

وزارة التعليم العالي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : génie mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DIMENSIONNELLE  
D'UNE BOITE DE VITESSES  
D'UN VEHICULE

1 PLANCHE

Proposé par :  
M<sup>r</sup> FAOUSSI

Etudié par :  
R. KIBBOUA

Dirigé par :  
M<sup>r</sup> FAOUSSI

PROMOTION : JUIN 1990

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

Etude Dimensionnelle  
d'une boite de vitesses  
d'un véhicule de transport

Proposé par :  
M<sup>r</sup> FAOUSSI

Etudié par :  
R. KIBBOUA

Dirigé par :  
M<sup>r</sup> FAOUSSI

PROMOTION : Juin 1990

اقرا باسم ربك  
الذي خلق خلقه  
الانسان  
لسم الله الرحمن الرحيم  
علق اقرا وربك  
الاعلى كرم الذنوب  
علم  
بالقلم

# الله اعلم

صدق الله العظيم

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon promoteur de m'avoir suivi dans mon travail.

Je remercie également tous les professeurs qui ont participé à ma formation.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à mes parents qui m'ont beaucoup aidé et soutenu dans mes études ,ainsi qu'à mes grands parents.

Ministère de l'enseignement  
supérieur  
Ecole nationale polytechnique  
Département de génie mécanique  
Promoteur : M<sup>r</sup> FAOUSSI  
Elève ingénieur: KIBBOUA RACHID

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
دائرة الهندسة الميكانيكية  
الموجهة : فوسجي  
تلميذ مهندس : كيبووا رشيد

ملخص : تتمثل هذه الدراسة في تحديد أبعاد مختلف عناصر علبة السرعات الموجهة لاستكمال سلسلة الحركة للشاحنة بالصفة التي تكييفها مع ظروف سير معينة. وقد تم إعداد برنامجية معلوماتية لأجراء حسابات المسننات وتحديد القوى المؤثرة عليها والتي ستعتمد في حساب الأعمدة والمدرجات. وقد تم استعمال نتائج هذه الحسابات في إعداد رسم يمثل هذه العلية بواسطة تقطيعه طولية.

Summary:

This study consists in dimensionning the principal component parts of a gearbox which is destined to complete the kinematic chain of a vehicle.

A computing programme is elaborated in order to calculate the dimensions of the gearings and determine the tooth's stress which are used in dimensionning the shafts and the bearings. The results of these calculations are grouped in a drawing of this gearbox.

Résumé:

Cette étude consiste à dimensionner les différents organes d'une boîte de vitesses destinée à compléter la chaîne de transmission d'un véhicule de façon à l'adapter à des conditions de marche déterminées.

Un programme informatique a été élaboré pour effectuer le calcul d'engrenages et déterminer les efforts sur les dentures, qui serviront de base pour dimensionner les arbres et les roulements.

Les résultats obtenus seront utilisés pour faire un dessin représentant la boîte par une coupe longitudinale.

## SOMMAIRE

Chapitre I: Introduction . . . . .	I
I.1-présentation et objectif de l'étude . . . . .	I
I.2-rolé de la boîte de vitesses . . . . .	2
I.3-types de boîtes de vitesses . . . . .	3
I.4-plan de l'étude . . . . .	6
I.5-présentation de la boîte de vitesses . . . . .	7
Chapitre 2: Calcul d'engrenages . . . . .	8
2.1-choix du type d'engrenages . . . . .	8
2.2-étude cinématique . . . . .	9
2.3-étude dynamique . . . . .	19
2.4-choix du matériau utilisé . . . . .	26
2.5-organigramme . . . . .	28
2.6-résultats . . . . .	28
Chapitre 3: Calcul d'arbres . . . . .	37
3.1-calcul de l'arbre de commande . . . . .	37
3.2-calcul de l'arbre intermédiaire . . . . .	38
3.3-calcul de l'arbre secondaire . . . . .	42
3.4-calcul de l'axe de la marche arrière . . . . .	46
3.5-étude des cannelures . . . . .	50
3.6-vérification des arbres à la fatigue . . . . .	52
Chapitre 4: Calcul des roulements . . . . .	54
4.1-principe de la méthode de calcul . . . . .	54
4.2-étude du palier n°3 . . . . .	55
4.3-étude des paliers n°1 & N°2 . . . . .	56
4.4-étude des paliers n°4 & 5 & 6 . . . . .	57
4.5-étude des roulements pour trains d'engrenages. . . . .	58
Chapitre 5: CONCLUSION . . . . .	59

ANNEXE

Le système de propulsion équipant les véhicules de transport routier est composé de deux sous systèmes à savoir :

- le moteur.
- la chaine de transmission,obtenue par couplage de plusieurs éléments(boite de vitesses,boite de transfert,ponts).(Fig 1.1)

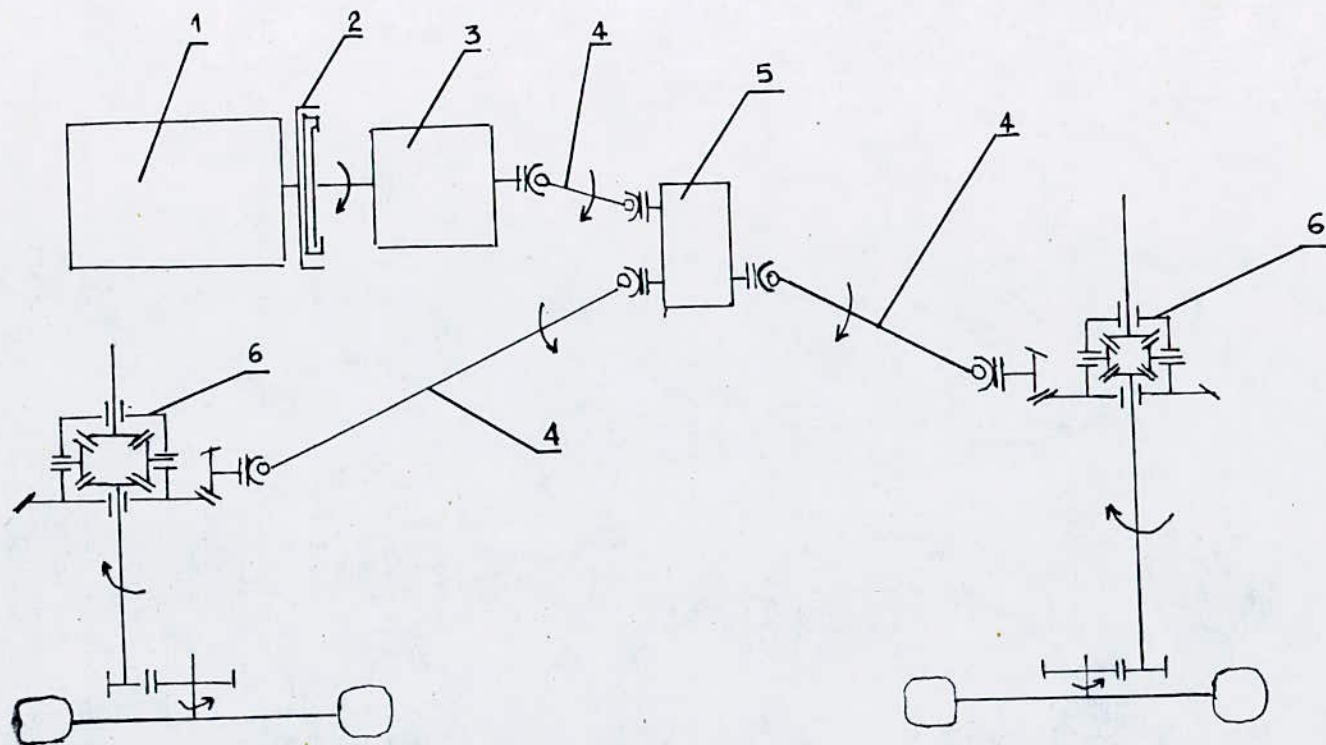
La technique utilisée actuellement lors de la construction des véhicules de transport routier consiste à assembler des sous-systèmes et éléments de caractéristiques différentes,qui proviennent de différentes firmes spécialisées où ils sont fabriqués en série sans pour autant qu'ils soient destinés à un véhicule déterminé.

Certes le choix est très diverse,cependant la selection peut être bonne ou mauvaise selon que les performances requises sont respectées ou non.Pour y remédier on fait appel à l'assistance de l'ordinateur qui simule la marche du véhicule sur route et permet d'obtenir ses performances afin de nous guider vers le bon choix.

Une étude faite récemment a permit de mettre en oeuvre une méthode globale de simulation qui répond aux problèmes cités ci dessus.La question de simulation de la marche d'un véhicule sur route peut se faire de deux manières:

- les éléments de la chaine cinématique sont tous disponibles au stock du constructeur,celui-ci procède donc au couplage de ces éléments et compare les performances obtenues à celles exigées.
- les éléments de la chaine cinématique ne sont pas tous disponibles au stock.L'élément manquant peut être:une boite de vitesses,un pont ou une boite de transfert.

Dans ce dernier cas la simulation se fait en deux phases:



fig(1.1)- Chaîne cinématique d'un véhicule de transport routier

- 1 - moteur
- 2 - embrayage
- 3 - boite de vitesses
- 4 - arbres de transmission
- 5 - boite de transfert
- 6 - ponts avant et arrière



-détermination des caractéristiques cinématiques de l'élément manquant.

-coupler cet élément avec le reste de la chaîne de transmission. Ce couplage permet d'obtenir un système complet de propulsion et de procéder à la simulation du véhicule correspondant.

Les caractéristiques cinématiques déterminées dans la première phase servent de données qui conditionnent l'étude dimensionnelle de l'élément manquant qui, pour le travail que nous envisageons dans cette étude, consiste en une boîte de vitesses.

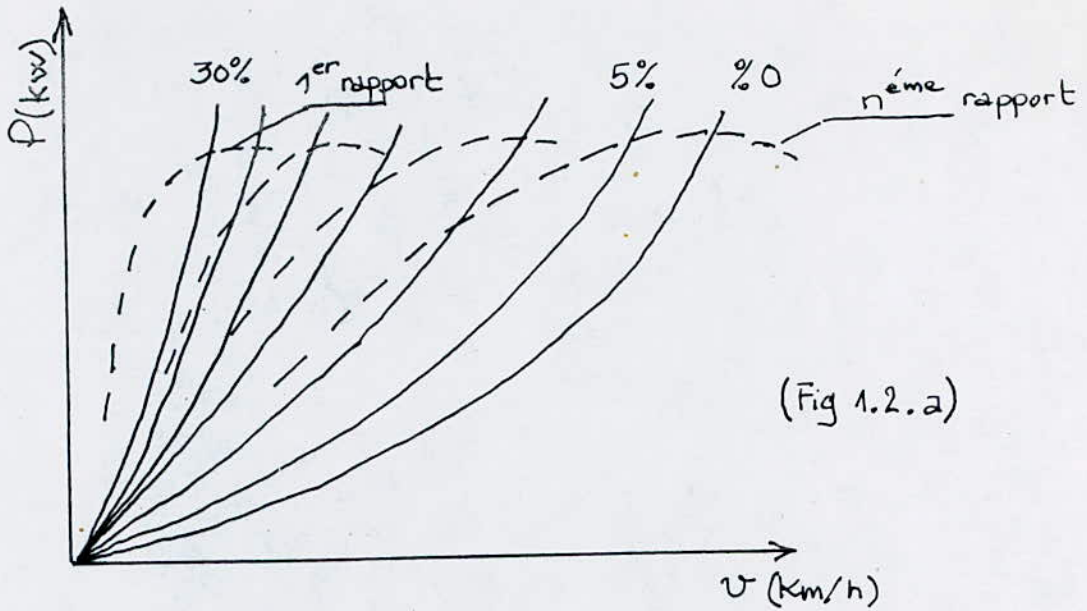
L'objectif de ce travail est donc de faire l'étude dimensionnelle d'une boîte de vitesses qui vient compléter le système de propulsion. A cet effet un programme sera élaboré pour effectuer les différentes opérations relatives à cette étude.

## I.2/ROLE DE LA BOITE DE VITESSES:

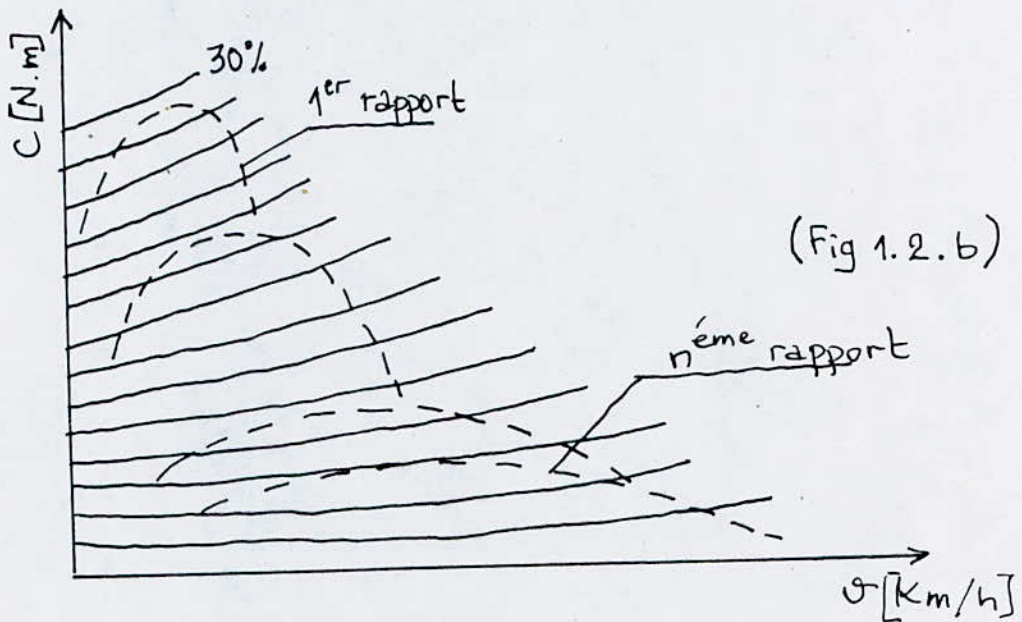
La boîte de vitesses, système mécanique située entre l'embrayage et l'arbre de transmission du mouvement à l'essieu moteur, a pour but:

- De permettre de modifier le rapport entre la vitesse du moteur et celle des roues lorsque les conditions de marche l'exigent.
- De rendre possible la marche arrière du véhicule par inversion du sens de rotation des roues motrices.
- De faciliter la séparation entre le moteur et la chaîne de transmission du véhicule.

Le premier rôle est le plus important car il permet au véhicule de démarrer et de gravir les côtes. (Fig 1.2)



(Fig 1.2.a)



(Fig 1.2.b)

Fig-1.2- Caractéristiques moteur-transmission  
Superposées au courbes d'utilisation

a : sous forme de puissance  
b : sous forme de couple

————— : courbes d'utilisation

----- : caractéristiques moteur-transmission

### I.3/ Types de boites de vitesses:

Il existe plusieurs types de boites de vitesses, différentes par leur conception et par leur nombre de rapports de transmission, selon le type de véhicule, du moteur et surtout de l'emplacement de ce dernier et du pont sur le véhicule.

Suivant leur organisation de détails, on peut distinguer:

#### I.3.1/ Boite de vitesse sans prise directe (Fig-1.3-) :

Elle comprend:

- un arbre primaire P relié au moteur par l'intermédiaire de l'embrayage.
- un arbre secondaire relié à la transmission.

Malgré sa simplicité et son prix de revient de fabrication peu élevé, cette boite présente de nombreux inconvénients:

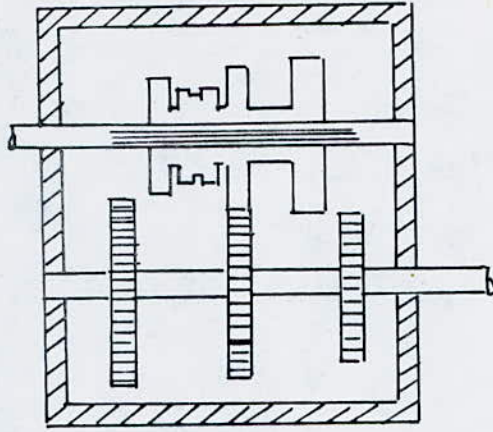
- elle volumineuse.
- difficulté de passer les vitesses surtout de la plus grande à la plus petite.
- apparition de bruit et de chocs lors de l'engrènement d'où l'usure prématurée des dents d'engrenages.

Cependant ce type de boite n'est pas totalement abandonné, moyennant certaines modifications et améliorations, on l'emploie actuellement dans les voitures de tourisme du type tout à l'avant, où le pont se trouve placé entre le moteur et la boite de vitesses

#### I.3.2/ Boite de vitesse à prise directe:(Fig-1.4-)

Les arbres primaire et secondaire se trouvent dans le prolongement l'un de l'autre, ils peuvent être reliés l'un à l'autre sans interposition d'engrenages ce qui donne pour la combinaison ainsi réalisée la même vitesse de rotation : c'est la prise directe.

L'un des deux arbres, le primaire (prise directe avant) ou le secondaire (prise directe arrière) est relié constamment avec un



fig(1.3)-boite sans prise directe

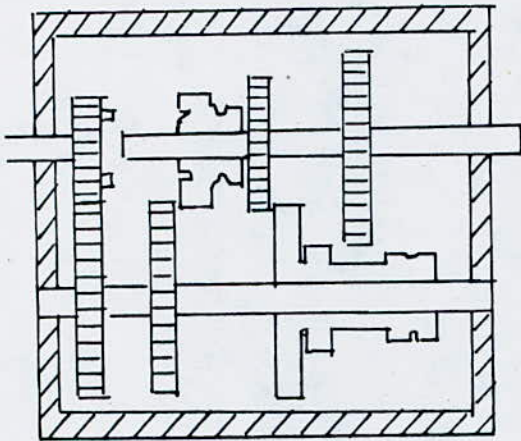


fig1.4-boite à prise directe avant

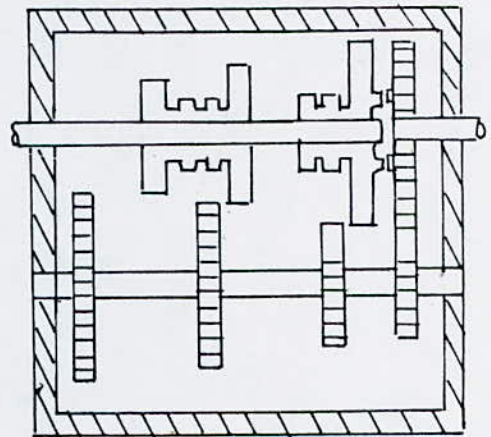


fig1.5-boite à prise directe arrière

troisième arbre: l'intermédiaire au moyen de deux roues: c'est la prise constante ou de commande .

Avec la prise directe ,on évite lorsque le véhicule roule,à allure normale, le bruit des engrenages et la perte de puissance ou de rendement qu'ils entraînent.De plus pour une vitesse considérée, les deux couples d'engrenages permettent d'obtenir des démultiplication importantes sans l'emploi de grands pignons qui exigeraient de grands entraxes d'où un grand volume de la boîte de vitesses.

Cependant la double démultiplication limite le rendement maximum de la boîte à 90%environ.

### I.3.3/ Boîtes de vitesses synchronisées:

Elles ont la même conception que les boîtes avec prise directe sauf que les engrenages sont toujours en prise afin d'éviter l'apparition de chocs lors de l'enclenchement d'une vitesse.

Les pignons menants sont montés sur l'arbre intermédiaire et sont liés en rotation avec celui-ci, tandis que les pignons menés sont montés fous sur l'arbre secondaire.Pour rendre solidaire de l'arbre, l'un de ses pignons fous, on enclenche le coulisseau ou le baladeur avec ce pignon à l'aide de crabots portés par l'un et l'autre.Pour la mise en contact des crabots,il faut que le baladeur et le pignon aient la même vitesse de rotation ce qui exige l'emploi de baladeurs spéciaux appelés: synchroniseurs, portant sur chacune de ses faces un cône d'embrayage.(Fig-1.6 -)

La synchronisation permet donc :

- un passage silencieux des vitesses.
- les pignons étant constamment en prise, on peut utiliser donc des pignons à denture hélicoïdale, ce qui impossible pour des pignons engrénant de front.

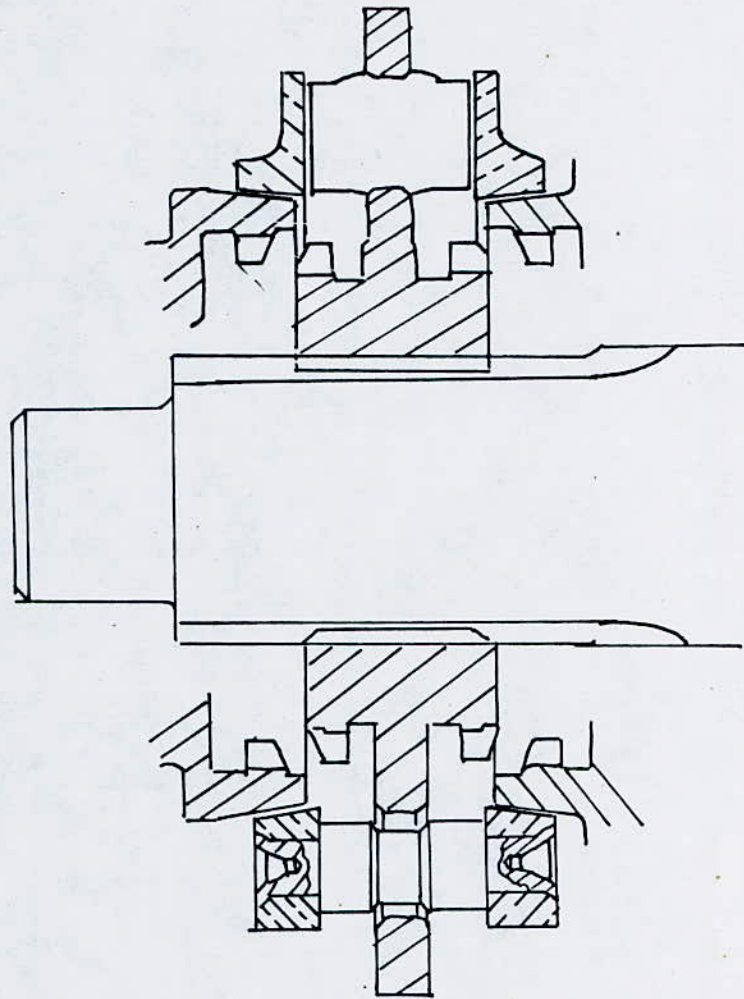


Fig - 1.6 - Synchroniseur

### I.3.4/ Boite de vitesse surmultipliée:

Dans les boites de vitesses ordinaires, la prise directe a un rapport I/I et l'arbre de sortie tourne à la même vitesse que le moteur: c'est le rapport le plus élevé.

Dans une boite surmultipliée, la prise directe ne correspond plus à la vitesse la plus élevée du véhicule, cette dernière est obtenue par un train d'engrenage supplémentaire faisant tourner l'arbre secondaire plus vite que l'arbre primaire donc à une vitesse de rotation supérieure à celle du moteur ce qui permet au véhicule de rouler à une vitesse plus grande avec un régime du moteur plus bas. Cette combinaison est particulièrement utile en palier et en petites déclivité. Parmi ses avantages:

- gain de carburant
- gain de temps
- taux d'usure moindre des organes mobiles du moteur.

### I.3.5/ Boite de vitesse avec relais mécanique: (Fig-1.7-)

Pour les boites de vitesses ayant un grand nombre de rapports, la solution d'une boite de vitesses à prise directe n'est pas commode car la boite serait encombrante et volumineuse.

Afin de remédier à ce problème, on a recours à l'utilisation d'un relais mécanique qui se présente sous forme d'un train épicycloïdal. La boite ainsi réalisée comprend deux parties:

- une partie ou boite de vitesse principale renfermant au maximum six rapports (type à prise directe).
- une partie secondaire renfermant le train épicycloïdal.

L'adjonction du train permet donc de multiplier le nombre de rapports de la boite principale par deux.

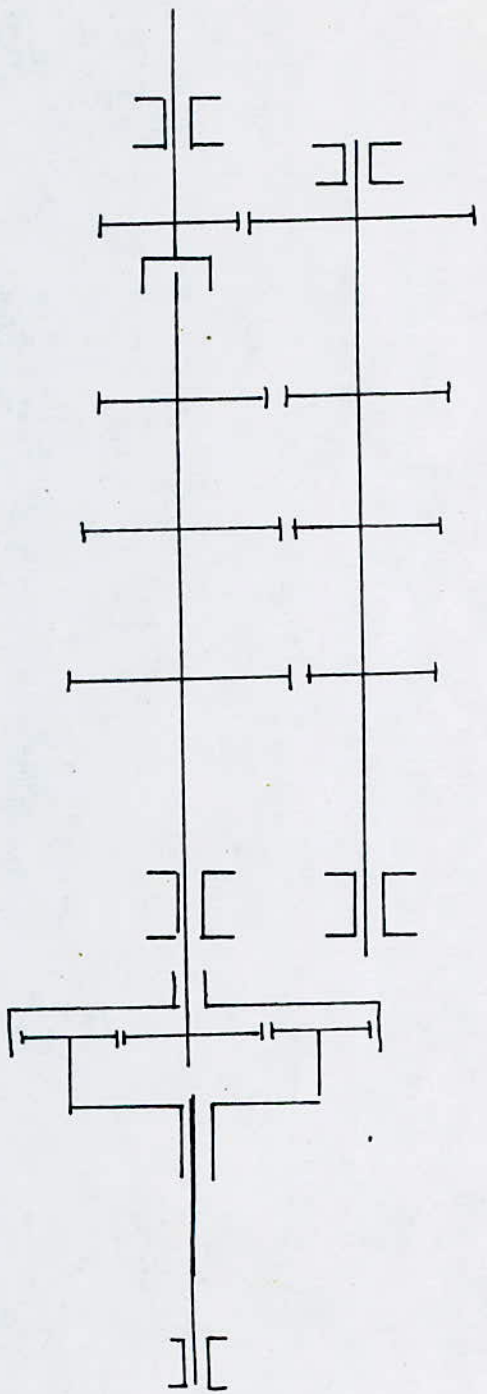


Fig (1-7) Schéma d'une boîte de vitesses avec relais mécanique



#### I.4/ Plan de l'étude:

L'étude dimensionnelle d'un système mécanique comprend la détermination des formes et dimensions des organes qui constituent dans leur ensemble le système considéré. Pour une boîte de vitesses on distingue trois principales catégories d'organes :

-engrenages

-arbres

-roulements

Pour réaliser l'objectif de cette étude nous avons établi le plan suivant:

-un premier chapitre ou introduction où nous avons mis en évidence le rôle que joue la boîte de vitesses dans une chaîne de transmission et cité les différents types de boîte de vitesses.

-un second chapitre consacré au calcul cinématique et dynamique des engrenages utilisés dans la boîte de vitesses, donné sous forme de cours afin de pouvoir dégager un organigramme sur lequel nous nous basons pour établir un programme de calcul des engrenages et dont les résultats serviront à la suite de l'étude et au dessin de conception.

-un troisième chapitre consacré au calcul des différents arbres présents dans la boîte de vitesses en analysant pour chacun le type de sollicitations auxquelles il est soumis

-un quatrième chapitre consacré au calcul de roulements sur lesquels reposent les appuis des arbres.

## I.5/ PRESENTATION DE LA BOITE DE VITESSES:

Notre boite de vitesses fait partie d'une chaine cinématique composée de :

-un moteur du type KHD F8L4I3F dont les caractéristiques sont:

puissance nominale : 154 kW à 2500 tr/min

couple maximum : 69 daN à 1500 tr/min

- un pont du type P82I B DE rapport  $Q_p = 6.83$

En utilisant le logiciel de la M.G.S nous pouvons déterminer les caractéristiques cinématiques de la boite de vitesses manquante et les performances du véhicule ainsi réalisé :

les rapports de réduction de la boite de vitesses sont:

-1<sup>ère</sup>: 0.166

-2<sup>ème</sup>: 0.267

-3<sup>ème</sup>: 0.415

-4<sup>ème</sup>: 0.645

-5<sup>ème</sup>: 1.000

-6<sup>ème</sup>: 1.499

les performances du véhicule sont :

vitesse maximum sur palier : 102.042 km/h

pente maximum 26% à 9.15 km/h

charge roulante : 17.5 tonnes

## 2.I/ Types d'engrenages

On classe généralement les engrenages selon la disposition relative des arbres qui les portent/:

Tableau -2.I-

position des arbres	catégories d'engrenages
axes parallèles	cylindriques à denture droite ou hélicoidale
axes concourants	coniques à denture droite ou hélicoidale coniques à denture spirale
axes non parallèles et non concourants	gauches et hypoides

Vu que dans une boîte de vitesses les arbres moteur, récepteur et intermédiaire sont parallèles, on a le choix entre les engrenages cylindriques à denture droite ou hélicoidale.

Les engrenages cylindriques droits sont les plus simples à usiner et à étudier, comparés aux autres; ils sont bruyants ce qui limite leur utilisation aux faibles vitesses de transmission.

Les engrenages cylindriques hélicoidaux, par contre, ont un fonctionnement silencieux et sont conçus pour transmettre de grandes vitesses. Le phénomène d'apparition d'interférence est moindre par rapport aux engrenages droits, les entraxes sont précis ce qui leur assure un privilège dans la construction des boîtes de vitesses, cependant leur usinage est plus compliqué par rapport aux engrenages droits et font apparaître des efforts axiaux sur les paliers, à cause de l'inclinaison du profil de denture.

## 2.2/Étude cinématique:

Cette étude concerne le calcul des caractéristiques de fonctionnement et de taillage des engrenages utilisés dans la boîte de vitesses et de vérifier les risques d'interférences éventuelles.

Dans ce qui suit nous ne développerons que le calcul des engrenages hélicoïdaux, car il suffit d'annuler l'angle d'hélice  $\beta$  pour retrouver le cas des engrenages droits.

### 2.2.I/Calcul des caractéristiques de l'engrenage:

-détermination de l'entraxe de fonctionnement:

L'entraxe peut être choisi en première approximation par la formule suivante: [1]

$$A = \alpha \sqrt[3]{C} \dots \dots \dots (2.1)$$

où C: couple moteur (m.N)

A: distance entre axes (mm)

$\alpha$ : coefficient dépendant du type de véhicule

$\alpha = 11.5$  pour une voiture de tourisme à 3 ou 4 rapports

$\alpha = 18.5$  pour un camion

$\alpha = 23$  pour un tracteur

D'une façon générale,  $\alpha$  et A sont d'autant plus grands que la puissance massique (rapport: puissance/poids) est faible.

-prédétermination du module réel:

Le calcul du module réel diffère selon qu'il s'agisse du train de commande ou d'une vitesse quelconque suivant la nature des paramètres connus. Dans les deux cas, on utilisera comme formule de calcul, une formule de résistance des matériaux établies à partir d'hypothèses défavorables. [2], [3]

-ainsi pour un train de commande, connaissant le nombre de dents du pignon  $Z_1$  on a:

$$M_r \geq 10 \sqrt[3]{\frac{M \cdot C \cdot \cos \beta_0}{k \cdot \sigma_p \cdot Z_1}} \dots \dots \dots (2.2)$$

où C: couple moteur (daN.m)

$\beta_0$ : angle d'hélice de taillage situé entre 20° et 30°

$\sigma_p$ : contrainte pratique admissible (daN/mm<sup>2</sup>)

k: coefficient de largeur situé entre 6 et 16

En adoptant pour  $M_r$ , une valeur normalisée nous pourrions déterminer le nombre de dents de la roue d'après la formule donnant l'entraxe en fonction de  $Z_1$  et  $Z_2$ :

$$Z_2 = 2.A \cdot \cos \beta_0 / M_r - Z_1 \dots \dots \dots (2.3)$$

Nous prendrons le soin d'arrondir la valeur trouvée à la valeur entière voisine.

-pour un train de vitesse quelconque, sachant que l'entraxe est imposé et que le rapport de transmission  $\xi(j)$  est connu:

$$\xi(j) = Q(j) \cdot U \dots \dots \dots (2.4)$$

avec  $Q(j)$ : rapport de la j<sup>ème</sup> vitesse

$U$ : rapport du train de commande

$\xi(j)$ : rapport de la j<sup>ème</sup> prise

Nous pourrions donc calculer les diamètres approximatifs du pignon et de la roue de la j<sup>ème</sup> vitesse:

$$D_1(j) = 2.A / (1 + \frac{1}{\xi(j)}) \quad \text{et} \quad D_2(j) = 2.A / (1 + \xi(j)) \dots \dots \dots (2.5)$$

pour trouver finalement le module réel:

$$M_r(j) \geq 2.3 \sqrt{2000 \cdot C / (k \cdot \sigma_p \cdot D_1(j))} \dots \dots \dots (2.6)$$

où C: est le couple transmis au pignon (daN.m)

En adoptant une valeur normalisée pour  $M_r(j)$ , nous pourrions déterminer le nombre de dents du pignon et de la roue:

$$Z_1(j) = 2.A \cdot \cos \beta_0 / [(1 + 1/\epsilon(j)) \cdot M_r(j)] \dots (2.7)$$

$$Z_2(j) = 2.A \cdot \cos \beta_0 / [(1 + \epsilon(j)) \cdot M_r(j)] \dots (2.8)$$

Nous prendrons ensuite le soin d'arrondir les nombres de dents  $Z_1(j)$  et  $Z_2(j)$  aux valeurs entières voisines.

-calcul du module apparent de taillage  $M_{t_0}$  et de fonctionnement  $M_t$  :

$$M_{t_0} = \frac{M_0}{\cos \beta_0} \dots (2.9)$$

$$M_t = \frac{2.A}{(Z_1(j) + Z_2(j))} \dots (2.10)$$

où  $M_0$  : est le module réel de taillage obtenu après la prédétermination de  $M_r(j)$

$\beta_0$  : est l'angle d'hélice de taillage corrigée

$$\beta_0 = \text{Arccos } 2.A / [(Z_1(j) + Z_2(j)) \cdot M_0] \dots (2.11)$$

-calcul de l'angle de pression apparent de taillage  $\alpha_{t_0}$  et de fonctionnement  $\alpha_t$  :

$$\alpha_{t_0} = \text{Arctg } [\text{tg } \alpha_0 / \cos \beta_0] \dots (2.12)$$

$$\alpha_t = \text{Arccos } \left[ \frac{M_{t_0} \cdot \cos \alpha_{t_0}}{M_t} \right] \dots (2.13)$$

-calcul de l'angle d'hélice de base  $\beta_b$  et de fonctionnement  $\beta$  :

$$\beta_b = \text{Arctg } [\text{tg } \beta_0 \cdot \cos \alpha_{t_0}] \dots (2.14)$$

$$\beta = \text{Arctg } [\text{tg } \beta_b / \cos \alpha_t] \dots (2.15)$$

-calcul de l'angle de pression réel  $\alpha'_0$  et du module réel de fonctionnement  $M$  :

$$\alpha'_0 = \text{Arctg } [\text{tg } \alpha_t \cdot \cos \beta] \dots (2.16)$$

$$M = M_t \cdot \cos \beta \dots (2.17)$$

-calcul des rayons primitifs de taillage  $R_i$  et de fonctionnement  $R'_i$   
 et des rayons de base  $R_{bi}$ :

$$\left. \begin{aligned} R_i &= \frac{M_{t0}}{2} Z_i \\ R'_i &= \frac{M_t}{2} Z_i \\ R_{bi} &= \frac{M_{t0}}{2} Z_i \cos \alpha_t \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} i = 1, 2 \\ i = 1 : \text{pignon} \\ i = 2 : \text{roue} \end{array} \quad (2.18)$$

-calcul des déports des dentures: (Fig-2.7-)

Il est connu que les déports des dentures sont faits afin d'éviter les risques d'interférences théorique et de taillage, cependant les questions d'interférences ne sont pas les seules à intervenir durant l'engrènement, il ne faut pas perdre de vue les questions de glissement et de pression superficielle qui conditionnent la résistance à l'usure. En déportant les dentures nous pouvons donc aussi améliorer la conduite d'où diminution du bruit, augmenter la capacité à la rupture et accroître la capacité à la pression superficielle.

Cependant le but principal reste l'augmentation de la capacité à l'usure qui donne à l'engrenage une durée de vie plus longue et retarde l'apparition des avaries de surfaces.

Pour calculer les déports des dentures, nous utiliserons la proposition de l'ISO suivante : [2], [3]

$$X_1 = \lambda (Z_2 - Z_1) / (Z_1 + Z_2) + \sum X \cdot Z_1 / (Z_1 + Z_2)$$

$$X_2 = \sum X - X_1 \quad \text{avec : } \sum X = X_1 + X_2$$

en prenant :

$\lambda = 0$  si le pignon est mené et la roue menante (c'est le cas de l'engrenage de la 6<sup>ème</sup> vitesse)

$\lambda = -0.2 \cdot 10^{-2} (Z_1 + Z_2) + 0.83$  si le pignon est menant et la roue menée (c'est le cas des engrenages de 1<sup>ère</sup> jusqu'à la 4<sup>ème</sup> vitesse et de marche arrière).

La somme des déports  $\sum X = X_1 + X_2$  est calculée à partir de la relation cinématique suivante:

$$\text{inv } \alpha_t = \text{inv } \alpha_{t_0} + 2 \cdot \sum X / [(Z_1 + Z_2) \cdot \text{tg } \alpha_0] \quad (2.19)$$

La correction de denture peut se faire selon deux manières:

-sans variation d'entraxe: ( $\sum X = 0$ ) dans ce cas, les paramètres de fonctionnement et de taillage coïncident.

-avec variation d'entraxe: ( $\sum X \neq 0$ ) dans ce cas, les paramètres de fonctionnement et de taillage différent.

L'entraxe de fonctionnement et de taillage sont liées par la relation suivante:

$$A = A_0 \cos \alpha_{t_0} / \cos \alpha_t \quad (2.20)$$

Pour obtenir l'engrènement correct des deux roues avec un jeu de  $0.25 M_0$  à fond de dentures, il faut réduire ou augmenter, selon le signe de  $\sum X$ , chaque rayon de tête de la quantité:  $K \cdot m_0$  avec

$$K = (Z_1 + Z_2) / (2 \cdot \cos \beta_0) \cdot (1 - \cos \alpha_{t_0} / \cos \alpha_t) + \sum X \quad (2.21)$$

Les rayons de tête du pignon et de la roue s'écrivent alors comme suit:

$$R_{a_i} = M_0 \left[ \frac{Z_i}{2 \cdot \cos \beta_0} + X_i + 1 - K \right] \quad (2.22)$$

-calcul du rapport de conduite:  $\epsilon_\gamma$

Ce rapport qui détermine le nombre de dents en prise est défini

par la somme:  $\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta \quad (2.23)$

où  $\epsilon_\alpha$  : est le rapport de conduite apparent.

$\epsilon_\beta$  : est le rapport de recouvrement dû à l'inclinaison du profil de la dent.



Nous noterons que dans le cas des dentures droites,  $\varepsilon_\beta$  s'annule et le rapport  $\varepsilon_\gamma$  coïncide avec  $\varepsilon_\alpha$ .

Considérons les clichés successifs de l'engrènement d'une dent menante avec une dent menée (Fig-2.1-). A chaque instant, les surfaces conjuguées de ces deux dents sont en contact selon  $MM'$  situé dans le plan d'action et tel que  $(XX', MM') = \beta_b$ .

L'analyse chronologique de la conduite est la suivante:

- début d'engrènement en  $t_2$ ; le segment de contact  $MM''$  progresse ensuite au fur et à mesure que chaque développante de l'hélicoïde menante vient reconstruire le cylindre de tête mené  $C_{t_2}$  (Fig-2.2-).
- A partir de  $t_1, t_3'$ , le segment de contact diminue au fur et mesure que chaque développante menée échappe, dans le plan d'action, le cylindre de tête menant  $C_{t_1}$ .
- Fin d'engrènement en  $t_1'$ .

La longueur de conduite vaut donc:  $t_2 t_3 = t_2 t_1 + t_1 t_3$  et pour qu'il y ait continuité de conduite, il faut que :

$$\varepsilon_\gamma = \frac{t_1 t_2}{P_{na}} + \frac{t_1 t_3}{P_{na}} > 1 \quad \dots \quad (2.24)$$

avec  $P_{na}$  : pas normal mesuré dans le plan apparent.

$$P_{na} = \pi M_t \cos \alpha_t$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{t_1 t_3}{P_{na}} = \frac{k}{\pi} \sin \beta$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{t_1 t_2}{P_{na}} = \frac{H_1 H_2 - H_1 t_2 - H_2 t_1}{\pi M_t \cos \alpha_t}$$

$$H_1 H_2 = \frac{M_t}{2} (Z_1 + Z_2) \cdot \sin \alpha_t$$

$$H_1 t_2 = H_1 H_2 - t_2 H_2 = H_1 H_2 - \sqrt{R_{a_2}^2 - R_{b_2}^2}$$

$$H_2 t_1 = H_1 H_2 - t_1 H_1 = H_1 H_2 - \sqrt{R_{a_1}^2 - R_{b_1}^2}$$

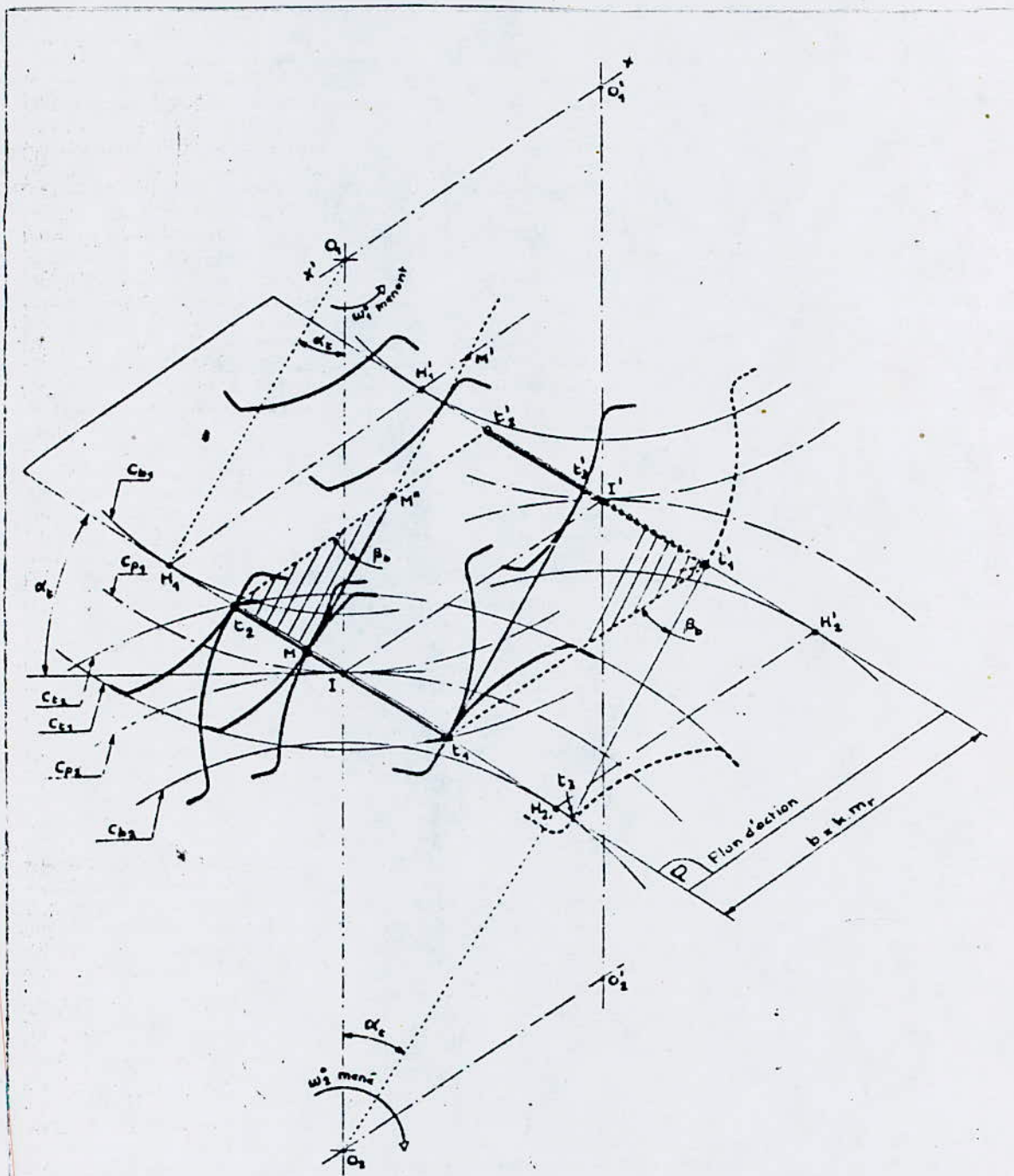


Fig -2.1-

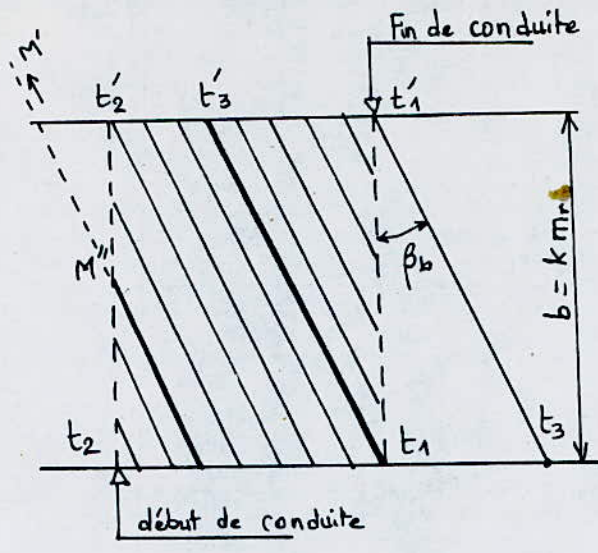


Fig - 2.2 - Image de la conduite dans le plan d'action

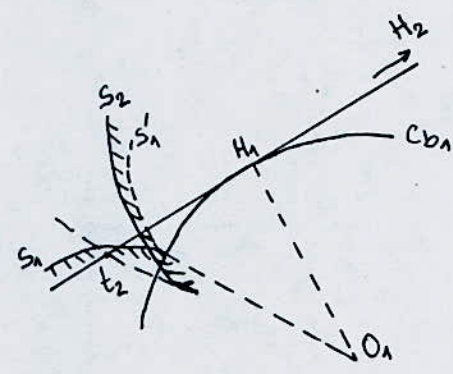


Fig - 2.3 - Interférence primaire

où  $R_{b_1}$  et  $R_{b_2}$  : sont les rayons de base du pignon et de la roue.

$R_{a_1}$  et  $R_{a_2}$  : sont les rayons de tête du pignon et de la roue.

Grâce au rapport de recouvrement  $\varepsilon_\beta$ , le rapport de conduite  $\varepsilon_\gamma$  en denture hélicoidale est en général plus élevé que  $\varepsilon_\alpha$  obtenu en denture droite, ce qui explique un plus grand nombre possible de dents en prise et une amélioration du silence de fonctionnement.

### 2.2.2/ Vérification des risques d'interférences:

Dans ce qui suit nous allons vérifier seulement les conditions de non-interférence théorique ou primaire qui sont indispensables à satisfaire au stade de la conception en bureau d'études.

D'autres interférences existent et sont liées au problème de fabrication, à savoir:

-interférence de taillage primaire.

-interférence d'engrènement entre:

-profil-racord pignon et sommet des dents de la roue.

-profil-raccord roue et sommet des dents du pignon.

Elles seront évitées par un choix judicieux des outils de taillage.

Pour qu'il n'y ait pas d'interférence théorique, il faut veiller à ce que les deux profils conjugués doivent rester constamment tangents durant l'engrènement. Cette condition est satisfaite si et seulement si les points  $t_1$  et  $t_2$  sont situés à l'intérieur de  $H_1H_2$ . En se basant sur la Fig-2.3-, nous pourrions développer les relations mathématiques à vérifier pour éviter l'interférence primaire:

-condition de non-interférence primaire en approche:

$$R_{a_1} < \sqrt{R_{b_1}^2 + (H_1H_2)^2} \quad \dots \quad (2.25)$$

-condition de non-interférence primaire en retraite/:

$$R_{a_2} < \sqrt{R_{b_2}^2 + (H_1H_2)^2} \quad \dots \quad (2.26)$$

### 2.2.3/ Calcul des caractéristiques de contact:

Les caractéristiques de contact seront calculées aux points particuliers suivants:

- $t_2$ : début d'engrènement
- $I$ : point primitif
- $t_1$ : fin d'engrènement

Dans le cas des engrenages droits, le contact entre deux dents sera assimilé à celui de deux cylindres d'axes parallèles passant par  $H_1$  et  $H_2$  (Fig-2.4-). Quant aux engrenages hélicoïdaux, il faut remarquer que les rayons de courbures des dents varient d'une extrémité à l'autre de la ligne de contact, le contact sera donc assimilé à celui de deux cônes de sommets  $H_1$  et  $H_2$ .

En chaque point particulier on va définir :

- les rayons de courbures des deux dents en contact:  $\rho_1$  et  $\rho_2$
- les vitesses de roulement des deux dents :  $U_1$  et  $U_2$
- le facteur d'ALMEN  $p.V$  : où  $p$  et  $V$  sont respectivement la pression de HERTZ en (hbars) et la vitesse de glissement en (m/s) au contact des deux profils conjugués.

la limite extrême du facteur d'ALMEN semble être de I320 ; dans les cas courants, on ne dépasse pas 660.

$$\text{en } t_2: \left. \begin{array}{l} \rho_1 = t_2 H_1 / \cos \beta_b \quad \rho_2 = t_2 H_2 / \cos \beta_b \\ U_1 = \omega_1 \rho_1 \cos \beta_b \quad U_2 = \omega_2 \rho_2 \cos \beta_b \\ p.V = \lambda \cdot [\omega_2 t_2 H_2 - \omega_1 t_2 H_1] \sqrt{H_1 H_2 / (H_1 t_2 \cdot t_2 H_2)} \end{array} \right\} (2.27)$$

en  $I$ :

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = H_1 I / \cos \beta_b \quad \rho_2 = H_2 I / \cos \beta_b \\ U_1 = \omega_1 \rho_1 \cos \beta_b \quad U_2 = \omega_2 \rho_2 \cos \beta_b \\ p.V = \lambda [\omega_2 H_2 I - \omega_1 H_1 I] \sqrt{H_1 H_2 / (H_1 I \cdot H_2 I)} \end{array} \right\} (2.28)$$

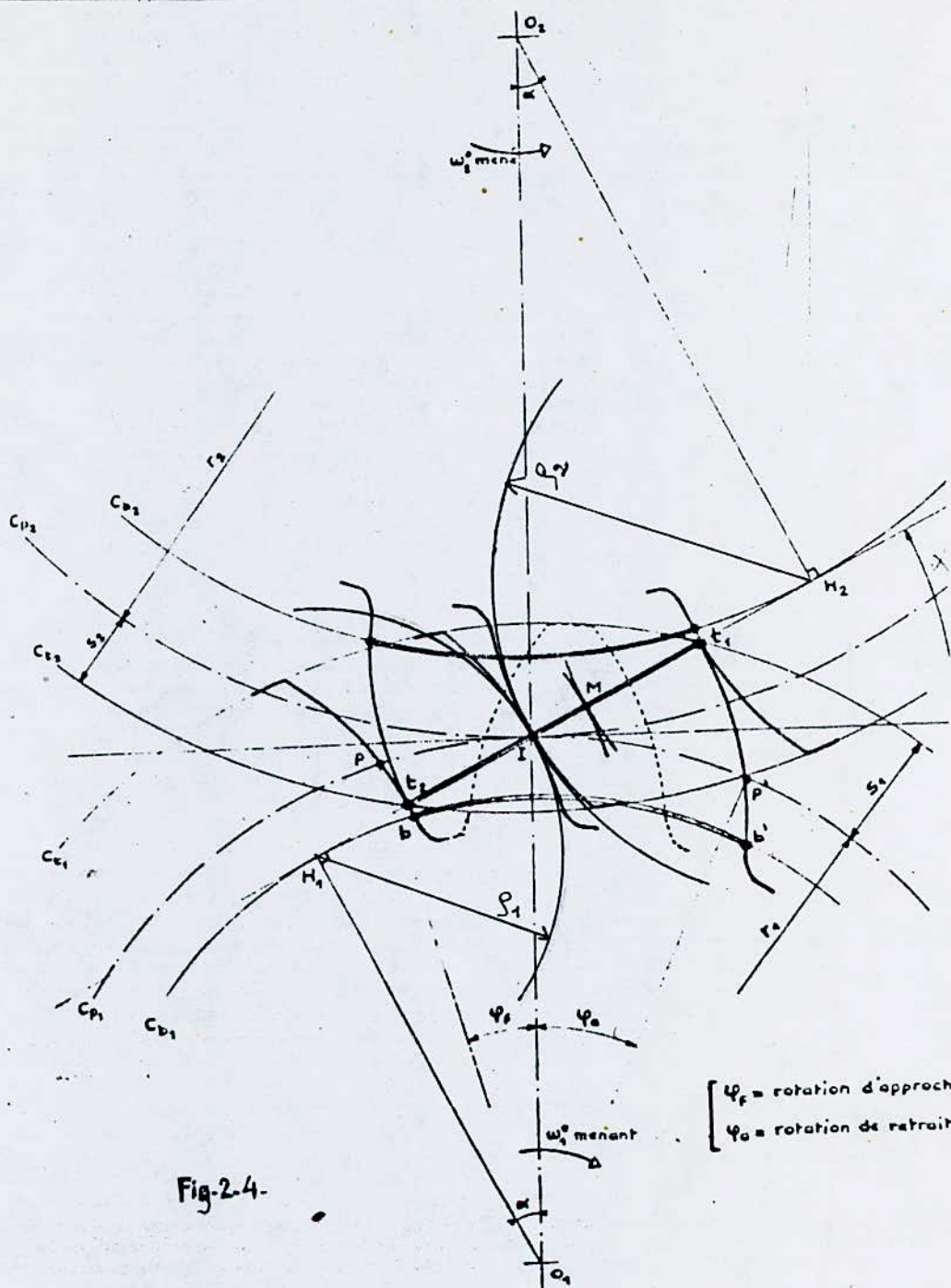


Fig-2-4-

$\psi_f$  = rotation d'approche  
 $\psi_o$  = rotation de retrait

$$\begin{aligned} \text{en } t_1: \quad \rho_1 &= t_1 H_1 / \cos \beta_b & \rho_2 &= t_1 H_2 / \cos \beta_b \\ U_1 &= \omega_1 \rho_1 \cos \beta_b & U_2 &= \omega_2 \rho_2 \cos \beta_b \\ p. V &= \lambda (\omega_1 t_1 H_1 - \omega_2 t_1 H_2) \sqrt{H_1 H_2 / (H_1 t_1 \cdot H_2 t_1)} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \rho_1 &= t_1 H_1 / \cos \beta_b \\ \rho_2 &= t_1 H_2 / \cos \beta_b \\ U_1 &= \omega_1 \rho_1 \cos \beta_b \\ U_2 &= \omega_2 \rho_2 \cos \beta_b \\ p. V &= \lambda (\omega_1 t_1 H_1 - \omega_2 t_1 H_2) \sqrt{H_1 H_2 / (H_1 t_1 \cdot H_2 t_1)} \end{aligned}} \right\} (2.29)$$

$$\text{où } \lambda = 0.6 \sqrt{\frac{P}{L} \cdot \frac{\cos \beta_b}{(1/E_1 + 1/E_2)}}$$

avec  $E_1$  et  $E_2$ : modules de YOUNG des matériaux du pignon et de la roue en (hbars)

$P$  : effort normal de contact.

$$P = (2 \cdot C / D_1) \cdot (1 / \cos \alpha \cdot \cos \beta)$$

$L$  : longueur totale des segments de contact.

### 2.3/ ETUDE DYNAMIQUE :

Les pignons et les roues dentées constituent les éléments les plus déterminants dans la construction des systèmes de transmission. Le bon fonctionnement de tels systèmes est, en grande mesure, lié à la bonne adaptation de ces éléments à leur conditions de fonctionnement, de manière à supporter, en toute sécurité, les contraintes auxquelles ils sont soumis.

A ce propos une dent d'un élément d'engrenage doit tenir à :

- la pression superficielle.
- la rupture.

Ces contraintes sont affectées par un certain nombre de facteurs d'influence associés aux différents paramètres de fonctionnement.

#### 2.3.I/ Résistance à la rupture:

La résistance à la rupture est évidemment la première qualité exigée à un engrenage. Une rupture de dent est une avarie dont la rapidité et l'imprévisibilité peuvent avoir des répercussions catastrophiques dans beaucoup d'applications.

Les causes de rupture des dents sont nombreuses , nous en rappelons les principales:

- capacité de charge trop faible à la rupture.
- surcharge instantanée trop importante.
- rupture par fatigue.
- défauts de traitements thermiques.

.. Comme critère de calcul, l'ISO adopte une contrainte statique de base notée  $\sigma_{F0}$  et déterminée par la relation suivante: [6]

$$\sigma_{F0} = \frac{T}{b.M_r} \cdot Y_F \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \quad \dots \quad (2.30)$$

La charge maximale est supposée être appliquée au sommet de la dent.

$Y_F$  :facteur de forme ISO qui est fonction du nombre de dents, du déport et de l'angle de pression.

$$Y_F = 6 (h_F/M_r) \cos \alpha_a / [(S_F/M_r)^2 \cdot \cos \alpha] \dots (2.31)$$

$Y_\beta$  :facteur d'inclinaison.

$$Y_\beta = 1 - \epsilon_\beta \left( \frac{\beta}{120} \right) \quad \dots \quad (2.32)$$

$Y_\epsilon$  :facteur de conduite.

$$Y_\epsilon = 0.25 + \frac{0.75}{\epsilon_\alpha} \quad \dots \quad (2.33)$$

est une contrainte théorique que l'on doit affecter par des coefficients de majoration de charge traduisant le fonctionnement réel en dynamique.

-méthode de calcul du facteur de forme:  $Y_F$  Fig-(2.5)-

Pour calculer le facteur de forme, nous avons besoin de calculer les épaisseurs réelle au pied et en tête de denture ainsi que la hauteur  $h_f$ .

Dans le cas des engrenages hélicoïdaux, il existe deux genres d'épaisseurs :réelle(indice n) et apparente(indice t) (Fig-2.6-)



Pour calculer l'épaisseur réelle au pied de denture, on distingue deux cas:

-le cas où  $R_f \geq R_b$ :

l'épaisseur apparente au pied de denture est exprimée par:

$$S_{ft} = R_f \left[ \frac{S_t}{R} + 2 (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_f) \right] \quad \dots \quad (2.34)$$

où:

$R_f$ : est le rayon de pied du pignon ou de la roue.

$$R_f = R_a - M_o (2.25 - K) \quad \dots \quad (2.35)$$

$\alpha_f$ : est l'angle correspondant au rayon de pied.

$$\alpha_f = \text{Arccos} \left[ \frac{R_b}{R_f} \right] \quad \dots \quad (2.35)$$

$S_t$  et  $R$ : sont respectivement l'épaisseur apparente primitive et le rayon primitif.

$$S_t = \frac{M_t}{2} Z \left[ \frac{\pi}{Z} - 2 (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{t_0}) \right] \quad \dots \quad (2.36)$$

$$R = \frac{M_t}{2} Z$$

D'où enfin l'épaisseur réelle au pied de dent:

$$S_{fn} = \cos \beta_o \cdot R_f \left[ \frac{S_t}{R} + 2 (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{t_0}) \right] \quad \dots \quad (2.37)$$

-le cas où  $R_f < R_b$ :

Dans ce cas puisque la développante de cercle ne peut pas aller au delà du cercle de base, l'épaisseur du pied de dent est prise au rayon de base. En appliquant toujours la relation précédente, on a:

$$S_{ft} = R_b \left( \frac{S_t}{R} + 2 \text{inv } \alpha_t \right) \quad \dots \quad (2.38)$$

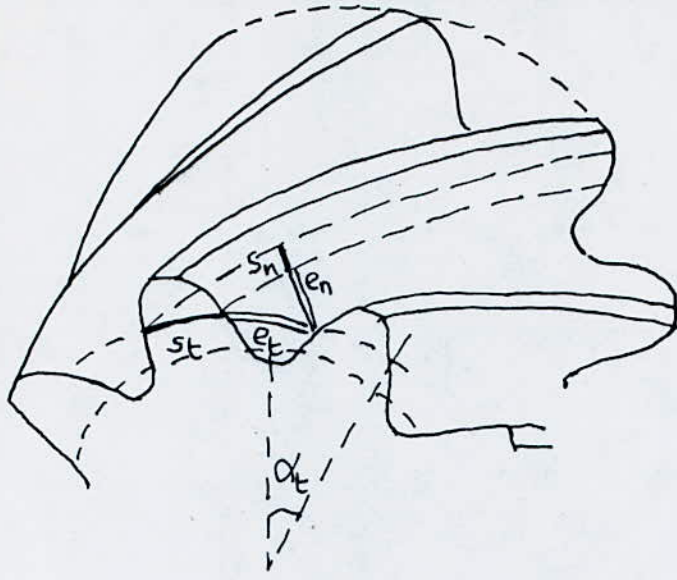
d'où:

$$S_{fn} = \cos \beta_o \cdot R_b \cdot \left( \frac{S_t}{R} + 2 \text{inv } \alpha_t \right) \quad \dots \quad (2.39)$$

L'épaisseur réelle en tête de denture est obtenue avec la même relation que précédemment:

$$\alpha_2 = \text{arccos} (R_b / R_a) \quad \dots \quad (2.40)$$

$$S_{an} = \cos \beta_o \cdot R_a \cdot \left[ \frac{S_t}{R} + 2 (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_2) \right] \quad \dots \quad (2.41)$$



$$S_n = S_t \cos \beta_0$$

$$S_{fn} = S_{ft} \cos \beta_0$$

$$S_{an} = S_{at} \cos \beta_0$$

Fig - 2.6 -

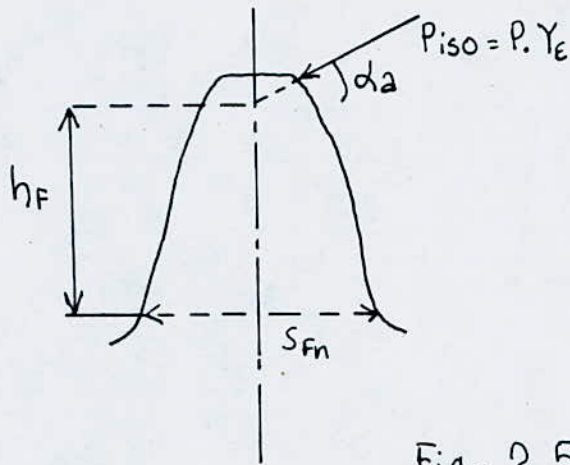


Fig - 2.5 -

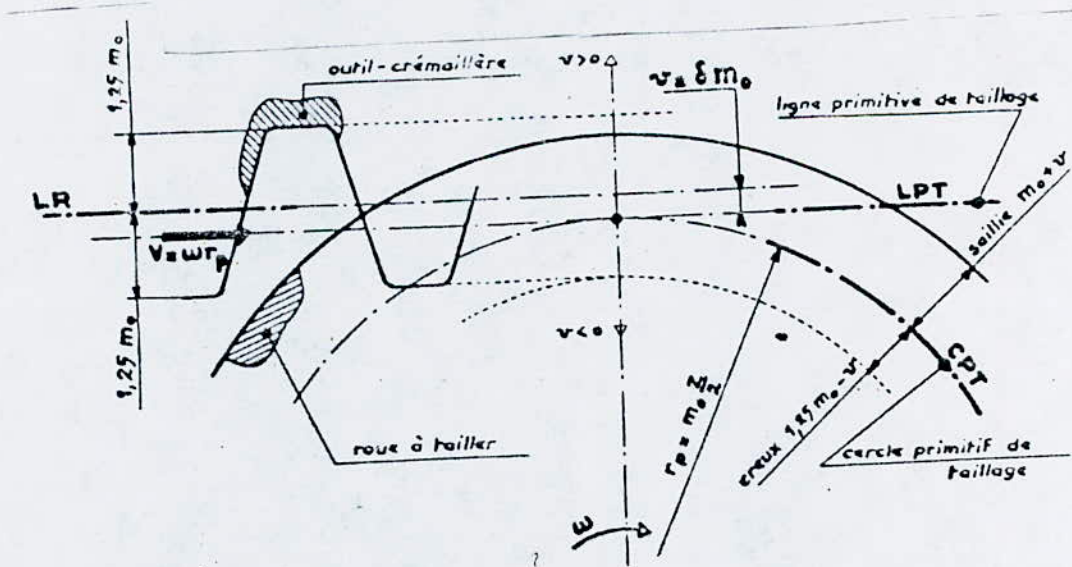


Fig - 2.7 -

La hauteur  $h_F$  est donnée par:  $h_F = h - \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \frac{S_{an}}{2}$

### 2.3.2/ Résistance à la pression superficielle:

La pression superficielle engendrée par le contact des deux surfaces conjuguées de dentures hélicoidales est donnée par la formule de HERTZ:

$$\sigma_H = 0.6 \sqrt{\frac{P}{L} \frac{1/\rho_1 + 1/\rho_2}{1/E_1 + 1/E_2}} \quad (2.42)$$

Cette valeur théorique de la pression superficielle varie tout le long de la phase d'engrènement. Comme critère l'ISO adopte la pression de HERTZ au point primitif et est notée:  $\sigma_{H0}$  [6]

$$\sigma_{H0} = \sqrt{\frac{T}{bD_1} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}} Z_E \cdot Z_C \cdot Z_E \quad (2.43)$$

où  $Z_E$ : facteur d'élasticité.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}$$

$E_1$  et  $E_2$  sont les modules d'élasticité des matériaux du pignon et de la roue

$\nu_1$  et  $\nu_2$  sont les coefficients de poisson du pignon et de la roue pour les aciers:  $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

$Z_C$ : facteur géométrique.

$$Z_C = \sqrt{\cos \beta_b / (\sin \alpha_t \cdot \cos \alpha_t)} \quad (2.44)$$

$Z_E$ : facteur de longueur de contact valant:

-pour les dentures droites:  $Z_E = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha) / 3}$

-pour les dentures hélicoidales: 
$$\begin{cases} Z_E = \frac{4 - \epsilon_\alpha}{3} (1 - \epsilon_\beta) + \frac{\epsilon_\beta}{\epsilon_\alpha} & 0 \leq \epsilon_\beta < 1 \\ Z_E = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_\alpha}} & \epsilon_\beta \geq 1 \end{cases}$$

Comme pour la contrainte de rupture de base, la contrainte de base de pression superficielle est une contrainte théorique et doit être majorée par des coefficients d'influence qui tiennent compte du fonctionnement réel en dynamique.

### 2.3.3/Facteurs d'influence: [3]

Les facteurs d'influence que nous allons indiquer multiplient les contraintes statiques de base  $\sigma_{H0}$  et  $\sigma_{F0}$  dans le sens d'une augmentation de celles-ci, lorsque les conditions de fonctionnement deviennent plus sévères, pour conduire aux contraintes de calcul effectives  $\sigma_H$  et  $\sigma_F$ .

Certains de ces facteurs sont communs pour la pression superficielle et la rupture et sont d'origine expérimentale.

-facteur d'application:  $K_A$

Il est fonction de la nature des organes moteur et receveur; il rend compte des surcharges brèves occasionnées dans la transmission par l'apparition de chocs.

- Tableau (2.2) -

organe moteur \ organe receveur	Fonctionnement sans chocs		Fonctionnement avec chocs modérés		Fonctionnement avec chocs importants	
	12h/Jour	24h/Jour	12h/Jour	24h/Jour	12h/Jour	24h/Jour
Moteurs électriques et turbines	1	0.95	0.8	0.7	0.67	0.57
M.C.i monocylindriques	0.67	0.57	0.57	0.45	0.45	0.35
M.C.i polycylindriques	0.8	0.7	0.67	0.57	0.57	0.45

Pour notre étude nous avons pris:  $K_A = 0.8$

-facteur de portée  $K_M$ :

Il tient compte du mauvais alignement.

$$\left. \begin{aligned} K_M &= 1 && \text{si } b/D \leq 1 \\ K_M &= 1 - 0.311 \frac{(b/D - 1)^2}{b/D} && \text{si } b/D > 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots (2.45)$$

-facteur de vitesse  $K_V$ :

Ce facteur tient compte des surcharges dynamiques provenant des erreurs de dentures et de l'inertie des organes. Ce facteur dépend de la classe de qualité ISO des engrenages et de la vitesse tangentielle au primitif  $V$ .

- Tableau (2.3) -

Classe ISO	I	II	III	IV
$V_{\text{limite}} (m/s)$	100	50	20	5
$K_V$	1	$\frac{12}{12 + \sqrt{V}}$	$\frac{6}{6 + \sqrt{V}}$	$\frac{3}{3 + \sqrt{V}}$

-facteur de capacité de charge:  $\gamma$

Ce facteur rend compte des mauvaises conditions de formation du film d'huile lorsque la vitesse de rotation est faible:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 1.65 & \text{si } N_1 &\leq 10 \text{ tr/mn} \\ \gamma &= (200/N_1) & \text{si } 10 &\leq N_1 \leq 200 \text{ tr/mn} \\ \gamma &= 1 & \text{si } N_1 &\geq 200 \text{ tr/mn} \end{aligned} \right\} \dots (2.46)$$

-facteur de durée à la rupture  $K_{bL}$ :

La charge sur une même dent étant variable au cours du temps fait travailler cette dent en fatigue, ce qui conduit à définir le facteur  $K_{bL}$ :

$$\left. \begin{aligned} K_{bL} &= [10^7/N_c]^{1/10} \\ \text{avec } N_c &= 60 \cdot N \cdot L_h \cdot q \\ \text{pour } N_c &> 10^9 \quad K_{bL} = 0.65 \end{aligned} \right\} \dots (2.47)$$

$N_c$  : nombre de cycles de mise en charge

$N$  : vitesse de rotation (tr/mn)

$L_h$  : durée de fonctionnement en heures

$q$  : nombre de zones d'engrènement

-facteur de durée à la pression superficielle  $K_{HL}$ :

Pour la même raison que précédemment, on définit comme suit:

$$\left. \begin{aligned} K_{HL} &= [10^7/N_c]^{1/6} \\ \text{pour } N_c &> 10^9 \quad K_{HL} = 0.5 \end{aligned} \right\} \dots (2.48)$$

La durée de fonctionnement des trains d'engrenages varie d'un train à l'autre, selon la vitesse considérée et dépend du taux d'utilisation de chaque vitesse. Il est difficile de se prononcer sur ces différents taux, cependant nous pouvons admettre, au stade d'avant-projet, les valeurs moyennes données par le tableau (2.4).

Vitesse	1 <sup>ere</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>	6 <sup>e</sup>	MAR
Taux(%)	1	3	5	10	60	20	1
Lh (Heures)	150	450	750	1500	9000	3000	150

### 2.3.4/ Formulation de la résistance à la rupture:

Compte tenu des facteurs dynamiques précédents, il faut vérifier, pour le pignon et la roue, les relations suivantes:

-effort tangentiel admissible:

$$T_{max} = \frac{2C}{D_1} \leq T_{adm} = \frac{K_{bL} K_V K_M K_A}{Y_E Y_F Y_p} \sigma_{FL} \cdot b \cdot M_r \quad (2.49)$$

$\sigma_{FL}$ : contrainte limite de rupture de base qui dépend de la nature du matériau et du traitement thermique appliquée.

-puissance admissible:

$$P_{max} \leq P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1.96} \cdot \frac{M_r}{\cos \beta} \cdot N \cdot Z \cdot T_{adm}$$

### 2.3.5/ Formulation de la résistance à la pression superficielle:

Compte tenu des facteurs correctifs précédents, on doit vérifier les relations suivantes:

-effort tangentiel admissible:

$$T_{max} \leq T_{adm} = \sigma_{HL}^2 \cdot b \cdot D_1 \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \cdot \frac{K_{HL} \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_A}{Z_E^2 \cdot Z_C^2 \cdot Z_E^2 \cdot Y} \quad (2.50)$$

$\sigma_{HL}$ : est la pression limite de base qui dépend de la dureté HB en surface du matériau utilisé.

-puissance admissible:

$$P_{max} \leq P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1.96} \cdot D_1 \cdot N_1 \cdot T_{adm} \quad (2.51)$$

### 2.3.6/ Calcul des efforts sur les dentures:

Les dents de la roue menante subissent une action de contact

F de la roue menée, ayant pour composantes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{-tangentielle} : T = \frac{2000 C}{D_1} \\ \text{-radiale} : R = T \operatorname{tg} \alpha_t / \cos \beta \\ \text{-axiale} : A = T \operatorname{tg} \beta \end{array} \right\} \dots (2.52)$$

et la résultante est donnée par :  $F = T / (\cos \alpha_t \cdot \cos \beta)$

où  $\alpha_t$  : angle de pression apparent

$\beta$  : angle d'hélice primitive

$D_1$  : diamètre primitif de la roue menante en mm

C : couple transmis en daN.m

Le calcul de ces efforts sera par la suite utilisé lors du dimensionnement des arbres et des roulements.

### 2.4/ CHOIX DU MATERIAU UTILISE/:

Pour choisir un matériau, il faut tenir compte de plusieurs facteurs notamment:

-nature des traitements thermiques qu'ils lui sont appliqués

-facilité d'usinage

-caractéristiques mécaniques (limite d'élasticité, dureté à coeur et superficielle, limite à la rupture ....)

Les aciers faiblement alliés sont d'usage courant dans les boîtes de vitesses surtout pour les pignons.

Parmi la liste des aciers couramment utilisés ou plus répandus en mécanique générale, on a choisi le matériau 35 NC I5 cémenté et trempé pour les engrenages et l'acier mi-dur XC 42 pour les

arbres.

Pour l'acier 35 NC 15 ,les caractéristiques mécaniques sont:

-limite de rupture  $\sigma_R = 170 \text{ daN/mm}^2$

-limite élastique :  $\sigma_e = 135 \text{ daN/mm}^2$

-limite pratique :  $\sigma_p = 67.5 \text{ daN/mm}^2$

-pression limite de base  $\sigma_{HL} = 150 \text{ daN/mm}^2$

-contrainte limite de rupture de base:  $\sigma_{FL} = 50 \text{ daN/mm}^2$

Pour l'acier XC 42 ,les caractéristiques mécaniques sont :

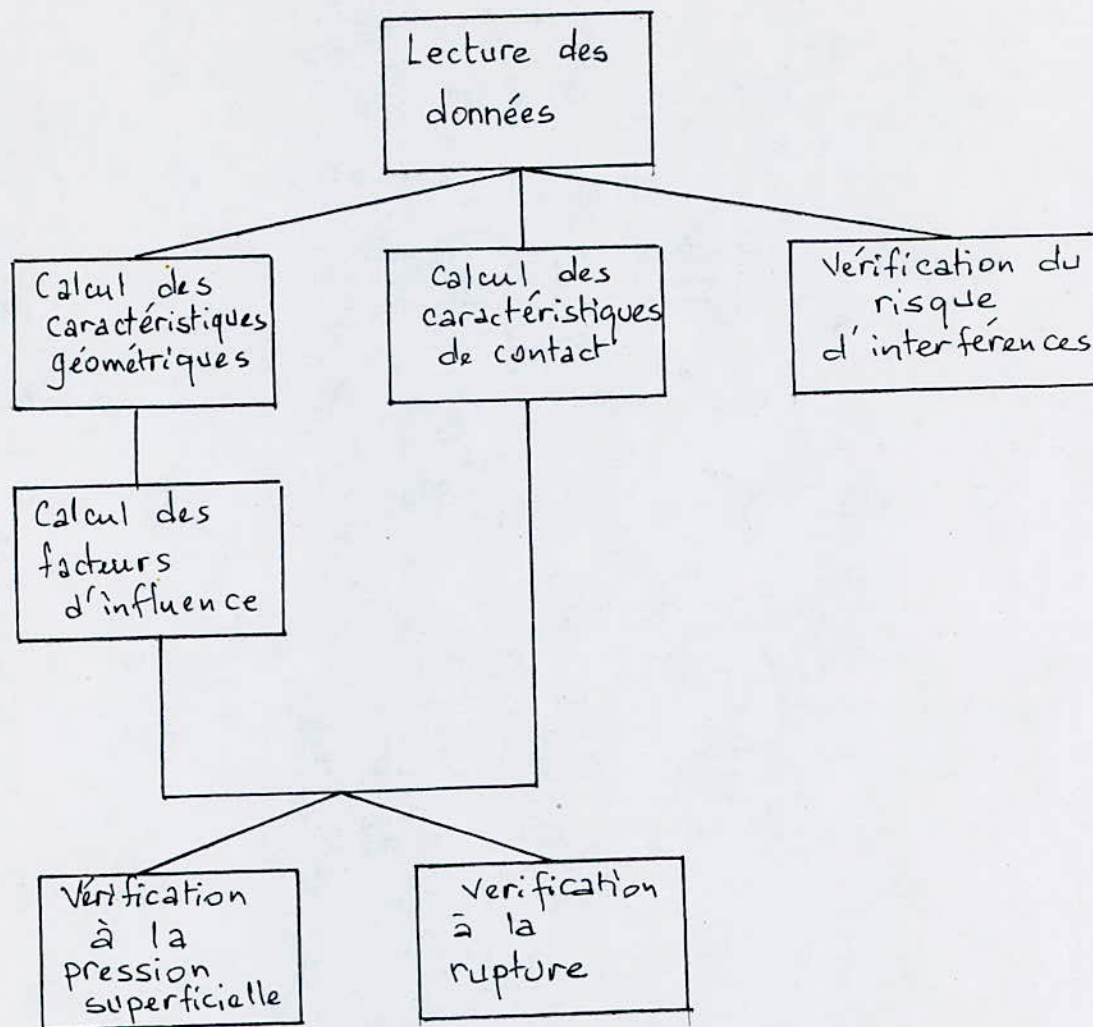
-limite de rupture :  $\sigma_R = 90 \text{ daN/mm}^2$

-limite élastique :  $\sigma_e = 70 \text{ daN/mm}^2$

-limite pratique :  $\sigma_p = 35 \text{ daN/mm}^2$



## 2.5/ ORGANIGRAMME:



## 2.6/ RESULTATS:

Les résultats obtenus vont servir pour l'exécution du dessin de conception, les grandeurs obtenus offrent un encombrement moyen pour la boîte, il faut aussi noter qu'il est pratiquement impossible de retrouver les rapports de réduction donnés au début car les nombres de dents des pignons et roues ont été majorés à leurs valeurs entières voisines.

## TRAIN DE COMMANDE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 24  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 39  
MODULE DE TAILLAGE : 3.75  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 3.76846  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE: 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0906  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 25.4973  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 24.8986  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 108.458  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 168.256  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 91.5827  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 151.3812  
DEPORT DU PIGNON : 0.167617  
DEPORT DE LA ROUE : - 0.167622  
LARGEUR DE DENTURE : 30  
RAPPORT DE CONDUITE : 2.77963  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT: 206.336  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT: 224.247  
EFFORT TANGENTIEL : 1474.41  
EFFORT RADIAL : 654.973  
EFFORT AXIAL : 683.962

## TRAIN DE LA 1<sup>ERE</sup> VITESSE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 12  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 43  
MODULE DE TAILLAGE : 4.75  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 4.75844  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.2776  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 0  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 0  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 70.4541  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 210.257  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 49.0822  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 188.885  
DEPORT DU PIGNON : 0.416548  
DEPORT DE LA ROUE : - 0.367368  
LARGEUR DE DENTURE : 35  
RAPPORT DE CONDUITE : 1.46002  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT: 286.293  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT: 223.786  
EFFORT TANGENTIEL : 4183.36  
EFFORT RADIAL : 1544.76  
EFFORT AXIAL : 0

## TRAIN DE LA 2<sup>EME</sup> VITESSE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 16  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 36  
MODULE DE TAILLAGE : 4.5  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 4.53112  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.1273  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 26.6197  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 25.8171  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 92.0405  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 187.674  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 71.7905  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 167.424  
DEPORT DU PIGNON : 0.279232  
DEPORT DE LA ROUE : - 0.279228  
LARGEUR DE DENTURE : 25  
RAPPORT DE CONDUITE : 2.87693  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT: 173.961  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT: 186.378  
EFFORT TANGENTIEL : 2966.36  
EFFORT RADIAL : 1340.55  
EFFORT AXIAL : 1434.26

## TRAIN DE LA 3<sup>EME</sup> VITESSE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 24  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 35  
MODULE DE TAILLAGE : 4  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 4.02053  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0945  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 25.6243  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 25.0034  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 115.522  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 162.192  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 97.5219  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 144.192  
DEPORT DU PIGNON : 0.132746  
DEPORT DE LA ROUE : - 0.132746  
LARGEUR DE DENTURE : 25  
RAPPORT DE CONDUITE : 2.91469  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT: 161.975  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT : 171.847  
EFFORT TANGENTIEL : 2243.8  
EFFORT RADIAL : 998.66  
EFFORT AXIAL : 1045.86

## TRAIN DE LA 4<sup>EME</sup> VITESSE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 35  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 33  
MODULE DE TAILLAGE : 3.5  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 3.51238  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0651  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 24.5914  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 24.1441  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 141.706  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 134.008  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 125.956  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 118.258  
DEPORT DU PIGNON : - 0.286742 10<sup>-5</sup>  
DEPORT DE LA ROUE : - 0.270357 10<sup>-5</sup>  
LARGEUR DE DENTURE : 30  
RAPPORT DE CONDUITE : 2.91694  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT : 161.975  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT : 171.847  
EFFORT TANGENTIEL : 1773.31  
EFFORT RADIAL : 777.28  
EFFORT AXIAL : 794.425

## TRAIN DE LA 6<sup>EME</sup> VITESSE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 57  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 23  
MODULE DE TAILLAGE : 3  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 3.0064  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0393  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 23.5161  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 23.2334  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 192.471  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 81.2428  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 178.971  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 67.7428  
DEPORT DU PIGNON :  $0.46698 \cdot 10^{-5}$   
DEPORT DE LA ROUE :  $0.188431 \cdot 10^{-5}$   
LARGEUR DE DENTURE : 25  
RAPPORT DE CONDUITE : 2.88008  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT : 204.315  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT : 326.813  
EFFORT TANGENTIEL : 1281.03  
EFFORT RADIAL : 552.958  
EFFORT AXIAL : 549.622

1<sup>ER</sup> TRAIN DE LA MARCHE ARRIERE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 12  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 22  
MODULE DE TAILLAGE : 4.75  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 4.75  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0000  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 0  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 0  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 70.4541  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 110.043  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 49.0822  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 88.668  
DEPORT DU PIGNON : 0.416548  
DEPORT DE LA ROUE : -0.416548  
LARGEUR DE DENTURE : 30  
RAPPORT DE CONDUITE : 1.52699  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT : 232.442  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT : 350.544  
EFFORT TANGENTIEL : 4190.79  
EFFORT RADIAL : 1525.32  
EFFORT AXIAL : 0



2<sup>EME</sup> TRAIN DE LA MARCHE ARRIERE

NOMBRE DE DENT DU PIGNON : 22  
NOMBRE DE DENT DE LA ROUE : 36  
MODULE DE TAILLAGE : 4.75  
MODULE DE FONCTIONNEMENT : 4.75  
ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE : 20  
ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT : 20.0000  
ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE : 0  
ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT : 0  
DIAMETRE DE TETE DU PIGNON : 110.043  
DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE : 184.457  
DIAMETRE DE PIED DU PIGNON : 88.668  
DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : 163.082  
DEPORT DU PIGNON : - 0.416548  
DEPORT DE LA ROUE : 0.416548  
LARGEUR DE DENTURE : 30  
RAPPORT DE CONDUITE : 1.52699  
FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT: 375.41  
FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT: 348.492  
EFFORT TANGENTIEL : 4190.79  
EFFORT RADIAL : 1525.32  
EFFORT AXIAL : 0

### 3.1/ CALCUL DE L'ARBRE DE COMMANDE :

L'arbre de commande porte le pignon de prise constante qui est très proche du palier n°3, on peut de ce fait négliger la flexion et calculer l'arbre uniquement à la torsion.

Le diamètre de l'arbre est calculée suivant l'hypothèse de la contrainte de cisaillement maximale: [4]

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi [\tau]}} \quad (3.1)$$

$$M_t = 73.5 \text{ daN.m}$$

$$[\tau] = 17.5 \text{ daN/mm}^2$$

$$d \geq 27.76 \text{ mm}$$

avant d'adopter une valeur finale pour le diamètre, il faut d'abord vérifier si cette valeur permet de satisfaire la condition de déformation, angulaire, unitaire suivante: [4]

$$\frac{32 M_t}{G \cdot \pi d^4} \leq [\theta] \quad (3.2)$$

où  $G$  : module d'élasticité transversale (daN/mm<sup>2</sup>)

$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$  / moment quadratique polaire de la section de l'arbre (mm<sup>4</sup>)

$[\theta]$  : déformation angulaire admissible égale à 1/4 de degré par mètre

on obtient alors:

$$d \geq 67.55 \text{ mm}$$

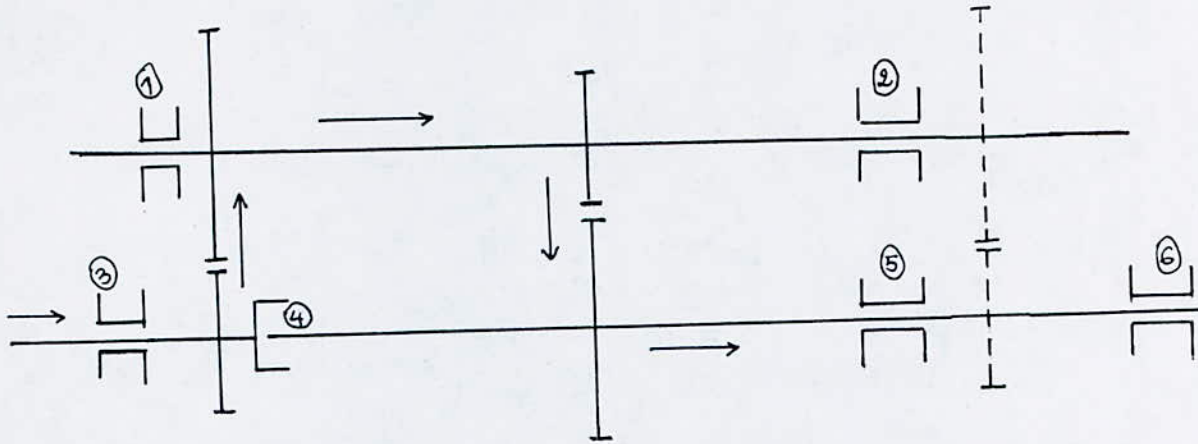
nous constatons donc qu'il faut dimensionner l'arbre par rapport à la deuxième condition, c'est à dire celle de déformation unitaire maximale, nous obtenons alors:

et on adopte le diamètre:  $d = 70 \text{ mm}$

### 3.2/ CALCUL DE L'ARBRE INTERMEDIAIRE :

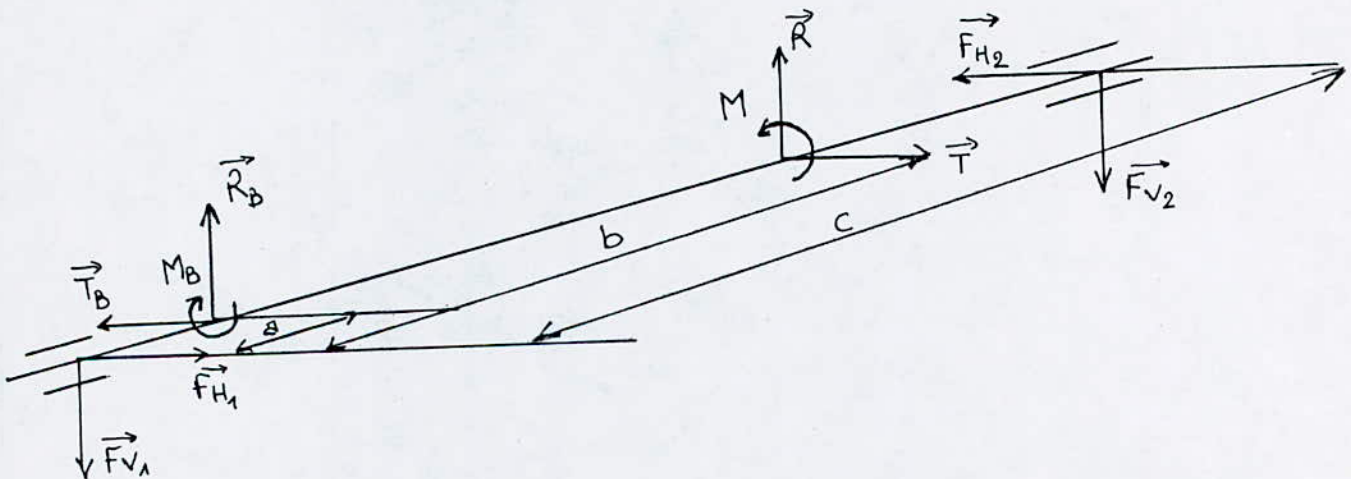
Il est sollicité à la flexion déviée (dans deux plans) ainsi qu'à la torsion. Comme il est sollicité différemment selon la vitesse considérée, il sera dimensionné dans le cas le plus défavorable là où les charges sont les plus élevées.

schéma de la chaine cinématique d'une vitesse quelconque/:



----- : 6<sup>ème</sup> vitesse

Isolons l'arbre intermédiaire :



$R_B$  : effort radial exercé sur la roue B

$T_B$  : effort tangentiel exercé sur la roue B

$M_B$  : moment dû à la force axiale exercé sur B

$M$  : moment dû à la force axiale exercé sur la roue de la  $j^{\text{ème}}$  vitesse

$T$  : effort tangentiel exercé sur la roue de la  $j^{\text{ème}}$  vitesse

$R$  : effort radial exercé sur la roue de la  $j^{\text{ème}}$  vitesse

$a$  et  $b$  sont les distances des roues et pignons par rapport au palier n° I et  $c$  la distance entre paliers

### 3.2.1/ Etude de la flexion de l'arbre dans le plan vertical:

En appliquant les lois fondamentales de la statique on peut déterminer les réactions  $F_{V1}$  et  $F_{V2}$  aux appuis:

$$-M - R_B * a - R * b + F_{V2} * c + M_B = 0 \quad \dots \quad (3.3)$$

d'où:

$$F_{V2} = \frac{R_B * a + R * b + M - M_B}{c} \quad \dots \quad (3.4)$$

avec :

$$M_B = A_B \cdot \frac{D_B}{2} = 554.07 \text{ N.m}$$

$$M = A \cdot \frac{D}{2}$$

$D$  : diamètre du pignon de la  $j^{\text{ème}}$  vitesse

$A$  : effort axial exercé sur le pignon ou la roue de la  $j^{\text{ème}}$  vitesse

$$\vec{F}_{V1} + \vec{R}_B + \vec{R} + \vec{F}_{V2} = 0 \quad \dots \quad (3.5)$$

d'où:

$$F_{V1} = F_{V2} - R - R_B \quad \dots \quad (3.6)$$

La détermination des réactions aux appuis va nous permettre le calcul du moment fléchissant dans les différentes sections de l'arbre.

$$0 \leq x \leq a : M_v(x) = -F_{V1} \cdot x$$

$$a \leq x \leq b : M_v(x) = -F_{V1} \cdot x + R_B(x-a) + M_B$$

$$b \leq x \leq c : M_v(x) = -F_{V2}(c-x)$$

### 3.2.2/ Etude de la flexion de l'arbre dans le plan horizontal:

Déterminons tout d'abord les réactions  $F_{H1}$  et  $F_{H2}$  aux appuis en se basant sur les équations fondamentales de la statique :

$$F_{H2} = \frac{T \cdot b - T_B \cdot a}{c}$$

$$F_{H1} = F_{H2} + T_B - T$$

Calculons le moment fléchissant aux différentes sections:

$$0 \leq x \leq a : M_H(x) = - F_{H1} \cdot x$$

$$a \leq x \leq b : M_H(x) = - F_{H1} \cdot x + T_B(x - a)$$

$$b \leq x \leq c : M_H(x) = F_{H2} (c - x)$$

En reportant les différentes distances a, b, c pour chaque vitesse, dans les formules établies ci-dessus on peut calculer les réactions aux appuis pour chaque vitesse et déterminer les moments fléchissants aux points d'application des forces afin de déterminer et tracer les graphes correspondants et repérer ainsi la section dangereuse. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau(3.I)

tableau -3.I-

A(mm)	B(mm)	C(mm)	FH1(daN)	FH2(daN)	FV1(daN)	FV2(daN)	Mid(N.m)	Mt(N.m)
20	275	390	165.24	2874.19	1218.95	980.78	3691.05	1194.38
20	245	390	295.91	1787.88	1113.78	881.71	3127.58	1194.38
20	150	390	18.00	787.39	1235.26	418.37	2450.69	1194.38
20	120	390	171.12	470.02	1164.37	267.88	1886.84	1194.38
20	20	390	1398.8	75.61	622.81	32.17	1233.01	1194.38
20	245	390	1530.19	1336.81	533.32	674.61	1336.14	1194.38
20	355	390	1022.70	3739.08	900.33	1279.96	1827.53	1194.38

Diagramme de  $M_V(x)$

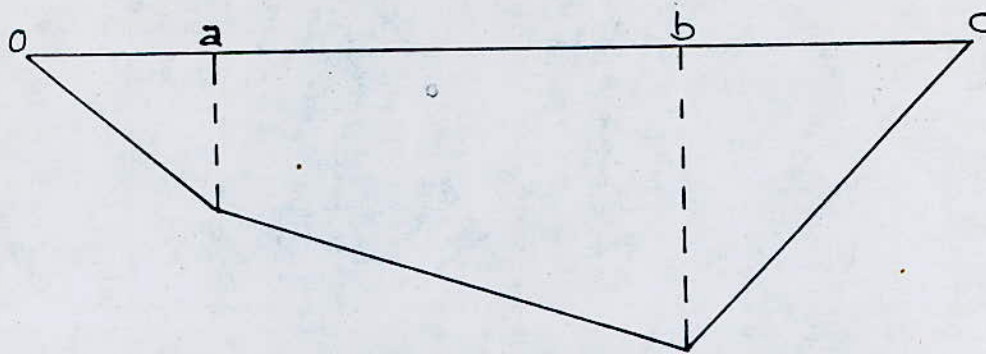


Diagramme de  $M_H(x)$

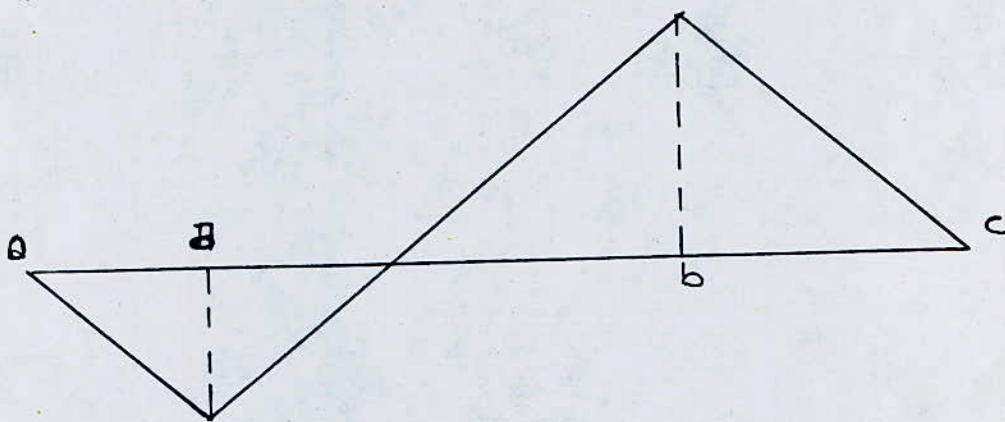
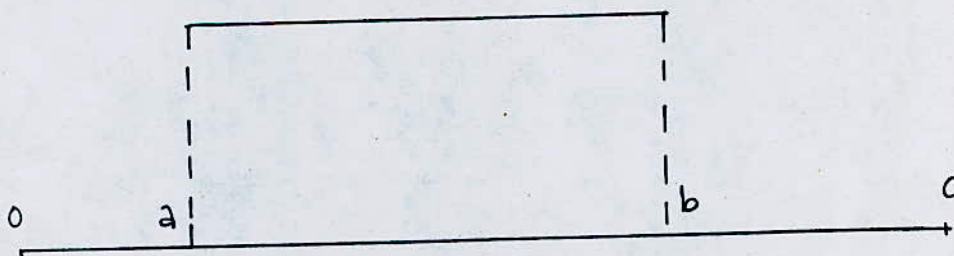


Diagramme de  $M_t(x)$



Grphe des moments fléchissants et de torsion  
de l'arbre intermédiaire.

D'après les deux diagrammes de  $M_H(x)$  et  $M_V(x)$  il apparaît que la section dangereuse est située à  $x=b$ , dans le cas de la 1<sup>ère</sup> vitesse car les charges y sont les plus élevées.

Le moment de torsion sur l'arbre est constant quelque soit la vitesse utilisée et vaut:  $M_t = 1194 \text{ N.m}$

Le moment idéal est donné par la relation suivante:

$$M_{id} = \sqrt{M_V^2(x) + M_H^2(x) + M_t^2} \quad (3.3)$$

Le diamètre de l'arbre est calculé suivant l'hypothèse de la contrainte normale maximale: [4]

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{id}}{\pi [\sigma]}} \quad (3.4)$$

$$M_{id} = 3691.05 \text{ N.m}$$

$$d \geq 47.54$$

$$[\sigma] = 35 \text{ daN/mm}^2$$

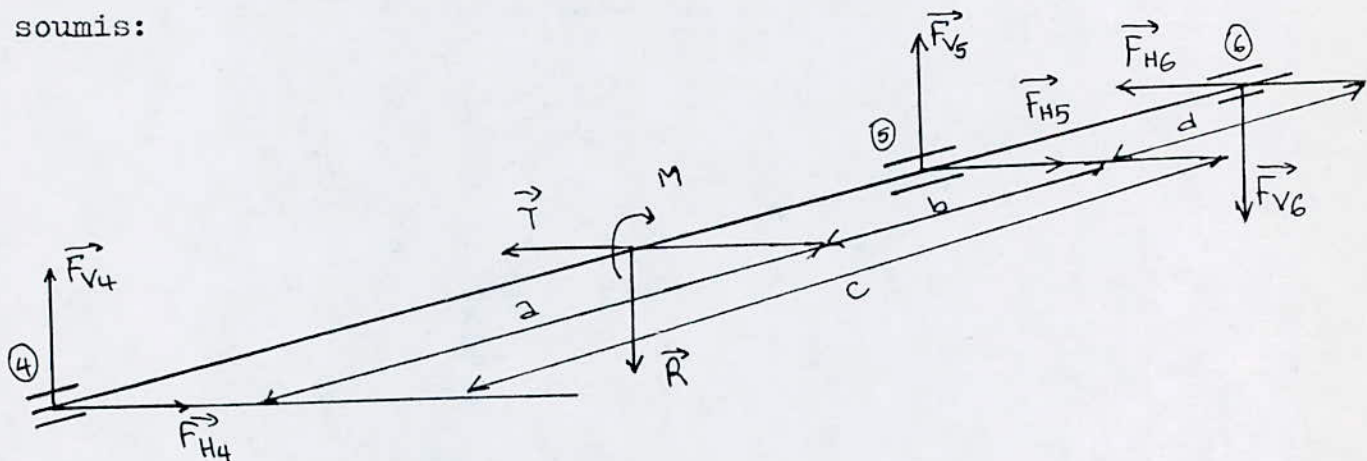
on adoptera  $d =$  diamètre de pied du pignon de 1<sup>ère</sup> vitesse.

### 3.3/ Calcul de l'arbre secondaire :

L'arbre secondaire est soumis à la fois, à la flexion dans les deux plans horizontal et vertical sous l'effet des forces de contact au niveau des dentures des engrenages et à la torsion sous l'effet du couple moteur transmis.

Etant donné que les charges varient d'une vitesse à l'autre, l'arbre secondaire sera étudié pour chaque vitesse afin de déterminer le cas le plus défavorable où il sera dimensionné.

Isolons l'arbre et reportons les forces auxquelles il est soumis:



### 3.3.I/ Etude de la flexion dans le plan vertical:

L'arbre secondaire est considéré comme une poutre reposant sur trois appuis. Les lois fondamentales de la statique, à elles seules, ne suffisent pas pour résoudre le problème.

Pour cela on a recours au théorème des trois moments qui lie les trois moments fléchissants aux appuis et dont l'expression est donnée par :

$$M_{V4} \cdot c + 2M_{V5} (c+d) + M_{V6} \cdot d = -6S \frac{\bar{Z}}{c} - 6S' \frac{\bar{Z}'}{d} \quad (3.5)$$

$M_{V4}$  et  $M_{V6}$ : sont les moment fléchissants aux appuis 4 et 6 et sont nuls

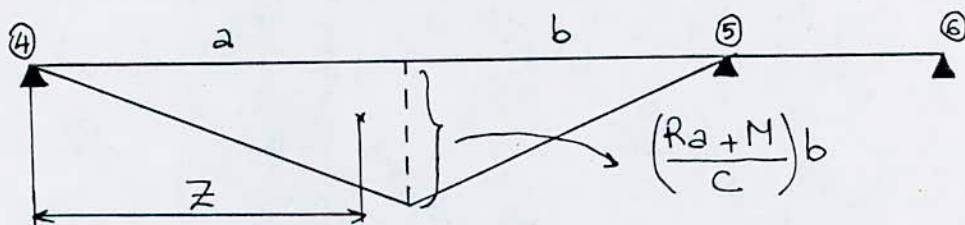
$S$ : aire du diagramme du moment fléchissant dû à la force

appliquée  $R$  et du moment  $M$  dû à l'effort axial, appliqués sur la portion 4-5.

$S'$ : aire du diagramme du moment fléchissant dû aux forces

appliquées sur la portion 5-6. cette aire est nulle sauf pour la 6<sup>ème</sup> vitesse.

$\bar{Z}$  et  $\bar{Z}'$ : sont les distances des centres de gravité, des deux aires du moment fléchissant, aux appuis 4 et 6.



$$S = \frac{1}{2} c \left( \frac{R \cdot a + M}{c} \right) b = \frac{1}{2} (R \cdot a + M) b$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{3} (c + a)$$

après simplification, on obtient:

$$M_{V5} = - \frac{1}{2} \left( \frac{c+a}{c+d} \right) \left( \frac{R \cdot a + M}{c} \right) b \quad (3.6)$$



Les réactions aux appuis se déduisent du calcul de  $M_{V5}$  :

$$\left. \begin{aligned} F_{V4} &= - \left( \frac{R \cdot b - M}{c} \right) - \frac{M_{V5}}{c} \\ F_{V5} &= - \left( \frac{R \cdot a + M}{c} \right) + \frac{M_{V5}}{c} + \frac{M_{V5}}{D} \\ F_{V6} &= - \frac{M_{V5}}{D} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.7)$$

### 3.3.2/ Etude de la flexion dans le plan horizontal:

NOUS appliquons les mêmes relations que dans le cas du plan vertical avec  $M=0$ , on obtient :

$$\left. \begin{aligned} M_{H5} &= - \frac{1}{2} \cdot T \cdot \frac{ab}{c} \cdot \left( \frac{c+a}{c+d} \right) \\ F_{H5} &= - \frac{T \cdot a}{c} + \frac{M_{H5}}{c} + \frac{M_{H5}}{d} \\ F_{H4} &= - \frac{T \cdot b}{c} - \frac{M_{H5}}{c} \\ F_{H6} &= - M_{H4}/d \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.8)$$

En reportant les distances a, b, c, d pour chaque vitesse, dans les formules établies ci-dessus, on détermine les réactions aux différents appuis et on trace l'allure des diagrammes des moments fléchissants dans les deux plans. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau (3.2)

tableau (3.2)

A(mm)	B(mm)	C(mm)	D(mm)	FV4(daN)	FV5(daN)	FV6(daN)	FH4(daN)	FH5(daN)	FH6(daN)	Mid(N.m)	Mt(N.m)
250	115	365	110	270.90	1989.95	716.09	733.62	5388.97	1939.23	4846.43	4427.71
216	149	365	110	450.14	2125.17	847.19	772.67	3647.95	1454.24	3317.43	2752.81
122	149	365	110	677.33	1015.16	464.73	1237.86	1855.26	849.32	2066.61	1771.08
94	271	365	110	690.83	582.69	2988.00	1152.79	1164.11	543.61	1328.20	1139.53
75	35	365	110	124.22	641.78	718.65	38.79	1040.94	2788.82	528.34	490.33
330	35	365	110	49.52	1796.81	321.01	136.06	4936.71	881.97	373.11	358.54

Diagramme de  $M_V(x)$

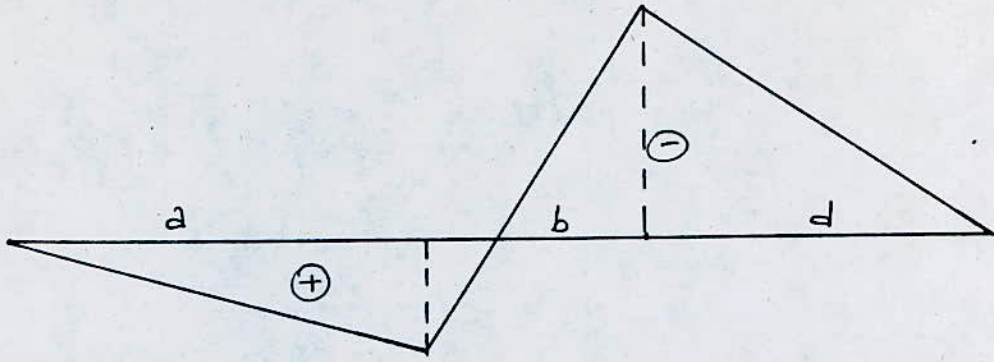


Diagramme de  $M_H(x)$

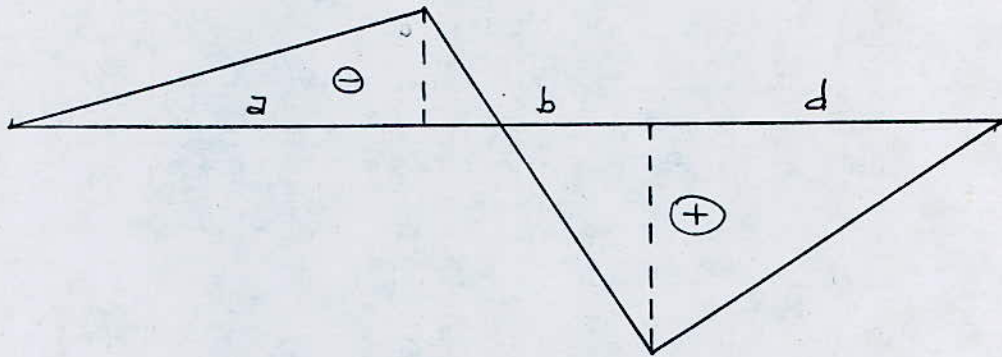
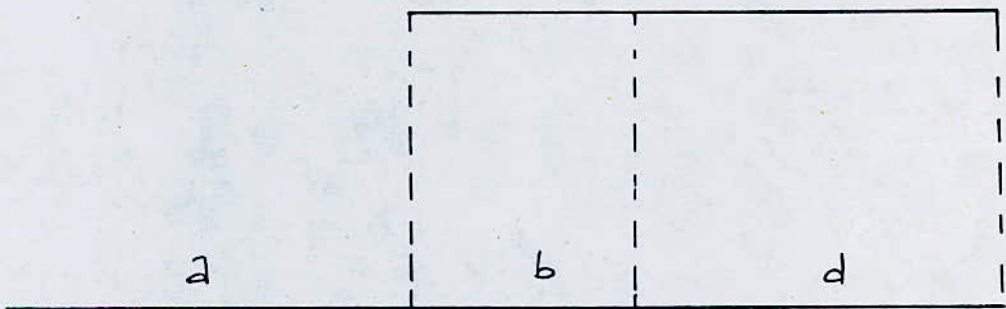


Diagramme de  $M_t(x)$



Graphe des moments flechissants et de torsion de l'arbre secondaire.

D'après les diagrammes de  $M_H(x)$  et  $M_V(x)$ ; il apparaît que la section dangereuse est située à  $x=c$ , c'est à dire sur l'appui n°5, dans le cas de la I<sup>ère</sup> vitesse où les charges sont les plus élevées.

Le diamètre de l'arbre est calculé suivant l'hypothèse de la contrainte normale maximale:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{id}}{\pi [\sigma]}}$$

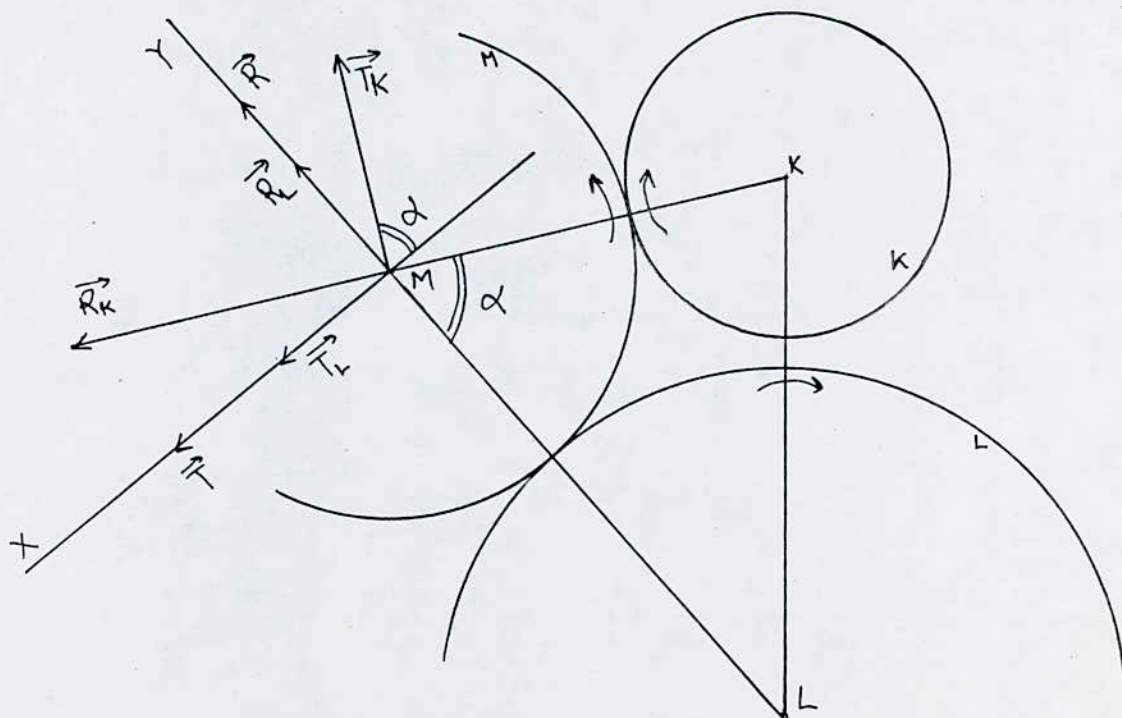
$$M_{id} = 4846.43 \text{ N.m} \quad \text{et} \quad [\sigma] = 35 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{d'où :} \quad d \geq 52.05 \text{ mm}$$

### 3.4/ CALCUL DE L'AXE DE LA MARCHÉ ARRIERE:

L'axe de la marche arrière est considéré comme une poutre encastrée aux deux appuis. Il est seulement à la flexion dans les deux plans sous l'effet des charges radiales et tangentielles.

Vu que le pignon d'inversement du sens de marche est engrénée avec deux pignons K et L, il est donc soumis à quatre efforts, deux efforts radiaux  $R_K$  et  $R_L$ , et deux efforts tangentiels  $T_K$  et  $T_L$ .



Pour déterminer les forces résultantes dans les deux plans T et R on projette les forces citées ci-dessus sur les axes X Et Y :

$$\left. \begin{aligned} T &= T_L + R_K \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - T_K \cos \alpha \\ R &= R_L + R_K \cos \alpha + T_K \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (3.9)$$

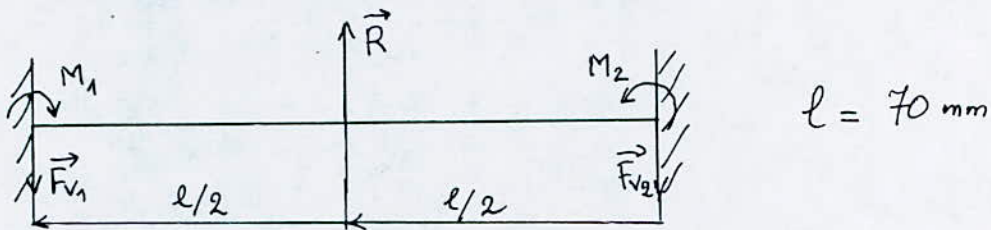
où  $\alpha$  est donné par la relation:

$$\cos \alpha = \frac{(ML)^2 + (MK)^2 - (KL)^2}{2 (ML) (MK)} \dots \dots (3.10)$$

MK, ML, KL sont respectivement les entraxes du 1<sup>er</sup> train, du 2<sup>ème</sup> de marche arrière et du train de 1<sup>ère</sup> vitesse :

$$\begin{aligned} MK &= 80.75 \text{ mm} \\ ML &= 137.75 \text{ mm} \\ KL &= 130.88 \text{ mm} \\ \alpha &= 67.29^\circ \\ T &= 4026.59 \text{ daN} \\ R &= 5982.04 \text{ daN} \end{aligned}$$

### 3.4.I/ Etude de la flexion dans le plan vertical:



Le système ainsi obtenu est hyperstatique de degré I, les inconnues sont :  $F_{v1}$ ,  $F_{v2}$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ .

Pour des raisons de symétrie on peut écrire :

$$F_{v1} = F_{v2} \quad \text{et} \quad M_1 = M_2$$

En appliquant les deux équations de la statique on obtient :

$$F_{v1} = F_{v2} = \frac{R}{2} = 2991.02 \text{ daN}$$

$$M_1 - M_2 = 0$$

La deuxième équation ne nous apporte rien quant à la résolution du problème, il faut trouver donc une équation supplémentaire en utilisant le théorème de MENABREA qui exprime que la rotation de

la poutre au niveau des extrémités est nulle.

L'énergie de déformation de flexion est /:

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^L M_v^2(x) dx \quad (3.11)$$

calculons le moment fléchissant :

$$0 \leq x \leq l/2 : \quad M_v(x) = M_1 - F_{v1} \cdot x$$

$$l/2 \leq x \leq l : \quad M_v(x) = M_1 - F_{v1} \cdot x + R \left( x - \frac{l}{2} \right)$$

le théorème de MENABREA se traduit par la relation suivante:

$$\frac{\partial M_v(x)}{\partial M_1} = 0 \quad (3.12)$$

d'où:

$$\frac{\partial M_v(x)}{\partial M_1} = \frac{1}{EI} \int_0^{L/2} \frac{\partial M_v}{\partial M_1} M_v(x) dx + \frac{1}{EI} \int_{l/2}^L M_v(x) \frac{\partial M_v}{\partial M_1} dx = 0$$

En développant cette expression, on trouve après simplification:

$$M_1 = M_2 = \frac{R \cdot l}{8}$$

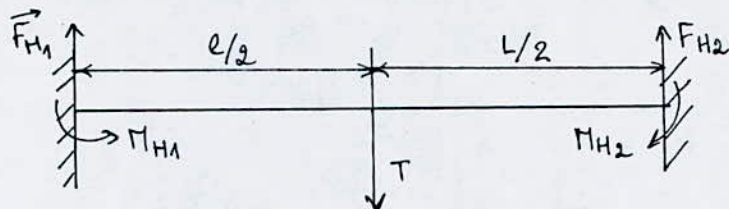
Les moments fléchissants aux appuis et au milieu de la poutre valent;

$$M_v(x=0) = M_1 = 523.43 \text{ N.m}$$

$$M_v(x=l/2) = -\frac{Rl}{8} = -523.43 \text{ N.m}$$

$$M_v(x=L) = M_2 = 523.43 \text{ N.m}$$

3.4.2/ Etude de la flexion dans le plan horizontal:



En appliquant les mêmes équations que dans le plan vertical,

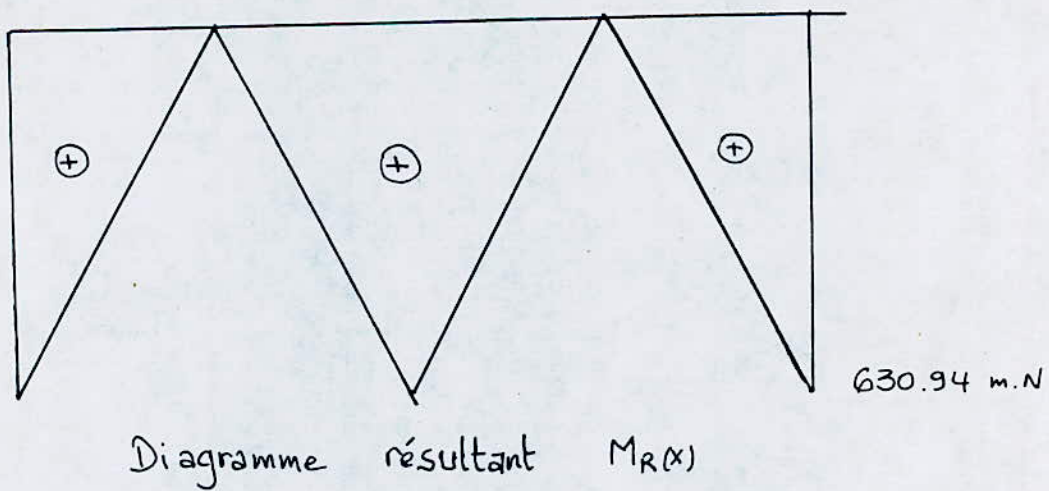
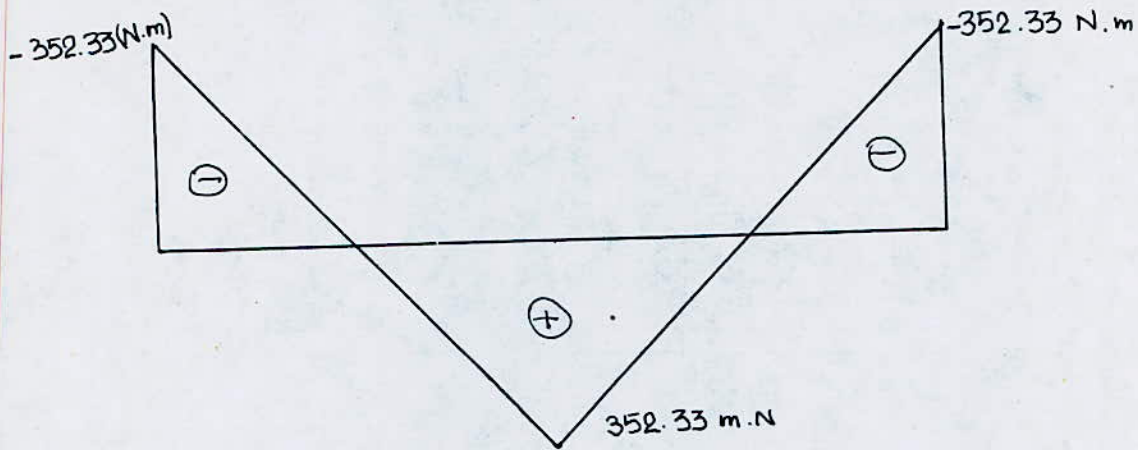
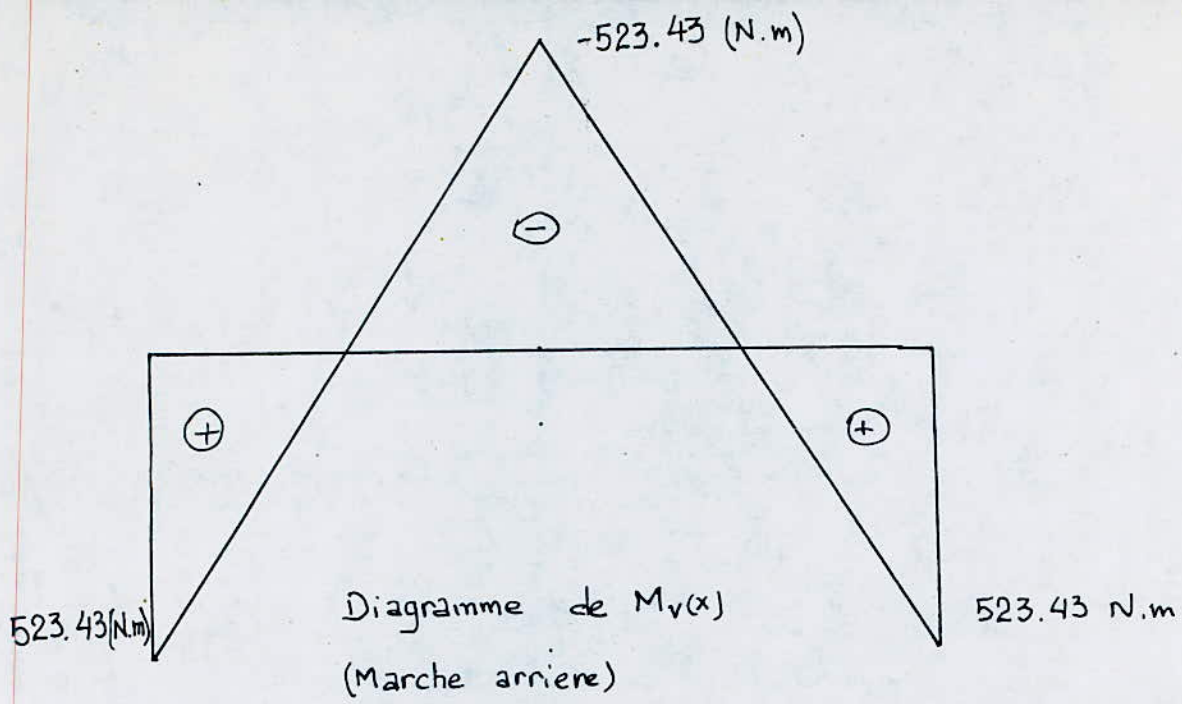
on trouve :

$$F_{H1} = F_{H2} = \frac{T}{2} = 2013.295 \text{ daN}$$

$$M_{H1} = M_{H2} = \frac{Tl}{8} = -352.33 \text{ N.m}$$

le moment résultant se calcule par la relation suivante:

$$M_R(x) = \sqrt{M_v^2(x) + M_H^2(x)}$$



d'où:

$$M_R(x=0) = 630.94 \text{ m.N}$$

$$M_R(x=\frac{L}{2}) = 630.94 \text{ m.N}$$

$$M_R(x=L) = 630.94 \text{ m.N}$$

Puisque le pignon M est monté fou sur l'axe de la marche arrière, le moment de torsion est donc nul et le diamètre de l'axe est donné par :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{R_{max}}}{\pi [\sigma]}}$$

$$M_{R_{max}} = 630.94 \text{ m.N}$$

$$d \geq 26.38 \text{ mm}$$

$$[\sigma] = 35 \text{ daN/mm}^2$$

on adopte:  $d = 30 \text{ mm}$

### 3.5/ETUDE DES CANNELURES :

Les arbres cannelés sont utilisés pour transmettre des efforts importants. Les cannelures sur l'arbre sont obtenus par fraisage tandis que celle du moyeu par brochage.

Pour dimensionner les cannelures, on suppose que l'effort à transmettre se répartit également sur les flancs et on écrit la condition de résistance au matage : [5]

$$\sigma_{comp} = \frac{M_E}{\psi \cdot R_{moy} \cdot L \cdot S \cdot N} \leq \sigma_{adm} \quad \dots \quad (3.13)$$

$\sigma_{comp}$  : contrainte de compression (MPa)

$M_E$  : valeur maximum du moment du couple transmis ( N.mm )

$\psi$  : coefficient de sécurité égal à I ou 0.75

$R_{moy}$  : distance moyenne de la surface de contact d'une dent à l'axe ( mm )

$S$  : surface d'une dent commune à l'arbre et à l'alésage par mm de longueur ( mm<sup>2</sup>/ mm )

$N$  : nombre de cannelures

$L$  : longueur commune à l'arbre et à l'alésage (mm)

Pour nos conditions de fonctionnement on adopte [5]  $\sigma_{adm} = 200$  MPa

Des tables sont mises à la disposition de l'utilisateur pour déterminer les différentes dimensions définissant les arbres cannelés (  $N$ : nombre de cannelures et  $S.N$  : la surface totale commune à l'arbre et à l'alésage )

Les cannelures se situent au niveau des synchroniseurs entre les roues de deux vitesses successives .Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau (3.3)

tableau ( 3.3 )

	$M_t$ [N.m]	$R_{moy}$ (mm)	$d$ (mm)	$N$	$S.N$	$L$ (mm)	$\sigma_{Comp}^{(H/a)}$	$\sigma_{adm}$ (MPa)
6 <sup>e</sup>	1194.38	22	40	8	15	25	193	200
5 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup>	1139.53	24	45	8	18	45	78	200
3 <sup>e</sup> et 2 <sup>e</sup>	2752.81	48	90	10	33	35	66.21	200
1 <sup>ère</sup> et MAR	4427.71	33	65	10	30	30	198.77	200

La transmission du couple moteur au niveau des vitesses : 4<sup>ème</sup> , 3<sup>ème</sup> , 2<sup>ème</sup> , sur l'arbre intermédiaire est obtenue par clavette. La condition de résistance au matage pour une clavette est donnée par : [5]

$$L \geq \frac{4 M_t}{bd [\sigma_{adm}]} \quad (3.14)$$

où  $b$  : est la hauteur de la clavette .

$$M_t = 1194.38 \quad \text{N.m}$$

$$d = 50 \quad \text{mm}$$

$$\sigma_{adm} = 200 \quad \text{MPa}$$

$$b = 5 \text{ mm}$$

$$\text{d'où } l \geq 95.55 \text{ mm}$$

on adoptera :

$$L = 96 \text{ mm}$$



### 3.6/ VERIFICATION DES ARBRES A LA FATIGUE:

Le calcul des contraintes, lors du dimensionnement des arbres a été mené comme s'il s'agissait d'organes statiques soumis à des forces statiques donc supportant des contraintes constantes en fonction du temps. Or les arbres sont faits pour transmettre un couple et ils sont soumis en plus du moment de torsion à une flexion alternée rotative qui fait que les fibres extrêmes des arbres sont tantôt tendues et tantôt comprimées. Les arbres de transmission subissent alors le phénomène de fatigue et peuvent donc se rompre sans que la limite élastique n'ait été atteinte.

Il est donc impératif de vérifier les arbres à la fatigue; la condition à remplir pour éviter la rupture, par fatigue, du matériau est: [4], [5]

$$K_f \sigma_n < \sigma_{-1} \epsilon_s \epsilon_{ech}$$

pour un arbre en flexion

$$K_f \tau_n < \tau_{-1} \epsilon_s \epsilon_{ech}$$

pour un arbre en torsion

avec

$K_f$ : facteur effectif de concentration de contraintes

$$K_f = 1 + q (K_t - 1)$$

$K_t$ : facteur théorique de concentration de contraintes

$q$ : indice de sensibilité à l'entaille  $\in [0,6 \div 0,8]$

$\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ : sont les limites de fatigue de flexion et de torsion

$$\sigma_{-1} = 0.5 \sigma_R$$

$$\tau_{-1} = 0.5 \sigma_{-1}$$

$\epsilon_s$ : coefficient de qualité de surface qui dépend de la limite de rupture  $\sigma_R$  et de la qualité de surface.

$\epsilon_{ech}$ : facteur d'échelle qui est fonction du type d'acier et du diamètre de la pièce.

$\sigma_n$  et  $\tau_n$ : sont les contraintes normale de flexion et tangentielle de torsion.

$$\sigma_n = \frac{32 M_f}{\pi d^3}$$

$$\tau_n = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

Le calcul de vérification à la fatigue concerne seulement les zones où il y a une forte concentration de contraintes, plus particulièrement celles où il y a brusque variation de section. Tous les calculs sont représentés dans le tableau (3.4).

tableau (3.4)

	D (mm)	d (mm)	K <sub>f</sub>	E <sub>s</sub>	E <sub>ech</sub>	K <sub>f</sub> τ <sub>n</sub>	K <sub>f</sub> σ <sub>n</sub>	τ <sub>-1</sub> E <sub>s</sub> E <sub>ech</sub>	σ <sub>-1</sub> E <sub>s</sub> E <sub>ech</sub>
Arbre de commande	80	70	1.6	1	0.68	1.75	/	21.42	/
	90	75	2.04	1	0.65	6.78	3.93	20.47	29.27
Arbre secondaire	75	70	1.96	1	0.68	8.01	4.83	21.42	30.60
	68	62	1.96	1	0.70	18.54	7.20	22.05	31.50
	62	55	1.84	1	0.73	20.83	19.83	23.00	32.85
Arbre intermédiaire	58	55	1.28	1	0.73	4.68	11.77	23.00	32.85
	55	45	2.00	1	0.77	13.35	/	24.26	/

#### 4.1/ PRINCIPE DE LA METHODE DE CALCUL:

Le calcul des roulements a pour base celui des efforts radiaux et axiaux qui agissent sur les paliers. Ceux-ci sont différents d'une vitesse à l'autre.

Suivant le type d'efforts et leur importance, on choisit le type de roulement qui convient le mieux. Pour désigner le roulement à utiliser, il nous faut calculer sa charge dynamique de base  $C$  et sa charge dynamique équivalente  $P$  en se basant sur sa durée de vie: [5]

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot \bar{F}_a \quad (4.1)$$

$$\left(\frac{C}{P}\right)^k = \frac{60 \cdot N \cdot L_h}{10^6} \quad (4.2)$$

où  $X$ : facteur de charge radial.

$Y$ : facteur de charge axial.

Ils sont donnés par des tableaux et dépendent du type de roulement et du cas de charge [6].

$\bar{F}_a$  et  $\bar{F}_r$ : effort axial et radial.

$N$ : vitesse de rotation (tr/mn) de l'organe ou l'arbre supportant le roulement.

$L_h$ : durée de vie du roulement en heures de fonctionnement qui dépend de la vitesse utilisée.

$k$ : coefficient = 3 pour roulement à billes  
=  $\frac{10}{3}$  pour roulement à rouleaux

On choisit le roulement qui a la charge dynamique de base immédiatement supérieure à celle calculée.

#### 4.2// ETUDE DU PALIER N° 3:

C'est le palier sur lequel repose l'arbre de commande. Les efforts auxquels il est soumis proviennent de ceux du contact des dentures du pignon de commande A.

$$T = 1474.41 \quad \text{daN}$$

$$R = 654.973 \quad \text{daN}$$

$$A = 683.962 \quad \text{daN}$$

L'effort radial est :  $F_r = \sqrt{T^2 + R^2} = 1613.34 \quad \text{daN}$

l'effort axial est :  $F_a = 683.962 \quad \text{daN}$

Etant donné l'importance de ces efforts et la durée de vie du roulement coïncidant avec celle de la boîte de vitesses qui a été estimée à 15000 heures, la charge dynamique de base résultante serait trop élevée, c'est pour cela que nous avons préféré utiliser un roulement à rouleaux coniques.

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.424$$

d'où  $X = 0.4$  et  $Y = 1.45$

$$P_r = 0.4 F_r + 1.45 F_a = 1637.1 \quad \text{daN}$$

$$C = 14228.86 \quad \text{daN}$$

Nous choisissons le roulement 80 KB 22 de charge dynamique de base égale à :  $C = 16000 \quad \text{daN}$

#### 4.3/ ETUDE DES PALIERS N°1 ET N°2/:

Ce sont les paliers sur lesquels repose l'arbre intermédiaire. Les efforts auxquels ils sont soumis proviennent des efforts au contacts des dentures des engrenages et sont variables suivant la vitesse considérée.

Les deux paliers sont sollicités par des charges axiales et radiales importantes ce qui nécessite l'utilisation de roulements à rouleaux coniques. En consultant § 3.2, nous pouvons relever les valeurs des réactions aux appuis afin de calculer les efforts axiaux et radiaux pour chaque vitesse.

$$F_{r1} = \sqrt{F_{H1}^2 + F_{V1}^2}$$

$$F_{r2} = \sqrt{F_{H2}^2 + F_{V2}^2}$$

$$F_a = A - A_B$$

$A$  : effort axial sur la roue de la vitesse considérée.

$A_B$  : effort axial sur la roue B.

En calculant la charge dynamique de base pour chaque vitesse utilisée, nous avons obtenu le tableau suivant:

tableau ( 4.I )

	$F_{r1}$ (daN)	$F_{r2}$ (daN)	$F_a$ (daN)	$C_1$ (daN)	$C_2$ (daN)
1 <sup>ère</sup> vitesse	1267.13	3025.06	683.962	6574.02	5944.00
2 <sup>e</sup>	1152.42	1993.48	750.298	2721.11	6458.76
3 <sup>e</sup>	1235.39	891.64	361.90	3988.31	4585.27
4 <sup>e</sup>	1176.88	540.99	110.463	3606.77	3633.89
5 <sup>e</sup>	1593.57	132.22	683.962	5920.00	767.00
6 <sup>e</sup>	1620.47	1418.56	134.34	3606.77	2966.50
MAR	1362.54	2952.09	683.962	4405.91	4779.86

Nous concluons donc qu'il faut dimensionner le roulement du palier n°1 par rapport à la 1<sup>ère</sup> vitesse et le palier n°2 par rapport à la 2<sup>ème</sup> vitesse. Le roulement choisi est : 45 KB 02 (  $C=6800$  daN ).

#### 4.4/ ETUDE DES PALIERS N°4 ,5 , 6 :

Ce sont les paliers sur lesquels repose l'arbre secondaire. Les paliers n°4 et n°6 supportent seulement des charges radiales, ils seront donc à rouleaux cylindriques tandis que le palier n°5 supporte des charges combinées, axiales et radiales importantes qui nécessitent l'emploi de roulement à deux rangées de rouleaux.

De la même façon que pour § 4.3 , nous obtenons le tableau(4.2):

tableau (4.2)

	$F_{r4}$ (daN)	$F_{r5}$ (daN)	$F_{r6}$ (daN)	$F_a$ (daN)	$C_4$ (daN)	$C_5$ (daN)	$C_6$ (daN)
1 <sup>ère</sup>	782.04	5744.64	2067.22	0	966,23	7318.05	2633.41
2 <sup>ème</sup>	894.23	4221.83	1683.01	1434.26	1826.58	14190.00	3437.77
3 <sup>ème</sup>	1411.05	2114.84	968.15	1045.80	3834.85	12093.23	2631.17
4 <sup>ème</sup>	1343.94	1301.81	620.32	794.43	5132.72	12129.88	2369.10
6 <sup>ème</sup>	130.13	1222.88	770.87	549.622	788.00	14613.32	4667.99
MAR	144.79	5253.53	938.58	0	196.50	7129.8	1273.79

En comparant les différents valeurs de la charge dynamique de base pour chaque vitesse , nous concluons qu'il faut dimensionner:

- le roulement du palier n°4 par rapport à la 4<sup>ème</sup> vitesse; notre choix se porte sur le roulement: 35 RU 23 (C=5700 daN)
- le roulement du palier n°5 par rapport à la 6<sup>ème</sup> vitesse; d'où le choix est porté sur le roulement: 55 SC 23 (C=17300 daN)
- le roulement du palier n°6 par rapport à la 6<sup>ème</sup> vitesse; d'où le choix du roulement: 55 RU 02 (C=5100 daN)

#### 4.5/ ETUDE DES ROULEMENTS POUR TRAIN D'ENGRENAGES :

Les pignons montés fous sur leur arbres reposent sur des roulements à aiguilles qui peuvent supporter des charges radiales importantes sous un encombrement relativement réduit.

En opérant de la même façon que précédemment on obtient le tableau (4.3):

tableau (4.3)

Vitesse	Effort radial (dan)	charge dynamique (dan)	Type de Roulement
1 <sup>ere</sup>	4459.46	5680.86	70 NEA
2 <sup>eme</sup>	3255.22	6649.22	75 NES
3 <sup>eme</sup>	2456.01	6674.75	75 NES
4 <sup>eme</sup>	1936.18	7394.58	60 NES
6 <sup>eme</sup>	1395.28	6468.65	50 NEA
MAR	4459.74	5681.23	60 NEA

Tout au long de ce travail , nous avons constaté que les résultats obtenus par les formules de calcul doivent être ajustés, pour les rendre compatibles avec le système de normalisation d'une part et les contraintes qui peuvent surgir des conditions de montage d'autre part, chose qui ne peut être acquise qu'avec la pratique et l'expérience dans le domaine de construction mécanique.

Nous pensons que cette étude peut constituer un avant-projet de construction d'une boîte de vitesses qui reste à enrichir par l'étude vibratoire de l'ensemble arbre-engrenages et l'étude du graissage et en dernier lieu ~~enrichir~~ affiner les calculs déjà faits dans cette étude afin de dégager un projet de construction de boîte de vitesses qui pourrait faire l'objet d'une réalisation industrielle.

Enfin nous espérons que ce travail soit d'une certaine utilité pour ceux qui s'intéressent à la constructio mécanique.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Baudier -Technique de l'ingénieur B 885 (1967 )
- [2] C. Eloy -Aide mémoire de construction mécanique -Dunod- (1981)
- [3] M. Barreau -Calculez vos engrenages -Tec & Doc- (1982)
- [4] A. Giet -Résistance des matériaux -Dunod- (1987)
- [5] D. Spenlé -Précis de construction mécanique -Afnor Nathan- (1984)
- [6] A. chevalier -Guide du dessinateur industriel -Hachette- (1979)
- [7] -Thèse de magistère "Etude sur la selection optimale des éléments de la chaine cinématique des véhicules de transport routier" (1989)

ANNEXE

```
* * * * *
*
*   PROGRAMME DE CALCUL DES TRAINS D'ENGRENAGES
*   D'UNE BOITE DE VITESSES
*
* * * * *
```

```
100  CLS
120  PRINT
130  OPEN "0", #2, "RESUL3.DAT"
140  PRINT TAB(5); "CALCUL D'UNE BOITE"
150  PRINT TAB(5); " DE VITESSE A TRAINS"
160  PRINT TAB(10); "PARALLELES"

170  REM ***** ENTREE DES RAPPORTS DE REDUCTION *****
180  INPUT " LE NOMBRE DE RAPPORTS DE LA BOITE DE VITESSES :"; N
190  DIM RBV(N)
200  FOR I=1 TO N
210  PRINT "ENTRER LE RAPPORT DE LA"; I; "VITESSE:"
220  INPUT RBV(I)
230  NEXT I
```

```

320 REM ***** CALCUL D'ENGRENAGES *****
321 DIM MO(16), DIF(16)
322 MO(1) = 2
323 MO(2) = 2.25
324 MO(3) = 2.75
325 MO(4) = 3
326 MO(5) = 3.25
327 MO(6) = 3.5
328 MO(7) = 3.75
329 MO(8) = 4
330 MO(9) = 4.25
331 MO(10) = 4.5
332 MO(11) = 4.75
333 MO(12) = 5
334 MO(13) = 5.25
335 MO(14) = 5.5
336 MO(15) = 6
337 MO(16) = 6.25
339 INPUT "COUPLE ADMISSIBLE DE LA BOITE DE VITESSES:"; CM
340 CADM = CM
360 A = 14.5 * (CM * 10) ^ (1 / 3)
370 INPUT "LA VITESSE DE ROTATION CORRESPONDANTE:"; NM
380 N1 = NM
390 INPUT "PUISSANCE ADMISSIBLE DE LA BOITE DE VITESSES:"; P
400 INPUT "LA VITESSE DE ROTATION CORRESPONDANTE :"; NPM
410 NP1 = NPM
430 DIM Z1(N), Z2(N), M(N), DAP1(N), DAP2(N), EP(N), Z(2)
480 CLS
490 PRINT
510 PRINT "ENTRER LE NOMBRE DE DENTS DU PIGNON DE COMMANDE"
520 INPUT Z1
530 PRINT "SA RESISTANCE PRATIQUE "
540 INPUT S
550 GOSUB 1150
560 INPUT "DONNER LE COEFFICIENT DE LARGEUR:"; K1
570 M = 10 * (11 * CADM * COS(BETA0) / (K1 * S * Z1)) ^ (1 / 3)
575 GOSUB 1130
580 Z2 = INT(2 * A * COS(BETA0) / MO - Z1)
590 PRINT Z1, Z2
600 U = Z2 / Z1
610 PRINT #2, "TRAIN DE COMMANDE :"
620 IF TP = 1 THEN GOSUB 1280
630 IF TP = 2 THEN GOSUB 2010
640 CM = Q * CM
650 N1 = N2
660 NP1 = NP2

```

```

670 REM ***** CALCUL DES NOMBRES DE DENTS DES N VITESSES*****
680 FOR J = 1 TO N
690 IF RBV(J) = 1 THEN 890
700 PRINT #2, "TRAIN DE LA "; J; "VITESSE :"
710 PRINT "CALCUL DE L'ENGRENAGE DE LA "; J; " VITESSE EST ENTAME"
720 EP(J) = RBV(J) * U
730 DAP1(J) = 2 * A / (1 + 1 / EP(J))
740 DAP2(J) = 2 * A / (1 + EP(J))
750 REM INPUT "ENTRER LE NOMBRE DE DENTS DU PIGNON: ", Z1(J)
760 INPUT " RESISTANCE PRATIQUE DU PIGNON :"; S
770 INPUT "LE COEFFICIENT DE LARGEUR DU PIGNON:"; K1
780 GOSUB 1150
790 M(J) = 2.3 * SQRT(2000 * CADM * U / (K1 * DAP1(J) * S))
795 GOSUB 1130
800 Z1(J) = INT(2 * A * COS(BETA0) / (M0 * (1 + 1 / EP(J)))) + 1
810 Z2(J) = INT(2 * A * COS(BETA0) / (M0 * (1 + EP(J))))
830 PRINT "Z1="; Z1(J), "Z2="; Z2(J)
840 Z1 = Z1(J)
850 Z2 = Z2(J)
860 M = M(J)
870 IF TP = 1 THEN GOSUB 1280
880 IF TP = 2 THEN GOSUB 2010
890 NEXT J
900 PRINT "CALCUL DE LA MARCHE ARRIERE EST ENTAME"
910 INPUT "RAPPORT DE LA MARCHE ARRIERE :"; MAR
920 PRINT "NOMBRE DE DENTS DE LA ROUE D'INVERSEMENT DE SENS DE MARCHE"
925 INPUT Z2
930 FOR J2 = 1 TO 2
940 PRINT #2, "TRAIN N°:"; J2; "DE LA MARCHE ARRIERE"
950 IF J2 = 2 THEN 1030
960 INPUT "ENTRER LE NOMBRE DE DENTS DU PIGNON:"; Z1
970 Z3 = INT(Z1 / (MAR * U)) + 1
980 INPUT " RESISTANCE PRATIQUE DU PIGNON :"; S
990 INPUT "LE COEFFICIENT DE LARGEUR:"; K1
1000 GOSUB 1150
1010 M = 10 * (11 * CADM * COS(BETA0) / (K1 * S * Z1)) ^ (1 / 3)
1020 GOSUB 1130
1030 A = M0 * (Z1 + Z2) / 2
1040 IF TP = 1 THEN GOSUB 1280
1050 IF TP = 2 THEN 2010
1060 Z1 = Z2
1070 Z2 = Z3
1080 CM = Q * CM
1090 N1 = N2
1100 NP1 = NP2
1110 NEXT J2
1120 CLOSE #2
1129 END

```

```

1130 REM *****CHOIX DU MODULE DE TAILLAGE*****
1131 DIF0 = ABS(M - MO(1))
1132 FOR I = 2 TO 16
1133 DIF(I) = ABS(M - MO(I))
1134 IF DIF(I) > DIF0 THEN 1137
1135 MO = MO(I)
1136 DIF0 = DIF(I)
1137 NEXT I
1138 RETURN

1140 REM ***** CHOIX DU TYPE D'ENGRENAGE*****
1150 PRINT "choisir le type d'engrenage"
1160 PRINT "tp(1):engrenage a denture droite"
1170 PRINT "tp(2):engrenage a denture helicoidale"
1180 PRINT "poser tp=l'indice du type choisi"
1190 INPUT "tp="; TP
1200 PRINT "vous avez pose tp=";TP,"confirmez vous votre choix (O/N)"
1210 INPUT R#
1220 IF R# = "O" THEN 1240
1230 GOTO 1150
1240 IF TP = 1 THEN BETA0 = 0
1250 IF TP = 2 THEN INPUT "DONNER L'ANGLE D'HELICE "; BETA0
1260 BETA0 = BETA0 * 3.14 / 180
1270 RETURN

1275 REM *****CALCUL D'UN ENGRENAGE DROIT*****
1280 M = 2 * A / (Z1 + Z2)
1290 PRINT "M="; M
1330 PRINT "donnez l'angle de pression de taillage alpha0 en degre"
1340 INPUT "alpha0="; ALPHA0
1350 ALPHA0 = ALPHA0 * 3.14 / 180
1360 A0 = MO * (Z1 + Z2) / 2
1370 AL = ABS((M / (MO * COS(ALPHA0))) ^ 2 - 1)
1380 ALPHA = ATN(SQR(AL))
1390 ALP = ALPHA * 180 / 3.14
1400 PRINT "alpha="; ALP
1410 REM RECHERCHE DES DEPORTS DES DENTURES
1420 SOMX=(TAN(ALPHA)-TAN(ALPHA0)-ALPHA+ALPHA0)*(Z1+Z2)/(2*TAN(ALPHA0))
1430 BV = COS(ALPHA0) / COS(ALPHA) - 1
1440 B = 2 * SOMX / (Z1 + Z2)
1450 K = (B - BV) * (Z1 + Z2) / 2
1460 Y = (2 - 2 * K) / (1 + BV)
1470 PRINT "somx="; SOMX
1480 TT = M * (Z1 + Z2) * SIN(ALPHA) / 2
1490 RB1 = M * Z1 / 2 * COS(ALPHA)
1500 RB2 = M * Z2 / 2 * COS(ALPHA)
1510 IF Z2 > Z1 THEN LAMDA = -.002 * (Z1 + Z2) + .83

```

```

1520 IF Z2 < Z1 THEN LAMDA = 0
1530 X1 = LAMDA * (Z2 - Z1) / (Z1 + Z2) + SOMX * Z1 / (Z1 + Z2)
1540 X2 = SOMX - X1
1550 RA1 = M0 * (Z1 / (2 * COS(BETA0)) + X1 + 1 - K)
1560 RA2 = M0 * (Z2 / (2 * COS(BETA0)) + X2 + 1 - K)
1580 TB1 = SQR(RA1 ^ 2 - RB1 ^ 2)
1590 TA2 = SQR(RA2 ^ 2 - RB2 ^ 2)
1600 TA1 = TT - TA2
1610 TB2 = TT - TB1
1620 N2 = N1 * Z1 / Z2
1630 NP2 = NP1 * Z1 / Z2
1640 W1 = 2 * 3.14 * N1 / 60
1650 W2 = 2 * 3.14 * N2 / 60
1660 FAC2 = ABS(W1 * TB1 - W2 * TB2) * SQR(TT / (TB1 * TB2))
1670 FAC1 = ABS(W2 * TA2 - W1 * TA1) * SQR(TT / (TA1 * TA2))
1720 EPS = (TT - TA1 - TB2) / (3.14 * M * COS(ALPHA))
1730 B1 = K1 * M0
1740 PRINT "eps="; EPS
1750 PRINT "X1="; X1
1760 PRINT "X2="; X2
1770 X1 = RA1 / M0 - Z1 / 2 - 1 + K
1780 X2 = RA2 / M0 - Z2 / 2 - 1 + K
1790 PRINT "x1="; X1
1800 PRINT "x2="; X2

1810 REM ***** VERIFICATION DU RISQUE D'INTERFERENCES*****
1820 IF RA1 < SQR(RB1 ^ 2 + TT ^ 2) THEN 1850
1830 PRINT "IL YA INTERFERENCE PRIMAIRE EN APPROCHE "
1840 GOTO 510
1850 IF RA2 < SQR(RB2 ^ 2 + TT ^ 2) THEN 1880
1860 PRINT "IL YA INTERFERENCE PRIMAIRE EN RETRAITE "
1870 GOTO 510
1880 PRINT "PAS D'INTERFERENCE PRIMAIRE"
1980 PRINT TAB(10); "CALCUL DE RESISTANCE EN COURS"
1990 GOTO 2790
2000 RETURN

2010 REM ***** CALCUL CINEMATIQUE D'UN ENGRENAGE HELICOIDALE*****
2020 MT = 2 * A / (Z1 + Z2)
2030 PRINT "MT="; MT
2060 PRINT "donnez l'angle de pression de taillage alpha0 en degre"
2070 INPUT "alpha0="; ALPHAO
2080 ALPHAO = ALPHAO * 3.14 / 180
2090 BETA0 = ATN(SQR(ABS(2 * A / (M0 * (Z1 + Z2))) ^ 2 - 1))
2100 MTO = M0 / COS(BETA0)
2110 ALPTO = ATN(TAN(ALPHAO) / COS(BETA0))
2120 BETAB = ATN(TAN(BETA0) * COS(BETA0))
2130 AL = ABS((MT / (MTO * COS(ALPTO))) ^ 2 - 1)

```

```

2140 ALPT = ATN(SQR(AL))
2150 BETA = ATN(TAN(BETAB) / COS(ALPT))
2160 ALPHA = ATN(TAN(ALPT) * COS(BETA))

2170 REM ***** RECHERCHE DES DEPORTS DES DENTURES*****
2180 SOMX1 = (TAN(ALPT) - TAN(ALPT0) - ALPT + ALPT0)
2190 SOMX = SOMX1 * (Z1 + Z2) / (2 * TAN(ALPHA0))
2200 BV = COS(ALPT0) / COS(ALPT) - 1
2210 B = 2 * SOMX / (Z1 + Z2)
2220 K = (B - BV / COS(BETA0)) * (Z1 + Z2) / 2
2250 PRINT "somx="; SOMX
2260 TT = MT * (Z1 + Z2) * SIN(ALPT) / 2
2270 RB1 = MT * Z1 * COS(ALPT) / 2
2280 RB2 = MT * Z2 * COS(ALPT) / 2
2290 IF Z2 > Z1 THEN LAMDA = -.002 * (Z1 + Z2) + .83
2300 IF Z2 < Z1 THEN LAMDA = 0
2310 X1 = LAMDA * (Z2 - Z1) / (Z1 + Z2) + SOMX * Z1 / (Z1 + Z2)
2320 X2 = SOMX - X1
2330 RA1 = MT * (Z1 / (2 * COS(BETA0)) + X1 + 1 - K)
2340 RA2 = MT * (Z2 / (2 * COS(BETA0)) + X2 + 1 - K)
2360 TB1 = SQR(RA1 ^ 2 - RB1 ^ 2)
2370 TA2 = SQR(RA2 ^ 2 - RB2 ^ 2)
2380 TA1 = TT - TA2
2390 TB2 = TT - TB1
2400 W1 = 2 * 3.14 * N1 / 60
2410 N2 = N1 / Z2 * Z1
2420 NP2 = NP1 * Z1 / Z2
2430 W2 = 2 * 3.14 * N2 / 60
2440 FAC2 = ABS(W1 * TB1 - W2 * TB2) * SQR(TT / (TB1 * TB2))
2460 FAC1 = ABS(W1 * TA1 - W2 * TA2) * SQR(TT / (TA1 * TA2))
2500 EPS = (TT - TA1 - TB2) / (3.14 * MT * COS(ALPT))
2510 EPB = K1 / 3.14 * SIN(BETA)
2520 B1 = K1 * M0
2530 PRINT "eps="; EPS + EPB
2540 PRINT "X1="; X1
2550 PRINT "X2="; X2

2600 REM ***** VERIFICATION DU RISQUE D'INTERFERENCES*****
2610 IF RA1 < SQR(RB1 ^ 2 + TT ^ 2) THEN 2670
2620 PRINT "IL YA INTERFERENCE PRIMAIRE EN APPROCHE "
2630 GOTO 510
2640 IF RA2 < SQR(RB2 ^ 2 + TT ^ 2) THEN 2670
2650 PRINT "IL YA INTERFERENCE PRIMAIRE EN RETRAITE "
2660 GOTO 510
2670 PRINT "PAS D'INTERFERENCE PRIMAIRE"
2760 PRINT TAB(10); "CALCUL DE RESISTANCE EN COURS"
2770 GOSUB 2790
2780 RETURN

```



```

2790 REM ***** RESISTANCE A LA PRESSION SUPERFICIELLE*****
2800 DIM SH(2), D(2), W(2), N(2), CM(2), NP(2)
2810 Z(1) = Z1
2820 Z(2) = Z2
2830 Q = Z(2) / Z(1)
2840 CM(1) = CM
2850 CM(2) = Q * CM
2870 D(1) = MT * Z(1)
2880 D(2) = MT * Z(2)
2890 DP = MT * Z(1)
2900 W(1) = W1
2910 W(2) = W2
2920 N(1) = N1
2930 N(2) = N2
2940 NP(1) = NP1
2950 NP(2) = NP2
2955 LH = 15000
2960 INPUT "CLASSE ISO DE L'ENGRENAGE 1_2_3_4"; ISO
2970 INPUT "TAUX DE FONCTIONNEMENT EN (%) DE L'ENGRENAGE"; TAUX
2975 LH = LH * TAUX / 100
2980 INPUT "MODULE D'ELASTICITE DU PIGNON"; E1
2990 INPUT "MODULE D'ELASTICITE DE LA ROUE"; E2
3000 FOR I = 1 TO 2
3010 IF I = 2 THEN 3050
3020 A# = "DU PIGNON"
3030 B# = "LE PIGNON"
3040 GOTO 3070
3050 A# = "DE LA ROUE"
3060 B# = "LA ROUE"
3070 PRINT " RESISTANCE LIMITE A LA PRESSION SUPERFICIELLE : "; A#
3080 INPUT SH(I)
3140 ZC = SQR(2 * COS(BETAB) / (SIN(ALPT) * COS(ALPT)))
3150 ZS = SQR(.35 * E1 * E2 / (E1 + E2))
3160 IF EPB < 1 OR EPB = 0 THEN ZE = SQR((4-EPS)/3*(1-EPB)+EPB/EPS)
3170 IF EPB >= 1 THEN ZE = SQR(1 / EPS)
3180 IF ISO = 1 THEN L = 30
3190 IF ISO = 2 THEN L = 12
3200 IF ISO = 3 THEN L = 6
3210 IF ISO = 4 THEN L = 3
3220 V = W(I) * D(I) / 2000
3230 KV = L / (L + SQR(V))
3240 KA = .8
3250 KM = 1
3260 IF N(I) >= 200 THEN GAM = 1
3270 IF N(I) <= 100 THEN GAM = 1.65
3280 IF N(I) > 100 AND N(I) < 200 THEN GAM = (200 / N(I)) ^ (1 / 6)
3290 KHL(I) = (1E+07 / (60 * N(I) * LH)) ^ (1 / 6)

```

```

3310 C1 = SH(I)^2 * D(1) * Q / (Q+1) * KHL(I) * KV * KM * KA / (GAM * (ZS * ZC * ZE)^2)
3320 TADM = C1 * B1
3330 PADM = .000001 / 1.96 * D(1) * NF(1) * TADM
3340 T = 2000 * CM(I) / D(I)
3350 PRINT "EFFORT TANGENTIEL ADMISSIBLE: "; TADM
3360 PRINT "EFFORT TANGENTIEL: "; T
3370 PRINT "PUISSANCE ADMISSIBLE: "; PADM
3380 PRINT "PUISSANCE: "; P
3390 IF TADM >= T AND PADM > P THEN 3420
3400 PRINT "RESISTANCE SUPERFICIELLE NON VERIFIEE POUR : "; B#
3410 GOTO 3070
3420 PRINT "RESISTANCE SUPERFICIELLE VERIFIEE POUR : "; B#
3430 NEXT I

3460 REM ***** VERIFICATION A LA RUPTURE*****
3470 DIM SF(2), RA(2), RB(2), RF(2), R(2), X(2)
3480 FOR I = 1 TO 2
3490 IF I = 2 THEN 3530
3500 A# = "DU PIGNON"
3510 B# = "LE PIGNON"
3520 GOTO 3550
3530 A# = "DE LA ROUE"
3540 B# = "LA ROUE"
3550 PRINT "RESISTANCE LIMITE A LA RUPTURE : "; A#
3560 INPUT SF(I)
3630 YE = 1 / (EPS + EPB)
3640 YB = ABS(1 - EPB * BETA / 120)

3650 REM ***** CALCUL DU FACTEUR DE FORME*****
3660 RA(1) = RA1
3670 RA(2) = RA2
3680 RB(1) = RB1
3690 RB(2) = RB2
3700 X(1) = X1
3710 X(2) = X2
3720 R(I) = MT * Z(I) / 2
3730 RF(I) = RA(I) - MO * (2.25 - K)
3740 SOT = MT * Z(I) / 2 * (3.14 / Z(I) - 2 * (TAN(ALPT) - ALPT - TAN(ALPTO) + ALPTO))
3750 IF RF(I) < RB(I) THEN 3790
3760 ALF = ATN(SQR((RF(I) / RB(I)) ^ 2 - 1))
3770 SFN = COS(BETA) * RF(I) * (SOT / R(I) + 2 * (TAN(ALPT) - TAN(ALF) - ALPT + ALF))
3780 GOTO 3800
3790 SFN = COS(BETA) * RB(I) * (SOT / R(I) + 2 * (TAN(ALPT) - ALPT))
3800 ALA = ATN(SQR((RA(I) / RB(I)) ^ 2 - 1))
3810 SAN = COS(BETA) * RA(I) * (SOT / R(I) + 2 * (TAN(ALPT) - TAN(ALA) - ALPT + ALA))
3820 HFA = MO * (2.25 - K) - TAN(ALA) * SAN / 2
3830 YFA = 6 * (HFA / MO) * COS(ALA) / ((SFN / MO) ^ 2 * COS(ALPHA))
3840 KBL(I) = (1E+07 / (60 * N(I) * LH)) ^ (1 / 10)

```

```

2790 REM ***** RESISTANCE A LA PRESSION SUPERFICIELLE*****
2800 DIM SH(2), D(2), W(2), N(2), CM(2), NP(2)
2810 Z(1) = Z1
2820 Z(2) = Z2
2830 Q = Z(2) / Z(1)
2840 CM(1) = CM
2850 CM(2) = Q * CM
2870 D(1) = MT * Z(1)
2880 D(2) = MT * Z(2)
2890 DP = MT * Z(1)
2900 W(1) = W1
2910 W(2) = W2
2920 N(1) = N1
2930 N(2) = N2
2940 NP(1) = NP1
2950 NP(2) = NP2
2955 LH = 15000
2960 INPUT "CLASSE ISO DE L'ENGRENAGE 1_2_3_4"; ISO
2970 INPUT "TAUX DE FONCTIONNEMENT EN (%) DE L'ENGRENAGE"; TAUX
2975 LH = LH * TAUX / 100
2980 INPUT "MODULE D'ELASTICITE DU PIGNON"; E1
2990 INPUT "MODULE D'ELASTICITE DE LA ROUE"; E2
3000 FOR I = 1 TO 2
3010 IF I = 2 THEN 3050
3020 A# = "DU PIGNON"
3030 B# = "LE PIGNON"
3040 GOTO 3070
3050 A# = "DE LA ROUE"
3060 B# = "LA ROUE"
3070 PRINT " RESISTANCE LIMITE A LA PRESSION SUPERFICIELLE : "; A#
3080 INPUT SH(I)
3140 ZC = SQR(2 * COS(BETAB) / (SIN(ALPT) * COS(ALPT)))
3150 ZS = SQR(.35 * E1 * E2 / (E1 + E2))
3160 IF EPB < 1 OR EPB = 0 THEN ZE = SQR((4-EPS)/3*(1-EPB)+EPB/EPS)
3170 IF EPB >= 1 THEN ZE = SQR(1 / EPS)
3180 IF ISO = 1 THEN L = 30
3190 IF ISO = 2 THEN L = 12
3200 IF ISO = 3 THEN L = 6
3210 IF ISO = 4 THEN L = 3
3220 V = W(I) * D(I) / 2000
3230 KV = L / (L + SQR(V))
3240 KA = .8
3250 KM = 1
3260 IF N(I) >= 200 THEN GAM = 1
3270 IF N(I) <= 100 THEN GAM = 1.65
3280 IF N(I) > 100 AND N(I) < 200 THEN GAM = (200 / N(I)) ^ (1 / 6)
3290 KHL(I) = (1E+07 / (60 * N(I) * LH)) ^ (1 / 6)

```

```

3860 TADM1 = SF(I) * B1 * MO * KBL(I) * KV * KM * KA / (YE*YB*YFA)
3870 PADM1 = .000001 / 1.96 * MO / COS(BETA0) * NP(I) * Z(I) * TADM1
3880 T = 2000 * CM(I) / D(I)
3890 PRINT "EFFORT TANGENTIEL ADMISSIBLE: "; TADM1
3900 PRINT "EFFORT TANGENTIEL: "; T
3910 PRINT "PUISSANCE ADMISSIBLE: "; PADM1
3920 PRINT "PUISSANCE: "; P
3930 IF TADM1 >= T AND PADM1 > P THEN 3960
3940 PRINT "RESISTANCE NON VERIFIEE POUR : "; B#
3950 GOTO 3550
3960 PRINT "RESISTANCE A LA RUPTURE VERIFIEE POUR : "; B#
3970 NEXT I
3980 L=.6*SQR(T*ZE^2*COS(BETAB)^2/(COS(ALPHA)*COS(BETA)*B1*(1/E1+1/E2)))
3984 FAC1 = L / 1000 * FAC1
3985 FAC2 = L / 1000 * FAC2
3990 PRINT #2, "NOMBRE DE DENT DU PIGNON :"; Z1
4000 PRINT #2, "NOMBRE DE DENT DE LA ROUE :"; Z2
4010 PRINT #2, "MODULE DE TAILLAGE :"; MO
4020 PRINT #2, "MODULE DE FONCTIONNEMENT :"; M
4030 PRINT #2, "ANGLE DE PRESSION DE TAILLAGE"; ALPHA0 * 180 / 3.14
4040 PRINT #2, "ANGLE DE PRESSION DE FONCTIONNEMENT :";ALPHA*180/3.14
4050 PRINT #2, "ANGLE D'HELICE DE TAILLAGE :"; BETA0 * 180 / 3.14
4060 PRINT #2, "ANGLE D'HELICE DE FONCTIONNEMENT :"; BETA * 180 / 3.14
4070 PRINT #2, "DIAMETRE DE TETE DU PIGNON :"; RA1 * 2
4080 PRINT #2, "DIAMETRE DE TETE DE LA ROUE :"; RA2 * 2
4090 PRINT #2, "DIAMETRE DE PIED DU PIGNON :"; RF(1) * 2
4100 PRINT #2, "DIAMETRE DE PIED DE LA ROUE : "; RF(2) * 2
4110 PRINT #2, "DEPORT DU PIGNON :"; X1
4120 PRINT #2, "DEPORT DE LA ROUE :"; X2
4130 PRINT #2, "LARGEUR DE DENTURE :"; B1
4140 PRINT #2, "RAPPORT DE CONDUITE :"; EPS + EPB
4144 PRINT #2, "FACTEUR D'ALMEN AU DEBUT D'ENGRENEMENT:"; FAC1
4148 PRINT #2, "FACTEUR D'ALMEN EN FIN D'ENGRENEMENT :"; FAC2
4150 FR = T * TAN(ALPT) / COS(BETA)
4160 FA = T * TAN(BETA)
4170 PRINT #2, "EFFORT TANGENTIEL :"; T
4180 PRINT #2, "EFFORT RADIAL :"; FR
4190 PRINT #2, "EFFORT AXIAL :"; FA
4200 PRINT #2, ""
4210 RETURN

```



