

18/89

وزارة التعليم العالي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE - MECANIQUE

1 en

# PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ETUDE DU CONFORT  
DU CHAUFFEUR D'UN CAMION

Proposé par :

M. KSIAZEK

Etudié par :

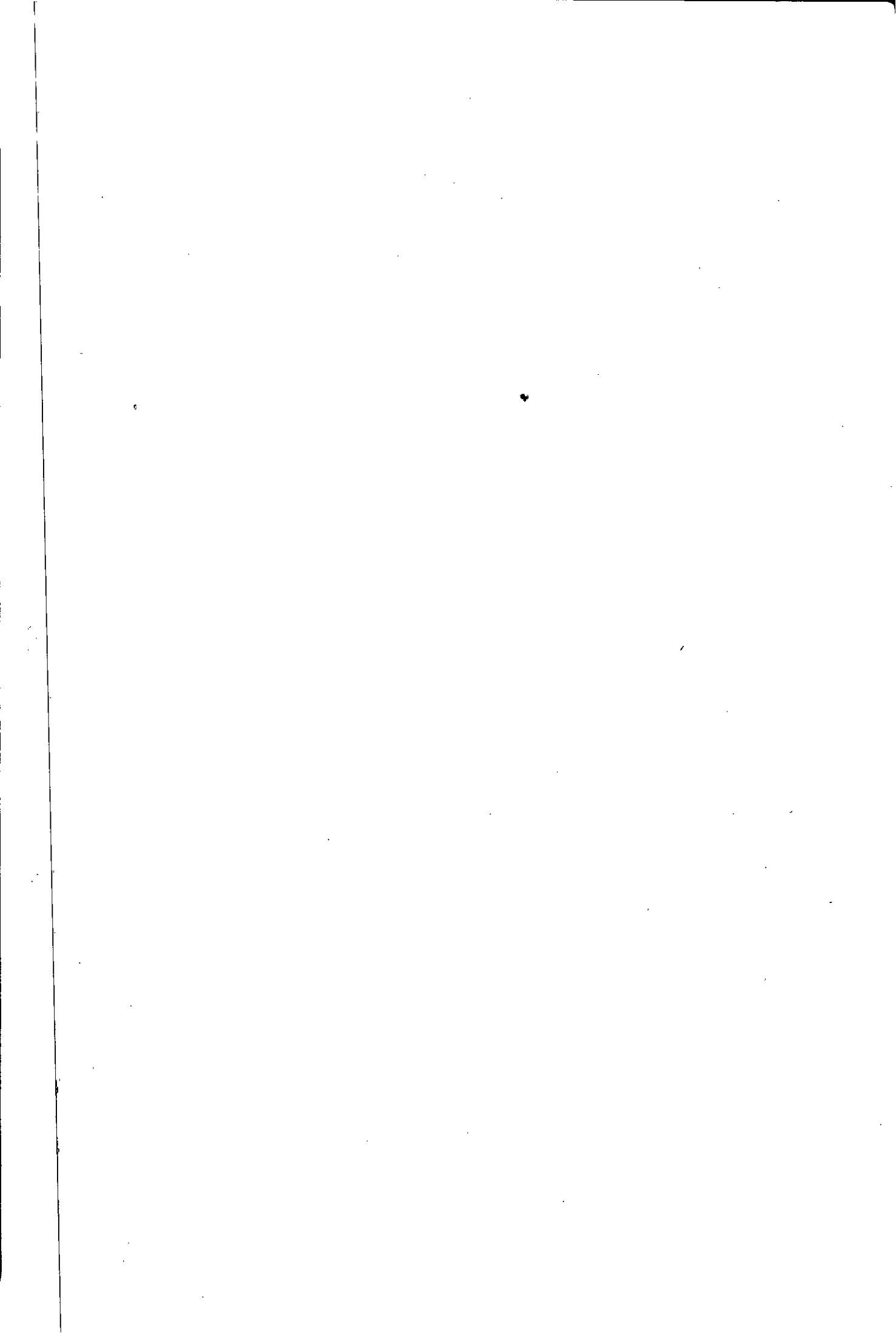
C. MOKHDANI

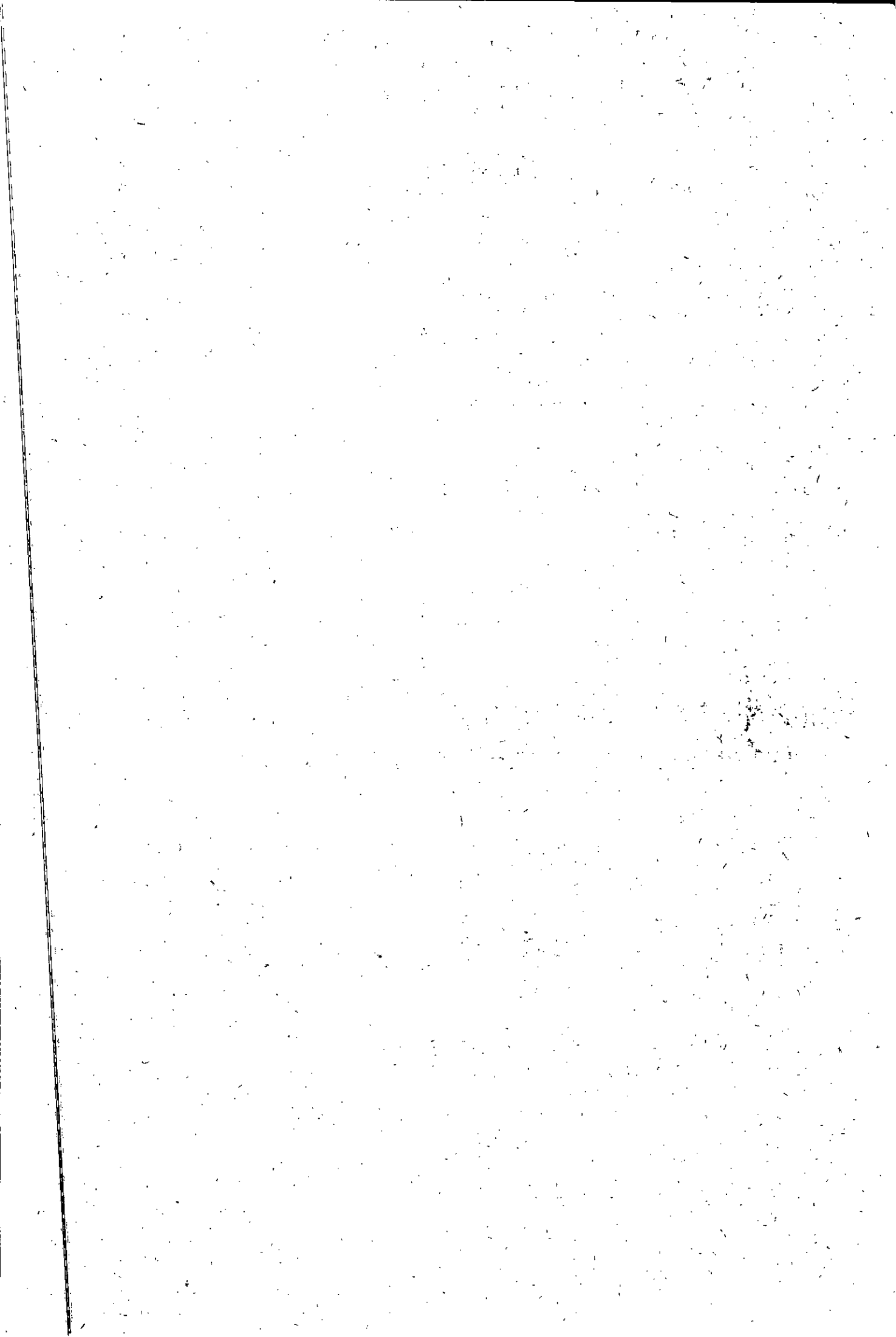
Dirigé par :

M. KSIAZEK

PROMOTION :

JUIN 1989





Dédicace  
à ma chère Mère  
à mon chère Père

Je dédie ce modeste travail  
Qui ils ont attendu depuis longtemps

# Remerciements.

A mon promoteur M<sup>r</sup> M. KSIAZEK. pour l'aide et les  
Conseils qu'il m'a donné  
A tous les professeurs qui ont contribué à ma  
formation.  
A mes chers frères qui m'ont toujours aidé.  
J'adresse mes Remerciements.

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE.

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE. : مهلمة  
PROMOTEUR : M<sup>R</sup> M. KSIAZEK. Marek. : موجه  
ELEVE Ingenieur : M<sup>R</sup> C. MOKHDANI. : تلميذ مهندس

الموضوع : دراسة الإراحة بالنسبة لسائقي الشاحنات  
الملخص : تتمثل هذه الدراسة في تقدير الإراحة بالنسبة لسائقي  
الشاحنات تحت تأثير الحريشات العشوائية الناتجة عن حالة سطح الطريق  
وقد تم استعمال طريقة رقمية لحساب الكثافة الطيفية توزيعات  
التسارع والانتقال التي نقارنها مع المواصفات I.S.O, NF:

Subject: Problem of a truck-driver's comfort.  
Abstract: in this study, the comfort of a driver of a truck, subjected to random excitations has been investigated.  
A man-seat model was incorporated into the global model of the truck. Numerical results and dispersions of acceleration under the seat of driver. The results have been compared with the I.S.O. riding comfort standards.

Sujet: Etude du confort du chauffeur d'un camion.  
Résumé: Cette étude consiste à évaluer le confort du chauffeur d'un camion sous l'effet des excitations aléatoires dues aux irrégularités de la route.  
Une méthode numérique est utilisée pour calculer la densité spectrale et les dispersions d'accélération et des déplacements qu'on comparera aux limites données par les normes ISO et NF.

## SOMMAIRE.

I INTRODUCTION.	1
II GENERALITES.	
2.1 Fonction aléatoire.	2
2.2 Caractéristiques numériques des variables aléatoires.	2
2.3 Processus stationnaire.	3
2.4 Représentation spectrale d'une fonction stationnaire.	4
2.5 Solutions stationnaires des équations différentielles à coefficients constants.	8
III ETUDE DU VEHICULE.	
3.1 Modèle du véhicule.	13
3.2 Données numériques.	17
3.3 Equations différentielles du mouvement.	18
3.4 Solution des équations différentielles.	25
IV CALCUL DES DENSITÉS SPECTRALES ET DES DISPERSIONS.	
4.1 Densités spectrales du microprofil de la route.	26
4.2 Densité spectrale au point de fixation du siège.	28
4.3 Dispersion au point de fixation du siège.	34

## V ETUDE DU CORPS HUMAIN.

5.1	Modèle et caractéristiques physiques.	37
5.2	Equations différentielles.	41
5.3	Calcul des densités spectrales et des dispersions.	43

## VI NORME ET METHODES D'EVALUATION.

6.1	Caractérisations des vibrations.	44
6.2	Evaluation du spectre de fréquence.	45

## VII OPTIMISATION.

7.1	critère d'optimisation.	59
7.2	Résultats	61

PROGRAMMES	69
CONCLUSION	72
BIBLIOGRAPHIE	



# I. Introduction

Les effets physiques qui apparaissent par exemple avec les excentricités d'ordre techno. Gazodynamique, de la poussée d'un moteur à réaction, les influences du microfil d'une route, d'une piste d'aérodrome ou du vent, sont des effets physiques qu'on ne peut pas expliquer par les méthodes de la mécanique classique (déterministe). Pour cela, un nouvel appareil mathématique a été construit pour nous permettre de décrire ces phénomènes aléatoires.

Sur cet outil très puissant est basée mon étude qui consiste à calculer les accélérations (dispersions d'accélération) auxquelles sont exposées les différentes parties du corps humain (chauffeur) qu'on assimilera à un ensemble de masses, ressorts et amortisseurs.

Les critères de confort, de la capacité de travail et de la sécurité sont directement liés aux intensités de ces vibrations. Ainsi un bon confort est obtenu en optimisant les valeurs des coefficients de rigidité et d'amortissement du siège.

Dans la présente étude on ne considèrera que les excitations externes dues aux irrégularités de la Surface de la route.

## II GENERALITEES.

La propriété fondamentale des processus aléatoires est le fait qu'on ne puisse jamais prédire le caractère du processus pour le futur, même s'il est connu pour le passé. Mais à l'aide de la série de réalisation du processus on peut déterminer ses caractéristiques non aléatoires qui nous informent sur la dispersion probable des trajectoires du processus.

### 2.1. FONCTION ALEATOIRE.

Une fonction est dite aléatoire si pour chaque valeur de la variable indépendante, sa valeur est aléatoire.

### 2.2. CARACTERISTIQUES NUMERIQUES DES VARIABLES ALEATOIRES

Pour connaître les propriétés d'un processus aléatoire on a défini un ensemble de caractéristiques non aléatoires pouvant nous renseigner suffisamment sur les particularités essentielles de la répartition.

#### 2.2.1. L'ESPERANCE MATHÉMATIQUE.

L'espérance mathématique  $E(x)$  caractérise le comportement moyen du processus en fonction du temps. Elle est définie par :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx \quad (\text{-cas continu}).$$

avec  $f(x)$  densité de probabilité définie par:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq x < x + \Delta x)}{\Delta x}, \quad f(x) \geq 0$$

$E(x) = M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$  (Cas discret)  
où  $x$  est la variable aléatoire discrète.

Pour une valeur de la variable aléatoire complexe:

$$z = x + iy.$$

$$E(z) = E(x + iy) = E(x) + i E(y)$$

## 2.2.2) VARIANCE DE LA VARIABLE ALÉATOIRE

La variance de la variable aléatoire  $x$  est définie comme étant l'espérance mathématique du carré de la variable aléatoire centrée correspondante.

$$\begin{aligned} \sigma^2(\bar{x}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{x}^2 f(x) dx. \end{aligned}$$

avec  $\bar{x}$  la variable aléatoire centrée.

La variance et l'écart quadratique moyen caractérisent la dispersion des valeurs de la variable aléatoire, dans notre cas les variables aléatoires

sont les déplacements et les accélérations.

### 2.3. PROCESSUS STATIONNAIRE.

Les processus aléatoires stationnaires sont des processus aléatoires dont les caractéristiques probabilistes, sont indépendantes du temps. A savoir l'espérance mathématique, la variance, la fonction de corrélation  $K_x(t, t')$  etc...

$$E[x(t)] = C^{ste}$$

$$K_x(t, t') = K_x(t+t_1, t'+t_1) = C^{ste}$$

Pour  $t' = -t$  :

$$K_x(t, t') = K_x(t-t', 0) = K_x(\tau)$$

A une fois que le régime vibratoire est établi, la fonction de corrélation d'une fonction aléatoire stationnaire est indépendante du temps, elle ne dépend que de la différence  $\tau = t - t'$

### 2.4.] REPRÉSENTATION SPECTRALE D'UNE FONCTION STATIONNAIRE.

Soit  $f(x)$  une fonction définie et absolument intégrable dans l'intervalle  $]-\infty, +\infty[$  et supposant qu'elle admet un développement en série de Fourier dans un intervalle  $]-l, +l[$ , celle-ci s'écrirait

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left( a_k \cos \frac{k\pi}{l} x + b_k \sin \frac{k\pi}{l} x \right) \quad (1)$$

où

$$a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^{+l} f(t) \cos \frac{k\pi}{l} t dt$$

et

$$b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^{+l} f(t) \sin \frac{k\pi}{l} t dt.$$

En remplaçant  $a_k$  et  $b_k$  par leur expression respective, (1) devient.

$$f(u) = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(t) dt + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \int_{-l}^{+l} f(t) \cos \frac{k\pi}{l} t dt \right) \cos \frac{k\pi}{l} u \\ + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \int_{-l}^{+l} f(t) \sin \frac{k\pi}{l} t dt \right) \sin \frac{k\pi}{l} u$$

$$f(u) = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(t) dt + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-l}^{+l} f(t) \left[ \cos \frac{k\pi}{l} t \cos \frac{k\pi}{l} u + \right. \\ \left. \sin \frac{k\pi}{l} t \sin \frac{k\pi}{l} u \right] dt.$$

$$f(u) = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(t) dt + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-l}^{+l} f(t) \cos \frac{k\pi(t-u)}{l} dt \quad (3)$$

En faisant tendre  $l \rightarrow \infty$

et on pose

$$\omega_k = \frac{k\pi}{l}$$

$$\Delta\omega = \omega_{k+1} - \omega_k = \frac{\pi}{l}.$$

l'équation (3) devient.

$$f(u) = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(t) dt + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \int_{-l}^{+l} f(t) \cos \omega_k(t-u) dt \right) \Delta\omega_k \quad (4)$$

Puisque  $f(t)$  est intégrable dans  $]-\infty, +\infty[$  donc

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(t) dt = 0$$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \Delta \omega_k = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\pi}{l} = d\omega$$

lorsque  $l \rightarrow \infty$  l'équation (4) s'écrit :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (f(t) \cos \omega_k (t-x) dt) d\omega$$

Qui est ce qu'on appelle l'intégrale de Fourier et  $\omega_k$  le spectre de la fonction  $f(t)$  (cas continu).

$\int_{-\infty}^{+\infty} (f(t) \sin \omega (t-x) dt)$  est une fonction impaire de  $\omega$

$$\text{donc: } \int_{-T}^{+T} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega (t-x) dt \right) d\omega = 0$$

en faisant tendre  $T$  vers  $\infty$ .

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega (t-x) dt \right) d\omega = 0$$

en multipliant les deux membres de l'égalité par  $-i/2\pi$  et en l'ajoutant membre à membre à (1) nous obtenons :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) (\cos \omega (t-x) - i \sin \omega (t-x) dt) d\omega \right]$$

Sous la forme complexe  $f(x)$  prend la forme.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega(t-x)} dt \right] d\omega \quad (5)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \right] e^{i\omega x} d\omega$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\omega) e^{i\omega x} d\omega.$$

c'est la forme complexe de l'intégrale de Fourier.

si on pose  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = S(\omega)$ . qui est la densité spectrale de puissance (D.S.P)

la formule (5) prendrait la forme :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (6)$$

Si  $f(t)$  est une fonction de corrélation  $K_x(\tau)$

$$K_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

$$\text{avec } S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau.$$

et comme la fonction de corrélation est une fonction paire et  $e^{i\omega\tau} = \cos \omega\tau + i \sin \omega\tau$  alors

$$K_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega, \quad S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau$$

c'est la formule de WIENER-KHINCHINE.

d'où l'on déduit l'expression de la variance qui est :

$$D_x = K_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \cdot d\omega$$

## 2.5) SOLUTIONS STATIONNAIRES DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES A COEFFICIENTS CONSTANTS.

Si on considère un système vibrant à 1 degré de liberté, l'équation différentielle du mouvement est de la forme :

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 \frac{dx}{dt} + b_1 x$$

où  $x$  est l'entrée (excitation linéaire) et  $y$  la sortie ou la réponse, Pour que cette dernière soit stationnaire, il faut et il suffit que :

-  $x$  soit stationnaire . .

- Les coefficients  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$  et  $b_1$  soient constants,

Pour cela il est nécessaire que les paramètres du système soient invariables avec le temps, à savoir : les masses, les raideurs, les amortissements et les caractéristiques géométriques du système.

d'une des méthodes les plus pratiques pour la résolution des équations et des systèmes d'équations différentielles est le passage aux transformées de Laplace qu'on définit par :

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$



où  $f(t)$  la fonction originale.  
et  $F(P)$  " transformée

Les transformées de Laplace présentent un ensemble de propriétés

$$\mathcal{L}[a \cdot f(t)] = a \cdot \mathcal{L}[f(t)]$$

$$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = \mathcal{L}[f_1(t)] \pm \mathcal{L}[f_2(t)]$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n [f(t)]}{dt^n}\right] = P^n \mathcal{L}[f(t)] - [P^{n-1} f(0) + \dots]$$

Pour des conditions initiales nulles.

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = P^n \mathcal{L}[f(t)]$$

La fonction  $w(P)$  définie par

$$w(P) = \frac{Y(P)}{X(P)} = \frac{b_1 P + b_2}{a_0 P^2 + a_1 P + a_2}$$

est la fonction de transfert du système.

Pour une excitation cinématique l'entrée est présentée sous la forme

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (A \sin \omega_i t + B \cos \omega_i t)$$

où  $A$  et  $B$  sont des variables aléatoires dont les

Caractéristiques numériques sont connues.

Sous forme complexe  $x(t) = \sum_{j=1}^n A_j e^{i\omega_j t}$

avec  $A_j = A_{1j} + i A_{2j}$  l'amplitude complexe.

La solution de l'équation est.

$$y(t) = \sum_{j=1}^n B_j e^{i\omega_j t}$$

$$B_j = W(i\omega) A_j$$

La variance est  $\sigma_{B_j}^2 = |W(i\omega)|^2 D_{A_j}$

La densité spectrale de sortie  $S_y(\omega)$

$$S_y(\omega) = |W(i\omega)|^2 S_x(\omega)$$

Dans le cas de plusieurs entrées indépendantes

$$S_y(\omega) = \sum_{i=1}^n |W_i(i\omega)|^2 S_{x_i}(\omega)$$

$$S_{\dot{x}} = S_x \omega^2$$

$$S_{\ddot{x}} = S_x \omega^4$$

$$S_{\dot{y}} = S_y \omega^2 = |W(i\omega)|^2 \omega^2 S_x$$

$$S_{\ddot{y}} = S_y \omega^4 = |W(i\omega)|^2 \omega^4 S_x$$

Les variances de  $y$ ,  $\dot{y}$  et  $\ddot{y}$  sont

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_y d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W(i\omega)|^2 S_x d\omega$$

$$\sigma_{\dot{y}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W(i\omega)|^2 \omega^2 S_x d\omega$$

$$\text{et } \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 \omega^4 S_x d\omega.$$

### III ETUDE DU VEHICULE

La vibration du chauffeur est la réponse à l'excitation que reçoit celui-ci au point de fixation du siège, qui à son tour est la réponse de tout le système à savoir: le véhicule plus le siège et le chauffeur, à l'excitation extérieure, c'est à dire les irrégularités de la surface de la route.

Pour cela plusieurs modèles peuvent être choisis.

a) Considérer le tout à savoir, le véhicule, le siège et le chauffeur comme un même système, ce qui nous fera un système vibrant à 14 degrés de liberté assez compliqué à étudier et le temps d'exécution est énorme surtout pour l'optimisation.

b) Etudier les 2 systèmes séparément, on considèrera en 1<sup>er</sup> le véhicule et on prendra le siège et le chauffeur comme une seule masse fixée par un ressort et un amortisseur. En ce point de fixation on calculera la densité spectrale de sortie, qu'on prendra comme entrée du second système, c'est à dire le siège et le chauffeur.

Pour que cette méthode soit valide on doit montrer que l'influence de l'ensemble du siège plus chauffeur sur le véhicule est négligeable.

### 3.1 Modèle du Véhicule :

En s'aidant des données du camion K.66 le modèle adopté dans cette étude est celui représenté ci-après.

On considèrera les vibrations dans l'espace suivant les trois axes.

- Translation suivant l'axe  $Z$  (vibration longitudinale)
- Rotation autour de l'axe longitudinale  $S$  (Roulie).
- Rotation autour de l'axe transversal  $\beta$  (tangage).

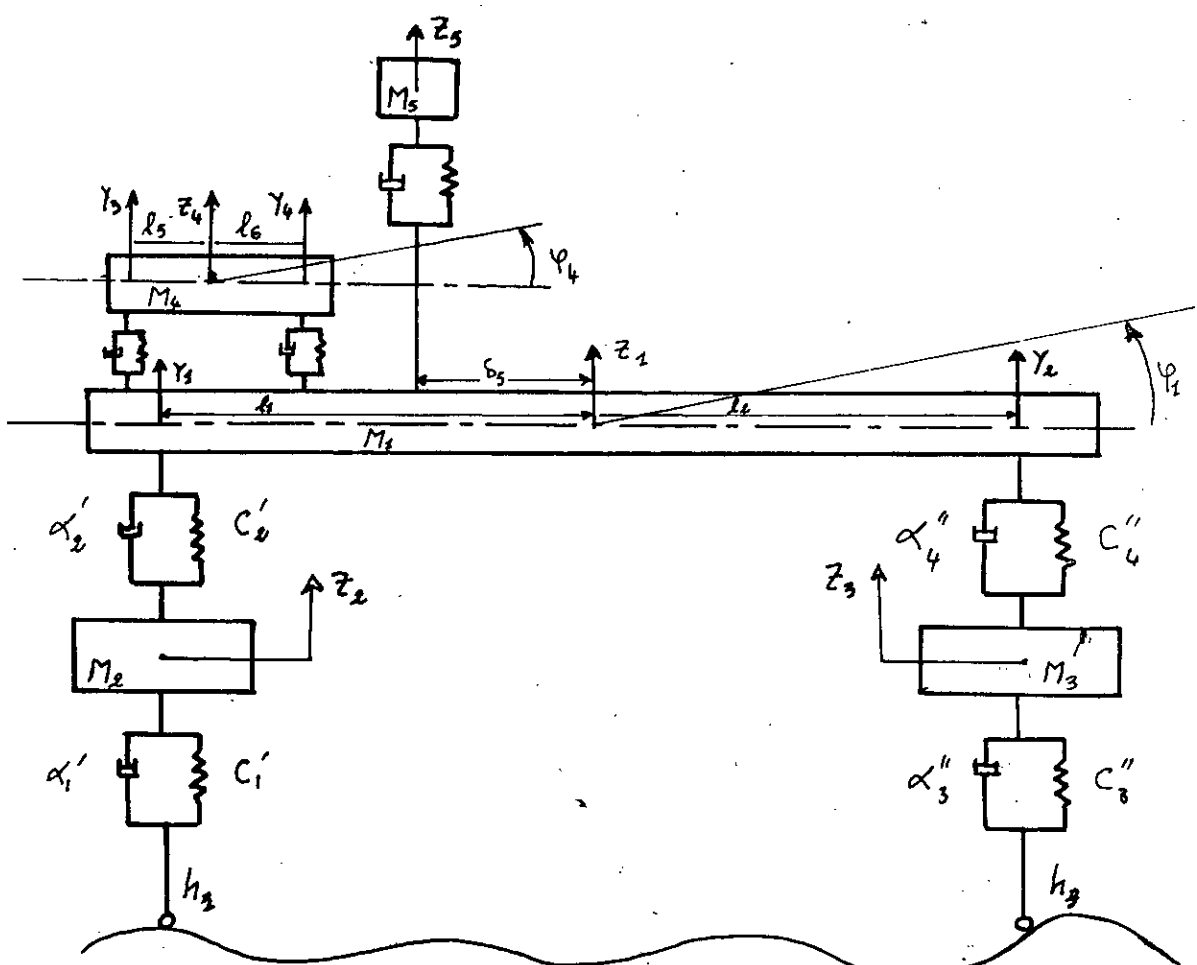
En négligeant le roulie respectivement le tangage. de certaines masses dont les dimensions transversales respectivement longitudinales sont négligeables, on réduira le nombre de degrés de liberté  $3 \times 5 = 15$  degrés de liberté à 11.

Le Camion est considéré comme étant un système de 5 masses vibrantes, parfaitement rigides.

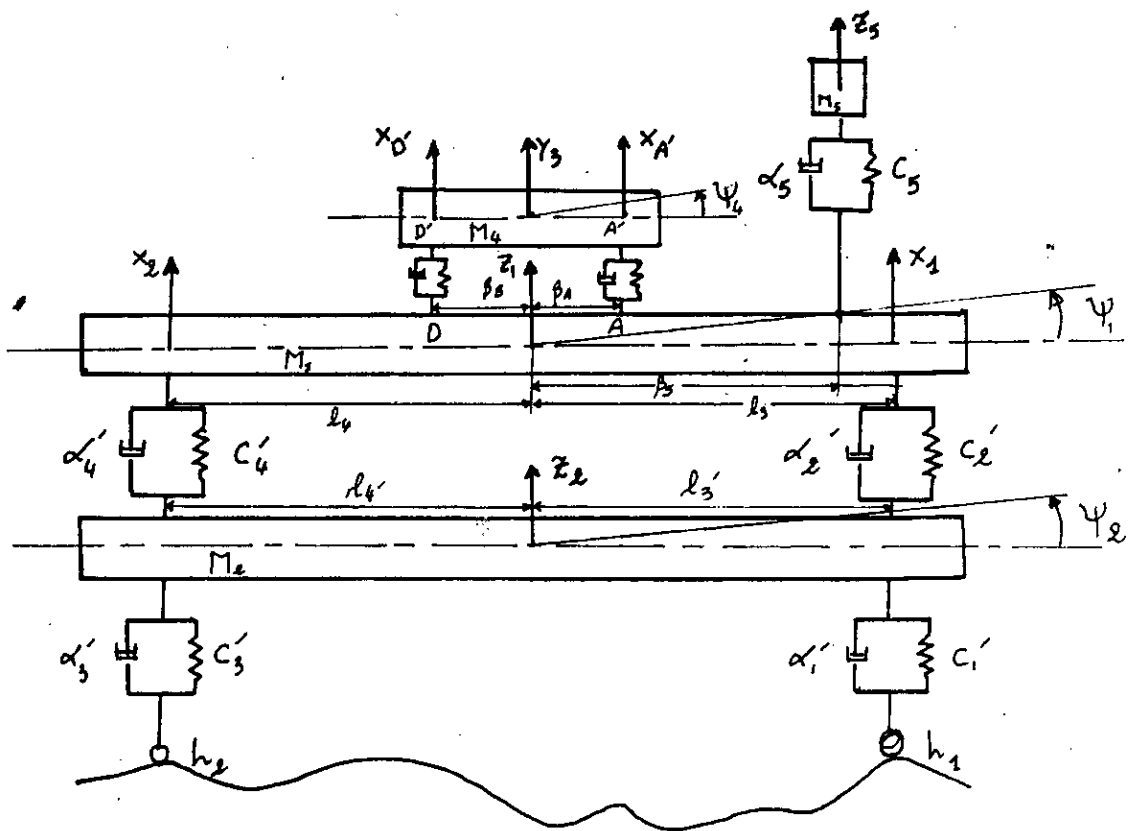
- $M_1$ : Masse du châssis plus Cabine.
  - $M_2$ : Masse de l'essieu avant.
  - $M_3$ : Masse de l'essieu arrière.
  - $M_4$ : Masse du moteur plus celle de la boîte de vitesse.
  - $M_5$ : Masse du siège plus le chauffeur.
- 3 degrés de liberté pour  $M_1$ .

- Translation verticale ( $Z_1$ ).
  - Rotation dans le plan longitudinal ( $\varphi_1$ ).
  - Rotation dans le plan transversal ( $\psi_1$ ).
- 3 degrés de liberté pour  $M_1$ .

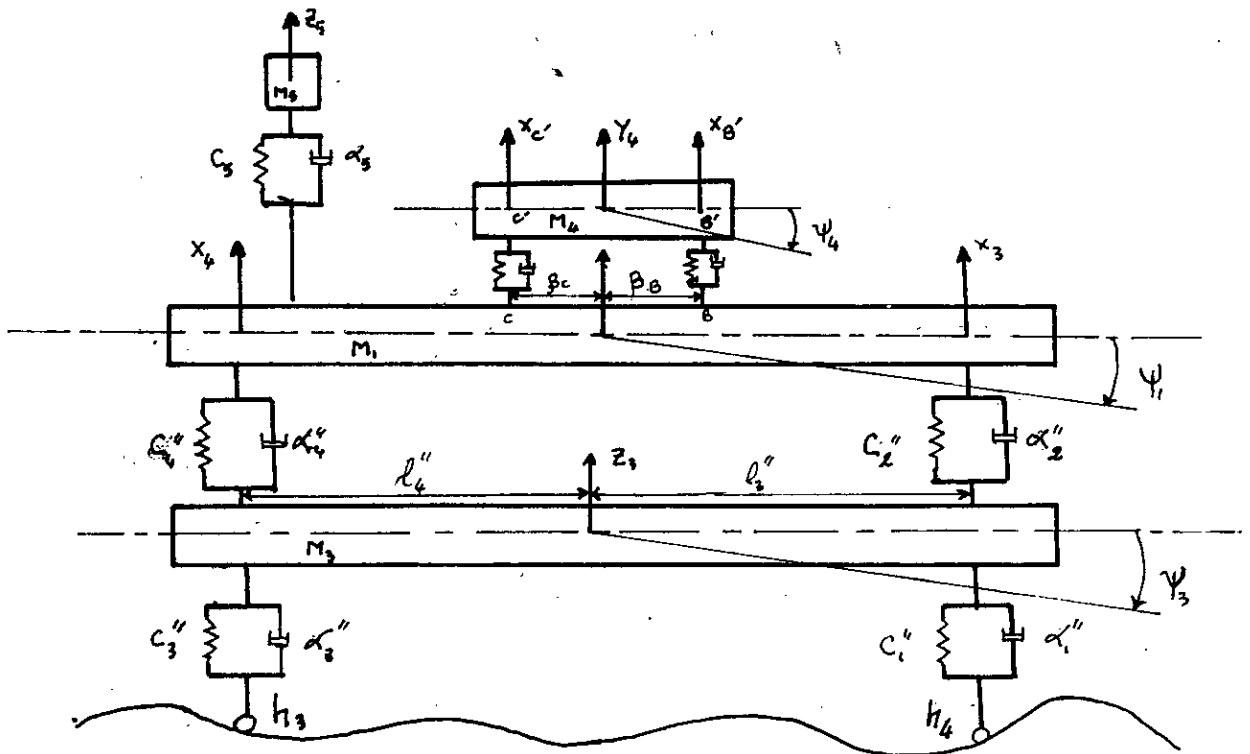
- Translation  $Z_2$ .
- Rotation dans le plan longitudinal  $\varphi_2$  (tangage).
- Rotation dans le plan transversal  $\psi_2$  (roulis).



*vue de gauche*



Vue de l'avant



Vue de l'arrière

2 degrés de liberté pour  $M_2$ .

Translation  $Z_2$ .

Rotation  $\Psi_2$ .

2 degrés de liberté pour  $M_3$ .

Translation  $Z_3$ .

Rotation  $\Psi_3$ .

3 degrés de liberté pour  $M_4$ .

Translation  $Z_4$ .

Rotation  $\Psi_4$ .

Rotation  $\Psi_4$ .

1 degré de liberté pour  $M_5$ .

Translation  $Z_5$ .



### 3. 2 Données numériques

De (6) on a dressé les tableaux suivant qui donnent les caractéristiques Physiques du véhicule

M2	M3	M4	L3=L4	L3=L4	L3=L4	L5	L6	L7=L8
[kg]	[kg]	[kg]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
233	410	400	0.4	0.832	0.765	0.41	0.29	0.265

I2	I3	I4	I4	$\beta_a = \beta_b$	$\beta_c = \beta_o$	C1=C3	C2=C4
[kg.m]	[kg.m]	[kg.m]	[kg.m]	[m]	[m]	[N.m]	[N.m]
120	160	150	100	0.265	0.265	516.63	15.64

cas		1	2	3	4	5
M1	[kg]	1349	2267	4407	4407	4407
l1	[m]	0.66	1.30	1.53	1.79	1.90
l2	[m]	1.94	1.30	1.07	0.81	0.70
$\delta_a = \delta_o$	[m]	-0.66	-1.30	-1.53	-1.79	-1.90
$\beta_b = \beta_c$	[m]	-1.36	-2.0	-2.23	-2.49	-2.60
I1	[kg.m**2]	1400	2400	5800	4700	5400
I1	[kg.m**2]	300	500	900	900	900

### 3.3. système d'équations différentielles

L'Equation de Lagrange de Seconde espèce :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (1)$$

$$L = T - V$$

avec T Énergie Cinétique

avec V Énergie potentielle.

puisque V est indépendante des  $\dot{q}_i$  donc :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (T) - \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$$

et comme T est indépendante de la position ( $q_i$ )

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} = - \frac{\partial V}{\partial q_i}$$

d'où la réduction de l'équation (1) à

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0$$

Énergie Cinétique :

$$T = \left( \frac{1}{2} M_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\psi}_1^2 + \frac{1}{2} J_1' \dot{\psi}_1'^2 \right) + \left( \frac{1}{2} M_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\psi}_2^2 \right) + \left( \frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\psi}_3^2 \right) + \left( \frac{1}{2} M_4 \dot{z}_4^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\psi}_4^2 + \frac{1}{2} J_4' \dot{\psi}_4'^2 \right) + \frac{1}{2} M_5 \dot{z}_5^2$$

Énergie potentielle :

$$V = \frac{1}{2} C_1' (x_1' - h_1)^2 + \frac{1}{2} C_2' (x_1 - x_1')^2 + \frac{1}{2} C_3' (x_2' - h_2)^2 + \frac{1}{2} C_4' (x_2 - x_2')^2 + \frac{1}{2} C_1'' (x_3' - h_3)^2 + \frac{1}{2} C_2'' (x_3 - x_3')^2 + \frac{1}{2} C_3'' (x_4' - h_4)^2 + \frac{1}{2} C_4'' (x_4 - x_4')^2 + \frac{1}{2} C_A (x_A' - x_A)^2 + \frac{1}{2} C_B (x_B' - x_B)^2 + \frac{1}{2} C_C (x_C' - x_C)^2 + \frac{1}{2} C_D (x_D' - x_D)^2 + \frac{1}{2} C_r (z_r - x_r)^2$$

Énergie de dissipation :

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{1}{2} \alpha'_1 (\dot{X}'_1 - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_2 (\dot{X}_1 - \dot{X}'_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_3 (\dot{X}'_2 - \dot{h}_2)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_4 (\dot{X}_2 - \dot{X}'_2)^2 \\
 & + \frac{1}{2} \alpha''_1 (\dot{X}'_3 - \dot{h}_3)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_2 (\dot{X}_3 - \dot{X}'_3)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_3 (\dot{X}'_4 - \dot{h}_4)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_4 (\dot{X}_4 - \dot{X}'_4)^2 \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_A (\dot{X}_{A'} - \dot{X}_A)^2 + \frac{1}{2} \alpha_B (\dot{X}_{B'} - \dot{X}_B)^2 + \frac{1}{2} \alpha_C (\dot{X}_{C'} - \dot{X}_C)^2 + \frac{1}{2} \alpha_D (\dot{X}_{D'} - \dot{X}_D)^2 \\
 & + \frac{1}{2} \alpha_5 (\dot{z}'_5 - \dot{X}_5)^2.
 \end{aligned}$$

Expressions des déplacements et des rotations en fonction des coordonnées généralisées.

Les coordonnées généralisées  $q_i$ .

$$\begin{aligned}
 q_1 = z_1, \quad q_2 = \varphi_1, \quad q_3 = \psi_1, \quad q_4 = z_2, \quad q_5 = \psi_2, \quad q_6 = z_3 \\
 q_7 = \psi_3, \quad q_8 = z_4, \quad q_9 = \varphi_4, \quad q_{10} = \psi_4, \quad q_{11} = z_5.
 \end{aligned}$$

$$X_1 = z_1 - l_1 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$X_2 = z_1 - l_1 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$X_3 = z_1 + l_2 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$X_4 = z_1 + l_2 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$X_5 = z_1 + \delta_5 + \beta_5 \psi_1$$

$$X'_1 = z_2 + l'_3 \psi_2$$

$$X'_2 = z_2 - l'_4 \psi_2$$

$$X'_3 = z_3 + l''_3 \psi_3$$

$$X'_4 = z_3 - l''_4 \psi_3$$

$$X_A = z_1 + \delta_A \varphi_1 + \beta_A \psi_1$$

$$X_B = z_1 + \delta_B \varphi_1 + \beta_B \psi_1$$

$$X_C = z_1 + \delta_C \varphi_1 + \beta_C \psi_1$$

$$X_D = z_1 + \delta_D \varphi_1 + \beta_D \psi_1$$

$$X_{A'} = z_H - l_5 \varphi_H + l_7 \varphi_H$$

$$X_{B'} = z_H + l_6 \varphi_H + l_7 \varphi_H$$

$$X_{C'} = z_H + l_6 \varphi_H - l_8 \varphi_H$$

$$X_{D'} = z_H - l_5 \varphi_H - l_8 \varphi_H$$

En appliquant les équations de Lagrange.

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_i} = M_i \dot{z}_i \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_i} = M_i \ddot{z}_i$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z_1} = & C_2'(x_1 - x_1') + C_4'(x_2 - x_2') + C_2''(x_3 - x_3') + C_4''(x_4 - x_4') - \\ & C_A(x_{A'} - x_A) - C_D(x_{D'} - x_D) - C_B(x_{B'} - x_B) - C_C(x_{C'} - x_C) - \\ & C_5(x_5' - x_5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \dot{z}_1} = & \alpha_2'(\dot{x}_1 - \dot{x}_1') + \alpha_4'(\dot{x}_2 - \dot{x}_2') + \alpha_2''(\dot{x}_3 - \dot{x}_3') + \alpha_4''(\dot{x}_4 - \dot{x}_4') - \alpha_A \\ & - \alpha_D(\dot{x}_{D'} - \dot{x}_D) - \alpha_C(\dot{x}_{C'} - \dot{x}_C) - \alpha_5(\dot{x}_5' - \dot{x}_5) \end{aligned}$$

Après avoir remplacé les  $x_i$  par leurs expressions :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} - \frac{\partial V}{\partial z_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}_1} = 0 \quad \text{Devient.}$$

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{z}_1 + & (\alpha_2' + \alpha_4' + \alpha_2'' + \alpha_4'' + \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D + \alpha_5) \dot{z}_1 + \\ & (C_2' + C_4' + C_2'' + C_4'' + C_A + C_B + C_C + C_D + C_5) z_1 + (-\alpha_2' l_1 - \alpha_4' l_1 + \\ & \alpha_2'' l_2 + \alpha_4'' l_2 + \alpha_A \delta_A + \alpha_B \delta_B + \alpha_C \delta_C + \alpha_D \delta_D + \alpha_5 \delta_5) \dot{\varphi}_1 + \\ & (-C_2' l_1 - C_4' l_1 + C_2'' l_2 + C_4'' l_2 + C_A \delta_A + C_B \delta_B + C_C \delta_C + C_D \delta_D + C_5 \delta_5) \varphi_1 \\ & + (\alpha_2' l_3 - \alpha_4' l_4 + \alpha_2'' l_3 - \alpha_4'' l_4 + \alpha_A \beta_A + \alpha_B \beta_B + \alpha_C \beta_C + \alpha_D \beta_D + \alpha_5 \beta_5) \dot{\varphi}_1 \\ & + (C_2' l_3 - C_4' l_4 + C_2'' l_3 - C_4'' l_4 + C_A \beta_A + C_B \beta_B + C_C \beta_C + C_D \beta_D + C_5 \beta_5) \varphi_1 \\ & + (-\alpha_2' - \alpha_4') \dot{z}_2 + (-C_2' - C_4') z_2 + (-\alpha_2' l_3' + \alpha_4' l_4') \dot{\varphi}_2 + (-C_2' l_3' + C_4' l_4') \varphi_2 \\ & + (-\alpha_2'' - \alpha_4'') \dot{z}_3 + (-C_2'' - C_4'') z_3 + (-\alpha_2'' l_3'' + \alpha_4'' l_4'') \dot{\varphi}_3 + (-C_2'' l_3'' + C_4'' l_4'') \varphi_3 \\ & + (-\alpha_A - \alpha_B - \alpha_C - \alpha_D) \dot{z}_4 + (-C_A - C_B - C_C - C_D) z_4 + (\alpha_A l_5 - \alpha_B l_5 - \alpha_C l_5 + \alpha_D l_5) \dot{\varphi}_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ (C_A l_5 - C_B l_6 - C_C l_6 + C_D l_5) \Psi_4 + (-\alpha_A l_7 - \alpha_B l_7 + \alpha_C l_8 + \alpha_D l_8) \dot{\Psi}_4 \\
 &+ (-C_A l_7 - C_B l_7 + C_C l_8 + C_D l_8) \Psi_4 = 0 \quad (A).
 \end{aligned}$$

En passant aux transformées de Laplace (A) devient.

$$\begin{aligned}
 &a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + a_{13} q_3 + a_{14} q_4 + a_{15} q_5 + a_{16} q_6 + a_{17} q_7 + a_{18} q_8 \\
 &+ a_{19} q_9 + a_{110} q_{10} + a_{111} q_{11} = 0.
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } q_1 = z_1, \quad q_2 = \Psi_1; \quad q_3 = \Psi_1; \quad q_4 = z_2; \quad q_5 = \Psi_2, \quad q_6 = z_3$$

$$q_7 = \Psi_3, \quad q_8 = z_4; \quad q_9 = \Psi_4; \quad q_{10} = \Psi_4; \quad q_{11} = z_5.$$

Et:

$$\begin{aligned}
 a_{11} = &M_1 P^2 + (\alpha'_2 + \alpha'_4 + \alpha''_2 + \alpha''_4 + \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D + \alpha_5) P + (C'_2 + C'_4 + \\
 &C''_2 + C''_4 + C_A + C_B + C_C + C_D + C_5).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{12} = &(-\alpha'_2 l_1 - \alpha'_4 l_1 + \alpha''_2 l_2 + \alpha''_4 l_2 + \alpha_A \delta_A + \alpha_B \delta_B + \alpha_C \delta_C + \alpha_D \delta_D + \\
 &\alpha_5 \delta_5) P + (-C'_2 l_1 - C'_4 l_1 + C''_2 l_2 + C''_4 l_2 + C_A \delta_A + C_B \delta_B + C_C \delta_C + C_D \delta_D + \\
 &C_5 \delta_5).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{13} = &(\alpha'_2 l_3 - \alpha'_4 l_4 + \alpha''_2 l_3 - \alpha''_4 l_4 + \alpha_A \beta_A + \alpha_B \beta_B + \alpha_C \beta_C + \alpha_D \beta_D + \alpha_5 \beta_5) P \\
 &+ (C'_2 l_3 - C'_4 l_4 + C''_2 l_3 - C''_4 l_4 + C_A \beta_A + C_B \beta_B + C_C \beta_C + C_D \beta_D + C_5 \beta_5)
 \end{aligned}$$

$$a_{14} = (-\alpha'_2 - \alpha'_4) P + (-C'_2 - C'_4)$$

$$a_{15} = (-\alpha'_2 l'_3 + \alpha'_4 l'_4) P + (-C'_2 l'_3 + C'_4 l'_4).$$

$$a_{16} = (-\alpha''_2 - \alpha''_4) P + (-C''_2 - C''_4).$$

$$a_{17} = (-\alpha''_2 l''_3 + \alpha''_4 l''_4) P + (-C''_2 l''_3 + C''_4 l''_4).$$

$$a_{18} = (-\alpha_A - \alpha_B - \alpha_C + \alpha_D) P + (-C_A - C_B - C_C - C_D).$$

$$\begin{aligned}
 a_{19} = &(\alpha_A l_5 - \alpha_B l_6 - \alpha_C l_6 + \alpha_D l_5) P + (C_A l_5 - C_B l_6 - C_C l_6 + \\
 &C_D l_5).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{110} = &(-\alpha_A l_7 - \alpha_B l_7 + \alpha_C l_8 + \alpha_D l_8) P + (-C_A l_7 - C_B l_7 + C_C l_8 + \\
 &C_D l_8).
 \end{aligned}$$

$$a_{111} = -C_5 - \alpha_5 P.$$

De la même façon les autres coefficients seront calculés en dérivant par rapport aux  $q_i$  ( $i=2 \dots 11$ ) comme on le fait pour  $q_1$  d'où on trouve.

$$a_{21} = a_{12} ; a_{31} = a_{13} ; a_{41} = a_{14} ; a_{51} = a_{15} ; a_{61} = a_{16} ; a_{71} = a_{17} \dots$$

$$a_{22} = \gamma_1 P^2 + (\alpha_2' l_1^2 + \alpha_4' l_1^2 + \alpha_2'' l_2^2 + \alpha_4'' l_2^2 + \alpha_A \delta_A^2 + \alpha_B \delta_B^2 + \alpha_C \delta_C^2 + \alpha_D \delta_D^2 + \alpha_5 \delta_5^2) P + (c_2' l_1^2 + c_4' l_1^2 + c_2'' l_2^2 + c_4'' l_2^2 + c_A \delta_A^2 + c_B \delta_B^2 + c_C \delta_C^2 + c_D \delta_D^2 + c_5 \delta_5^2).$$

$$a_{23} = a_{32} = (-\alpha_2' l_1 l_3 + \alpha_4' l_1 l_4 + \alpha_2'' l_2 l_3 - \alpha_4'' l_2 l_4 + \alpha_A \beta_A \beta_A + \alpha_B \delta_B \beta_B + \alpha_C \delta_C \beta_C + \alpha_D \delta_D \beta_D + \alpha_5 \beta_5 \delta_5) P + (-c_2' l_1 l_3 + c_4' l_1 l_4 + c_2'' l_2 l_3 - c_4'' l_2 l_4 + c_A \delta_A \beta_A + c_B \delta_B \beta_B + c_C \delta_C \beta_C + c_D \delta_D \beta_D + c_5 \delta_5 \beta_5).$$

$$a_{24} = a_{42} = (\alpha_2' l_1 + \alpha_4' l_1) P + (c_2' l_1 + c_4' l_1 l_4').$$

$$a_{26} = a_{62} = (-\alpha_2'' l_2 - \alpha_4'' l_2) P + (-c_2'' l_2 - c_4'' l_2).$$

$$a_{27} = a_{72} = (-\alpha_2'' l_2 l_3'' + \alpha_4'' l_2 l_4'') P + (-c_2'' l_2 l_3'' + c_4'' l_2 l_4'')$$

$$a_{28} = a_{82} = (-\alpha_A \delta_A - \alpha_B \delta_B + \alpha_C \delta_C - \alpha_D \delta_D) P + (-c_A \delta_A - c_B \delta_B - c_C \delta_C - c_D \delta_D).$$

$$a_{29} = a_{92} = (\alpha_A \delta_A \beta_A - \alpha_B \delta_B l_6 - \alpha_C \delta_C l_6 + \alpha_D \delta_D l_5) P + (c_A \delta_A l_5 - c_B \delta_B l_6 - c_C \delta_C l_6 + c_D \delta_D l_5).$$

$$a_{210} = a_{102} = (-\alpha_A \delta_A l_7 - \alpha_B \delta_B l_7 + \alpha_C \delta_C l_8 + \alpha_D \delta_D l_8) P + (-c_A \delta_A l_7 - c_B \delta_B l_7 + c_C \delta_C l_8 + c_D \delta_D l_8).$$

$$a_{211} = a_{112} = -c_5 \delta_5 - \alpha_5 \delta_5 P.$$

$$a_{33} = \gamma_1' P^2 + (\alpha_2' l_3^2 + \alpha_4' l_4^2 + \alpha_2'' l_3^2 + \alpha_4'' l_4^2 + \alpha_A \beta_A^2 + \alpha_B \beta_B^2 + \alpha_C \beta_C^2 + \alpha_D \beta_D^2 + \alpha_5 \beta_5^2) P + (c_2' l_3^2 + c_4' l_4^2 + c_2'' l_3^2 + c_4'' l_4^2 + c_A \beta_A^2 + c_B \beta_B^2 + c_C \beta_C^2 + c_D \beta_D^2 + c_5 \beta_5^2).$$

$$a_{34} = a_{43} = (-\alpha_2' l_3 + \alpha_4' l_4) P + (-c_2' l_3 + c_4' l_4).$$

$$a_{35} = a_{53} = (-\alpha_2' l_3 l_3' - \alpha_4' l_4 l_4') P + (-c_2' l_3 l_3' - c_4' l_4 l_4').$$

$$a_{36} = a_{63} = (-\alpha_2'' l_3 + \alpha_4'' l_4) P + (-C_2'' l_3 + C_4'' l_4).$$

$$a_{37} = a_{73} = (-\alpha_2'' l_3 l_3'' - \alpha_4'' l_4 l_4'') P + (-C_2'' l_3 l_3'' - C_4'' l_4 l_4'')$$

$$a_{38} = a_{83} = (-\alpha_A \beta_A - \alpha_B \beta_B - \alpha_C \beta_C - \alpha_D \beta_D) P + (-C_A \beta_A - C_B \beta_B - C_C \beta_C - C_D \beta_D)$$

$$a_{39} = a_{93} = (\alpha_A \beta_A l_5 - \alpha_B \beta_B l_6 - \alpha_C \beta_C l_6 + \alpha_D \beta_D l_5) P + (C_A \beta_A l_5 - C_B \beta_B l_6 - C_C \beta_C l_6 + C_D \beta_D l_5).$$

$$a_{310} = a_{10.3} = (-\alpha_A \beta_A l_7 - \alpha_B \beta_B l_7 + \alpha_C \beta_C l_8 + \alpha_D \beta_D l_8) P + (-C_A \beta_A l_7 - C_B \beta_B l_7 + C_C \beta_C l_8 + C_D \beta_D l_8)$$

$$a_{311} = a_{11.3} = C_5 \beta_5 + \alpha_5 \beta_5 P + M_5 P^2.$$

$$a_{44} = M_2 P^2 + (\alpha_1' + \alpha_2' + \alpha_3' + \alpha_4') P + (C_1' + C_2' + C_3' + C_4').$$

$$a_{45} = a_{54} = (\alpha_1' l_3' + \alpha_2' l_3' - \alpha_3' l_4' - \alpha_4' l_4') P + (C_1' l_3' + C_2' l_3' - C_3' l_4' - C_4' l_4').$$

$$a_{55} = J_2 P^2 + (\alpha_1' l_3'^2 + \alpha_2' l_3'^2 + \alpha_3' l_4'^2) P + (C_1' l_3'^2 + C_2' l_3'^2 + C_3' l_4'^2 + C_4' l_4'^2)$$

$$a_{66} = M_{33} P^2 + (\alpha_1'' + \alpha_2'' + \alpha_3'' + \alpha_4'') P + (C_1'' + C_2'' + C_3'' + C_4'')$$

$$a_{67} = a_{76} = (\alpha_1'' l_3'' + \alpha_2'' l_3'' - \alpha_3'' l_4'' - \alpha_4'' l_4'') P + (C_1'' l_3'' + C_2'' l_3'' - C_3'' l_4'' - C_4'' l_4'')$$

$$a_{77} = J_3 P^2 + (\alpha_1'' l_3''^2 + \alpha_2'' l_3''^2 + \alpha_3'' l_4''^2 + \alpha_4'' l_4''^2) P + (C_1'' l_3''^2 + C_2'' l_3''^2 + C_3'' l_4''^2 + C_4'' l_4''^2).$$

$$a_{88} = M_4 P^2 + (\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D) P + (C_A + C_B + C_C + C_D).$$

$$a_{89} = a_{98} = (-\alpha_A l_5 + \alpha_B l_6 + \alpha_C l_6 - \alpha_D l_5) P + (-C_A l_5 + C_B l_6 + C_C l_6 - C_D l_5).$$

$$a_{810} = a_{10.8} = (\alpha_A l_7 + \alpha_B l_7 - \alpha_C l_8 - \alpha_D l_8) P + (C_A l_7 + C_B l_7 - C_C l_8 - C_D l_8).$$

$$a_{99} = J_4 P^2 + (\alpha_A l_5^2 + \alpha_B l_6^2 + \alpha_C l_6^2 + \alpha_D l_5^2) P + (C_A l_5^2 + C_B l_6^2 + C_C l_6^2 + C_D l_5^2)$$

$$a_{9.10} = a_{10.9} = \gamma_4' P^2 + (\alpha_A l_7^2 + \alpha_B l_7^2 + \alpha_C l_8^2 + \alpha_D l_8^2) P + (C_A l_7^2 + C_B l_7^2 + C_C l_8^2 + C_D l_8^2).$$

$$a_{10.10} = \gamma_4' P^2 + (\alpha_A l_7^2 + \alpha_B l_7^2 + \alpha_C l_8^2 + \alpha_D l_8^2) P + (C_A l_7^2 + C_B l_7^2 + C_C l_8^2 + C_D l_8^2).$$

Le reste des Coefficients sont tous nuls.



$$b_{41} = \alpha_1' P + c_1'$$

$$b_{51} = \alpha_1' l_3' P + c_1' l_3'$$

$$b_{61} = e^{-P\tau} (\alpha_1'' P + c_1'')$$

$$b_{71} = e^{-P\tau} (\alpha_1'' l_3'' P + c_1'' l_3'')$$

$$b_{42} = \alpha_3' P + c_3'$$

$$b_{52} = -\alpha_3' l_4' P - c_3' l_4'$$

$$b_{62} = e^{-P\tau} (\alpha_3'' P + c_3'')$$

$$b_{72} = e^{-P\tau} (-\alpha_3'' l_4'' P - c_3'' l_4'')$$

$$\bar{h}_3 = e^{-P\tau} \bar{h}_1 \quad \text{et} \quad \bar{h}_4 = e^{-P\tau} \bar{h}_2$$

ou  $\tau$  est le  $\frac{l_1 + l_2}{v}$

$b_{ij}$  ( $i = 1, 3, j = 1, 2$ ) sont nuls.

### 3.4 Solution des équations différentielles

Vu la linéarité du système, il nous a été possible d'écrire le système  $[A] \cdot \{\bar{q}\} = \{b\}$  sous la forme

$$[A] \cdot \{\bar{q}\} = \{b_1\} \bar{h}_1 + \{b_2\} \bar{h}_2, \text{ qu'on décomposera en}$$

$$\text{et } [A] \cdot \{\bar{q}\} = \{b_1\} \bar{h}_1$$

$$[A] \cdot \{\bar{q}\} = \{b_2\} \bar{h}_2$$

Le rapport de la sortie sur l'entrée est appelée fonction de transfert.

$$\bar{H}_{i1} = \frac{\bar{q}_i}{\bar{p}_{i1}} \quad (i = 1, 11)$$

$$\bar{H}_{i2} = \frac{\bar{q}_i}{\bar{p}_{i2}} \quad (i = 1, 11)$$

$\bar{H}$ ,  $\bar{q}$  et  $\bar{p}$  sont respectivement les transformées de Laplace des fonctions correspondantes.

## IV CALCUL DES DENSITES SPECTRALES ET DES DISPERSIONS

### 4.1. DENSITES SPECTRALES DU MICROPROFIL DE LA ROUTE.

Même si le Profil d'une route est une surface bien définie, décrite par des fonctions simples telle que  $y = a \cdot x$ , ou  $y = a \sin(\omega \cdot t)$ , le microprofil ne l'est nullement pas. Celui-ci ne peut pratiquement jamais être décrit dans le domaine temps, par une fonction élémentaire. Pour cela on a préféré passer au domaine fréquentiel, où on utilise les intégrales de Fourier (séries de Fourier dans le cas discret). Ainsi on déterminera le spectre des perturbations se rapportant à cette route. Elle dépend du microprofil de la route et de la vitesse du mouvement.

des caractéristiques probabilistes de la fonction aléatoire stationnaire  $h(t)$  ou savoir  $m(t)$  et  $K(z)$ , peuvent être obtenues par le traitement statistique des résultats des mesures du microprofil de la route.

des fonctions de corrélation  $K(z)$  de l'influence de routes sur véhicules peuvent être approchées par des fonctions de la forme

$$K(z) = D e^{-\alpha|z|} \cos \beta z.$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres qui dépendent du type de la route et de la vitesse du mouvement.

la densité spectrale de la route s'écrit :

$$S_h(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(z) \cdot \cos \omega \cdot z \, dz.$$

$$S_h(\omega) = \frac{2 \cdot D \alpha (\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)}{(\alpha^2 + \beta^2) + 2(\alpha^2 - \beta^2)\omega^2 + \omega^4}$$

Sachant que  $\alpha$  et  $\beta$  sont fonction de la vitesse et s'écrivent

$$\alpha = \alpha_1 \cdot v \quad ; \quad \beta = \alpha_2 \cdot v.$$

l'expression ci-dessus prend la forme

$$S_h(\omega) = \frac{2 D \alpha_1 v (\alpha_1 v^2 + \omega^2)}{v^4 \alpha_1^2 + 2 v^2 \alpha_2 \omega^2 + \omega^4}$$

#### 4.1.1 Formes des densités spectrales énergétique du microprofil de la route.

- Bruit blanc : processus non réalisables physiquement. on l'utilise pour teste.

$$S_h(\omega) = \text{constante.}$$

$$S_h(\omega) = 7.076 \text{ [mm}^2 \cdot \text{s]}$$

- Route Pavée assez régulière

$$S_h(\omega) = \frac{0,143 v}{\omega^2 + 0,2 v^2}$$

- Route Pavée :

$$S_h(\omega) = \frac{300 (0,45 \cdot v)^2}{\pi \cdot (\omega^2 + 0,2025 \cdot v^2)}$$

- Route goudronnée

$$S_h(\omega) = \frac{0,25 \cdot v}{\omega^2 + 0,625 \cdot v^2}$$

#### 4.2 DENSITE SPECTRALE AU POINT DE FIXATION DU SIEGE.

L'expression du déplacement  $x_s$  du point de fixation du siège en fonction des coordonnées généralisées  $q_1, q_2, q_3$  qui désignent respectivement le déplacement du centre de gravité du châssis, sa rotation autour de l'axe  $\beta$  et sa rotation autour de l'axe  $\delta$  et de la position du point  $s$  de coordonnées  $S(\beta_s, \delta_s)$ , est donnée par.

$$\bar{x}_s = \bar{q}_1 + \beta_s \bar{q}_2 + \delta_s \bar{q}_3$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= \bar{H}_{11} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{12} \cdot \bar{h}_2 \\ \bar{q}_2 &= \bar{H}_{21} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{22} \cdot \bar{h}_2 \\ \bar{q}_3 &= \bar{H}_{31} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{32} \cdot \bar{h}_2 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \bar{x}_s &= (\bar{H}_{11} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{12} \bar{h}_2) + (\bar{H}_{21} \bar{h}_1 + \bar{H}_{22} \bar{h}_2) \beta_s \\ &\quad + (\bar{H}_{31} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{32} \cdot \bar{h}_2) \delta_s \end{aligned}$$

$$\bar{x}_s = (\bar{H}_{11} + \bar{H}_{21} \cdot \beta_s + \bar{H}_{31} \delta_s) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \bar{H}_{22} \cdot \beta_s + \bar{H}_{32} \cdot \delta_s) \bar{h}_2$$

En posant  $\bar{H}_{11} + \beta_s \bar{H}_{21} + \delta_s \bar{H}_{31} = W_{s1}$   
 et  $\bar{H}_{12} + \bar{H}_{22} \beta_s + \bar{H}_{32} \cdot \delta_s = W_{s2}$   
 nous obtenons, l'expression de  $\bar{x}_s$ .

$$\bar{x}_s = W_{s1} \cdot \bar{h}_1 + W_{s2} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{x}_s = w_{s1} \cdot \bar{h}_1 + w_{s2} \cdot \bar{h}_2$$

Les fonctions  $w_{s1}$  et  $w_{s2}$  sont appelées fonctions de transfert. Dans le cas d'un système linéaire la fonction de transfert qui est une caractéristique du système, est indépendante de l'entrée. C'est pourquoi

$$w_{s1} = w_{s2} = w_s$$

et

$$\bar{x} = w_s (\bar{h}_1 + \bar{h}_2)$$

la densité spectrale de sortie est :

$$S_{x_s}(\omega) = |w_{s1}(\omega)|^2 S_{h_1}(\omega) + |w_{s2}(\omega)|^2 S_{h_2}(\omega)$$

la densité spectrale d'accélération est :

$$S_{\ddot{x}_s} = \omega^4 S_{x_s}$$

Le programme de calcul <sup>donne</sup> DISP11 nous les valeurs de la densité spectrale en fonction de  $\omega$ .

$$\omega_1 = 1 \quad \text{et} \quad \Delta\omega = 0,25$$

Les résultats de la Page (30) correspondent au cas du véhicule roulant sur une route pavée à une vitesse  $v = 10$  m/s.

Ceux de la Page (31) correspondent au cas d'une route goudronnée à une vitesse  $v = 20$  m/s.

# Route Pavée

0.7389564	0.7402268	0.7418242	0.7437701	0.7460982
0.7488431	0.7520546	0.7557800	0.7600831	0.7650324
0.7707082	0.7772065	0.7846361	0.7931228	0.8028117
0.8138822	0.8265317	0.8409978	0.8575721	0.8765871
0.8984551	0.9236645	0.9528273	0.9866815	1.026152
1.072391	1.126873	1.191460	1.268585	1.361462
1.474322	1.612970	1.785417	2.002988	2.282162
2.647643	3.137737	3.814426	3.854773	4.886219
6.460811	9.031694	13.63607	23.05209	46.50349
71.82481	1.853086	92.86117	32.63005	17.42691
10.43875	6.849404	4.803782	3.543729	2.723029
2.168580	1.787992	1.530333	1.368597	1.291909
1.303391	1.422834	1.696235	2.219383	2.817828
4.572577	8.396272	18.17894	50.51787	36.58488
267.7229	201.9307	39.32069	1.572457	2.234274
2.268865	2.112504	1.918829	1.735203	1.574062
1.436598	1.764270	4.771644	3.876690	3.199750
2.677755	2.269227	1.946488	1.690929	1.490006
1.335172	1.220040	1.137763	1.075686	1.004460
0.8668431	0.6160501	0.3529015	0.2528473	0.2712180
0.3060710	0.3419157	0.3899302	0.4566072	0.5433576
0.6494341	0.7732942	0.9130197	1.066402	1.230960
1.403980	1.582606	1.763963	1.945289	2.122172
2.295290	2.462053	2.621179	2.771807	2.913458
3.045948	3.169348	3.283875	3.389861	3.487681
3.577722	3.660357	3.735913	3.804686	3.866907
3.922770	3.972414	4.015943	4.053421	4.084892
4.110370	4.129862	4.143359	4.150846	4.152318
4.147766	4.137192	4.120605	4.098038	4.069528
4.035134	3.994937	3.949030	3.897534	3.840590
3.778358	3.711021	3.638788	3.561884	3.480564
3.395101	3.305792	3.212958	3.116945	3.018119
2.916882	2.813653	2.708888	2.603080	2.496751
2.377034	2.269774	2.163803	2.059825	1.958555
1.874507	1.800651	1.750005	2.667761	1.986390
1.680232	0.3465196	0.2763159	0.2287808	0.1947025
0.1691811	0.1494026	0.1336523	0.1208307	0.1102010
0.1012491	9.3599513E-02	8.6965442E-02	8.1115507E-02	7.5852528E-02
7.0999548E-02	6.6392772E-02	6.1881840E-02	5.7337437E-02	5.2671958E-02
4.7873020E-02	4.3052595E-02	3.8503293E-02	3.4746092E-02	3.2535005E-02
3.2776512E-02	3.6335409E-02	4.3747690E-02	5.4936614E-02	6.9078282E-02
8.4720403E-02	0.1001321	0.1137307	0.1244074	0.1316498
0.1354794	0.1362880	0.1346552	0.1312061	0.1265181
0.1210771	0.1152644	0.1093637	0.1035754	9.8033428E-02
9.2821226E-02	8.7985240E-02	8.3545402E-02	7.9503447E-02	7.5848781E-02
7.2563060E-02	6.9623180E-02	6.7003563E-02	6.4677484E-02	6.2618330E-02
6.0800023E-02	5.9197582E-02	5.7787269E-02	5.6546729E-02	5.5455111E-02
4.1036503E-03	4.2334800E-03	4.3514473E-03	4.9738963E-03	5.1853312E-03
5.3755301E-03	5.5434289E-03	5.6882054E-03	5.8091911E-03	5.9059230E-03
5.9781238E-03	6.0256803E-03	6.0486617E-03	6.0472786E-03	6.0219141E-03
5.9730983E-03	5.9014997E-03	5.8079199E-03	5.6933053E-03	5.5587180E-03
5.4053268E-03	5.2344278E-03	5.0474135E-03	4.8457552E-03	4.6310336E-03
4.4048787E-03	4.1690101E-03	3.9251875E-03	3.6752312E-03	3.4209746E-03
3.1642921E-03	2.9070738E-03	2.6511909E-03	2.3985170E-03	2.1508983E-03
1.9101463E-03	1.6780103E-03	1.4561896E-03	1.2463081E-03	1.0498869E-03
8.6836424E-04	7.0305931E-04	5.5517186E-04	4.2575836E-04	3.1574490E-04
2.2590016E-04	1.5683565E-04	1.0899370E-04	8.2650549E-05	7.7906639E-05

# Route Goudronnée

0.1354794	0.1362880	0.1346552	0.1312061	0.1265181
0.1210771	0.1152644	0.1093637	0.1035754	9.8033428E-02
9.2821226E-02	8.7985240E-02	8.3545402E-02	7.9503447E-02	7.5848781E-02
7.2563060E-02	6.9623180E-02	6.7003563E-02	6.4677484E-02	6.2618330E-02
6.0800023E-02	5.9197582E-02	5.7787269E-02	5.6546729E-02	5.2346433E-02
4.1036503E-03	4.2334800E-03	4.3514473E-03	4.9738963E-03	5.1853312E-03
5.3755301E-03	5.5434289E-03	5.6882054E-03	5.8091911E-03	5.9059230E-03
5.9781238E-03	6.0256803E-03	6.0486617E-03	6.0472786E-03	6.0219141E-03
5.9730983E-03	5.9014997E-03	5.8079199E-03	5.6933053E-03	5.5587180E-03
5.4053268E-03	5.2344278E-03	5.0474135E-03	4.8457552E-03	4.6310336E-03
4.4048787E-03	4.1690101E-03	3.9251875E-03	3.6752312E-03	3.4209746E-03
3.1642921E-03	2.9070738E-03	2.6511909E-03	2.3985170E-03	2.1508983E-03
1.9101463E-03	1.6780103E-03	1.4561896E-03	1.2463081E-03	1.0498869E-03
0.7389564	0.7402268	0.7418242	0.7437701	0.7460982
0.7488431	0.7520546	0.7557800	0.7600831	0.7650324
0.7707082	0.7772065	0.7846361	0.7931228	0.8028117
0.8138822	0.8265317	0.8409978	0.8575721	0.8765871
0.8984551	0.9236645	0.9528273	0.9866815	1.026152
1.072391	1.126873	1.191460	1.268585	1.361462
1.474322	1.612970	1.785417	2.002988	2.282162
2.647643	3.137737	3.814426	3.854773	4.886219
6.460811	9.031694	13.63607	23.05209	46.50349
71.82481	1.853086	92.86117	32.63005	17.42691
10.43875	6.849404	4.803782	3.543729	2.723029
2.168580	1.787992	1.530333	1.368597	1.291909
1.303391	1.422834	1.696235	2.219383	2.817828
4.572577	8.396272	18.17894	50.51787	36.58488
267.7229	201.9307	39.32069	1.572457	2.234274
2.268865	2.112504	1.918829	1.735203	1.574062
1.436598	1.764270	4.771644	3.876690	3.199750
2.677755	2.269227	1.946488	1.690929	1.490006
1.335172	1.220040	1.137763	1.075686	1.004460
0.8668431	0.6160501	0.3529015	0.2528473	0.2712180
0.3060710	0.3419157	0.3899302	0.4566072	0.5433576
0.6494341	0.7732942	0.9130197	1.066402	1.230960
1.403980	1.582606	1.763963	1.945289	2.122172
2.295290	2.462053	2.621179	2.771807	2.913458
3.045948	3.169348	3.283875	3.389861	3.487681
3.577722	3.660357	3.735913	3.804686	3.866907
3.922770	3.972414	4.015943	4.053421	4.084892
4.110370	4.129862	4.143359	4.150846	4.152318
4.147766	4.137192	4.120605	4.098038	4.069528
4.035134	3.994937	3.949030	3.897534	3.840590
3.778358	3.711021	3.638788	3.561884	3.480564
3.395101	3.305792	3.212958	3.116945	3.018119
2.916882	2.813653	2.708888	2.603080	2.496751
2.377034	2.269774	2.163803	2.059825	1.958555
1.874507	1.800651	1.750005	2.667761	1.986390
1.680232	0.3465196	0.2763159	0.2287808	0.1947025
0.1691811	0.1494026	0.1336523	0.1208307	0.1102010
0.1012491	9.3599513E-02	8.6965442E-02	8.1115507E-02	7.5852528E-02
7.0999548E-02	6.6392772E-02	6.1881840E-02	5.7337437E-02	5.2671958E-02
4.7873020E-02	4.3052595E-02	3.8503293E-02	3.4746092E-02	3.2535005E-02
3.2776512E-02	3.6335409E-02	4.3747690E-02	5.4936614E-02	6.9078282E-02
8.4720403E-02	0.1001321	0.1137307	0.1244074	0.1316498
0.1354794	0.1362880	0.1346552	0.1312061	0.1265181
0.1210771	0.1152644	0.1093637	0.1035754	9.8033428E-02
9.2821226E-02	8.7985240E-02	8.3545402E-02	7.9503447E-02	7.5848781E-02
7.2563060E-02	6.9623180E-02	6.7003563E-02	6.4677484E-02	6.2618330E-02

la densité spectrale de puissance (D.S.P) peut être approximée par une fonction rationnelle de la forme

$$S_h(\omega) = \frac{a_1 + a_2 \omega^2 + \dots + a_n \omega^{2n-2}}{b_1 + b_2 \omega^2 + \dots + b_m \omega^{2m-2}}$$

On choisit  $(n+m)$  points du tableau de la densité spectrale. Ainsi on tombe sur un système d'équation différentielles de la forme  $[A] \{X\} = 0$

dont la résolution n'est pas trop compliquée, mais pour éviter la solution triviale  $\{X\} = \{0\}$  que donnerait une résolution normale utilisant les méthodes de Gauss, Gauss Sidel ou autre, nous devons fixer préalablement un des coeff  $a_i$  ou  $b_i$ . Ainsi la méthode de Gauss Sidel nous donne de suite des coefficients  $a_i$  et  $b_i$ .

en choisissant  $n=2$  et  $m=3$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 \omega_1^2 + \dots + a_n \omega_1^{2n-2} \\ b_1 \text{sh}(\omega_1) + b_2 \text{sh}(\omega_1) \omega_1^2 + b_3 \text{sh}(\omega_1) \omega_1^4 - a_1 - a_2 \omega_1^2 = 0 \\ \vdots \\ b_1 \text{sh}(\omega_5) + b_2 \text{sh}(\omega_5) \omega_5^2 + b_3 \text{sh}(\omega_5) \omega_5^4 - a_1 - a_2 \omega_5^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

En divisant chaque membre de la  $i$ <sup>ème</sup> équation par  $\text{sh}(\omega_i)$  nous obtenons le système 2.

$$\begin{cases} b_1 + b_2 \omega_1^2 + b_3 \omega_1^4 - \frac{a_1}{\text{sh}(\omega_1)} - a_2 \frac{\omega_1^2}{\text{sh}(\omega_1)} = 0 \\ \vdots \\ b_1 + b_2 \omega_5^2 + b_3 \omega_5^4 - \frac{a_1}{\text{sh}(\omega_5)} - a_2 \frac{\omega_5^2}{\text{sh}(\omega_5)^2} = 0 \end{cases} \quad (2)$$



Pour  $b_3 = 1$ .

nous obtenons, pour une route goudronnée

$$a_0 = -6415,3181$$

$$a_1 = 38,031$$

$$b_1 = 0,186$$

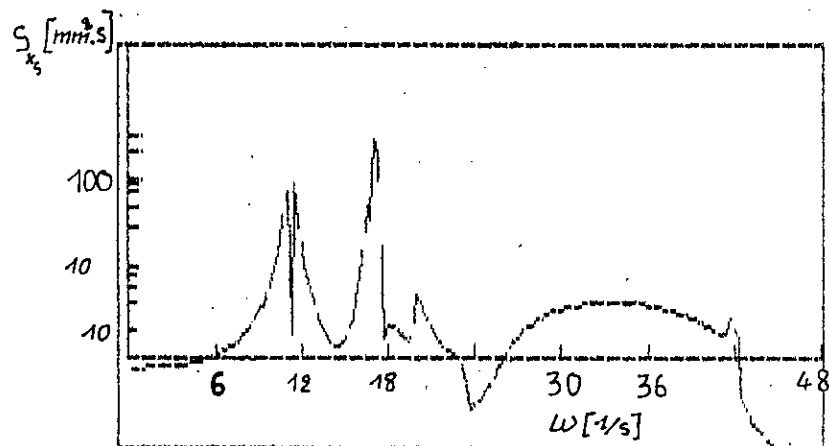
$$b_2 = 0,0026$$

$$b_3 = 1,000$$

D'après les tableaux de valeurs des D.S.P de sortie ci avant on remarque que la D.S.P s'atténue plus rapidement dans le cas d'une route pavée que pour une route goudronnée l'énergie vibratoire est plus concentrée / dans la gamme des basses fréquences pour la route pavée que pour la route goudronnée.

Sur le graphe ci dessous, on a tracé la D.S.P au point de fixation du siège ; véhicule roulant sur une route pavée

DENSITE SPECTRALE - EN FONCTION DE  $\omega$



### 4.3 DISPERSIONS AU POINT DE FIXATION DU SIÈGE.

Tout corps réel a une infinité de degrés de liberté, mais l'impossibilité d'étudier un tel système nous a conduit à choisir un modèle plus simple. Le corps humain en est le cas, nous assimilerons en 1<sup>er</sup> lieu le chauffeur et le siège à une masse parfaitement solide fixée au châssis par un ressort et un amortisseur.

Pour étudier la précision d'une telle approximation, on fait varier les valeurs de la rigidité et du coefficient d'amortissement et nous calculons les dispersions d'accélération et de déplacement du point de fixation du siège.

En utilisant le programme de calcul DISP 11, nous obtenons les résultats dressés sur les tableaux ci-après.

#### Interprétation des résultats.

On remarque qu'en faisant varier les valeurs de la rigidité  $K_5$  (ressort fixant le siège) de  $K = 1000 \text{ [N/m]}$  (liaison très molle) à  $K = 45000 \text{ [N/m]}$ . Les dispersions d'accélération et de déplacement du point de fixation du siège restent pratiquement constantes... l'erreur est minime elle est <sup>de</sup> l'ordre du centième.

Resultats trouvés ; sur une route goudronnée :

AM5= 2000.000 [N.S/M]

raideur K5[N/M]	deplcement[mm]	acceleration [mm/s <sup>2</sup> ]
1000	3.18	840.78
5000	3.58	835.18
10000	3.42	795.53
15000	3.26	782.97
30000	3.14	768.32
25000	3.13	753.46
30000	3.09	749.04
35000	3.07	745.45

AM5= 5000.000 [N.S/M]

raideur K5[N/M]	deplcement[mm]	acceleration [mm/s <sup>2</sup> ]
1000	3.14	839.87
5000	3.68	833.04
10000	3.31	793.68
15000	3.31	783.63
30000	3.11	761.62
25000	3.04	751.77
30000	3.10	749.26
35000	3.02	746.08

### Conclusion

L'influence du siège et du chauffeur sur le véhicule est négligeable, donc l'approximation faite ci-dessus est bonne.

## V ETUDE DU CORPS HUMAIN

### 5-1. MODELE ET CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

Le corps humain est un système continu extrêmement complexe surtout par le fait que :

- assimilé à un système mécanique le corps humain est formé d'éléments linéaires et d'autres non linéaires.
- Les caractéristiques physiques diffèrent d'une personne à une autre.
- La perception des vibrations par l'homme dépend de l'état de santé et psychologique de la personne.
- d'expérience présente un grand danger sur la santé de l'être humain.

Vu la nécessité absolue de connaître les caractéristiques physiques du corps humain, pour pouvoir l'étudier et savoir quelles seraient ses réactions aux excitations du type vibrations et chocs, on est amené parfois même à établir des résultats à partir d'expériences faites sur des animaux.

Aux basses fréquences (1-80 Hz) et aux bas niveaux de vibration, le corps humain est assimilé à un système mécanique linéaire, c'est une hypothèse qui nous simplifiera énormément le problème.

La partie (thorax - abdomen) est l'une des plus importantes du système, ceci est dû à l'effet de résonance dans la bande (3 ÷ 6 Hz).

Une bonne modélisation d'un sujet assis est celle donnée par la figure (a).

Le corps humain est représenté par cinq masses :

- $M_1$  : masse des hanches, les membres inférieurs.
- $M_2$  : masse du système torax - abdomen.
- $M_3$  : masse du torse supérieur.
- $M_4$  : masse des bras et des épaules.
- $M_5$  : masse de la tête.

$C_i$  : rigidités.

$\alpha_i$  : coefficients d'amortissement.

$C_5$  : raideur de la colonne vertébrale.

Le modèle physique est d'autant plus proche de la réalité qu'il est compliqué, mais vu de la non homogénéité du corps humain, sa complexité et le manque d'expériences pouvant nous renseigner sur les valeurs des rigidités  $C_i$ , et les coefficients  $\alpha_i$ . Le modèle (a) a été simplifié en (b).

Il est formé de trois masses.

- $M_2$  - masse des hanches plus jambes.
- $M_3$  - masse du tronc plus les membres supérieurs.
- $M_4$  - masse de la tête.

La Fig. c représente le modèle de l'ensemble : corps humain - siège ce dernier est supposé comme étant une simple masse fixée par un ressort et un amortisseur

- $M_1$  : masse du siège.
- $C_1$  : Raideur du ressort fixant le siège.
- $\alpha_1$  : Coefficient d'amortissement.

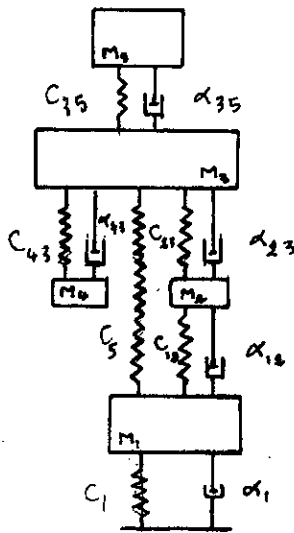


Fig. a

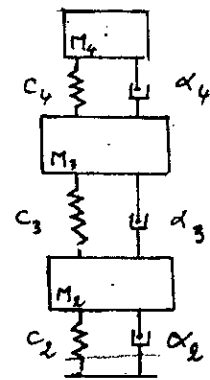


Fig. b

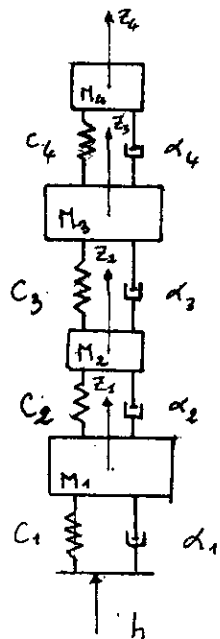


Fig. c

## Valeurs numériques

$$- M_2 = 43 \text{ Kg.}$$

$$- M_3 = 23,5 \text{ Kg.}$$

$$- M_4 = 5,1 \text{ Kg.}$$

$$- K_2 = 47\,000 \text{ [N/m]}$$

$$- K_3 = 97\,000 \text{ [N/m]}$$

$$- K_4 = 199\,000 \text{ [N/m]}$$

$$- \alpha_2 = 12\,300 \text{ [N.s/m]}$$

$$- \alpha_3 = 1000 \text{ [N.s/m]}$$

$$- \alpha_4 = 120 \text{ [N.s/m]}$$



## 5.2 EQUATIONS DIFFERENTIELLES

- Énergie cinétique  $T$  :

$$T = \frac{1}{2} M_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} M_4 \dot{z}_4^2$$

- Énergie Potentielle  $V$  :

$$V = \frac{1}{2} K_1 (z_1 - z_5)^2 + \frac{1}{2} K_2 (z_2 - z_1)^2 + \frac{1}{2} K_3 (z_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2} K_4 (z_4 - z_3)^2$$

- Énergie de dissipation  $D$  :

$$D = \frac{1}{2} \alpha_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_5)^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha_3 (\dot{z}_3 - \dot{z}_2)^2$$

En utilisant les équations de Lagrange du second espèce

pour  $q_i = z_i$  :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \pi}{\partial \dot{q}_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \pi}{\partial \dot{z}_i} = M_i \ddot{z}_i$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{\partial V}{\partial z_i} = K_1 (z_1 - z_5) - K_2 (z_2 - z_1)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{z}_i} = \alpha_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_5) - \alpha_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$$

En sommant les trois quantités nous obtenons après passage aux transformées de Laplace.

$$(M_1 P^2 + (\alpha_1 + \alpha_2) P + K_1 + K_2) \bar{z}_1 + (-\alpha_2 P - K_2) \bar{z}_2 = (\alpha_1 P + K_1) \bar{z}_5$$

Donc :  $a_{11} = M_1 P^2 + (\alpha_1 + \alpha_2) P + K_1 + K_2$

$$a_{12} = -\alpha_2 P - K_2$$

$$a_{13} = 0$$

$$a_{14} = 0$$

$$b_{11} = \alpha_1 P + K_1$$

De la même façon, en dérivant par rapport aux  $q_i$  ( $i = 2, 4$ ) nous trouvons :

$$a_{21} = -\alpha_2 P - K_2$$

$$a_{22} = M_2 P^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) P + K_2 + K_3$$

$$a_{23} = -\alpha_3 P - K_3$$

$$a_{24} = 0$$

$$a_{31} = 0$$

$$a_{32} = -\alpha_3 P - K_3$$

$$a_{33} = M_3 P^2 + (\alpha_3 + \alpha_4) P + (K_3 + K_4)$$

$$a_{34} = -\alpha_4 P - K_4$$

$$a_{41} = 0$$

$$a_{42} = 0$$

$$a_{43} = -\alpha_4 P + K_4$$

$$a_{44} = M_4 P^2 + \alpha_4 P + K_4$$

### 5-3. CALCUL DES DENSITES SPECTRALES ET DES DISPERSIONS

La coordonnée généralisée  $\bar{q}_i$  est donnée par:

$$\bar{q}_i = \bar{H}_i \cdot \bar{h}$$

avec:

$\bar{H}_i$ : La fonction de transfert.

$\bar{h}$ : l'excitation cinématique.

La densité spectrale de puissance de sortie est donnée par:

$$S_{y_i} = |H_i(j\omega)|^2 \cdot S_x$$

où:  $|H_i(j\omega)|^2$ : la fonction de transfert.

$S_x$ : la densité spectrale de puissance d'entrée.

• La dispersion de déplacement:

$$\sigma_{y_i}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_y(\omega) d\omega$$

$$\sigma_{y_i}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega$$

$$\sigma_{y_i} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega} \quad \text{est}$$

appelée dispersion de déplacement.

• La dispersion d'accélération est:

$$\sigma_{\ddot{y}_i} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) \omega^4 d\omega}$$

## VI NORMES ET METHODES D'EVALUATION.

Les véhicules de transport, aéronautiques, terrestres et marins, ainsi que les équipements industriels et agricoles, exposent, l'homme à des vibrations qui peuvent compromettre son confort, sa santé et sa sécurité. Pour cela des normes nationales et internationales ont été établies, donnant ainsi les limites d'exposition. (Fig. 2a)

### 6.1 Caractérisations de l'exposition aux vibrations.

#### a) direction des vibrations :

Les vibrations doivent être mesurées dans les directions définies par les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  du système biodynamique globale de coordonnées.

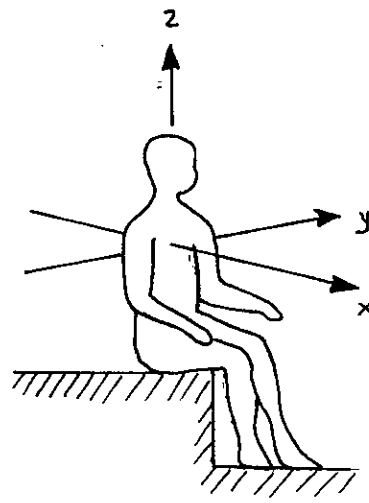
Les différents axes sont définies comme suit

- l'axe  $x$  : Passe par le centre et perpendiculaire au plan du triangle, il est positif vers l'avant.

- l'axe  $y$  : Passe par les 2 épaules iliaques antéro-postérieures, il est dans le plan du triangle et positif vers la gauche.

- l'axe  $z$  : Passe par le centre, est perpendiculaire à l'axe  $y$ , dans le plan du triangle, positif vers le haut.

Le plan du triangle est défini par le plan que forment les deux membres inférieurs.



\* Direction du système de coordonnées pour l'évaluation des vibrations mécaniques appliquées à l'homme.

b) point de transmission des vibrations à l'homme.

c) Intensité et fréquence des vibrations

L'intensité d'une vibration est caractérisée par l'accélération exprimée en  $[m/s^2]$  ou parfois en nombre de  $g$ . La racine carrée de la moyenne des carrés des valeurs de l'accélération est appelée, accélération efficace dont l'effet sur le corps humain est fonction de la fréquence.

5.2 Evaluation du spectre de fréquence.

5.2.1 - Evaluation de fréquence discrète :

Dans le cas simple c'est à dire lorsque la vibration se produit à 1 seule fréquence, on calcule l'accélération équivalente qu'on compare directement aux limites données sur la figure (2a)

Si la vibration se produit simultanément à plus d'une fréquence discrète, comprises dans la gamme de fréquences ( $1 \text{ Hz} - 80 \text{ Hz}$ ), on évaluera séparément l'accélération de chaque composante de fréquence selon la limite appropriée à cette fréquence.

### 5.2.2. Vibrations aléatoires.

\* Vibration aléatoires en bande étroite (bande de tiers d'octave).

La valeur efficace de l'accélération à l'intérieur de la bande doit être évaluée selon la limite appropriée à la fréquence centrale de cette bande.

\* Vibrations aléatoires en bande large

Même une fois que les dispersions d'accélération sont connues, la comparaison de ces valeurs aux limites et l'utilisation des normes ISO et NF restent un problème. C'est le cas pour nous, où la vibration est aléatoire en bande large ( $1 \text{ Hz} - 80 \text{ Hz}$ ), alors que les limites données par ISO sont spécifiées en fréquence de vibration, niveau d'accélération, temps d'exposition et direction des vibrations.

Dans notre cas, la direction ne cause aucun problème, on suppose que la vibration est uniaxiale, on étudiera le cas où le véhicule roule sur une route rectiligne à vitesse constante, donc l'intensité reste en fonction de la fréquence et du temps d'exposition

Pour cela nous exposons quelques méthodes d'évaluation

a) Analyse par bande étroite (filtrage).

Cette méthode recommandée par I.S.O, suppose, qu'en matière de tolérance humaine, il n'y a pas d'interaction significative entre les effets des vibrations à différentes fréquences. Donc la valeur la valeur efficace de l'accélération dans chacune des bandes considérées doit être évaluée séparément selon la limite appropriée à la fréquence médiane de cette bande. Le signal doit être filtré par un filtre électrique ou par un filtre numérique, selon que l'étude est expérimentale ou théorique.

Le filtre est caractérisé par sa fonction de transfert c'est à dire par sa réponse à l'impulsion  $\delta(t)$  (fonction de Dirac)

$$\bar{H} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

$$x = \delta(t) \Rightarrow \bar{x} = \alpha(x) = 1$$

$$\Rightarrow \bar{H} = \bar{y} \quad (\text{pour } x = \delta(t))$$

H : fonction de transfert du filtre

y : Réponse ou sortie.

x : excitation ou entrée.

Le filtre qu'on doit utiliser pour l'analyse par bande étroite est un filtre passe-bande qui permet d'atténuer le signal en dehors de la bande considérée.

Une bande d'1 octave est une bande de largeur  $(f_1, 2f_1)$ .  
 la fréquence médiane est la racine carrée du produit des  
 deux limites de la bande  $f_1, f_2$ .

$$f_2 = 2f_1 \quad \text{et} \quad f_m = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$$

Pour une bande de tiers d'octaves :

$$f_2 = f_1 \sqrt[3]{2}$$

$$f_m = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$$

- Calcul de l'accélération efficace dans chaque bande de  
 fréquence (bande de tiers d'octave)

$$\sigma_{y_x} = a_{\text{eff}} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} |H_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) \omega^4 d\omega}$$

$$a_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) \omega^4 d\omega}$$



caract du siegeK=	5000A1=	4000.000
BANDE DE FREQUENCE	1.00	1.26
10.00000		
DEPLACEMENT	0.155[mm]ACCELERATION	0.002[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	1.26	1.59
10.00000		
DEPLACEMENT	0.233[mm]ACCELERATION	0.021[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	1.59	2.00
10.00000		
DEPLACEMENT	0.270[mm]ACCELERATION	0.053[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	2.00	2.52
10.00000		
DEPLACEMENT	0.290[mm]ACCELERATION	0.094[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	2.52	3.17
10.00000		
DEPLACEMENT	0.297[mm]ACCELERATION	0.189[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	3.17	3.99
10.00000		
DEPLACEMENT	0.302[mm]ACCELERATION	0.308[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	3.99	5.03
10.00000		
DEPLACEMENT	0.350[mm]ACCELERATION	1.473[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	5.03	6.34
10.00000		
DEPLACEMENT	0.363[mm]ACCELERATION	1.784[mm/s**2]
caract du siegeK=	5000A1=	4000.000
BANDE DE FREQUENCE	6.34	7.98
10.00000		
DEPLACEMENT	0.365[mm]ACCELERATION	2.426[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	7.98	10.06
10.00000		
DEPLACEMENT	0.365[mm]ACCELERATION	2.484[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	10.06	12.67
10.00000		
DEPLACEMENT	0.365[mm]ACCELERATION	2.677[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	12.67	15.96
10.00000		
DEPLACEMENT	0.366[mm]ACCELERATION	4.010[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	15.96	20.10
10.00000		
DEPLACEMENT	0.366[mm]ACCELERATION	4.197[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	20.10	25.32
10.00000		
DEPLACEMENT	0.366[mm]ACCELERATION	4.227[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	25.32	31.89
10.00000		
DEPLACEMENT	0.369[mm]ACCELERATION	27.926[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	31.89	40.17
10.00000		
DEPLACEMENT	0.373[mm]ACCELERATION	60.068[mm/s**2]
BANDE DE FREQUENCE	40.17	51.28
10.00000		
DEPLACEMENT	0.373[mm]ACCELERATION	60.139[mm/s**2]

## b) Pondération :

La Pondération utilisée par NF et recommandée par I.S.O, est l'une des méthodes nous permettant de quantifier les effets des vibrations de ce type selon un seul axe par un seul chiffre. Des recherches récentes ont montré que cette méthode donne souvent une bonne approximation des effets du mouvement. Néanmoins, cette méthode peut entraîner un dépassement des valeurs fixées.

L'accélération pondérée efficace sera déterminée numériquement par intégration entre 1 Hz et 80 Hz de la densité spectrale de puissance d'accélération Pondérée (D.S.P.A Pondérée).

$$a = \sqrt{\int_1^{80} w_f(\omega) S h_{j_5}^2 d\omega}$$

$$a = \sqrt{\int_1^{80} S_w(\omega) d\omega}$$

$a$  : accélération efficace

$w_f$  : facteur de Pondération ou (weighting function).

$S_w(\omega)$  : D.S.P.A Pondérée.

$S h_{j_5}^2$  : D.S.P.A

- Coefficients de Pondération :

- N.F donne les coefficient de Pondération par les formules suivantes :

$$w_f(\omega) = f/4 \quad \text{si } f < 4$$

$$w_f(\omega) = 1 \quad \text{si } 4 \leq f \leq 8$$

$$w_f(\omega) = 8/f \quad \text{si } f > 8$$

- I.S.O Donne .

Facteurs de pondération:

Fréquence (fréquence médiane d'une bande de tiers d'octave) Hz	Facteur de pondération pour les	
	vibrations longitudinales (figure 2a)	vibrations transversales (figure 3a)
1,0	0,50 = - 6 dB	1,00 = 0 dB
1,25	0,56 = - 5 dB	1,00 = 0 dB
1,6	0,63 = - 4 dB	1,00 = 0 dB
2,0	0,71 = - 3 dB	1,00 = 0 dB
2,5	0,80 = - 2 dB	0,80 = - 2 dB
3,15	0,90 = - 1 dB	0,63 = - 4 dB
4,0	1,00 = 0 dB	0,5 = - 6 dB
5,0	1,00 = 0 dB	0,4 = - 8 dB
6,3	1,00 = 0 dB	0,315 = - 10 dB
8,0	1,00 = 0 dB	0,25 = - 12 dB
10,0	0,80 = - 2 dB	0,2 = - 14 dB
12,5	0,63 = - 4 dB	0,16 = - 16 dB
16,0	0,50 = - 6 dB	0,125 = - 18 dB
20,0	0,40 = - 8 dB	0,1 = - 20 dB
25,0	0,315 = - 10 dB	0,08 = - 22 dB
31,5	0,25 = - 12 dB	0,063 = - 24 dB
40,0	0,20 = - 14 dB	0,05 = - 26 dB
50,0	0,16 = - 16 dB	0,04 = - 28 dB
63,0	0,125 = - 18 dB	0,0315 = - 30 dB
80,0	0,10 = - 20 dB	0,025 = - 32 dB

- La publication Ref. (10) donne .

$$W_f(\omega) = \left| \frac{f}{f_k}(\omega) \right|^2$$

$$\text{avec } \frac{f}{f_k}(\omega) = \frac{[\bar{b}_0 + \bar{b}_1(i\omega)]}{[\bar{a}_0 + \bar{a}_1(i\omega) + (i\omega)^2]}$$

$\frac{f}{f_k}(\omega)$  est appelée - weighting function -

Pour une accélération verticale on donne :

$$\bar{b}_0 = 500 \cdot s^{-2}$$

$$\bar{a}_0 = 1200 \cdot s^{-2}$$

$$\bar{b}_1 = 50 \cdot s^{-1}$$

$$\bar{a}_1 = 50 \cdot s^{-1}$$

En utilisant les valeurs des coefficients de pondération donnés par N.F on trouve les résultats suivants.

### RESULTATS

#### COEFFICIENTS DE PONDERATIONS EN FONCTION DES FREQUENCES MEDIANES

FM=	1.122 Hz	WFO.2806
FM=	1.414 Hz	WFO.3536
FM=	1.782 Hz	WFO.4454
FM=	2.245 Hz	WFO.5612
FM=	2.828 Hz	WFO.7071
FM=	3.564 Hz	WFO.8909
FM=	4.490 Hz	WF1.0000
FM=	5.657 Hz	WF1.0000
FM=	7.127 Hz	WF1.0000
FM=	8.980 Hz	WFO.8909
FM=	11.314 Hz	WFO.7071
FM=	14.254 Hz	WFO.5612
FM=	17.959 Hz	WFO.4454
FM=	22.627 Hz	WFO.3536
FM=	28.509 Hz	WFO.2806
FM=	35.919 Hz	WFO.2227
FM=	45.255 Hz	WFO.1768
FM=	57.017 Hz	WFO.1403
FM=	71.837 Hz	WFO.1114

L'accélération efficace  
ACEQT= 229.711 [mm/s<sup>2</sup>]

La valeur de l'accélération efficace pondérée doit être comparée aux valeurs données par la norme I.S.O dans la gamme des fréquences de plus grande sensibilité du corps humain. La limite à l'exposition qui est 2 fois plus grande que la limite réduite par fatigue, est assurée pour  $t > 24$  heures. La limite où la fatigue est assurée pour  $8 \text{ heures} < t < 16$  heures, alors que le confort réduit, qui est de 10 db de moins que la limite réduite par fatigue soit 3,15 fois moins est assuré pour  $2,5 \text{ heures} < t < 3$  heures.

c) Méthode proposée :

cette méthode consiste à prendre en considération la densité spectrale qui est une caractéristique de la répartition fréquentielle de l'énergie vibratoire, pour tirer à partir de la norme I.S.O une courbe donnant les limites d'exposition en fonction uniquement du temps d'exposition, qui ne sera valable bien sûr que pour la D.S.P et la vitesse choisies.

$$L(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^n l(\omega_i, t_j) S(\omega_i)}{\sum_{i=1}^n S(\omega_i)} \quad (1)$$

avec :

$L(t_j)$  : la limite d'exposition pour  $t = t_j$  pour une vibration en bande large correspondant à la D.S.P choisie.

$l(\omega_i, t_j)$  : limite d'exposition pour  $t = t_j$  et  $\omega_i$

$S(\omega_i)$  : Densité spectrale de puissance.

cette méthode peut aussi être appliquée dans le cas où toute l'énergie vibratoire est concentrée sur une seule fréquence. En appliquant la formule (1) on calcule  $L(t)$

$$L(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^n l(\omega_i, t_j) \cdot S(\omega_i)}{\sum_{i=1}^n S(\omega_i)}$$

$$\sum_{i=1}^n S(\omega_i) = S(\omega_j) = S$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (l \omega_i, t_j) &= l(\omega_1, t_j) \cancel{S(\omega_1)} + l(\omega_2, t_j) \cancel{S(\omega_2)} + \dots + l(\omega_j, t_j) S(\omega_j) + \dots \\ &= l(\omega_j, t_j) \cdot S(\omega_j) \end{aligned}$$

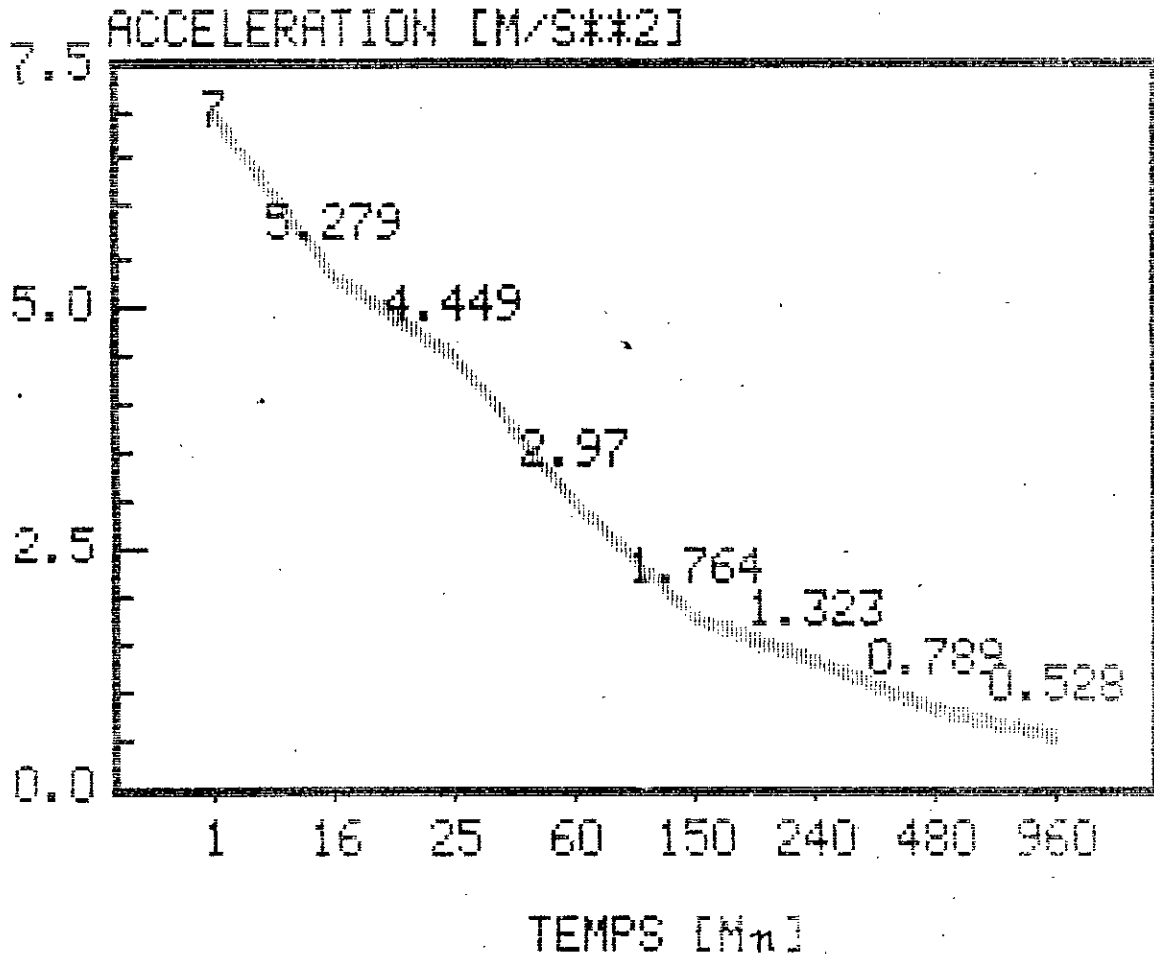
$S(\omega_i) = 0$  pour  $i \neq j$   
 $S(\omega_j) = S$  pour  $i = j$

d'où  $L(t_j) = \frac{l(\omega_j, t_j) \cdot S}{S} = l(\omega_j, t_j)$

on tombe exactement sur les limites données par ISO.

En appliquant la formule (1) et avec les valeurs données par ISO on trace la courbe ci-dessous.

LIMITE A LA CAPACITE REDUITE PAR FATIGUE  
 POUR UNE ROUTE GOUDRONNEE



— Graf

la valeur de l'accélération efficace sera calculée en intégrant directement la densité spectrale d'accélération de  $f_1 = 1 \text{ Hz}$  à  $f_2 = 80 \text{ Hz}$ , qu'on comparera directement à la limite trouvée ci-dessus.

### RESULTATS:

Pour une valeur de la rigidité du ressort fixant le siège  $K_1 = 20000 \text{ [N/M]}$  on calcul les différentes valeurs de l'accélération efficace.

### RESULTATS

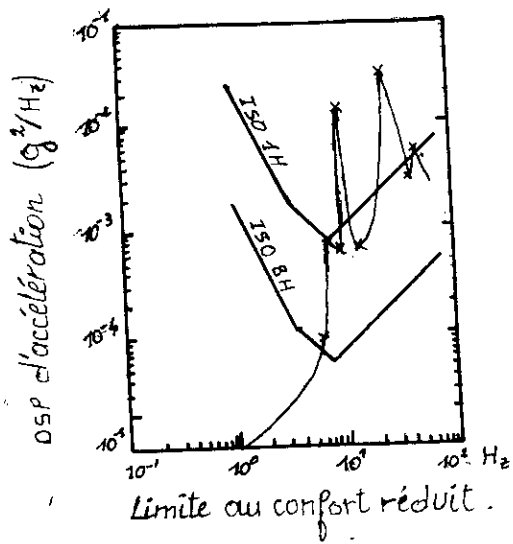
$K_1 = 20000 \text{ [N/M]}$

=10000 [N.S/M]	SIG A=474.66 [mm/s**2]
=11000 [N.S/M]	SIG A=464.81 [mm/s**2]
=12000 [N.S/M]	SIG A=458.28 [mm/s**2]
=13000 [N.S/M]	SIG A=454.69 [mm/s**2]
=14000 [N.S/M]	SIG A=452.00 [mm/s**2]

en comparant les valeurs des accélérations trouvées, on remarque que la limite à l'exposition est assurée pour 24 heures mais, le confort réduit n'est assuré que pour  $T = 3$  heures. La limite au confort réduit est de 10 dB de moins soit 3,15 fois moins.

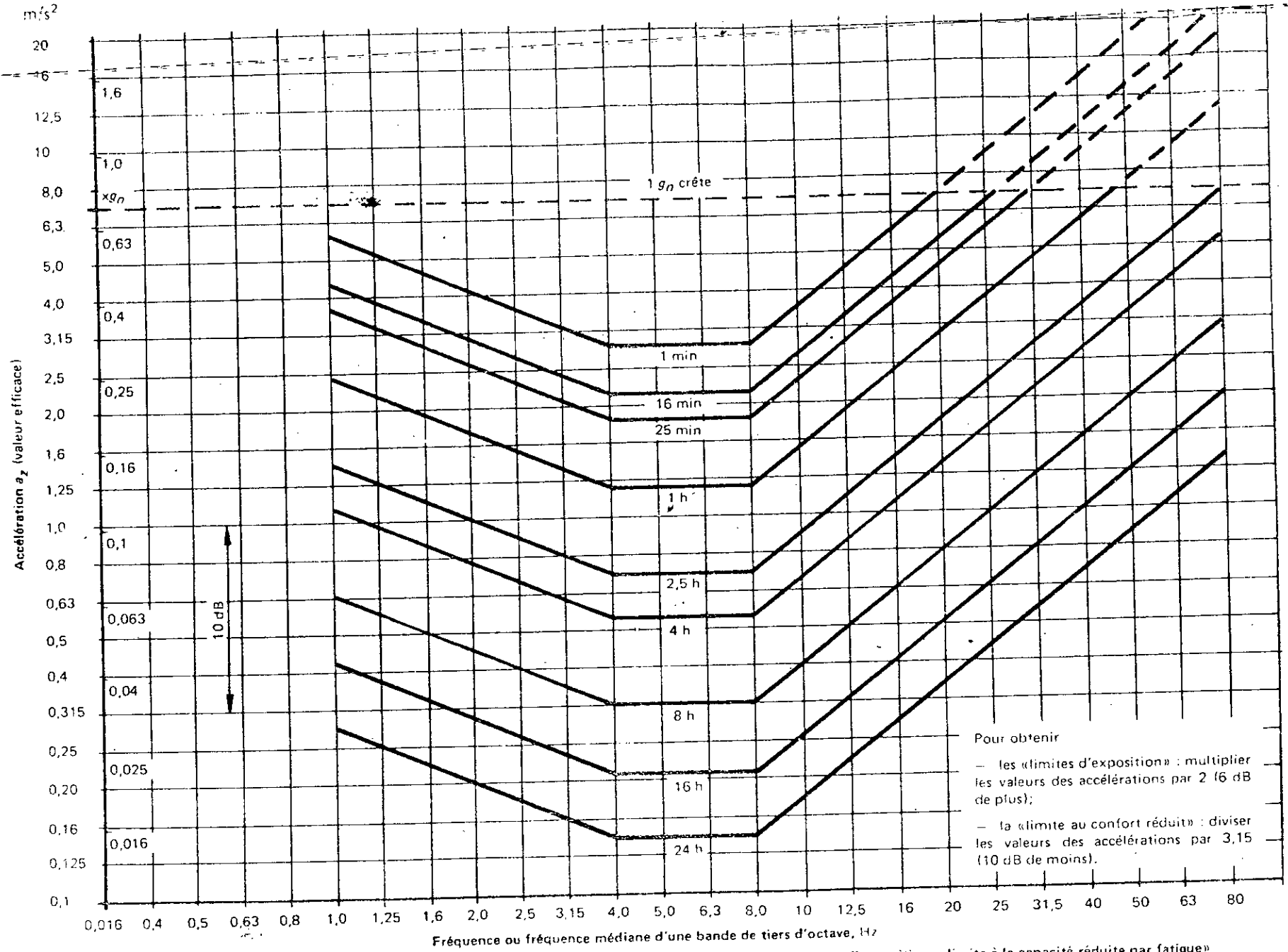
d) méthode d'évaluation par analyse directe de la densité spectrale de Puissance.

Le guide I.S.O a été converti en valeurs de densités spectrales équivalentes; la figure ci après nous donne les lignes d'égale confort pour des temps égaux à 1 heures et 8 heures. A ces courbes nous comparons directement les valeurs de la densité spectrale de puissance d'accélération.



D.S.P.A . sur une route Pavée





*Handwritten notes:*  
 voir les  
 notes de  
 l'annexe  
 pour les  
 temps  
 d'exposition

FIGURE 2a - Limites d'exposition à une accélération longitudinale ( $a_z$ ) en fonction de la fréquence et du temps d'exposition; « limites à la capacité réduite par fatigue »

TABLEAU 1 - Valeurs numériques de la « limite à la capacité réduite par fatigue »  
pour des accélérations de vibrations longitudinales suivant l'axe  $ax_z$   
(direction des pieds (ou du bassin) vers la tête) (voir figure 2a)

Les valeurs définissent la limite en valeur efficace de pures vibrations à fréquence simple (sinusoïdales) ou en valeur efficace sur une bande de tiers d'octave pour les vibrations aléatoires.

Fréquence (fréquence médiane d'une bande de tiers d'octave)	Accélération, $m/s^2$								
	Temps d'exposition								
	24 h	16 h	8 h	4 h	2,5 h	1 h	25 min	16 min	1 min
Hz									
1,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
1,25	0,250	0,375	0,56	0,95	1,26	2,12	3,15	3,75	5,00
1,6	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
2,0	0,200	0,300	0,45	0,75	1,00	1,70	2,50	3,00	4,00
2,5	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
3,15	0,160	0,235	0,355	0,60	0,80	1,32	2,00	2,35	3,15
4,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
5,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
6,3	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
8,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
10,0	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
12,5	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
16,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
20,0	0,355	0,530	0,80	1,32	1,80	3,00	4,50	5,30	7,10
25,0	0,450	0,670	1,0	1,70	2,24	3,75	5,60	6,70	9,00
31,5	0,560	0,850	1,25	2,12	2,80	4,75	7,10	8,50	11,2
40,0	0,710	1,060	1,60	2,65	3,55	6,00	9,00	10,6	14,0
50,0	0,900	1,320	2,0	3,35	4,50	7,50	11,2	13,2	18,0
63,0	1,120	1,700	2,5	4,25	5,60	9,50	14,0	17,0	22,4
80,0	1,400	2,120	3,15	5,30	7,10	11,8	18,0	21,2	28,0

## VII OPTIMISATION .

Pour avoir un bon confort il faut diminuer au maximum l'intensité des vibrations donc les accélérations, ce qui nécessite une liaison très molle, mais dans ce cas les déplacements deviennent très importants.

au contraire lorsque la liaison est très rigides, celle-ci réduit certes les déplacements mais les accélérations augmentent.

Pour cela nous serons obligé d'opter pour une solution qui serait un compromis entre les deux exigences contradictoires ci-dessus.

### 7-1. CRITERE.

Toute optimisation est faite suivant un critère, qu'on définit par une fonctionnelle  $C$  ou la fonction coût qui doit être minimisée. La fonctionnelle  $C$  est une fonction, (somme) de tous les paramètres dont on veut tenir compte, pris avec des coefficients  $\lambda_i$  appelés coefficients de l'importance relative.

a) critère du déplacement relatif.

$$C = \sigma_{x-x_0}^2 + \lambda_1 \sigma_{\ddot{x}}^2$$

b) critère de l'accélération minimale.

$$C = \sigma_{\ddot{x}}^2 + \lambda_2 \sigma_{x-x_0}^2$$

$C$ : est appelée fonctionnelle.

$\lambda_1, \lambda_2$ : les multiplicateurs de Lagrange de cas optimal correspond à une fonctionnelle minimale. Les multiplicateurs de Lagrange sont des coefficients compris entre zéro et l'infini. Pour éviter de travailler avec des valeurs très grandes, on a fait un changement de variable.

On pose:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \rho = 1$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \rho = 0$$

Donc pour  $\lambda \in [0, \infty[$ ,  $\rho \in [0, 1[$

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont choisis de telle sorte que  $\sigma_{x-x_0}^2$  et  $\lambda_1 \sigma_{\ddot{x}}^2$  soient de même unité et de même ordre de grandeur

$\lambda_1$  est exprimé en  $[s^4]$  il est de l'ordre de  $\sigma_{x-x_0}^2 / \sigma_{\ddot{x}}^2$ .

De même pour  $\lambda_2$ .  $\sigma_{\ddot{x}}^2$  et  $\lambda_2 \sigma_{x-x_0}^2$ .

$\lambda_2$  est exprimé en  $[1/s^4]$  il est de l'ordre de

$$\sigma_{\ddot{x}}^2 / \sigma_{x-x_0}^2$$

En utilisant le programme de calcul DISP5 Pour

différentes valeurs de la raideur  $k$  et de l'amortissement  $\alpha$ , on obtient les valeurs  $c$  après.  
le critère choisi est celui de l'accélération minimale qui est généralement utilisé pour le confort.

les valeurs de  $p$  seront choisies entre 0 et 1 selon l'importance relative: accélération, déplacement relatif.

les cas limites sont:

\*  $p = 1$  où seul le déplacement relatif est considéré

\*  $p \rightarrow 0 \Rightarrow \lambda \rightarrow 0$ ; dans ce cas là on ne s'intéresse qu'à l'accélération

## 7.2 Résultats:

les valeurs de  $f_i$  ( $\lambda_i$ ) ne sont pas choisies aléatoirement ou bien n'importe comment, mais elles se déterminent soit expérimentalement, soit analytiquement, en considérant par exemple, l'effet du déplacement sur le claquage de la suspension du véhicule et l'effet de l'accélération sur le confort du chauffeur ou sur la structure du véhicule.

\* pour  $f_1 = 0,9960$  et  $f_2 = 0,9957$

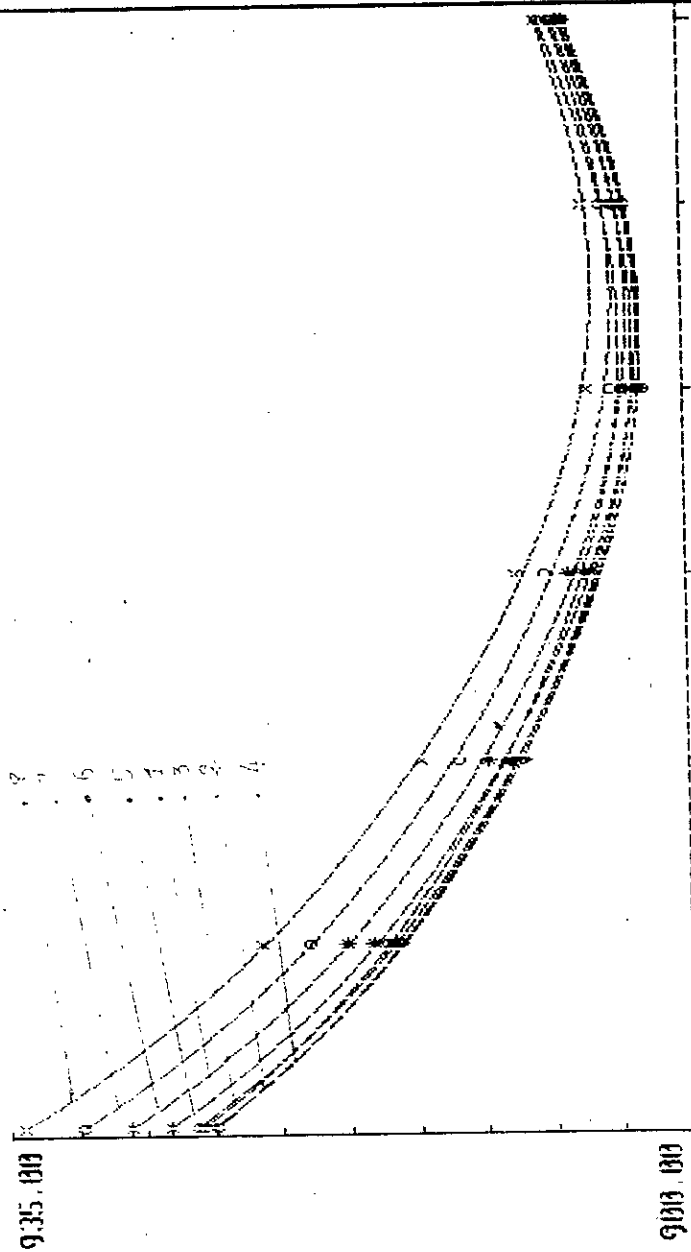
on calcule la valeur de la fonctionnelle et on trace les graphes  $c = f(k, \alpha)$ .

RO=.9960

K1=	10000	A1=	10000.00	C=	951.0976262637419
K1=	10000	A1=	11000.00	C=	942.1328959423439
K1=	10000	A1=	12000.00	C=	936.4178367381951
K1=	10000	A1=	13000.00	C=	933.7100429310483
K1=	10000	A1=	14000.00	C=	932.0819459138895
K1=	10000	A1=	15000.00	C=	934.1630558776089
K1=	10000	A1=	16000.00	C=	938.2311858080944
K1=	15000	A1=	10000.00	C=	947.6308145932173
K1=	15000	A1=	11000.00	C=	938.8767094117992
K1=	15000	A1=	12000.00	C=	933.4249516428975
K1=	15000	A1=	13000.00	C=	930.9708763437024
K1=	15000	A1=	14000.00	C=	929.5373711946426
K1=	15000	A1=	15000.00	C=	931.8114899425633
K1=	15000	A1=	16000.00	C=	936.0521525282377
K1=	20000	A1=	10000.00	C=	945.8138973237830
K1=	20000	A1=	11000.00	C=	936.9528417964893
K1=	20000	A1=	12000.00	C=	931.5228338023619
K1=	20000	A1=	13000.00	C=	929.1415887142779
K1=	20000	A1=	14000.00	C=	927.7743545427606
K1=	20000	A1=	15000.00	C=	930.1328151118268
K1=	20000	A1=	16000.00	C=	934.4634998418982
K1=	25000	A1=	10000.00	C=	945.5585875165239
K1=	25000	A1=	11000.00	C=	936.2826769424490
K1=	25000	A1=	12000.00	C=	930.6431859534734
K1=	25000	A1=	13000.00	C=	928.1607411749524
K1=	25000	A1=	14000.00	C=	926.7222093361267
K1=	25000	A1=	15000.00	C=	929.0573922134634
K1=	25000	A1=	16000.00	C=	933.3927859708853
K1=	30000	A1=	10000.00	C=	946.7946798956825
K1=	30000	A1=	11000.00	C=	936.8215414013807
K1=	30000	A1=	12000.00	C=	930.7523697414556
K1=	30000	A1=	13000.00	C=	927.9945546729819
K1=	30000	A1=	14000.00	C=	926.3568929877690
K1=	30000	A1=	15000.00	C=	928.5617706803559
K1=	30000	A1=	16000.00	C=	932.8132791058816
K1=	35000	A1=	10000.00	C=	949.4287620688732
K1=	35000	A1=	11000.00	C=	938.5108939755086
K1=	35000	A1=	12000.00	C=	931.8169816428939
K1=	35000	A1=	13000.00	C=	928.6263877147513
K1=	35000	A1=	14000.00	C=	926.6596812768803
K1=	35000	A1=	15000.00	C=	928.6316310148362
K1=	35000	A1=	16000.00	C=	932.7170680317100

K1=	40000	A1=	10000.00	C=	953.3548596636471
K1=	40000	A1=	11000.00	C=	941.2871995479199
K1=	40000	A1=	12000.00	C=	933.7926697076866
K1=	40000	A1=	13000.00	C=	930.0223125066801
K1=	40000	A1=	14000.00	C=	927.6122996092323
K1=	40000	A1=	15000.00	C=	929.2539226392804
K1=	40000	A1=	16000.00	C=	933.0944643185489
K1=	45000	A1=	10000.00	C=	958.4458687781891
K1=	45000	A1=	11000.00	C=	945.0685065593500
K1=	45000	A1=	12000.00	C=	936.6217086042850
K1=	45000	A1=	13000.00	C=	932.1478877536030
K1=	45000	A1=	14000.00	C=	929.1933638130223
K1=	45000	A1=	15000.00	C=	930.4166572097090
K1=	45000	A1=	16000.00	C=	933.9345509254492

fonctionnelle c [mm/sec<sup>2</sup>] vs alpha [n.s/ml]



critere c pour  $f = .9957$



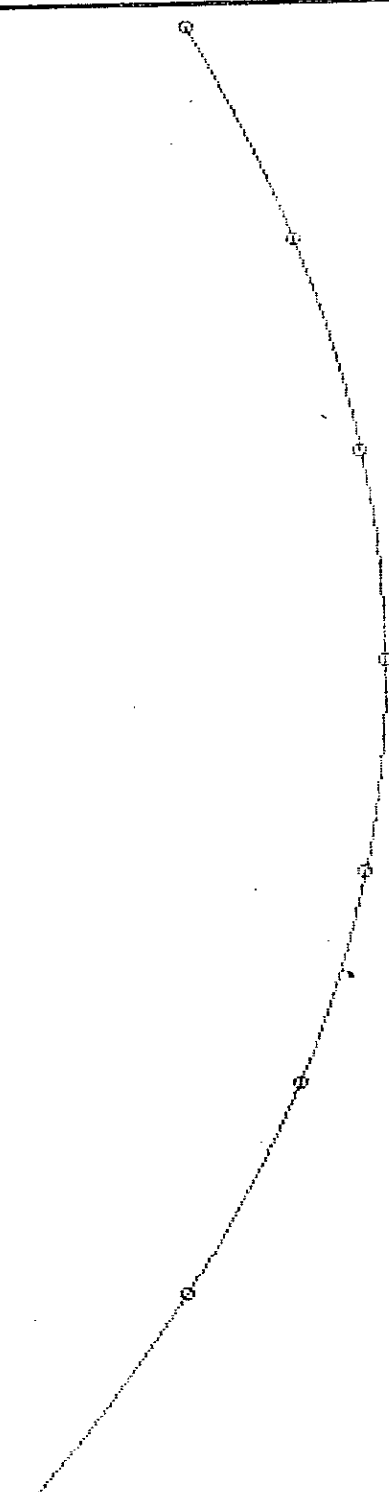
FONCTIONNELLE C [mm/s] VS RIGIDITE K [N/m]

934.00

922.00

710000.00

745000.00



CRITERE C Powr  $\beta = 0.9960$  et  $\alpha = 14000$  [N.s/m]

des valeurs optimales trouvées sont :

\* Pour  $\rho_1 = 0,9960$

$$(K_1, \alpha_1)_{\text{optimum}} = (30.000, 14000)$$

\* Pour  $\rho_1 = 0,9957$

$$(K_1, \alpha_1)_{\text{optimum}} = (25000, 14000)$$

Intéprétation des graphes.

sur les deux premiers graphes on a tracé  $C = f(\alpha)$  pour différentes valeurs de  $K$ , qu'on a numéroté par.

.1 Pour  $K = 10000$  [N/m]

.2 "  $K = 15000$  [N/m]

.3 "  $K = 20.000$  [N/m]

.4 "  $K = 25000$  [N/m]

.5 "  $K = 30.000$  [N/m]

.6 "  $K = 35000$  [N/m]

.7 "  $K = 40.000$  [N/m]

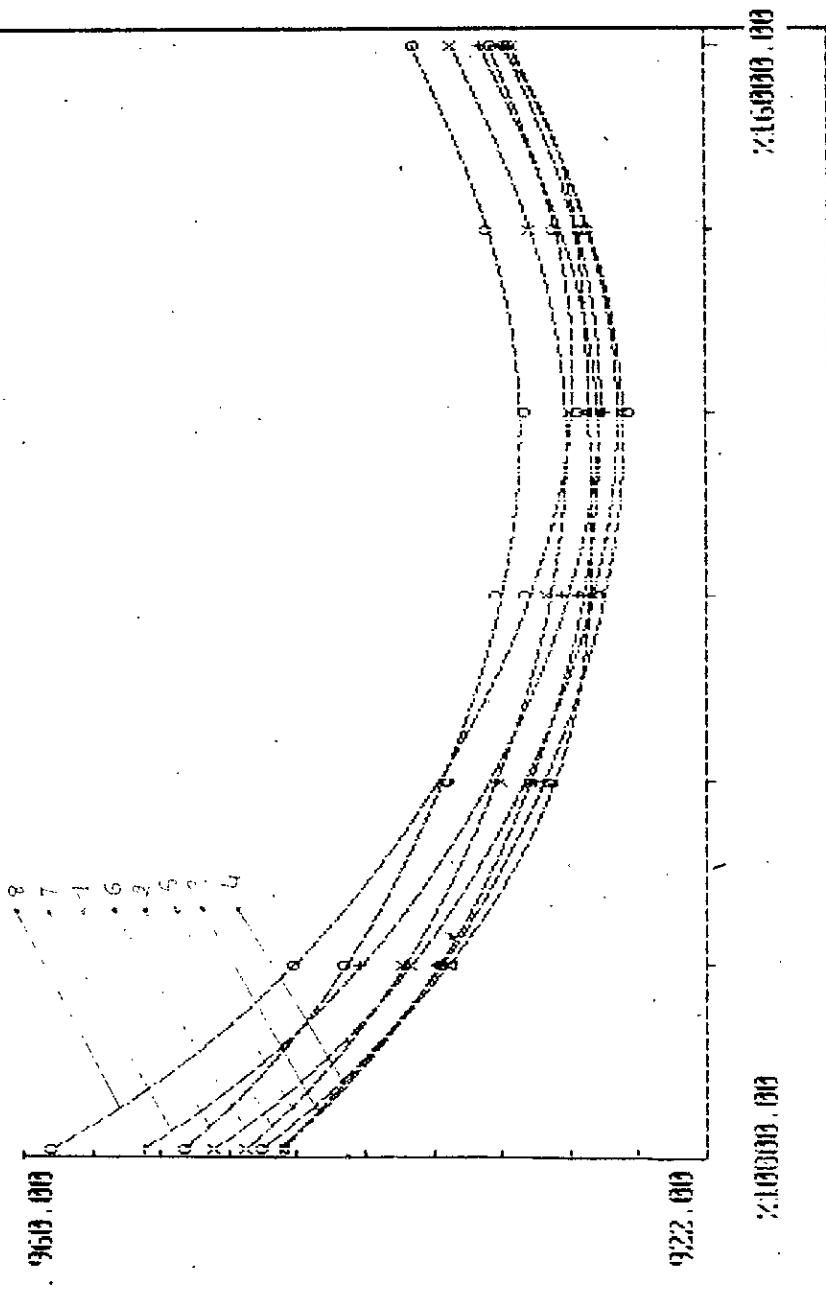
.8 "  $K = 45000$  [N/m]

Pour chaque courbe le critère diminue pour atteindre son minimum  $C_{\min}$  puis augmente.

\* si la raideur  $K$  est donnée, l'optimum sera cherché sur la courbe correspondant à cette raideur  $K$  le minimum de cette courbe serait l'optimum.

par exemple :

fonctionnelle  $c$  [mm/sec<sup>2</sup>] vs  $\alpha$  [n.s/m]



critère  $c$  Pour  $f = .9960$

Pour  $K = 25\ 000$  [N/m]

$\alpha_{op} = 14\ 000$  [N.s/m]

\* si maintenant c'est l'amortissement qui est donné  $\alpha = \alpha_0 = \text{constante}$ , alors la valeur optimale sera le 1<sup>er</sup> point d'intersection de la verticale passant par  $\alpha_0$  et la 1<sup>ère</sup> courbe du graphe :

Pour exemple nous prenons le graphe (1). Pour  $\beta = 0,9960$  et soit  $\alpha_0 = 12\ 000$  [N.s/m] donné; le minimum correspond à  $K = 25\ 000$  [N.s/m]

\* si aucun des deux paramètres n'est connu, l'optimum serait le minimum des minimums.

Pour voir l'influence de la rigidité  $K$  seule sur le critère on a tracé le graphe (3)  $C = f(K)$  Pour  $\beta = 0,9960$  et  $\alpha = 14\ 000$  [N.s/m]

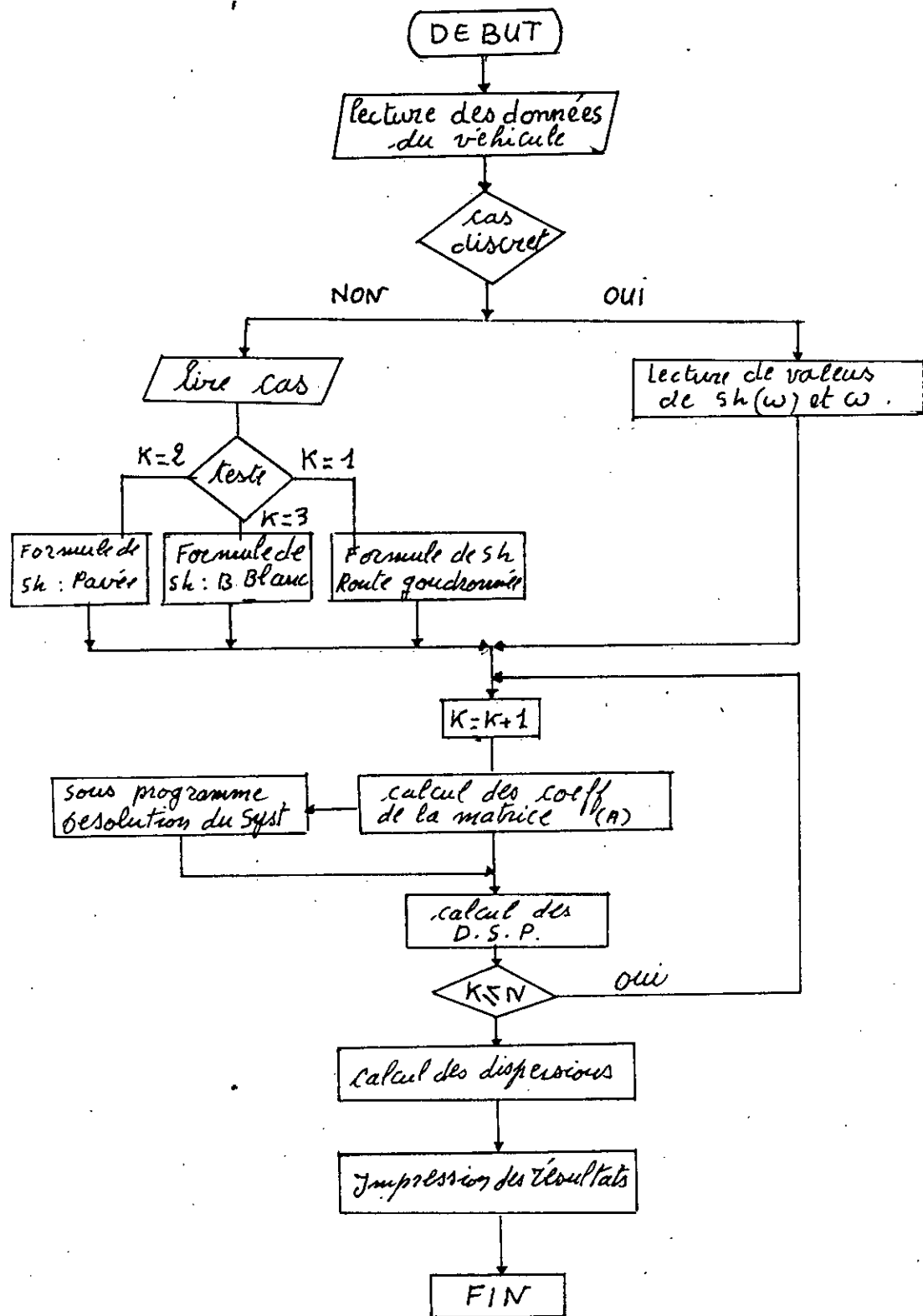
Remarque:

la formule donnée en (6.2.2), méthode d'évaluation (c) peut être utilisée comme critère d'optimisation avec  $C = 1/L(t_j)$  où  $C$  est la fonctionnelle; l'optimum correspondrait à un  $C$  minimum c'est à dire à une limite maximale ce ci s'explique par l'atténuation de la d.s.P dans la bande de plus grande sensibilité (ou zone de résonance)

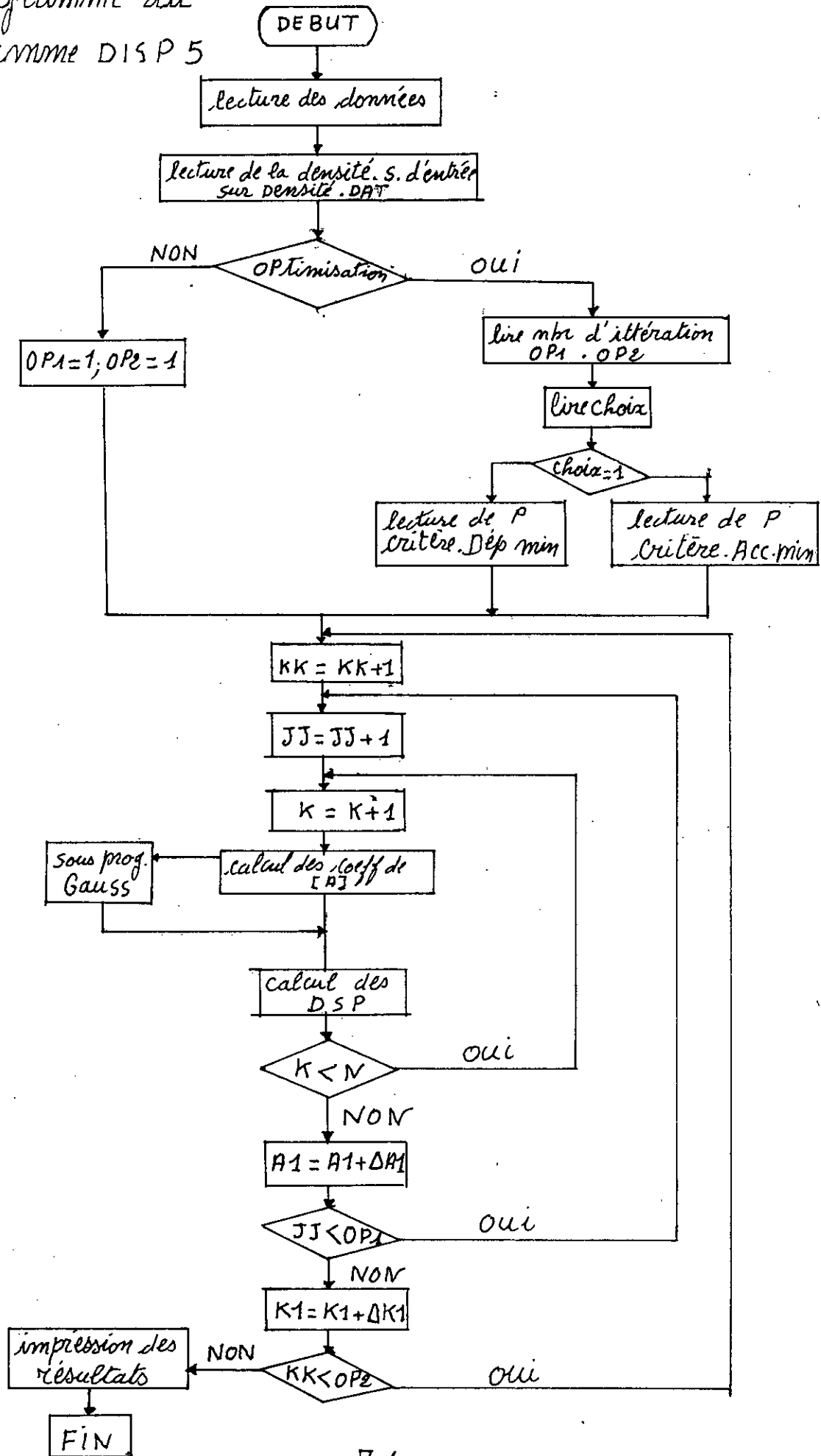
## PROGRAMMES DE CALCUL

Le langage utilisé pour l'élaboration des programmes de calcul est le FORTRAN 77. Le Basic, n'est utilisé que pour le traçage des graphes  
ici on ne présente que deux programmes : DISP11 et DISP5, ainsi que leurs organigrammes. Pour le reste des programmes se référer à la disquette.

# Organigramme du Programme DISP II



# Organigramme du Programme DISP 5



## Conclusion :

vu la complexité du corps humain, l'évaluation du confort reste un problème d'ordre actuel. Pour cela on essayé en s'aidant des recherches faites et des publications récentes, d'exposer le maximum de méthodes servant à évaluer le confort.

En se basant sur quelques hypothèses données par les normes I.S.O et N.F. à savoir : la différence de sensibilité du corps humain au vibrations transmises à différentes fréquences et l'interactions entre leurs effets, on a proposé une méthode qui a donné des résultats proches de ceux trouvés par la considération.

A l'aide du Programme de calcul établi, on peut étudier le confort du chauffeur de n'importe quel véhicule à deux essieux. Pour cela il suffit de changer les caractéristiques du véhicule (Tableau page. 17) et à l'aide du calcul d'optimisation on peut arriver à choisir les caractéristiques optimales du siège.



## BIBLIOGRAPHIE

- 1 V.A SVETLICKIJ      *Vibration aléatoires des Systèmes mécaniques, Technique et documentation Paris 1980.*
- 2 R.W ROTENBERG      *Podvieska automobila 1zd.*
- 3 HARRIS . CREDE      *Shock and vibration Handbook*
- 4 M. KSIAZEK .      *Introduction aux vibrations aléatoires des systèmes mécaniques. cours de Post-graduate ENP 1984.*
5. A TAHI      *Dispersion de déplacement et d'accélération des Points de fixation du moteur. Projet de Fin d'étude. 1987. Dirigé Par M. KSIAZEK.*
6. M. KSIAZEK . A. TAHI  
R. BOULAHIA      *Dispersion des déplacements, des vitesses et d'accélération des Points de fixation du moteur. Journal of technologie ENP*
- 7 I.S.O 2631      *guide Pour l'estimation de l'exposition des individus à des vibrations globales du Corps. Jan. 78.*
- 8 NF.E 90.401.      *guide Pour l'évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du Corps.*
- 9 M.A. DOKAINISH and  
M.M EL MADANY      *Random réponse of tractor-sémitrailer System Dec. 78*

10. M.M EL MADANY  
Z. S. RAZAZ  
Performance of actively Suspended cabs  
in Highway Trucks - Evaluation and  
Optimisation - (April 1988  
King Saoud university)
11. L. F STIKELEATHER.  
Society of automotive engineers  
Transaction 85 1460 - 1466.  
Review of ride vibration standards  
and Tolerance criteria.
12. VAN DEUSEN  
Analytical technique for designing  
riding quality in automotive vehicles  
SAE TRANSACTION Volume 76 N° 670021
13. J  
Journal of vibration, acoustics, stress,  
and reliability in design New York  
1986 - 1987 - 1988.

