

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

المكتبة الوطنية للتقنية
BIBLIOTHEQUE - المكننة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

Application d'une Procédure
informatique au Diagnostic
d'un moteur à combustion
interne

Proposé par :
M^{re} W. KUROWSKI

Étudié par :
HAMDAN S.

Dirigé par :
M^{re} W. KUROWSKI

PROMOTION JUIN 1987



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة
BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE
PROMOTEUR: KUROWSKI. WALDEMAR
ELEVE INGENIEUR: HAMDAN. SAAD

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
فرع الهندسة الميكانيكية
الموجه: ولدمار كيروفسكي
الطالب المهندس: حمدان سعد

الموضوع: إعداد طريقة معلوماتية لتشخيص حالة محرك ذي اشتعال داخلي
الصلحس: يهدف هذا المشروع إلى إعداد طريقة معلوماتية تتضمن
إتقان الترشيح العددي وانبثاء طريقة (F.F.T) محضمة،
ثم استخدام هذه الطرق وطرق الحساب الفيلطي وطريقة
(ZOOM-FFT) في اطار تجربة على محرك ذي اشتعال داخلي

Sujet: Mise en oeuvre d'une procédure informatique pour le diagnostic
d'un moteur à combustion interne.
Resumé: Ce projet consiste en l'élaboration d'une procédure informatique
comportant une étude de filtrage numérique, l'élaboration d'une
(FFT) ainsi que l'utilisation du cepstre et du (ZOOM-FFT)
appliqués au diagnostic d'un moteur à combustion interne.

Subject: Diagnosis of internal combustion engine with an
computation procedure.
Abstract: This investigation consist in the establishment of computation
procedure witch contents in a study of numerical filtering,
an (FFT) elaboration, the using of cepstral and (ZOOM-FFT)
analysis for diagnosis of internal combustion engine.

REMERCIEMENTS.

Je tiens à remercier tout particulièrement
monsieur W. KUROWSKI pour sa précieuse
collaboration et ses directives judicieuses aux
moments opportuns.

Je remercie également l'ensemble des personnes qui,
de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de
cette étude.

Je cite particulièrement les étudiants et les étudiantes
que j'ai cotoyés un semestre durant.

Alger le 06-06-1987

TABLE DES MATIERES.

CHAPITRE I : INTRODUCTION ET BUT DE L'ETUDE

I- INTRODUCTION AU DIAGNOSTIC DES MACHINES... 1

II- BUT DE L'ETUDE 2.

CHAPITRE II : ECHANTILLONNAGE DES SIGNAUX VIBROACOUSTIQUES

I- PRINCIPE 3

II- THEORIE DE L'ECHANTILLONNAGE..... 4

CHAPITRE III: PROCEDURE, F.F.T

I- INTRODUCTION 9

II- TRANSFORMATION DE FOURIER RAPIDE. . . 9

III- EXPLOITATION DES RESULTATS DE LA FFT. . 12.

CHAPITRE IV: LE FENETRAGE.

I- INTRODUCTION 14

II- DEFINITIONS 14

III- PARAMETRES INFLUENCANT LE CHOIX D'UNE
 FENETRE 16

IV- EXPERIENCE 18

V- INTERPRETATION 22

CHAPITRE V : LE FILTRAGE

I. INTRODUCTION	25
II. CHOIX DU TYPE DE FILTRE	27
III. PRESENTATION DES FILTRES R.I.F	30
IV. CALCUL DES COEFFICIENTS D'UN FILTRE A PHASE LINEAIRE PAR LA METHODE DES MOINDRES CARRES	32

CHAPITRE VI : ETUDE DES TECHNIQUES DU CEPSTRE ET DU ZOOM

I. ANALYSE CEPSTRALE	37
II. ETUDE DU ZOOM	40

CHAPITRE VII : EXPERIMENTATION DE LA PROCEDURE

I. EXPERIENCE DE SIMULATION	43
II. CAS REEL	45

CONCLUSION	47
----------------------	----

ANNEXE 1 : RAPPELS MATHEMATIQUES

ANNEXE 2 : PROGRAMMES

SYMBOLES ET NOTATIONS UTILISEES.

T_e : periode d'échantillonnage du signal.

F_e : fréquence d'échantillonnage du signal $F_e = \frac{1}{T_e}$

γ_0 : finesse d'analyse ou résolution spectrale $\gamma_0 = \frac{1}{N \cdot T_e}$

γ_N : fréquence de NYQUIST $\gamma_N = \frac{1}{2T_e}$

T_0 : durée de l'observation.

N : nombre d'échantillons du signal.

N_1 : nombre maximum d'échantillons possible d'utiliser sur le calculateur numérique.

N' : nombre de coefficients du filtre

N_0 : nombre d'échantillons contenus dans la bande de fréquence du filtre choisie.

CHAPITRE I : INTRODUCTION ET BUT DE L'ETUDE.

I INTRODUCTION AU DIAGNOSTIC DES MACHINES.

plusieurs techniques diagnostiques sont utilisées en maintenance industrielle, on notera en autres les techniques basées sur :

- L'entretien préventif :

Il nécessite l'arrêt fréquent des machines donc une diminution du rendement.

la fréquence de ces opérations de contrôle est basée sur l'expérience et son choix en est laissé au constructeur.

- L'entretien prédictif :

Il est lui basé sur une technique prédictive et qui, contrairement au précédent, est utilisé d'une manière plus rationnelle.

Il permet aussi de déterminer l'organe defectueux ainsi que la date approximative à laquelle s'imposera l'intervention [6,7]

Le diagnostic des machines est basé sur l'exploitation des informations contenues dans une des grandeurs physiques utilisables [8]

Le choix des signaux vibroacoustiques est motivé par le fait que ceux-ci sont riches en informations [9,7]

II BUT DE L'ETUDE .

Ceci nous amène à définir le but de l'étude .

Il consiste à élaborer une technique prédictive pour le diagnostic des machines tournantes basée sur les vibrations engendrées par lesdites machines.

Cette technique sera basée sur un traitement numérique du signal vibroacoustique, elle comprendra en outre:

- une procédure (F.F.T) pour pouvoir passer rapidement de la représentation temporelle du signal à sa représentation fréquentielle.
- Une procédure de filtrage numérique permettant de s'intéresser à une partie du signal en négligeant les autres parties et l'effet de cette troncature sur le reste du spectre.
- L'utilisation des méthodes ZOOM-FFT, pour présenter certains détails du spectre, et l'analyse cepstrale pour déterminer le temps d'arrivée de l'onde fondamentale et de ses échos provenant du signal à étudier, ainsi que des indications sur leur amplitudes relatives [7]

Elles permettent d'identifier les familles d'harmoniques étalées dans le spectre d'un signal vibroacoustique d'un moteur à combustion interne et de remonter à l'origine de ces vibrations c'est à dire d'attribuer à chaque famille d'harmoniques un organe ou une partie de la machine génératrice de ces fréquences [7,10]

CHAPITRE II : ECHANTILLONNAGE DES SIGNAUX VIBROACOUSTIQUES.

I PRINCIPE .

Pour pouvoir utiliser les signaux vibroacoustiques à l'aide d'une procédure informatique et des calculateurs numériques, nous avons recouru à la théorie de l'échantillonnage.

La conversion d'un signal analogique en un signal numérique implique une double approximation .

D'une part, dans l'espace des temps, le signal-fonction du temps $S(t)$ est remplacé par une suite $S(nT)$ de points distants de T secondes, c'est l'opération d'échantillonnage.

D'autre part, dans l'espace des amplitudes chaque valeur $S(nT)$ est approchée par un multiple entier d'un nombre q . c'est l'opération de quantification [2]

Les outils de base de cette numérisation sont l'analyse de FOURIER et la théorie des distributions.

Un résultat important de l'analyse de FOURIER est l'égalité de BESSEL - PARSEVAL pour des fonctions non périodiques:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 . df = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(t)|^2 . dt$$

Cette relation exprime la conservation de l'énergie d'un signal que ce soit dans sa représentation temporelle ou fréquentielle [2]
Cela permet d'utiliser la représentation fréquentielle du signal.

pour déterminer la distribution fréquentielle de l'énergie et par conséquent d'étudier la structure fréquentielle d'un objet réel.

II THEORIE DE L'ECHANTILLONNAGE.

1. Impulsion de DIRAC et peigne de DIRAC : [12,9]

celui-ci est défini par:

$$\pi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \quad \text{où } T_e \text{ est la période d'échantillonnage.}$$

Soit un signal $f(t)$ à échantillonner; cela revient à faire le produit $f(t)$ par $\pi(t)$. soit :

$$f(t) \cdot \pi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(nT_e) \cdot \delta(t - nT_e)$$

2. Finesse de l'échantillonnage : [7,9,12]

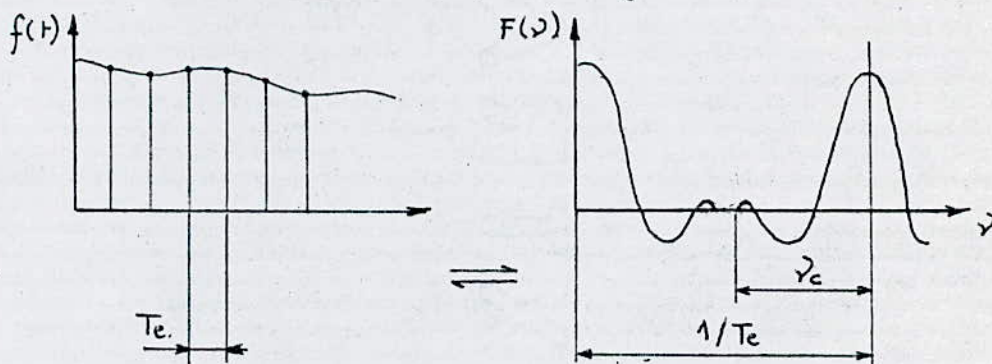


Fig -1- : signal échantillonné et sa transformée de FOURIER

On définit la finesse d'analyse comme étant :

$$\gamma_0 = \frac{1}{N \cdot T_e}$$

où :

- T_e représente la période d'échantillonnage.

- N est le nombre d'échantillons du signal.

- γ_c est la fréquence maximale contenue dans le signal.

On définit aussi la fréquence de NYQUIST comme étant :

$$\gamma_N = \frac{1}{2 \cdot T_e}$$

c'est à dire, la plus grande fréquence que

l'on pourra lire sur le spectre d'un signal.

3. Distorsions du spectre ou "aliasing" : [7]

L'examen de la figure 1 conduit à la constatation suivante :

si l'on augmente T_e on peut se trouver en présence du phénomène d'entrelacement, autour de γ_N , des spectres.

Ce chevauchement conduirait à une mauvaise interprétation des informations contenues dans le spectre.

Pour éviter ce phénomène on utilise le critère dit de NYQUIST ; qui dit que pour éviter le repliement des spectres autour de γ_N , il suffit d'échantillonner à une fréquence telle que γ_N soit au moins égale à la fréquence maximale contenue dans le signal

soit :

$$\frac{1}{2 \cdot T_e} \geq \gamma_c.$$

4. Etendue des fréquences : [8]

Dans le spectre d'un signal, la plus grande fréquence que

l'on peut trouver est la fréquence de NYQUIST.

$$\gamma_N = \frac{1}{2 \cdot T_e} = \gamma_{\max}$$

la plus petite des fréquences est quant à elle directement liée à la durée d'observation T_0 .

celle ci est égale à : $T_0 = N \cdot T_e$

Une limitation importante apparaît car T_0 ne peut être infinie vu le nombre fini à donner limité lui par la puissance du calculateur.

donc : $T_0 = N_1 \cdot T_e$

où : N_1 est le nombre maximum d'échantillons possible d'utiliser sur calculateur numérique.

soit : $\gamma_{\min} = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{N_1 \cdot T_e}$

L'étendue des fréquences sera :

$$\frac{1}{T_0} \leq \gamma \leq \frac{1}{2 \cdot T_e}$$

$$\frac{1}{N_1 \cdot T_e} \leq \gamma \leq \frac{1}{2 \cdot T_e}$$

5. Conclusions :

en vertu des résultats obtenus précédemment, on peut tirer les conclusions suivantes :

a- le choix de la fréquence d'échantillonnage γ doit obéir à 2 limitations opposées, à savoir :

i- $\gamma \leq \gamma_{\max} = \gamma_N = \frac{1}{2 \cdot T_e}$

pour éviter le phénomène de repliement du spectre autour de la fréquence de NYQUIST.

$$ii - \gamma_{Min} = \frac{1}{N_1 \cdot T_0} \leq \gamma$$

pour pouvoir exploiter les résultats sur calculateur numérique, nous devons limiter le nombre N_1 d'échantillons à utiliser; donc limiter la durée d'observation T_0 .

Celle-ci fait appel au concept de prise de signal et permet ainsi d'aborder l'étude du fenêtrage ou de l'influence de la limitation du temps d'observation sur le spectre et l'effet de cette troncature sur la qualité du spectre à analyser.

b. Par ailleurs, le travail avec un signal vibroacoustique réel n'impose pas la connaissance préalable de son spectre, donc de la fréquence à laquelle nous devons échantillonner celui-ci.

Pour ce faire, il faudrait augmenter γ_N vers l'infini dans l'espoir de satisfaire à 2 conditions :

- i. critère de NYQUIST donc pas de pertes d'informations et pas de repliement
- ii. travailler avec les capacités optimales du calculateur donc limiter γ_N [11,12]

L'augmentation infinie de ν_N est pratiquement impossible ; pour remédier à cet inconvénient, il faudrait éliminer toutes les composantes de fréquences supérieures à ν_N .

Pour ce faire, nous filtrerons le signal avec un filtre passe bas dont la fréquence de coupure correspondrait à ν_N . Par ailleurs, nous approximerons ν_N en vertu :

- de l'expérience dans le domaine des vibrations des machines tournantes (documentation spécialisée, travaux de recherche) [14, 15].
- du fait qu'à une certaine fréquence, un signal vibro-acoustique est peu informatif et que sa puissance est faible. un tel type de filtre sera étudié par la suite.

c- L'outil fondamental d'une telle étude est l'analyse de FOURIER dans le cas de signaux discrets, bénéficiant d'un calculateur numérique, l'utilisation de la D.F.T s'avère trop compliquée et demande beaucoup de temps de calcul.

Des algorithmes unifiés [2, 4, 12] basés sur la périodicité du signal à analyser permettent de réduire considérablement le temps de calcul : on parlera de procédure F.F.T.

CHAPITRE III : PROCEDURE F.F.T

I INTRODUCTION.

Toute fonction périodique peut se mettre sous la forme: [4]

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k \cdot e^{j \cdot k \cdot \omega x} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

T est la période.

les C_k peuvent s'écrire:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(x) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega x} dx$$

la méthode la plus simple pour calculer cette intégrale est la méthode des trapèzes; on approxime, en effet, la courbe séparant 2 échantillons voisins à une droite et on calcule l'aire du trapèze élémentaire ainsi formé.

En outre, elle nécessite $N \times N$ opérations de calcul.

L'utilisation d'une procédure F.F.T nous amènera à n'effectuer que $N \log N$ opérations, à condition que N se mette sous la forme $N = 2^r$.

II TRANSFORMATION DE FOURIER RAPIDE.

L'algorithme utilisé dans cette étude est basé sur celui de COOLEY-TUKEY. [9,12]

Si l'on échantillonne notre signal à une fréquence égale à:

$F_e = \frac{T_0}{N}$, celui ci pourra se mettre sous la forme:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_l \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot k}$$

avec: i increment relatif à l'échantillonnage du signal.
 k indice des coefficients de FOURIER.

Nous sommes donc amenés à calculer des formules du type:

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} X(i) \cdot W^{i \cdot k} \quad (1)$$

avec: $W = e^{\pm j \cdot \frac{2\pi}{N}}$; $0 \leq k \leq N-1$

Prenons $N = 2^n$.

Exprimons i et k selon les puissances de 2.

$$i = i_{n-1} \cdot 2^{n-1} + i_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + i_0 \cdot 2^0$$

$$k = k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + k_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + k_0 \cdot 2^0$$

$$() \Leftrightarrow Y(k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^0) = \sum_{i_{n-1}=0}^1 \sum_{i_{n-2}=0}^1 \dots \sum_{i_0=0}^1 X(i_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \cdot W^{(i_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \cdot (k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^0)} \quad (2)$$

Developpons le produit:

$$(i_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \cdot (k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^0) = i_{n-1} \cdot (2^{n-1+n-1} \cdot k_{n-1} + \dots + 2^{n-1} \cdot k_0) + i_{n-2} \cdot (2^{n-2+n-1} \cdot k_{n-2} + \dots + 2^{n-2} \cdot k_0) + \dots + i_0 \cdot (2^{0+n-1} \cdot k_0 + \dots + 2^0 \cdot k_0) \quad (3)$$

or: $2^{n-1+n-1} = 2^n \cdot 2^{n-2} = N \cdot 2^{n-2}$

$$W^N = e^{\pm j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot N} = e^{\pm j \cdot 2\pi} = 1 = e^0$$

il est donc equivalent de remplacer N par 0

$$() \Leftrightarrow (i_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \cdot (k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^0) = i_{n-1} \cdot (2^{n-1} \cdot k_0 + 2^{n-2} \cdot 0 + \dots + 2^0 \cdot 0) + i_{n-2} \cdot (2^{n-2} \cdot k_1 + 2^{n-2} \cdot k_0 + \dots + 2^0 \cdot 0) + \dots + i_0 \cdot (2^{n-1} \cdot k_{n-1} + 2^{n-2} \cdot k_{n-2} + \dots + 2^0 \cdot k_0) \quad (4)$$

considérons la formule de récurrence suivante:

$$\begin{aligned}
 X_m & (k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_m \cdot 2^{n-m-1} + i_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \\
 & = X_{m-1} (k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} \cdot 2^{n-m} + 0 \cdot 2^{n-m-1} + i_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \\
 & + \left\{ X_{m-1} (k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} \cdot 2^{n-m} + 1 \cdot 2^{n-m-1} + i_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + i_0 \cdot 2^0) \right\} \\
 & \cdot W (k_m \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^{n-m-1} + 0 \cdot 2^{n-m-1} + \dots + 0 \cdot 2^0) \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\text{Posons } J_0 = 2^{n-m} (J_{00} - 1)$$

avec J_{00} variant de 1 à 2^m

Il suffit de reconduire le calcul en faisant varier m de 0 à $n-1$; à la fin on obtiendra une série de valeurs :

$$X_{n-1} (K_0 \cdot 2^{n-1} + K_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + K_{n-1} \cdot 2^0)$$

Ces résultats étant dans l'ordre binaire inversé, pour les replacer dans l'ordre naturel, il faudra effectuer une inversion binaire.

Un organigramme est donné par la suite.

Celui-ci permet, connaissant un signal par points échantillonnés, de déterminer les coefficients de FOURIER ou réciproquement de connaître, connaissant ces coefficients de donner une représentation par point de ce signal; cet organigramme se scinde en 4 blocs :

- bloc d'initialisation.
- bloc de calcul des treillis [8,12]
- bloc d'inversion binaire
- bloc de choix FFT ou IDFT

III EXPLOITATION DES RESULTATS DE LA F.F.T.

1- Applications au calcul de spectre: [4, 5]

On peut calculer le spectre d'une fonction périodique à l'aide de la procédure FFT; il suffit simplement d'échantillonner la fonction en N points.

On obtiendra N coefficients C_k .

La fonction initiale $f(x)$ pourra s'écrire sous la forme:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^N [a_k \cos(k\omega x) + b_k \sin(k\omega x)] \quad (6)$$

$$\text{avec: } a_0 = C_0 = XR(1)$$

$$a_k = C_k + C_{-k} = 2XR(k+1)$$

$$b_k = j(C_k - C_{-k}) = -2XI(k+1)$$

où: $XR(k+1)$ et $XI(k+1)$ représentent les coefficients réels et imaginaires issus de la FFT.

La formule (6) devient:

$$f(x) = XR(1) + 2 \sum_{k=1}^N XR(k+1) \cdot \cos(k\omega x) - XI(k+1) \cdot \sin(k\omega x)$$

Le tracé de $f(x)$ est aisé, il suffit d'échantillonner la fonction périodique $f(x)$ en M points et de calculer l'ensemble des valeurs:

$$f\left(j \cdot \frac{T}{M}\right) = XR(1) + 2 \sum_{k=1}^N XR(k+1) \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{M} j\right) - XI(k+1) \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{M} j\right)$$

avec j variant de 1 à M .

k variant de 1 à N

2- Calcul de convolutions: [4]

Ce genre de calcul peut nous être utile pour filtrer un signal, c'est à dire sélectionner les informations à traiter, il faut effectuer la convolution de celui-ci par la réponse indicielle du filtre utilisé (cf. Annexe 1)

Ce qui revient à faire, dans le domaine fréquentiel, le produit de la transformée de FOURIER de ce signal par la réponse en fréquence de ce filtre.

SUBROUTINE FFT (N, XR, XI, CH0IX)

DIMENSION XR(530), XI(530),
I0X(10), WK(2,2), A(2,2), Q(2,2)

NP = 2 * N

D0 1 I = 1, N

(1)

I0X(1) = 2 * (N - 1)

D0 4 MPI = 1, N

MEX2 = 2 * (MPI - 1)

NMEX2 = NP / MEX2

M0IT = NMEX2 / 2

L = 0

D0 4 J00 = 1, MEX2

FL = L

FNP = NP

V = CH0IX * 6.2831853 * FL / FNP

AC = COS(V)

AS = SIN(V)

CALL RC0M(AC, AS, WK)

J0 = NMEX2 * (J00 - 1)

D0 2 I = 1, M0IT

J1 = J0 + 1

J2 = J1 + M0IT

CALL RC0M(XR(J2), XI(J2), A)

CALL CMULT(A, WK, Q)

XR(J2) = XR(J1) - Q(1,1)

XI(J2) = XI(J1) - Q(1,2)

XR(J1) = XR(J1) + Q(1,1)

XI(J1) = XI(J1) + Q(1,2)

(2)

CONTINUE

D0 3 I = 2, N

I1 = 1

L - I0X(I)

(3)

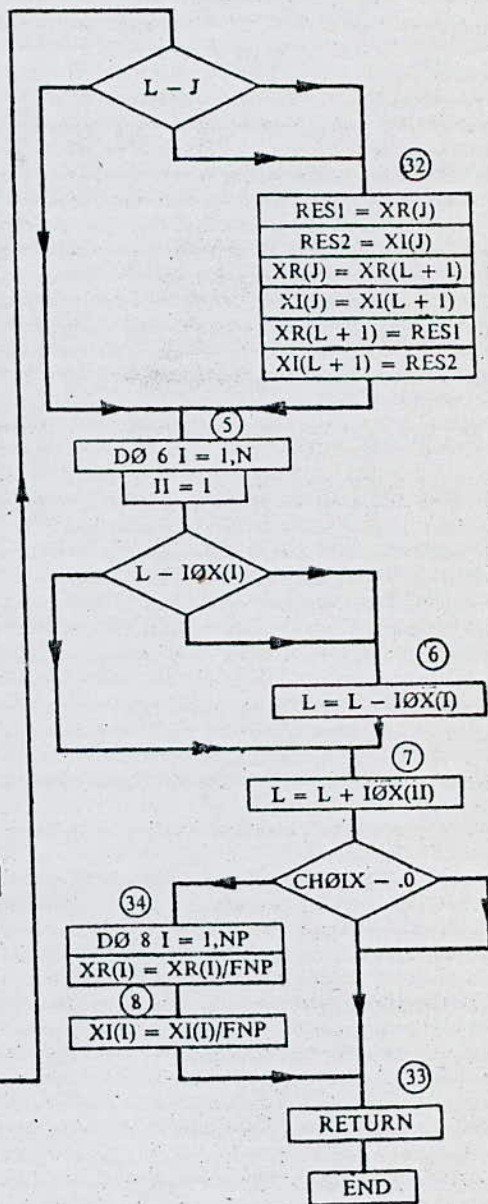
L = L - I0X(I)

(4)

L = L + I0X(I1)

L = 0

D0 7 J = 1, NP



CHAPITRE IV LE FENETRAGE.

I INTRODUCTION :

Pour réduire la durée d'un signal temporel, on multiplie celui-ci par une fenêtre; celle-ci correspond justement au temps fini d'Observation du signal. Cela correspond, dans le domaine fréquentiel au produit de convolution de la transformée de FOURIER de la fenêtre par le spectre du signal.

Par ailleurs, une fenêtre peut être utilisée de deux manières:

- soit en tant que fenêtre de troncature; son rôle essentiel est de limiter la durée du signal à analyser.
- soit en tant que fenêtre de pondération; son rôle étant de pondérer la fonction à analyser dans le but de limiter les distorsions. ex: estimation des coefficients d'un filtre.

On parlera aussi de fonction de filtrage. [2]

II DEFINITIONS.

comme définies plus haut, les fenêtres de pondération sont utilisées pour pondérer les échantillons d'un signal avant l'application de sa transformation de FOURIER discrète et cela dans le but d'approximer celui-ci le plus possible au signal idéal obtenu par T.F.D

la plus simple de ces fonctions est la fonction rectangulaire ou

encore fenêtre naturelle définie comme suit :

$$f_0(t) = \begin{cases} 1 & t < T_M \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

la transformée de FOURIER associée possède les propriétés suivantes :

- lobe central important
- lobes secondaires négatifs non négligeables
- fenêtre spectrale assez large.

D'autres fenêtres de pondération ont été proposées, nous citerons entre autres :

- le modèle de HANNING: $f_2(t) = \begin{cases} 0,5 + 0,5 \cos \frac{\pi t}{T_0} & \text{si } t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

- le modèle de HAMMING généralisé

$$f(t) = \begin{cases} \alpha + (1-\alpha) \cos \frac{\pi t}{T_0} & \text{si } t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

avec $\alpha \in [0,5 \div 1]$

en faisant varier α de 0,5 à 1 nous passons du modèle de HANNING à celui de la fenêtre naturelle [9]

nous citerons quelques fenêtres susceptibles d'être utilisées dans nos travaux ainsi que leur transformée de FOURIER dans le tableau I. [9, 12]

On notera aussi l'existence de :

- la fenêtre mixte définie par: [11]

$$f_1(t) = \begin{cases} 1 & |t| < t_1 \\ 0,54 + 0,46 \cos \frac{t}{t_1} & t_1 < |t| < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

où: t_1 est la longueur de la partie rectiligne de la fenêtre.

- la fenêtre exponentielle définie par: [7]

$$f_s(nT) = \begin{cases} \alpha^{nT} & 0 \leq n \leq N-1; \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- la fenêtre de DOLF-CHEBYCHEFF: [2]

c'est la fonction qui présente les ondulations les plus faibles pour une largeur donnée du lobe principal.

Elle est donnée dans le domaine fréquentiel par:

$$Q_0(\nu) = \begin{cases} \frac{\cos [K \cos^{-1}(Z_0 \cos \pi \nu)]}{\text{ch} [K \text{ch}^{-1}(Z_0)]} & \nu_0 \leq \nu \leq 1 - \nu_0 \\ \frac{\text{ch} [K \text{ch}^{-1}(Z_0 \cos \pi \nu)]}{\text{ch} [K \text{ch}^{-1}(Z_0)]} & 0 \leq \nu \leq \nu_0 \text{ et } 1 - \nu_0 \leq \nu \leq 1 \end{cases}$$

avec $\nu_0 = \frac{1}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{1}{Z_0}\right)$

$K \in \mathbb{N}$ entier naturel

Z_0 étant un paramètre choisi arbitrairement.

ces fenêtres possèdent des spécifications particulières suivant le domaine d'application

III PARAMETRES INFLUENCANT LE CHOIX D'UNE FENETRE.

selon le résultat auquel nous voulons aboutir, nous distinguons deux facteurs contradictoires dans le choix d'une fenêtre de pondération:

1. largeur et amplitude du lobe principal.
2. largeur et amplitude des lobes secondaires.

En effet, il n'existe pas de fenêtre qui présente à la fois une faible largeur du lobe principal tout en ayant des lobes secondaires négligeables.

Selon l'utilisation de la fenêtre, un compromis sera fait entre finesse de l'analyse représentée par la largeur du lobe principal et qualité du spectre représentée par l'importance relative des lobes secondaires.

	Fenêtre de pondération	Fenêtre spectrale
naturelle	$f_0(t) = \begin{cases} 1 & t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$Q_0(\nu) = 2 \cdot T_0 \cdot \frac{\sin(2\pi\nu \cdot T_0)}{2\pi\nu \cdot T_0}$
Bartlett	$f_1(t) = \begin{cases} 1 - \frac{ t }{T_0} & t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$Q_1(\nu) = T_0 \cdot \left(\frac{\sin(\pi\nu \cdot T_0)}{\pi\nu \cdot T_0} \right)^2$
HANNING	$f_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi t}{T_0}\right) \right) & t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$Q_2(\nu) = \frac{1}{2} Q_0(\nu) + \frac{1}{4} Q_0\left(\nu + \frac{1}{2T_0}\right) + \frac{1}{4} Q_0\left(\nu - \frac{1}{2T_0}\right)$
HAMMING	$f_3(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{\pi t}{T_0}\right) & t < T_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$Q_3(\nu) = 0,54 Q_0(\nu) + 0,23 Q_0\left(\nu + \frac{1}{2T_0}\right) + 0,23 Q_0\left(\nu - \frac{1}{2T_0}\right)$

Tableau I : Fenêtres usuelles.

Le tracé des fenêtres du tableau I ainsi que de leur transformée de FOURIER. est donné par la figure. -10-

à partir de cela, nous pouvons tirer les conclusions suivantes:

1. la fenêtre spectrale, transformée, de la fenêtre rectangulaire possède un pic deux fois plus grand en amplitudes que les autres fenêtres ; celui-ci est aussi plus étroit.
2. Elle présente aussi des lobes secondaires plus importants.
3. Elle coupe l'axe des abscisses en $2 \cdot N$ points alors que les autres fenêtres le coupent en N points seulement.
4. la fenêtre spectrale correspondant à la fenêtre de BARTLETT ne présente pas de lobes négatifs, néanmoins elle présente un lobe principal court et plat.
5. les deux autres fenêtres définies conviennent quant à elles respectivement :
 - au calcul du cepstre de notre signal réel en ce qui concerne la fenêtre exponentielle.
 - à la pondération de la réponse impulsionnelle du filtre étudié.ces deux aspects seront étudié plus en détail par la suite.

IV EXPERIENCE .

une série d'expériences sur l'échantillonnage et le fenêtrage à été faite dans le but de :

1. s'assurer de l'exactitude de la procédure
2. A partir des résultats obtenus, faire un choix judicieux de la fenêtre à utiliser à ce stade de l'étude.

la série d'expérience a été faite à l'aide du programme SA1

On donnera respectivement :

- R : la puissance à laquelle il faut élever pour avoir le nombre d'échantillons : $N = 2^R$.
- K : le nombre de sinusoides que contient le signal simulé.
- F(I) : la ou les fréquence(s) contenues dans le signal.
- B(I) : la ou les amplitude(s) respectives de ces composantes
- un numero de 1 à 3 pour le choix de la fenêtre.

1- $R=7$ ($N=128$), $K=1$, $F(1)=100$ Hz, Fenêtre 1
 $B(1)=1$ rectangulaire

la fréquence d'échantillonnage étant de 300 Hz, la fréquence de NYQUIST sera $\nu_N = 150$ Hz.

On remarque sur la figure 3-1 une symétrie de

$F=100$ Hz par rapport à $\nu_N=150$ Hz.

L'amplitude du pic correspondant à $B(1)=1$ vaut

$$FM_{z-1} = 8,819 \cdot 10^{-6} \text{ [unité de puissance]}$$

FM étant la D.S.P maximale contenue dans le spectre.

2- $R=7$ ($N=128$), $K=1$, $F(1)=150$ Hz, Fenêtre 1.

figure 3-2.

$$B(1)=1$$

On observe un seul pic vu que $F=\nu_N$ et de plus,

la plus grande puissance sera alors celle obtenue pour la fréquence de Nyquist. $FM = 5,127 \cdot 10^{-5}$ [S.I].
2-2

3. $R=7$ ($N=128$), $K=3$, $\left\{ \begin{array}{l} F(1)=100 \\ B(1)=1 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} F(2)=400 \\ B(2)=3 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} F(3)=550 \\ B(3)=2 \end{array} \right.$
figure 3-3

la fenêtre étant rectangulaire. et $F_e = 800$ Hz., on peut dire: qu'entre le pic correspondant au signal de fréquence 100 Hz. et d'amplitude 1 et le pic relatif à 550 Hz et une amplitude 2, la densité spectrale de puissance (D.S.P) a quadruplé soit a été multipliée par 2^2 alors que la DSP relative à $B(2) = 3$ a elle été multipliée par un facteur 8 soit 2^3 ou un facteur 9 soit 3^2 .

4- $R=7$ ($N=128$), $K=1$, $\left\{ \begin{array}{l} F(1)=200 \\ B(1)=1 \end{array} \right.$, Fenêtre 2
figure 3-4 de HAMMING.

la fréquence d'échantillonnage est $F_e = 300$ Hz.

Comme pour la figure 2-1, on observe un repliement de spectre. autour de $\nu_N = 150$ Hz.

Cependant $FM = 3,17 \cdot 10^{-6}$ [S.I] $< FM_{2-1}$
2-4

5- $R=8$ ($N=256$), $K=7$. Fenêtre 1: rectangulaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} F(1)=0 \\ B(1)=0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F(2)=100 \\ B(2)=1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F(3)=200 \\ B(3)=2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F(4)=300 \\ B(4)=3 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F(5)=400 \\ B(5)=4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} F(6)=500 \\ B(6)=5 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} F(7)=600 \\ B(7)=6 \end{array} \right.$$

Figure 3-5.

par ailleurs on adopte $F_e = 1200$ Hz.

On remarque que les pics correspondant aux fréquences du simulés se succèdent dans l'ordre et que leur D.S.P relative suit une loi telle que :

le premier pic sert de référence.

le deuxième pic est $2^2 = 4$ fois plus important que le premier

le troisième pic est $3^2 = 9$ fois plus important que le premier

⋮

le cinquième pic est $5^2 = 25$ fois plus important que le premier.

Par ailleurs $FM_{2-5} = 2,32 \cdot 10^{-4}$ [S.I].

6- mêmes données que pour l'expérience 3-5 sauf qu'on utilise la fenêtre de HAMMING.

- mêmes conclusions sauf que : $FM_{2-6} = 6,82 \cdot 10^{-5}$ [S.I].

7- $R=8$ ($N=256$), $K=7$, fenêtre de HAMMING.

$$\begin{cases} F(1) = 100 \\ B(1) = 1 \end{cases} \begin{cases} F(2) = 200 \\ B(2) = 2 \end{cases} \begin{cases} F(3) = 300 \\ B(3) = 3 \end{cases} \begin{cases} F(4) = 350 \\ B(4) = 3,5 \end{cases} \begin{cases} F(5) = 400 \\ B(5) = 4 \end{cases} \begin{cases} F(6) = 450 \\ B(6) = 4,5 \end{cases} \begin{cases} F(7) = 490 \\ B(7) = 4,9 \end{cases}$$

la fréquence d'échantillonnage sera choisie égale à 1000 Hz.

Comme pour la figure 3-6, la croissance des D.S.P relatives suit la même loi excepté pour les pics correspondant aux fréquences de 350 et de 490 Hz.

$$FM_{2-7} = 3,52 \cdot 10^{-5} \text{ [S.I]}$$

8- R=8 (N=256), K=3, Fenêtre de HAMMING.

$$\begin{cases} F(1) = 100 \\ B(1) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} F(2) = 490 \\ B(2) = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} F(3) = 500 \\ B(3) = 3 \end{cases}$$

$F_E = 1000 \text{ Hz.}$

On note la prédominance du pic correspondant à $F = \nu_N = 500 \text{ Hz.}$ par rapport aux autres composantes du signal. $FM_{2-8} = 2,04 \cdot 10^{-5}.$

V INTERPRETATION

- à partir des expériences 3-1 et 3-2, nous pouvons dire que la densité spectrale est maximale pour une fréquence égale à la fréquence de NYQUIST ν_N , indépendamment de la fréquence d'échantillonnage.
- À la vue des figures 3-2 et 3-3, nous pouvons dire que plus la fréquence d'échantillonnage augmente et plus la D.S.P augmente :

cas 2-2.	$F_E = 300 \text{ Hz.}$	$F(1) = 150 = \nu_N$	\longrightarrow	$FM_{2-2} = 5,127 \cdot 10^{-5}$
cas 2-3	$F_E = 800 \text{ Hz.}$	$F(2) = 400 = \nu_N$	\longrightarrow	$FM_{2-3} = 1,703 \cdot 10^{-4}$

- A partir de la figure 3-3 nous pouvons émettre l'hypothèse suivante : (voir aussi figure 3-3).
L'amplitude de la D.S.P étant notée $A(i)$, i étant l'indice correspondant à la $i^{ème}$ composante du signal.

d'entrée, $B(i)$ étant l'amplitude de la $i^{\text{ème}}$ composante de ce signal :

$$A(i) = B(i)^2 \cdot A(1) \quad (7)$$

cette relation est justifiable pour $F \in [0, \gamma_N[$.

la détermination de la D.S.P pour $F = \gamma_N$ sera faite à partir de la relation de BESSEL - PARSEVAL décrite au chapitre II paragraphe I qui exprime la conservation de l'énergie du signal lorsque l'on passe de sa représentation temporelle à sa représentation fréquentielle.

On calculera d'abord le terme temporel $\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt$, puis la somme $\sum_{i=1}^n A(i)$ pour $F \neq \gamma_N$ et enfin :

$$A(i) \Big|_{F=\gamma_N} = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt - \sum_{i=1}^n A(i) \Big|_{F \neq \gamma_N} \quad (8)$$

Un moyen plus simple pour la détermination de $A(i) \Big|_{F=\gamma_N}$ consiste à relever directement la valeur FM qui coïncide avec la D.S.P maximale, celle-ci étant justement obtenue pour $F = \gamma_N$.

4. Le cas de la figure 3-4 est à rapprocher de celui de la figure 3-1.

La fenêtre de HAMMING présente un pic plus large et moins important que la fenêtre rectangulaire.

l'examen des figures. 3-5, 3-6, 3-7 et 3-8 confirme les affirmations précédentes.

Comme le but de notre présente étude est de :

- 1- Localiser efficacement les fréquences présentes dans le signal
- 2- Évaluer la D.S.P relative à chacun de ces pics ,
notre choix se portera sur la fenêtre rectangulaire celle ci assurant , pour des conditions identiques :
 - une meilleure résolution.
 - une D.S.P plus importante.

Ce choix est spécifique à l'étape de l'échantillonnage et de la F.F.T .

Par la suite , il sera effectué un nouveau choix selon les exigences de la procédure en cours que ce soit l'étape :

- du filtrage ou
- du calcul du cepstre ou
- du calcul du zoom.

A ce stade de l'étude, le spectre obtenu par F.F.T peut être filtré.

FM= 2.247278E-06

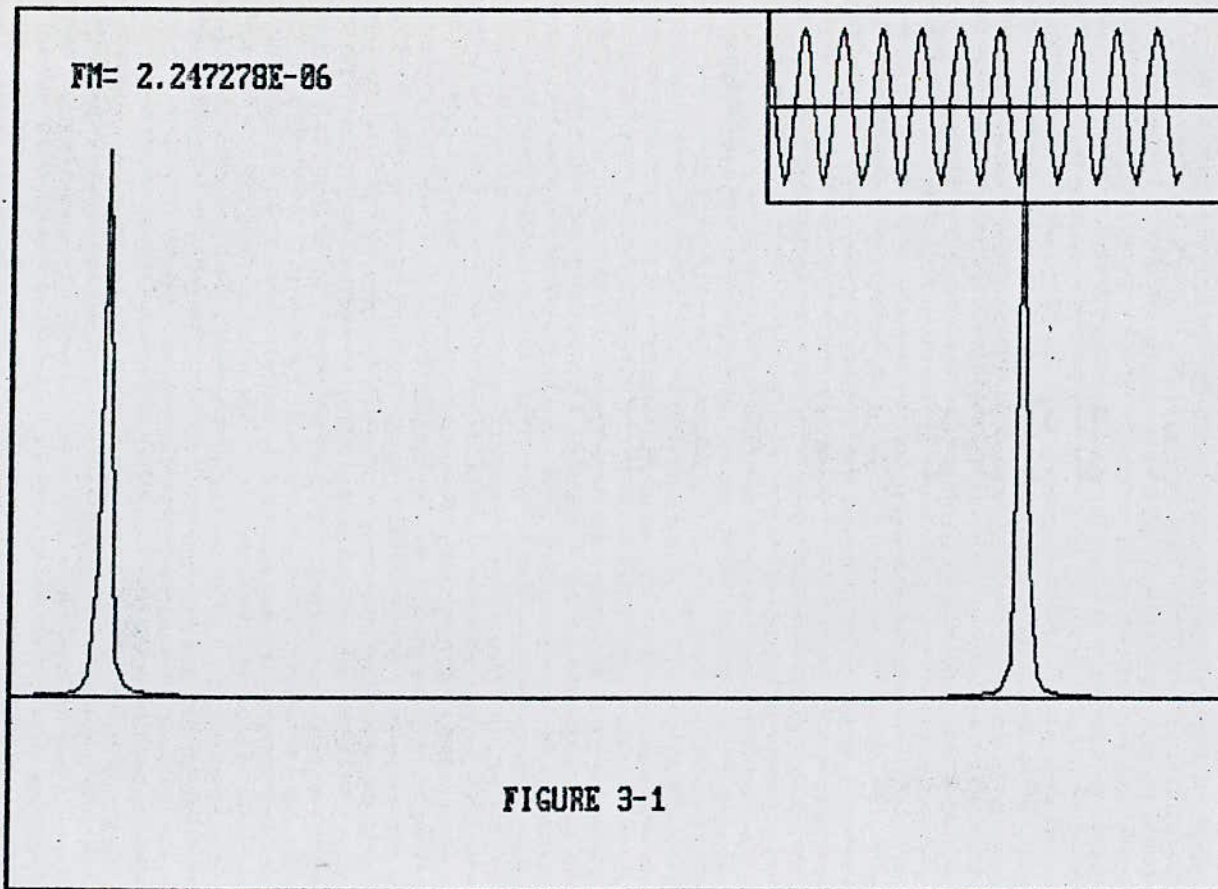


FIGURE 3-1

FM- 5.127272E-85



FIGURE 3-2

FM= 1.783304E-04

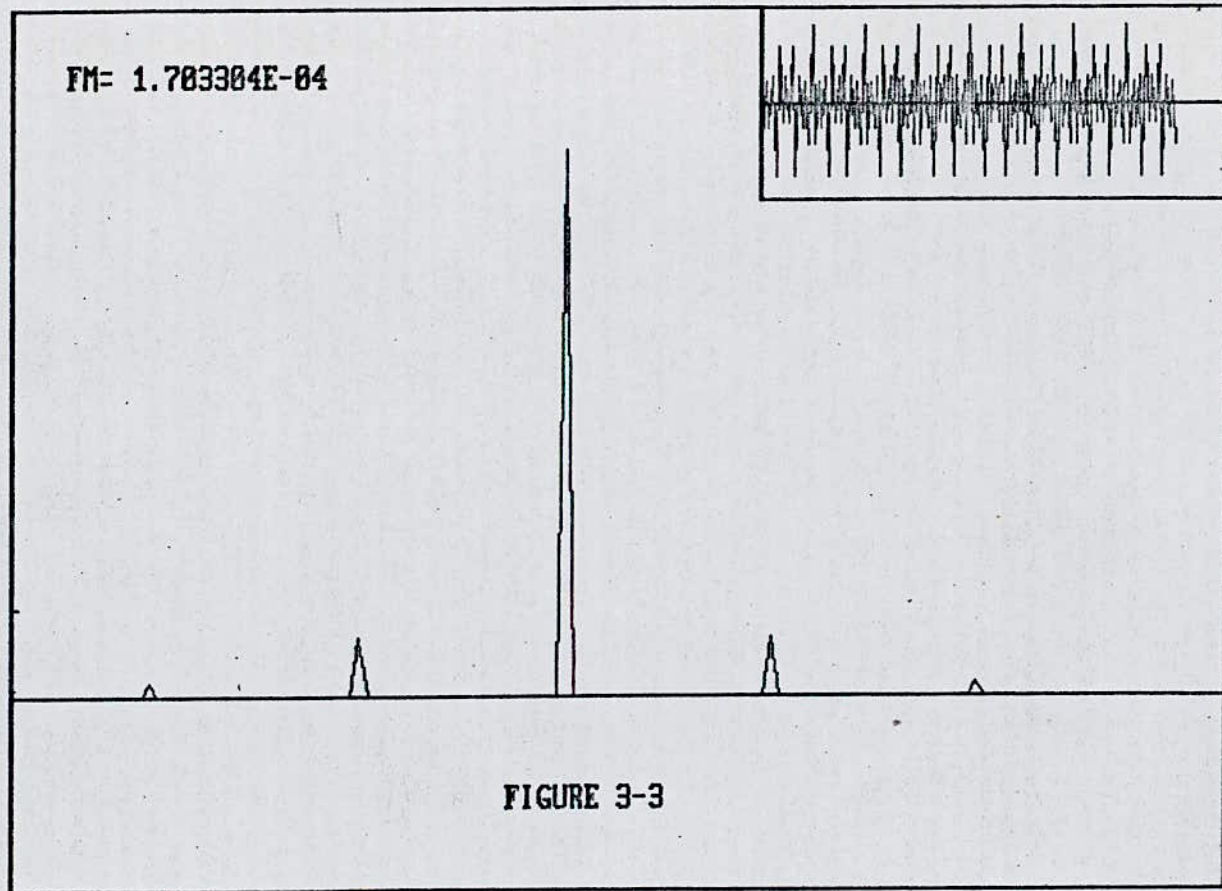
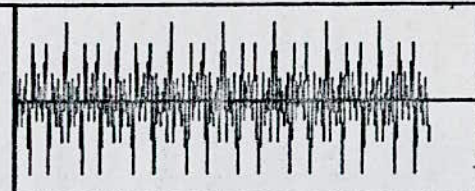


FIGURE 3-3

$\Gamma M = 3.17503E-06$



FIGURE 3-4

FM= 2.32384E-04

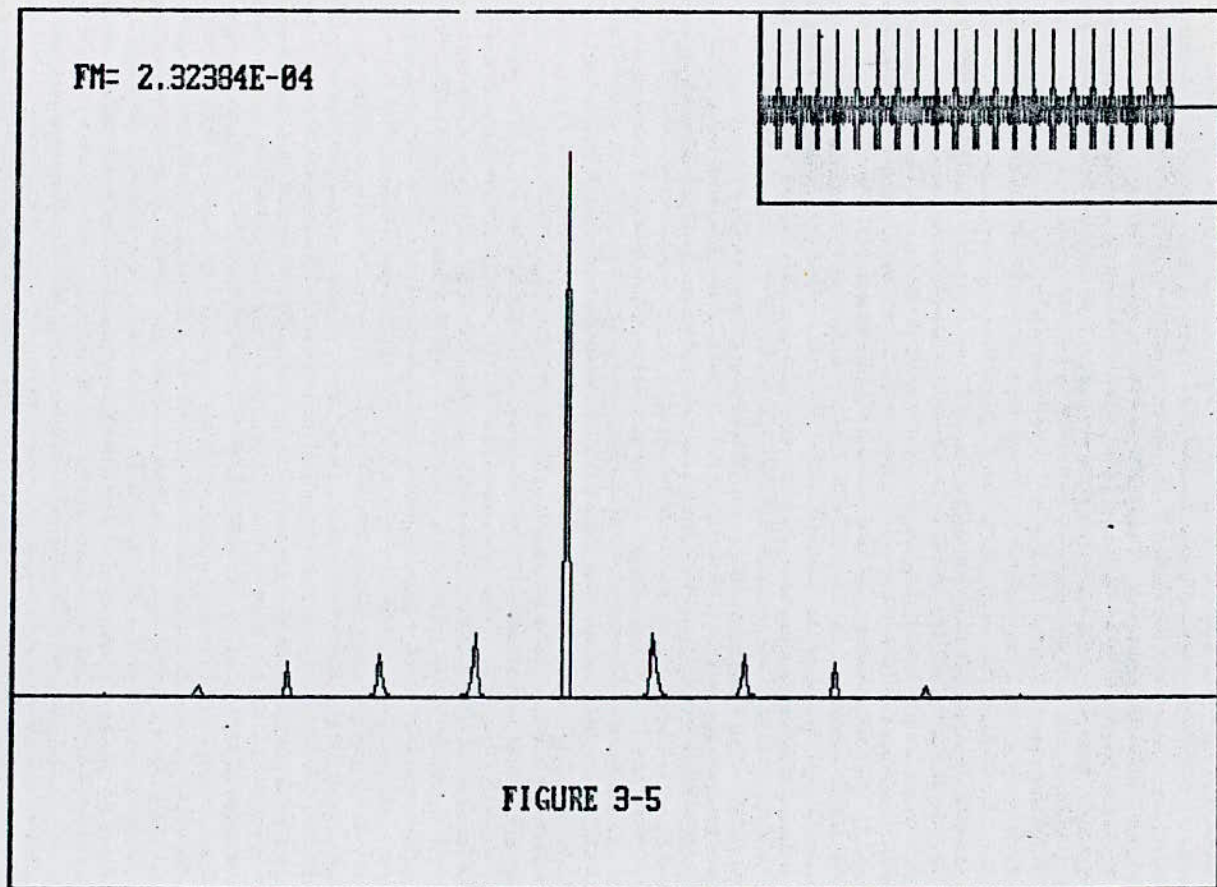
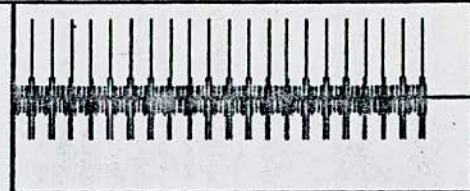


FIGURE 3-5

FM= 6.82564E-05

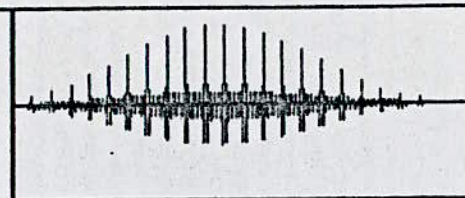


FIGURE 3-6

FM= 1.884485E-05

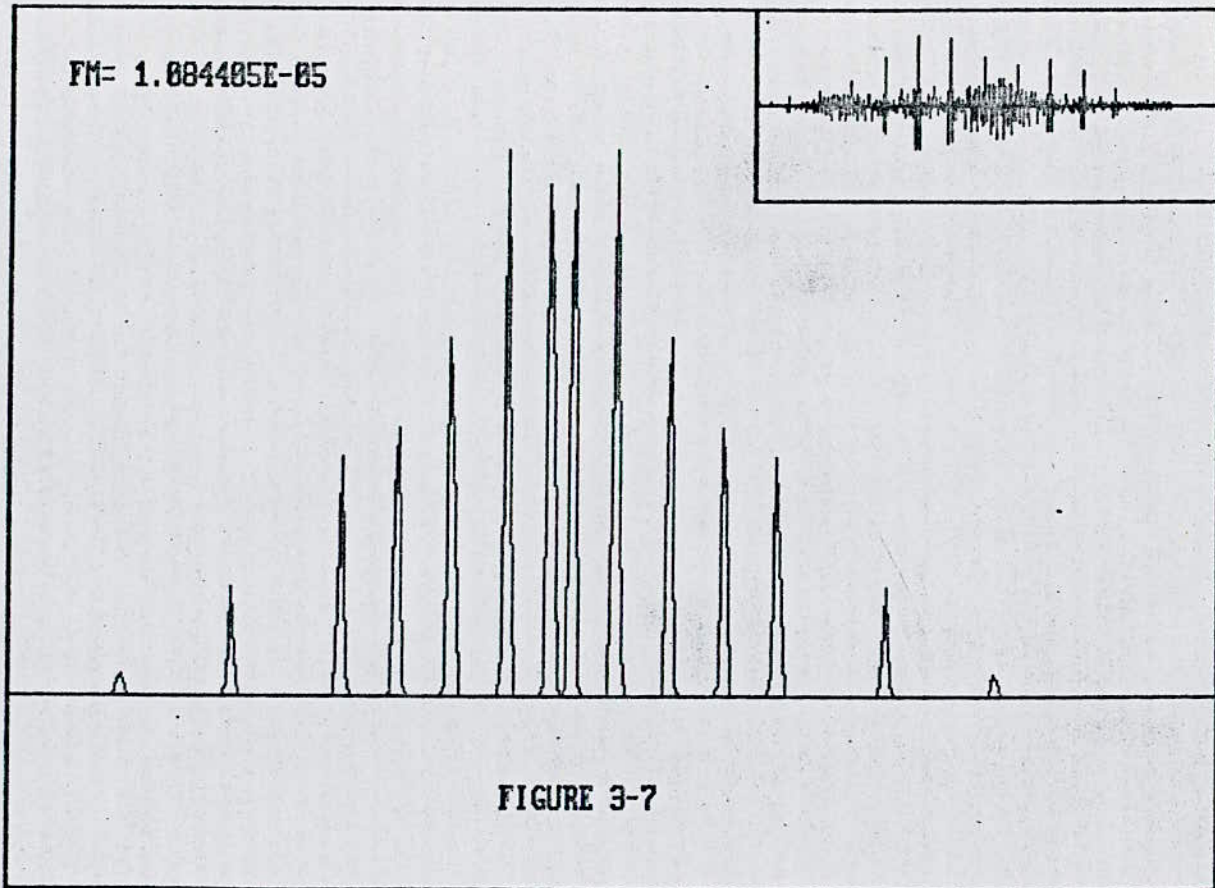
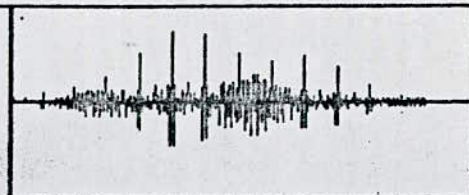
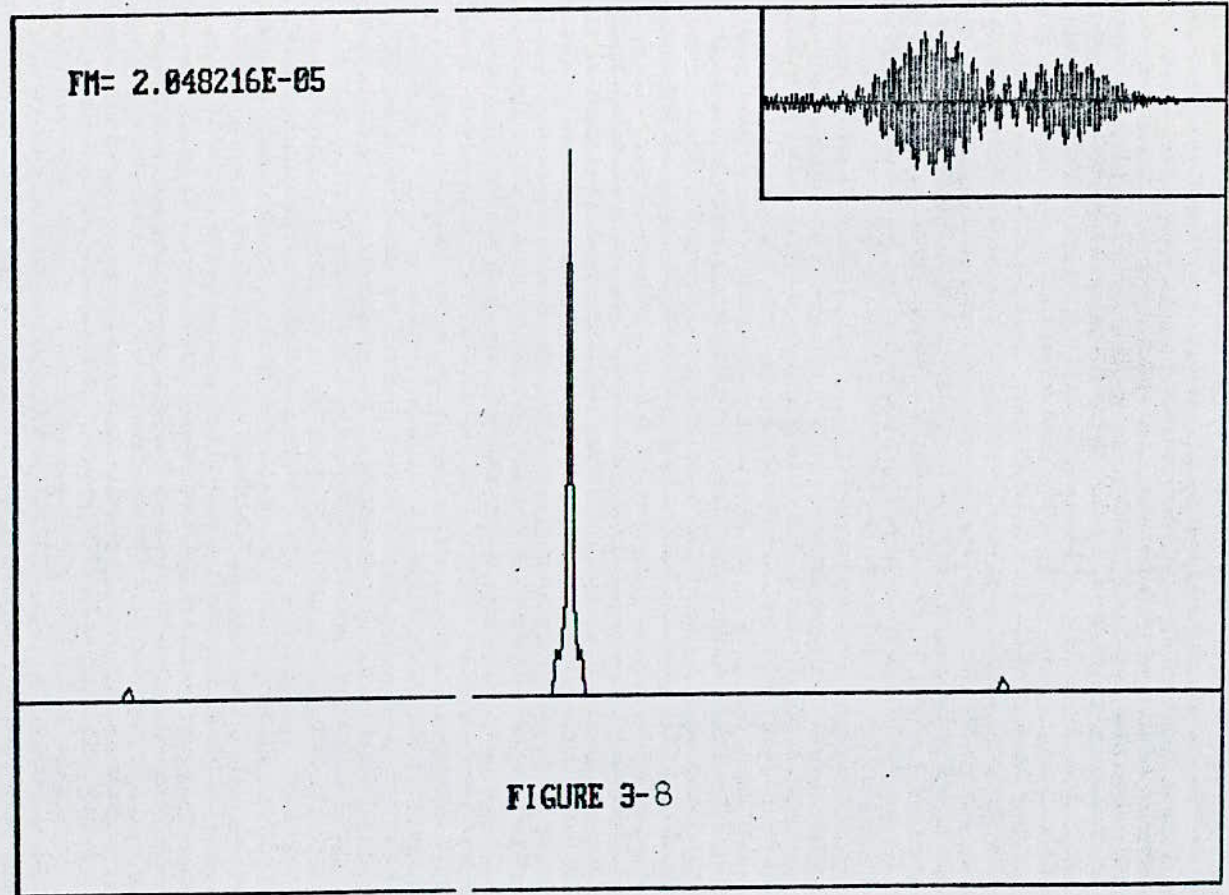


FIGURE 3-7

OK



OK

CHAPITRE V LE FILTRAGE.

I INTRODUCTION. [9].

Dans ce qui suit, toutes les opérations seront linéaires donc justiciables du principe de superposition.

Par définition, filtrer c'est arrêter, complètement ou non, empêcher ou gêner le passage de quelque chose.

Dans le domaine du signal, on distinguera le filtrage temporel du filtrage fréquentiel.

1- Filtrage temporel :

soit l'exemple de la figure suivante :

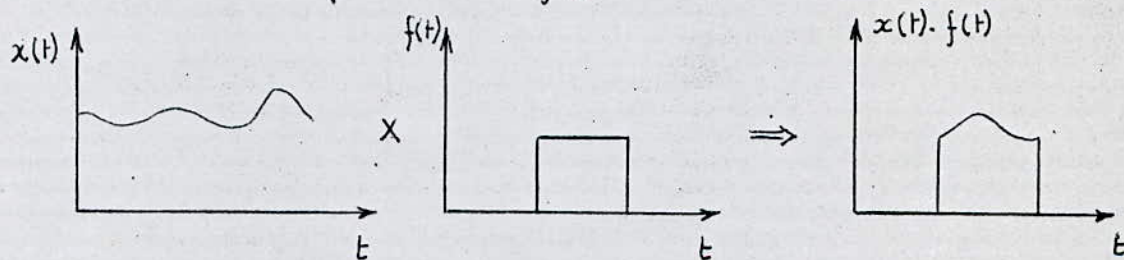


fig - 4 - filtrage temporel d'un signal

L'application d'un filtre $f(t)$ au signal $x(t)$ revient donc à réaliser le produit $x(t) \cdot f(t)$.

En vertu du théorème de PLANCHEREL qui dit que :

$$x(t) \cdot f(t) \iff X(\nu) * F(\nu)$$

nous pouvons dire que tout filtrage temporel affecte le spectre du signal filtré.

Il s'ensuit, dans le domaine fréquentiel, une convolution

des transformées de FOURIER respectives du signal et du filtre (cf. Annexe 1).

2. Filtrage fréquentiel :

cette même opération de filtrage peut être appliquée à la représentation fréquentielle d'un phénomène.

Mais lorsque l'on a accès à la représentation temporelle comme c'est le cas en ce qui concerne notre expérience, le signal $x(t)$ étant délivré par un capteur, on ne dispose pas de sa représentation en fréquence $X(\nu)$.

On ne peut donc pas filtrer c'est à dire effectuer $X(\nu) \cdot F(\nu)$.

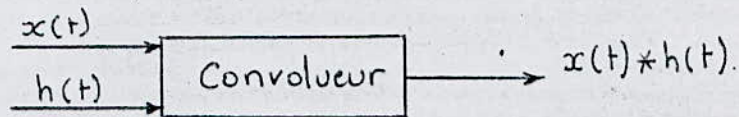
On a donc recourt au théorème de PLANCHAREL c'est à dire que l'on remplace le produit fréquentiel par une convolution temporelle.

Par ailleurs, vu que l'on travaille avec un signal causal, c'est à dire inexistant pour les fréquences négatives, pour rendre cette opération de filtrage possible, il faut introduire un déphasage sur $F(\nu)$, dans le but d'assurer ce décalage temporel.

Si on dispose d'un système qui possède une réponse impulsionnelle $h(t)$ telle que $h(t) \rightleftharpoons H(\nu)$, il suffit d'introduire $x(t)$ à l'entrée de ce système pour avoir :

$$s(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau$$

Dans le cadre de notre expérience, nous aurons à réaliser un convolveur temporel.



Ce convolveur consistera en un filtre numérique; ce type de filtres permettent de réaliser des fonctions de transfert très précises. [1]

En effet, l'utilisation d'une procédure de filtrage numérique voit son intérêt résider dans:

- l'élimination du spectre au delà de la fréquence de NYQUIST. dans le cadre de la F.F.T ; en effet, ces fréquences sont peu informatives.
- l'atténuation de l'influence du spectre à filtrer sur la bande de fréquence étudiée.

II CHOIX DU TYPE DE FILTRE :

1. En pratique, on recherchera le plus souvent une relation linéaire entre la phase d'un filtre et la fréquence : $\varphi = f(F)$.

c'est en effet la condition pour qu'un signal, dont toutes les informations sont situées en bande passante (celle qui

nous interesse dans le cadre de notre experience), ne soit pas déformé. cette condition s'écrit :

$$\varphi = 2\pi F \tau + \text{cste} \quad (9)$$

où : τ représente le temps de propagation.

$$\tau = \frac{\partial \varphi}{\partial (2\pi F)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial F}$$

En général, on suppose que la variation relative de la phase en fonction de la fréquence est inférieure à 1%.

L'expérience le prouve dans la plupart des cas. [17]

L'équation (9) devient :

$$\tau = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial F} = \text{cste} = k$$

soit : $\varphi = 2\pi \cdot F \cdot k \quad (10)$

On parlera alors de filtre à phase linéaire [17]

2- Equation aux differences :

Dans le cas d'un filtre, le signal de sortie Y , échantillonné, à l'instant $t=n$. d'un système linéaire peut s'écrire comme une combinaison linéaire du signal d'entrée X aux instants $n, n-1, n-2, \dots, 0$ et du signal de sortie Y aux instants $n-1, n-2, \dots, 0$; cette équation s'écrit : [2,18]

$$Y(n) = \sum_{i=0}^{N'} a_i X(n-i) - \sum_{i=1}^{N'} b_i Y(n-i) \quad (11)$$

avec : $a_i = a_0 \div a_{N'}$ et $b_i = b_1 \div b_{N'}$

en appliquant la transformée en Z aux 2 membres de cette équation (cf. Annexe 1), on obtient :

$$Y(z) = \sum_{i=0}^{N'} a_i z^{-i} X(z) - \sum_{i=1}^{N'} b_i z^{-i} Y(z)$$

soit: $Y(z) = H(z) \cdot X(z)$.

la fonction de transfert $H(z)$ s'écrit alors :

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N'} z^{-N'}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N'} z^{-N'}} = \frac{\sum_{i=0}^{N'} a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{N'} b_i z^{-i}} \quad (12)$$

Donc, calculer un filtre échantillonné consiste à déterminer la valeur des coefficients a_i et b_i .

Pour faire apparaître la réponse en fréquence, il suffit de remplacer dans $H(z)$ la variable z par $e^{j2\pi F}$ (cf. Annexe 1).

Le filtre appelé à réponse impulsionnelle finie (R.I.F) ou non récursif est un système linéaire discret invariant dans le temps défini par une équation aux différences dans laquelle tous les coefficients b_i sont nuls.

Un tel filtre est appelé aussi non récursif, vu sa structure ne nécessitant pas de boucle de réaction, donc essentiellement stable.

En effet, l'équation (12) devient dans ce cas :

$H(z) = \sum_{i=0}^{N'} a_i z^{-i}$ et par ce fait diffère de celle généralement utilisée dans le cas de boucle de réaction :

$$H(z) = \frac{N(z)}{1 + D(z)}$$

- où :
- $D(z)$ est la fonction de transfert de la boucle retour.
 - $N(z)$ est la fonction de transfert de la chaîne d'action.

si un au moins des b_i est non nul, le filtre sera dit recursif ou à reponse impulsionnelle infinie (R.I.I).

A l'opposé des filtres (RIF); les (RII) permettent d'obtenir des fonctions de filtrage beaucoup plus selectives à quantité de calcul égale.

Cependant l'introduction de boucles de réaction complique l'étude des filtres (RII) et conduit à l'introduction de phénomènes parasites et de bruits supplémentaires. [18]

3- Conclusion :

Le choix du type de filtrage étant conditionné par :

- la nature du système étudié
- des techniques et moyens de calcul disponibles.

En première approche au problème, nous porterons notre choix sur un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie, à phase linéaire.

On pourra, par la suite, améliorer le filtrage en utilisant un filtre du type (RII) en procédant auparavant à une étude détaillée de notre système physique à filtrer.

III- PRESENTATION DES FILTRES RIF :

les caractéristiques des filtres RIF sont :

- $Y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i X(n-i)$ filtre à N coefficients.
- la fonction de transfert du filtre s'écrit :

$$H(F) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i e^{-j \cdot 2\pi \cdot F_i \cdot t}$$

- si les coefficients du filtre sont symétriques alors le filtre est dit à phase linéaire.

Le développement en série de FOURIER de la fonction de transfert nous donne :

$$H(F) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n \cdot e^{j2\pi \cdot F \cdot n \cdot T_0} \quad (13)$$

$$\text{soit: } \alpha_n = \frac{1}{F} \int_0^{F_0} H(F) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot F \cdot n \cdot T_0} \cdot dF$$

Comme ces coefficients représentent la réponse impulsionnelle du filtre, la condition de stabilité s'écrit: [2]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$$

la fonction $H(F)$ peut être approchée par:

$$H(F) \approx \sum_{n=-P}^Q \alpha_n \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot F \cdot n \cdot T_0} = H_L(F)$$

la causalité de notre système physique implique que pour $n < 0$ on ait une réponse impulsionnelle $h(n)$ nulle donc $Q=0$.

$$\text{d'où: } H_L(F) = \sum_{n=0}^P a_n \cdot e^{-j2\pi \cdot F \cdot n \cdot T_0} \quad (14)$$

En conclusion :

Toute fonction de filtrage numérique et causale peut être approximée par la fonction de transfert d'un filtre R.I.F. [2]

Le calcul des coefficients des filtres R.I.F peut se faire de différentes

méthodes, parmi lesquelles, on citera : [2]

- 1- Développement en série de FOURIER.
- 2- Méthode d'approximation à l'aide des moindres carrés.
- 3- Technique. itérative.
- 4- Filtrage. à déphasage minimal.

la méthode retenue est celle des moindres carrés. [2.3]

Elle permet, tout en gardant la simplicité du calcul direct, d'épouser avec une bonne précision le gabarit imposé par les spécifications, dans notre cas en fréquence, de l'utilisation. le gabarit représentant les limites physiques imposées de la réponse en fréquence d'un filtre. Il sera explicité figure-5-

IV CALCUL DES COEFFICIENTS D'UN FILTRE A PHASE LINEAIRE PAR LA METHODE DES MOINDRES CARRÉS.

soit à calculer les N' coefficients h_i d'un filtre R.I.F de sorte que la fonction de transfert approche une fonction donnée par des spécifications en fréquence sur un gabarit suivant le critère des moindres carrés.

la transformée de FOURIER directe appliquée à la suite h_i ;

$0 \leq i \leq N'-1$ donne :

$$H_K = \frac{1}{N'} \sum_{i=0}^{N'-1} h_i \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot i \cdot \frac{K}{N'}} \quad (15)$$

la transformée de FOURIER inverse donne pour $0 \leq K \leq N'-1$.

$$h_i = \sum_{K=0}^{N'-1} H_K \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot K \cdot \frac{i}{N'}} \quad (16)$$

Par la suite, nous déterminerons les N' coefficients de la réponse en fréquence du filtre dans l'intervalle 0 à F_c .

$H(F)$ est une fonction obtenue par le produit de convolution :

$$H(F) = \sum_{k=0}^{N'-1} H_k \cdot G(F-F') \cdot \delta(F-F') \quad (17)$$

où : $G(F-F')$ est la transformée de FOURIER échantillonnée associée à une fenêtre temporelle, dans notre cas c'est la fenêtre rectangulaire.

l'équation (17) devient :

$$H(F) = \sum_{k=0}^{N'-1} H_k \cdot \frac{\sin[\pi \cdot N' \cdot (\frac{F}{F_c} - \frac{k}{N'})]}{N' \sin[\pi \cdot (\frac{F}{F_c} - \frac{k}{N'})]} \quad (18)$$

Nous arrivons maintenant au choix du gabarit :

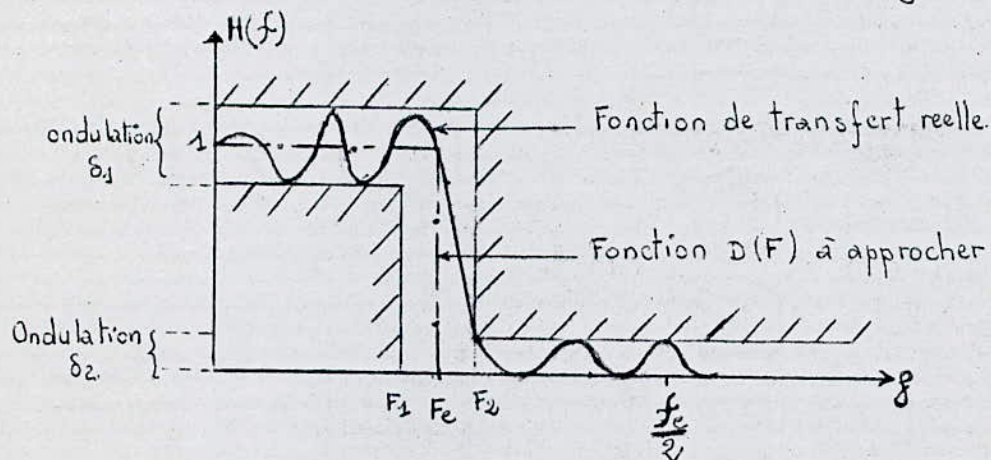


Fig-5- :
Gabarit d'un
filtre numérique.

Il nous faut choisir une fonction $D(F)$ à approcher, soit :

$$D(F) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq F \leq F_c \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

l'ensemble des H_k constitue un échantillonnage de la réponse en fréquence du filtre $H(F)$ du filtre avec un pas $\frac{F_c}{N'}$; $0 \leq k \leq N'-1$

$$H_k = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{k}{N'} \cdot F_c < F_c \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

nous pouvons ainsi calculer la fonction de transfert $H(F)$ par interpolation selon la relation (18).

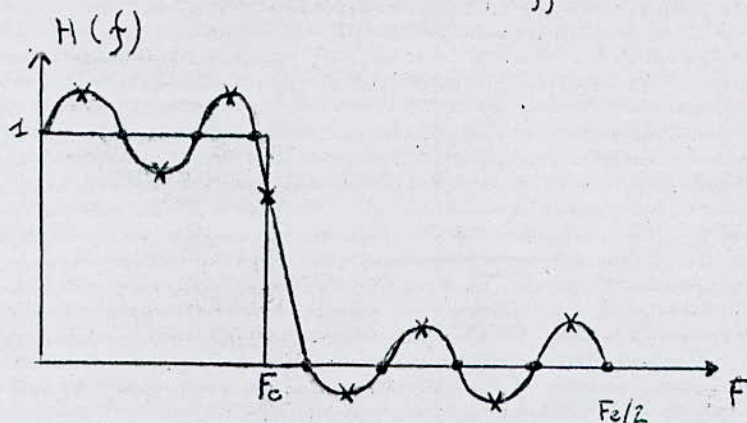
Nous évaluons ensuite l'écart $H(F) - D(F)$ pour le minimiser au sens des moindres carrés, soit :

$$e(F) = H(F) - D(F) \quad (19)$$

Notons que pour faire apparaître les valeurs interpolées, nous devons échantillonner $H(F)$, $D(F)$, donc $e(F)$ avec un pas Δ tel que :

$$\Delta = \frac{F_c}{N \cdot L} \quad \text{avec } L \text{ entier supérieur à } 1, \text{ on prendra } L=2$$

nous obtenons donc $2 \cdot N$ coefficients $H(F)$, $D(F)$ et $e(F)$.



- Fig 6 -

En général, pour l'évaluation de l'erreur quadratique E , une partie de la bande $[0, F_c]$ est à prendre en compte, nous nous intéresserons à la bande passante $[0, F_c]$ en premier lieu, puis à toute la bande $[0, F_c]$.

$$E = \sum_{n=0}^{N_0-1} e^2\left(n \cdot \frac{F_c}{N \cdot L}\right)$$

le nombre N_0 est défini comme : $\frac{F_c \cdot N \cdot L}{F_c} \leq N_0 \leq \frac{F_c \cdot N \cdot L}{F_c} + 1$

En tenant compte de la pondération des éléments $e(n)$ par une fonction $P_0(n)$, par exemple la fonction de DOLF TCHEBYTCHEFF,

nous obtenons :

$$E = \sum_{n=0}^{N_0-1} p_0^2(n) \cdot e^2(n) \quad (20)$$

Donnons aux échantillons H_k , $0 \leq k \leq N'-1$, un accroissement ΔH_k .

comme E est une fonction des H_k , $E = E(H)$ alors :

$$E(H + \Delta H) = E(H) + \sum_{k=0}^{N'-1} \frac{\partial E}{\partial H_k} \cdot \Delta H_k + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N'-1} \sum_{l=0}^{N'-1} \frac{\partial^2 E}{\partial H_k \partial H_l} \cdot \Delta H_k \cdot \Delta H_l \quad (21)$$

$$(20) \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial H_k} = 2 \sum_{n=0}^{N_0-1} p_0^2(n) \cdot e(n) \cdot \frac{\partial e(n)}{\partial H_k}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial H_k \partial H_l} = 2 \sum_{n=0}^{N_0-1} p_0^2(n) \cdot \frac{\partial e(n)}{\partial H_k} \cdot \frac{\partial e(n)}{\partial H_l}$$

L'ensemble de ces équations peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial H_k} \end{bmatrix} = 2 \cdot A \cdot P_0^2 \cdot [e(n)]$$

où :

- A est la matrice des a_{ij} tel que : $a_{ij} = \frac{\partial e(j)}{\partial H_i}$ $1 \leq i \leq N'$
et $1 \leq j \leq N_0$

- P_0 la matrice diagonale d'ordre N_0 des coefficients de pondération $p_0(n)$.

La condition des moindres carrés s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial H_k} [E(H + \Delta H_k)] = 0$$

$$\text{soit : } A \cdot P_0^2 \cdot [e(n)] + A \cdot P_0^2 \cdot A^t \cdot [\Delta H] = 0$$

$$\text{soit : } [\Delta H] = - [A \cdot P_0^2 \cdot A^t]^{-1} \cdot A \cdot P_0^2 \cdot [e(n)] \quad (22)$$

le calcul des éléments de la matrice $A(N', N_0)$ se fait comme suit :

$$e(j) = H(j) - D(j) \quad \text{avec } 1 \leq j \leq N_0 \quad \text{et } 1 \leq i \leq N'$$

$$\frac{\partial e(j)}{\partial H_i} = \frac{\partial e(j)}{\partial H_k}$$

$$(18) \text{ et } (19) \Rightarrow e(j) = \sum_{k=0}^{N'-1} \frac{\sin[\pi \cdot N'(\frac{J}{F_e} - \frac{k}{N'})]}{N' \sin[\pi(\frac{J}{F_e} - \frac{k}{N'})]} - D(j).$$

$$\text{Alors: } \frac{\partial e(j)}{\partial H_i} = \frac{\sin[\pi \cdot N'(\frac{J}{F_e} - \frac{k}{N'})]}{N' \sin[\pi(\frac{J}{F_e} - \frac{k}{N'})]} - \frac{\partial D(j)}{\partial H_k}$$

comme $D(j)$ n'est pas une fonction explicite de H_k , alors:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ \frac{\sin[N' \pi(\frac{J}{F_e} - \frac{i}{N'})]}{N' \cdot \sin[\pi(\frac{J}{F_e} - \frac{i}{N'})]} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (23)$$

Ainsi, la résolution de l'équation matricielle (22) permet de déterminer la quantité $(H_k + \Delta H_k)$.

Pour connaître la réponse impulsionnelle du filtre, cas de la procédure ZOOM-FFT, il faut opérer une transformation de FOURIER inverse, donc faire appel au sous programme FFT.

A ce stade de l'étude, nous sommes en possession de la densité spectrale de puissance de notre signal vibroacoustique, ainsi que d'une procédure de filtrage numérique.

Nous allons donc filtrer ce signal, dans sa représentation fréquentielle, à une fréquence de coupure égale à la fréquence de NYQUIST de notre échantillonnage. [16]

Nous sommes, maintenant, en mesure d'étudier plus profondément le signal, à l'aide des techniques du cepstre et du ZOOM.

CHAPITRE VI ETUDE DES TECHNIQUES DU CEPSTRE ET DU ZOOM.

I. ETUDE DU CEPSTRE OU ANALYSE CEPSTRALE.

1. Introduction :

L'utilisation d'une technique cepstrale pour l'analyse des signaux vibroacoustiques est fondée sur la détection des périodicités du spectre de ce signal. [7]

A noter que le cepstre est généralement utilisé pour déterminer le temps d'arrivée de l'onde fondamentale et de ses échos. [10]

Ses domaines d'application sont : l'hydrauacoustique, la sismologie, le traitement de la parole et de l'image et, dans une plus large mesure, l'étude des signaux vibroacoustiques. [10]

2. Définitions et propriétés :

Plusieurs définitions sont formulées dans le cas du cepstre d'un signal vibroacoustique. [7]

Notre choix se portera sur la définition suivante :

$$C(\tau) = |T.F \{ \log(G(I)) \}|^2 \quad (24)$$

Celui-ci est basé sur la linéarité de la transformation de FOURIÈRE d'un signal ainsi que sur la propriété de passer du produit de 2 termes à la somme de leur logarithmes respectifs; la deuxième forme étant plus simple à manier.

Nous pourrions donc, grâce à ces 2 propriétés, séparer l'effet

de la source de celui du chemin suivi par la vibration. [7]

En conclusion, nous pouvons dire que la formule (24), représentant le cepstre d'un signal vibroacoustique, nous permet de :

- mettre en évidence la structure périodique du spectre si elle existe.
- Séparer, dans le domaine temporel, l'effet d'une onde fondamentale de celui de ses harmoniques.

3- Procédure de calcul du cepstre d'un signal:

A cet effet, nous avons établi l'organigramme de la figure-7-

4- Problèmes relatifs à l'analyse cepstrale :

Comme toute technique basée sur des moyens numériques (numérisation, échantillonnage), la détermination du cepstre d'un signal vibroacoustique est liée à quelques problèmes tels que :

- le repliement du cepstre autour de la fréquence maximale ou phénomène d'"ALIASING".
- la rediscrétisation, dans le cas où les phénomènes de bruits parasites ne sont pas négligeables lors d'une première approche au cepstre.
- le fenêtrage aux différentes étapes de la procédure.
- le filtrage des signaux et les distorsions engendrées sur le cepstre de ceux-ci [7, 10]

la première difficulté est levée par l'augmentation de la durée du signal dans les limites du possible sans toutefois atteindre la limite fixée par la puissance de la technique diagnostique utilisée (problème de capacité de mémoire). [7].

En vertu de la non linéarité du logarithme, les régions de faible puissance (qui peuvent contenir des parasites), contribuent tout autant sinon plus que les régions qui contiennent le signal.

On a parfois recours à une rediscrétisation du signal original

En ce qui concerne le fenêtrage ; l'application des diverses fonctions diffère selon l'étape où se trouve l'analyse, à savoir :

- à l'introduction du signal échantillonné $x(k)$
- lors du calcul du cepstre ou du zoom.
- lors de l'opération de filtrage.

En général, lors du calcul du cepstre, on utilise la fenêtre exponentielle qui, elle, préserve la séparabilité de l'onde fondamentale et de ses harmoniques. [10]

Il est à noter que l'utilisation des fenêtres usuelles telles que HAMMING, HANNING, rectangulaire dégrade la qualité d'extraction et de détection de l'onde fondamentale du signal étudié

[10]

II . ETUDE DU ZOOM .

1. Introduction :

les techniques de ZOOM-FFT constituent un moyen d'augmenter la résolution spectrale d'un signal vibroacoustique et cela dans le but éventuel de séparer deux raies très voisines l'une de l'autre.

la résolution spectrale d'un échantillonnage est donnée par :

$$\gamma_0 = \frac{2 \cdot \gamma_N}{N} = \frac{F_e}{N} = \frac{1}{T_e \cdot N} = \frac{1}{T_0} \quad (25)$$

D'après l'équation (25), diminuer γ_0 revient soit :

- à augmenter le nombre d'échantillons N .
- à diminuer la fréquence d'échantillonnage F_e .

Dans le premier cas, cela nécessite des moyens de calcul puissants quant au second cas, il fait perdre les informations portées par les hautes fréquences [7]

la procédure ZOOM-FFT évite les inconvénients précédents mais ne traite qu'une partie du signal à la fois.

2- Procédure de calcul du ZOOM :

Nous en avons établi l'organigramme figure - 8 -

3. Interprétation :

Nous allons interpréter l'organigramme précédant.

Le signal est tout d'abord transformé, on aboutit à la densité spectrale de puissance filtrée à la fréquence de NYQUIST. (1)

On choisit alors la partie à analyser et on détermine la plage de fréquence de cette même partie. (2)

On effectue ensuite un décalage fréquentiel qui consiste à faire un changement d'axes ; l'origine étant prise maintenant à la fréquence centrale (ν_z) de la plage choisie. (3)

vient ensuite l'étape de filtrage numérique qui consiste à limiter notre étude à la plage choisie précédemment en négligeant l'influence du reste du spectre sur cette plage. (4). $\nu_z \pm F_c$

On effectue ensuite une transformation de FOURIER inverse. (5)
le signal ainsi obtenu est rediscrétisé à un pas

$$T'_e = M T_e$$

où : T_e est le pas d'échantillonnage initial.

M est le facteur de ZOOM ; $M = \frac{\nu_N}{F_c}$

En fait, la rediscrétisation consiste à prendre un échantillon du signal $G(I.T_e)$ parmi M . (6).

vient ensuite l'étape d'augmentation temporelle du signal ainsi obtenu qui consiste à le reproduire identiquement à lui-même M fois de telle sorte à avoir finalement un signal discrétisé comportant N points (7). On procède alors à une FFT (8) et on trace ensuite la D.S.P en fonction de la fréquence. (9)

Si la région étudiée présente des pics distincts alors on tire les conclusions appropriées.

Si l'on juge que les résultats ainsi obtenus ne sont pas assez concluants, on peut revenir à l'étape (1) et refaire la procédure décrite précédemment. [7].

A ce stade de la procédure, nous sommes aptes à faire une expérience sur un cas réel.

Les signaux vibroacoustiques sont les vibrations issues d'un moteur à combustion interne.

L'expérimentation de la procédure sur ce cas réel sera étudiée dans le chapitre suivant.

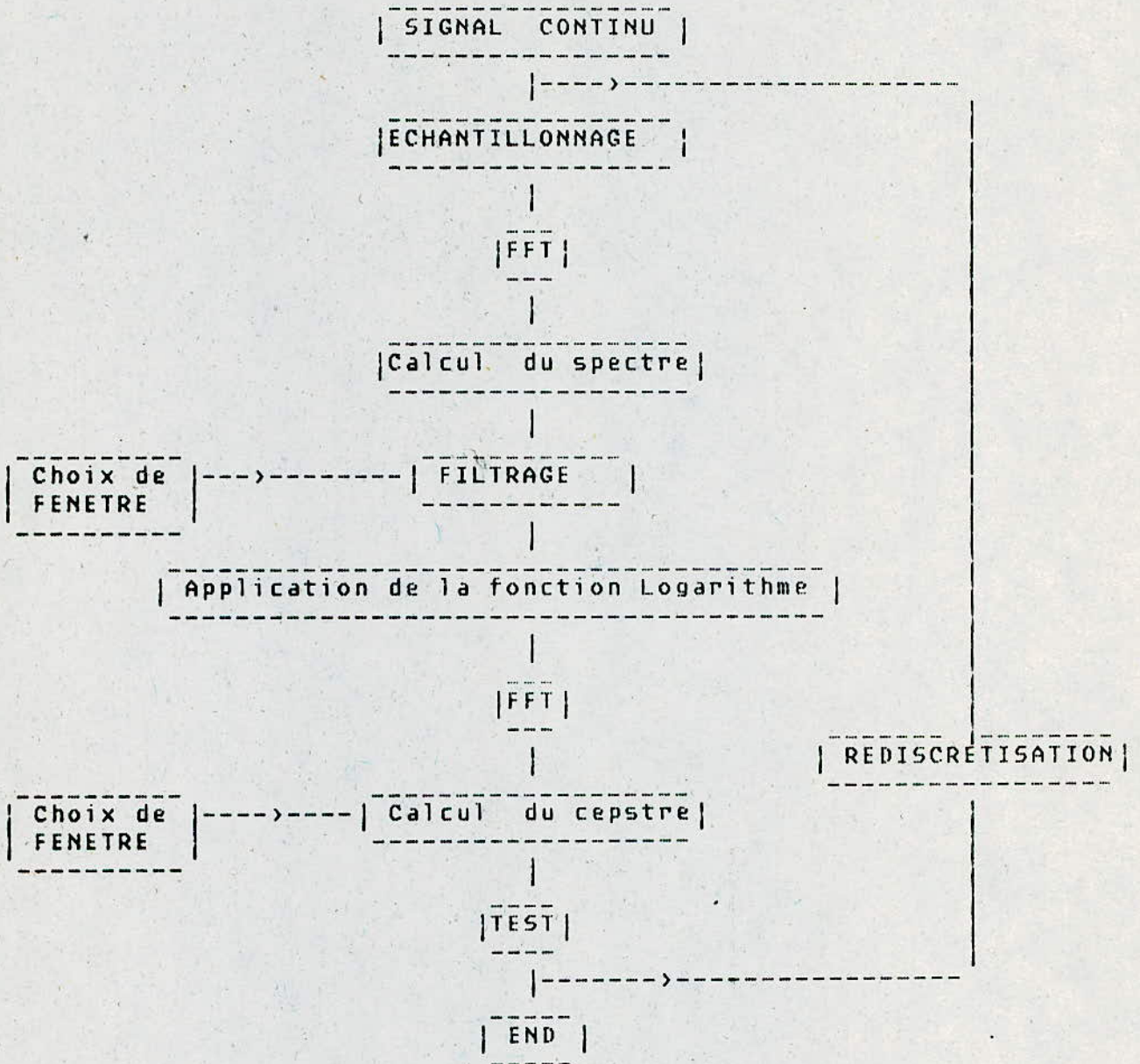


figure - 7-

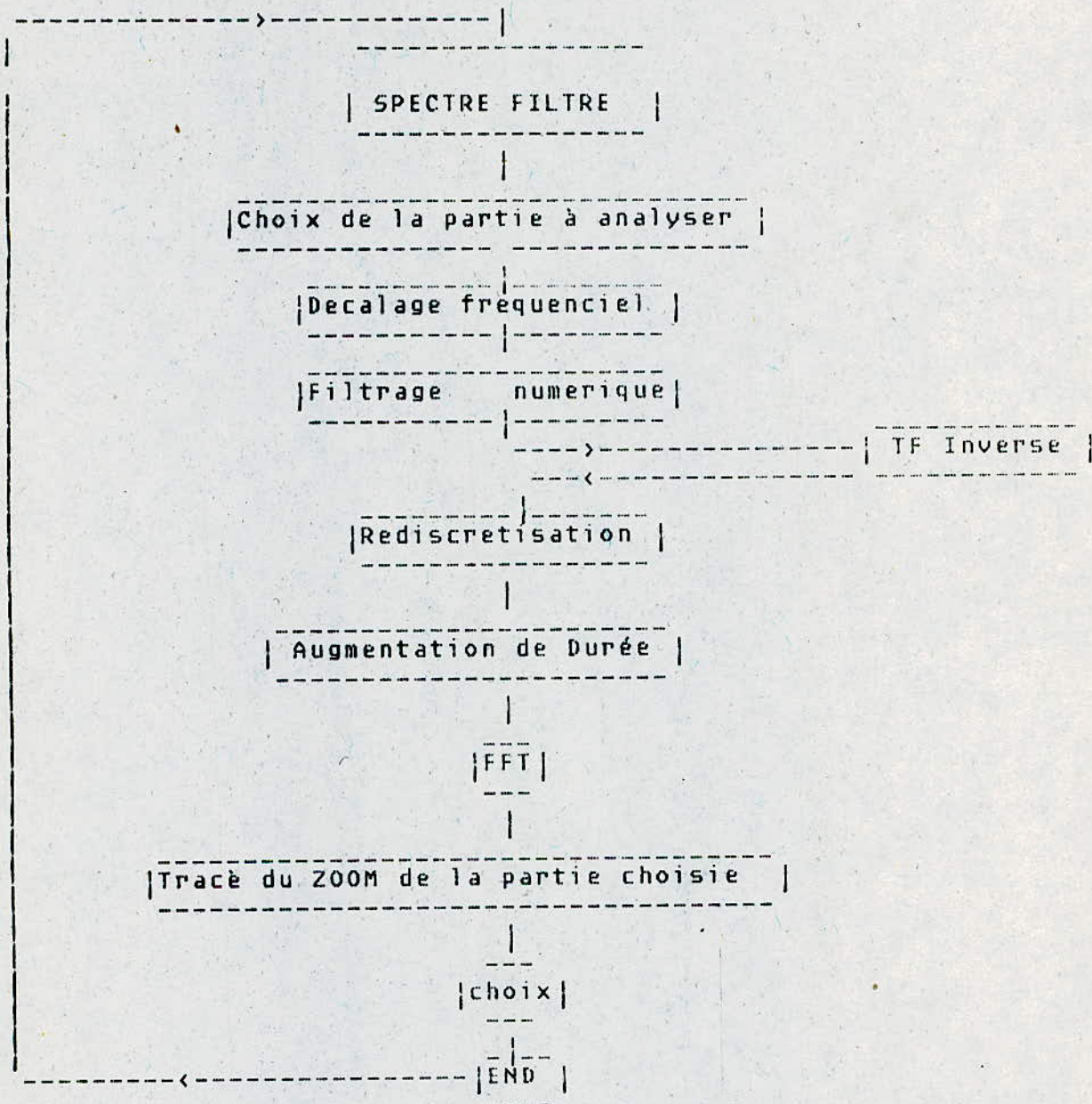


figure - 8 -

CHAPITRE VII EXPERIMENTATION DE LA PROCEDURE.

Pour verifier le bien fondé de notre procédure nous avons effectué une simulation de signal sur lequel nous avons appliqué la méthode decrite par l'organigramme de la figure - 12. - ; celui ci résume les différentes étapes qu'il est possible de suivre pour aboutir à un diagnostic. nous appliquerons, par la suite, cette méthode à un cas pratique et reel.

I. EXPERIENCE DE SIMULATION.

nous allons procéder à une verification de la procédure, étape par étape.

1. Simulation du signal: voir à ce propos le programme.
[SIMU]

le signal vibroacoustique simulé est supposé être la somme de plusieurs composantes sinusoidale de fréquence respective $F(i)$ et d'amplitude respective $B(i)$.

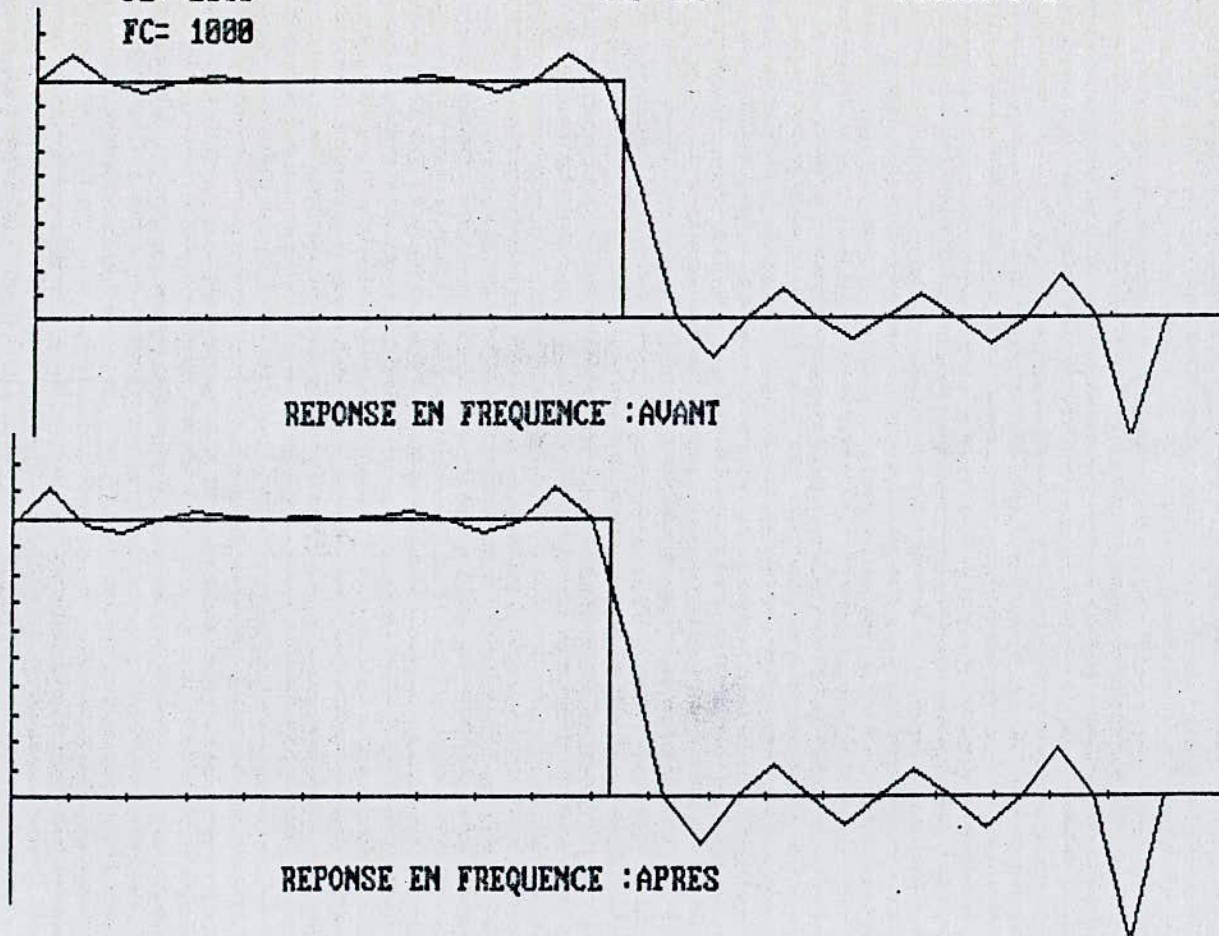
2. procédure F.F.T : [FFT].

le bien fondé de cette procédure a été montré au chapitre. IV paragraphes IV et V.

FE= 2000
FC= 1000

NE= 16

FIGURE 9-1



FENETRES SPECTRALES et FENETRES TEMPORELLES

1- RECTANGULAIRE

2-BARTLETT

3-HANNING

4-HAMMING

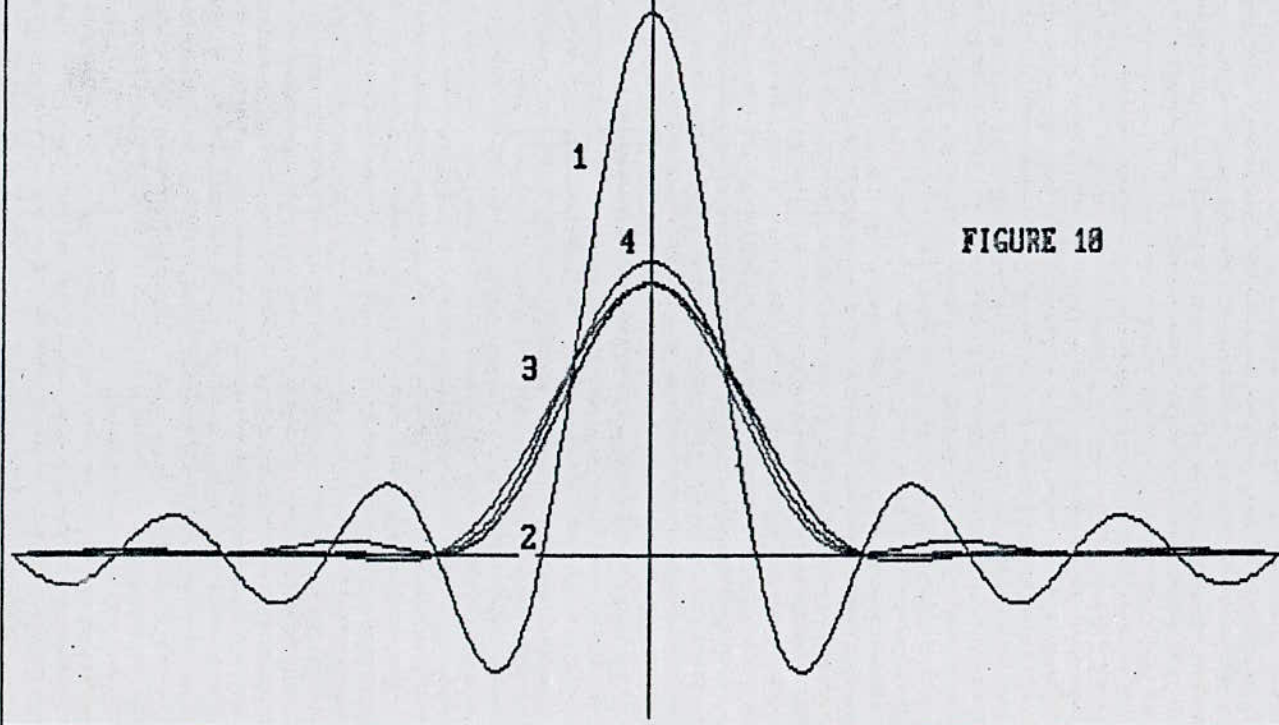
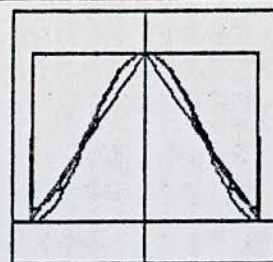


FIGURE 10

3. Calcul de la D.S.P : [PROPP]

idem en ce qui concerne la F.F.T

4. Elaboration d'un filtre numerique: [FILTI].

un exemple est traité en figure -9-

Il s'agit de générer, par la méthode décrite au chapitre V, un filtre numerique de type R.I.F, à phase linéaire la fréquence d'échantillonnage étant prise égale à

$F_e = 2000$ Hz ; la fréquence de coupure elle est de $F_c = 1000$ Hz.

le nombre de coefficients adopté pour le filtre est $N_e = 16$.

Quand N_e augmente, le filtre simulé épouse mieux la forme du gabarit imposé

5. Choix des fenêtres: [FEN]

un exemple de tracé est donné en figure -10-

le choix de la fenêtre est fonction de l'étape à laquelle se trouve la procédure (voir aussi chapitre IV paragraphe III).

6. Programme de tracé: [TRA]

les différents tracés nécessaires tout au long de l'exécution sont regroupés dans un même programme.

II. CAS REEL :

L'application pratique de cette procédure a été faite sur un moteur de type : TecQuipment TD.43.

c'est un engin à taux de compression variable pouvant fonctionner : au mazout, à l'essence et au gaz naturel

le matériel utilisé consiste en une chaîne de mesure.

(capteur , préamplificateur , interface , microordinateur de type SPECTRUM + , écran de visualisation)

Pour fixer le capteur sur le moteur , il a été nécessaire d'effectuer l'usinage préalable d'une vis M6 devant servir à la fixation du capteur.

les séquences de nombres ainsi obtenus varient de 0 à 256 (le processeur utilisé est à 8 bits) , ces nombres représentent donc les niveaux de notre processeur.

cette grandeur est équivalente à la puissance de la vibration il suffirait simplement de connaître l'amplitude d'un niveau pour pouvoir travailler avec des puissances absolues.

Le signal temporel est donné en figure -11-, sa densité spectrale de puissance est donnée en figure -12- .

Dans celle-ci, on distingue nettement un pic au voisinage de $\nu = 200$ Hz (une unité de graduation correspond à 600 Hz).

On constate également la présence d'un pic assez important aux

environs de 4500 Hz, on note également une série de pics secondaires entre 3200 et 4200 Hz.

En ce qui concerne le pic à $\gamma = 200$ Hz on peut attribuer son origine à la rotation de l'arbre.

La connaissance préalable des seuils de vibrations fournis par une documentation spécialisée [14] et une série statistique, fournirait des informations sur l'amplitude des vibrations engendrées par les différents organes du moteur, il nous manque, cependant, l'échelle absolue de ces amplitudes.

En ce qui concerne les pics de la plage [3200 - 4200] Hz, il nous faudrait tout d'abord utiliser le ZOOM pour distinguer les différents pics aux différentes fréquences et ainsi utiliser les résultats expérimentaux de la société IRD Mecanalysis [15].

les figures -15- et -14- donnent respectivement le spectre logarithmique et le cepstre de puissance de notre signal vibroacoustique réel.

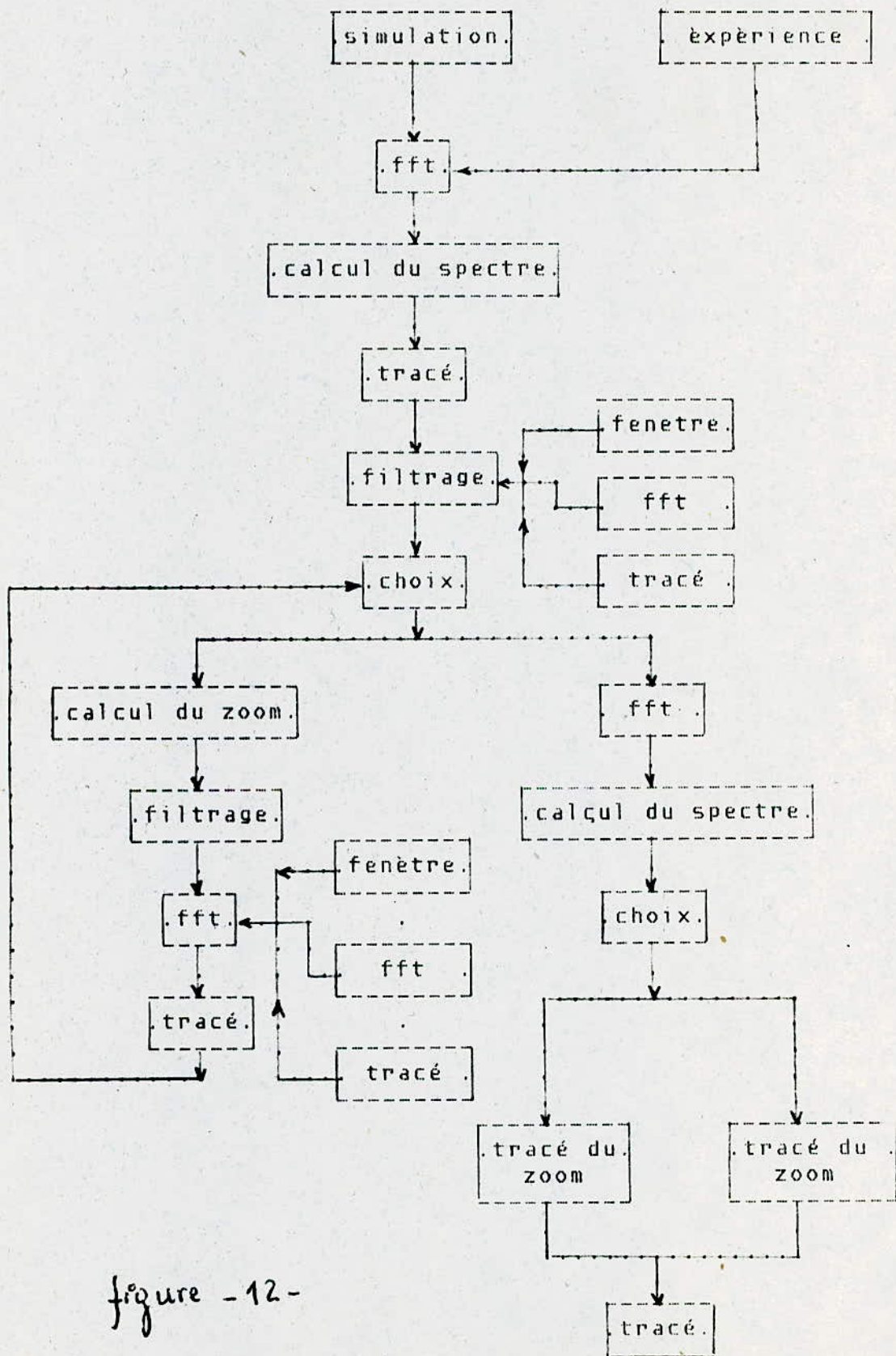


figure -12-

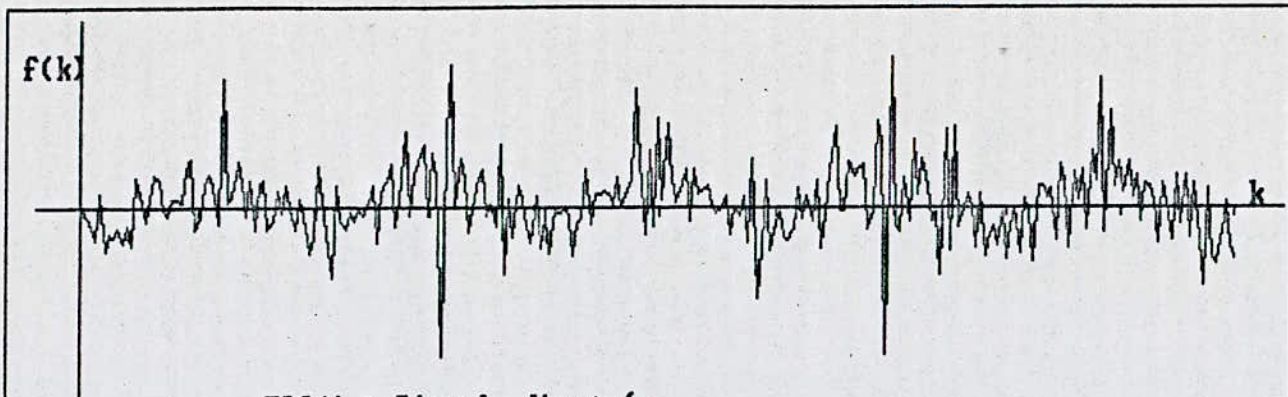


FIG11 : Signal d'entrée

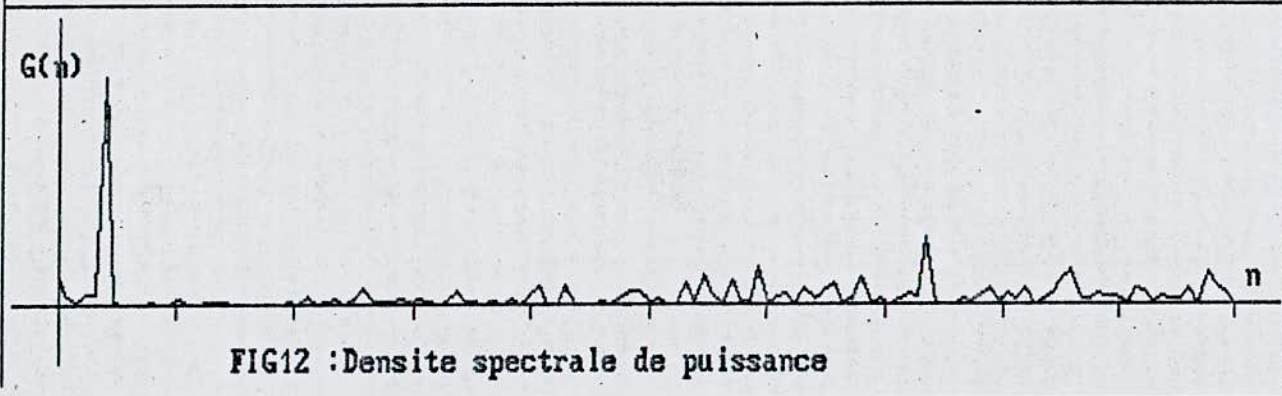
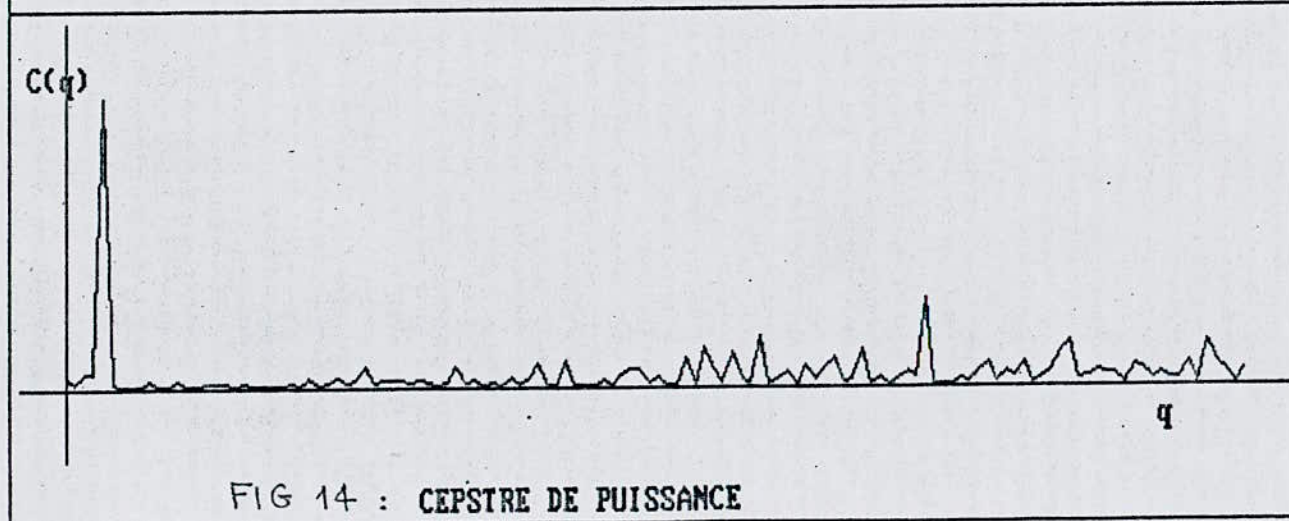
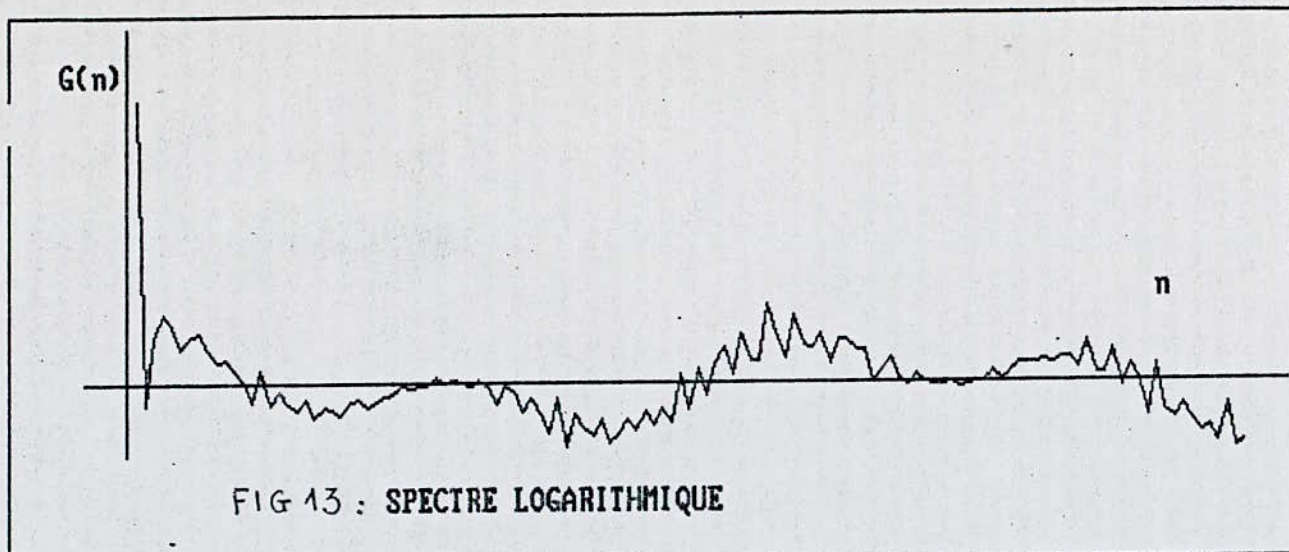


FIG12 : Densité spectrale de puissance



CONCLUSION :

Cette étude nous aura permis d'élaborer une procédure informatique pour le diagnostic d'un moteur à combustion interne.

Cependant, celle-ci s'est heurtée à quelques difficultés notamment :

- Au niveau de l'enregistrement du signal : le nombre et la qualité de l'échantillonnage étant fortement influencés par le type de micro-ordinateur choisi.
- Au niveau du filtrage numérique : en effet, cette procédure demande un temps d'exécution relativement long.
- Au niveau de la procédure ZOOM-FFT : en effet elle ne paraît pas tout à fait au point.

Par ailleurs, nous souhaitons qu'une étude ultérieure soit entreprise et que des améliorations soient apportées surtout au niveau : - du temps d'exécution par compilation des programmes, chaînage de ceux-ci, utilisation d'un ordinateur plus puissant, utilisation d'un langage plus performant, vu que le langage utilisé était le BASIC interprété.

- De la procédure de filtrage numérique où l'on pourrait utiliser un filtre R.I.I obtenu à l'aide d'une technique itérative.

ANNEXE 1 : RAPPELS MATHÉMATIQUES.

1. Transformée en Z d'une suite $x(n)$: [2].

celle ci est définie par :

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot z^{-n} \quad (1)$$

Z étant la variable complexe, le domaine de convergence de cette suite est tel que :

$$R_1 < |z| < R_2.$$

si $x(n)$ représente la suite des échantillons d'un signal, sa

transformée de FOURIER s'écrira :

$$S(f) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot n \cdot T} \quad (2)$$

en égalisant (1) et (2), on montre que :

$$z = e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot T} \quad (3)$$

l'analyse d'un système discret peut se faire à l'aide de sa transformée en Z.

le passage de la réponse en fréquence se fait en utilisant (3) d'où l'équivalence entre la transformée en Z d'une suite $x(n)$ et sa transformée de FOURIER.

2. Puissance des signaux discrets : [2,9].

Dans le cas de signaux non périodiques causaux nous pouvons écrire :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(2\pi jf) e^{j2\pi ft} \cdot df$$

la période étant supposée être T_0 :

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t) & \text{si } -\frac{T_0}{2} \leq t \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

la puissance totale de ce signal sera :

$$\bar{P}_T(t) = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{+\infty} |F_{T_0}(j\omega)|^2 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot d\omega.$$

le passage au cas des signaux vibroacoustiques réels (donc non périodiques) se fait en faisant tendre cette période vers l'infini.

$$\bar{P} = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \bar{P}_{T_0}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{|F_{T_0}(j\omega)|^2}{T_0} \cdot \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (4)$$

bien entendu, on ne discute que les cas où cette limite existe.

On définit la densité spectrale de puissance par: [13]

$$S(\omega) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{|F_{T_0}(j\omega)|^2}{T_0}$$

la notion de spectre d'un signal est fondamentale, il est équivalent de connaître $f(t)$ ou sa transformée $F(j\omega)$.

Pour des signaux stochastiques, ces derniers ne sont descriptibles que par leurs propriétés statistiques qui peuvent être retrouvées entièrement à partir de la D.S.P seule. [9].

Une estimation de cette D.S.P peut être faite de 2 manières: [9]

- à partir des seules données statistiques: c'est la méthode

du corrélogramme.

- à partir de la transformée de FOURIER du signal; c'est la méthode du périodogramme.

Dans notre étude, nous utiliserons la 2^{ème} méthode et nous définirons notre D.S.P par l'estimateur suivant: [13].

$$G(n) = [X_R(n)^2 + X_I(n)^2] \cdot \frac{2 \cdot T_e}{N} \quad (5)$$

où: - $X_R(n)$ et $X_I(n)$ sont respectivement les parties réelles et imaginaires du signal après application de la F.F.T.

- T_e : période d'échantillonnage.

- N : nombre d'échantillons contenu dans le signal.

cette relation est à rapprocher de la relation (4); en effet:

$$X_R(n)^2 + X_I(n)^2 \text{ est équivalent à } |F_T(j\omega)|^2.$$

de même que $\frac{1}{T_0}$ est équivalent à $\frac{T_e}{N}$; en effet:

faire tendre T_0 vers l'infini, en gardant une période d'échantillonnage constante, équivaut à augmenter le nombre d'échantillons N .

les relations (4) et (5) sont donc équivalentes.

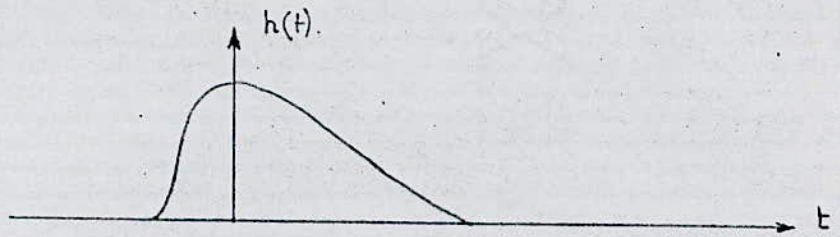
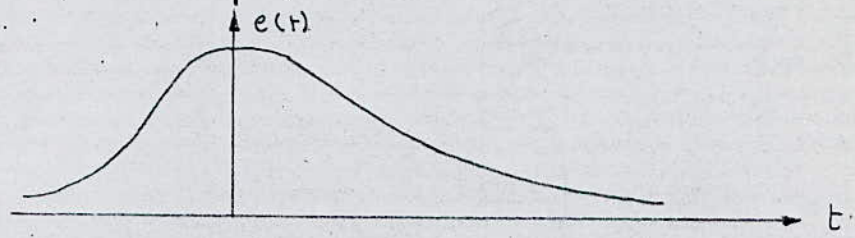
3. Représentation physique de la convolution: [9]

soit à réaliser l'opération suivante:

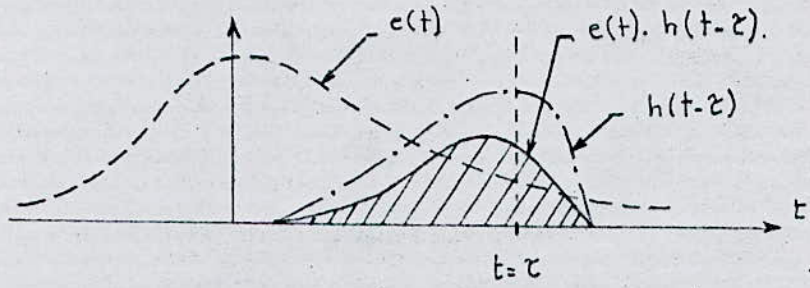
$$e(t) * h(t) = \int_0^t e(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau.$$

nous représentons en figure ci-dessous ce produit de convolution

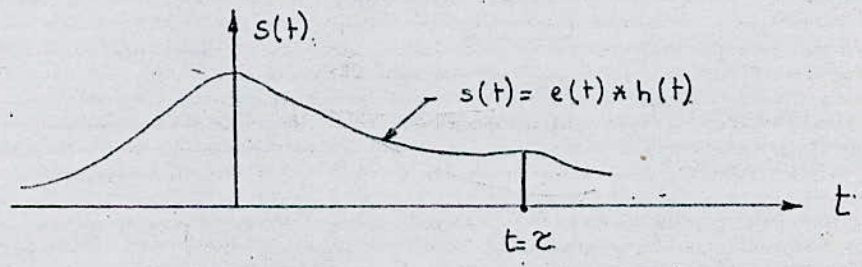
pour chaque instant t : soit $t = \tau$



il nous faut réaliser $h(t-\tau)$ donc retourner le graphe de $h(\tau)$ et le decaler de t



On réalise ensuite le produit $e(\tau) \cdot h(t-\tau)$ point par point puis on calcule l'intégrale de ce produit ce qui revient à calculer l'aire sous la courbe $e(\tau) \cdot h(t-\tau)$ obtenue à l'instant $t = \tau$.



de la même manière, on refait l'opération précédente pour chaque instant t .


```

10 CLS
15 CHOIX=1
20 INPUT "NOMBRE D'ECHANTILLONS DU SIGNAL N=2^R :R=";R
25 INPUT "FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE :FE=";FE
26 T1=1/FE
30 N=2^R
40 DIM XR1(1024),XR(N),XI(N)
42 OPEN "R",#1,"a:data1",2
43 FIELD #1,2 AS XR1$
44 FOR I=1 TO 1024
45 GET #1,I
46 XR1(I)=CUI(XR1$)
47 NEXT I
48 CLOSE #1
50 K=1
51 FOR I=1 TO 1024 STEP 4
52 XR(K)=(XR1(I)+XR1(I+1)+XR1(I+2)+XR1(I+3))/4 -128
53 K=K+1
54 NEXT I
55 A$="EXP"
60 CHAIN"a:fft",5,ALL,DELETE -55

```

```

10 CLS 0
15 CHOIX=1
20 '***** SIMULATION DU SIGNAL *****
30 SCREEN 3
40 KEY OFF
50 INPUT "NOMBRE D'ECHANTILLONS DU SIGNAL : N=2^R :R=";R
60 INPUT "FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE : FE=";FE
70 PI=3.14159
80 N=2^R
90 T1=1/FE : DIM XR(N),XI(N)
100 INPUT "NOMBRE DE SINUSOIDES DANS LE SIGNAL K=";K
110 FOR I=1 TO K
120 PRINT "F("I")=";:INPUT F(I)
130 PRINT "AMPLITUDE DU SIGNAL B("I")=";:INPUT B(I)
140 NEXT I
150 FOR I=0 TO N-1
160 S=0
170 FOR II=1 TO K
180 S=S+COS(2*PI*F(II)*I*T1)*B(II)
190 NEXT II
200 XR(I)=S
210 XI(I)=0
220 NEXT I
221 TIME$="00:00:00"
222 OPEN "R",#1,"a:fich2",4
223 FIELD #1,4 AS XR$
224 FOR I=1 TO N

```

```

225 LSET XR$=MK5$(XR(I))
226 PUT #1,I
227 NEXT I
228 CLOSE #1
229 'FOR I=1 TO N:PRINT XR(I):NEXT I :STOP
230 CHAIN"a:fft ",5 ,ALL,DELETE 10-228

```

```

5 CLS
6 LOCATE 10,28 :PRINT "SUBROUTINE F.F.T"
10 '.....PROGRAMME F.F.T.....
16 DIM V(N),IOX(R),WK(2,2),A(2,2),Q(2,2)
20 CHOIX=-1*CHOIX
30 FOR I=1 TO R
40 IOX(I)=2^(R-I)
50 NEXT I
60 FOR MP1=1 TO R
70 MEX2=2^(MP1-1)
80 NMEX2=N/MEX2
90 MOIT=NMEX2/2
100 L=0
110 FOR JOO=1 TO MEX2
120 FL=L
130 NNP=N
140 V=CHOIX*2*3.1415 *FL/NNP
150 AC=COS(V)
160 AS=SIN(V)
170 WK(1,1)=AC
180 WK(1,2)=AS
190 WK(2,1)=-AS
200 WK(2,2)=AC
210 JO=NMEX2*(JOO-1)
220 FOR I=1 TO MOIT
230 J1=JOO+I
240 J2=J1+MOIT
250 A(1,1)=XR(J2)
260 A(1,2)=XI(J2)
270 A(2,1)=-XI(J2)
280 A(2,2)=XR(J2)
290 Q(1,1)=A(1,1)*WK(1,1)+A(1,2)*WK(2,1)
300 Q(1,2)=A(1,1)*WK(1,2)+A(1,2)*WK(2,2)
310 Q(2,2)=Q(1,1)
320 Q(2,1)=-Q(1,2)
330 XR(J2)=XR(J1)-Q(1,1)
340 XI(J2)=XI(J1)-Q(1,2)
350 XR(J1)=XR(J1)+Q(1,1)
360 XI(J1)=XI(J1)+Q(1,2)
370 NEXT I
380 FOR I=2 TO R
390 II=I
400 IF L-IOX(I)<0 THEN 430
410 L=L-IOX(I)

```



```

420 NEXT I
430 L=L+IOX(II)
440 NEXT J00
450 NEXT MP1
460 L=0
470 FOR J= 1 TO N
480 IF L-J<0 THEN 550
490 RES1=XR(J)
500 RES2=XI(J)
510 XR(J)=XR(L+1)
520 XI(J)=XI(L+1)
530 XR(L+1)=RES1
540 XI(L+1)=RES2
550 FOR I=1 TO R
560 II=I
570 IF L-IOX(I)<0 THEN 600
580 L=L-IOX(I)
590 NEXT I
600 L=L+IOX(II)
610 NEXT J
620 IF CHOIX>=0 THEN 670
630 FOR I=1 TO N
640 XR(I)=XR(I)/NMP
650 XI(I)=XI(I)/NMP
660 NEXT I
670 ERASE V,IOX,WK,A,Q
672 'FOR I=1 TO N:PRINT XR(I):NEXT I:STOP
705 IF A$="ZOOM1" THEN 830
710 CL5
720 IF A$="ZOOM " THEN 810
730 IF A$="CEPSTRE" THEN 820
800 CHAIN "a:propp",4,ALL,DELETE -720
810 CHAIN "a:tra",420,ALL,DELETE -800
820 CHAIN"a:tra",770,ALL,DELETE -810
830 ERASE G :CHAIN"A:PROPP",260,ALL,DELETE -820

```

```

4 DIM G(N)
5 CL5:IF A$="EXP" THEN 7
6 A$="CALSPÉ"
7 LOCATE 10,28 :PRINT "CALCUL DU SPECTRE "
10 FOR I=1 TO N
20 G(I-1)=(XR(I)^2+XI(I)^2)*2*T1/N
30 NEXT I
70 CHAIN"a:tra",10,ALL,DELETE -30
80 CL5
81 LOCATE 22,2 :INPUT "VOULEZ VOUS UTILISER LE ZOOM ";D$
90 IF D$=" " THEN 80
100 IF D$="N" THEN 450
110 IF D$="0" THEN 120 ELSE 80
120 CL5 2
130 CL5
135 '.....PROCEDURE ZOOM-FFT.....
140 LOCATE 10,28 :PRINT "CALCUL DU ZOOM "
150 LOCATE 18,8:INPUT " DONNER LA FREQUENCE CENTRALE Fz =";FZ

```

```

160 MMIN=N/NE:CLS
170 LOCATE 18,8:PRINT "CHOISIR LE FACTEUR DE ZOOM M ="MMIN" ";:INPUT M
180 '.....DECALAGE FREQUENTIEL.....
185 DIM XRF(N),XIF(N)
186 FOR I=1 TO N
190 XRF(I)=XR(I)*COS(-2*PI*FZ*I*T1)
200 XIF(I)=XR(I)*COS(-2*PI*FZ*I*T1)
205 NEXT I
210 ERASE XRF,XIF
220 FC=FE/(2*M)
230 '.....FILTRAGE NUMERIQUE.....
240 A$="ZOOM1"
245 CLS
250 CHAIN"a:filt1",110,ALL,DELETE -240
255 '.....REDISCRETISATION.....
260 DIM XRF(N),XIF(N)
270 D=INT(N/M)
272 FOR I=1 TO N
274 XRF(I)=XR(I)
276 XIF(I)=XI(I)
278 NEXT I
280 DIM RR(D),RI(D)
290 FOR K=1 TO D
300 IND=K*M
310 RR(K)=XRF(IND)
320 RI(K)=XIF(IND)
330 NEXT K
340 ERASE XRF,XIF
350 '.....AUGMENTATION DE LA DUREE DU SIGNAL.....
360 I=1
370 FOR J=1 TO M
380 FOR K=1 TO D
390 XR(I)=RR(K)
400 XI(I)=RI(K)
410 I=I+1
420 NEXT K:NEXT J
425 A$="ZOOM"
430 ERASE RR,RI
440 CHAIN "a:fft",5,ALL,DELETE -430
450 CLS 2
452 A$="CEPSTRE"

460 LOCATE 22,2:PRINT "VOULEZ
460 LOCATE 22,2:PRINT "VOULEZ VOUS TRACER LE CEPSTRE ?"
470 LOCATE 23,2:PRINT "REPONDEZ PAR O/H";:INPUT F$
480 IF F$=" " THEN 470
490 IF F$="N" THEN END
500 IF F$="O" THEN 510 ELSE 470
510 CLS
520 LOCATE 10,6:PRINT "CEPSTRE DE LA DENSITE SPECTRAL.....1"
530 LOCATE 11,6:PRINT "CEPSTRE DE LA PARTIE ZOOME.....2"
540 LOCATE 12,6:PRINT "SORTIE .....3"
550 LOCATE 17,6:INPUT "VOTRE CHOIX EST:";G$
560 IF G$=" " THEN 550
570 IF G$="1" THEN 600
580 IF G$="2" THEN 631

```



```

590 IF G$="3" THEN END ELSE 550
600 FOR I=0 TO N-1
610 XR(I)=LOG(G(I)+1)
620 XI(I)=0
630 NEXT I:PP=1
631 GOTO 640
632 FOR I=0 TO N-1
634 XR(I)=LOG(Z(I)+1)
636 XI(I)=0
638 NEXT I:PP=2
640 CHAIN "a:fft",10,ALL,DELETE -638

```

```

10 CLS
20 KEY OFF
30 DIM F(70)
35 FOR I=1 TO 60
40 PRINT "F(";I;")=";:INPUT F(I)
45 NEXT I
50 SCREEN 3
60 VIEW (30,30)-(620,380)
70 WINDOW (0,.0000001)-(60,.0001)
80 FOR I=1 TO 60
90 PSET (I,F(I))
100 NEXT I
110 FOR I=1 TO 59
120 LINE (I,F(I))-(I+1,F(I+1))
130 NEXT I

```

```

10 '.....PROGRAMME FENETRES ..... FEN
15 DIM P2(N)
20 CLS
30 PRINT "QUELLE FENETRE VOULEZ VOUS UTILISER ?"
40 LOCATE 10,5: PRINT "RECTANGULAIRE.....A"
50 LOCATE 11,5:PRINT "HAMMING.....B"
60 LOCATE 12,5:PRINT "HANNING.....C"
70 LOCATE 13,5:PRINT "EXPONENTIELLE.....D"
80 LOCATE 14,5:PRINT "MIXTE.....E"
85 LOCATE 8,65:PRINT "PRO.FEN"
90 LOCATE 17,6:INPUT "VOTRE CHOIX EST:";B$
100 IF B$=" " THEN 100
110 IF B$="A" THEN 160
120 IF B$="B" THEN 180
130 IF B$="C" THEN 230
140 IF B$="D" THEN 280
150 IF B$="E" THEN 330 ELSE 20
155 '.....FENETRE RECTANGULAIRE.....
160 FOR I=0 TO N-1

```

```

170 XR(I)=1 :XI(I)=1
175 NEXT I
176 GOTO 600
180 '.....FENETRE DE HAMMING .....
190 FOR I=0 TO N-1
200 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(2*I-N)/N))
210 XI(I)=XI(I)*(.54+.46*COS(PI*(2*I-N)/N))
220 NEXT I
225 GOTO 600
230 '.....FENETRE DE HANNING .....
240 FOR I=0 TO N-1
250 XR(I)=XR(I)*(.5+.5*COS(PI*(2*I-N)/N))
260 XI(I)=XI(I)*(.5+.5*COS(PI*(2*I-N)/N))
270 NEXT I
275 GOTO 600
280 '.....FENETRE EXPONENTIELLE .....
290 FOR I=0 TO N-1
300 XR(I)=XR(I)*EXP(I*T1*LOG(.99))
310 XI(I)=XI(I)*EXP(I*T1*LOG(.99))
320 NEXT I
325 GOTO 600
330 '.....FENETRE MIXTE.....
340 FOR I=1 TO N/4
350 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(4*I-N)/N))
360 XI(I)=XI(I)*(.54+.46*COS(PI*(4*I-N)/N))
370 NEXT I
380 FOR I=N/4 TO 3*N/4
390 XR(I)=1
400 XI(I)=1
410 NEXT I
420 FOR I=3*N/4 TO N
430 XR(I)=XR(I)*(.54+.46*COS(PI*(4*I-3*N)/N))
440 XI(I)=XI(I)*(.54+.46*COS(PI*(4*I-3*N)/N))
450 NEXT I
500 '
510 IF A$="PROGRAMME FILT1" THEN 600 ELSE END
600 FOR I=1 TO N-1
610 P2(I)=XR(I)
620 NEXT I
630 CHAIN"a:filt1",980,ALL,DELETE -620

```

```

10 '.....PROGRAMME DE CALCUL D'UN FILTRE RIF.....
20 '.....A L'AIDE DES MOINDRES CARRES.....
30 CLS:KEY OFF
40 '.....CHOIX DU GABARIT.....
50 A$="PROGRAMME FILT1"
55 LOCATE 10,28 :PRINT "FILTRAGE NUMERIQUE"
60 PI=3.14159265#
70 LOCATE 12,5:PRINT "FE=";FE
80 LOCATE 13,5:PRINT "FC=";:INPUT FC
90 F1=.95*FC
100 F2=1.05*FC
110 PRINT "nombre d'echantillons :N=";:PRINT N
120 'PRINT "ondulation f1=";:INPUT F11

```



```

130 'PRINT "ondulation f2=";:INPUT F12
140 'NE=2/3*ABS(LOG(1/(10*F11*F12))*FE/(F1-F2))
150 '....NE : nombre estime de coefficients du filtre ....
160 'PRINT "NE=";:INPUT NE
170 M=LOG(NE)/LOG(2)
180 M=INT(M):NE=2^M
190 PRINT NE
200 DIM HK(NE,1)
210 FOR I=0 TO NE-1
220 Z=I*FE/NE
230 IF Z<=FC THEN HK(I,1)=1 ELSE HK(I,1)=0
240 NEXT I
250 CLS
260 '.....CALCUL DE LA FONCTION DE TRANSFERT H(f).....
270 LOCATE 10,28 :PRINT "CALCUL DE LA FONCTION DE TRANSFERT H(f)"
280 '....l :entier l=2
290 NO=INT(FE/FE*NE*2+1) :PRINT NO
300 DIM HO(2*NE,1),DO(2*NE,NE)
310 'M=FE/2
320 'N=M/NE
330 FOR J=0 TO NE*2-1 STEP 1
340 FOR I=0 TO NE-1 STEP 1
350 X=J/2-I
360 IF I=J/2 THEN DO(J,I)=1 ELSE DO(J,I)=SIN(PI*X)/(NE*SIN(X*PI/NE))
370 IF ABS(DO(J,I))<.00001 THEN DO(J,I)=0
380 NEXT I :NEXT J
390 FOR J=0 TO NE*2-1 STEP 1
400 HO(J,1)=0
410 FOR I=0 TO NE-1 STEP 1
420 HO(J,1)=HO(J,1)+DO(J,I)*HK(I,1)
430 NEXT I
440 'PRINT HO(J,1);
450 'PRINT
460 NEXT J :PRINT :PRINT
470 ERASE DO
480 CLS
485 HO(2*NE-1,1)=0
490 '.....OUVERTURE D'UN FICHER.....
500 LOCATE 10,28:PRINT "OUVERTURE D'UN FICHER"
510 OPEN "R",#1,"a:fich1",4
520 FIELD #1,4 AS HO$
530 FOR I=1 TO 2*NE-1
540 'PRINT "HO(";I;",";1)="; HO(I,1)
550 LSET HO$=MKS$(HO(I,1))
560 PUT #1,I
570 NEXT I
580 CLOSE #1
590 CLS
600 '.....TRACE DE LA REPONSE EN FREQUENCE.....
610 LOCATE 11,28 :PRINT "          INITIALE          "
620 LOCATE 10,28 :PRINT "TRACE DE LA REPONSE EN FREQUENCE"
630 CLS
640 SCREEN 3
650 VIEW(20,20)-(625,385)
660 WINDOW(0,-.5)-(NE*2.1,1.3)
670 LINE(0,-.5)-(0 ,1.3)
680 LINE(0,0)-(NE*2.1,0)

```

```

690 FOR I=0 TO 1.3 STEP .1
700 LINE (0,I)-(.01*NE,I)
710 NEXT I
720 FOR I=0 TO 2*NE STEP NE/10
730 LINE (I,-.01)-(I,.01)
740 NEXT I
750 LINE (0,1)-(FC/FE*NO,1):LINE (FC/FE*NO,0)-(FC/FE*NO,1)
760 FOR I=0 TO 2*NE-1 STEP 1
770 LINE (I,H0(I,1))-(I+1,H0(I+1,1))
780 NEXT I
790 LOCATE 2,10 :PRINT "FE=";FE
800 LOCATE 3,10 :PRINT "FC=";FC
810 LOCATE 2,40 :PRINT "NE=";NE
820 LOCATE 23,20 :PRINT "REPONSE EN FREQUENCE :AVANT"
830 END
840 CLS 2
850 '.....CALCUL DE LA FONCTION ECART EO(J).....
860 LOCATE 10,28 :PRINT "CALCUL DE LA FONCTION ECART EO(J)"
870 DIM D(2*NE,1),EO(2*NE,1)
880 FOR J=0 TO 2*NE-1 STEP 1
890 Z=J*FE/NE/2
900 IF Z<=FC THEN D(J,1)=1 ELSE D(J,1)=0
910 EO(J,1)= H0(J,1)-D(J,1):PRINT EO(J,1)
920 NEXT J:PRINT
930 ERASE D
940 N1=N :N=NO
950 '.....INTRODUCTION DES COEFFICIENTS DE PONDERATION.....
960 DIM PO(NO,NO)
970 CHAIN"a:fen",10,ALL,DELETE -940
980 FOR I=1 TO NO
990 FOR J=1 TO NO

1000 IF I<>J THEN PO(I,J)=0 ELSE PO(I,J)=P2(I)
1000 IF I<>J THEN PO(I,J)=0 ELSE PO(I,J)=P2(I)
1010 'PRINT PO(I,J);
1020 NEXT J
1030 'PRINT
1040 NEXT I
1050 CLS
1055 ERASE P2
1060 '.....CALCUL DES ELEMENTS A1(I,J).....
1070 LOCATE 10,28 :PRINT "CALCUL DES ELEMENTS A1(I,J)"
1080 DIM A1(NE,NO),AT(NO,NE)
1090 FOR I=0 TO NE-1
1100 FOR J=0 TO NO-1
1110 X=J/FE-I/NE
1120 IF I=J THEN A1(I,J)=1 ELSE A1(I,J)=SIN(PI*X*NE)/(NE*SIN(X*PI))
1130 GOTO 1150
1140 IF X=0 THEN A1(I,J)=1
1150 NEXT J
1160 NEXT I
1170 FOR I=0 TO NE-1
1180 FOR J=0 TO NO-1
1190 AT(J,I)=A1(I,J)
1200 NEXT J
1210 NEXT I
1220 '.....RESOLUTION DE L'EQUATION MATRICIELLE.....

```



```

1230 LOCATE 10,28 :PRINT "RESOLUTION DE L'EQUATION MATRICIELLE"
1240 DIM C(NE,NO):L = 0
1250 FOR I=0 TO NE-1
1260 FOR J=0 TO NO-1:C(I,J)=0:FOR K=0 TO NO-1
1270 C(I,J)=A1(I,K)*P0(K,J)+C(I,J)
1280 NEXT K
1290 NEXT J
1300 NEXT I
1310 L=L+1
1320 FOR I=0 TO NE-1:FOR J=0 TO NO-1
1330 A1(I,J)=C(I,J)
1340 NEXT J:NEXT I
1350 IF L < 2 THEN 1250
1360 DIM F2(NE,NE)
1370 FOR I=0 TO NE-1
1380 FOR J=0 TO NE-1
1390 F2(I,J)=0
1400 FOR K=0 TO NO-1
1410 F2(I,J)=F2(I,J)+A1(I,K)*AT(K,J)
1420 NEXT K
1430 NEXT J
1440 NEXT I
1450 ERASE AT
1460 DIM Y(NE,NE),Z(NE)
1470 '.....PROGRAMME D'INVERSION DE MATRICE.....
1480 LOCATE 10,28 :PRINT "PROGRAMME D'INVERSION DE MATRICE"
1490 FOR I=1 TO NE
1500 FOR J=1 TO NE
1510 Y(I,J)=F2(I-1,J-1)
1520 NEXT J:NEXT I
1530 ERASE F2
1540 E=NE-1
1550 FOR G=1 TO NE
1560 Z(G)=0
1570 T=Y(G,1)
1580 IF T<>0 THEN 1710
1590 FOR I=G+1 TO NE
1600 Z(G)=I
1610 IF Y(I,1)=0 THEN 1690
1620 FOR J=1 TO NE
1630 S=Y(G,J)
1640 Y(G,J)=Y(I,J)
1650 Y(I)
1650 Y(I,J)=S
1660 NEXT J
1670 GOTO 1570
1680 NEXT I
1690 PRINT "pas d' inverse"
1700 END
1710 FOR J=1 TO E
1720 Y(G,J)=Y(G,J+1)/T
1730 NEXT J
1740 Y(G,NE)=1/T
1750 FOR I=1 TO NE
1760 IF I=G THEN 1820
1770 S=Y(I,1)

```

```

1780 FOR J=1 TO E
1790 Y(I,J)=Y(I,J+1)-5*Y(G,J)
1800 NEXT J
1810 Y(I,NE)=-5*Y(G,NE)
1820 NEXT I
1830 NEXT G
1840 ERASE Z
1850 '.....CALCUL DES Hk PONDERES.....
1860 LOCATE 10,28:PRINT "CALCUL DES Hk PONDERES"
1870 DIM C1(2*NE,1)
1880 FOR I=0 TO NE-1
1890 C(I,1)=0
1900 FOR J=0 TO NO-1
1910 C(I,1)=C(I,1)+A1(I,J)*E0(J,1)
1920 NEXT J
1930 NEXT I
1940 FOR I=0 TO NE-1
1950 C1(I,1)=0
1960 FOR J=0 TO NE-1
1970 C1(I,1)=C1(I,1)-Y(I+1,J+1)*C(J,1)
1980 NEXT J : 'PRINT C1(I,1)
1990 NEXT I
2000 ERASE Y
2010 FOR I=0 TO 2*NE-1 STEP 2
2020 C1(I,1)=C1(I,1)+H0(I,1)
2025 'PRINT C1(I,1)
2030 NEXT I
2035 CLS 2
2040 '.....RAPPEL DES VALEURS DU FICHIER.....
2045 LOCATE 10,28 :PRINT "RAPPEL DES VALEURS DU FICHIER"
2050 OPEN "R",#1,"a:fich1",4
2060 FIELD #1,4 AS H0$
2070 FOR I=1 TO 2*NE
2080 GET #1,I
2090 H0(I,1)=CV5(H0$)
2100 'PRINT H0(I,1)
2110 NEXT I
2120 CLOSE #1
2130 FOR I=1 TO 2*NE-1 STEP 2
2140 C1(I,1)=H0(I,1)
2150 NEXT I
2151 'FOR I=0 TO 2*NE-1:PRINT C1(I,1):NEXT I
2152 C1(2*NE-1,1)=0
2153 NN1=0
2154 DIM C2(N1,1)
2155 GOTO 2165
2157 FOR I=0 TO 2*NE-1
2158 FOR K=NN1 TO N1/(2*NE) +NN1-1
2160 IF K< N1/(2*NE)/2+NN1 THEN C2(K,1)=C1(I,1) ELSE C2(K,1)=C1(I+1,1)
2161 'PRINT C2(K,1)
2162 NEXT K :NN1=NN1+N1/(2*NE) :IF NN1>N1 THEN END
2163 NEXT I
2164 GOTO 2405
2165 '.....TRACE DE LA REPONSE EN FREQUENCE.....
2170 '.....FINALE.....
2180 CLS 2

```



```

2190 SCREEN 3
2200 VIEW (20,20)-(625,385)
2210 WINDOW (0,-.5)-(2.1*NE,1.3)
2220 LINE (0,-.5)-(0,1.3)
2230 LINE (0,0)-(NE*2.1,0)
2240 FOR I=0 TO 1.3 STEP .1
2250 LINE (0,I)-(.01*NE,I)
2260 NEXT I
2270 FOR I=0 TO 2*NE STEP NE/10
2280 LINE(I,-.01)-(I,.01)
2290 NEXT I
2300 LINE (0,1)-(NO,1)
2310 LINE(NO,0)-(NO,1)
2320 FOR I=0 TO 2*NE-1 STEP 1
2330 LINE(I,C1(I,1))-(I+1,C1(I+1,1))
2340 NEXT I
2350 LOCATE 2,10:PRINT "FE=";FE
2360 LOCATE 3,10 :PRINT "FC=";FC
2370 LOCATE 2,40 :PRINT "NE=";NE
2380 LOCATE 23,20 :PRINT "REPOSE EN FREQUENCE :APRES"
2390 PRINT TIMES
2400 END
2401 'IF 0>=2 THEN 2405
2402 'GOTO 2155
2403 GOTO 2157
2405 CLS 2
2406 N=N1
2407 ERASE HK,HO,EO,PO,A1,C,C1
2410 PRINT "VOULEZ VOUS AVOIR LA REPOSE IMPULSIONNELLE :";:INPUT X$
2420 IF X$=" " THEN 2410
2430 IF X$="0" THEN 2460
2440 IF X$="N" THEN 2552 ELSE 2410
2450 'SCREEN 0 :COLOR 3
2460 '.....CALCUL DES COEFFICIENTS hi DU FILTRE .....
2470 '.....PAR I.D.F.T .....
2480 CHOIX=-1
2490 N=N1
2510 FOR I=1 TO N
2520 XR(I)=C2(I,1)*G(I-1)
2530 XI(I)=0
2535 NEXT I
2540 IF A$="ZOOM" THEN 2560
2550 CHAIN"a:fft",5,ALL ,DELETE 10-2540
2552 FOR I=1 TO N1
2554 G(I-1) =C2(I,1)*G(I-1)
2555 'PRINT C2(I,1)
2556 NEXT I
2557 ERASE C2
2560 CHAIN "a:propp", 80,ALL,DELETE -2557

```

```

10 IF A$="EXP" THEN 18
11 OPEN "R",#1,"a:fich2",4
12 FIELD #1,4 AS XR$
13 FOR I=1 TO N
14 GET #1,I
15 XR(I)=CVS(XR$)
16 NEXT I
17 CLOSE #1:GOTO 24
18 OPEN "R",#1,"a:dat1",2:FIELD #1,2 AS XR1$
19 FOR I=1 TO 1024 :GET #1,I
20 XR1(I)=CVI(XR1$):NEXT I :CLOSE #1
22 K=1
23 FOR I=1 TO 1024 STEP 4:XR(K)=(XR1(I)+XR1(I+1)+XR1(I+2)+XR1(I+3))/4 -128 :K=K
+1:NEXT I
24 FM=ABS(XR(0))
25 FOR I=1 TO N-1
30 IF FM < ABS (XR(I)) THEN FM = ABS(XR(I))
40 NEXT I
50 CLS
60 KEY OFF
70 SCREEN 3
80 LINE (0,0)-(639,310),1,B
90 LOCATE 2,2:PRINT "f(k)"
100 LOCATE 12,2:PRINT "G(n)"
110 LOCATE 5,78:PRINT "k"
120 LOCATE 17,78:PRINT "n"
130 LOCATE 10,17:PRINT "FIG 1 : Signal d'entrée "
140 LOCATE 19,15:PRINT "FIG 2 :Densite spectrale de puissance "
150 LINE (0,0)-(639,310),1,B
160 LINE (1,160)-(638,160)
170 VIEW (15,5)-(634,145)
180 WINDOW (-10,-1.25*FM)-(N+10,1.25*FM)
190 LINE (-10,0)-(N+10,0)
200 LINE (0,-1.25*FM)-(0,1.25*FM)
210 FOR I=0 TO N-2
220 LINE (I,XR(I))-(I+1,XR(I+1))
230 NEXT I
240 FOR I=0 TO N-1 STEP (N-1)/10
250 LINE(I,0)-(I,-FM/20)
260 NEXT I
265 'KILL"a:fich2
270 B=ABS(G(0))
280 FOR I=1 TO N-1
290 IF B >= ABS(G(I)) THEN 310
300 B=ABS(G(I))
310 NEXT I
320 VIEW (5,165)-(634,295)
330 WINDOW (-5,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)
340 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
350 LINE (0,-.25*B)-(0,1.25*B)
360 FOR I=0 TO N/2-1

```



```

360 FOR I=0 TO N/2-1
370 LINE (I,G(I))-(I+1,G(I+1))
380 NEXT I

390 FOR I=0 TO (N/2+1) STEP (N/2 )/10
400 LINE(I,0)-(I,-B/20)
410 NEXT I
412 END
415 IF A$="CALSPE" OR A$="EXP" THEN 1200
416 IF A$="ZOOM" THEN 1210
417 IF A$="ZOOM" THEN DIM G(N) ELSE 420
420 IF A$="ZOOM" THEN DIM G(N) ELSE 420
421 OPEN "R",#1,"a:fich3",4:FIELD #1,4 AS G$:FOR I=1 TO N :GET #1,I:G(I)=CV5(G$)
:NEXT I:CLOSE #1
422 FOR I=0 TO N-1 :G(I)=G(I+1):NEXT I
425 B=ABS(G(0))
430 FOR I=1 TO N-1
440 IF B<ABS(G(I)) THEN B=G(I)
450 NEXT I
460 CLS 2
470 CLS 0
480 KEY OFF
490 SCREEN 0:SCREEN 3
500 LINE (0,0)-(639,299),1,B
510 LOCATE 2,2:PRINT "G(n)"
520 LOCATE 12,2:PRINT "Z(n)"
530 LOCATE 7,72:PRINT "n"
540 LOCATE 17,72:PRINT "n"
550 LOCATE 9,16 :PRINT " Densite spectrale de puissance "
560 LOCATE 18,22:PRINT " Zoom "
570 LINE (0,0)-(639,299),1,B
580 LINE (1,155)-(638,155)
590 VIEW(15,5)-(634,145)
600 WINDOW (-10,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)
610 LINE (-10,0)-(N+10,0)
620 LINE (0,-1.25*B)-(0,1.25*B)
630 FOR I=0 TO N/2-1
640 LINE(I,G(I))-(I+1,G(I+1))
650 NEXT I
652 DIM Z(N)
654 FOR I=1 TO N
655 Z(I-1)=(XR(I)^2+XI(I)^2)*2*T1/N
656 NEXT I
660 C=ABS(Z(0))
670 FOR I=1 TO N-1
680 IF C<ABS(Z(I)) THEN C=ABS(Z(I))
690 NEXT I
700 VIEW (5,165)-(634,295)
710 WINDOW (-5,-.25*C)-(N/2+5,1.25*C)

```

```

720 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
730 LINE ( 0,-.25*C)-(0,1.25*C)
740 FOR I= 0 TO N/2-1
750 LINE (I,Z(I))-(I+1,Z(I+1))
760 NEXT I
765 ERASE Z
766 IF A$="ZOOM" THEN 1210
770 FM=ABS(XR(1))
780 FOR I=2 TO N
790 IF FM < ABS(XR(I)) THEN FM=ABS(XR(I))
800 NEXT I
810 CLS
820 KEY OFF
830 SCREEN 3
840 LINE (0,0)-(639,399),1,B
850 IF PP=1 THEN LOCATE 2,4:PRINT "G(n)" ELSE LOCATE 2,4:PRINT "Z(n)"
860 LOCATE 15,2:PRINT "C(q)"
870 LOCATE 7,72:PRINT "n"
880 LOCATE 23,72:PRINT "q"
890 LOCATE 25,15:PRINT "          CEPSTRE DE PUISSANCE          "
900 LINE (0,0)-(639,399),1,B
910 LINE (1,205)-(638,205)
920 VIEW (15,5)-(634,165)
930 WINDOW (-10,-.25*FM)-(N/2+5,1.25*FM)
940 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
950 LINE (0,-.25*FM)-(0,1.25*FM)
952 FOR I=0 TO N/2-1
954 LINE (I,XR(I))-(I+1,XR(I+1))
956 NEXT I
957 OPEN "R",#1,"a:fich3",4:FIELD #1,4 AS G$:FOR I=1 TO N:GET #1,I:G(I)=CV5(G$):
NEXT I:CLOSE #1
958 FOR I=0 TO N-1:G(I)=G(I+1):NEXT I
960 B=ABS(G(0))
970 FOR I=0 TO N-1
980 IF B >= ABS(G(I)) THEN 1
980 IF B >= ABS(G(I)) THEN 1000
990 B=ABS(G(I))
1000 NEXT I
1010 VIEW (5,210)-(634,375)
1020 WINDOW (-5,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)
1030 LINE (-5,0)-(N/2+5,0)
1040 LINE (0,-.25*B)-(0,1.25*B)
1050 FOR I=0 TO N/2-1
1060 LINE (I,G(I))-(I+1,G(I+1))
1070 NEXT I
1080 IF PP=1 THEN LOCATE 12,24:PRINT "SPECRE LOGARITHMIQUE "
1090 IF PP=2 THEN LOCATE 12,22:PRINT "Spectre logarithmique du ZOOM"
1100 LOCATE 2,2:END
1200 CHAIN "a:filt1", 10,ALL,DELETE -1100
1210 CHAIN "a:propp",80,ALL,DELETE -1200
6004 WINDOW (-10,-.25*B)-(N/2+5,1.25*B)

```


BIBLIOGRAPHIE .

- 1- Technique de l'ingenieur E 3100
- 2- M. BELLANGER - Traitement numerique du signal - Masson 1984
- 3- C. FOULARD - Commande et regulation par calculateur numerique
- 4- PHOTOCOPIE de Methode mathematique de la physique - labo. mecanique
- 5- BONNEVAL - Methode rapide de transformation du signal - labo mecanique
- 6- ENCYCLOPEDIE QUILLET des sciences universelles - vol 9 - 1983
- 7- Projet de fin d'etudes : Analyse cepstrale et diagnostic du moteur - AMARA - Janv 87
- 8- Projet de fin d'etudes : Diagnostic d'une machine tournante - BOUBNIDER - Juin 86
- 9- J. MAX - Traitement numerique du signal - Masson 1981
- 10 - CHILDELS, SKINNER, KEMERAIT - The cepstrum : a guide to processing - IEEE Vol 65 n°10 OCT 1977
- 11- Projet de fin d'etude - Etude du spectre amelioré - BOUZOUANE - Janv. 87
- 12- J. LIFERMANN - les methodes rapides de transformation du signal -
- 13- SZCZEPANIK A - SZEREGI - Methody cyfrowej analizy sygnalow wibroakustycznych - Ed. OSSOLINEUM PAN. 1979
- 14- BRÜEL & KJÆR - Note sur l'utilisation des vibrations. pour le controle de l'état d'une machine - labo mecanique
- 15- Projet de fin d'etudes - Etude dynamique d'une fraiseuse - TAZI 82
- 16- M. KUNT - Traitement numerique des signaux - DUNOD 1981
- 17- Technique de l'ingenieur E 3125
- 18- Technique de l'ingenieur E 3570



