

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

10/88

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

1er

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : **Genie . Mecanique** المدرسة الو
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**ANALYSE DE STRUCTURE
D'UNE
TURBINE A VAPEUR**

Proposé par :

M^r: A. GAHMUSSE

Maitre de conference
à L'ENP

Etudié par :

M^r: B. CHERIF

Dirigé par :

M^r: A. GAHMUSSE

PROMOTION : JANVIER 1988

7.6
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بسم الله الرحمن الرحيم
أقرنا باسم ربك
الذي خلقنا من
الآنسان
من
على أقرار ربك
عالم الأكرم الضم
عالم
بالقلم
من

الأمير محمد

صدق الله العظيم

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROMOTEUR : M^r A. GAHMOUSSE

ELEVE INGENIEUR : B. CHERIF

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

دائرة الهندسة الميكانيكية

الموجه السيد : قحوس

الطالب المهندس : ب. ب.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة -
BIBLIOTHEQUE -
Ecole Nationale Polytechnique

العنوان : دراسة تحليلية لبنية عنفة بخارية

الملخص : يتمثل هذا المشروع في القيام بدراسة تحليلية للمشاكل الرئيسية المتعلقة بالعناصر المكونة للعنفة .

وتم التركيز بالخصوص على الحساب الديناميكي للعمود والإسطوانات والجنبيحات بالإضافة إلى الجزء الثابت .

وذلك بالإعتماد على نتائج الدراسة الطاقوية سابقة

ونشير إلى أن مثل هذا الحساب حجر الأساس في تصميم وإنشاء لعنفات البخارية

Sujet : Analyse de structure d'une turbine à vapeur

Résumé : Notre étude est une analyse des principaux problèmes de structure auxquels sont confrontés les éléments constitutifs d'une turbine à vapeur.

Un accent a été mis sur le calcul dynamique de l'arbre, disques, aubes, stator et ceci en fonction des résultats de l'étude énergétique précédemment faite qui est un prérequis de tout calcul de structure formant la base de conception et construction des turbines à vapeur.

Subject : Structural study of steam turbine

Summary : Our study is an analysis of the main structural problems which occur with the constitution of the elements of a steam turbine. The dynamic calculation of the shaft, disc, wing, stator is especially important in accordance with the results of the energetic study which has already been done, this is a prerequisite of any calculation of structure forming a base of the conception and construction of steam turbines.

- REMERCIEMENTS -

Nous tenons à remercier vivement tout
Le Corps enseignant pour La formation
reçue tout au Long de notre scolarité.
qu'ils trouvent ici L'expression de notre
Profonde reconnaissance.

Nous tenons à remercier particulière-
ment M. A. GAHMousse dont Les Conseils
nous ont beaucoup aidés dans l'élaboration
de notre these de fin d'études.

Dedicaces

٤١

Mes parents

Toute ma famille

Tous mes amis

Je dedie ce memoire.....

DONNEES

- Puissance aux bornes de L'Alternateur 17,14 MW
- Admission : Vapeurs surchauffée à $P_0 = 22 \text{ bar}$
 $T_0 = 460^\circ\text{C}$
- Echappement au Condenseur à $P_c = 0,25 \text{ bars}$
- Rechauffage de L'eau d'alimentation par un seul soutirage à
 $P_s = 2,3 \text{ bar}$
 $T_s = 200^\circ\text{C}$

Les Resultats de L'etude energetique.

- Cycle thermodynamique : HIRN avec 1 soutirage
- Le rendement du cycle : 30%
- La turbine est à 2 corps . HP. BP
- Les resultats du corps HP sont donnés aux tableaux n° 1, 2, 3, 4.
- Les resultats du calcul energetique du corps BP sont donnés aux tableaux n° 5, 6, 7, 8

Introduction

On peut définir une structure par un ensemble constitué par des éléments de forme quelconque en des matériaux quelconque, souvent métallique assemblés pour une certaine fonction.

En particulier la structure d'une turbine à vapeur est constituée par le rotor formé par l'ensemble arbre, disques et ailettes, le stator, les paliers et par les éléments qui assurent le guidage du rotor (coussinets, roulements, ...).

L'ensemble de la structure ainsi constituée repose sur des massifs ceci afin d'amortir les vibrations.

Notre étude est une analyse des principaux problèmes de structure auxquels sont confrontés les éléments constitutifs d'une turbine à vapeur, un accent a été particulièrement mis sur le calcul dynamique de l'arbre, disques et aube, ceci en fonction des résultats de l'étude énergétique précédemment faite, qui est un prérequis de tout calcul de structure formant la base de conception et construction des turbines à vapeur.

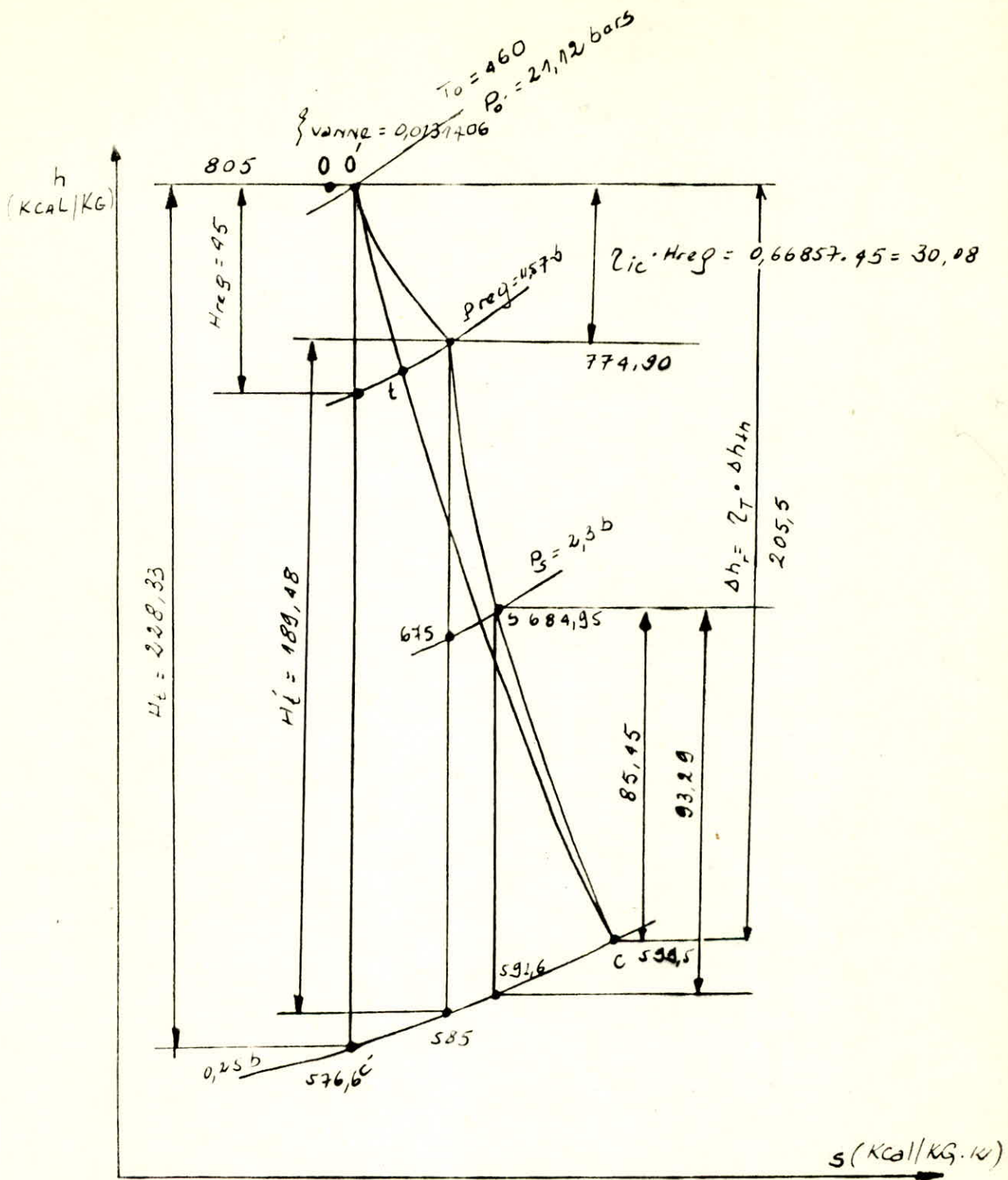
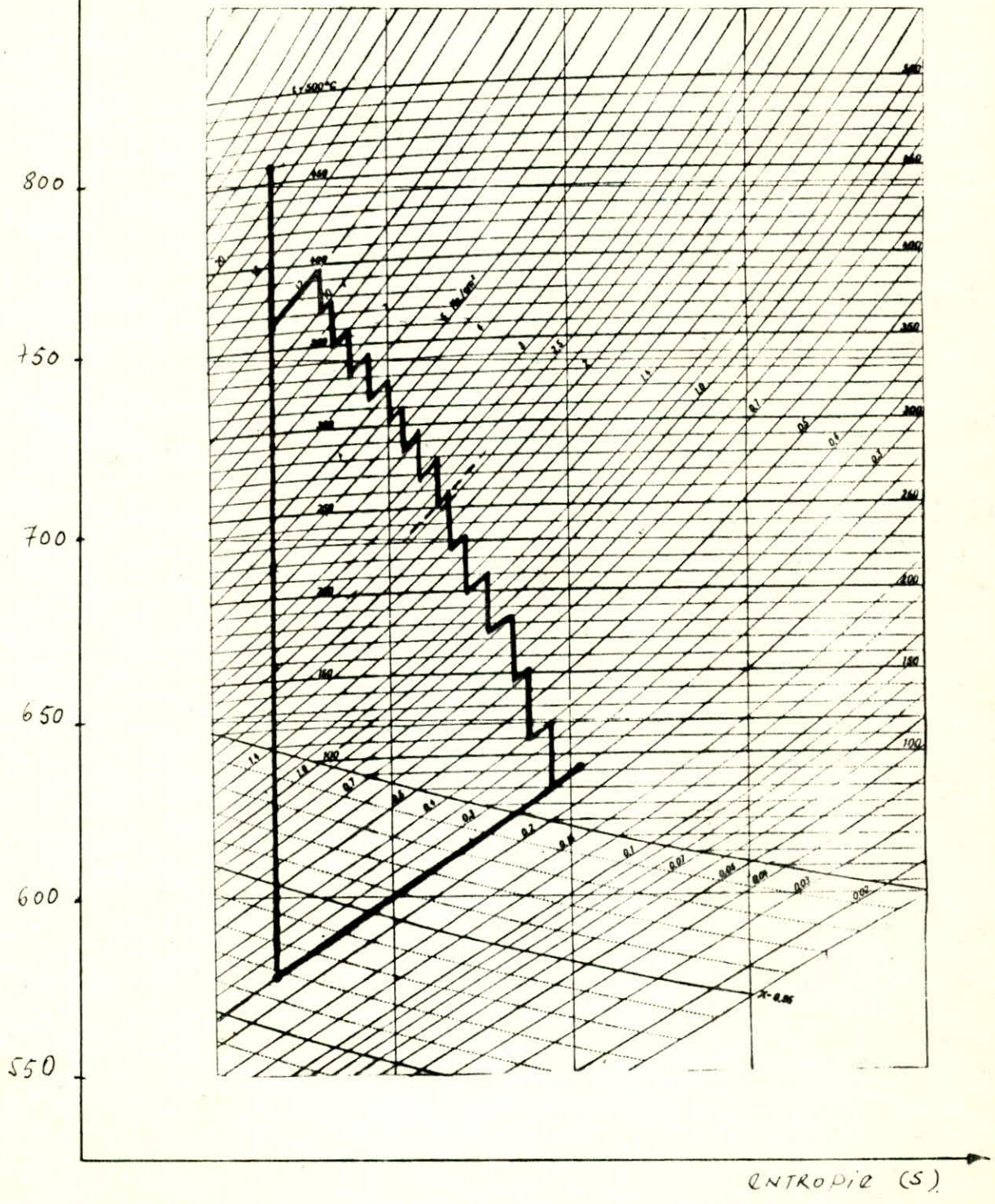
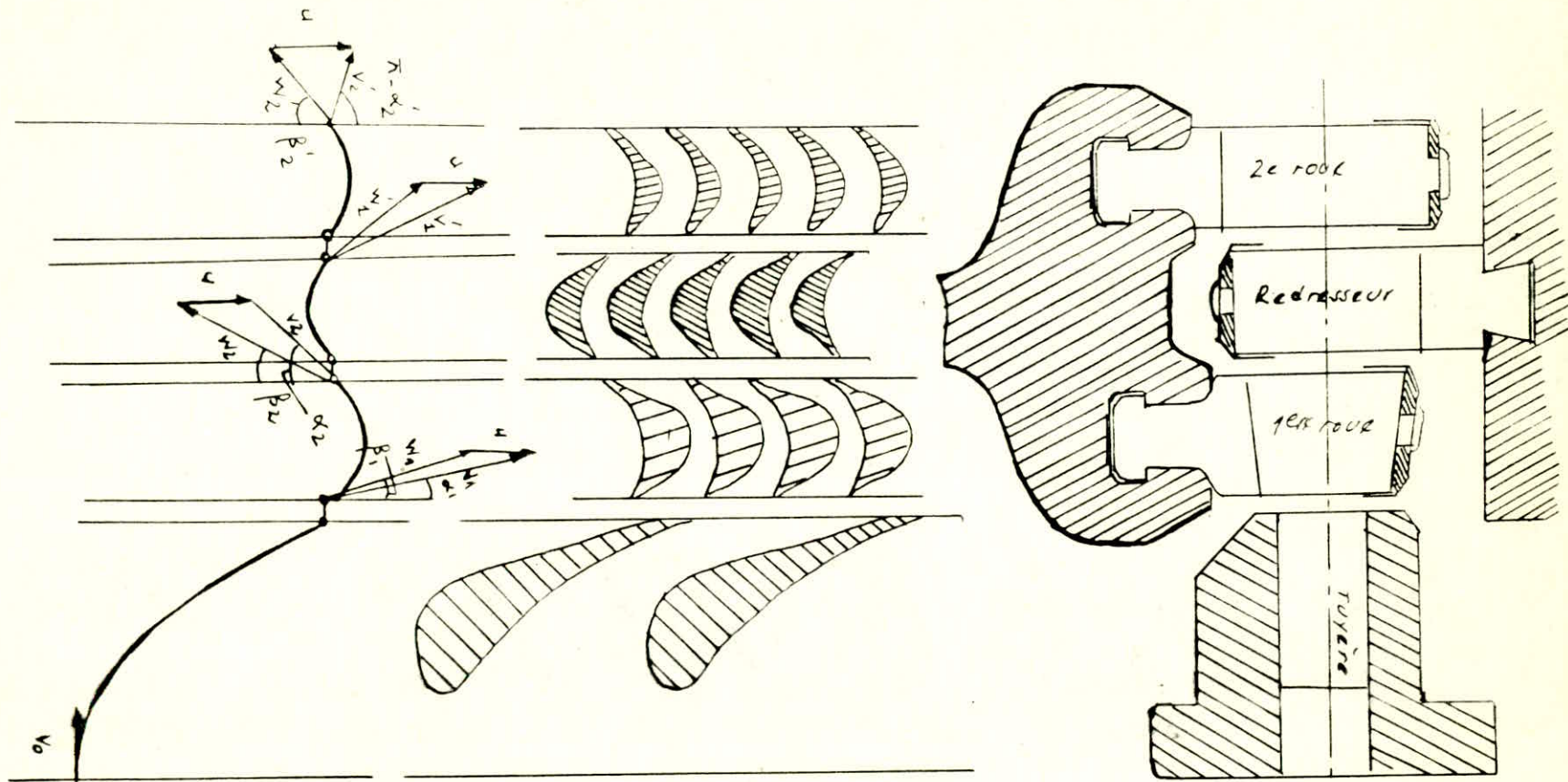


Fig 1
 Représentation des différents points
 d'après le diagramme de MOLLIER.

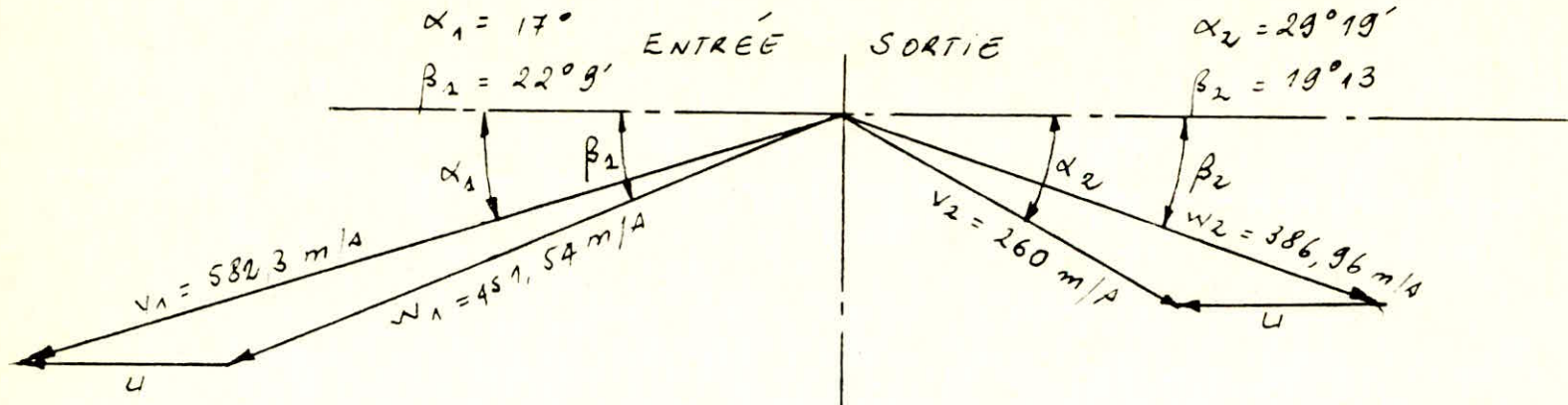
h (KCAL/KG)

FIG () Diagramme de
MOLLIER



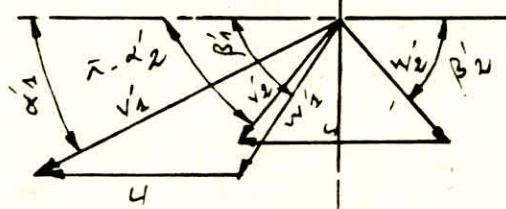


v = vitesse absolue fig 1) Roue CURTIS
 w = vitesse relative
 u = vitesse périphérique. Représentation des triangles de vitesse



ROUE 1.
 $U = \text{CONSTANTE} = 138,64 \text{ m/s}$

$\alpha'_1 = 26^\circ 14'$
 $\beta'_1 = 57^\circ 59'$
 $V'_1 = 223,34 \text{ m/s}$
 $W'_1 = 116,42 \text{ m/s}$



$\alpha'_2 = 129^\circ 27'$
 $\beta'_2 = 48^\circ 08'$
 $V'_2 = 104,43$
 $W'_2 = 108,27$

ROUE 2.

Echelle : 1/50 FIG 1) TRIANGLES DES VITESSES
 (ROUE CURTIS)

HP TABLEAU N° 1

N° ETAGE	$\beta_1(^{\circ})$	$\beta_2(^{\circ})$	ψ	$w_1(m/s)$	$w_2(m/s)$	h_{crest} (Kcal/Kg)	$v_2(m/s)$	h_{roue} (Kcal/Kg)
1	22,9	16	0,854	186,50	159,271	0,366	55,39	1,123
2	23,42	20	0,86	179,24	154,146	0,29	57,64	1,0377
3	23,548	20	0,865	180,56	156,18	0,4058	58,39	0,979
4	25,55	16	0,854	177,58	151,65	0,523	66,21	1,39
5	27,39	24	0,877	178,06	156,25	0,54	67,3	0,873
6	27,51	20	0,87	181,83	158,2	0,673	75,13	1,08
7	31,15	22	0,877	178,6	156,6	0,718	77,62	1,198
8	31,66	20	0,875	177	155,43	0,513	65,98	1,24

$\gamma = 120$

HP TABLEAU N° 2

N° STAGE	P (bar)	\bar{r} (g)	\bar{r} (mm)	B (mm)	t (mm)	ρ_i	GET (kg/s)	Niet (km)
1	10	380	74	25	20	0,763	24,658	981,22
2	8	360	78	25,32	20,26	0,715	24,66	918,93
3	6,6	340	84	25,7	20,63	0,732	24,71	933,83
4	5,4	330	90	26,27	21,02	0,72	24,69	919,1
5	4,8	310	102,04	26,26	21,41	0,741	24,76	955,45
6	3,7	298	108,35	27,25	21,8	0,693	24,77	904,19
7	2,85	260	133,5	27,76	22,21	0,67	24,83	856,04
8	2,3	255	193,57	28,25	22,6	0,683	24,9	900,94

HP

TABLEAU N° 3

VE ETAGE	ΔH_{th} (Kcal/Kg)	α_2 (°)	α_1 (°)	φ	V_1 (m/s)	ξ	U (m/s)	d (m)
1	12,4375	90 52,42	14	0,93	300,1	0,337	113,32	0,76
2	12,4375	65,049	14	0,9	294,59	0,412	121,549	0,7742
3	12,4375	66,17	14	0,91	298,2	0,415	123,81	0,7886
4	12,4375	47,67	16	0,913	299,29	0,421	126,12	0,8033
5	12,4375	70,298	16	0,905	297,35	0,431	128,457	0,8182
6	12,4375	56,55	18	0,93	304,72	0,432	130,84	0,8334
7	12,4375	64,99	18°	0,905	299,9	0,44	133,28	0,8489
8	12,4375	57,43	18	0,91	301,7	0,45	135,648	0,864

HP TABLEAU N° 4

N° ETAGE	h_{diat} (Kcal/Kg)	Σh (Kcal/Kg)	η_u	ρ (m ³ /Kg)	h_{entre} (Kcal/Kg)	h_{sent} (Kcal/Kg)	h_{sortie} (Kcal/Kg)	Σh (Kcal/Kg)
1	1,677	3,166	0,969	0,297	774,5	762,06	764,86	2,8
2	2,429	3,75	0,725	0,3615	764,86	752,51	756,27	3,7
3	2,202	3,5878	0,74	0,4328	756,27	743,97	747,4	3,5
4	2,56	4,473	0,677	0,505	747,41	737,07	739,5	4,5
5	2,34	3,753	0,739	0,5326	739,5	727,08	730,82	3,7
6	2,209	3,95	0,73	0,654	730,8	718,33	722,5	4,16
7	2,88	4,7	0,71	0,932	722,5	710,1	714,9	4,7
8	2,72	4,4	0,92	1,0991	714,9	702,4	706,97	4,4

Y = 126 Constant BP TABLEAU N° 5

ÉTAGE	P (bar)	T (°C)	l (mm)	B (mm)	t (mm)	η_i	G _{et} (kg/s)	N _{iet} (Kw)
1	1,76	232	120,5	25	20	0,75	10,01445	909,93
2	1,3	210	168,59	27,01	21,61	0,72	10,0057	922,2
3	0,9	185	171,89	29,275	23,42	0,733	9,844	906,29
4	0,6	150	266,25	31,76	25,41	0,762	9,877	1036,368
5	0,4	126	290	33,75	27,57	0,799	9,8825	1086,42
6	0,26	90	312	37,37	29,9	0,839	9,886	1118,58

BP TABLEAU N° 6

ÉTAGE	β_1 (°)	β_2 (°)	ψ	W_1 (m.s)	W_2 (m.s)	V_2 (m.s)	h_{rest} (m)	h_{tote} (m)
1	22,32	16	0,853	209,85	179	67,73	0,547	1,43
2	23,72	15	0,853	195,15	166,46	49,58	0,293	1,237
3	25,14	15	0,856	197,93	163,43	46,63	0,253	1,243
4	25,72	20	0,865	190,93	165,45	56,71	0,383	1,033
5	27,22	20	0,87	183,85	159,35	53,53	0,42	0,98
6	29,11	20	0,873	174,31	152,63	68,93	0,567	0,868

BP

TABLEAU N° 7

N° ETAGE	ΔH (KCAL/KG)	α_2 (°)	α_1 (°)	ψ	v_1 (m/s)	ξ	U (m/s)	d (m)
1	15	90° 46,75	14	0,93	329,57	0,38	125,66	0,8
2	15	60,33	14	0,9	324,57	0,419	136,27	0,867
3	15	70,10	14	0,908	324,9	0,45	147,79	0,94
4	16,47	95,17	14	0,915	342,46	0,468	160,274	1,02
5	16,47	113,24	14	0,93	347,63	0,49	173,81	1,106
6	16,47	130,75	14	0,94	351,75	0,53	188,49	1,2

BP TABLEAU N°8

N° ETAGE	h_{dist} (Kcal/Kg)	Σh (Kcal/Kg)	z_u	z (m/Kg)	P_{ENTREE} (Kcal/Kg)	h_{isent} (Kcal/Kg)	h_{Sortie} (Kcal/Kg)	Σh (Kcal/Kg)
1	2,02	3,337	0,76	1,3445	706,9775	691,97	695,42	3,45
2	2,94	4,47	0,74	1,8335	695,4275	680,42	684,609	4,177
3	2,68	4,188	0,74	2,081	684,6	669,6	673,533	3,329
4	2,72	4,186	0,676	3,586	673,533	657,06	669,94	3,88
5	2,25	3,65	0,79	5,704	660,94	644,47	647,77	3,3
6	1,94	3,375	0,826	6,7	647,7	631,3	634,648	3,375

I Généralité sur Les Problèmes Technologiques à résoudre

Dans La construction des turbines à vapeur s'impose au premier lieu la condition d'une absolue sécurité de marche et d'une grande simplicité de construction. Une turbine moins simple, avec un plus grand nombre d'organes, offre plus d'occasions de foutes d'exécution qu'une simple.

Parmi les autres problèmes les plus importants on peut citer :

- La difficulté de réalisation de dispositifs permettant d'assurer le minimum de pertes

- réalisation de dispositifs permettant la libre dilatation des différents organes

- Réalisation d'une durée de vie convenable permettant un amortissement du prix de construction et du prix d'installation compatible avec les conditions d'utilisation.

II Les Matériaux utilisés

Toutes les améliorations dans la conception et la construction trouvent leurs limites techniques dans les propriétés physiques des matériaux de construction actuellement disponibles.

Chaque élément de la turbine, par sa fonction, les sollicitations dont il est l'objet, ses dimensions, son mode de fabrication, conduit à définir un certain nombre de critères qui permettent de choisir les matériaux les plus aptes à assurer les services exigés dans les meilleures conditions économiques possibles.

Les caractéristiques mécaniques d'un métal sont fortement modifiées par l'élévation de sa température, le phénomène de fluage apparaît à partir de 400°C, la résilience et la résistance se trouvent modifiées, le module d'élasticité décroît fortement.

- Les matériaux doivent satisfaire à certaines conditions chimiques et physiques, ils doivent présenter
- Une bonne stabilité structurale aux hautes températures
 - Une bonne résistance à la corrosion

L'acier est le matériau le plus utilisé dans la construction des turbines à vapeur, on doit lui

allier d'autres éléments pour améliorer ses qualités.

Les éléments d'addition Les plus employés sont
Le nickel, Le chrome, Le molybdène, Le vanadium, Le
tungstène, Le titane, Le niobium, Le manganèse, ce
sont des matières rares et coûteuses, leurs utilisation
a une influence notable sur le prix de revient de la ma-
chine.

Les matériaux utilisés pour chaque organe de la
machine sont donnés au tableau n° (9) page (suivante)

TABLEAU 9

Résistances et domaines d'emploi des aciers d'ailettes de turbine à vapeur les plus usuels.

N°	PIECES ET TYPES D'ACIERS	σ_B à 20 °C	σ_F				σ_D				ξ_4	K	C	
			à 20	300	350	400	à 400	450	500	550				600
Tuyères :														
3	Acier Mn 70.	70 ... 80	50	40	38	35	20	(10)				18 en long 15 en travers	8	400
13	Acier Cr-Mn-V 70/15	70 ... 80	50	43	40	37	35	25	(15)	(7)		17	8	450
8	Acier Cr-Mo-V-Mn 80/20	80 ... 90	60	54	52	48	40	30	20	10		16	8	> 500
14	Acier Cr-Mo 70	70 ... 85	50	44	37	37	25	20	(15)					450
15	Acier Cr-Mo 80	80 ... 80	60	54	52	50	40	36	24					> 500
11	Acier Cr 70 (inoxydable)	70 ... 80	50	40	36	30	20	13	(6)	(3,5)		22	12	450
Ailettes mobiles :														
16	Acier Ni 60	60 ... 70	42	33	(30)	(27)	(16)	5	(3)			22 lamine 18 étiré	12	275
3	Acier Mn 70.	70 ... 80	50	40	38	35	20	(10)				18 en long 5 en travers	8	400
17	Acier Cr-V 60	60 ... 70	42	35	33	30	20	(12)	(6)			18	12	400
13	Acier Cr-Mn-V 70/15	70 ... 80	50	43	40	37	35	25	(15)	(7)		17	8	450
8	Acier Cr-Mo-V-Mn 80/20	80 ... 90	60	54	52	48	40	30	20	10		16	8	> 450
12	Acier Cr-Ni-W.	63	35	31	30	29	29	27	25	16	12	25	8	> 500
11	Acier Cr 70 (inoxydable)	70 ... 80	50	40	36	30	20	13	(6)	(3,5)		22	12	400
18	Acier Cr 80 (inoxydable)	80 ... 90	60									16	8	domaine B. P.
Pieces intercalaires :														
	Acier C 42	42 ... 50	25	16	14	12	8	5	(3)			24	8	450
	Acier Cr-Mo-V-Mn 80/20	80 ... 90	60	54	52	48	40	30	20	10		16	8	> 450
Bandes de couverture :														
19	Acier Cr 55 (inoxydable)	55 ... 65	38	31	29	25	20	13	(6)			20		450
11	Acier Cr 70 (inoxydable)	70 ... 80	50	40	36	30	20	13	(6)	(3,5)		18		450
8	Acier Cr-Mo-V-Mn 80/20	80 ... 90	60	54	52	48	40	30	20	10		16	8	> 450
Fils de liaison :														
17	Acier Cr-V 60	60 ... 70	42	35	33	30	20	12	(6)			18		400
11	Acier Cr 70 (inoxydable)	70 ... 80	50	40	36	30	20	13	6	3,5		18		toutes tempér.

20	Fer Aluminé	50	15	18	(18)	(12)	(12)	5	(3)			σ_{10}^{15}		300
	Acier C 42	42 ... 50	25	16	14	12	8	5	(3)			24	8	450
8	Acier Cr-Mo-V-Mn 80/20	80 ... 90	60	54	52	48	40	30	20	10		16	8	> 450

Les numéros courants 1 à 20 de ce tableau désignent les mêmes matières que dans les tableaux 6, 7 et 8.

III : Calcul du Rotor

III-1 Généralités sur Les Rotors

Les rotors sont des pièces tournantes qui doivent satisfaire aux conditions impératives suivantes :

- parfait équilibrage statique et dynamique
- forte rigidité et dimensionnement déterminé pour réduire au minimum les flèches et les vibrations.

Deux types de constructions sont employés pour la construction des rotors.

- Les rotors à disques
- Les rotors à tambour.

1) Les Rotors à Disques

Ils sont formés de disques assemblés sur l'arbre soit par les moyens mécaniques - Freinage, clavetage, vissage, etc... - ou bien par soudure.

Les rotors à disques sont adoptés aux turbines à action

- a) - Les avantages des rotors à disques.
- simplification de construction

- Réduction des pertes internes par fuites.

b). Les inconvénients des rotors à disques

Manque de rigidité qui entraîne des vibrations des disques et conduit à l'existence de vitesses critiques dangereuses

2. Les Rotors à tambour

Sont des éléments forgés de gros diamètre soit monobloc soit éléments assemblés. Ils sont adaptés aux turbines à réaction.

1) Les Avantages

- permet de loger un nombre élevé d'étages.
- Assure une rigidité supérieure.

Les inconvénients

- Nécessite un dispositif d'équilibrage de la poussée axiale.

Notre turbine est à action, on lui adopte donc une construction à disque.

E

Pour les étages haute pression, les disques sont usinés dans la masse de sorte que les disques et l'arbre forment une seule pièce forgée. Cette configuration de rotor n'offre nulle part d'accumulation nuisible de la matière et s'équilibre rapidement avec les variations de température de la vapeur, en raison de la grandeur des surfaces baignées par la vapeur, de sorte que l'on évite les répartitions inégales de température dans le rotor et les déformations thermiques qui en résultent.

De ce point de vue, les rotors monoblocs sont donc supérieurs aux formes constructives de grosse masse inarticulées de matière, comme les tambours p-ains.

En outre il représente encore, en raison de l'unité de l'arbre et des disques, la forme constructive la plus simple qu'on puisse imaginer et en même temps la plus sûre aux hautes températures.

On obtient un moindre écartement des étages, ce qui permet le raccourcissement de la longueur entre palier qui, à son tour, rehausse la vitesse critique de l'arbre.

Pour les étages basse pression, les disques sont fabriqués isolément, afin qu'ils puissent être mieux forgés intérieurement et traités uniformément dans toute la masse, puis on les frette à chaud sur un arbre spécial.

IV Les Tuyères et aubes des turbines à action

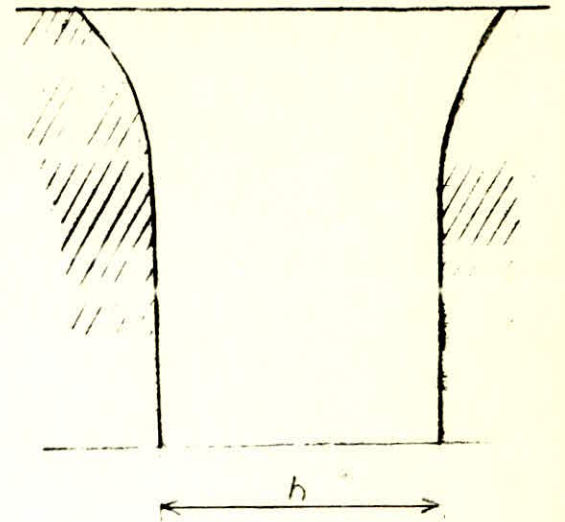
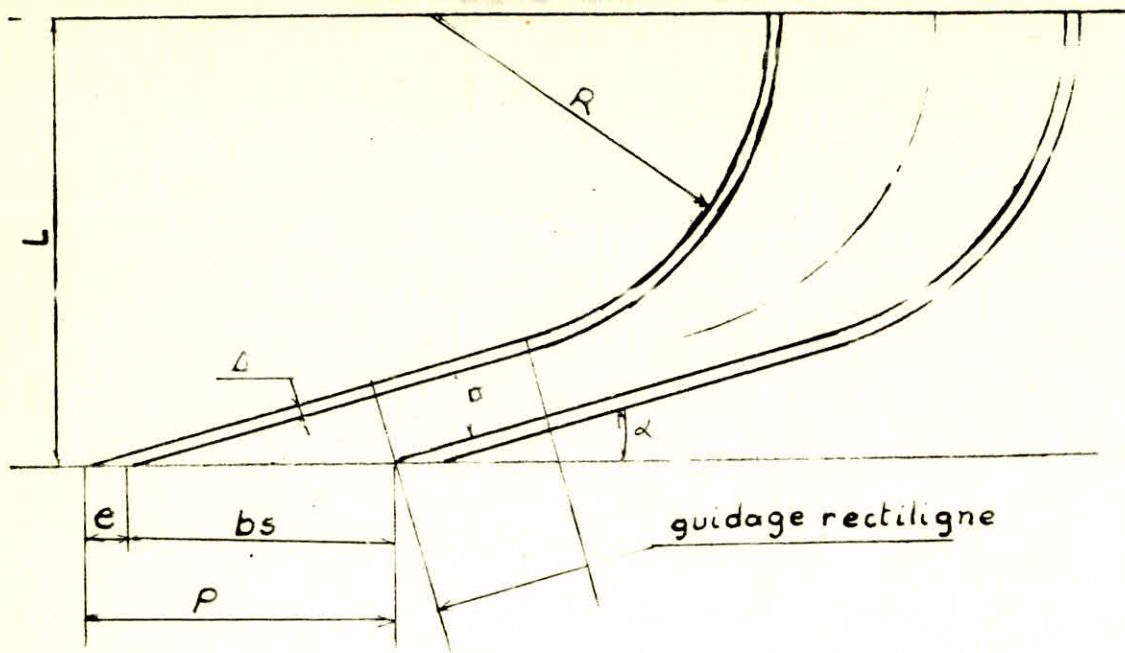
Generalités

Les canaux fixes dans les turbines à action sont de deux types

- Les tuyères ou distributeurs qui donnent lieu à la détente de la vapeur.

- Les redresseurs qui n'existent que dans les étages de vitesses et dont le rôle est de dévier le jet sans modifier la pression.

Les canaux mobiles ne donnent pas lieu à la détente. Ils dévient le jet de vapeur en produisant une poussée motrice sur les ailettes.



TRACE DE LA TUYERE

ECH: 1

IV.2 : Les Ailettes Mobiles.

Elles forment l'organe le plus important de la turbine. Ils doivent être conçus de telle sorte que l'écoulement de la vapeur s'y fasse avec les pertes les plus réduites et également pour résister à l'influence du fluide en mouvement et celle de la température et aux contraintes développées avec une sécurité suffisante.

Une ailette est composée

- d'un pied qui assure la liaison avec le disque
- Le corps qui reçoit l'action du fluide.
- La tête liée généralement aux ailettes voisines

1) Mode de fixation des ailettes voir fig (page suivante)

2) Tracé du Profil des Aubages Mobile

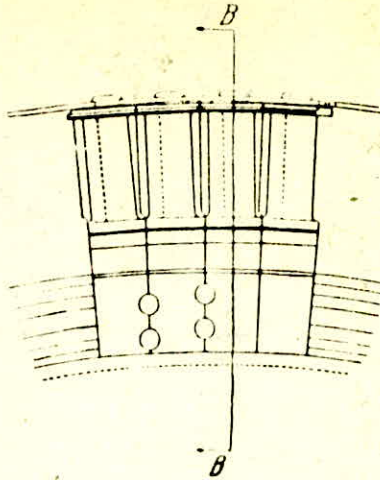
Le profil stator se compose d'arcs de cercles et de droites

Les caractéristiques des aubes

- β_1, β_2 : angles qui forment u_1 et u_2 avec u .
- L_a : Largeur de l'aube
- P_a : Le pas de l'aube



Coupe BB

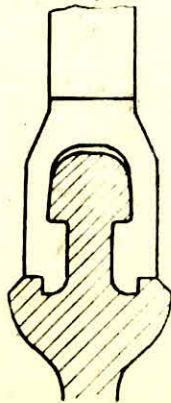


forme et fixation des premières ailettes
mobiles à action H.P par des prods chevrons
en forme de pomme de pin (B.T.H)

B.B.C : ailette avec
prod en tête de
marteau.



en tête de marteau
English electric



La face Concave AB ou A₁B₁ est circulaire, Le rayon de cette face est donné par

$$\rho = \frac{L_a}{\cos\beta_1 + \cos\beta_2}$$

A étant choisi, on trace Ax qui fait un angle β_2 avec l'axe xx'. On place un point O₁ sur La perpendiculaire en A à Ax telle que O₁A = ρ .

on trace l'arc de cercle de centre O₁ et de rayon ρ et on détermine ainsi le point B.

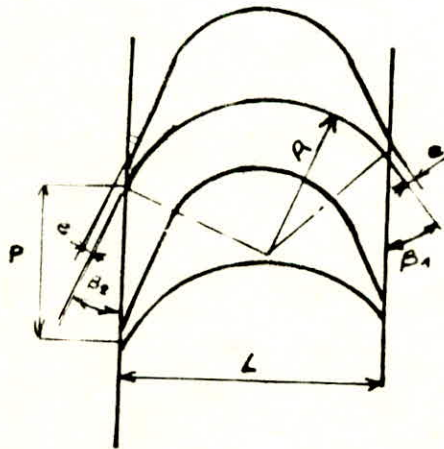
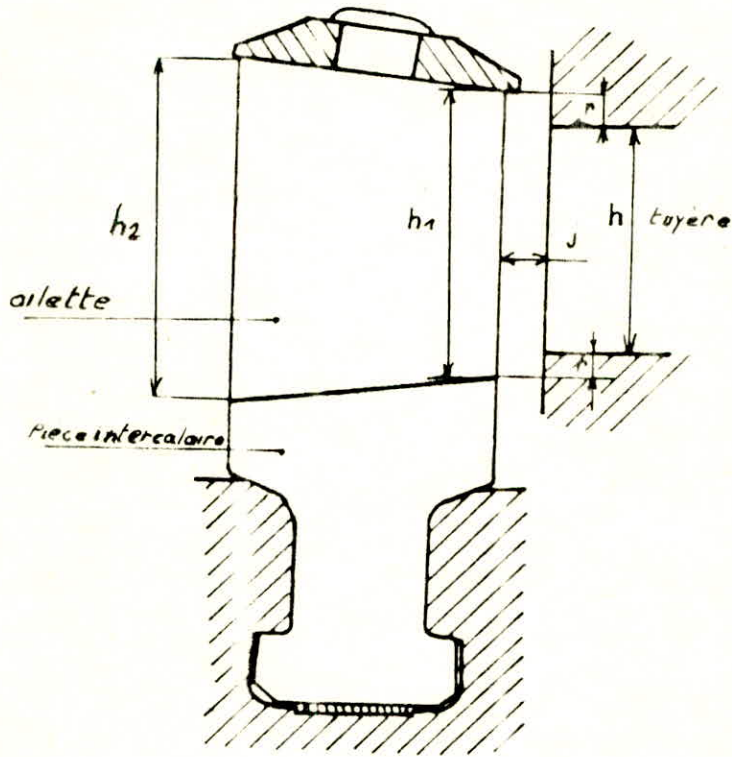
on place deux points A₁ et B₁ telle que AA₁ = BB₁ = Pa et on trace les droites A₁y' et B₁y' formant des angles β_1 et β_2 avec A₁x et B₁y

on place les points A₂ distant de A₁ de A, et B₂ distant de B₁ de B.

on trace les droites A₂y'' et B₂y'' respectivement parallèles à A₁x et B₁y', elles se coupent en E

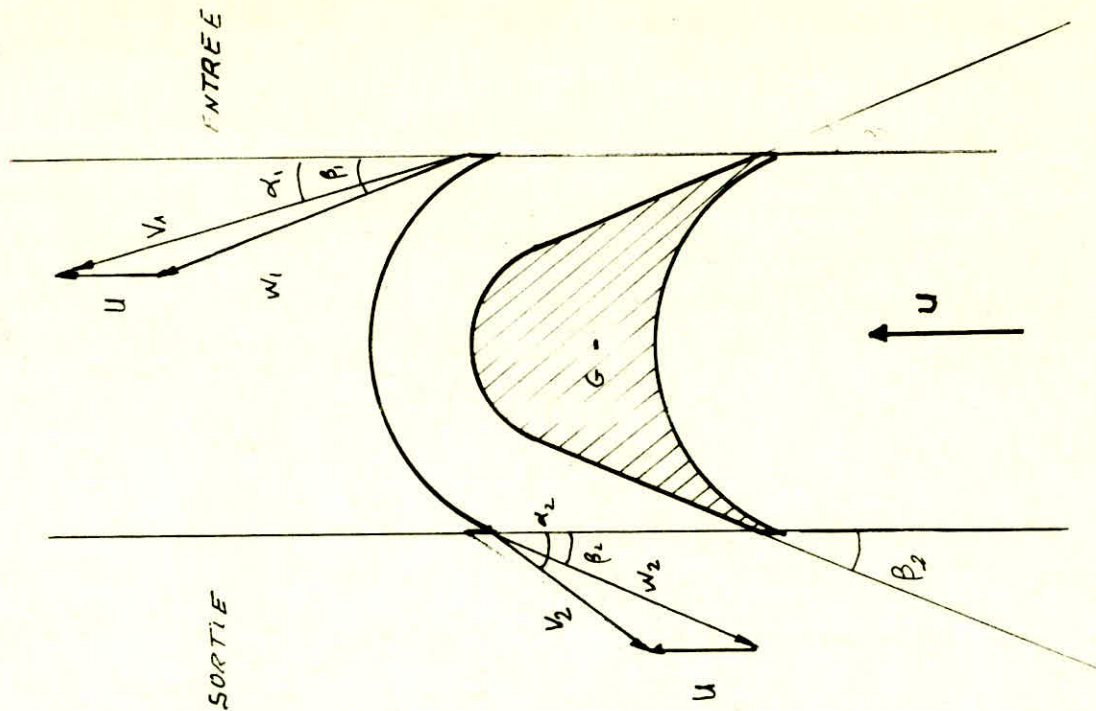
La bisectrice de l'angle B₂EA₂ coupe AO₁ en O₂ qui s'en prend comme centre du cercle tangent à A₂y'' et B₂y'' on détermine ainsi l'arc convexe A₃B₃ du dos de l'oubo

voir fig(5)



h_1, h_2 hauteurs radiales L largeur axiale
 r recourvement P pas
 j jeu axial e épaisseur

caractéristiques géométriques de l'aube



ROUE CURTIS : 1^{ere} ROUE

$\beta_1 = 22^\circ 9'$ $\alpha_1 = 17^\circ$ $L_a = 25 \text{ mm}$

$\beta_2 = 19^\circ 13'$ $\alpha_2 = 29^\circ 19'$ $e = 13,34 \text{ mm}$

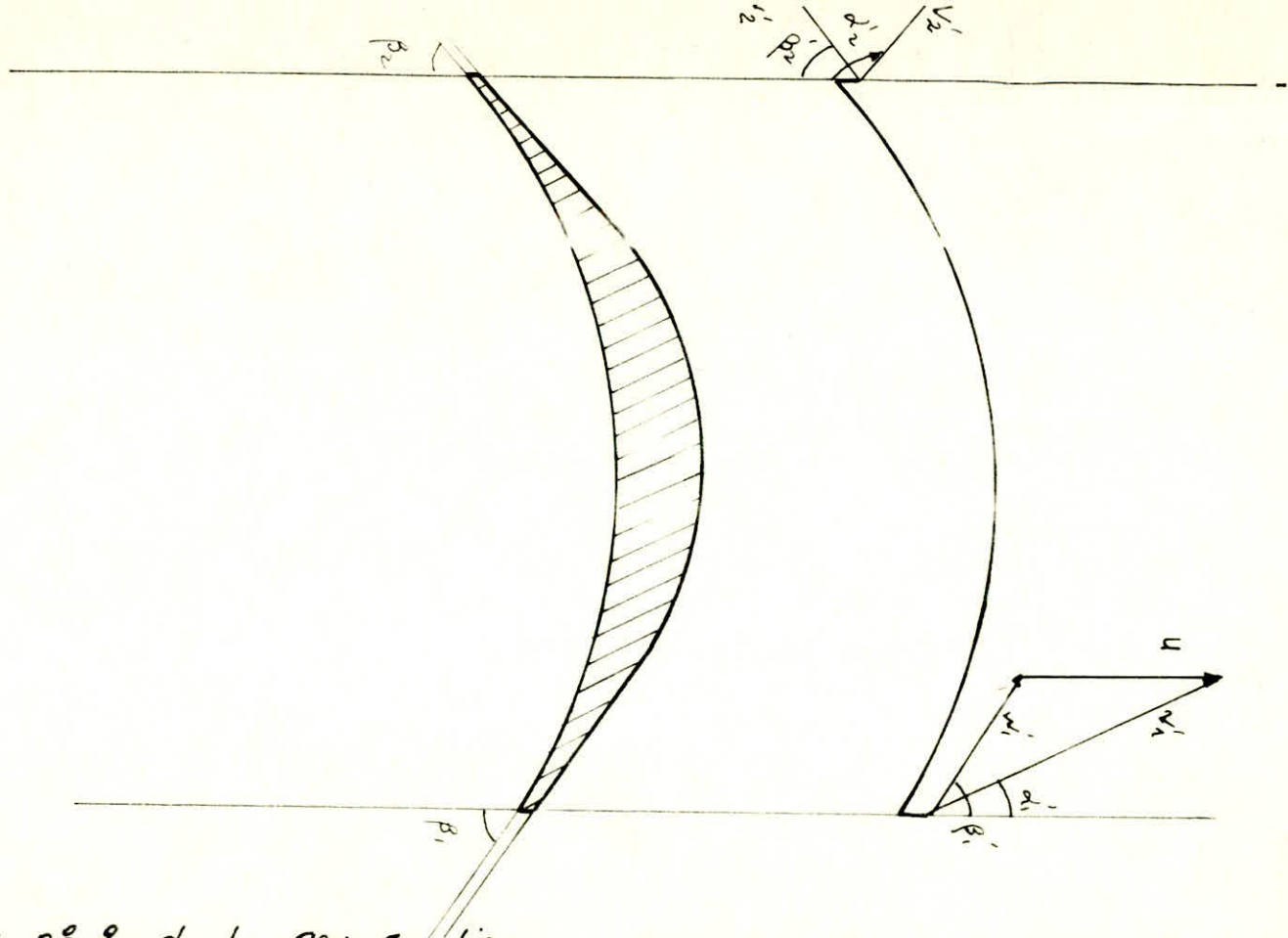
$w_1 = 471,14$ $v_1 = 582,3 \text{ m/s}$

$w_2 = 386,96$ $v_2 = 260 \text{ m/s}$

Echelle (roue) : 2

Echelle des vitesses : 1/100

fig. 3



Roue n° 2 de La Roue Curtis

$$\alpha_1' = 26^\circ 14' ; \beta_1' = 57^\circ 57'$$

$$\alpha_2' = 129^\circ 27' ; \beta_2' = 48^\circ 08'$$

$$v_1' = 223,34 ; u = 138,64 \text{ m/s}$$

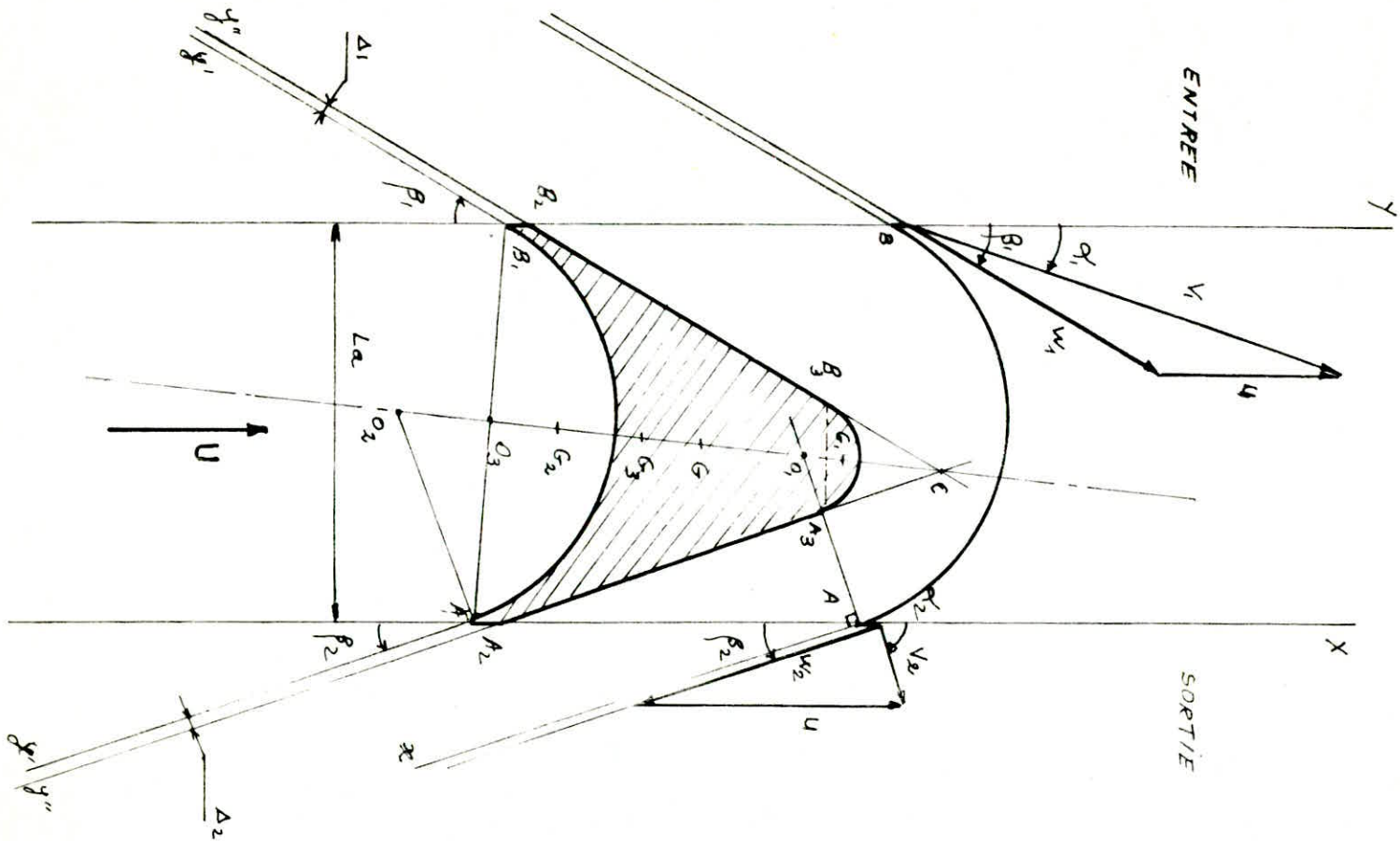
$$v_2' = 109,27 ; L_a = 20 \text{ mm}$$

$$e = 16,97 \text{ mm}$$

Echelle : 5

Echelle des vitesses : 1/50

fig: 4



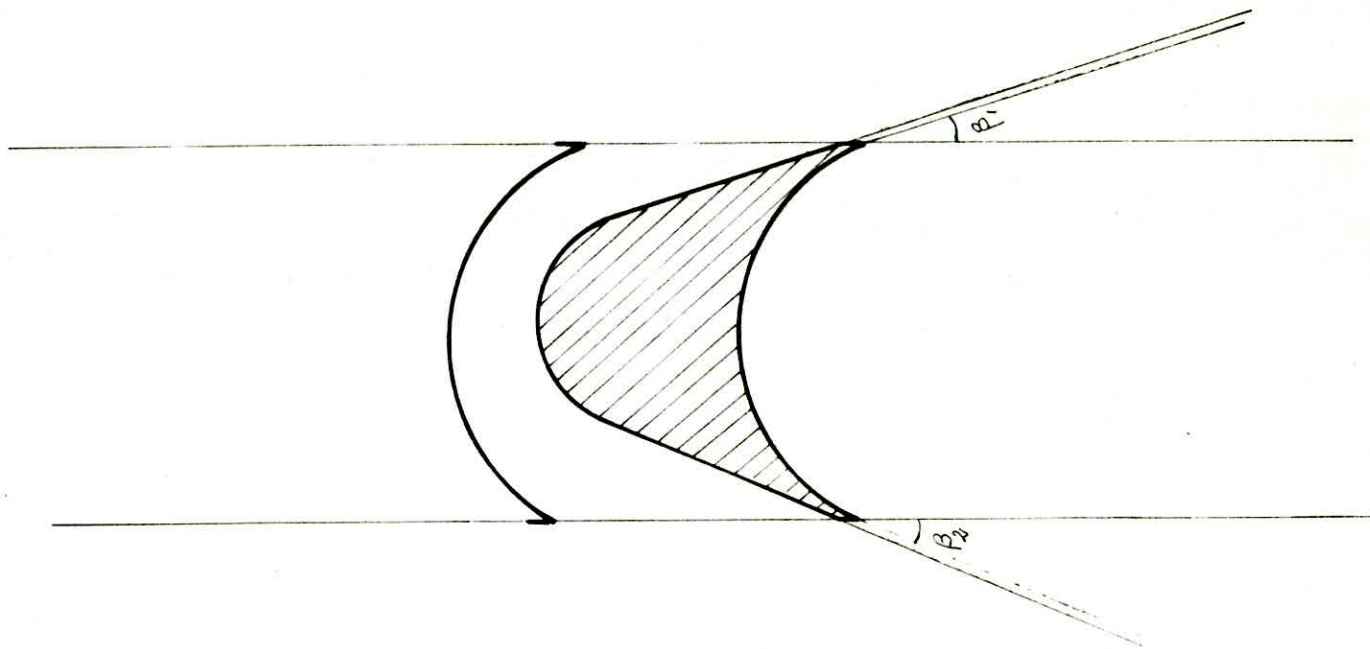
TRACE DE L'AUBE DU 8^{eme} ETAG DU CORPS .HP.

$\beta_1 = 34,66^\circ$ $\gamma_1 = 18$
 $\beta_2 = 20$ $\alpha_2 =$
 $L_a = 28 \text{ mm}$
 $e = 16 \text{ mm}$

$w_1 = 177 \text{ m/s}$, $v_{A1} = 50,71 \text{ m/s}$, $U = 131,078 \text{ m/s}$
 $w_2 = 155,43 \text{ m/s}$; $v_{A2} = 55,39 \text{ m/s}$

Echelle 2. (Longueur)
 Echelle des vitesses 1/50

fig 5



AUBE DU 1^{er} ETAGE .BP.

$\beta_1 = 22,32$

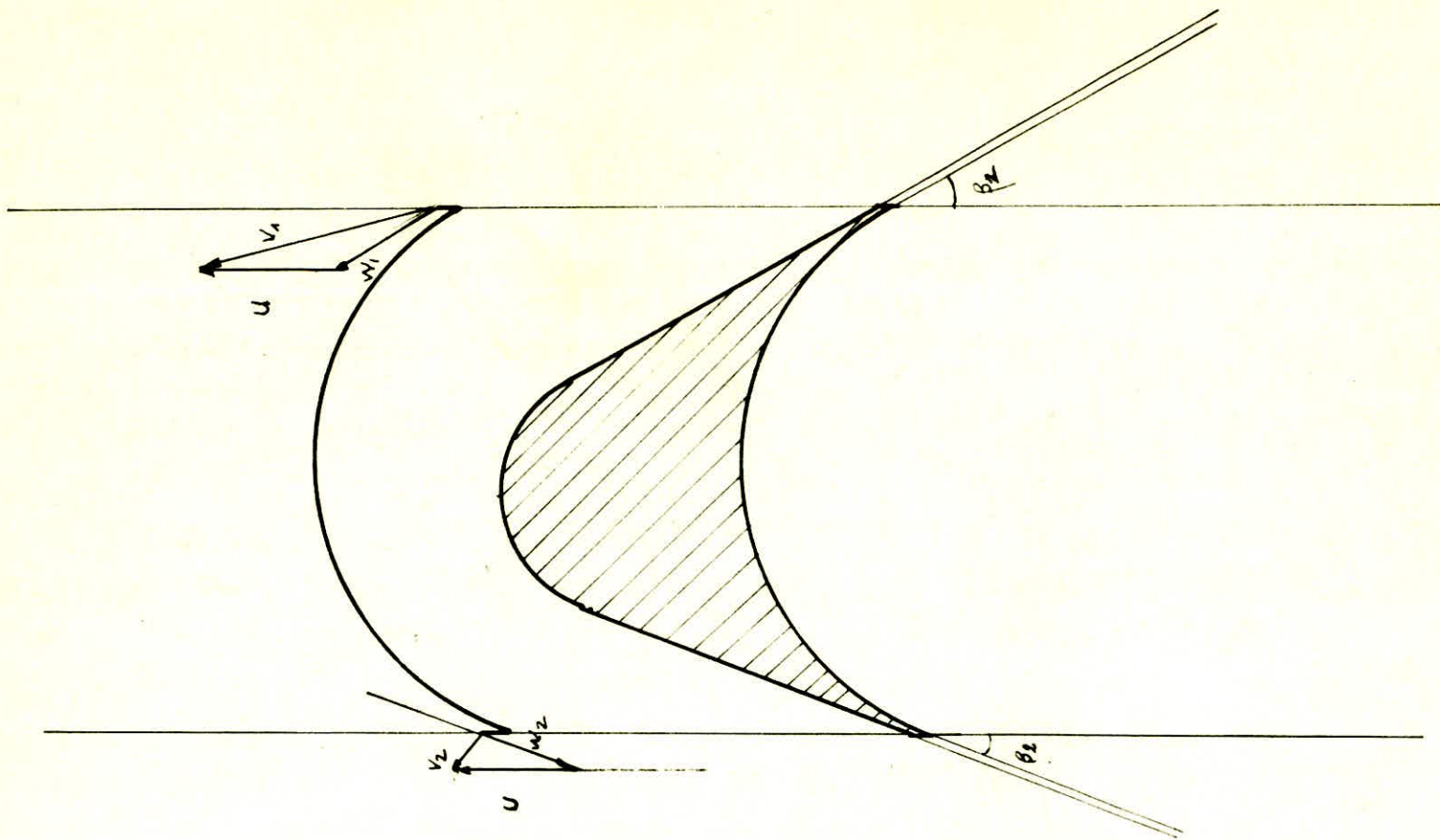
$L_a = 21$ mm

$\beta_2 = 16$

$e = 13,21$ mm

Echelle : 2

fig 6



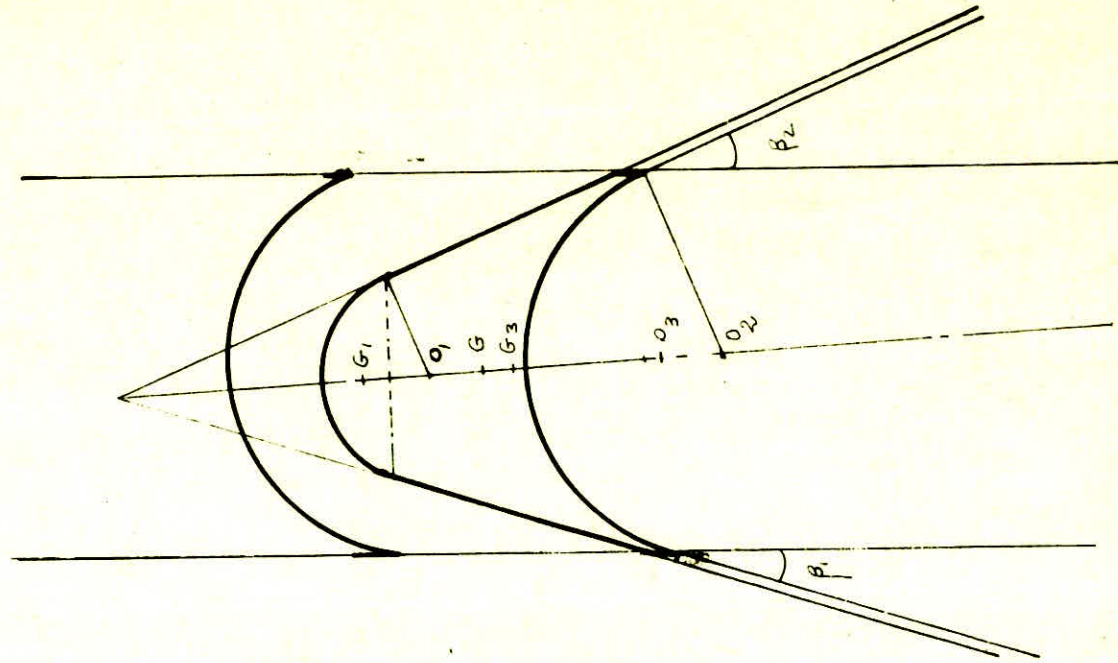
AUBE DE L'ETAGE 6 DU CORPS . B.P .

$$\begin{array}{lll}
 \beta_1 = 29,11^\circ & \alpha_1 = 14^\circ & L_a = 37,37 \text{ mm} \\
 \beta_2 = 20^\circ & \alpha_2 = & f = 20,60 \text{ mm} \\
 w_1 = 174,91 & v_2 = 67,73 \text{ m/s} & U = 188,49 \text{ m/s} \\
 w_2 = 152,69 & v_1 = 329,17 \text{ m/s} &
 \end{array}$$

Trace de l'aube : echelle : 2

Vitesses : echelle : 1/100

fig. 7



TRACE DE L'AUBE DE L'ETAGE (1). (HP)

Echelle . 2.

$$\beta_1 = 22,9^\circ$$

$$L_a = 25 \text{ mm}$$

$$\beta_2 = 16^\circ$$

$$e = 13,28 \text{ mm}$$

Fig. 8

4) Vérification des aubes à la traction

Sous l'effet de la force centrifuge les aubes sont soumises à la traction

$$F = m_a \cdot \omega^2 \cdot R$$

m_a : masse de l'aube

ω : vitesse de rotation

R : rayon moyen

$$m_a = \rho \cdot V_a = \rho \cdot S_a \cdot h$$

S_a : section de l'aube

h : hauteur de l'aube

$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$: masse volumique

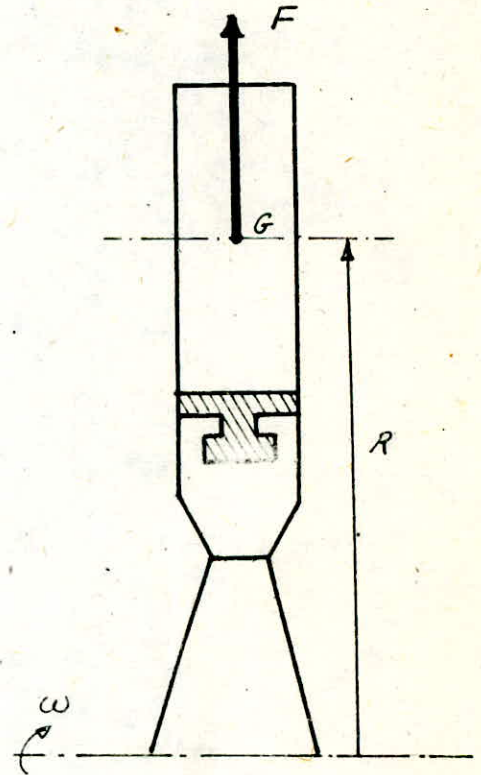


fig: 10

- Contrainte de traction

$$\sigma_{tr} = \frac{F}{S_a}$$

Contrainte admissible σ_{ad}

pour l'acier Mn70 $R_e = 35 \text{ daN/mm}^2$ à 400°C [3]

$$\sigma_{ad} = \frac{R_e}{2} = 17,5 \text{ daN/mm}^2$$

Les résultats sont donnés au tableau n° (9,10,11) page (K) 16,17)

5) Vérification des aubes à la flexion

Le fluide exerce un effort transversalement aux aubes, cet effort est uniformément réparti sur toute la hauteur de l'aube.

Pour un étage :

La puissance totale des aubes est $P_{\text{ét}}$

a) La puissance d'un aube P_a .

$$P_a = \frac{P_{\text{ét}}}{Z}$$

b) L'effort tangentiel F

$$F = \frac{P_a}{\omega \cdot R} = \frac{P_a}{U}$$

c) La densité de charge : q .

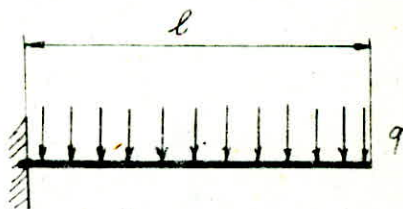


Fig. 11

d) Le moment fléchissant maximum

$$M_{\text{max}} = \frac{1}{2} q l^2$$

e) La condition de résistance

$$\frac{M_{\text{max}}}{\left(\frac{I}{V}\right)} < \sigma_{\text{ad}}$$

V : ordonnée de la fibre la plus éloignée de l'axe neutre.

$$\tau_{ad} = 17,5 \text{ daN/mm}^2$$

e) Le module de flexion minimum

$$\frac{E}{\nu} > \frac{\sigma_{tmax}}{\tau_{ad}} \quad \left(\frac{I}{\nu}\right)_{min} = \frac{\sigma_{tmax}}{\tau_{ad}}$$

La vérification des ailettes des dernier et ages des corps (HP) et (BP) est largement suffisant, elles sont les plus longues donc les plus exposées à la flexion.

Les valeurs sont données du tableau n° (P.113) page (1718)

5) Détermination de la section de L'oube

et de son moment d'inertie

on décompose la section de L'oube en 3 parties
1 trapèze et 2 segments circulaire voir fig ()

a) Section I: S_I et S_{II}

$$S_1 = \frac{r_1^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha) \quad [9]$$

$$S_{II} = \frac{r_2^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

$$O_1 G_1 = \frac{4 r_1 \sin^3 \alpha}{3 (2\alpha - \sin 2\alpha)} \quad [9]$$

$$3 (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

$$O_2 G_2 = \frac{4 r_2 \sin^3 \alpha}{3 (2\alpha - \sin 2\alpha)}$$

$$3 (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

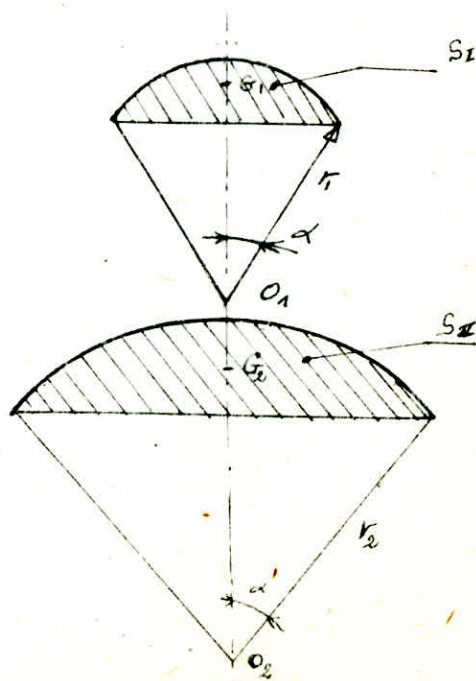


fig 12

Section III trapèze.

$$S_3 = \frac{1}{2} (a+b) h$$

$$y = o_3 G_3 = \frac{(b+2a) h}{3(b+a)}$$

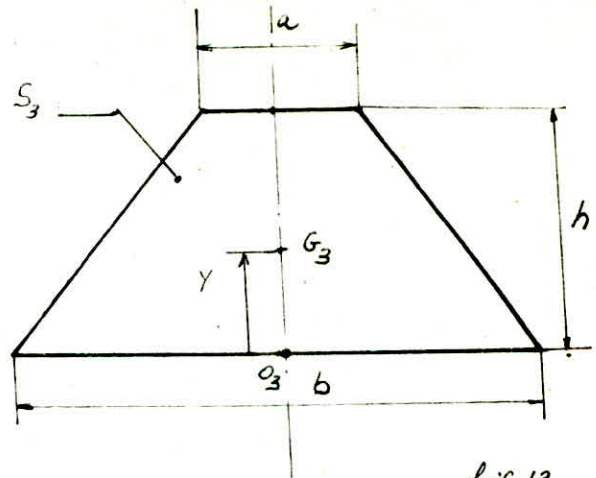


fig 13

b) Moments d'inerties des sections I et II

$$I_{x'x} = \iint y^2 dx dy$$

$$I_{x'x} = \int_{y_1}^{y_2} dy \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} y^2 dx$$

$$I_{x'x} = \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{R^2 - y^2} dy$$

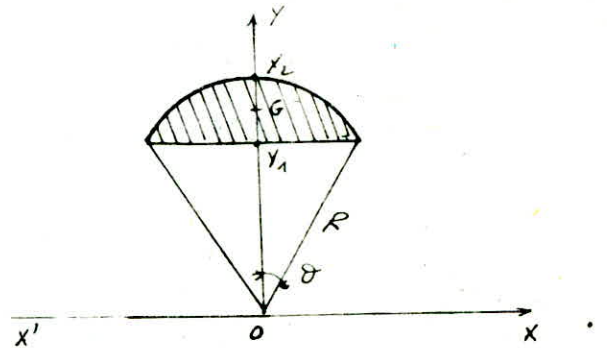


fig 14

on fait un changement de variable $y = R \cos \theta$

$$I_{x'x} = -\frac{R^4}{4} \left(\theta - \frac{1}{4} \sin 4\theta \right) \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Le moment d'inertie de La section I par rapport à $x'x$ est $I_{x'x} = I_1$

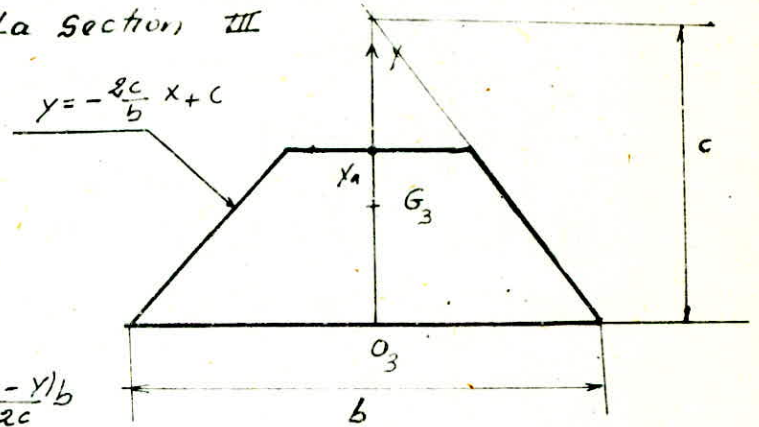
Le moment d'inertie de La section II par rapport à $x'x$ est $I_{x'x} = I_2$

Moments d'inerties des sections I et II par rapport à une axe passant par G (GZ), G centre de gravité de la section S

$$\text{Section I : } I_1/Gz = I_{x'x} + (GG_1^2 - O_1G_1^2) S_1$$

$$\text{Section II : } I_2/Gz = I_{x'x} + (GG_2^2 - O_2G_2^2) S_2$$

Moment d'inertie de La section III



$$I_{x'x} = 2 \iint y^2 dx dy$$

$$I_{x'x} = 2 \int_0^{y_1} y^2 dy \int_0^{\frac{(c-y)b}{2c}} dx$$

$$I_{x'x} = 2 \int_0^{y_1} y^2 \left(\frac{c-y}{2c} b \right) dy = \frac{y_1^3 b}{3} - \frac{y_1^4 b}{4c}$$

Moment d'inertie de La section III par rapport à G

$$I_3/Gz = I_{x'x} + (GG_3^2 - O_3G_3^2) S_3$$

Moment d'inertie de L'oube

$$I/Gz = I_1/Gz + I_3/Gz - I_2/Gz$$

Le centre de gravité de L'oube par rapport à

O_2

$$O_2 G = \frac{O_2 G_1 S_1 + O_2 G_3 S_3 - O_2 G_2 S_2}{S_1 + S_3 - S_2}$$

6) Vérification des ailettes de La roue Curtis à la traction

$$(\sigma_{ad})_{tr} = 17 \text{ daN/mm}^2 \text{ à } 400^\circ\text{C} \quad R_e = 35 \text{ daN/mm}^2$$

Tableau de valeurs : N° 9

N° d'étage	S_a (mm ²)	h_a (mm)	m_a (kg)	R_{pm}	F (daN)	σ_{tr} (daN/mm ²)	Comparaison de σ_{tr} et σ_{ad}
1	182,86	56	0,0798	0,8826	347,213	1,89	$\sigma_{tr} < (\sigma_{tr})_{ad}$
2	31	76	0,0183	0,8826	79,624	2,56	$\sigma_{tr} < (\sigma_{tr})_{ad}$

Remarque:

Les contraintes de traction appliquées sur les ailettes de La roue Curtis sont très faibles.

7 Vérification des ailettes du corps (HP) à La traction

On a 8 étages, il suffit de vérifier de vérifier le 1^{er}, 3^{ème}, 5 et le 8^{ème} étage

tableau n° (10)

N° d'étage	Sa (mm²)	ha (mm)	ma (Kg)	Φm (m)	F (daN)	σ _{tr} (daN/mm²)	Comparaison σ _{tr} et (σ _{tr}) _{ad}
1 ^{er}	259,76	74,00	0,149	0,3800	558,05	2,149	σ _{tr} < (σ _{tr}) _{ad}
3	203,61	84,00	0,133	0,4943	117,25	2,530	σ _{tr} < (σ _{tr}) _{ad}
5	170,26	102,04	0,135	0,4091	188,25	1,100	"
8	275,56	193,57	0,41	0,432	1746,3	6,337	"

Remarque : Les contraintes de traction sont très faibles.

B) Vérification des ailettes du corps (BP) à la traction

on a 6 étages, il suffit de vérifier trois étages Le 1^{er}, 3 et le 6^{ème}.

tableau n° (11)

$$\sigma_{ad} = 17,5 \text{ daN/mm}^2$$

N° d'étage	S_a (mm ²)	h_a (mm)	m_a (kg)	ϕ_m (m)	F (daN)	σ_{tr} (daN/mm ²)	Comparai- son
1	227,125	126,5	0,224	0,4	883,4	3,889	$\sigma_{tr} < \sigma_{ad}$
3	277,96	171,89	0,372	0,47	1123,8	6,201	$\sigma_{tr} < \sigma_{ad}$
6	370,04	312	0,900	0,60	5324,18	14,388	$\sigma_{tr} < \sigma_{ad}$

Les contraintes sont très faibles, on a aucun risque à la rupture des ailettes.

8) Variation des ailettes du corps (HP) à la flexion

on vérifie seulement les ailettes du dernier étage,

$$Z = 120, \quad \sigma_{ad} = 17,5 \text{ daN/mm}^2$$

tableau n° (12)

N°	P_{et} (kW)	P_a (kW)	u (m/s)	$\frac{F_a = F}{u}$ (daN)	h (mm)	q (daN/mm)	$\frac{c_{f,max}}{h_{max}}$ (daN.mm)	$\frac{c_{f,max}}{\sigma_{ad}}$	I (mm ⁴)	v (mm)	$\frac{I}{v}$	Comp araison
5	977,45	8,176	128,47	6,13	102,04	0,0607	316,00	18,057	5200	16	325	$\frac{I}{v} > \left(\frac{F}{\sigma}\right)_{min}$
8	900,97	7,507	135,64	5,53	193,57	0,0285	535,22	30,58	6300	21,1	293	$\frac{I}{v} > \left(\frac{F}{\sigma}\right)_{min}$

10) vérification des aubes du Corps (BP) à la flexion

Il suffit de vérifier le dernier étage.

Tableau n° (13)

$Z = 126$

$\sigma_{ad} = 17,5 \text{ daN/mm}^2$

N°	P_{et} (Kw)	P_a (Kw)	U (m/s)	F (daN)	h (mm)	q (daN/mm)	$\frac{c/f_{max}}{\sigma_{ad}}$ (daN/mm)	$\frac{c/f_{max}}{\sigma_{ad}}$	I (mm ⁴)	V (m)	$\frac{I}{V}$ (mm ³)	Comp
6	559,29	4,44	188,49	2,35	312	0,0075	367,36	20,99	6700	26	257,69	$\frac{I}{V} > \frac{I}{V}_{lim}$

V CALCUL des disques

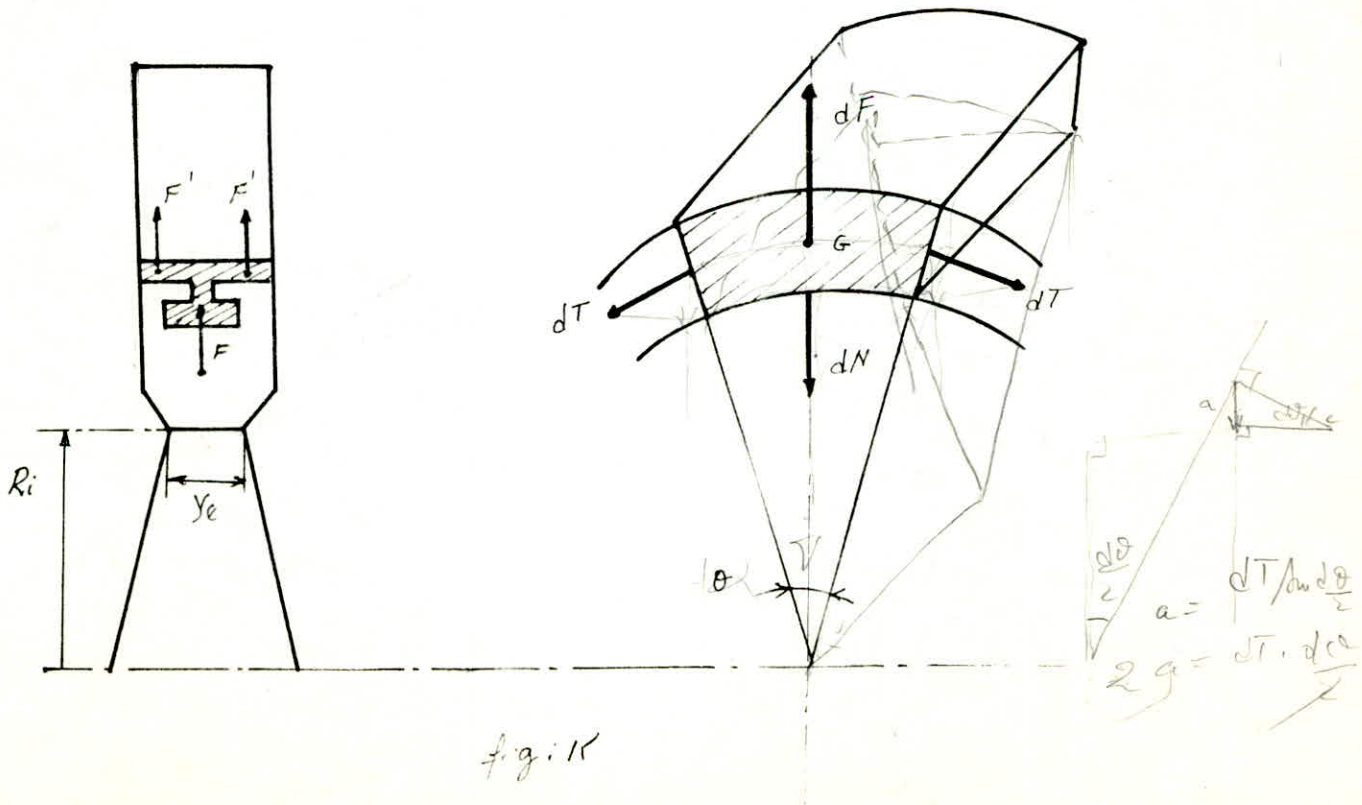
Le calcul des disques s'effectue à deux points de vue

- Résistance du disque
- vibration du disque

1) Résistance du disque.

La grande vitesse circumferentielle des disques et les inégalités thermiques entraînent des contraintes dans le métal de l'ordre de 20 à 25 kg/mm^2 justifiant un calcul serré des dimensions des disques

1.2) Calcul de la jante du disque



La jante est soumise à sa propre force centrifuge F et aux forces F' dues aux houpes calées sur elle.

Si on considère un élément $d\theta$ de l'ensemble jante + ailette, il est soumis à

a) La force centrifuge $dF = m \omega^2 R_G d\theta$.

m : masse linéaire de l'ensemble jante + ailettes.

Les ailettes sont uniformément réparties sur la jante

$$\frac{M_{a+j}}{2\pi R_G} = m$$

$$M \omega^2 R_G$$

$$+ m R_G d\theta$$

b) Action radiale du disque

$$dN = \sigma R_i d\theta y_e$$

c) tensions tangentielles

$$dT = \tau_t S_j \quad S_j = \text{section de la jante.}$$

d) L'équation d'équilibre de la jante

$$m \omega^2 R_G^2 d\theta = \sigma R_i y_e d\theta + \tau_t S_j d\theta$$

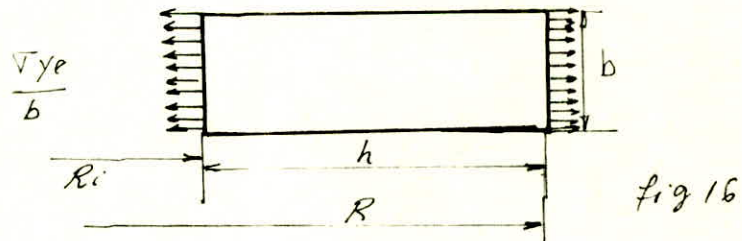
$$\tau_t = \frac{1}{S_j} (m \omega^2 R_G^2 - \sigma R_i y_e)$$

La jante se dilate et prend un allongement unitaire au rayon R_i égale à

$$\epsilon_t = \frac{1}{E} \left(\sigma_t - \mu \frac{\sigma}{b} \gamma_e \right)$$

μ : Coefficient de Poisson ($\mu = 0,3$ pour les aciers)

b : Largeur de la section équivalente à la section réelle de la jante.



La traction σ ne s'exerce que sur la largeur γ_e donc la traction donc la traction qui s'exerce sur la largeur b est $\frac{\sigma \gamma_e}{b}$

ϵ_t doit être égale à l'allongement unitaire du disque au rayon extérieur

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (1 - \mu) \sigma$$

On doit avoir l'égalité $(1 - \mu) \sigma = \epsilon_t - \mu \frac{\sigma \gamma_e}{b}$

en remplaçant ϵ_t par sa valeur on en déduit

$$\gamma_e = \frac{\frac{m \omega^2 R_o}{g_j \cdot \sigma} - (1 - \mu)}{\frac{R_i}{g_j} + \frac{\mu}{b}}$$

S_j : déterminé par planimétrie.

R_G : Rayon (OG) avec G : centre de gravité de l'élément jante + ailettes uniformément réparties sur la circonférence de la jante.

1-2) Calcul de la voile du disque

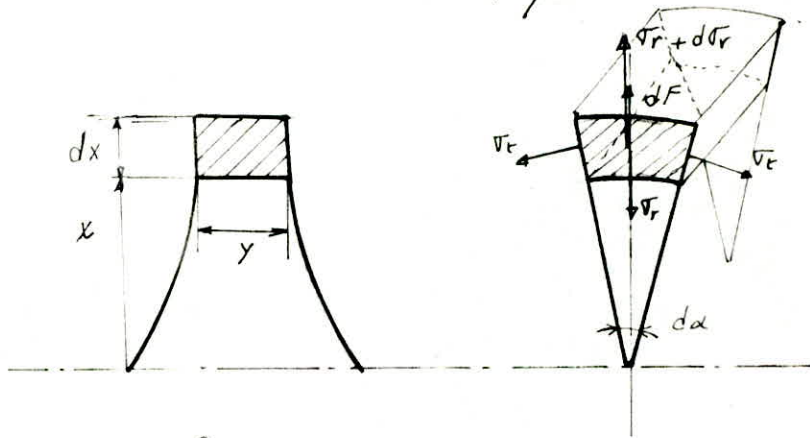


Fig: 17

on considère un élément du disque fig (17)

Cet élément est soumis à la force centrifuge et aux forces dues aux contraintes radiales V_r et tangentielle V_t

a) force centrifuge

$$dF = dm \cdot \omega^2 \cdot x$$

$$dF = \rho \omega^2 x^2 y \, dx \, d\alpha$$

$$dm = \rho \cdot x \cdot y \cdot dx \cdot d\alpha$$

b) Forces radiales dR .

$$dR = \sigma_r \cdot y \cdot x \cdot d\alpha.$$

$$dR' = \sigma_r \cdot y \cdot \omega \cdot d\alpha + \frac{d}{dx} (\sigma_r y x) dx dx.$$

c) Forces tangentielles

Leurs projections sur l'axe vertical donne

$$dT = y dx \sigma_t d\alpha.$$

d) Projection de toutes les forces sur l'axe vertical.

$$\frac{d}{dx} (\sigma_r \cdot y \cdot x) + \rho \omega^2 x^2 y = \sigma_t \cdot y$$

$$\frac{d}{dx} (\sigma_r \cdot y \cdot x) - \sigma_t \cdot y + \rho \cdot \omega^2 \cdot x^2 \cdot y = 0$$

Le disque est en d'égalité contrainte $\sigma_r = \sigma_t = \sigma$. d'où

$$\frac{dy}{y} = - \rho \cdot \frac{\omega^2}{\sigma} \cdot x \cdot dx \quad \text{La solution générale de}$$

$$\text{cette équation est } \ln y - \ln A = - \frac{\rho \omega^2}{2\sigma} x^2$$

A : constante d'intégration telle que pour

$$x = R \quad y = y_e \quad y = y_e e^{\frac{\rho \omega^2}{2\sigma} (R^2 - x^2)}$$

1.3) Calcul du disque de La roue Curtis

Détermination de l'épaisseur e des ailettes réparties uniformément sur la jante voir fig (19)

Le volume totale des ailettes

$$V_{tot} = 3637344,1 \text{ mm}^3$$

$$V_{tot} = 2\pi (R_e + x) 2x \cdot B.$$

$$4\pi B x^2 + 4\pi B R_e x - V_{tot} = 0$$

$$2x = e = 16,11 \text{ mm}$$

$$y_e = 70 \text{ mm}$$

$$y = 136,70 \text{ mm}$$

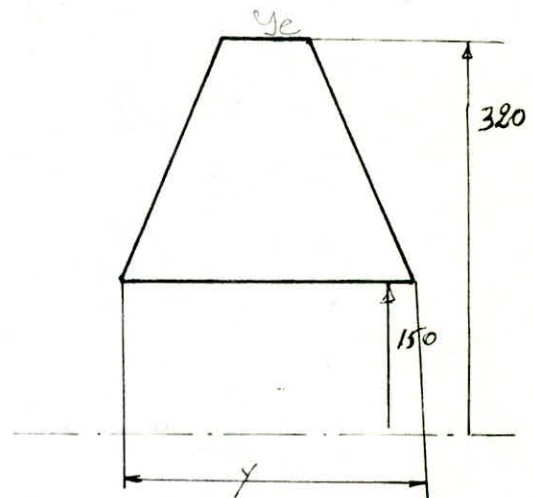
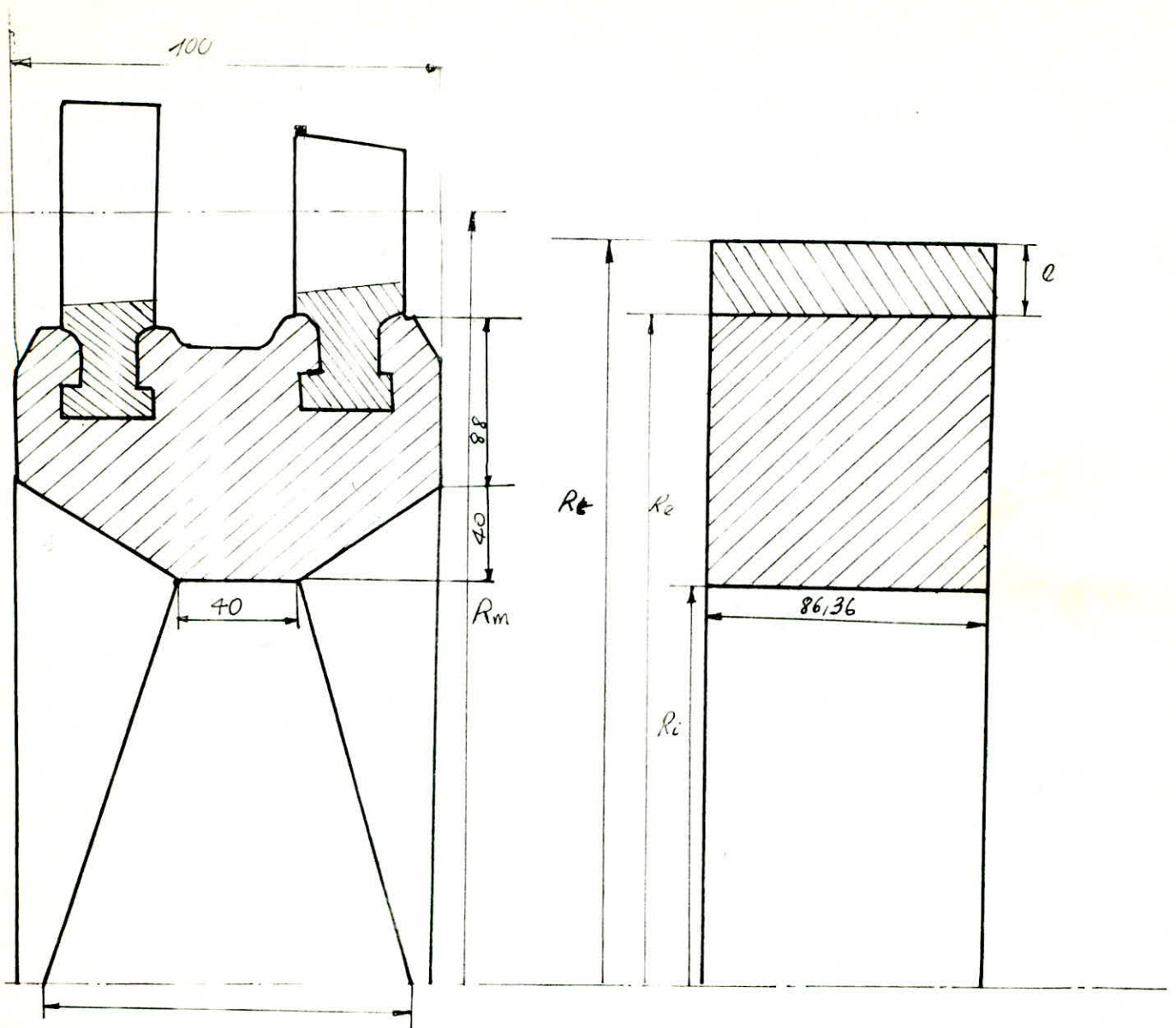


fig:18

1.4) Les épaisseurs des disques du corps (HP)

Tableau n° (14)

N°	1	2	3	4	5	6	7	8
y_e	20	20	21	21	22	22	23	24
y	47	48	49,66	50	59	60	56	52



$$R_i = 320 \text{ mm}$$

fig: 19

$$e = 16,11 \text{ mm}$$

$$R_e = 408 \text{ mm}$$

$$S_j = 7600 \text{ mm}^2$$

$$y_e = 40$$

1-5) Les épaisseur des disques du corps (BP)

Tableau n° (15)

N°	1	2	3	4	5	6
y_e	18	20	22	24	26	28
y	45,22	50,21	55	70	116	125

VI Les vibrations dans Les Turbines à Vapeur

Les forces développées dans Les turbines, même en période de régime établi, ne sont pas rigoureusement constantes. Elles oscillent en général autour d'une valeur moyenne avec une certaine périodicité. Ce fait est susceptible de donner lieu à des phénomènes de résonance qui peuvent présenter des conséquences néfastes pour la sécurité du matériel.

Les principales causes de vibrations dans Les turbines à Vapeur sont,

La Vitesse de rotation, L'irrégularité de L'exécution et L'écoulement du fluide actif lui-même.

toutes Les pièces en rotation et en particulier Le rotor, peuvent agir comme excitateurs de vibrations par suite d'un défaut résiduel d'équilibrage dynamique qui, malgré L'exécution la plus soignée, existe toujours forcément et, par suite, elles peuvent mettre en vibration Les pièces non tournantes de L'installation mécanique ou la fondation.

20

L'écoulement du fluide actif, qu'il se fasse uniformément ou irrégulièrement, peut également provoquer des vibrations.

Il y a aussi toute une série d'impulsions excitatrices de vibrations.

Pour obtenir une sécurité totale en service d'une installation mécanique il faut donc empêcher, par des mesures appropriées, la concordance d'oscillation de toutes les pièces susceptibles de vibrer.

Les pièces les plus importantes d'une turbine à vapeur qui peuvent vibrer sont.

L'ailette mobile, L'arbre et Les disques.
Cependant toutes les autres pièces de la turbine et ses accessoires doivent être examinés sous le rapport de leur sécurité aux vibrations et réalisés en conséquence.

VI.1

V vibration des ailettes

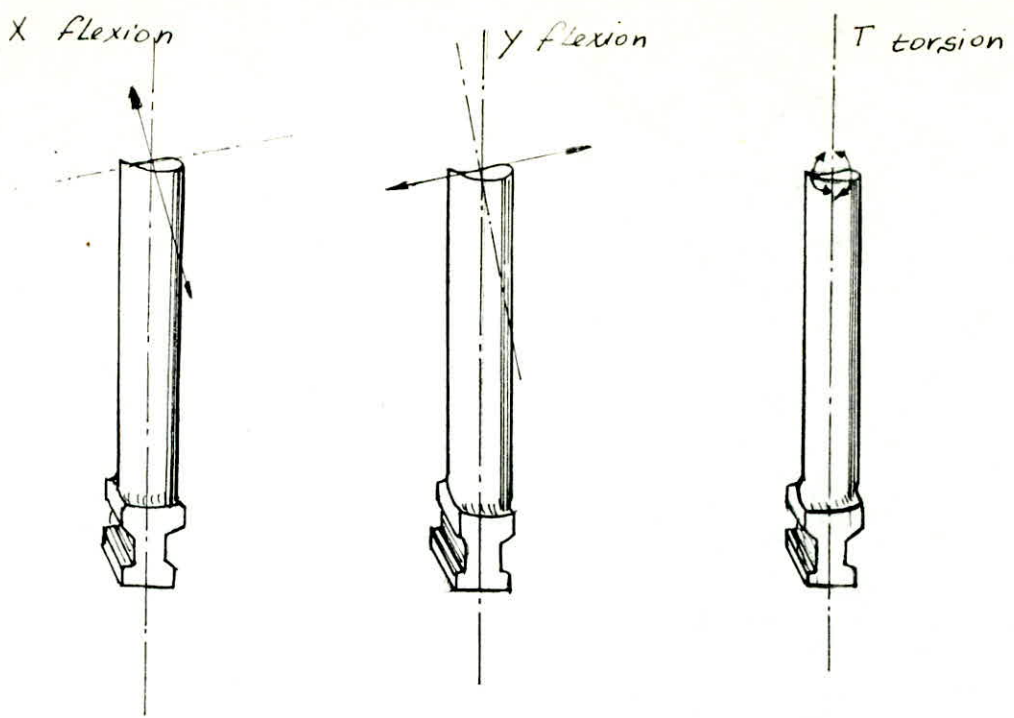
Les aubes qui constituent des systèmes à masses réparties possédant une suite indéfinie de fréquences naturelles de vibration sont des éléments particulièrement exposés aux dangers de rupture résultant des efforts alternés qui se produisent lorsqu'une des fréquences propres de l'aube coïncide avec l'une des fréquences d'excitation.

L'étude des vibrations d'un aubage pose deux problèmes :

1. La détermination des fréquences propres.
 2. L'examen des impulsions excitatrices.
- pour cela.

On assimile l'aube à une poutre de section constante encadrée au pied dans le disque et libre en tête. cette aube peut.

- vibrer en flexion suivant les 2 axes d'inertie de la section d'encastrement.
 - en torsion autour de l'axe longitudinal.
- voir figure (20) page (suivante)

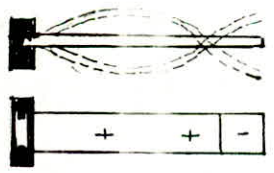


Encastré-Libre

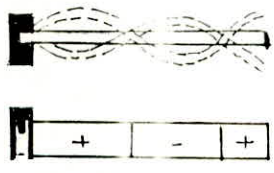
encastré-Libre



Fondamental
 X_{0L} Y_{0L}



1^{er} Partiel
 X_{1L} Y_{1L}



2^{eme} Partiel
 X_{2L} Y_{2L}

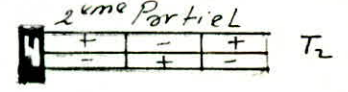
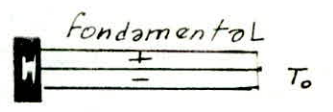


Fig: 20

MODE DE VIBRASION DES ALBES ISOLÉES

1) Détermination des fréquences propres de L'aube

On admet au pied de L'aubage un encastrement parfait.

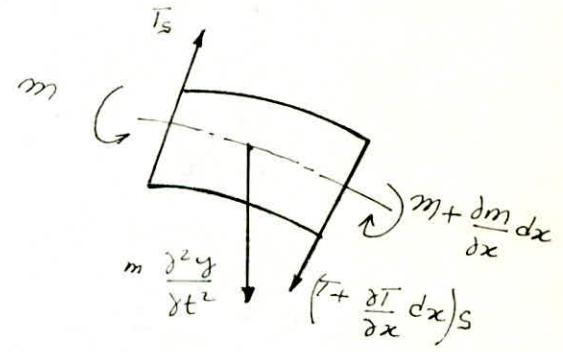
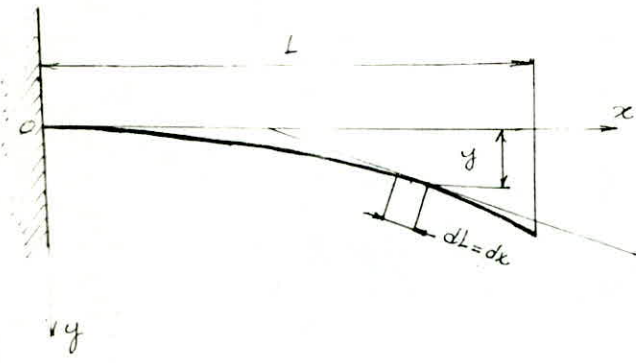


Fig: 2A

- S : Section de L'aube
- m : moment flechissant à L'abscisse (x)
- $m + \frac{dm}{dx} dx$: moment flechissant à L'abscisse (x+dx.)
- $m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$: Force d'inertie (Application de La R.F.D $\sum F = M\ddot{x}$)
- T_s : Effort tranchant à L'abscisse (x.)
- $(T_s + \frac{\partial T}{\partial x} dx)$: Effort tranchant à L'abscisse (x+dx.)

Les efforts normaux aux sections S admettent une résultante nulle,
 on est dans Le cas d'une flexion plane simple.

La projection des forces sur l'axe des y . donne.

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Ts \cdot \cos \left(\alpha - \frac{d\alpha}{2} \right) + \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) s \cdot \cos \left(\alpha + \frac{d\alpha}{2} \right) = 0$$

$$\cos \left(\alpha - \frac{d\alpha}{2} \right) \approx 1$$

petits mouvements.

$$\cos \left(\alpha + \frac{d\alpha}{2} \right) \approx 1$$

$$\text{d'où} \quad m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dx \cdot s = 0 \quad ; \quad m = \frac{\bar{w}}{g} \cdot s \cdot dx$$

$$\bar{w} = \rho \cdot g$$

ρ : masse volumique

Si on remplace m par $\frac{\bar{w}}{g} \cdot s \cdot dx$. on obtient.

$$\frac{\bar{w}}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{or: } Ts = - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = - \frac{\partial \mathcal{M}}{EI} \quad (\text{Equations de la flexion Simple})$$

$$T = - \frac{1}{s} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} = \frac{EI}{s} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{EI}{s} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

$$\text{L'équation (1) devient} \quad \frac{\bar{w}}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EI}{s} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0$$

en divisant les deux membres de l'équation par $\frac{EI}{S}$
on obtient

$$(2) \quad \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + k \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad k = \frac{\bar{\omega}}{g} \cdot \frac{S}{EI}$$

pour résoudre cette équation on pose

$$y = z(x) \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \sin \omega t \frac{d^4 z}{dx^4} \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 \cdot z \cdot \sin \omega t$$

L'équation (2) devient $\frac{d^4 z}{dx^4} - k \omega^2 \cdot z = 0$

En posant :

$$A^4 = k \omega^2 = \frac{\bar{\omega}}{g} \frac{S}{EI} \cdot \omega^2$$

$$z = C_1 \cdot \text{sh} Ax + C_2 \cdot \text{ch} Ax + C_3 \sin Ax + C_4 \cos Ax$$

dans le cas où la tête de l'ailette est libre les conditions aux limites nous donnent.

$$\cos AL \cdot \text{ch} AL + 1 = 0$$

dont les racines sont $AL = \left(\frac{\bar{\omega}}{g} \frac{S}{EI} \right)^{1/4} \cdot \omega^{1/2} \cdot L [1]$

Avec $AL = 1,87, 4,69, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \dots$ etc...

$$\omega = \alpha \frac{r}{L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho}} \quad \text{Avec} \quad r^2 = \frac{I}{S} \quad \text{et} \quad \alpha = (AL)^2$$

2). Les forces excitatrices.

a) Sillages des aubes distributeurs.

Le phénomène de sillage dans les aubes distributeurs est dû à

- des couches limites avec variation rapide de la vitesse dans l'épaisseur de ces couches
- des sillages qui n'ont pas encore disparu lorsque la veine de vapeur rencontre les aubes mobiles.

On a un rapport entre l'action de la vapeur en un point d'une alette et le passage en ce point du sillage du distributeur.

La fréquence de passage de l'aube devant les tuyères

$$f = N \cdot n$$

N : vitesse de rotation en tr/mn

n : nombre de tuyères. (distributeur)

on a résonances lorsque l'une des fréquences propres des aubes coïncide avec la fréquence fondamentale ou l'une des harmoniques des forces d'excitation:

$$\text{Soit } f_p = k \cdot N \cdot n \quad k \in \mathbb{N}.$$

b) Injection partielle:

En quittant l'arc d'injection l'aube est soumise à une oscillation libre, cette oscillation s'amortit progressivement et pendant le passage suivant l'amplitude des oscillations augmente et ainsi de suite ... jusqu'à l'infini

c) Dissymétries dans la répartition des pressions à la sortie d'un étage: ceci se produit généralement à la sortie du dernier étage BP

d) oscillation de flexion de l'arbre.

Ces oscillations sont dues à des balourds résiduels. on doit éviter que la fréquence des aubes soit égale à la vitesse de rotation ou à un multiple de celle-ci jusqu'à 4 ou 5 fois

Pour les turbines à vapeur il est largement suffisant d'étudier seulement les vibrations des ailettes du dernier étage car elles sont les plus longues donc les plus sujettes aux vibrations de flexion.

3) Corps Haute pression

a) Détermination de la fréquence propre de l'aube du dernier étage.

L'expression de la pulsation propre est.

$$\omega_p = \alpha \frac{r}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

Avec : $\alpha = (1,87)^2 ; (4,69)^2 ; (5\frac{\pi}{2})^2 ; (7\frac{\pi}{2})^2 \dots$ et...

E : module d'Young $E = 2,1 \cdot 10^{10}$

I : moment d'inertie de la section fléchissante de l'aube

$$I = 25435 \text{ mm}^4$$

L : hauteur de l'aube $L = 193,57 \text{ mm}$

S : section de l'aube $S = 275,561$

ρ : masse volumique $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

$$r^2 = \frac{I}{S} = 92,30 \text{ mm}^2$$

α est la solution de l'équation des fréquences pour les différents modes de l'aube isolée.

$$f_p : \text{fréquence propre de l'aube} : f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$$

$$AN: f_p = \alpha \frac{\sqrt{92,3 \cdot 10^{-3}}}{(193,57) \cdot 10^{-6}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}}{7800}} = 206,7 \cdot \alpha$$

$$f_p = 206,7 \cdot \alpha$$

pour le mode fondamental : $\alpha = 1,87^2$ $f_p = 722,80 \text{ Hz}$
 1^{er} mode : $\alpha = 4,69^2$ $f_p = 4546,59 \text{ Hz}$
 2^{ème} mode : $\alpha = \left(\frac{5}{2}\pi\right)^2$ $f_p = 12737,37 \text{ Hz}$

tableau n° (16)

Mode	Fondamental	1 ^{er}	2 ^{ème}
$f_p \text{ (Hz)}$	722,80	4546,59	12737,37

b) détermination des fréquences des forces excitatrices

i) fréquence due au sillage des distributeurs : f_s

$$f_s = \frac{N \cdot n}{60}$$

$n = 57$: nombre de tuyères

$N = 3000 \text{ tr/min}$: vitesse de rotation de l'aube

$$f_s = 2850$$

on a résonance si $f_p = k f_s$ avec $k \in \mathbb{N}$

$$f_p / f_s = k$$

TABLEAU n° 17

Mode	Fondamental	1 ^{er}	2 ^{eme} .
f_p (Hz)	722,80	4546,59	12737,37
f_s (Hz)	2850		
$f_p/f_s = k$	0,25	1,59	4,46

k n'appartient pas à \mathbb{N} donc aucune des fréquences des forces excitatrices dues au sillage n'est multiple de f_p .
on a aucun risque à la résonance.

ii) Fréquences dues aux oscillations de flexion de l'arbre f_a

$f_a = k f_r$ avec f_r : fréquence de rotation de l'arbre
 $k \in \mathbb{N}$ entier positif.

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

on a résonance si $f_p = f_a = k f_r$

tableau (18)

Mode	Fondamental	1 ^{er}	2 ^{eme}
f_p (Hz)	722,80	4546,59	12737,37
f_r (Hz)	50		
$k = f_p/f_r$	14,456	90,93	255,46

k n'appartient pas à \mathbb{N} donc on a aucun risque de résonance due aux oscillations de flexion de l'arbre

4) Corps basse pression

a) Détermination des fréquences propres de L'aube du dernier étage.

$$\omega_p = \alpha \frac{r}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$I = 15902 \text{ mm}^4$$

$$L = 312 \text{ mm}$$

$$S = 367,84 \text{ mm}^2$$

$$r^2 = \frac{I}{S} = 43,23 \text{ mm}^2 \quad r = 6,575 \text{ mm}$$

$$\omega_p = 342,022 \cdot \alpha$$

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \cdot \alpha = 54,462 \cdot \alpha$$

tableau n°(20)

α	$1,87^2$	$4,69^2$	$(\frac{5\pi}{2})^2$	$(\frac{7\pi}{2})^2$
Mode	fondamental	1er	2eme	3eme
f_p (Hz)	190,44	1197,951	3356,084	6577,925

b) Détermination des fréquences des forces excitatrices

i) fréquence due au sillage des distributeurs : f_s

$$f_s = \frac{N \cdot n}{60} \quad \text{Avec} \quad N = 3000 \text{ tr/min}$$

$$n = 60$$

$$f_s = 3000$$

on a resonance si $f_p = k f_s$ avec $k \in \mathbb{N}$

tableau n° 21

mode	fundamental	1 ^{er}	2 ^{eme}	3 ^{eme}
f_p (Hz)	190,448	1197,951	3356,084	6577,925
f_s (Hz)	3000	3000	3000	3000
$f_p/f_s = k$	0,06	0,39	1,12	2,19

pour le 2^{eme} mode $k \approx 1$ donc on a risque à la resonance

ii) frequences dues aux oscillations de flexion de l'arbre f_a

$$f_a = k f_r = 50 k.$$

on a resonance si $f_p = f_a = k f_r = 50 \cdot k$

tableau n° 22

mode	fundamental	1 ^{er}	2 ^{eme}	3 ^{eme}
f_p (Hz)	190,448	1197,951	3356,084	6577,925
f_r (Hz)	50,00	50	50	50
$k = f_p/f_r$	0,80	23,75	67,12	131,55

Les valeurs de k pour le 1^{er} et le deuxieme mode sont presque entieres donc on a risque de resonance

on a trois possibilite pour eviter la resonance dans le cas basse pression

1^{ère} possibilité : on fait diminuer la hauteur de l'ailette .

si $L = 280 \text{ mm}$

$$f_p = 67,622 \cdot \alpha$$

tableau n° 23

mode	Fondamental	1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}
$f_p (Hz)$	236,467	1487,420	4167,036	8167,391
$f_r (Hz)$	50	50	50	50
$N = f_p/f_r$	4,729	29,748	83,340	163,347

on remarque qu'en diminuant la hauteur de l'ailette on évite la résonance .

2^{ème} possibilité : Les ailettes sont reliées en tête ou quelquefois en un ou plusieurs points du corps convenablement choisis voir fig (23)

3^{ème} possibilité : vrillage des ailettes pour augmenter leur résistance à la flexion .
voir fig (22)

Ailette ongue vrillée (Westinghouse)

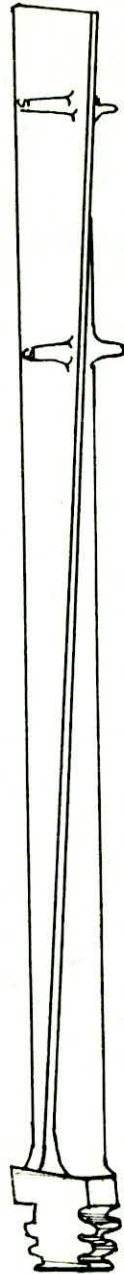


fig. 22)

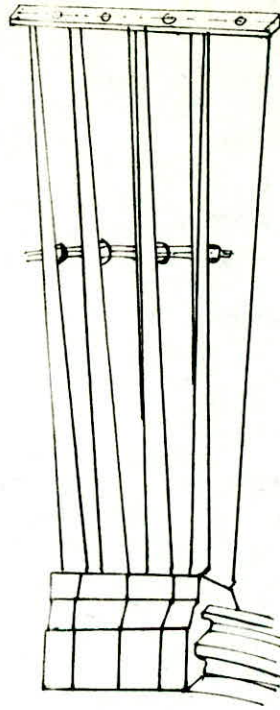


fig: (23)

Ailettes mobiles à action liées par des morceaux de fils
soudés à chaque ailette .

VI 2) vibration des disques

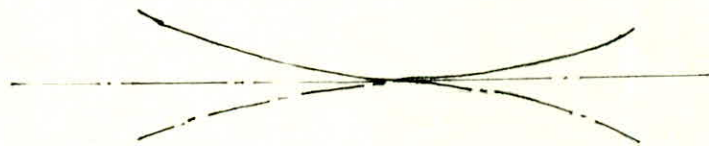
Un disque constitué par une plaque serrée sur l'arbre, libre à sa périphérie peut vibrer suivant différentes manières sous l'effet de forces excitatrices.

Il y a deux types de vibrations

- a) - des vibrations suivant des lignes ou diamètres nodaux.
- b) - des vibrations suivant des diamètres nodaux qui sont à négliger

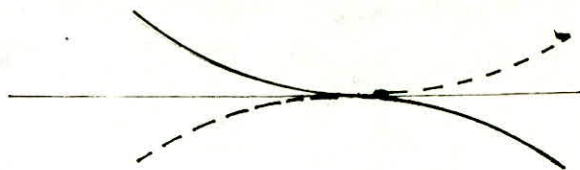
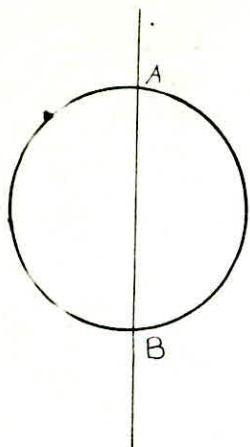
Dans le cas à zéro diamètre nodal le disque vibre de part et d'autre de son plan de symétrie en modifiant alternativement sa concavité (vibration en parapluie)

Fig (22)



Dans le cas d'un seul diamètre nodal (AB) tout se passe comme si le disque se pliait alternativement autour de AB.

Fig: 23)



Dans Le cas de n diametres nodaux, La peripherie du disque est deformée suivant une sinusoide et presentent $(2n)$ points nodaux.

Exemple pour $n = 4$.

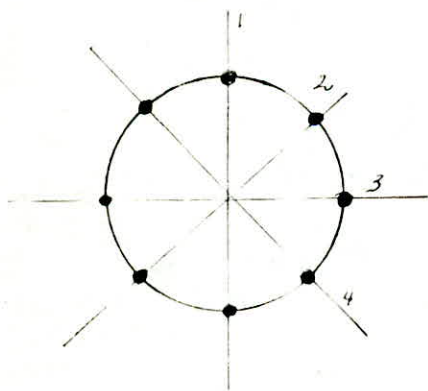


Fig: (24)

Dans La pratique on considere seulement Les modes 2, 3 ou 4 diametres nodaux.

La source des vibrations des disque est L'irrégularité dans L'injection de La Vapeur particulièrement dans Le cas de L'injection partielle.

Les forces excitatrices sont fixes dans L'espace et invariable dans Le temps.

Pour un observateur Lié au disque. Le champs de forces qui tourne par rapport à Lui à La vitesse de rotation du disque est périodique et peut être développé en serie de fourrier.

si on considère une des Composantes de La serie, elle se presente comme une force répartie de maniere sinusoidale sur La peripherie du disque exactement comme La déformée d'un des modes de vibration du disque et elle provoque une déformée ayant La même symetrie générale et Le même nombre de diametres nodaux.

soit A L'amplitude de La force excitatrice
et a L'amplitude de La déformée.

si Le champs de forces sinusoidale tourne par rapport au disque à une vitesse faible, La déformée tourne également avec La même vitesse sans déformation notable. Elle est en phase avec Le champ de forces.

$$A = k a.$$

Si la vitesse augmente on a intervention des forces d'inertie qui s'ajoutent aux forces exterieures et modifiant la deformation.

Ces forces d'inertie sont proportionnelles à l'amplitude de la vibration (a) et au $(n\omega)^2$ avec n = nombre de diametres nodaux

$$\text{on a } R_a = A + m(n\omega)^2 \cdot a$$

$$\text{d'où } a = \frac{\frac{A}{k}}{1 - \frac{m}{k}(n\omega)^2}$$

Si $n\omega$ tend vers $\sqrt{\frac{k}{m}}$

l'amplitude a tend vers l'infini.

C'est la vitesse critique correspondant à la vibration à n diametres nodaux.

On a autant de vitesse critiques que de modes possibles de vibrations.

$$N = n\Omega$$

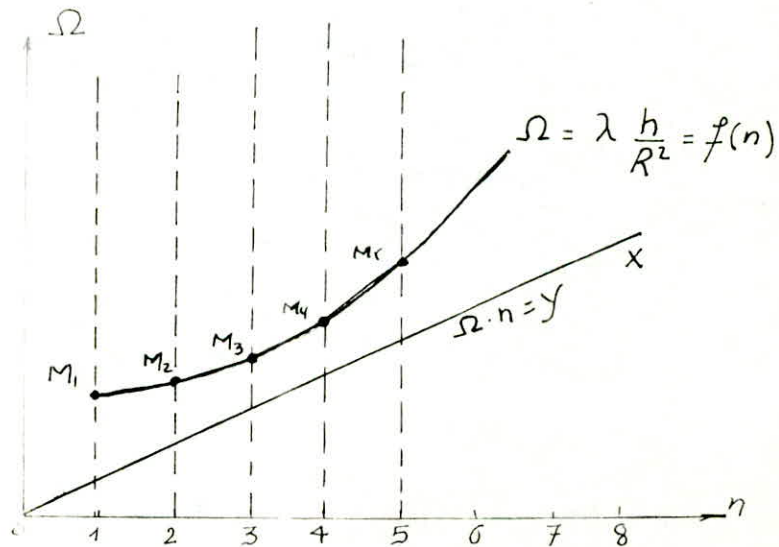
N : vitesse critique en tr/min

Ω : frequence propre de chaque mode.

$$\Omega = \lambda \frac{h}{R^2}$$

- h : épaisseur du disque
 R : Rayon du disque
 λ : Coefficient dépendant des formes du disque, de l'importance de l'ailetage qu'il supporte et du nombre de diamètres nodaux considérés

Si on connaît les variations de $\lambda = f(n)$
 on peut tracer la courbe de $\Omega = f(n)$
 puis on trace la droite $y = \Omega \cdot n$
 et l'intersection des 2 courbes à l'un des points $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ appartenant à la courbe $\Omega = f(n)$
 donne la vitesse de rotation critique.



Avec l'évolution de la technologie des turbines à vapeur moderne la vibration des disques est un phénomène qui a à peu près disparu et les constructeurs préfèrent vérifier les disques aux vibrations avec des méthodes expérimentales.

III 3. Vibration de L'arbre.

Les arbres sont dimensionnés de manière à satisfaire aux conditions exigées par la fréquence des vitesses critiques causées par un déséquilibre des efforts centrifuges.

On a résonance lorsque l'une des fréquences propre de l'arbre est égale (ou est un multiple) de la vitesse de rotation de l'arbre.

Les moments d'entraînement étant pratiquement constant, les vibrations de torsion sont moins à craindre que les vibrations de flexion.

La fréquence propre de vibration correspondant à la première vitesse critique peut être supérieure ou inférieure à la vitesse de rotation de l'arbre d'où deux types d'arbre flexible ou hypercritique, rigide ou souscritique.

a) L'arbre hypercritique :

Il est facile à fabriquer et demande moins de matière, s'échauffe plus uniformément au démarrage.

Le centre de gravité de l'arbre tend à se rapprocher de l'axe de rotation ce qui contribue à réduire les risques de contact avec les parties fixes.

b) L'arbre subcritique

Il ne présente pas de danger du point de vue résonance, mais il est lourd, de réalisation plus délicate, long à échauffer ou refroidir.

1) Méthodes de détermination des vitesses critiques

Il y a plusieurs méthodes pour la détermination des vitesses critiques.

a) Méthode de Stodola

Principe : Elle considère le rotor et procède par approximation successive.

b) Méthode de Borowicz

Elle utilise des développements algébriques et graphiques et opère par itérations.

c) Méthodes par les énergies

Elles sont basées sur le théorème des forces vives qui expriment l'égalité entre les énergies potentielle et cinétique maximales.

Parmi ces méthodes on a la méthode de Rayleigh et celle de Ritz.

d) Methodes Analytiques

i) Systemes discrets. [8]

Le rotor est assimilé à une poutre, à n degrés de liberté, n étant le nombre de masses discrettes.

ii) Systeme Continu : [8]

e) Methode generale ou (du transfert matriciel) [8]

Cette methode se base sur la resolution des systemes d'equations qui decrivent qui decrivent le comportement vibratoire d'un ensemble rotor-Liaisons.

Les matrices de transfert peuvent être formées par la methode des éléments finis.

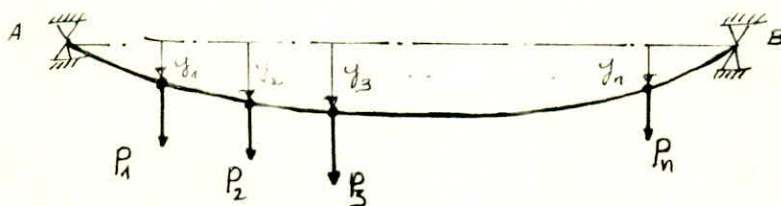
Dans le domaine de construction des turbines à vapeur et en particulier pour les turbines qui tournent à faible vitesse la détermination de la 1^{ère} vitesse critique est largement suffisante.

pour notre cas on utilise la méthode de Rayleigh. qui n'est pratique que pour la détermination de la 1^{ère} vitesse critique car elle converge très rapidement.

Pour les vitesses critiques d'ordre supérieur, cette méthode ne présente plus le caractère de convergence.

Démonstration

On considère l'arbre sur deux appuis A et B



Hypothèses :

Les courbes élastiques dynamiques qui caractérisent les positions prises par l'arbre en régime libre de vibration latérale sont des courbes affines de la courbe élastique

$P_1, P_2 \dots P_n$ Les poids et $y_1, y_2 \dots y_n$ Les fléchissements statiques

pendant la vibration on peut écrire les déplacements sous la forme suivante.

$$y_1 \cos \omega t, y_2 \cos \omega t, \dots, y_n \cos \omega t.$$

L'énergie potentielle de déformation accumulée dans l'arbre pendant la flexion est.

$$W = \frac{P_1 y_1}{2} + \frac{P_2 y_2}{2} + \dots + \frac{P_n y_n}{2} \quad (1)$$

L'énergie cinétique est maximale au moment où l'arbre passe par sa position moyenne, les vitesses correspondantes en cette position sont.

$$\omega y_1, \omega y_2, \dots, \omega y_n$$

L'énergie cinétique maximale : E_c

$$E_c = \frac{\omega^2}{2g} (P_1 y_1^2 + \dots + P_n y_n^2) \quad (2)$$

on a conservation d'énergie totale. donc

$$W = E_c$$

$$\text{et } \omega^2 = \frac{g (P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n)}{(P_1 y_1^2 + P_2 y_2^2 + \dots + P_n y_n^2)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g \sum_1^n P_i y_i}{\sum_1^n P_i y_i^2}}$$

Pour la détermination des flèches statiques on utilise la méthode de Mohr dont le principe est le suivant

- 1 - on divise l'arbre en un certain nombre de parties dont les CG sont appliqués à leurs CG et considérés comme des charges concentrées.
- 2 - On détermine les réactions aux appuis
- 3 - on trace le diagramme des moments flechissant.
- polygone des forces et funiculaire correspondant.
- 4 - Considérer le diagramme des moments comme un diagramme de charges fictives, divisons ce diagramme en un certain nombre de tronçons, pour chacun d'eux on calcule $\frac{M}{EI} \Delta x$ et on applique un vecteur proportionnel à cette valeur au centre de gravité de chaque tronçon.
- 5 - On construit le dynamique et le funiculaire correspondant, le funiculaire représente la déformée, la ligne des appuis représente l'origine des flèches.

2) Calcul de La vitesse critique de L'arbre du Corps (H.P)

1- Dessinons Le mobile à l'échelle $\frac{1}{4}$
 $a = 5 \text{ cm/cm}$ voir planche PR 809.

2- on divise L'arbre en 14 parties dont 9 contenant chacune Le tronçon d'arbre et La roue.

chaque partie contient un disque, des ailettes et un tronçon d'arbre.

2.1 : La masse des ailette : m_{ta}

$$m_{ta} = \rho \cdot S \cdot h \cdot Z$$

ρ : masse volumique

S : section des ailettes

h : hauteur des ailettes

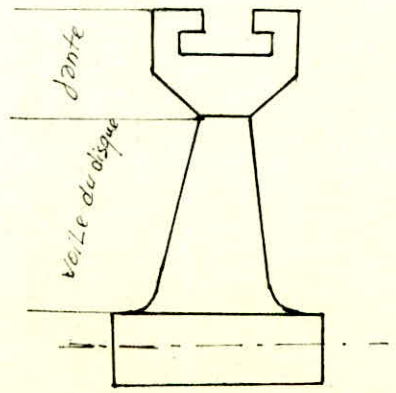
$Z = 20$: nombre d'ailettes c'est Le même pour tous Les étages

2.2 : La masse du disque : M_d

$$M_d = m_j + m_{vd}$$

m_j : masse de La jante

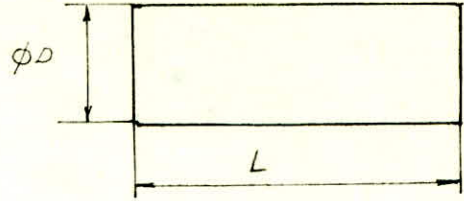
m_{vd} : masse de La voile du disque.



2.3: La masse du tronçon d'arbre. M_{ta}

$$M_{ta} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot L \cdot \rho}{4}$$

D: diamètre de l'arbre
L: Longueur du tronçon



2.4: La masse totale: M_t

$$M_t = m_{ta} + M_d + M_{ta}$$

Le tableau de valeurs est donné à la page 57 n°24

3 - on prend pour échelle des forces $b = 50 \text{ daN/cm}$
1cm de papier représente 50 daN.

4 - traçons Les vecteurs des charges sur Le dessin d'arbre

5 - traçons Le polygone des forces avec $H_1 = 20 \text{ cm}$
(pole du polygone des forces) ensuite on obtient
Le polygone finiculaire.

6 - on divise ce diagramme en un certain nombre de
trangers. Les limites des trangers sont données par Les
positions des forces P et des changements des diametres.

Pour chaque section ou l'on a changement de
diametre on calcule La grandeur corrigé du moment
de flexion

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{E J_i} M = \frac{1}{E J} M \frac{J}{J_i} = \frac{1}{E J} M_{cor}$$

$$M_{cor} = M \frac{J}{J_i}$$

M : moment réel de flexion

M_{cor} : moment corrigé de flexion

J : moment d'inertie correspondant au diamètre max de l'arbre

J_i : moment d'inertie de chaque tronçon d'arbre.

$$J = \frac{\pi d^4}{64}$$

on a 28 tronçons

$d_0 = 30 \text{ cm}$ diamètre de base.

Pour les sections où on a un changement brusque du diamètre il en résulte deux valeurs de J à droite et à gauche de cette section. donc deux valeurs du M_{cor} de flexion.

on trace de nouveau le diagramme des M_{cor}
voir planche (Pt 809)

7- On calcule les surfaces S des tronçons du diagramme corrigé des moments de flexion et on les considère comme des charges fictives accrochées aux centres de gravité des tronçons.

on prend $C = 300 \text{ cm}^2/\text{cm}$ comme échelle des surfaces.

Les valeurs des charges fictives sont données au tableaux n° 25, 26

8. on représente l'arbre de diamètre de base d_0 et les vecteurs des charges fictives F_i avec $H_2 = 20$ cm pole du polygone des charges fictives.

On trace ainsi le polygone finiculaire qui représente la déformée dynamique du rotor et finalement on relève les fleches fictives y_1, \dots, y_{14} sur les lignes d'actions des forces P_1, \dots, P_n .
Les résultats sont donnés sur le tableau n° 27

La valeur de la vitesse critique est donnée par la formule suivante

$$N_c = 300 \sqrt{\frac{\sum P_i y_i}{d \sum P_i y_i^2}} \quad (\text{tr/mn})$$

P_i : masse des tronçon en dan

y_i : fleche fictive

d : echelle totale.

$$d = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot a^3 \cdot b \cdot c}{E J_0}$$

tableau n° 24

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ma	0	0	23,94	0	17,99	18,96	16,00	17,15	26,26	17,27	34,23	49,92	0	0
Ma	0	0	308,39	0	63	65,82	68,78	71,87	75,10	78,50	82,52	72,83	0	0
Mr	0	0	332,33	0	80,70	84,78	85,50	89,02	91,36	95,77	116,75	122,75	0	0
Mea	18,38	200,42	38,17	0,03	53,05	39,85	33,35	33,03	54,75	0,25	34,05	39,08	220,42	48,98
Me	48,98	220,42	42,50	59,69	159,55	143,63	144,35	147,57	150,21	154,62	175,60	182,26	220,42	48,98

Tableau n° 26

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
d(cm)	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
$(\frac{d_0}{d})^4$	5,062	5,062	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m:	2,5	5,2	10	14	15,4	16	17	17,6	18,3	18,5	18,8	18,9	19	19
elli corr	4	5 11,7	10 "	14	15,4	16	17	"	"	"	"	"	"	"
$S_i(\text{cm}^2)$	7,5	22,12	41,75	66,25	30,78	33,25	36,7	36,57	26,59	27,33	24,51	24,72	27,94	28,01
$F_i(\text{cm})$	0,25	0,737	1,390	2,081	1,026	1,108	1,223	1,219	0,886	0,914	0,817	0,824	0,931	0,933

suite du tableau n° 25

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	20	20
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5,062	5,062
19	18,8	18,5	18	17,6	16,7	15,2	15,4	14,6	13,9	10	5	2,5	0
"	"	"	"	"	4	"	"	"	"	"	"	5 11,7	4
25,81	25,65	27,43	25,43	25,28	24,5	22,80	21,87	21,51	20,28	65	41,25	10,62	3,62
0,860	0,855	0,914	0,864	0,842	0,816	0,761	0,729	0,717	0,676	2,166	1,375	0,354	0,120

tableau n° 27

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P_i	48,98	220,42	420,5	59,69	159,51	143,63	149,35	147,87	150,21	154,62	175,6	182,26	220,42	48,98
y_i	1,5	6	9,2	10,6	11,4	11,7	12	11,7	11,4	10,9	10	9	6	1,6

$$\sum P_i y_i^2 = 21043,42$$

$$N_c = 4428,151 \text{ tr/min.}$$

$$\sum P_i y_i = 21053$$

$$H_1 = 20 \text{ cm}$$

$$H_2 = 20 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm/cm}$$

$$b = 50 \text{ dan/cm}$$

$$c = 30 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$J_0 = \frac{\pi d_0^4}{64}$$

$$d = \frac{20 \cdot 20 \cdot 4^3 \cdot 50 \cdot 30}{2,1 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi \cdot 30^4}{64}} = 4,6 \cdot 10^{-4}$$

$$\sum P_i y_i = 21053$$

$$\sum P_i y_i^2 = 210043,42$$

$$N_c = 4428,37 \text{ tr/mn.}$$

$$\frac{4428,37 - 3000}{3000} = 47,6\%$$

La réserve de sécurité peut aller jusqu'à 20 à 30% .

Dans notre cas on a une réserve de sécurité de 47,6% donc on a aucun risque à la résonance

$N_c < N$ notre arbre est subcritique.

3) Calcul du Rotor à La Résistance

a) Contrainte de torsion

Le moment de torsion est donné par la formule

$$M_t = \frac{N_i}{\omega} = \frac{30 N_i}{\pi n} = 955 \frac{N_i}{n} \text{ [N.m]}$$

N_i : puissance de l'étage en kW

n : vitesse de rotation en tours/min

$$M_t = 955 \cdot 10^3 \frac{N_i}{n} \text{ [dan.cm]}$$

La contrainte de torsion pour chaque étage est égale à $\tau = \frac{M_t}{2W}$

W : moment de résistance $W = \frac{\pi d^3}{32} \text{ [cm}^3\text{]}$

b) Contrainte de flexion

On néglige la contrainte de traction due à l'effort axial relativement faible comparé à l'effort centrifuge

$$\sigma = \frac{M_f}{W}$$

M_f : moment fléchissant déterminé sur le diagramme des moments fléchissants.

$$M_f = a \cdot b \cdot H_1 \cdot m_1$$

$$M_f = 4 \cdot 10^3 \text{ mc} \quad [\text{dan cm}]$$

c) contrainte totale.

La contrainte tangentielle maximale.

$$\tau_{\max} = \frac{1}{W} \sqrt{M_f^2 + M_k^2} \quad [\text{dan/cm}^2]$$

M_k = moment de torsion cumulé de l'étage

M_f = moment fléchissant.

Les résultats sont donnés sur le tableau n° 28

qui montrent que la contrainte tangentielle maximale du corps HP est exercée sur le dernier étage

$$\tau_{\max} = 1,29 \text{ dan/mm}^2$$

c'est une contrainte très faible.

tableau n° 28

ETAGE	Diamètre d [cm]	Puissance de L'etage [KW]	Moment de torsion propre de l'etage [dan.cm] ²	M _k : moment de torsion de l'etage [dan.cm] ²	M _d : moment flexion real [dan.cm] ²	m _i : moment flexion à l'echelle [cm]	τ _{max} Contrainte max [dan/mm ²]
Reue cartis	30	3266,18	1039,62	1039,62	620	15,5	0,45
1	"	981,22	312,32	1351,94	732	18,3	0,21
2	"	918,93	292,52	1644,26	760	19	0,58
3	"	933,83	297,26	1941,72	760	19	0,78
4	"	919,024	292,55	2234,27	756	18,9	0,89
5	"	955,45	304,15	2538,42	740	18,5	0,99
6	"	304,19	281,83	2826,21	140	11,6	1,09
7	"	856,04	272,50	3098,75	648	16,2	1,19
8	"	900,94	286,79	3385,54	584	14,6	1,29

La contrainte tangentielle max $\tau_{max} = 1,29 \text{ dan/mm}^2$

d) Vérification du diamètre de l'arbre.

La formule donnant le diamètre minimum est

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \text{ cM}_i}{\sigma_{ad}}}$$

$$\text{cM}_i = \sqrt{cM_f^2 + M_t^2}$$

cM_i : moment idéal.

La section dangereuse de l'arbre se trouve au dernier étage de la turbine. c'est le plus chargé

$$\text{cM}_i = 3435,54 \cdot 10^2 \text{ [daN} \cdot \text{cm]}$$

$$\sigma_{ad} = \frac{37}{4} = 9 \text{ daN/mm}^2$$

$$d \geq 15,62 \text{ cm.}$$

4) CALCUL de La vitesse Critique de L'Arbre du Corps (BP)

On utilise La même methode que celle utilisée du premier corps.

1. On dessine Le mobile à l'échelle $\frac{1}{4}$
voir planche (PR807)
 $a = 4 \text{ cm/cm}$

2. on divise L'arbre en 17 parties
voir fig:

3. on calcule la masse de chaque parties

$$M_i = m_{t_i} + M_0 + M_{t_i}$$

Le tableau de valeur est donnée à la page
tableau n° 29

4. on prend une échelle des forces $b = 80 \text{ daN/cm}$
et on représente Les forces sur Le dessin d'arbre

5. on trace le polygone des force avec
 $H_i = 20 \text{ cm}$

6. on divise Le diagramme en 34 tronçons

- Le diamètre de base $d_0 = 30 \text{ cm}$

- on trace de nouveau Le diagramme des moments corrigés alors

7. on calcule la surface "S" de chaque tronçon et on représente les charges fictives F_i avec une échelle

$$c = 30 \text{ cm}^2/\text{cm} .$$

Les valeurs des charges fictives sont données au tableaux pages (69,70) ; n° .30, 31

8 - on trace Le polygone finiculaire qui représente La déformée dynamique du rotor et finalement on relève Les fleches fictives voir tableau page (71) ; n° (22)

$$N_0 = 30 \sqrt{\frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i x_i^2}}$$

$$J = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot a^3 \cdot b \cdot c}{E J_0}$$

tableau n° 29

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
m_{ta}	0	0	113,45	94,05	80,85	46,95	46,05	28,23	0	28,23	46,05	46,95	80,85	94,05	113,45	0	0
M_d	0	0	291,62	229,69	180,00	142,49	112,23	88,40	0	88,40	112,23	142,49	180,00	229,69	291,62	0	0
M_r	0	0	405,07	323,74	260,85	189,44	158,28	116,63	0	116,63	158,28	189,44	260,85	323,74	405,07	0	0
M_{ta}	49	153,12	52,07	53,21	50,38	52,27	47,21	44,41	101,52	44,41	47,21	52,27	50,38	53,21	52,07	153,12	49
M_t	49	153,12	457,14	377,00	311,23	241,69	205,49	161,03	101,52	161,03	205,49	241,69	311,23	377,00	457,14	153,12	49

Tableau n° 30

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
d (cm)	50	50	62	62	62	62	64	64	66	66	68	68	70	70	72	72	75
$\frac{100f}{d}$	5,062	5,062	2,141	2,141	2,141	2,141	1,885	1,885	1,667	1,667	1,479	1,479	1,317	1,317	1,177	1,177	1
m (cm)	11,2	21,4	7	14,2	14,2	10,5	10,6	11,5	10,2	10,8	19,2	19,4	19,8	19,9	20	20,1	20,1
ch' (cm)	6,4	18,4 / 7,67	15,8	25,96	32,8	34,9 / 30,8	33	34,8 / 30,7	32	33,0 / 29,3	29,91	29,64 / 30,21	27,51	27,61 / 24,70	24,8	24,9 / 23	24,1
S _i (cm ²)	8	31	58,67	104,40	44,64	53,74	55,84	59,35	53,29	55,25	42,92	43,13	39,81	38,06	33,42	33,59	61,45
F _i (cm)	0,26	1,033	1,950	3,48	1,488	1,79	1,86	1,97	1,77	1,84	1,43	1,43	1,32	1,26	1,11	1,12	2,04

Tableau n° 31

N_2	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
d (cm)	75	72	72	70	70	68	68	66	66	64	64	62	62	62	62	50	50
$(\frac{d_0}{d})^4$	1	1,177	1,177	1,317	1,317	1,479	1,479	1,667	1,667	1,885	1,885	2,141	2,141	2,141	2,141	5,062	5,062
m_i (cm)	20,1	20,1	20	19,9	19,8	19,4	19,2	18,8	18,2	17,5	16,6	15,5	14,3	11,5	7	3,4	1,2
u_{corr} (cm)	20,1 23,61	23,61	23,14 26,34	26,20	26,07 29,28	28,69	28,39 32,00	31,33	30,33 34,30	32,98	31,89 35,54	33,18	30,61	24,62	14,985 35,43	17,21	6,4
S_i (cm ²)	61,41	33,59	33,42	38,06	39,81	43,13	42,92	55,21	53,29	59,31	55,84	53,74	44,64	104,40	58,67	31	8
r (cm)	2,04	1,12	1,11	1,26	1,32	1,43	1,43	1,54	1,57	1,57	1,56	1,52	1,48	2,15	1,310	1,033	0,26

Tableau n° 32

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
P _i	49	153,12	457,14	377	311,23	241,69	205,49	161,03	101,12	161,03	205,49	241,69	311,23	377,00	457,14	153,12	49
y _i	2,1	9	13	14,5	16,4	17	17,3	17,5	17,6	17,5	17,3	17,0	16,3	14,5	13,4 13	9	2,1

$$\sum P_i y_i = 50739,60$$

$$\sum P_i y_i^2 = 988946,91$$

$$N_c = 2200 \text{ tr/min}$$

A.N

$$H_1 = 20 \text{ cm}$$

$$H_2 = 25 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm/cm}$$

$$b = 80 \text{ daN/cm}$$

$$d = 9,2 \cdot 10^{-4}$$

$$c = 30 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$d_0 = 30 \text{ cm}$$

$$\sum P_i y_i = 50739,60$$

$$\sum P_i y_i^2 = 988946,91$$

$$N_c = 2200 \text{ tr/min}$$

L'intervalle de securité est de $[0,75 N_c, 1,3 N_c]$
soit $[1650, 2860]$.

La 2^{eme} vitesse critique est de l'ordre de deux
à trois fois plus grande que la 1^{ere} vitesse critique.
soit $[4400, 6600]$ tr/min .

On peut dire qu'on a aucun risque à la
raison de ce .

7: tableau n° 33

N° de l'étage	diamètre d (cm)	P de l'étage [kW]	Moment de torsion propre de l'étage [daN·cm·10 ⁸]	M _k : mot de torsion de l'étage [daN·cm·10 ⁸]	M _i : mot flechissant à l'elbelle [cm]	M _p : mot flechissant reel [daN·cm·10 ⁸]	τ _{max} Contrainte max [daN/mm ²]
1	29	454,96	144,82	144,82	14,3	915,20	0,387
2	28,2	461,10	146,78	291,60	16,6	1062,40	0,500
3	27,4	453,15	144,25	435,85	18,2	1114,80	0,616
4	26,6	518,8	165,15	601,00	19,2	1228,80	0,740
5	25,8	543,21	172,92	773,92	19,8	1267,20	0,881
6	25	559,29	178,04	951,96	20	1280,00	1,040

La contrainte tangentielle maximale $\tau_{max} = 1,040 \text{ daN/mm}^2$

5 Calcul du rotor à La Résistance.

La contrainte tangentielle maximale

$$\tau_{\max} = \frac{1}{W} \sqrt{M_f^2 + M_k^2}$$

Les résultats sont donnés sur le tableau n° ()
page () .

La contrainte tangentielle maximale est exercée sur le 6^{ème} étage:

$$\tau_{\max} = 1,040 \text{ daN/mm}^2$$

c'est une contrainte très faible.

Verification du diamètre de l'arbre.

Le diamètre minimum est donné par

$$d \geq \sqrt{\frac{10 c_{fc}}{\sigma_{ad}}} \quad \text{avec } c_{fc} = \sqrt{c_{ff}^2 + M_t^2}$$

$$\sigma_{ad} = \frac{37}{4} = 9 \text{ daN/mm}^2$$

$$c_{fc} = 1595,18 \cdot 10^2 \text{ [daN.cm]}$$

$$d \geq 12,2 \text{ cm}$$

Conclusion

L'étude qui a été faite donne un aperçu des difficultés que l'on rencontre dans l'analyse de structure d'une turbine à vapeur.

Plusieurs problèmes ont été abordés, leurs solutions demandent un temps assez long : à savoir l'analyse des vibrations du rotor avec une méthode numérique, le vrillage des ailettes des étages basse pression et le calcul des accessoires de la turbine.

Le sujet étant nouveau et sortant du cadre de la bibliographie courante, demande une longue expérience jouant un grand rôle dans toute conception de machine.

Notre étude ne se veut donc pas d'être une étude parfaite, œuvre d'ingénieurs spécialisés dans le domaine en question, mais simplement une esquisse rapide d'un avant-projet de turbine à vapeur.

TABLE DES MATIERES

Introduction	_____	
Resultats de L'etude thermodynamique	_____	1
I : Generalités sur Les problemes technologiques à résoudre	_____	1
II : Les Matériaux utilisés	_____	2
III : Calcul du rotor	_____	4
III.1 : Généralités sur Les rotors	_____	4
1) Les rotors à disques	_____	4
2) Les rotors à tambour	_____	5
IV Les tuyeres et aubages des turbines à action	_____	7
IV.1 : Les tuyeres	_____	8
IV.2 : Les ailettes mobiles	_____	8
1) mode de fixation	_____	8
2) tracé du profil	_____	9
3) Verification des aubes à La traction	_____	10
4) Verification des aubes à La flexion	_____	11
V Calcul des disques	_____	19
1) résistance des disques	_____	19
1.1) Calcul de La jante du disque	_____	19
1.2) Calcul de La voile du disque	_____	22
VI Les vibrations dans Les turbines à vapeur	_____	27
VI.1 : Vibration des ailettes	_____	29
1) Determination des Fréquences propres de L'aube	_____	30

2)	Determination des forces excitatrices	33
3)	Vibration des ailettes du Corps HP	35
4)	Vibration des ailettes du Corps BP	38
VI 2 :	Vibration des disques	41
VI 3 :	vibration de L'arbre	47
1)	Methodes de determination des vitesses critiques	48
2)	Calcul de La vitesse critique du CHP	53
3)	Calcul du rotor à La resistance	62
	a) Contrainte de torsion	62
	b) Contrainte de flexion	62
	c) Contrainte totale	63
	d) Verification du diametre de L'arbre	64
4)	Calcul de La vitesse critique de L'arbre du Corps BP	66
5)	Calcul du rotor (BP) à La resistance	74
	Conclusion	

BIBLIOGRAPHIE

1. Turbine à vapeur et à gaz Lucien Vivier
2. Les turbines ANDRE Houberechts
3. La turbine à vapeur moderne KRAFT
4. Techniques de L'ingénieur
5. Turbiny Parowe Robert SZEWALSKI
6. Cours de turbines Lemasson
7. Éléments de Construction A BOISRAYON
8. Vibrations des machines tournantes Roland Bigret
et des structures

Symboles UTILISES

ω	vitesse de rotation
β_1	angle formé par w_1 et U à l'entrée de la roue
β_2	— " — " — " — " w_2 et U à la sortie de la roue
α_1	— " — " — " — " v_1 et U à l'entrée de la roue
α_2	— " — " — " — " v_2 et U à la sortie de la roue
φ	Coefficient de frottement dans la tuyère
ψ	— " — " — " — " dans la roue
w_1	vitesse relative à l'entrée de la roue
w_2	— " — " — " — " à la sortie de la roue
U	vitesse tangentielle
h_{rest}	perte par vitesse restante
h_{roue}	— " — " dans la roue
P	pression
T	température
l	hauteur d'aube
B	Largeur d'aube
t	pas d'aube
η_i	Rendement intérieur de l'étage
N_{int}	puissance intérieure de l'étage
ΔH_{th}	Chute d'enthalpie théorique
ν	volume spécifique
I	Moment d'Inertie
S	surface
θ	angle
σ_{tr}	Contrainte de traction
E	Module d'élasticité
F	force.
R	Rayon
P	poids.

