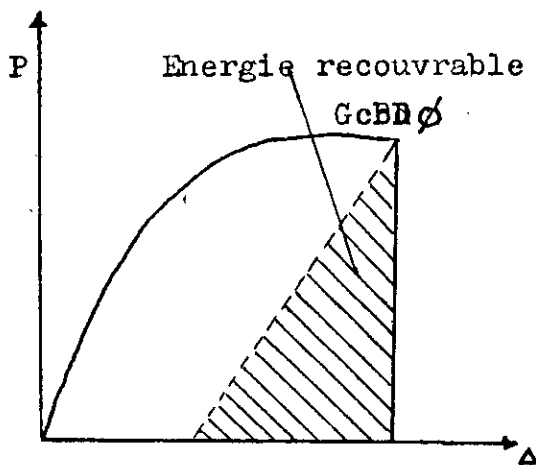
III-I-3 RUPTURE SEMI-DUCTILE

Dans ce cas, la zone déformée plastiquement domine toute la surface de ligament, mais la rupture est assimilable à une rupture fragile. L'énergie absorbée

par la rupture de l'échantillon est une somme de deux énergies; une énergie apparente et une énergie de propagation de fissure G_c .

$$U = G_c \cdot B \cdot D \cdot \phi + G_d \cdot B \cdot (D - a) \quad (3 - 21)$$

Où G_d : l'énergie apparente.



Zone déformée plastiquement

Fig (3 - 5)

III-I-4 RUPTURE DUCTILE :

La surface du ligament est, entièrement, déformée plastiquement et la rupture n'est pas du type fragile. La taille de la zone plastique est du même ordre que les dimensions de l'échantillon.

L'énergie absorbée par l'échantillon, lors de la rupture, est proportionnelle à la surface du ligament.

L'aspect de la cassure est totalement oblique.

L'énergie de la rupture est donnée par la relation suivante:

$$U = Gd B. (D - a)$$

$$(3 - 22)$$

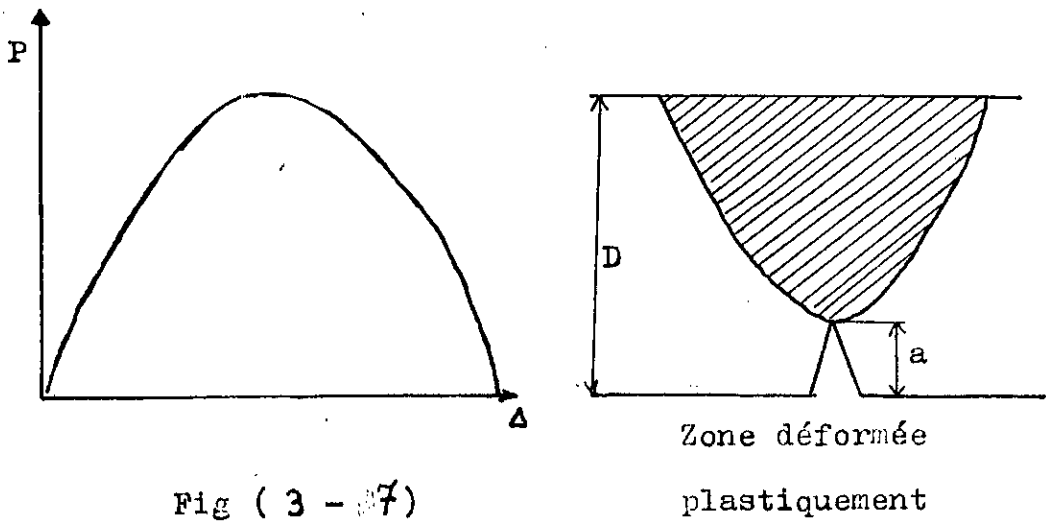
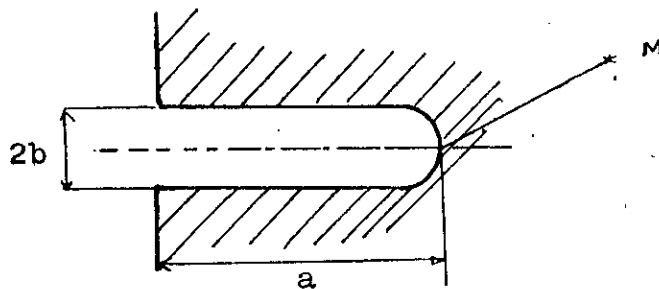


Fig (3 - 7)

III-I-5- INFLUENCE DE DIVERS PARAMETRES SUR L'ENERGIE DE LA RUPTURE.

* RAYON DE FOND D'ENTAILLE.

On peut assimiler l'entaille à une entaille semi-elliptique, de demi-axes b et a voir fig(3 - 8).



Fig(3 - 8) entaille alléptique.

Le rayon à fond d'entaille est $\rho = b^2/a$.

Soit un point **M** situé à une distance r du fond d'entaille. La contrainte locale à ce point prend la valeur suivante (1; P: 27):

$$\sigma_s = \sigma_a \sqrt{\frac{a}{2r}} \frac{1 + \frac{s}{r}}{\left(1 + \frac{s}{2r}\right)^{3/2}} \quad (3-23)$$

σ_a : contrainte de chargement

Dans le cas idéal ($s=0$); (fissure très aigue), on a:

$$\sigma_0 = \sigma_a \sqrt{\frac{a}{2r}}$$

Où a : est la contrainte appliquée.

En vertu de la formule (3-23), on voit clairement que la contrainte locale prendrait une valeur infinie quand le point **M** se rapproche du fond d'entaille.

Cette singularité conduit à supposer que: au fond de fissure, il existe une zone déformée plastiquement où la contrainte est limitée par la limite élastique. (σ_e).

Soit r_p : le rayon de la zone plastique par hypothèse, la rupture se produit lorsque σ prend la valeur de la limite élastique, ce qui donne les relations suivantes:

$$\sigma_e = \sigma_a \sqrt{\frac{a}{2r_p}} \quad (s=0) \quad (3-24)$$

$$\sigma_e = \sigma_{oa} \sqrt{\frac{a}{2r_p}} \frac{1 + \frac{\rho}{r_p}}{\left(1 + \frac{\rho}{2r_p}\right)^{3/2}} \quad (\rho \neq 0) \quad (3 - 25)$$

D'après la relation D'Irwin-Griffith (2 - 7):

$$K_{Ic}^2 = E \cdot G_c = Y \cdot \sigma_a^2 a$$

Les valeurs théoriques de l'énergie de rupture sont;

(1 , P: 27)

$$G_o = \frac{Y^2 a}{E} \sigma_{oa}^2$$

$$G_p = \frac{Y^2 a}{E} \sigma_{pa}^2$$

Où:

G_o : est la valeur réelle de la résistance à la rupture

G_p : la valeur apparente.

A partir des équations (3 -24) et (3 -25), on peut calculer le quotient G_p/G_o

$$\frac{G_p}{G_o} = \frac{\sigma_{pa}^2}{\sigma_{oa}^2} = \frac{\left(1 + \frac{\rho}{2r_p}\right)^3}{\left(1 + \frac{\rho}{r_p}\right)^2} \quad (3 - 26)$$

On peut schématiser la variation de G_p en fonction de ρ sur la figure suivante:

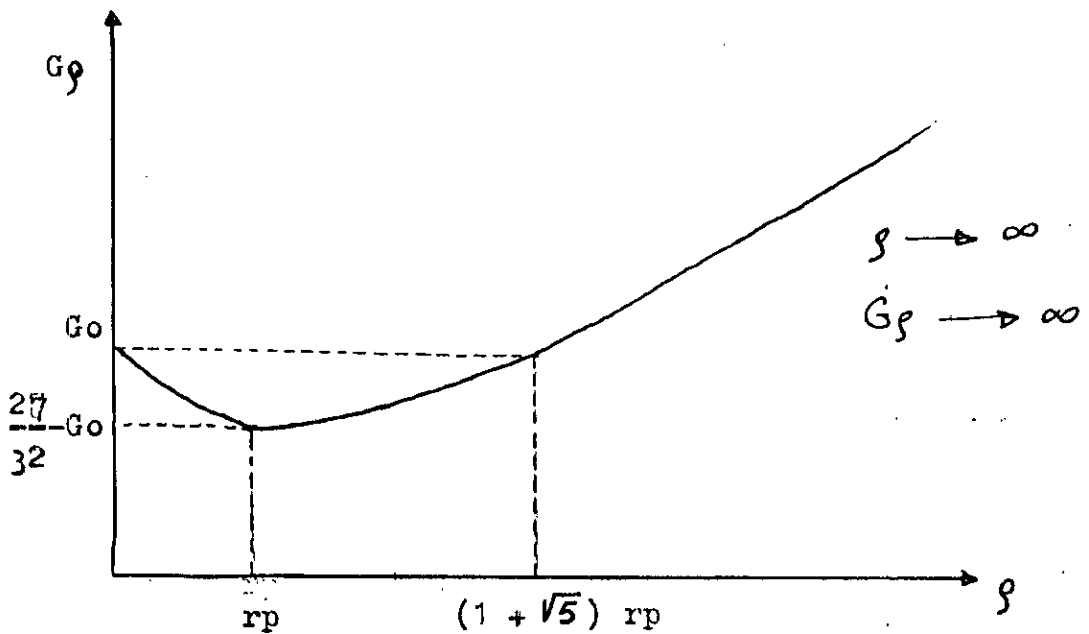


Fig (3 - 9,)

* EPAISSEUR DE L'ECHANTILLON.

Nous avons vu ,qu'à la surface de l'échantillon il règne un état de contraintes planes ,alors qu'au coeur on se rapproche d'un état de déformations planes voir figure ci-dessous:

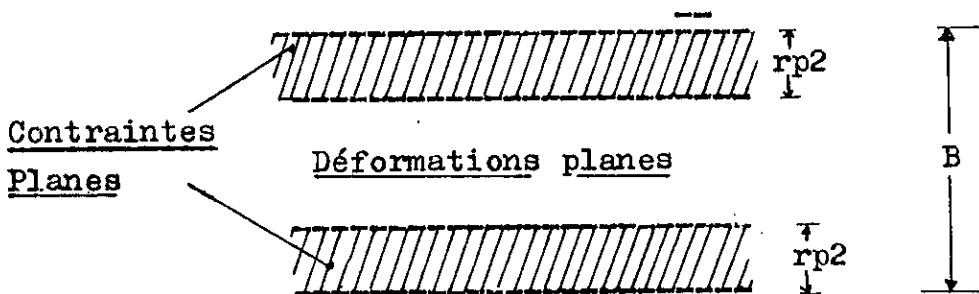


Fig (3 -10)

Les valeurs de résistance à la rupture dans les deux états considérés sont différentes ,la grande valeur correspond à l'état de contraintes planes.

Soient, G_{c1} et G_{c2} les résistances affectées à la zone de déformations planes et à la zone de contraintes planes successivement. (1 ; P: 30)

$$B \cdot G_c = G_{c1} (B - 2r_p) + 2r_p^2 \cdot G_{c2}$$

Soit,

$$G_c = G_{c1} + \frac{2r_p^2}{B} (G_{c2} - G_{c1}) \quad (3 - 27)$$

Lorsque le matériau est utilisé en faible épaisseur (toles minces), on est dans le cas de contraintes planes:

$B = 2r_p^2$, de l'équation précédente, on aura: $G_c = G_{c2}$

A l'opposé, lorsque l'épaisseur est assez grande (matériaux épais), on est dans le cas de déformations planes; on aura:

$$G_c = G_{c1}$$

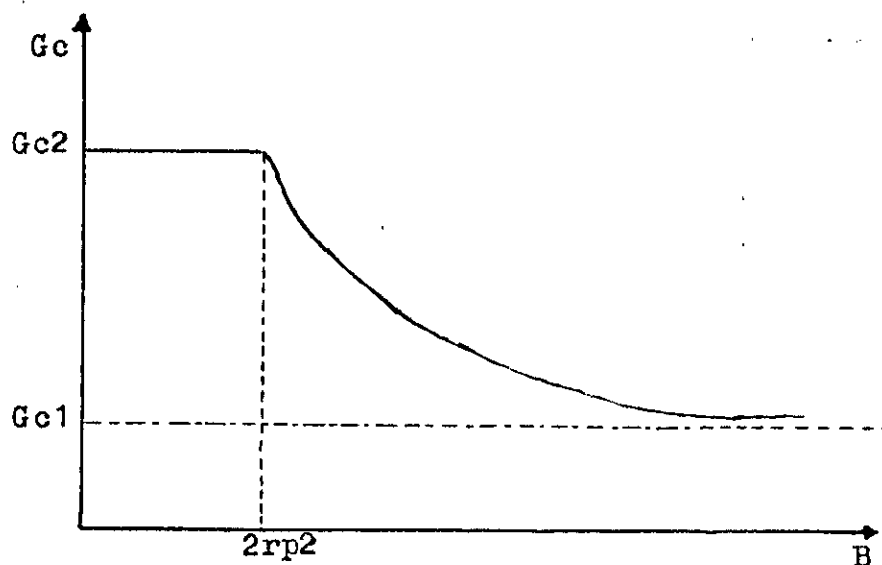


Fig (3 -11) L'influence de l'échantillon sur la résistance à la propagation de fissure.

En effet G_{Ic} décroît lorsque l'épaisseur croît jusqu'à ce que soient atteintes les conditions de déformations planes;

$$(G_{Ic})_{DP} > (G_{Ic})_{CP}$$

Pour cela les normes recommandent de mesurer la tenacité à l'état de déformation plane. La valeur de G_{Ic} étant petite, donc par conséquent les dimensions sont plus importantes et la structure est plus sécuritaire.

III-II- - METHODE DE RESILIENCE

Les essais de la mécanique de la rupture sont longs et coûteux. A l'opposé, les essais classiques de fragilité (Essais Charpy) ainsi que l'essai de traction, sont peu onéreux.

Plusieurs études ont été portées pour la détermination du facteur d'intensité de contraintes à partir de la courbe de transition.

III-II-1-NIVEAU DUCTILE.

Rolfe et Barson (2; 27) ont proposé une relation empirique reliant le facteur d'intensité de contraintes par la résilience:

$$\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e}\right)^2 = 0.646 \frac{KV}{\sigma_e} - 6.35 \cdot 10^{-3} \quad (3-28)$$

Avec :

K_{Ic} : exprimé en $MPa\sqrt{m}$

σ_e ; exprimé en MPa

KV : exprimé en joules

III-II-2-NIVEAU FRAGILE.

La relation qui correspond à ce niveau a été proposée par Corten et Sailors (2; 27).

$$K_{Ic} = \alpha E(KV) \quad (3-29)$$

où K_{Ic} s'exprime en $MPa\sqrt{m}$

E s'exprime en MPa

KV s'exprime en joules.

α : est un coefficient qui varie entre $0.65 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-3} selon la nature du métal utilisé.

Pour les aciers doux de construction, $=0.65 \cdot 10^{-3}$

L'étude que nous avons menée reste liée au concept de fragilisation. Elle est valable pour les matériaux fragiles et semi-fragiles (ayant une zone de déformation plastique confinée et restreinte) /

Dans le cas où les matériaux possèdent une zone de plastification assez grande, il semble nécessaire d'appliquer une autre méthode tenant compte de la zone plastique.

La méthode la plus répandue est la méthode de "l'intégrale J". Elle nécessite une machine donnant la courbe charge-déplacement.

Dans le chapitre suivant nous présenterons en bref la technique de l'intégrale J; .

CHAPITRE IV - INTEGRALE J

IV 1-BILAN ENERGETIQUE

Considérons un solide de surface initiale S_0 dans lequel on crée une fissure de surface $A(t)$ variable dans le temps. L'équilibre thermodynamique du corps donne:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dV}{dt} + \frac{dT}{dt} + \frac{dD}{dt} \quad (4 - 1)$$

où:

U: est le travail effectué par les forces extérieures

V : est l'énergie élastique récupérable stockée dans le solide

T : est l'énergie cinétique .

D : est la somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible.

$S(t) = S_0 + A(t)$: la surface totale de solide.

On peut écrire :

$$\frac{dD}{dt} = \frac{dD}{dS} \cdot \frac{dS}{dt}$$

$$\text{Or } \frac{dD}{dt} = \frac{dD}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} = \gamma \cdot \frac{dA}{dt}$$

Où $\gamma = \frac{dD}{dA}$; est l'énergie nécessaire à la création d'une surface unitaire.

A la situation quasi-statique ($\frac{dT}{dt} = 0$)

L'équation de bilan énergétique (4 - 1) devient:

$$\frac{d}{dt} (U - V) = \frac{dD}{dt}$$

$$\gamma = \frac{d}{dA} (U - V)$$

Et finalement, on a :

$$\frac{1}{B} \frac{d}{da} (U - V) = \frac{1}{B} \frac{dD}{da} \quad (A - 2)$$

Où ;

- Le premier membre représente l'énergie disponible pour faire avancer la fissure ou taux de restitution d'énergie

-Le second membre représente l'énergie nécessaire à la propagation de la fissure .

Ceci est applicable dans le cas des matériaux fragiles et en déformations planes.

En réalité tous les matériaux n'ont pas un comportement élastique linéaire ,mais un comportement visco-élastique.On peut penser à l'approche mécanique d'IRWIN qui rend compte de la zone plastique en tête de fissure,mais pour les matériaux qui ont une faible limite élastique et utilisés en petite épaisseur ,ce qui est le cas de nombreux polymères,les conditions à vérifier pour la validité des mesures de K_{Ic} ne sont plus respectées.Donc,il faut trouver une formulation plus générale pour résoudre ce problème.RICE a défini un paramètre énergétique qui joue un rôle

rôle analogue du facteur d'intensité de contraintes
c'est l'intégrale J :

$$J = \int_{\Gamma} W dY - \vec{t} \frac{\partial \vec{u}}{\partial a} dS \quad (4-3)$$

$$\text{Où } W = W(x,y) = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

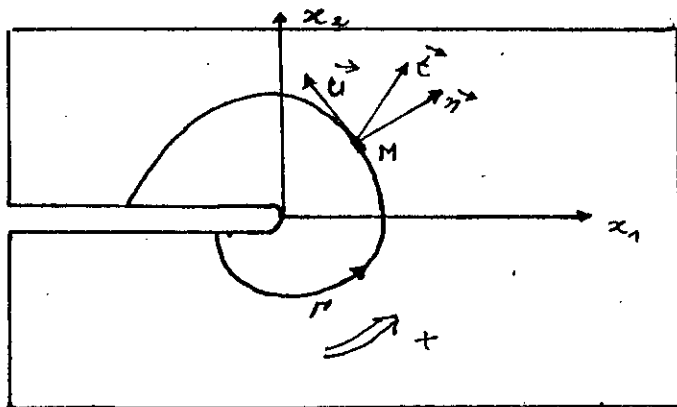
Γ : est un chemin dans le plan autour de l'extrémité
de l'entaille

t : vecteur de traction en un point de contour

u : est le vecteur déplacement en un point du contour

dS : est un élément d'arc de Γ .

Fig (4-1)



IV -2 MESURE DE L'INTEGRALE J

La mesure de l'intégrale J se fait par deux méthodes

IV-2-1 LA METHODE DE LA COMPLAISANCE:

Begley et Landes ont présenté la technique de cette méthode. Elle est basée sur le fait que ; sous un déplacement imposé d , J est égale à la variation de l'énergie de déformation élastique U par unité d'épaisseur B.

$$J = \frac{1}{B} \cdot \frac{dU}{da} \quad (4-4)$$

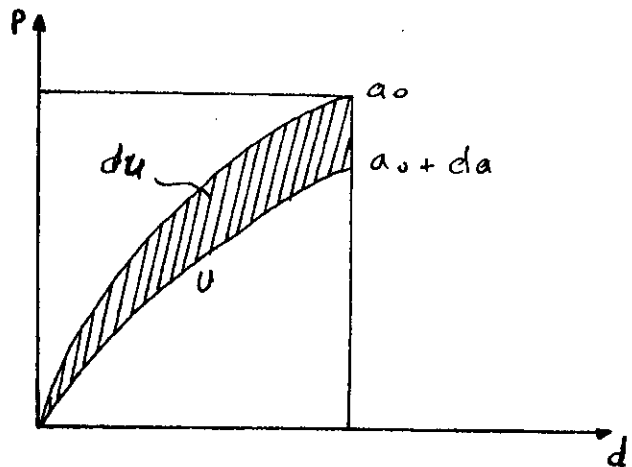
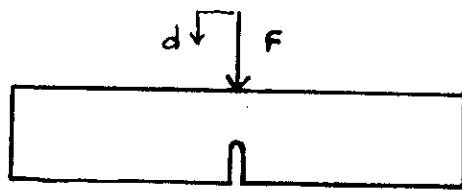


Fig (4-2)

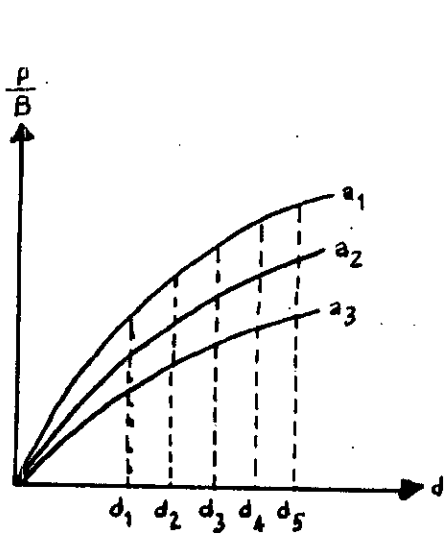
La méthode peut se resumer comme suit:

- 1+ Obtention des courbes charge-déplacement pour plusieurs éprouvettes identiques mais de longueur de fissure différentes (a_1, a_2, a_3)
- 2+ Calcul de l'énergie de déformation U pour chaque longueur de fissure a_i et plusieurs déplacements d_i . Puis peut être obtenu un diagramme donnant U en fonction de a pour chaque valeur de d .

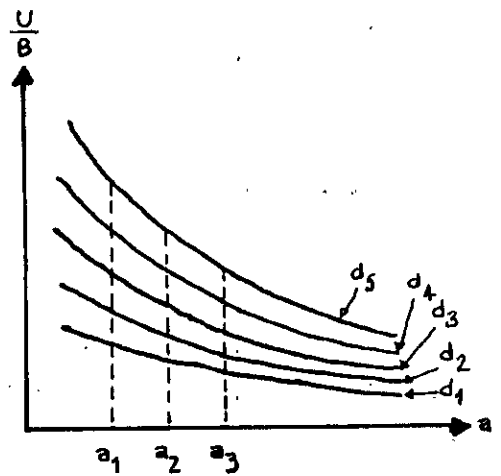
D'après l'équation (4-2), l'intégrale J n'est autre que la pente de chacune des courbes ainsi obtenues. On trace alors le diagramme des variations de J avec d pour différentes valeurs de a , le déplacement d à la rupture permet le calcul de la valeur critique de J . La figure (4-3) illustre le principe de cette méthode.



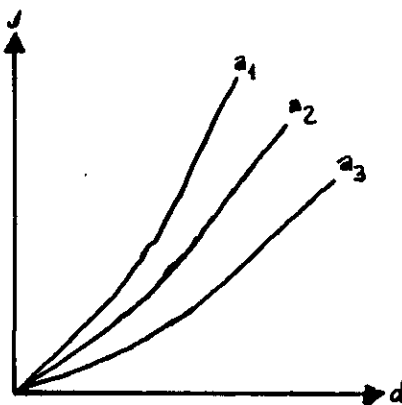
a) -Eprouvette en flexion



b) -Courbes force-dép pour différentes longueurs de fissures.



c) -Energie de déformation en fonction de la longueur de fissure



d) -Variation de j en fonction du déplacement imposé d pour des longueurs de fissure différentes.

FIG (4-3)

IV-2-2 LA METHODE DE LA FISSURE PROFONDE

Cette methode a été proposé par Rice ,elle nécessite une seule éprouvette. On enregistre la courbe charge-déplacement $(P-d^*)$, où d^* est le déplacement total diminué du déplacement qui a été obtenu avec la même éprouvette non entaillée sous la même charge P.

L'aire sous cette courbe est l'énergie U^*

$$J = \frac{2 \cdot U^*}{B(W - a)} \quad (4-5)$$

PARTIE II

ETUDE EXPERIMENTALE

PARTIE II- ETUDE EXPERIMENTALE

1- Matériaux.

Les essais sont effectués sur les aciers utilisés par la S.N.V.I pour la fabrication des châssis du camion K120. D'après les caractéristiques mécaniques et chimiques de ces matériaux, on peut les classer dans le groupe des aciers doux de nuance C.

1-1 Caractéristiques mécaniques

Désignations	Valeurs
Limite élastique Re	$\geq 35 \text{ Kgf/mm}^2$
Résistance à la rupture	$(50 - 60) \text{ Kgf/mm}^2$
Allongement A%	30 %
resilience Kcu (20°)	6 KJ/cm ²
KCV (-20°)	3.5 KJ/cm ²
KGV (20°)	4 KJ/cm ²
Dureté HB	170

1-2 Caractéristiques chimiques.

Elément	Teneur en %
Carbone C	0.20

Manganèse Mn	1.2 - 1.5
Phosphore P	0.0035
Soufre S	0.003
Silicium	0.5

2- Eprouvettes.

Les épreuves sont entièrement usinées à 55 mm de longueur et une section de 10 x 9 mm. Elles présentent au milieu de longueur, une entaille en U ou en V.

Le plan de symétrie de l'entaille est perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'éprouvette.

-Les entailles en U sont usinées à différentes profondeurs à l'aide d'une scie à métaux. Les fissures sont initiées avec une lame de scie affûtée.

Les longueurs des entailles sont mesurées de 1/10 mm de près par un microscope électronique.

-Les entailles en V sont usinées sur étau-limeur à l'aide d'un outil spécial de forme.

2-a Qualité d'usinage.

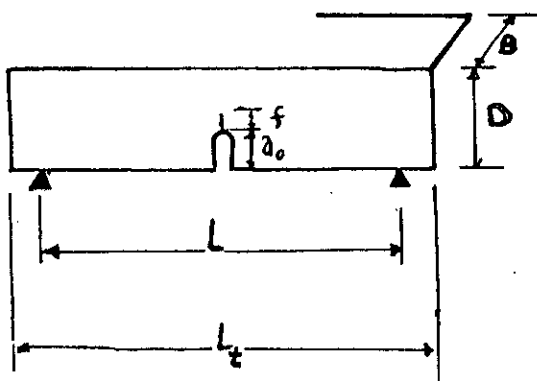
Il est évident que les pièces présentant un bon état de surface résistent mieux à l'effet des charges alternées que les pièces usinées de manière grossière.

Toute irrégularité ou défaut de surface peut être considérée comme microfissure capable de conduire à la

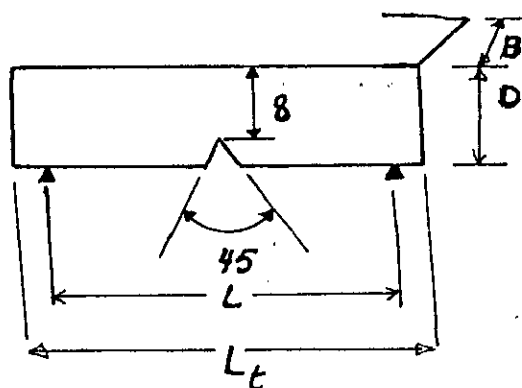
rupture si elle se trouve orientée favorablement dans le champ des contraintes.

2-b Rectification.

Il convient de faire tourner la fraise dans le même sens que l'avance de la pièce, mais avec une vitesse rotative très grande. Il est préférable encore de réduire la profondeur de passe et de refroidir abondamment la pièce afin d'éviter l'apparition des contraintes d'extension défavorable à la mesure de la tenacité.



Eprouvettes en U pour la méthode de Williams



Eprouvettes en V pour la méthode de résilience;

Symbole	Designation	Dimension nominale	tolérance de forme
Lt	Longueur totale	55 mm	+ 0.60mm
L	Distance entre appuis	40 mm	
D	largeur de l'éprouv	10 mm	+ 0.11 mm
B	Epaisseur de l'éprouv	9 mm	+ 0.11mm
a ₀	profondeur d'entaille	Variable	

f	Longueur aigue	1 mm	
a	Longueur totale de l'entaille $a = a_0 + f$	Variable	

3 - Machine d'essai.

Le type le plus répandu, des appareils à essayer les métaux aux chocs, est le mouton Charpy, il se compose d'un pendule formé par une masse, pouvant osciller à l'extrémité d'un levier mobile, la masse porte le couteau de choc, l'éprouvette est placée dans un logement sur le socle de l'appareil; on relève le pendule puis on l'abandonne sous l'action de la pesanteur, en soulevant le doigt d'accrochage, le couteau vient frapper l'éprouvette qui est rompue en deux morceaux, et le levier remonte d'un angle qui mesure l'énergie restante; et comme on connaît la force vive du pendule on peut avoir le travail absorbé (travail de rupture U).

La machine d'essai doit être construite et mise en place de manière à être rigide et stable. Elle doit accomplir les conditions suivantes:

- 1- le plan d'oscillation du mouton doit être vertical.
- 2- La machine doit être construite de telle sorte que la perte d'énergie résultant d'éventuelles translation, rotation ou vibration dans le bâti durant l'essai soit négligeable.

3-Le centre de percussion du mouton doit être voisin du milieu de la ligne de contact entre le couteau du mouton et l'éprouvette.

4-La précision de la graduation de l'échelle de la machine doit permettre de déterminer l'énergie absorbée à + 0.5 pour cent près de l'énergie maximale disponible. La graduation de la machine est faite en angles de remontée et en énergie absorbée. La plus petite division de l'échelle représente 2 Joules.

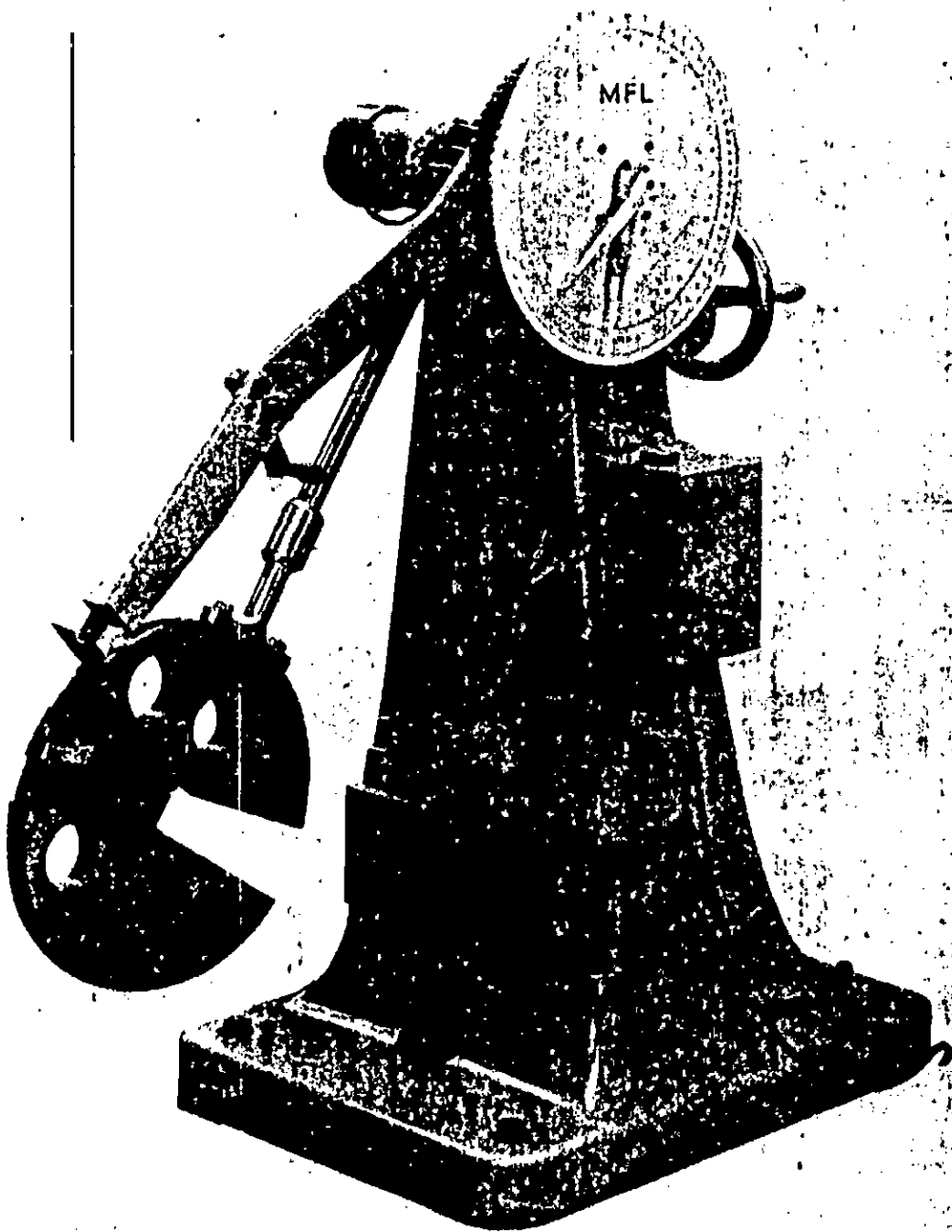
5- La pointe de l'index doit avoir la même largeur que les traits de la graduation et permettre une lecture exempte de parallaxe.

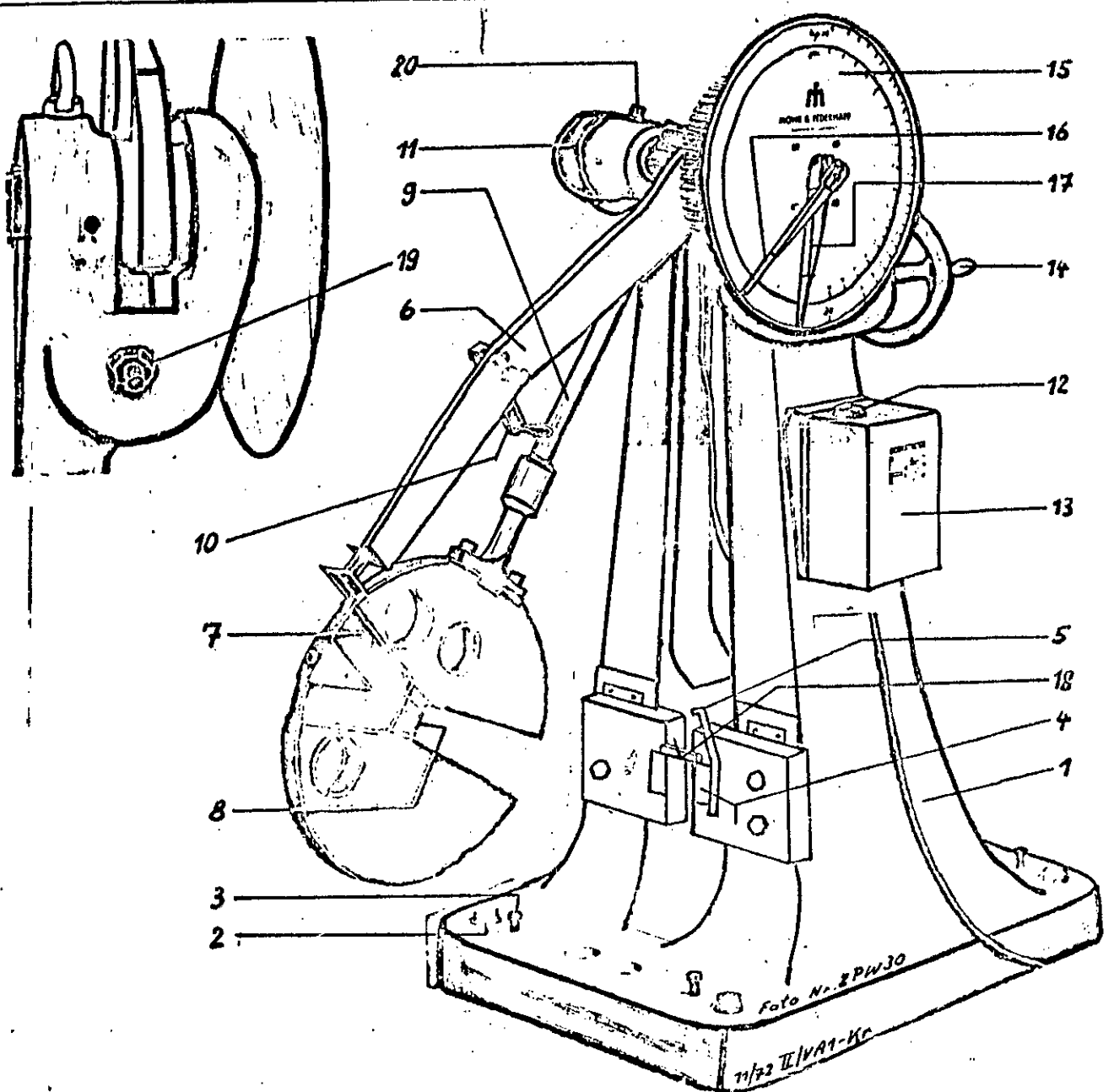
Nous avons effectué les essais sur la machine PSW300/150 qui possède les caractéristiques suivantes:

Designations	Dimensions
Distance entre appuis	40mm ± 0.5 mm
Rayon des arrondis des appuis	1 mm
Rayon de l'arête du couteau	2 à 2.5mm
pente de la dépouille du p.ép.	1/5 + 1/50
Angle du sommet du couteau	30° + 1°
Puissance de mouton pendule	300 Joules
Angle de levage	161.45°

PRÜF UND MESS

**MFL
SYSTEME**





- 1 = Chabotte en fonte
- 2 = Erou du fondement
- 3 = Vis d'alignement
- 4 = Appuis
- 5 = Eprouvettes d'alignement
- 6 = Bras de levage
- 7 = Pendule
- 8 = Couteau du mouton
- 9 = Bras du pendule
- 10 = Déclenchement de sésurité

- 11 = Frein électro-magnétique
- 12 = Bouton-poussoin
- 13 = Transformateur
- 14 = Manivelle
- 15 = Cadran
- 16 = Aiguille-principale
- 17 = Aiguille-témoin
- 18 = Plan de référence pour l'alignement du PSW
- 19 = Vis de pression
- 20 = Raccord fileté

Poids de pendule	20.394 Kp
Longueur de pendule	770 mm
Longueur rectifiée	766.2 mm

4)* ESSAIS.

* Methode de Williams.

Longueur d'entaille a (mm)	Angle (grade)	Travail de rupture (joule)
3.3	60.5	117
3.4	60.3	116
3.5	65.5	130
4.5	47.6	83.7
4.7	46	80
5	43	73
5.3	39.3	63.6
5.9	29.2	42.5
6.1	32	48
6.3	30	44
6.4	35	46
6.6	27.5	39
6.8	25.5	35
6.9	27	38

a/D	ϕ	BD ϕ ($10m^2$)	U (Joules)
0.33	0.332	29.88	117
0.34	0.325	29.25	116
0.35	0.318	28.62	130
0.45	0.260	23.40	83.7
0.47	0.249	22.41	80.0
0.50	0.234	21.06	73.0
0.53	0.219	19.710	63.67
0.59	0.191	17.190	42.5
0.61	0.182	16.42	48.0
0.63	0.173	15.615	44.0
0.64	0.169	15.21	46.0
0.66	0.160	14.40	39.0
0.68	0.151	13.59	35.0
0.69	0.146	13.18	38.0

Tableau (a-a)

Le facteur de calibration ϕ est fonction de rapport a/D pour L/D=4; voir annexe page 70

**** Methode de resilience.**

Nous avons pris plusieurs échantillons identiques pour avoir la bonne précision.

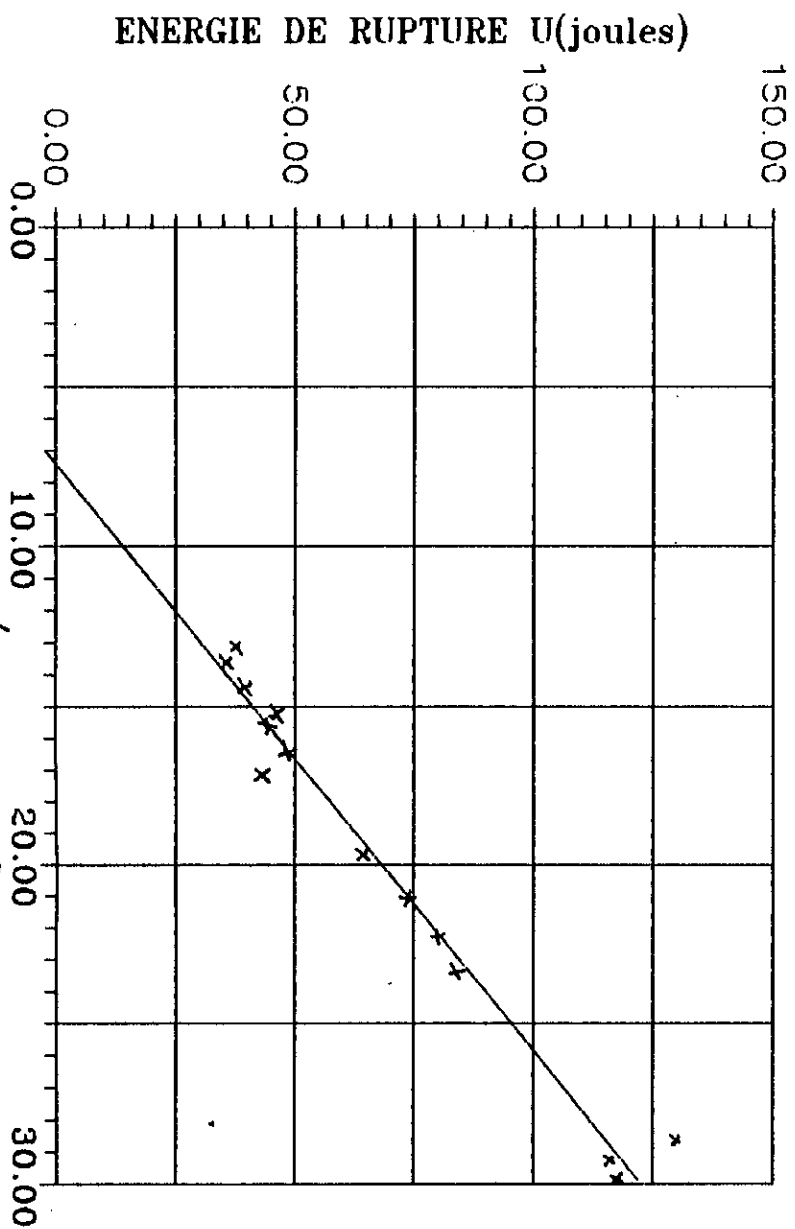


FIG. ((α , α))
 BDØ 10E-06 m²
 variation de l'energie de rupture
 en fonction de BDØ

N d'essai	Angle(grade)	Travail de rupture(J)
01	78	164
02	97	211
03	90	194
04	84	178
05	89	193
06	79	165
07	84	178
08	88	190
09	95	208
10	83	176
11	85	182

Tableau (B, B)

CALCUL ET ANALYSE DES RESULTATS.

1-Methode de Williams.

* Facteur d'intensité de contraintes.

Le tracé de la courbe (U - BD) est une droite dont la pente représente le taux de restitution d'énergie G_{Ic} .

Graphiquement fig (a, a)

$$G_{Ic} = 5.3 \text{ J/mm}^2$$

$$G_{Ic} = 5.3 \text{ MPa.m}$$

D'après la formule de Griffith donnée pour le cas de contraintes planes; $K_{Ic}^2 = E.G_{Ic}$, on aura:

$$K_{Ic} = \sqrt{E.G_{Ic}}$$

Le module de young E égal à 200000 MPa

Donc,

$$K_{Ic} = 1030 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

**Zone plastique.

Pour les matériaux ductiles comme le notre, le cas de contraintes plane apparait.

La zone plastique est donnée par la formule suivante:

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2$$

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1030}{350} \right)^2 = 1.37 \text{ m}$$

2-Methode de resiliencè.

* Facteur d'intensité de contraintes.

D'après le tableau (B - B) ,la valeur moyenne de l'énergie de la rupture KV égale à:

$$KV = 130 \text{ Joules.}$$

D'après la relation donnée par ROLF et BARSON:

$$\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e}\right)^2 = 0.646 \frac{KV}{\sigma_e} - 6.35 \cdot 10^{-3}$$

Avec: $\sigma_e = 350 \text{ MPa}$

$$KV = 130 \text{ Joules}$$

Donc

$$K_{Ic} = 169 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$$

** Zone plastique.

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e}\right)^2$$

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{169}{350}\right)^2$$

$$r_p = 0.037 \text{ m} = 37 \text{ mm}$$

La zone plastique est plus étendue de telle manière qu'elle vérifie la condition de contraintes planes; $r_p > \frac{L_t}{2}$

$$\text{Où } L_t/2 = 27.5 \text{ mm}$$

INTERPRETATION DES RESULTATS

Avec les deux méthodes nous avons obtenus des valeurs très différentes du facteur d'intensité de contraintes K_{Ic} :

- * Méthode de Williams $K_{Ic} = 1030 \text{ MPa}\sqrt{m}$
- ** Méthode de résilience $K_{Ic} = 169 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Si on se réfère aux valeurs de K_{Ic} annoncés dans la bibliographie (2 ; p=266), la valeur de K_{Ic} obtenue par la résilience est plus proche de celle donnée pour le même type de matériau que le nôtre (très ductile).

Tandis que celle obtenue par la méthode de Williams est très élevée.

Nous pouvons resumer les sources d'erreurs inhérentes à la méthode de Williams comme suit :

- + Erreur de lecture des énergies sur le pendule
- + Erreur de dimensionnement des éprouvettes.
- + Erreur de détermination de la pente.
- + Méthode applicable pour les matériaux fragiles où semi-ductiles.

Nous développons l'explication de ce dernier point ci- dessous :

L'énergie de la rupture de l'éprouvette U égale à l'énergie avant la rupture (énergie correspond à la position maximale de levier de pendule) moins l'énergie après la rupture :

$$U = U_{av} - U_{ap}$$

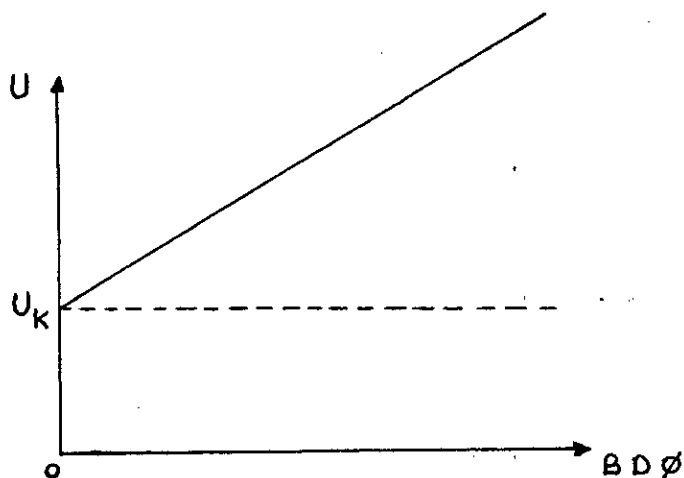
$$U = U_R + U_K$$

Où U_R :représente l'énergie de rupture.

U_K :L'énergie cinétique absorbée par l'expulsion des deux morceaux de l'éprouvette.

ET
$$U_R = G I_c . B . D . \phi$$

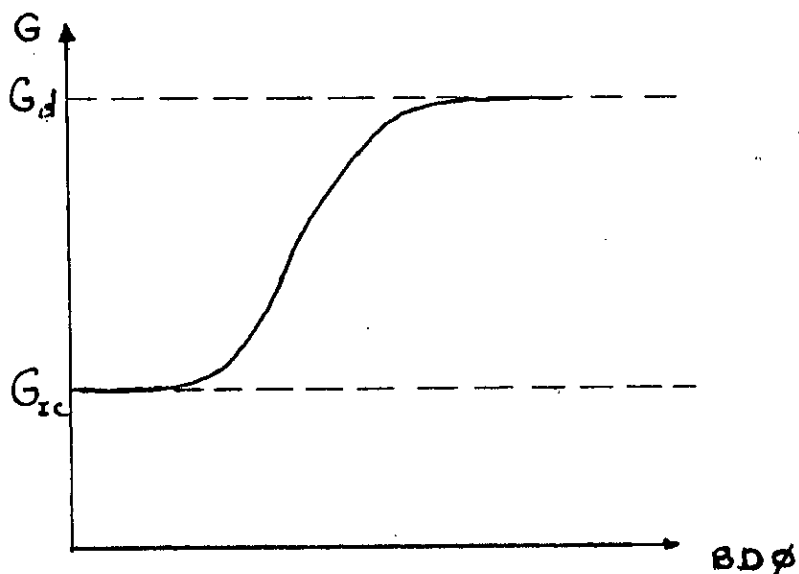
Dans la courbe de l'énergie U en fonction de $B . D . \phi$ est une droite passe par le point $(0, U_K)$, dont la pente est le taux de restitution d'énergie :



Les résultats que nous avons obtenus par cette méthode indiquent la difficulté d'appliquer celle ci pour les matériaux de la S.N.V.I.

Au lieu de calculer le taux de restitution d'énergie, nous avons calculé une somme de deux énergies; une énergie apparente G_{ic} et une énergie vraie de propagation de fissure; ceci est illustré par la formule suivante:

$$U = G_{ic} \cdot B \cdot D \cdot \phi + G_d \cdot B (D - a^2) .$$



En outre on peut rajouter une autre source d'erreur sur ces résultats par la difficulté d'avoir des fissures à fond d'entaille très aiguës.

En vertu de la formule suivante:

$$G_s = G_0 \frac{\left(1 + \frac{\rho}{2r_p} \right)^3}{\left(1 + \frac{\rho}{r_p} \right)^2}$$

Il apparait que lorsque ρ augmente, G_s augmente considérablement. Comme l'entaillage de fissure a été faite par une lame de scie à métaux; le fond d'entaille n'est pas microscopiquement très petite, par conséquent la valeur obtenue de G_0 est grande.

CONCLUSION GENERALE:

Cette étude, sur la détermination de la tenacité des aciers de la S.N.V.I, démontre la difficulté d'appliquer la méthode de Williams pour ce type des matériaux, par contre la méthode de resilience a conduit à des résultats, physiquement, concevables.

Dans le cadre d'élargir l'application de la mécanique de la rupture pour résoudre les problèmes de fissuration, on suggère d'affiner les valeurs de tenacité obtenues sur les matériaux de la S.N.V.I par des essais basés sur la méthode de l'intégrale " J " effectués sur une machine de flexion instrumentée que nous espérons sera acquise le plutôt dans le laboratoire de département mécanique de l'E.N.P .

BIBLIOGRAPHIE.

- 1)-Etude du comportement au choc des polymères
(rapport de DEA E.TARAZINSKA).
- 2)-Bernard Barthélémy:Notions pratiques de la
mécanique de la rupture;1980.
- 3)-GUY Pluvinage : Mécanique élasto-plastique
de la rupture. 1989.
- 4)-René Labbens :Introduction à la mécanique
de la rupture;1980.
- 5)-David Broek:Elementary engineering fracture
mechanics 1984.
- 6)-Owen .D.R.J and Fawkes.A.G:Engineering
mechanics fracture; 1983.

ANNEXE

Calcul d'erreur sur la détermination de Gc.

Le polynôme déterminateur de Gc est le suivant:

$$Uc = Gc \cdot B \cdot D \cdot \phi$$

Donc;
$$Gc = \frac{Uc}{B \cdot D \cdot \phi}$$

D'où

$$\frac{\Delta Gc}{Gc} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta \phi}{\phi}$$

Avec ΔGc , ΔU , ΔB , ΔD et $\Delta \phi$ sont les erreurs absolues sur Gc, U, B, D et ϕ respectivement.

Nous estimons :

$$\Delta U = 0.01 \text{ Joules}$$

$$\Delta B = 0.1 \text{ mm}$$

$$\Delta D = 0.1 \text{ mm}$$

Le facteur de calibration ϕ se déduit Du rapport a/D et L/D .

$$\phi = 0.05$$

$$D = 10 \text{ mm}$$

$$B = 9 \text{ mm}$$

Pour une longueur d'entaille égale à 3.4, on a $\phi=0.324$ et U = 116 joules ? donc $\Delta G / G = 17,55 \%$

COEFFICIENT ϕ

a/D	2L/D = 4	2L/D = 6	2L/D = 8	2L/D = 10
0.04	1.681	2.456	3.197	3.904
0.06	1.183	1.715	2.220	2.700
0.08	0.933	1.340	1.725	2.089
0.10	0.781	1.112	1.423	1.716
0.12	0.680	0.957	1.217	1.461
0.14	0.605	0.844	1.067	1.274
0.16	0.550	0.757	0.950	1.130
0.18	0.505	0.688	0.858	1.015
0.20	0.468	0.631	0.781	0.921
0.24	0.413	0.543	0.664	0.775
0.28	0.371	0.477	0.575	0.665
0.32	0.339	0.425	0.505	0.578
0.36	0.311	0.382	0.447	0.508
0.40	0.287	0.345	0.398	0.448
0.44	0.265	0.311	0.355	0.395
0.48	0.244	0.281	0.316	0.349
0.52	0.224	0.253	0.281	0.307
0.56	0.205	0.228	0.249	0.270
0.60	0.187	0.205	0.222	0.238

FIGURE 9

FACTEUR DE
CALIBRATION
CHARPY

