

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire

41/88

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

SUJET

ETUDE D'UN VOLANT PENDULAIRE  
ACCORDE ET APPLICATION AU  
MOTEUR F 4 L 912

Proposé et diriqué Par :  
**M. BOUKABACHE**

Etudié par :  
**S. MEKID**

PROMOTION : 1988

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ،

وَلَوْ أَنَّمَا فِي الْأَرْضِ مِنْ  
شَيْءٍ لَّ أَقْلَامُهُ وَالْبَحْرُ  
يَمُدُّهُ مِنْ بَعْدِهِ سَبْعًا أَنْحُرًا  
مَا نَفَذْتُ كَلِمَاتُ اللَّهِ إِنْ  
اللَّهُ عَزِيزٌ حَكِيمٌ .

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Departement : GENIE MECANIQUE

Promoteur : M. BOUKABACHE

Elève ingénieur : S. MEKID

وزارة التعليم العالي  
المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية -  
فرع الهندسة - الميكانيكية -  
الموجه : محمد بوكباش  
الطالب المهندس : سمير مكيد

الموضوع : دراسة عجلة عطالة نواسيه و تطبيقها على المحرك F4L 912  
الملخص :

إن عدم نظامية المزدوجات في المحركات المتناوبه ذات الإحتراق الداخلي راجع إلى وجود شروط واحد للتجريك مقابل ثلاثة اشواط مقاومة في دورة واحدة لكل اسطوانه . إن جمع عدة اسطوانات يقلل من عدم الإنتظام إلا أنه لا يلغيه تماما ، وهذا التغيير موجود على مستوى عمود الدوران . ولجعل عدم الإنتظاميه الدوريه قيمه مقبوله نستعمل عجله عطاله من النوع النواسي على مستوى العمود المرفقي مما يسمح بالإضافه إلى عدم انتظاميه فضلي الحصول على منظومه ميكانيكيه أخف بالمقارنه مع العجله للعتاده .

SUBJECT: STUDY OF A PENDULUM WHEEL AND APPLICATION TO  
THE F4L 912 ENGINE

SYNOPSIS:

In the alternating internal combustion engines ,the irregularity of torques is due to the fact that there exists only one engine time for three resistant time per cycle and per cylindre .In the case of many cylinders, the irregularity decreases but still exists .This variation is found in the level of the rotating speed of the shaft line .

In order to obtain acceptable values of the cyclic irregularity ,we apply a pendulum wheel to the crankshaft .In addition to a better regularity ,a lighter mechanical system than the traditional inertia wheel .

SUJET: ETUDE DU VOLANT PENDULAIRE ET APPLICATION AU MOTEUR  
F4L 912

RESUME:

L'irrégularité des couples dans les moteurs alternatifs à combustion internes est dû au fait qu'il y a un seul temps moteur pour trois temps resistants par cycle et par cylindre .Le groupement de plusieurs cylindres limite cette irrégularité ,mais ne l'annule pas . On retrouve cette variation au niveau de la vitesse de rotation de la ligne d'arbre . Pour ramener l'irrégularité cyclique à des valeurs acceptables nous appliquons au vilebrequin ,un volant de type pendulaire .Ce qui nous permet en plus d'une régularité meillleure ,d'avoir un système mécanique plus léger que le volant d'inertie tradionnel .

# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier vivement mon promoteur M. BOUKABACHE d'avoir proposé et dirigé ce modeste travail et pour tous les conseils qu'il n'a cessé de m'apporter.

Je remercie également M. RECHAK et M. TAZI d'avoir bien voulu accepter d'être membres du jury, ainsi que M. OUABDESLAM pour son assistance en calcul de fiabilité.

Que tous les professeurs, en l'occurrence M. GAHMOUSSE et M. AIDOUN, ainsi que les enseignants qui ont contribué à ma formation, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Que tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de cette étude trouvent ici mes sincères remerciements.

Samir

# DÉDICACES

A mes très chers parents qui ont fait  
de leur mieux pour que j'arrive à ce but ;

A mes frères et mes sœurs ;

A tous ceux qui témoignent qu'il n'y a  
de dieu qu'ALLAH et que MOHAMED est son  
envoyé et son prophète .

A toute ma famille ;

A tous mes amis .

Jamir

# NOTATIONS UTILISEES

- $w_0$  : Frequence naturelle du systeme auxilliaire (indice 0 )  
 $w_1$  : Frequence naturelle du systeme principal (indice 1 )  
 $K$  : Rigidité du ressort .  
 $m$  : masse .  
 $P$  : Force d'excitation .  
 $a$  : Deplacement .  
 $m$  : Rapport de masse .( CH.2)  
 $m_r$  : Masse du rouleau .( CH.4)  
 $\gamma$  : Coefficient d'amortissement  
 $\Omega$  : Frequence de rotation .(excitation)  
 $q, N$  : Ordre de l'harmonique  
 $R$  : Position du logement par rapport a l'axe du volant\* .  
 $L$  : Entraxe entre pendule et son logement.  
 $I, J$  : Moment d'inertie .  
 $T$  : Energie cinetique .  
 $\theta, \dot{\theta}$  : Respect. angle de rotation du volant et sa vitesse .  
 $\beta, \dot{\beta}$  : Respect. amplitude du pendule et sa vitesse .  
 $C(t)$  : Couple moteur .  
 $h$  : Pas de calcul .  
 $t$  : Temps .  
 $\alpha$  : Vibration de rotation superposée .  
 $w$  : Frequence propre du pendule .  
 $V_2$  : Volume de la chambre de combustion .  
 $bm$  : Coefficient des roulements pour le calcul de charge .  
 $Dwe$  : Diametre du rouleau (  $r$  : rayon du rouleau )  
 $z$  : Nombre de rouleaux .  
 $i$  : Nombre de rangées de rouleaux .  
 $Lwe$  : Longueur du rouleau .  
 $R(t)$  : Fiabilité .  
 $F(t)$  : Fonction de fiabilité .

## I N T R O D U C T I O N :

Le progrès technologique des moteurs et boîtes de vitesses n'est point arrivé à mettre fin aux oscillations de torsion venant du moteur et éviter ainsi l'apparition de bruits en direction de la boîte de vitesse .

Le moteur à explosion interne de par sa nature est un generateur d'oscillation de torsion ,les efforts produits par :

- les explosions des gaz dans les cylindres ;
- les compressions des gaz avant explosion ;
- les mouvements des pistons et bielles ;

agissent sur la rotation du vilebrequin en modifiant ,sans cesse sa vitesse de rotation autour d'une valeur moyenne.

On y remédie à ce type de problème par l'emploi du volant d'inertie ,regularisant le couple moteur et ainsi la vitesse de rotation .

L'utilité du volant s'amointrit si l'on augmente le nombre de cylindres ,cela engendrera un couple développé très regulier ,limitant cette irrégularité mais ne l'annule pas .

Etant donné le coût prohibitif et la complexité des moteurs à plusieurs cylindres ,on préfère améliorer celui à 4 cylindres qui est couramment usité .

Dés lors ,l'irrégularité cyclique est définie,elle est dû au fait qu'il y a un seul temps moteur pour trois temps résistants par cycle et par cylindre.

On peut appréhender cette variation de vitesse comme une vibration et c'est à ce titre que nous développons les volants de type pendulaire à masses auxiliaires roulantes, susceptibles de regulariser la vitesse de l'arbre ,avec poids inférieurs et une inertie supérieure à ceux des volants ordinaires.

Le principe étant de placer des masses cylindriques de petites dimensions dans des cavités cylindriques du système principal en rotation vibratoire.

Les effets gyroscopiques maintiennent l'orientation des masses oscillantes qui s'opposent au mouvement et engendrent une inertie supplémentaire qui s'ajoute à celle de la ligne d'arbre.

La régularité cyclique est meilleur en qualité et dépend d'un système plus léger qui représentant des avantages exceptionnelles.

## 2. AMORTISSEURS DE VIBRATIONS ET ABSORBEURS:

Les vibrations ont un caractère parasite et sont généralement indésirables dans les machines. Elles altèrent la structure des matériaux et par suite leur endurance. Il est donc important de connaître les méthodes et les moyens de réduction de leur effet nuisible.

Parmi les moyens utilisés, pour éloigner les vibrations des plages de fonctionnement, les absorbeurs et les dampers.

### 2.1 L'ABSORBEUR DE VIBRATION FRAHM :

Présenté dans sa plus simple forme, l'absorbeur de FRAHM est un système masse ressort accordé (fig.2.1).

Le système principal est référencié par la fréquence naturelle

$$\omega_1 = \sqrt{K_1 / M_1}$$

et la force d'excitation sur  $M_1$ , le système auxiliaire est repéré par  $K_0$  et  $M_0$  tel que

$$\omega_0 = \sqrt{K_0 / M_0}$$

est la fréquence absolue. Un facteur d'amortissement  $f$  est introduit pour exprimer les 2 fréquences propres indépendantes;

$$f = \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

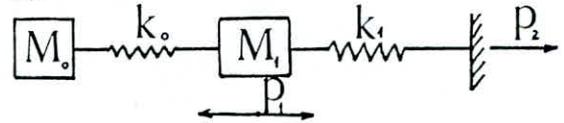


Fig.2.1

Ce facteur nous renseigne sur la proximité de la fréquence de l'absorbeur à celle du système principal.

#### 2.1.a- Equations de FRAHM : [G]

Les équations des systèmes principale et auxiliaire en équilibre sinusoïdal (en état stable) sont :

$$\begin{cases} M_0 \omega^2 a_0 + K_0 (a_1 - a_0) = 0 & (2.1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_0 \omega^2 a_0 + M_1 \omega^2 a_1 - K_1 a_1 + P_1 = 0 & (2.2) \end{cases}$$

L'équation (2.1) peut être réduite à :

$$a_0 (g^2 - f^2) + f^2 a_1 = 0$$

ou  $f = \frac{\omega}{\omega_1} = \sqrt{\frac{K_0 M_1 / M_0 K_1}{K_0 / m_0}}$  rapport de la fréquence absolue sur fréquence naturelle principale;

$g = \frac{\omega}{\omega_1}$  le rapport de la fréquence forcée et de la fréquence du système ;

$m = M_0 / M_1$  rapport des masses

$k = K / K$  rapport des rigidités

## 2.2 AMORTISSEUR DYNAMIQUE :

Pour garantir l'amortissement selon FRAHM, différents amortissements relatifs (entre masse principale et masse auxiliaire) peuvent être introduits (fig.2.2)

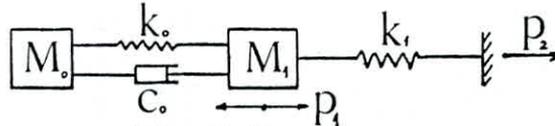


Fig.2.2

Alors que le système de FRAHM est limité à une seule fréquence, l'amortisseur dynamique est utilisé pour la réduction de réponse significative au delà de l'intervalle de fréquence d'excitation.

### 2.2.1 Equations de mouvement :

En incluant l'amortissement, l'équation du mouvement est donnée par;

$$a_0 (g^2 - f^2 - j2\xi_0 fg) + a_1 (f^2 + j2\xi_1 fg) = 0 \quad (2.3)$$

$$a_0 (m_0 g^2) + a_1 (g^2 - 1) = -\left(\frac{P_1}{K_1}\right) \quad (2.4)$$

avec  $g = \frac{\omega}{\omega_1}$

$$f = \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

$$m_0 = M_0 / M_1$$

La réponse du système est représenté sur la fig.2.3

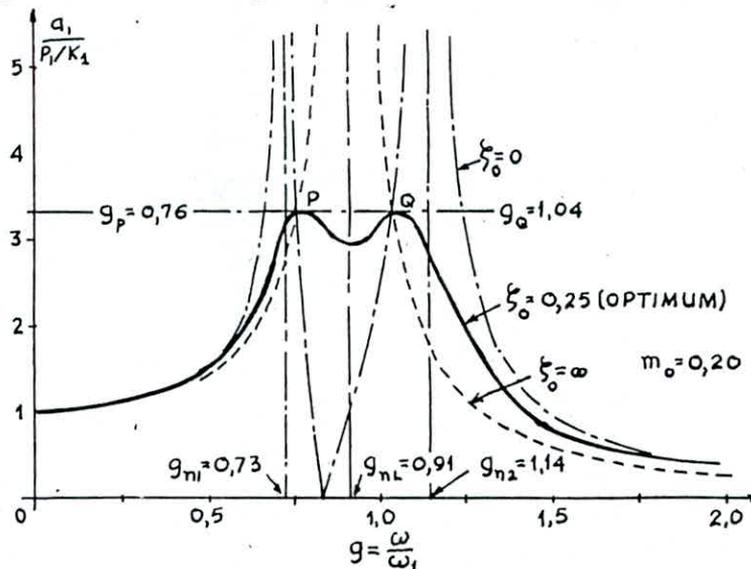


Fig.2.3 : Réponse typique du système principal avec amplitude dynamique.

Ces equations permettent le calcul des reponses pour differentes combinaison de rapport de masse ,d'accord et d'amortissement. On note que  $\xi_0$  represente le vrai rapport d'amortissement du systeme auxilliaire isole .

### 2.2.2: Optimisation des parametres:

La fig.2.3 montre deux pics finis P et Q ,avec un amortissement excessif .On peut limiter les pics de reponses en generant un pic central, pour cela on doit tout d'abord egaler les ordonnees des points P et Q ( cela exigera un accord optimum ).

$$f = \frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{1}{1+m_0} < 1 \quad (2.5)$$

P et Q etant horizontales ,il en resulte un apport optimum d'amortissement ;

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{3}{8} \frac{m_0}{1+m_0}} \quad \text{qui est fonction de } m_0 \text{ seulement.}$$

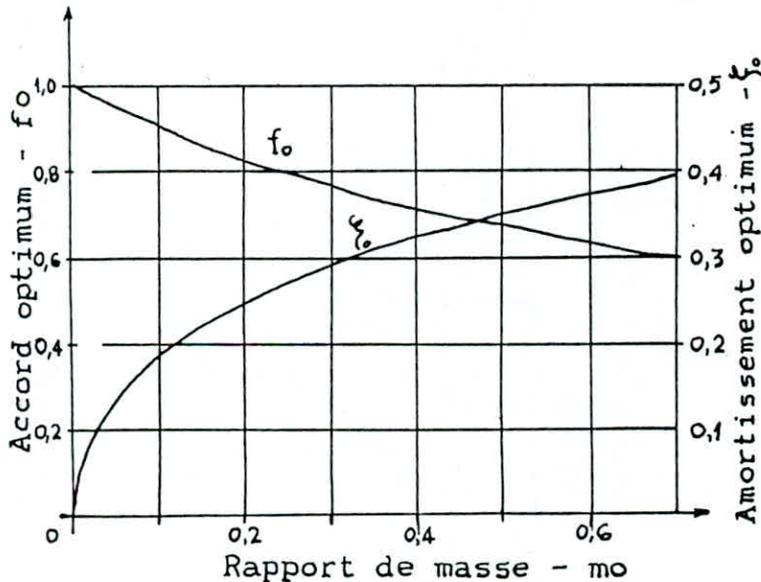


Fig.2.4: Accord et amortissement optimum variant avec le rapport de masse pour un amortissement dynamique.

Pour un accord et amortissement optimum ,la reponse optimisee des deux maximums P et Q est ;

$$\left[ \frac{a_1}{P_1/K_1} \right]_{P,Q} = (1 + 2/m_0) \quad (2.6)$$

- $a_1$  : deplacement du systeme principal
- $P_1$  : force excitatrice
- $K_1$  : rigidite du ressort du systeme principal

### 2.2.3 Construction de l'amortisseur dynamique :

Ressort et amortisseur sont généralement combinés en un seul élément ; un matériau elastomère . Cette construction est montrée sur la fig.2.5 .

la geometrie du caoutchouc et la composition collective determine l'amortissement du couplage .

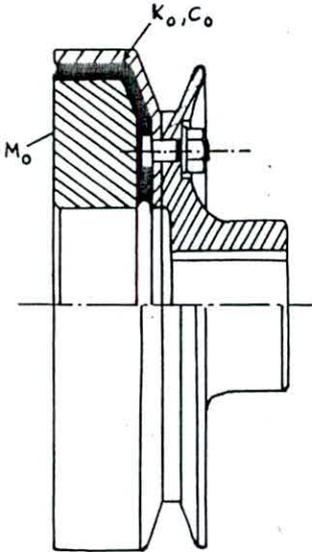


Fig.2.5 : Damper utilisé sur le vilebrequin du moteur F4L 912 .

### AMORTISSEUR VISQUEUX :

Si le couplage d'éléments ressorts de l'absorbeur de FRAHM est remplacé par un Damper il en résulte un comportement complètement différent. Ce type d'amortisseur est employé pour étouffer l'énergie vibratoire .

Cette amortisseur a aussi l'avantage d'utiliser le cisaillement du fluide visqueux en surfaces ainsi l'élément en mouvement n'est pas une source potentielle de panne (dû à la fatigue ou à l'usure)

Comme le système principal est à ressort, l'amortissement peut être défini en utilisant  $K_1$ ,  $M_1$  du système principal conjointement au Damper auxiliaire , pour un ressort d'amortissement de référence .

Alors que l'amortisseur dynamique a deux points fixes P et Q pour lesquels l'amortissement est indépendant , l'amortisseur visqueux a un seul pic qui est le point d'intersection (fig.2.6)

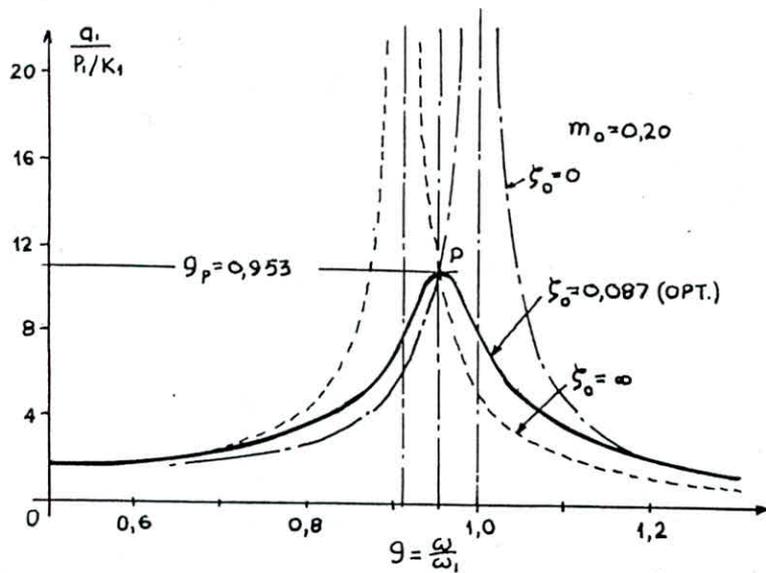


Fig.2.6: Dampier visqueux produisant un seul pic optimisé en P .

L'optimisation peut avoir lieu en tenant compte de  $\xi_0$  qui est obtenu à nouveau en maintenant la pente horizontale tangente au point P pour lequel [G]

$$\xi_0 = \frac{m_0}{\sqrt{2(1+m_0)(2+m_0)}}$$

$\xi_0$  étant le rapport réel d'amortissement du système principal.

### 2.3.1 Caractéristiques de l'amortisseur visqueux :

L'amortisseur visqueux opère en permettant un mouvement relatif de la masse auxiliaire. Evidemment un amortissement infini peut lier  $M_0$  à  $M_1$  et aucune énergie ne sera dissipée, aussi la réponse devient infinie pour le rapport de fréquence  $g_{opt}$ .

Dans le cas contraire, sans amortissement aucun mouvement relatif n'a lieu et aucune énergie n'est impliquée.

L'amortissement optimum est alors un compromis dans lequel le mouvement est combiné avec un amortissement intermédiaire pour maximiser la dissipation et minimiser la réponse du système principal.

Le résultat est un effet d'amortissement exagéré avec de l'énergie dissipée.

### 2.3.2 Construction de l'amortisseur visqueux :

L'amortisseur visqueux est généralement obtenu au moyen d'un fluide hautement visqueux au cisaillement. Les Silicones qui ont la propriété d'être insensibles à la température sont par conséquent utilisés.

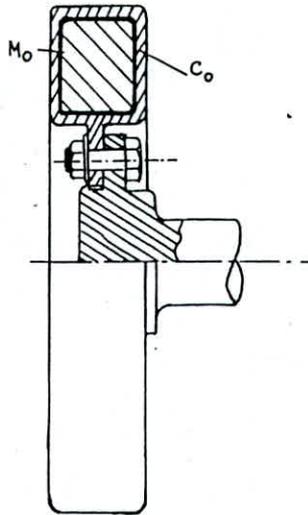


Fig.2.7 Damper visqueux contenant un fluide entre la masse et le systeme principal.

La masse rotative de l'amortisseur a une geometrie annulaire, le contrôle du jeux entre les surfaces est vital pour l'amortissement; l'etancheité est aussi necessaire pour contenir le fluide .

#### 2.4 ABSORBEUR PENDULAIRE CENTRIFUGE

La figure 2.8 nous montre que la masse auxilliaire est couplé à la masse principale pour une suspension pendulaire s'opposant aux excitations torsionnelles .

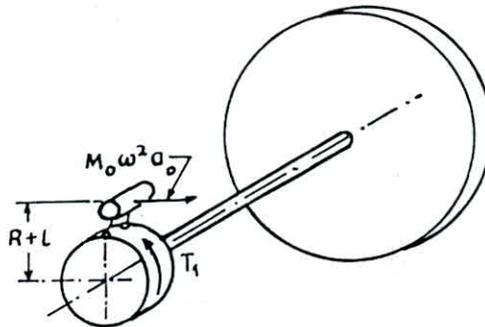


Fig.2.8 Absorbeur pendulaire monté sur un systeme en rotation afin de supprimer les excitations de torsion .

Un pendule simple dans un champs de gravité a une frequence constante en fonction de sa longueur ,mais un pendule relatif a une frequence naturelle directement proportionnelle à la vitesse de rotation pour une longueur donné .

Avec cet accord unique on peut efficacement moduler les frequences de FRAHM avec la vitesse .

### 2.4.1 Ordres d'excitation :

Dans un système en rotation, les fréquences d'excitation torsionnelles sont proportionnelles aux fréquences. Par exemple, avec l'excitation du 3e ordre ( $N = 3$ ),  $\omega = N\Omega$  ou  $\omega$  est la fréquence d'excitation et  $\Omega$  la fréquence de rotation.

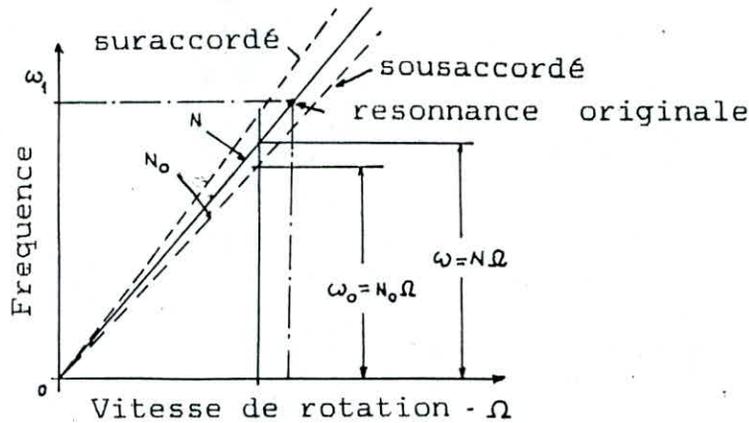


Fig.2.9

Dans la figure 2.9  $N$  représente la pente de la fréquence qui est le produit de l'ordre et de la vitesse. Si le système torsionnel a une fréquence naturelle  $\omega_0$ , un ordre  $N$  produira une résonance à la vitesse de rotation  $\Omega_1$ .

$$\omega_1 = N\Omega_1$$

### 2.4.2 Accord centrifuge :

Le pendule tend à revenir à sa position moyenne pendant la rotation avec, en vertu de l'effet centrifuge. En se basant sur ce principe et utilisant la force d'équilibre, la rigidité du ressort équivalent tangentielle est :

$$K_c = M_0 R \Omega^2 / l$$

La fréquence naturelle du pendule est alors ;

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c}{M_0}} = \Omega \sqrt{\frac{R}{l}}$$

$$N_0 = \frac{\omega_0}{\Omega} = \sqrt{\frac{R}{l}}$$

ou  $N_0$  est l'ordre d'accord de l'absorbeur (fig.2.9)

$N_0$  ne coïncide pas nécessairement avec  $N$ , malgré que ce soit dans la plus part des cas notre intention, car des déviations peuvent être dues aux tolérances de fabrication ou bien à d'autres désaccords intentionnelles.

Si  $N_0 > N$ , le pendule est plus court que le nominal d'où un pendule sur accordé (fig.2.9), et par contre si le pendule est plus long que le nominal, alors nous avons un pendule sous

accordé .

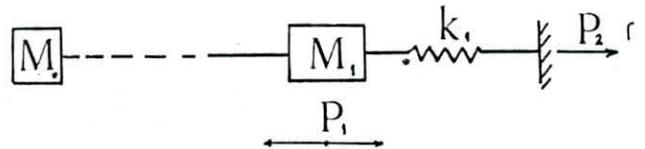
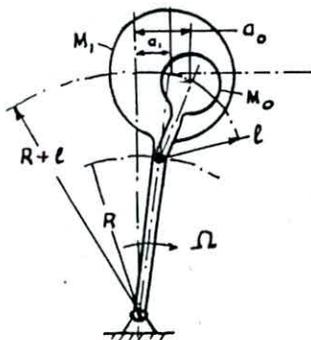
Quelques soient les conditions geometriques que nous avons, le rapport  $\omega_0 / \Omega$  demeure constant.

Plus l'amplitude est grande et plus la deviation est grande et donc la tendance à un comportement non linéaire est grande .

La véritable fréquence pendulaire est toujours legerement plus petite que celle calculée; comme ordre de grandeur , la compensation exige un pendule de 5 % plus court que le pendule nominal .

## 2.5 SYSTEME TANGENTIEL EQUIVALENT :

Le systeme possédant une inertie de torsion causé par le déplacement du pendule peut se convertir a un systeme equivalent en translation referé au rayon en rotation du centre de gravité.



Systeme equivalent

- 1\_  $M_1$  est equivalent au moment d'inertie autour de l'axe principal .

$$M_1 = \frac{J_1}{(R+l)^2}$$

- 2\_ Pour maintenir la même fréquence du systeme principal on doit avoir :

$$k_1 = M_1 \omega_0^2$$

- 3\_  $P_1$  est donnée par l'excitation de torsion :

$$P_1 = \frac{T_1}{R+l}$$

Les forces initiales  $M_0, M_1$  de même que  $P_1$  et la force du ressort  $K_1 \cdot a_1$  sont maintenant tous tangentielles et colinéaires. Une étude de la réponse du systeme montre que l'une des tâches d'un pendule suraccordé agissant comme une masse auxiliaire hautement amplifiée, est de déplacer le pic de resonance vers le bas .

## 2.6 SUSPENSION BIFILAIRE :

L'une des difficultés caractéristiques de la réalisation de l'absorbeur pendulaire est que la combinaison de la geometrie et de l'ordre d'excitation usuel mène à des longueurs de pendule

très courtes, la solution est donc la suspension bifilaire (fig.2.11) .

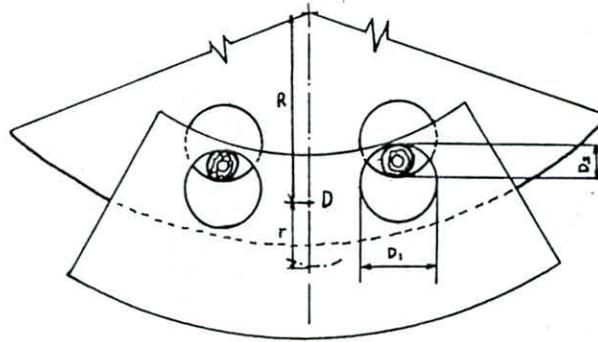


Fig.2.11 Suspension bifilaire

Utilisant deux goupilles cylindriques interposées entre deux paires de trous cylindriques ,chaque elements de la masse suspendu à un mouvement circulaire,mais la masse possède un mouvement de translation, ainsi un pendule simple(ou mathématique) est obtenue sous l'effet d'inertie angulaire .

Le rayon du pendule est :  $r = D1 - D2$  .En augmentant la diametre de la goupille ( $D2$ ),le rayon  $r$  tendra vers zéro ,pour des ordres d'harmoniques donnant un bon accord .

Le centroïde de  $M_0$  tourne autour du point  $D$  apparent,ainsi le rayon  $R$  utilisé dans l'équation de l'accord appartient à la distance du centre de rotation à ce pivot equivalent ; $R + r$  étant le rayon de giration de la masse  $M_0$  .

## 2.7 LE DOUBLE VOLANT AMORTISSEUR :

C'est une conception très recente (Av.87) , le volant moteur etant scindé en 2 parties , une raideur avec des elements d'amortissement est inseré entre ces 2 parties .

Ce systeme permet de placer la frequence de resonance en deça de la frequence d'excitation fournie par le moteur au regime de ralenti.

La frequence propre d'un tel systeme est donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}$$

Fig.2.12 Double volant amortisseur

$K$  : raideur torsionnelle donnée par le ressort ;  
 $I_1$  : inertie amont. ;  
 $I_2$  : inertie aval ;

### 3. REGULARITE CYCLIQUE

#### 3.1. DEFINITION :

La régularité cyclique est définie comme étant l'inverse de la variation relative de la vitesse angulaire pour un cycle pendant lequel le couple résistant est supposé constant est tel que la travail résistant soit égal au travail moteur .(Voir annexe)

$$\tau_c = \frac{W_{moy}}{W_{max} - W_{min}} \quad (3.1)$$

avec ;  $\tau_c$  : coefficient de régularité cyclique .  
 $W_{moy}$  : valeur moyenne de la vitesse angulaire au cours d'un cycle .  
 $W_{max}$  : valeur max. de la vitesse ang. instantannée au cours d'un cycle .  
 $W_{min}$  : valeur min. de la vitesse ang. instantannée au cours du même cycle .

#### 3.2. CALCUL :

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique aux masses tournantes de moments d'inertie  $I$  entre les instants de passage de la manivelle correspondant à  $\theta_m$  et  $\theta_M$ , on obtient :

$$\frac{1}{2} I (W_{max}^2 - W_{min}^2) = \int_{\theta_m}^{\theta_M} (C_m - C_R) d\theta \quad (3.2)$$

L'expérience montre que la vitesse angulaire moyenne est voisine de la moyenne arithmétique entre les vitesses maximales et minimales d'où ;

$$W_{moy} = \frac{W_{max} + W_{min}}{2}$$

L'équation (3.1) et (3.2) nous permettent d'écrire ;

$$\tau_c = \frac{I W_{max}^2}{\int_{\theta_m}^{\theta_M} (C_m - C_R) d\theta} \quad (3.3)$$

dont le dénominateur est une intégrale calculée aisément si le couple moteur et le couple résistant sont connus .

#### 3.3. ANALYSE :

La régularité cyclique représenté par la formule (3.3) est améliorée si l'une des conditions suivantes est réalisée :

- Augmentation de la vitesse moyenne de rotation .
- L'inertie des masses tournantes est plus importantes .
- Faible différence positive entre couple moteur et couple résistant .

L'autre moyen simple est de multiplier le nombre de cylindres du moteur de manière que le couple résultant  $C_m$  soit la somme des couples élémentaires relatifs à chaque cylindre .

Le coefficient de régularité cyclique d'un moteur étant fonction du régime qui intervient à la 2e puissance ( alors que l'inertie n'intervient qu'à la 1er puissance ) .

L'importance de l'inertie du volant se fait donc sentir aux bas régimes (cas du ralenti du moteur in situ ) .

L'énergie cinétique est fonction de l'inertie de l'embellage (piston, bielle, vilebrequin) qui est relativement faible ,d'où l'astuce du volant lourd pour les moteurs à faible nombre de cylindres .

Selon l'équation (3.2) ;

$$w_M^2 - w_m^2 = (w_M - w_m)(w_M + w_m) = 2 A / I$$

A : étant l'intégrale du couple .

$$\text{Si } w_{moy} = (w_M + w_m) / 2$$

$$\text{alors } w_M - w_m = A / w_{moy} I$$

$$\text{comme } i = 1 / rc$$

$$\text{donc } i = A / w_{moy}^2 I$$

Il apparait que, pour réduire l'irrégularité cyclique il faut donc augmenter le régime  $w_{moy}$  ou augmenter l'inertie I ,mais malheureusement, plus le moment d'inertie sera grand plus le couple d'accélération moyen I (  $d\omega/dt$  ) absorbé pendant les périodes d'accélération du moteur sera ; ce qui peut être un inconvénient sérieux pour certains types de moteurs et en particulier ceux des automobiles .

### 3.3.1 Approche réelle au calcul de la régularité :

L'hypothèse de la vitesse de rotation moyenne prise comme étant une moyenne arithmétique n'est pas exact, donc si l'on veut approcher la réalité on doit procéder au calcul numérique pour déterminer  $rc$  ;

$$\text{Comme le couple } C_m - C_r = C(t) = I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{donc } w(t) = \frac{1}{I} \int C(t) dt \quad (3.5)$$

L'expression du couple étant déterminé (Voir CH.5 ) on déduit toutes les valeurs de  $w(t)$  (par définition) ainsi  $w_{max}$  ,  $w_{min}$  ,  $w_{moy}$  sont connues d'où la régularité cyclique .

### 3.3.2 Procédure:

Le couple est décomposé en série de Fourier ;

$$C(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi}{T} n\theta + b_n \sin \frac{2\pi}{T} n\theta$$

$C_0$  : Couple moyen

$a_n, b_n$  : Amplitude des harmoniques

Or  $C(t) = I \ddot{\theta} = f(\theta, t)$

En integrant on obtient :

$$0 = \frac{1}{I} \int C(t) dt = \frac{1}{I} \int (C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi}{T} n\theta + b_n \sin \frac{2\pi}{T} n\theta) d\theta \quad (3.6)$$

ainsi on evalue cette integral en posant le changement de variables suivants :

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \phi \\ \dot{\phi} = \ddot{\theta} = f(\theta, t) / I \end{cases}$$

Par definition ;

$$\begin{cases} \frac{\theta_{n+1} - \theta_n}{h} = \phi \\ \frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{h'} = \dot{\phi} \end{cases}$$

d'ou

$$\begin{cases} \theta_{n+1} = \theta_n + h\phi \\ \phi_{n+1} = \phi_n + h' \frac{C(t)}{I} \end{cases}$$

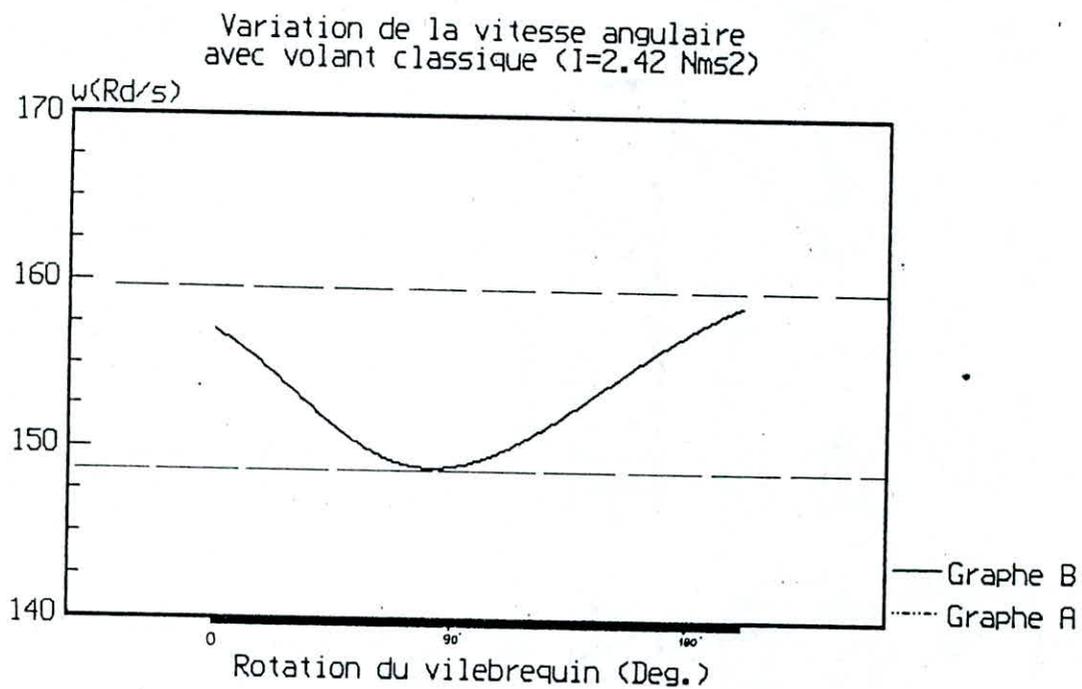
Or  $\phi_n = \dot{\theta}_n$

Explicitement ;

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_0 + h\phi_0 \\ \phi_1 = \phi_0 + h' \frac{C(t)}{I} \\ \vdots \end{cases}$$

Cette methode s'apprête facilement à la programmation , ainsi les vitesses angulaires  $\phi_{\max}$  ,  $\phi_{\min}$  sont determinées avec exactitude pour les pas choisis  $h$  et  $h'$  .

Les solutions (vitesses angulaires) sont représentées par la courbe suivante avec le volant classique du F4L 912 .  
L'irrégularité cyclique est de  $i = 0.07$



#### 4. SYSTEME CHOISI :

L'étude va porter sur un volant à système pendulaire en vue d'obtenir :

- Une régularité cyclique supérieure à celle obtenue avec un volant classique .

- Une masse inférieure ou égale à celle d'un volant classique de plus, il doit permettre le démarrage du moteur (car il supporte la couronne de démarrage) .

Ce système agira comme un régulateur de vitesse et non comme amortisseur de vibration .

L'étude est effectuée au régime de ralenti pour garantir le maximum de confort .

#### 4.1 MODELE UTILISE :

Le modèle choisi est un système à un seul étage de masses oscillantes et roulantes (fig.2.1) .

Les éléments du modèle doivent satisfaire à des règles bien connues, comme la proportionnalité entre efforts et déformations conservation des masses pour que les lois de la mécanique leur soient applicables et que la résolution numérique des équations conduisent à l'utilisation des schémas mathématiques classiques .

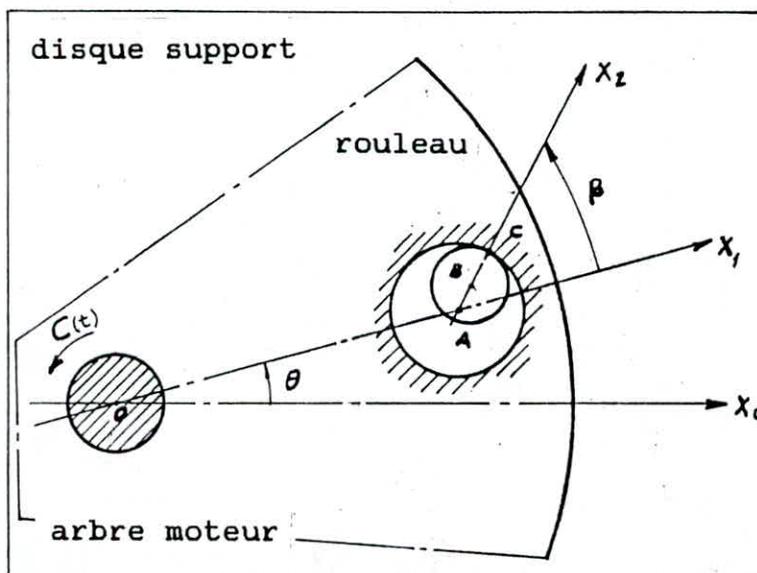


Fig.4.1 Modèle du système choisi .

Hypothèses :

- Moteur découplé (de l'ensemble receptrer ), tournant au ralenti
- $\omega$  : valeur moyenne du régime moteur .
- Au point c , condition de roulement sans glissement .
- R,L,r,n,I sont les données dimensionnelle du modèle .

#### 4.2 ANALYSE PHYSIQUE :

Le couple C(t) auquel est soumis le volant est :

$$C(t) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p \sin (p\omega t + \varphi_p )$$

Les termes  $a_0, a_1, a_2, \dots$  désignent des constantes .

$a_0$  :valeur moyenne du couple au cours d'un cycle,les autres constituent chacun l'amplitude relative à l'harmonique du couple .

Si l'on considère que l'harmonique prédominante est q on pourra écrire ;

$$C(t) = a_q \sin q\omega t$$

#### 3.2.1 Equations du système :

a/ Energie cinétique de l'ensemble :

$$T = T_1 + T_2$$

T1 : Energie cinétique du disque support.

T2 : Energie cinétique du cylindre (pendule).

$$T_1 = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 \quad (4.1)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m V_B^2 + \frac{1}{2} I_B (\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 \quad (4.2)$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_B^{\wedge}$$

$$V_A = R \dot{\theta}$$

$$V_B^{\wedge} = L (\dot{\theta} + \dot{\beta})$$

Selon le theoreme de pythagore generalisé :

$$V_B^2 = V_A^2 + V_B^{\wedge 2} + 2 V_A V_B^{\wedge} \cos \beta$$

$$V_B^2 = R^2 \dot{\theta}^2 + L^2 (\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 + 2 RL \dot{\theta} (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cos \beta$$

$$I_B = \frac{1}{2} m r^2$$

Alors ;

$$T = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \left[ R^2 \dot{\theta}^2 + 2RL\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cos \beta + (L^2 + r^2/2)(\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 \right] \quad (4.3)$$

b/ Equations de Lagrange du système :

Par definition ;  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j^{nc}$  avec  $T = L + U$

$Q_j^{nc}$  désignent les forces generalisées non conservatives .

Equation en  $\theta$  :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m \left\{ R^2 \dot{\theta} + RL(2\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cos \beta + (L^2 + \frac{r^2}{2})(\dot{\theta} + \dot{\beta}) \right\} + I_0 \dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m \left\{ R^2 \ddot{\theta} + RL(2\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cos \beta + RL(2\dot{\theta} + \dot{\beta}) \dot{\beta} + (L^2 + \frac{r^2}{2})(\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \right\} + I_0 \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad ; \quad Q_\theta = C(t)$$

Equation en  $\beta$  :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} = Q_\beta$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = m \left\{ (L^2 + \frac{r^2}{2})(\dot{\theta} + \dot{\beta}) + RL\dot{\theta} \cos \beta \right\}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = m \left\{ (L^2 + \frac{r^2}{2})(\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) + RL\ddot{\theta} \cos \beta - RL\dot{\theta} \dot{\beta} \sin \beta \right\}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = m \left\{ -RL\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\beta}) \sin \beta \right\} \quad ; \quad Q_\beta = 0$$

Finalemment on obtient les 2 equations du mouvement du système :

$$m \left( R^2 + 2RL \cos \beta + L^2 + \frac{r^2}{2} \right) + I_0 \ddot{\theta} + m RL \cos \beta + L^2 + \frac{r^2}{2} \dot{\beta} -$$

$$(2\dot{\theta}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2) m RL \sin \beta = C(t)$$

$$m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} + RL \cos \beta \right) \ddot{\theta} + m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) \ddot{\beta} + m RL \dot{\theta}^2 \sin \beta = 0$$

Nous obtenons un systeme d'equations differentielles couplés non resolvables analytiquement ,donc nous proposons une resolution

par une methode numerique .

#### 4.3 INTEGRATION NUMERIQUE DES EQUATIONS PAR LA METHODE DE RUNGE-KUTTA D'ORDRE QUATRE :

Le systeme d'équation (4.3) et (4.4) n'étant pas du premier ordre ,on pose le changement de variable suivant :

$$Y_1 = \theta$$

$$Y_2 = \dot{\theta}$$

$$Y_3 = \beta$$

$$Y_4 = \dot{\beta}$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} a_{11} \dot{Y}_2 + a_{12} \dot{Y}_4 = b_1 \\ a_{21} \dot{Y}_2 + a_{22} \dot{Y}_4 = b_2 \end{cases}$$

$$\text{où } \begin{cases} a_{11} = \frac{r^2}{2} + L^2 + RL \cos \gamma_3 \\ a_{12} = \frac{r^2}{2} + L^2 \\ a_{21} = m \left( \frac{r^2}{2} + L^2 + 2RL \cos \gamma_3 + R^2 \right) + I_0 \\ a_{22} = m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} + RL \cos \gamma_3 \right) \\ b_1 = - RL \sin \gamma_3 \cdot \dot{Y}_2^2 \\ b_2 = (2Y_2 + Y_4) Y_4 m RL \sin \gamma_3 + C(t) \end{cases}$$

D'ou le système différentiel du 1er ordre :

$$\begin{cases} \dot{Y}_1 = Y_2 \\ \dot{Y}_2 = (a_{12} b_2 - a_{22} b_1) / (a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}) \\ \dot{Y}_3 = Y_4 \\ \dot{Y}_4 = (a_{21} b_1 - a_{11} b_2) / (a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}) \end{cases}$$

Dans le cas general , ce systeme peut se mettre sous la forme ;

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i (t, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N)$$

$$\text{ou } \frac{Y_i(t+h) - Y_i(t)}{h} = f_i (t, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N)$$

$$Y_i(t+h) = Y_i(t) + h f_i (t, Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$$

Connaissant la solution du système au temps  $t$ , la méthode permet de déterminer la solution approchée au point  $t + h$ . Le pas  $h$  fera l'objet d'une prédétermination, si  $h$  est trop grand la méthode diverge.

#### 4.3.1 Méthode :

Les solutions approchées étant connues, on calcule les 4 N coefficients suivants.

$$\begin{aligned} K_{1i} &= hf_i(t_i, y_1(t), \dots, y_N(t)) \\ K_{2i} &= hf_i\left(t_i + \frac{h}{2}, y_1(t) + \frac{K_{11}}{2}, \dots, y_N(t) + \frac{K_{1N}}{2}\right) \\ K_{3i} &= hf_i\left(t_i + \frac{h}{2}, y_1(t) + \frac{K_{21}}{2}, \dots, y_N(t) + \frac{K_{2N}}{2}\right) \\ K_{4i} &= hf_i\left(t, y_1(t) + K_{31}, \dots, y_N(t) + K_{3N}\right) \end{aligned}$$

$$\text{d'où } y_i(t_i+h) = y_i(t) + \frac{1}{6} (K_{1i} + 2K_{2i} + 2K_{3i} + K_{4i}) \quad i = 1, N$$

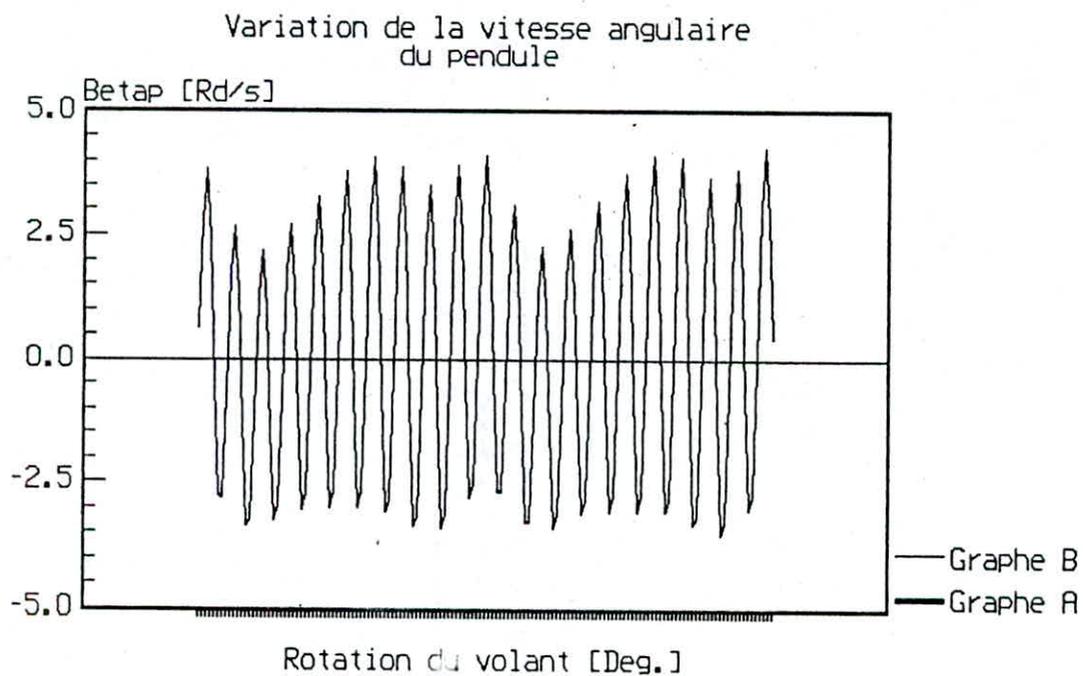
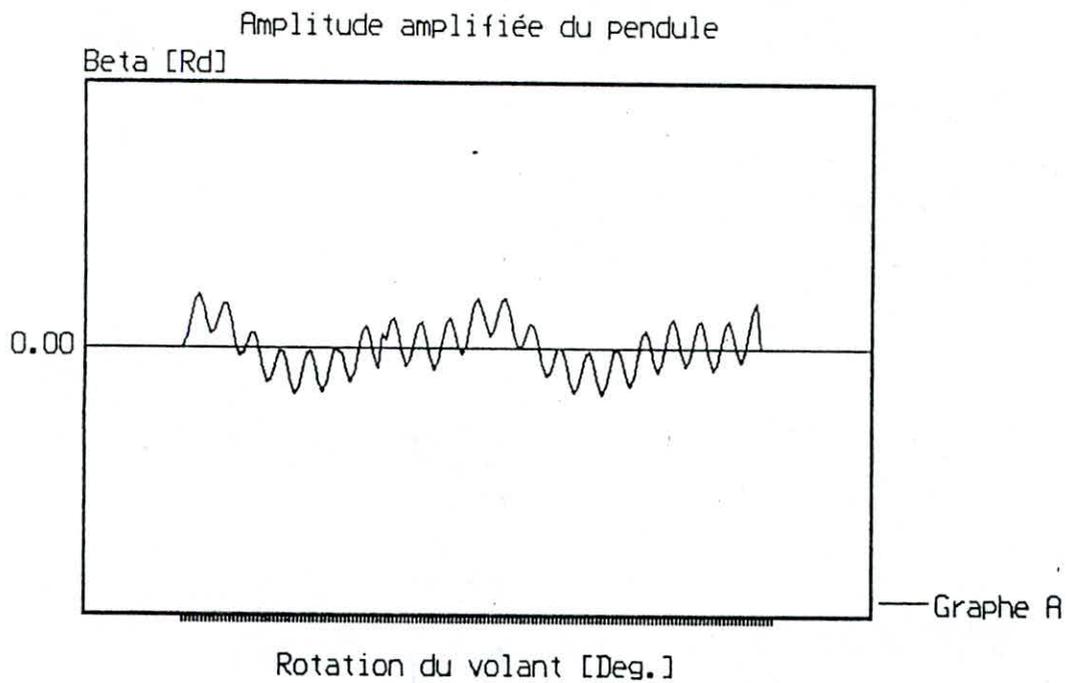
(Voir méthode, programme et calcul en annexe)

On obtient donc les solutions  $\theta, \dot{\theta}, \beta$  et  $\dot{\beta}$ ; nous avons considéré le cas défavorable; moteur tournant au ralenti ( $N=1500$  tr/mn).

De ce fait, on obtient la fluctuation de la vitesse angulaire en fonction de la rotation du vilebrequin d'où l'irrégularité cyclique.

étant l'angle de rotation du pendule, ses valeurs, après calcul, montre que le pendule n'effectue pas en réalité des rotations mais des oscillations autour d'une position moyenne. Par conséquent une étude locale est nécessaire comme celle de la pulsation propre et le couplage du pendule par rapport au système principal.

Les solutions de Runge-Kutta en  $\beta$  et  $\dot{\beta}$  sont représentées, après résolution de la façon suivante (pour celle de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ , voir paragraphe 5.9)



### 3.4 LINEARISATION DES EQUATIONS :

Les equations etant ;

$$\left[ m \left( R^2 + 2RL \cos \beta + L^2 + \frac{r^2}{2} \right) + I_0 \right] \ddot{\theta} + m \left[ RL \cos \beta + L^2 + \frac{r^2}{2} \right] \ddot{\beta} - (2\dot{\theta}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2) m RL \sin \beta = C(t) \quad (4.5)$$

$$\left[ m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} + RL \cos \beta \right) \right] \ddot{\theta} + m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) \ddot{\beta} + m RL \dot{\theta}^2 \sin \beta = 0 \quad (4.6)$$

Or les solutions (4.5) et (4.6) données par la methode de Runge-Kutta ,sont suffisamment petits pour ecrire  $\sin \beta = \beta$  et  $\cos \beta = 1$  et negliger  $\beta^2, \dot{\beta}^2, \dot{\theta}^2$ .

Alors les equations (4.6) et (4.5) deviennent :

$$m \left( R^2 + 2RL + L^2 + \frac{r^2}{2} \right) + I_0 \ddot{\theta} + m RL + L^2 + \frac{r^2}{2} \ddot{\beta} = (2\dot{\theta}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2) m RL \beta + C(t) \quad (4.7)$$

$$m \left( RL + \frac{r^2}{2} + L^2 \right) \ddot{\theta} + m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) \ddot{\beta} + m RL \dot{\theta}^2 \beta = 0 \quad (4.8)$$

Si on considère que  $\dot{\theta}$  est faible  $\dot{\theta}^2 \approx \Omega^2$  ;  $\ddot{\theta} \approx 0$  ;  $\Omega = cte$

$$(4.8) \text{ devient } m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) \ddot{\beta} + m RL \dot{\theta}^2 \beta = 0$$

$$-\frac{\ddot{\beta}}{\beta} = \Omega^2 \left( \frac{RL}{L^2 + \frac{r^2}{2}} \right) \quad (4.9)$$

ou la pulsation propre du pendule est :

$$\omega_p = \Omega \sqrt{\frac{RL}{L^2 + \frac{r^2}{2}}} = \Omega \cdot q \quad (4.10)$$

Autre methode de calcul:

Le disque tournant à une vitesse constante  $\Omega$  ,on lui superpose une vibration  $\alpha$  d'où :

$$\theta = \Omega t + \alpha$$

$$\dot{\theta} = \Omega + \dot{\alpha}$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\alpha}$$

On remarque que si  $\alpha$  est petit alors  $\dot{\alpha} \approx 0$  d'où  $\dot{\theta}^2 \approx \Omega^2$   
Les equations (4.7) et (4.8) deviennent :

$$m \left[ \left( R^2 + 2RL + L^2 + \frac{r^2}{2} \right) + I_0 \right] \ddot{\alpha} + m \left[ RL + L^2 + \frac{r^2}{2} \right] \ddot{\beta} = C(t) \quad (4.11)$$

$$m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} + RL \right) \ddot{\alpha} + m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) \ddot{\beta} + m RL \Omega^2 \beta = 0 \quad (4.12)$$

On pose

$$A = m \left( R^2 + 2RL + L^2 + \frac{r^2}{2} \right) + I_0 = I_0 + I_B + m(R + L)^2$$

$$B = m \left( RL + \frac{r^2}{2} + L^2 \right) = I_B + m(RL + L^2)$$

$$C = m \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) = mL^2 + I_B$$

$$D = mRL \Omega^2$$

On obtient donc :

$$(S) \quad \begin{cases} A \ddot{\alpha} + B \ddot{\beta} = C(t) \\ B \ddot{\alpha} + C \ddot{\beta} + D \beta = 0 \end{cases}$$

Dans l'étude qui suit on va considérer le volant support seul comme système principal et le pendule comme "système" ou masse auxiliaire .

Le couple moteur a été simulé par :

$$C(t) = aq \sin q\Omega t = aq \sin w t$$

Nous avons montré que la fréquence propre du pendule est :

$$\omega_p = \Omega \sqrt{\frac{RL}{L^2 + \frac{r^2}{2}}} = q\Omega$$

c à d 
$$q = \sqrt{\frac{RL}{L^2 + \frac{r^2}{2}}}$$

alors 
$$q^2 = \frac{RL}{L^2 + \frac{r^2}{2}}$$

$$q^2 \left( L^2 + \frac{r^2}{2} \right) = RL \quad \Rightarrow \quad q^2 \Omega^2 \left( mL^2 + m \frac{r^2}{2} \right) = m RL \Omega^2$$

d'ou 
$$\frac{mL^2 + m r^2/2}{m RL \Omega^2} \omega_p^2 - 1 = 0$$

On remarque que cette différence est nulle quand le système est en résonance , il apparaît clairement que la résonance dépend essentiellement de cette différence soit ;

$$Dr = \frac{(mL^2 + m r^2/2)}{m RL \Omega^2} \omega_p^2 - 1 \quad (4.13)$$

qui sera l'écart relatif à la résonance dont la valeur dépend de la période T d'oscillation du couple excitateur et de celle du système auxiliaire T' ; qui est par définition :

$$Dr = \frac{T^2 - T'^2}{T'^2} \quad (4.14)$$

En se référant au système d'équations du système (S), (4.13) devient

$$Dr = \frac{C \omega_p^2}{D} - 1$$

Alors (4.14) donnera :

$$T'^2 Dr + T'^2 = T^2 \quad \Rightarrow \quad T = T' \sqrt{Dr + 1}$$

d'où

$$T' = \frac{T}{\sqrt{Dr + 1}} \quad (4.15)$$

Il est clair que la période du pendule pouvait être obtenue à partir de celle d'oscillation du couple, et connaissant l'écart relatif à la résonance.

#### 4.5 COUPLAGE DE LA MASSE AUXILLIAIRE SUR LE SYSTEME PRINCIPAL :

$$\begin{cases} A \ddot{\alpha} + B \ddot{\beta} = C(t) \\ B \ddot{\alpha} + C \ddot{\beta} + D \beta = 0 \end{cases} \quad (S)$$

En transformant les équations du système (S) par une simple multiplication de l'un par A et l'autre par B et une soustraction membre à membre on obtient :

$$\begin{aligned} B^2 \ddot{\beta} - CA \ddot{\beta} - DA \beta + BC(t) &= 0 \\ (B^2 - CA) \ddot{\beta} + BC(t) - DA \beta &= 0 \\ (CA - B^2) \ddot{\beta} + DA \beta &= B a \sin \omega t \\ \left(1 - \frac{B^2}{CA}\right) \ddot{\beta} + \frac{D}{C} \beta &= \frac{B}{CA} a \sin \omega t \end{aligned}$$

l'indice de couplage étant défini comme  $\sigma = 1 - \frac{B^2}{CA}$  (4.16) pour deux systèmes liés .

Le pendule auxillaire étant couplé au système principal (dépendant), si et seulement si,  $\sigma \neq 0$ , alors qu'il sera indépendant pour  $\sigma = 0$ .

Autrement dit si :  $B^2 = CA$

En remplaçant B et CA par leurs valeurs ;

$$I_0 (2L^2 + r^2) + L r^2 m = 0$$

qui est impossible que si l'un des facteurs est nul .  
Donc le pendule dépend toujours du système principal .

#### 4.6 CALCUL DU MOMENT D'INERTIE EQUIVALENT DU SYSTEME :

En reprenant le système d'équations (S), on suppose que le pendule oscille à sa pulsation propre de type ;

$$\begin{aligned} \beta &= b \sin \omega_p t \\ \ddot{\beta} &= -\omega_p^2 \beta \end{aligned} \quad (4.17)$$

(4.17) dans (S)

$$B\ddot{\alpha} + C\ddot{\beta} + D\left(-\frac{1}{\omega_p^2}\right)\ddot{\beta} = 0$$

$$\ddot{\beta} = \frac{-B\ddot{\alpha}}{C - \frac{D}{\omega_p^2}} \quad (4.18)$$

(4.18) dans (S)

$$A\ddot{\alpha} + B - \frac{B}{C - \frac{D}{\omega_p^2}}\ddot{\alpha} = C(t)$$

donc

$$\left[ A + \frac{B^2}{\frac{D}{\omega_p^2} - C} \right] \ddot{\alpha} = C(t)$$

En identifiant avec la 2e loi de Newton appliquée à la rotation, on déduit le moment d'inertie équivalent :

$$I_{eq} = A + \frac{B^2}{\frac{D}{\omega_p^2} - C}$$

$C(t)$  est connue et peut être exprimé par  $aq \sin q t$   
(t) sera une fonction harmonique, ayant la même fréquence d'excitation que le couple.

$$I_{eq} = I_0 + I_B + m(R+L)^2 + \frac{[I_B + mL(R+L)]^2}{m\frac{RL}{q^2} - m(L^2 + \frac{r^2}{2})} \quad (4.19)$$

Ceci étant donné pour un pendule, dans le cas du volant à 3 pendules on obtient ;

$$I_B = \frac{1}{2} m r^2$$

$$\text{alors } I_{eq} = I_0 + \frac{3}{2} m r^2 + 3m(R+L)^2 + 3m \frac{[r^2/2 + L(L+R)]^2}{\frac{RL}{q^2} - (L^2 + \frac{r^2}{2})} \quad (4.20)$$

Le dénominateur du 4e terme étant un coefficient numérique, le pendule est accordé si :

$$\frac{RL}{q^2} - (L^2 + \frac{r^2}{2}) < 0$$

Alors, ceci est équivalent à un moment d'inertie infini correspondant à un pendule "suraccordé" avec une gamme des inerties positives, pendant qu'un pendule "sous accordé" se comporte comme s'il avait une inertie négative.

En conséquence, le pendule construit sur le volant représente différents moments d'inerties pour différentes harmoniques et différentes fréquences naturelles du système peuvent être déduites facilement à partir de l'équation (4.10).

Pour quoi trois pendules ?

Le pendule durant sa rotation exerce sur l'arbre du vilebrequin (fig.4.2) un effort selon l'axe BA dont la composante normale engendre un couple de réaction si on multiplie la force normale à BA par la bras de levier OL. Le vilebrequin est soumis à une force du au pendule, celle-ci n'étant point équilibré provoque des vibrations linéaires du centre O et par conséquent

des vibrations de flexion sur le vilebrequin .

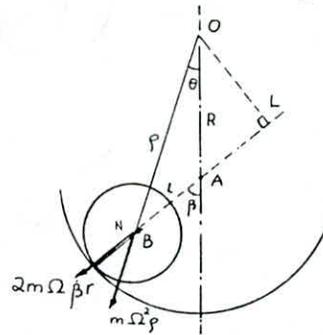


Fig.4.2

Si l'on installait deux pendules diametralement opposés, ils créeraient des noeuds de vibrations à leur emplacement .

L'expérience montre que si l'arbre est soumis purement à des vibrations de torsion , les deux pendules oscillaient avec des amplitudes égales et opposés . Leurs reactions engendrent uniquement un couple .

Si toute fois l'arbre etait exclusivement excité par une force latérale , les deux pendules oscillaient en phase , leur reaction etant uniquement une force .

Si l'on veut empêcher tout mouvement dans le plan du tourillon quand l'excitation met en jeu les vibrations de torsion , de flexion et latérales , il faut utiliser trois pendules placés à 120° l'un de l'autre pour plus de commodité . Ils reagiront avec 3 amplitudes differentes [H]. .

#### 4.7 CALCUL DU MOMENT D'INERTIE EQUIVALENT THEORIQUE DU SYSTEME :

Le moment d'inertie equivalent du systeme est de la forme :

$$I_{eq_t} = \frac{2I}{\dot{\theta}^2} = I_0 + 3m \frac{V_B^2}{\dot{\theta}^2} + 3 \frac{(\dot{\beta} + \dot{\theta})^2}{\dot{\theta}^2} I_B$$

$$= I_0 + 3mR^2 + 3mL^2 \left(1 + \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}}\right)^2 + 6mRL \left(1 + \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}}\right) \cos \beta + 3I_B \left(1 + \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}}\right)^2$$

Si l'on pose

$$\beta = b \sin \omega_p t$$

$$\dot{\beta} = b \omega_p \cos \omega_p t = b q \Omega \cos \omega_p t$$

En remplaçant  $\dot{\beta}$  par sa valeur , on obtient :

$$I_{eq_t} = I_0 + 3mR^2 + 3(I_B + mL^2) \left(1 + bq \cos \omega_p t\right)^2 + 6mRL \left(1 + bq \cos \omega_p t\right) \cos(b \sin \omega_p t)$$

(Voir resultats de calcul au paragraphe 5.9 )

#### 4.8 CALCUL DU VOLANT PENDULAIRE :

La formule relative à l'accord (4.10) conduit à des difficultés de réalisation parmi les quelles l'intervalle de tolérances très restreint .

Le moteur étant découplé , il possède des vibrations harmoniques gênantes d'ordre 2 et plus .

La distance R est limitée par des considérations d'encombrement, doit alors trouver un compromis entre l'entraxe L et le rayon du pendule r .

Le pendule doit avoir une masse appréciable pour conserver son rôle , ainsi on procède au dimensionnement .

En développant la formule (4.10) on obtient la relation suivante :

Ce n'est autre qu'une équation du second degré dont les solutions en L sont :

$$L_1 = \frac{R + \sqrt{R^2 - 2q^4 r^2}}{2q^2} \quad (a) \quad L_2 = \frac{R - \sqrt{R^2 - 2q^4 r^2}}{2q^2} \quad (b)$$

ou L : l'entraxe entre pendule et son logement .

R : position du logement par rapport à l'axe du volant .

r : rayon du pendule .

q : ordre de l'harmonique .

Conditions à respecter :

# La première condition apparente est relative au discriminant

$$\Delta = R^2 - 2q^4 r^2 \quad \text{qui doit être positive ou nul}$$

donc

$$R^2 \geq 2q^4 r^2$$

# La seconde est l'une des solutions (a) ou (b)

# La troisième donne le rayon de perçage ;

$$r' = L + r \quad (4.21)$$

On indique que le choix des rayons des pendules est donné sur une gamme de dimensions relatives aux rouleaux .

Cependant on peut procéder à un prédimensionnement en respectant l'encombrement du moteur et ainsi localiser la plage des inerties convenantes donnant avec le calcul une meilleur régularité cyclique .

(Cf. para. 5.9 pour résultats ).

celui de l'inertie .

La figure (5.2) représente le couple dû à la pression des gaz en fonction de la position angulaire de la manivelle pour un moteur diesel à quatre temps .

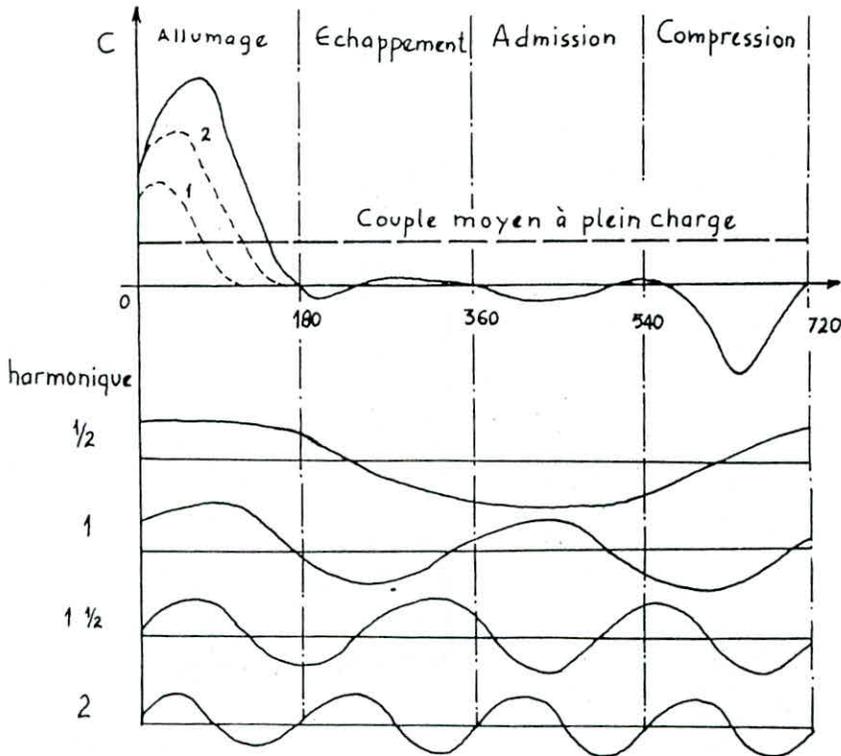


Fig.5.2 : Couple dû à la pression des gaz dans un cylindre et harmoniques des impulsions.

Le couple est nul au quatre points morts d'un cycle complet d'allumage (ou de 2 revolutions) . Quand on réduit l'admission seule la courbe du cycle d'explosion varie . Les courbes en traits mixtes (1) et (2) correspondent à une admission minimale et demi-admission .

Quand l'admission est minimale , la pression pendant l'admission est égale à celle pendant la compression , si bien que même dans ces conditions , il reste un couple alternatif appréciable .

On remarque sur la figure que le couple moyen fournit par un cylindre n'est qu'une très faible partie du couple maximum fournit pendant le cycle d'explosion ; en conséquence l'irrégularité cyclique est comme grand inconvenient qu'il faudra réduire en utilisant un moyen auxilliaire .

### 5.3. DECOMPOSITION DU COUPLE EN SERIE DE FOURIER :

Le couple moteur etant une grandeur periodique decomposable en serie de Fourier , cette forme est necessaire pour l'etude du volant pendulaire ainsi que pour les vibration de torsions du

vilebrequin .

La connaissance des harmoniques nous permet de connaître à quelle fréquence se produit la résonance du système .

La décomposition en série de Fourier est donnée par :

$$C(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2n}{T} n\theta + b_n \sin \frac{2n}{T} n\theta \quad (5.1)$$

Le premier terme  $C_0$  représente le couple moyen au cours d'un cycle

$a_n$  et  $b_n$  sont les amplitudes de l'harmonique d'ordre  $n$ , elles sont homogènes à un couple et sont appelés coefficients de Fourier.

$$C_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} C(\theta) d\theta \quad a_n = \frac{1}{2n} \int_0^{4\pi} C(\theta) \cos \frac{n\theta}{2} d\theta$$
$$b_n = \frac{1}{2n} \int_0^{4\pi} C(\theta) \sin \frac{n\theta}{2} d\theta$$

Pour avoir une approximation suffisante du couple moteur on prendra les dix premières harmoniques du développement en série de Fourier .

La pulsation étant  $\omega = \frac{2n}{T}$  ou  $T$  est la période fondamentale du phénomène , comme  $t = \frac{\theta}{\omega}$  nous pouvons écrire :

pour un moteur quatre temps  $T = \frac{120}{N}$  et  $\omega = \frac{2nN}{60}$  alors ;

$$\omega t = \frac{\theta}{2}$$

Cela signifie qu'au terme de rang 1 correspond l'harmonique 1/2 ; qu'au terme de rang 2 correspond l'harmonique 1 et ainsi de suite La figure (5.2) représente les 4 premières harmoniques , se sont les composantes d'ordre 1/2 , 1 , 1 1/2 , 2 car elles donnent 1/2 , 1 , 1 1/2 , 2 d'une sinusoïde complète par révolution du moteur .

Alors que dans les moteurs à 2 temps , les ordres des harmoniques sont des entiers , car le cycle d'explosion est une révolution du moteur au lieu de 2 dans les moteurs à 4 temps .

#### 5.4. ANALYSE DES HARMONIQUES :

Toute variation de charge fait varier la valeur du couple  $C_0$  et toute la famille d'harmoniques.

a/ En marche à vide :

$C_0$  est minime puisqu'il ne doit vaincre que les seules frottements internes .

b/ Dans le cas d'un moteur suralimenté :

L'augmentation de  $C_0$  est considérable mais celle de  $C_1, C_2, \dots$  l'est beaucoup moins et d'autant plus que leur ordre est plus élevé. La suralimentation d'un moteur ne soumet donc pas le vilebrequin à des vibrations nettement plus dangereuses qu'en version ordinaires et ceci est extrêmement important.

Dans un moteur polycylindrique chaque famille d'harmonique créée dans un cylindre se compose avec celles des autres cylindres, et les harmoniques d'un certain ordre peuvent donc être en phase.

Des harmoniques "renforcées" existent donc, si les allumages sont régulièrement espacés.

En réalité, la situation est plus complexe, car les amplitudes de la déformée croissent au fur et à mesure que l'on s'éloigne du noeud par conséquent, une résultante plus importante que celle estimée peut se produire pour des harmoniques différentes de celles prévues !!

### 5.5 CALCUL DU COUPLE :

Le couple moteur est le produit vectoriel du vecteur force exercée par la bielle sur le maneton par le vecteur bras de levier donc (fig.5.3) :

donc :

$$\vec{C} = - \vec{F}_A \wedge \vec{OA}$$

ou 
$$\vec{F}_A = X_A \cdot \vec{X}_0 + Y_A \cdot \vec{Y}_0$$

$$\vec{OA} = R \sin \theta \vec{X}_0 + R \cos \theta \vec{Y}_0$$

le produit vectoriel donne ;

$$C_m = R(X_A \cdot \cos \theta + Y_A \cdot \sin \theta)$$

Ceci, étant le couple total, composé du couple dû aux forces d'inertie et couple dû aux pressions des gaz.

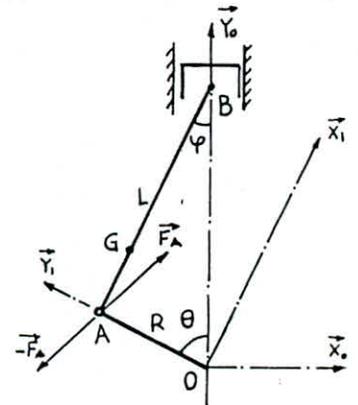


Fig.5.3

Le nombre de cylindres et leurs disposition étant fixés l'angle de calage des manetons est ;

$$\delta = \frac{4n}{n} \Big|_{n=4} = n$$

les allumages ont lieu à des intervalles réguliers de  $180^\circ$ . Le couple moteur résultant est :

$$C(\theta) = C_m(\theta) + C_m(\theta+n) + C_m(\theta+2n) + C_m(\theta+3n) + \dots$$

En explicitant la relation cinématique de l'embielage (Voir étude des actions mécaniques) on obtient :

$$\sin \varphi = R/L \sin \theta$$

En derivant cette expression par rapport au temps ,on obtient :

- La vitesse angulaire :  $\dot{\varphi} = \frac{R\dot{\theta}\cos\theta}{L\cos\varphi}$

- L'acceleration angulaire :

$$\ddot{\varphi} = (\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \operatorname{tg} \varphi \quad \text{pour } \ddot{\theta} = 0$$

De même les expressions simplifiées des coordonnées des points A et B sont données par :

$$X_A = \left[ L_B Y_B \sin \varphi - (L - L_B) Y_A \sin \varphi - M_B L_B^2 \dot{\theta}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} I_{Gz} \right] / L \cos \varphi$$

$$Y_A = M_B \left[ R\dot{\theta} \cos \theta (\dot{\varphi} - \dot{\theta} - \frac{L_B}{L} \dot{\varphi}) + (L - L_B) \dot{\varphi} \sin \varphi \right] - Y_B$$

$$X_B = - X_A + M_B L_B \dot{\theta}^2 \sin \varphi$$

$$Y_B = - S(P(\theta) - P_0) + M_P (R\dot{\theta}(\varphi - \theta) \cos \theta + R\ddot{\varphi} \sin \theta)$$

ou Mb : masse de la bielle .

Mp : masse du piston .

Igz: moment d'inertie de la bielle.

a/ Couple dû à la pression des gaz :

La pression reignant dans le cylindre exerce des efforts sur la chemise, la culasse et le piston ,les forces ainsi mises en jeu sont purement anterieurs au moteur ( fig.5.4)

Les pressions radiales agissant sur la chemise s'autoequilibrent .

Les forces agissant sur le piston sont de la forme :

$$Y(\theta) = P(\theta) \frac{\pi D^2}{4}$$

D : diametre du piston

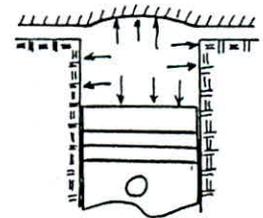


Fig.5.4

Ces forces sont de direction et de sens fixes ,de grandeur variable et de periode  $4n$  (pour un moteur 4 temps ).

Ces forces agissant sur le piston se transmettent integralement (au frottement près ) au maneton par l'intermediaire de la bielle pour fournir le couple moteur dû à la pression des gaz .

Ce couple etant obtenu en egalisant les masses de la bielle et du piston à zéro dans la formule du couple total ;

Après transformation ,on aboutit à :

$$C_g = R (- L.S ( P(\theta)-P_0 ) \sin \theta + I_{gz} \ddot{\varphi} ) \frac{\cos \theta}{L \cos \varphi} + S(P(\theta)-P_0) \sin \theta$$

b/ Couple dû aux forces d'inertie :

Il est calculé en faisant tourner le moteur sans être alimenté en combustible .

Ce couple est produit par une force d'inertie sinusoidale de periode  $2\pi$  engendré par le déplacement rectiligne alternatif du piston sur l'axe  $Y_0$ , ce mouvement elliptique complexe de la bielle et la rotation de la manivelle par rapport à l'axe de rotation  $X_0$  .

L'expression du couple dû aux inerties se deduit de celle du couple total ,en eliminant l'effet de la pression des gaz ou bien en faisant la difference entre le couple total et le couple dû à la pression des gaz .

$$C_i = C_m - C_g \quad (5.4)$$

La formulation explicite des differents couples etant montré ,nous devons connaitre l'evolution de la pression dans le cylindre au cours d'un cycle .

On adoptera le cycle thermodynamique quasi-réel mixte pour l'étude du couple moteur du F4L 912 car ou le réel qui vient d'être déterminé .

5.6 EVOLUTION DE LA PRESSION DANS LE CYLINDRE :

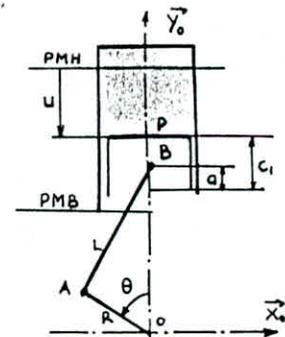
a/ Determination du volume des gaz dans le cylindre en fonction de l'angle  $\theta$  de rotation du vilebrequin :

La pression des gaz est liée au volume des gaz ,en effet pour une position  $U$  quelconque du piston, à partir du PMH le volume est donné par la relation suivante :

$$V(u) = \frac{\pi D^2}{4} \cdot u + V_2$$

- $V_2$  : volume de la chambre de combustion (volume mort)
- $D$  : alesage du cylindre .

Fig.5.5



Le déplacement  $U$  du piston est déterminé en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin ,mais il depend de l'attelage mobile du moteur considéré .

b/ Attelage mobile du moteur considéré :

Calculons le déplacement  $U$  du piston à partir du PMH .

Position du piston :

$$\begin{aligned} \vec{OP} = \vec{OB} + \vec{BP} &= \begin{bmatrix} 0 \\ R \cos \theta - L \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c_1 + a \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{bmatrix} \\ &= ( R \cos \theta - L \cos \varphi + c_1 - a ) \vec{y}_0 \end{aligned}$$



b/ Phase de compression :

Elle a lieu pendant la course montante du piston ,c'est une transformation polytropique de coefficient polytropique  $m_c$  dependant de plusieurs facteur tel que l'echange de chaleur entre fluide de refroidissement et cylindre ... etc .

$$P_c(\theta) = P_a \left( \frac{V_1}{V(\theta)} \right)^{m_c} \quad m_c \quad 1.32 ; 1.38$$

$$m_c = 1.35 \quad (\text{comme valeur moyenne})$$

c/ Phase de combustion :

La combustion commence à volume constant jusqu'à atteindre la pression maximale ,puis elle continue à evoluer à cette pression vers Z , la pression dans cette phase est donnée par :

$$P_z = n P_c \text{ avec } n \text{ le rapport d'augmentation de pression compris entre } 1.4 \text{ et } 2, \text{ on choisi } n = 1.4 \text{ pour nos calculs .}$$

$$\text{et } P_3 = P_z$$

Le volume  $V_z$  est defini par  $V_z = 0.085 V_1$

d/ Phase de detente :

Elle represente la course motrice ,la pression chute aux alentours de la pression atmospherique ,composé de 2 detentes :

\* Dentente isothermique :

Selon la loi de Mariotte ,on a :

$$P_{di} = P_z \left( \frac{V_z}{V(\theta)} \right) = P_d(\theta)$$

$V(\theta)$  ,  $P(\theta)$  volume et pression en phase de detente à  $T=Cte$   
ou  $V(\theta) = S \cdot x + V_1$  S: section piston  
x: course

\* Detente polytropique:

L'evolution se fait avec un coefficient de detente polytropique

$m_d$  ;

$$P(\theta) = P_{dp} = P_t \left| \frac{\delta_t - \delta_p}{\epsilon} \right|$$

$$m_d \in [1.2 ; 1.3]$$

$\epsilon$  : taux de compression

$$\delta_p = \frac{V_z}{V_2} \quad V_z = \frac{\delta_p}{\epsilon} V_A$$

$$\delta_t = \exp\left(\frac{\xi \cdot \xi_t Q_r}{1.987 \eta_{gc} T_c}\right) \simeq 1.717$$

Après simplification ,on obtient ;

$$P(\theta) = P_t \quad V_t / V(\theta) \quad \text{md etant pris 1.25}$$

avec  $P_t = P_z V_z / V_t$  ou  $V_t = 0.1561 V_1$

#### e/ Phase d'échappement :

L'évacuation des gaz brulés debute au PMB et se termine au PMH , on suppose qu'elle se fait à un pression superieure à celle de l'atmosphère .

$$P_g \in [1.05 ; 1.15] \quad \text{notre choix est } P_g = 1.12 \text{ bars}$$

#### CYCLE REEL :

Le cycle reel P(V) (fig.5.6) du F4L 912 vient d'être determiné Cependant l'encodeur (generateur d'impulsions) donne impulsion à chaque 10° de rotation du vilebrequin ,donc une pression à chaque 10°.

Etant donné que le calcul numerique du couple se fait par etape de 1°, on doit tracer le cycle P(θ)(fig.5.7) sur papier millimetré et determiner les pressions à chaque degré .

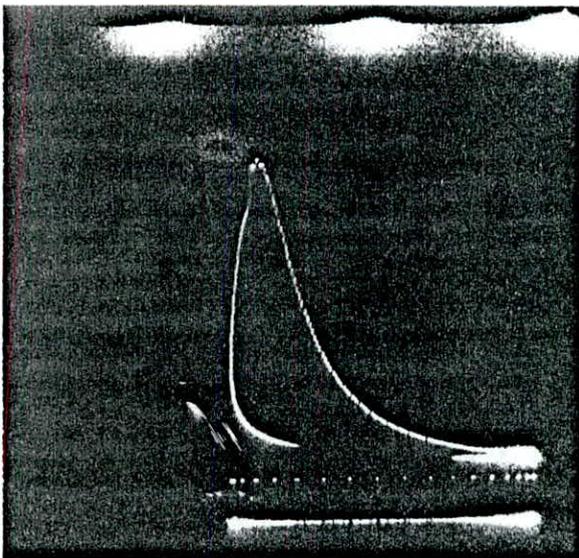


Fig.5.6. Cycle reel P(V)du F4L 912

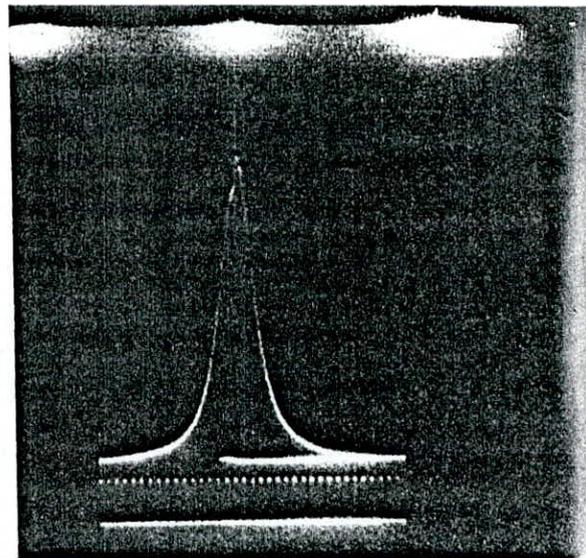


Fig.5.7. Cycle P(θ)

## 5.8 DIMENSIONNEMENT DU VOLANT DU MOTEUR F4L 912 :

Selon les dimensions extérieures au volant du F4L 912 (couronne dentée, plateau d'embrayage, vilebrequin ) nous devons choisir l'entraxe R et le rayon du rouleau r en fonction des harmoniques. A partir de ces dimensions on peut déduire :

- l'entraxe L (entre pendule et son logement)
- la masse du rouleau ; m
- le rayon de percage  $R_p = L + r$

On procède ensuite au calcul du moment d'inertie équivalent linéarisé du volant pendulaire en donnant un intervalle de tolérance à R et L et par suite on le réajuste après avoir localisé les inerties effectives .

1er choix :

pour : R = 110 mm  
r = 10 mm

on aura L = 22.50 mm  
m = 163 g  
Rp = 32.50 mm

L'intervalle de tolérance étant + 0.05 mm pour R et + pour L , on déduit les inerties équivalentes du pendule .

(Voir tableau suivant ).

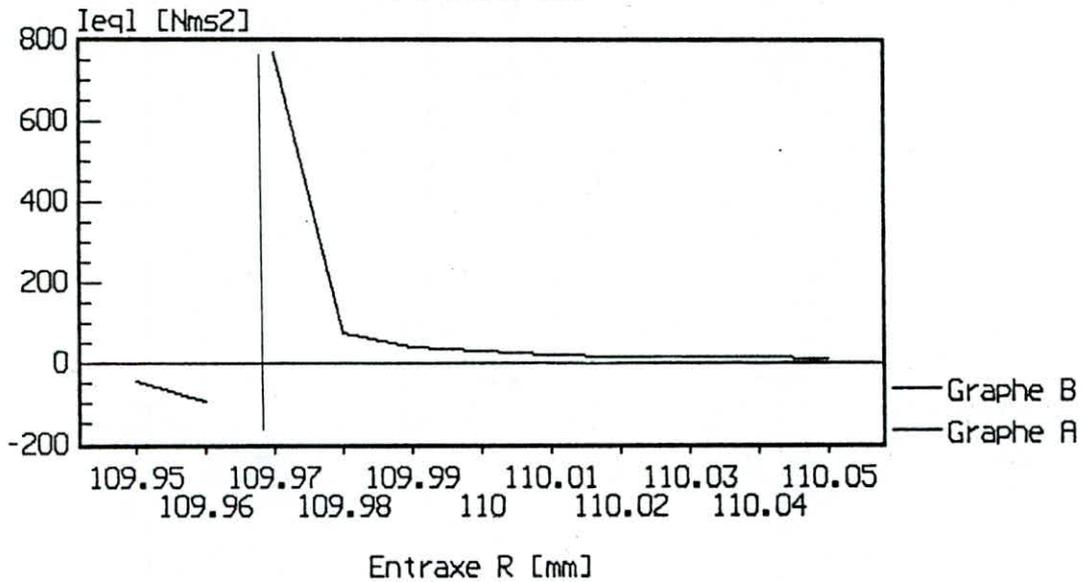
Moment d'inertie equivalent Ieq [Nms<sup>2</sup>] du volant pendulaire en fonction de R & L :

Moment d'inertie du volant support :  $I_0 = 2.42 \text{ Nms}^2$   
 Rayon du pendule :  $r = 10 \text{ mm}$   
 Masse du pendule :  $m = 163 \text{ g}$   
 Harmonique :  $q = 2$

R	L(mm)	22.4	22.46	22.48	22.49	22.52	22.54	22.56						
109.95	!	5.600	!	13.584	!	70.558	!	-41.530	!	-4.986	!	-2.346	!	-1.094
109.96	!	5.483	!	12.263	!	39.870	!	-90.812	!	-5.712	!	-2.637	!	-1.249
109.97	!	5.375	!	11.223	!	28.237	!	767.12	!	-6.596	!	-2.965	!	-1.419
109.98	!	5.274	!	10.382	!	22.125	!	77.410	!	-7.695	!	-3.339	!	-1.606
109.99	!	5.179	!	9.687	!	18.351	!	41.857	!	-9.097	!	-3.768	!	-1.812
110	!	5.092	!	9.105	!	15.794	!	29.177	!	-10.951	!	-4.267	!	-2.039
110.01	!	5.009	!	8.609	!	13.945	!	22.675	!	-13.512	!	-4.853	!	-2.293
110.02	!	4.931	!	8.181	!	12.544	!	18.714	!	-17.286	!	-5.551	!	-2.576
110.03	!	4.858	!	7.810	!	11.449	!	16.049	!	-23.398	!	-6.395	!	-2.896
110.04	!	4.789	!	7.482	!	10.568	!	14.135	!	-34.998	!	-7.440	!	-3.260
110.05	!	4.724	!	7.194	!	9.843	!	12.693	!	-65.497	!	-8.766	!	-3.676

Les inerties prennent des valeurs de tout genres . En prenant une colonne à valeur positives et negatives on obtient graphiquement :

Variation du moment d'inertie  $I_{eq1}$   
 en fonction de R  
 (R:l=22.49 mm)



2e choix :

pour :  $R = 129.9$  mm  
 $r = 5$  mm

on aura  $L = 32.07$  mm  
 $m = 31$  g  
 $R_p = 37.07$  mm

l'intervalle de tolérance étant  $+0.05$  mm pour R et pour L, on déduit les inerties équivalents du pendule. La valeur initiale choisi pour le second choix était initialement  $R = 130$  mm, mais cette valeur ne donne pas la zone de l'inertie infinie, cependant, après des recherches adéquates au voisinages de cette valeur, nous avons pu localiser cette zone pour  $R = 129.9$  mm.

Moment d'inertie du volant Ieq [Nms<sup>2</sup>] pendulaire en fonction de R & L :

Moment d'inertie du volant support :  $I_0 = 2.42 \text{ Nms}^2$   
 Rayon du pendule :  $r = 5 \text{ mm}$   
 Masse du pendule :  $m = 31 \text{ g}$   
 Harmonique :  $q = 2$

R \ L(mm)	32.02	32.04	32.06	32.07	32.08	32.09	32.12
129.85	3.926	4.846	8.646	31.091	-8.601	-2.200	0.734
129.86	3.857	4.673	7.617	17.414	-14.542	-2.997	0.638
129.87	3.795	4.522	6.882	12.573	-34.425	-4.126	0.532
129.88	3.737	4.392	6.328	10.098	216.969	-5.848	0.410
129.89	3.685	4.275	6.896	8.592	29.855	-8.797	0.272
129.90	3.636	4.172	5.551	7.582	17.077	-15.02	0.115
129.91	3.591	4.080	5.268	6.854	12.425	-36.66	-0.677
129.92	3.549	4.997	5.032	6.307	10.013	164.33	-.2817
129.93	3.511	3.922	4.832	5.881	8.539	28.78	-0.536
129.94	3.474	3.854	4.662	5.539	7.544	16.77	-0.842
129.95	3.441	3.762	4.513	5.259	6.828	12.28	-1.220

**Graphe représentatif :**

Pour L fixe et R variable on obtient l'allure de l'inertie Ieq sur la figure .

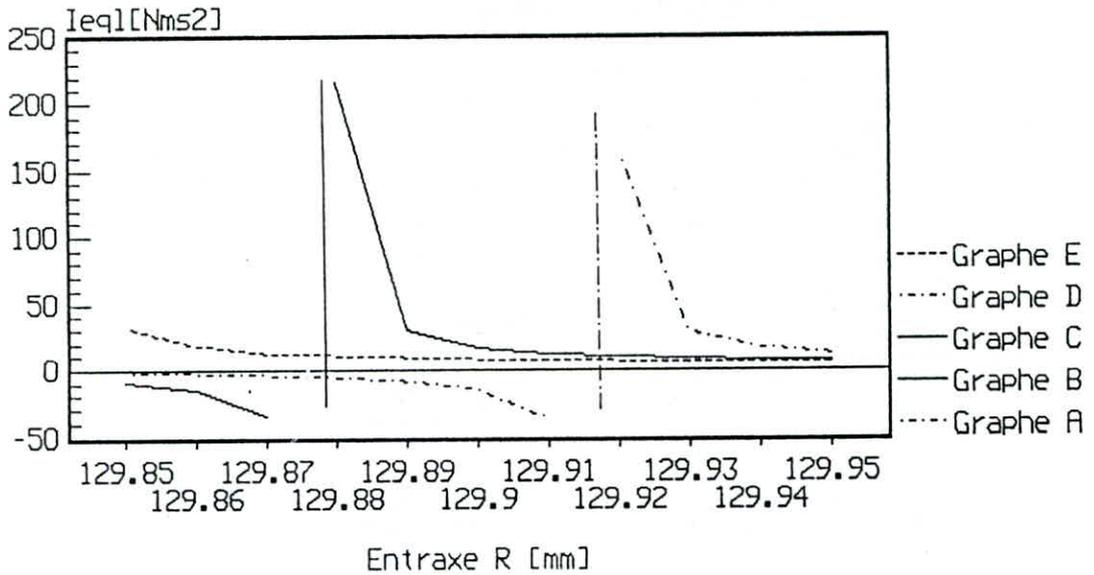
Graphe A : L = 32.09 mm

Graphe B : L = 32.08 mm

Graphe C : L = 32.07 mm

On constate que pour certaines valeurs de R ,l'inertie equivalente prend des valeurs infinies

Variation de l'inertie  $I_{eq}$   
 en fonction de l'entraxe R  
 (Pour  $A/l=32.09$   $B/l=32.08$   $C/l=32.07$  )



Le domaine effectif de  $I_{eq}$  étant choisi, on détermine l'intervalle de tolérance de R, ensuite celui de L.

Pour :  $R = 129.90$  mm et  $L = 32.07$  mm

Tous les essais qui ont été fait ( avec R choisi ) semblent donner une gamme d'inertie équivalente très variée . Afin de localiser cette gamme, un choix très judicieux de l'intervalle de tolérance au voisinage de R est important .

Le 2eme choix semble convenir au volant du F4L 912 ,en respectant l'encombrement du moteur .

Observations:

Inerties linéarisées  $I_{eq1}$  et Inerties théoriques(exactes)  $I_{eqt}$  en fonction de l'harmonique q .

! q !	! 1 !	! 2 !	! 3 !	! 4 !	! 5 !	! 6 !	! 7 !	! 8 !	! 9 !	! 10 !
! $I_{eq1}$ !	2.423!	10.109!	2.418!	2.419!	2.419!	2.420!	2.420!	2.420!	2.420!	2.42!
! $I_{eqt}$ !	2.504!	2.504!	2.505!	2.506!	2.507!	2.509!	2.510!	2.513!	2.516!	2.521!

Pour les harmoniques au dessus de  $q=2$  l'inertie  $I_{eq}$  reste pratiquement constante ,pour  $q=2$  l'inertie équivalente linéarisé prend une valeur importante (voir tableau) pour la régularisation de la vitesse en régime de ralenti (notre régime choisi ). Une variance très faible entre les 2 inerties apparaît ,ce qui

montre l'approche du calcul après linéarisation des equations(4.5) et (4.6) à celui fait théoriquement .

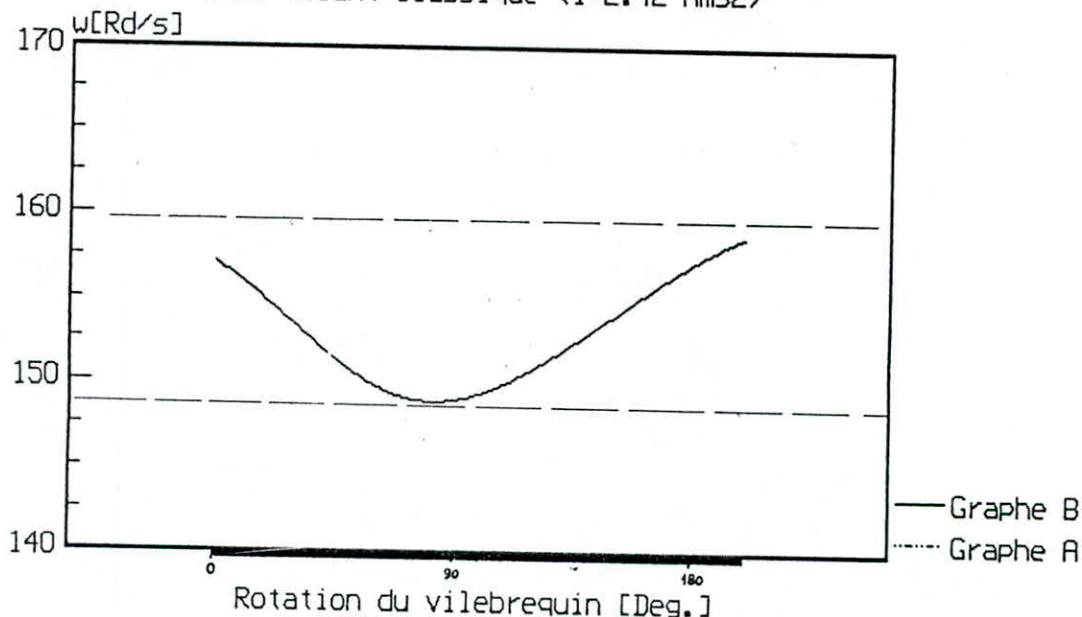
### 5.9 VARIATION DE L'IRREGULARITE CYCLIQUE :

L'irrégularité cyclique calculée pour le volant classique est obtenue en integrant le couple (Cf.CH.3.2) ,ainsi, toutes les vitesses angulaires sont déterminées à chaque degrés de rotation du vilebrequin .

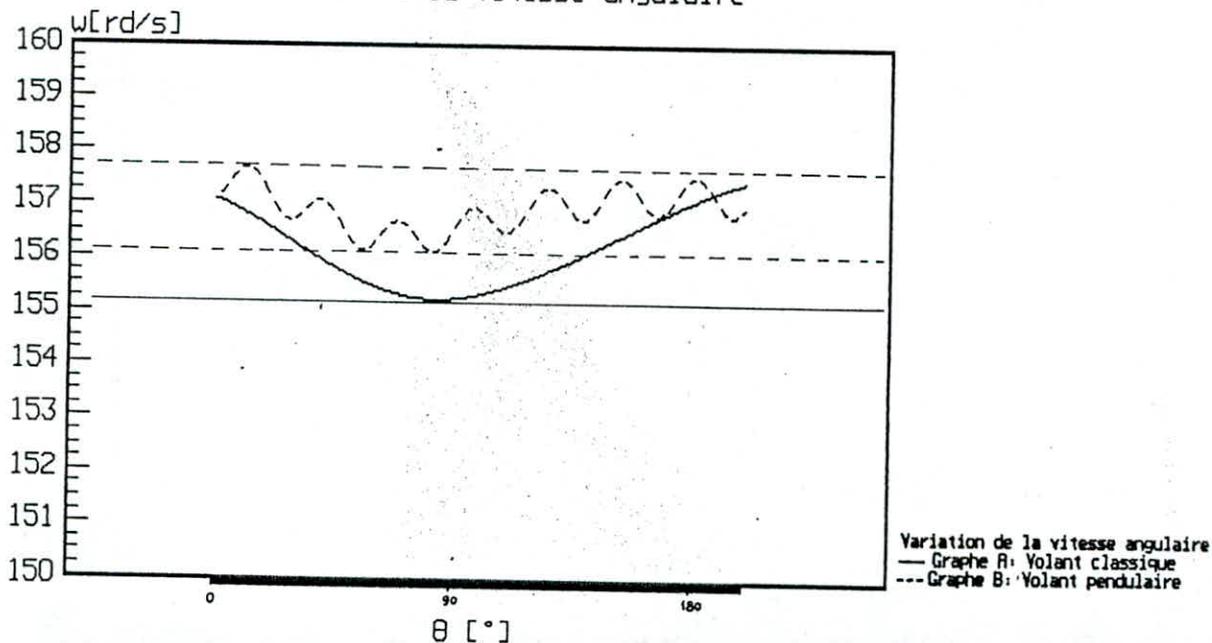
Alors que pour le volant pendulaire ,les vitesses angulaires sont déterminées à partir des solutions du systeme d'equation (4.5) et (4.6) par la methode de Runge-Kutta.

Comparaison de l'irrégularité cyclique ,obtenue avec volant classique et avec le volant pendulaire :

Variation de la vitesse angulaire avec volant classique ( $I=2.42 \text{ Nms}^2$ )



Variation de la vitesse angulaire



## 5.10 REALISATION :

La nouvelle conception du volant pendulaire indiqué sur le dessin ci-après a été inspiré du volant classique du F4L 912 en respectant les dimensions extérieures de celui-ci .

Ce nouveau volant présente 3 logements pour 3 pendules similaires, disposés à 120° l'un de l'autre .

La réalisation ne présente apparemment aucune difficulté la première étape se fait en fonderie ,ensuite ,nous passons au tournage pour la mise à la cote.

Les cotes relatives aux logements doivent être rigoureusement respectées .

Soit :  $R = 129.9$  mm avec l'intervalle de tolérance  $\pm 0.05$  mm  
 $L = 32.07$  mm avec l'intervalle de tolérance  $[-0.05;0]$

Le pendule a les dimensions suivantes :

$$r = 5 \text{ mm}^{\pm 10,25 \mu\text{m}}$$

$$L_{we} = 45 \text{ mm}^{+3 \mu\text{m}}$$



## 6. CALCUL DES PULSATIONS PROPRES EN VIBRATIONS DE TORSION :

Dans le moteur Diesel chaque manivelle possède 2 paliers assez proches ,ce qui élimine les effets de flexions.les vibrations de torsion sont donc ,sauf cas exceptionnel,les seuls à présenter un aspect critique (elles sont d'ailleurs les seules qui soient actuellement ,justifiable au point de vue calcul ).

Le calcul se conduit en 2 etapes :

a: Determiner les frequences naturelles de vibration de torsion du vilebrequin .

b: Determiner les frequences d'excitation .

### a -Frequence naturelle :

Le calcul s'effectue après avoir substitué à chaque manivelle réelle un systeme fictif, supposé depourvu d'amortissement, composé :

- D'un disque dont la masse possède un moment d'inertie I egale à la somme des inerties de la manivelle et de l'attelage ;
- D'un arbre droit ayant même raideur torsionnelle que la manivelle ;cette raideur ,couple necessaire pour tordre l'arbre de 1 rad. est

$$K = \frac{GI_0}{L} \quad I_0 : \text{inertie de la section droite}$$

la frequence naturelle du sytème fictif ;

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I_m}}$$

Un vilebrequin est un ensemble composé de plusieurs systemes fictifs et d'un volant terminal ; il connaît un nombre de noeuds de vibrations egale au nombre d'inertie (disque + volant - 1) . Notre vilebrequin à quatre cylindres en ligne possède donc quatre noeuds de vibration .

En realité ,la position exacte de chacun de ces noeuds varie au cours d'un cycle ; en effet :

- La vitesse de rotation du volant n'est pas rigoureusement constante .
- Les impulsions motrices se produisent plus ou moins loin du volant .

Le volant d'un moteur d'automobile possède un moment d'inertie 50 à 100 fois plus grand que celui des disques correspondant aux cylindres.

En regime de resonance ,les valeurs des déviations angulaires prises par rapport à un axe fixe ,des disques successifs s'alignent à chaque instant suivant une ligne appelée déformée (c'est en realité une sinusoïde amortie du fait du couple d'amortissement dont l'ampleur est proportionnelle à la vitesse de deformation torsionnelle ) cette déformée oscille dans le temps autour du noeud supposé fixe .

Chaque manivelle peut être remplacée par un arbre droit, de section constante et de rigidité  $K$  dont la longueur est fonction des dimensions de la manivelle.

Diverses formules plus ou moins complexes, déterminées empiriquement sont employées à cet effet. Parmi les méthodes utilisées on trouve celle du British International Combustion Engine Research Association (BICERA), applicable à toutes les formes du vilebrequin et qui tient compte en détails de la géométrie du coude, est celle, qui donne les résultats les plus proches de la réalité.

#### b- Fréquences d'excitation .Ordre :

Chaque attelage soumet le vilebrequin à un effort moteur dont l'amplitude varie cycliquement. Cet effort peut donc être décomposé en une somme d'efforts purement sinusoidaux qui sont les termes d'une série de Fourier convergentes (Cf.Ch.Couple).

Dans le cas qui nous intéresse, le premier terme  $C_0$  de cette série représente le couple de valeur constante qui engendre le travail fourni par cycle. Les termes suivants  $C_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ ;  $C_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)$  ... constituant chacun l'une des harmoniques de la force d'excitation et ne font qu'entretenir les vibrations.

#### 6.1 DETERMINATION DES MOMENTS D'INERTIES :

La détermination des moments d'inertie ne soulève aucune difficulté.

Pour les différents éléments d'un coude, on utilise les relations connues des moments d'inerties équivalents de chaque élément.

Pour celui du bras par rapport à l'axe du vilebrequin, ce calcul est fait par éléments finis en procédant par un découpage du bras et de son contre poids, en éléments simples. Puis pour chaque élément, après avoir calculé son inertie par rapport à un axe passant par son centre de gravité et parallèle à l'axe du vilebrequin en appliquant le théorème de Huyghens; la somme de ses inerties élémentaires est égale à l'inertie du bras par rapport à l'axe du vilebrequin.

#### Modèle à un disque :

Le modèle à un disque (fig.6.1) est constitué par un arbre, sans masse, de diamètre  $D_e$  et de longueur  $l_e$ , portant un disque d'épaisseur nulle et d'inertie  $I_c$  :

$$I_c = I_t + I_m + I_{b1} + I_{b2}$$

$I_{b1}, I_{b2}$  inerties des bras 1 et 2

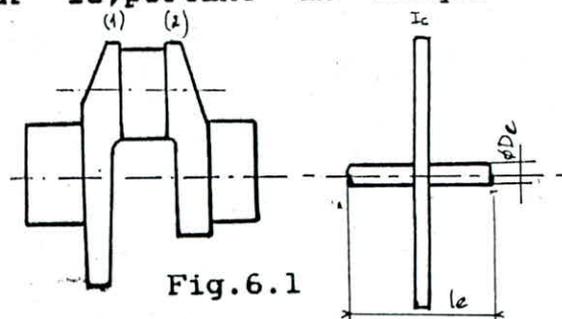


Fig.6.1

Le plan du disque doit être confondu avec le plan de symétrie de maneton , perpendiculairement à l'axe du vilebrequin .  
 Le comportement vibratoire du modèle est pratiquement semblable à celui de l'arbre réel pour un nombre de disque assez grande .

### 6.2 MODELISATION DU VILEBREQUIN :

Le vilebrequin du F4L912 se modélise de la façon suivante

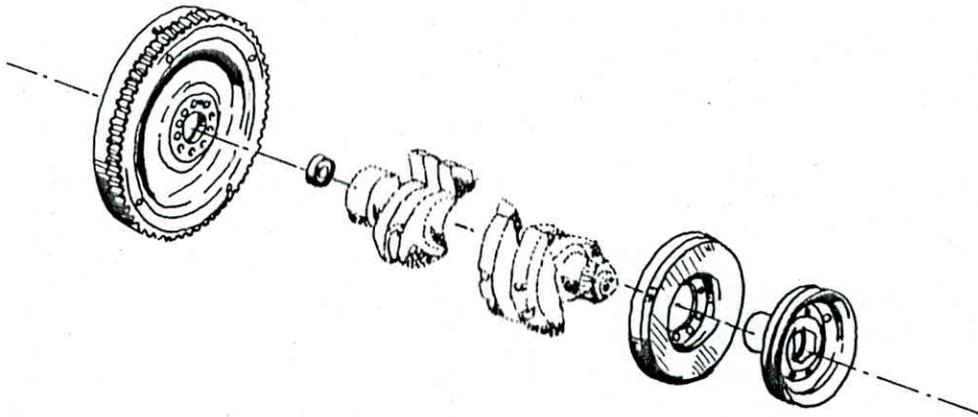


Fig.6.2 Volant moteur et amortisseur de vibration

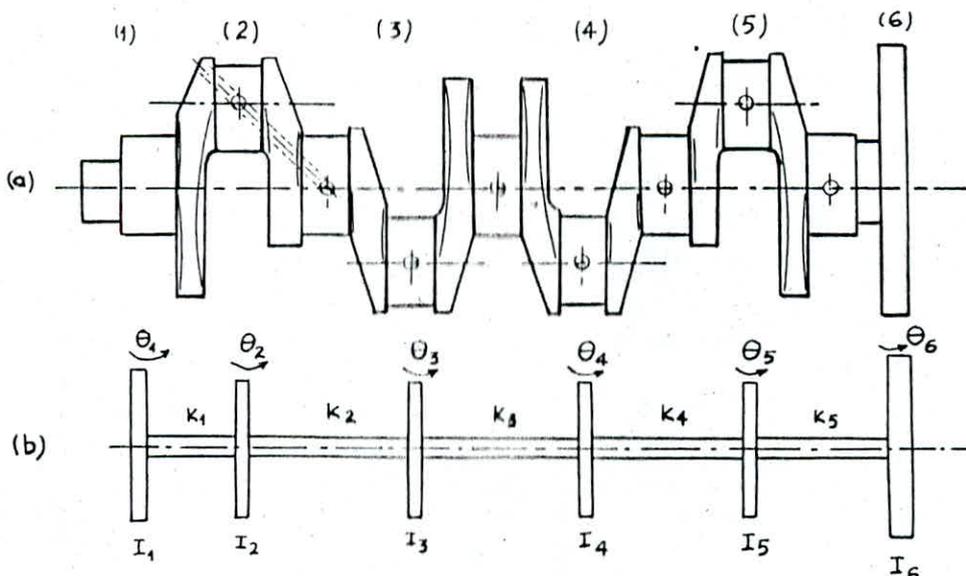


Fig.6.3 a : Vilebrequin du moteur en ligne F4L912  
 b : Modèle de notre vilebrequin.

comportant 6 disques de moments d'inerties  $I_1, I_2, \dots, I_6$  reliés entre eux par 5 portions d'arbres, présentant des rigidités torsionnelles  $K_1, K_2, \dots, K_5$ .

### 6.3 RECHERCHE DES PULSATIONS PROPRES :

Une variété de méthodes existent pour le calcul des pulsations propres d'une ligne d'arbre.

La méthode que nous adopterons pour la résolution du système différentiel et celle de Rutishauser.

C'est une méthode matricielle appliquée pour des lignes d'arbres non-ramifiées. Elle calcule toutes les pulsations propres de torsion d'un système mécanique conservatif avec une rapidité importante et une précision acceptable, ce qui constitue l'avantage de sa convergence rapide par rapport aux autres méthodes.

#### 6.3.1 Détermination des fréquences propres de torsion du moteur F4L912:

Les calculs ont été faits pour 2 cas :

- Vilebrequin avec volant pendulaire et amortisseur ;
- Vilebrequin avec volant pendulaire et sans amortisseur .

PULSATIONS PROPRES DU VILEBREQUIN : MOTEUR F4L 912

1er cas : Vilebrequin muni du volant pendulaire et de l'amortisseur .

```

=====
! I(N) !           Inertie (Nms2)           !           Rigidité (Nm/rd)           !
=====
! I1  !           0.093           !           0           !
-----
! I2  !           0.021985          !           348669          !
-----
! I3  !           0.021985          !           1450570         !
-----
! I4  !           0.021985          !           1019320         !
-----
! I5  !           0.021985          !           1450570         !
-----
! I6  !           11                !           1632676         !
=====

```

Le calcul des pulsations donne :

```

=====
MODE N° :           OMEGA (Rd/s)           VITESSE DE ROTATION (Tr/mn)
=====
1                1287.17                12297.8
2                3991.92                38139.3
3                8074.8                 77147.7
4                12586.7               120255
5                14472                 138271
=====

```

On remarque qu'avec l'utilisation du volant pendulaire ,la ligne d'arbre n'est pas affecté du point de vue vibration de torsion car la première vitesse critique est très loin de la vitesse de fonctionnement en regime maximal .

2eme cas : Vilebrequin avec volant pendulaire et sans amortisseur

I(N)	Inertie ( Nms <sup>2</sup> )	Rigidité (Nm/rd)
I1	0	0
I2	0.021985	348669
I3	0.021985	1450570
I4	0.021985	1019320
I5	0.021985	1450570
I6	11	1632676

Le calcul des pulsations donne :

MODES N°:	OMEGA (Rd/s)	VITESSE DE ROTATION (Tr/mn)
1	124.511	1189.6
2	3773.31	36050.7
3	8057.33	76980.8
4	12582.2	120213
5	14471	138266

Si on n'utilise pas donc l'amortisseur de vibration ,on passera par la première vitesse critique ( $\omega = 1189.6$  tr/mn)

## C O N C L U S I O N :

Les resultats obtenus avec l'emploi d'un systeme auxilliaire au volant d'inertie sont très performants puisque l'irregularité cyclique obtenue est très faible (de l'ordre du centième ).

Le systeme etudié est caracterisé par l'emploi de masses pendulaires logées dans des cavités excentrées du volant. Le dimensionnement du systeme est subordonné à un choix très judicieux des entraxes R et L (afin de localiser les inerties importantes) tout en respectant l'encombrement du moteur .

Les resultats de l'analyse du comportement du volant ,et des frequences propres des pendules ,montrent une fluctuation assez faible comparé à celle du volant classique (en regime de ralenti), ainsi qu'une très faible oscillation des pendules .

Cela a nécessité en l'occurrence ,la connaissance du couple moteur, fait par calcul numerique .Nous avons utilisé deux cycles: le mixte quasi-reel et le cycle thermodynamique reel du moteur F4L 912 ,et ceci dans un but comparatif .

Concernant le volant traditionnel, la valeur moyenne de la vitesse angulaire a été calculé jusqu'a present approximativement comme étant la demi-somme des vitesses angulaires maximale et minimale .

Afin d'améliorer l'exactitude de cette hypothèse ,il nous a semblé bon d'integrer numeriquement le couple moteur en vue d'avoir  $W_{max}$  et  $W_{min}$  par cycle de rotation , ainsi l'irregularité cyclique comme caractéristique essentiel dans le calcul du volant est déterminé avec precision .

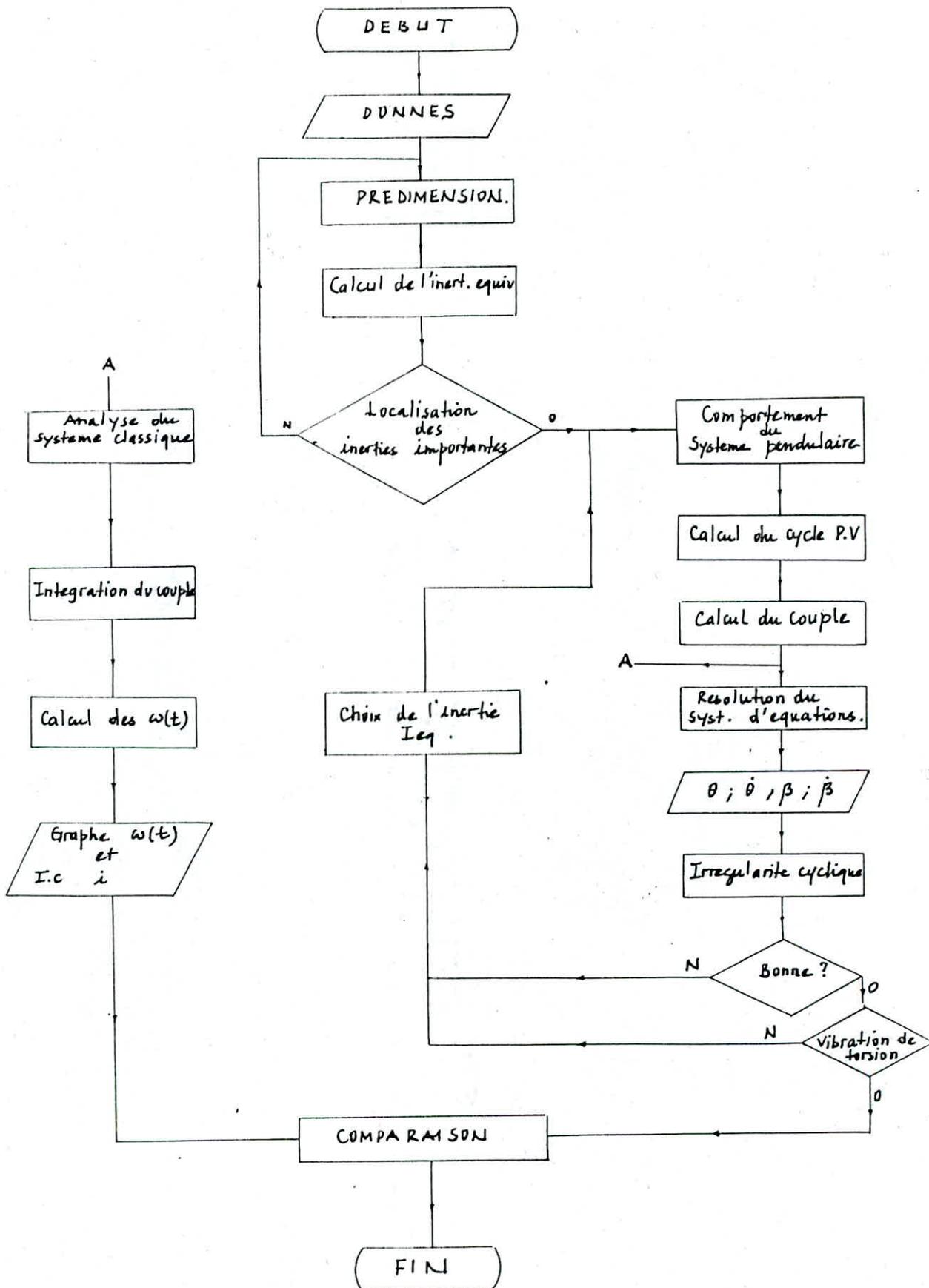
La realisation du volant pendulaire ne pose pas de problèmes d'usinage insolubles , d'autant plus si nous utilisons des machines a commande numerique pour la realisation .

La verification de la ligne d'arbre aux vibrations de torsions avec l'emploi du volant pendulaire est satisfaisante .

L'etude de fiabilité montre que le volant pendulaire a une durée de vie importante .Ceci est dû a ce que les rouleaux ne sont pas sollicités a des efforts important .

Nous souhaitons par la suite ,que cette conception soit réalisé afin d'examiner réellement l'importance de ce volant .

# ORGANIGRAMME





## A N N E X E

### METHODE DE RUNGE-KUTTA :

La methode de Runge-Kutta est utilisée pour la resolution d'équations differentielles de la forme  $y' = f(x,y)$  ,dont les conditions initiales sont  $y=y_0$  pour  $x=x_0$  .

Runge et Kutta proposent leur methode exposée ci-dessous :  
L'équation differentielle etant de la forme ;

$$\frac{dy}{dt} + Cy = F$$

ou  $y' = \Delta t(- Cy + F)$  ou  $C, F$  sont des constantes .

Pour les conditions initiales  $y(a) = \alpha$  ,la methode donne de façon generale :

$$w_0 = \alpha$$

$$K_1 = h f( t_i , w_i )$$

$$K_2 = h f( t_i + h/2 , w_i + K_1/2 )$$

$$K_3 = h f( t_i + h/2 , w_i + K_2/2 )$$

$$K_4 = h f( t_i + h , w_i + K_3 )$$

$$w_{i+1} = w_i + 1/6 (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

La methode de Runge-Kutta se prête facilement à la programmation elle est d'autant plus commode qu'on peut à chaque etape choisir le pas approprié du calcul ( h ) .

Il est relativement difficile d'évaluer l'erreur de la solution  $y(x)$  pour une valeur donnée de  $x$  .

Le procedé recommandé pour obtenir un choix judicieux de  $h$  ,est de recourir au degré de precision voulu , car si  $h$  est trop grand la methode diverge.

On cherche la solution  $y_h(x) =$  pour le pas  $h = \frac{x - x_0}{n}$

$n$  etant le nombre de points du segment de calcul et la solution  $y_{h/2}(x)$  avec le pas  $h_1 = h/2$  .

Le module de la difference etant  $|Y_h(x) - Y_{h/2}(x)|$  ,si cette difference n'excede pas l'erreur autorisée ,la solution  $Y_{h/2}(x)$  est acceptable .Si au contraire cette difference excède l'erreur autorisée ,il faut alors prendre  $h_1^* = h^*/2$  et reprendre les calculs .

Ajoutons pour cela qu'il faut bien connaitre la fonction (explicitement) pour laquelle on applique cette methode .

# ALGORITHMME DE RUNGE-KUTTA

$$y' = f(t, y) \quad a \leq t \leq b \quad y(a) = \alpha$$

On choisi un entier positif N

- 1er pas :  $h = (b - a) / N$  ,  $t_0 = a$  et  $w_0 = \alpha$
- 2e pas :  $i = 0$
- 3e pas :  $K = h f(t_i, w_i)$   
 $K = h f(t_i + h/2, w_i + K_1/2)$   
 $K = h f(t_i + h/2, w_i + K_2/2)$   
 $K = h f(t_i + h, w_i + K_3)$   
 $w_{i+1} = w_i + 1/6 (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$   
 $t_{i+1} = a + (i+1)h$
- 4e pas : Si  $i = N-1$  , aller au 6e pas
- 5e pas : ajouter 1 à i et aller au 3e pas
- 6e pas : la procedure est terminée ,  $y(t_i)$  est approximée par  $w_i$  pour chaque  $i = 1, 2, 3 \dots N$

