

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



École Nationale Polytechnique  
Département de Génie Electrique  
Spécialité Automatique



**Mémoire de Master en Automatique**

*Thème :*

**Diagnostic des défauts de capteurs par  
l'approche multimodèle floue de T-S.  
Application au Robot Mobile**

Soutenu le 24 Juin

Etudié par :

NADJOUÏ Mohammed Faouzi

Proposé et dirigé par :

Mr D. BOUKHETALA

Mr H. ACHOUR

*Promotion Juin 2015*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

*Nous dédions ce travail  
à Nos très chers parents  
à Nos familles  
à Nos amis  
aux membres  
de la famille  
de l'ENP.*

# Remerciements

*Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à ALLAH Azza Wa Jal pour nous avoir donné le souffle de vie, la force, la santé et l'intelligence nécessaires pour accomplir ce travail.*

*La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui nous voudrions témoigner toute notre reconnaissance.*

*Nous voudrions tout d'abord remercions notre promoteur Monsieur D. Boukhetala, professeur à l'École Nationale Polytechnique, pour le privilège qu'il nous a fait en acceptant de diriger ce travail.*

*Nous remercions également notre co-promoteur de ce mémoire, Monsieur H. Achour, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexions.*

*Nous remercions nos très chers enseignants au sein de l'école depuis les sciences fondamentales, pour leurs efforts voués à nous ransmettre leur savoir.*

الملخص :

الموضوع الرئيسي لهذه الدراسة هو تطبيق أساليب التشخيص الأخطاء في المجسات لنظام غير الخطي مكتوت بمناذج الضبابية ل Takagi-Sugeno . استخدمنا طرق لإعادة تركيب حالة النظام و تقدير العيوب لكل من المدخلاته و المخرجاته على حد سواء لإستشعار و كشف عن مكان الخطأ في المجسات . طبقنا هذه الأساليب على روبوت متحرك .

كلمات مفتاحية : التشخيص الأخطاء ، نماذج ضبابية ، متباينة مصفوفة خطية  
SLPSO , UIO ، روبوت متحرك

#### Résumé :

Ce travail concerne l'application des méthodes de diagnostic de défauts des systèmes non linéaires, décrits à l'aide d'un modèles de Takagi-Sugeno, pour la détection et la localisation des défauts de capteurs nous avons utilisé des méthodes de reconstitution d'état et d'estimation de défauts affectant séparément l'entrée et la sortie du système. L'application visée est le diagnostic des défauts capteurs d'un robot mobile

**Mot clés :** Diagnostic de défauts, modèles Takagi-Sugeno, inégalité matricielle linéaire (LMI), observateur a entrée inconnue, SLPSO, robot mobile.

#### Abstract :

This work deals with the implementation methods to diagnose faults of nonlinear systems described by Takagi-Sugeno fuzzy models, for detecting and locating faults of sensors we used reconstruction methods of state and faults estimation in separately the input and the output of a system. The application is the diagnosis faults of the sensors of a robot mobiler.

**Key words :** Fault diagnosis, Takagi-Sugeno fuzzy models, linear matrix inequality (LMI), Unknown Input Observers (UIO), SLPSO, robot mobil.

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>viii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Modèle flou de type T-S</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction	4
1.2 Principe de l'approche multimodèle floue T-S	4
1.3 Définition des modèles flou de type T-S	5
1.4 Transformation par secteurs non linéaires	6
1.5 Analyse de stabilité des modèles T-S	7
1.6 Observateur d'état par l'approche $\mathcal{L}_2$	8
1.6.1 Méthode par atténuation des perturbations	8
1.6.2 Exemple	10
1.7 Observateur à entrées inconnues	12
1.7.1 Observateur à entrées inconnues par découplage	12
1.7.2 Exemple	13
1.7.3 Observateurs PMI à variables de prémisses non mesurables	14
1.7.4 Exemple	18
1.8 Conclusion	20
<b>2 Diagnostic à base des modèles flous T-S</b>	<b>22</b>
2.1 Introduction	23
2.2 Terminologie propre au diagnostic	23
2.3 Principe du diagnostic de défauts	25
2.3.1 Détection de défauts	25
2.3.2 Localisation de défauts	25
2.3.3 Estimation de défauts	25
2.4 Diagnostic par observateurs à entrées inconnues	26
2.4.1 Défauts de capteurs	27
2.5 Diagnostic par observateurs PMI	27
2.5.1 Algorithme de diagnostic	28
2.6 Conclusion	29

<b>3</b>	<b>Application à un robot mobile</b>	<b>30</b>
3.1	Introduction . . . . .	31
3.2	Modèle dynamique du robot mobile . . . . .	31
3.3	Écriture sous forme d'un modèle T-S à VPNM . . . . .	31
3.3.1	Représentation T-S . . . . .	31
3.3.2	Diagnostic des défauts de capteurs . . . . .	32
3.4	Conclusion . . . . .	33
	<b>Conclusion générale</b>	<b>34</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>36</b>

# Liste des figures

1.1	Principe de l'approche de Takagi-Sugeno . . . . .	5
1.2	Le diagram du multimodèle de Takagi-Sugeno . . . . .	6
1.3	Le secteur non linéarité global et local . . . . .	7
1.4	Evolution dans le temps de l'erreur d'estimation d'état . . . . .	11
1.5	Sorties réelles (traits continus) et estimées (pointillés) . . . . .	11
1.6	Principe de l'observateur à entrée inconnue . . . . .	12
1.7	Etats du système et leurs estimés . . . . .	15
1.8	Erreurs d'estimation d'état . . . . .	15
1.9	Message envoyé et son estimation . . . . .	16
1.10	Erreurs d'estimation d'état obtenues avec par l'observateur PMI . . . . .	19
1.11	Entrées inconnues et leurs estimées par l'observateur PMI . . . . .	20
2.1	Principe du diagnostic . . . . .	25
2.2	Architecture d'un banc d'observateurs . . . . .	26
2.3	Localisation de défauts capteurs . . . . .	27
3.1	Résidus en présence des défauts de capteurs . . . . .	33

# Liste des tableaux

2.1	Illustration des définitions à l'aide d'un moteur de ventilateur . . . . .	24
3.1	Signatures théoriques des défauts capteurs . . . . .	33

# Introduction générale

UN système est un ensemble d'objets ou des phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. La modélisation théorique visant à obtenir une représentation mathématique permettant de décrire son fonctionnement exige une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude à les représenter par des équations mathématiques.

Les systèmes physiques sont souvent complexes et difficilement exploitables, notamment pour la commande et le diagnostic de défauts. Une hypothèse largement répandue dans le domaine de l'automatique est la linéarité des systèmes car de nombreux outils mathématiques existent pour des systèmes représentés par des systèmes Linéaires Invariants dans le Temps (LTI). Cependant, il faut bien mettre en évidence que cette hypothèse de linéarité n'est valable que pour une zone de fonctionnement restreinte autour d'un point d'équilibre, les systèmes de commande et de diagnostic développés sur la base de modèles linéaires fournissent des performances dégradées lorsque le système s'éloigne du point de fonctionnement, car la modélisation n'est plus en adéquation avec le comportement du système.

La structure mathématique qui puisse remédier à l'inconvénient cité ci-dessus, tout en gardant la simplicité mathématique des modèles (LTI), est l'approche globale, dite multimodèle; c'est une représentation polytopique convexe pouvant être obtenue directement à partir d'un modèle mathématique non linéaire par transformation directe, cette approche offrant une structure simple et facilement exploitable du point de vue mathématique, s'appuie sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles de structures simples, chaque sous-modèle décrit le comportement du système dans une "zone de fonctionnement" particulière. Ces sous-modèles servent le comportement dynamique global du système en utilisant des fonctions non linéaires appelées fonctions d'activation définissant la participation de chaque sous-modèle.

La connaissance, entière ou partielle, de l'état d'un système est une exigence importante qui intervient dans les domaines de la commande, du diagnostic et de la surveillance des systèmes, cependant, il est difficile, voir impossible, de mesurer la totalité des variables d'état d'un système. En effet, d'un point de vue technique, la mesure d'une variable d'état est délicate à effectuer (capteur nécessaire indisponible ou de précision insuffisante ...), de plus, d'un point de vue économique, il est souvent souhaitable d'installer un minimum de capteurs afin de réduire les coûts d'instrumentation et de maintenance, d'où la nécessité d'estimer ces dernières. Ce problème peut être résolu en utilisant un système dynamique auxiliaire, appelé observateur d'état (multiobserva-

teur pour les systèmes représentés par des multimodèles), dont le rôle est de fournir en temps réel une estimation du vecteur d'état du système étudié en fonction des entrées connues, des sorties et du modèle dynamique de celui-ci.

Le but de ce mémoire est d'exploiter l'approche multimodèles d'écrite par le modèle de Takagi-Sugeno [1] à variables de prémisse non mesurables afin de synthétiser des observateurs d'état pour les systèmes non linéaires. Le problème de l'estimation d'état en présence d'entrées inconnues est présenté. Les observateurs ainsi développés sont utilisés pour la conception d'une stratégie de diagnostic pour les systèmes non linéaires permettant la détection, la localisation et l'estimation des défauts de capteurs. Enfin, des résultats de simulation de l'application des algorithmes de diagnostic illustreront les performances obtenues dans le cas de défauts de capteurs d'un robot mobile.

# Organisation

Ce mémoire, décomposé en cinq chapitres, est organisé de la façon suivante :

## Chapitre 1

Ce chapitre est consacré aux notions et aux outils de modélisation et utilisés le long de ce manuscrit. Le principe de modélisation repose sur l'approximation des modèles non linéaires par des modèles locaux interconnectés par des fonctions d'appartenance normalisées. La méthode par secteur non linéaire, permettant d'avoir un multimodèle de Takagi-Sugeno à partir d'un système non linéaire, est présenté en détail, l'analyse de la stabilité est aussi abordée.

## Chapitre 2

Dans ce chapitre, le principe de base du diagnostic des systèmes non linéaires utilisant l'approche multimodèle de Takagi-Sugeno est présenté. Les méthodes de détection, de localisation et d'estimation des défauts affectant un système non linéaire sont décrites par une approche exploitant le observateur PMI. Elle permet de fournir directement l'estimation des défauts, par conséquent, les tâches de détection et de localisation sont réalisées.

## Chapitre 3

Dans ce chapitre nous avons appliqué l'approche de diagnostic présentée dans chapitre 2, avec l'algorithme de décision proposé, pour le diagnostic de défauts de capteurs d'un robot mobile.

# Chapitre 1

## Modèle flou de type T-S

*« Nothing is particularly hard if you divide it into small jobs. »*

Henry Ford

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1.2</b>	<b>Principe de l'approche multimodèle floue T-S</b>	<b>4</b>
<b>1.3</b>	<b>Définition des modèles flou de type T-S</b>	<b>5</b>
<b>1.4</b>	<b>Transformation par secteurs non linéaires</b>	<b>6</b>
<b>1.5</b>	<b>Analyse de stabilité des modèles T-S</b>	<b>7</b>
<b>1.6</b>	<b>Observateur d'état par l'approche <math>\mathcal{L}_2</math></b>	<b>8</b>
1.6.1	Méthode par atténuation des perturbations	8
1.6.2	Exemple	10
<b>1.7</b>	<b>Observateur à entrées inconnues</b>	<b>12</b>
1.7.1	Observateur à entrées inconnues par découplage	12
1.7.2	Exemple	13
1.7.3	Observateurs PMI à variables de prémisses non mesurables	14
1.7.4	Exemple	18
<b>1.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>20</b>

---

## 1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation de l'approche T-S qui permet de ré-écrire un système non linéaire d'une manière plus facile à étudier en le décomposant en plusieurs modèles linéaires plus simples ( modèles linéaires LTI ). L'intérêt de réaliser une décomposition du système en utilisant ce type de modèles est que, grâce à la propriété de somme convexe, l'étude de stabilité, la synthèse de commande et d'observateurs qui ont été largement étudiés dans le cas linéaire peuvent s'étendre au cas non linéaire avec des outils similaires.

L'interpolation de ces modèles linéaires à l'aide de fonctions d'activation normalisées permet de modéliser le système global non linéaire.

Ces fonctions d'activation dépendent des variables dites de prémisse. Ces variables peuvent être mesurables (entrées/sorties du système) ou non mesurables (état du système, ..). Il est important de noter que la classe des modèles T-S à variables de prémisse non mesurables est plus large que celle à variables de prémisse mesurables. Ceci vient du fait que le modèle T-S est obtenu généralement par la transformation en secteurs non linéaires, qui dans la majorité des cas, fait apparaître une partie ou la totalité des variables d'état dans les fonctions d'activation [2].

## 1.2 Principe de l'approche multimodèle floue T-S

L'approche T-S est basée sur la décomposition du comportement dynamique du système non linéaire en un nombre  $r$  de domaines de fonctionnement, chaque domaine étant caractérisé par un sous-modèle linéaire. La figure 1.1 illustre ce principe dans un cas à deux dimensions, l'ensemble des points de fonctionnement du système de coordonnées  $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$  a été décomposé en quatre domaines de fonctionnements notés  $D_1, D_2, D_3$  et  $D_4$ . Le domaine globale de fonctionnement est alors défini par la réunion des domaines locaux  $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$ . Sur chacun des domaines locaux, ou sous domaines, peut être construit un modèle local. La sortie de chaque sousmodèle contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système non linéaire. La contribution de chaque sous-modèle est définie par une fonction d'activation. Ces différents modèles locaux pourront alors être combinés au moyen d'une technique d'interpolation pour obtenir une représentation global, ou multimodèle, valable sur le domaine de fonctionnement global  $D$  [3].

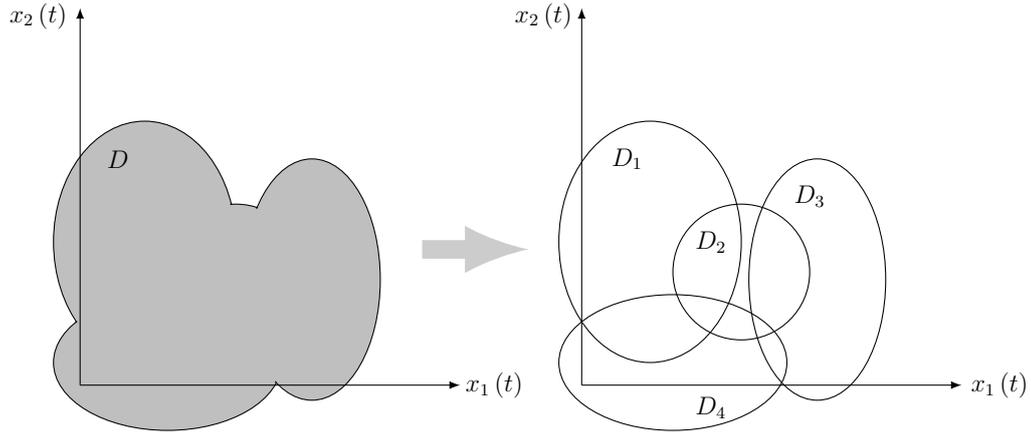


FIGURE 1.1: Principe de l'approche de Takagi-Sugeno.

### 1.3 Définition des modèles flou de type T-S

Les modèles de Takagi-Sugeno (T-S) [1] sont composés d'un ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe (1.2). Ainsi, Ce modèle T-S est décrit par des règles floues du type "Si ... Alors ..." qui représentent localement des relations d'entrées sorties du système.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\forall i \in \{1, \dots, r\}, \quad \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \quad (1.2)$$

avec  $0 \leq \mu_i(z(t)) \leq 1$ , pour tout  $t$ .

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des entrées et  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des sorties. Les matrices  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$  et  $C_i \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$  représentent respectivement, matrices d'état, d'entrée et de sortie du  $i^{\text{ème}}$  modèle linéaire  $i \in \{1, \dots, r\}$ ,  $r$  est le nombre de modèles linéaires. Les fonctions d'activation  $\mu_i(z(t))$  ont la propriété de somme convexe et sont fonctions d'un vecteur des prémisses  $z(t) \in \mathbb{R}^z$ . Ce dernier peut être composé de variables d'état ou de fonctions de variables d'état.

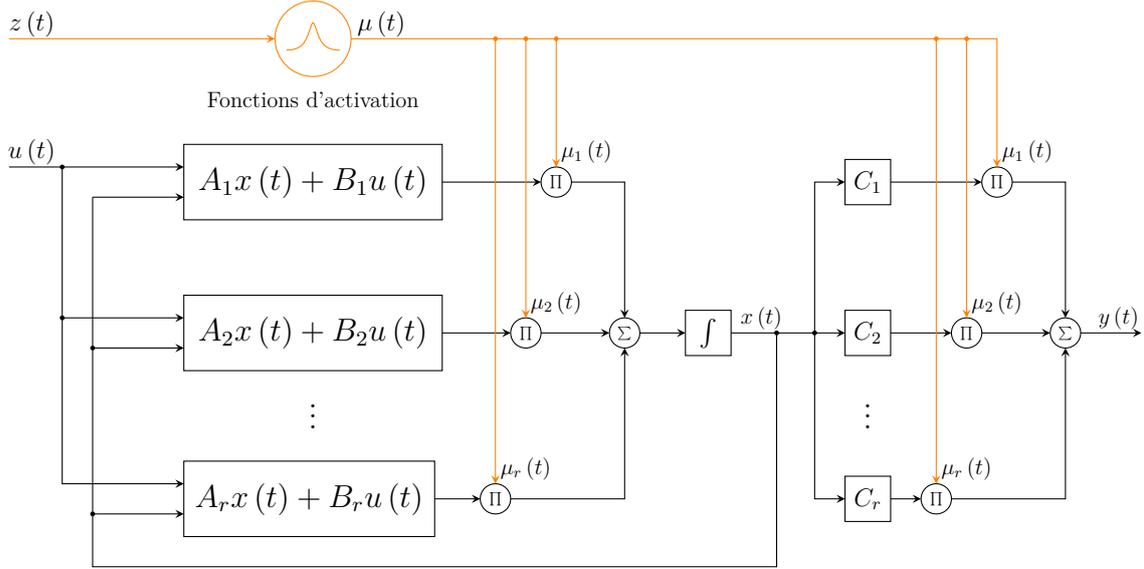


FIGURE 1.2: Le diagram du multimodèle de Takagi-Sugeno.

## 1.4 Transformation par secteurs non linéaires

La méthode de transformation par secteurs non linéaires à été initiée par [4]. Elle est basée sur une transformation des fonctions scalaires origines de la non linéarité. L'avantage de cette méthode est de ne pas engendrer d'erreurs d'approximation et de minimiser le nombre de modèles locaux. Cette méthode est basée sur la bornitude des fonctions continues. Considérons un système non linéaire simple,  $\dot{x} = f(x(t))$  où  $f(0) = 0$ . Le but est de trouver le secteur global de telle sorte que  $\dot{x} = f(x(t)) \in [a_1x(t) \ a_2x(t)]$ . La figure 1.3a illustre l'approche par secteurs non linéaires. Cette approche garantit une construction de modèle T-S qui représente de manière exacte le modèle non linéaire. Cependant, il est parfois difficile de trouver le secteur global. Dans ce cas, la solution est de considérer un secteur non linéaire local, cela est raisonnable puisque les variables des systèmes physiques sont toujours bornées. La figure 1.3b montre le secteur non linéaire local, où deux lignes deviennent les secteurs locaux sous  $-d < x(t) < d$ . Le modèle T-S représente exactement le modèle non linéaire dans cette région.

Soit le modèle non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t)) \end{cases} \quad (1.3)$$

Par simple factorisation, le système (1.3) est ré-écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(z(t))x(t) + B(z(t))u(t) \\ y(t) = C(z(t))x(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

Soit  $k$  le nombre de fonctions non linéaires présentes dans le système (1.4). En supposant qu'il existe un compact  $\mathcal{C}$  des variables de prémisses  $z(t) \subset \mathcal{C} \in \mathbb{R}^z$  sur lequel les non linéarités du modèle non linéaire (1.3) sont bornées.

Dans ce cas les termes non linéaires vérifient :

$$nl_j(z_j(t)) \in \left[ \min_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\}, \max_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} \right], \quad j \in 1, \dots, k \quad (1.5)$$

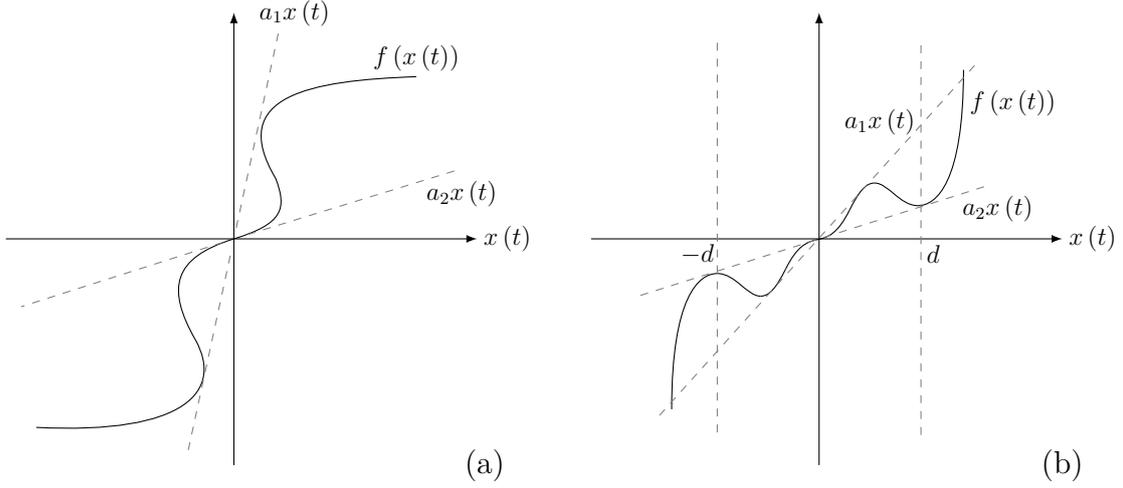


FIGURE 1.3: (a) Le secteur non linéarité global, (b) Le secteur non linéarité local

On peut alors écrire dans  $\mathcal{C}$  [5, 6] :

$$nl_j(z_j(t)) = \max_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} \omega_0^j(z_j(t)) + \min_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} \omega_1^j(z_j(t)) \quad (1.6)$$

où :

$$\begin{cases} \omega_0^j(z_j(t)) \geq 0, \omega_1^j(z_j(t)) \geq 0 \\ \omega_0^j(z_j(t)) + \omega_1^j(z_j(t)) = 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

à partir de (1.6) et (1.7) on peut écrire :

$$\begin{cases} \omega_0^j(z_j(t)) = \frac{nl_j(z_j(t)) - \min_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\}}{\max_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} - \min_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\}} \\ \omega_1^j(z_j(t)) = \frac{\max_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} - nl_j(z_j(t))}{\max_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\} - \min_{z_j} \{nl_j(z_j(t))\}} \end{cases} \quad (1.8)$$

Les fonctions d'activation  $\mu_i(t)$ ,  $i \in \{1, \dots, r\}$  du modèle T-S (1.1) se construisent alors directement à partir de :

$$\mu_{1+i_1+2 \times i_2+\dots+2^{k-1} \times i_k}(z(t)) = \prod_{j=1}^k \omega_{i_j}^j(z_j(t)) \quad (1.9)$$

Le nombre de règles floues formant le modèle T-S est fonction du nombre de non linéarités  $k$ , Il augmente en puissance de 2 i.e  $r = 2^k$ . Les règles des modèles flous T-S peuvent alors se représenter sous la forme suivante :

$$\mathbf{R\grave{e}gle} \ i^{\grave{e}me} : \begin{cases} \mathbf{Si} \left( z_1(t) \text{ est } \omega_{i_1}^1(z_1(t)) \right) \text{ et } \left( z_2(t) \text{ est } \omega_{i_2}^2(z_2(t)) \right) \text{ et } \dots \text{ et } \left( z_k(t) \text{ est } \omega_{i_k}^k(z_k(t)) \right) \\ \mathbf{Alors} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{cases}$$

telle que :  $i = 1 + i_1 + 2 \times i_2 + \dots + 2^{k-1} \times i_k$ , avec  $(i_1, i_2, \dots, i_k) \in (0, 1)$ .

## 1.5 Analyse de stabilité des modèles T-S

Considérons le cas d'un système autonome d'écrit par le modèle flou de type T-S de la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (1.10)$$

Les conditions suffisantes pour la convergence asymptotique de l'état  $x(t)$ , à partir d'une condition initiale  $x(0) = x_0 \neq 0$ , vers le point d'équilibre  $x(t) = 0$  sont données par le théorème suivant :

**Theorem 1** (K. Tanaka M. Sano, 1994 [7]). *Le modèle T-S continu (1.10) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$  telle que :*

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, r\} \quad (1.11)$$

## 1.6 Observateur d'état par l'approche $\mathcal{L}_2$

La synthèse  $\mathcal{L}_2$  a pour but de minimiser l'influence des incertitudes et des perturbations sur l'erreur.

### 1.6.1 Méthode par atténuation des perturbations

Le modèle T-S considéré est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (1.12)$$

Par ajout et soustraction du terme :

$$\begin{cases} \omega_1(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t)))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ \omega_2(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t)))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (1.13)$$

On obtient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + \omega_1(t)) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(C_i \hat{x}(t) + D_i u(t) + \omega_2(t)) \end{cases} \quad (1.14)$$

La structure d'observateur est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(C_i \hat{x}(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (1.15)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit de la façon suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \mu_j(\hat{x}(t)) ((A_i - L_i C_j) e(t) + \omega_1(t) - L_i \omega_2(t)) \quad (1.16)$$

**Hypothèse 1.1.** Les hypothèses suivantes sont considérées satisfaites :

A. La stabilité entrée-état du système (1.12) est vérifiée

B. L'entrée du système est bornée :  $|u(t)| < \rho$

**Theorem 2** (Ichalal, 2009 [8]). Le système (1.16), générant l'erreur d'estimation d'état, est stable et le gain  $\mathcal{L}_2$  du transfert de  $\omega(t)$  vers l'erreur d'estimation est borné par  $\gamma$ , s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , des matrices  $K_i \in \mathbb{R}^{n \times n y}$  et un scalaire positif  $\bar{\gamma}$  tels que les LMIs suivantes soient vérifiées  $\forall i, j \in \{1 \dots r\}$  :

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i - K_i C_j - C_j^T K_i^T + I & P & -K_i \\ & P & -\bar{\gamma} I \\ & -K_i^T & 0 \\ & & 0 & -\bar{\gamma} I \end{bmatrix} < 0 \quad (1.17)$$

Les gains de l'observateur sont donnés par :

$$L_i = P_1^{-1} K_i \quad (1.18)$$

et le taux d'atténuation est donné par :

$$\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}} \quad (1.19)$$

*Démonstration.* Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e(t)) = e(t)^T P e(t) \quad (1.20)$$

sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}(t)^T P e(t) + e(t)^T P \dot{e}(t) \quad (1.21)$$

Par substitution de  $\dot{e}(t)$  (1.16) dans (1.21), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \mu_j(\hat{x}(t)) \left( e(t)^T ((A_i - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_i C_j)) e(t) \right. \\ & \left. + \omega_1^T P e(t) - \omega_2^T L_i^T P e(t) + e(t)^T P \omega_1 - e(t)^T P L_i \omega_2 \right) \end{aligned} \quad (1.22)$$

L'objectif est d'atténuer l'effet des perturbations  $\omega(t)$  sur  $e(t)$  :

$$e(t)^T e(t) < \gamma^2 \omega(t)^T \omega(t) \quad (1.23)$$

Comme déjà mentionné, il faut satisfaire la condition suivante :

$$\dot{V}(e(t)) + e(t)^T e(t) - \gamma^2 \omega(t)^T \omega(t) < 0 \quad (1.24)$$

Par substitution de (1.22) dans (1.24) et d'après la propriété de somme convexe des fonctions d'activation, on a :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) \mu_j(\hat{x}(t)) \left( e(t)^T ((A_i - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_i C_j)) e(t) + \omega_1^T P e(t) \right. \\ & \left. - \omega_2^T L_i^T P e(t) + e(t)^T P \omega_1 - e(t)^T P L_i \omega_2 + e(t)^T e(t) - \gamma^2 \omega_1^T \omega_1 - \gamma^2 \omega_2^T \omega_2 \right) < 0 \end{aligned} \quad (1.25)$$

qui peut être mis sous la forme :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \begin{bmatrix} e(t) \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (A_i - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_i C_j) & P & -P L_i \\ P & -\gamma^2 I & 0 \\ -L_i^T P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (1.26)$$

La condition suffisante pour que (1.26) soit vérifiée est :

$$\begin{bmatrix} (A_i - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_i C_j) & P & -P L_i \\ P & -\gamma^2 I & 0 \\ -L_i^T P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall (i, j) \in \{1, \dots, r\}^2 \quad (1.27)$$

Après application des changements de variables suivants :

$$L_i = P^{-1} K_i \quad (1.28)$$

$$\gamma^2 = \bar{\gamma} \quad (1.29)$$

on obtient de les conditions LMIs (1.17) données dans le théorème 2.  $\square$

## 1.6.2 Exemple

Soit le système (1.12) défini par les matrices suivantes :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La résolution des *LMIs* du théorème 2, avec minimisation du gain du transfert de  $\omega(t)$  vers  $e(t)$ , fournit les résultats suivants :

$$L_1 = \begin{bmatrix} 2.9132 & 1.8297 \\ 3.3098 & 0.7238 \\ 2.7014 & 0.4140 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 2.4816 & 0.9270 \\ 4.0043 & 1.9731 \\ 3.2517 & 1.2806 \end{bmatrix}$$

$$\gamma = 0.5148$$

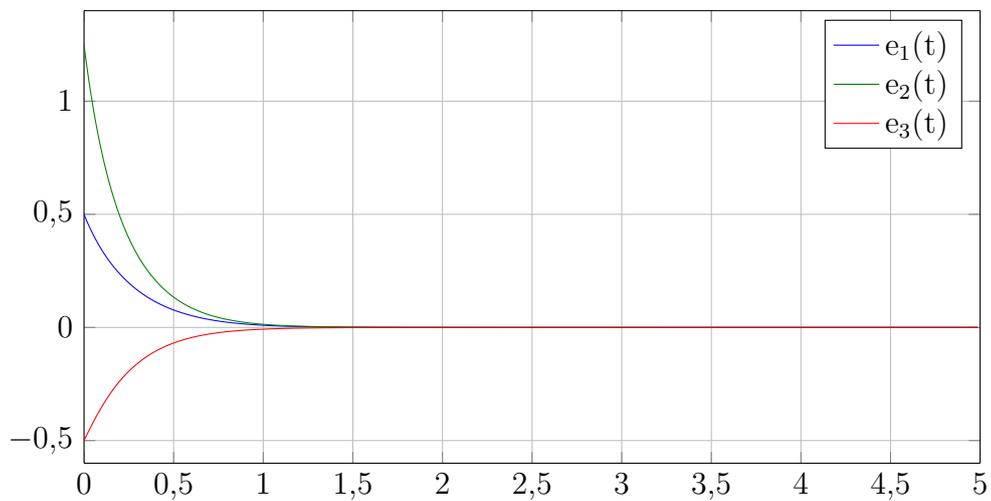


FIGURE 1.4: Évolution dans le temps de l'erreur d'estimation d'état.

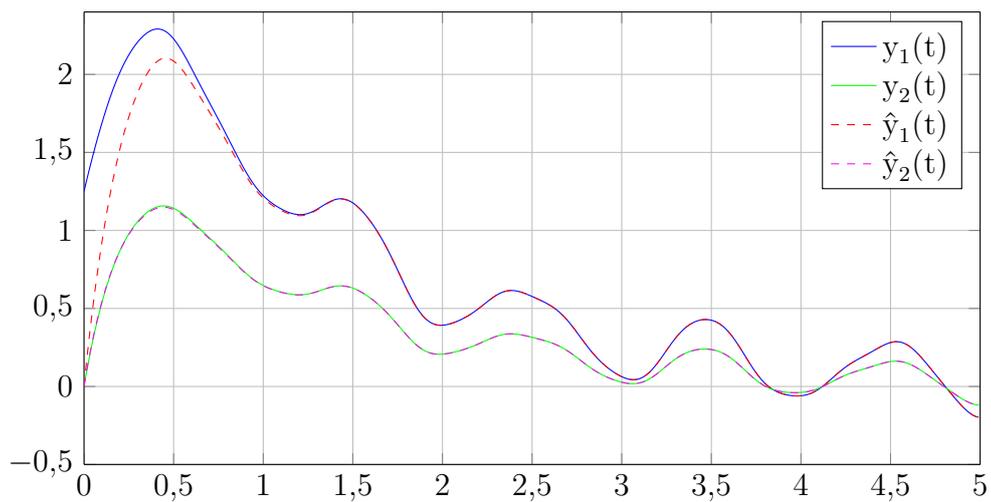


FIGURE 1.5: Sorties réelles (traits continus) et estimées (pointillés).

## 1.7 Observateur à entrées inconnues

Cette section présente l'étude et l'exploitation des observateurs à entrées inconnues (figure 1.6) pour les systèmes non linéaires décrits par la structure de Takagi-Sugeno à variables de prémisses non mesurables.

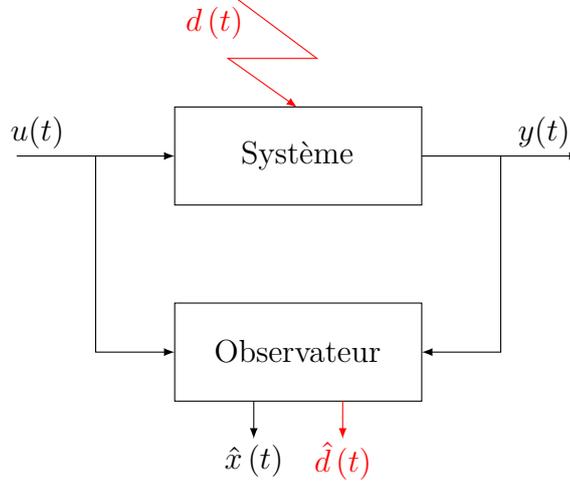


FIGURE 1.6: Principe de l'observateur à entrée inconnue.

### 1.7.1 Observateur à entrées inconnues par découplage

Considérons le système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues décrit par la structure T-S suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Gd(t) \end{cases} \quad (1.30)$$

Le multimodèle VPNM (1.30) peut se ramener à un multimodèle perturbé à VPM comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + \omega(t)) \\ y(t) = C\hat{x}(t) + Gd(t) \end{cases} \quad (1.31)$$

avec :

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t))) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t)) \quad (1.32)$$

Ainsi, considérons l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) (N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + H y(t) \end{cases} \quad (1.33)$$

L'erreur d'estimation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ &= Px(t) - z(t) + HGd(t) \end{aligned} \quad (1.34)$$

où :

$$P=I+HC \quad (1.35)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))((PA_i - N_i - K_i C)x(t) \\ & + (PB_i - G_i)u(t) + (PE_i - K_i G)d(t) + P\omega(t) \\ & + N_i e(t) + H\dot{d}(t) \end{aligned} \quad (1.36)$$

avec  $K_i = N_i H + L_i$ , La construction de l'observateur nécessite la satisfaction des conditions suivantes :

$$\begin{aligned} HG &= 0 \\ N_i &= PA_i - K_i C \\ PB_i &= G_i \\ PE_i &= K_i G \\ L_i &= K_i - N_i H \end{aligned} \quad (1.37)$$

Si les conditions (1.37) sont satisfaites, alors la dynamique de l'erreur d'estimation d'état devient :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t)) (N_i e(t) + P\omega(t)) \quad (1.38)$$

**Theorem 3** (Ichalal, 2009 [8]). *L'observateur (1.33) pour le système (1.30) tel que le système (1.38) est stable tout en minimisant le gain  $\mathcal{L}_2$  du transfert de  $\omega(t)$  vers  $e(t)$  est obtenu en résolvant le problème d'optimisation :*

$$\min_{X, M_i, S} \bar{\gamma} \quad s.c. \quad (1.39)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & X+SC \\ (X+SC)^T & -\bar{\gamma}I \end{bmatrix} < 0, \quad i=1, \dots, r \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} SG &= 0 \\ (X+SC)E_i &= M_i G \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\Psi_i = A_i^T (X + C^T S^T) + (X + SC) A_i - C^T M_i^T - M_i C + I \quad (1.42)$$

$$X \in \mathbb{R}^{n \times n}, M_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, S, \bar{\gamma} \in \mathbb{R} \quad (1.43)$$

Les matrices de l'observateur sont déterminées par les équations (1.37) Le taux d'atténuation est obtenu par  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$ .

## 1.7.2 Exemple

Cet exemple représente le générateur chaotique de Lorenz [9]. Soit le système de Lorenz représenté par la structure T-S à VPNM (1.30) :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 30 \\ 0 & 30 & -\frac{8}{3} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 30 \\ 0 & -30 & -\frac{8}{3} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1 \ 0], \quad G=1$$

Les fonctions d'activation du modèle sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mu_1(x(t)) = \frac{1 + \frac{x_1(t)}{30}}{2} \\ \mu_2(x(t)) = \frac{1 - \frac{x_1(t)}{30}}{2} \end{cases}$$

La résolution des *LMIs* du théorème 3, avec minimisation du gain du transfert de  $\omega(t)$  vers  $e(t)$ , fournit les résultats suivants :

$$N_1 = \begin{bmatrix} -10 & 6 & 0 \\ 28 & -4 & -30 \\ 0 & 29 & -2.6667 \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} -10 & -20 & 0 \\ 28 & -29 & 30 \\ 0 & -30 & -2.6667 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 28 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

$$H = 10^{-11} \begin{bmatrix} 0.0420 \\ -0.0014 \\ 0.1640 \end{bmatrix}$$

$$\gamma = 0.8928$$

L'estimation de l'entrée inconnue est réalisée directement en utilisant la sortie et l'état estimé (figure 1.9).

### 1.7.3 Observateurs PMI à variables de prémisses non mesurables

Dans cette section nous avons utilisé une méthode permettant de prendre une large classe des entrées inconnues. Cette dernière est basée sur l'estimation simultanée de l'état du système et des entrées inconnues vérifiant la condition suivante :

**Hypothèse 1.2.** *L'entrée inconnue  $d(t)$  vérifie :*

$$d^{(q)}(t) = 0 \tag{1.44}$$

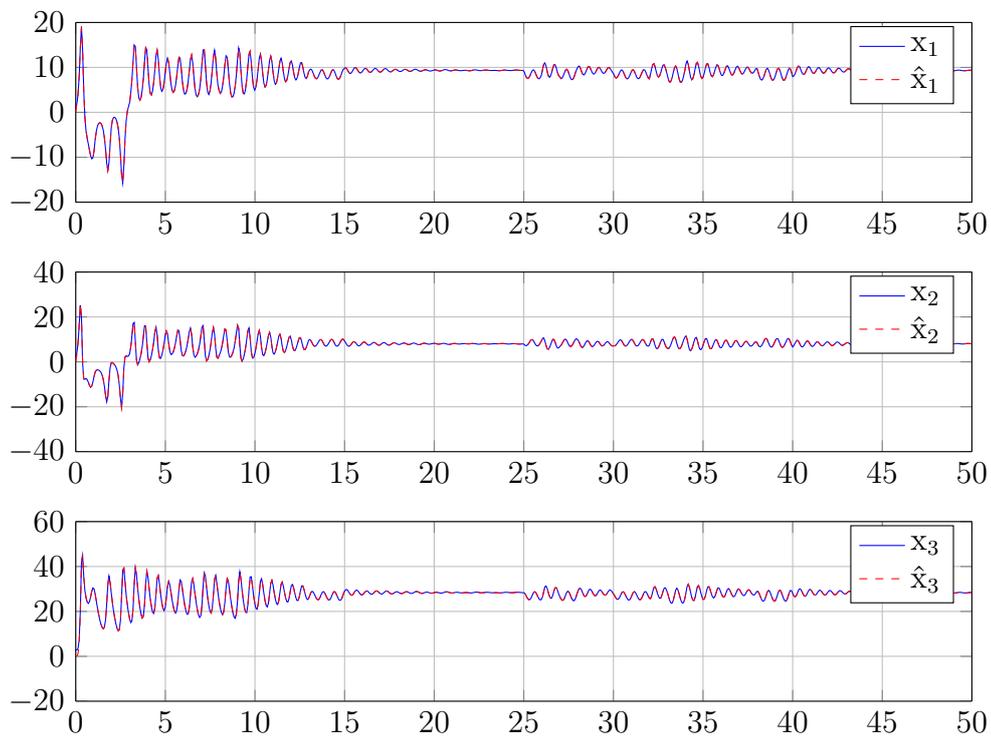


FIGURE 1.7: Etats du système et leurs estimés.

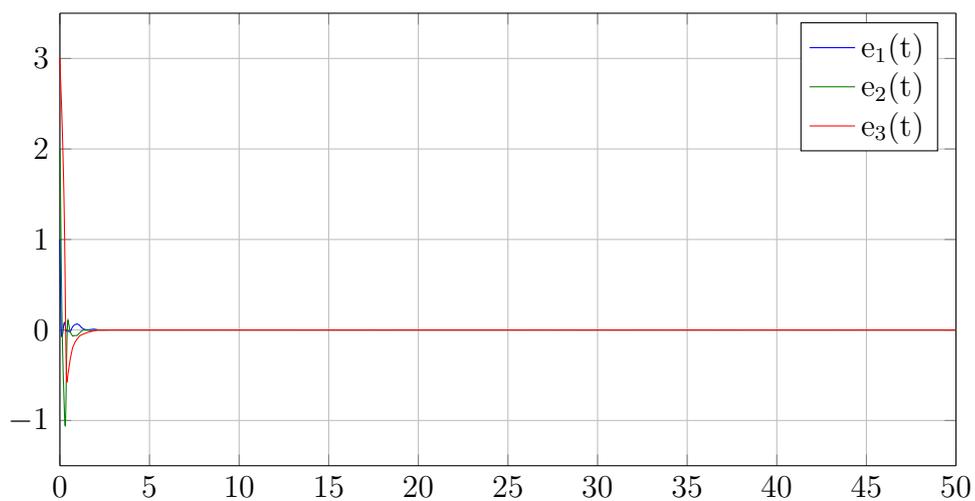


FIGURE 1.8: Erreurs d'estimation d'état.

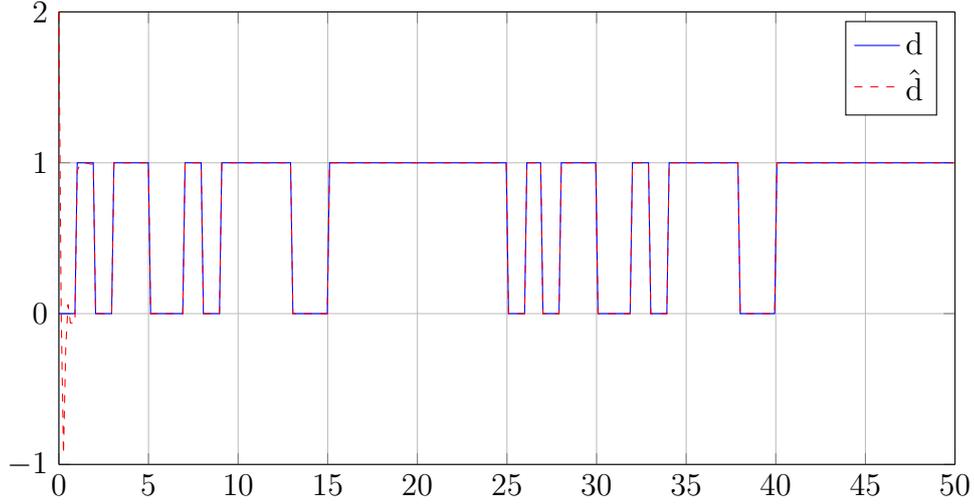


FIGURE 1.9: Message envoyé et son estimation.

$d^1(t), d^2(t), \dots, d^q(t)$  représentent les dérivées successives de  $d(t)$  qu'on va définir sous la forme d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{d}(t) \\ \dot{d}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{d}_{q-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ \vdots \\ d_q(t) \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

Soit le système représenté par le modèle T-S suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + R_i \omega(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Gd(t) + W\omega(t) \end{cases} \quad (1.46)$$

A partir de (1.45) et (1.46), on construit le modèle augmenté suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(\tilde{A}_i x_a(t) + \tilde{B}_i u(t) + \tilde{R}_i \omega(t)) \\ y(t) = \tilde{C}x_a(t) + W\omega(t) \end{cases} \quad (1.47)$$

où :

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ d_1(t) \\ d_2(t) \\ \vdots \\ d_q(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & E_i & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{nd} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{nd} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R}_i = \begin{bmatrix} R_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

$$\tilde{C} = [C \quad G \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0] \quad (1.49)$$

L'observateur PMI permet l'estimation des entrées inconnues  $d(t)$  vérifiant la condition 1.2, par l'estimation de ses  $q - 1$  premières dérivées à travers  $q - 1$  actions intégrales.

La structure de l'observateur PMI est donnée sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + E_i \hat{d}(t) + L_{pi}(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + G \hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}_j(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\hat{d}_{j+1}(t) + L_{I_i}^j(y(t) - \hat{y}(t))), j = 1, \dots, q-1 \\ \hat{d}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\hat{d}_1(t) + L_{I_i}(y(t) - \hat{y}(t))) \end{cases} \quad (1.50)$$

L'observateur (1.50) est mis sous la forme augmentée suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\tilde{A}_i(t) \hat{x}_a(t) + \tilde{B}_i(t) u(t) + \tilde{L}_i(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{x}_a(t) \end{cases} \quad (1.51)$$

où :

$$\tilde{L}_i = \left[ L_{Pi}^T \quad L_{I_i}^T \quad L_{I_i}^{1T} \quad \dots \quad L_{I_i}^{q-2T} \quad L_{I_i}^{q-1T} \right]^T \quad (1.52)$$

Dans cette section on suppose que les variables de prémisses ne sont pas connues. Le système (1.46) est ainsi réécrit sous la forme augmenté suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(\tilde{A}_i x_a(t) + \tilde{B}_i u(t) + \tilde{R}_i \omega(t)) \\ y(t) = \tilde{C} x_a(t) + W \omega(t) \end{cases} \quad (1.53)$$

les variables de prémisses de l'observateur vont dépendre de l'estimé de l'état  $\hat{x}(t)$ .

L'observateur est alors donné sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\tilde{A}_i(t) \hat{x}_a(t) + \tilde{B}_i(t) u(t) + \tilde{L}_i(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C} \hat{x}_a(t) \end{cases} \quad (1.54)$$

On introduit  $\hat{x}(t)$  dans l'équation d'état du système 1.53 de la même manière que celle effectuée dans la section 1.6.1. Le système 1.53 peut donc être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\tilde{A}_i x_a(t) + \tilde{B}_i u(t) + \tilde{R}_i \tilde{\omega}(t)) \\ y(t) = \tilde{C} x_a(t) + \tilde{W} \tilde{\omega}(t) \end{cases} \quad (1.55)$$

où  $\tilde{A}_i, \tilde{B}_i, \tilde{C}$  sont définies par (1.48)- (1.49)

$$\tilde{R}_i = \begin{bmatrix} R_i & I_n \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{W} = \begin{bmatrix} W & 0_{n_y \times n} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Et :

$$v(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i(\hat{x}(t)) - \mu_i(x(t)))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + R_i \omega(t)) \quad (1.57)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation du système augmenté est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{e}_a(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))((\tilde{A}_i - \tilde{L}_i\tilde{C})e_a(t) + (\tilde{R}_i - \tilde{L}_i\tilde{W})\tilde{\omega}(t)) \quad (1.58)$$

L'objectif est de trouver les gains  $L_i$  pour assurer la stabilité de (1.58).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_a(t) = 0, \omega(t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (1.59)$$

$$\frac{\|e_a(t)\|_2}{\|\omega(t)\|_2} < \gamma, \omega(t) \neq 0, \quad t \geq 0 \quad (1.60)$$

**Theorem 4** (Ichalal, 2009 [8]). *Étant donné un scalaire  $\gamma > 0$ , Le système (1.58) générant les erreurs d'estimation d'état, des entrées inconnues et leurs dérivées est stable et satisfait les contraintes (1.59) (1.60) s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P = P^T > 0 \in \mathbb{R}^{(n+qn_d) \times (n+qn_d)}$  et des gains  $\tilde{K}_i \in \mathbb{R}^{(n+qn_d) \times n_y}$  tel que :*

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P + P\tilde{A}_i - \tilde{K}_i\tilde{C} - \tilde{C}^T\tilde{K}_i^T + I & P\tilde{R}_i - \tilde{K}_i\tilde{W} \\ \tilde{R}_i^T P - \tilde{W}\tilde{K}_i^T & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (1.61)$$

Les gains de l'observateur sont donnés par :

$$\tilde{L}_i = P^{-1}\tilde{K}_i \quad (1.62)$$

Le taux d'atténuation est donné par :

$$\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}} \quad (1.63)$$

*Démonstration.* La démonstration du théorème 4 est identique à celle du théorème 2 □

### 1.7.4 Exemple

Cette exemple présente l'estimation simultanée de l'état du système et des entrées inconnues par les observateur PMI [8].

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 0 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_1 = R_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

et :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'activation dépendent de la composante  $x_1(t)$  du vecteur d'état  $x(t)$  et sont définies par :

$$\begin{cases} \mu_1(x) = \frac{1 - \tanh(x_1)}{2} \\ \mu_2(x) = 1 - \mu_1(x) \end{cases}$$

La résolution des *LMI*s du théorème 4, avec minimisation du gain du transfert de  $\omega(t)$  vers  $e(t)$ , fournit les résultats suivants :

$$\begin{aligned} L_{I1} &= \begin{bmatrix} 11.3 & -16.4 \\ -2.5 & 51.5 \end{bmatrix} & L_{I1}^1 &= \begin{bmatrix} 157.4 & -200.5 \\ 114.5 & 121.9 \end{bmatrix} & L_{P1} &= \begin{bmatrix} -7.3 & 38 \\ -5.9 & 27.3 \\ -1.8 & 10.5 \end{bmatrix} \\ L_{I1}^2 &= \begin{bmatrix} 755.2 & -912.9 \\ 735.1 & -166.3 \end{bmatrix} & L_{I1}^3 &= \begin{bmatrix} 1193.2 & -1405.7 \\ 1239.8 & -692.4 \end{bmatrix} & & \\ L_{I2} &= \begin{bmatrix} 11.4 & -16.4 \\ -2 & 50.3 \end{bmatrix} & L_{I2}^1 &= \begin{bmatrix} 158.7 & -200.9 \\ 108.4 & 126.0 \end{bmatrix} & L_{P2} &= \begin{bmatrix} -5.4 & 32.9 \\ -7.8 & 28.9 \\ -1.1 & 8.1 \end{bmatrix} \\ L_{I2}^2 &= \begin{bmatrix} 780.2 & -933.1 \\ 723.9 & -156.7 \end{bmatrix} & L_{I2}^3 &= \begin{bmatrix} 1246.3 & -1450.8 \\ 1244.3 & -694.7 \end{bmatrix} & & \end{aligned}$$

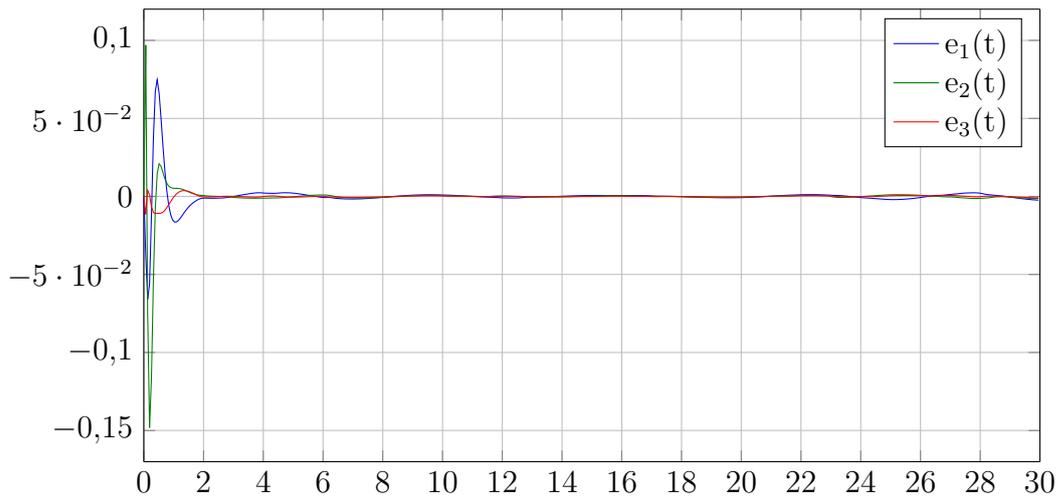


FIGURE 1.10: Erreurs d'estimation d'état obtenues avec par l'observateur PMI.

**Remarque 1.1.** Ces résultats sont obtenues on utilisant l'algorithme d'optimisation *SLPSO* qui permet de faire un placement de pôle dans des régions *LMI* selon un critère donné.

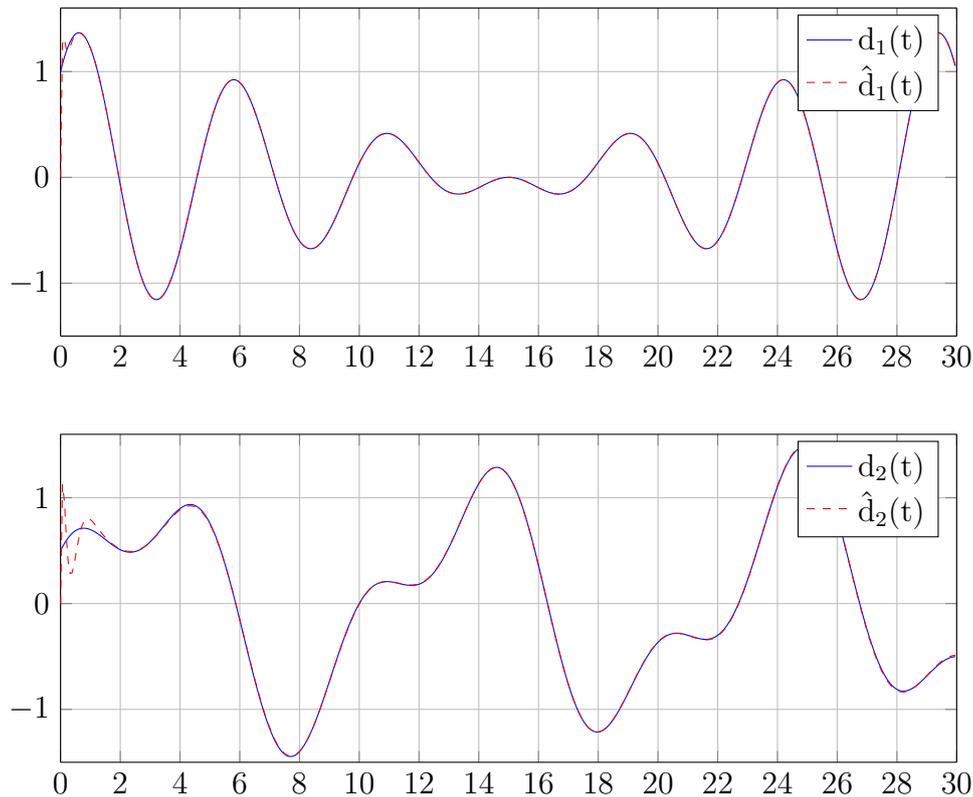


FIGURE 1.11: Entrées inconnues et leurs estimées par l'observateur PMI.

## 1.8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude de deux types d'observateurs pour les systèmes non linéaires représentés par un modèle T-S. L'étude est concentré sur le cas où les fonctions d'activation du modèle dépendent de l'état du système qui n'est pas mesurable. Le but principal est la prise en compte des entrées inconnues dans la phase de modélisation afin de généraliser les méthodes d'estimation d'état présentées dans la section 1.6. Cela vise à rendre l'observateur robuste vis-à-vis des entrées inconnues pouvant avoir différentes origines (perturbations, défauts, bruit de mesure, incertitudes de modélisation,...). Les synthèses d'observateurs présentées s'appuient sur deux objectifs complémentaires :

le premier type d'observateurs est basé sur l'estimation robuste de l'état, l'objectif est de découpler l'estimation d'état des entrées inconnues. Dans ce contexte, un résultat assurant un découplage complet des entrées inconnues de l'erreur d'estimation a été présentée.

L'objectif du deuxième type d'observateurs est basé sur l'estimation simultanée de l'état du système et des entrées inconnues. Dans le cas des entrées inconnues constantes ou à dynamiques très lentes, un observateur de type PI à une seule action intégrale permet de les estimer simultanément avec les états du système. L'étude de la stabilité permet d'établir des conditions LMIs permettant la synthèse de l'observateur. Une généralisation de cet observateur aux entrées inconnues de forme polynomiale est présentée par l'ajout de  $q$  actions intégrales où  $q$  correspond au degré des polynômes modélisant ces signaux. Le principe de cet observateur est basée sur l'estimation simultanée des  $q - 1$

dérivées des entrées inconnues.

# Chapitre 2

## Diagnostic à base des modèles flous T-S

*« Absence of understanding does not warrant absence of existence. »*

Ibn Sina

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Terminologie propre au diagnostic</b>	<b>23</b>
<b>2.3</b>	<b>Principe du diagnostic de défauts</b>	<b>25</b>
2.3.1	Détection de défauts	25
2.3.2	Localisation de défauts	25
2.3.3	Estimation de défauts	25
<b>2.4</b>	<b>Diagnostic par observateurs à entrées inconnues</b>	<b>26</b>
2.4.1	Défauts de capteurs	27
<b>2.5</b>	<b>Diagnostic par observateurs PMI</b>	<b>27</b>
2.5.1	Algorithme de diagnostic	28
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>29</b>

---

## 2.1 Introduction

La surveillance d'un système physique a besoin des informations délivrées par des capteurs. La défaillance de l'un d'entre eux peut engendrer le dysfonctionnement de l'installation en conduisant à une altération de ses performances. Une procédure de surveillance doit donc être apte à traiter un défaut affectant aussi bien le système physique proprement dit, que l'un de ses organes de conduite (actionneur, capteur d'instrumentation). Cependant, la complexité et la taille de l'installation, ainsi que la gravité des risques encourus et des conséquences potentielles augmentent la quantité d'information à analyser, rendant souvent la surveillance complexe pour un opérateur humain. Il s'avère par conséquent très utile d'adjoindre à l'opérateur une aide à la décision, voire de rendre la surveillance automatique. L'intérêt est aussi de permettre l'amélioration de la disponibilité des installations en remplaçant les politiques de maintenance programmée par des stratégies de maintenance conditionnelle prenant en compte l'état effectif du système physique [10].

A l'origine, le diagnostic se limitait aux applications industrielles à haut niveau de risque pour la communauté comme le nucléaire ou l'aéronautique, ainsi qu'aux secteurs d'activité de pointe tels que l'industrie de l'armement ou l'aérospatial. Les premiers travaux concernant le thème diagnostic datent du début des années 1970. En raison de l'intérêt croissant suscité dans le monde industriel, le diagnostic est devenu peu à peu un thème de recherche à part entière [10].

Dans ce chapitre, on vise à rappeler dans un premier temps la terminologie utilisée dans la littérature scientifique et celle que on a adoptée dans ce mémoire. Le principe de base du diagnostic sera énoncée. D'autre part, nous allons présenter des méthodes de détection, de localisation et d'estimation des défauts affectant un système non linéaire décrit par un modèle T-S. Les méthodes développées utilisent les observateurs présentés aux chapitre 2 afin de concevoir des générateurs de résidus permettant la détection des défauts.

## 2.2 Terminologie propre au diagnostic

Il semble intéressant, dans un premier temps, de rappeler les principaux termes utilisés en diagnostic des systèmes. La terminologie suivante sera adoptée :

### 1. Défaut (Fault) :

- Tout écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique de référence, lorsque celui-ci est en dehors des spécifications [11].
- N'importe quel état indésirable d'un composant ou d'un système. Un défaut n'implique pas nécessairement une défaillance [12].
- Déviation non permise d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique du système dans des conditions acceptables ou/et standards [13].
- Un défaut est une anomalie de comportement au sein d'un système physique localisée au niveau d'un composant. Noté  $f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$  [14].

### 2. Défaillance (Failure) :

Une défaillance définit une anomalie fonctionnelle au sein d'un système physique, c'est-à-dire caractérise son incapacité à accomplir certaines fonctions qui lui sont assignées. Les défauts incluent les défaillances mais la réciproque n'est pas vraie.

Un système peut remplir sa fonction tout en présentant une anomalie de comportement. Par exemple, une machine électrotechnique peut produire un bruit anormal tout en entraînant correctement une charge, en supposant que telle soit sa fonction. Le bruit anormal est un défaut qui peut permettre de présager d'une défaillance à venir [10].

**3. Panne (Break-down) :**

La panne est l'incapacité d'un dispositif à accomplir la fonction vitale. Il est clair que dès l'apparition d'une défaillance, caractérisée par la cessation du dispositif à accomplir sa fonction, on déclarera le dispositif en panne. Par conséquent, une panne résulte toujours d'une défaillance [15].

**4. Résidu (Residual) :**

Souvent, lorsque le modèle comportemental de référence est analytique, les signaux porteurs de signes ou de symptômes sont appelés résidus parce qu'ils résultent d'une comparaison entre un comportement réel et un comportement de référence. Noté  $r(t) \in \mathbb{R}^{n_r}$  [10].

**5. Symptôme (Symptom) :**

Caractère distinctif d'un état fonctionnel anormal [14].

**6. Diagnostic (Diagnosis) :**

Un diagnostic est un état expliqué d'un système physique compatible avec les informations disponibles sur le comportement réel du système et avec le modèle de comportement de référence disponible. Habituellement, le diagnostic est exprimé par les états des composants ou les états caractéristiques permettant la description du comportement du système [10].

**7. Perturbation :**

Entrée du système physique qui n'est pas une commande. Autrement dit, c'est une entrée non contrôlée [10].

Ces notions sont illustrées à partir de l'exemple d'un moteur devant assurer une fonction de ventilation ( tableau 2.1 ).

Définition	Evénement (exemple)	Ecart au comportement nominal	Fonction de ventilation
Perturbation	Variation de température extérieure (normal)	Petit	Totale
Défaut	Fort échauffement (anormal)	Moyen	Totale
Défaillance	Déclenchement intermittent d'un relais thermique stoppant le ventilateur jusqu'à ce que la température du moteur redescende à un niveau acceptable.	Grand	Partielle
Panne	Suite aux forts échauffements répétitifs, les isolants sont progressivement endommagés : un court-circuit apparaît, le moteur ne peut plus tourner jusqu'à ce qu'une réparation soit effectuée.	Grand	Nulle

TABLEAU 2.1: Illustration des définitions à l'aide d'un moteur de ventilateur [10]

## 2.3 Principe du diagnostic de défauts

La procédure de diagnostic de défauts passe par trois étapes essentielles :

### 2.3.1 Détection de défauts

C'est l'étape qui décide si le système est soumis à un défaut ou pas. Elle consiste dans la plus part des cas à générer le vecteur résidu  $r(t)$ , qui est nul en fonctionnement normal et est comparé en ligne aux signatures de pannes [16].

### 2.3.2 Localisation de défauts

Cette étape permet de localiser le défaut et donc de déterminer quelle partie du système est affectée par l'anomalie [16].

### 2.3.3 Estimation de défauts

L'estimation d'un défaut est le fait d'estimer l'amplitude et l'évolution temporelle du défaut afin d'expliquer au mieux le comportement du système. Cette partie d'estimation du défaut est la dernière phase de la procédure de diagnostic [3]

$$r_i(t) = f_i(t), \quad \forall t, \quad i = 1, \dots, n_r, \quad (n_r = n_f)$$

De plus l'estimation implique la détection et la localisation car les estimées des défauts constituent des résidus .

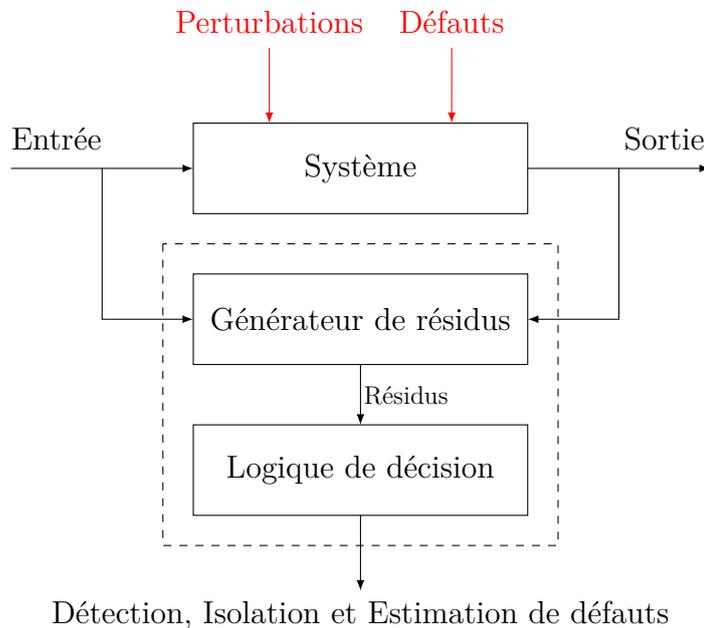


FIGURE 2.1: Principe du diagnostic.

## 2.4 Diagnostic par observateurs à entrées inconnues

La détection d'un défaut nécessite un seul observateur pour générer le résidu, pour sa localisation, il est nécessaire de disposer d'un *banc d'observateurs* plutôt que d'un seul. La figure 2.2 présente l'architecture à adopter pour utiliser les *UIO* (Unknown Input Observer) pour localiser les défauts. L'ensemble des  $m$  *UIO* est soumis au vecteur d'entrées  $u$  et au vecteur de sorties  $y$ . Chaque *UIO* du banc d'observateur est synthétisé pour qu'il soit sensible à un sous-ensemble de défauts  $f_i$  et insensible aux autres. Le nombre d'observateurs à intégrer dans le banc dépend du nombre de défauts à détecter et à isoler. Trois possibilités sont envisagées :

- **Les défauts doivent être détectés mais pas localisés** : dans cette configuration le banc d'observateur est composé d'un unique observateur qui doit être affecté par tous les défauts et insensible aux perturbations.
- **Cas de défauts uniques** : ce cas de figure, très fréquemment étudié, est moins restrictif qu'il n'y paraît. En effet, il est rare (mais pas impossible) que plusieurs capteurs, actionneurs ou composants du système tombent en panne simultanément. Le banc d'observateurs sera alors constitué d'autant d'observateurs qu'il y a de défauts à isoler. Chacun de ces observateurs sera synthétisé de manière à être sensible à tous les défauts sauf un. Ainsi, le  $i^{\text{ème}}$  observateur sera obtenu en considérant le  $i^{\text{ème}}$  défaut  $f_i$  comme entrée inconnue. La table de codage des défauts sera alors composée de 1 à l'exception d'une diagonale de 0.
- **Cas de défauts multiples** : la détection et la localisation de tous les défauts, lorsque ceux-ci peuvent intervenir simultanément, nécessitent de pouvoir découpler chaque observateur de tous les défauts sauf un, la table de codage des défauts sera alors composée de 0 à l'exception d'une diagonale de 1 [16].

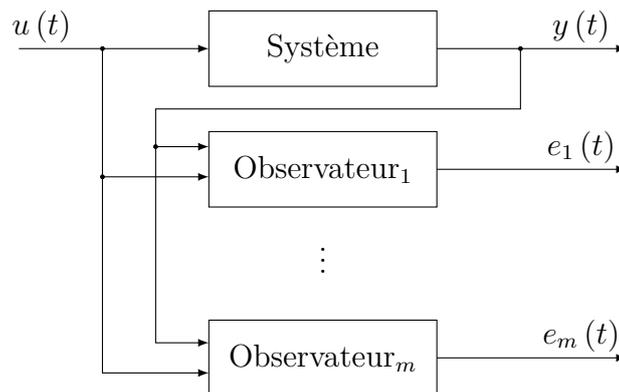


FIGURE 2.2: Architecture d'un banc d'observateurs.

L'observateur à entrées inconnues par découplage développé dans le chapitre 2 peut être exploité pour construire des bancs d'observateurs afin de générer des résidus structurés permettant la détection et la localisation des défauts de capteurs.

**Hypothèse 2.1.** *On suppose que les défauts de capteurs ne surviennent pas simultanément.*

Soit le système non linéaire représenté par la structure T-S à VPNM suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

### 2.4.1 Défauts de capteurs

En représentation d'état, ces défauts sont modélisés par des termes additifs sur les composantes de la matrice de sortie. Deux hypothèses sont encore envisageables pour la construction d'un banc d'observateurs suivant que les hypothèses de défauts uniques ou défauts multiples sont retenues [16].

- **Défauts uniques** : dans ce cas, le banc d'observateurs peut être construit selon l'architecture *GOS* présentée à la figure 4.4a le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par toutes les sorties sauf la  $i^{\text{ème}}$ , et toutes les entrées. La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les capteurs sauf ceux de la  $i^{\text{ème}}$ . Il est donc possible de détecter et de localiser les défauts capteurs lorsque ceux-ci interviennent séparément.
- **Défauts multiples** : le banc d'observateurs peut être construit selon le schéma *DOS* présenté sur la figure 4.4b le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par la  $i^{\text{ème}}$  sortie et toutes les entrées ; la sortie de ce  $i^{\text{ème}}$  observateur est insensible aux défauts des sorties non utilisées donc chaque résidu issu d'un observateur est sensible à un et un seul défaut capteur ce qui permet de détecter et localiser les défauts capteurs même lorsqu'il surviennent de façon simultanée.

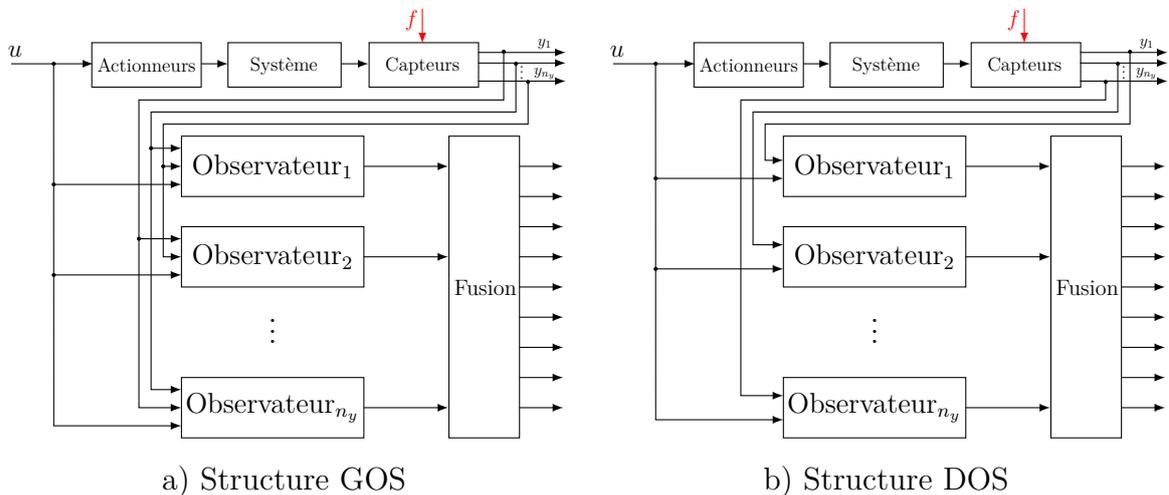


FIGURE 2.3: Localisation de défauts capteurs.

## 2.5 Diagnostic par observateurs PMI

On utilise les observateurs PMI développés dans le chapitre 2 pour l'estimation, la détection et la localisation de défauts de capteurs.

Soit le modèle T-S à VPNM suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t) + F_i f(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(x(t))(C_i x(t) + D_i u(t) + G_i d(t) + R_i f(t)) \end{cases} \quad (2.2)$$

Un observateur PMI de degré  $q$  pour le modèle (2.2) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + F_i \hat{f}(t) + L_{P_i}(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \dot{\hat{f}}^k(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\hat{f}^{k+1}(t) + L_{I_i}^k(y(t) - \hat{y}(t))), \quad k = 1, \dots, q-1 \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(\hat{f}^1(t) + L_{I_i}(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{x}(t))(C_i \hat{x}(t) + D_i u(t) + R_i \hat{f}(t)) \end{cases} \quad (2.3)$$

### 2.5.1 Algorithme de diagnostic

En utilisant l'observateur PMI, on propose un algorithme de calcul des gains de l'observateur suivant un critère de performance.

1. Simuler le système non linéaire en boucle ouverte avec des entrées
2. Défauts d'actionneurs : Avant la simulation, combiner l'entrée $_j$  du système avec le défaut  $f_j$ ,  $j = 1, \dots, m$
3. Défauts de capteurs : Après la simulation, combiner la sortie $_j$  du système avec le défaut  $f_j$
4. Pour chaque défaut  $f_j$ , construire l'observateur $_j$  par l'utilisation de l'architecture GOS ou DOS ( on préfère l'architecture GOS pour le diagnostic d'actionneur et l'architecture DOS pour le diagnostic de capteur ).
5. Définir le max et le min de la région LMI ( $\alpha_{max}$ ,  $\alpha_{min}$ ,  $\beta_{max}$ ,  $\beta_{min}$ ,  $\theta_{max}$  et  $\theta_{min}$ )
6. Optimizer la région LMI par SLPSO <sup>1</sup>
7. Calculé les gains de l'observateur $_j$  sous les contraintes LMIs du théorème 4 avec l'interface YALMIP <sup>2</sup>.
8. Simuler l'observateur $_j$  en boucle ouverte par les même entrées du système
9. Calculer le critère  $J = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{N_{simu}} (x_i(t) - \hat{x}_i(t))^2$
10. Si  $J > \varepsilon$  refaire les étapes 6  $\rightarrow$  10
11. Si oui, afficher les gains optimaux de l'observateur $_j$  et incrémenter  $j$  ( $j++$ )
12. Si  $j < m$  refaire les étapes 4  $\rightarrow$  12
13. Dans le cas de diagnostic de défauts de capteurs on definit le résidu  $r_j(t) = \hat{f}_j(t)$ , dans le cas d'actionneurs  $r_{ji}(t) = y_i(t) - \hat{y}_i^j(t)$  ( $j$  désigne le numéro de l'observateur et  $i$  désigne le numéro de la sortie), et l'alarme  $a_j(t)$  comme suit :

$$a_j = \begin{cases} 1, & |r(t)| \geq \alpha_j \gamma_j \rho \\ 0, & |r(t)| < \alpha_j \gamma_j \rho \end{cases}$$

---

1. SLPSO est une amélioration de l'algorithme d'optimization PSO.

2. L'interface YALMIP : utilisé pour modéliser et résoudre des problèmes LMIs.

où  $\rho$  est la borne des perturbations  $d(t)$ ,  $\alpha_j$  un paramètre d'ajustement du seuil de détection en fonctionnement normal du système pour améliorer la détection des défauts et  $\gamma_j$  le taux d'atténuation des défauts sur l'erreur d'estimation.

## 2.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de présenter le principe de conception de générateurs de résidus pour la détection et la localisation de défauts de capteurs d'un système décrit par des modèles flous T-S en se basant sur des bancs observateurs. Un certain nombre de notions fondamentales ainsi que les principes du diagnostic de défauts ont été présentés. On a aussi présenté deux techniques de génération de résidus. La première est basée sur les observateurs à entrées inconnues par découplage et la deuxième est basée sur les observateurs PMI. On a vu que les observateurs PMI permettent également de fournir une estimation des défauts.

# Chapitre 3

## Application à un robot mobile

*« What man-made machine will ever achieve the complete perfection of even the goose's wing? »*

Abbas Ibn Firnas

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>31</b>
<b>3.2</b>	<b>Modèle dynamique du robot mobile</b>	<b>31</b>
<b>3.3</b>	<b>Écriture sous forme d'un modèle T-S à VPNM</b>	<b>31</b>
3.3.1	Représentation T-S	31
3.3.2	Diagnostic des défauts de capteurs	32
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>33</b>

---

## 3.1 Introduction

Ce chapitre s'intéresse à la détection et la localisation des défauts de capteurs d'un robot mobile. Ainsi, l'objectif visé est la mise en oeuvre de la procédure de diagnostic à base d'observateurs PMI (on utilise l'algorithme 2.5.1 proposée dans le chapitre 2). La représentation sous forme T-S du modèle dynamique du robot mobile est obtenue en utilisant la méthode par secteur nonlinéaire du chapitre 1. Durant l'application, des commentaires sont donnés pour expliquer les étapes et les résultats.

## 3.2 Modèle dynamique du robot mobile

Le modèle original est présenté dans [17], certaines hypothèses ont été considérées :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = c(b \cos(x_3) - d \sin(x_3))x_5 + c(b \cos(x_3) + d \sin(x_3))x_7 \\ \dot{x}_2 = c(b \sin(x_3) + d \cos(x_3))x_5 + c(b \sin(x_3) - d \cos(x_3))x_7 \\ \dot{x}_3 = c(x_5 - x_7) \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = u_1 \\ \dot{x}_6 = x_7 \\ \dot{x}_7 = u_2 \end{cases} \quad (3.1)$$

## 3.3 Écriture sous forme d'un modèle T-S à VPNM

Le modèle non linéaire (3.1) peut être ré-écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & nl_1(x_3) & 0 & nl_2(x_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & nl_2(x_3) & 0 & nl_1(x_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} U \\ Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \end{cases} f_j^1(t) + L_{I_i}(Y_j(t) - \hat{Y}_j(t)) \quad (3.2)$$

tel que :

$$nl_1(x_3) = c(b \cos(x_3) - d \sin(x_3)), \quad nl_2(x_3) = c(b \cos(x_3) + d \sin(x_3))$$

### 3.3.1 Représentation T-S

On remarque que le modèle (3.2) présente deux non linéarités :  $nl_1(x_3)$  et  $nl_2(x_3)$ . On définit le variable de prémisse comme suit :

$$z_1 = x_3 \quad (3.3)$$

ce variable de prémisse n'est pas mesurable .

On obtient à la fin le modèle T-S ci-dessous qui représente le modèle non linéaire (3.1)

dans le domaine :

$$\dot{X} = \sum_{i=1}^4 \mu_i(x_3)(A_i X + BU) \quad (3.4)$$

### 3.3.2 Diagnostic des défauts de capteurs

Il y a deux sorties cela implique qu'il y a deux mesures, chaque mesure peut avoir un défaut, pour l'estimation de ces défauts on construit deux observateurs PMI de degré 4 (on utilise l'architecture DOS, figure 4.4b).

Les observateurs utilisés sont sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{X}(t)) (A_i \hat{X}(t) + B_i U(t) + F_g + L_{P_i} (Y_j(t) - \hat{Y}_j(t))) \\ \dot{\hat{f}}_j^k(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{X}(t)) (\hat{f}_j^{k+1}(t) + L_{I_i}^k (Y_j(t) - \hat{Y}_j(t))), \quad k = 1, \dots, 3 \\ \dot{\hat{f}}_j^1(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{X}(t)) (\hat{f}_j^1(t) + L_{I_i} (Y_j(t) - \hat{Y}_j(t))) \\ \hat{Y}_j(t) = C_j \hat{X}(t) + \hat{f}_j(t) \end{cases}$$

$$j \in \{1, \dots, 2\}$$

où  $\hat{X}(t)$ ,  $\hat{Y}_j(t)$  et  $C_j$  représente respectivement le vecteur d'état estimé, le vecteur de sortie estimé par le  $j^{\text{ème}}$  observateur et la  $j^{\text{ème}}$  ligne de  $C$ . Le banc d'observateurs permet de générer les résidus  $r(t)$  définis par :

- L'observateur  $j$  fournit le résidu  $r_j = \hat{f}_j(t)$  qui correspond au défaut affectant la  $j^{\text{ème}}$  sortie avec  $j = 1, \dots, 2$ .

Ensuite, une table de signatures théoriques est générée par l'ensemble des signaux  $z_j$  définis par :

$$z_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{si le résidu } j \text{ est sensible à } f_j \\ 0 & \text{si le résidu } j \text{ est sensible à } f_j \end{cases}$$

	Obs 1	Obs 2
	$z_1$	$z_2$
$f_1$	1	0
$f_2$	0	1

TABLEAU 3.1: Signatures théoriques des défauts capteurs

On suppose que les défauts sur les capteurs sont définis comme suit :

$$f_1(t) = \begin{cases} 0.5 & 5 < t < 10 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad f_2(t) = \begin{cases} 0.5 & 11 < t < 16 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La figure 5.10 montrent les résidus obtenus par banc d'observateurs. Les seuils de

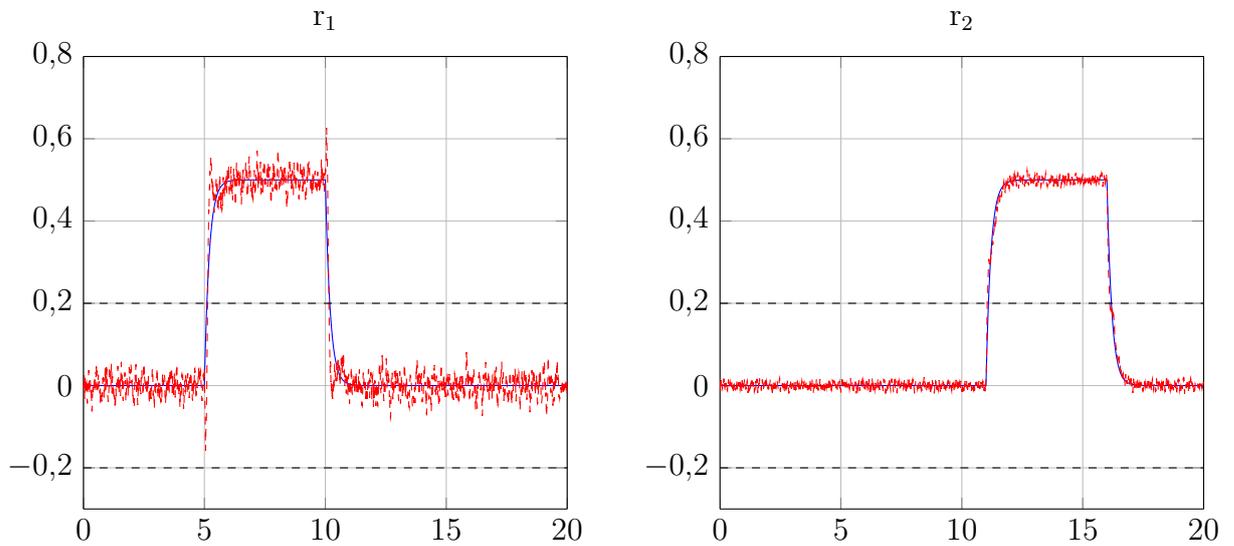


FIGURE 3.1: Résidus en présence des défauts de capteurs.

détection sont fixés empiriquement à 0.2 sur la base de l'analyse des résidus obtenus en fonctionnement sain. D'après la figure 5.9, on constate que l'approche de banc d'observateurs de type PMI avec les gains de l'algorithme 2.5.1 a donné une excellente estimation des défauts de capteurs, ce qui permet la détection et la localisation de ces défauts.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre est dédié à l'utilisation des techniques présentées dans le chapitre 1 et 2 pour le diagnostic des défauts de capteurs d'un robot mobile. L'approche de diagnostic s'appuie sur la représentation par des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S), ainsi, en utilisant la méthode par secteur nonlinéaire, un modèle T-S du robot mobile a été obtenue. Afin de pouvoir estimer les défauts de capteurs, permettant ainsi leur détection et leur localisation, l'algorithme de diagnostic 2.5.1 avec banc d'observateurs de type PMI a été utilisé. Des tests en simulation ont montré des résultats tout à fait satisfaisants en terme de détection et localisation de défauts de capteurs.

# Conclusion générale

L'OBJECTIF de ce travail est l'application des méthodes de diagnostic de défauts des systèmes non linéaires, décrits à l'aide d'un modèle de Takagi-Sugeno, pour la détection et la localisation des défauts de capteurs. Nous avons utilisé des méthodes de reconstitution d'état et d'estimation de défauts affectant séparément l'entrée et la sortie du système. L'application visée est le diagnostic des défauts capteurs d'un modèle de robot mobile.

La modélisation des systèmes non linéaires par l'approche T-S présente deux cas selon la nature des variables de prémisses, le premier est le cas où les variables de prémisses sont mesurables (VPM), et le deuxième est le cas où ces derniers ne sont pas mesurables (VPNM). Pour couvrir une large classe de systèmes non linéaires, la plus grande partie des travaux présentés est consacrée aux systèmes non linéaires décrits par un modèle T-S à VPM.

Dans le contexte de l'estimation d'état trois approches ont été utilisées, ces dernières reposent sur la réécriture du modèle T-S à variables de prémisses non mesurables sous la forme d'un modèle T-S à variables de prémisses connues (état estimé). Cette écriture donne une autre façon de représenter le modèle T-S à VPM avec des termes additionnels qui peuvent être considérés comme des incertitudes bornées ou constantes, ou bien des perturbations dont l'influence est à minimiser. La synthèse des multiobservateurs pour les trois approches découle de l'utilisation des techniques d'optimisation  $\mathcal{L}_2$ . Nous avons établi des conditions suffisantes de convergence de l'erreur d'estimation d'état exprimées sous forme de contraintes LMI.

Dans le contexte de l'estimation d'état en présence d'entrées inconnues, l'approche présentée s'appuie sur le découplage des entrées inconnues à partir des conditions de découplage sur les matrices définissant le système. La résolution d'un ensemble de contraintes LMIs et LMEs permet la construction de l'observateur. Afin de reconstruire l'état et les entrées inconnues simultanément, nous avons utilisé une autre structure de multiobservateurs appelé observateur Proportionnel-Intégral. Ce dernier fournit une meilleure estimation par rapport à celle fournie par l'observateur à entrées inconnues par découplage. Un observateur de type Proportionnel-Multi-Intégral permettant d'étendre la classe d'entrées inconnues pouvant être estimées à une classe plus générale sous la forme polynomiale a été aussi présenté. Son principe s'appuie sur l'utilisation de plusieurs actions intégrales pour estimer les  $q$  premières dérivées des entrées inconnues.

Dans le contexte de l'estimation et de la détection de défauts, l'approche pour l'es-

timation simultanée de l'état et de défauts a été proposée. Un rappel sur la conception des résides et leurs intérêt pour la détection et la localisation des défauts a été ensuite présenté. L'estimation des ces derniers est réalisée à l'aide de bancs d'observateurs, chacun possède la structure PMI, présenté dans le chapitre 1. Le banc d'observateurs utilisé pour la détection de défauts de capteurs est basée sur deux architecture, l'architecture GOS et DOS. Un algorithme de diagnostic est proposé permettant la détection, la localisation et l'estimation des défauts à base de l'optimisation SLPSO. Cette dernière permet un placement de pôles dans des régions LMIs choisies par minimisation d'un critères.

Le dernier chapitre a été consacré à l'application des résultats des chapitres 1 et 2 pour l'estimation de défauts de capteurs d'un robot mobile. A travers les tests de simulations, nous avons constaté des résultats tout à fait satisfaisants en terme de détection et localisation de défauts de capteurs malgré l'influence des erreurs de modélisation et des bruits de mesure.

# Bibliographie

- [1] T. Takagi M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, SMC-15(1) :116–132, January 1985. URL <http://takagiken.com/takagi-sugeno-modeling.pdf>.
- [2] Souad Bezzaoucha. Commande tolérante aux défauts de systèmes non linéaires représentés par des modèles de takagi-sugeno. *Thèse de doctorat, Université de Lorraine, France*, Février 2014. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00948345>.
- [3] Kamel Merahi. Estimation d'état et diagnostic de fonctionnement des systèmes non linéaires. *Thèse de magister, Université Badji Mokhtar Annaba, Algérie*, 2010. URL <http://biblio.univ-annaba.dz/wp-content/uploads/2014/06/memoire-Merahi-Kamel.pdf>.
- [4] K. Tanaka H.O. Wang. Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept. *IEEE Proceedings Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference - Vancouver, BC, Canada*, 1 :127–132, July 2001. URL [http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=944239](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=944239).
- [5] K. Tanaka H.O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis : A linear matrix inequality approach. *John Wiley & Sons, Inc., New York, Wiley-Interscience ISBN 0-471-22459-6*, 2001.
- [6] Alexandre Kruszewski. Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous la forme takagi-sugeno : Mise sous forme lmi. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis*, Décembre 2006. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00128986>.
- [7] K. Tanaka M. Sano. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2 :119–134, 1994.
- [8] Dalil Ichalal. Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de takagi-sugeno. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France*, Novembre 2009. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00454793>.
- [9] W. Chen. Model-based fault diagnosis in complex control systems - robust and adaptive approaches. *Thèse de doctorat, Simon Fraser University, Canada*, 2007. URL <http://summit.sfu.ca/system/files/iritems1/2577/etd2873.pdf>.

- [10] Samir Touaf. Diagnostic logique des systèmes complexes et dynamiques dans un contexte multi-agent. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, France, Mars 2005*. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00008768>.
- [11] Afnor. Concepts et définitions des activités de maintenance. *Norme NF X 60-010, Association Française de Normalisation, 1994*.
- [12] IEEE. Ieee standard dictionary of electrical and electronics terms. *The Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, 4, 1988*.
- [13] R. Isermann P. Ballé. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice, 5(5) :709–719, 1997*.
- [14] Stéphane Ploix. Diagnostic des systèmes incertains : l'approche bornante. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, Décembre 1998*. URL <http://stephane.ploix.com/spip/IMG/pdf/1998-these.pdf>.
- [15] Gilles Zwingelstein. Diagnostic des défaillances : théorie et pratique pour les systèmes industriels. *Traité des nouvelles technologies, série Diagnostic et maintenance, Hermès, Paris, 1995*.
- [16] Hamid Baïkeche. Diagnostic des systèmes linéaires en boucle fermée. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, Octobre 2007*. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00198557>.
- [17] Hicham Khebbache. Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires application : Système uav de type quadrirotor. *Thèse de magister, Université Ferhat Abbas de setif, Algérie, Juin 2012*. URL <http://www.univ-setif.dz/MMAGISTER/images/facultes/TEC/2012/KHEBBACHEHICHAM.pdf>.