

M0045/05B

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Ecole Nationale Polytechnique.



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Département D'Electronique

Mémoire de magister en électronique, option signal et communications.

UTILISATION DES ONDELETTES DANS LA SEGMENTATION D'IMAGES MEDICALES

Soutenu le 01/12/2005 à 09H

Présenté par :

BRAHIM Mohamed

- | | | |
|--------------|------------------|-----------------------------|
| Président : | Daoud BERKANI | Professeur (ENP) |
| Rapporteur : | Latifa HAMAMI | Maître de conférences (ENP) |
| Examineurs : | Mohamed TRABELSI | Maître de conférences (ENP) |
| | Nadia LASSOUAOUI | Docteur (CERIST) |
| | Aïcha MOUSSAOUI | Chargée de cours (ENP) |

Décembre 2005

Résumé

L'objectif de cette thèse est l'application des ondelettes pour la segmentation des images médicales, nous avons appliqué les ondelettes pour la segmentation des principaux tissus cérébraux de l'encéphale sur des images IRM bidimensionnelles. Le but des ondelettes est d'amélioration des contrastes à cause de l'effet de volume partiel, avec l'utilisation d'autres méthodes de segmentation, la croissance de régions et la transformée de HSV, ainsi que pour la détection des contours pour image binaire, ceci est appliqué sur des images de chromosomes.

Mots clés

Ondelettes, segmentation, IRM, croissance de régions, chromosomes.

Abstract

The objective of this thesis is the use of the wavelets for segmentation of the medical images, we applied wavelets for the segmentation of principal brain tissues for two-dimensional images RMI. The goal of the wavelets is the contrasts improvement because of the partial volume effect, with the use of other segmentation methods, the region growing and the transform of HSV, like for the contours detection for binary image, this is applied to chromosomes images.

Key words

Wavelets, segmentation, RMI, region growing, chromosomes.

ملخص

الغرض من هذه الرسالة استعمال الموجات الصغيرة (ondelettes) لتجزئة الصور الطبية ، طبقنا الموجات الصغيرة في تجزئة النسيج الدماغي لصور عن طريق الدوى المغناطيسي ثنائي الأبعاد. الهدف من الموجات الصغيرة هي تحسين التباين الصور نتيجة المفعول السعة الجزئية، مع استعمال طرق أخرى لتجزئة، التزايد المناطق و تحويل HSV ، و أيضا في كشف الحدود للصور ذات النظام الثنائي، و لقد استعملت للصور الكروموسوم.

المفاتيح

الموجات الصغيرة، تجزئة، الدوى المغناطيسي ، التزايد المناطق ، الكروموسوم.



Introduction Générale.....	1
Chapitre I. Les Ondelettes.....	3
1. Introduction.....	3
2. Généralités	4
3. Bases orthonormées d'ondelettes.....	5
3.1. Le passage à la transformée discrète en ondelettes	5
3.2. Analyses multirésolutions et bases orthonormées d'ondelettes.....	6
4. Des bases d'ondelettes à l'algorithme rapide.....	8
4.1 Introduction	8
4.2 Algorithme de Mallat.....	8
4.3 Les quatre filtres.....	9
4.4 Calcul efficace des coefficients.....	10
5. Botanique des familles d'ondelettes.....	14
5.1 Introduction.....	14
5.2 Tableau synoptique des familles usuelles.....	14
5.3 Exemple d'une famille bien connue (Haar).....	15
Chapitre II. Imagerie par Résonance Magnétique et Anatomie du Cerveau.....	21
1. L'imagerie par résonance magnétique.....	21
1.1. Les principes de fonctionnement de l'IRM.....	22
1.2 La formation des images.....	24
1.3 Les différentes pondérations.....	26
1.4 Incertitudes et imprécisions des images.....	27
2. Anatomie cérébrale.....	29
2.1 Description anatomique.....	29
2.2 Composition du cerveau.....	31
Chapitre III. Segmentation d'IRM.....	32
1. Introduction.....	32
2. Segmentation d'images IRM.....	32
2.1 Pre-segmentation de la zone d'intérêt (cerveau ou encéphale).....	32

2.2. Remplissage des trous.....	39
2.3 Segmentation.....	40
2.3.1 Débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes.....	40
2.3.2. L'espace de couleur de HSV.....	51
2.3.3. Segmentation par croissance de régions.....	52
2.4 Résultat de la segmentation.....	55
3. Conclusion.....	63
Chapitre IV. Détection de contour par ondelette.....	65
1. Introduction.....	65
2. Transformation de l'image en niveaux de gris.....	65
3 Binarisation.....	66
4. Ondelettes.....	66
4.1 L'ondelette de Haar.....	66
4.2 Transformations d'ondelettes bidimensionnelles.....	68
5. Pourquoi la transformée de Haar.....	70
6. Détection de contours.....	71
7. Application de la détection de contours aux images de chromosomes.....	74
8. Conclusion.....	75
Chapitre V. Présentation Des Logiciels.....	76
1. Introduction.....	76
2. Logiciels utilisés.....	76
2.1 Builder C++.....	76
2.3 Matlab.....	77
3. logiciels développés.....	78
3.1 Segmentation d'image IRM par Ondelette.....	78
3.2 Détection de contours par Ondelette.....	85
3-3- WAVEMENU.....	91
Conclusion Générale.....	97
Annexe.....	98
Références.....	111

Introduction générale

Tant en mathématiques qu'en physique, nous nous intéressons à représenter un "signal" ou une "image" observé comme une superposition adéquate de fonctions élémentaires. Cette représentation étant adaptée au problème étudié. Afin d'obtenir de telles représentations qui ne soient pas uniquement intéressantes pour la théorie mais aussi pour les applications, on a recours à des algorithmes rapides. Une fois en possession de ces "fonctions élémentaires", nous pouvons tenter d'obtenir une bonne reconstitution de l'objet étudié en n'utilisant qu'un nombre limité de telles fonctions, ce qui peut se concevoir comme une tâche d'approximation ou de compression.

Notre travail rentre dans un contexte bien défini qui est la réalisation de systèmes autonomes de diagnostic ou de classification à partir d'images médicales. La partie médiane d'un tel système est la segmentation d'images prétraitées ; une bonne segmentation étant obtenue bien évidemment sur une image dépourvue de bruit et donc ayant subi un traitement adéquat. Notre contribution est la réalisation de cette partie médiane.

L'objectif de notre étude est l'utilisation des ondelettes dans le module de segmentation d'images médicales. Nous appliquerons cette segmentation aux images par résonance magnétique (IRM) et plus particulièrement celle du cerveau ainsi qu'aux images microscopiques de chromosomes pour la détection des contours.

La segmentation des IRM montre bien l'impossibilité d'obtenir une bonne segmentation à cause de l'effet de volume partiel qui peut être dû au bruit ou à la précision de la machine IRM. Pour améliorer la segmentation de ces images nous avons utilisé les ondelettes pour le débruitage, nous avons choisi pour cela l'ondelette de type sym4 (voir annexe).

Un bon détecteur de contours doit présenter un contour fermé ayant une épaisseur de un pixel. Grâce à l'ondelette de Haar (voir l'annexe) nous avons pu obtenir ces caractéristiques dans la détection des contours de chromosomes.

Nous tentons d'expliquer notre travail à travers cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la présentation théorique des ondelettes et l'analyse multirésolution ainsi qu'à l'algorithme rapide pour la transformée d'ondelettes.

Dans le second chapitre, nous étudierons le signal de résonance magnétique afin d'optimiser le contraste dans les images. Nous y présenterons également de manière succincte l'anatomie de l'encéphale humain.

Le troisième chapitre est consacré à la segmentation d'image IRM cérébrale. Nous verrons l'utilisation de la morphologie mathématique et l'étiquetage pour l'extraction de l'encéphale, ainsi que l'amélioration de contraste par la transformée d'ondelettes. Nous présenterons ensuite une méthode de segmentation basée sur la croissance de régions et la transformée de HSV.

Dans le quatrième chapitre, nous avons utilisé les ondelettes pour la détection des contours des images de métaphases de chromosomes humains, pour cela nous avons utilisé la NTSI pour la transformation en niveaux de gris et l'histogramme pour la binarisation. Pour la détection des contours nous avons utilisé l'ondelette de Haar.

Le cinquième chapitre concerne la présentation des trois logiciels réalisés sous MATLAB puis en langage C++, la première est une interface MDI pour la segmentation d'image IRM, la seconde est une interface MDI pour la détection de contours par ondelettes d'une image binaire, la troisième est une interface SDI qui permet la transformation d'une image en niveaux de gris avec la plupart des familles d'ondelettes.

Chapitre I

LES ONDELETTES

1. Introduction

Les ondelettes sont un outil de traitement du signal permettant l'analyse, à plusieurs échelles de temps, des propriétés locales de signaux complexes pouvant présenter des zones d'instationnarités. Elles donnent lieu à de nombreuses applications dans des domaines variés, comme par exemple la géophysique, l'astrophysique, les télécommunications, l'imagerie et le codage vidéo. Elles sont à la base de nouvelles techniques d'analyse et de synthèse du signal et trouvent de belles applications pour des problèmes généraux tels que la compression et le débruitage.

Les ondelettes se sont donc, en moins de vingt ans, imposées comme une théorie mathématique féconde et un outil du traitement du signal et de l'image. Elles sont ainsi au programme de nombreux cursus mathématiques pures et appliquées, tant dans l'université que dans les écoles d'ingénieurs.

En omettant les apports mathématiques et en se focalisant sur les applications, on peut dégager trois problèmes généraux pour lesquels les ondelettes se sont révélées très performantes.

- L'analyse ou comment utiliser la transformée en ondelettes pour scruter les données et dégager des pistes pour un stade ultérieur du traitement. Les ondelettes fournissent en effet un cadre pour la décomposition d'un signal sous la forme d'une suite de signaux dits d'approximation de résolution décroissante complétée par une suite de retouches appelées détails. L'examen d'un signal électrique illustre ce point.
- Le débruitage ou encore l'estimation de fonctions. Il s'agit, à partir des observations d'un signal utile corrompu par un bruit, de reconstituer au mieux le signal. Les méthodes se basant sur les représentations par ondelettes donnent lieu à des algorithmes très simples et souvent plus performants et faciles à régler que les méthodes traditionnelles d'estimation fonctionnelle. Elles consistent à décomposer en ondelettes le signal observé et à sélectionner, par seuillage, des coefficients à partir desquels un signal est reconstruit. Les idées sont introduites au moyen d'un signal synthétique de type Doppler et sont ensuite appliquées au signal électrique.
- La compression et, en particulier, la compression des images où les ondelettes constituent une méthode très compétitive. La raison majeure de cette efficacité découle de la capacité des ondelettes à concentrer, en général, dans peu de coefficients significativement non nuls l'énergie du signal. La décomposition est alors creuse et peut être codée de façon très économique. Ces méthodes s'avèrent utiles tant pour les signaux que pour les images. L'utilisation des ondelettes pour les images est introduite au moyen d'une image réelle qui est ensuite comprimée. Par exemple le stockage de millions d'empreintes digitales par FBI et la nouvelle norme de compression d'image JPEG 200, elles sont basées sur l'utilisation des ondelettes.

2. Généralités

En une dimension, la Transformée de Fourier (TF) permet de décomposer un signal selon un ensemble de sinusoides, de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. Dans l'espace des fréquences, l'information temporelle est perdue. Les sinusoides ne sont pas localisées dans le temps et ne peuvent donc pas prendre en compte le caractère non stationnaire du signal ; d'où l'apparition de La Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT) ou "Short-Time Fourier Transform" (STFT), encore appelée transformée de Gabor.

Pour obtenir de l'information à la fois en temps et en fréquence, une solution est de partager le signal en "tranches" (ou fenêtre) de longueur donnée, d'effectuer une TF de chaque tranche de signal, puis de juxtaposer les résultats sous la forme d'une Représentation Temps-Fréquence (RTF) appelée spectrogramme. Il s'agit d'un des outils d'analyse des signaux non stationnaires. On exprime la STFT pour un signal $s(t)$ sur une fenêtre g autour du point temporel b et de la fréquence ω :

$$Gf(\omega, b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{W_{\omega, b}(t)} dt \quad \omega, b, t \in \mathbb{R} \quad (1.1)$$

$$W_{\omega, b}(t) = W(t-b)e^{+2i\pi\omega t}$$

On peut réécrire k dans une nouvelle base avec une fenêtre de taille a , inversement proportionnelle à ω et avec un paramètre de position b :

$$W_{\omega, b}(t) = W_{a, b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.2)$$

On appelle une ondelette (ou ondelette mère), une fonction $\psi \in L^1 \cap L^2$, admettant $n+1$ moments nuls (où $n \in \mathbb{N}$), c'est-à-dire vérifiant :

$$\int_{\mathbb{R}} t^k \psi(t) dt = 0 \quad \text{Pour } k = 0, \dots, n. \quad (1.3)$$

La fonction ψ est d'intégrale nulle. Elle est aussi orthogonale aux polynômes de degré inférieur ou égal à n . La fonction ψ oscille, prenant des valeurs positives et négatives. Le nombre n contrôle les oscillations de ψ , au sens où plus n est grand, plus ψ oscille.

Par translation et dilatation de l'ondelette ψ , on définit les atomes de la transformée en ondelettes. Pour toute échelle $a \in \mathbb{R}^+$ et toute position $b \in \mathbb{R}$, on définit un atome de transformée par :

$$W_{a, b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.4)$$

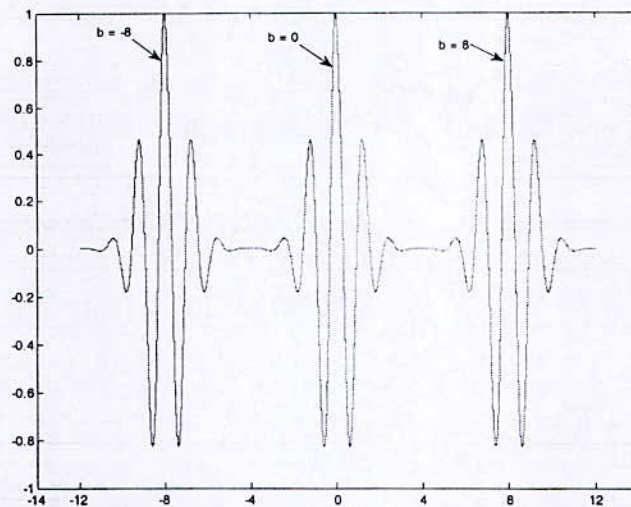


Figure 1.1.a: Translation d'une ondelette

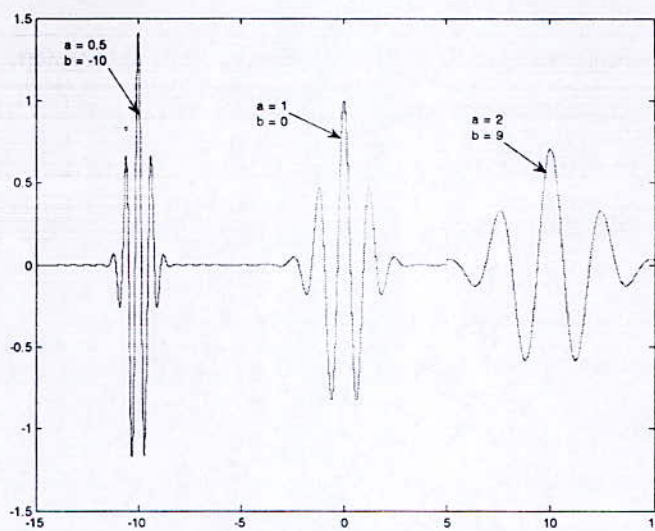


Figure 1.1.b: Translation et dilatation d'une ondelette

3. Bases orthonormées d'ondelettes

3.1. Le passage à la transformée discrète en ondelettes

Il est légitime de se demander s'il est nécessaire de connaître la transformée C_f sur $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ tout entier pour reconstruire f . Lorsque la réponse est négative, on utilise un sous-ensemble discret de $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ en fixant $a_0 > 1$, $b_0 > 0$ et en prenant $a \in \{a_0^p\}_{p \in \mathbb{Z}}$ et $b \in \{na_0^p b_0\}_{p, n \in \mathbb{Z}}$. Par conséquent, au lieu d'utiliser la famille d'ondelettes :

$$W_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a \in \mathbb{R}^{*+}, b \in \mathbb{R}$$

On se sert, pour la transformée discrète, de la famille dénombrable d'ondelettes :

$$\psi_{p,n}(t) = a_0^{p/2} \psi(a_0^{-p}t - nb_0) \quad a_0 > 1, b_0 > 0 \text{ fixés et } p, n \in \mathbb{Z} \quad (1.5)$$

Le choix usuel $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$ est dicté par le théorème d'échantillonnage de Shannon ([1] p 41).

Donc :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (1.6)$$

3.2. Analyses multirésolutions et bases orthonormées d'ondelettes

Une analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R})$ est une famille $M = \{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de sous-espaces vectoriels emboîtés qui possède les propriétés (1.7) à (1.11) ci-dessous, que l'on peut regrouper en trois blocs :

➤ $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ est une suite d'espaces d'approximation, c'est-à-dire que :

$$V_j \text{ est un sous-espace fermé de } L^2 \quad (1.7)$$

$$V_j \subset V_{j-1} \quad (1.8)$$

$$\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2 \text{ et } \overline{\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = \{0\} \quad (1.9)$$

La propriété (1.7) assure l'existence de la projection orthogonale de f ; (1.8) traduit l'emboîtement des espaces et l'amélioration de l'approximation lorsque j décroît ; (1.9) assure que la suite $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ converge vers L^2 tout entier et donc que la suite des projections converge vers f ;

➤ tous les espaces V_j sont obtenus par la dilatation ou la contraction dynamique des fonctions d'un espace unique V_0 :

$$\forall j \in \mathbb{Z}, v(t) \in V_j \Leftrightarrow v(2t) \in V_{j-1} \quad (1.10)$$

Cette propriété caractérise les aspects multirésolution de la suite M et joue un rôle crucial dans la construction des bases d'ondelettes ;

➤ une dernière propriété concerne la translation de fonctions. Elle suppose l'existence d'une fonction qui, par translation entière, permet de construire une base de V_0 :

$$\exists g \in V_0 \text{ telle que } \{g(t-k)\}_{k \in \mathbb{Z}} \text{ est une base de } V_0 \quad (1.11)$$

Afin de compléter (2.11), précisons ce qu'est une base de Riesz de L^2 . La famille $\{e_k\}_{k \in \mathbb{Z}} \subset L^2$ est une base de Riesz de L^2 si :

$$\forall h \in L^2, \exists ! \alpha \in L^2(\mathbb{Z}) \text{ tel que } h = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_k e_k \text{ dans } L^2 \quad (1.12)$$

Il existe $0 < A \leq B < +\infty$ tel que pour tout $h \in L^2$, on a :

$$A \|\alpha\|_2 \leq \|h\|_{L^2} \leq B \|\alpha\|_2 \quad \text{où} \quad \|\alpha\|_2 = \left\{ \sum_{k \in \mathbb{Z}} |\alpha_k|^2 \right\}^2 \quad (1.13)$$

A partir de la famille M , on définit une deuxième famille de sous-espaces notés $\{W_j\}$, où W_j est le supplémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1} :

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \text{ avec } V_j \perp W_j$$

Par opposition aux espaces $\{V_j\}$ qui sont les espaces d'approximation, on dira que les espaces $\{W_j\}$ sont les espaces de détails.

On obtient une série de propriétés sur les sous espaces $\{W_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ qui sont utiles pour la compréhension géométrique de la construction :

$$w(t) \in W_j \Leftrightarrow w(2t) \in W_{j-1} \quad (1.14)$$

$$W_j \perp W_k \quad j \neq k \quad (1.15)$$

$$V_j \perp W_k \quad j \leq k \quad (1.16)$$

$$V_J = V_k \oplus W_k \oplus \dots \oplus W_{J+1} \quad J < k \quad (1.17)$$

$$V_j = \bigoplus_{j=J+1}^{+\infty} W_j \quad (1.18)$$

$$L^2(\mathbb{R}) = V_j \oplus \left\{ \bigoplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \right\} \quad (1.19)$$

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \quad (1.20)$$

Commentons quelques-unes de ces propriétés. Par exemple, (1.19) indique qu'un élément de L^2 peut s'écrire sous la forme d'une somme orthogonale d'une approximation grossière et d'une infinité de détails plus fins. La propriété (1.20), quant à elle, exprime le fait que toute fonction de L^2 est une somme infinie de détails orthogonaux. Notons $A^j = P_{V_j} f$ et $D^j = P_{W_j} f$,

les projections orthogonales de $f \in L^2$ sur les espaces V_j et W_j respectivement. On a alors $A^{j+1} = A^j + D^j$ avec $A^j \perp D^j$.

Les espaces $\{V_j\}$ sont les espaces d'approximation au sens suivant : A^j converge vers f dans $L^2(\mathbb{R})$ lorsque j tend vers $-\infty$; de même, les espaces $\{W_j\}$ sont les espaces de détails au sens où, dans L^2 , on a d'une part D^j qui converge vers 0 quand j tend vers $-\infty$ et d'autre part $f = A^j + \sum_{-\infty}^j D^j$. Autrement dit, pour un niveau d'approximation J fixé, les D^j sont les corrections à ajouter à l'approximation pour retrouver f .

Si M est une analyse multirésolution, il existe une infinité de fonctions d'échelle et donc une infinité d'ondelettes associées engendrant la même analyse. D'autre part, il existe des bases orthonormées d'ondelettes de L^2 , c'est-à-dire des bases orthonormées de la forme $\left\{ \psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \right\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$, qui ne sont pas associées à une analyse multirésolution [2].

	Fonctions	Espaces	Bases	$j \nearrow$	$j \searrow$
Approximations	Fonction D'échelle φ	V_j	$\{\varphi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$	Plus grossiers	Plus fins
Détails	Ondelette ψ	W_j	$S\{\psi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$		

Tableau 1.1. Quelques éléments-clés de l'analyse multirésolution

4. Des bases d'ondelettes à l'algorithme rapide

4.1 Introduction

Stéphane Mallat [1] propose l'algorithme rapide de décomposition-reconstruction pour la transformée discrète en ondelettes dès la fin des années 1980. Il établit ainsi le lien entre les bases orthonormées d'ondelettes, dont la mise au point mathématique était alors récente, et les bancs de filtres classiques en traitement du signal.

En outre, deux traits inattendus sont à relever : l'algorithme est remarquablement simple et sa complexité est seulement linéaire dans la taille des données, c'est-à-dire plus fiable que celle de la transformée de Fourier rapide. Cet aspect est évidemment crucial pour les applications.

4.2 Algorithme de Mallat

Faire une décomposition, c'est calculer les coordonnées du signal sur les vecteurs de la base d'ondelettes.

Soit $M = \{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ une analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R})$. Il s'agit d'une famille de sous-espaces vectoriels fermés emboîtés qui permettent l'approximation de fonctions et possèdent des propriétés faisant intervenir la dilatation et la translation des fonctions.

Pour $j \in \mathbb{Z}$ fixé, l'espace W_j est défini comme le supplémentaire orthogonal de l'espace V_j dans l'espace V_{j-1} . Pour une fonction $f \in L^2$, la décomposition en ondelettes consiste à calculer les coordonnées des projections orthogonales de f sur V_j et W_j respectivement, notées $A^j = P_{V_j} f$ et $D^j = P_{W_j} f$. Ces coordonnées dans les espaces V_j et W_j (qui sont munis des bases orthonormées : $\{\varphi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ et $\{\psi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$) ne sont rien d'autre que les coefficients d'approximation et de détail définis par les relations suivantes :

$$A^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} a_p^j \varphi_{j,p} \quad \text{Avec} \quad a_p^j = (A^j, \varphi_{j,p})_{L^2} = (f, \varphi_{j,p})_{L^2} \quad (1.21)$$

$$D^j = \sum_{p \in \mathbb{Z}} d_p^j \psi_{j,p} \quad \text{Avec} \quad d_p^j = (D^j, \psi_{j,p})_{L^2} = (f, \psi_{j,p})_{L^2} \quad (1.22)$$

4.3 Les quatre filtres

Pour une ondelette orthogonale ψ , la fonction d'échelle associée φ satisfait une relation fondamentale qui est l'équation aux deux échelles suivante :

$$\frac{1}{2} \varphi\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n \varphi_{0,n} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n \varphi(t-n) \quad (1.23)$$

Les filtres intervenant dans la transformée en ondelettes discrète (DWT) et dans la transformée inverse (IDWT) sont intimement liés à la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ qui n'a qu'un nombre fini d'éléments non nuls. On peut alors voir cette suite comme un filtre passe-bas. Ce filtre, noté ω , laisse donc passer les basses fréquences et retient les hautes. Il est à réponse impulsionnelle finie (FIR), de longueur K , de somme 1 et de norme $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

A partir du filtre ω , on définit quatre filtres à réponse impulsionnelle finie, de taille K et de norme 1, on note les filtres de décomposition LoD (passe-bas) et HiD (passe-haut). Les deux filtres de reconstruction sont notés LoR (passe-bas) et HiR (passe-haut).

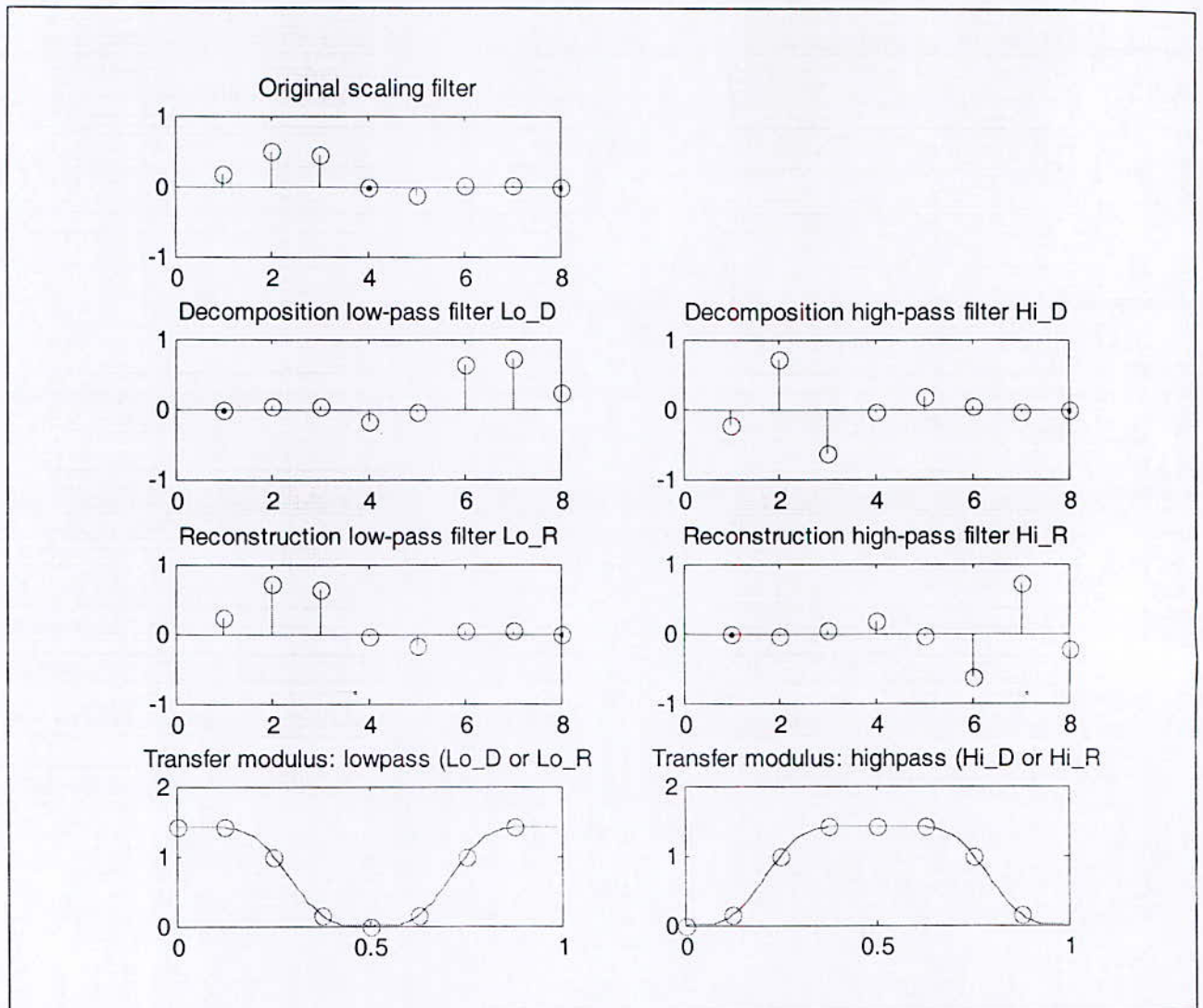


Figure 1.2 Les filtres pour l'ondelette db4

Les deux filtres de reconstruction sont liés par :

$$LoR = \frac{\omega}{\|\omega\|} \text{ et } HiR_k = (-1)^{k-1} LoR_{K+1-k} \text{ pour } k = 1, 2, \dots, K \quad (1.24)$$

Ce sont des filtres miroirs en quadrature. Les deux filtres de décomposition sont obtenus par image miroir des filtres de reconstruction :

$$LoD = LoR_{K+1-k} \text{ et } HiD_k = HiR_{K+1-k} \text{ pour } k = 1, 2, \dots, K \quad (1.25)$$

4.4 Calcul efficace des coefficients.

L'algorithme de la transformée discrète en ondelettes (DWT) d'un signal X de longueur N consiste à effectuer plusieurs pas élémentaires de décomposition.

Partant du signal X , le premier pas produit deux vecteurs de coefficients : les coefficients d'approximation a^1 et les coefficients de détail d^1 . Ces vecteurs sont obtenus par une convolution X avec le filtre passe-bas LoD pour l'approximation $[X * LoD] = \sum_k X_{n-k} LoD_k$, et avec le filtre passe-haut HiD pour le détail $[X * HiD] = \sum_k X_{n-k} HiD_k$, suivis dans les deux cas par une décimation dyadique ($Y = dec(X)$ où $Y_n = X_{2n}$). Ils sont de longueur $\frac{N}{2}$ environ.

Plus précisément, le premier pas de l'algorithme peut se représenter par la figure suivante :

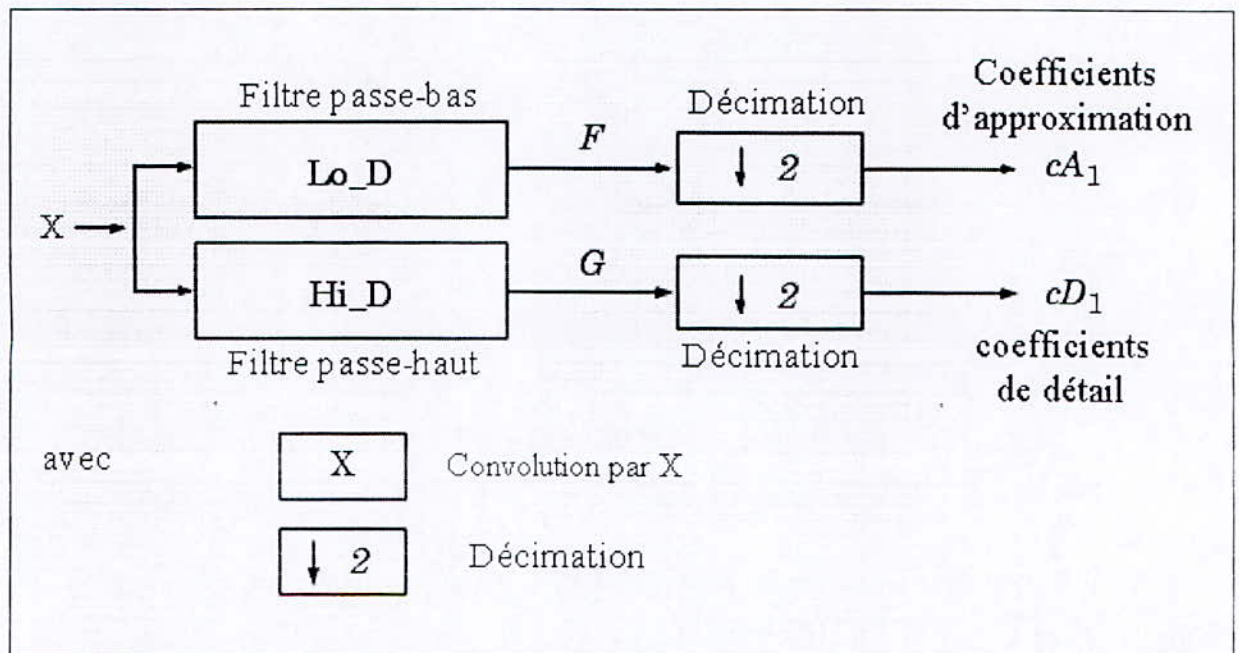


Figure 1.3.a Premier pas de la DWT

Les opérations mises en jeu conduisent de manière naturelle à envisager des décompositions d'ordre plus élevé. Le pas suivant consiste donc à décomposer les coefficients d'approximation cA_1 en deux, en remplaçant le signal X par cA_1 et en produisant cA_2 et cD_2 . L'algorithme se produit selon le même schéma. La décomposition permettant le passage du niveau $j + 1$ est représenté en figure 1.3.b.

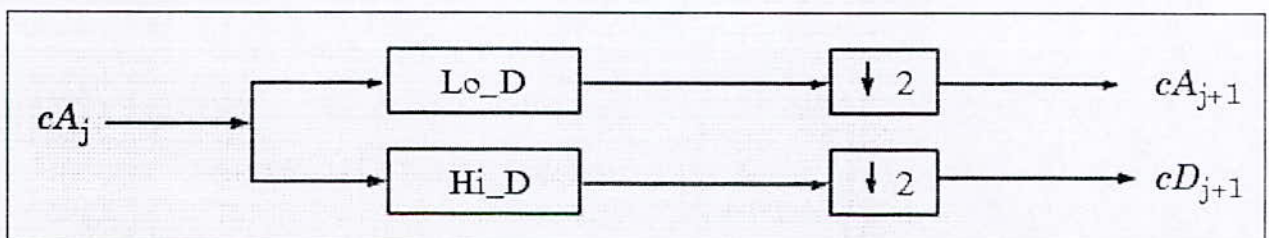
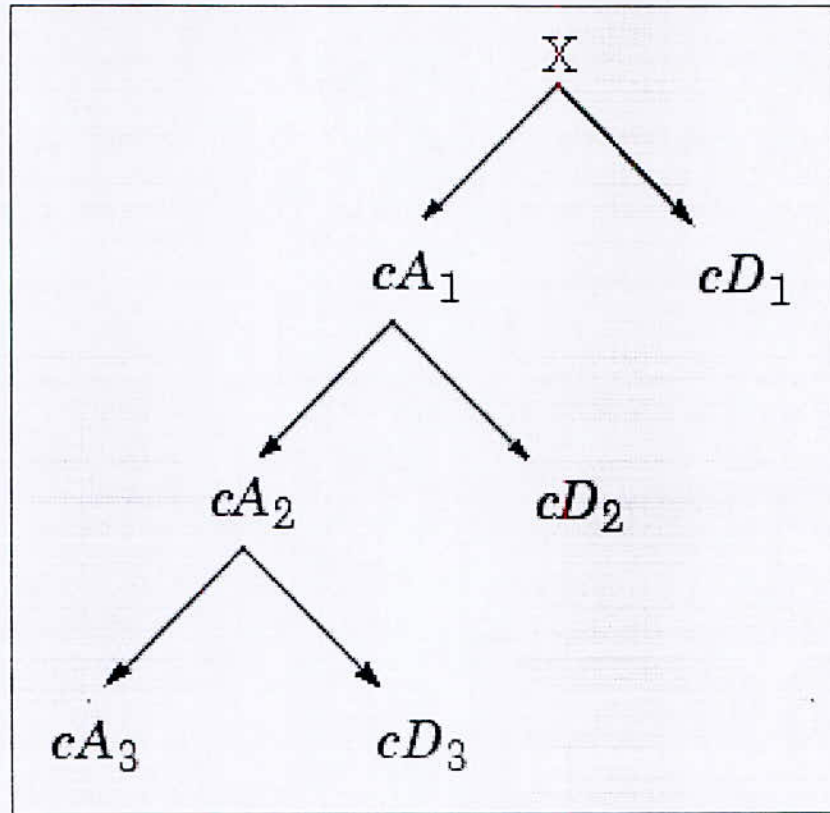


Figure 1.3.b Représentation d'un pas $j + 1$ de décomposition de la DWT

Un exemple pour la structure $j = 3$:



Le calcul des coordonnées de cA_{j-1} connaissant celles de cA_j et de cD_j , se fait par la reconstruction (IDWT) suivante :

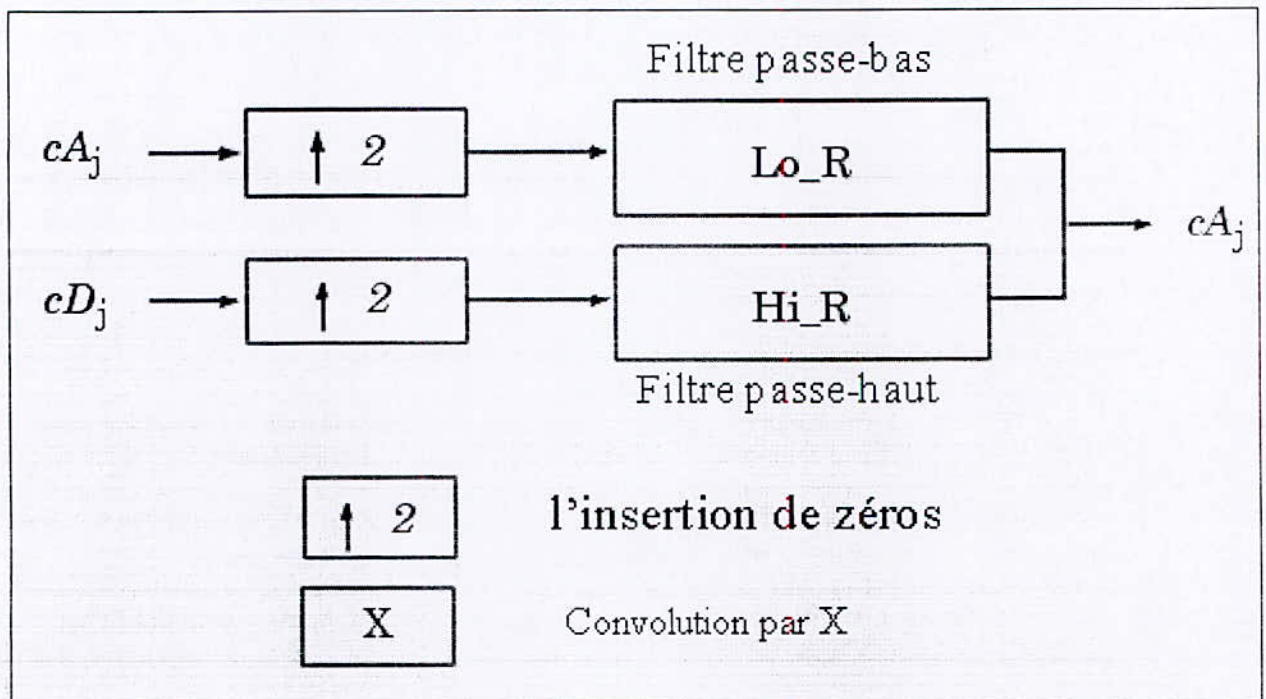


Figure 1.4 Un pas de reconstruction de la DWT (IDWT)

Les coefficients de l'approximation cA^{j-1} sont donc obtenus simplement à partir des coefficients de l'approximation cA^j et du détail cD^j par une insertion suivie d'une convolution (d'un filtrage linéaire) représentées dans la figure 1.4.

Pour les images, un algorithme similaire est utilisable avec des ondelettes et des fonctions d'échelle obtenues par produit tensoriel de dimension un.

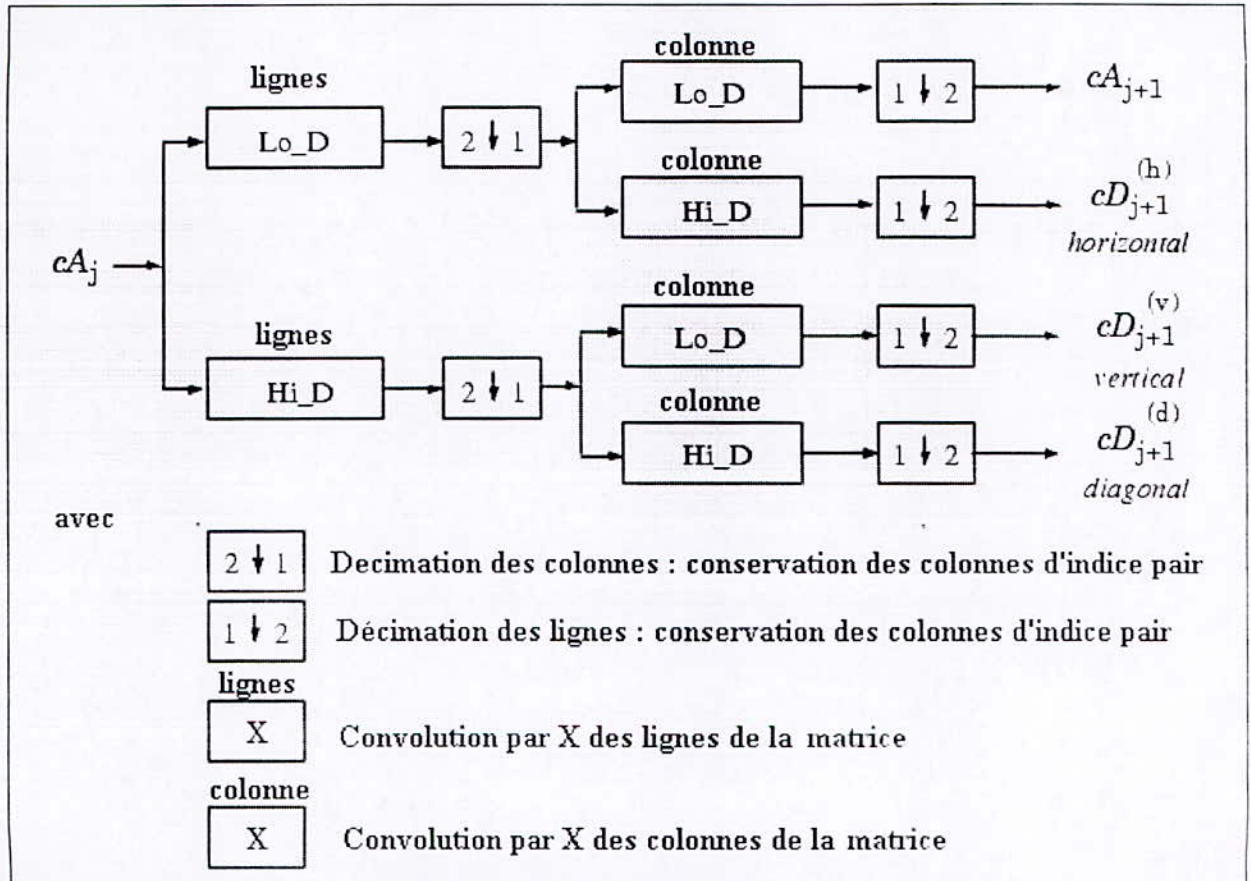


Figure 1.5.a Etape de base pour la décomposition en ondelettes appliquée aux images

Ce type de transformation à l'aide d'une DWT bidimensionnelle conduit à une décomposition des coefficients d'approximation au niveau j en quatre composantes distinctes : d'approximation et de détails selon trois orientations, horizontale, verticale et diagonale, au niveau $j + 1$. Les calculs sont simples. On filtre les lignes de cA_j puis on les décime. On filtre et on décime les colonnes des matrices obtenues. La figure 1.5.a présente l'étape de base de la décomposition en ondelettes pour des images.

Pour la reconstruction, le pas de base est donné par la figure 1.5.b

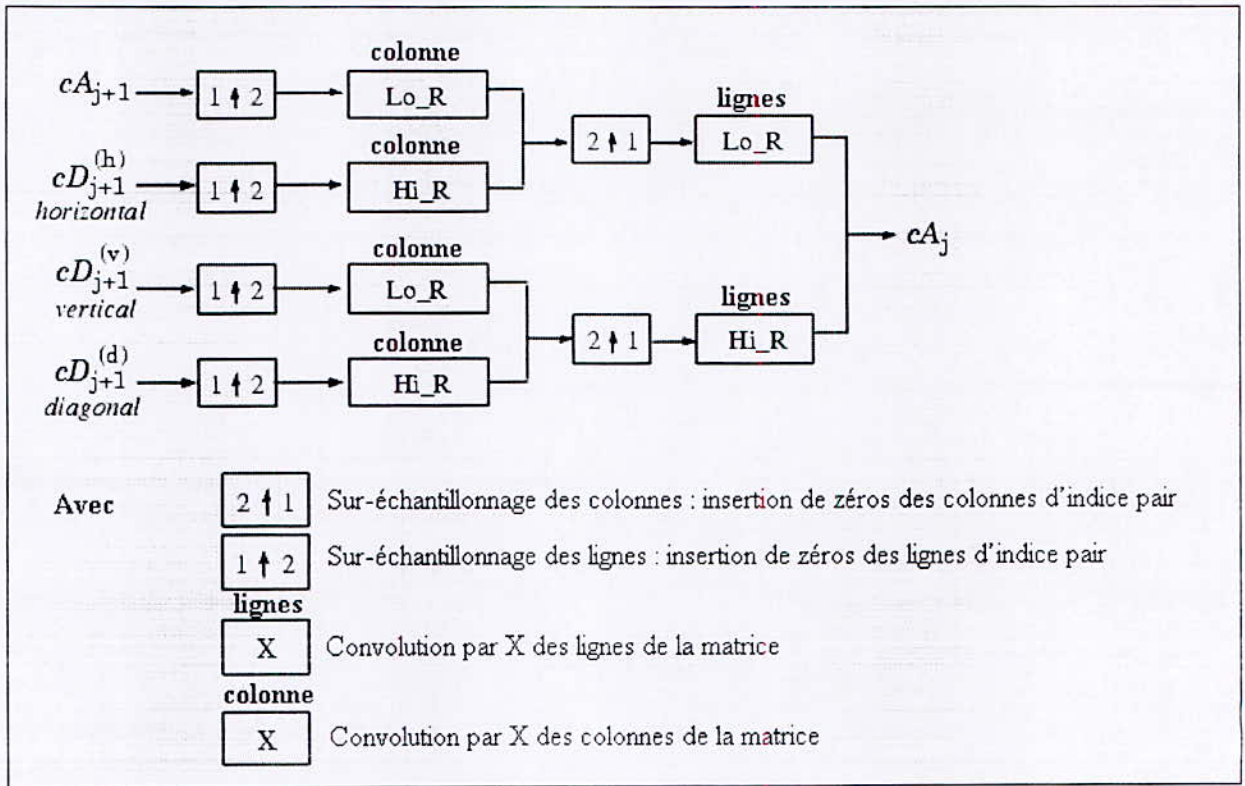
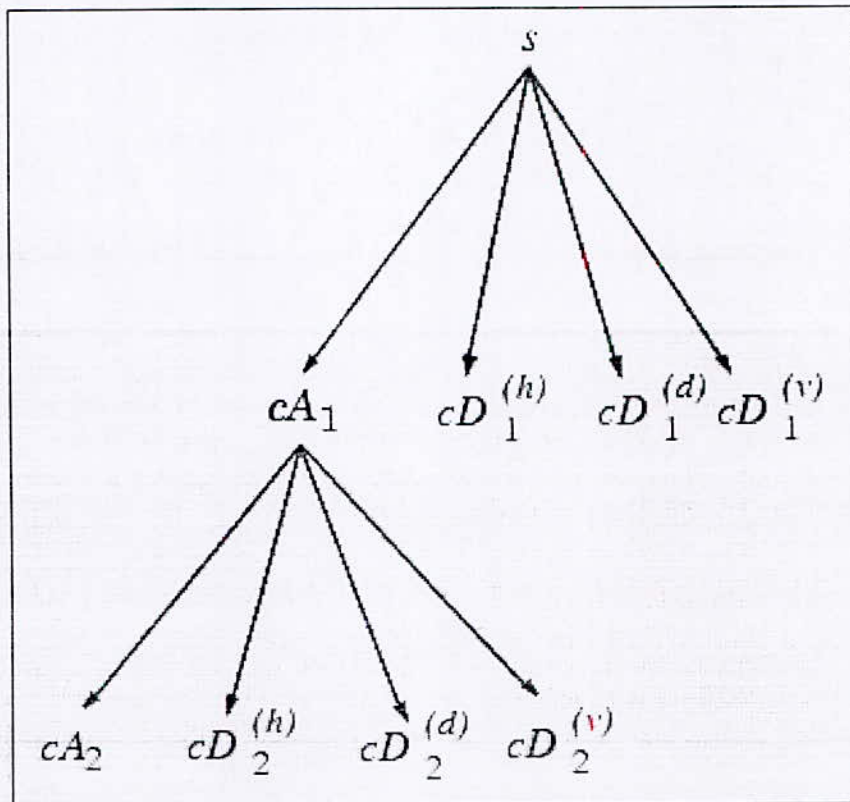


Figure 1.5.b Pas de base pour la reconstruction en ondelettes

Un exemple Pour $J = 2$ de la DWT de 2 dimensions :



5. Botanique des familles d'ondelettes :

5.1 Introduction :

L'analyse en ondelettes, contrairement à l'analyse de Fourier, permet une liberté supplémentaire puisque le choix des atomes de la transformée, déduits de l'ondelette analysante, est laissé à l'utilisateur. En outre, en fonction des objectifs du traitement par ondelettes, on peut préférer la transformée continue à la transformée discrète si la redondance peut être mise à profit pour analyser le signal. On fait le choix contraire si une compression du signal est souhaitée. Dans ce second cas, on doit se restreindre aux ondelettes à filtres alors que, dans le premier cas, presque n'importe quelle fonction d'intégrale nulle convient.

5.2 Tableau synoptique des familles usuelles

Avant de détailler quelques familles d'ondelettes usuelles, nous dressons dans le tableau 1.2 la liste de celles qui sont présentées dans ce chapitre, avec des noms courts associés afin de faciliter la lecture.

Nom court	Nom des familles d'ondelettes
'haar'	Ondelette de Haar
'db'	Ondelette de Daubechies
'sym'	Symlets
'coif'	Coiflets
'bior'	Ondelettes Biorthogonales
'rbio'	Ondelette Reverse biorthogonal
'meyr'	Ondelette de Meyer
'dmey'	Approximation discrète de l'Ondelette de Meyer
'gaus'	Ondelettes Gaussiennes
'mexh'	Chapeau Mexicain
'morl'	Ondelette de Morlet
'cgau'	Ondelettes Gaussiennes Complexes
'shan'	Ondelettes de Shannon
'fbsp'	Ondelettes B-Spline Fréquentielles complexes
'cmor'	Ondelettes de Morlet complexes

Tableau 1.2 Liste des ondelettes

5.3 Exemple d'une famille bien connue (Haar)

Cette famille est la plus simple et la plus ancienne des ondelettes. Elle est discontinue, et ressemble à un échelon.

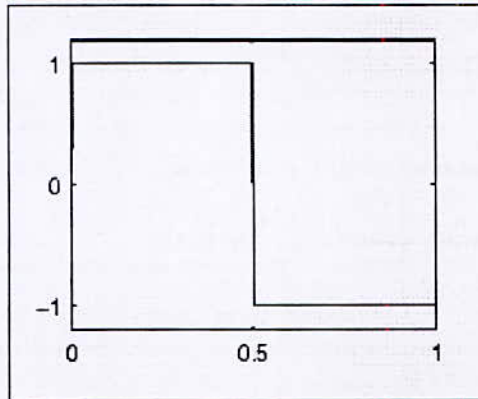


Figure 1.6 L'ondelette de Haar

L'ondelette de Haar est définie par :

$$\begin{aligned} \psi(x) &= 1, & \text{si } x \in [0, 0.5[\\ \psi(x) &= -1, & \text{si } x \in [0.5, 1[\\ \psi(x) &= 0, & \text{si } x \notin [0, 1[\end{aligned} \quad (1.26)$$

La fonction d'échelle associée est la fonction échelon :

$$\begin{aligned} \phi(x) &= 1, & \text{si } x \in [0, 1] \\ \phi(x) &= 0, & \text{si } x \notin [0, 1] \end{aligned} \quad (1.27)$$

Soit un signal discret f de la forme $f = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_N)$, avec N la longueur de f . Les valeurs de f sont N nombres réels $f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$, et sont mesurées à partir du signal analogique g , avec des valeurs du temps $t = t_1, t_2, \dots, t_N$.

Donc $f_1 = g(t_1), f_2 = g(t_2), \dots, f_N = g(t_N)$

Les espaces W_j et V_j pour l'ondelette de Haar sont :

$$\begin{aligned} W_1 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0 \right) \\ W_2 &= \left(0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \dots, 0, 0 \right) \end{aligned}$$

$$W_3 = \left(0, 0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \dots, 0, 0 \right)$$

⋮

$$W_{N/2} = \left(0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$$

Et

$$V_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0 \right)$$

$$V_2 = \left(0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \dots, 0, 0 \right)$$

$$V_3 = \left(0, 0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots, 0, 0 \right)$$

⋮

$$V_{N/2} = \left(0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Les éléments du vecteur détail sont :

$$cD_j = f \cdot W_j \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, N/2. \quad (1.28)$$

Les éléments du vecteur approximation sont :

$$cA_j = f \cdot V_j \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, N/2. \quad (1.29)$$

Donc pour l'ondelette de Haar

$$cD_j = f \cdot W_j = \frac{f_{2^{*j-1}} - f_{2^{*j}}}{\sqrt{2}} \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, N/2.$$

$$cA_j = f \cdot V_j = \frac{f_{2^{*j-1}} + f_{2^{*j}}}{\sqrt{2}} \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, N/2.$$

La transformée inverse de Haar est :

$$f = \left(\frac{cA_1 + cD_1}{\sqrt{2}}, \frac{cA_1 - cD_1}{\sqrt{2}}, \dots, \frac{cA_{N/2} + cD_{N/2}}{\sqrt{2}}, \frac{cA_{N/2} - cD_{N/2}}{\sqrt{2}} \right) \quad (1.29)$$

Si on généralise pour les ondelettes orthogonales, on définit

$$W_1 = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

$$W_2 = (0, 0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

$$W_3 = (0, 0, 0, 0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

.

.

.

$$W_{N/2} = (\alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \alpha_1, \alpha_2)$$

Et

$$V_1 = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

$$V_2 = (0, 0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

$$V_3 = (0, 0, 0, 0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0)$$

.

.

.

$$V_{N/2} = (\beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \beta_1, \beta_2)$$

Pour que $n \in \mathbb{N}$ telle que $n \leq N$ et n paire.

Soi D_N une matrice définie par :

$$D_N = \begin{bmatrix} W_1 \\ V_1 \\ W_2 \\ V_2 \\ \vdots \\ W_{N/2} \\ V_{N/2} \end{bmatrix}$$

D'où :

$$D_N = \begin{bmatrix} \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0 \\ \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0 \\ 0, 0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, \dots, 0, 0 \\ 0, 0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, \dots, 0, 0 \\ \vdots \\ \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \alpha_1, \alpha_2 \\ \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \beta_1, \beta_2, \end{bmatrix} \quad [1.30]$$

A partir de la matrice D_N on peut définir la transformée d'ondelette comme suit :

$$(cA_1, cD_1, cA_2, cD_2, \dots, cA_{N/2}, cD_{N/2})^T = D_N f^T$$

Donc la transformée d'ondelette inverse est :

$$f^T = D_N^{-1} (cA_1, cD_1, cA_2, cD_2, \dots, cA_{N/2}, cD_{N/2})^T$$

D'après les relations (1.9) et (1.10), D_N^T est une matrice orthogonale donc $(D_N^T)^{-1} = (D_N^T)^T = D_N$ Donc $D_N^{-1} = D_N^T$.

La IDWT devient $f^T = D_N^T (cA_1, cD_1, cA_2, cD_2, \dots, cA_{N/2}, cD_{N/2})^T$

Pour une image T de dimension $m \times k$, la transformée d'ondelette de T est :

$D_m \cdot T \cdot D_k = P$ telle que :

- $P_{2 \times i-1, 2 \times j-1} = cA_{ij}$ la matrice d'approximation $i = 1, \dots, \frac{m}{2}, j = 1, \dots, \frac{k}{2}$
- $P_{2 \times i, 2 \times j-1} = cV_{ij}$ la matrice verticale $i = 1, \dots, \frac{m}{2}, j = 1, \dots, \frac{k}{2}$
- $P_{2 \times i-1, 2 \times j} = cH_{ij}$ la matrice horizontale $i = 1, \dots, \frac{m}{2}, j = 1, \dots, \frac{k}{2}$
- $P_{2 \times i, 2 \times j} = cD_{ij}$ la matrice diagonale $i = 1, \dots, \frac{m}{2}, j = 1, \dots, \frac{k}{2}$

La reconstruction de notre image T à partir de la matrice P s'effectue selon :

$$T = D_m^T P D_k^T \quad (1.31)$$

6. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons vu des généralités sur les ondelettes, leurs formulations, ainsi que leurs domaines d'application.

Celles-ci se basant sur l'analyse et la synthèse des signaux, elles sont particulièrement utilisées pour la décomposition et la reconstruction des signaux, ainsi que dans le débruitage et la compression d'images.

Chapitre II

Imagerie par Résonance Magnétique et Anatomie du Cerveau [5]

1 L'imagerie par résonance magnétique :

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) constitue une des avancées les plus significatives en médecine ; elle est issue des travaux sur les propriétés magnétiques des noyaux des atomes menés par F. Bloch et E. Purcell [6] en 1946. Aujourd'hui, elle constitue une technique privilégiée pour l'observation in vivo des structures anatomiques cérébrales et de leurs pathologies. Soulignons que cette technique a été tout récemment récompensée au travers du prix Nobel de Médecine 2003 attribué à P. Lauterbur et P. Mansfield, à l'origine de l'utilisation du phénomène de résonance magnétique en imagerie médicale et au travers du prix Nobel de Physique 2003 attribué à A. Abrikosov et V. Ginzburg pour leurs travaux sur les supraconducteurs.

1.1. Les principes de fonctionnement de l'IRM :

La technique de l'IRM exploite les propriétés magnétiques des éléments constitutifs de la matière et se fonde sur les phénomènes physiques de résonance et de relaxation.

Moment magnétique des noyaux

L'existence du moment magnétique des noyaux a été montrée simultanément par Bloch et Purcell. Le corps humain étant constitué en moyenne de 70% d'eau, on s'intéresse en pratique à la molécule d'eau et en particulier au noyau d'hydrogène (proton). Le noyau d'hydrogène se comporte comme une charge en rotation autour de son axe : c'est le mouvement de spin (figure 2.1). Les protons peuvent alors être assimilés à des dipôles magnétiques. En l'absence de tout champ magnétique, ceux-ci vont s'orienter dans l'espace de façon aléatoire. Ce mouvement confère au noyau un moment cinétique qui dépend de sa masse et un moment magnétique qui dépend de sa charge.

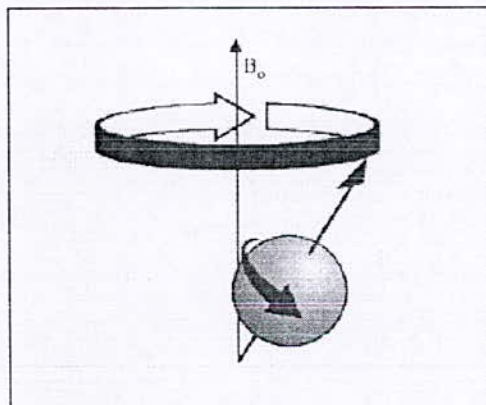


Figure 2.1. Le mouvement de spin

Dans un champ magnétique B_0 , les protons s'orientent alors par rapport à B_0 et décrivent autour de ce champ un mouvement de précession, de vitesse angulaire constante. L'ensemble des protons s'orientant dans le sens de B_0 forme alors une sous-population de spins $+1/2$; l'ensemble s'orientant dans le sens inverse forme la sous-population de spins $-1/2$. La sous-population de spins $+1/2$ étant la plus importante, il existe une aimantation résultante M_0 proportionnelle au nombre de protons présents. M_0 ne possède qu'une composante longitudinale, dans le sens de B_0 (figure 2.2).

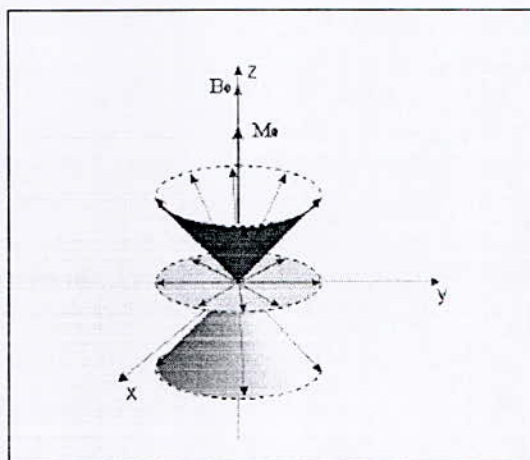


Figure 2.2 Mouvement de précession d'un ensemble de moments magnétiques

Phénomènes de résonance et de relaxation

Les phénomènes de résonance et de relaxation sont liés au principe énergétique de la matière. Lorsque des protons, placés dans un champ magnétique, reçoivent un apport d'énergie sous la forme d'ondes radiofréquences de pulsation égale à leur fréquence de résonance et émises par un champ magnétique B_1 , ils passent d'un niveau bas d'énergie à un niveau haut d'énergie ; cette transition correspond au phénomène de résonance magnétique. L'orientation du champ magnétique résultant change et passe à un nouvel état d'équilibre M tant que B_1 dure. On décompose alors M en un moment magnétique longitudinal M_L et en un moment magnétique transversal M_T . Le retour à l'équilibre des protons, la relaxation, lors de la disparition du champ magnétique B_1 , s'accompagne d'un mouvement en spirale des protons autour du champ magnétique B_0 . Bloch a montré que l'évolution de ce mouvement est liée au temps de relaxation longitudinal T_1 et au temps de relaxation transversal T_2 (figure 2.3). Les valeurs de ces derniers dépendent des tissus biologiques rencontrés (tableau 2.1).

	T1	T2
Liquide céphalo-rachidien	2500 ms	2000 ms
Matière grise	900 ms	90 ms
Matière blanche	750 ms	80 ms
Graisse	300 ms	40 ms

Tab. 2.1 – Ordre de grandeur des temps de relaxation à 1.5 Tesla

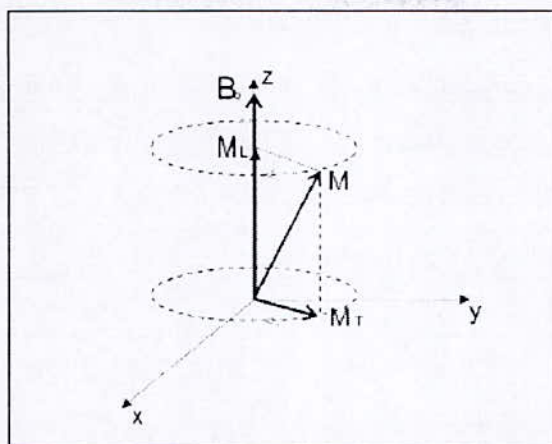


Fig. 2.3: Décomposition du moment magnétique M en un moment transversal MT et longitudinal ML lors de la résonance

a. La relaxation longitudinale

A l'équilibre $ML = M_0$,

Après le basculement $ML = 0$

Le retour de ML à sa valeur de départ M_0 est exponentielle : $ML(t) = M_0 (1 - e^{-t/T_1})$. Cette relaxation longitudinale, dite relaxation T1 ou encore relaxation "spin-réseau", correspond au retour à l'équilibre énergétique du système après l'excitation. La constante de temps T1 est le temps nécessaire pour que les protons atteignent les deux tiers de leur aimantation. Elle dépend en fait de la mobilité des atomes d'hydrogène ou de celle des molécules où ils sont engagés. T1 sera d'autant plus court que ces hydrogènes seront liés à de grosses molécules.

Voici, à titre d'exemple, la valeur du T1 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla (en millisecondes) (Tableau 2.2.a).

Graisse	240 ms
Muscle	730 ms
Substance blanche	680 ms
Substance grise	809 ms

Tableau 2.2.a : Valeur du T1 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla

b. La relaxation transversale

A l'équilibre $MT = 0$.

Après le basculement de 90 degrés, $MT = M_0$.

Le retour de MT vers 0 est exponentiel $MT(t) = MT e^{-t/T_2}$

Cette décroissance de la composante transversale se fait en général plus vite que ne le veut le simple retour à l'équilibre de la composante longitudinale. Elle se caractérise par le temps de relaxation T2 (encore appelé temps de relaxation "spin-spin"). T2 est en réalité le temps pendant lequel l'intensité décroît de deux tiers de sa valeur initiale.

Ce temps de relaxation T2 est toujours inférieur au temps de relaxation T1. Il dépend lui aussi de la mobilité des atomes ou des molécules sur lesquelles ces protons sont engagés.

Ces temps de relaxation vont varier pour un tissu donné selon l'organisation physico-chimique de l'eau dans ce tissu, et c'est sur ces variations que l'on s'appuie pour détecter au sein d'un tissu les modifications liées à la présence d'une lésion. Voici quelques valeurs de T2 dans un champ de 1 Tesla (Tableau 2.2.b).

Graisse	84 ms
Muscle	47 ms
Substance blanche	92 ms
Substance grise	101 ms

Tableau 2.2.b : Valeur du T2 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla.

En résumé les temps de relaxation T1 et T2 des tissus dépendent de la mobilité des noyaux d'hydrogène présents dans ces tissus : ces temps de relaxation augmentent avec l'hydratation de ces tissus, ils diminuent lorsque cette hydratation diminue. C'est ce qui fait dire, très schématiquement, que la densité d'hydrogène, le T1 et le T2, pour un tissu donné lors d'une affection aiguë, varie dans le même sens. En effet un processus lésionnel aigu s'accompagne dans la plupart des cas de phénomènes inflammatoires et oedémateux qui ont pour résultat d'augmenter la quantité d'eau dans ces tissus. Dans un tissu cicatriciel par contre ce sera le contraire.

1.2 La formation des images :

Pour constituer une image IRM, on soumet le patient à un champ magnétique B_0 et à une onde radiofréquence B_1 de fréquence égale à la fréquence de précession des protons. Sous l'effet de cette onde, les protons basculent d'un angle α , généralement de 90° ou de 180° par rapport à M_0 . À l'arrêt de l'impulsion, le retour à l'équilibre s'établit : il y a réduction rapide du moment transversal MT et repousse du moment longitudinal ML . Pendant ce retour à l'équilibre, le proton continue à précesser et induit un champ magnétique FID (Free Induction Decay). C'est ce signal qui est recueilli par les bobines de réception puis transformé en signal électrique (figure 2.4).

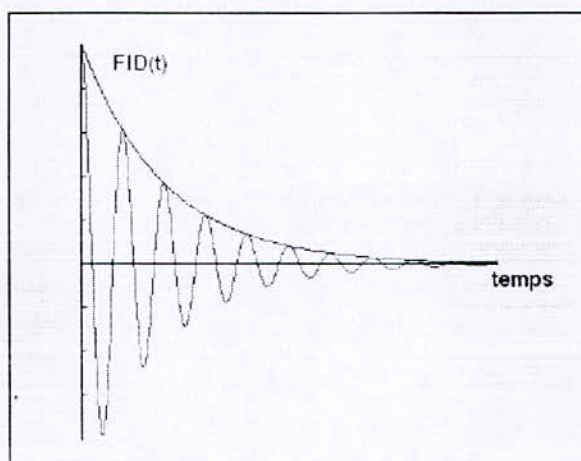


Fig. 2.4: Signal FID recueilli par les bobines réceptrices

L'image numérique IRM représente ainsi la répartition spatiale d'une grandeur physique, chaque élément d'une coupe correspond à la représentation de l'aimantation nucléaire d'un volume de l'espace exploré. Ces éléments sont habituellement appelés pixels quand on considère individuellement une coupe et voxels quand on considère le volume constitué de l'empilement des coupes.

La problématique liée au codage de l'image est alors de savoir différencier les signaux issus des différentes zones examinées. Ce codage est réalisé grâce au couplage de trois gradients différents :

- le gradient de coupe sélective sélectionne le plan de coupe, celui-ci pouvant être quelconque dans l'espace,
- le gradient de codage de phase sélectionne les lignes dans le plan de coupe sélectionné,
- le gradient de fréquence sélectionne les colonnes dans le plan de coupe sélectionné.

L'orientation des coupes, qui dépend en particulier du gradient de coupe sélective, varie en fonction de la pathologie recherchée. On retrouve cependant trois orientations principales : axiale, coronale et sagittale (figure 2.5).

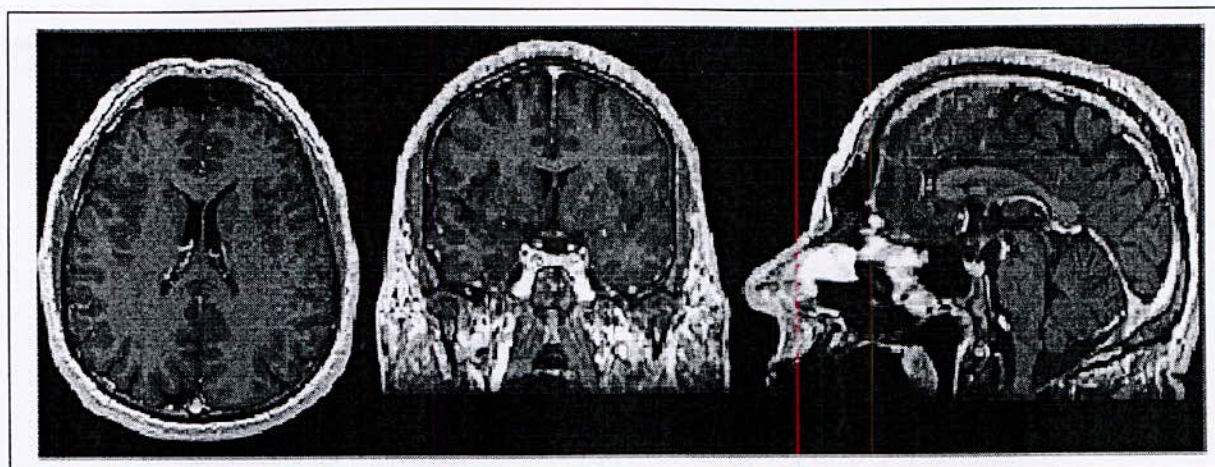


Figure. 2.5: Plans axial, coronal et sagittal (de gauche à droite) sur une acquisition en T1

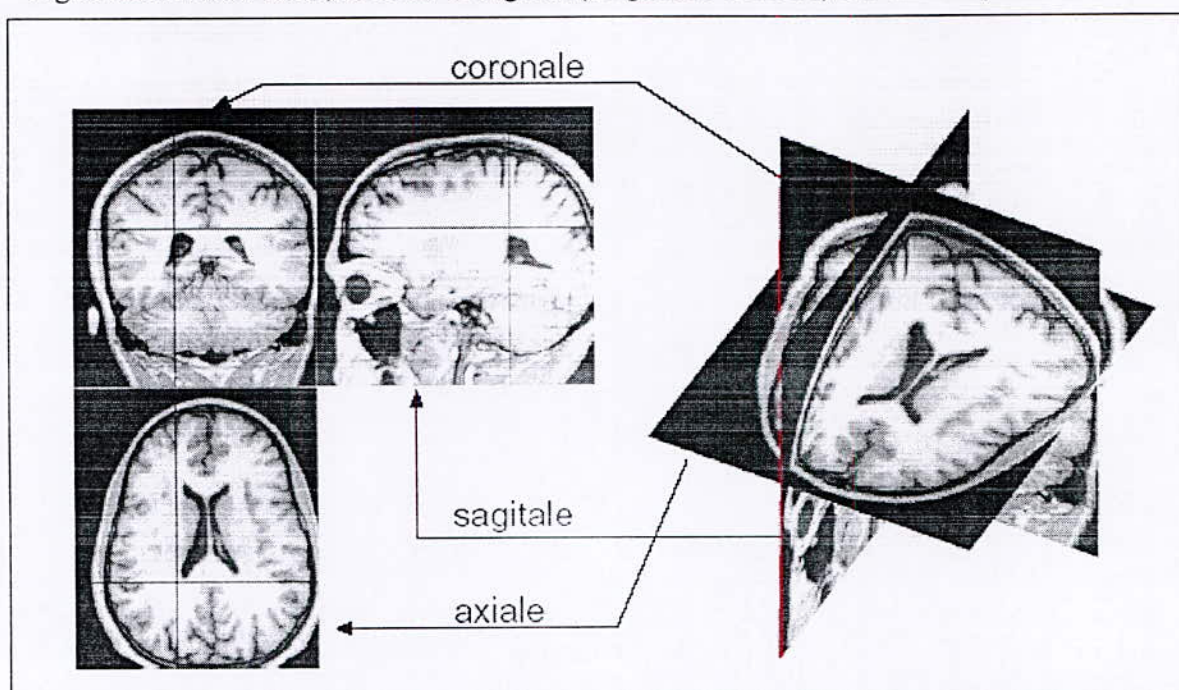


Figure 2.6 : Représentation d'une image volumique, constituée en trois coupes perpendiculaires

1.3 Les différentes pondérations

Nous pouvons identifier les paramètres qui influencent le contraste de l'image IRM en deux grandes classes :

- La première est constituée de paramètres intrinsèques liés directement aux tissus observés. Il s'agit de la densité en protons ρ , des temps de relaxation T1 et T2, de la présence d'un agent de contraste ou encore de la vitesse des fluides circulant.
- La seconde est constituée de paramètres liés à l'appareil lui-même (en particulier l'intensité et la constance du champ magnétique B0) et à la séquence d'acquisition. Cette dernière dépend essentiellement du temps de répétition TR séparant deux impulsions de l'onde radiofréquence B1 et du temps d'écho TE séparant l'impulsion de la lecture du signal. Parmi les séquences classiques, on distingue les séquences spin écho, écho gradient et inversion-récupération. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à [7].

Parmi ces paramètres, seuls les paramètres d'acquisition sont modulables et conduisent à l'obtention d'images dites « pondérées en T_1 », « pondérées en T_2 » ou encore « pondérées en ρ ». Bien qu'elles ne soient pas uniques, nous nous limitons à la description de ces pondérations, correspondant à celles utilisées dans nos travaux (figure 2.7).

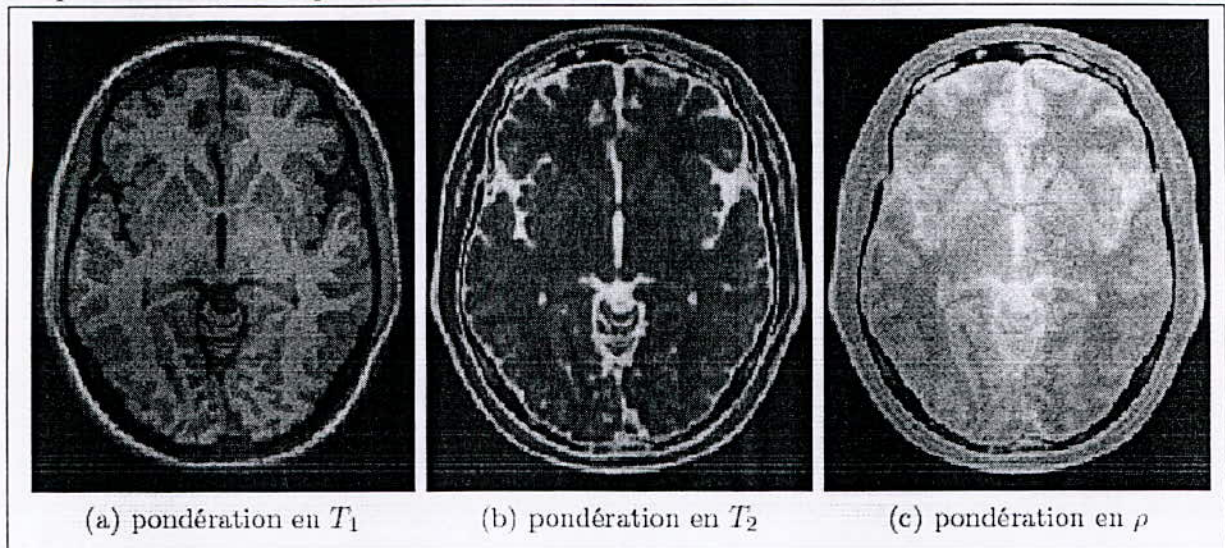


Figure. 2.7: Une même coupe obtenue sous différents paramètres d'acquisition

Image pondérée en T_1 .

Pour des TR de l'ordre de 600 ms, le contraste entre les tissus dépend essentiellement de leur vitesse d'aimantation, donc de T_1 . Pour des TE d'environ 20 ms, les différences de décroissance du signal entre les tissus n'ont pas le temps de s'exprimer, rendant le contraste indépendant de T_2 . Ainsi, on obtient une image pondérée en T_1 , où les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en liquide céphalo-rachidien, matière grise puis matière blanche.

Image pondérée en T_2

Pour des TR de l'ordre de 2 s et des TE d'environ 90 ms, la décroissance du signal domine la différence de densité protonique entre tissus. Le signal est alors suffisant pour réaliser une image dite pondérée en T_2 , où les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en matière blanche, matière grise puis liquide céphalo-rachidien.

Image pondérée en densité de protons ρ

Pour un TR de l'ordre de 2 s et un TE court d'environ 20 ms, la différence de densité protonique entre la matière grise et la matière blanche s'exprime. On obtient une séquence qui reflète la localisation et la concentration des noyaux d'hydrogène des différentes structures. Les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en matière blanche, matière grise puis liquide céphalorachidien.

1.4 Incertitudes et imprécisions des images

Les images IRM permettent une observation de qualité de l'anatomie cérébrale. En particulier, la résolution des images obtenues par cette technique est bien supérieure aux

résolutions des images tomographiques (scanner, TEP, SPECT. . .). De plus, l'IRM, particulièrement sensible à de faibles modifications anatomiques, permet un suivi des tumeurs et de leur évolution. Cependant, comme toute image issue d'un système d'acquisition, les images IRM sont imparfaites. L'incertitude et l'imprécision sont alors leurs deux principaux défauts. Souvent confondues, ces deux notions sont pourtant distinctes. L'imprécision concerne le contenu de l'information et porte sur un défaut quantitatif. Les connaissances sur le contenu des informations ne sont pas suffisamment précises. Les causes peuvent être diverses : manque de précision d'un capteur (mesure à x% près) ou manque de précision du langage ou du vocabulaire employé (clair, sombre). . . L'incertitude, quant à elle, ne caractérise pas la donnée mais la confiance que l'on peut lui attribuer. Par exemple, cela concerne la fiabilité d'un capteur. Dans les paragraphes suivants, nous traitons des principales causes d'incertitudes et d'imprécisions liées à l'utilisation de l'IRM.

Le système d'acquisition

La première cause d'incertitudes et d'imprécisions est naturellement le système d'acquisition. Dans l'univers du traicteur d'images, on retrouvera alors ces défauts sous la terminologie de bruit d'acquisition. De bande passante très large, il est assimilable à un bruit blanc. Il s'observe en particulier sur des régions uniformes de l'image correspondant à une structure anatomique unique. Sur la figure 2.8, issue d'une coupe coronale pondérée en T1, on peut observer le bruit sur des zones telles que le corps calleux ou les ventricules latéraux. Le bruit des images IRM se mesure grâce au rapport signal sur bruit (RSB). On ne peut cependant pas évaluer l'influence du bruit par ce seul paramètre sans faire référence au contraste et à la résolution de l'image. En effet :

- L'intensité du signal est directement liée à l'intensité du champ magnétique B_0 ;
- Le RSB diminue avec l'augmentation de la résolution des images (diminution de la taille des voxels) ;
- Le RSB est proportionnel au nombre d'accumulations (rapport de pn). Cependant, l'amélioration du RSB se fait au détriment du temps d'acquisition. À titre d'exemple, l'augmentation du RSB par 2 multiplie le temps d'acquisition par 4. Cet allongement peut alors poser des problèmes en routine clinique, le temps d'acquisition devenant trop long pour les patients.

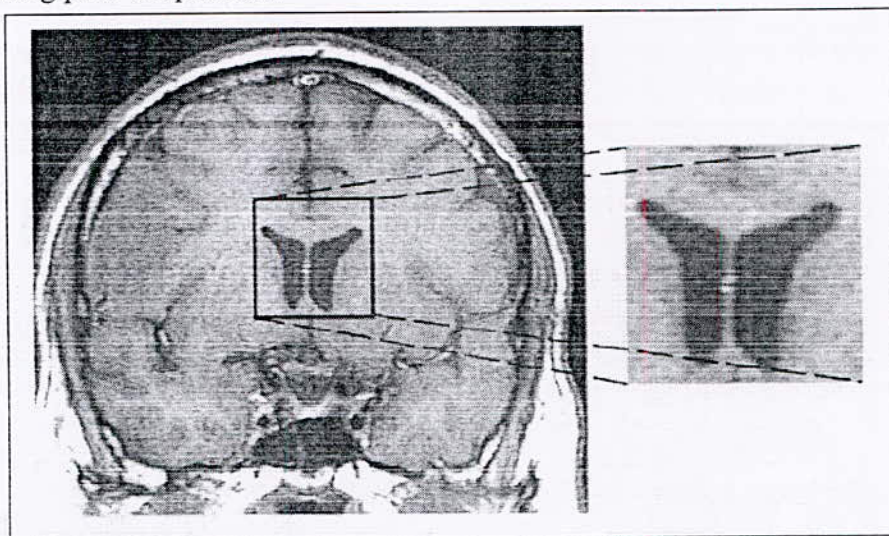


Figure. 2.8: Observation du bruit

Effet de volume partiel

Enfin, parmi les causes d'imprécisions, nous pouvons citer l'effet de volume partiel. Cet effet est directement lié à la résolution des images. Lors d'une acquisition, il est fréquent qu'un voxel, image d'un volume élémentaire reconstruit, coupe une ou plusieurs zones anatomiques. Le voxel ne contient alors pas la représentation d'une structure unique mais le mélange de plusieurs structures. C'est l'effet de mélange partiel. Les transitions entre régions sont progressives en termes de niveau radiométrique (figure 2.9) et les frontières entre les différentes régions paraissent floues.

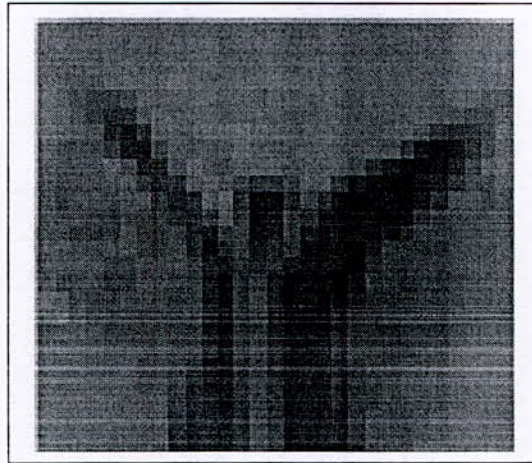


Fig. 2.9: Effet de volume partiel

L'effet de volume partiel se traduit par des transitions douces entre les différentes structures anatomiques.

2. Anatomie cérébrale

Nous décrivons ici brièvement les éléments anatomiques ainsi que la terminologie nécessaires à la compréhension de ce mémoire.

2.1 Description anatomique

Le système nerveux central humain est constitué de l'encéphale et de la moelle épinière (figure 2.10). L'ensemble du système nerveux flotte dans un coussin protecteur de liquide céphalorachidien (LCR), maintenu dans une série de membranes appelées méninges. La partie supérieure de l'encéphale, où se déroulent la majorité des processus cognitifs et sensoriels, est divisée en deux : l'hémisphère droit et l'hémisphère gauche. Sous ces hémisphères, le tronc cérébral contrôle les fonctions vitales, comme la respiration, les pulsations cardiaques et les mouvements oculaires. Il constitue aussi le circuit intermédiaire où circulent les informations entre le cerveau et la moelle épinière.

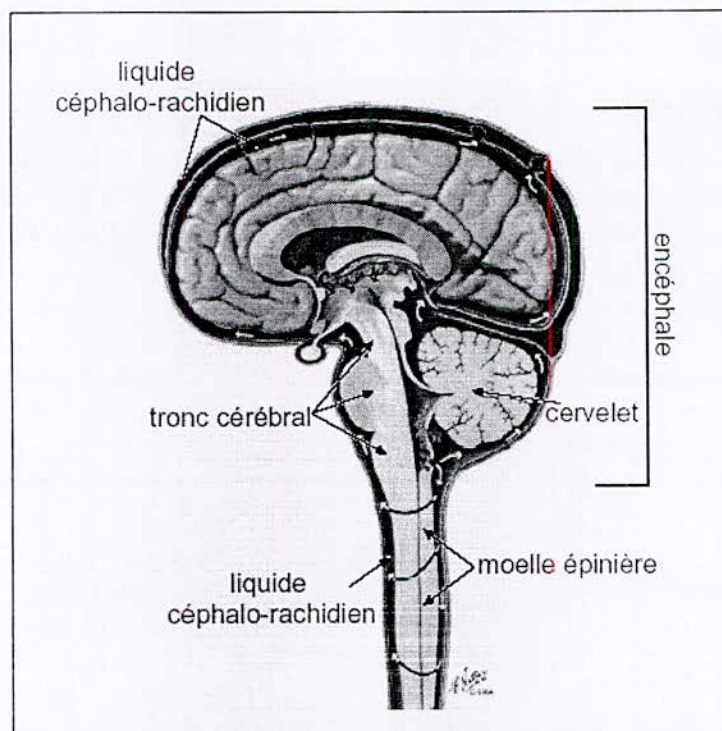


Figure 2.10 : Le système nerveux central humain est constitué de l'encéphale et de la moelle épinière. L'ensemble flotte dans un coussin protecteur de liquide céphalo-rachidien.

2.2 Composition du cerveau :

a- Types de tissus : Le cerveau est essentiellement constitué de deux types de tissus différents :

- la matière blanche : constituée de fibres de conduction, les axones des cellules nerveuses. Les axones, entourés de gaines de myéline de couleur blanchâtre, ont pour fonction de transmettre les données.
- la matière grise : contient le corps des cellules nerveuses et peut être vue comme le lieu de traitement des données.

b- Régions : la matière grise est répartie en deux types de structures :

- Le cortex a une structure bidimensionnelle. Il peut être vu comme une sphère, dont la surface aurait une épaisseur relativement constante (autour de 1,7 mm), et qui aurait été repliée sur elle-même de manière très intriquée. Sur la face intérieure du cortex se trouve la matière blanche et sur sa surface extérieure circule le liquide céphalo-rachidien. La forme et la position des plis corticaux sont très variables d'un individu à un autre.
- Les noyaux, aussi constitués de matière grise, sont des structures plus compactes se trouvant au centre du cerveau. Le terme structures internes est utilisé pour désigner les noyaux gris (y compris le thalamus) et les ventricules. La taille des structures internes peut varier d'un individu à un autre (atrophie cérébrale avec dilatation des ventricules, par exemple), mais leur forme reste relativement stable.

c- Le LCR : le liquide céphalo-rachidien est une substance limpide, ressemblant à de l'eau, produite au niveau des cavités du cerveau appelées ventricules. Il forme un coussin

protecteur pour le système nerveux central et le nourrit. Il circule dans l'espace sous arachnoïdien, dans les sinus, au centre des sillons ainsi qu' autour de la moelle épinière. En temps normal, il est continuellement absorbé et réapprovisionné, de manière à ce que sa quantité et sa pression soient maintenues constantes.

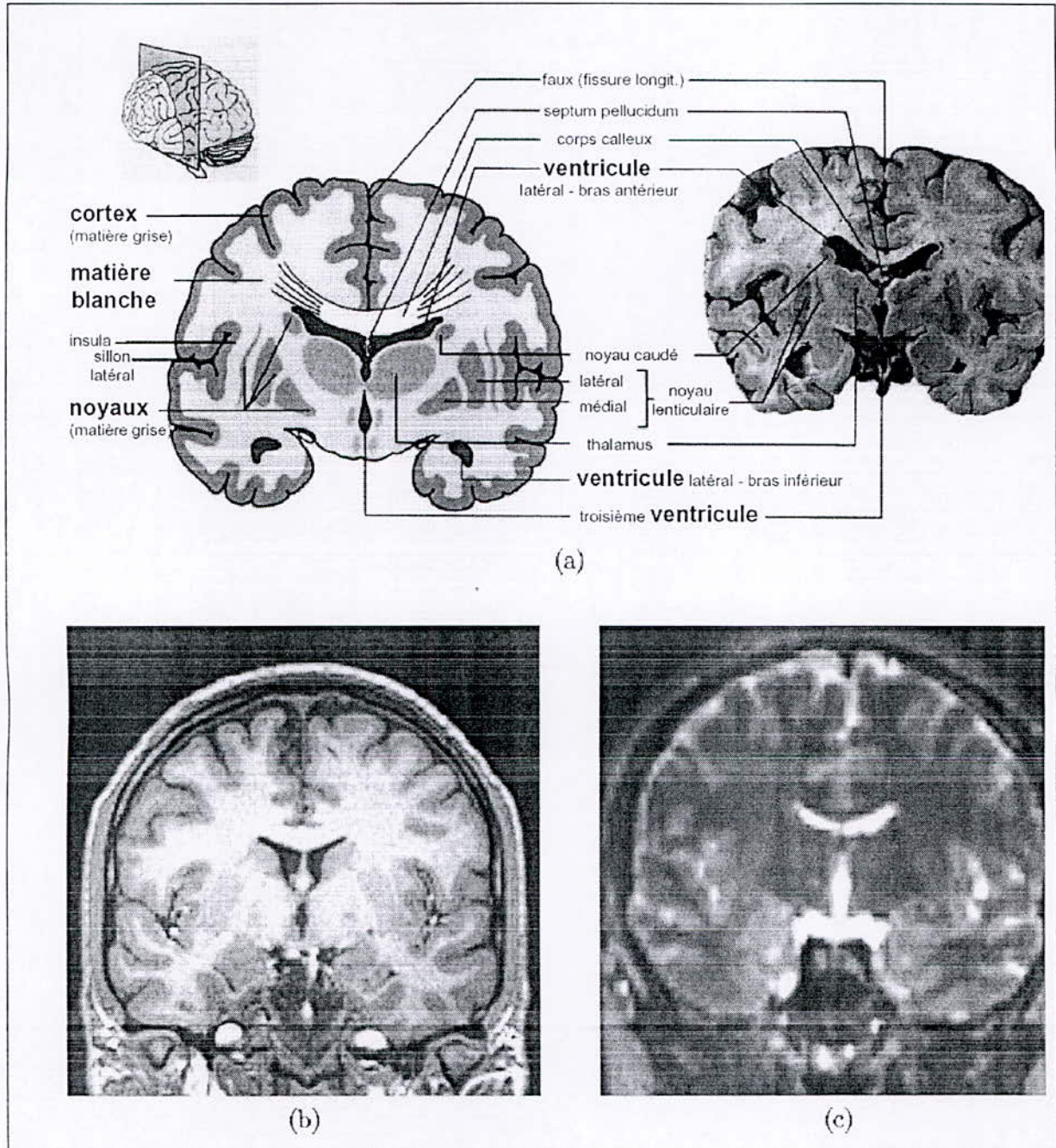


Figure 2.11 : Principales structures de cerveau. (a) Le cerveau comporte essentiellement deux types de tissus : la matière blanche et la matière grise. Le liquide céphalo-rachidien (LCR) dans lequel baigne le cerveau remplit aussi des cavités dénommées ventricules. La matière grise se répartit en deux types de structures : les cortex (ou plis corticaux) et les noyaux gris. (b) Sur cette image IRM T1 on peut distinguer les différentes structures. (c) Sur des images T2, les contrastes sont inversés et la matière grise n'apparaît presque pas.

Chapitre III

Segmentation d'IRM

1. Introduction

Nous avons vu dans le chapitre 1 les applications des ondelettes à savoir: l'Analyse, le Débruitage et la Compression ;

Dans le cadre de notre travail, celles-ci ont été utilisées de la manière suivante :

Dans la segmentation d'images cérébrale par résonance magnétique, nous avons utilisé les ondelettes pour « Débruitage ».

Dans la détection du contour d'une image binaire, nous avons utilisé « l'Analyse » par ondelettes qui a eu pour résultat une image compressée,

Enfin, nous avons construit une interface pour l'analyse d'une image à niveaux de gris avec une famille d'ondelettes sélectionnée et un nombre de transformées choisi.

2. Segmentation d'images IRM

Utilisées dans un contexte médical, les images IRM sont pour les médecins une source d'informations précieuse et conséquente, permettant l'analyse et le suivi des pathologies. En effet, ce type d'imagerie fournit, de façon non invasive, des représentations contrastées et de haute résolution de l'anatomie cérébrale, permettant ainsi son observation in vivo. Cependant, l'étude systématique et « manuelle » de clichés est lente et fastidieuse, et souffre de la variabilité d'interprétation des spécialistes. Ainsi, de nombreuses recherches ont été menées afin d'automatiser l'analyse d'images ; la segmentation représente le point de départ.

Le but de la segmentation d'image IRM est d'extraire les trois tissus : matière grise, matière blanche, et liquide céphalo-rachidien (LCR). Dans ce qui suit, nous présentons les étapes menant à réaliser cette segmentation :

2.1 Pre-segmentation de la zone d'intérêt (cerveau ou encéphale)

La segmentation de la zone d'intérêt « encéphale » constitue un prétraitement usuel des IRM. L'objectif de cette étape est d'isoler le cerveau. Une image du cerveau originale est essentiellement composée de matière blanche, matière grise, liquide céphalo-rachidien, ainsi

que d'autres tissus environnant (la peau, le crâne, ...), ces tissus sont présents sur les coupes. L'étape de la pré-segmentation vise à éliminer ces tissus environnants. L'intérêt d'un tel prétraitement est double. D'une part, il permet de réduire considérablement la zone de travail lors de traitements ultérieurs et donc de réduire le volume des données à traiter. D'autre part, travaillant sur une région d'intérêt, ces traitements sont plus performants car plus ciblés et moins perturbés par des informations pouvant être considérées comme du bruit.

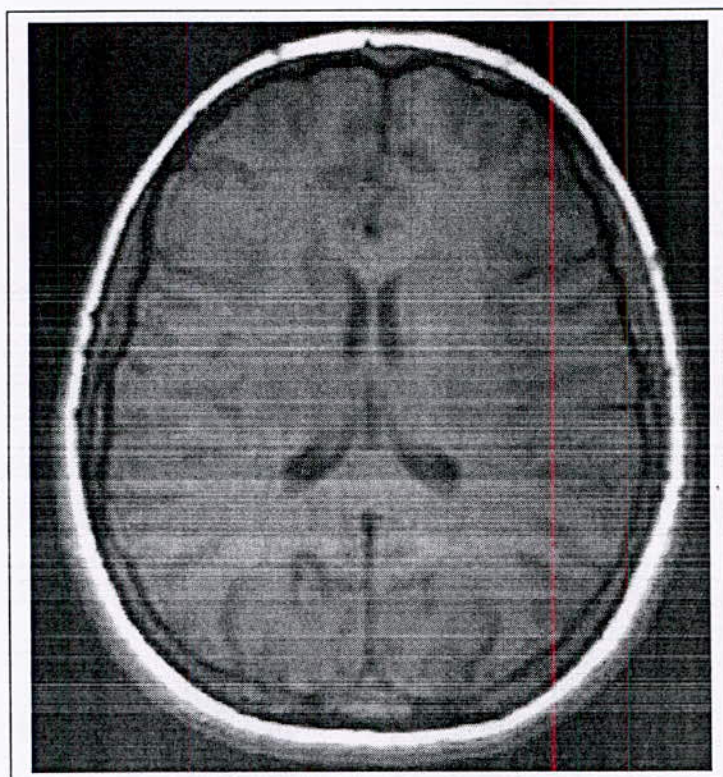


Figure 3.1 Image initiale T1

Pour la présegmentation, nous avons suivi les étapes suivantes :

a- Binarisation de l'image IRM

L'image initiale (figure 3.1) est en niveaux de gris (256 niveaux). Pour la binarisation (deux niveaux de gris : noir et blanc), il faut utiliser un seuillage, le choix du seuil est obtenu par l'histogramme de l'image initiale (figure 3.2).

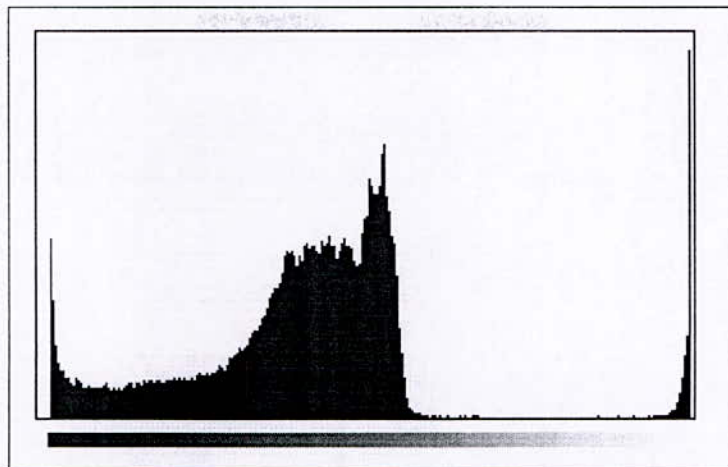


Figure 3.2, histogramme de l'image initiale T1

D'après l'historgramme, nous calculons le seuil (S) pour effectuer la binarisation, la formule de seuillage est la suivante :

$$T_b = \begin{cases} 0 & \text{si } T < S \\ 1 & \text{si } T \geq S \end{cases}$$

Tel que T_b est l'image binarisée et T l'image initiale (niveaux de gris)

Le résultat de la binarisation est représenté sur la figure 3.3

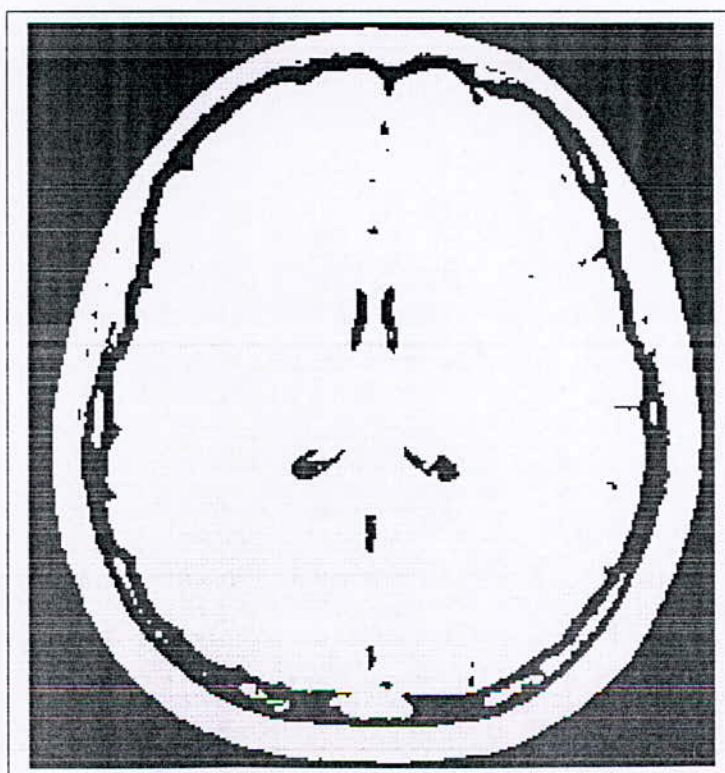


Figure 3.3 image binaire

b- Érosion morphologique

Le but de l'érosion morphologique est de permettre la séparation de la peau du cerveau. Dans notre travail, l'érosion est manuelle et le nombre d'érosions n est limité à 10.

La figure 3.4 représente un exemple d'érosion de la figure 3.3 en prenant $n = 1$;

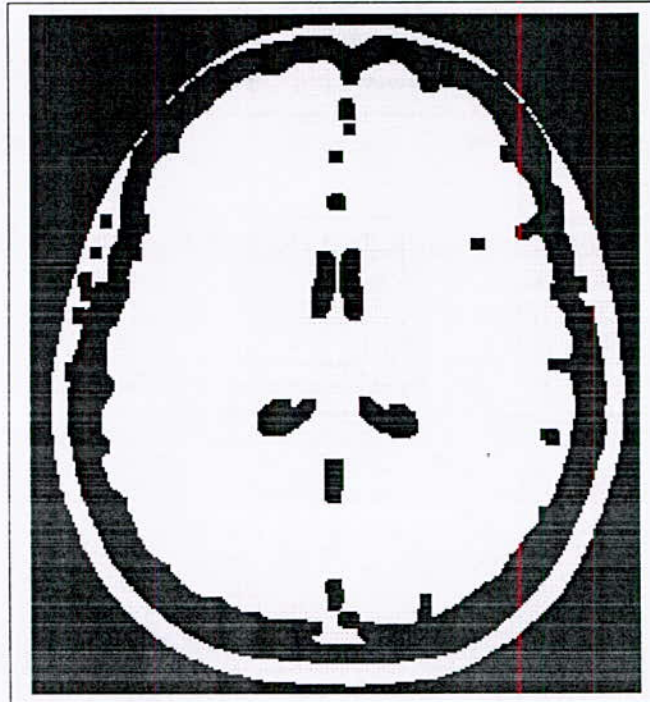


Figure 3.4 Erosion de la figure 3.3 avec $n=1$.

c- Étiquetage

L'étiquetage consiste à attribuer à chaque région homogène de l'image binaire une étiquette propre à elle ce qui facilite sa détection. Pour réaliser cette technique on suit les étapes ci-dessous :

1. Traitement du premier pixel de l'image binarisée $Imbin[0, 0]$.
2. Traitement de la première colonne :

C'est la colonne la plus à gauche dans l'image, elle correspond à $(i=0)$.

Si le pixel courant $Imbin[0, j]$ est noir et que son prédécesseur étiqueté $Imbin[0, j-1]$ est aussi noir alors on lui donne la même étiquette; sinon on lui donne une nouvelle étiquette.

3. Traitement de la première ligne :

C'est la ligne la plus en haut de l'image, elle correspond à $j=0$.

Si le pixel courant $Imbin[i, 0]$ est noir et que son prédécesseur étiqueté $Imbin[i-1, 0]$, est aussi noir; alors on lui donne la même étiquette ; sinon on lui donne une nouvelle étiquette.

4. Traitement du reste des lignes et des colonnes de l'image binarisée :

Pour cela nous avons choisi le masque suivant :

$(i-1, j-1)$	$(i, j-1)$	$(i+1, j-1)$
$(i-1, j)$	(i, j)	

Figure 3.5 : Le masque utilisé pour l'étiquetage.

On fait un balayage de toute l'image binarisée avec le masque précédent.

Le pixel concerné est le pixel $Imbin[i, j]$, si ce pixel est noir, alors on vérifie son voisinage dans le masque, puis on lui attribut la plus petite étiquette. Dans le cas où ses voisins sont blancs on lui affecte une nouvelle étiquette.

d- Organisation des étiquettes :

Dans cette étape on fait un balayage de l'image; on cherche les étiquettes semblables afin de les organiser en régions. Chaque région est caractérisée par un nombre entier.

- Algorithme de l'étiquetage :

```

DEBUT
  Etiquette :=0 ;
  MinEtiq :=0 ;
  NbrRegions :=0 ;
  {Traitement du premier pixel }
  Si ( Imbin[0,0]=0 ) Alors
    Im_etiq[0,0] :=Etiquette+1 ;
  Sinon
    Im_etiq[0,0] :=0 ;
  Fsn
  Fs
  {traitement de la première Colonne (i=0) }
  Pour ( i=0 ; j allant de 1 jusqu'à H ) Faire
    Si ( Imbin[0,j]=0 ) Alors
      Si ( Imbin[0,j-1]=0 ) Alors
        Im_etiq[0,j] := Im_etiq[0,j-1];
      Fs
    Sinon
      Im_etiq[0,j] :=Etiquette+1 ;
    Fsn
  Fs
  Sinon
    Im_etiq[0,j] :=0 ;
  Fsn
  Fp
  {traitement de la première ligne (j=0) }
  Pour ( j=0 ; i allant de 1 jusqu'à W ) Faire
    Si ( Imbin[i,0]=0 ) Alors
      Si ( Imbin[i-1,0]=0 ) Alors
        Im_etiq[i,0] := Im_etiq[i-1,0];
      Fs
    Sinon
      Im_etiq[i,0] := Etiquette+1;
    Fsn
  Fs
  Sinon
    Im_etiq[i,0] := 0;
  Fsn
  Fp

  {traitement du reste des lignes et des Colonnes }
  Pour ( i allant de 1 jusqu'à W ) Faire
    Pour ( j allant de 1 jusqu'à H ) Faire
      Si ( Imbin[i,j]=0 ) Alors
        Si ( les voisins de Imbin[i,j] sont noirs ) Alors
          Im_etiq[i,0] :=MinEtiq;
        Sinon
          Im_etiq[i,j] :=Etiquette+1;

```

```

        Fsn
      Fs
    Fs
  Sinon
    Im_etiq[i,j] :=0;
  Fsn
  Fp
  Fp
  {Organisation des étiquettes}
  Pour ( tout pixel de l'image ) Faire
    Si ( Im_etiq[i,j] =Etiquette de ses voisins ) Alors
      NbrRegions := Im_etiq[i,j] ;
    Fs
  Fp
  FIN

```

MinEtiq : étiquette minimale
 Im_etiq : image étiquetée.

Le but de l'étiquetage est la construction d'un masque, celui-ci est relatif à la région homogène la plus volumineuse. Par la suite, cette région sera sélectionnée en affectant une étiquette égale à « 1 » et en affectant aux autres régions une étiquette égale à « 0 ». A la fin nous réalisons n dilations, et nous obtenons le résultat représenté sur la figure 3.6.

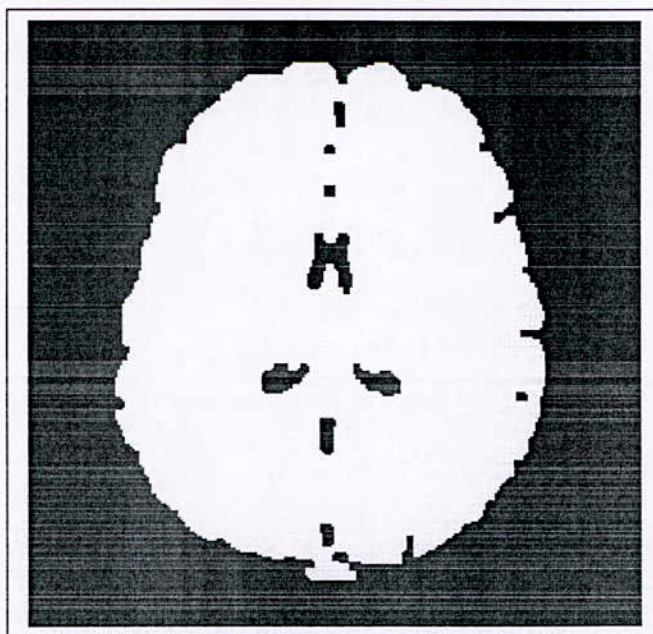


Figure 3.6 Masque obtenu à partir de la figure 3.4 avec dilatation ($n = 1$)

2.2. Remplissage des trous

La reconstruction du volume étant réalisée relativement au résultat de la figure 3.6, des trous ont fait leur réapparition et doivent donc être « bouchés ». Ceci est réalisé par un étiquetage en composantes connexes qui permet de marquer l'objet cerveau (le plus volumineux). Les objets n'appartenant pas au fond sont ensuite remplis (figure 3.6). Ce masque est alors appliqué aux volumes initiaux, laissant apparaître la zone d'intérêt (figure 3.7).

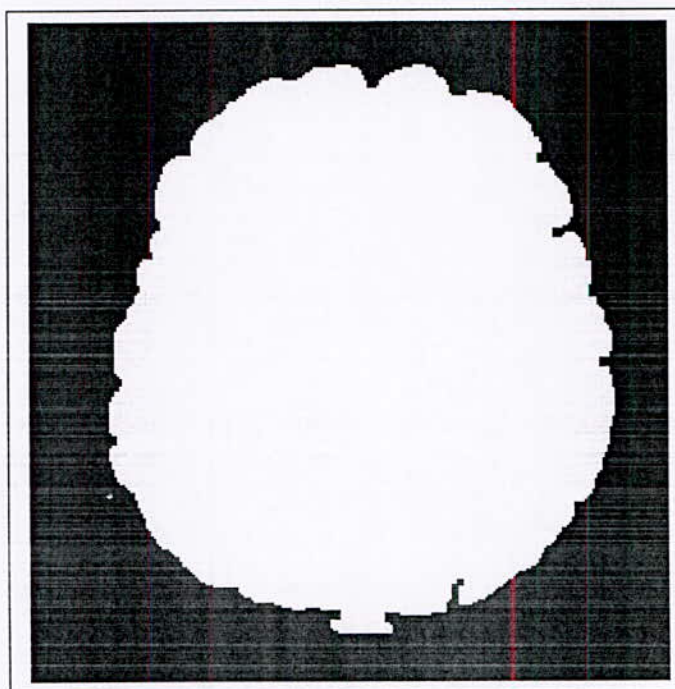


Figure 3.7 Remplissage des trous

Après la convolution de l'image initiale par le masque, nous réalisons l'extraction du cerveau, les résultats sont présentés sur la figure suivante :

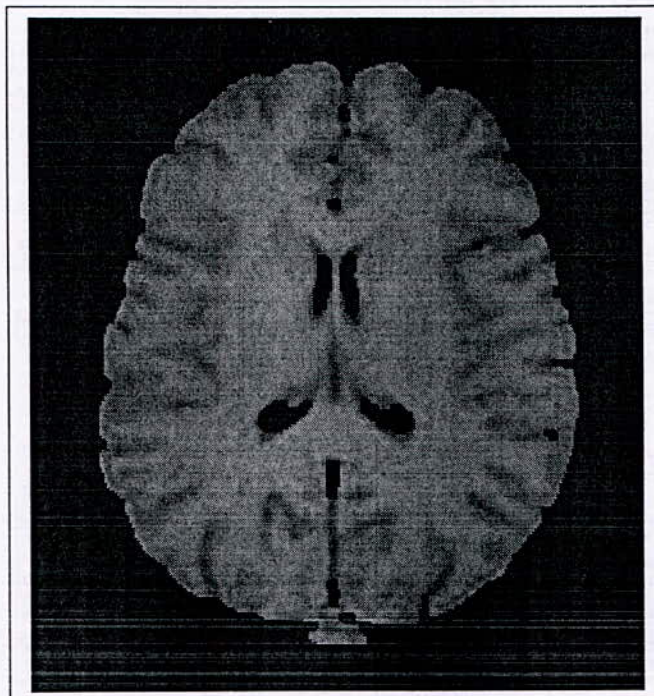


Figure 3.8 pré-segmentation de l'image IRM

2.3 Segmentation

Nous avons vu qu'il était possible de réaliser une décomposition en ondelettes d'une image puis de reconstruire cette image à partir de ses coefficients d'ondelettes. Pourtant, cette technique n'aurait pas grand intérêt si on ne modifiait pas ces coefficients car on obtiendrait une image finale identique à l'image initiale.

Nous verrons donc comment débruiter une image IRM afin de la segmenter.

2.3.1 Débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes

a- Principe général

Pour effectuer le débruitage (ou "denoising"), nous ne gardons que les coefficients des détails les plus grands et nous mettons les autres à zéro puis on reconstruit l'image. Le bruit correspond en général à des détails faibles donc il est éliminé par ce seuillage des coefficients d'ondelettes. Nous obtenons alors une image plus "lisse" donc débruitée.

b- Débruiter une image

Les images obtenues par les différentes techniques d'acquisition (radar, satellites, scanner, échographie, IRM, etc...) sont souvent très bruitées. Nous pouvons formuler ceci d'un point de vue mathématique par :

$$X = F + W$$

Où X : l'image obtenue, F : l'image de départ et W : le bruit.

Pour simplifier l'analyse, nous supposons dans la suite que W est un bruit blanc Gaussien de variance notée σ .

c- Différents types de seuillage

Il existe plusieurs types d'estimateurs par seuillage. Nous pouvons d'abord distinguer les seuillage dur et seuillage doux.

c-1- Seuillage dur ou "hard thresholding"

Le seuillage dur est celui qui est le plus "intuitif". Nous fixons un seuil $T > 0$. Nous ne conservons que les coefficients d'ondelettes supérieurs à T et les autres sont mis à zéro, comme suit :

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| < T \\ x & \text{si } |x| \geq T \end{cases} \quad (3.1)$$

Nous obtenons donc le seuillage représenté comme suit :

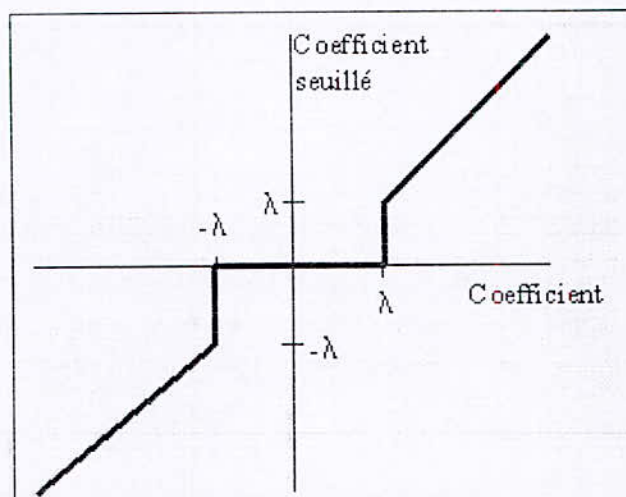


Figure 3.9 seuillage dur

c-2- Seuillage doux ou "soft thresholding"

Dans le cas du seuillage doux, on met toujours à zéro les coefficients inférieurs à un seuil T . Par contre, pour ceux supérieurs à T , on atténue l'amplitude des coefficients par la valeur du seuil afin de s'assurer d'avoir enlevé l'effet du bruit même pour les forts coefficients, ceci se fait comme suit :

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| < T \\ x - \text{sign}(x)T & \text{si } |x| \geq T \end{cases} \quad (3.2)$$

Dans ce cas, la fonction de seuillage q est continue, elle est représentée par la figure suivante :

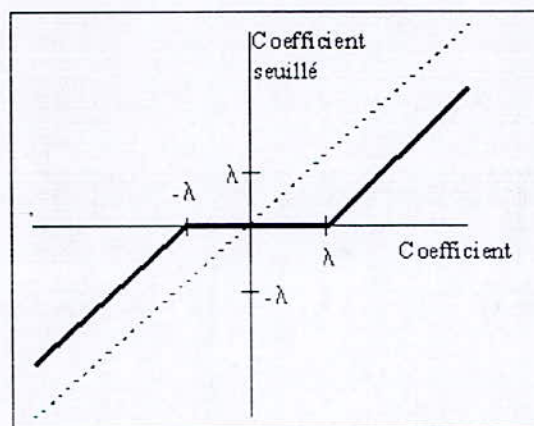


Figure 3.10 seuillage doux

Le coefficient de seuillage sera donc plus faible que le coefficient du signal. Ce type de seuillage garantit que le signal obtenu sera toujours plus régulier que le signal original.

d- Choix du seuil [19]

Le seuillage, comme nous venons de le voir, est une technique d'estimation d'un signal ou d'une image. En général il n'est pas possible de calculer l'estimateur qui minimise le risque d'écart au signal, en le recherchant parmi tous les estimateurs possibles. Dans un premier temps, le choix le plus classique était de se limiter aux opérateurs linéaires. Il y a à peine une dizaine d'années, Donoho et Johnstone ont fait une percée fondamentale en montrant que des estimateurs par seuillage avait un risque proche de la borne inférieure.

d-1- Théorème de Donoho-Johnstone

Nous nous mettons dans le cas de l'hypothèse disant que le bruit est un bruit blanc Gaussien de variance σ^2 . Donoho et Johnstone ont alors démontré que le risque induit par un seuillage (dur ou doux) sur les coefficients d'ondelettes pouvait être encadré par des valeurs proches de la borne inférieure obtenue avec des estimateurs d'oracle.

Notons $r_p(f)$ le risque obtenu avec un estimateur d'oracle (c'est à dire un estimateur construit connaissant le signal recherché). $r_t(f)$ est le risque obtenu par un seuillage de seuil T . N étant la taille du signal.

$$r_p(f) = \sum_{m=0}^{N-1} \min(|f_B(m)|^2, \sigma^2) \quad (3.2)$$

Théorème :

Soit $T = \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \log(N)}$, le risque $r_t(f)$ d'un seuillage dur ou doux vérifie pour tout N supérieur ou égal à 4 :

$$r_p(f) \leq r_t(f) \leq (2 \cdot \log(N)) (\sigma^2 + r_p(f)) \quad (3.3)$$

Le facteur $2 \cdot \log(N)$ est optimal parmi les estimateurs diagonaux dans la base d'ondelettes B .

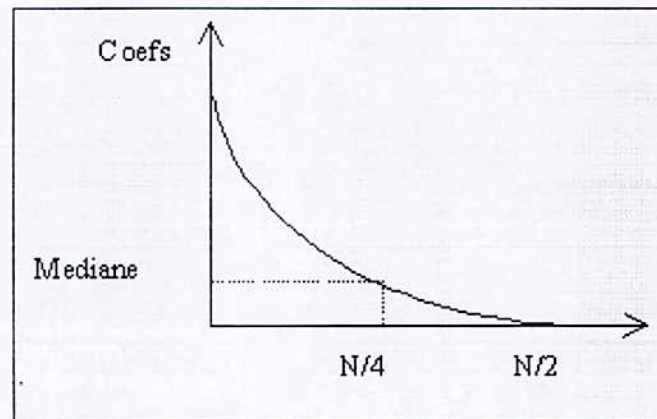
Le problème réside alors dans la détermination de la variance σ^2 du bruit.

On pourrait également montrer que le maximum de l'amplitude du bruit a une très forte probabilité d'être juste en dessous de $T = \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \log(N)}$ ce qui explique pourquoi le théorème choisit cette valeur. D'autre part, le fait que le seuil augmente avec la taille du signal est dû à la distribution gaussienne qui crée des coefficients de bruits de plus en plus grands lorsque le nombre de coefficients augmente. Ce seuil n'est cependant pas optimal et en pratique on peut utiliser des seuils bien plus faibles pour réduire le risque. Un seuillage doux avec ce seuil produit d'ailleurs souvent un risque plus grand qu'un seuillage dur.

d-2- Estimation de la variance du bruit

Lorsque l'on souhaite utiliser le seuil $T = \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \log(N)}$, il est nécessaire d'avoir une estimation de la variance σ^2 du bruit. Pour l'estimer à partir des données $X[n]$, il faut supprimer l'influence de $f[n]$. Lorsque f est régulier par morceaux, on obtient un estimateur robuste à partir de la médiane des coefficients d'ondelettes à l'échelle la plus fine.

N étant la taille du signal observé X , celui-ci possède $N/2$ coefficients d'ondelettes à l'échelle la plus fine $2^l = 2N^{-1}$. Le coefficient $|\langle f, \psi_{1,m} \rangle|$ est faible lorsque f est régulière et donc $\langle X, \psi_{1,m} \rangle \approx \langle W, \psi_{1,m} \rangle$, est élevé si f varie brusquement sur le support de $\psi_{1,m}$. Un signal qui est régulier par morceaux génère donc peu de grands coefficients relativement aux $N/2$. A l'échelle la plus fine, la composante du signal n'influence donc qu'un petit nombre de coefficients $\langle X, \psi_{1,m} \rangle$ de grande amplitude. Les autres sont donc égaux à $\langle W, \psi_{1,m} \rangle$ de variance σ^2 . Un estimateur robuste de σ est donc obtenu à partir de la valeur médiane des valeurs absolues de ces coefficients.



Si M est la valeur médiane de $\{|\langle X, \psi_{1,m} \rangle|, 0 \leq m < N/2\}$ alors on peut montrer que $E\{M\} = 0,6745\sigma$. On peut donc estimer σ par $\tilde{\sigma} = \frac{M}{0,6745}$.

Pour les images, on procède à une évaluation de la médiane sur les trois carrés de l'image correspondants aux coefficients d'ondelettes, puis on calcule la moyenne avant d'obtenir une estimation de σ par la formule précédente.

d-3- Problème rencontré dans le cas du débruitage d'images

Le problème rencontré dans le cas du débruitage d'images est la surface du fond de l'image qui influe sur le calcul de M . Il faudrait donc ignorer le fond de l'image.

Le choix de la fonction d'ondelettes est difficile, pour cela nous avons essayé plusieurs types d'ondelettes, et nous avons choisi l'ondelette sym4 d'après la formule [1.16] avec pour valeurs des α_i : $\alpha_7 = 7.5765715e-002$, $\alpha_6 = -2.9635528e-002$, $\alpha_5 = 4.9761867e-001$, $\alpha_4 =$

$8.0373875e-001$, $\alpha_3 = 2.9785780e-001$, $\alpha_2 = -9.9219544e-002$, $\alpha_1 = -1.2603967e-002$ et $\alpha_0 = 3.2223101e-002$ et pour des valeurs de β_i : $\beta_7 = -3.2223101e-002$, $\beta_6 = -1.2603967e-002$, $\beta_5 = 9.9219544e-002$, $\beta_4 = 2.9785780e-001$, $\beta_3 = -8.0373875e-001$, $\beta_2 = 4.9761867e-001$, $\beta_1 = 2.9635528e-002$ et $\beta_0 = -7.5765715e-002$. Le choix du nombre de transformations est de 3, (résultat présenté en figure 3.8) car plus le nombre de transformées est grand, plus les résultats sont meilleurs et plus le temps de calcul est grand.

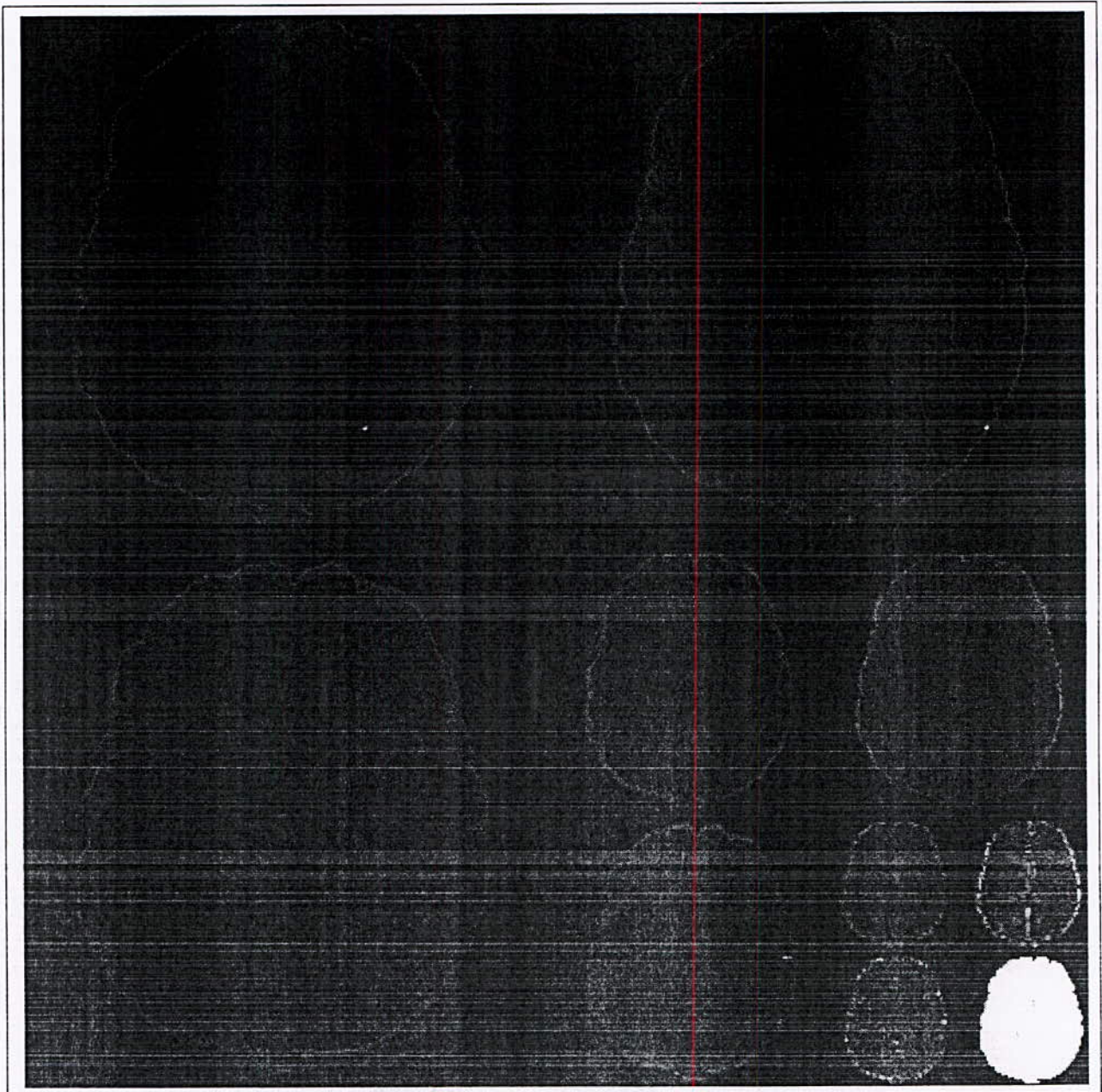


Figure 3.9 présentation de la transformée d'ondelette de l'image pré-segmentée avec sym4 d'ordre 3.

Nous donnons ci après les résultats des étapes de la présegmentation obtenues sur une image T2

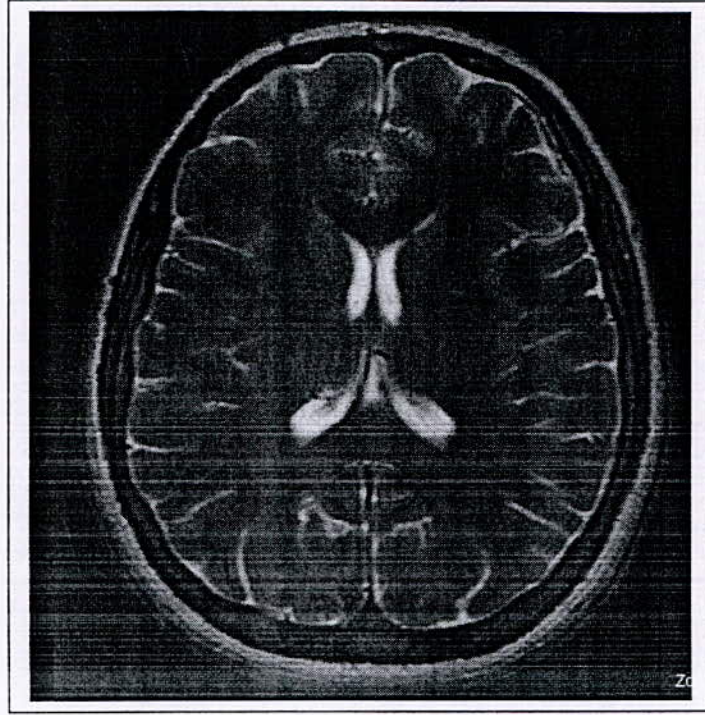


Figure 3.10 image initiale T2

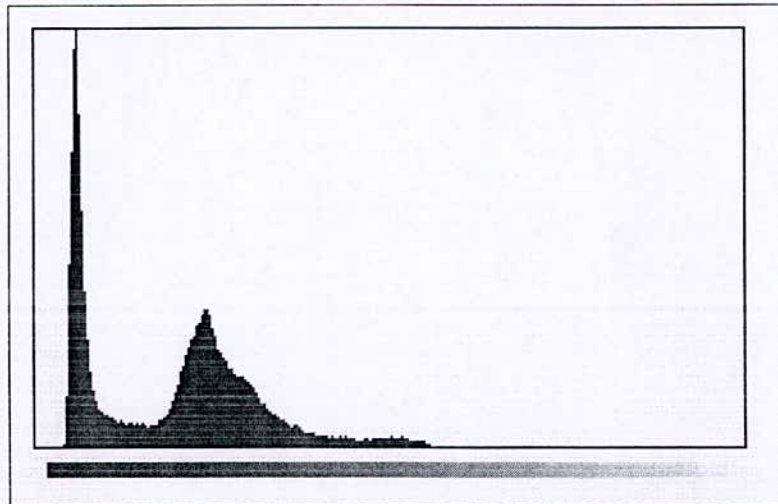


Figure 3.11 Histogramme de l'image initiale T2

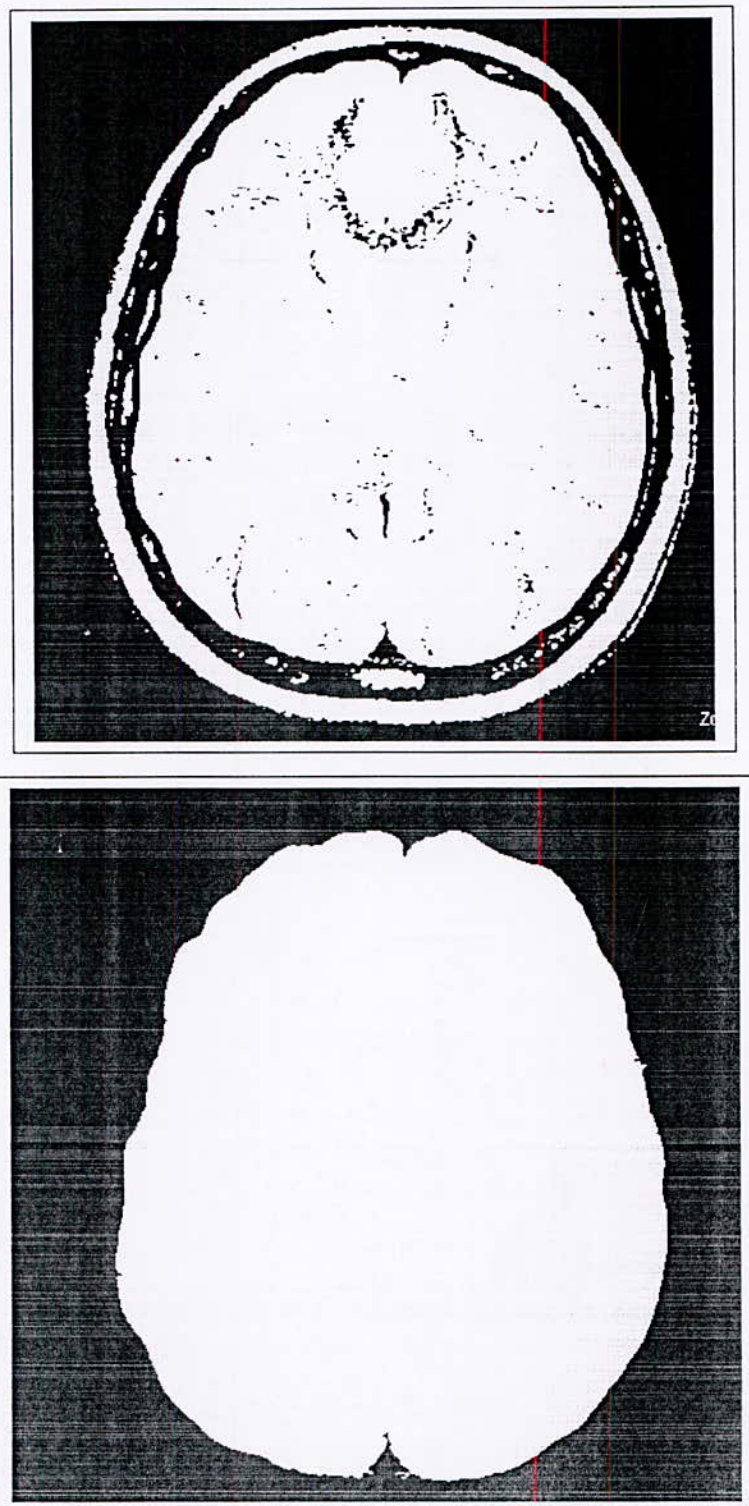


Figure 3.13 masque de la pre-segmentation de l'image initiale T2

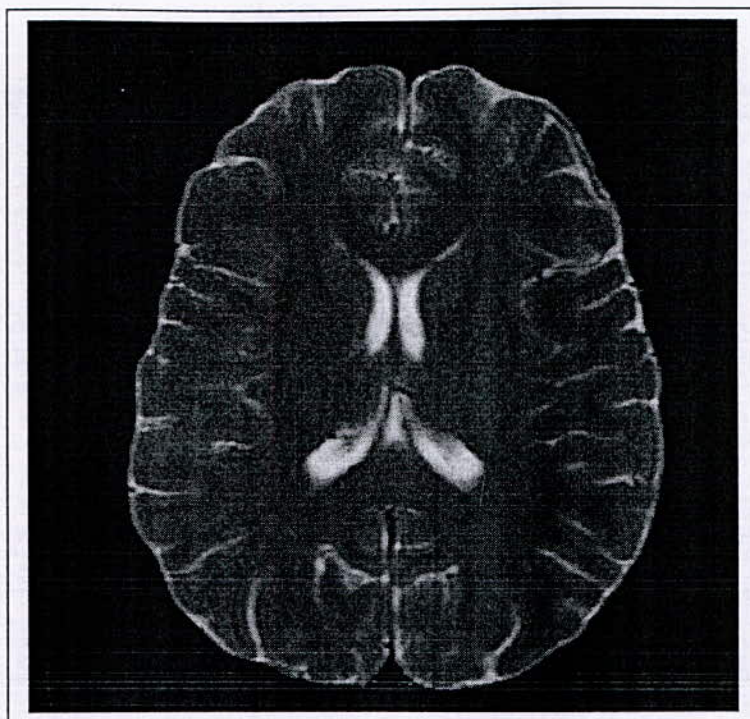


Figure 3.14 la présegmentation de l'image initiale T2

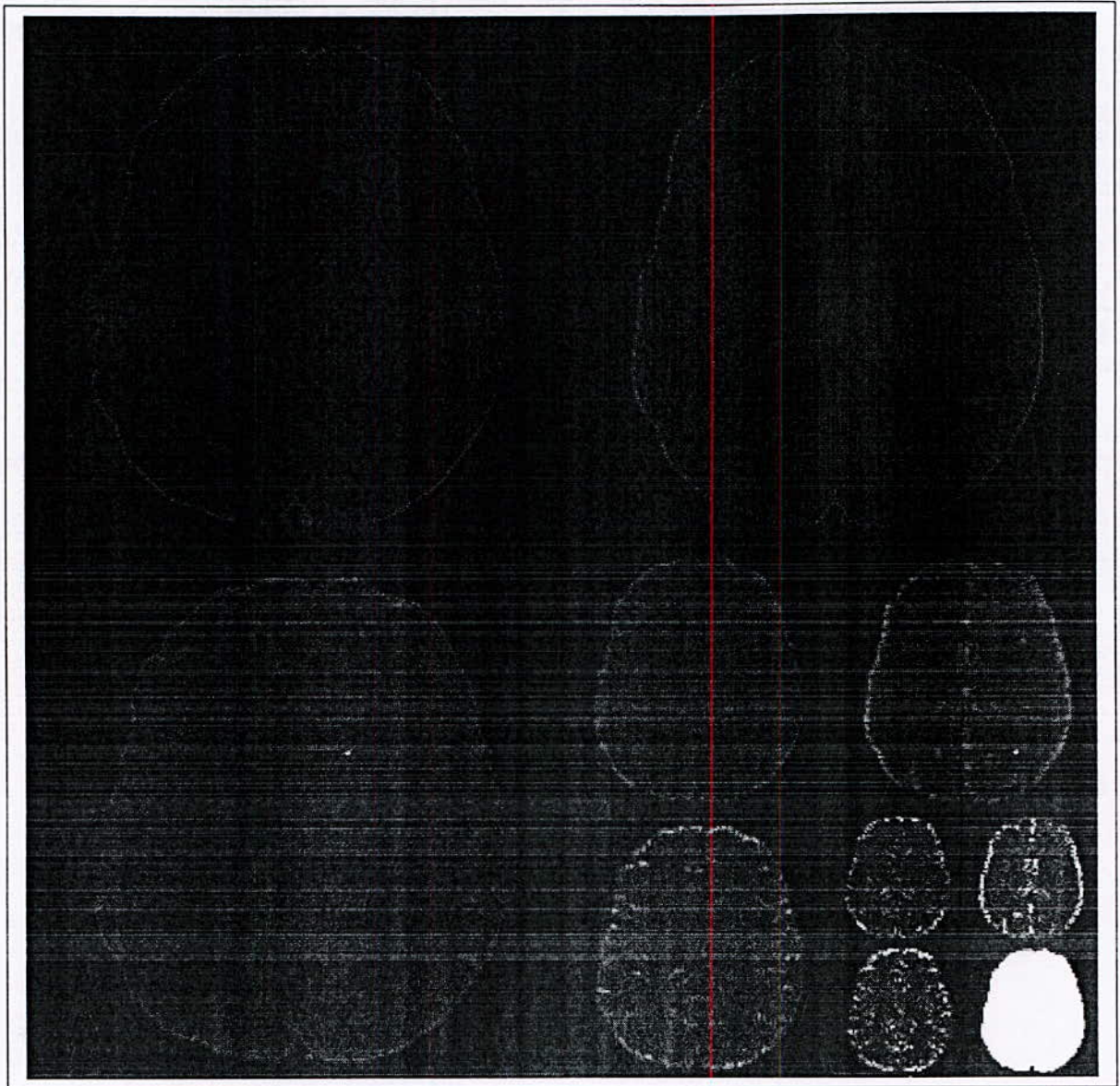


Figure 3.15 presentation de la transformée d'ondelette de l'image 3.13 avec sym4 d'ordre 3.

Ci après sont représentés les résultats du débruitage par ondelettes des images T1 et T2.

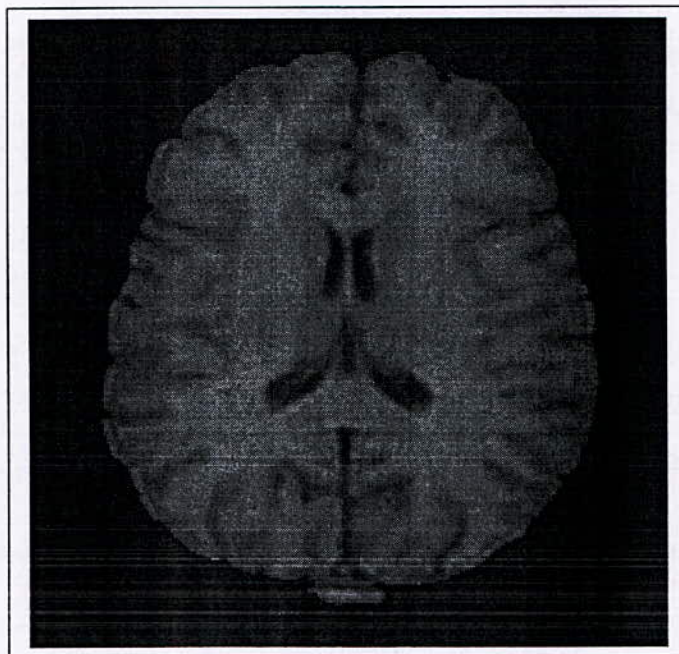


Figure 3.16 débruitage de l'image 3.7 avec le seuillage doux et les seuils $T_1 = 1.74$, $T_2 = 5.8$ et $T_3 = 19.1$

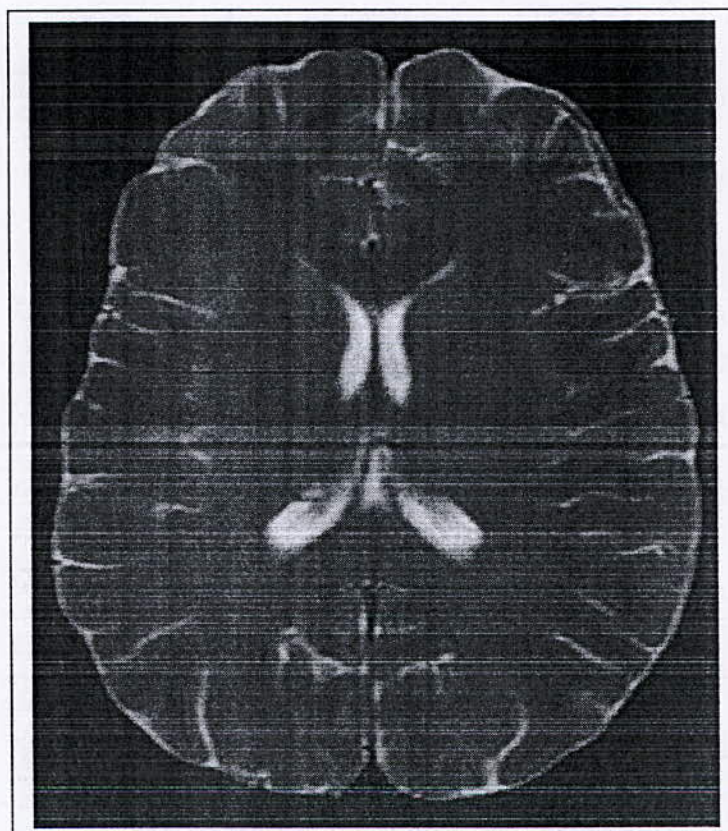
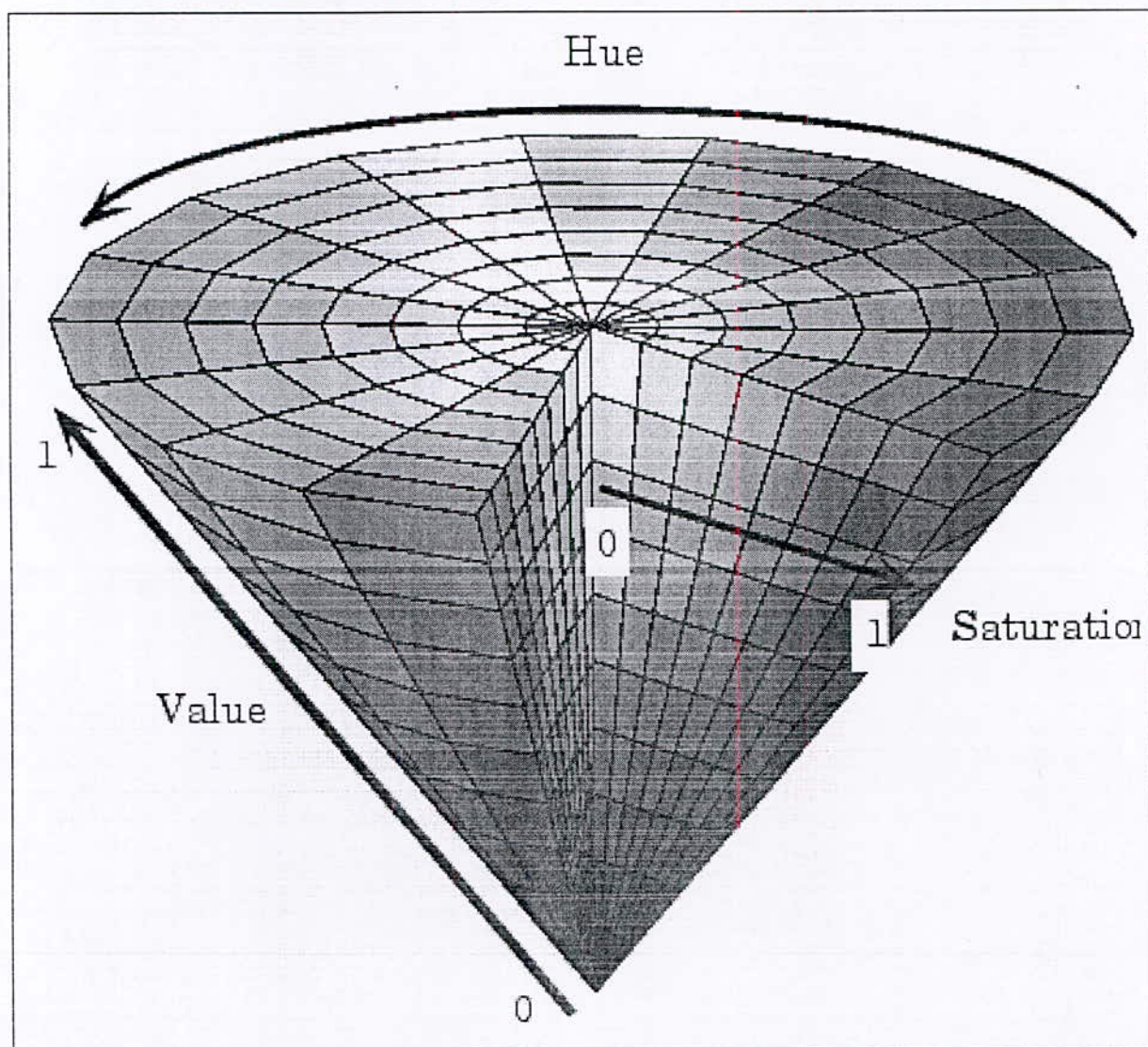


Figure 3.17 débruitage de l'image 5.13 avec le seuillage doux et les seuils $T_1 = 0.86$, $T_2 = 5.9$ et $T_3 = 16.75$

2.3.2. L'espace de couleur de HSV [20]

L'espace de couleur de (Hue, Saturation, Value) est employé souvent par les personnes qui choisissent des couleurs (par exemple, des peintures ou des encres) à partir d'une roue ou d'une palette de couleur. La conversion des images de l'espace RGB vers celui HSV couleur et vice versa. Car la tonalité change de 0 à 1.0, les couleurs correspondantes changent du rouge au jaune, vert, cyan, bleu, magenta, et de nouveau au rouge, de sorte qu'il y ait réellement des valeurs rouges à 0 et à 1.0. Car la saturation change de 0 à 1.0, les couleurs correspondantes (tonalités) changent d'insaturé (des nuances de gris) entièrement à saturé (aucun composant blanc). Pendant que la valeur, ou l'éclat, change de 0 à 1.0, les couleurs correspondantes deviennent de plus en plus lumineuses.

La figure suivante illustre l'espace de couleur de HSV :



Résultat de la transformée HSV d'image débruitée (fig 3.18)

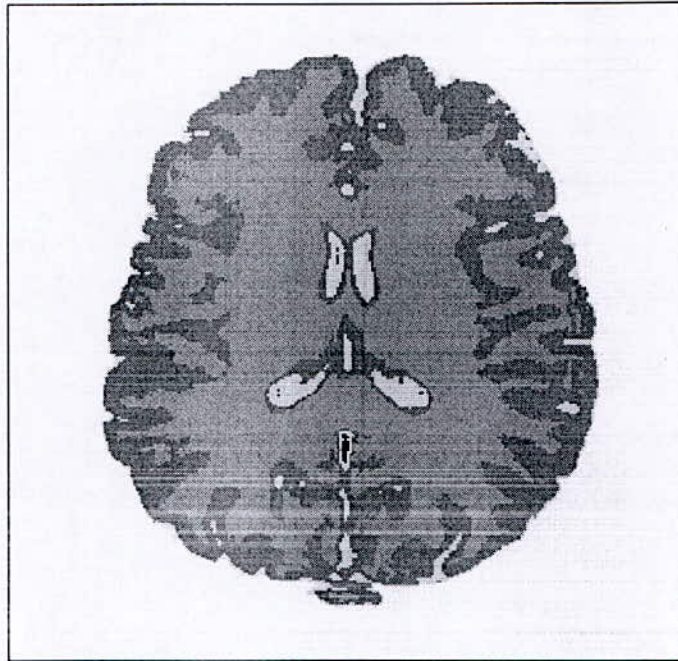


Figure 3.18 Transformée HSV de l'image débruitée avec masque

2.3.3. Segmentation par croissance de régions [8]

Les algorithmes de croissance de régions sont fondés sur l'agrégation progressive des pixels ou voxels à partir d'un point initial appelé « germe », selon un critère. Les points voisins du germe sont successivement examinés ; s'ils vérifient le critère d'agrégation, ils sont inclus à la région et deviennent à leur tour un germe ; dans le cas contraire, ils sont rejetés. Le critère est le plus souvent un critère local basé sur les niveaux radiométriques des points.

Le prédicat (noté **Pred** par la suite), permet d'identifier une contrainte que doivent satisfaire les régions, il peut être de nature géométrique (région rectangulaire, région convexe ...), de nature radiométrique (région homogène,..) ou une combinaison des deux. C'est une fonction booléenne sur chaque région.

Exemples de prédicats d'homogénéité pour une région :

- La variance $\sigma^2(R)$ des niveaux de gris de l'image associée aux points de la région R est inférieure à un seuil préfixé.

- La proposition $\alpha(R)$ de points dont le niveau de gris se situe hors de l'intervalle $[m(R) - \alpha(R), m(R) + \alpha(R)]$ (où $m(R)$ est la valeur moyenne des niveaux de gris), ne dépasse pas un seuil préfixé.

Algorithme général

Le processus crée les régions les unes après les autres et comprend, pour chaque région, une phase d'initialisation et une phase itérative [8].

Pour présenter les deux phases on suppose que l'ensemble des sites S de l'image a été partiellement partitionné en $i-1$ régions R_j , $j = 1, \dots, i-1$. On s'intéresse à la génération de la région R_i qui sera construite dans un ensemble $S^{(0)} = S - \bigcup_{j=1}^{i-1} R_j$.

Le choix d'un germe $R_i^{(0)}$ peut se faire par seuillage sur un attribut (par exemple le niveau de gris), ou de toute autre manière (extraction de formes géométriques, etc.). Un germe peut éventuellement être réduit à un seul point.

Détail de la croissance de régions

La construction de $R_i^{(k+1)}$ s'effectue à partir de $R_i^{(k)}$, en lui adjoignant des points de $S^{(k+1)}$ défini par $S^{(k+1)} = S^{(k)} - R_i^{(k)}$, suivant la relation :

$$R_i^{(k+1)} = R_i^{(k)} \cup \left\{ s \in S^{(k+1)} / s_1 \mathfrak{R}_1 R_i^{(k)} \text{ ET } s \mathfrak{R}_2 R_i^{(k)} \right\}$$

Où \mathfrak{R}_1 est une relation de type similarité radiométrique entre un site et la région croissante $R_i^{(k)}$ et \mathfrak{R}_2 est de type connexité entre un point candidat et la région croissante.

Remarque

La relation \mathfrak{R}_1 pour l'élaboration d'un ensemble X peut être spécifiée comme suit :

- Calcul des caractéristiques de l'images (texture, intensité, couleur) sur l'ensemble des points agrégés à l'itération précédente, c'est-à-dire l'ensemble $R_i^{(k)} / R_i^{(k-1)}$. Pour la première étape, cet ensemble est pris égal à $R_i^{(0)}$.

Le fait d'utiliser la caractéristique moyenne sur l'ensemble des points retenus à l'itération précédente c'est-à-dire l'ensemble $R_i^{(k)} / R_i^{(k-1)}$ et non sur l'ensemble des points de l'itéré $R_i^{(k)}$ permet de satisfaire l'hypothèse d'homogénéité locale de la classe en question, tout en autorisant des variations possibles au niveau de cette classe.

- Pour chacun des points de $S^{(k+1)}$, on calcule la distance à la caractéristique moyenne prédéfinie. Un point s de $S^{(k+1)}$ est assigné comme point candidat à l'agrégation si la valeur de distance est inférieure à un seuil prédéfini.

La relation \mathfrak{R}_2 permet de construire un ensemble H constitué des seuls points de $S^{(k+1)}$ qui sont connectés à l'itéré $R_i^{(k)}$.

L'itéré $R_i^{(k+1)}$ est alors défini par $H \cup R_i^{(k)}$

L'algorithme de la croissance de région est comme suit :

```

i = 0 ;
// a - Initialisation de la région  $R_i^{(0)}$ 
k = 0 ; //numéro de l'itération

SI i = 1 ALORS  $S^{(0)} = S$  SINON  $S^{(0)} = S - \bigcup_{j=1}^{i-1} R_j$ 

Choix d'un germe  $R_i^{(0)}$  ;
// b - Phase itérative : construction des itérés  $R_i^{(k)}$ 
// Mise à jour de l'ensemble  $S^{(k)}$  des points candidats à l'agrégation
 $S^{(k+1)} = S^{(k)} - R_i^{(k)}$  ;
Construction de  $R_i^{(k+1)}$  à partir de  $R_i^{(k)}$  et  $S^{(k+1)}$  ;
SI Pred ( $R_i^{(k+1)}$ ) ALORS
  SI  $S^{(k+1)} = \emptyset$  ALORS ARRET // toutes les régions vérifient le prédicat
  SINON
    DEBUT
       $R_i = R_i^{(k+1)}$  ;
      i = i+1 ;
      ALLER en a) ;
      //initialisation d'une nouvelle région
    FIN
  SINON
    SI  $S^{(k+1)} = \emptyset$  ALORS ARRET // i-1 régions vérifient le prédicat
      //La région i comprenant les points restants n'est pas homogène
    SINON
      k = k+1 ;
      ALLER EN b) // poursuite de la croissance ;

```

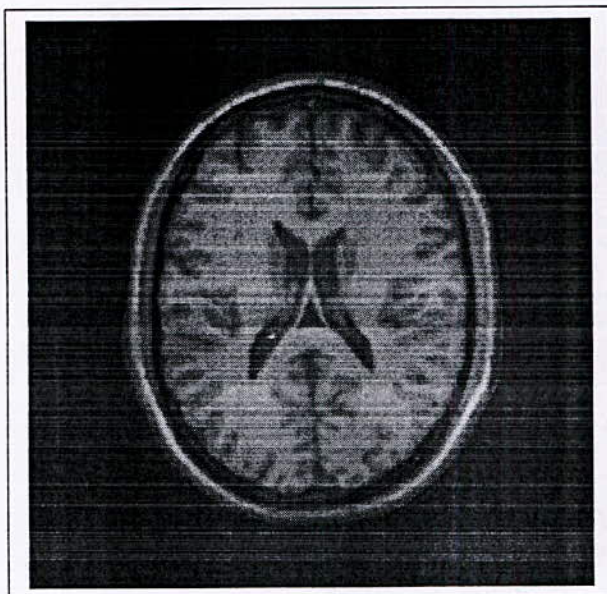
Convergence

Le processus s'arrête selon deux scénarios :

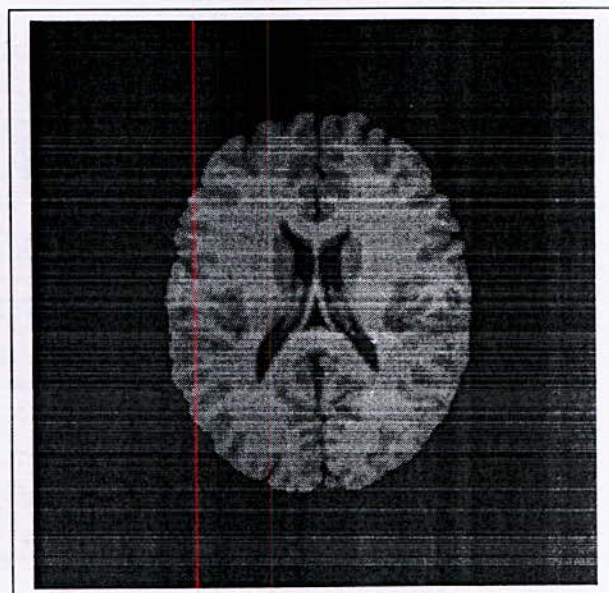
- Toutes les régions satisfont le prédicat (l'itéré $R_i^{(k)}$ vérifie le prédicat); la segmentation comprend i régions.
- Il y a $(i-1)$ régions vérifiant le prédicat, la $j^{\text{ème}}$ région n'est pas homogène, elle comprend les points ne vérifiant pas le prédicat.

Comme les itérés sont de surface croissante et bornée, la convergence est assurée au bout d'un nombre fini d'itérations.

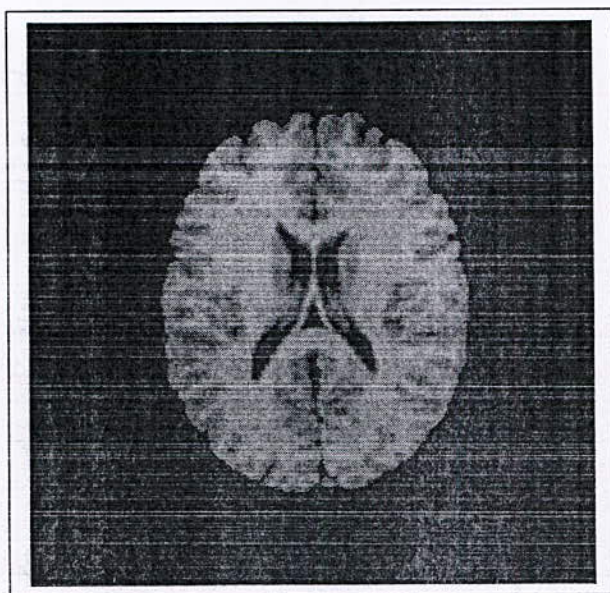
2.4 Résultat de la segmentation



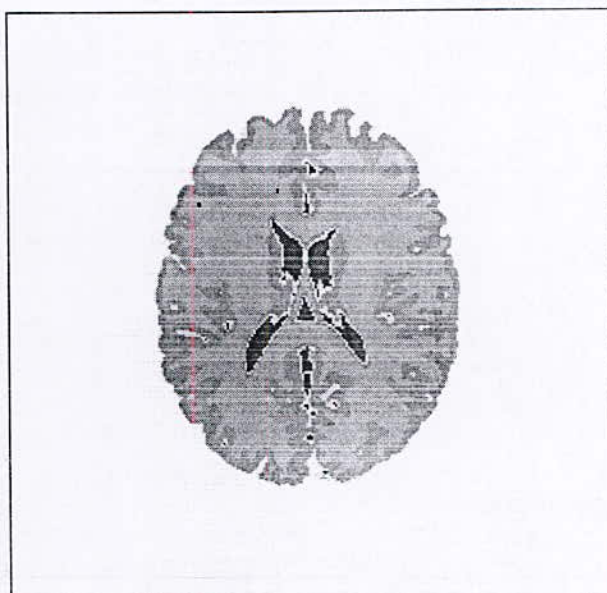
(a)



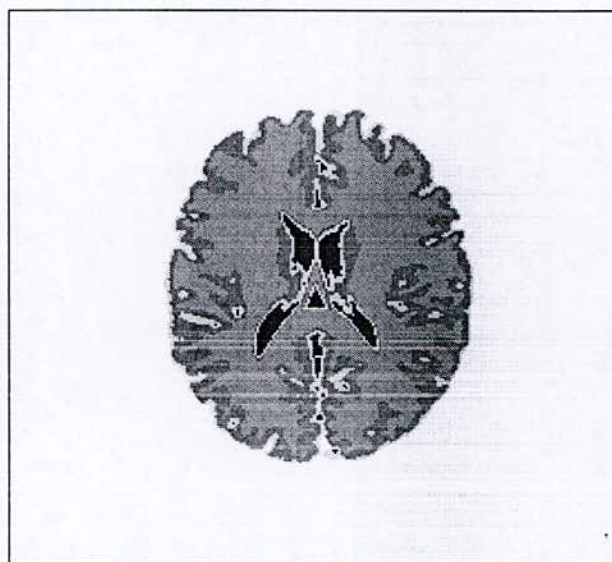
(b)



(c)



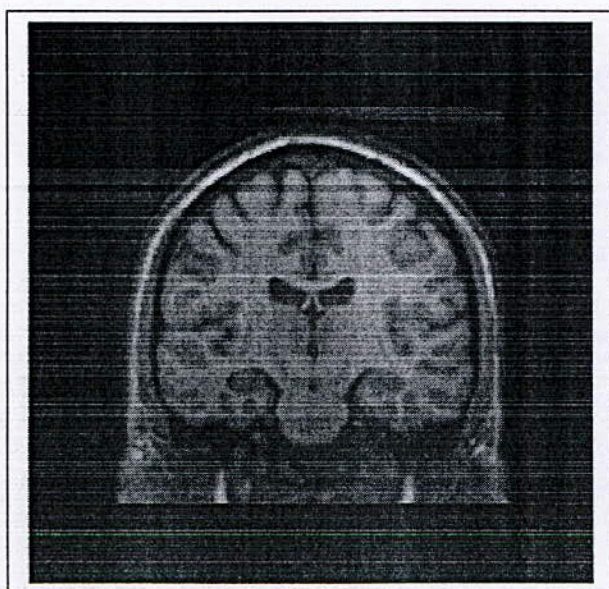
(d)



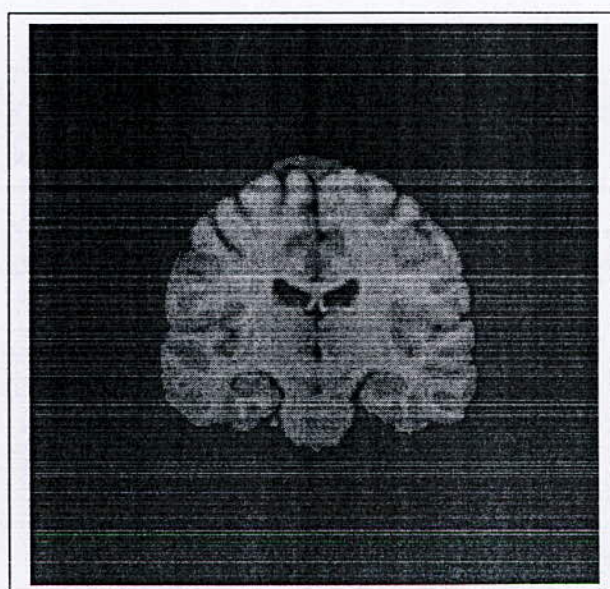
(e)

Figure 3.19 segmentation d'image Transversale avec 40% de bruit, 3% de non uniformité.

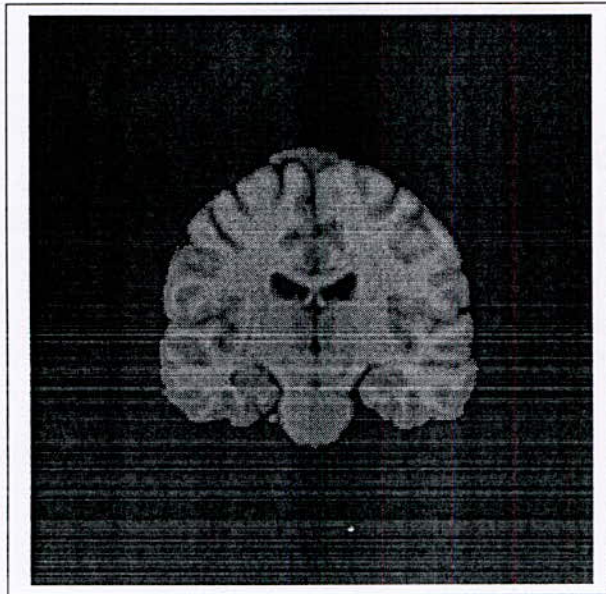
Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d) segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.



(a)



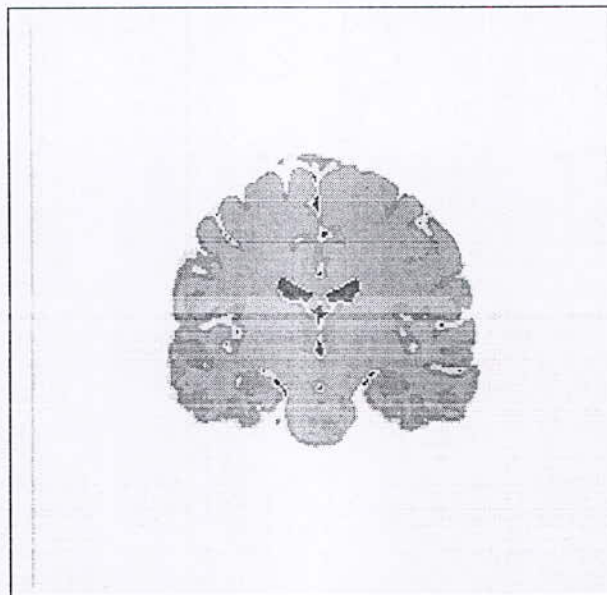
(b)



(c)

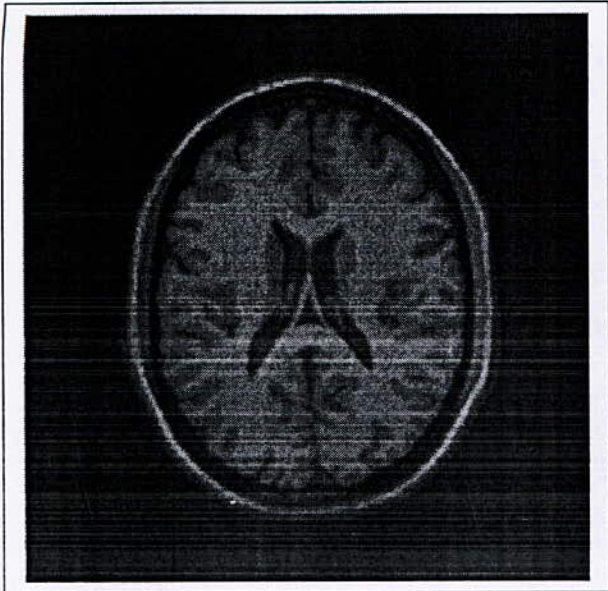


(d)



(e)

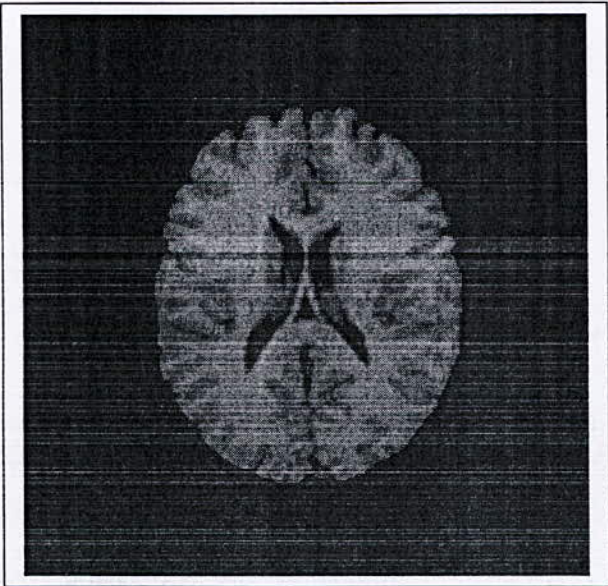
Figure 3.20 segmentation d'image Coronale avec 40% de bruit, 3% de non uniformité. Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d) segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.



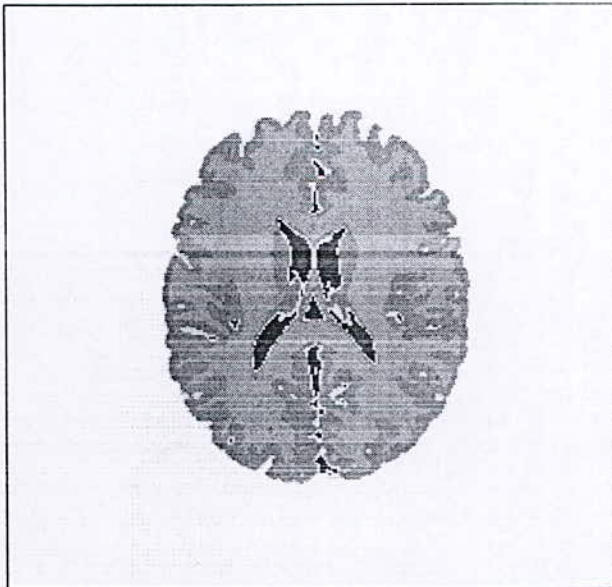
(a)



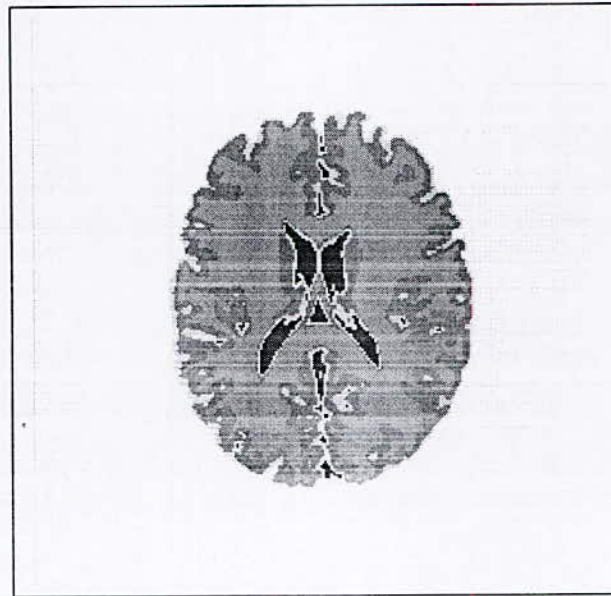
(b)



(c)

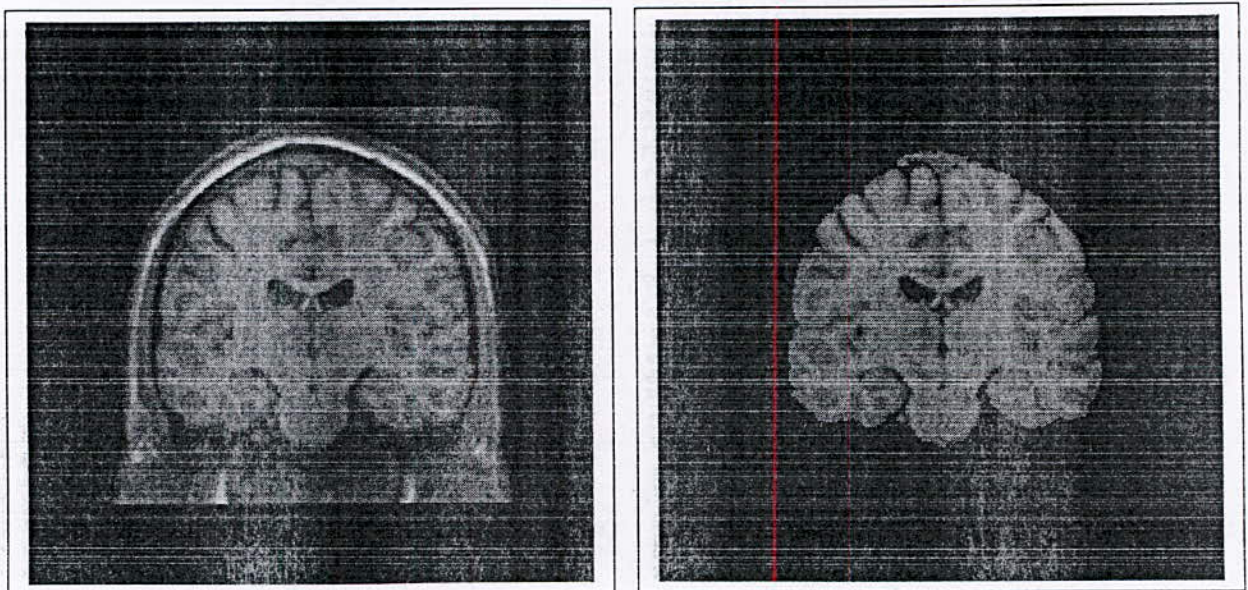


(d)



(e)

Figure 3.21 segmentation d'image Transversale avec 20% de bruit, 5% de non uniformité.
Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d) segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.



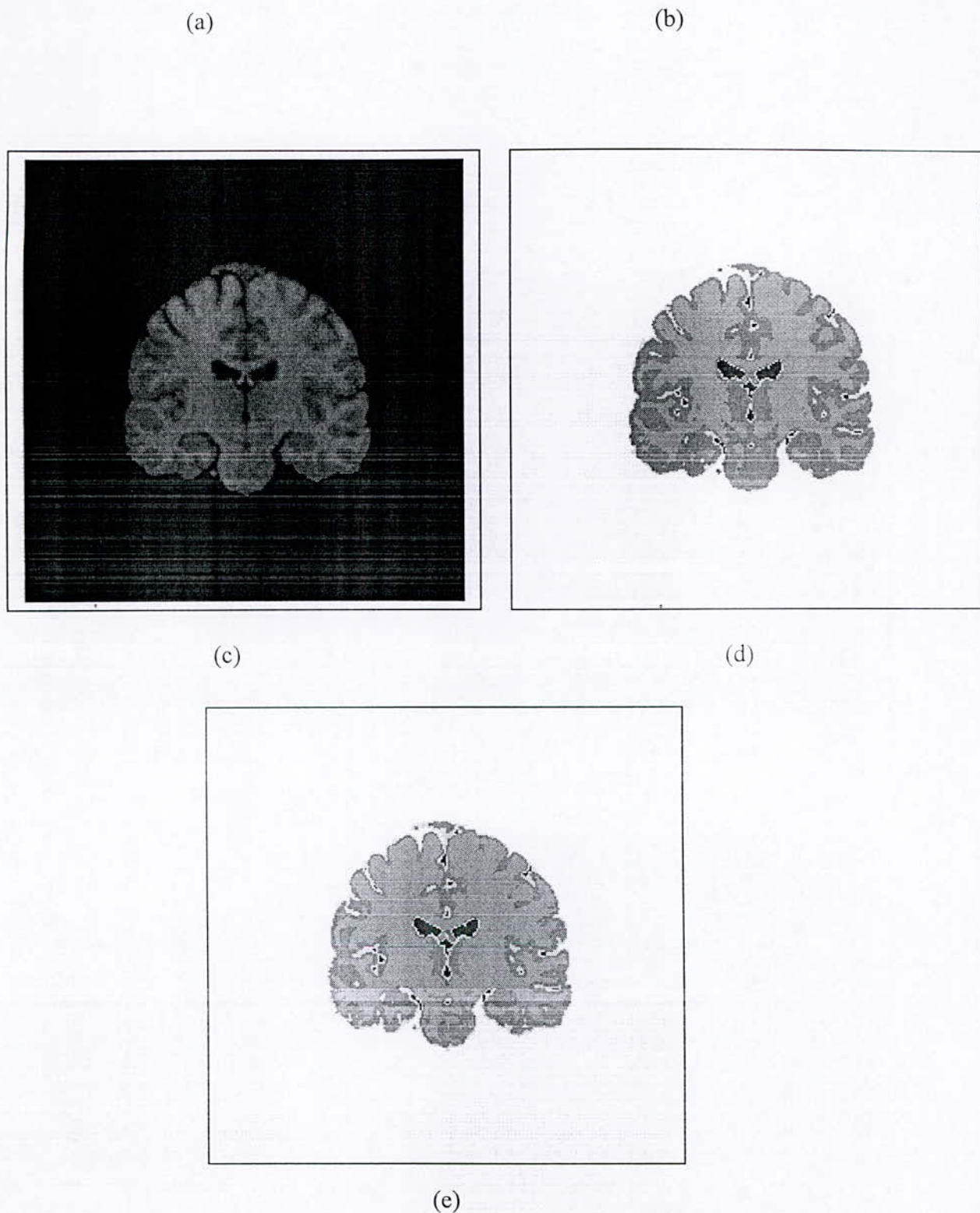
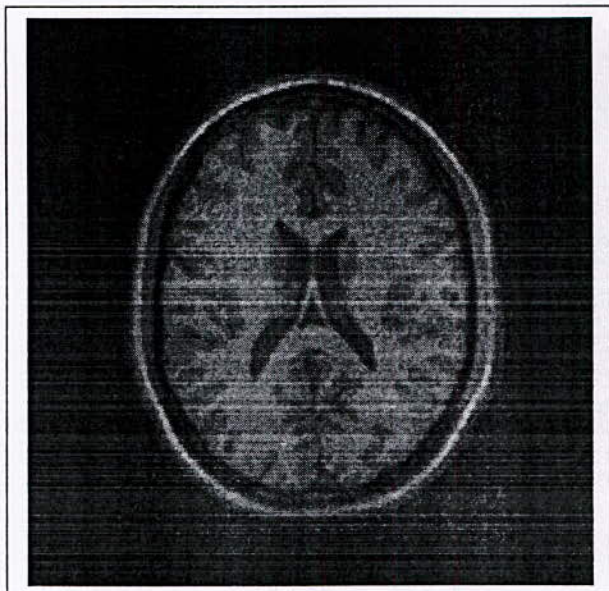
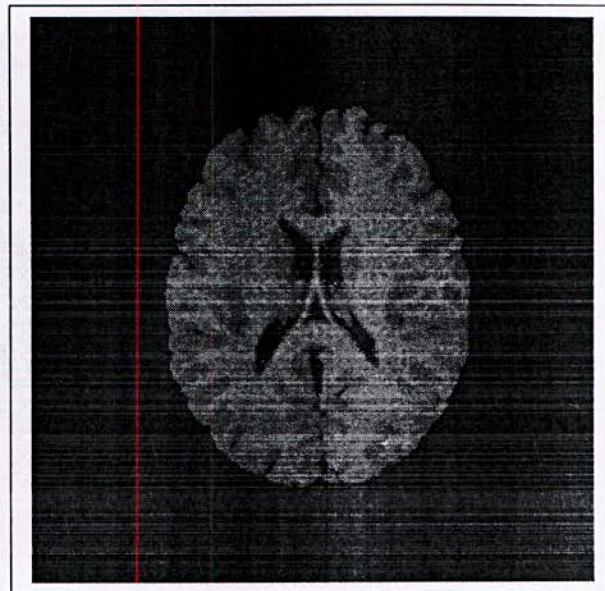


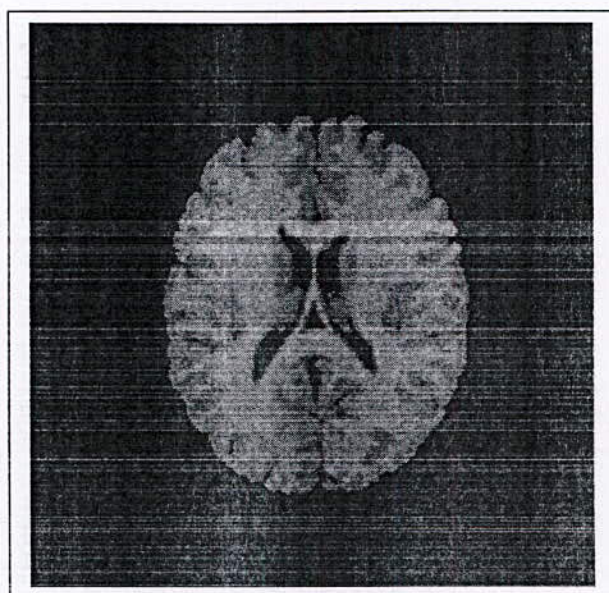
Figure 3.22 segmentation d'image Coronale avec 20% de bruit, 5% de non uniformité. Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d) segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.



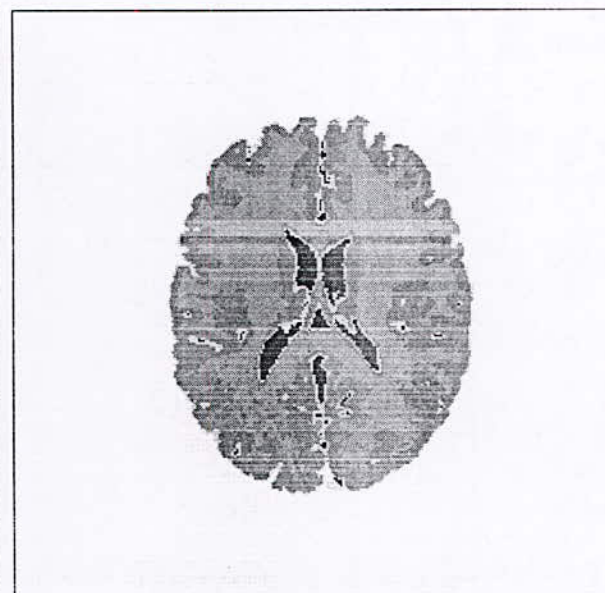
(a)



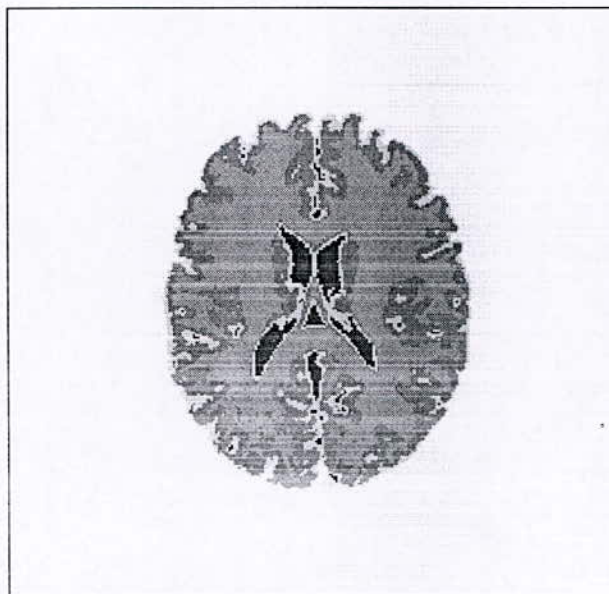
(b)



(c)

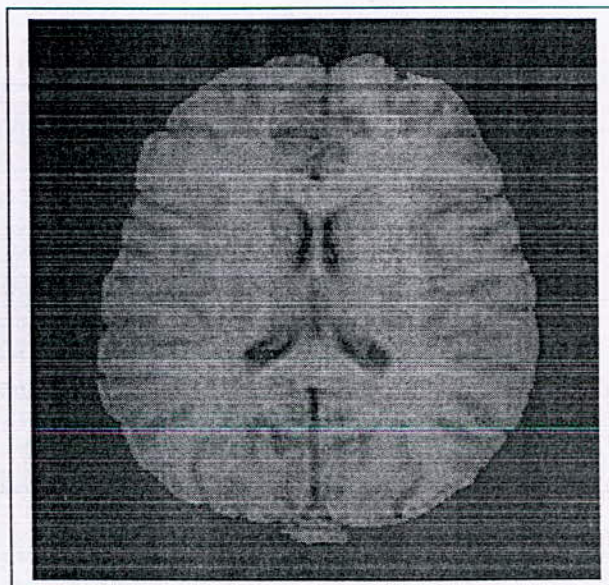
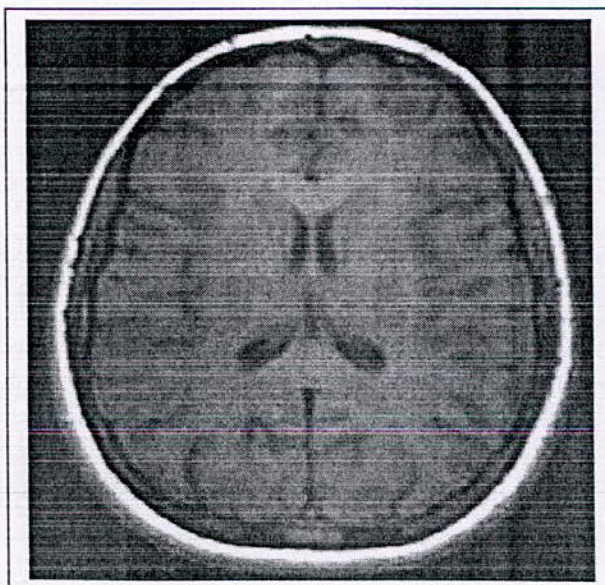


(d)



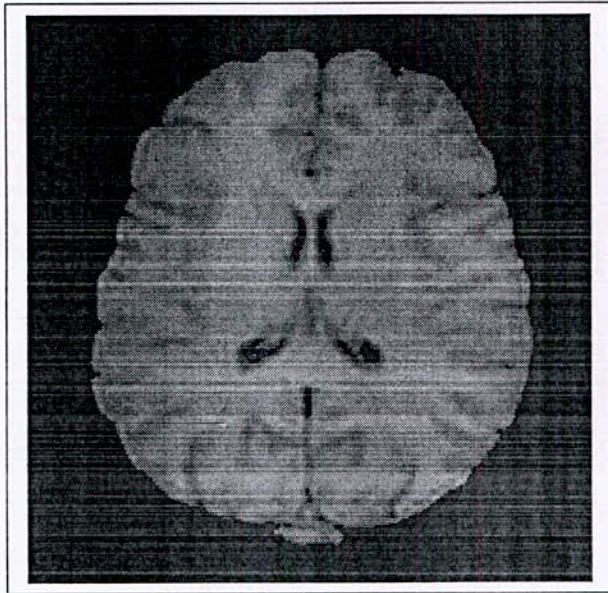
(e)

Figure 3.23 segmentation d'image Transversale avec 40% de bruit, 7% de non uniformité.
Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d)
segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.



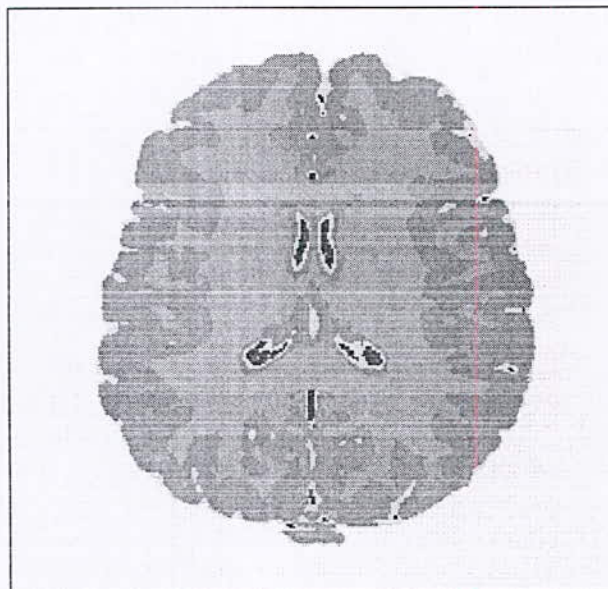
(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

Figure 3.24 segmentation d'image Transversale réelle. Avec (a) image initiale, (b) la présegmentation, (c) débruitage par les ondelettes, (d) segmentation par la transformée de HSV, (e) segmentation par croissance de régions.

3 Conclusion

	20% bruit, 5% non uniformité		40% bruit, 3% non uniformité		40% bruit, 7% non uniformité	
	HSV	Croissance de régions	HSV	Croissance de régions	HSV	Croissance de régions
MG	81,21%	82,23%	89,04%	87,07%	70,64%	76,86%
MB	70,65%	81,35%	85,23%	85,23%	62,7%	78,49%
LCR	70,59%	70,59%	79,46	79,46%	69,15%	69,15%

Tableaux 3.1 résultat de la segmentation

Nous remarquons : la HSV et la croissance de régions, ne donnant pas de résultats très différents. Saufé que la transformée de HSV donne au maximum six classes et la segmentation par croissance de régions donne un maximum de quatre classes.

Chapitre IV

Détection de contour par ondelette

4.1 Introduction

Il existe plusieurs méthodes pour extraire les frontières entre régions. Pour certaines d'entre elles, les contours extraits peuvent être ni minces (d'épaisseur supérieure à 1 pixel) ni fermés. Les méthodes dérivatives, surfaciques et morphologiques calculent une approximation des dérivées première ou seconde qu'il faut ensuite seuiller pour obtenir les contours proprement dits.

Les nombreuses techniques de seuillage adaptatif, de suivi de contours, restent lourdes dans leur mise en œuvre sur des contours sur-segmentés difficilement exploitables.

Dans le cadre de notre travail, nous avons utilisé une méthode basée sur « les ondelettes » pour la détection de contours, les étapes suivies sont décrites comme suit :

- Transformation de l'image en niveaux de Gris (256 niveaux)
- Binarisation de l'image à niveaux de gris
- Transformation par ondelette de l'image binaire
- Détection de contours

Nous allons dans ce qui suit, décrire chacune de ces étapes.

4.2 Transformation de l'image en niveaux de gris

Le principe de la transformation d'une image quelconque en image à niveaux de gris, se fait à partir d'une image initiale colorée (R, V, B), elle est codée sur 24 bits dont 8 bits pour le Rouge (R), 8 bits pour le Vert (V) et 8 bits pour le Bleu (B). Toute image en niveaux de gris doit satisfaire la condition suivante :

$$T = R = V = B$$

Donc l'image devient codée sur 8 bits (256 niveaux). Initialement les valeurs de l'image étaient $R \neq V \neq B$ donc T devient

$$T = \frac{R + V + B}{3}$$

Ainsi, les nouvelles valeurs de R, V et B sont :

$$R = T, V = T, B = T$$

Remarque :

Si nous avons une région de l'image dans le système RGB = (255, 0, 0), et une autre région RGB = (0, 255, 0). La valeur de T pour la première région est la même que pour la deuxième. Pour cela nous avons utilisé la transformée NTSC (National Television Systems Committee) donnant la nouvelle valeur de T est :

$$T = 0,3 \times R + 0,59 \times V + 0,11 \times B$$

4.3 Binarisation

La binarisation d'une image initiale se fait en la codant sur deux niveaux (un bit) à partir d'un seuil, le choix du seuil et obtenu par l'histogramme de l'image à niveaux de gris.

4.4 Ondelettes [9]

Nous avons vue dans le premier chapitre les différentes familles d'ondelettes, la famille d'ondelettes que nous utilisons est celle de **Haar**.

4.4.1 L'ondelette de Haar

Dans cette section nous présenterons les notions de base liées à la transformation de Haar..

D'abord, nous devons définir le type de signaux que nous analyserons avec la transformée en ondelette de Haar.

Un signal discret est une fonction de temps avec des valeurs se produisant aux instants discrets. Généralement, nous exprimerons un signal discret sous la forme : $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$,

où n est un nombre entier positif auquel nous nous référerons comme la longueur de f . Comme toutes les transformations par ondelettes, l'ondelette Haar décompose un signal discret en deux signaux de moitié de sa longueur. Un signal est un moyen ou une tendance courante (signal d'approximation) ; l'autre signal est une différence ou une fluctuation courante (signal de détail).

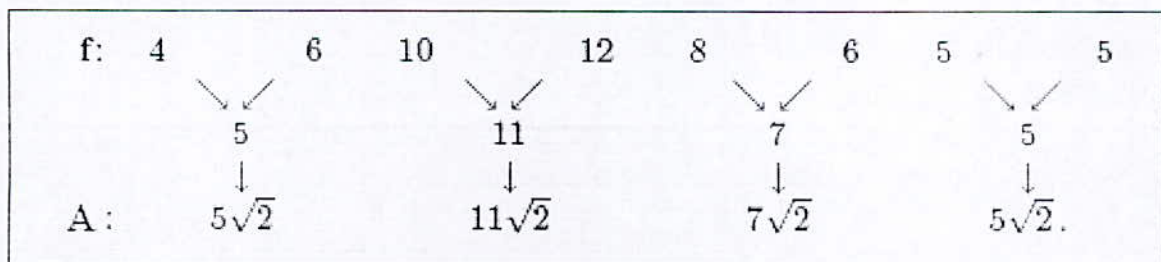
Commençons en examinant le signal d'approximation, $A_i = (A_1, A_2, \dots, A_{n/2})$, parce que le signal f est calculé en prenant une moyenne courante de la façon suivante :

Sa première valeur, A_1 , est calculée en prenant la moyenne des deux premières valeurs de f : $\frac{f_1 + f_2}{2}$, et puis sa multiplication par $\sqrt{2}$. C'est-à-dire, $A_1 = \frac{f_1 + f_2}{\sqrt{2}}$. De même, sa prochaine valeur A_2 est calculée en prenant la moyenne des deux prochaines valeurs de f : $\frac{f_3 + f_4}{2}$, et puis une multiplication par $\sqrt{2}$. C'est-à-dire, $A_2 = \frac{f_3 + f_4}{\sqrt{2}}$. Nous continuons de cette façon ; toutes les valeurs de A_i sont produites en prenant des moyennes des paires successives des valeurs de f , et puis en multipliant ces moyennes par $\sqrt{2}$. Une formule précise pour les valeurs de A_i est

$$A_m = \frac{f_{2m-1} + f_{2m}}{\sqrt{2}}, \text{ pour } m = 1, 2, 3, \dots, n/2. \quad (4.1)$$

Par exemple supposons f définie par les huit valeurs, $f = (4, 6, 10, 12, 8, 6, 5, 5)$, le signal d'approximation est $A = (5\sqrt{2}, 11\sqrt{2}, 7\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$.

Ce résultat peut être obtenu en utilisant la formule (4.1) ou il peut être calculé comme indiqué dans le diagramme suivant :



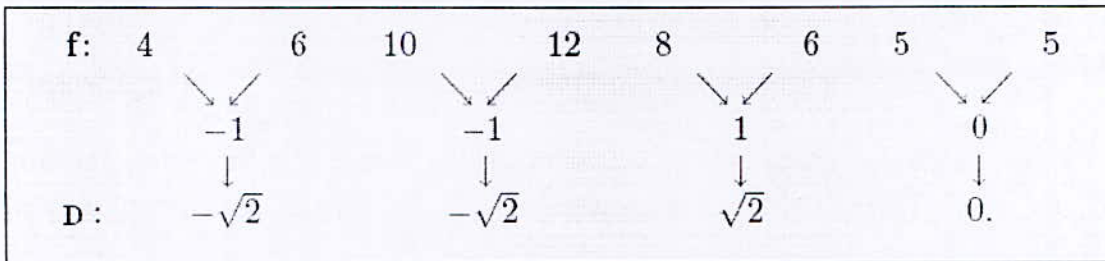
L'autre signal s'appelle les détails. Le signal de détails du signal f , dénoté $D_1 = (D_1, D_2, \dots, D_{n/2})$, est calculé en prenant une différence courante de la façon suivante. Sa première valeur, D_1 , est calculée en prenant la moitié de la différence des premières paires des valeurs de f : $\frac{f_1 - f_2}{2}$, et sa multiplication par $\sqrt{2}$. C'est-à-dire, $D_1 = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{2}}$. De même, sa prochaine valeur D_2 est calculée en prenant la moitié de la différence des prochaines paires des valeurs

de f : $\frac{f_3 - f_4}{2}$, et une multiplication par $\sqrt{2}$. En d'autres termes, $D_2 = \frac{f_3 - f_4}{\sqrt{2}}$. Nous

continuons de cette façon, toutes les valeurs de D_i sont produites selon la formule suivante :

$$D_m = \frac{f_{2,m-1} - f_{2,m}}{\sqrt{2}}, \text{ pour } m = 1, 2, 3, \dots, N/2. \tag{4.2}$$

Par exemple, pour le signal $f = (4, 6, 10, 12, 8, 6, 5, 5)$ considéré ci-dessus, son vecteur détail D est $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$. Ce résultat peut être obtenu en utilisant la formule (4.2), ou il peut être calculé comme indiqué ci dessous :



4.4.2 Transformations d'ondelettes bidimensionnelles

Jusqu'à présent nous avons travaillé avec les signaux unidimensionnels, mais l'analyse d'ondelette peut être faite pour toutes les dimensions. Les idées essentielles, cependant, sont identiques en bidimensionnel. Dans cette section nous commencerons notre traitement de l'analyse d'ondelette 2D. Plusieurs des idées fondamentales sont semblables au cas 1D ; ainsi nous ne répéterons pas les formules semblables mais plutôt le foyer sur les nouvelles idées qui sont nécessaires pour le cas 2D.

Les données 2D avec lesquelles nous travaillerons sont des images discrètes. Une image discrète f est une image de N lignes et de M colonnes :

$$f = \begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N,1} & f_{N,2} & \dots & f_{N,M} \end{pmatrix}$$

Une transformation d'ondelettes d'une image f est définie, en utilisant les transformations d'ondelettes 1D que nous avons discutées, en exécutant les deux étapes suivantes :

Étape 1. Exécuter la transformation d'ondelettes 1D, sur chaque ligne de f , produisant de cette transformation une nouvelle image.

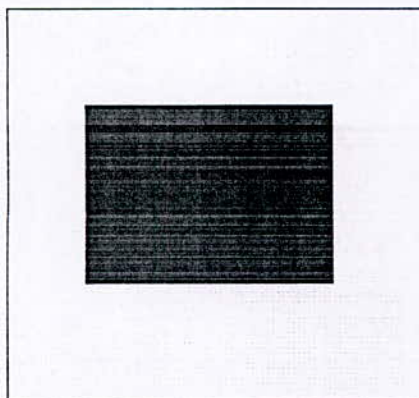
Étape 2. Sur la nouvelle image obtenue à partir de l'étape 1, exécuter la même transformation par ondelettes 1D sur chacune de ses colonnes.

La transformation en ondelettes de l'image f peut être symbolisée comme suit :

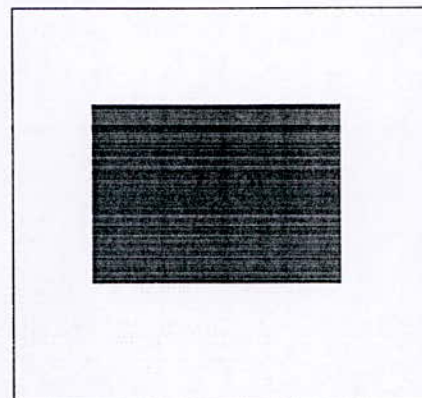
$$f \rightarrow \begin{pmatrix} D & : & H \\ \dots & & \dots \\ V & : & A \end{pmatrix}$$

Où D , H , A , et V possèdent $N/2$ lignes et $M/2$ colonnes. Nous discutons à présent la nature de chacune de ces images.

Pour l'image A (image d'approximation) nous appliquons la formule (4.1) pour les lignes de f suivies du calcul des colonnes par la même formule. Par exemple, sur la figure 4.1 (a) nous montrons une image simple d'essai d'un rectangle, et sur le schéma 4.2 (b) nous montrons son image d'approximations. Pour l'image H (image de détail horizontal) on utilise la formule (4.1) pour chaque ligne de l'image f suivie d'un calcul par la formule (4.2) pour les colonnes. En conséquence, partout où il y a les bords horizontaux dans une image, la formule (4.2) pour les colonnes peut détecter ces bords. Comme cela est présenté sur la figure 4.1 (c). L'image V (image détail vertical) est semblable à H , sauf que les rôles d'horizontal et de la vertical sont renversés. Sur le schéma 4.1 (d), l'image D (image détail diagonal) est semblable à A , sauf que nous utilisons la formule (4.2) pour les lignes et les colonnes, elle est présentée en 4.1 (e)



(a)



(b)

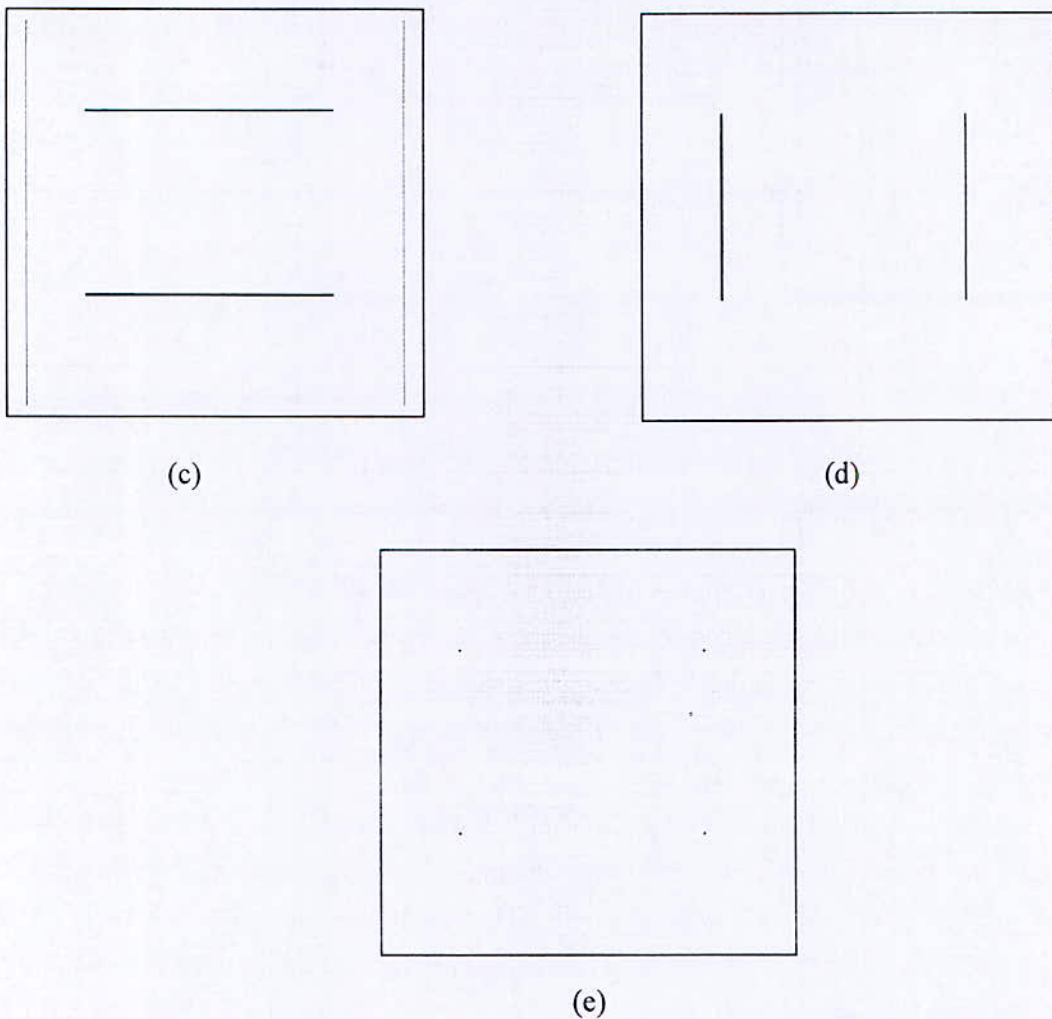


Figure 4.1 Transformée d'ondelette de Haar, (a) image originale de taille 160×160 pixels, (b) image d'approximation de taille 80×80 pixels, (c) image détail horizontal de taille 80×80 pixels, (d) image détail vertical de taille 80×80 pixels et (e) image détail diagonal de taille 80×80 pixels.

4.5 Pourquoi la transformée de Haar

Nous avons vu dans la figure 4.1 les trois détails, et nous remarquons que l'image verticale donne la transition verticale entre deux niveaux de gris différents. Ainsi, elle donne la composante verticale du contour de l'image. De même pour l'image de détail horizontal, elle donne la composante horizontale du contour de l'image, et l'image diagonale donne la composante diagonale du contour de l'image. Nous remarquons que l'épaisseur du contour est

de un pixel, l'image d'approximation présentant le zoom de l'image initiale. La figure 4.2 présente le principe du calcul de la composante horizontale.

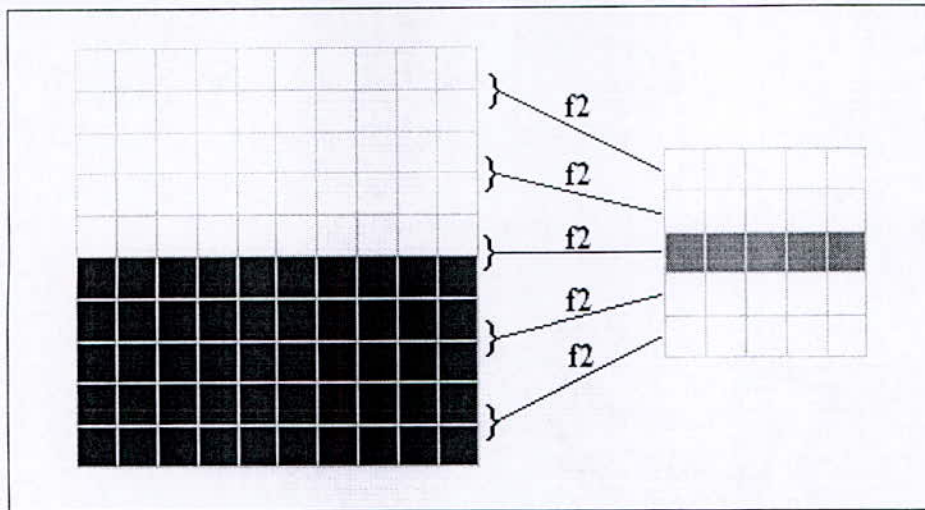


Figure 4.2 : calcul de la composante horizontale, $f_2 = \frac{f_{2,m-1} - f_{2,m}}{\sqrt{2}}$

Le principe de la détection de contours est de rassembler les trois détails ; composante verticale qui donne le contour vertical de l'image, composante horizontale qui donne le contour horizontal de l'image et la composante diagonale qui donne le contour diagonal de l'image. Pour construire le contour de l'image nous rassemblons les trois composantes, la figure 4.3 représente la détection de contours ou l'assemblage des trois composantes :

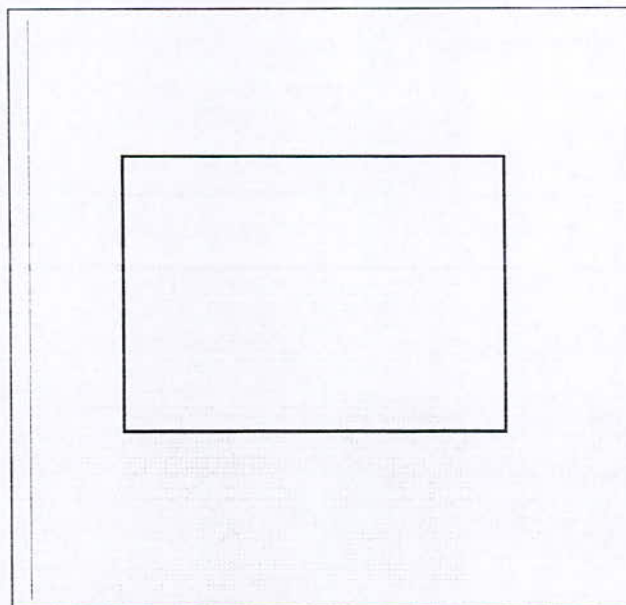


Figure 4.3 : assemblage des trois composantes (Verticale, horizontale et diagonale)

4.6 Détection de contours :

Nous remarquons que l'ondelette de Haar donne un contour exact et l'image est compressée (la taille finale est égale à la moitié de la taille initiale), mais l'inconvénient de la transformée d'ondelette de Haar est qu'elle donne un contour discontinu, si nous appliquons cette méthode pour une image géométrique déformée comme présenté dans la figure 4.4 (a) nous obtenons le résultat donné en figure 4.4 (b).

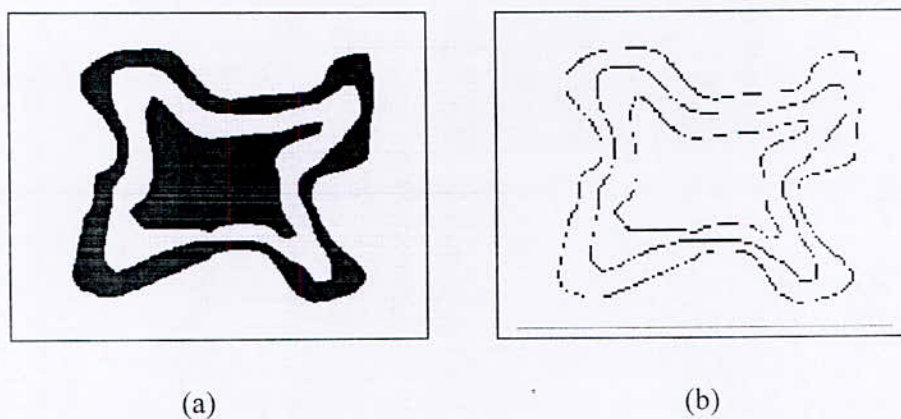
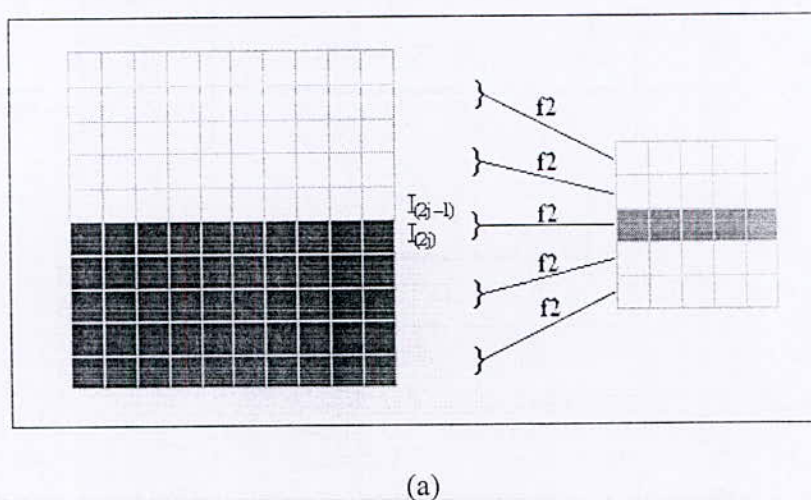
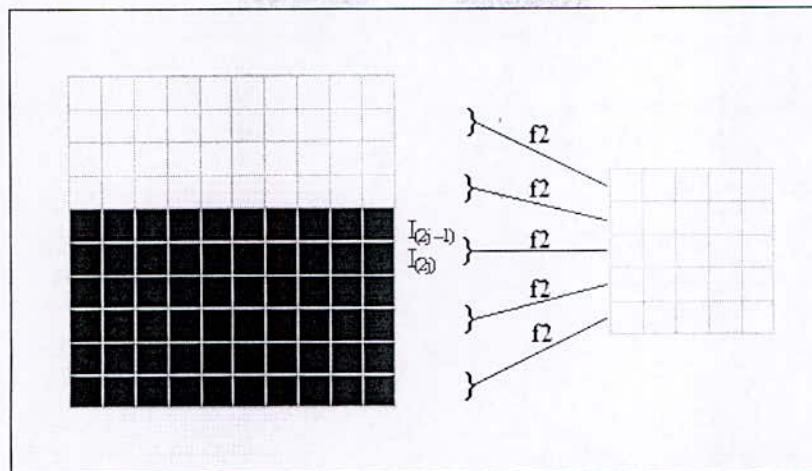


Figure 4.4 : (b) détection de contour par l'ondelette de Haar de l'image (a)

L'explication de cette discontinuité est : si la position de la différence de niveaux de gris est paire pour la verticale ou pour l'horizontale, la transformée de Haar ne détecte pas le contour, et si la position de la différence de niveaux de gris est impaire l'ondelette de Haar ne détecte pas le contour comme présenté dans la figure 4.5

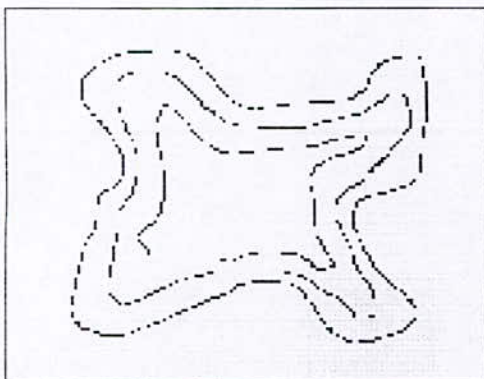




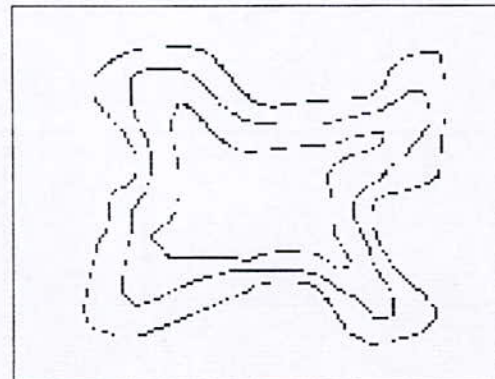
(b)

Figure 4.5 : détection de contour par l'ondelette Haar pour (a) la différence de niveaux de gris et paire et (b) la différence de niveaux de gris est impaire

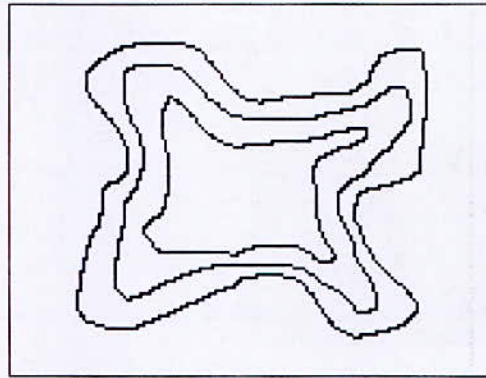
Donc la détection de contour ne se fait pas si la position de la différence de niveaux de gris est paire, la solution est que nous enlevons ou nous ajoutons un pixel autour de l'image initiale donc les positions de la différence de niveaux gris paire devient impaire et la position de la différence de niveaux de gris impaire devient paire, et on fait la transformation d'ondelette Haar et on remplace les détails pour construire une détection de contour pour les positions de la différence de niveaux de gris impaire de l'image initiale, finalement pour construire un contour idéal (pas de discontinuité et l'épaisseur de l'image et de un pixel) nous faisons la superposition entre les deux contours, comme présenté sur la figure 4.6



(a)



(b)



(c)

Figure 4.6 : (a) détection de contour pour la position de transition paire, (b) détection de contour pour la position de transition impaire et (c) la superposition de (a) et (b).

4.7 Application de la détection de contours aux images de chromosomes

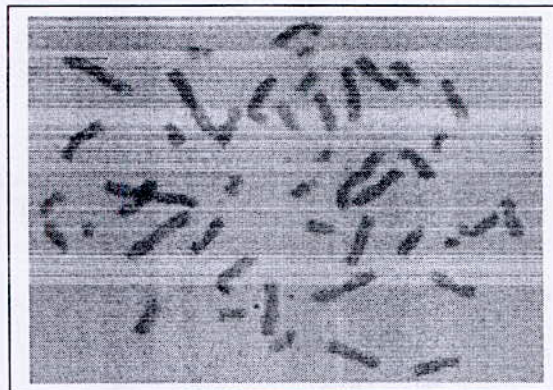


Figure 4.7 (a) : image microscopique des chromosomes

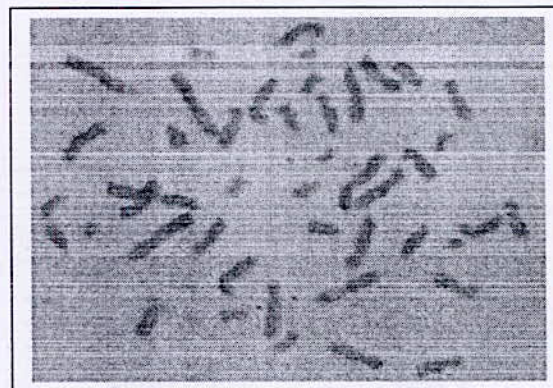


Figure 4.7 (b) : transformation en niveaux de gris

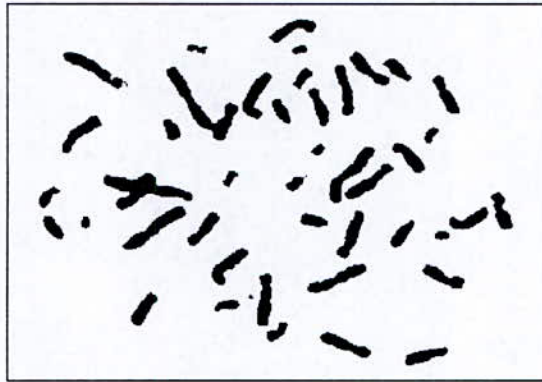


Figure 4.7 (c) : binarisation de l'image à niveaux de gris

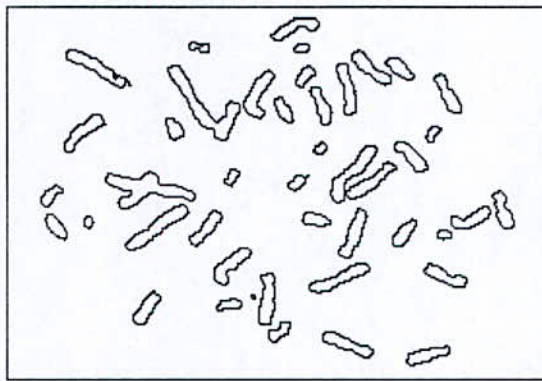


Figure 4.8 (d) : détection de contour de l'image binarisée

4.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la manière de faire une détection de contours sur une image médicale, ceci se faisant grâce à la transformation en ondelettes.

Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Harr donnant de bons résultats sur des images médicales. Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie et les lois de la méthode de Harr, nous avons par la suite, expliqué l'utilisation de cette méthode dans la détection de contours.

Quelques résultats sont alors présentés, la détection de contours étant appliquée sur des images microscopiques de chromosomes humains. Les images sont tout d'abord filtrées, binarisées, ensuite le contour est détecté à partir des images binaires. Les résultats obtenus sont satisfaisants.

Chapitre V :

Présentation Des Logiciels

1 Introduction :

Le but principal de ce modeste travail, est la conception de trois logiciels effectuant la segmentation d'images IRM par ondelettes, la détection de contours par ondelette et la transformation d'ondelette d'images à niveaux de gris avec la fonction d'ondelette choisie. Pour atteindre ce but, nous avons été amené à utiliser deux types de langages de programmation à savoir : le langage Builder C++ 5.3 et le logiciel Matlab 7.01

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter brièvement les différents logiciels utilisés, en expliquant leur choix et les avantages qu'ils présentent. Puis nous passerons à la présentation des logiciels que nous avons développé. Dans cette partie, nous allons exposer les différentes palettes (pages) qui constituent le logiciel et expliquer le rôle de chacune d'entre elles.

2 Logiciels utilisés :

2-1 Builder C++ :

Tout d'abord C++ est un outil RAD, c'est à dire tourné vers le développement rapide d'applications (Rapid Application Development) sous Windows. En un mot, C++ Builder permet de réaliser de façon très simple l'interface des applications et de relier aisément le code utilisateur aux événements Windows, quelle que soit leur origine (souris, clavier, événement système, etc.) Pour ce faire, C++ Builder repose sur un ensemble très complet de *composants visuels* prêts à l'emploi. La quasi-totalité des contrôles de Windows (boutons, boîtes de saisies, listes déroulantes, menus et autres barres d'outils) y sont représentés, regroupés par famille. Leurs caractéristiques sont éditables directement dans une fenêtre spéciale intitulée *éditeur d'objets*. L'autre volet de cette même fenêtre permet d'associer du code au contrôle sélectionné. Il est possible d'ajouter à l'environnement de base des composants fournis par des sociétés tierces et même d'en créer soit même. Un outil RAD

c'est également un ensemble de *squelettes* de projets qui permettent de créer plus facilement une application SDI ou MDI , une DLL , des objets OLE , etc. A chacun de ces squelettes est habituellement associé un *expert* qui par une série de boîtes de dialogues permet de fixer une partie des options essentielles à la réalisation du projet associé.

Ainsi, c'est pour la simplicité de son utilisation et pour la diversité des objets (prés à l'emploi) qu'il offre, que nous nous sommes intéressés au langage Builder C++. La figure 5.1 représente l'espace de travail du langage Builder C++.

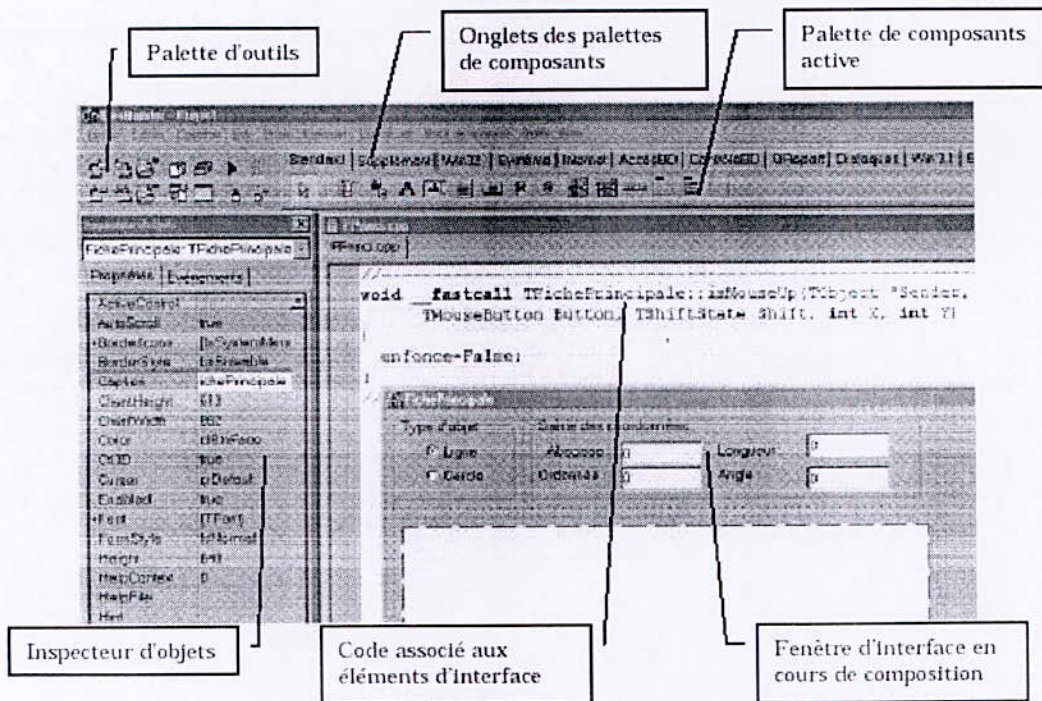


Figure 4.1 : Espace de travail du langage Builder C++

2-3 Matlab :

Le logiciel Matlab consiste en un langage interprété qui s'exécute dans une fenêtre dite *d'exécution*. L'intérêt de Matlab tient, d'une part, à sa simplicité d'utilisation : pas de compilation, déclaration implicite des variables utilisées et, d'autre part, à sa richesse fonctionnelle : arithmétique matricielle et nombreuses fonctions de haut niveau dans de nombreux domaines (analyse numérique, graphique, ...). La programmation sous Matlab consiste à écrire des *scripts* de commandes Matlab, exécutables dans la fenêtre *d'exécution*.

En outre, grâce aux diverses *Toolboxes* spécialisés (ensemble de scripts Matlab), Matlab s'enrichit au fur et à mesure.

3-logiciels développés :

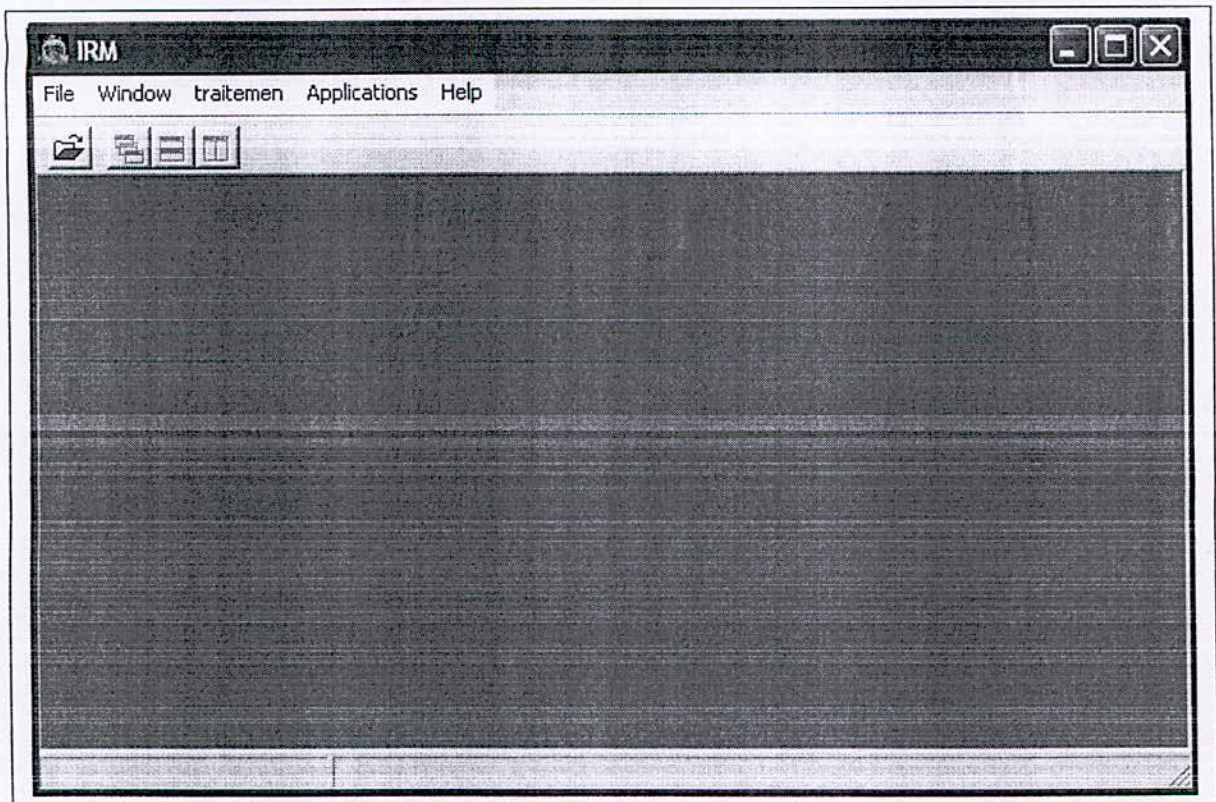
Ces logiciels sont :

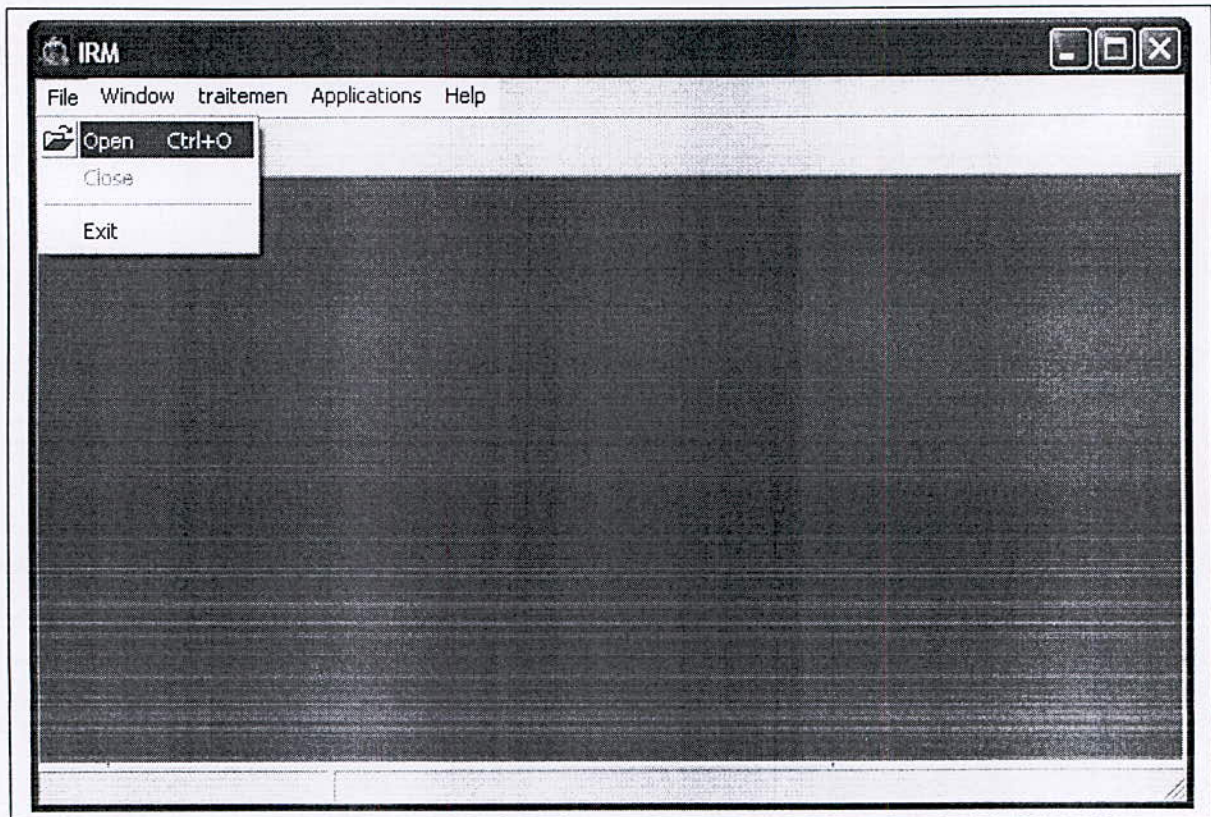
- Segmentation d'image IRM par Ondelette
- Detection de contour par Ondelette
- WAVEMENU

Ces programmes s'exécute sous Windows ce qui permet la facilité d'utilisation.

3-1 Segmentation d'image IRM par Ondelette

On donne ci-dessous l'interface et le résultat de l'exécution de notre programme.

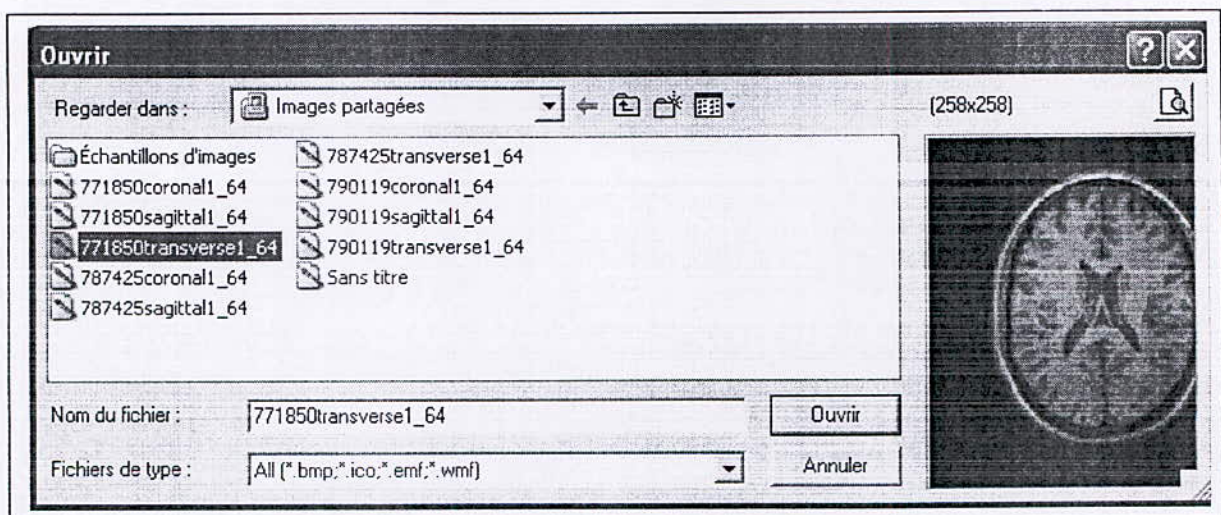




Fenêtre principale du menu

Menu Fichier

Pour le chargement des fichiers, on clique sur l'article Open



Boite de sélection du image à traiter

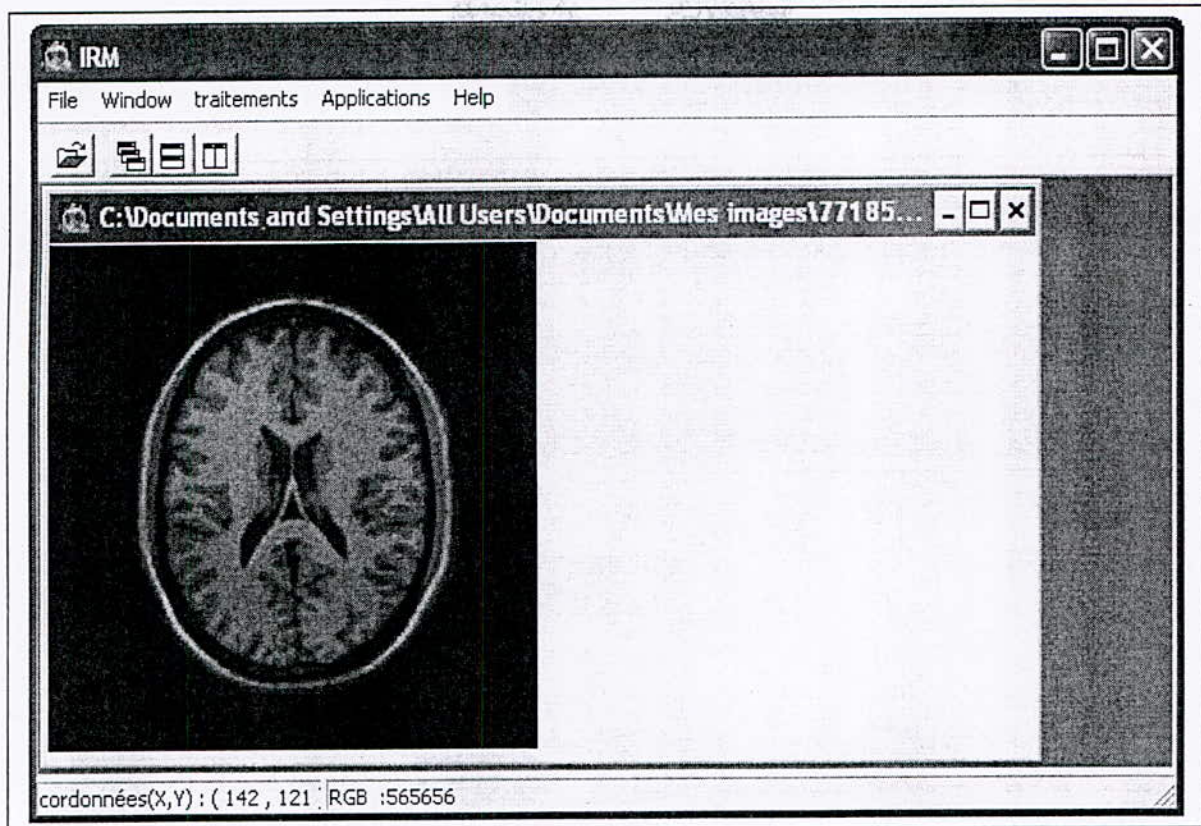
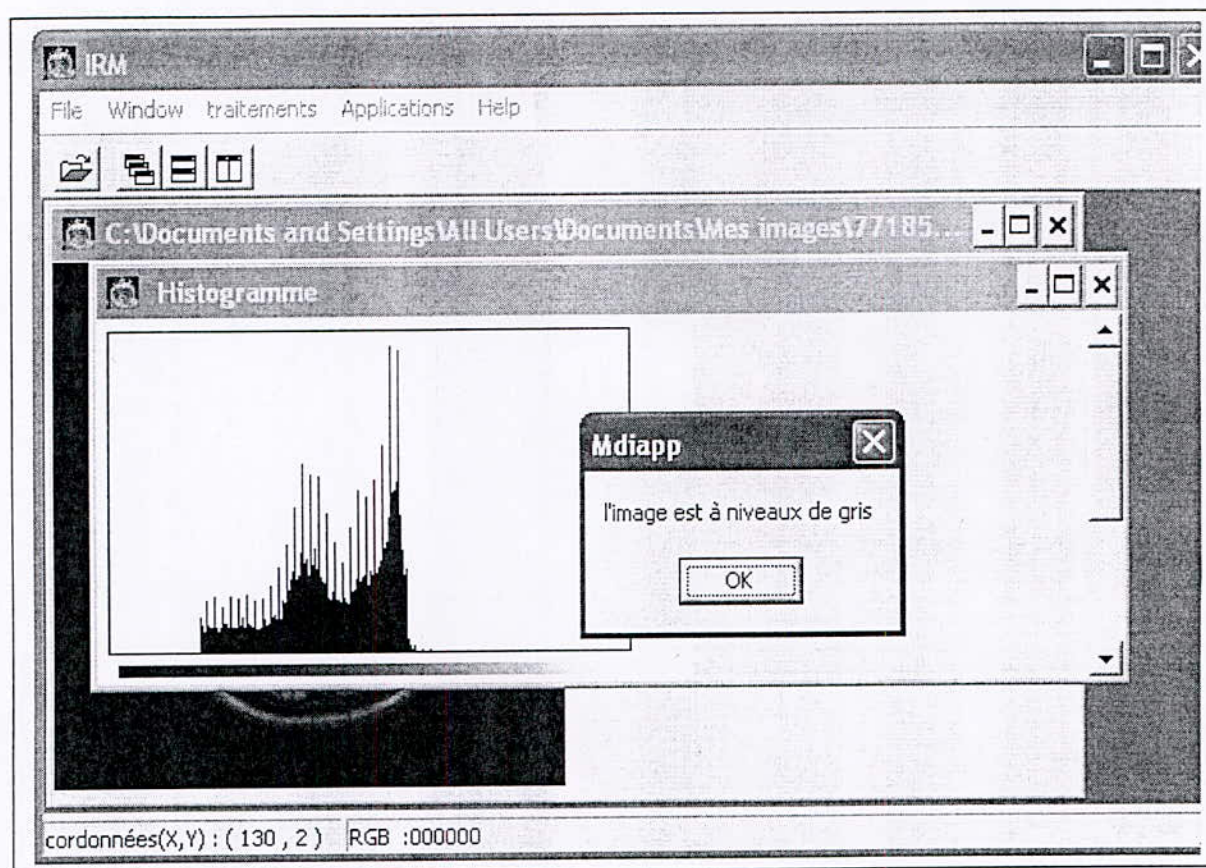


Image Originale.

L'article Close permet de fermer les fenêtres filles et pour mettre fin à l'application on exécute l'article quitter.

Menu traitements

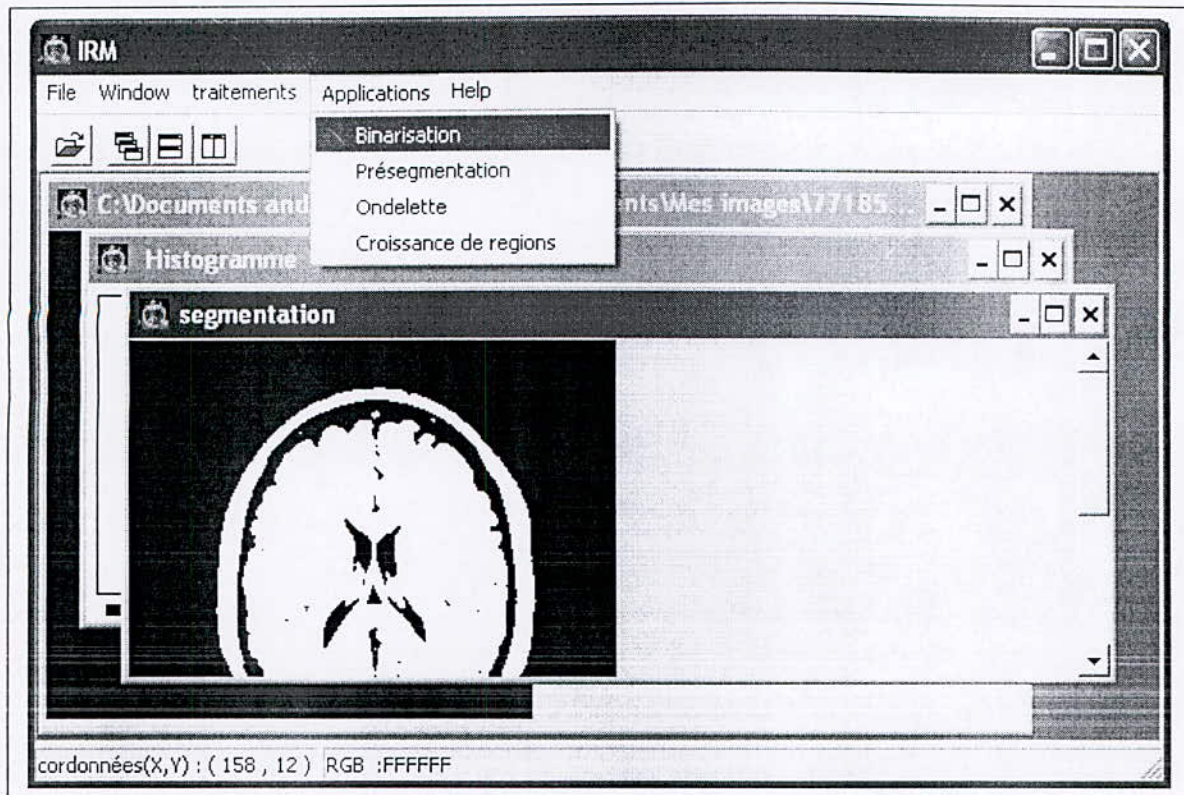
L'activation de cette commande permettra de réaliser les opérations : test des niveaux de gris et zoom de l'image originale.



Test des niveaux de gris et leur Histogramme

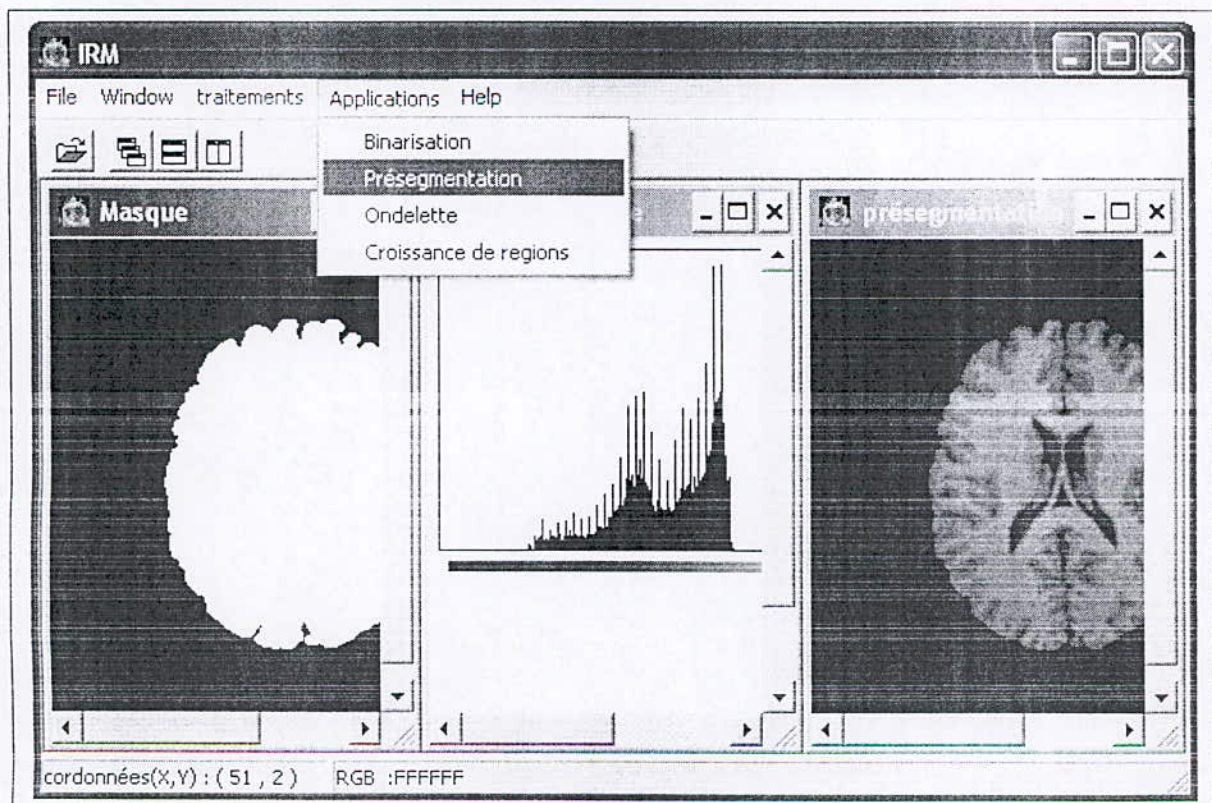
Menu Applications :

L'article Binarisation permet de transformer l'image originale (niveaux de gris) en une image binaire (noir et blanc).



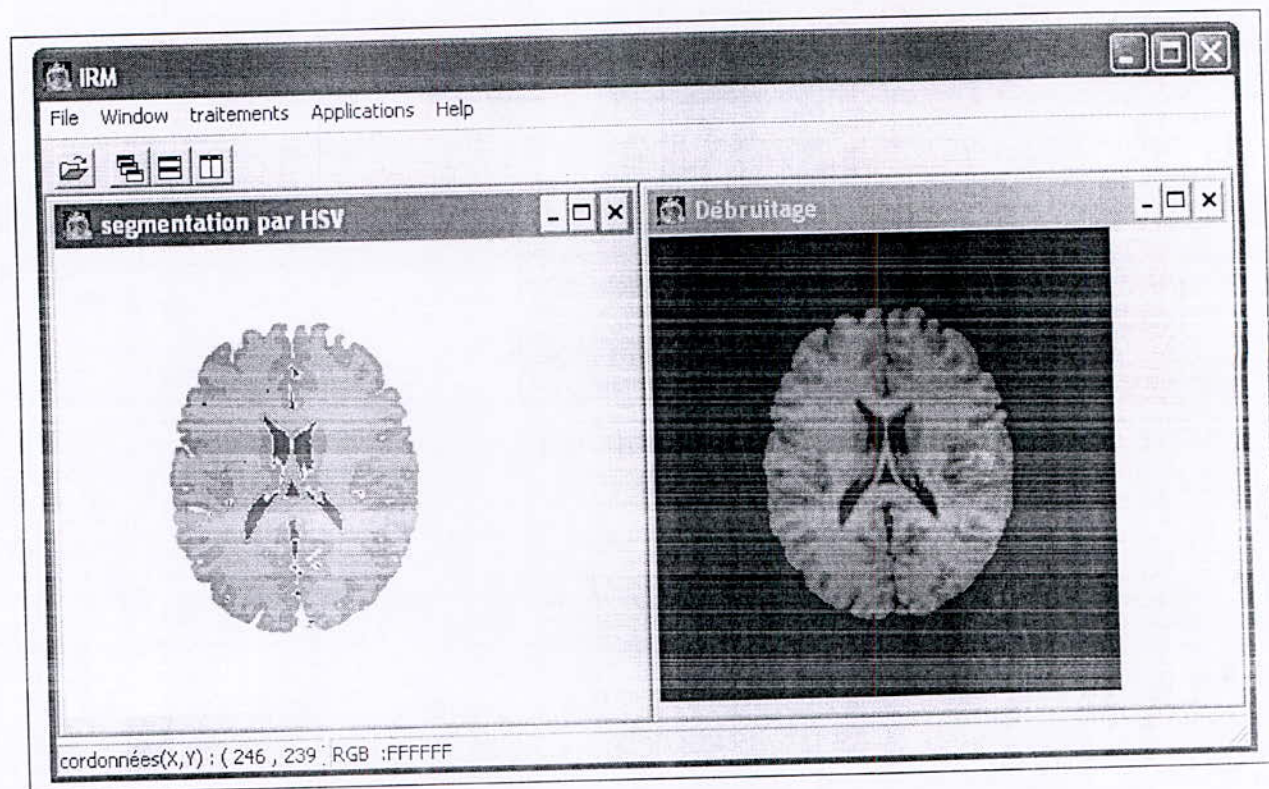
Binarisation de l'image

L'article Présegmentation permet la segmentation de la zone d'intérêt « cerveau ».



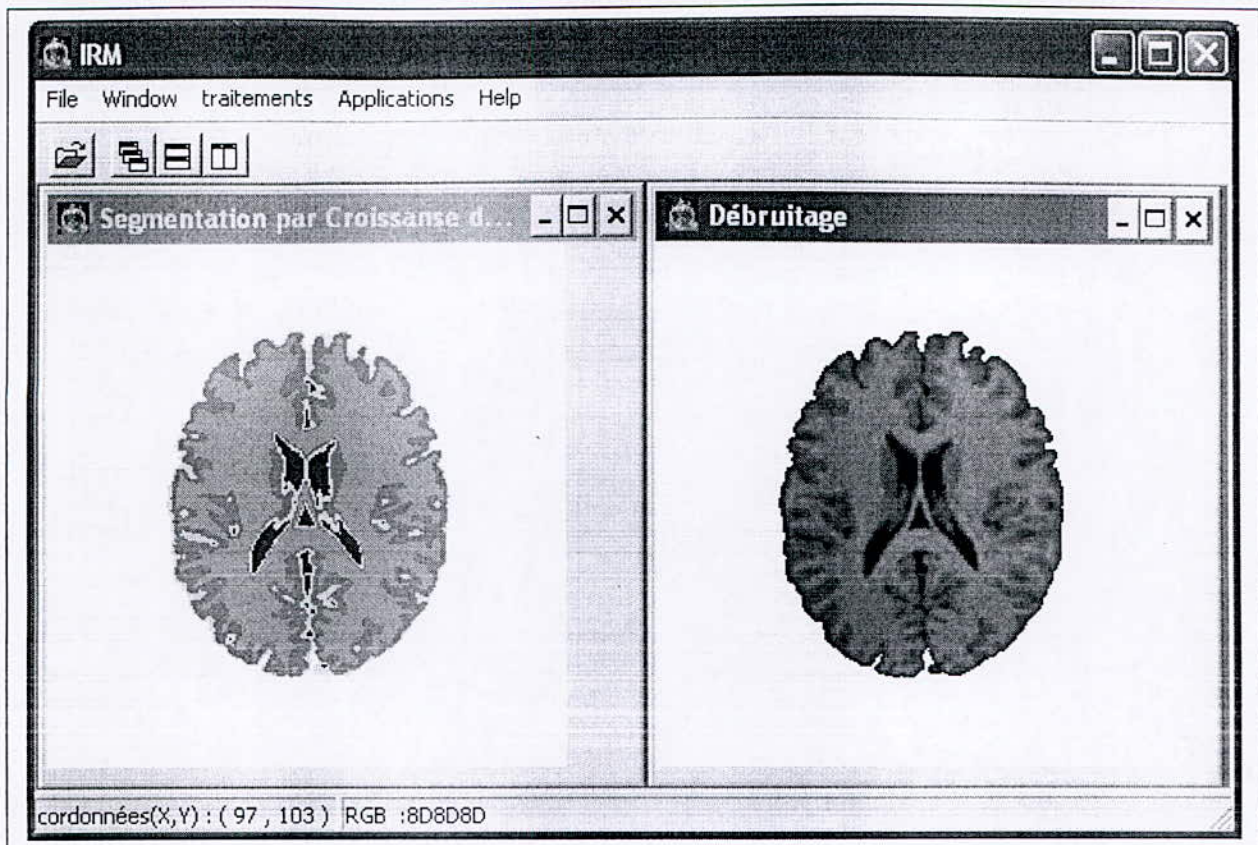
La présegmentation, le masque et leur histogramme

L'article Ondelette effectue l'amélioration de contraste de l'image présegmentée et la segmentation des trois matières par HSV.



Débruitage par l'Ondelette et segmentation par HSV

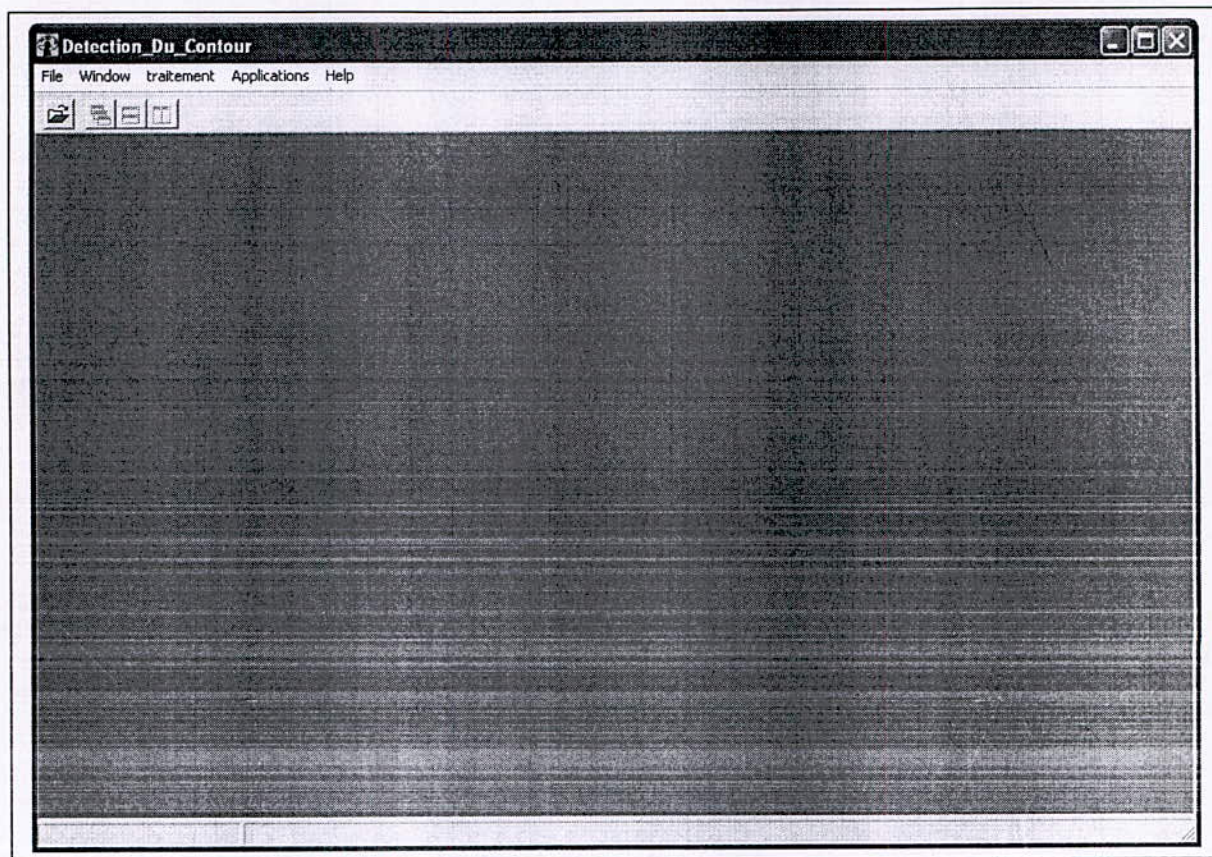
L'article Croissance de régions permet la segmentation des trois matières par croissance de régions de l'image débruitée..

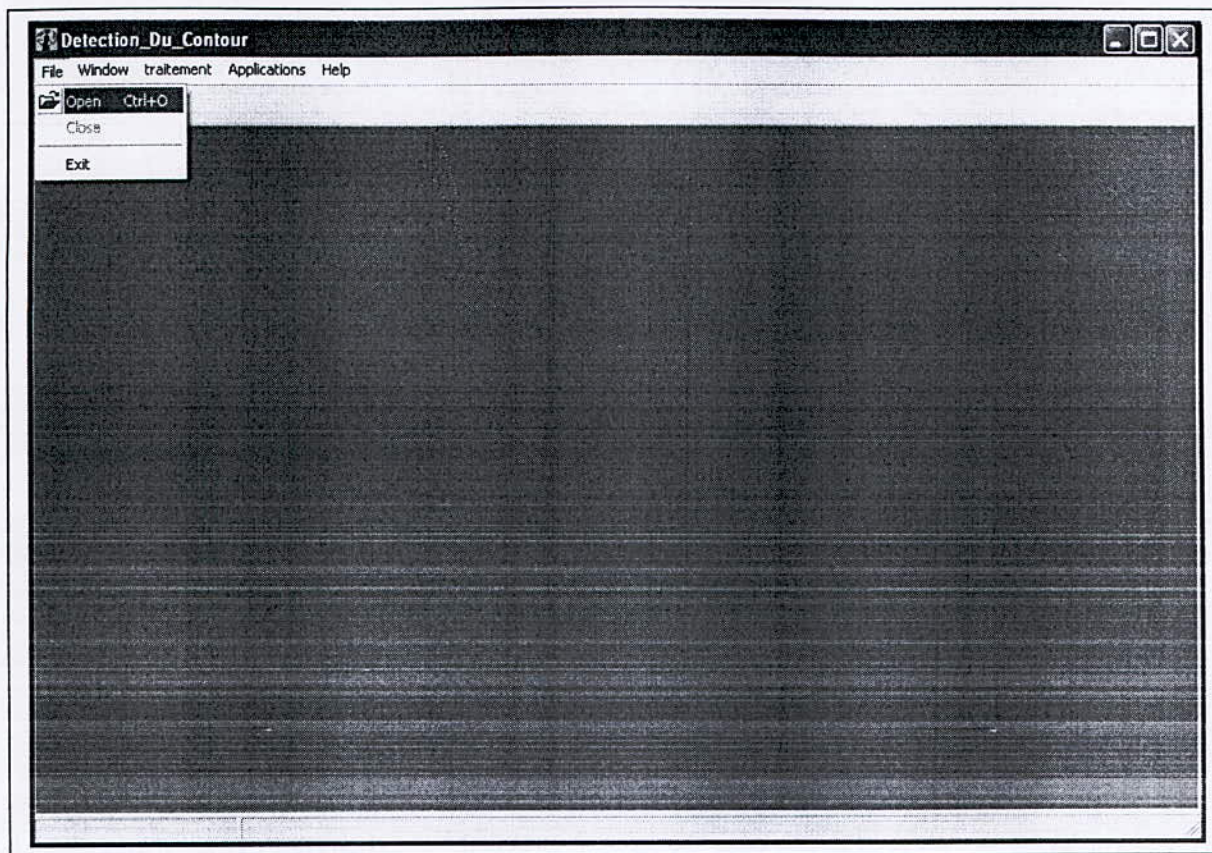


Segmentation par croissance de régions

3-2- Détection de contours par Ondelette

On donne ci dessous le résultat de l'exécution de notre programme.

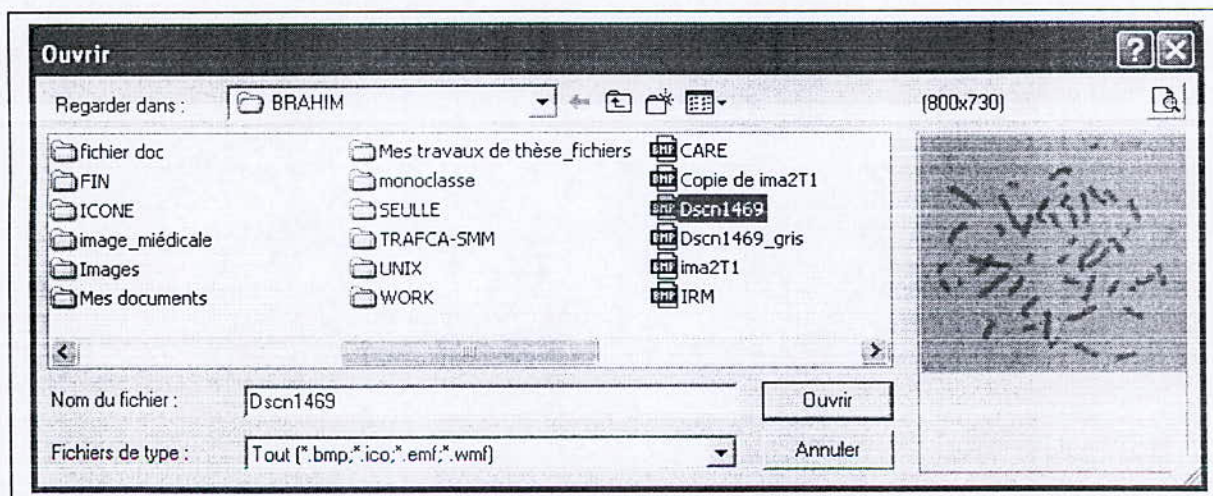




Fenêtre principale du menu

Menu Fichier

Pour le chargement des fichiers, on clique sur l'article Open



Boite de sélection de l'image à traiter

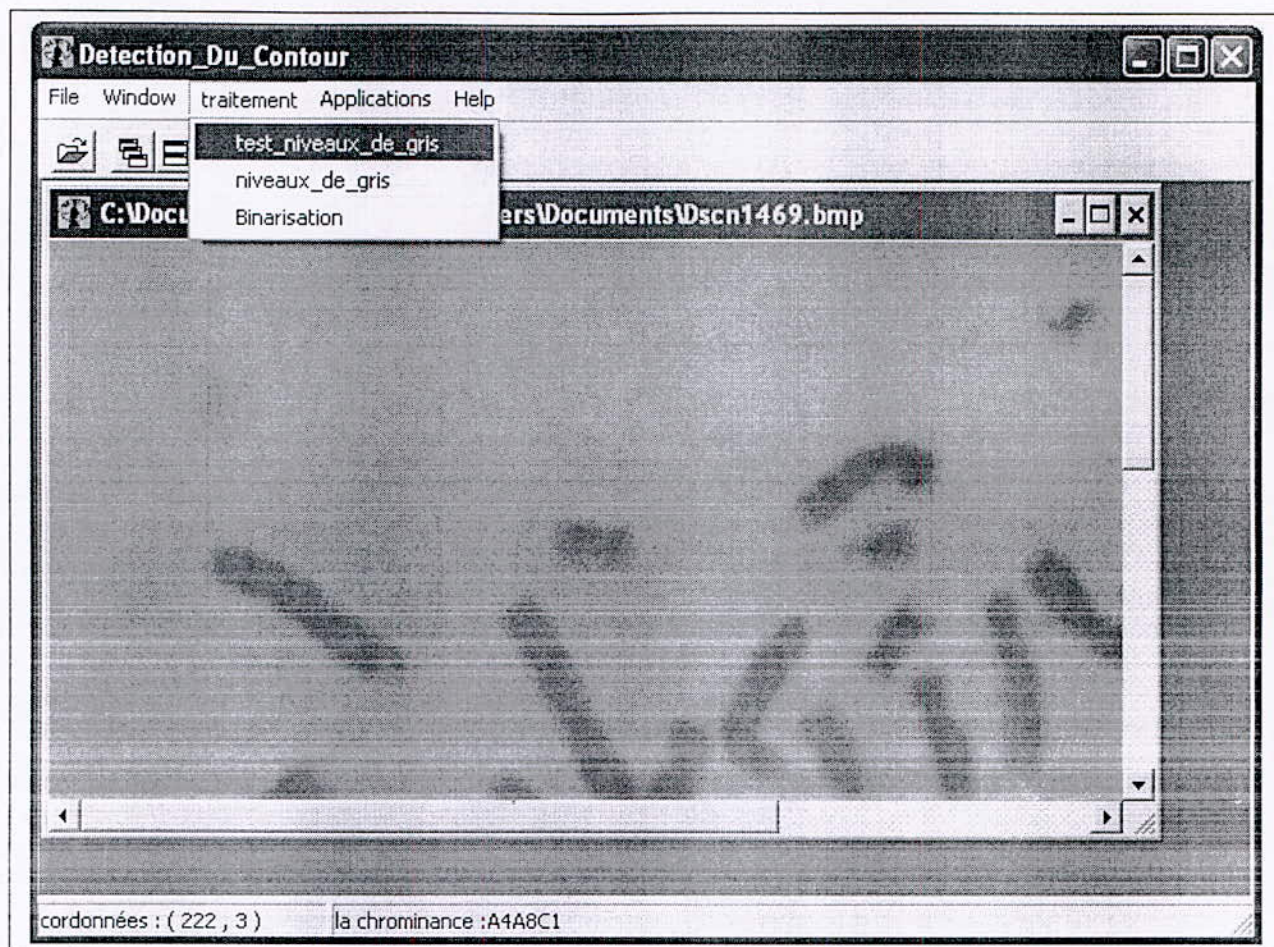
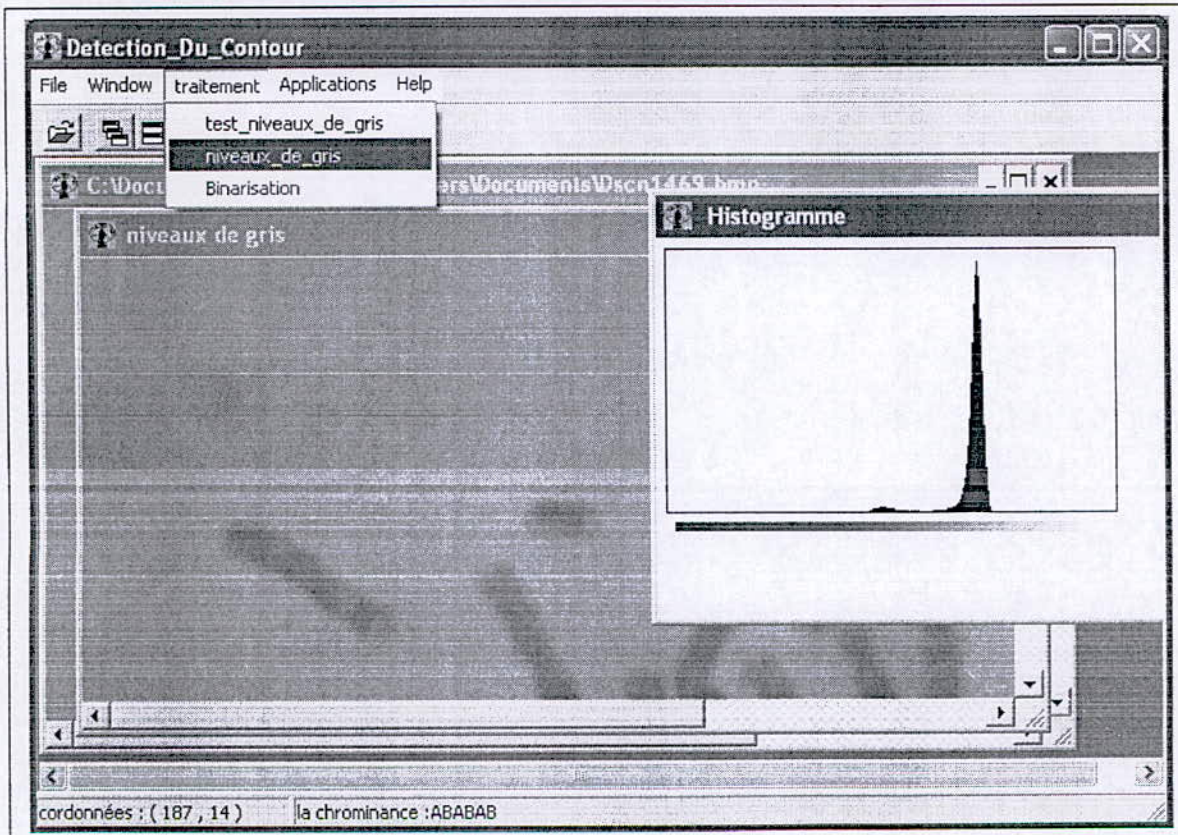
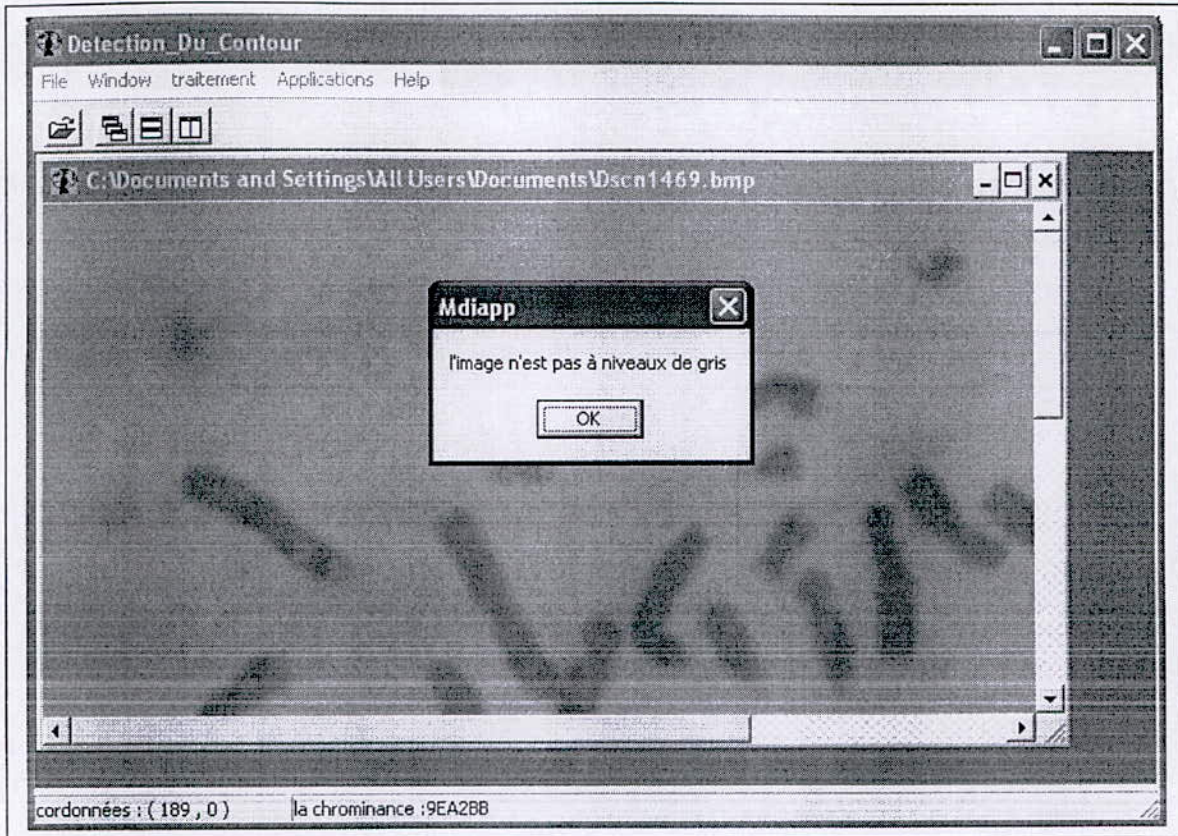


Image Originale.

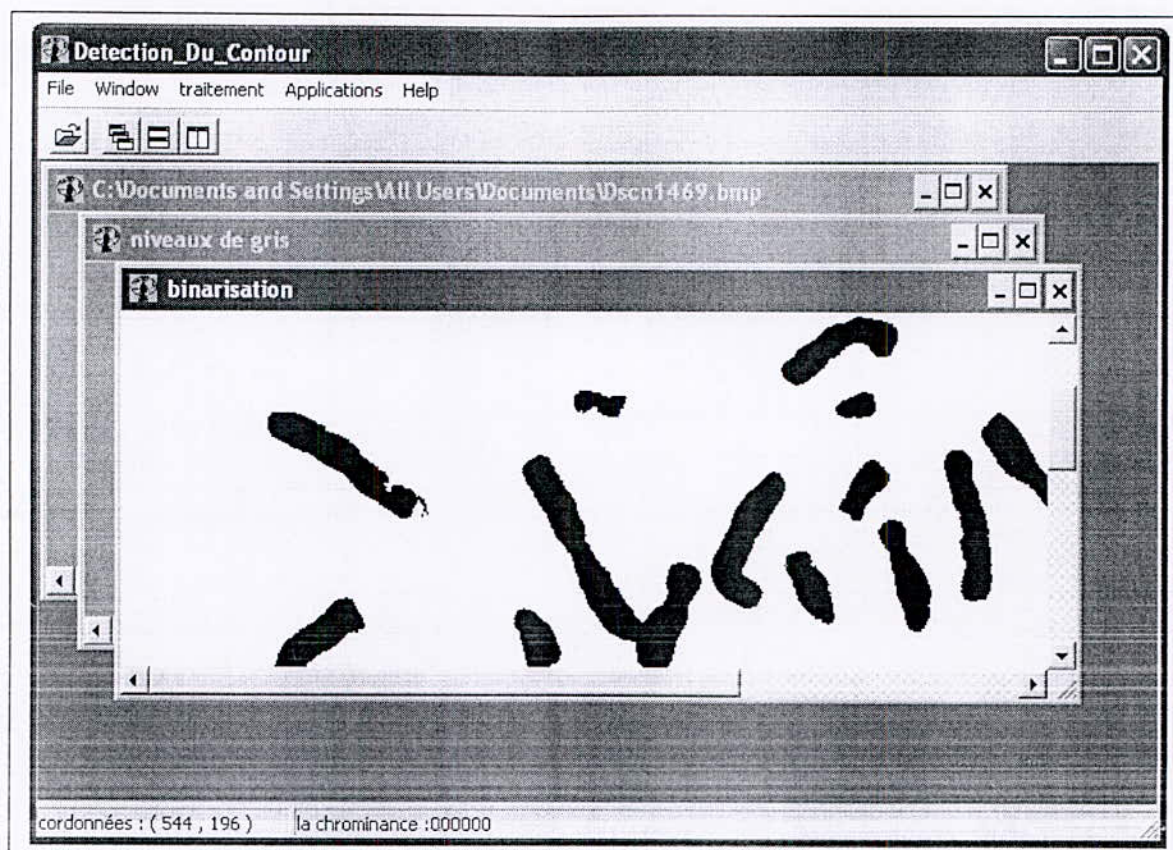
L'article Close permet de fermer les fenêtres filles et pour mettre fin à l'application on exécute l'article quitter.

Menu traitements

L'activation de cette commande permettra de réaliser les opérations : test des niveaux de gris et binarisation de l'image à niveaux de gris.



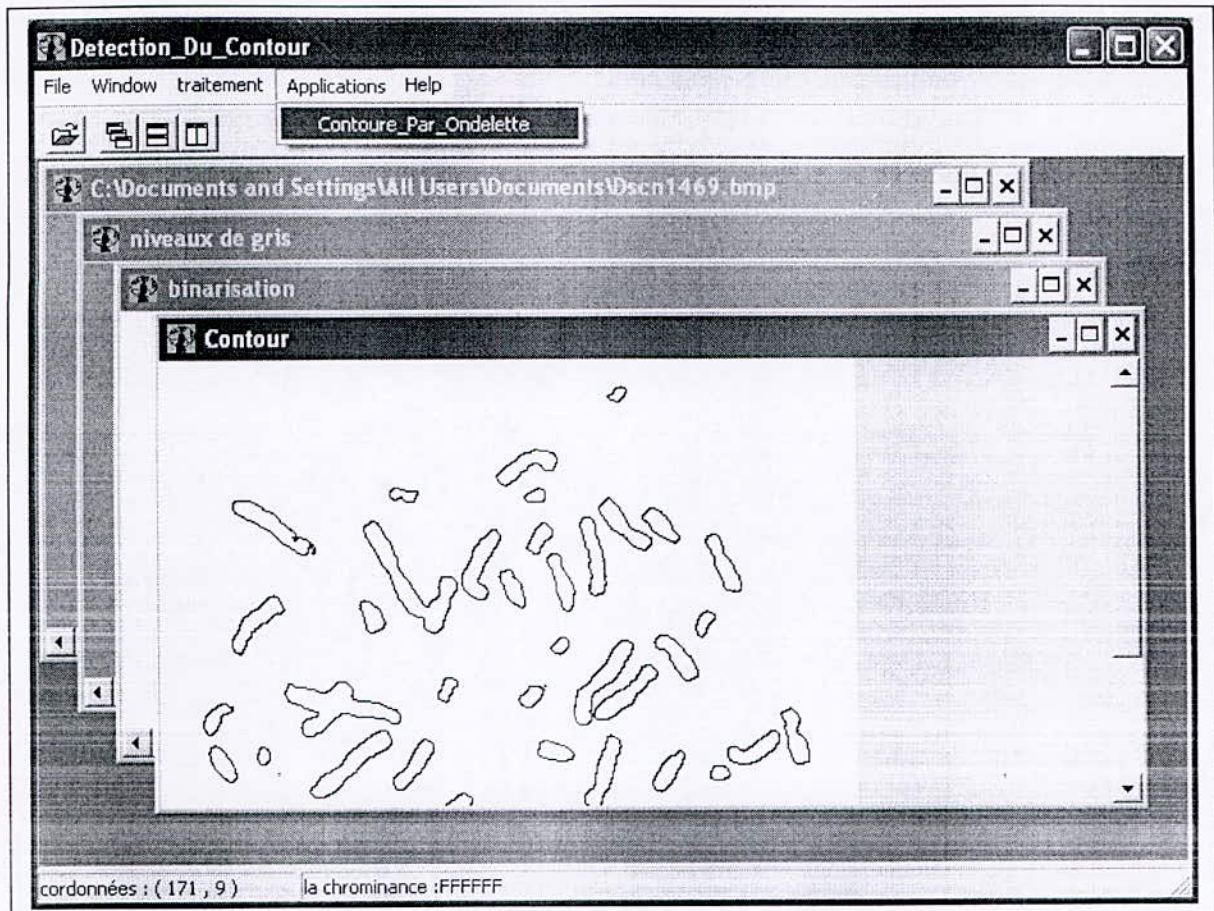
Niveaux de gris de l'image originale et leur Histogramme



Binarisation

Menu Applications :

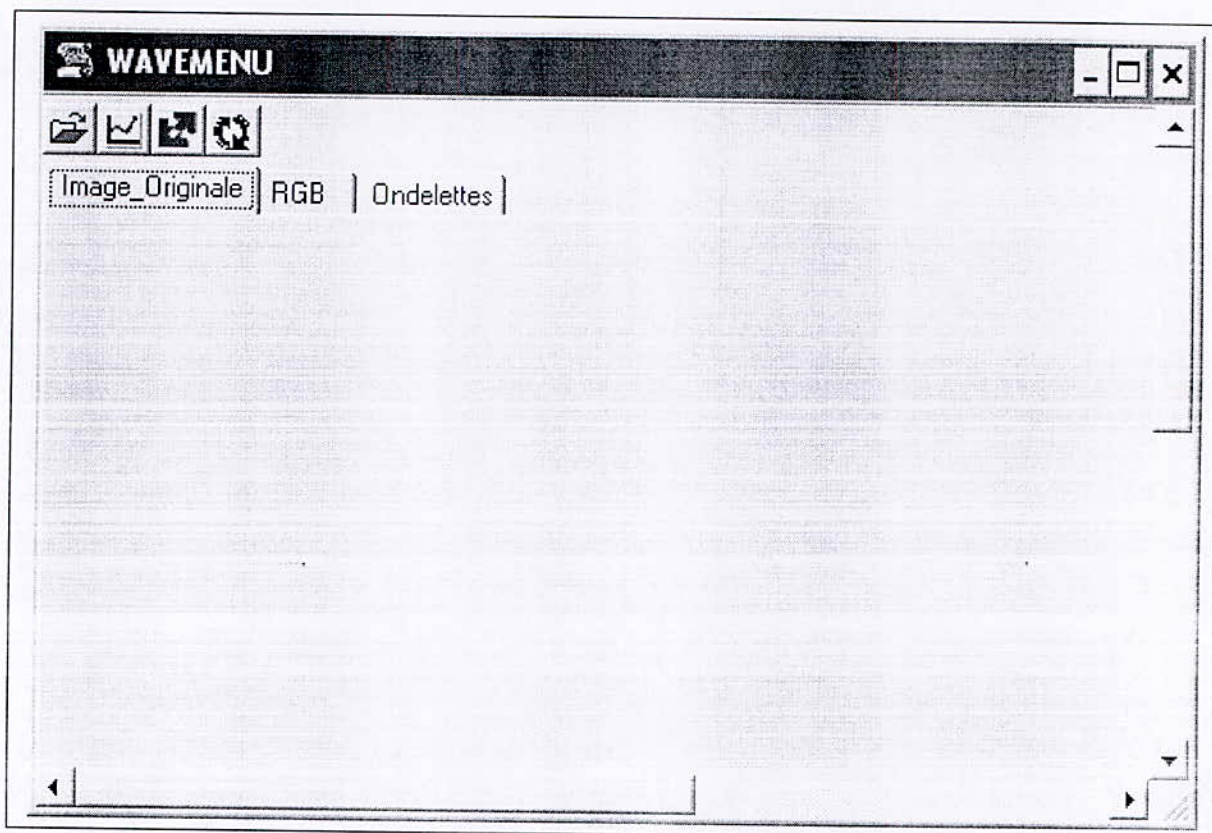
L'article `Contour_Par_Ondelette` permet la détection du contour par Ondelette de l'image Binarisée.



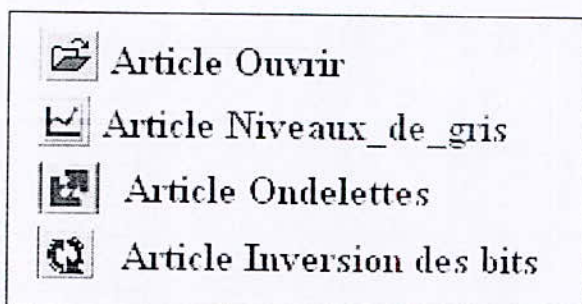
Détection du contour par Ondelette

3-3- WAVEMENU

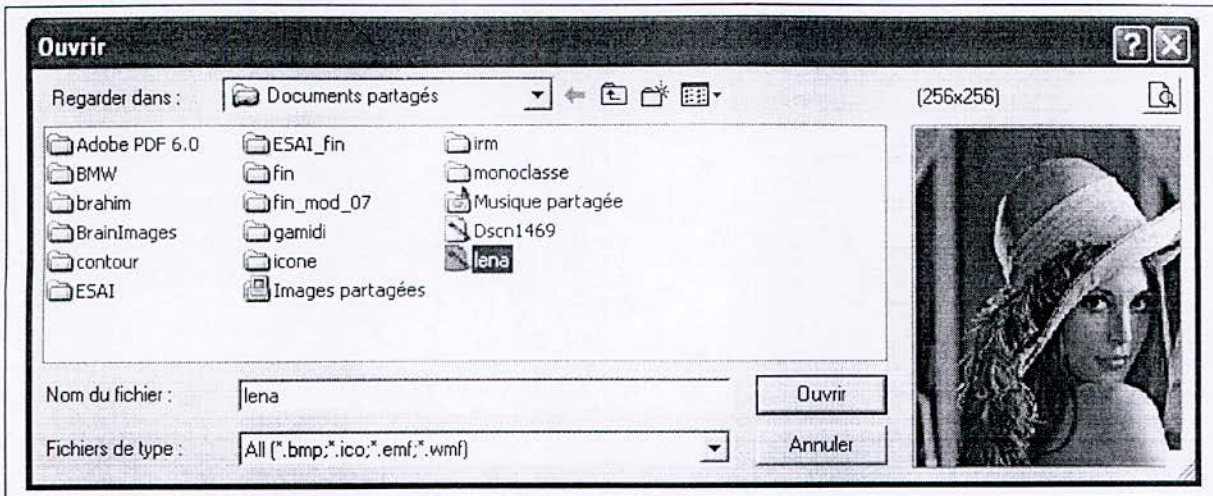
Ce logiciel est un menu des Ondelettes appliquées sur des images à niveaux de gris
On donne ci dessous le résultat de l'exécution de notre programme



Tel que :



L'article Ouvrir permet de sélectionner l'image à traiter



Boite de sélection de l'image à traiter

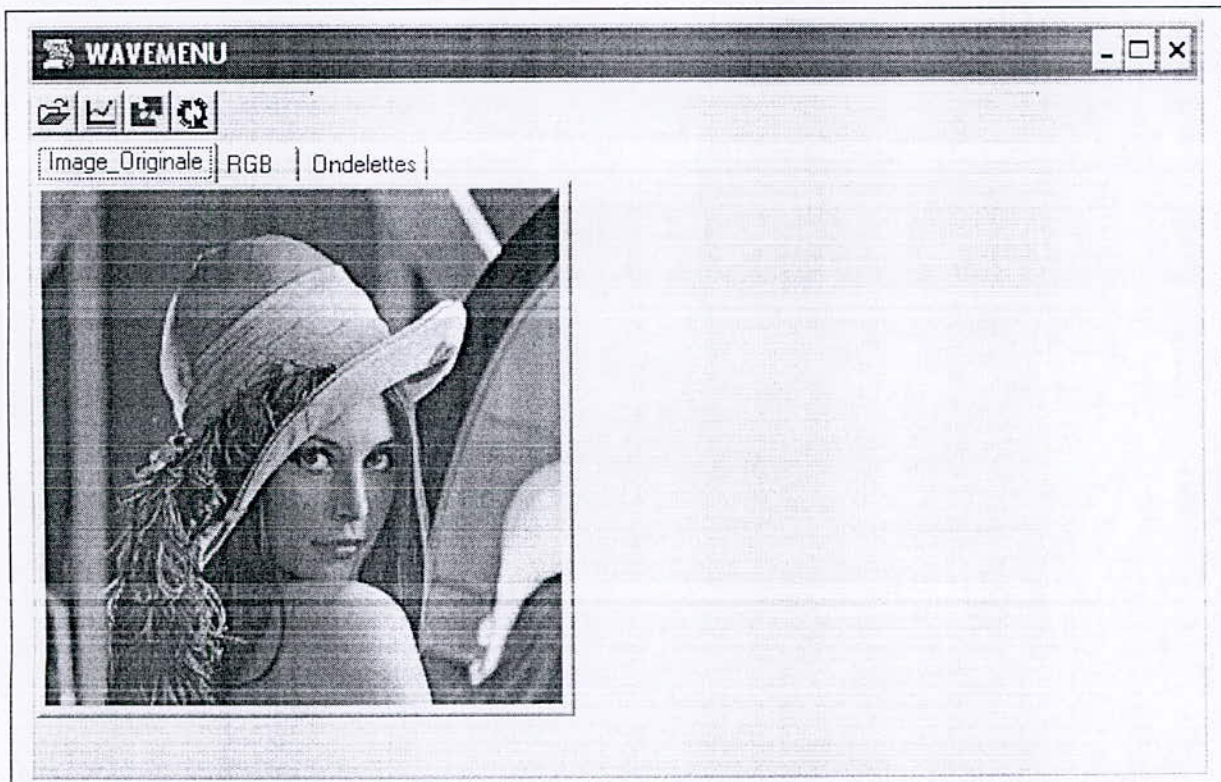
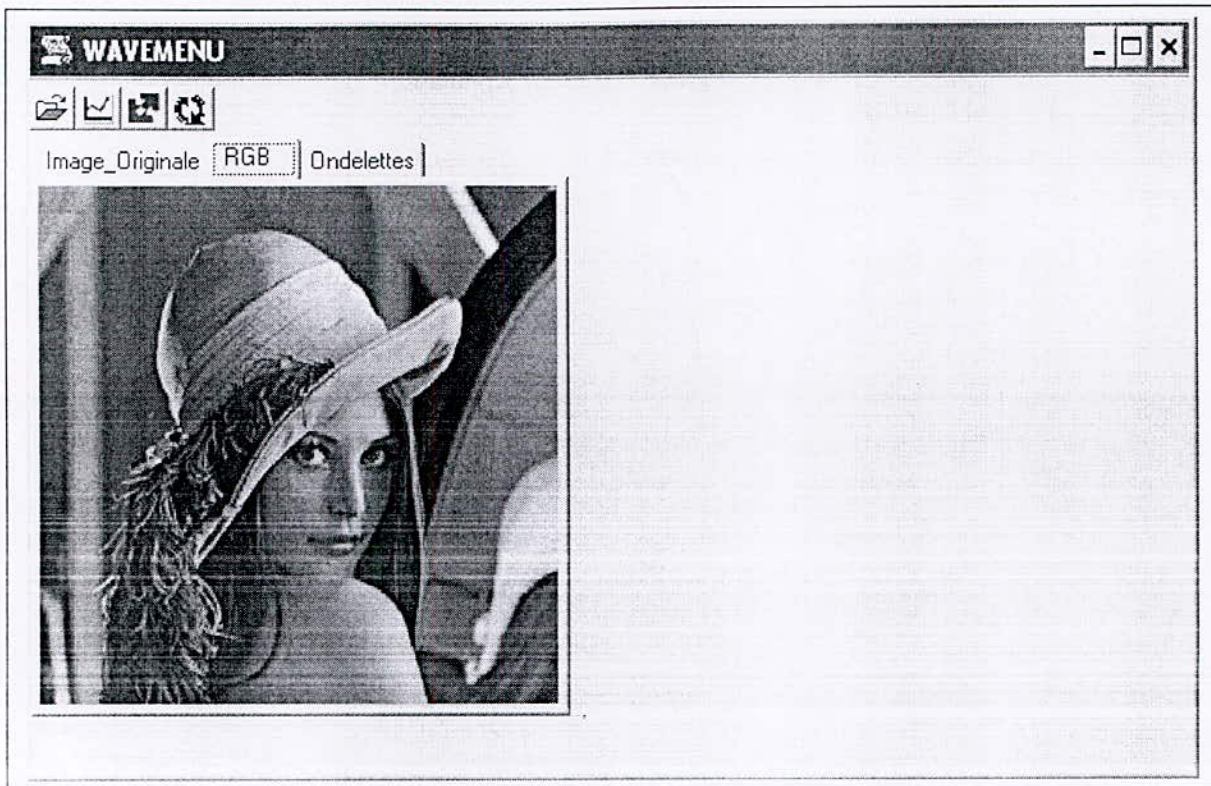


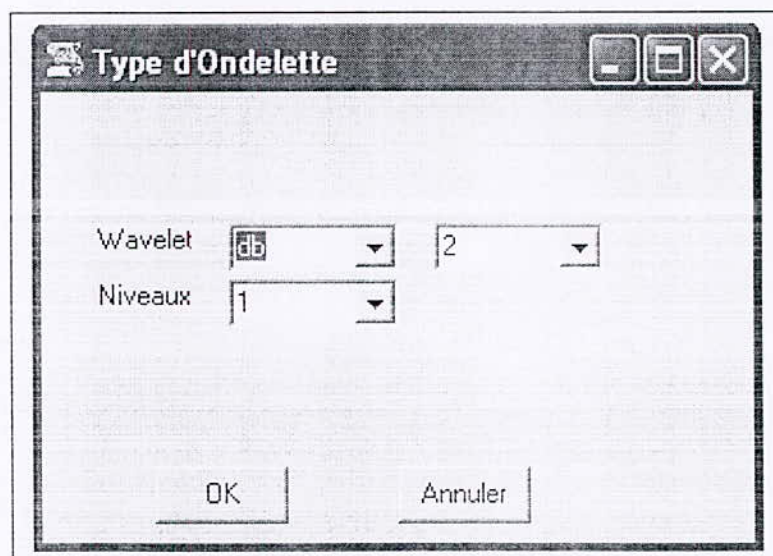
Image Originale.

Article Niveaux_de_gris permet de transformer en niveaux de gris de l'image originale

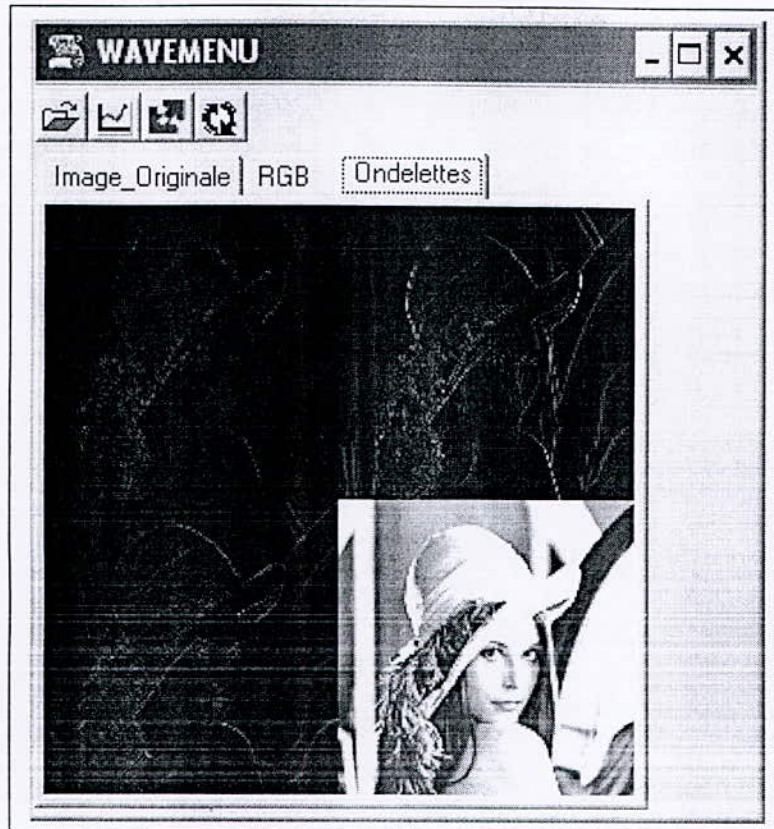


L'image originale en niveaux de gris

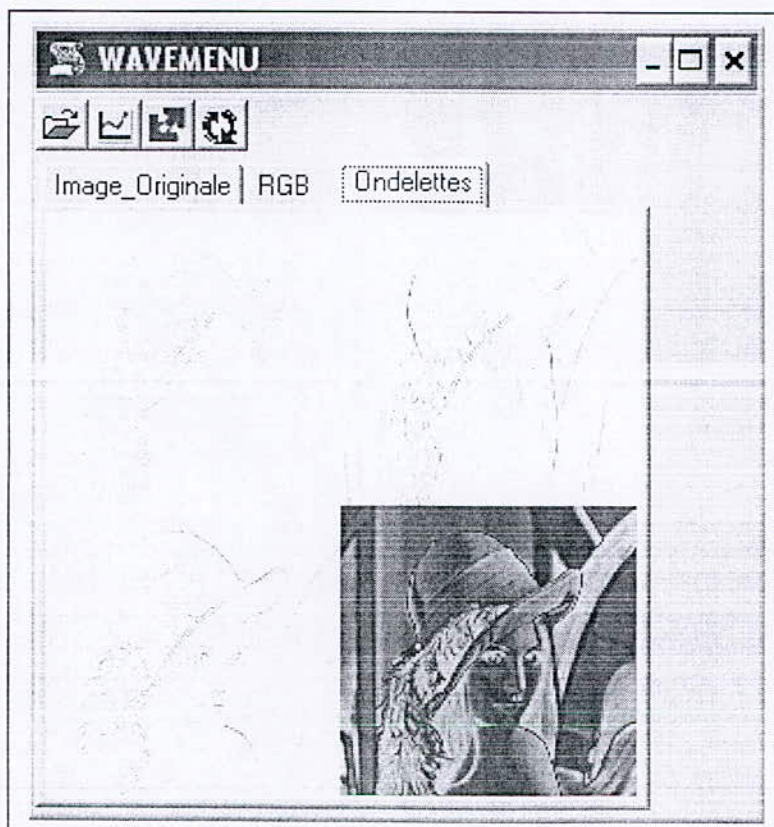
L'article Ondelettes permet de sélectionner la fonction d'ondelette et le nombre de transformations à effectuer.



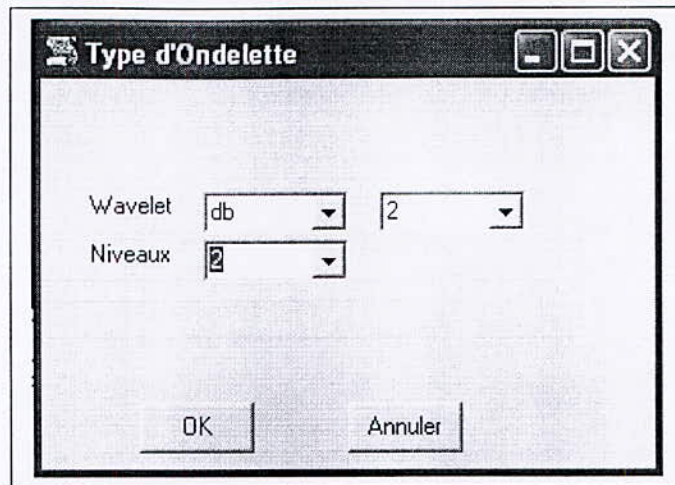
Fenêtre qui permet de sélectionner la fonction d'ondelette et les niveaux



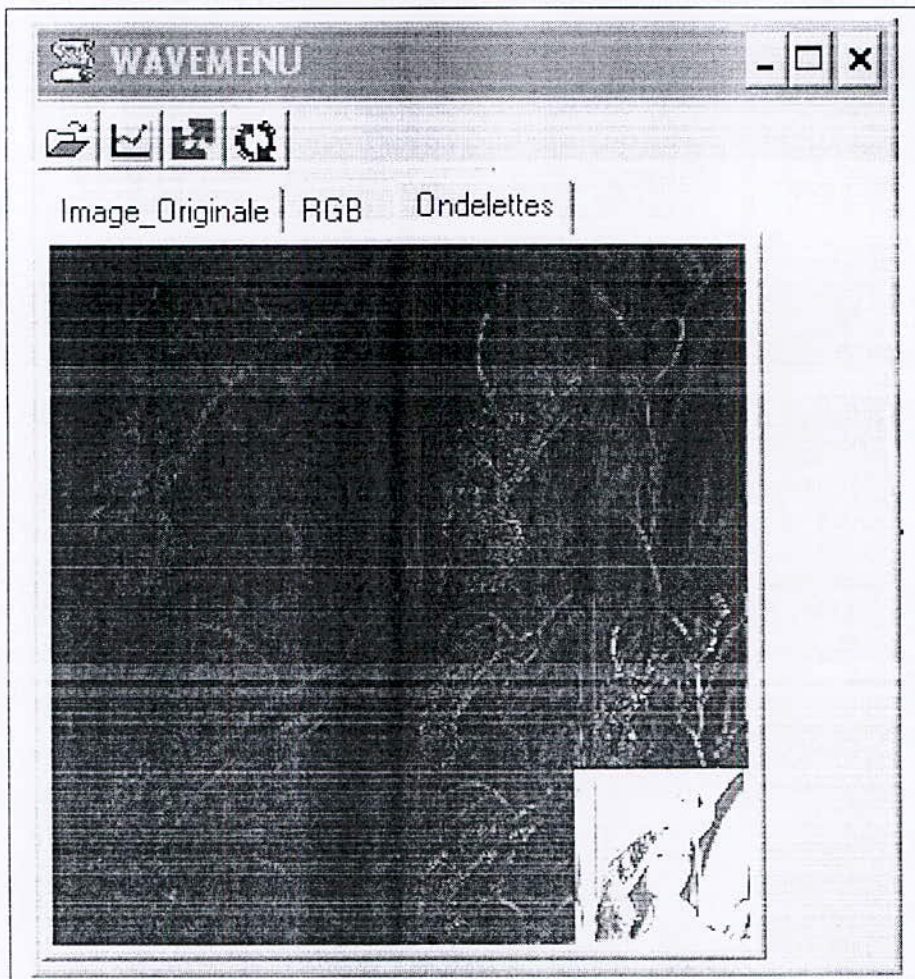
Analysées au niveau 1, avec l'ondelette Haar



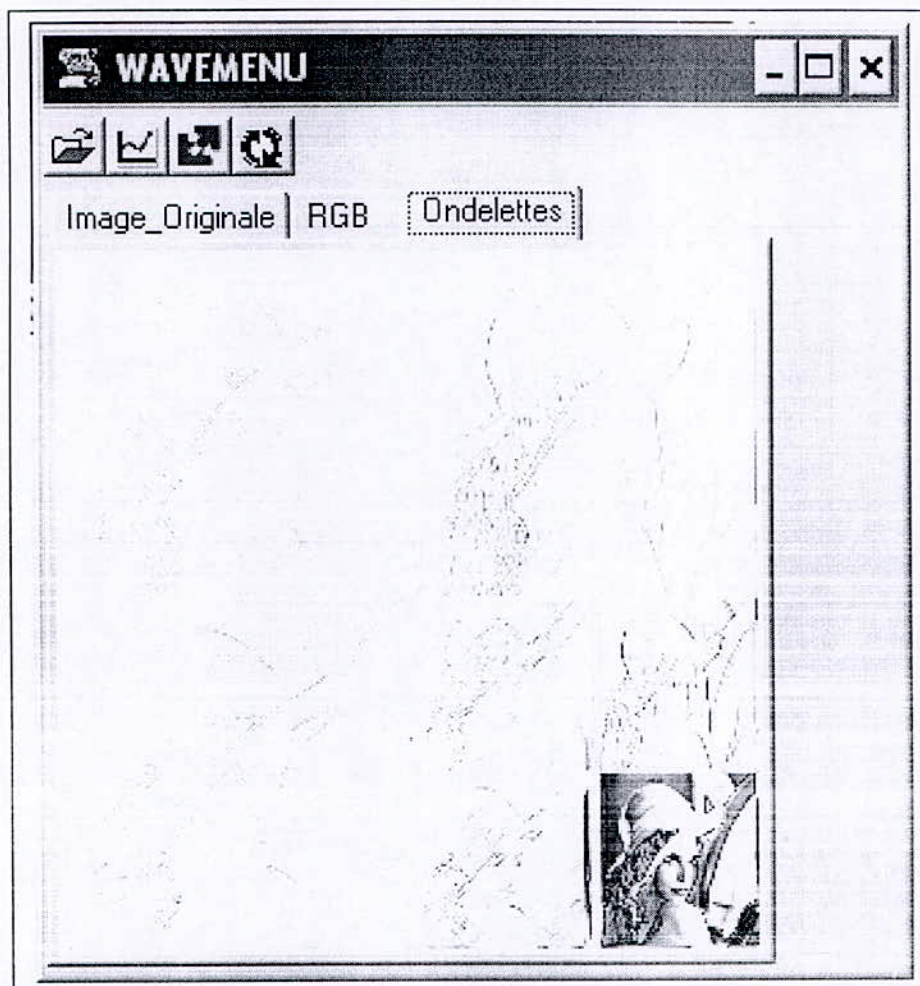
Inversion des bits



Le choix de la fonction d'ondelette db2 avec niveau 2



Analysée au niveau 2, avec l'ondelette db2



Inversion des bits

Conclusion générale

Nous avons effectué à travers ce mémoire, une étude des ondelettes appliquées à la segmentation des images médicales :

- en imagerie par résonance magnétique (IRM) où nous utilisons les ondelettes pour améliorer le contraste des images cérébrales présentant des effet de volumes partiels et les préparer ainsi à une meilleure segmentation.
- Sur des image microscopiques de chromosomes pour effectuer une detection de contours.

En IRM, l'amélioration de contraste constitue le débruitage pour lequel nous avons choisi l'ondelette sym4 par seuillage doux ; pour le choix du seuil nous avons utilisé la méthode de *Donoho-Johnstone*. Deux méthode de segmentation ont été implémentées : la HSV et la croissance de régions, ne donnant pas de résultats très différents. La segmentation par la transformée de HSV donne au maximum six classes et la segmentation par croissance de régions donne un maximum de quatre classes.

La détection de contours par utilisation de l'ondelette de Haar donne des contours d'épaisseur de un pixel et une taille de l'image finale égale à la moitié de celle initiale. Pour éviter des pertes d'information, nous pouvons effectuer un zoom de l'image initiale (on obtient une image deux fois plus grande) donc la détection de contours par l'ondelette de Haar donnera une image de taille égale à celle d'origine.

Les ondelettes de Daubechies : dbN

Cette famille d'ondelettes est la première permettant de manipuler des ondelettes orthogonales à support compact de régularité, on dira que N est l'ordre de l'ondelette dbN.

Cette famille contient l'ondelette Haar, db1, qui est la plus simple et certainement la plus ancienne des ondelettes. Elle est discontinue, ressemble à un échelon.

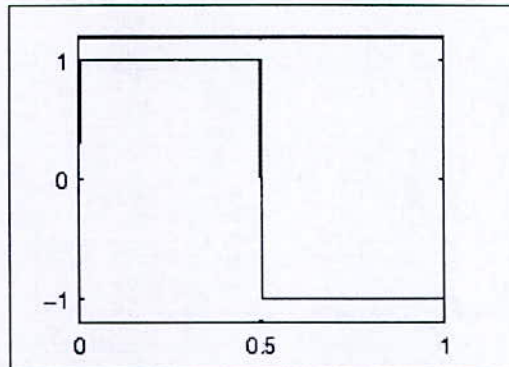


Figure I.1 : L'ondelette Haar

L'ondelette de Haar est définie par :

$\psi(x) = 1,$	Si	$x \in [0, 0.5[$
$\psi(x) = -1,$	Si	$x \in [0.5, 1[$
$\psi(x) = 0,$	si	$x \notin [0, 1[$

La fonction d'échelle associée est la fonction échelon :

$\phi(x) = 1,$	Si	$x \in [0, 1]$
$\phi(x) = 0,$	Si	$x \notin [0, 1]$

Les ondelettes de cette famille pour les ordres de 2 à 10 sont présentées dans la figure I.2. De plus, pour deux d'entre elle (db4 et db8), on trouve dans la figure I.3 en plus de l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés (deux pour la décomposition, deux pour la reconstruction).

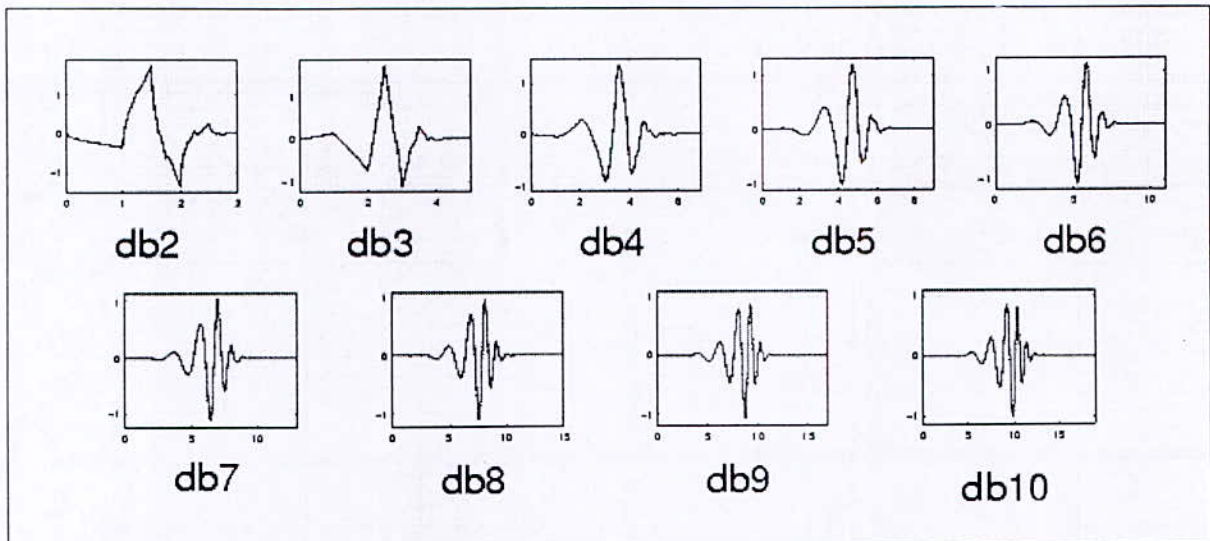


Figure I.2. Les ondelettes de Daubechies : dbN

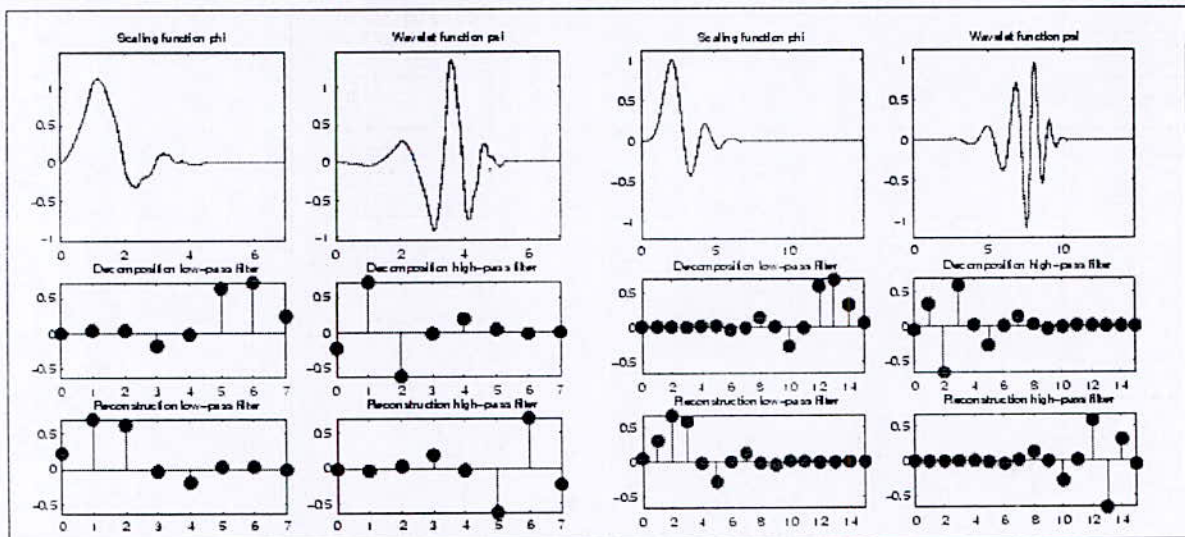


Figure I.3. Deux ondelettes de Daubechies : db4 (à gauche) et db8 (à droite)

Les Symlets : symN

Les symlets constituent une famille d'ondelettes presque symétriques, proposée par I. Daubechies en modifiant la construction de dbN. A part la symétrie, les autres propriétés des deux familles sont similaires. Les symlets d'ordre 2 à 8 (sym1 est simplement l'ondelette de Haar) sont présentées dans la figure II.1

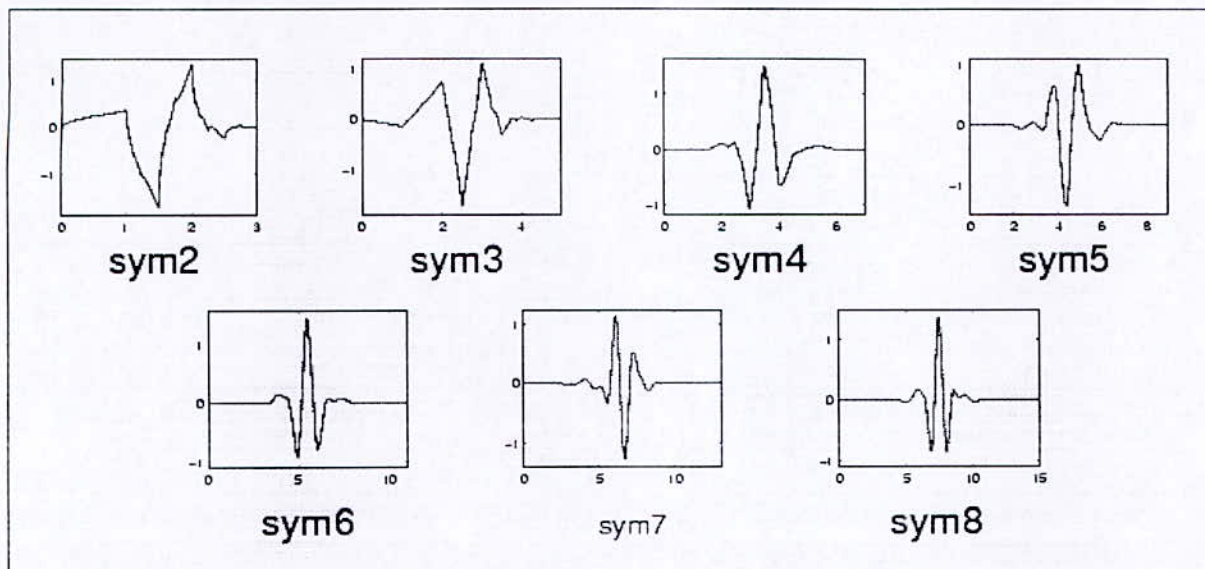


Figure II.1. Les symlets : symN

Pour deux d'entre elles (sym4 et sym8), on trouve dans la figure II.2 l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés.

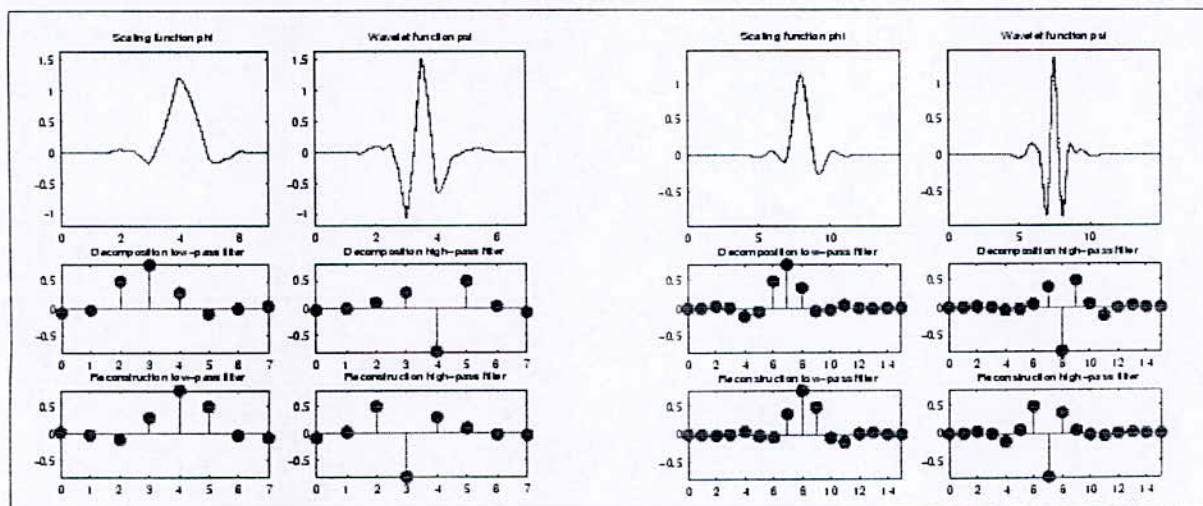


Figure II.2. Deux symlets : sym4 (à gauche) et sym8 (à droite)

Les Coiflets : coifN

Construites par I. Daubechies sur la demande de R. Coifman, les coiflets constituent une famille d'ondelettes possédant une propriété inhabituelle. Non seulement, comme pour les deux familles précédentes, l'ondelette ψ associée à coifN a $2N$ moments nuls, mais en plus la fonction d'échelle ϕ , qui est intégrale 1, a $2N - 1$ moments nuls. Les coiflets d'ordre 1 à 5 sont représentés en figure III.1

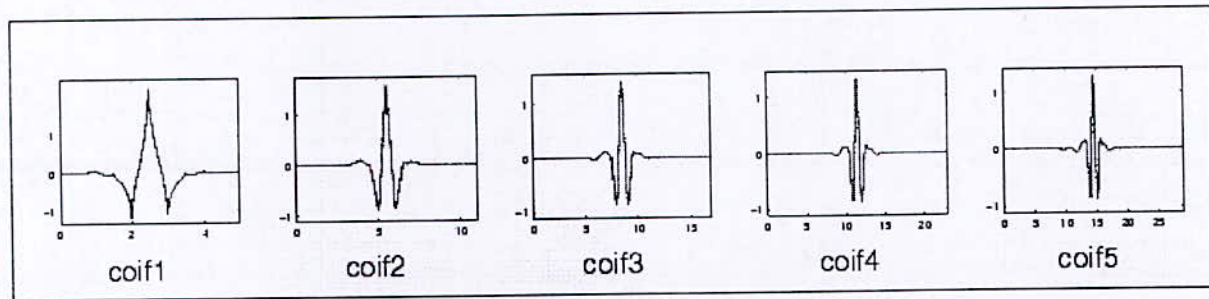


Figure III.1 Les coiflets : coifN

Pour deux d'entre elles (coif3 et coif5), on trouve dans la figure III.2 l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés.

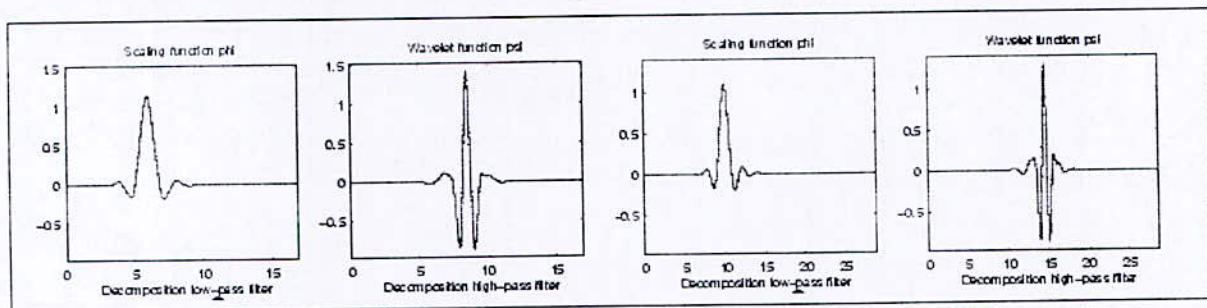


Figure III.2. Deux coiflets : coif3 (à gauche) et coif5 (à droite)

Ondelettes biorthogonales : biorNr.Nd

Les ondelettes biorthogonales étendent les familles d'ondelettes orthogonales. Il est bien connu dans la communauté du filtrage que symétrie et reconstruction parfaite sont incompatibles (excepté pour l'ondelette de Haar) lorsque les mêmes filtres RIF sont utilisés pour la décomposition et la reconstruction. Pour contourner cette difficulté, deux ondelettes au lieu d'une sont introduites :

- La première, $\tilde{\Psi}$, est utilisée pour l'analyse et les coefficients d'un signal s sont

$$\tilde{c}_{j,k} = \int s(x) \tilde{\psi}_{j,k}(x) dx$$

- L'autre, Ψ , est utilisée pour la synthèse:

$$s = \sum_{j,k} \tilde{c}_{j,k} \psi_{j,k}$$

Les ondelettes ψ et $\tilde{\psi}$ sont reliées par des relations de dualité:

$$\int \tilde{\psi}_{j,k}(x) \psi_{j',k'}(x) dx = 0 \quad \text{pour } j \neq j' \quad \text{ou} \quad k \neq k'$$

$$\int \tilde{\phi}_{0,k}(x) \phi_{0,k'}(x) dx = 0 \quad \text{pour } k \neq k'$$

Pour ce biais, il est ainsi possible de concentrer les propriétés souhaitables pour l'analyse (nombre de moments nuls par exemple) dans l'ondelette $\tilde{\psi}$ tandis que les propriétés intéressantes pour la synthèse (régularité, symétrie) peuvent être concentrées dans ψ .

La figure IV.1 présente les ondelettes biorthogonales construites par Daubechies. Pour chacune d'elles, on trouve les graphes des fonctions ψ et $\tilde{\psi}$.

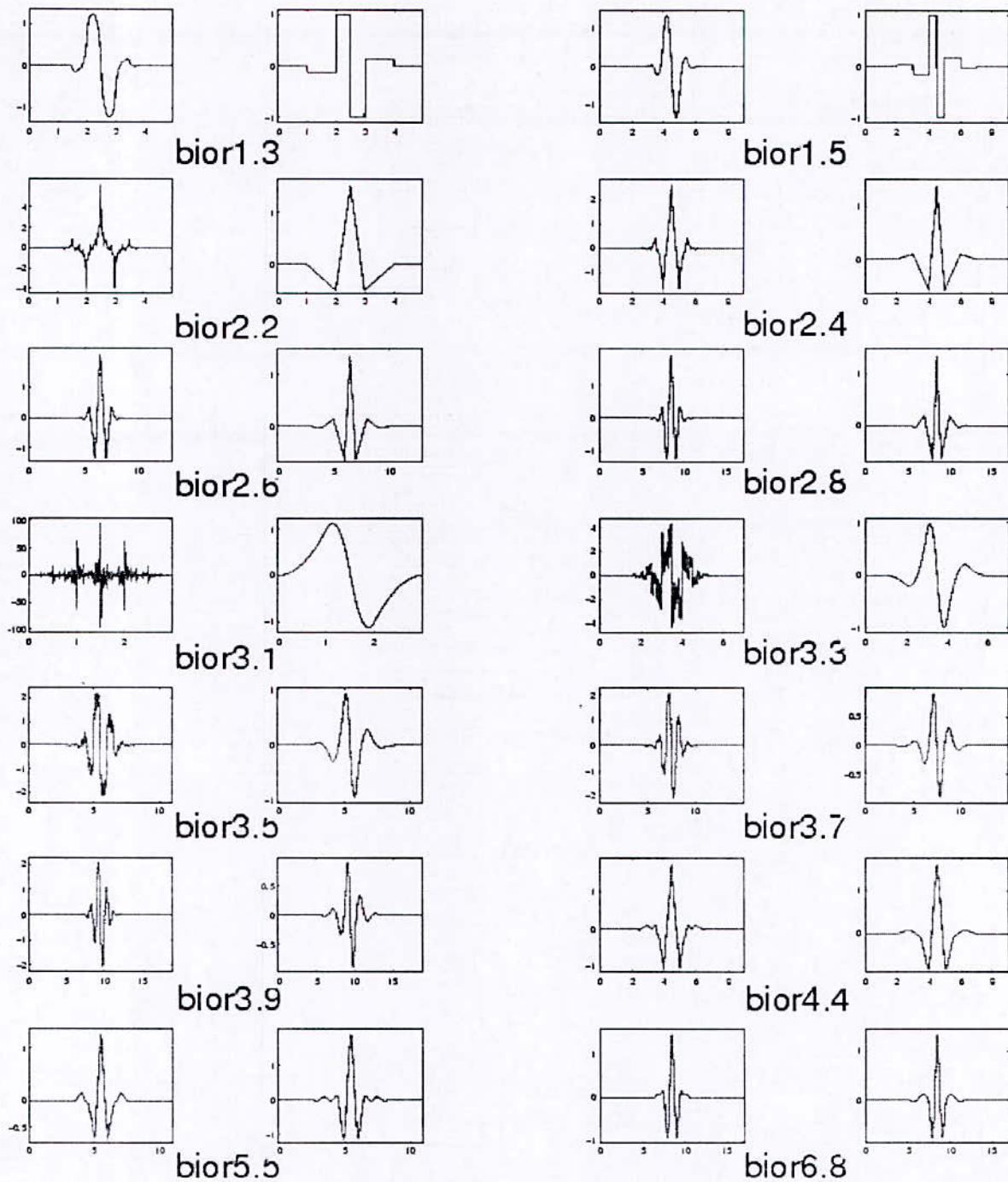


Figure IV.1. Ondelettes biorthogonales : biorNr.Nd

L'ondelette de Meyer : meyr

L'ondelette meyr est l'une des premières ondelettes. Elle a été construite par Y. Meyer au milieu des années 1980.

Il s'agit d'une ondelette orthogonale indéfiniment dérivable mais elle n'est pas à support compact. Les graphes des fonctions ψ et ϕ sont représentés en figure V.1

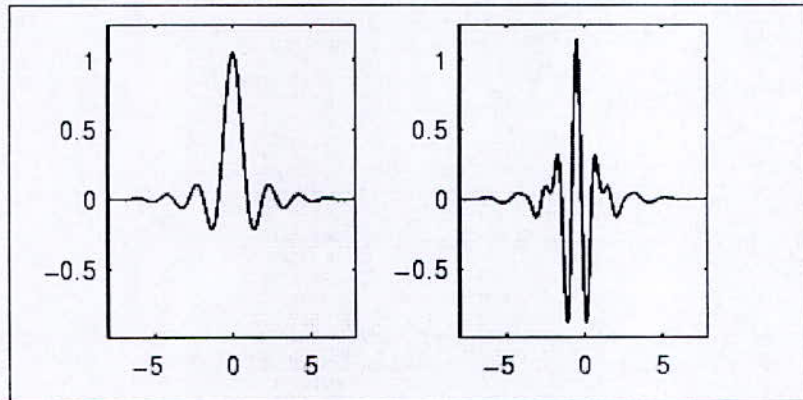


Figure V.1. Ondelette de Meyer : fonction d'échelle (à gauche) et ondelette (à droite)

Les fonctions ψ et ϕ sont toutes deux définies dans le domaine des fréquences en partants d'une fonction auxiliaire notée v :

L'ondelette de Meyer et la fonction d'échelle sont définies dans le domaine fréquentiel par :

- $$\hat{\psi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \sin\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1\right)\right) \quad \text{if} \quad \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3}$$

- $$\hat{\psi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{4\pi}|\omega| - 1\right)\right) \quad \text{if} \quad \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3}$$

-

- et

- $$\hat{\psi}(\omega) = 0 \quad \text{if} \quad |\omega| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right]$$

- avec

- $$v(a) = a^4(35 - 84a + 70a^2 - 20a^3), \quad a \in [0,1]$$

- $$\hat{\phi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \quad \text{if} \quad |\omega| \leq \frac{2\pi}{3}$$

- $$\hat{\phi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1\right)\right) \quad \text{if} \quad \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3}$$

-

$$\hat{\phi}(\omega) = 0 \quad \text{if} \quad |\omega| > \frac{4\pi}{3}$$

En changeant la fonction auxiliaire v , on obtient une famille de fonctions qui, sous des conditions sur v , engendrent une analyse orthogonale.

La fonction ψ n'est pas à support compact, mais converge vers 0 lorsque $x \rightarrow \infty$ plus rapidement que tout inverse de polynôme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \exists C_n \quad \text{Tel que} \quad |\psi(x)| \leq C_n (1 + |x|^2)^{-n}$$

De plus ψ est indéfiniment dérivable et la même propriété de décroissance vaut aussi pour chacune des dérivées. La fonction ψ est donc à décroissance rapide.

Une approximation de l'ondelette de Meyer : dmey

Comme la fonction ψ n'est pas à support compact, il est difficile de l'utiliser en pratique car elle requiert l'utilisation de filtres à réponse impulsionnelle infinie. Il existe néanmoins des approximations RIF de cette ondelette permettant une décomposition rapide. On trouve dans la figure V, en plus de l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés.

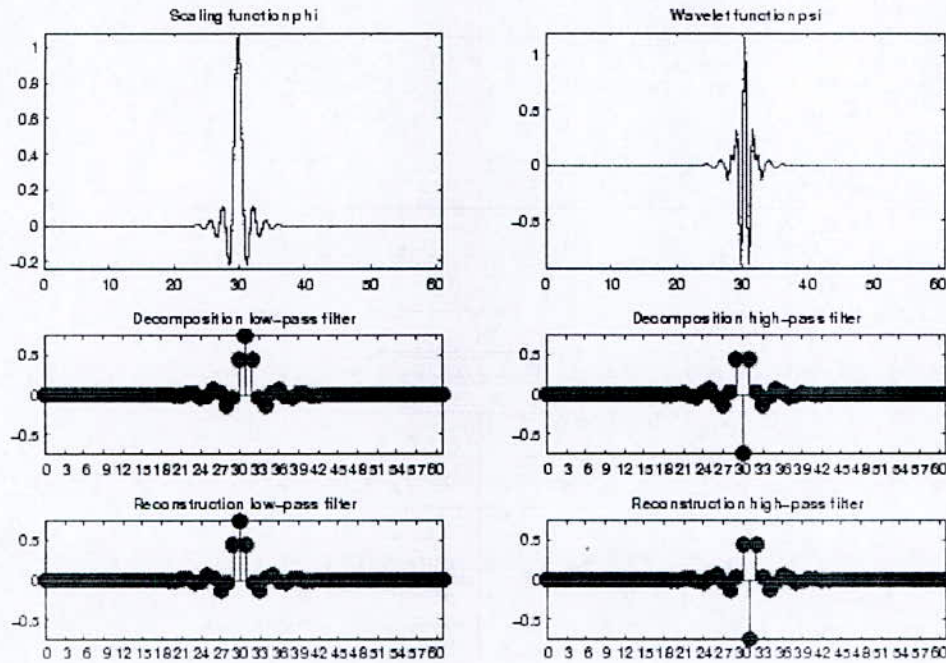


Figure V. Approximation à RIF de l'ondelette de Meyer

Le chapeau mexicain : mexh

C'est une fonction qui est proportionnelle à la dérivée seconde de la fonction de densité de probabilité gaussienne :

$$\psi(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} \right) (1 - x^2) e^{-x^2/2}$$

Elle oscille très peu comme on peut le voir sur son graphe représenté dans la figure VI.

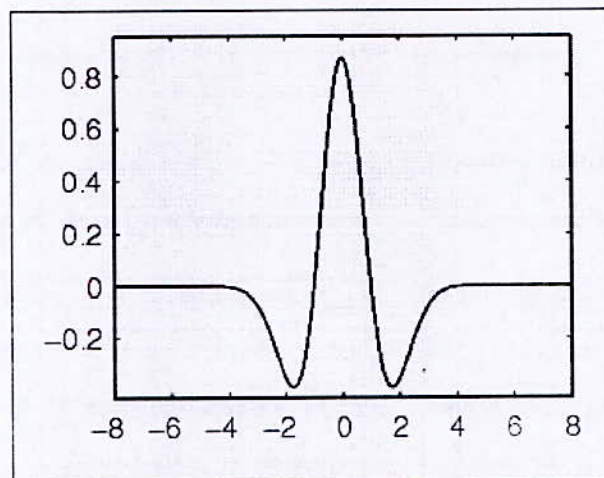


Figure VI. Chapeau mexicain : mexh

L'ondelette de Morlet : morl

Cette fonction ne vérifie qu'approximativement la condition d'admissibilité, elle est pourtant classique et est définie par :

$$\psi(x) = Ce^{-x^2/2} \cos(5x)$$

Où C est une constante de normalisation pour la reconstruction.

Son graphe est représenté dans la figure VII. Elle oscille beaucoup plus que le chapeau mexicain.

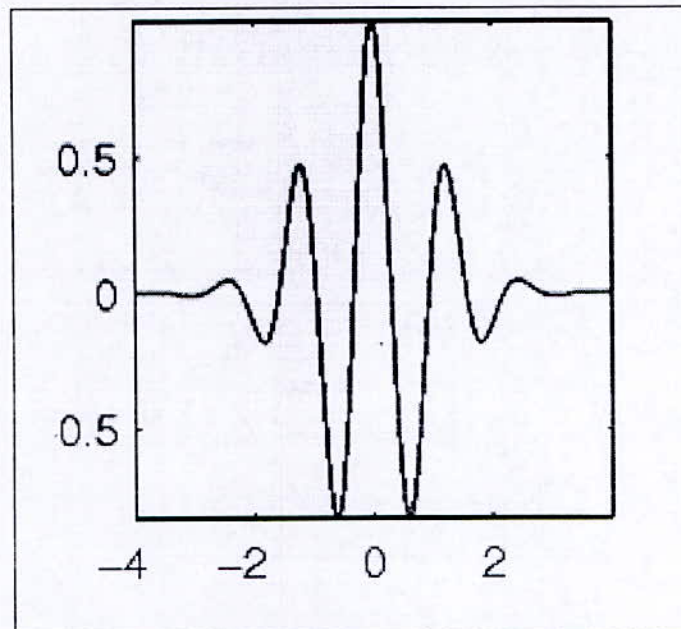


Figure VII. Ondelette de Morlet : morl

Propriétés des familles d'ondelettes

Propriétés	morl	mexh	meyr	haar	dbN	symN	coifN	biorNr.Nd
Seulement admissible	•	•						
Régularité infinie	•	•	•					
Régularité arbitraire					•	•	•	•
Orthogonale à support compact				•	•	•	•	
Biorthogonale à support compact								•
Symétrie	•	•	•	•				•
Asymétrie					•			
Presque symétrie						•	•	
Nombre arbitraire de moments nuls					•	•	•	•
moments nuls pour ϕ							•	
Existence de ϕ			•	•	•	•	•	•
Analyse orthogonale			•	•	•	•	•	
Analyse biorthogonale			•	•	•	•	•	•
Reconstruction exacte	≈	•	•	•	•	•	•	•
Filtres à RIF				•	•	•	•	•
Transformation Continue	•	•	•	•	•	•	•	•
Transformation Discrète			•	•	•	•	•	•
Algorithme rapide				•	•	•	•	•
Expression explicite	•	•		•				*

Propriétés	rbioNr.Nd	gaus	dmey	cgau	cmor	fbsp	shan
Seulement admissible		•		•	•	•	•
Régularité infinie		•		•	•	•	•
Régularité arbitraire	•						
Orthogonale à support compact							
Biorthogonale à support compact	•						
Symétrie	•	•	•	•	•	•	•
Asymétrie							
Presque symétrie							
Nombre arbitraire de moments nuls	•						
moments nuls pour ϕ							
Existence de ϕ	•						
Analyse orthogonale							
Analyse biorthogonale	•						
Reconstruction exacte	•	•	≈	•	•	•	•
Filtres à RIF	•		•				
Transformation Continue	•	•					
Transformation Discrète	•		•				
Algorithme rapide	•		•				
Expression explicite	*	•		•	•	•	•
Ondelette complexe				•	•	•	•
Transformation continue complexe				•	•	•	•
Approximation a RIF			•				

≈ Reconstruction presque exacte

* Expression explicite pour les splines

RIF : Réponse impulsionnelle finie

Références

- [1] S. Mallat, A Wavelet Tour of Signale Processing, Academic Press, 1998.
- [2] I. Daubechies, ten lectures on wavelets, SIAM, 1992.
- [3] S. Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation, IEEE Trans on PAMI, vol 2, n° 7, p 674-693, 1989.
- [4] Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim, Jean-Michel Poggi, Les ondelettes et leur application, Hermes, 2003
- [5] Anne-Sophie Capelle, Segmentation d'images IRM multi-échos tridimensionnelles pour la détection des tumeurs cérébrales par la théorie de l'évidence, Thèse de doctorat de l'université de Poitiers (Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées) , 2002.
- [6] F. Bloch, Nuclear Induction in Physical Review, pages 460–474, 1946.
- [7] C. Guinet et J. Grellet, Introduction à l'IRM: de la théorie à la pratique, Abrégés d'imagerie radiologique, Masson, Paris, 1992.
- [8] J-P. Coquerez, S. Philipp, Analyse d'images : filtrage et segmentation, Masson, 1995.
- [9] James S.Walker, a primer on wavelets and their Scientific Applications, Chapman & Hall/CRC, 1999
- [10] William K. Pratt, Digital Image Processing, Third Edition, Copyright, 2001
- [11] R.Haroun, L.Hamami, F.Boumghar, Segmentation d'images médicales IRM par un système hybride flou-croissance de regions dans un système multi agents, Journées d'Etudes Algéro-Françaises en Imagerie Médicale - Algérie, 2004.
- [12] R.Haroun, F.Boumghar, S.Hassas, L.Hamami, Cooperative approach for brain MRI segmentation. International Workshop on Massive Multi Agents Systems - Japon, 2004.
- [13] Anestis Antoniadis Compression et débruitage avec les ondelettes, <http://www-lmc.imag.fr>, 2003.
- [14] Olivier Coulon, Laboratoire LSIS. Imagerie médicale Imagerie cérébrale Imagerie par résonance magnétique <http://www.esil.univ-mrs.fr/~ocoulon>.
- [15] Mathieu Schiess, Segmentation d'image anatomique du cerveau chez l'adulte, Thèse de doctorat d'Ecole d'Ingénieurs de Genève, 2003
- [16] Yannick Evrard En collaboration avec François Lazeyras, détection des régions activées en IRM fonctionnelle, Hôpital Cantonal Universitaire de Genève, 2003
- [17] I. Daubechies, Different Perspectives on Wavelets, AMS Providence, RI, 1993.

[18] Cointepas, J.F.Mangin, L.Garnero, J.B.Poline and H.Benali, Software platform for visualization and analysis of multi-modality brain data, 2001.
<http://www.chups.jussieu.fr/ext/ifr49/>

[19] <http://www.tsi.enst.fr/tsi/enseignement/ressources/mti/donoho/>

[20] <http://www.mathworks.com>.

[21] <http://www.esse-metz.fr/metz/eleves/themes/imagerie>

[22] <http://aramis.u-bourgogne.fr/>