

École Nationale Polytechnique d'Alger



Département de Métallurgie

Mémoire de projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie des matériaux

**Modélisation de l'endommagement
par fatigue thermique d'un acier
inoxydable duplex « 2205 »**

Oussama DJIDJELLI

Sous la direction du Dr. Kmel ABADLI

Présenté et soutenu publiquement le 18 Juin 2017

Composition du Jury :

Président	M. M. LARIBI	Professeur	ENP
Rapporteur/ Promoteur	M. K. ABADLI	Docteur	ENP
Examineurs	M. M.E. DJEGHLAL	Professeur	ENP
	Mme. H. HACHEMI	Docteur	ENP

École Nationale Polytechnique d'Alger



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Métallurgie

Mémoire de projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie des matériaux

**Modélisation de l'endommagement
par fatigue thermique d'un acier
inoxydable duplex « 2205 »**

Oussama DJIDJELLI

Sous la direction du Dr. Kmel ABADLI

Présenté et soutenu publiquement le 18 Juin 2017

Composition du Jury :

Président	M. M. LARIBI	Professeur	ENP
Rapporteur/ Promoteur	M. K. ABADLI	Docteur	ENP
Examineurs	M. M.E. DJEGHLAL	Professeur	ENP
	Mme. H. HACHEMI	Docteur	ENP

المخلص

ان الهدف من هذا المشروع هو محاكاة الضرر الناتج عن الكلال الحراري للفولاذ المضاد للصدأ الاوستنوفيري. UNS S 31803

للقيام بذلك. أجرينا محاكاة لظروف التجربة بهدف تحديد معاملات الكلال. هذه الأخيرة استعملت لحساب مدى الحياة. باستعمال برنامج COMSOL Multiphysique الذي يعتمد على طريقة العناصر المنتهية. أجرينا محاكاة نقل الحرارة، التشوه والكلال. كذلك قمنا بحساب معاملات قانون Paris لتجربتين مختلفتين.

الكلمات المفتاحية : الفولاذ المضاد للصدأ الاوستنوفيري، الكلال الحراري، الضغوط الحرارية، الكسر، المحاكات، طريقة العناصر المنتهية.

Abstract

The aim of our project is to simulate the damage caused by the thermal fatigue of the duplex stainless steel UNS S 31803.

To achieve that, we modeled and simulated the in-service conditions in order to determine the fatigue parameters. The latter served for the determination of the lifetime. With the use of the program COMSOL Multiphysics 5.2 which is based on the finite element method, we performed the simulation of the heat transfer, the deformation and the fatigue, and we calculated the parameters of law of Paris

Keywords: duplex stainless steels, thermal fatigue, thermal stress, rupture, simulation, Finite Element Method

Résumé

L'objectif de notre projet est de simuler l'endommagement par fatigue thermique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803

Pour cela, nous avons modélisé et simulé les conditions de service dans le but de déterminer les paramètres de la fatigue. Ces derniers ont servi à la détermination de la durée de vie. À l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics 5.2 qui se base sur la méthode des éléments finis, nous avons effectué la simulation du transfert thermique, de la déformation et de la fatigue, ainsi nous avons calculé les paramètres de loi de Paris.

Mots clés : aciers inoxydables duplex, fatigue thermique, contraintes thermiques, rupture, simulation, Méthode des éléments finis.

Remerciements

Tout d'abord nous remercions Allah le tout puissant de nous avoir donné le courage et la patience de mener à bien notre projet de fin d'études.

À Monsieur K. ABADLI, mon promoteur. Je vous exprime toute ma reconnaissance pour votre aide, vos nombreux conseils, et votre bonne humeur. Soyez assuré de tout mon respect et de ma profonde gratitude.

Je remercie le professeur M. LARIBI pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury et les membres du jury monsieur le Professeur M.E. DJEGHLAL et Madame Docteur H. HACHEMI pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je souhaiterais également remercier tous mes enseignants du département de métallurgie de l'ENP.

DJIDJELLI Oussama

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail aux personnes les plus chères que je possède au monde :

Aux meilleurs parents du monde.

À mes frères et ma sœur.

À toute ma famille.

À mon encadreur, monsieur Kamel ABADLI.

À ma famille de la promotion 2014-2017 de génie des matériaux de l'École Nationale Polytechnique.

À mes biens chers amis spécialement Mohamed El 'Amine.

Oussama

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES SYMBOLES

INTRODUCTION GENERALE 13

CHAPITRE I : LES ACIERS INOXYDABLES DUPLEX

I.1 Généralités sur les aciers inoxydables.....	15
I.1.1 Diagrammes d'équilibres.....	15
I.1.1.1 Diagramme d'équilibre Fe-Cr.....	15
I.1.1.2 Diagramme d'équilibre Fe-Ni.....	16
I.1.1.3 Système fer-chrome-carbone.....	16
I.1.1.4 Système fer-chrome-nickel.....	17
I.1.2 Principales familles d'aciers inoxydables.....	18
I.2 Les aciers inoxydables duplex.....	18
I.2.1 Classification des aciers duplex.....	18
I.2.2 Structure métallurgique.....	19
I.2.3 Transformation structurales consécutives à un traitement thermique.....	20
I.2.3.1 Transformation à température supérieur à 1050°C.....	20
I.2.3.2 Transformation à température comprise entre 1050°C et 600°C.....	21
I.2.3.3. Transformation intervenant entre 600°C et la température ambiante.....	24
I.2.4 propriétés physiques des aciers duplex.....	25
I.2.5. propriétés mécaniques des aciers duplex.....	27
I.2.6. Résistance à la corrosion des aciers duplex.....	28
I.2.6.1 Résistance à la corrosion intergranulaire.....	28
I.2.6.2 Résistance aux corrosions par piqûres et crevasses.....	29
I.2.6.3 Résistance à la corrosion sous contrainte ; fatigue corrosion.....	29

CHAPITRE II : LA FATIGUE THERMIQUE

II.1 Introduction.....	31
II.2 Les contraintes thermiques.....	31
II.3 Les contraintes thermiques résiduelles.....	31
II.4 Mécanisme de la fatigue thermique.....	32
II.5 Endommagement par fatigue thermique.....	33

II.6 la fissuration.....	33
II.6.1 L’amorçage.....	34
II.6.1.1 Amorçage sous contrainte thermique cyclique.....	34
II.6.1.2 Amorçage par la fragmentation cellulaire de la couche d’oxyde	35
II.6.2 la propagation.....	35
II.7. Facteurs de la fatigue thermique	38
II.7.1 La nature de cyclage thermique.....	38
II.7.1.1 Les variations de température.....	38
II.7.1.2 Le temps de maintien.....	38
II.7.2 Facteur d’environnement.....	38
II.7.3 Facteurs thermiques.....	38
II.7.4 Facteurs mécaniques.....	39
II.7.5 Facteurs géométriques.....	39
II.7.6 Facteurs métallurgiques.....	39
II.8 Calcul de la durée de vie	39

CHAPITRE III : MODELESATION NUMERIQUE

III.1 Introduction.....	41
III.2 Définition de la modélisation.....	41
III.3 Les méthodes de discrétisation	41
III.4 Méthode des éléments finis	42
III.4.1 Principe général.....	42
III.4.2 Dimensions.....	43
III.5 Choix du maillage et discrétisation.....	43
III.5.1 Choix d’un maillage.....	43
III.5.2 Fonctions de base	43
III.5.3.Discrétisation :	44
III.5.4 Problème sous forme matricielle.....	44
III.5.5 Algorithme	45
III.5.5.1 Principe.....	46
III.5.5.2 Les difficultés	46
III.6 Logiciels des éléments finis.....	46

CHAPITRE IV : TAVAIL PRATIQUE

IV.1 DONNEES EXPERIMENTALES.....	48
IV.1.1Matériau de l’étude	48
IV.1.1.1 Analyse chimique.....	48
IV.1.1.2 Structure de l’acier étudié	48

IV.1.1.3 Taux de ferrite	49
IV.1.1.4 Caractéristiques mécaniques de l'acier étudié	49
IV.1.2 Essais de fatigue thermique	49
IV.1.2.1 Dispositif de fatigue thermique	49
IV.1.2.2 Les paramètres du cyclage thermique	52
IV.2 Calcule analytique pour déterminer la loi de Paris avec les données expérimentales par la méthode de sécante	52
IV.2.1 Les résultats de calcul	56
IV.2.2 Interprétation des résultats	60
IV.3 A propos de Comsol multiphysics	61
IV.3.1 Choix des modules physique	61
IV.3.2 Choix du type d'étude	62
IV.3.3 Géométrie	62
IV.3.4 Choix du matériau	63
IV.3.5 Maillage	64
IV.3.6 Calcul	65
IV.3.7 Affichage et export des résultats	65
IV.4 Travaux et calculs	65
IV.4.1 Simulations pour la détermination des paramètres de fatigue	65
IV.4.1.1 Matériaux	65-
IV.4.1.2 Conditions initiales et conditions aux limites	65
IV.4.1.3 Les équations utilisées	66
IV.4.2 Résultats et interprétation	67
IV.4.2.1 Distribution de température	67
IV.4.2.2 Distribution des contraintes	72
IV.4.2.3 Distribution des déformations	74
IV.4.2.4 Interprétations	76
IV.4.3 Simulation de la durée de vie en fatigue	77
IV.4.3.1 Equations mathématiques	77
IV.4.3.2 Les propriétés de la fatigue	77
IV.4.3.3 Résultats et interprétation	78

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE	80
---------------------------	----

REFERENCES BIBIOGRAPHIQUES

References bibliographiques	82
-----------------------------------	----

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : Composition chimique de quelques nuances d'aciers duplex.....	18
Tableau I.2 : propriétés physiques et la teneur en ferrite.....	26
Tableau I.3: Quelques propriétés physiques à la température ambiante de quelques nuances austéno-ferritiques.....	26
Tableau I.4 : propriétés mécaniques et la teneur en ferrite.....	27
Tableau I.5 : Quelques propriétés mécaniques selon la spécification ASTM pour tôles en aciers austéno-ferritiques.....	27
Tableau IV.1 : Composition chimique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803.....	48
Tableau IV.2 : Composition chimique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803 selon la norme ASTM	48
Tableau IV.3 : Propriétés mécaniques du métal de l'acier UNS S 31803.....	49
Tableau IV.4 : longueurs moyennes des fissures en fonction de nombre de cycles (expérience 1)	54
Tableau IV.5 : longueurs moyennes des fissures en fonction de nombre de cycles (expérience 2).....	55
Tableau IV.6 les résultats de calcul (expérience 1).....	56
Tableau IV.7 les résultats de calcul (expérience 2).....	58
Tableau IV.8 résultat de la distribution de la température en deux dimensions (période de chauffage).....	67
Tableau IV.9 résultat de la distribution de la température en deux dimensions (période de refroidissement).....	70

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Diagramme d'équilibre Fe-Cr.....	15
Figure I.2 : Diagramme Fe-Ni.....	16
Figure I.3 : Projection sur le plan température/teneur en chrome des coupes du diagramme Fe-Cr-C pour des teneurs croissantes en carbone.....	17
Figure I.4 : Coupe du diagramme Fe-Cr-Ni pour 65% de Fe.....	17
Figure I.5 : Etapes de fabrication d'un acier duplex laminé à chaud de type SAF 2205.....	19
Figure I.6 : Microstructure type d'un acier duplex laminé.....	20
Figure I.7 : Coupe du diagramme Fe-Cr-Ni pour 65% fer.....	21
Figure I.8 : Courbe TTT des alliages UR 35N et UR 45N.....	22
Figure I.9 : Micrographie électronique de carbure de chrome.....	22
Figure I.10 : Micrographie électronique de la phase sigma.....	24
Figure I.11 : (a) résultat de l'essai de résilience Charpy pour quelques nuances d'aciers inoxydables duplex ; (b) effet de la ferrite sur les propriétés de résilience des aciers inoxydables duplex.....	28
Figure II.1 : Mécanisme de la fatigue thermique, diagramme de North Cott et baron.....	33
Figure II.2 : Représentation schématique du faïençage et de fissures multiples.....	34
Figure II.3 : Mécanisme d'amorçage des fissures sous contrainte thermique cyclique.....	35
Figure II.4 : Amorçage de microfissures dû à la formation d'intrusions et extrusions.....	35
Figure II.5 : Régimes de propagation des fissures de fatigue.....	36
Figure II.6 .Phénomène de fermeture de la fissure.....	37
Figure IV.1 : Micrographie optique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803.....	49
Figure IV.2 : Schéma du dispositif de fatigue thermique.....	51
Figure IV.3 : Forme du cycle thermique.....	52
Figure IV.4 Courbe de longueur de fissure en fonction nombre de cycle (expérience 1).....	54
Figure IV.5 Courbe de longueur de fissure en fonction nombre de cycle (expérience 2).....	55

Figure IV.6 Courbe la vitesse de propagation en fonction de nombre de cycle (expérience 1).....	56
Figure IV.7 Courbe bilogarithmique $\log (da/dN)= f(\log (\Delta K))$ (expérience 1).....	57
Figure IV.8 Courbe la vitesse de propagation en fonction de nombre de cycle (expérience 2).....	58
Figure IV.9 Courbe bilogarithmique $\log (da/dN)= f(\log (\Delta K))$ (expérience 2).....	59
Figure IV.10 : capture d'écran de l'interface du logiciel COMSOL Multiphysics 5.2.....	61
Figure IV.11 : capture d'écran de la géométrie utilisée.....	63
Figure IV.12 capture d'écran de l'explorateur des matériaux.....	63
Figure IV.13 discrétisation en éléments tétraédriques illustrant l'hétérogénéité de la densité.....	64
Figure IV.14: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de conduction.....	66
Figure IV.15: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de convection.....	66
Figure IV.16: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de rayonnement.....	66
Figure IV.17 : courbes de la distribution de la température en fonction de profondeur de la pièce (période de chauffage).....	69
Figure IV.18 : courbes de la distribution de la température en fonction de profondeur de la pièce (période de refroidissement).....	71
Figure IV.19 : Les répartitions des contraintes en fin de chauffage.....	72
Figure IV.20 : Les répartitions des contraintes en fin de refroidissement.....	72
Figure IV.21 : résultat de la variation de le champ de constraints en 2D entre le chauffage et le refroidissement.....	73
Figure IV.22 : la variation de le champ de constraints sur la surface entre deux instants $t=20s$ fin de chauffage et $t=25s$ fin de refroidissement.....	73
Figure IV.23 : Les répartitions des déformations en fin de chauffage.....	74
Figure IV.24 : Les répartitions des déformations en fin de refroidissement.....	74
Figure IV.25 : résultat de la variation de la déformation en 2D entre le chauffage et le refroidissement.....	75
Figure IV.26 : la variation de déformation sur la surface entre deux instants $t=20s$ fin de chauffage et $t=25s$ fin de refroidissement.....	75
Figure IV.27 : capture d'écran des équations utilisées pour le calcul de la fatigue.....	77
Figure IV.28: capture d'écran de la liste des propriétés de fatigue.....	77
Figure IV.29 la durée de vie de la piece.....	78

LISTE DES SYMBOLES

α : le coefficient d'expansion thermique (k^{-1})

ϵ_{th} : l'expansion thermique.

ΔT : la variation de température causant l'expansion.

σ_r : la contrainte radiale (MPa).

σ_t : la contrainte tangentielle (MPa).

α : coefficient d'expansion linéaire thermique (K^{-1}).

E : module de Young (GPa).

ν : coefficient de Poisson.

$T(r)$: température (K).

r : le rayon (mm).

r_1 : le rayon intérieur du tube (mm).

r_0 : le rayon extérieur du tube (mm).

σ_{phase} : contrainte moyenne dans une phase.

σ_m : contrainte macroscopique dans une phase.

σ_{μ} : contrainte microscopique dans une phase.

α : facteur géométrique qui dépend des conditions de chargement

C : paramètre de loi de Paris.

m : exposant de loi de Paris.

ϵ'_f : coefficient de ductilité du matériau.

σ'_f : coefficient de résistance à la fatigue du matériau.

b : exposant de résistance à la fatigue

c : exposant de ductilité.

**INTRODUCTION
GENERALE**

INTRODUCTION GENERALE

Les aciers inoxydables austéno-ferritiques font depuis quelques années, l'objet d'un effort tout particulier sur le plan du développement industriel. Cette famille d'acier est née dans les années 30 dans les laboratoires de Jacob Holtzer à Unieux, France. Particulièrement spécialisés dans les études et recherches sur les aciers spéciaux.

Les aciers inoxydables duplex sont conçus pour avoir une microstructure composée de deux phases en proportions approximativement égales d'austénite et de ferrite grâce à un équilibre des taux de chrome, de nickel et de molybdène. Cette structure présente des propriétés remarquables de résistance à la corrosion dans des milieux très hostiles. Ces aciers disposent aussi de bonnes propriétés mécaniques de ductilité (hérité des aciers austénitiques) et de ténacité (hérité des aciers ferritiques), Enfin, la structure biphasée de ferrite et d'austénite garantit une très bonne soudabilité.

Malgré ces propriétés remarquables, les aciers duplex peuvent subir un endommagement au cours de leur utilisation dans des conditions de service sévères. C'est le cas dans des conditions de fatigue thermique lorsque des organes subissent un cyclage thermique. Une fissuration se développe et peut conduire à la rupture causant des accidents graves. Ce problème a conduit à des études importantes dans le monde du comportement en condition de fatigue et de corrosion sévères.

Lorsqu'une pièce subit des variations cycliques de température, des gradients de contrainte se forment (en surface de la pièce ou en profondeur) par contractions ou dilatations empêchées.

Ces variations cycliques de température engendrent des variations cycliques de contrainte et peuvent induire le phénomène dit de fatigue thermique. L'endommagement qui en résulte se manifeste généralement par l'apparition de réseaux de fissures — on parle alors de faïençage thermique — ou de fissures multiples parallèles.

Ce type d'endommagement a notamment été constaté dans des zones de mélanges de fluides à différentes températures, ou sur des pièces telles que des disques de frein ou des cylindres de laminoirs qui, de par leur usage, sont amenées à voir successivement des températures très différentes. Ces fissures sont généralement peu profondes ; certaines cependant peuvent conduire à des endommagements plus importants.

Dans le cadre du présent Projet Fin d'Études, nous nous sommes penchés sur l'étude de l'endommagement d'une pièce subit des variations cycliques de température

Notre travail est organisé selon le plan suivant :

- Dans la synthèse bibliographique qui constitue la première partie, nous présenterons dans le premier chapitre les aciers inoxydables austéno-ferritiques ainsi que leurs propriétés principales. Dans le deuxième chapitre, nous décrirons les mécanismes de fatigue et de fissuration thermiques et nous parlerons des contraintes thermiques résiduelles. Enfin, nous décrirons dans le troisième chapitre la modélisation numérique et la méthode d'éléments finis
- La deuxième partie présente les conditions expérimentales de fatigue thermique réalisée et à l'application de la simulation du modèle décrivant le phénomène de la fatigue thermique et aussi un calcul numérique pour déterminer quelque paramètres de fissuration de l'acier étudié.
- Dans le cinquième chapitre, l'interprétation des résultats trouvés Enfin nous exposerons les conclusions de l'étude.

Chapitre I

Les aciers

inoxydables duplex

I.1 Généralités sur les aciers inoxydables

Les aciers inoxydables sont des alliages métalliques à base de fer qui doivent (selon la norme Européenne EN 10088-1) contenir au moins 10,5 % de chrome et souvent d'autres éléments d'addition tels que le nickel et, dans une moindre mesure, le molybdène[1].

Les aciers inoxydables présentent une grande variété de structures et donc de propriétés physiques, mécaniques et surtout chimiques. Les éléments d'addition présents dans les aciers inoxydables ont tendance à favoriser une structure aux dépens d'une autre selon leur caractère alphasé (Cr, Mo) et gamagène (C, Ni, Cu) et suivant leur concentration. Ces éléments sont ajoutés à l'acier inoxydable de base afin d'en modifier ou d'en améliorer les propriétés physiques, chimiques et mécaniques [2].

I.1.1 Diagrammes d'équilibres

I.1.1.1 Diagramme d'équilibre Fe-Cr

Le chrome, de caractère carburigène, constitue l'élément d'alliage essentiel des aciers inoxydables. Il génère la passivation de l'acier, par la formation d'un film passif que l'on trouve sous forme d'oxyde complexe de type $(Fe, Cr)_2O_3$ et d'hydroxyde $Cr(OH)_3 \cdot nH_2O$ dans le film passif [2,3]. De plus, le chrome favorise le domaine ferritique et élargit son domaine d'existence, c'est un élément alphasé. Le diagramme d'équilibre Fe-Cr (figure I.1) montre que l'existence de la phase γ est limitée à l'intérieur d'un domaine appelé « Boucle γ », cette situation est due à la structure cristallologique du chrome.

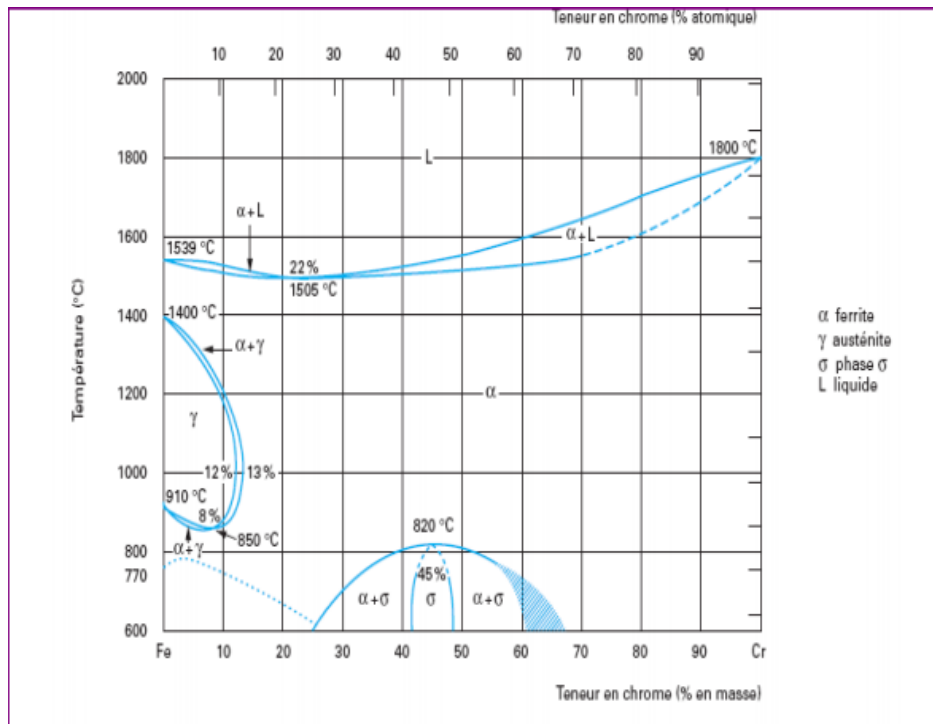


Figure I.1 : Diagramme d'équilibre Fe-Cr [04].

-Cr % < 13% : ces alliages sont susceptibles d'être totalement austénitiques (γ) ou partiellement ($\alpha+\gamma$) et peuvent donc subir la transformation $\alpha \leftrightarrow \gamma$ par un chauffage ou un refroidissement.

-Cr % > 13 % : ces alliages sont toujours ferritiques à toutes températures et ne peuvent pas subir de trempe martensitique [5, 6,7].

Le détail de la boucle γ (Figure I.1) montre que, pour des teneurs en chrome inférieure à 10,5%, l'alliage Fe-Cr subit au chauffage une transformation $\alpha \rightarrow \gamma$ et inversement au refroidissement. Pour des teneurs supérieures à 11,5 % seul le domaine ferritique existe. Dans l'intervalle compris entre 10,5 et 11,5% de chrome, les deux phases α et γ coexistent sous la forme d'une structure biphasée ($\alpha + \gamma$). L'étendue de domaine austénitique va être très fortement influencée par les éléments d'additions. Les éléments gammagènes (Ni, C, N) stabilisent et élargissent le domaine austénitique. Les éléments alphagènes (Cr, Mo) stabilisent le domaine ferritique et réduisent le domaine austénitique [4,7].

I.1.1.2 Diagramme d'équilibre Fe-Ni

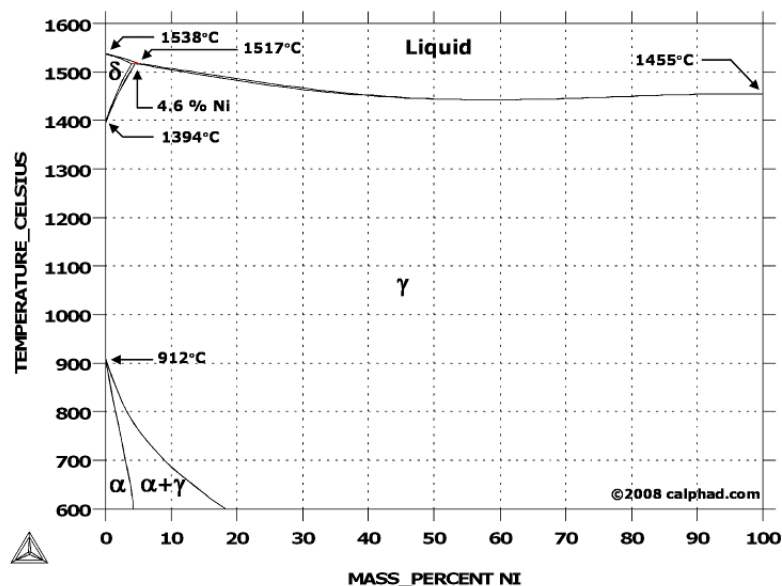


Figure I.2 : Diagramme Fe-Ni [4]

Inversement au chrome, le Nickel élargit le domaine austénitique, c'est un élément gammagène de structure cubique à face centrée [6,7]. D'après le diagramme Fe-Ni, on constate qu'aux fortes teneurs en nickel, les alliages sont austénitiques de structure cubique à face centrée à la température ambiante, alors qu'aux faibles teneurs en nickel (plus basse que 5%) ils peuvent être ferritique de structure cubique centrée. Mais aux teneurs intermédiaires les alliages Fe-Ni par refroidissement lent depuis le domaine austénitique γ se transforment en $\alpha + \gamma$ [8].

I.1.1.3 Système fer-chrome-carbone

Le carbone possède une action gammagène puissante, il élargit fortement le domaine austénitique. En outre, il peut donner lieu à la précipitation de carbures qui, bien qu'ils aient un pouvoir durcissant peuvent conduire néanmoins à des problèmes de tenue à la corrosion. Pour ces raisons, la teneur en carbone est dans la plupart des cas maintenue très basse [07,08]. Cela est illustré dans la figure I.3.

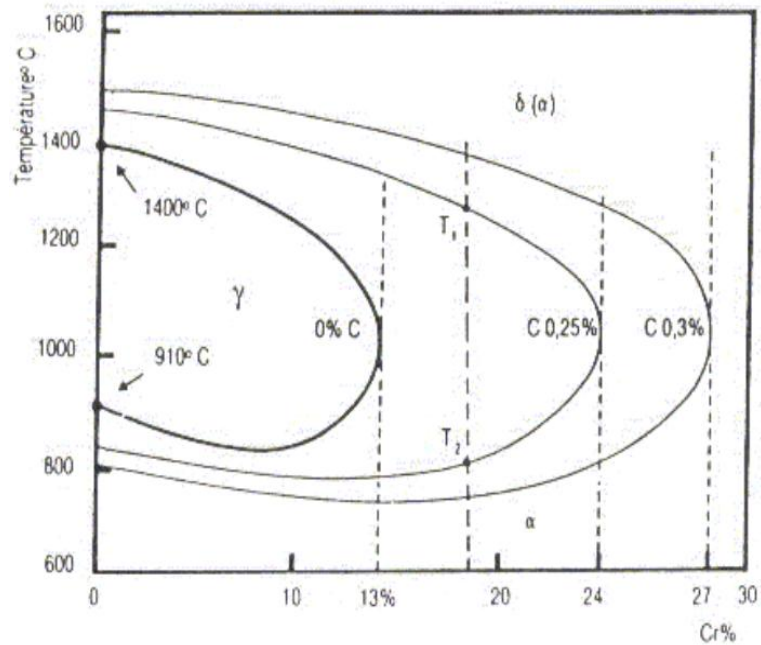


Figure I.3 : Projection sur le plan température/teneur en chrome des coupes du diagramme Fe-Cr-C pour des teneurs croissantes en carbone [04].

I.1.1.4 Système fer-chrome-nickel.

Le nickel, de structure cubique à faces centrées favorise l’extension du domaine austénitique. Il est avec le chrome un des plus importants éléments d’alliage des aciers inoxydables austénitiques et austéno-ferritiques.

Le nickel élargit en température et en concentration le domaine austénitique des alliages Fe-Cr. Le carbone a un pouvoir gammagène beaucoup plus prononcé que celui du nickel [12]. La figure I.4 présente le diagramme d’équilibre ternaire Fe-Cr-Ni.

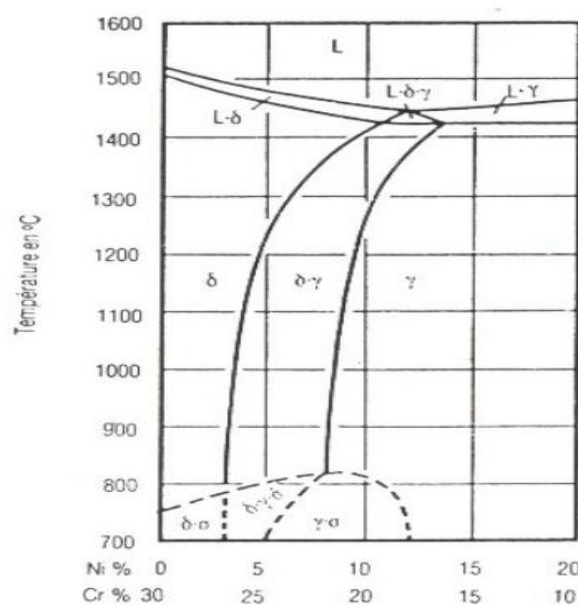


Figure I.4 : Coupe du diagramme Fe-Cr-Ni pour 65% de Fe [12].

I.1.2 Principales familles d'aciers inoxydables

Les aciers inoxydables sont classés en quatre grandes familles selon leurs structures : martensitiques, ferritique, austénitiques et austéno-ferritiques (duplex). La structure d'un acier inoxydable est fixée par le rapport entre les fractions massiques (composition) entre les éléments alphas (Cr, Mo) et gammas (Ni, C, N) [14].

I.2 Les aciers inoxydables duplex

Les aciers inoxydables duplex sont équilibrés chimiquement en éléments alphas et gammas pour présenter à la température ambiante une structure mixte composée sensiblement de 50% d'austénite et 50% de ferrite. Ils contiennent 22 à 25% de chrome et de 4 à 7% de nickel et une teneur en carbone inférieure à 0,03%. L'addition du molybdène et de l'azote leur confère une excellente résistance à la corrosion dans des nombreux milieux [14].

I.2.1 Classification des aciers duplex

Le tableau I.1 donne une classification de quelques nuances d'aciers inoxydables austéno-ferritiques avec la composition chimique.

Tableau I.1 : Composition chimique de quelques nuances d'aciers duplex [15,16]

Grade	UNS	EN	C	Cr	Ni	Mo	Mn	N	Cu	W
<i>Première génération des aciers inoxydables duplex</i>										
329	S32900	1.4460	0.08	23.0-28.0	2.5-5.0	1.0-2.0	1.0	-	23.0-28.0	2.5-5.0
3RE60	S31500	1.4417	0.03	18.0-19.0	4.3-5.2	2.5-3.0	1.5	0.05-0.10	18.0-19.0	4.3-5.2
UR50	S32404	-	0.04	20.5-22.5	5.5-8.5	2.0-3.0	2.0	-	1.00-2.00	-
<i>La génération moderne des aciers inoxydables duplex</i>										
2304	S32304	1.4362	0.03	21.5-24.5	3.0-5.5	0.0-0.6	2.5	0.05-0.20	-	-
2205	S31803	1.4462	0.03	21.0-23.0	4.5-6.5	2.5-3.5	2.0	0.08-0.20	-	-
2205	S32205	1.4462	0.03	22.0-23.0	4.5-6.5	3.0-3.5	2.0	0.14-0.20	-	-
2209	-	-	0.009	22.25	8.55	3.29	1.57	0.10	0.10	-
DP-3	S31260	-	0.03	24.0-26.0	5.5-7.5	5.5-7.5	1.0	0.10-0.30	0.20-0.80	0.10-0.50
UR52N	S32520	1.4507	0.03	24.0-26.0	5.5-8.0	3.0-5.0	1.5	0.20-0.35	0.50-3.00	-
255	S32550	1.4507	0.04	24.0-27.0	4.5-6.5	2.9-3.9	1.5	0.10-0.25	1.50-2.50	-
DP-3W	S39274	-	0.03	24.0-26.0	6.8-8.0	2.5-3.5	1.0	0.24-0.32	0.20-0.80	1.50-2.50
2507	S32750	1.4410	0.03	24.0-26.0	6.0-8.0	3.0-5.0	1.2	0.24-0.32	0.5	-
Zeron 100	S32760	1.4501	0.03	24.0-26.0	6.0-8.0	3.0-4.0	1.0	0.20-0.30	0.50-1.00	0.50-1.00

I.2.2 Structure métallurgique

Les aciers laminés comme la nuance UNS S 31803 sont obtenus par moulage, écrouissage à chaud suivi d'une remise en solution et d'une trempe à l'eau. Les différentes étapes de mise en œuvre sont présentées dans la figure I.5. Le matériau est parfois de nouveau laminé à froid.

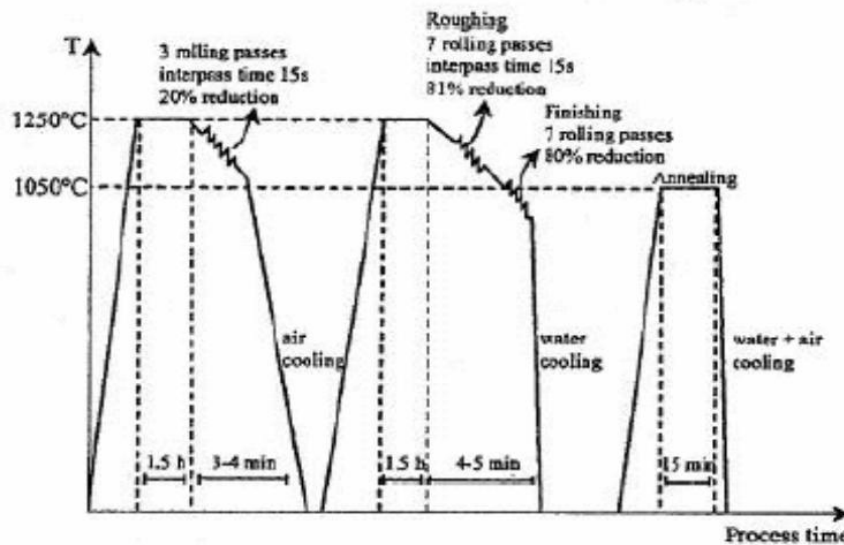


Figure I.5 : Etapes de fabrication d'un acier duplex laminé à chaud de type SAF 2205[14].

Il existe actuellement trois grandes nuances d'aciers inoxydables duplex laminés [14] :

- Les aciers laminés à faible teneur en molybdène de type UNS S 32304 (ou Z3CN 2304 AZ) qui peuvent être utilisés pour remplacer les aciers austénitiques 304 ou 316.
- Les aciers laminés standard de type UNS S 31803 (Z3CND 2205 AZ) largement étudiés dans la littérature. Ils sont également appelés par leur nom commercial SAF 2205.
- Les aciers laminés fortement alliés conçus spécialement pour les applications maritimes chimiques ou pétrolières. Ce sont des aciers de type UNS S 32760 (ou Z3 CNDU 2506).

Les aciers laminés ont, en général, des teneurs en ferrite et en austénite équivalentes.

Les deux phases se présentent sous forme de lattes allongées dans la direction du laminage (figure I.6). En raison de cette structure, le matériau possède une forte anisotropie qui se répercute sur les propriétés mécaniques. Il faut en effet souligner que les propriétés intrinsèques des nuances austéno-ferritiques sont dues pour partie à leur structure biphasée $50\alpha/50\gamma$ [12,14]. La structure de ces aciers, constituée de deux phases austénite et ferrite en quantité sensiblement égales, conduit à n'avoir pratiquement de joints de grains qu'entre austénite et ferrite [17].

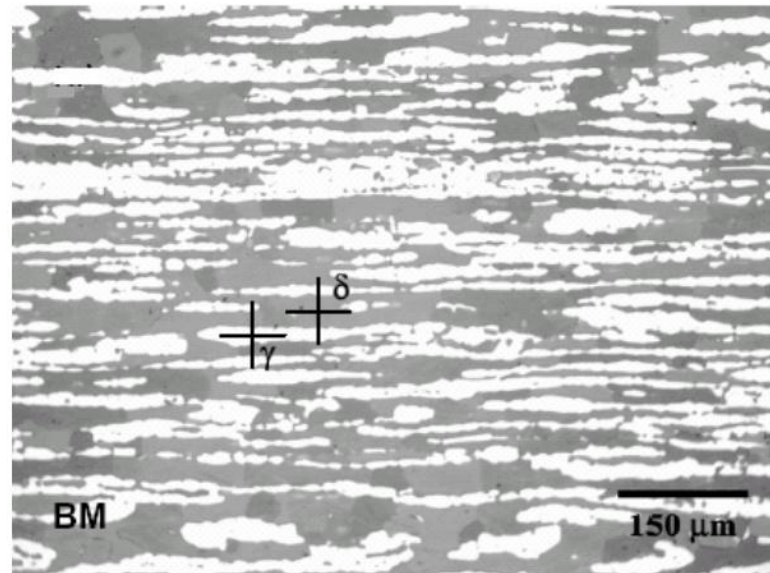


Figure I.6 : Microstructure type d'un acier duplex laminé [18].

Par ailleurs, la proportion des deux phases peut varier dans d'assez larges limites suivant d'une part les quantités relatives des éléments alphagènes et des éléments gammagènes et d'autre part, la température du traitement avant trempe. Lorsque cette dernière augmente, la quantité de la phase ferritique croît. Il faut souligner aussi que, les analyses des deux phases ne sont pas identiques, les éléments alphagènes se concentrant dans la phase ferritique et les éléments gammagènes dans la phase austénitique. Par exemple, pour un alliage contenant 22% de chrome, la teneur en chrome de la ferrite peut être de l'ordre de 24 % et celle de l'austénite de l'ordre de 20 %.

La structure biphasée de ces aciers ne présente pas que des avantages, elle a l'inconvénient de limiter de façon importante les températures d'utilisation, leur emploi est limité dans la zone de -50°C à $+320^{\circ}\text{C}$. En dessous, les valeurs de résilience chutent et l'on risque des ruptures fragiles. Au-dessus, on risque des précipitations qui entraînent des modifications structurales affectant profondément leur comportement [17].

I.2.3 Transformation structurales consécutives à un traitement thermique

On peut distinguer essentiellement trois catégories d'évolutions structurales rencontrées dans les alliages austéno-ferritiques : [19]

- Celles se produisant au-dessus de 1050°C .
- Celles se produisant entre 600°C et 1050°C .
- Celles se produisant en dessous de 600°C .

I.2.3.1 Transformation à température supérieur à 1050°C

Les aciers inoxydables austéno-ferritiques se solidifient entièrement en mode δ (α), ce n'est qu'au cours du refroidissement que la transformation en phase solide δ (α) \rightarrow γ se produit (Figure I.7). La transformation $\alpha \rightarrow \gamma$ peut être également incomplète si les vitesses de refroidissement sont grandes.

Signalons aussi, l'influence de la composition chimique en particulier l'action stabilisatrice des additions d'azote sur la structure biphasée en rapportant à plus haute température la transformation $\gamma \rightarrow \delta$ (α) [19].

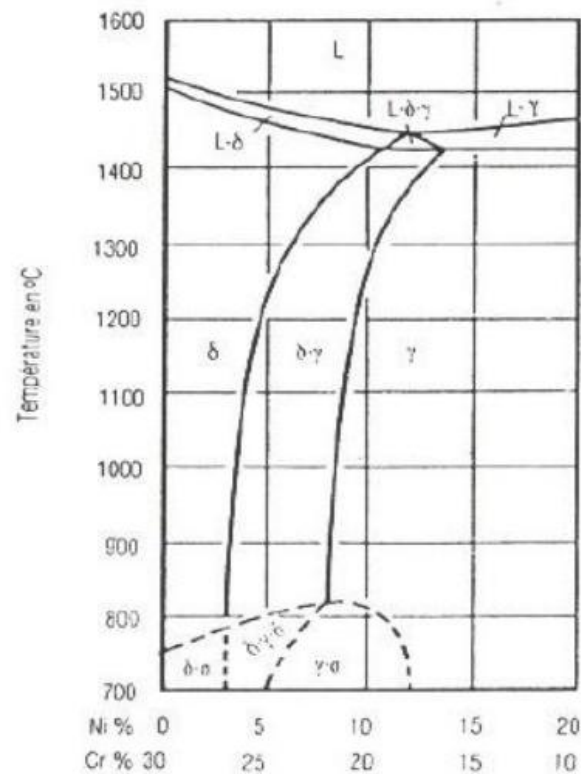


Figure I.7 : Coupe du diagramme Fe-Cr-Ni pour 65% fer [19].

I.2.3.2 Transformation à température comprise entre 1050°C et 600°C

D'après les diagrammes TTT des aciers inoxydables austino-ferritiques (Figure I.8) on voit bien que la plus part des phases intermétalliques, des carbures et des nitrures précipitent dans cet intervalle de température.

➤ Précipitation des carbures de chrome

C'est une précipitation qui se produit à la limite du joint α / γ (Figure I.9) et se produit par la formation d'un agrégat austénite-carbure. Les précipités de type M_7C_3 apparaissent entre 950°C et 1050°C. Tandis que des carbures de type $M_{23}C_6$ se produisent à très basse température qui comprise entre 700°C et 900°C [19].

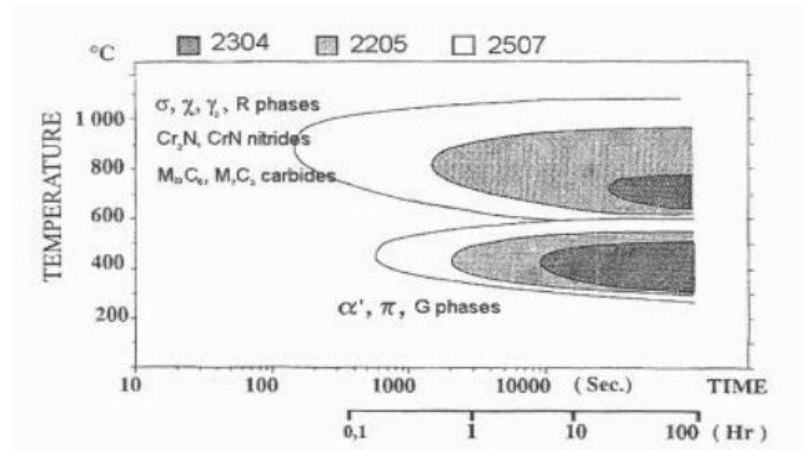


Figure I.8 : Courbe TTT des alliages UR 35N et UR 45N [19].

L'une des caractéristiques des aciers inoxydables austéno-ferritiques est que la précipitation des carbures de chrome sur les joints de grains est généralement discontinue et qu'elle s'accompagne d'un déplacement des joints de grains par formation de phase austénitique dans les zones déchromée [19]. Ces carbures précipitent lors de la trempe à l'eau si le refroidissement est trop lent.

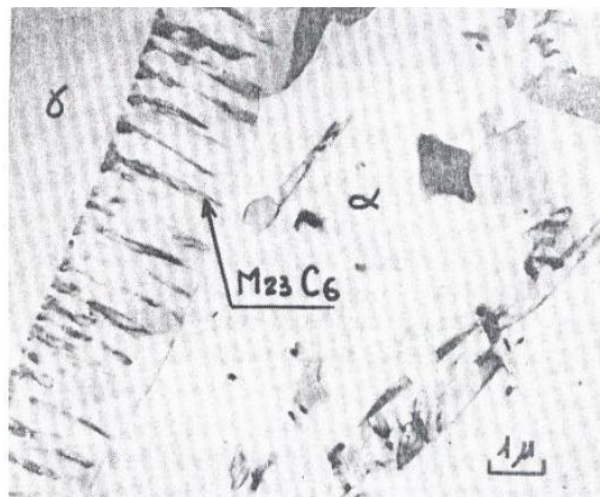


Figure I.9 : Micrographie électronique de carbure de chrome [20].

➤ Précipitation des nitrures

Pour les nuances duplex contenant des additions en azotes maîtrisés, une précipitation de chrome peut avoir lieu. La structure de ces nitrures est hexagonale et l'enthalpie de leur formation est voisine de celle des carbures $M_{23}C_6$ vers $900^{\circ}C$ [20]. Les précipités apparaissent tout d'abord sur les joints α/γ et α/α . Des précipités intergranulaires, principalement en zone affectée thermiquement fortement ferritique ont été également observées [19,20].

➤ L'austénite de révision γ^2

L'austénite se forme en fonction de la température. Par un refroidissement lent de l'alliage (austénite γ^1), il est possible d'augmenter la fraction volumique de la phase austénitique par contre, un refroidissement brutal de l'alliage à partir d'une température voisine de 1100°C suivi d'un maintien ultérieur à 700/900°C, conduit à la formation d'une précipitation d'austénite intergranulaire dans les grains ferritiques (austénite γ^2).

De tels précipités peuvent être produit au sien de la ferrite soit sous forme fine latte non visible en microscope optique pour des vieillissements à des températures inférieurs à 400°C, soit sous forme de lentille pour des vieillissements à des températures supérieurs à 500°C [15].

➤ Précipitation de la phase sigma (σ)

La phase sigma est une phase intermétallique de structure tétragonale avec 30 atomes par maille : (Fe Ni) α (Cr Mo) γ Fe Cr ; (Fe Ni) α (Cr Mo) γ , elle apparaît entre 650°C et 1000°C préférentiellement au niveau de joint de phase α / γ et croit dans la ferrite (Figure I.10)

La formation de cette phase, à l'intérieur des plages ferritiques est à éviter en raison de très grande fragilité qu'elle communique à l'alliage et une réduction de la résilience et de la résistance à la corrosion, le risque de fragilisation disparaît totalement au-dessus de 550°C [19]

Notons que la précipitation de cette phase ne dépend pas seulement de la composition de l'acier. Mais elle est influencée par la taille des grains (plus cette taille est petite plus la possibilité de la formation de la phase sigma sera élevée), même par l'énergie, tel que sa formation est facile aux niveaux des joints de grains et les interfaces dans les régions de grandes énergies. Elle est aussi influencée par la température de mise en solution de deux façons différentes :

1. Si les températures de mise en solution sont grandes, cela induit à un grossissement des grains, ce qui réduit le taux de la phase sigma formée.
2. Aux hautes températures, on assiste à une croissance de la teneur en ferrite, ce qui favorise la précipitation de la phase sigma durant le traitement de vieillissement .

Il faut également souligner que les vitesses d'apparition de la phase sigma est tributaire du traitement thermique. Elle apparaît ainsi plus rapidement pour les structures trempées à partir de 1050°C que pour celles trempées de 1150°C-1200°C. Ceci résulte de l'enrichissement de la phase ferritique en élément alphagène (Cr, Mo) lors de recuit à plus basses températures [19].

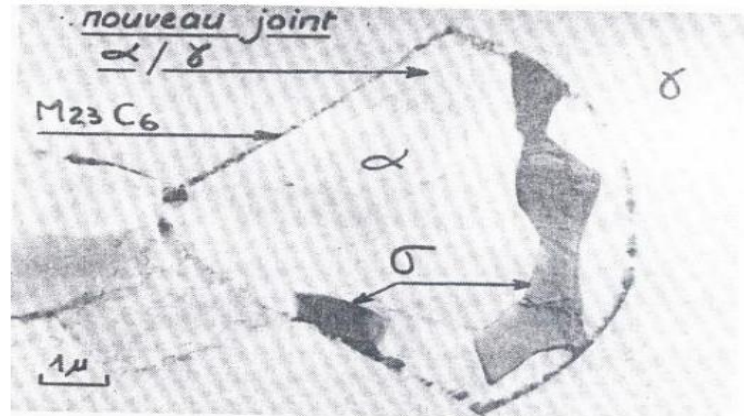


Figure I.10 : Micrographie électronique de la phase sigma [20].

➤ Précipitation de la phase chi (χ)

C'est une phase intermétallique de structure cubique centré : $(\text{Fe Ni})_{36} \text{Cr}_{18} \text{Mo}_4$; $\text{Cr}_6 \text{Fe}_{18} \text{Mo}_5 \text{Fe}_{36} \text{Cr}_{12} \text{Mo}_{10}$, elle précipite souvent dans l'intervalle de température entre 700°C et 900°C au niveau de joints de phase δ/γ et croît à l'intérieur du grain ferritique.

Cette phase influe sur la résistance à la résistance par piqûre et la ténacité des aciers inoxydables duplex [15]

➤ La phase laves R

Cette phase de structure hexagonal : $\text{Fe}_2 \text{Mo}$; $\text{Fe}_2 \text{Ti}$; $\text{Fe}_2 \text{Nb}$ [15], se précipite en petite quantités à des températures comprise entre 550°C et 650°C . Elle se forme dans les sites intergranulaires et elle réduit la résistance à la corrosion par piqûre [15,19].

I.2.3.3. Transformation intervenant entre 600°C et la température ambiante

En raison de similitude des réseaux cristallins et de la taille des particules, ces transformations structurales ne sont pas mises en évidence par microscopie optique, ni en microscopie électronique à balayage, ni même par diffraction des rayons X. La microscopie électronique à transmission peut déceler la présence de ces phases de taille nanométrique. Actuellement la technique la plus utilisée pour étudier ce type de transformation est la spectroscopie Mossbauer. Dans les aciers duplex, ces transformations sont essentiellement la démixtion α/α' et la précipitation d'une phase intermétallique G [15].

➤ Démixtion de la solution Fe-Cr

Les aciers austéno-ferritiques peuvent présenter un phénomène de fragilisation à des températures inférieures à 600°C accompagné d'un durcissement important de la ferrite résultante de la formation de la phase α' [19].

À des températures comprises entre 250°C et 516°C , la ferrite est instable car elle se décompose en deux phases, l'une est riche en fer (α) et l'autre est riche en chrome

(α') (Figure I.3), d'où la phase α' est formée selon la teneur en chrome et la température suivant deux mécanismes :

- Par décomposition spinodale (température comprise entre 280°C et 475°C).
- Par germination et croissance (souvent à des températures voisines de 500°C) [15].

Dans le cas de la germination et la croissance, les précipités possèdent dès leurs apparitions, la composition finale. Par contre, dans le cas de la décomposition spinodale, les phases ont une composition qui évolue avec le temps vers une composition d'équilibre [11]. La démixtion α/α' se fait à la fois par décomposition spinodale et par germination et croissance, mais dans la littérature, la décomposition spinodale est le mécanisme responsable de la démixtion, car c'est une transformation homogène qui se fait sans apport d'énergie. Le processus est dû à la présence d'une lacune de miscibilité sur la courbe d'énergie libre de la ferrite. Les espèces identiques tendent spontanément à se rassembler [10,13].

➤ Précipitation de la phase G

C'est une phase qui apparaît dans la ferrite des aciers duplex à des températures comprises entre 300°C et 400°C, elle est de structure cubique à face centrée, a pour formule $Ni_{16} Ti_6 Si_7$, le Ni et Ti peuvent être substitués par le Cr, Fe, Mo, Mn, U, Nb. En effet, les plus grosses particules se développent sur les dislocations, par contre les autres se forment aux joints de grains α/α' car le nickel et le silicium sont rejetés dans les zones riches en chrome et en fer. La précipitation de la phase G est donc pilotée par la décomposition spinodale, sa cinétique de précipitation est caractérisée par la taille des particules, leurs densités, leurs fractions volumiques [15].

I.2.4 propriétés physiques des aciers duplex

Les aciers austéno-ferritiques possèdent des conductivités thermiques importantes que celles des aciers austénitiques, comme elles présentent un certain degré de magnétisme grâce à la 50% de la ferrite qu'ils contiennent. En plus les coefficients de dilatation thermique sont faibles, voisins de ceux des aciers aux carbones [19,21]. Les Tableaux I.2 et I.3 présentent les propriétés physiques des aciers inoxydables duplex.

Tableau I.2 : propriétés physiques et la teneur en ferrite [21].

<i>Désignation</i>	<i>UNS nombre</i>	<i>Densité (g/cm³)</i>	<i>Chaleur spécifique (J/Kg° K°)</i>	<i>Résistivité électrique (μΩ/m)</i>	<i>Module d'Young</i>
2304	S 32 304	7,75	482	0.80	200
2205	S 31 803	7,85	482	0,80	200
255	S 32 550	7,81	488	0.84	210
2507	S 32 550	7.79	485	0.83	200

Tableau I.3 : Quelques propriétés physiques à la température ambiante de quelques nuances austéno-ferritiques [22].

<i>Désignation</i>	<i>UNS nombre</i>	<i>20°c</i>	<i>100°c</i>	<i>200°c</i>	<i>300°c</i>	<i>400°c</i>	<i>500°c</i>
<i>Module élastique en tension (GPa)</i>							
2304	S 32 304	200	190	180	170	160	150
2205	S 31 803	200	190	180	170	160	150
255	S 32 550	210	200	198	192	182	170
2507	S 32 550	200	190	180	170	160	150
<i>Coefficient moyen de dilatation thermique à température 20°c (mm/°c×10)</i>							
2304	S 32 304	12,6	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
2205	S 31 803	12,6	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
255	S 32 550	11,7	12,1	12,6	13,0	13,3	13,6
2507	S 32 550	12,6	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
<i>Conductivité thermique (W/m°c)</i>							
2304	S 32 304	16	17	19	20	21	22
2205	S 31 803	16	17	19	20	21	22
255	S 32 550	13,5	15,1	17,2	19,1	20,9	22,5
2507	S 32 550	16	17	19	20	21	22

I.2.5. propriétés mécaniques des aciers duplex

Les aciers inoxydables duplex possèdent des propriétés mécaniques très importantes. Les limites d'élasticités sont élevées par contre la ductilité reste satisfaisante grâce à la présence de la matrice austénitique qui conserve aussi une bonne ténacité. La dépendance des propriétés mécaniques avec la teneur en ferrite est présente dans le Tableau I.4 [19].

Tableau I.4 : propriétés mécaniques et la teneur en ferrite [19].

<i>Acier</i>	<i>[α]%</i>	<i>R_{0,02}(Mpa)</i>	<i>R_m (Mpa)</i>	<i>A%</i>	<i>KCU (J/cm)</i>
Z6CN 18-10(AISI 304L)	0	220	590	50	2200
Z3CNDU 21-8	65	350	670	35	180
Z5CNDU 26-6	80	800	850	20	100

Il faut bien noter que les propriétés des aciers inoxydables duplex sont influencées par la composition de l'acier et les températures de traitement thermique ainsi les durées de maintien [19].

Tableau I.5 : Quelques propriétés mécaniques selon la spécification ASTM pour tôles en aciers austéno-ferritiques [22].

<i>Désignation</i>	<i>UNS</i>	<i>Résistance à la traction (min)</i>	<i>Limite élastique (min)</i>	<i>Elongation (min)</i>	<i>Dureté (min)</i>	
					<i>Brinell</i>	<i>RHB</i>
2304	S 32 304	600	400	25	290	
2205	S 31 803	620	450	25	293	
255	S 32 550	760	550	15	293	
2507	S 32 550	795	550	15	310	

D'après le tableau I.5, les duretés Brinell et Rockwell (HRB) sont élevées. Ces duretés varient de 290 et 310 (HRB) selon les différentes nuances d'aciers. Les aciers austéno ferritiques peuvent être durcis par traitement thermique ou par écrouissage [21].

La résistance aux chocs des aciers inoxydables duplex reste toujours excellente même à basses températures. La ténacité de ces aciers dépend de la composition chimique, ainsi, des éléments résiduels qui jouent un rôle important. Elle est améliorée par la réduction de la teneur en oxygène. La ténacité est affectée par toute précipitation des phases intermétalliques, notamment la phase sigma conduit à une diminution très accentuée de la ténacité [19,21].

Les résultats de l'essai de résilience à basse température pour différents aciers inoxydables duplex dont le plan de l'entaille est transversal à la direction du laminage sont

montrés dans la Figure I.13.a [21]. Leur usage peut être envisagé jusqu'à -50°C , voire des températures inférieures avec des précautions particulières [19].

La ténacité est inversement proportionnelle au taux de ferrite, en particulier quand le taux de ferrite est au voisinage de 80%, la ténacité est réduite et de même pour la température de transition ductile-fragile (Figure I.11) [21].

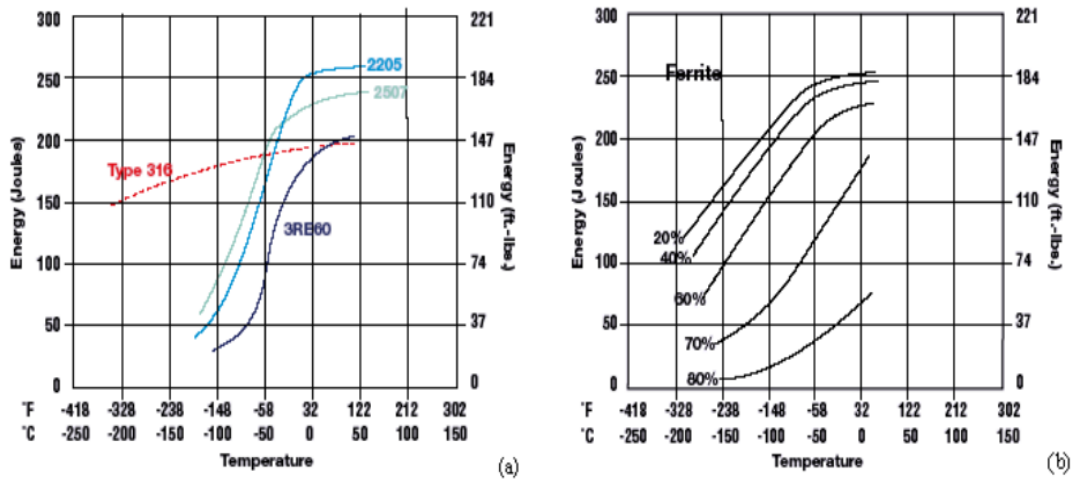


Figure I.11 : (a) résultat de l'essai de résilience Charpy pour quelques nuances d'aciers inoxydables duplex ; (b) effet de la ferrite sur les propriétés de résilience des aciers inoxydables duplex [22].

I.2.6. Résistance à la corrosion des aciers duplex

La résistance à la corrosion des aciers inoxydables austéno-ferritiques est due à l'existence d'une couche passive superficielle (épaisseur de l'ordre 10 à $12\mu\text{m}$) [19,21]. La composition de cette couche passive est assez différente de celle de l'acier en raison des divers processus d'enrichissement, (élément d'addition Cr, Ni, Mo...), ou de dissolution préférentiel (Fe), qui se produisent au contact des divers milieux agressifs [19].

I.2.6.1 Résistance à la corrosion intergranulaire

Les aciers inoxydables austéno-ferritiques possèdent une bonne résistance à la corrosion intergranulaire, grâce à leur structure biphasée formée de la ferrite α qui est plus riche en chrome que l'austénite et de l'austénite qui est plus riche en carbone que la ferrite [19].

La précipitation des carbures de chrome ne pourrait se produire qu'aux joints de phase α/γ . Notons bien que la diffusion du chrome étant beaucoup plus grande dans la ferrite, celle-ci est engendrée la précipitation des carbures de chrome préférentiellement dans cette phase (ferrite). Tenant compte de cette grande vitesse de diffusion en chrome d'une part, et le taux élevé en chrome maintien la zone déchromisée dans un niveau de protection qui rend le risque de sensibilisation est très faible.

De plus entre 700°C et 850°C , la précipitation des carbures de type M_{23}C_6 est discontinuée et elle est perturbée par celle de nitrures de chrome Cr_2N . Même si le risque de

sensibilisation par précipitation intergranulaire est faible, il est nécessaire de pratiquer un traitement d'hypertrempe entre 1050°C et 1150°C [19,21].

I.2.6.2 Résistance aux corrosions par piqûres et crevasses

La résistance des aciers inoxydables duplex à la corrosion localisée par piqûres ou crevasses en milieux chlorurés est excellente, elle dépend surtout de leur composition et de la propreté inclusionnaire (sulfures en particulier) et peu de leur structure [21].

En ce qui concerne la résistance à l'amorçage, les éléments les plus efficaces semblent être le chrome, le molybdène et l'azote, alors que le nickel a une action faible et le cuivre une action quasi-nulle. Chrome et molybdène sont concentrés dans la ferrite, le nickel et l'azote dans l'austénite. En ce qui concerne la résistance à la propagation les éléments les plus favorables semblent être le molybdène, l'azote, le nickel et le cuivre. Le premier se trouve préférentiellement dans la ferrite et les autres dans l'austénite. Par ailleurs, d'autres éléments ont été cités comme améliorant à la résistance tel que : le soufre, titane [19,20].

I.2.6.3 Résistance à la corrosion sous contrainte ; fatigue corrosion

La corrosion sous contrainte est relative à la formation des fissures dues à certains milieux corrosifs. Après une période d'incubation généralement assez longue, les fissures peuvent se propager rapidement et conduisent à la destruction d'un matériau [21]. Les aciers inoxydables duplex ont en milieux chlorurés un comportement complexe [19], à cause de leurs structures biphasées (50% de ferrite et 50% de l'austénite) [21].

- Ils ne sont pas insensibles à la fissuration mais peuvent dans certains cas apporter des améliorations sensibles par rapport aux nuances austénitiques. Ces propriétés sont liées à des effets de couplage mécanique du à la ferrite et électrochimique dû à un couplage entre la ferrite et l'austénite [19,21], ainsi qu'au mode de déformation par maillage mécanique de la ferrite jouent rôle déterminant.

Les aciers inoxydables austéno-ferritiques ont souvent une excellente résistance à la fissuration en milieu caustique, mais elle peut être dégradée par des traitements fragilisant la ferrite [19].

Chapitre II

La fatigue thermique

II.1 Introduction

Lorsqu'un matériau subit localement des variations cycliques de température (chauffage + refroidissement brutal) des gradients de contrainte se forment par contraction ou compression. Ces variations de température engendrent des variations cycliques de contrainte. Des contraintes résiduelles se forment dans l'acier et conduisent à la fissuration et à la rupture du composant. Ce phénomène est appelé fatigue thermique [23].

L'endommagement qui se manifeste généralement par l'apparition des réseaux de fissures (faïençage thermique, fissures multiples parallèles) [23] se produit dans de nombreuses structures en service, tels que les moules et outillages de mise en forme à haute température, des disques de frein, certains circuits des réacteurs à eau.

II.2 Les contraintes thermiques

De nombreuses pièces industrielles sont soumises à des variations des températures rapides en cours de fonctionnement. Les gradients dans ces pièces entraînent des régimes transitoires et engendrent des contraintes d'origine thermiques [24], formulées par l'équation ci-dessous :

$$\varepsilon_{th} = \alpha \times \Delta T \quad (\text{II.1})$$

Les contraintes thermiques peuvent surgir en raison des contraintes externes ou internes. Des contraintes internes peuvent être provoquées par distribution non uniforme de la température. Si les contraintes thermiques surgissent en raison des contraintes internes, le chargement s'appelle : chargement thermique. Si les efforts sont dus aux contraintes externes, le chargement est thermomécanique [24].

La théorie élémentaire des contraintes thermique est bien établie. Des solutions analytiques pour la résolution des problèmes thermiques élastiques dans diverses géométries ont été présentées, par exemple :

- Les contraintes thermiques dans un cylindre ou un tube élastique avec la distribution radiale de la température sont données comme suit :

$$\sigma_r(r) = \frac{\alpha E}{(1-\nu)r^2} \left[\frac{r^2 - r_1^2}{r_0^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_0} T r dr - \int_{r_1}^r T r dr \right] \quad (\text{II.2})$$

$$\sigma_t(r) = \frac{\alpha E}{(1-\nu)r^2} \left[\frac{r^2 - r_1^2}{r_0^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_0} T r dr - \int_{r_1}^r T r dr - T r dr \right] \quad (\text{II.3})$$

II.3 Les contraintes thermiques résiduelles

Additivement aux charges externes, des contraintes résiduelles thermiques ou mécaniques peuvent être présent dans un matériau. Ces contraintes se résultent par plusieurs processus de fabrication (forgeage, laminage, soudage) ou par des traitements thermiques. Il est difficile de mesurer ou modéliser ces contraintes qui sont souvent un facteur inconnu dans la fatigue.

Dans un matériau biphasé tel que les aciers inoxydables duplex, les contraintes résiduelles microscopiques dans les deux phases constitutives peuvent se développer. Ces microcontraintes peuvent résulter de l'inégalité de la limite de déformation plastique ou d'une expansion thermique différente des deux phases. Indépendamment de leur origine, les contraintes résiduelles ont un fort impact sur le comportement mécanique, particulièrement sur les propriétés de la fatigue du matériau.

La limite de déformation plastique provoque des microcontraintes résiduelles. La contrainte totale dans une phase est la somme de micro et macrocontraintes :

$$\sigma_{\text{phase}} = \sigma_m + \sigma_{\mu} \quad (\text{II.4})$$

D'où :

Dans une microstructure orientée aléatoirement, les contraintes microscopiques des phases

Constitutives sont connexes par l'état d'équilibre suivant :

$$V_{\alpha} \cdot \sigma_{\mu\alpha} + V_{\gamma} \cdot \sigma_{\mu\gamma} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Où : V_{α} et V_{γ} sont les fractions volumiques des phases α et γ respectivement. $\sigma_{\mu\alpha}$ et $\sigma_{\mu\gamma}$ sont les microcontraintes dans les phases α et γ respectivement.

Durant le chauffage, les contraintes dans la phase austénitique sont déplacées vers la compression, et les contraintes de la phase ferritique vers la traction, cela est dû à la grande expansion thermique de la phase austénitique. Par contre, durant le refroidissement les contraintes sont inversées [25].

II.4 Mécanisme de la fatigue thermique

Le mécanisme de la fatigue thermique est mis en évidence par un diagramme de contrainte-déformation (diagramme de NorthCott et Baron). La Figure II.1 illustre le principe de ce mécanisme.

Le point O correspond à l'état de contrainte nulle. Lorsque la surface d'une pièce métallique est soumise à une variation de température pour induire un écoulement plastique alterné. De nouveau, cette pièce sera immobilisée à la température minimale, de sorte que les contraintes développées lors du premier échauffement sont des contraintes de compression (courbe OAB) [26]. Ces contraintes peuvent être élastique (branche OA) pour un échauffement faible, puis plastique pour un échauffement plus intense (branche AB). A la fin du l'échauffement et pendant la phase du refroidissement des contraintes de contraction sont provoquées (courbe BCD). Ces contraintes se développent rapidement et peuvent être élastique par un refroidissement léger (branche BC), puis plastique pour un refroidissement plus sévère (branche CD).

Quand la déformation plastique se produit, des contraintes thermiques résiduelles de traction apparaissent au cours du refroidissement, tandis que des contraintes thermiques résiduelles de compression apparaissent au cours de l'échauffement.

Signalons que les fissures par fatigue thermique apparaissent durant l'étape de refroidissement grâce aux contraintes résiduelles de traction [27].

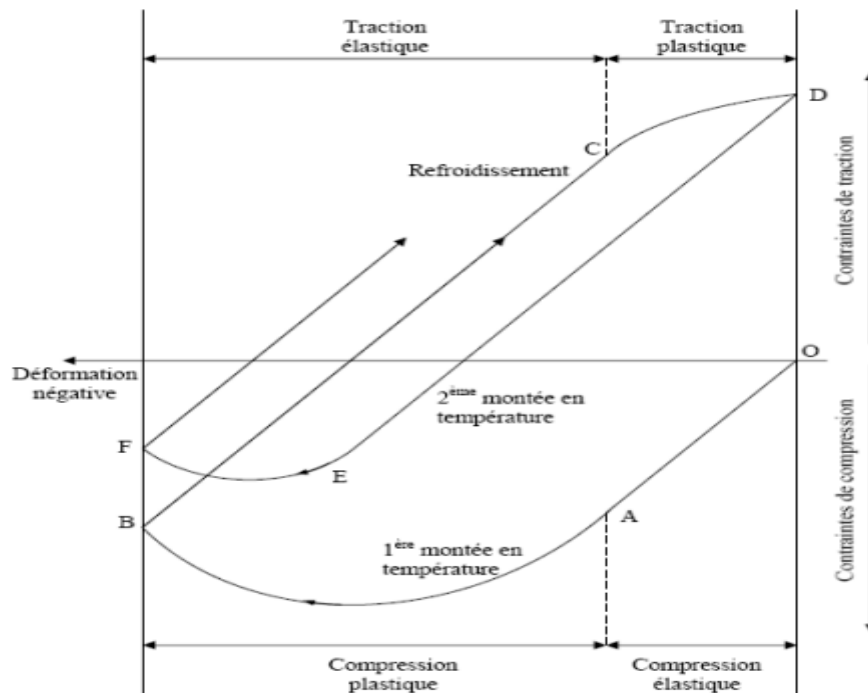


Figure II.1 : Mécanisme de la fatigue thermique [27].

II.5 Endommagement par fatigue thermique

L'endommagement se manifeste principalement par l'apparition et l'intensification des lignes de glissement en surface au cours de cyclage, mais aussi par l'oxydation de la surface.

- Les lignes de glissement

Ces lignes de glissement apparaissent très tôt dans un matériau. Elles sont le signe de l'existence d'une déformation plastique du matériau dans la zone de trempe. Ces lignes sont visibles après 1000 cycles, elles s'intensifient au cours des cyclages ultérieurs. La phase de glissement double est difficilement observable, car elle se produit simultanément à la croissance des oxydes en surface.

- Oxydation

Cette oxydation va se manifester d'une part par croissance d'une couche d'oxyde, qui va progressivement recouvrir les lignes de glissement, d'autre part par une légère consommation de matière au niveau des imperfections du matériau. L'occurrence d'un tel phénomène est faible, mais ces défauts, ainsi accentués par l'oxydation, constituent souvent des sites privilégiés d'amorçage en surface [23].

II.6 la fissuration

Les phénomènes de fissuration multiples et de faïençage sont présents tant dans notre environnement de tous les jours que dans le milieu industriel (outils de mise en forme

à chaud, disques de freins...). Même si les phénomènes à l'origine de cet endommagement sont variés, ils sont associés à la fatigue thermique.

On appelle réseau de fissures ou faïençage tout ensemble de fissure aux minimums bidirectionnels dans les plans d'observations (en deux dimensions), formant des cellules plus ou moins fermées.

Par contre la fissuration multiple, est un ensemble de fissures, globalement parallèles les unes aux autres, et ne formant des cellules (Figure II.2) [23].

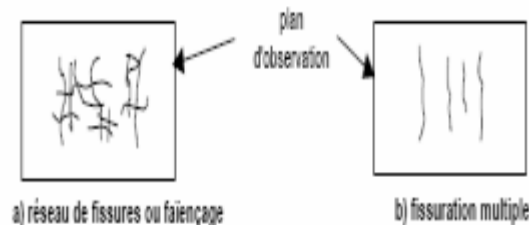


Figure II.2 : Représentation schématique du faïençage et de fissures multiples [27].

II.6.1 L'amorçage

L'amorçage est défini comme l'apparition d'au moins une fissure détectable en microscope optique.

D'une façon général, l'amorçage ainsi défini est multiple et les premiers fissures détectables ont une longueur en surface d'environ de $100\mu\text{m}$. Il existe deux mécanismes d'amorçage de fissure en fatigue thermique : l'amorçage sous contrainte thermique et l'amorçage par la fragmentation cellulaire de la couche d'oxyde.

II.6.1.1 Amorçage sous contrainte thermique cyclique

Quand une surface est soumise à des sollicitations par des échauffements et des refroidissements, des contraintes thermiques changent de signe pour chaque cycle et de même pour leurs composantes tangentielles. Ces composantes tangentielles exercées sur les plans proches de la surface vont engendrer des déformations d'expansion et de contraction alternées de ces plans [27].

Après un certain nombre de cycle, des bandes de glissement se manifestent comme des irrégularités (intrusions et extrusions) sur la surface sollicitée. Le mécanisme principal de formation des irrégularités superficielles est représenté dans la Figure II.3 et Figure II.4.

La déformation plastique du au cyclage thermique commence par s'accommoder au sein des bandes de glissement, ce qui conduit, par irréversibilité partiel du glissement, à la formation d'intrusions et d'extrusions. Ces intrusions deviennent de plus en plus profondes au cours du cyclage thermique, créant ainsi des zones de concentration de contrainte, sites privilégiés d'amorçage des microfissures. Les microfissures qui en résultent se propagent ensuite en *surface et suivant l'orientation des bandes de glissement [23]

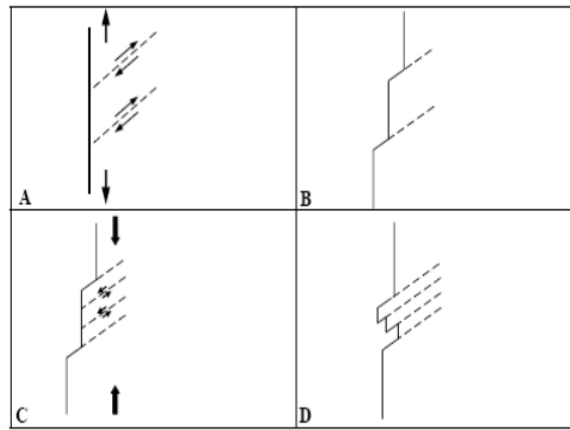


Figure II.3 : Mécanisme d'amorçage des fissures sous contrainte thermique cyclique [30].

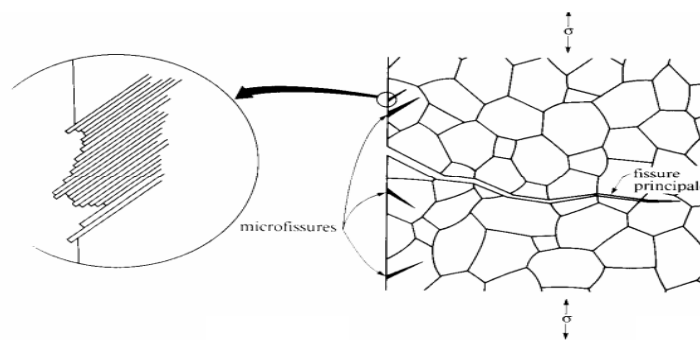


Figure II.4 : Amorçage de microfissures par formation d'intrusions et extrusions [34]

II.6.1.2 Amorçage par la fragmentation cellulaire de la couche d'oxyde

Ce mécanisme est principalement reposé sur la différence entre les propriétés physiques de la couche d'oxyde et le matériau.

Cette couche d'oxyde se fissure sous l'effet des contraintes thermiques et favorise par corrosion locale l'initiation de la fissure de fatigue thermique dans le métal lui-même.

Généralement, l'oxydation tendra à se localiser préférentiellement aux joints de grains, aux joints de macles et aussi dans les bandes de glissement. Des résultats expérimentaux ont montré que les fissures se sont initiées brusquement grâce à la formation des oxydes, car la majorité des fissures de fatigue sont remplies d'oxydes [28].

II.6.2 la propagation

Les premières fissures apparues commencent à se propager, tandis que de nouvelles apparaissent, ensuite, la formation du réseau implique la coalescence des fissures amorcées. Cette coalescence se fait le plus souvent par création de points triples, et rarement par coalescence de deux fissures droites dans le prolongement l'une dans l'autre [23].

Le réseau constitué continue à se propager, mais uniquement en profondeur, et non plus en surface. Cette propagation en profondeur se traduit par l'ouverture de plus en plus grande

des fissures principales du réseau. La croissance des fissures dépend du matériau, de l'environnement et de la sollicitation.

Le mode de propagation peut-être intergranulaire ou transgranulaire. Dans l'un ou l'autre, les fissures d'origine thermique privilégient la propagation à travers les phases durcissantes qui s'agglomèrent aux joints de grains, d'où la prépondérance de l'aspect intergranulaire [27].

La vitesse de propagation des fissures dépend de nombreux paramètres. Le mode de propagation est souvent le premier indicateur de vitesse de propagation :

- La propagation intergranulaire donne en général, lieu à des vitesses de propagation élevées.
- La propagation transgranulaire engendre, quant à elle, des vitesses de propagation les plus faibles [29].

Dans les années 1960, Paris et Al ont montré qu'il existe une relation entre la vitesse de fissuration (da/dN) et le facteur d'intensité de contraintes K [3].

$$K = \sigma \alpha \sqrt{\pi a} \quad (\text{II.6})$$

Où : σ : contrainte moyenne appliquée loin de la fissure.

α : facteur géométrique qui dépend des conditions de chargement.

a : longueur de la fissure.

On définit l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes : $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ où K_{\max} et K_{\min} sont les valeurs extrêmes de K pendant le cycle. En échelle bilogarithmique, la vitesse de propagation (da/dN) en fonction de ΔK l'allure donnée dans la Figure. II.5 sur laquelle on distingue trois régimes [34].

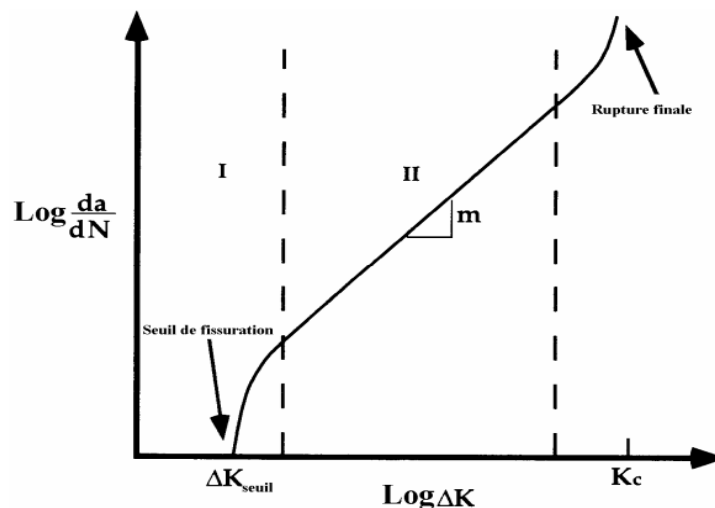


Figure.II.5 : Régimes de propagation des fissures de fatigue [34]

Le régime I est caractéristique du seuil de propagation. La vitesse de propagation tend vers zéro pour une valeur appelée ΔK_{seuil} de propagation.

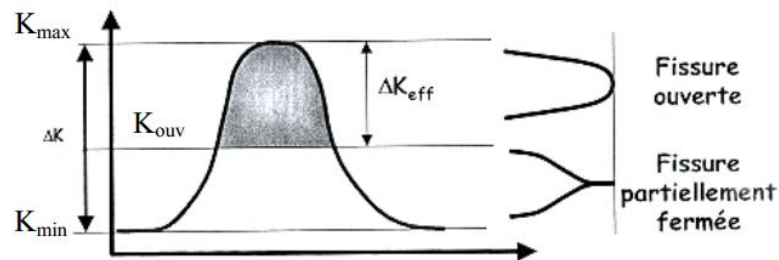
Le régime II, appelé régime de Paris, rentre tout à fait dans le cadre de nos travaux. Ce régime est caractérisé par l'accélération progressive de la vitesse de propagation lorsque ΔK augmente. Paris et al. [34] ont relié la vitesse de propagation et l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes ΔK par une relation de type puissance, appelée lois de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (\text{II.7})$$

Où C et m sont des paramètres expérimentaux dépendant du matériau et des conditions d'essai (rapport de charge, environnement ...).

Le régime III correspond à une accélération très rapide de la vitesse de fissuration. Le facteur d'intensité de contraintes est proche de la valeur critique K_c correspondant à la rupture finale.

Cependant, la loi de Paris n'est pas universellement applicable. Les travaux d'Elber [34] ont montré que le rôle de la fermeture doit être pris en compte pour décrire le comportement d'une fissure de fatigue. Ce phénomène consiste en la remise en contact des lèvres de la fissure lorsque la charge cyclique devient faible. La partie du cycle de chargement au cours de laquelle la fissure est fermée est considérée comme inopérante pour le mécanisme de propagation Figure. II.6.

**Figure. II.6** .Phénomène de fermeture de la fissure [34].

L'effet de fermeture est attribué à trois effets distincts :

- La déformation résiduelle dans le sillage plastique de la fissure
- La rugosité des faciès de rupture
- L'oxydation des surfaces de rupture

Elber a donc proposé de définir une valeur effective du chargement avec une amplitude du facteur d'intensité de contrainte $\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{ouv}}$. Une correction de l'équation de Paris est alors introduite

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{\text{eff}})^m \quad (\text{II.8})$$

II.7. Facteurs de la fatigue thermique

Les facteurs de la fatigue thermique peuvent être classés en deux types. Type concernant les conditions de travail de pièces tels que la nature du cyclage thermique et l'environnement, le second type comprend les facteurs propres au matériau tels que les caractéristiques physiques, métallurgiques, géométriques.

II.7.1 La nature de cyclage thermique

II.7.1.1 Les variations de température

L'augmentation de la température moyenne (ou maximale) va engendrer des modifications dans les propriétés métallurgiques d'un matériau. Ceci va provoquer un endommagement rapide et une durée de vie réduite.

Pour des variations de températures élevées, les gradients thermiques résultant sont importants et de même pour les contraintes. Ceci va activer la dégradation du matériau [29].

II.7.1.2 Le temps de maintien

La vitesse de variation de la température et de la durée pendant laquelle l'éprouvette est maintenue à haute température peut modifier de façon sensible le nombre de cycles amenant à la rupture. Si des éprouvettes sont maintenues longtemps à haute température, les effets du fluage et aussi les effets métallurgiques dépendant du temps peuvent se faire sentir. Plusieurs expériences sont réalisées sur un acier inoxydable de type 347 montrent que le nombre de cycles à rupture diminuait lorsque le temps de maintien à haute température augmentait. Tous fois, il y a dispersion considérable dans les résultats et l'interprétation est difficile car plusieurs facteurs sont affectés par l'augmentation des temps de maintien [9,29].

II.7.2 Facteur d'environnement

La croissance des fissures résultant de la fatigue tend à accélérer dans les environnements agressifs. Les effets de l'environnement sur la croissance des fissures peuvent être divisé en : fatigue-corrosion et la fatigue corrosion sous contrainte [28].

II.7.3 Facteurs thermiques

Pour le choix des matériaux confrontés aux problèmes de la fatigue thermique, on doit tenir compte des grandeurs thermiques, parmi elles on cite :

1. **La conductivité thermique K** : une diminution de la conductivité thermique, provoque une diminution des gradients thermiques générés et donc des contraintes induites [30].

2. Le **coefficient de dilatation thermique α** : Un coefficient de dilatation élevé, engendre la réduction de la durée de vie du matériau, car plus la dilatation est importante et plus la résistance est réduite[9].

II.7.4 Facteurs mécaniques

Afin d'assurer une bonne tenue à la fatigue, on doit réduire l'amplitude de la déformation plastique induite au cours de cyclage thermique. Cela se fait par un choix d'un matériau ayant une limite d'écoulement élevée à toutes températures du cyclage thermique. La résistance à la fatigue thermique est améliorée quand la ductilité peut être augmentée sans diminuer la résistance.

II.7.5 Facteurs géométriques

Les grandes dimensions d'une pièce provoquent des localisations thermiques considérables et des gradients thermiques importants entre la couche superficielle et les couches plus profondes, et la présence d'entailles, d'angles vifs ou de fissure engendrent la concentration de contraintes thermiques. Comme conséquence on aura une diminution de l'endurance du matériau.

II.7.6 Facteurs métallurgiques

La structure métallurgique est d'une grande importance pour la tenue à la fatigue thermique. Elle comporte des sites préférentiels pour l'amorçage et la croissance des fissures. Le comportement du matériau au cours d'un cyclage thermique, dépend de sa structure initiale et des transformations de phases qui se produisent au cours du cyclage. Les facteurs métallurgiques intervenant dans le comportement en fatigue sont :

- la présence de phases durcissantes sous forme de précipites
- la densité des joints de grains
- la proportion des phases et constituants
- la densité des dislocations
- la morphologie des constituants
- les propriétés mécaniques des constituants

Dans le cas des aciers inoxydables, les structures austénoferritiques et austénitiques possèdent une meilleure résistance à la fissuration que les structures ferritiques et martensitiques. Ceci est dû aux propriétés de l'austénite qui s'adapte mieux à l'effet des contraintes par sa plus grande plasticité [29,33].

II.8 Calcul de la durée de vie

La combinaison des relations de Neuber, de Ramberg Osgood, de Basquin et de Manson et Coffin donne la relation suivante [32] :

$$\frac{\Delta \varepsilon_t}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \varepsilon_f' (2N)^c + \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b \quad (\text{II.9})$$

Chapitre III

Modélisation numérique

III.1 Introduction

Dans la nature, les systèmes et phénomènes physiques sont assez complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non-linéaires interagissant entre eux (les ondes, la météorologie, la turbulence des fluides...). L'une des solutions est de recourir à une série d'expériences pour analyser les paramètres et grandeurs du système. Mais les essais peuvent s'avérer très coûteux et très dangereux (essais nucléaires, environnement spatial...). Enfin il peut être difficile de mesurer tous les paramètres à une échelle trop petite (biologie, cinétique des phases...) ou trop grandes (astrophysique, géophysique...).

Pour contourner le problème, on peut construire un modèle mathématique permettant la représentation du phénomène physique. Ces modèles utilisent très souvent des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires dont on ne connaît pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage). Dans certains cas il s'agit de la seule alternative (nucléaire, astrophysique, spatial...). Dans d'autres cas, les simulations numériques sont menées en parallèle avec des expérimentations.

III.2 Définition de la modélisation

Le principe d'un modèle est de remplacer un système complexe en un objet ou opérateur simple reproduisant les aspects ou comportements principaux de l'original (ex : modèle réduit, maquette, modèle mathématique ou numérique, modèle de pensée ou raisonnement). Les différentes étapes pour modéliser numériquement un système complexe :

1. Mise en équation : modèle mathématique représentant la physique.
2. Discrétisation des équations : maillage.
3. Résolution des équations discrètes : par des méthodes directes ou approximatives.
4. Programmation : transcription informatique des relations.
5. Simulation numérique et exploitation des résultats. [35, 36]

III.3 Les méthodes de discrétisation

Pour passer d'un problème exact continu régis par une EDP au problème approché discret, il existe trois grandes familles de méthodes [35, 37, 38] :

1) Les différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

Inconvénients : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites dans certains cas.

2) Les volumes finis

La méthode intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides.

Avantages : Cela permet de traiter des géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites.

Inconvénient : Il y'a peu de résultats théoriques de convergence.

3) Les éléments finis

Dans beaucoup de domaines, elle est la plus utilisée de nos jours.

III.4 Méthode des éléments finis

En analyse numérique, la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc...).

Concrètement, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire soit : Transfert thermique dans un milieu continue, comportement d'un fluide dans un compartiment, déformation d'une structure métallique, etc.

III.4.1 Principe général

La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée suffisamment " fiable. De manière générale, cette EDP porte sur une fonction u , définie sur un domaine. Elle comporte des conditions aux bords permettant d'assurer l'existence et l'unicité d'une solution.

Sauf cas particuliers, la discrétisation passe par une redéfinition et une approximation de la géométrie, on considère donc le problème posé sur la géométrie approchée par un domaine polygonal ou polyédrique par morceaux. Une fois la géométrie approchée, il faut choisir un espace d'approximation de la solution du problème, dans la MEF, cet espace est défini à l'aide du maillage du domaine (ce qui explique aussi pourquoi il est nécessaire d'approcher la géométrie). Le maillage du domaine permet d'en définir un pavage dont les pavés sont les éléments finis. Un élément fini est la donnée d'une cellule élémentaire et de fonctions de base de l'espace d'approximation dont le support est l'élément, et définies de manière à être interpolantes.

Bien qu'il existe de nombreux logiciels exploitant cette méthode et permettant de "résoudre" des problèmes dans divers domaines, il est important que l'utilisateur ait une bonne idée de ce qu'il fait, notamment quant au choix du maillage et du type d'éléments qui doivent être

adaptés au problème posé : aucun logiciel ne fera tout pour l'utilisateur, et il faut toujours garder un œil critique vis-à-vis de solutions approchées. Pour cela il existe des indicateurs d'erreur et des estimateurs d'erreur qui permettent d'ajuster les différents paramètres.

La solution étant trouvée, il reste cependant à déterminer les caractéristiques de la méthode ainsi développée, notamment l'unicité de l'éventuelle solution ou encore la stabilité numérique du schéma de résolution. Il est essentiel de trouver une estimation juste de l'erreur liée à la discrétisation et montrer que la méthode ainsi écrite converge, c'est-à-dire que l'erreur tend vers 0 si la finesse du maillage tend elle aussi vers 0. Dans le cas d'une EDP linéaire avec opérateur symétrique (comme l'est l'opérateur laplacien), il s'agit finalement de résoudre une équation algébrique linéaire, inversible dans le meilleur des cas [39].

III.4.2 Dimensions

Bien que théoriquement la méthode soit transposable en dimensions supérieures du support, techniquement la complexité de création des discrétisations croît avec la dimension.

- On utilise dans ce travail la méthode des éléments finis en trois dimensions.
- La méthode est généralisable à des équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur.
- On traite ici le cas d'une solution réelle à une EDP, les cas les plus couramment rencontrés sont la dimension 1, 2 ou 3 (pour des problèmes de mécanique).

Pratiquement, on résout rarement des problèmes en dimensions supérieures à 3 — y compris des problèmes de dynamique en espace à 3 dimensions qui pourraient être traités en quatre dimensions mais sont traités en réalité avec une méthode mixte éléments finis "en espace" et en différences finies "en temps"[39] [40].

III.5 Choix du maillage et discrétisation

III.5.1 Choix d'un maillage

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. Généralement pour la modélisation en 3D on choisit un maillage tétraédrique ou quadratique mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et on a tendance à le resserrer près des endroits d'intérêt, par exemple aux endroits où on pense qu'il y a une variation de gradient de température. Cependant, il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré, plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la "vraie" solution de l'équation aux dérivés partielles [31].

III.5.2 Fonctions de base

On doit après prendre une base de fonctions "adaptées" au maillage. Plusieurs choix sont alors possibles. En général, les fonctions de base utilisées pour les éléments finis sont interpolantes, c'est-à-dire que les valeurs nodales sont les valeurs des grandeurs inconnues aux nœuds.

La plus simple est l'emploi des polynômes de Lagrange. Dans cette méthode les fonctions de base valent 1 à un nœud du maillage et 0 à tous les autres. La fonction de base i est alors la fonction valant 1 au nœud i et 0 sur les autres nœuds et qui est polynomiale sur chaque élément.

On appelle élément la donnée d'une géométrie (souvent polygonale en 2D, polyédrique en 3D) et de fonctions de base associées à cette géométrie.

En 3D :-tétraèdre de degré 1, (quatre nœuds, linéaires)

-cube de degré 1, (huit nœuds, linéaire)

Ces deux sont les plus utilisés, pour notre cas d'étude on a opté pour le tétraédrique régulier à cause des simplifications que ceci propose pour l'outil informatique : (4 nœuds < 8 nœuds par éléments \rightarrow $\frac{1}{2}$ le calcul à faire \rightarrow $\frac{1}{2}$ le temps de simulation).

III.5.3. Discrétisation :

Soit le maillage M et la base $b = (e_1, \dots, e_n)$ associée. Puisque la condition de Dirichlet¹ impose des fonctions nulles aux bords, on utilise uniquement la sous base b limitée aux points intérieurs de Ω . On cherche la solution \bar{u} du problème discrétisé ainsi :

$$\bar{u} \in V_n^0 \setminus \forall v \in V_n^0, a(\bar{u}, v) = L(v) \quad (\text{III.1})$$

Or dans cet espace discrétisé, dire que tout vecteur vérifie la proposition précédente est équivalent à dire que tous les vecteurs de la base vérifient la proposition. Si l'on décompose la solution \bar{u} dans la base des e_i intérieurs, en composantes u_i on obtient :

$$\forall j \in [1, \dots, n] \sum_{i=1}^n u_i a(e_i, e_j) = L(e_j) \quad (\text{III.2})$$

L'idée est que quand le maillage se resserre et que le nombre de fonctions de base n tend vers l'infini (et que l'espace engendré par cette base V_n^0 croît vers V_0), les solutions u_n devront converger vers la solution u de l'équation aux dérivées partielles de départ [40].

III.5.4 Problème sous forme matricielle

- la matrice A ayant pour composantes les $a(e_i, e_j)$;
- le vecteur U ayant pour composantes les u_i qui sont les coordonnées de la solution approché sur la base b ;
- le vecteur B ayant pour composantes les $L(e_j)$.

Alors A est symétrique, définie positive donc inversible. On obtient donc l'existence et l'unicité de $U = A^{-1} B$. Grâce aux coordonnées de \bar{u} sur la base b on peut alors construire la solution approchée \bar{u} . Quand le maillage se resserre cette solution approchée va tendre vers la vraie solution de l'équation aux dérivées partielles de départ. Pour le cas avec une deuxième discrétisation de $L(e_j)$ on obtient : $AU = Mf$

Où M est appelée la matrice de masse et contient les $\int e_i \cdot e_j$ f est un vecteur contenant les coordonnées de f dans la base. La méthode est alors la même qu'avec une seule discrétisation puisque A vérifié les mêmes propriétés. Cette méthode peut parfois être préférée quand on peut obtenir de façon simple la projection de f sur la base et la matrice M [41][42][43].

III.5.5 Algorithme

La méthode des éléments finis doit être conduite ainsi

1. On calcule la matrice de rigidité A ;
2. On détermine le membre de droite, en calculant les termes $L(e_j)$ ou alors par l'intermédiaire de la matrice de masse.
3. On résout le problème $AU = B$ ou le problème $AU = Mf$ suivant le niveau de discrétisation choisi. U est alors donné par $U = A^{-1}B$. Selon la base qui a été selon les données du problème, il faut choisir la méthode d'inversion la plus efficace pour A . C'est l'étape la plus consommatrice en termes de puissance de calculs, et l'efficacité de la méthode en termes de temps de calculs se joue principalement sur cette étape.
4. On peut écrire \bar{u} grâce au vecteur U qui contient les coordonnées de \bar{u} sur la base b et obtenir une solution approchée au problème.

1. En mathématiques, une condition aux limites de Dirichlet (nommée d'après Johan Dirichlet) est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les frontières/limites du domaine. Pour une équation différentielle, par exemple $y'' + y = 0$.

la condition aux limites de Dirichlet sur l'intervalle $[a, b]$ s'exprime par $y(a) = \alpha$ et $y(b) = \beta$ ou sont deux nombres donnés.

Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple $\Delta y = 0$ où Δ est le Laplacien (opérateur différentiel), la condition aux limites de Dirichlet sur un domaine Ω s'exprime par : $y(x) = f(x)$ où f est une fonction connue définie sur la frontière

2. En analyse, une fonction réelle est dite coercive si "elle tend vers l'infini à l'infini" $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$

III.5.5.1 Principe

- Le milieu continu est "idéalisé" par la subdivision en un nombre fini d'éléments dont le comportement est représenté par un nombre fini de paramètres.
- La résolution du problème global, obtenu par assemblage des éléments, suit les règles qui régissent les structures discrètes [41][43].

III.5.5.2 Les difficultés

D'ordre théorique : formulation des éléments

D'ordre pratique : Discrétisation du milieu continu (maillage).

Qualité des résultats (convergence de la méthode).

III.6 Logiciels des éléments finis

Voici quelques logiciels utilisant la méthode des éléments finis :

- ABAQUS : logiciel pluridisciplinaire développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)
- ANSYS : logiciel pluridisciplinaire développé par Ansys
- CAST3M : logiciel pluridisciplinaire français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)
- COMSOL MULTIPHYSICS : logiciel éléments finis alliant genericité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécanique des structures, thermique) ;

Dans le cadre de ce PFE, le choix était Comsol comme un logiciel performant surtout pour la modélisation de plusieurs phénomènes simultanément comme son nom en anglais l'indique (multiphysics).

Chapitre IV
Travail pratique

IV.1 DONNEES EXPERIMENTALES.

IV.1.1 Matériau de l'étude

Afin d'étudier l'endommagement en fatigue thermique des aciers inoxydables duplex, nous avons choisi l'acier de désignation ASTM A 790, UNS S 31803 selon la norme ASTM et dont le nom commercial est SAF 2205. Nous avons considéré les données des expériences réalisées antérieurement sous la direction de monsieur ABADLI.

Le produit de base est un cylindre d'un diamètre de 4 cm et d'une longueur de 10 cm, fourni par l'Entreprise Nationale des Grands Travaux Pétroliers (ENGTP) de Réghaia.

IV.1.1.1 Analyse chimique

Des analyses chimiques ont été effectuées au Centre de Recherche Nucléaire Draria (CRND), par la méthode de spectrométrie de fluorescence des rayons X. Le pourcentage du carbone a été déterminé par la méthode de fusion avec un analyseur de carbone de marque Leco. Le tableau IV.1 résume la composition obtenue.

Tableau IV.1 : Composition chimique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803.

<i>élément</i>	<i>C</i>	<i>Mn</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>Si</i>	<i>Ni</i>	<i>Cr</i>	<i>Mo</i>	<i>N</i>	<i>Cu</i>
%	0.04	0.74	0.024	0.019	0.36	5.7	21.8	2.76	0.144	0.060

Les résultats obtenus dans le tableau IV.1 sont très proches de ceux indiqués par la norme ASTM (tableau IV.2). Par conséquent, la composition chimique est conforme à la norme.

Tableau IV.2 : Composition chimique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803 selon la norme ASTM.

<i>élément</i>	<i>C</i>	<i>Mn</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>Si</i>	<i>Ni</i>	<i>Cr</i>	<i>Mo</i>	<i>N</i>
%	0.03	2.00	0.03	0.02	1.00	4.5-6.5	21-23	2.5-3.5	0.08-0.2

IV.1.1.2 Structure de l'acier étudié

La microstructure de l'acier étudié observé par microscopie optique, présente une structure biphasée austéno-ferritique dite en bande, expliquée par la déformation plastique subie pendant le laminage à froid. La ferrite apparaît en gris foncé tandis que l'austénite apparaît en gris clair (figure IV.1).

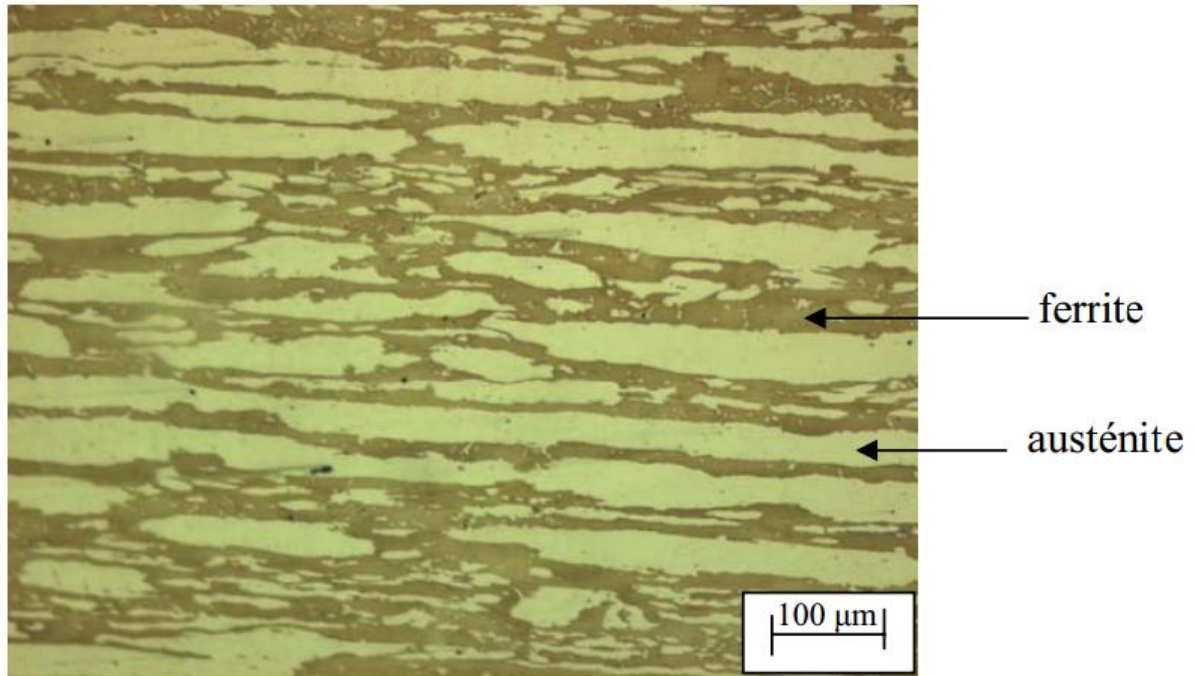


Figure IV.1 : Micrographie optique de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803.

IV.1.1.3 Taux de ferrite

La mesure du taux de ferrite de notre acier a donné une valeur de 50.32%. Cette valeur confirme le taux de ferrite de notre acier qui vaut 50%.

IV.1.1.4 Caractéristiques mécaniques de l'acier étudié

Dans le tableau IV.3 sont rassemblées les propriétés mécaniques de l'acier inoxydable duplex UNS S 31803.

Tableau IV.3 : Propriétés mécaniques l'acier UNS S 31803.

Désignation	Re _{0.002} (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	KCV daJ/cm ²	HRC
31803	523	677	36	22.5	23

IV.1.2 Essais de fatigue thermique

IV.1.2.1 Dispositif de fatigue thermique

La caractérisation de l'endommagement en fatigue thermique peut être effectuée sur des structures réelles ou sur banc. Les premiers essais de fatigue sur banc ont été introduits par Gilenny et al (1958-1959). Ils utilisaient des disques ou des éprouvettes prismatiques avec un bord mince. L'éprouvette est cyclée rapidement en température à l'aide de lits fluidisés. Plus tard, d'autres auteurs (Rezaï-Aria, 1986) ont recouru à un dispositif expérimental utilisant un banc à flammes afin de se rapprocher encore des conditions réelles de sollicitations des composants. Des travaux plus récents (Fissolo 2001) se sont intéressés

à l'amorçage et à la propagation des fissures de fatigue thermique sur des structures en aciers inoxydables austénitiques [09].

Les essais de fatigue thermique sont réalisés sur un banc de fatigue thermique, qui a été conçu au sein du Laboratoire de Métallurgie de l'École Nationale Polytechnique. Ce dispositif permet une simulation assez réaliste des conditions de fonctionnement en service, et ceci par le contrôle des différents paramètres du cyclage thermique (température maximale, température minimale, temps de chauffage et temps de refroidissement).

Le schéma et la photo du dispositif de fatigue thermique sont présentés sur les figures IV.2 respectivement. Le dispositif est constitué des composants suivants :

- (1) Un moteur à courant continu.
- (2) Manivelle.
- (3) Bielle.
- (4) Une fin de course.
- (5) Guides.
- (6) Un bâti, auquel sont fixés solidement les autres composants tels que le four, le moteur et les guides.
- (7) Un four tubulaire de marque ADAMEL, qui peut chauffer jusqu'à 1050°C.
- (8) Une tige filetée.
- (9) Éprouvettes plus porte éprouvettes.
- (10) Un bac de trempe en plexiglas, rempli d'eau et d'une capacité de 40 litres. Ce bac est situé en dessous du four.
- (11) Thermocouples chrome-alumel.
- (12) Un temporisateur pour commander le moteur.
- (13) Régulateur de température.
- (14) Un indicateur de température digital, pour donner la température des échantillons.
- (15) Bloc de puissance pour alimenter et contrôler la marche du four.
- (16) Une armoire de régulation.
- (17) Un redresseur pour alimenter le moteur et fixer sa vitesse.

- (18) Une table potentiométrique pour tracer l'allure du cycle thermique de fatigue, c'est-à-dire la courbe de température en fonction du temps.

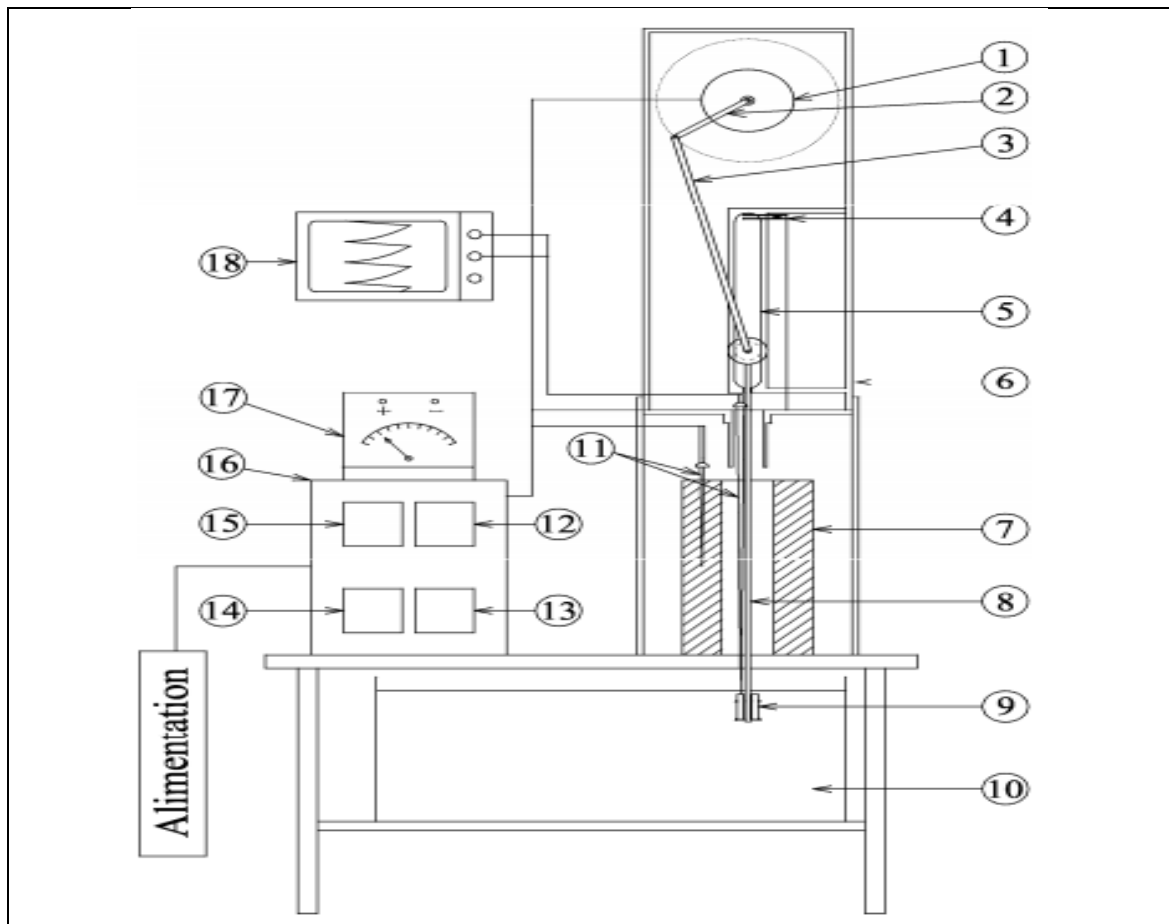


Figure IV.2 : Schéma du dispositif de fatigue thermique.

Ce dispositif permet de réaliser des cycles de chauffage et de refroidissement. Pour cela, les éprouvettes sont chauffées dans le four tubulaire ensuite, elles sont refroidies dans le bac d'eau. Ces cycles thermiques sont réalisés à l'aide d'un système électromécanique composé d'un moteur électrique à courant continu et du couple bielle-manivelle. Ce système permet d'obtenir un mouvement oscillatoire vertical avec une fréquence constante. La vitesse d'oscillation désirée est obtenue par la fixation de la puissance d'alimentation du moteur, qui dépend de la tension fournie au moteur par le redresseur.

Le temps de chauffage est réglé par le temporisateur et le temps de refroidissement est réglé à la fois par le temporisateur et la vitesse du moteur. Le temporisateur commande les séquences de marche et d'arrêt du moteur. Ce temporisateur fonctionne à deux temps ; le temps repos « off » et le temps marche « on ». Les durées de ceux-ci sont indépendantes et peuvent être fixées entre 1 seconde et 30 minutes. Lorsque le temporisateur est à l'arrêt (mode off), le moteur est aussi à l'arrêt et les éprouvettes sont maintenues au milieu du four, cette période correspond à la période de chauffage t_1 où les éprouvettes sont chauffées jusqu'à la température maximale voulue. Une fois le temporisateur est en marche (mode on), les éprouvettes se déplacent avec un mouvement de descente et de montée pour subir une trempe (un refroidissement) dans le bac d'eau pendant t_2 . Cette trempe va diminuer la température des éprouvettes jusqu'à la température minimale et quand la tige atteint sa fin de parcours le cycle se répète.

IV.1.2.2 Les paramètres du cyclage thermique

Pour mesurer la température, un thermocouple est placé dans la surface d'un échantillon en acier duplex. Le thermocouple et cet échantillon sont fixés avec la tige et de ce fait ils effectuent le même mouvement oscillatoire qu'elle. Le thermocouple est relié à l'indicateur digital de température pour récupérer l'évolution de la température en fonction du temps. Et aussi à la table potentiométrique pour tracer l'allure de la courbe de la température en fonction du temps. La forme de la courbe obtenue est montrée dans la figure IV.3.

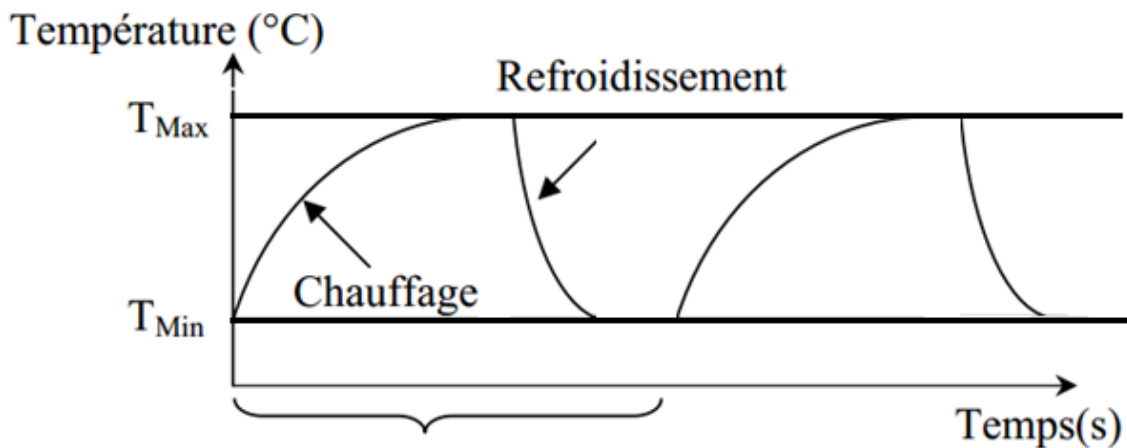


Figure IV.3 : Forme du cycle thermique.

L'échantillon est mis dans le four jusqu'à la température dans sa surface atteint T_{\max} . On mesure le temps t_1 nécessaire pour l'atteindre, puis l'échantillon est trempé pendant t_2 le temps de refroidissement et tel que T_{\min} la température de refroidissement. Les paramètres de cycles sont ;

$$T_{\max} = 300^{\circ}\text{C}, T_{\min} = 50^{\circ}\text{C}, t_1 = 20 \text{ secondes et } t_2 = 5 \text{ secondes}$$

IV.2 Calcule analytique pour déterminer la loi de Paris avec les données expérimentales par la méthode de sécante

La méthode que nous allons utiliser est celle définie par la norme AFNOR A 03-404 [ANF-91]. Son objectif est de déterminer une vitesse de propagation de fissure moyenne [10].

Elle consiste à calculer la vitesse de propagation de fissure da/dN en fonction de ΔK entre deux points (a_i, N_i) et (a_{i+1}, N_{i+1}) au point moyen

$$\bar{a} = \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \quad (\text{IV.1})$$

Par la formule ;

$$\frac{da}{dN} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i} \quad (\text{IV.2})$$

Et d'exprimer en suite ;

$$\Delta K = f(\bar{a}) \quad (\text{IV.3})$$

Une courbe exprimant da/dN en fonction de ΔK peut ensuite être tracé en diagramme bilogarithmique, et une régression linéaire permet d'obtenir les coefficients C et exposant m de la loi de Paris qui s'exprime sous la forme ;

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (\text{IV.4})$$

Si on suppose un état équi-biaxial de chargement en surface, on obtient comme variation de la contrainte :

$$\Delta\sigma = \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu} \quad (\text{IV.5})$$

Où E et le module d'Young a la température minimale du cycle et α le coefficient de dilatation linéaire a la température minimale du cycle [10].

Calcul de facteur d'intensité K

La formule de K s'exprime sous la forme ;

$$K = \alpha\sigma\sqrt{(\pi a)} \quad (\text{IV.6})$$

Pour un cylindre de diamètre d et de hauteur libre (avant application de la charge P) H , le facteur de forme est donné par la relation $\alpha=d/4H$ donc on trouve $\alpha=0.1$ [33].

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \alpha\Delta\sigma\sqrt{(\pi\bar{a})} \quad (\text{IV.7})$$

Les résultats qui nous ont fournis nous donnent les longueurs moyennes des fissures en fonction de nombre de cycles et présentées dans les tableaux suivant. Les résultats sont de deux expériences telles que les paramètres de l'expérience 1 sont ;

Cycle thermique

- - Chauffage 300 °C pendant 20 secondes
- - Refroidissement 50 °C pendant 5 secondes

Celles de l'expérience 2

- - Chauffage 300 °C pendant 180 secondes
- - Refroidissement 50 °C pendant 5 secondes

La différence entre les deux expériences c'est la période de chauffage donc la période de maintien de la pièce dans la température maximale, elle est faible (20 secondes) pour la première et plus importante (180 secondes) pour la deuxième expérience

Tableau IV.4 longueurs moyennes des fissures en fonction de nombre de cycles
(expérience 1)

<i>Nombre de cycles</i>	<i>1000</i>	<i>2000</i>	<i>4000</i>	<i>6000</i>	<i>8000</i>	<i>10000</i>	<i>12000</i>	<i>15000</i>
<i>a_{moy} (μm)</i>	<i>102</i>	<i>110</i>	<i>133</i>	<i>164</i>	<i>212</i>	<i>279</i>	<i>379</i>	<i>541</i>

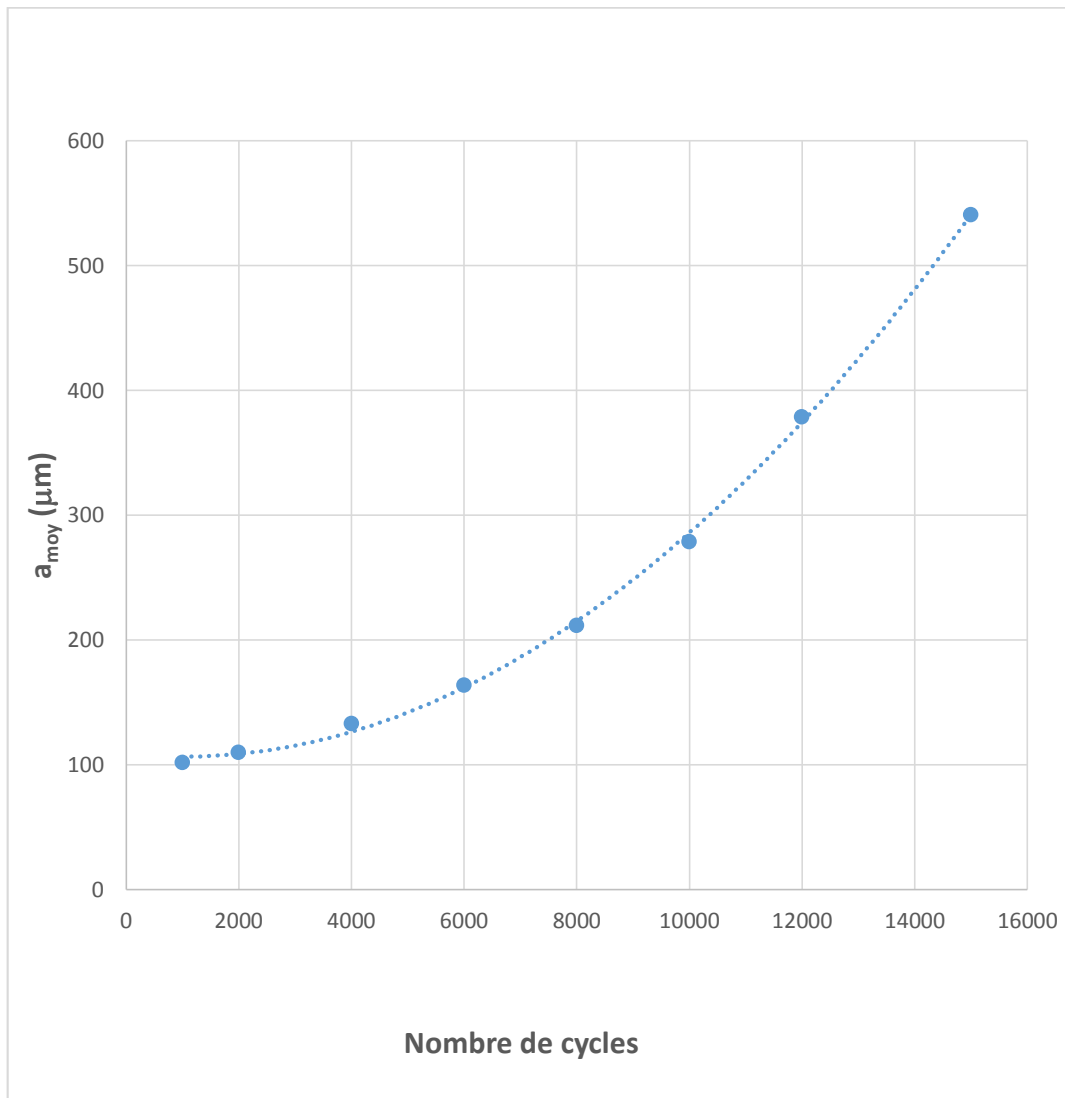


Figure IV.4 Courbe de longueur de fissure en fonction nombre de cycle (expérience 1)

Tableau IV.5 longueurs moyennes des fissures en fonction de nombre de cycles
(expérience 2)

<i>Nombre de cycles</i>	<i>1000</i>	<i>2000</i>	<i>4000</i>	<i>6000</i>	<i>8000</i>	<i>10000</i>	<i>12000</i>	<i>15000</i>
<i>a_{moy} (μm)</i>	223	247	327	442	562	690	821	1053

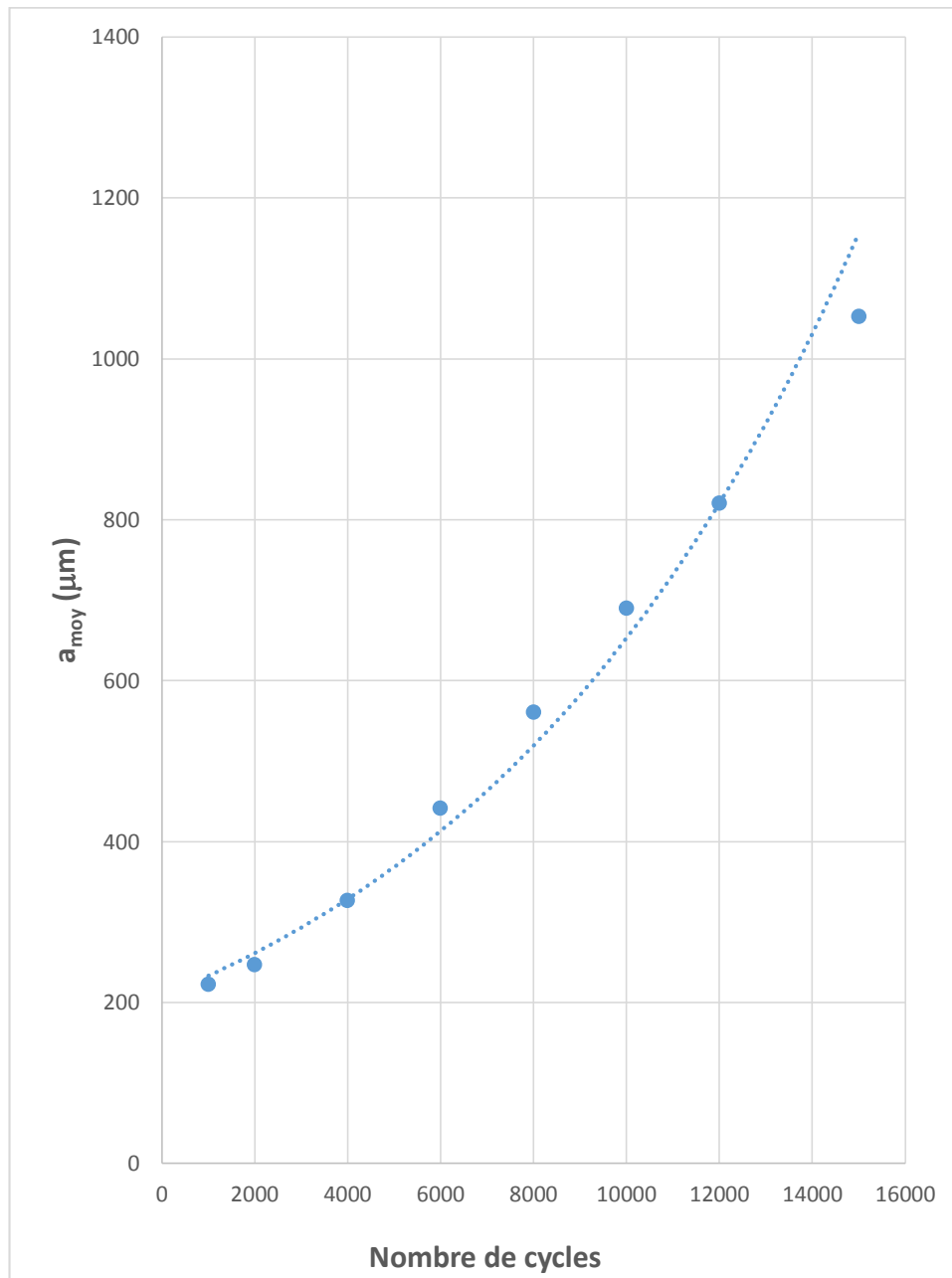


Figure IV.5 Courbe de longueur de fissure en fonction nombre de cycle (expérience 2)

La taille des fissures est deux fois plus importante dans la deuxième expérience à cause de la durée prolongée de maintien à chaud.

IV.2.1 Les résultats de calcul

On calcule \bar{a} , da/dN et ΔK pour la première expérience, les résultats trouvés sont ;

Tableau IV.6 les résultats de calcul (expérience 1)

Nombre de cycles	1500	3000	5000	7000	9000	11000	13500
\bar{a} (μm)	106	121.5	148.5	188	245.5	329	460
da/dN	0.008	0.0115	0.0155	0.024	0.0335	0.05	0.054
ΔK ($MPa.m^{1/2}$)	1.641	1.758	1.943	2.186	2.498	2.892	3.420
Log (da/dN)	-5.096	-4.939	-4.809	-4.619	-4.474	-4.301	-4.267
Log (ΔK)	0.215	0.244	0.288	0.339	0.397	0.461	0.534

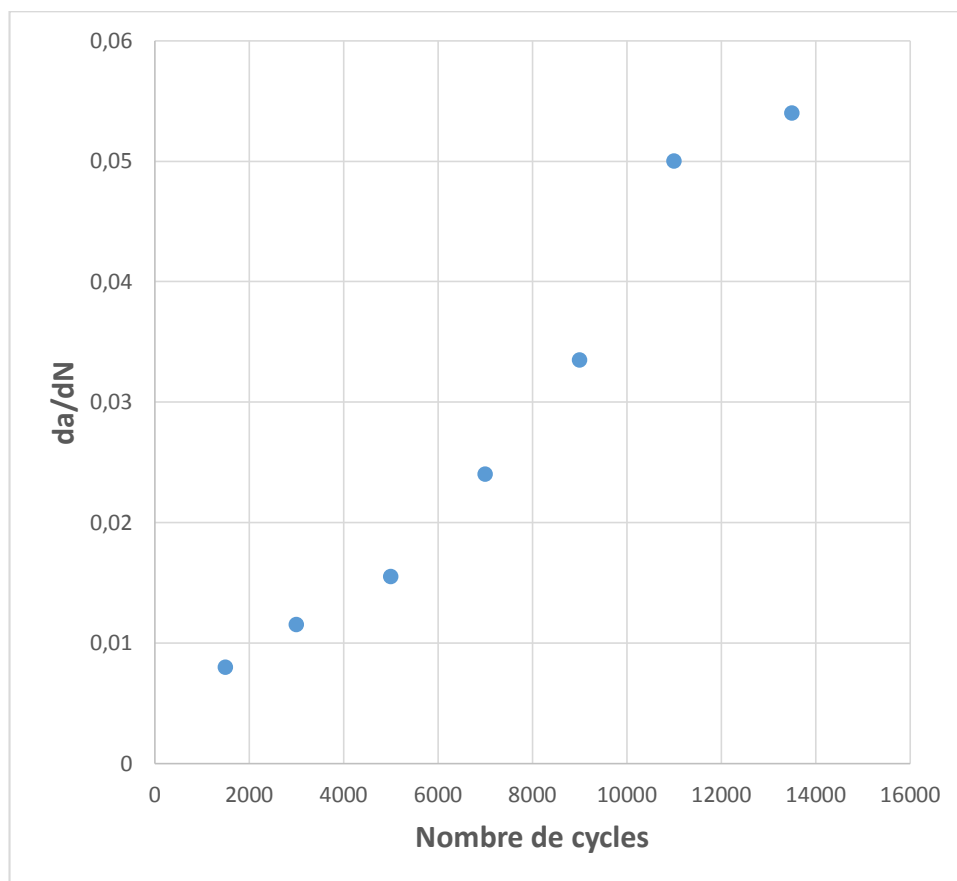


Figure IV.6 Courbe la vitesse de propagation en fonction de nombre de cycle (expérience 1)

On trace la courbe bilogarithmique $\log (da/dN)= f (\log (\Delta K))$

La loi de Paris s'exprime $da/dN = C (\Delta K)^m \Rightarrow$

$$\text{Log}(da/dN) = \log(C) + m \log(\Delta K)$$

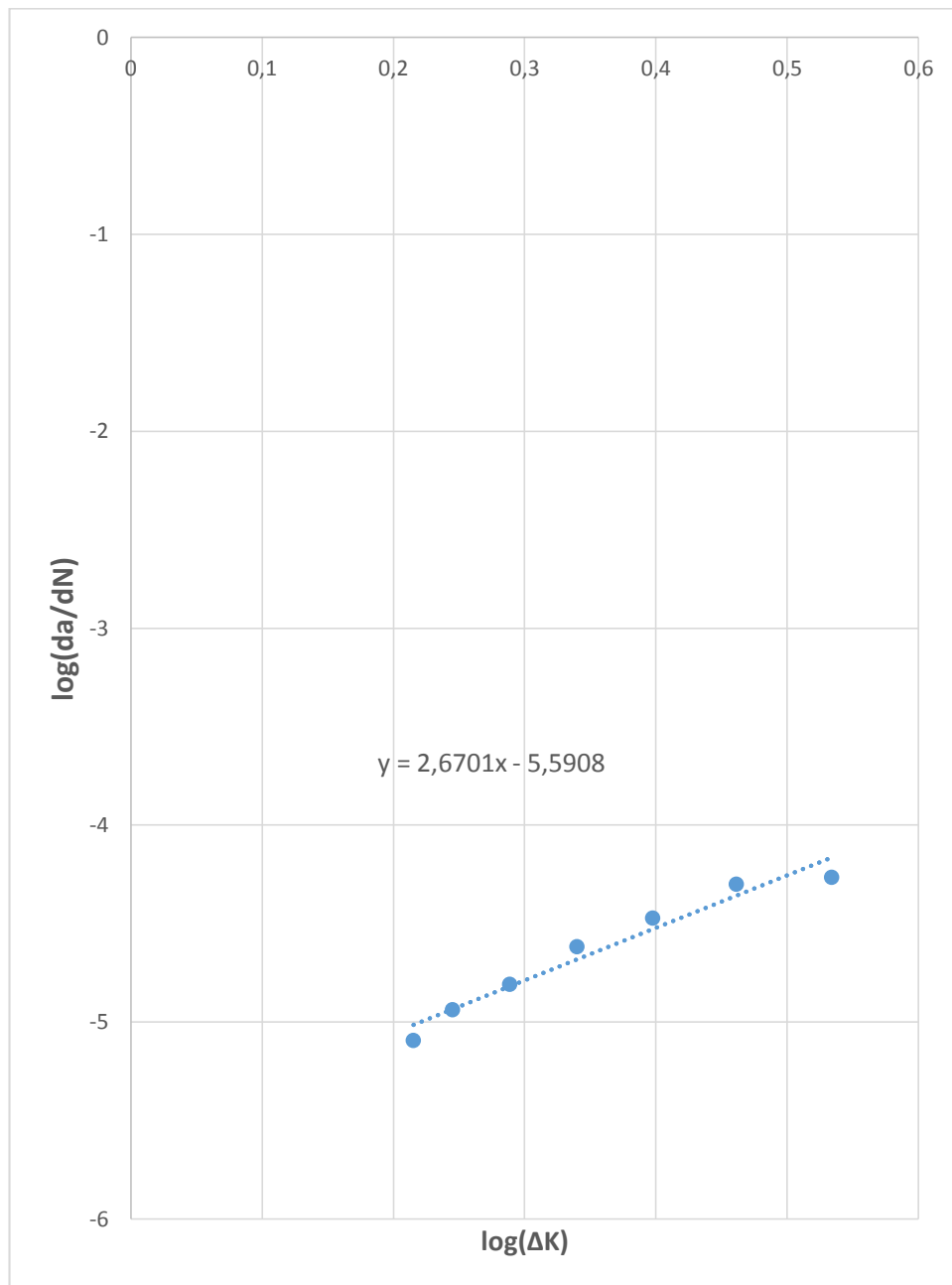


Figure IV.7 Courbe bilogarithmique $\log(da/dN) = f(\log(\Delta K))$ (expérience 1)

Courbe bilogarithmique $\log(da/dN) = f(\log(\Delta K))$

La courbe est une droite de pente m donc une régression linéaire permet d'obtenir les coefficients C et exposant m . Les calculs nous donnent $m = 2.6701$ et $\log(C) = -5.5908 \Rightarrow C = 2.565 * 10^{-6}$

Pour la deuxième expérience, les résultats trouvés sont ;

Tableau IV.7 les résultats de calcul (expérience 2)

<i>Nombre de cycles</i>	<i>1500</i>	<i>3000</i>	<i>5000</i>	<i>7000</i>	<i>9000</i>	<i>11000</i>	<i>13500</i>
\bar{a} (μm)	235	287	384.5	501.5	625.5	755.5	937
da/dN	0.024	0.04	0.0575	0.0591	0.0645	0.069	0.811
ΔK ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)	2.444	2.701	3.127	3.571	3.988	4.383	4.881
$\text{Log}(da/dN)$	-1.619	-1.397	-1.240	-1.221	-1.180	-1.161	-1.092
$\text{Log}(\Delta K)$	0.388	0.431	0.495	0.552	0.600	0.640	0.688

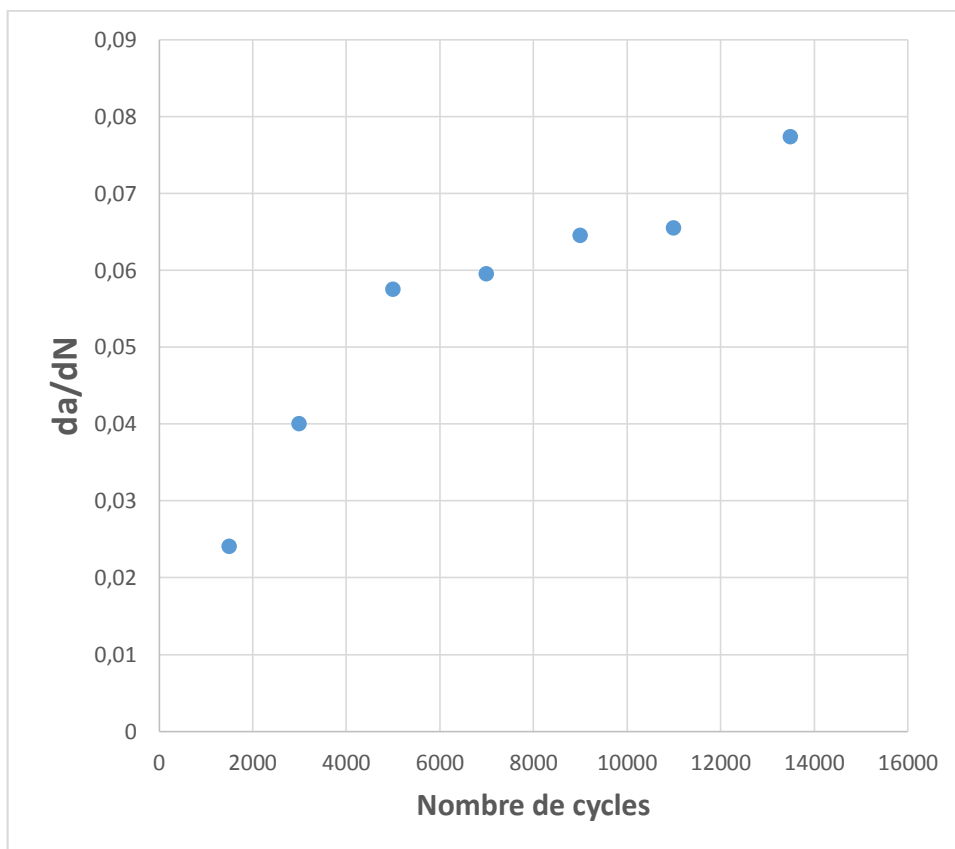


Figure IV.8 Courbe la vitesse de propagation en fonction de nombre de cycle (expérience 2)

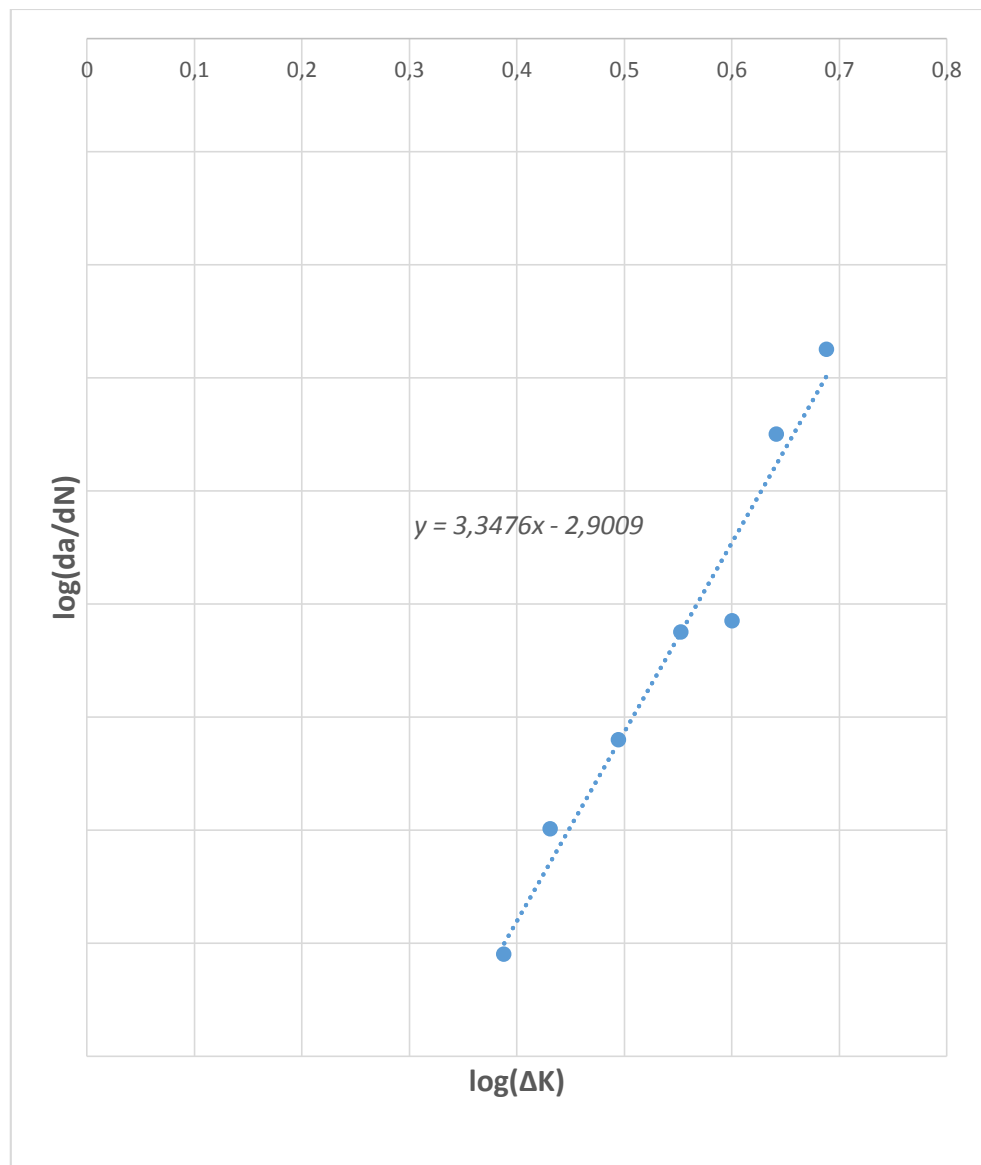


Figure IV.9 Courbe bilogarithmique $\log (da/dN)= f(\log (\Delta K))$ (expérience 2)

Même chose que l'expérience précédente. Les calculs nous donnent $m = 3.3476$ et $\log(C) = -2.9009 \Rightarrow C = 1.256 * 10^{-3}$

En comparant les résultats des deux expériences, nous constatons que la fissuration est plus rapide dans le cas où la durée de maintien à chaud est plus élevée.

IV.2.2 Interprétation des résultats

Les résultats montrent que la taille des fissures augmente avec le nombre de cycles. Ceci concorde avec la théorie qui stipule qu'au cours du cyclage, des contraintes résiduelles se développent. Ces contraintes sont responsables des déformations locales en surfaces (intrusions et extrusions) qui donnent naissance à des microfissures. La taille de ces fissures dans le matériau croît avec le nombre de cycle thermique.

La vitesse de croissance des fissures est d'autant plus grande que la durée de maintien à chaud est plus élevée à cause de deux phénomènes :

- d'une part, le fluage qui est un phénomène d'endommagement et qui intervient lorsque le matériau subit une contrainte (d'origine thermique) à une température élevée. Le fluage s'associe à la fatigue thermique pour développer un endommagement plus important et donc une fissuration plus importante.
- d'autre part, la durée de maintien à la température de 300 °C permet la précipitation de la phase durcissant α' dans la ferrite. Elle fragilise la ferrite et accélère la fissuration.

IV.3 A propos de Comsol multiphysics

Comsol multiphysics est un environnement de modélisation très puissant dont les avantages se résument dans les points suivants :

- COMSOL Multiphysics (FEMLAB) est un logiciel de résolution de modèles différentiels.
- Multiphysique (généricité, couplage mécaniques des fluides Électromagnétisme, mécanique des structures, thermique) par ÉLÉMENTS FINIS.
- Nombre illimité d'interactions entre différentes physiques.
- COMSOL Multiphysics est multiplateforme : Windows, Mac, GNU/Linux...
- Contient la plupart des équations.

L'interface de COMSOL est constituée de :

- Une barre d'outils d'accès rapide : ou différents raccourcis de fonctionnalités peuvent être ajoutées.
- Un ruban de fonctions : incluant le model, les définitions, la géométrie, les matériaux, les modules des phénomènes physiques, le mailler, le calcul et les résultats.
- Le constructeur du model étudié : c'est un ensemble de racines d'options de chaque module peut être ajouté, modifié, désactivé ou supprimé.
- La fenêtre des options : interactive, elle change à chaque fois qu'une racine est sélectionnée.

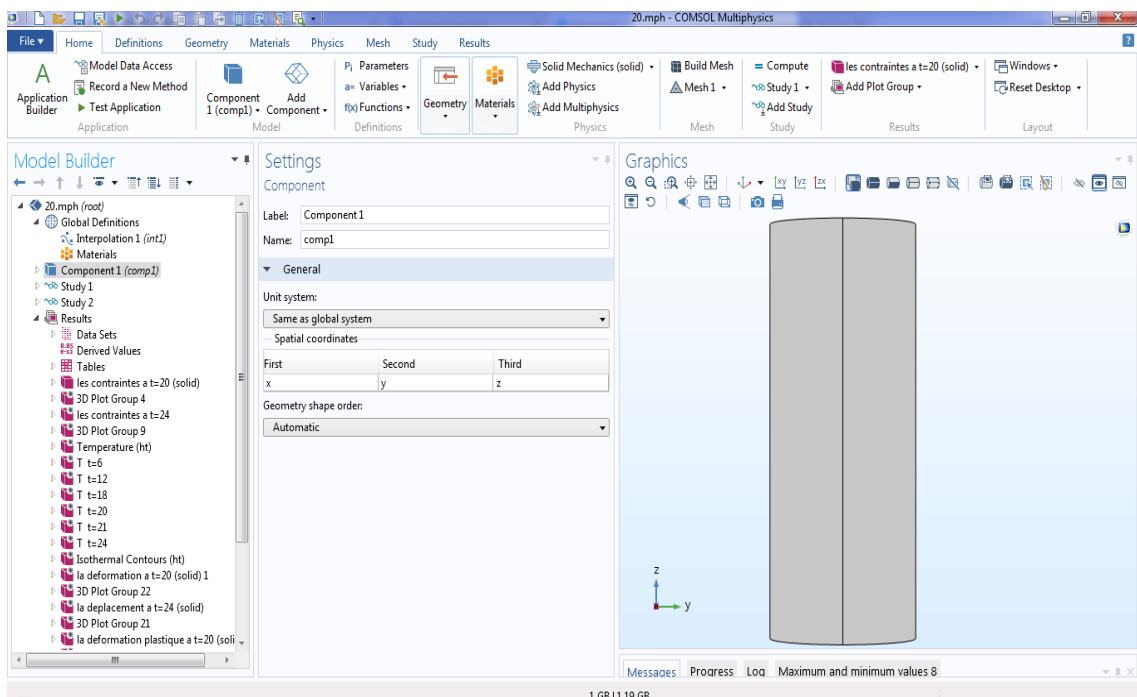


Figure IV.10 : capture d'écran de l'interface du logiciel COMSOL Multiphysics 5.2

IV.3.1 Choix des modules physique

Dans la présente étude nous allons modéliser différents phénomènes :

- L'interface multiphysique de stress thermique ; est utilisée pour calculer la variation de température et les contraintes thermiques au cours d'un cycle
- L'interface Fatigue ; est utilisée pour l'évaluation de la fatigue basée sur le stress, la tension ou les résultats énergétiques calculés par d'autres interfaces physiques de mécanique de structure. À l'aide de cette interface, vous pouvez calculer le risque de fissures de fatigue comme effet de charges répétées dans une structure où l'état de contrainte et de déformation pendant un seul cycle de charge a été calculé en utilisant l'une des interfaces physiques suivantes: Mécanique des solides, Dispositifs piézoélectriques , Shell, Dynamique multidimensionnelle, Stress thermique et Chauffage Joule avec expansion thermique. Le cycle de chargement a pu être calculé à l'aide d'une séquence de cas de charge stationnaire, d'une solution paramétrique ou d'une solution dépendant du temps. Il est également possible d'effectuer une analyse des contraintes du flux de pluie en fonction des historiques de charge mesurés.

Dans de tels cas, le module « Multiphysics » est incontournable car il permet de combiner les effets de tous les modules dans le même calcul.

IV.3.2 Choix du type d'étude

Après sélection des modules physiques, plusieurs cas d'étude sont possibles.

Dans notre étude nous avons deux calculs à faire et donc deux mode d'étude :

- L'étude << dépendant de temps >> ; est utilisée pour calculer la variation de température et les contraintes thermiques au cours d'un cycle.
- Calcul en mode << cyclique >> : pour la fatigue.

Des modes combinés sont aussi disponibles comme l'analyse « précontrainte, fréquences propres » qui est utilisée pour calculer les fréquences et les modes propres qui sont influencés par un chargement statique. Elle consiste en deux étapes : une étude en régime stationnaire suivie par une étude en régime de fatigue.

IV.3.3 Géométrie

La construction géométrique est l'une des étapes les plus importantes. Elle permet de construire la forme de la pièce ou de l'ensemble des pièces ou bien de l'espace sur lesquels on fait notre simulation. Aussi, si la géométrie a été construite par un logiciel de conception mécanique (Solidworks, AutoCAD...) la pièce peut être « importée » et est intégrée dans le logiciel.

Des fonctionnalités très intéressantes permettent de fusionner ou fractionner des géométries. Aussi, les opérations virtuelles sont très pratiques pour un maillage optimal.

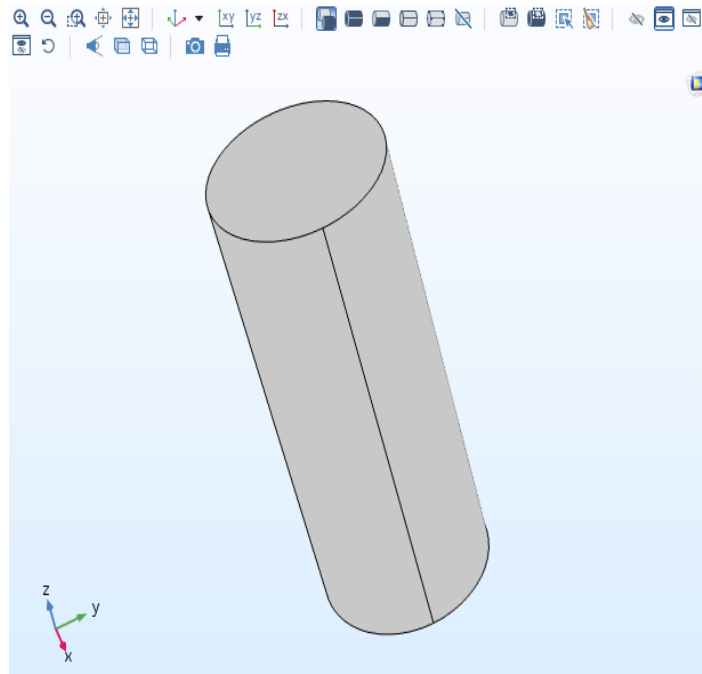


Figure IV.11 : capture d'écran de la géométrie utilisée

IV.3.4 Choix du matériau

COMSOL Multiphysics inclut les paramètres des matériaux les plus usuels illustrés sur la figure IV.14 :

- Gaz : O₂, air, vapeur d'eau, gaz rares ...etc.
- Liquides : eau, huiles de lubrification, solutions chimiques...etc.
- Eléments chimiques du tableau périodique
- Alliages métalliques
- Matériaux non-métalliques : polymères, céramiques, semi-conducteurs, ...etc.

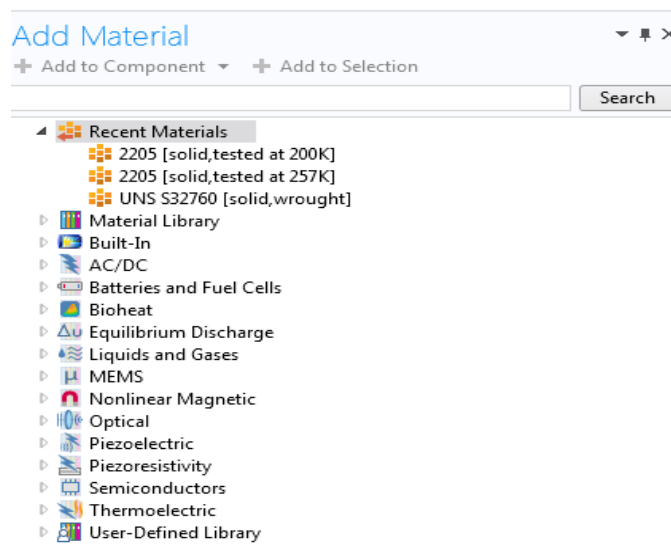


Figure IV.12 capture d'écran de l'explorateur des matériaux

Il est possible d'intégrer plusieurs matériaux dans un même composant pour l'étude de système hétérogènes. Lors de la sélection d'un matériau pour un domaine de volume donné, les paramètres sont vérifiés selon le module physique pour lequel le matériau est sélectionné. Si les équations font intervenir un paramètre non-intégré dans la base de donnée du logiciel, l'utilisateur doit l'introduire

IV.3.5 Maillage

Le maillage est la dernière étape avant le calcul. Il permet de choisir des formes de mailles adaptées à la géométrie et au module physique. En effet, bien que le maillage par défaut est tétraédrique pour les géométries à 3D et triangulaire pour les géométries à 2D, il est possible de changer ces dernières par des géométries rectangulaires paramétrées. Il est même possible de combiner plusieurs formes de maillage à condition que la continuité des nœuds soit respectée.

La taille des mailles (ou résolution) est tout aussi importante, elle permet non seulement d'assurer la convergence de la solution mais aussi la précision de cette dernière.

Pour notre cas on utilise le maillage tétraédrique fine pour assurer la convergence de la méthode et aussi pour trouver des résultats plus précis.

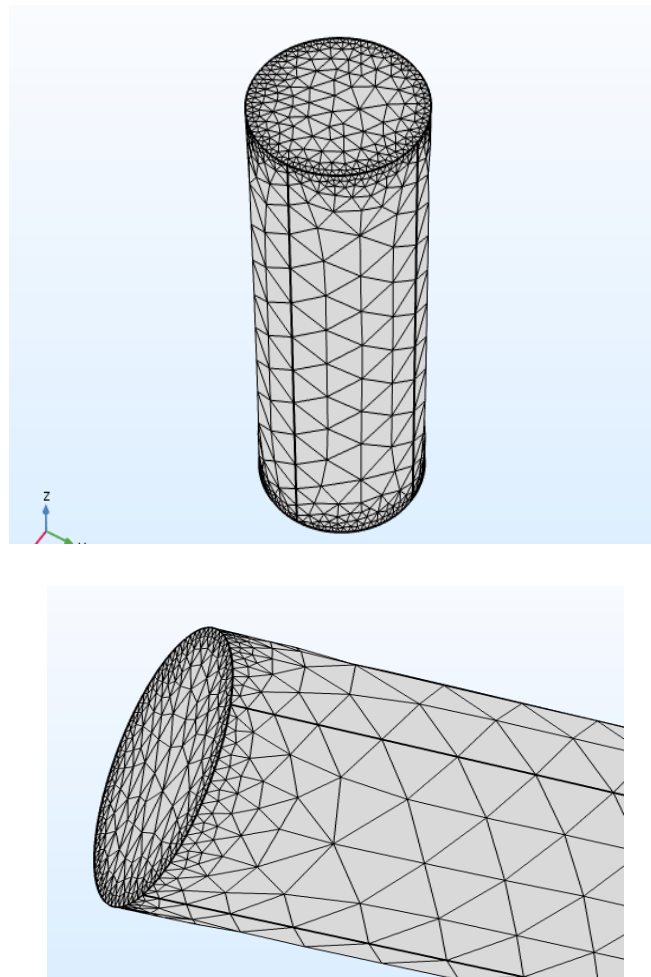


Figure IV.13 discrétisation en éléments tétraédriques illustrant l'hétérogénéité de la densité

IV.3.6 Calcul

C'est l'étape finale du calcul en éléments finis. C'est là que les quadratures sont calculées, que le système discret est écrit sous forme matricielle et qu'il est résolu. Le logiciel utilise par défaut un algorithme basé sur la méthode de décomposition LU pour résoudre les systèmes matriciels, le calcul ne fait que résoudre le système itératif. Il ne calcule donc que les paramètres des fonctions des modules physiques. Si par exemple nous voulons calculer un gradient à partir de la solution, l'opération s'effectue au niveau du traitement des résultats.

IV.3.7 Affichage et export des résultats

Tous les calculs sont illustrés sous formes de graphes, tableaux, nuages de points, surfaces isoparamétriques ...etc. les résultats peuvent être exportés directement sous formes de tableaux de données, de photos, vidéos ...etc. ou alors être traités par des relations mathématiques pour ensuite être exportées.

IV.4 Travaux et calculs

IV.4.1 Simulations pour la détermination des paramètres de fatigue

Pour des terminer les variations des contraintes et des déformations lors un cycle on utilise L'étude << dépendant de temps >> et on utilise une combinaison de deux modules physique ;

- 1) L'interface « mécanique du solide » est destinée à l'analyse générale de structures en 3D, 2D ou les géométries axisymétriques. Elle est basée sur la résolution des équations de Navier et calcule les déplacements, les contraintes et les déformations. Elle supporte les géométries non-linéaires et les conditions aux limites avancées comme les contraintes et les charges mobiles. Pour les matériaux, l'interface permet de travailler avec les cas de plasticité, d'hyper-élasticité et de fluage.
- 2) L'interface Transfert de chaleur dans les solides pour la modélisation du transfert de chaleur par conduction, convection et rayonnement. Un modèle solide est actif par défaut sur tous les domaines. Toutes les fonctionnalités de ces autres types de domaines, comme un domaine fluide, sont également disponibles. L'équation de température définie dans les domaines solides correspond à la forme différentielle de la loi de Fourier.

IV.4.1.1 Matériaux

Le matériau sélectionné est l'acier inoxydable duplex 2205 (UNS S 31803). Il est disponible dans la bibliothèque des matériaux. Toutes les caractéristiques mécaniques dont nous avons besoins, à savoir : le module d'Young, la densité et le module de Poisson sont disponibles par défaut, nous n'avons donc pas besoins de les introduire.

IV.4.1.2 Conditions initiales et conditions aux limites

Les extrémités de l'éprouvette cylindrique sont fixées par la porte éprouvette nous avons introduit comme condition aux limites : que les déplacements longitudinaux sont nuls. Dans

le logiciel, il suffit de sélectionner sur la figure les domaines et les mettre comme frontière fixe.

IV.4.1.3 Les équations utilisées

L'équation de Transfer thermique de conduction dans la pièce métallique correspondante a la fatigue thermique est ;

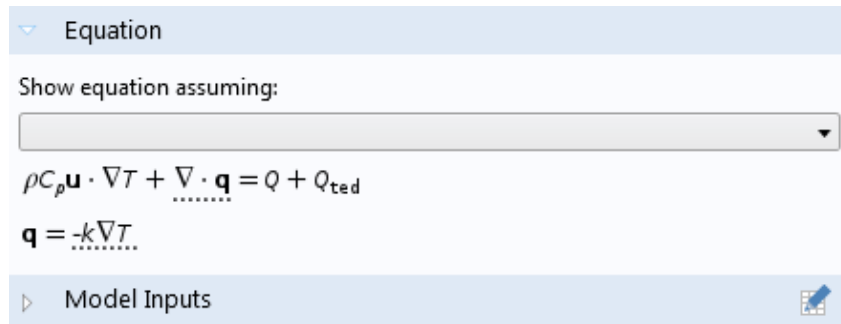


Figure IV.14: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de conduction

L'équation de Transfer thermique de convection entre la pièce métallique et les milieux extérieur correspondante a la fatigue thermique est ;



Figure IV.15: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de convection

L'équation de Transfer thermique de rayonnement entre la pièce métallique et les milieux extérieur correspondante a la fatigue thermique est ;

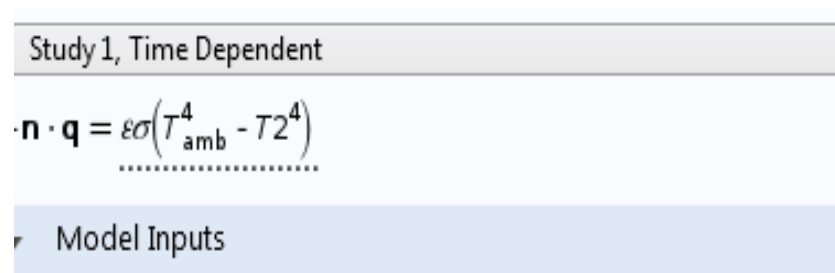


Figure IV.16: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul du transfert thermique de rayonnement

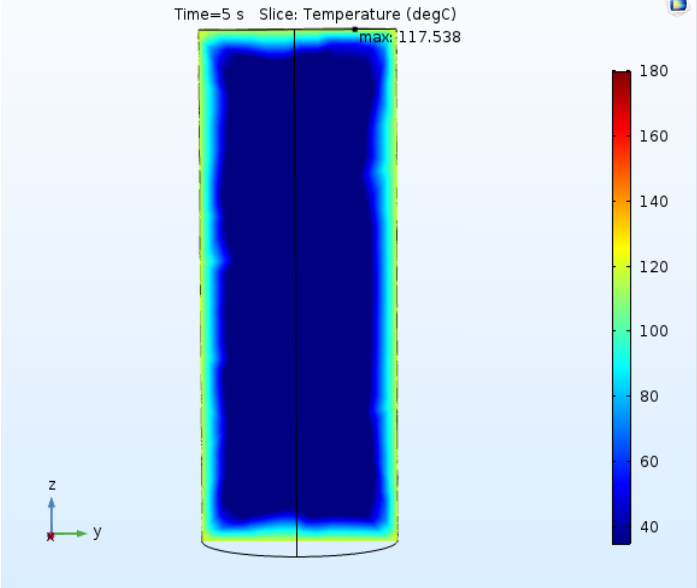
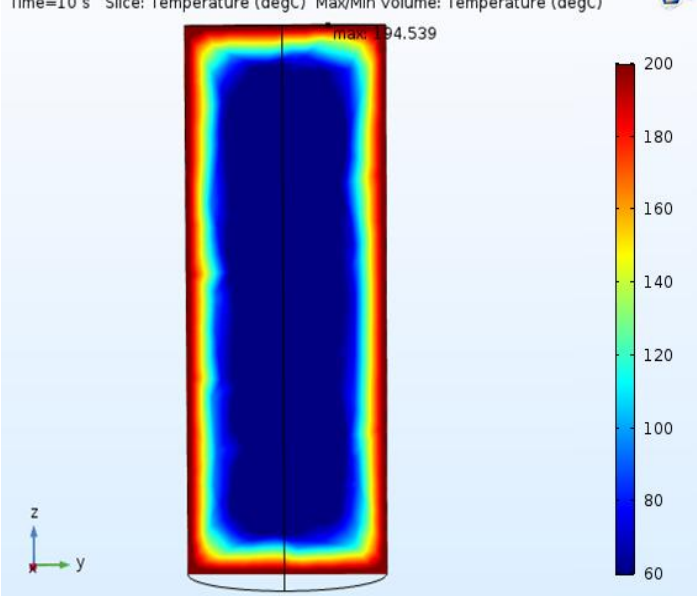
IV.4.2 Résultats et interprétation

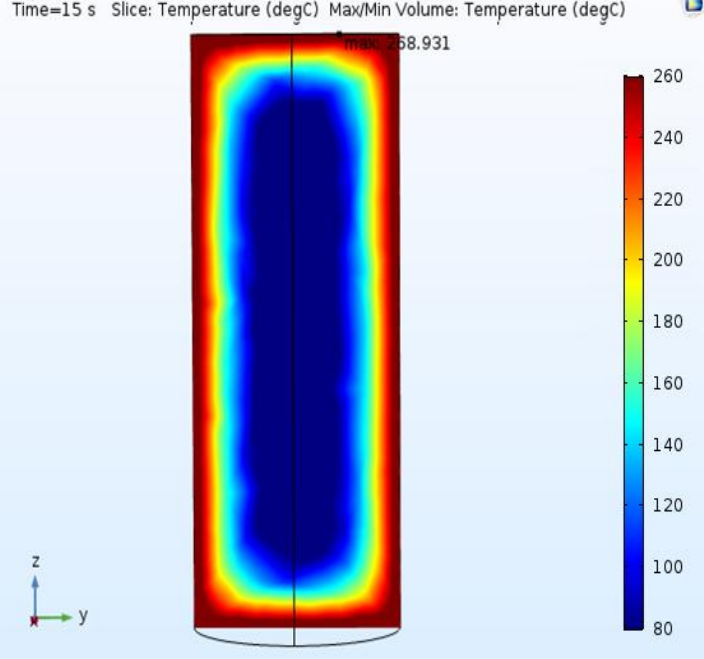
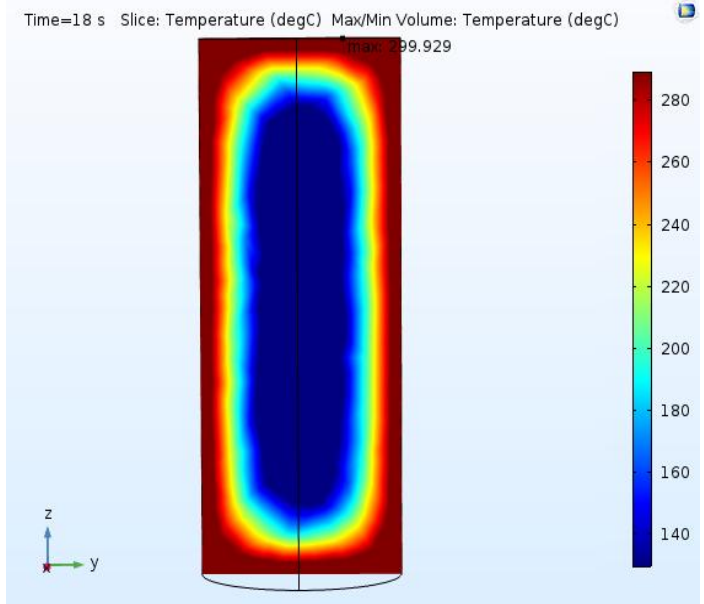
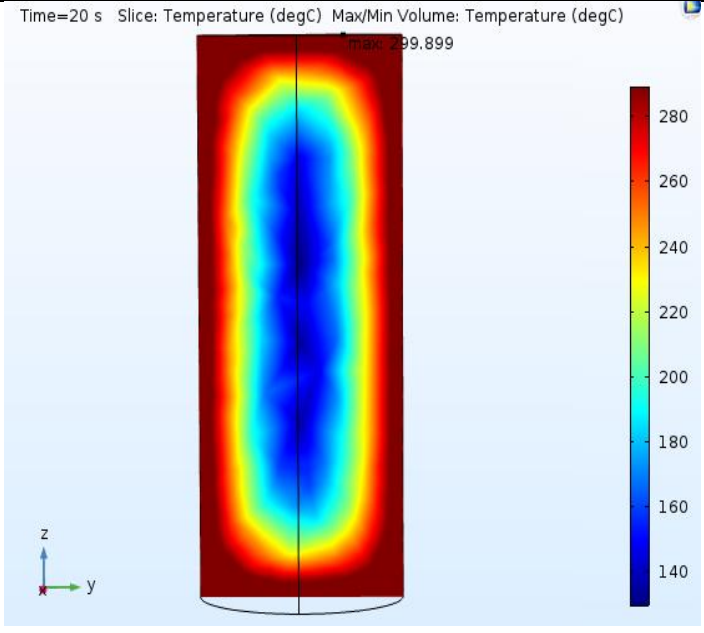
Après calcul selon les paramètres décrits dans le chapitre précédent, nous avons obtenu les résultats suivants.

IV.4.2.1 Distribution de température

Les variations de champ de température au cours de chauffage sont présentées dans le tableau IV.8 selon une coupe longitudinale du cylindre.

Tableau IV.8 : résultat de la distribution de la température en deux dimensions (période de chauffage)

Le temps (s)	La distribution de la température	Tmax et Tmin (C°)
5		<p>Tmax =117</p> <p>Tmin=57</p>
10		<p>Tmax =194</p> <p>Tmin=71</p>

<p style="text-align: center; font-size: 24pt;">15</p>	<p>Time=15 s Slice: Temperature (degC) Max/Min Volume: Temperature (degC)</p> 	<p style="text-align: center;">Tmax =269</p> <p style="text-align: center;">Tmin=94</p>
<p style="text-align: center; font-size: 24pt;">18</p>	<p>Time=18 s Slice: Temperature (degC) Max/Min Volume: Temperature (degC)</p> 	<p style="text-align: center;">Tmax =300</p> <p style="text-align: center;">Tmin=120</p>
<p style="text-align: center; font-size: 24pt;">20</p>	<p>Time=20 s Slice: Temperature (degC) Max/Min Volume: Temperature (degC)</p> 	<p style="text-align: center;">Tmax =300</p> <p style="text-align: center;">Tmin=140</p>

La distribution de la température dans la pièce au cours de chauffage est décrite dans la figure IV.17.

Cette distribution permet de localiser la répartition de la température en fonction de la profondeur de la pièce et du temps, les températures sont présentées au milieu géométrique du cylindre. La cinétique de chauffage est plus rapide en surface que dans le cœur.

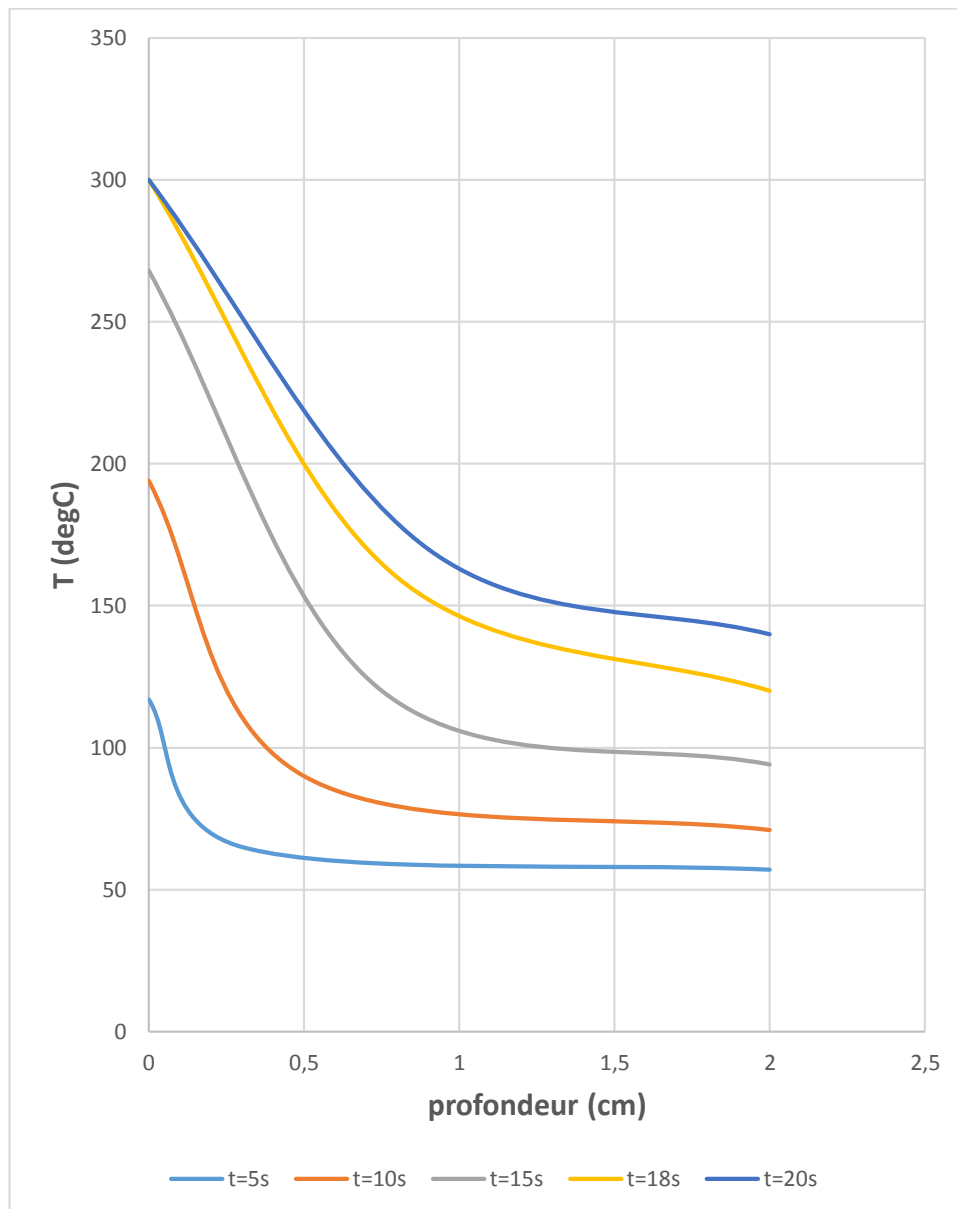
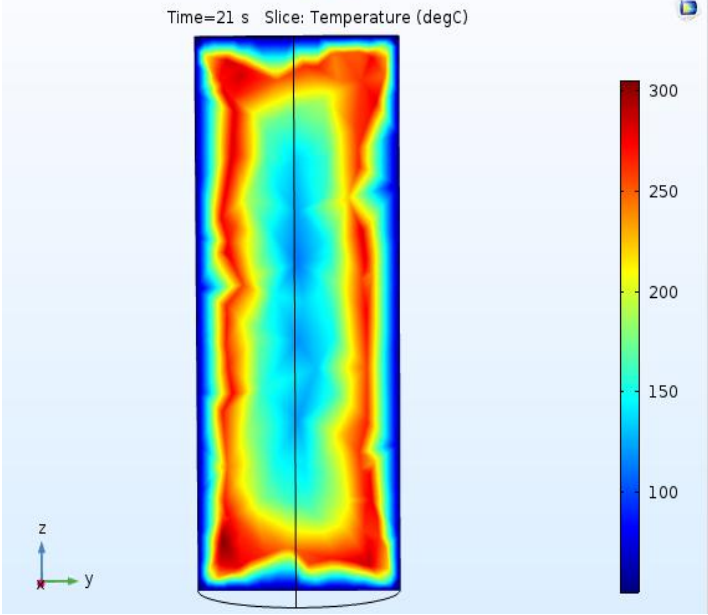
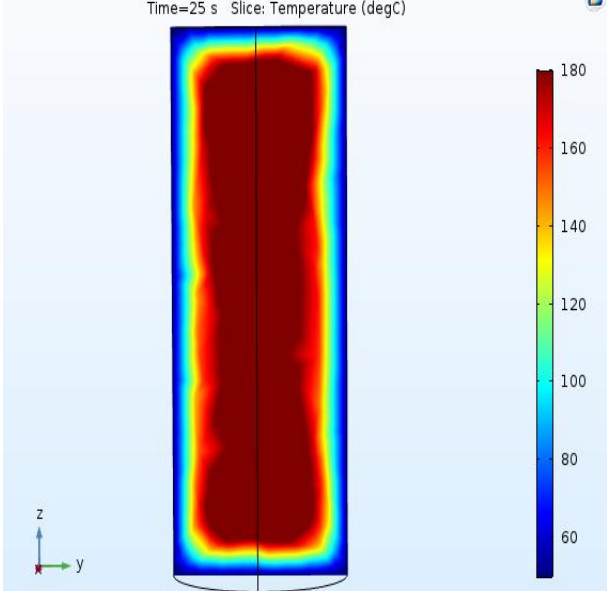


Figure IV.17 : distribution de la température en fonction de profondeur de la pièce (période de chauffage)

Les variations de champ de température au cours de refroidissement sont présentées dans le tableau IV.9 selon une coupe longitudinale du cylindre.

Tableau IV.9 : résultat de la distribution de la température en deux dimensions (période de refroidissement)

Le temps (s)	La distribution de la temperature	Tmax et Tmin (C°)
21	 <p>Time=21 s Slice: Temperature (degC)</p> <p>The plot shows a vertical cross-section of a cylindrical object. The temperature distribution is non-uniform, with the highest temperatures (red, up to 300°C) concentrated in the upper and lower regions, and the lowest temperatures (blue, down to 111°C) in the central vertical region. A color scale on the right indicates temperatures from 100 to 300°C. A 3D coordinate system (x, y, z) is shown in the bottom left corner.</p>	<p>Tmax =300</p> <p>Tmin=111</p>
25	 <p>Time=25 s Slice: Temperature (degC)</p> <p>The plot shows the same vertical cross-section. The temperature distribution has become more uniform and significantly lower overall. The highest temperatures (red, up to 170°C) are now concentrated in the upper and lower regions, while the central region is also much cooler. A color scale on the right indicates temperatures from 60 to 180°C. A 3D coordinate system (x, y, z) is shown in the bottom left corner.</p>	<p>Tmax =170</p> <p>Tmin=50</p>

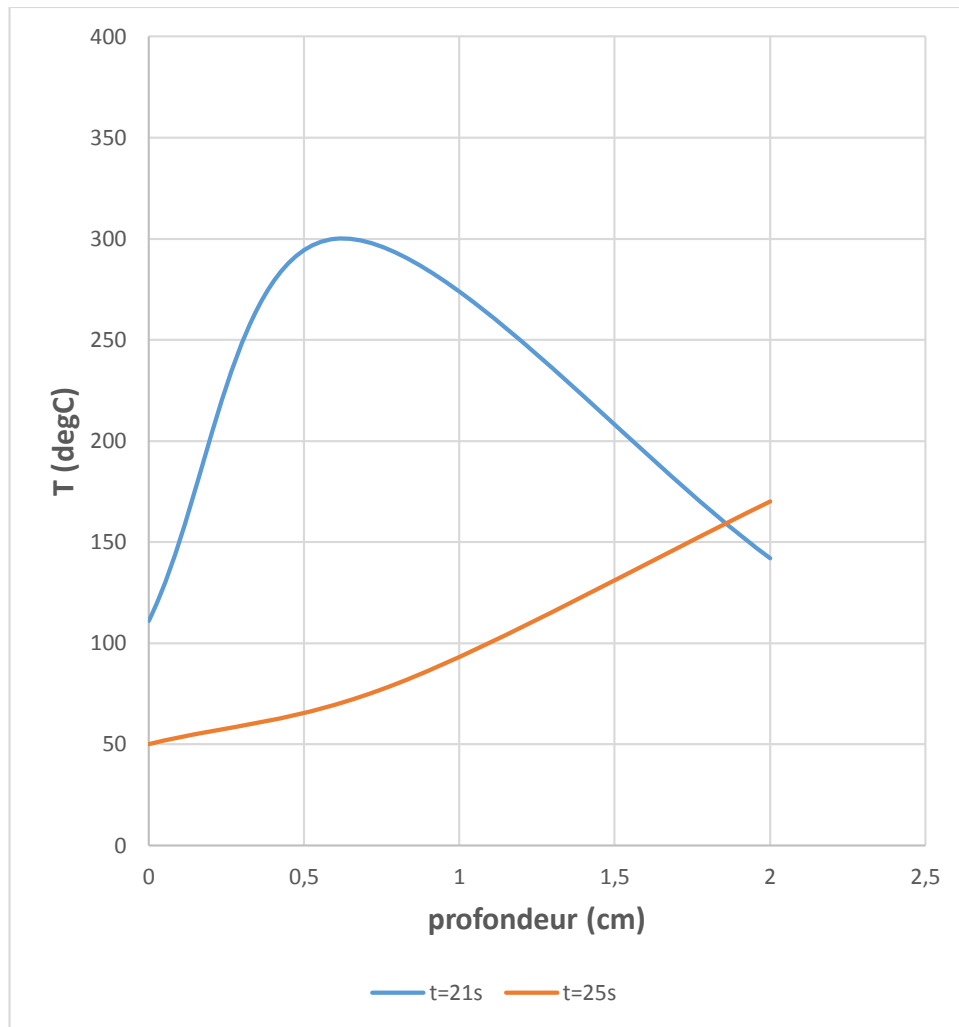


Figure IV.18 : courbes de la distribution de la température en fonction de profondeur de la pièce (période de refroidissement)

IV.4.2.2 Distribution des contraintes

Les répartitions des contraintes en fin de chauffage sont présentées dans la figure IV.19

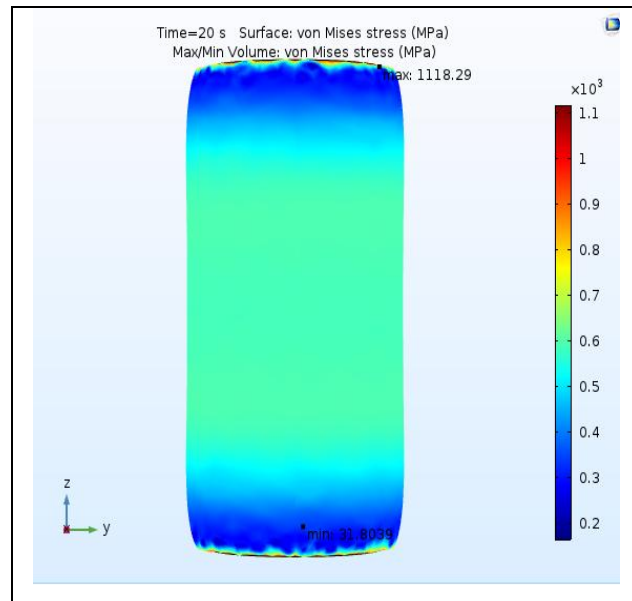


Figure IV.19 : Les répartitions des contraintes en fin de chauffage

Les répartitions des contraintes en fin de refroidissement sont présentées dans la figure IV.20

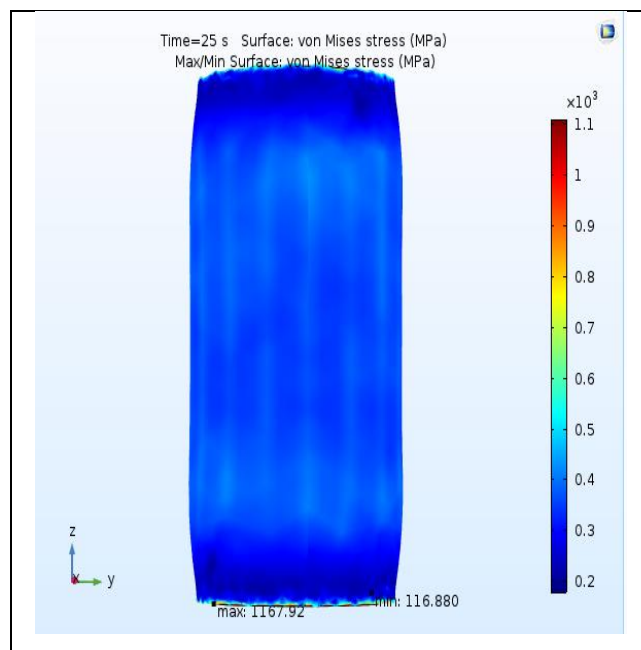


Figure IV.20 : Les répartitions des contraintes en fin de refroidissement

La distribution de contrainte à l'intérieur du cylindre est présentée dans la figure IV.21 en fin de chauffage et fin de refroidissement.

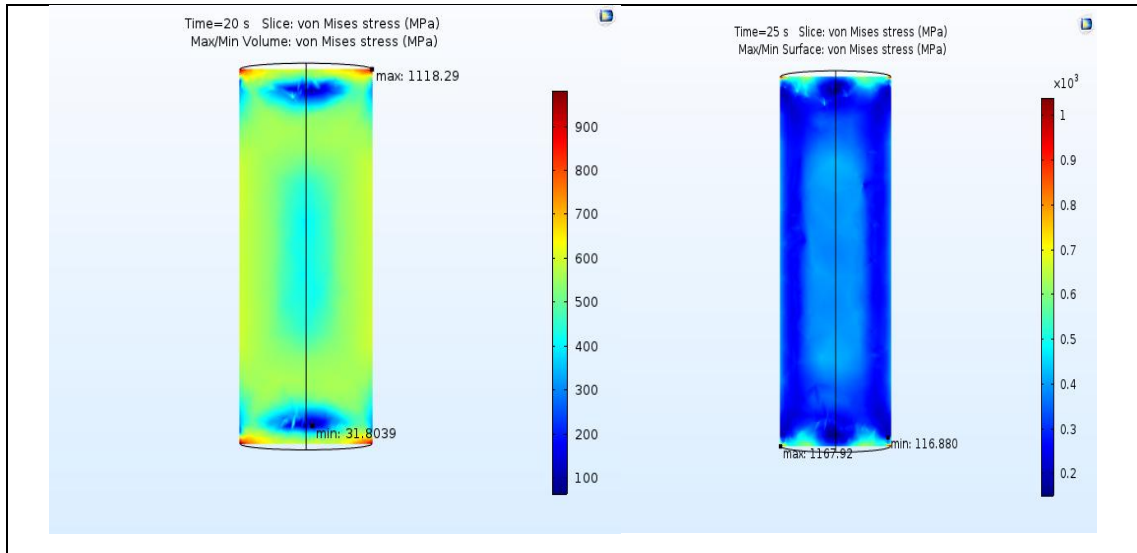


Figure IV.21 : résultat de la variation de le champ de contraintes en 2D entre le chauffage et le refroidissement

La distribution des contrant a la surface en fin de chauffage et en fin de refroidissement est décrite dans la figure IV.22

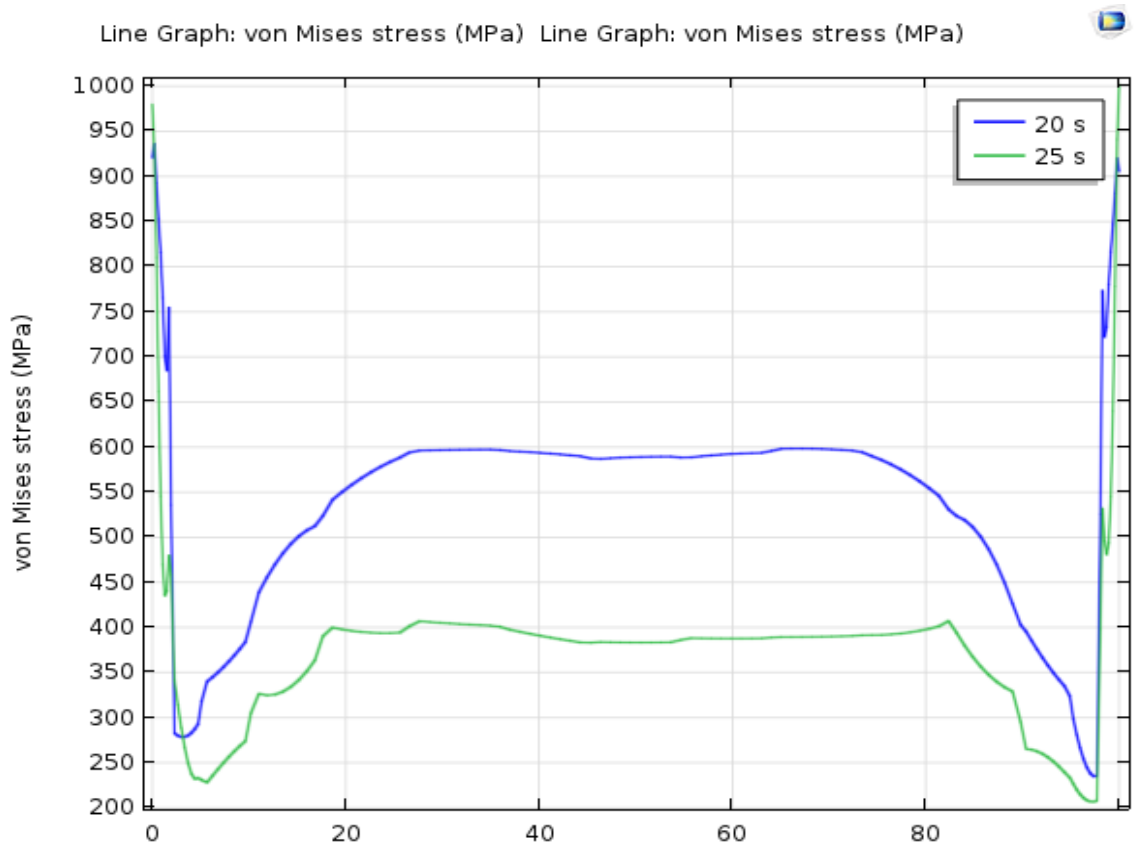


Figure IV.22 : la variation de le champ de contraintes sur la surface entre deux instants t=20s fin de chauffage et t=25s fin de refroidissement

IV.4.2.3 Distribution des déformations

Les répartitions des déformations en fin de chauffage sont présentées dans la figure IV.23

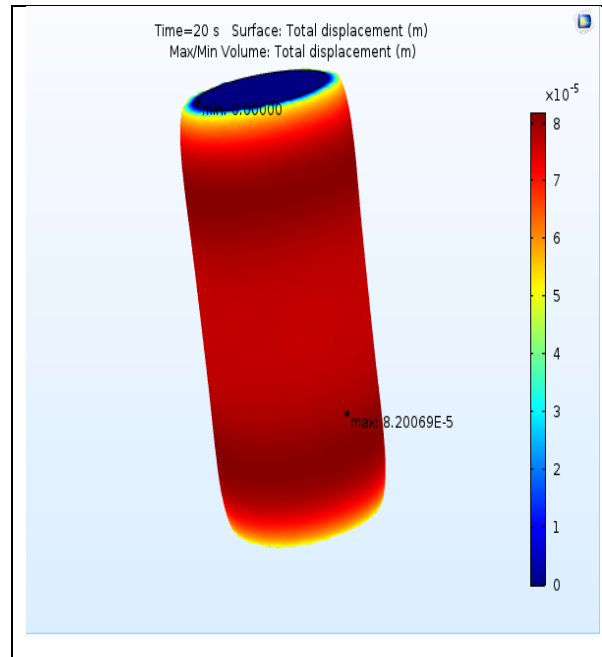


Figure IV.23 : Les répartitions des déformations en fin de chauffage

Les répartitions des déformations en fin de refroidissement sont présentées dans la figure IV.24

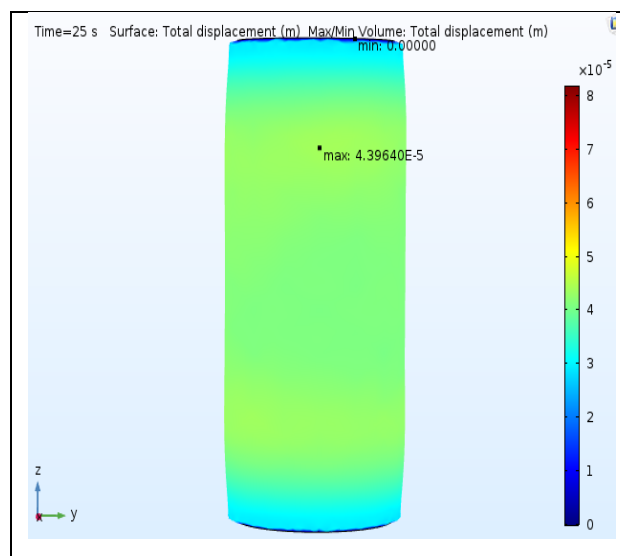


Figure IV.24 : Les répartitions des déformations en fin de refroidissement

La distribution de déformation à l'intérieur du cylindre est présentée dans la figure IV.25 en fin de chauffage et fin de refroidissement.

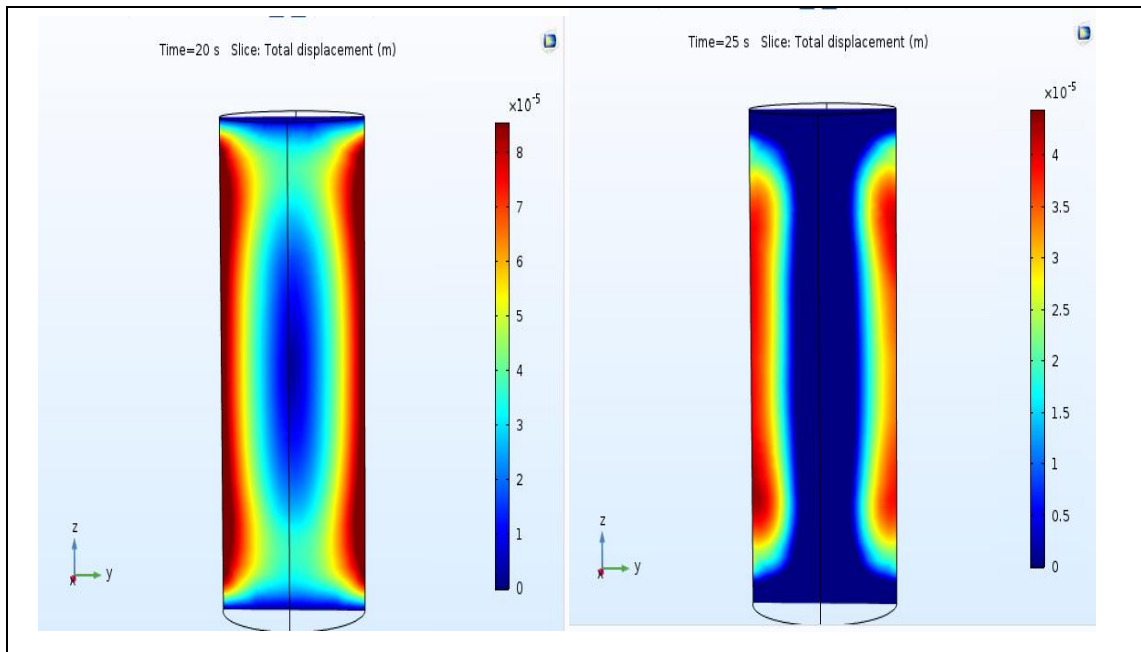


Figure IV.25 : résultat de la variation de la déformation en 2D entre le chauffage et le refroidissement

La distribution des déformations à la surface en fin de chauffage et en fin de refroidissement est décrite dans la figure IV.26.

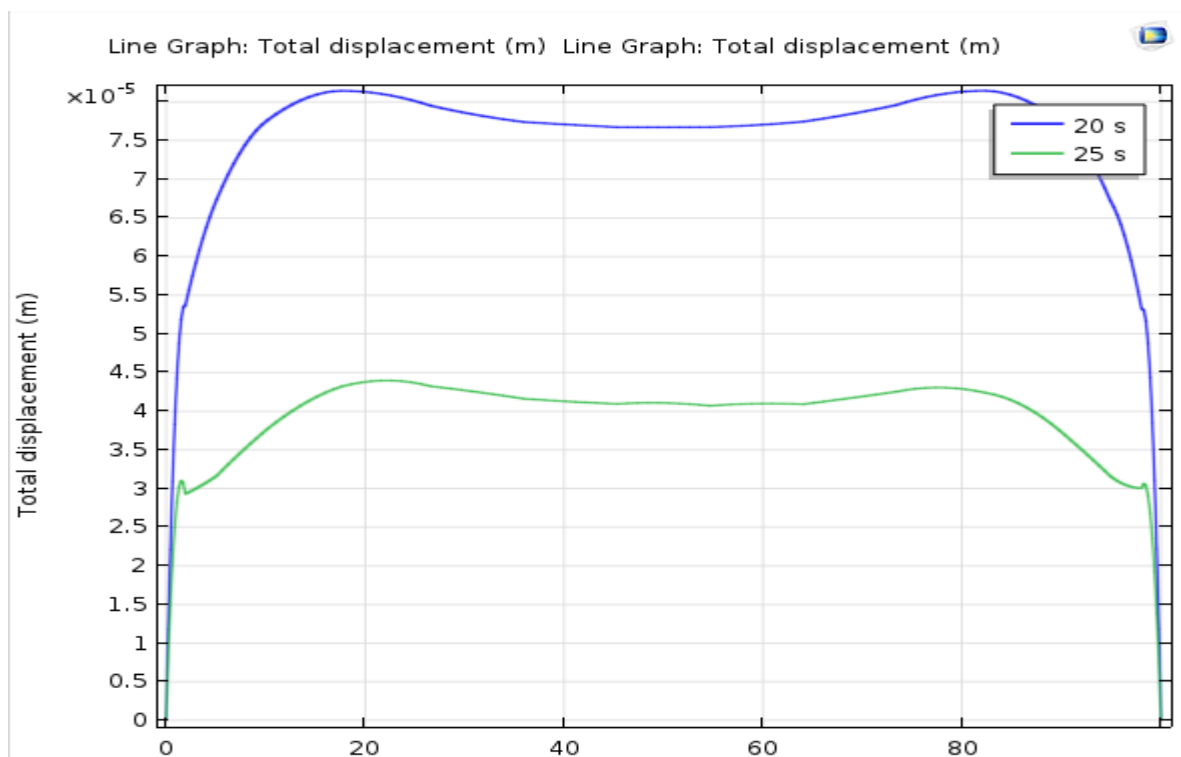


Figure IV.26 : la variation de déformation sur la surface entre deux instants t=20s fin de chauffage et t=25s fin de refroidissement

IV.4.2.4 Interprétations

Les tableaux IV.8 et IV.9 montrent la distribution de température en deux dimensions au cours du cyclage thermique, chaque nuance de couleur représente un champ de température. La figure IV.17 montre l'évaluation de température dans l'épaisseur de la pièce pour 5 instants de période de chauffage, nous voyons bien que l'augmentation de la valeur de température est plus rapide sur la surface, alors qu'elle augmente plus lentement dans le cœur de la pièce, et on remarque aussi que à l'instant $t=18s$ la température attend la valeur maximale (300 C^0) donc le temps de maintien de la pièce et de 2s.

La figure IV.18 montre l'évaluation de température dans l'épaisseur de la pièce pour deux instants, nous voyons bien la chute de température de la surface de 300 C^0 à 120 C^0 pendant une seconde alors qu'elle reste assez haute à une profondeur de 0.5 mm de la pièce et aussi nous voyons que la température de cœur de la pièce ($R=0$) augmente pendant la phase de refroidissement cette augmentation revient à l'évacuation de température de domaine le plus chaud vers le profondeur de la pièce.

Les figures IV.19 et IV.20 montrent la distribution de champ de contrainte entre deux instants l'une correspond au fin de phase de chauffage et l'autre celle de refroidissement, on remarque que pour les deux phases la concentration des contraintes est maximale au niveau des surfaces bordées, on peut expliquer ça par l'existence des contraintes mécanique d'origine thermique exercées par la porte d'éprouvette sur les extrémités de la pièce pour empêcher la dilatation longitudinale.

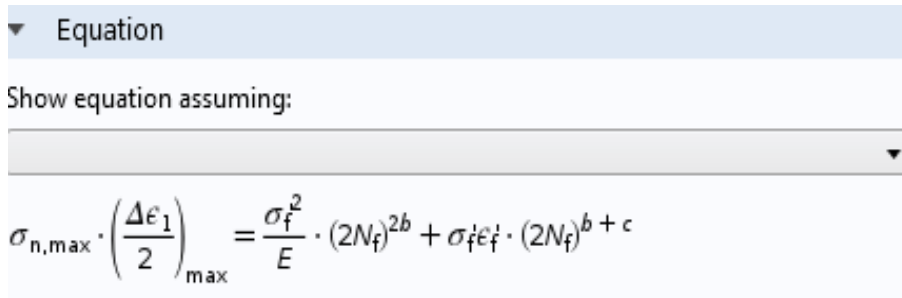
Les figures IV.23, IV.24 et IV.25 montrent que la valeur maximale du déplacement se situe sur la surface latérale de cylindre pour les deux phases, on remarque aussi que les déplacements diminuent dans la profondeur, et ils sont très faibles au cœur de la pièce. La figure IV.26 montre le changement de déformation entre la phase de chauffage et la phase de refroidissement.

IV.4.3 Simulation de la durée de vie en fatigue

Dans cette section on utilise les résultats précédents (les résultats du premier cycle) pour calculer la durée de vie de notre pièce. En utilisant le module fatigue dans logiciel Comsol pour simuler la fatigue.

IV.4.3.1 Equation mathématique

L'équation de Coffin-Manson qui exprime la durée de vie en fatigue se présente sous la forme suivante.



$$\sigma_{n,max} \cdot \left(\frac{\Delta \epsilon_1}{2}\right)_{max} = \frac{\sigma_f^2}{E} \cdot (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \epsilon_f' \cdot (2N_f)^{b+c}$$

Figure IV.27: capture d'écran des équations utilisées pour le calcul de la fatigue

IV.4.3.2 Les propriétés de la fatigue

Le matériau utilisé est l'acier inoxydable duplex 2205 et la bibliothèque n'inclut pas par défaut certaines propriétés comme celles de la fatigue. Il faut alors les ajouter puis introduire leurs valeurs que nous avons cherchées dans les références bibliographiques.

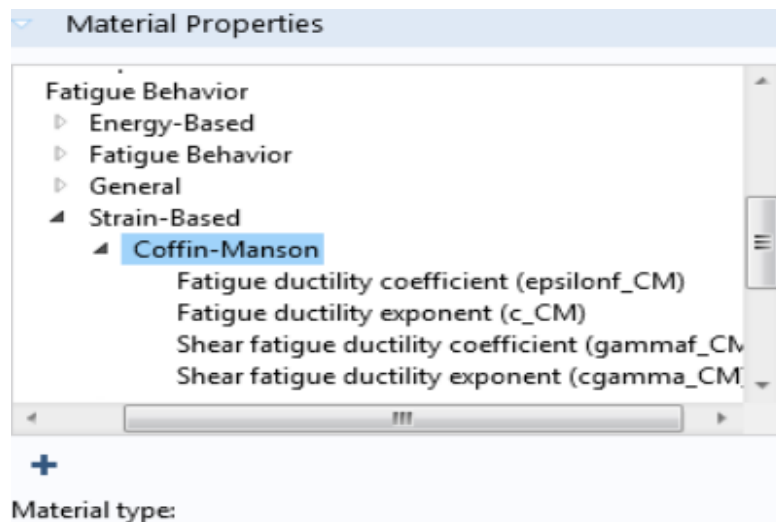


Figure IV.28: capture d'écran de la liste des propriétés de fatigue

Pour les aciers dont la dureté est inférieure à 500HB ont un coefficient de résistance à la fatigue est ;

$$\sigma_f' = R_m + 345 = 1022 \text{ MPa.}$$

L'exposant de résistance à la fatigue varie selon l'état métallurgique du matériau. Il est égal à $b=0.088$ en moyenne pour les aciers duplex

L'exposant de ductilité sous fatigue quant à lui varie avec la réduction de la section en traction. L'acier 2205 à une réduction de la section près de 56% ce qui nous donne une valeur de $\sigma'f$ égale à 0.821 [1].

L'exposant de ductilité à la fatigue a fait l'objet de beaucoup d'études. Ainsi, Coffin a trouvé une valeur de -0.5 et quant à Manson, il a trouvé la valeur de -0.6. La contribution de Moro a été de définir un intervalle [-0.7 ; -0.5] selon l'état métallurgique. On en sort avec une valeur moyenne de (-0.6), alors que $c=-0.5$ pour les aciers recuits et $c=-0.7$ pour les aciers écrouis. Dans notre cas nous avons estimé la valeur de $c=-0.65$ [1].

IV.4.3.3 Résultats et interprétation

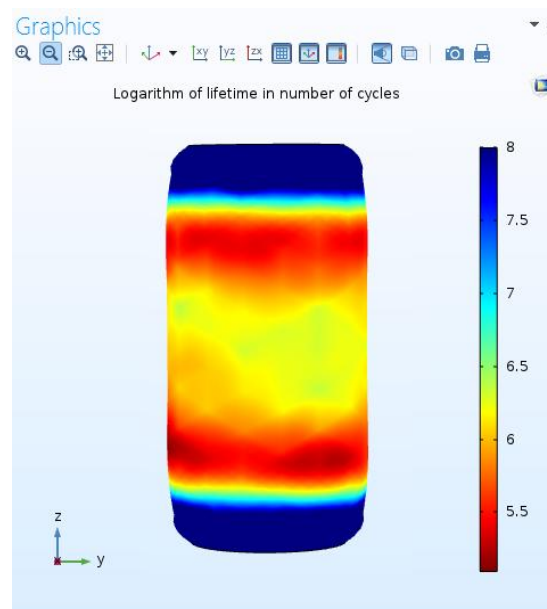


Figure IV.29 la durée de vie de la pièce

Chaque nuance de couleur représente une valeur différente de la durée de vie, nous voyons bien qu'il y'a une variation de la valeur de durée de vie sur la pièce, cela serait due que la fatigue thermomécanique impose des sollicitations hétérogène, et la valeur minimale de la durée de vie correspond au domaine où la déformation est plus importante. Cela s'expliquerait par le fait que la loi de Manson-Coffin est exprimée en fonction de la déformation.

Interprétation

La loi de Manson-Coffin s'exprime en fonction de la déformation, et la durée de vie est inversement proportionnel à la déformation. Nous voyons bien que les résultats sont en accord avec la distribution des déformations au cours du cyclage (Figure IV.25).

Lorsque la déformation est importante (en fin de cycle environ $40 \mu m$) la durée de vie est minimale et $N_r = 10^{5.5}$ cycles, avec N_r nombre des cycles, et pour des faibles déformations (Inférieure à $20 \mu m$) la durée de vie est maximale (plus que 10^7 cycles). Pour les calculs de durée de vie nous considérons la valeur minimale de N_r et elle est égale à $10^{5.5}$ cycles.

Conclusion générale

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude nous avons modélisé le problème d'endommagement à travers un ensemble de phénomènes physiques dans le but de simuler le comportement d'une pièce cylindrique dans les conditions de la fatigue thermique. C'est donc un travail pluridisciplinaire faisant appel à une multitude de notions techniques décrivant des facteurs interdépendants.

Les équations utilisées peuvent difficilement être discrétisés. Il faut donc une puissance de calcul assez importante. Il y a là intervention de la méthode de calcul utilisée. Nous avons utilisé le logiciel « COMSOL Multiphysics 5.2 » qui se base sur la discrétisation par la méthode des éléments finis. Bien que la méthode consomme beaucoup de ressources du calculateur, elle reste très performante et la plus recommandée d'entre les autres méthodes notamment pour les calculs des déformations.

Tous les résultats précédents servent de paramètres d'entrée pour le calcul de la fatigue thermomécanique. C'est donc une étape incontournable pour définir les paramètres de fatigue. Nous avons réussi à calculer approximativement la durée de vie d'une pièce en acier inoxydable duplex USN S 3180 3.

Nous avons aussi réussi à calculer les paramètres de lois de propagation « loi de Paris » selon la norme AFNOR A 03-404 [ANF-91]. Les résultats nous ont permis de déduire l'influence de temps de maintien d'une pièce à haute température sur la vitesse de propagation et la durée de vie.

Cette étude exige plus d'intérêt car elle permet de comprendre le comportement à l'échelle micrographique et macrographique de l'acier duplex fonctionnant dans des conditions de fatigue thermique. L'utilisation du logiciel Comsol permet de donner des résultats difficilement à obtenir par l'expérimentation pour les deux raisons suivantes :

- le logiciel permet des calculs pour un nombre de cycle très élevés (plus de 100 million de cycles)
- rapidité de calcul
- possibilité de travailler avec plusieurs paramètres simultanément.

Ainsi on peut prévoir la fissuration et la durée de vie des structures et des composants en acier duplex et en autre élément. Ce qui est un apport très important sur les plans sécuritaire, -technologique et économique.

Mais il n'en reste pas moins que nous avons négligés tous les types de défauts (géométriques, d'usinage, qualité de surface...etc.). Une caractérisation de l'état métallurgique et mécanique s'impose pour une étude plus pointue et plus fiable.

Référence bibliographiques

References bibliographiques

- [1]. ASM International, ASM Handbook Volume 1: Properties and Selection: Irons, Steels, and High Performance Alloys, ASM International, 2005.
- [2]. William D. Callister, Jr. Et David G. Rethwisc : materials science and engineering: an introduction, Wiley, 2010.
- [03] P.J.Cunat ; Aciers inoxydables : Propriétés. Résistance à la corrosion, Techniques de l'ingénieur, M4541, Juin 2000.
- [4] P.J.Cunat ; Aciers inoxydables : Critères de choix et structure, Techniques de l'ingénieur, M4540, 2000.
- [5] M.Colombie et coll : Matériaux métalliques, DUNOD Paris, 2000.
- [6] J. Barralis, G. Maeder : Précis de Métallurgie, élaboration, structures- propriétés et normalisation.
- [7] J. Barralis, G. Maeder : Métallurgie, tome 2, alliage ferreux, 1983.
- [8] P.Lacombe, B.Baroux : Conséquence sur les traitements thermiques dans les aciers inoxydables, 1990.
- [9] M.Grumbach Vieillissement des aciers, Techniques de l'ingénieur, Traité Matériaux métalliques, M235, 1993
- [10] : V. Maillot ; Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-09 (AISI 304L). CEA SACLAY, Janvier 2004.
- [11] P.Lefèvre, M.Poupard, L.Primot, Y.Vendeville, A.Vieu ; Choix et mise en œuvre des aciers inoxydables dans les industries agro-alimentaires et connexes, principes généraux (Vol 1), Publications CETIM, 1996.
- [12] P.Lacombe, B.Baroux, Béranger ; Les aciers inoxydables, Editions Physique, 1990.
- [13] P.Gympel, N.Arlt : Les aciers inoxydables, Editeur Tec et Doc, Paris, 1990.

- [14] V.Calonne ; Propagation de fissure par fatigue dans les aciers austéno-ferritiques moulés : Influence de la microstructure, du vieillissement et de la température d'essai, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 13 Juillet 2001.
- [15] Iris Alvarez-Armas; Duplex Stainless Steels: Brief History and Some Recent Alloys. Recent Patents on Mechanical Engineering, Vol 1, N°1 ; 2008.
- [16] Michel DUPEUX ; Aide-mémoire Sciences des matériaux. Edition DUNOD, Paris 2004.
- [17] J.Variot ; Les aciers inoxydables austéno-ferritiques et la fabrication d'appareils en aciers austéno-ferritiques, METAUX Corrosion-Industrie, 20 Novembre 1984.
- [18] W.Zhang Probing; Heat transfer, fluid flow and microstructural evolution during fusion welding of alloys, PhD thesis, The Pennsylvania State University, August 2004.
- [19] P. Lacombe, B. Baroux, G. Béranger ; Les aciers inoxydables, Éditions physique, 1990.
- [20] A. Desestret, R. Mayoud ; Les aciers inoxydables austéno- ferritiques et la fabrication d'appareils en aciers austéno- ferritiques, Revue de Métallurgie, 1984.
- [21] P. J. Cunat ; Propriétés, Résistance à la corrosion, Technique de l'ingénieur, M 4541, 2000.
- [22] W. C. Kovach High; performance stainless steels, Technical Marketing Ressources.
- [23] V. Maillot ; Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue dans un acier inoxydable austénitique type 304L, Thèse de doctorat, École central de LILLE, 2003.
- [24] Fatigue sollicitation thermique, Journées organisées par la commission de fatigue de la société Française de Métallurgie et de métaux.
- [25] I. Virkkunen; Thermal fatigue of austenitic and duplex stainless steel, these of doctor of science, Helsinki University of Technology, 2001.
- [26] S.S.Manson ; Les contraintes d'origine thermique, edition Dunod, Paris, 1967.
- [27] M. E. Djeghlal ; Contribution à l'étude du comportement en fatigue et en choc thermique d'une fonte à graphite sphéroïdale en fonction de la structure de la matrice et élément d'alliages, Thèse de magister, USTHB, Alger, 1990.

- [28] C. Bathias, J. P. Bailon ; La fatigue des matériaux et des structures, Maloine S. A éditeur Paris, 1980.
- [29] F. Alexander ; Aspect probabilistes et microstructuraux de l'amorçage des fissures de fatigue dans l'alliage INCO 718, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2004.
- [30] M. Trimbach ; Vieillissement des aciers, Technique de l'ingénieur, M 235, MB3.
- [31] K. Lazizi ; Comportement en conditions de fatigue thermique de l'acier inoxydable austénitique 304 soudé par procédé TIG, thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 2008.
- [32]. C. Lemaignan, la rupture des matériaux, EDP sciences, 2003.
- [33] V. Calonne ; Propagation de fissures par fatigue dans les aciers austéno-ferritiques moulés, influence de la microstructure, du vieillissement et de la température d'essai, Thèse de doctorat, École National Supérieure des Mines de Paris, 2001
- [34] W. Elber; Fatigue crack closure under cyclic tension. Engineering Fracture Mechanics 1970.
- [35]. Yeo Pu Zhong Oliver; Comparison of finite difference and finite volume methods & the Development of an educational tool for the Fixedbed gas adsorption problem, final year project, National University of Singapore, 2011.
- [36]. Pierre Spiteri, Introduction à la méthode des éléments finis, techniques de l'ingénieur, AF 504, 2005.
- [37]. Zorica Pantic-Tanner; J. Scott Savage, Two-Dimensional Singular Vector Elements for Finite Element Analysis, IEEE, 1998.
- [38]. Alexandre Ern ; Aide-Mémoire : Eléments finis, DUNOD, 2005.
- [39] R.L. Panton; Incompressible Flow, 2nd ed., John Wiley and Sons, 1996.
- [40] I. Harari and T.J.R. Hughes, What are C and h? Inequalities for the Analysis and Design of Finite Element Methods, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg, Vol. 97, 1992.
- [41] Y. Bazilevs, V.M. Calo, T.E. Tezduyar, and T.J.R. Hughes; Discontinuity Capturing for Advection-dominated Processes with Application to Arterial Drug Delivery, Int.J.Num. Meth. Fluids, Vol. 54, 2007.

[42] T.J.R. Hughes and M. Mallet; A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamics: III. The Generalized Streamline Operator for Multidimensional Advective-Diffusive System, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg*, Vol. 58, 1986.

[43] G. Hauke and T.J.R. Hughes; A Unified Approach to Compressible and Incompressible Flows, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg*, Vol. 113, 1994.