

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

21/88

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المركز الوطني للتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

AMÉLIORATION DE CALCUL
DES VOLANTS D'INERTIE

Proposé par :

Labo. M. de Sol .

Etudié par :

SAIDANI Ahmed

Dirigé par :

Mr TAZI

PROMOTION JANVIER 88

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قُلْ إِنْ كُنْتُمْ تُحِبُّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي يُحْبِبْكُمُ اللَّهُ وَيَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ

وَاللَّهُ غَفُورٌ رَحِيمٌ

الْعَالَمِينَ • لَا شَرِيكَ لَهُ

Dedicaces

À la mémoire de mon père

À ma mère

Qui ont souffert et donné de leur soi-même afin de réaliser mes ambitions.

À mes frères et soeurs.

À tous mes amis, en particulier :

Mohamed ; Mustapha ; Kamel ; Djamel ; Ziane ; Ghrab, Nour eldine ; Nour eldine ; Saadi.

Je dedie ce travail.

Remerciments



Je tiens à adresser mes vifs remerciements à mon promoteur, Monsieur Taxi, pour son aide fructueuse.

Que Monsieur Boukzabache chef de département trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour m'avoir aidé. Ses conseils m'ont été très utiles.

Je remercie tous les professeurs qui ont contribué à ma formation.

Je prie M^{rs}: Hocine et Mourad responsables au centre de calcul, d'accepter mes sincères remerciements.

Ministère de l'enseignement supérieur

Ecole nationale polytechnique

Departement: Mecanique

Promoteur: M^r Tazi

Elève Ingenieur: Saïdani Ahmed.

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية
المكتبة - المكتبة
المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
مصلحة كليات
Ecole Nationale Polytechnique

موجه: تازي

تلميذ مهندس: سعيداني أحمد

الموضوع : تحسين حساب أبعاد عجلة العطالة

الملخص : يهدف المشروع إلى إعداد برنامج من صنف « الإبتكار المدعم بالناظمة الآلية » الذي يسمح بحساب أبعاد عجلة العطالة لمحرك مرّد بدلالة الانتظامية الدورية

Sujet: Amélioration de calcul des volants d'inertie.

Resumé: Le but de ce projet est l'elaboration d'un logiciel de type CAO, qui permettra de calculer et de dimensionner le volant d'inertie d'un moteur alternatif, en fonction de l'irregularité cyclique.

Subject: Computation improvement of inertia flywheel.

Abstract: the goal of this projet is to elaborate programs to calculate and to dimensione this steering of inertia of alternative engine in-terms of cyclic irregularity.

SOMMAIRE

I. INTRODUCTION	1
II. GÉNÉRALITÉS	4
1. Rôle du volant	4
2. Inertie et PD^2	5
3. Construction	6
3.1. Technologie	6
3.2. Plateau	8
3.3. Jante	8
3.4. Couronne de demorage	9
3.5. Matériaux utilisés	9
III. ETUDE DU COUPLE ET IRREGULARITÉ	14
1. ETUDE DU COUPLE	14
1. Couple des forces de pesanteur	15
2. Couple des forces de frottement	15
3. Couple moteur	15
3.1. Pour un monocylindre (4 temps)	15
3.2. Pour un multicylindre (4 temps)	16
4. Couple dû aux pression des gaz	17
5. Couple dû aux inerties	18
2. IMPORTANCE DU VOLANT D'INERTIE	19
3. COUPLE AU RÉGIME RALENTI	24
4. FLUCTUATIONS DU MOUVEMENT	26
1. Coefficient d'irregularité	28
2. Irrégularité cyclique avec volant	30
IV. CALCUL DU VOLANT	32
1. Méthode de calcul	32
2. Inertie du volant	33
3. Rayon moyen maximal	34

4- Epaisseur minimale	35
5- Dimensionnement du volant	36
5.1 - Hypothèse	36
5.2 - Forme simple	36
5.3 - Forme finale	39
5.4 - Calcul de la nouvelle inertie du volant	41
IV ORGANIGRAMME CAO	45
VI APPLICATION ET RESULTATS	50
VII CONCLUSION	65
VIII ANNEXES	67
BIBLIOGRAPHIE	

I INTRODUCTION

UN PEU D'HISTORIQUE

Si l'ordinateur est utilisé depuis plusieurs décennies dans l'entreprise, la plus grande partie des ses applications est restée pendant une longue période confinée aux traitements relevant de la gestion et de l'organisation.

Il ya trente ans, les applications aux techniques du l'ingenieur ne représentaient qu'une faible proportion de l'utilisation du parc des ordinateurs installés dans les entreprises. La raison première est que les coûts d'achat et l'exploitation de l'ordinateur étaient élevés et sa mise en œuvre délicate.

Au cours des dix dernières années, la situation a évolué rapidement du fait d'une plus grande accessibilité aux moyens de calculs et de traitement de l'information, favorisée par la chute du coût du matériel.

De ce fait l'ordinateur est devenu un outil courant pour l'ingenieur et même parfois indispensable dans les différentes étapes de la conception du développement et de la

fabrication. Ainsi l'ordinateur constitue aujourd'hui l'outil de travail principal: la popularité des sigles comme CAO (Conception assistée par ordinateur), DAO (Dessin assisté par ordinateur), FAO (Fabrication assistée par ordinateur), GPAD (Gestion et production assistées par ordinateur), IAO (Ingénierie assistée par ordinateur), PAO (Production assistée par ordinateur), en témoigne.

La CAO est née de la rencontre de deux disciplines: - logiciels de calcul et moyens graphiques.

BUT DU PROJET

Notre étude consiste à élaborer un logiciel de type CAO qui permettra moyennant l'introduction de certaines données de donner le dessin de construction et de dimensionner le volant d'inertie de n'importe quel moteur, pour obtenir une meilleure régularité cyclique qui ramène l'écart de vitesse angulaire (ω_{\max} ω_{\min}) à une valeur qu'on s'imposera très petite afin d'atténuer les fluctuations du mouvement.

Pour faire fonctionner le programme, nous traiterons le cas du moteur F4 L912 adaptable sur camion K66, moteur construit par la CMT (Complexes - Moteur - tracteur de Constantine).

II GENERALITES

1. Rôle du volant :

En prolongement du vilebrequin, à la sortie des moteurs à combustion interne, l'arbre moteur comporte le volant d'inertie

Le vilebrequin est le premier organe du véhicule à transmettre sous forme d'un couple l'énergie développée par la combustion des gaz. Le volant est une pièce de grand moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation.

Un volant intervient dans divers types de machines comme suit :

- REGULARISER LE COUPLE MOTEUR : - Le couple moteur est d'autant plus irrégulier que le nombre de cylindre est petit et que le régime moteur est faible. Le rôle du volant est de régulariser le couple en réalisant un compromis acceptable entre l'irrégularité au ralenti et le poids du volant.

Dans certaines installations fixes, le volant est remplacé par la machine entraînée (Alternateur).

- SERVIR DE LIAISON AVEC LA CHAÎNE DE TRANSMISSION :-

Dans la transmission classique, la face du volant est en contact avec le disque d'embrayage.

- SERVIR AU DEMARRAGE DU MOTEUR :- Dans presque tous les moteurs à démarrage électrique, le pignon du démarreur attaque une couronne dentée située sur le volant.

2. Inertie et PD^2

Le coefficient de régularité d'un moteur est fonction du nombre de cylindres, de l'inertie du volant et du régime moteur (le régime intervient à la deuxième puissance, alors que l'inertie n'intervient qu'à la première puissance).

L'importance de l'inertie du volant se fait donc sentir aux bas régimes (cas de ralenti d'un moteur d'automobile) ou au régime d'utilisation (cas d'un moteur électrogène pour lequel un coefficient de régularité est imposé).

Certains constructeurs emploient encore le PD^2 pour caractériser le moment d'inertie du volant.

Il ne diffère de l'inertie I que par un coefficient:

$$PD^2 = 4gI \quad (II1)$$

avec: P - poids du volant.

D - diamètre de giration du volant.

g - accélération de la pesanteur.

On remarque qu'une augmentation du diamètre de giration a plus d'influence qu'une augmentation de poids: le maximum de la matière du volant devra donc être reporté le plus loin possible de l'axe de rotation.

3. Construction

3.1 Technologie

On distingue 4 parties principales dans le volant (fig-1):

- La fixation sur vilebrequin.
- Le plateau qui portera la face d'appui du disque d'embrayage.
- La couronne extérieure (jante) qui représente en

en général une grosse part de l'inertie du volant.

- La couronne de démarrage.

On peut fixer le volant sur le vilebrequin de différentes façons :

3-1-1 Par vis multiples

Cette fixation peut se faire par plusieurs méthodes qui dépendent de la position de centrage (fig-2).

Il est nécessaire de prévoir des pieds de cisaillement, en général 2, décalé par rapport à un diamètre du plateau pour éviter qu'après démontage du volant on le remonte à 180° de la position initiale, cette position ayant servi à l'équilibrage de l'ensemble vilebrequin-volant (fig 3).

3-1-2 Par boulons

Le volant est obligatoirement fixé sur un plateau faisant corps avec le vilebrequin, et il est courant de placer la tête du boulon côté tourillon ; elle se trouve arrêtée en rotation automatiquement (fig 3).

3-1-3 Par vis centrale

Dans ce montage, le vilebrequin ne porte pas de

de plateau, il permet de monter des bagues d'étanchéité en une seule pièce en caoutchouc, mais il est nécessaire de prévoir des pieds de cisaillement comme le montre la figure 4 (montage volkswagen).

3-2 Plateau - voile -

Lorsque l'on craint des infiltrations d'huile du palier AR vers le carter d'embrayage, on prévoit des trous percés dans une gorge située sous le diamètre inférieur du plateau d'appui du disque (fig 5).

3-3 Couronne extérieure-jante -

Elle reçoit le support de l'embrayage qui est fixé par vis, ce support en tôle est soit centré, soit piété sur la couronne extérieure du volant.

Dans les gros volants les embrayages travaillent beaucoup, on ménage une gorge circulaire G pour emmagasiner la poussière de garniture qui, sans cette précaution, nuirait au bon fonctionnement de l'embrayage (fig 6). Cette gorge peut également comporter des trous d'évacuation de la

La garniture usée.

C'est généralement dans la couronne extérieure que l'on perce des trous destinés à l'équilibrage du volant.

3-4 Couronne de démarrage

Les couronnes de démarrage font partie du volant quand celui-ci est en acier.

Dans les volants en fonte, les couronnes de démarrage sont rapportées et emmanchées à chaud sur le volant. Elles sont parfois vissées pour faciliter le démontage en cas d'avarie.

Dans le cas des gros volants, on prévoit comme sécurité des vis entre cuir et chair.

3-5 Matériaux utilisés

Les volants sont, soit en fonte, soit en acier, mais il est plus courant d'utiliser la fonte. Les aciers utilisés sont des aciers mi-durs d'estampage.

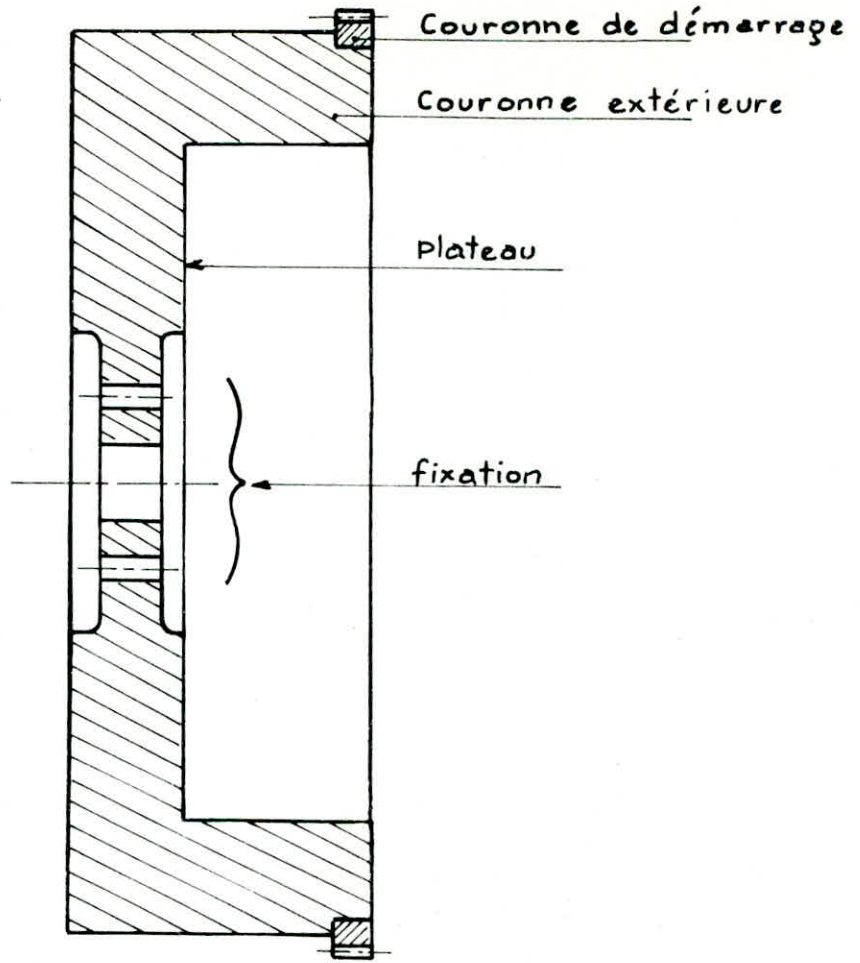


fig.1 volant

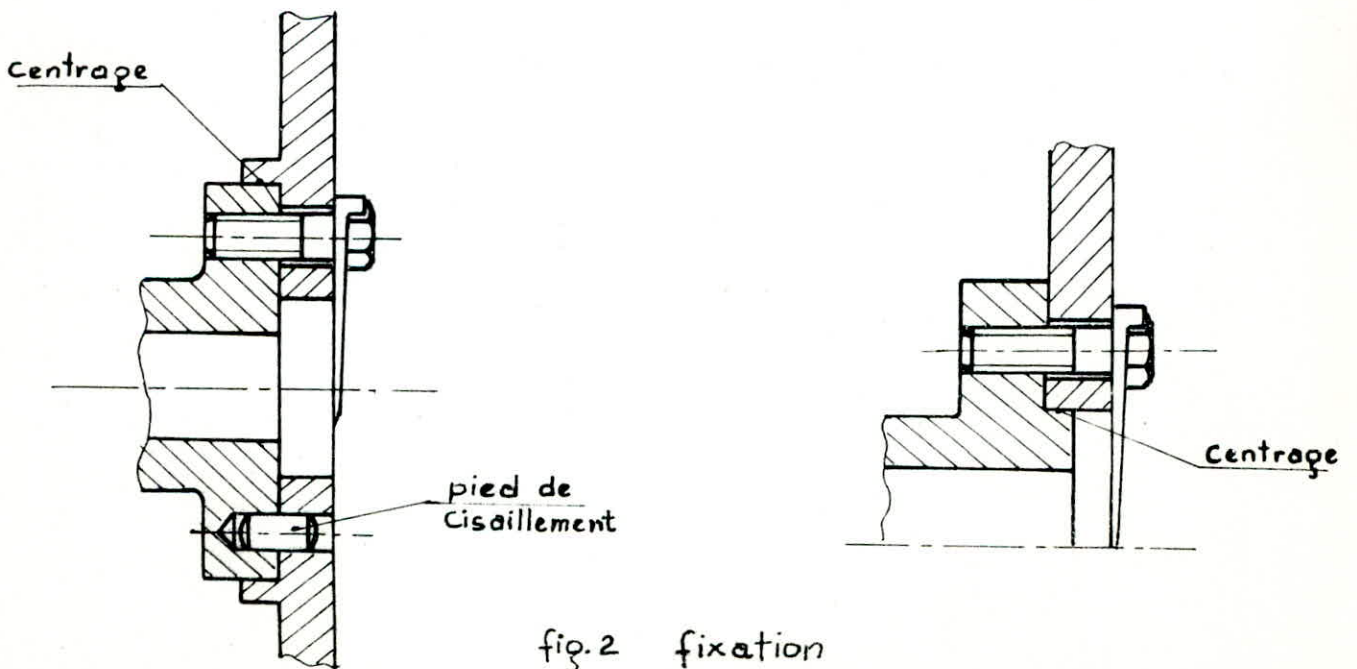


fig.2 fixation

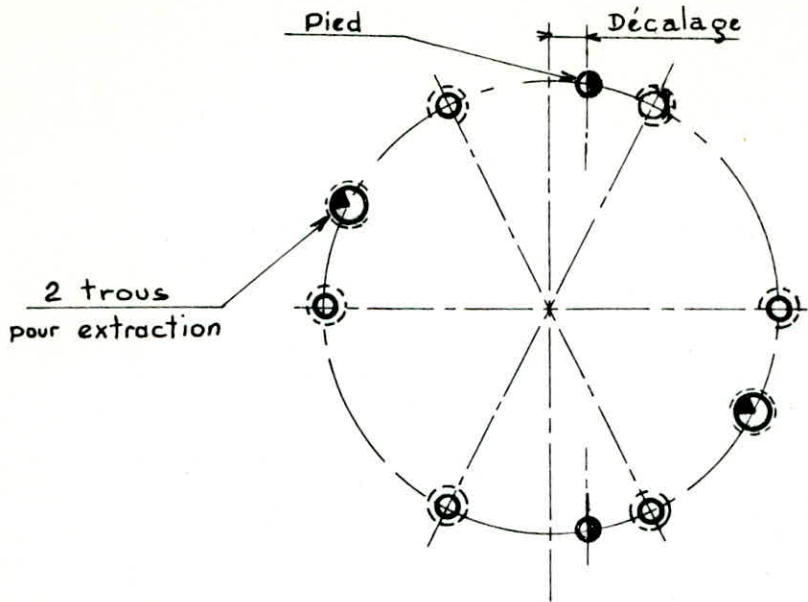


fig.3 décalage des pieds

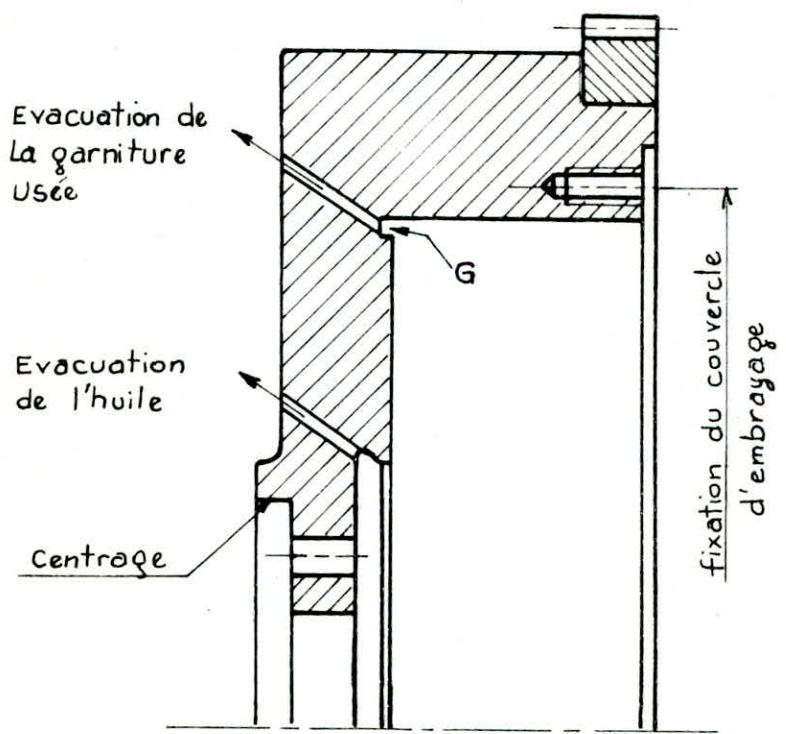


fig.4 trous d'evacuation

Il résulte de ce qui précède que le volant doit répondre aux conditions suivantes :

Présenter un moment d'inertie suffisant pour assurer la régularité au ralenti tout en permettant les changements rapides de régime (on est limité toute fois par l'encombrement, la force centrifuge et la possibilité d'accélération) :

- Être parfaitement équilibré pour ne pas engendrer de forces centrifuges irrégulières dont le vilebrequin supporterait la résultante.

- Présenter un compromis entre le poids qu'il est intéressant de ne pas augmenter pour éviter d'alourdir le moteur ainsi les sollicitations inutiles, et le rayon qu'on ne peut pas accroître à volonté.

Un très grand diamètre entraînant des vitesses linéaires périphériques élevées risque de faire éclater le volant sous l'effet de la force centrifuge.

Pour cette raison, avant d'entamer le calcul du volant, il faut bien étudier le cycle thermodynamique et par conséquent le couple moteur qui est le premier

facteur concerné par cette étude car leur irrégularité influe sur le fonctionnement normal du moteur.

III ETUDE DU COUPLE ET IRREGULARITE

I) ETUDE DU COUPLE

La vitesse angulaire étant supposée constante, à chaque instant le système matériel formé par l'ensemble piston, bielle, vilebrequin est soumis aux forces extérieures suivantes :

- Forces de volume (poids) des divers éléments
- Forces de contact :
 - pression des gaz sur le piston.
 - réaction des parois du cylindre et patiers du vilebrequin.
 - Forces extérieures appliquées au manchon d'accouplement du vilebrequin.
- Forces d'inertie des divers éléments.

Soit un moteur monocylindrique. À chaque instant le système matériel est en équilibre. Ecrivons l'équation d'équilibre autour de l'axe du vilebrequin. Le couple moteur instantané sur l'arbre est égal à la somme algébrique des termes suivants :

Avec :

$$\vec{F}_A = X_A \cdot \vec{X}_0 + Y_A \cdot \vec{Y}_0$$

$$\vec{OA} = -R \sin \theta \cdot \vec{X}_0 + R \cos \theta \cdot \vec{Y}_0$$

L'étude des actions mécaniques appliquées à la bielle (fig. *)

(aux points A et B) donne le système d'équations :

$$X_A = [L_B Y_B \sin \phi - (L - L_B) Y_A \sin \phi + M_B L_B^2 \ddot{\theta} \cos \phi - \dot{\phi} I_{Gz}] / L \cos \phi$$

$$Y_A = M_B [R \dot{\theta} \cos \theta (\dot{\phi} - \dot{\theta} - \frac{L_B}{L} \dot{\phi}) + (L - L_B) \ddot{\phi} \sin \phi] - Y_B$$

$$X_B = -X_A + M_B L_B \ddot{\theta} \sin \phi$$

$$Y_B = -S(\rho(\theta) - \rho_0) - M_p (R \dot{\theta} (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \cos \theta + R \ddot{\phi} \sin \theta)$$

Avec : $\dot{\phi} = R \dot{\theta} \cos \theta / L \cos \phi$

$$\ddot{\phi} = (\dot{\phi}^2 - \omega^2) \sin \phi / \cos \phi$$

d'où on tire le couple moteur

$$C_m = R (X_A \cos \theta + Y_A \sin \theta)$$

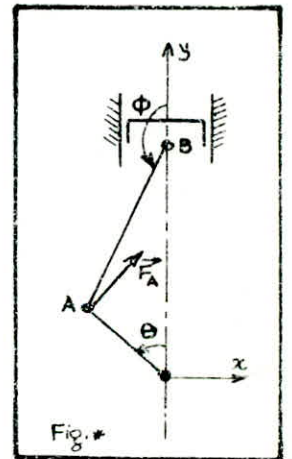
3-2) Pour un multicylindre (4 temps)

Considérons un moteur à 4 cylindres, les quatre détonées doivent se produire sur deux tours, les manivelles seront donc décalées de $720 : 4 = 180^\circ$.

Le couple résultant est donné par :

$$C_m = C(\theta) + C(\theta + \pi) + C(\theta + 2\pi) + C(\theta + 3\pi)$$

d'où on tire l'expression du couple pour N cylindres :



- Couple des forces de pesanteur (C_p)
- " " " de frottement (C_f)
- " " " de pression dû au gaz (C_g)
- " " " d'inertie (C_i).

$$C_m = C_g + C_i + C_p + C_f$$

Etudions successivement chacun des ces termes :-

1) Couple des forces de pesanteur :- Il est nul si le moteur équilibré (cas du moteur multicylindrique), petit et négligeable par rapport au couple dû au gaz dans les autres cas.

2) Couple des forces de frottement :- Il est négligé pour le calcul du couple moteur instantané sur l'arbre, on ne tient compte que de sa valeur moyenne.

3) COUPLE MOTEUR

3-1) Pour un monocylindre (4 temps):

Le couple moteur étant le couple total, c'est le produit vectoriel de l'effort résultant \vec{F}_A de la bielle sur le maneton, par le rayon vecteur \vec{OA} de la manivelle.

$$\vec{C}_m = -\vec{F}_A \wedge \vec{OA}$$

$$C_m(\theta) = \sum_{p=1}^{NC} C\left(\theta + (p-1) \frac{4\pi}{NC}\right)$$

Avec: NC : nombre de cylindres

D'après tracé, (voir chapitre Application et résultats), on constate que le couple moteur d'un quatre cylindres est plus régulier à celui d'un monocylindre, puisque présentant une explosion par course.

Eoute fois on remarque que le couple se réduit à chaque point mort. La marche de ce moteur ne sera boiteuse qu'aux bas régimes, car pour les hauts régimes sa marche est plus équilibré.

4) Couple dû aux pressions des gaz:

On détermine à chaque instant, pour chaque position angulaire du vilebrequin, la poussée des gaz sur le piston, ce qui permet de déterminer le couple qui est dû uniquement à la pression des gaz.

Pour obtenir le couple dû aux pressions des gaz, on égale les masses du piston et de la bielle à zéro ainsi que I_G dans les expressions de X_A et Y_A on obtient:

$$C_G(\theta) = R (X_{AG} \cos \theta + Y_{AG} \cdot \sin \theta)$$

Avec :

$$X_{A_g} = -S(P(I) - P_0) + \frac{tg \phi}{3} \quad ?$$

$$Y_{A_g} = -S(P(I) - P_0)$$

5) COUPLE DÛ AUX INERTIES :

Les déplacements de rotation et de translation des pièces mobiles provoquent une force d'inertie de forme sinusoïdale et de période 2π , le couple qui résulte de cette force est de grandeur cycliquement variable et de période 2π .

On détermine le couple dû aux inertie soit :

- On égalant la pression à zéro dans C_m
- Soit en faisant la différence : $C_i = C_m - C_g$

Les forces d'inertie vont donc modifier la forme de la courbe du couple instantané sur l'arbre du moteur mais non sa valeur moyenne.

II) IMPORTANCE DU VOLANT D'INERTIE :

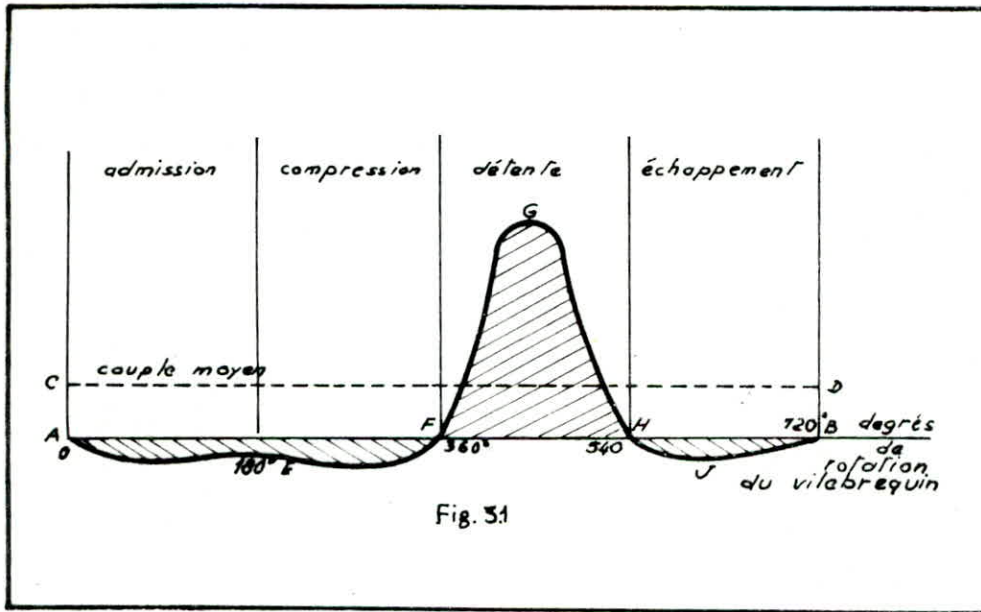
Dans un moteur à quatre temps à un cylindre, le temps moteur ne se produit qu'une fois pour deux tours de vilebrequin. Dans un tel moteur, le couple variera donc dans de très grandes proportions au cours d'un cycle et on peut en déduire que le moteur fonctionnera par-à-coups, entraînant des vibrations de régime importante et des vibrations préjudiciables à la mécanique.

On est donc amené à chercher des solutions pour régulariser le couple moteur afin d'obtenir pour une alimentation déterminée une vitesse de rotation à peu près uniforme.

On peut obtenir ce résultat par deux moyens :

- a) fixer sur le vilebrequin une pièce relativement lourde appelée "volant" qui, pendant le temps moteur, emmagasinerait de l'énergie pour la restituer pendant les temps morts ;
- b) Augmenter le nombre de cylindres en répartissant les différents temps moteurs au cours d'un cycle.

Si l'on ne tient pas compte des forces d'inertie, le couple d'un moteur à quatre temps monocylindrique est pratiquement représenté suivant la figure (3.1)

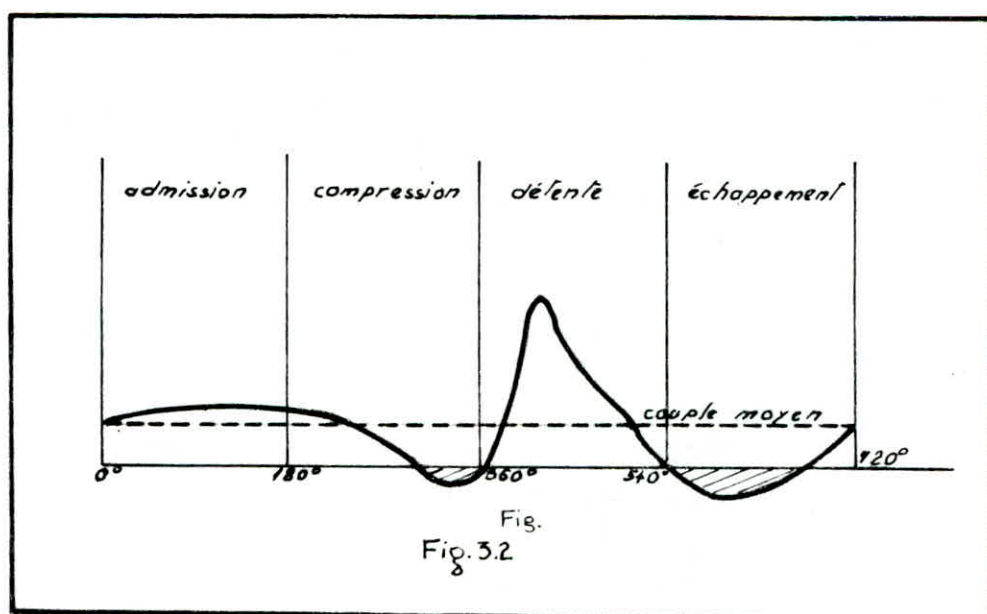


On peut envisager que ce couple est constant, il est représenté par la ligne CD et tel que la surface du rectangle ABCD soit égale à la différence entre la surface FGHF considérée comme positive et la somme des surfaces AEFA et HJBH considérées comme négatives. Ce couple appelé couple moyen aurait la même action que le couple moteur considéré et déterminerait un mouvement de rotation

uniforme.

Il faut donc chercher à rapprocher le plus possible la courbe AEF \overline{GH} JB de la ligne CD, c'est-à-dire supprimer au maximum les surfaces négatives.

Le volant permet de modifier le couple moteur pendant le cycle mais il intervient également pour maintenir une vitesse relativement constante si l'effort résistant varie. L'adjonction d'un volant permettra d'obtenir une courbe dont l'allure sera celle de la figure (3.2), dans laquelle les surfaces négatives seront beaucoup moins importantes.



REMARQUE :

Il ne faut pas oublier, toutefois que tout le véhicule lui-même, lorsqu'il est animé d'une certaine vitesse, joue le rôle du volant : rôle qui peut être lui-même plus important que celui du volant.

MOTEUR À PLUSIEURS CYLINDRES

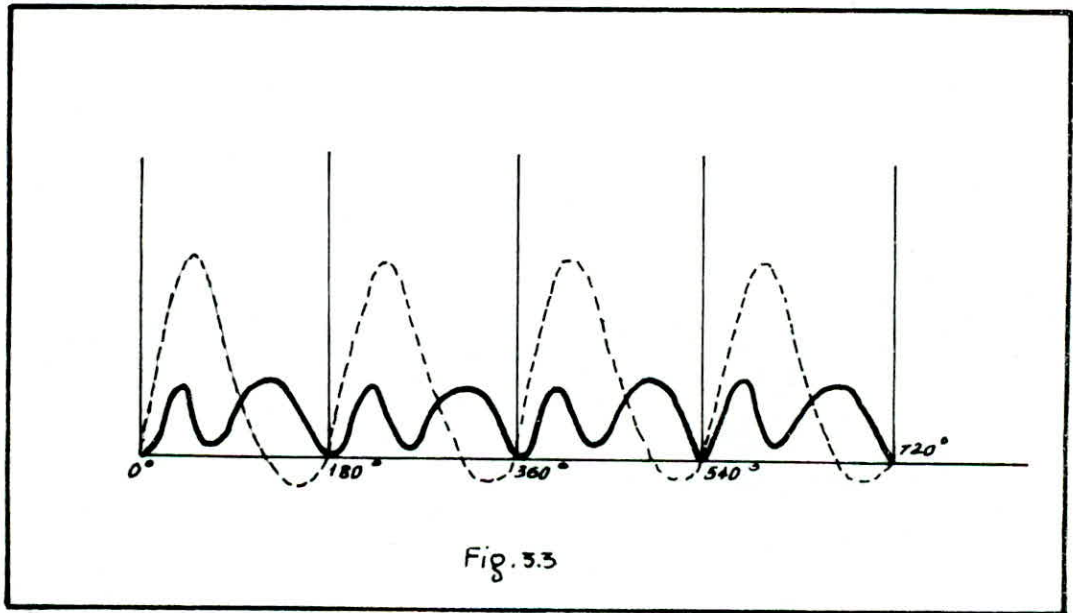
Dans un moteur à plusieurs cylindres, le couple moteur sera la somme des couples moteurs des différents cylindres et la surface représentative aura de moins en moins des surfaces négatives avec la multiplication des cylindres.

De plus, si les temps moteurs sont répartis régulièrement dans le cycle, la courbe se rapprochera de plus en plus de la ligne représentant le couple moyen, c'est-à-dire qu'on obtiendra un mouvement de rotation de plus en plus uniforme.

La figure (3.3) représente en pointillés l'allure générale d'une courbe d'un couple moteur 4 cylindres 4 temps. Sans tenir compte des forces d'inertie et en traits pleins le couple du même moteur en tenant compte des forces d'inertie.

On voit que le couple est presque constamment positif sur un moteur à 4 cylindres. Il l'est en totalité à partir de 6 cylindres.

Pour un 8 cylindres, le volant s'il existe, est pratiquement sans action car le couple réel est très près du couple moyen.



. Conclusions :-

Le rôle du volant est donc

- Dans un moteur monocylindrique ou bicylindrique de permettre au vilebrequin de franchir les temps résistants séparant le temps moteur ou les deux temps moteur.

- Dans un moteur de 4 cylindres ou plus, de régulariser le couple moteur.

Des différents tracés pour le cas réel sont donnés au chapitre "APPLICATION ET RÉSULTATS".

III COUPLE AU RÉGIME RALENTI

En plus de ce qui précède, le couple fourni par un moteur peut varier, dans de larges limites, selon la vitesse de rotation du vilebrequin, la position du papillon des gaz et selon d'autres facteurs moins importants: allumage, température, carburant, huile, etc...

Étudions l'influence des deux premiers facteurs pris séparément.

a) Le moteur tourne à la vitesse constante.

L'ouverture du papillon des gaz améliore le remplissage des cylindres, ce qui élève la pression moyenne des gaz au cours de la détente.

Donc l'ouverture du volet des gaz augmente le couple moteur.

b) le papillon des gaz (l'accélérateur) conserve une

une position fixe :

Aux faibles vitesses, les gaz frais contournent aisément le volet des gaz et remplissent le cylindre dans de bonnes conditions, mais des fuites importantes se produisent :

- au début de la compression, une partie des gaz frais est refoulée hors du cylindre, puisqu'il y a retard à la fermeture d'admission;
- en fin de détente, les gaz s'évacuent presque complètement avant le point mort bas, dès que s'ouvre l'échappement.

— à ces pertes, s'ajoutent les fuites par les segments et par les soupapes fermées, fuites d'autant plus importantes que la masse des gaz s'éjourne plus longtemps à l'intérieur du cylindre.

Des pertes mécaniques dues aux frottements entre pièces mobiles se trouvent également majorées aux bas vitesses de glissement, le coin d'huile ne peut apparaître et le coefficient de frottement augmente considérablement

Conclusion :

Aux allures lentes (régime ralenti), le couple moteur est fortement diminué et le moteur risque de caler. Il est donc de première nécessité d'utiliser et de calculer le volant d'inertie à ce régime pour permettre la marche normale.

On remarque cette nécessité sur le tracé des fluctuations du mouvement au chapitre "APPLICATION ET RESULTATS"

IV FLUCTUATIONS DU MOUVEMENT

Tracés les courbes des couples moteur et résistant sur le même graphe. Pour simplifier cette étude nous supposons que ces couples ont même période T et que les courbes ne se coupent que deux fois au cours de la période, et que la machine est en régime c. à d que la vitesse angulaire moyenne ω_{moy} est constante.

Dans la zone I (fig. 3.4) le couple moteur est plus grand que le couple résistant ; le mouvement est accéléré et ω croît.

L'inverse se produit dans la zone II, le mouvement est retardé et ω décroît.

La valeur de ω est donc maximum en A et minimum en B. Le rôle du volant est de maintenir la vitesse angulaire

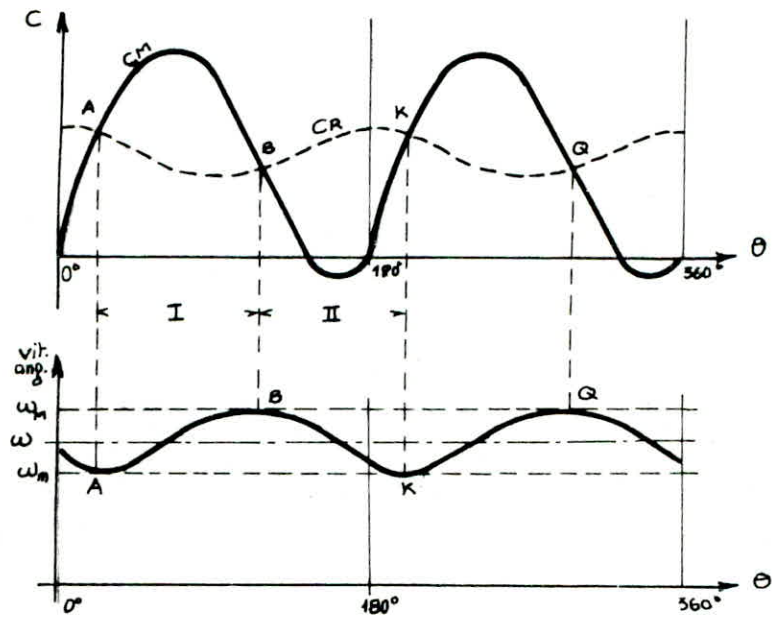


Fig. 3.4

Fluctuations du mouvement

du moteur pratiquement constante. En d'autres termes, il limite l'emballement pendant la période CA et limite le ralentissement pendant la période AB.

La constante mathématique de la vitesse angulaire étant impossible à réaliser, le volant aura pour objet de ramener l'écart de vitesse angulaire ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) à une valeur qu'on supposera très petite afin d'atténuer les fluctuations du mouvement.

On admet en général des variations de vitesses de 2,5% en dessus et en dessous de la vitesse moyenne et cette tolérance descend jusqu'à 1% dans les machines où l'on demande une grande régularité.

1. Coefficient d'irrégularité cyclique:

On appelle coefficient d'irrégularité cyclique l'expression

$$i = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{moy}}} \quad (3.1)$$

avec:
$$\omega_{\text{moy}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (3.2)$$

On remarque que l'irrégularité cyclique est en fonction uniquement des vitesses angulaires maximale, minimale et moyenne.

Pour calculer ω_{\max} , ω_{\min} et ω_{moy} , appliquons le théorème des forces vives à l'ensemble du système matériel en rotation, en tenant compte des conditions : système rigide et frottements négligeables.

$$d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = (C_m - C_r) d\theta \quad (3.3)$$

Intégrant cette formule entre deux valeurs assez proches

$$\frac{I}{2} \int_{\omega_n}^{\omega_{n+i}} d(\omega^2) = \int_{\theta_n}^{\theta_{n+i}} (C_m - C_r) d\theta$$

Pour intégrer le couple on applique la méthode de SIMPSON (voir annexe)

Avec :

i : L'intervalle d'intégration.

I : Moment d'inertie des pièces en mouvement sans volant.

C_r : Couple résistant qui est égal au couple moteur

moyen (voir annexe 3); $C_r = C_0$ L'harmonique d'ordre zéro

$$C_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} C_m(\theta) d\theta \quad (3.4)$$

Finalement on a l'expression:

$$\omega_{n+i} = \left\{ \omega_n^2 + \frac{2}{I} \left[\int_{\theta_n}^{\theta_{n+i}} C_m d\theta - C_o (\theta_{n+i} - \theta_n) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.5)$$

On constate que la vitesse angulaire est essentiellement variable.

Notre but consiste donc à amener l'écart de vitesse angulaire ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) à une valeur très petite pour atténuer la fluctuation du mouvement.

2- Irrégularité cyclique avec volant

Soient θ_0 l'angle correspondant à ω_{\max} et θ_1 correspondant à ω_{\min} en intégrant de θ_0 à θ_1 la relation (3.5):

$$\frac{I}{2} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} d(\omega^2) = \int_{\theta_0}^{\theta_1} (C_m - C_r) d\theta = A \quad (3.5)$$

Nous supposons connue l'aire A , à déterminer au planimètre sur le graphe, où par la méthode de SIMPSON (voir Annexe)

$$\frac{1}{2} I (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = A = I (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \left(\frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \right)$$

ET, on introduisant la valeur de ω_{moy} (3.2)

$$A = I(\omega_{max} - \omega_{min})\omega_{moy}$$

D'où on tire, compte tenu de la définition de i (3.1)

$$i = \frac{A}{I\omega_{moy}^2} \quad (3.6)$$

Cette expression (3.6) permet le calcul de i à partir des courbes de couple et du moment d'inertie I des pièces en mouvement.

On remarque aussi, que si on veut réduire l'irrégularité cyclique, on augmente soit le régime (ω), soit l'inertie. Mais il est plus intéressant d'avoir ω faible (cas le plus défavorable), donc on est obligé d'augmenter le moment d'inertie, et cela se fait en utilisant un volant.

$$i_1 = \frac{A}{(I + I_v)\omega_{moy}^2} \quad (3.7)$$

Si i_1 est l'irrégularité cyclique du moteur avec volant, en divisant les 2 expressions (3.6) et (3.7) on obtient.

$$i_1 = i \left(\frac{I}{I + I_v} \right) \quad (3.8)$$

IV CALCUL DU VOLANT

On a intérêt à réaliser le moment d'inertie I_v nécessaire avec un volant qui soit le plus léger possible, pour éviter les sollicitations inutiles des orbes et des paliers, en choisissant le rayon de giration suffisamment grand. Cependant on est limité dans cette voie par des raisons d'encombrement, la fatigue du matériau et les pertes par ventilation (non négligeable pour une vitesse périphérique élevée) et surtout pour que la contrainte due aux forces d'inertie centrifuges reste acceptable.

Donc nous allons dans ce chapitre essayer de donner une méthode de calcul qui obéit aux conditions imposées, dans le but d'améliorer la régularité cyclique.

1) MÉTHODE DE CALCUL

Au régime ralenti, il s'est avéré que la masse du volant est très importante si on l'a calculée à partir de l'irrégularité maximale admise.

Alors on propose une méthode de calcul dans le but d'avoir une bonne régularisation avec un volant léger;

en supposant une masse adaptable puis en améliore la valeur de l'irrégularité en jouant sur la forme du volant, tout en respectant la compatibilité géométrique et les conditions de résistances de matériaux.

L'algorithme de cette méthode est donné par l'organigramme CAO.

2-INERTIE DU VOLANT

Soit un volant qui a une forme d'un disque creux et d'épaisseur "E"

R_i : étant le rayon intérieur
 R_e : " " " " extérieur

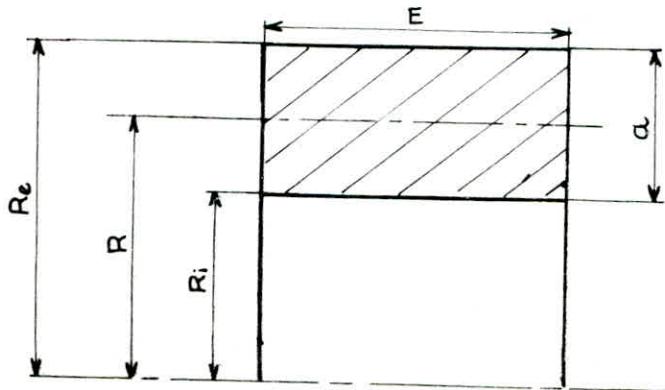
Donc Son moment d'inertie est donné par:

$$I_v = \frac{1}{2} M (R_e^2 + R_i^2) \quad (V1)$$

Où encore: $I_v = M (R^2 + \frac{d^2}{4}) \quad (V2)$

avec: R : est le rayon moyen du volant $R = \frac{R_i + R_e}{2} \quad (V3)$

d : La largeur de la couronne $d = R_e - R_i \quad (V4)$



3. RAYON MOYEN MAXIMAL

Nous calculons d'abord le rayon moyen maximal que peut avoir un volant constitué d'un matériau déterminé

Si :

σ : est la contrainte admissible (R_p)

Pour les fontes grises courantes $\sigma \in [18, 25]$ [dan/mm^2]

et les fontes à graphite sphéroïdal $\sigma \in [38, 80]$ [dan/mm^2]

ρ : la masse volumique, pour les fontes $\rho = 7200 \text{ kg/m}^3$

ω_{moy} : la vitesse angulaire moyenne.

Donc le rayon moyen maximal d'un volant est donné par

la relation (voir annexe) :

$$R_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \cdot \omega_{\text{moy}}^2}} \quad (\text{I 5})$$

Le R_{max} trouvé par l'expression (I 5) doit aussi vérifier la valeur de la vitesse périphérique V_p donnée par la relation :

$$V_p = \frac{\pi N}{30} \cdot R_{\text{max}} \quad (\text{I 6})$$

Pour les fontes, V_p est de l'ordre de 50 m/s pour les aciers de 100 m/s

4 - CALCUL DE L'ÉPAISSEUR MINIMALE

Calculant l'épaisseur minimale "E_{min}" que peut avoir ce volant sans risque de rupture.

Soit V le volume de la couronne :

$$V = \pi (R_e^2 - R_i^2) \cdot E \quad (\text{V7})$$

En combinant les expressions (V3), (V7) $M = \rho V$

on trouve : $M = \pi \rho E [(2R - R_i)^2 - R_i^2]$

$$M = 4\pi \rho E (R^2 - R_i) \quad (\text{V8})$$

D'autre part on a l'expression (V9) de M en fonction de I_v :

$$M = \frac{I_v}{R^2 + \frac{a^2}{4}} \quad (\text{V9})$$

En égalisant les valeurs de M entre (V8) et (V9),

on obtient :

$$E = \frac{I_v}{4\pi \rho (R^2 + \frac{a^2}{4})(R^2 - R_i)} \quad (\text{V10})$$

Pour que l'épaisseur "E" soit minimale il faut que R soit égal à R_{max} déjà déterminé pour un matériau donné.

Donc :

$$E_{\min} = \frac{I_v}{4\pi \rho (R_{\max}^2 + \frac{a^2}{4})(R_{\max} - R_i)} \quad (\text{V11})$$

L'épaisseur minimale de l'âme du volant doit être vérifiée par cette formule.

5. DIMENSIONNEMENT DU VOLANT

5.1 - Hypothèse:

On sait que le moment d'inertie d'une masse M tournant autour d'un axe et située à une distance r de cet axe, est donné par la formule $M r^2$.

Donc pour avoir un moment d'inertie le plus grand possible, on adoptera un volant dont la masse importante sera éloignée le plus possible de son axe de rotation.

Mais on est limité en résistance des matériaux par l'épaisseur minimale de la voile que ne doit pas dépasser, sous peine d'éclater.

5.2 - Forme Simple:

Comme il a été mentionné dans le chapitre généralités; que la forme du volant est partagée en 3 parties principales (voir fig. 5.1) :

1. la fixation, de volume V_1

$$V_1 = K_1 \cdot V \quad (\text{IV } 12.1)$$

2. le plateau, de volume V_2

$$V_2 = K_2 \cdot V \quad (\text{IV } 12.2)$$

3. La couronne extérieure (jante), de Volume V_3

$$V_3 = K_3 \cdot V \quad (\text{IV } 12.1)$$

Avec :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad : \text{ Volume total}$$

$$K_1 + K_2 + K_3 = 1 \quad : \text{ pourcentages de répartitions}$$

N.B : V_1 représente le volume de la voile qui serre uniquement pour la fixation sur le vilebrequin, donc leur pourcentage doit être le minimum possible.

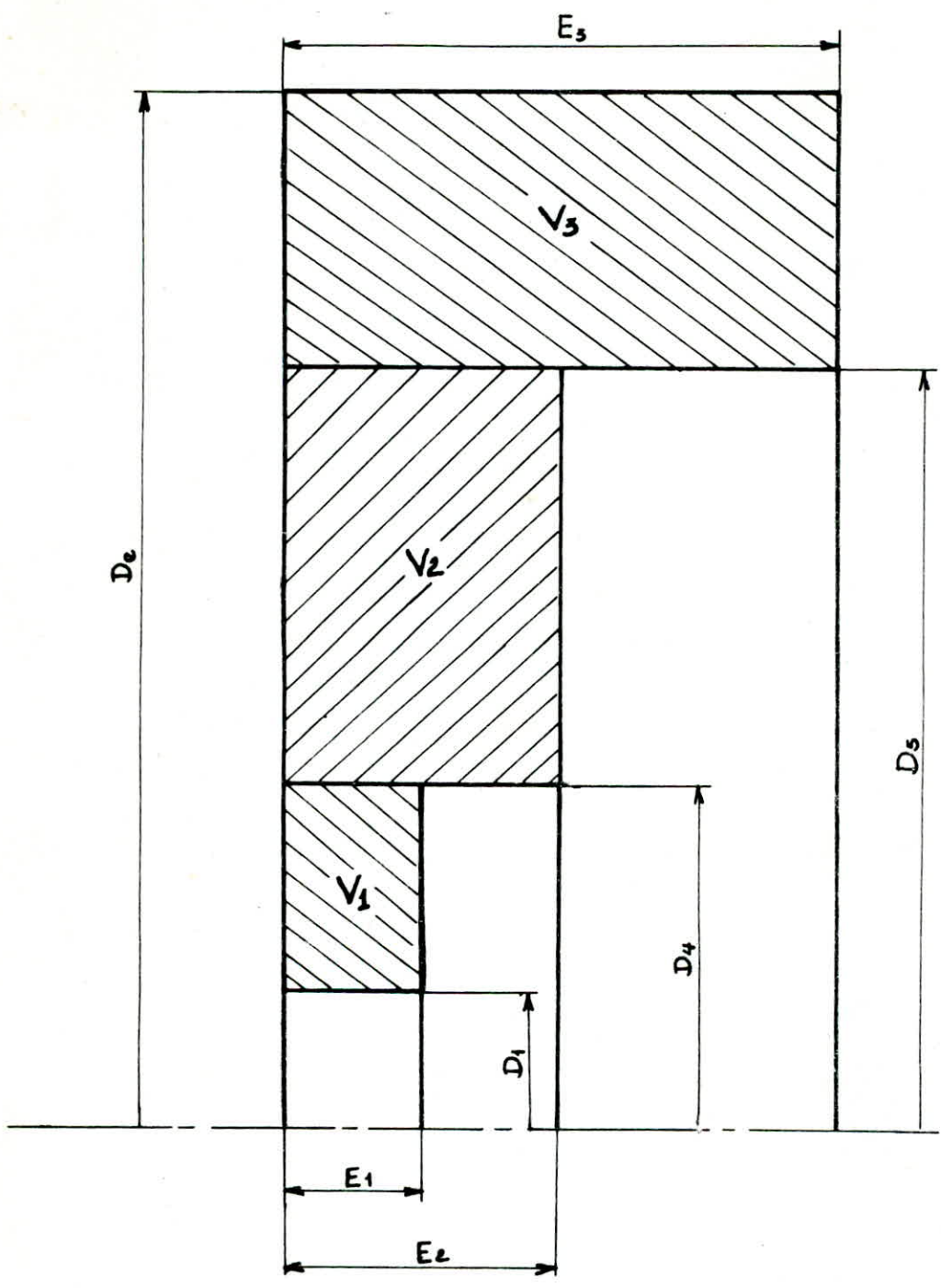


fig.5.1 Forme simple

5.3 Calcul des épaisseurs

Puisque les différents diamètres sont fixes se seront les valeurs des épaisseurs " E_1, E_2, E_3 " qui évaluerons pour avoir l'inertie nécessaire.

Les volumes des trois parties sont données par les relations suivantes:

$$V_1 = \pi E_1 (R_4^2 - R_1^2)$$

$$V_2 = \pi E_2 (R_5^2 - R_4^2)$$

$$V_3 = \pi E_3 (R_2^2 - R_5^2)$$

D'où on tire les expressions des épaisseurs:

$$E_1 = \frac{V_1}{\pi (R_4^2 - R_1^2)}$$

$$E_2 = \frac{V_2}{\pi (R_4^2 - R_1^2)} \quad (\text{IV.13})$$

$$E_3 = \frac{V_3}{\pi (R_5^2 - R_4^2)}$$

5.4 Forme Finale

Dans le but d'augmenter l'inertie du volant, et à cause des problèmes de moulage et d'adaptation...ect.

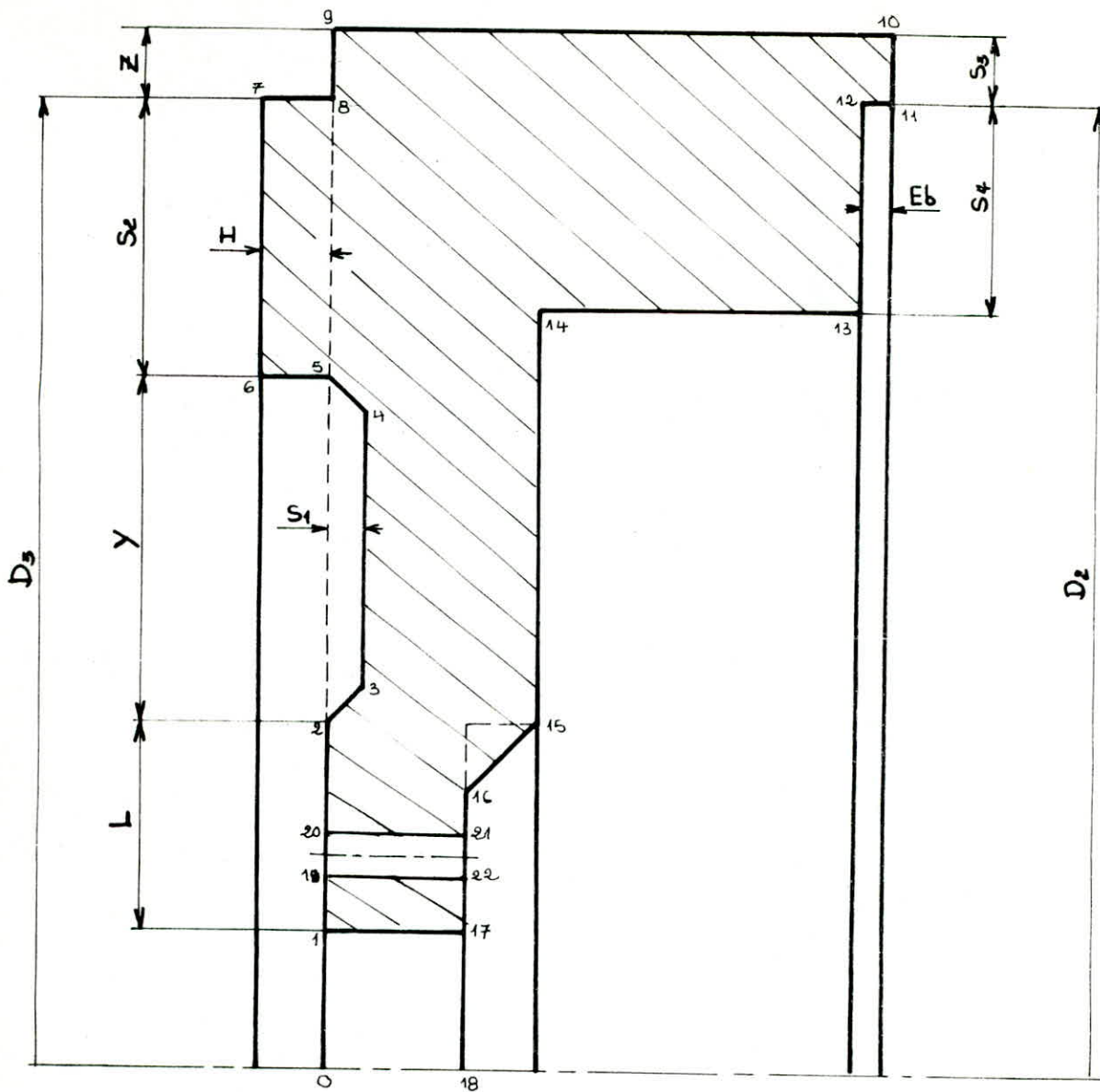


Fig. 5.2 Forme intermédiaire

Il est nécessaire de prendre une forme qui diffère de celle calculée. Donc nous nous devons d'adopter la forme calculée à celle envisagée pour cela nous avons dû opérer quelques retouches à condition que le volume enlevé sera égal au volume ajouté pour que la masse reste constante..

Sur la figure (5.2) sont données les différentes retouches avec les paramètres nécessaires, tel que:

- S_1 : épaisseur à retrancher, sur lequel on doit jouer
- E_b : l'épaisseur de l'embrayage (donnée)
- $L = R_4 - R_1$
- $Z = R_e - R_3$
- $Y = (R_5 - R_4) - Z$
- $S_2 = R_e - R_5$; $S_3 = R_e - R_2$; $S_4 = R_2 - R_5$
- $H = \frac{S_1(Y - S_1)}{S_2}$

5.5 Calcul de la nouvelle inertie du volant

Pour pouvoir calculer la nouvelle inertie du volant on doit l'a répartir en plusieurs parties de forme géométriques usuelles de façon que l'inertie totale du volant soit égale

à la somme des inerties des différentes parties.

$$I_V = \sum_{i=1}^n I_{Gi}$$

Sur la figure () on représente les différentes parties, où les inerties sont données par les expressions suivantes:

$$I_{G_1} = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot V_3 [(R_6 + R_5)^2 + (R_6 - R_5)^2]$$

$$I_{G_2} = \pi \cdot \rho \cdot H [R_3^2 - (R_4 + \gamma)^2] [(R_3 - S_2/2)^2 + Z^2/4]$$

$$I_{G_3} = \pi \cdot \rho \cdot E_2 [R_5^2 - (R_4 + \gamma)^2] [(R_5 - Z/e)^2 + Z^2/4]$$

$$I_{G_4} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \rho \cdot S_1 [(R_4 + \gamma)^2 - (R_4 + \gamma - S_1)^2] [R_5 - Z - S_1/3]^2$$

$$I_{G_5} = \pi \cdot \rho (E_2 - S_1) [(R_4 + \gamma)^2 - R_4^2] [(R_4 + \gamma/2)^2 + \gamma^2/4]$$

$$I_{G_6} = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot S_1 [(R_4 + S_1)^2 - R_4^2] (R_4 + S_1/3)^2$$

$$I_{G_7} = \frac{\pi}{2} \cdot \rho (E_2 - E_1) [R_4^2 - (R_4 - (E_2 - E_1))^2] [R_4 - (E_2 - E_1)/3]^2$$

$$I_{G_8} = \frac{\pi}{4} \cdot \rho E_1 (R_4^2 - R_1^2) [(R_4 + R_1)^2 + L^2]$$

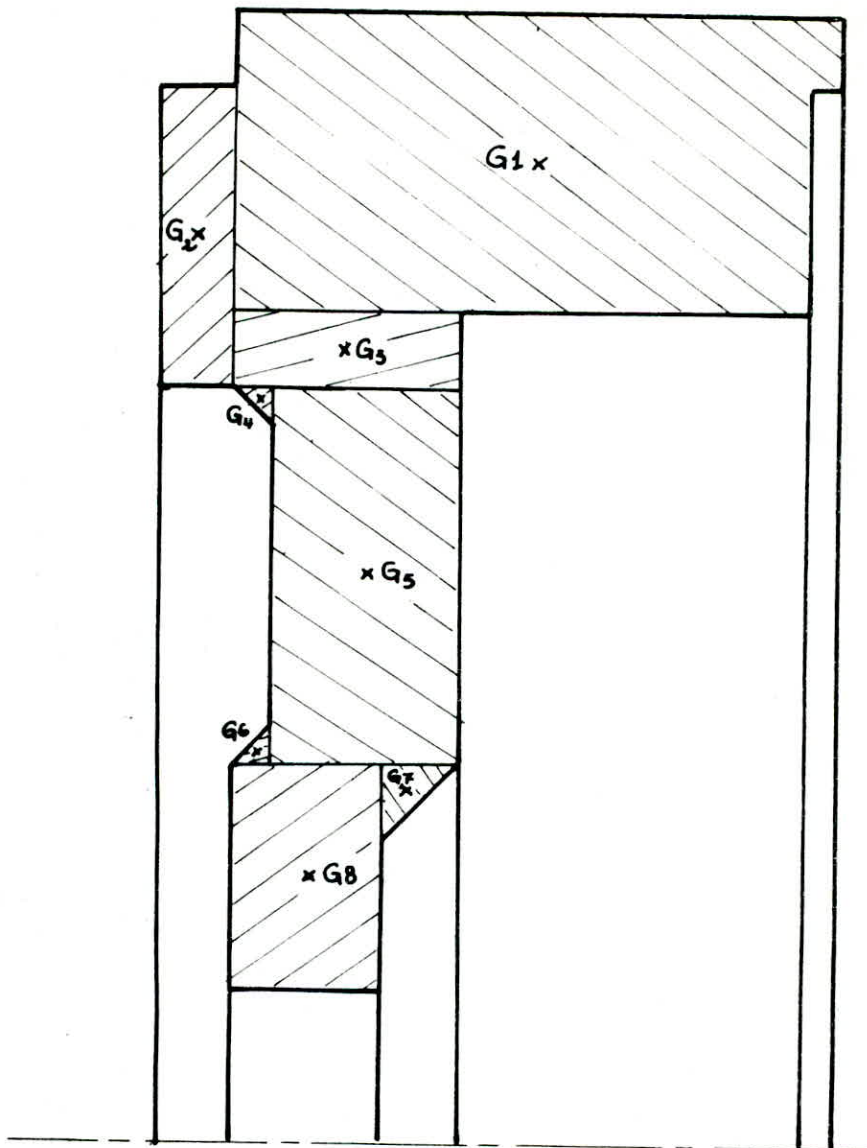


Fig. 5.3 Forme répartie

5.4 DESSIN DU VOLANT

Pour pouvoir tracer le volant on a numéroté les points essentiels qu'on devra faire relier pour le dessin du volant.

- Soit $(X(IN), Y(IN))$ les coordonnées des différents points

- Soit $(x(0), Y(0))$ le points de départ.

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $x(0) = 300$ | : $Y(0) = 250$ |
| 2) $x(1) = x(0)$ | : $Y(1) = Y(0) - R_1 * 10^3$ |
| 3) $x(2) = x(0)$ | : $Y(2) = Y(1) - L * 10^3$ |
| 4) $x(3) = x(2) + S_1 * 10^3$ | : $Y(3) = Y(2) - S_1 * 10^3$ |
| 5) $x(4) = x(3)$ | : $Y(4) = Y(3) - (Y - S_1) * 10^3$ |
| 6) $x(6) = x(5) - H * 10^3$ | : $Y(6) = Y(5)$ |
| 7) $x(7) = x(6)$ | : $Y(7) = Y(6) - S_2 * 10^3$ |
| 8) $x(8) = x(7) + H * 10^3$ | : $Y(8) = Y(7)$ |
| 9) $x(9) = x(8)$ | : $Y(9) = Y(8) - Z * 10^3$ |
| 10) $x(10) = x(9) + E_3 * 10^3$ | : $Y(10) = Y(9)$ |
| 11) $x(11) = x(10)$ | : $Y(11) = Y(10) + S_3 * 10^3$ |
| 12) $x(12) = x(11) - E_p * 10^3$ | : $Y(12) = Y(11)$ |
| 13) $x(13) = x(12)$ | : $Y(13) = Y(12) + S_4 * 10^3$ |

$$14) X(14) = X(13) - (E_3 - (E_2 + E_p)) * 10^3 : Y(14) = Y(13)$$

$$15) X(15) = X(14) : Y(15) = Y(14) + (D_5 - D_4) * 10^{3/2}$$

$$16) X(16) = X(15) - (E_2 - E_1) * 10^3 : Y(16) = Y(15) + (E_2 - E_1) * 10^3$$

$$17) X(17) = X(16) : Y(17) = Y(1)$$

$$18) X(18) = X(17) : Y(18) = Y(0)$$

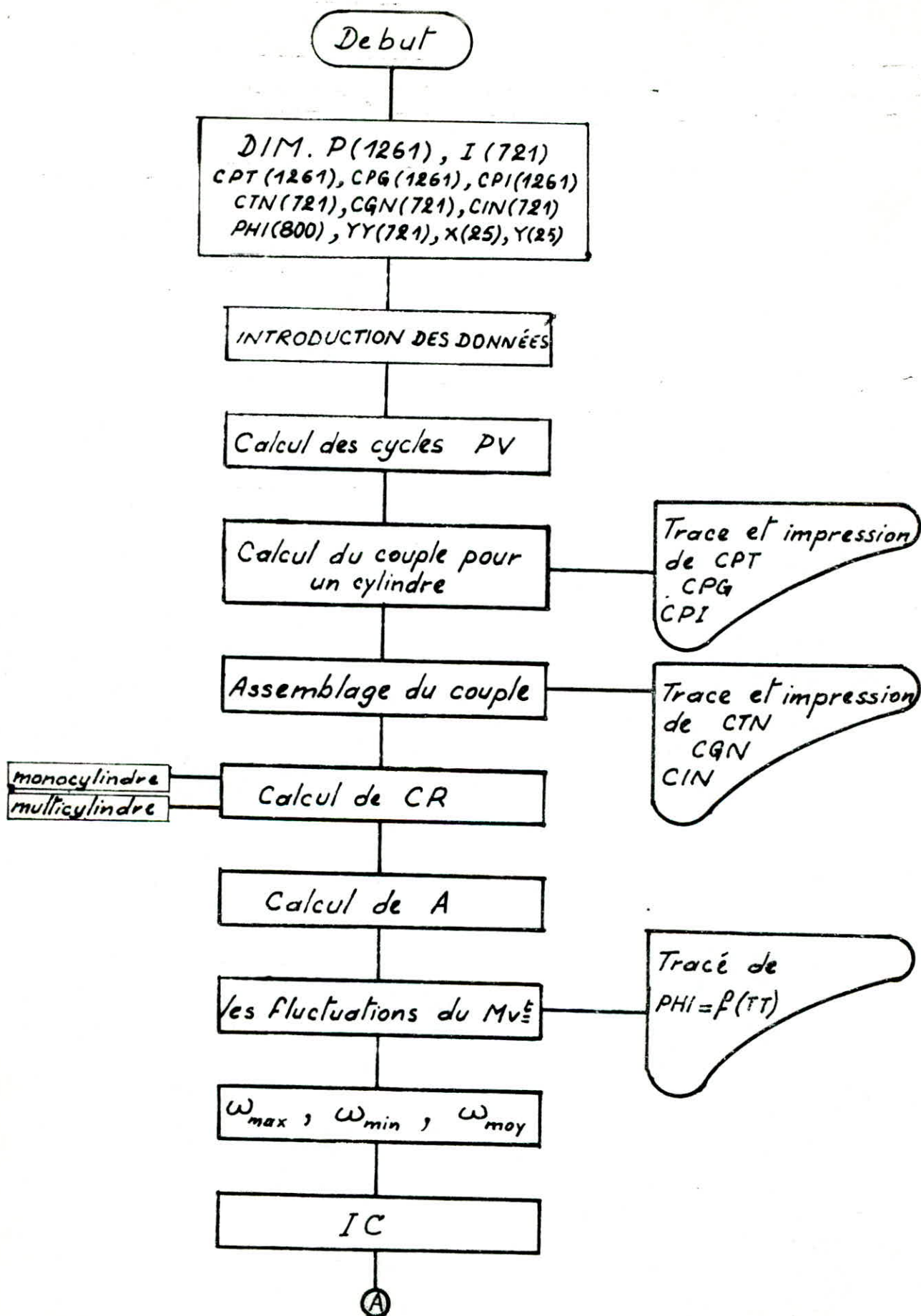
$$19) X(19) = X(0) : Y(19) = Y(0) - (D_6 - D) * 10^{3/2}$$

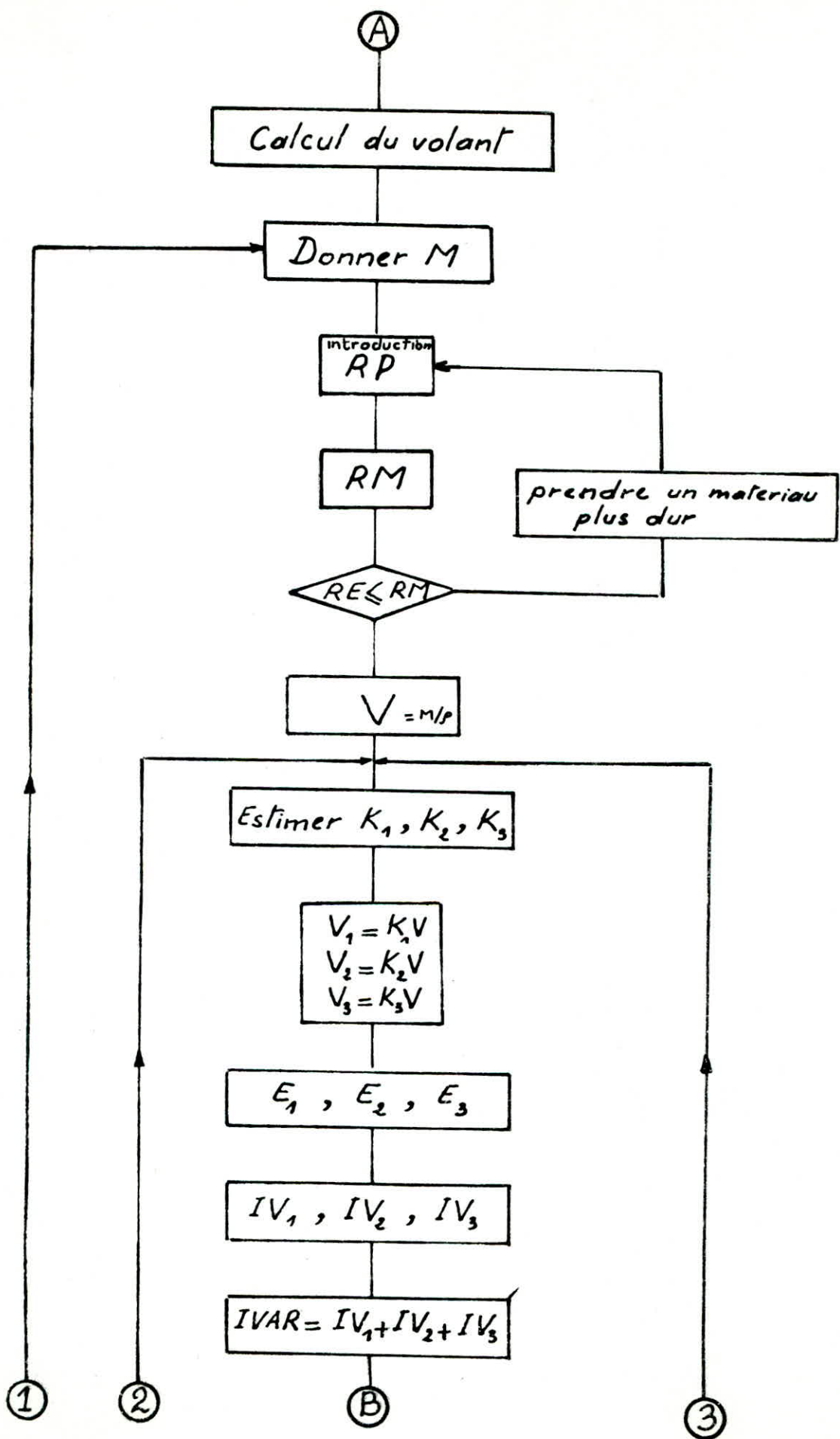
$$20) X(20) = X(0) : Y(20) = Y(19) + D * 10^{3/2}$$

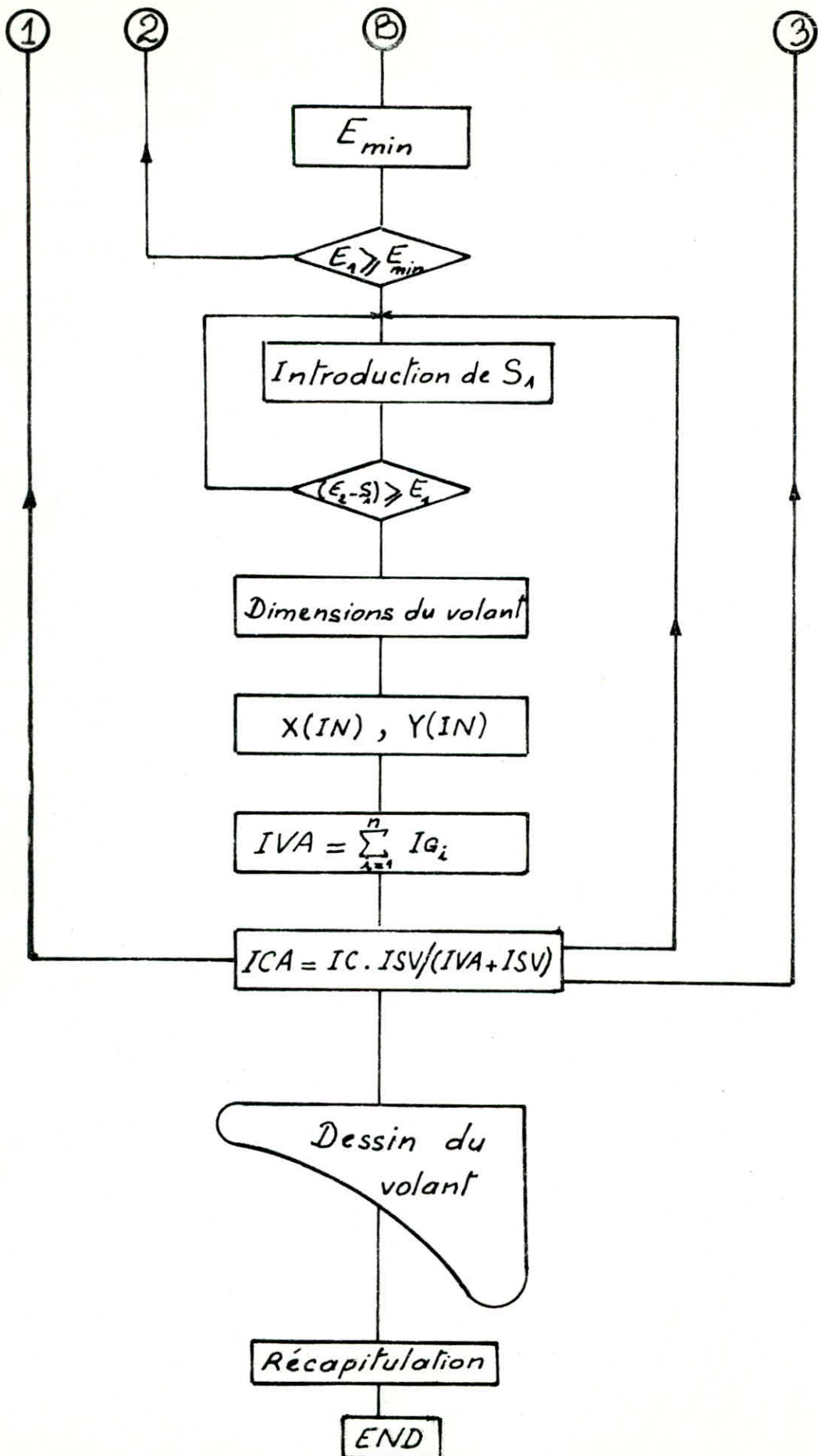
$$21) X(21) = X(18) : Y(21) = Y(20)$$

$$22) X(22) = X(18) : Y(22) = Y(19)$$









NOTATIONS UTILISÉES DANS LE PROGRAMME

- CPT : Couple total pour un cylindre
 CPG : " dû au gaz " "
 CPI : " aux inerties " "
 CNT : " total d'un multicylindre
 CGN : " dû au gaz " "
 CLN : " aux inerties " "
 CR : " moyen (resistant)
 PHI : la vitesse angulaire (ω)
 TT : θ
 IC : Irregularite cyclique
 ICA : Irregularite cyclique ameliorée
 ISV : Inertie des pieces tournantes sans volant
 IV : Inertie du volant
 IVA : Inertie du volant ameliorée
 RM : Rayon minimal
 EM : Epaisseur minimale
 RP : Contrainte admissible

**APPLICATION
&
RESULTATS**

APPLICATION SUR UN MOTEUR

F4 L912

Les données utilisées dans cette application sont:

$$m_p = 1,635 \text{ kg}$$

$$m_b = 1,700 \text{ kg}$$

$$I_{SV} = 0,501 \text{ kg.m}^2$$

(inertie des pièces tournantes SV)

$$I_{GZ} = 0,021 \text{ kg.m}^2$$

(inertie de la bielle / a C. D. G)

$$L = 0,21 \text{ m}$$

(L'entraxe de la bielle)

$$L_B = 0,14 \text{ m}$$

(Position du centre de gravite de la bielle par rapport à son pied)

$$\epsilon = 17$$

(Taux de compression)

$$D = 0,1 \text{ m}$$

(Alésage du piston)

$$C = 0,12 \text{ m}$$

(Course " ")

$$D_1 = 0,065 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,360 \text{ m}$$

$$D_3 = 0,365 \text{ m}$$

$$D_4 = 0,15 \text{ m}$$

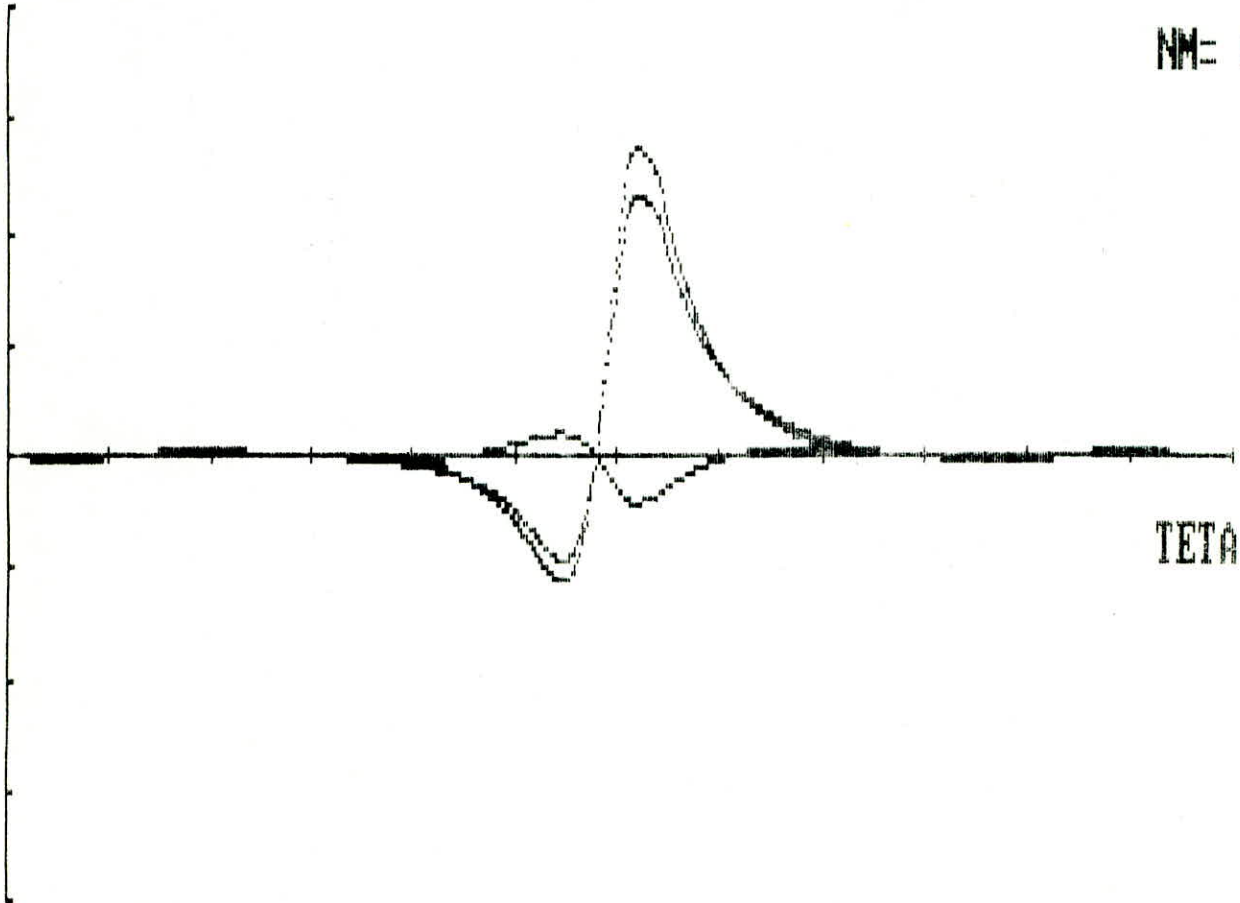
$$D_5 = 0,327 \text{ m}$$

$$D_e = 0,385 \text{ m}$$

$$D_6 = 0,095 \text{ m}$$

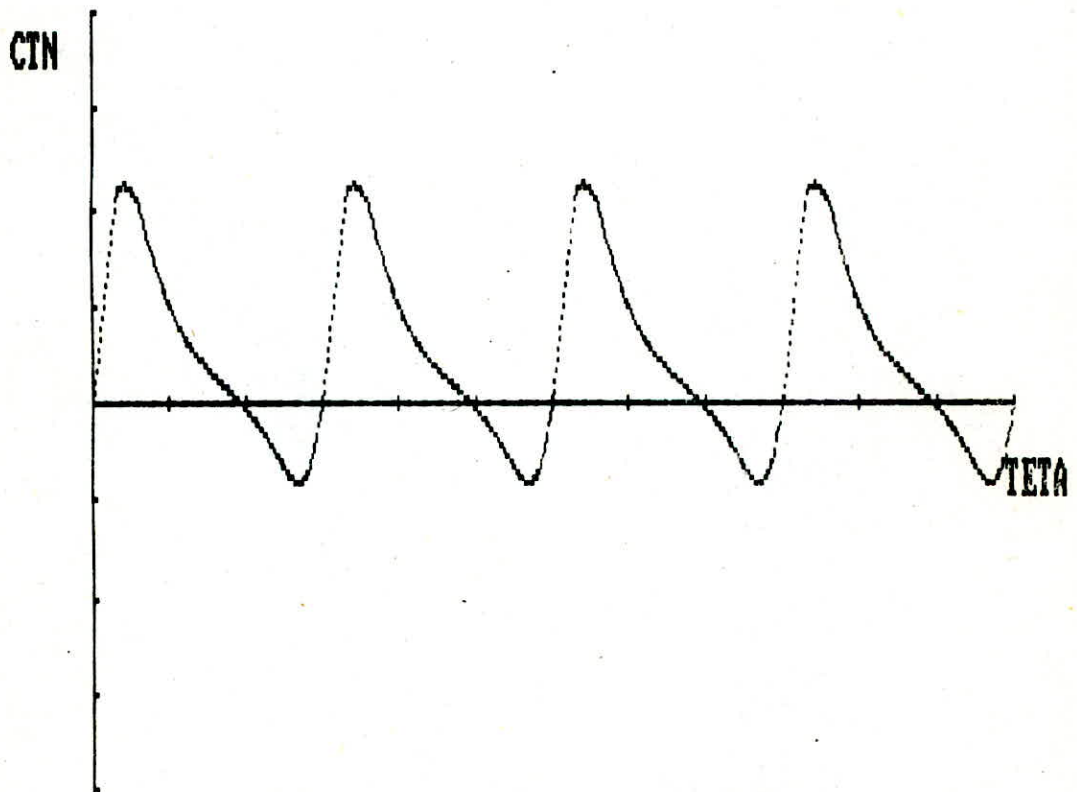
CPT
CPG
CPI

NM= 650

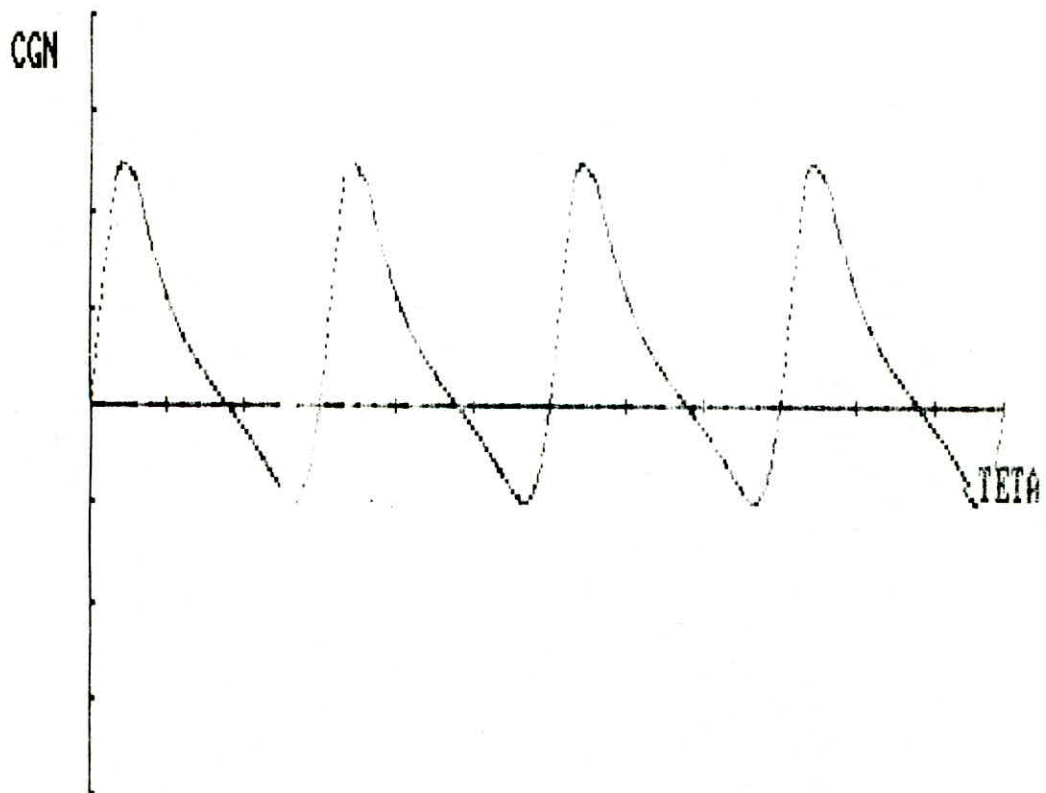


TETA

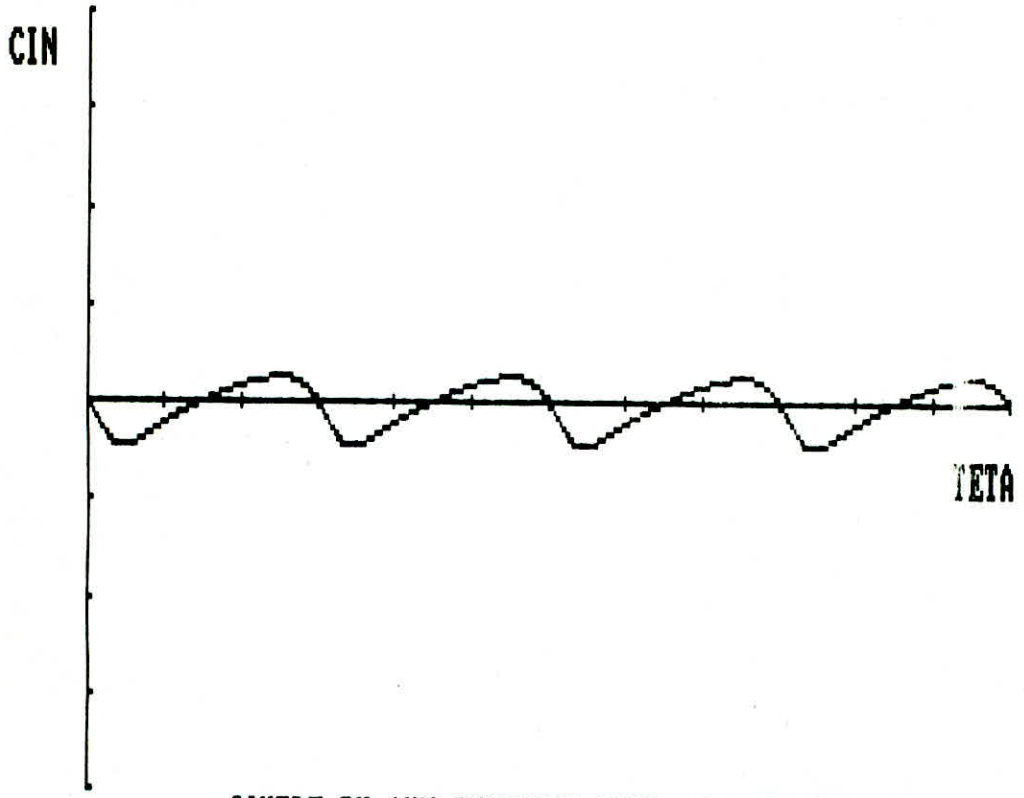
COUPLE TOTAL & DU AU GAZ & DU AUX INERTIES
POUR UN MONOCYLINDRE



COUPLE TOTALE POUR UN MULTICYLINDRE
NC=4 NM= 650



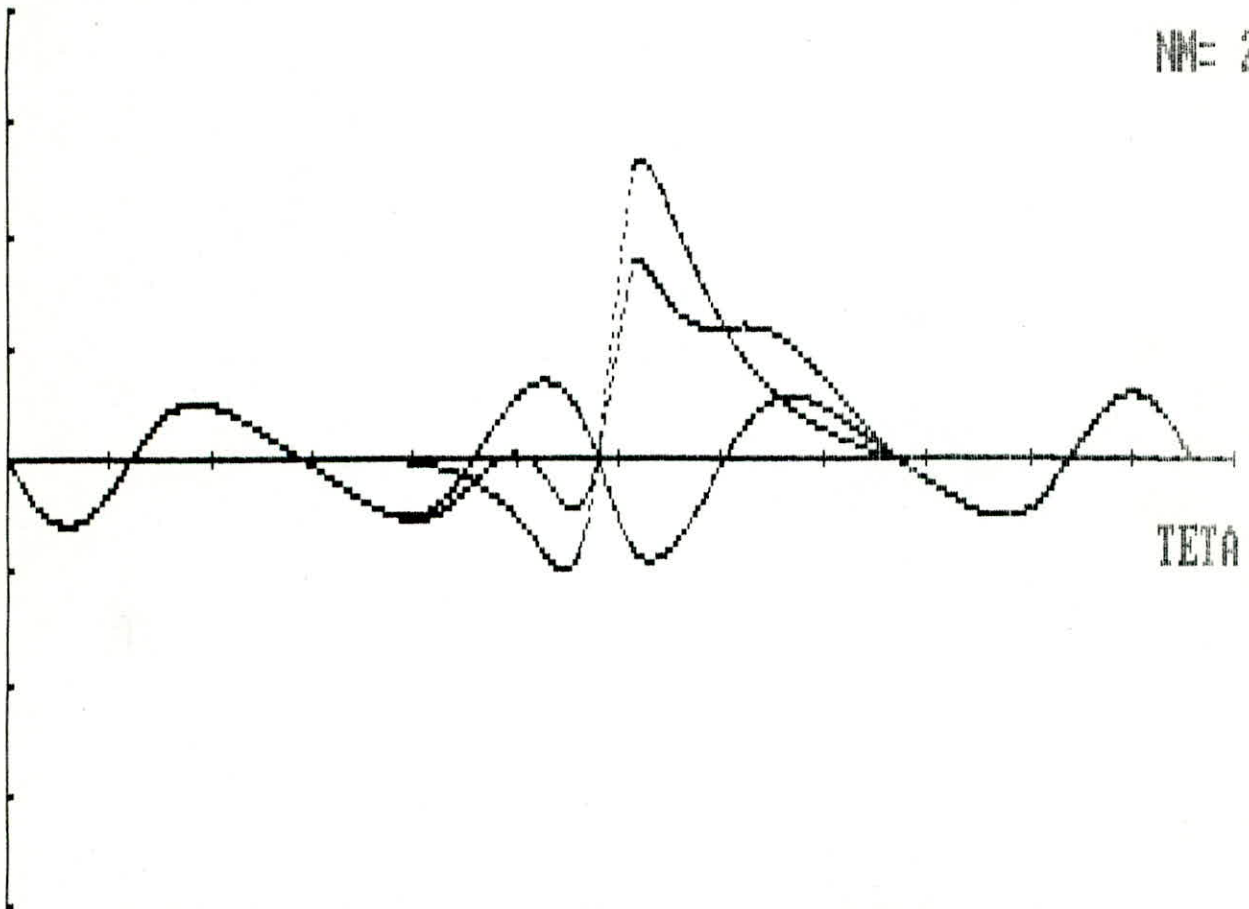
COUPLE D AU GAZ POUR UN MULTICYLINDER
NC=4 NM= 650



COUPLE DU AUX INERTIES POUR UN MULTICYLINDRE
NC=4 NM= 650

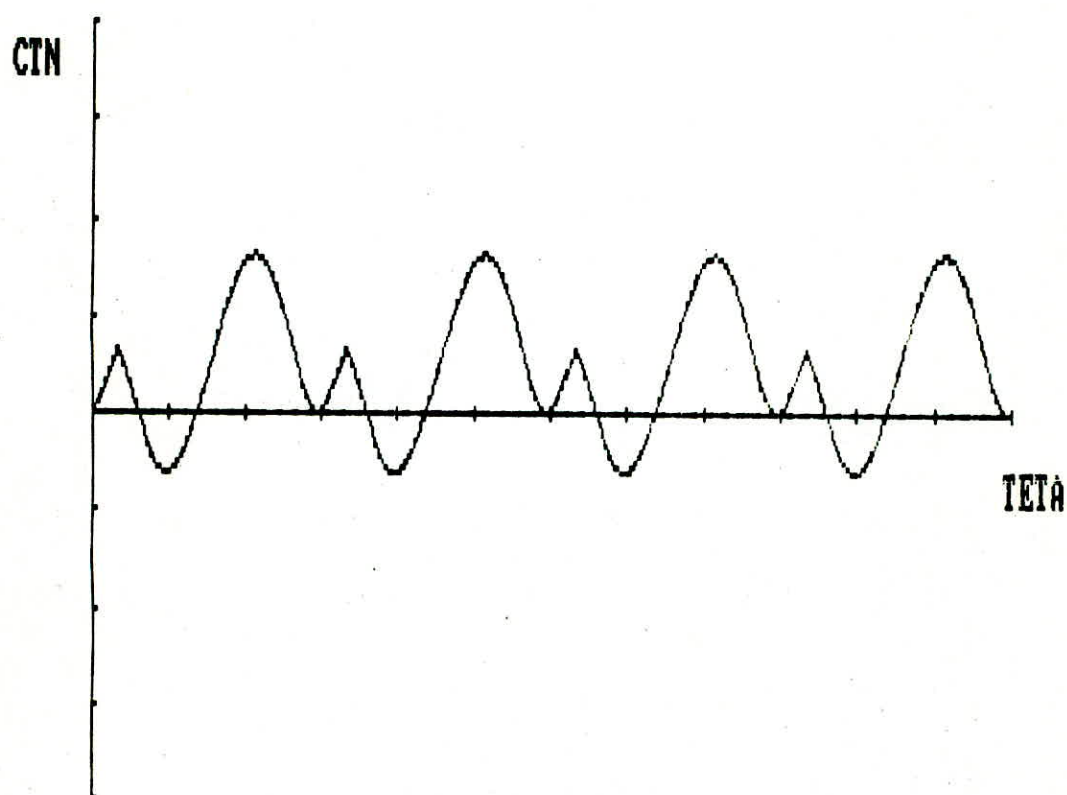
CPT
CPG
CPI

MM= 2300

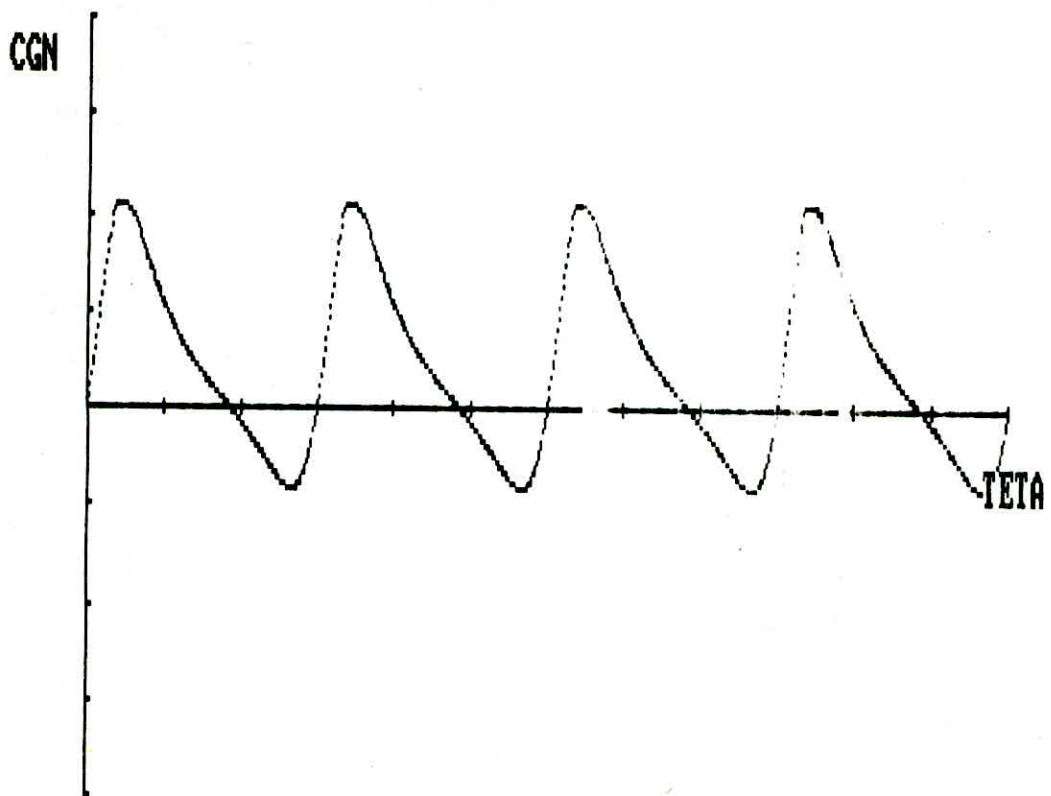


TETA

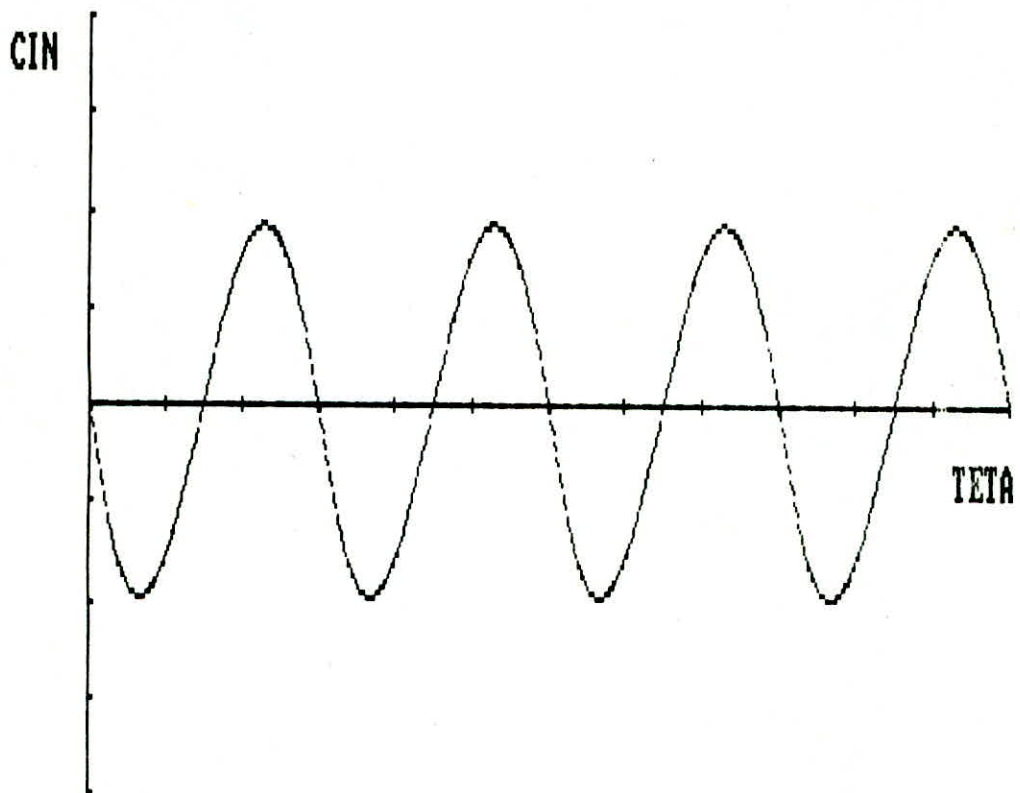
COUPLE TOTAL & DU AU GAZ & DU AUX INERTIES
POUR UN MONOCYLINDRE



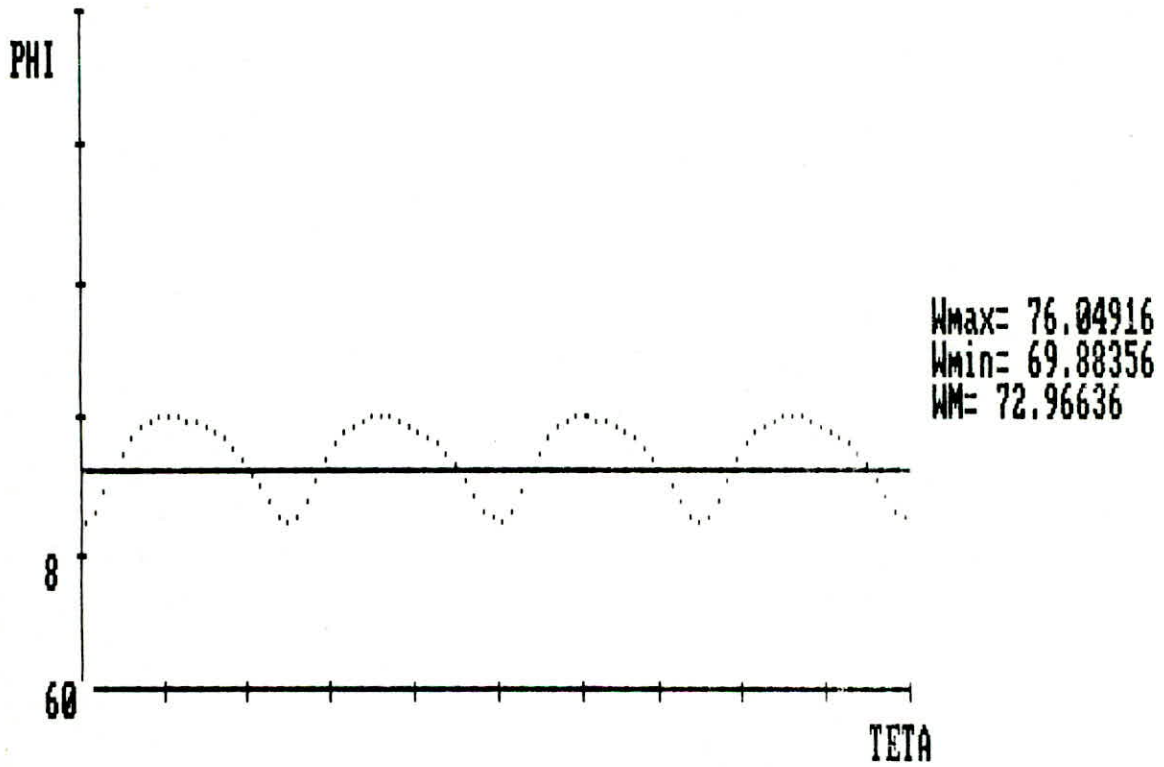
COUPLE TOTALE POUR UN MULTICYLINDRE
NC=4 NM= 2300



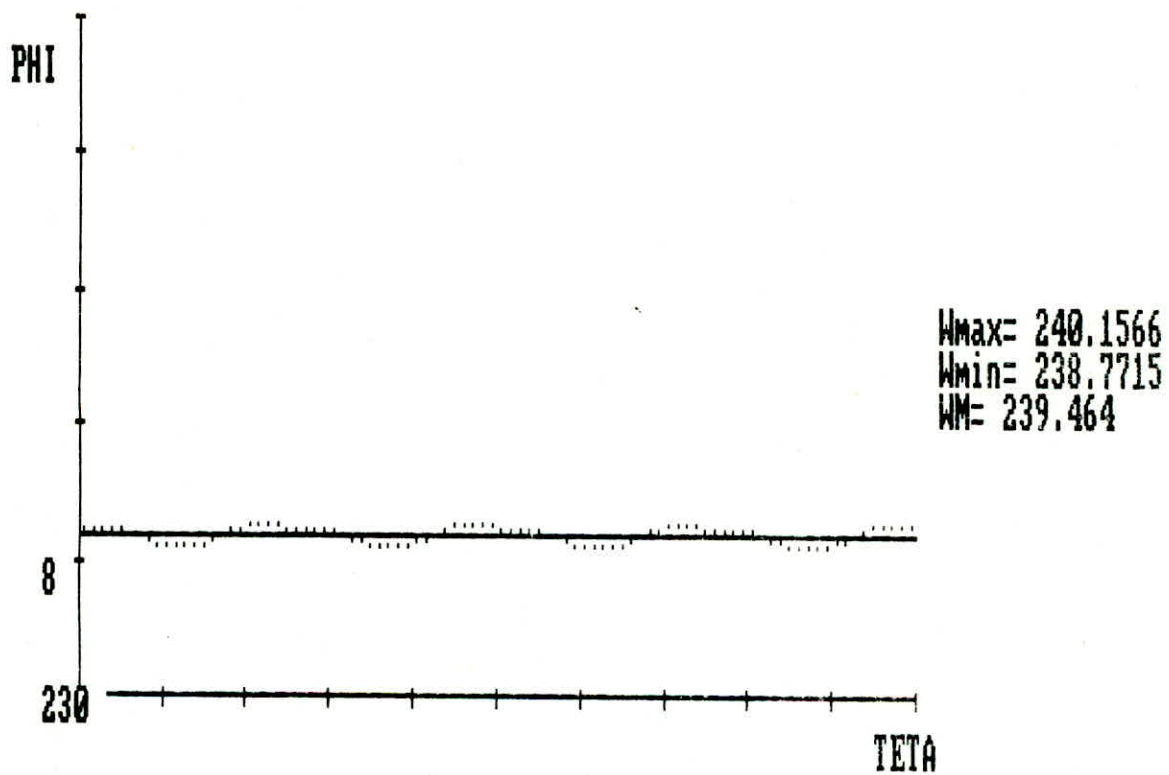
COUPLE DU AU GAZ POUR U I MULTICYLI DER
NC=4 NM= 2300



COUPLE DU AUX INERTIES POUR UN MULTICYLINDRE
NC=4 NM= 2300

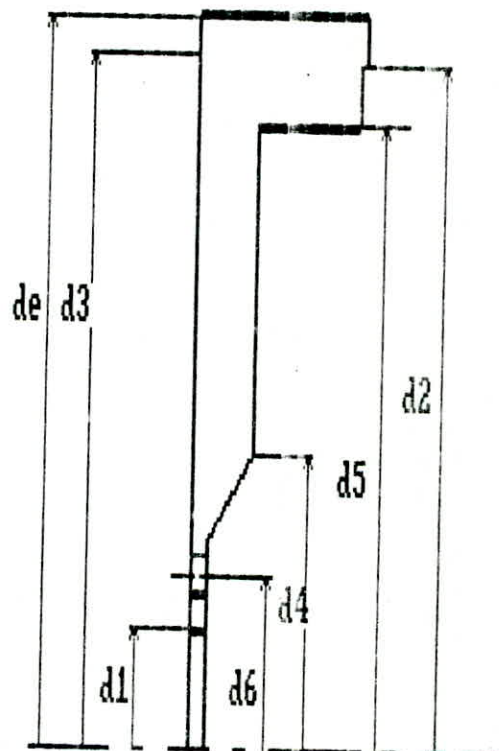


LES FLUCTUATIONS DE LA VITESSE ANGULAIRE
NC= 4 NM= 60



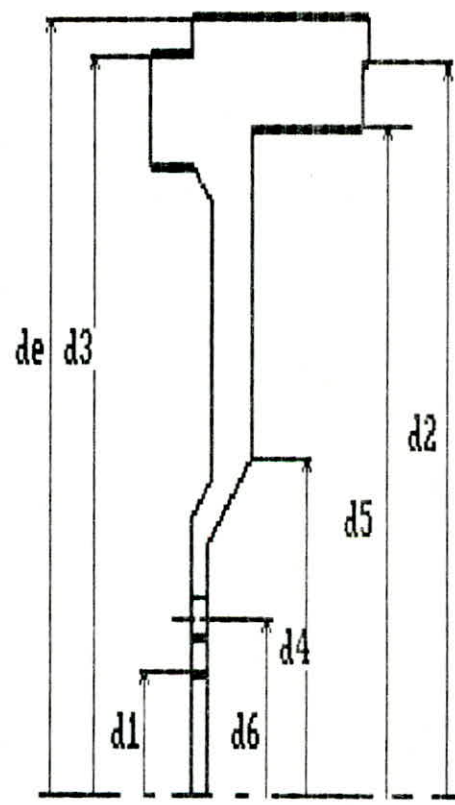
LES FLUCTUATIONS DE LA VITESSE ANGULAIRE
NC= 4 NM= 2300

DEMI-COUBE
DU VOLANT D'INERTIE CALCULE



D1[m]	.065
D2[m]	.36
D3[m]	.365
D4[m]	.15
D5[m]	.327
D6[m]	.095
DE[m]	.385
E1[m]	6.777016E-03
E2[m]	2.933825E-02
E3[m]	8.697329E-02
ICA	.0491181

DEMI-COUPÉ
DU VOLANT D'INERTIE CALCULÉ



D1[m]	.065
D2[m]	.36
D3[m]	.365
D4[m]	.15
D5[m]	.327
D6[m]	.095
DE[m]	.385
E1[m]	6.777016E-03
E2[m]	2.933825E-02
E3[m]	.1123181
ICA	4.743415E-02

\\.\.\ RECAPITULATION \.\.\

NMC <tr mn]<="" th=""><th>A[nm.rd]</th><th>CR[n.m]</th><th>M[KG]</th><th>IUA[kgm^2]</th><th>IC</th><th>ICA</th></tr>	A[nm.rd]	CR[n.m]	M[KG]	IUA[kgm^2]	IC	ICA
A[nm.rd]	CR[n.m]	M[KG]	IUA[kgm^2]	IC	ICA	
650	455.7721	217.825	35	.9533074	0.00450	0.04743

CONCLUSION

Après avoir achevé cette étude, nous sommes parvenu aux conclusions suivantes :

1°) Le Problème se pose au ralenti où le fonctionnement du moteur est très irrégulier par rapport à celui qui fonctionne en marche normale, et cela est dû à la diminution de l'inertie des pièces tournantes (ie. effort correctif), et à d'autres phénomènes physiques, déjà cités ; donc l'étude d'un volant moteur doit se faire en régime ralenti.

2°) Dans le calcul des fluctuations du mouvement au lieu de la décomposition de Fourier, qui aboutit à des résultats moins précis, du fait que, d'une part seulement les dix premiers harmoniques sont pris en considération, et d'autre part les calculs sont lents.

Pour cela nous avons adopté la méthode de SIMPSON qui est plus rapide et conduit à des résultats satisfaisants.

3°) Vu que la CAO est une technique nouvelle et ne trouve pas encore une large application dans notre école, la documentation était rare ce qui nous a pas permis d'élaborer un logiciel perfectionné, sauf que pendant ces derniers temps, le centre de calcul dispose de ces logiciels, ce qui permettra - nous l'espérons - aux étudiants dans l'avenir de mener des études plus poussées et plus fructueuses dans ce domaine.



ANNEXES

ANNEXE 1

FORCES VIVES

1) Théorème :

Dans un système matériel indéformable et sans frottement, le travail total des forces appliquées au système est égale à la somme de son énergie cinétique.

2) Bilan énergétique :

La force vive, ou énergie emmagasinée par un corps, d'inertie I , en mouvement est :

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Lorsque la vitesse angulaire varie d'une valeur ω_1 à une valeur ω_2 l'énergie cinétique varie (algébriquement) de la quantité ΔE donnée par l'expression :

$$\Delta E = \frac{1}{2} I (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Si on admet que le système matériel en mouvement est constitué par l'ensemble mécanique formé du vilebrequin, volant, bielles et pistons, on peut considérer que les forces qui lui sont appliquées se composent d'une part, d'un couple moteur C_m , et d'un couple résistant C_r (Négatif) correspondant à la réaction de l'arbre sur le moteur.

Dans un mouvement de rotation, pour une variation angulaire $d\theta$, le travail élémentaire est égal à $Cd\theta$, donc :

$$(C_m - C_r) d\theta = dE$$

Ce qui donne en intégrant entre θ_1 et θ_2

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} (C_m - C_r) d\theta = \frac{1}{2} I (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

ANNEXE 2

METHODE DE SIMPSON

Le but de cette méthode est l'évaluation des intégrales définies de la forme :

$$A = \int_a^b f(x) \cdot dx$$

Où $f(x)$ est une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$.

avec : $h = \frac{b-a}{n}$ n pair

On choisit des intervalles de longueur $2h$:

$$(a, a+2h), (a+2h, a+4h), (a+(n-2)h, a+nh)$$

$$\int_a^{a+2h} f(x) dx \approx 2h \left[\frac{1}{6} f(a) + \frac{4}{6} f(a+h) + \frac{1}{6} f(a+2h) \right]$$

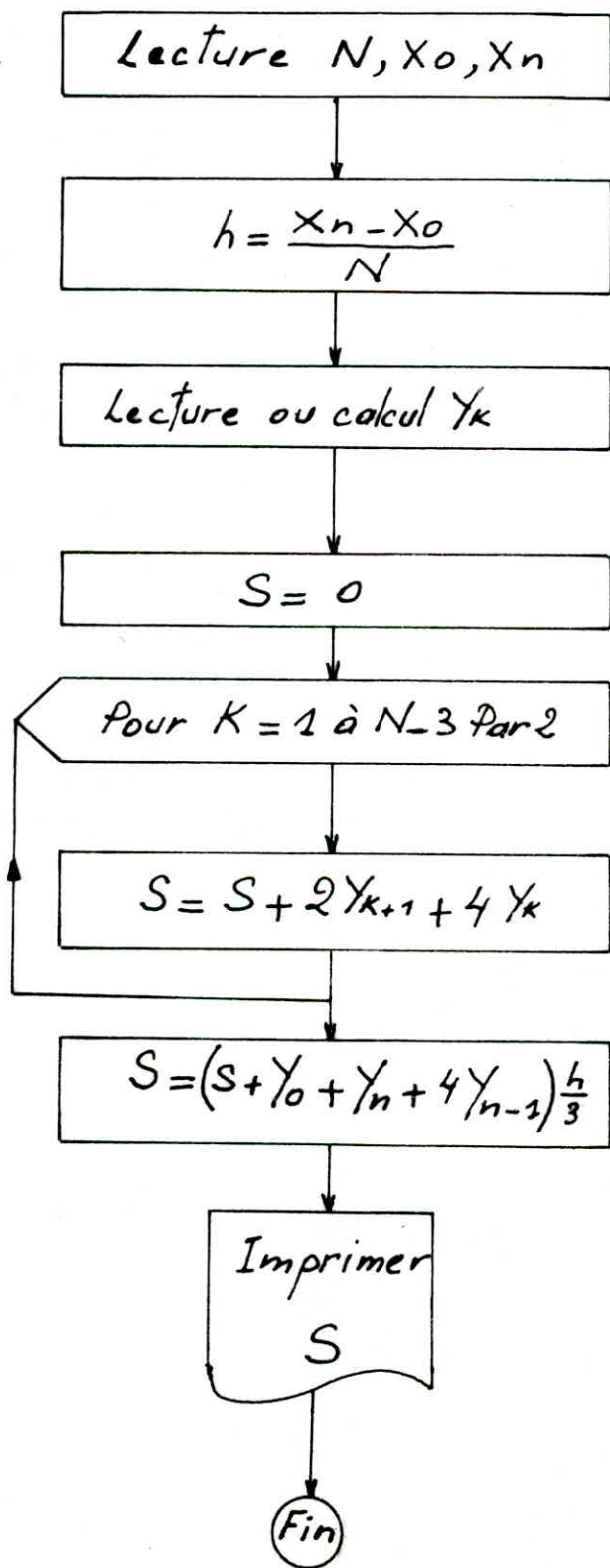
$$\int_{a+2h}^{a+4h} f(x) dx \approx 2h \left[\frac{1}{6} f(a+2h) + \frac{4}{6} f(a+3h) + \frac{1}{6} f(a+4h) \right]$$

$$\int_{a+(n-2)h}^b f(x) dx \approx 2h \left[\frac{1}{6} f(a+(n-2)h) + \frac{4}{6} f(a+(n-1)h) + \frac{1}{6} f(b) \right]$$

Et en additionnant :

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{h}{3} \left\{ f(a) + f(b) + 2 \left[f(a+2h) + f(a+4h) + \dots + f(a+(n-2)h) \right] + 4 \left[f(a+h) + f(a+3h) + \dots + f(a+(n-1)h) \right] \right\}$$

ORGANIGRAMME SIMPSON



ANNEXE 3

* $C_r = C_{moy}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du système matériel en rotation (système rigide, frottements négligés)

$$d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = (C_m - C_r) d\theta$$

Intégrons de θ_0 à θ_1

$$\frac{1}{2} J(\omega_1^2 - \omega_0^2) = \int_{\theta_0}^{\theta_1} (C_m - C_r) d\theta = \text{aire } A_2$$

Intégrons de θ_1 à $\theta_0 + T$ ($T = \text{Période}$)

$$\frac{1}{2} J(\omega_0^2 - \omega_1^2) = \int_{\theta_1}^{\theta_0 + T} (C_m - C_r) d\theta = \text{aire } A_1$$

En faisant la somme des deux expressions précédentes on a :

$$0 = \int_{\theta_0}^{\theta_0 + T} (C_m - C_r) d\theta = \text{aire } A_1 + \text{aire } A_2$$

L'aire A_1 et A_2 sont donc égales en valeur absolue et nous poserons $|A_1| = |A_2| = A$

Nous pouvons également en déduire que :

$$\int_{\theta_0}^{\theta_0 + T} C_m d\theta - \int_{\theta_0}^{\theta_0 + T} C_r d\theta = 0$$

Soit, en divisant par T :

$$\underbrace{\frac{1}{T} \int_{\theta_0}^{\theta_0 + T} C_m d\theta}_{\text{Couple moteur moyen}} = \underbrace{\frac{1}{T} \int_{\theta_0}^{\theta_0 + T} C_r d\theta}_{\text{couple résistant}}$$

le couple moteur moyen est donc égal au couple résistant moyen.

$$C_r = C_{\text{moy}}$$

ANNEXE 4

MOMENT D'INERTIE D'UNE COURONNE :

$$I_z = \int_{(C)} r^2 dm$$

avec: $dm = \rho dv$ / $dv = 2\pi r \cdot h dr$

$$dm = \rho 2\pi r h dr$$

On remplaçant dans l'expression on trouve:

$$I_z = \int_{(C)} \rho 2\pi h r^3 dr$$

$$I_z = 2\pi \rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = 2\pi \rho h \left[\frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \rho \pi h (R_2^4 - R_1^4) (R_2^2 + R_1^2)$$

avec:

$$\pi h R_2^2 - \pi h R_1^2 = V_2 - V_1 = V = \frac{m}{\rho}$$

d'où finalement on tire:

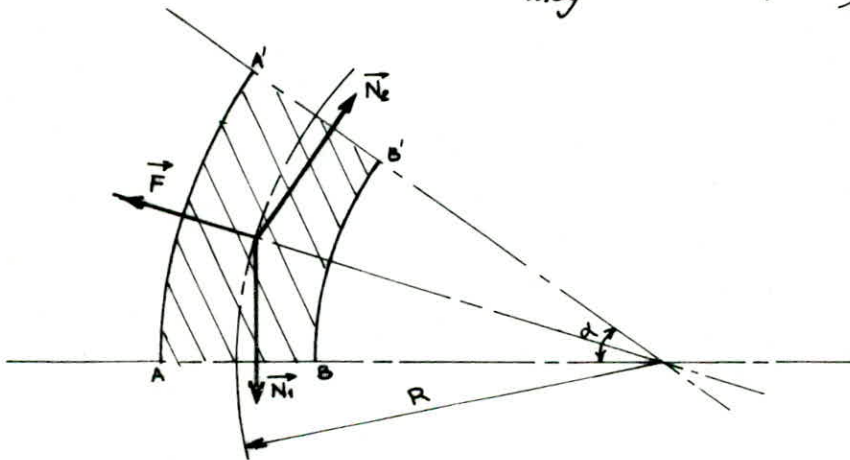
$$I_z = \frac{1}{2} m (R_2^2 + R_1^2)$$

ANNEXE 5

CALCUL DU RAYON MOYEN MAXIMAL

Considérons la portion de prisme $AB A'B'$ du volant tournant à une vitesse angulaire moyenne ω_{moy} , soumet à un couple moyen C_{moy} , et aux efforts normaux \vec{N}_1, \vec{N}_2 qui compense l'effet de la force centrifuge \vec{F}

$$F = M \cdot \omega_{\text{moy}}^2 \cdot R \quad (5-1)$$



Soit A la section droite de volume V :

$$V = \text{vol} \{AB A'B'\} = AR \cdot \alpha$$

R : Rayon de la fibre moyenne de la jante

Sachant que : $M = \rho \cdot V$

donc : $M = \rho \cdot A \cdot R \cdot \alpha \quad (5-2)$

Projetons les trois forces (N_1, N_2, F) sur la direction de F

nous aurons :

$$F = 2N \sin \frac{\alpha}{2}$$

Où : $N = \|\vec{N}_1\| = \|\vec{N}_2\|$

α : étant très petit on peut assimiler $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$

D'où :

$$F = N\alpha \quad (5-3)$$

En remplaçant (5-2) et (5-3) dans (5-3) on trouve :

$$\frac{N}{A} = \rho \omega_{\text{moy}}^2 R^2 \quad (5-4)$$

$\frac{N}{A}$: C'est la contrainte.

Pour que l'anneau travaille dans des bonnes conditions admissible, on à l'expression (5-5)

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (5-5)$$

σ_{adm} : C'est la contrainte admissible.

D'où :

$$R^2 \leq \frac{\sigma}{\rho \cdot \omega_{\text{moy}}^2}$$

Donc le rayon moyen maximal d'un volant est :

$$R_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \cdot \omega_{\text{moy}}^2}} \quad (5-6)$$

