

M0005/02A

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique*

**Ecole Nationale Polytechnique d'ALGER**

*Département de génie mécanique*

*Option : construction*

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

*Mémoire de magister*

AMROUNI FATIHA

**THEME**

**ETUDE DU COMPORTEMENT MECANIQUE  
DU MAILLON D'UNE CHAÎNE A ROULEAUX POUR  
ACCOUPLLEMENT MOBILE**

*Soutenu le 06 Mars 2002 devant le Jury :*

<i>M BALI A.</i>	<i>Professeur</i>	<i>(E.N.P.)</i>	<i>Président</i>
<i>M BEZZAZI B.</i>	<i>Maître de conférences</i>	<i>(U.B.)</i>	<i>Promoteur</i>
<i>M BOUAZIZ M.</i>	<i>Maître de Conférences</i>	<i>(E.N.P.)</i>	<i>Examineur</i>
<i>M BOUKHAROUBA T.</i>	<i>Maître de Conférences</i>	<i>(U.S.T.H.B.)</i>	<i>Examineur</i>
<i>M MADANI M.</i>	<i>Chargé de Cours</i>	<i>(E.N.P.)</i>	<i>Co-promoteur</i>
<i>M BELKACEMI Y.</i>	<i>Chargé de Cours</i>	<i>(E.N.P.)</i>	<i>Examineur</i>

*E.N.P. 2002*

# REMERCIEMENTS



*J'adresse mes vifs remerciements et ma reconnaissance au directeur de mon travail M' **BEZZAZI Boudjema**, maître de conférences à l'université de Boumerdes – département génie des matériaux, pour ses conseils, ses orientations, sa patience et les bonnes conditions de travail qu'il m'a offert durant la réalisation de ce travail.*

*Aussi je remercie mon codirecteur M' **MADANI Mohamed**, chargé de cours au département de génie mécanique – E.N.P d'Alger, de m'avoir aidé et conseillé afin de réaliser ce travail.*

*Je désire exprimer ma cordiale reconnaissance et sympathie à M' le Professeur **BALI Abderrahim**, Professeur au département de génie civil – E.N.P. d'Alger, pour l'intérêt manifesté à l'égard de ce travail et d'avoir bien voulu assurer la présidence du jury.*

*Ma reconnaissance et ma gratitude s'adressent également à : M' **BOUAZIZ Mohamed** (maître de conférences au département de génie mécanique de l' E.N.P.), M' **BOUKHAROUBA Taoufik** (maître de conférences au département de génie mécanique de l'U.S.T.H.B.) et M' **BELKACEMI Yacine** (chargé de cours au département de génie mécanique de l'E.N.P. d'Alger) d'avoir bien voulu examiner et juger ce travail.*

*Je tiens à exprimer toute ma gratitude et mes sincères remerciements en particulier à Messieurs **MEDJAHED Dj.** et **CHALLALI M.** qui m'ont vraiment aidé par leurs documentations, leur conseils et leur soutien afin de réaliser ce travail.*

*Je n'oublie pas d'adresser mes remerciements les plus vifs à mes chers parents, à mes frères et sœurs ainsi qu'à mon cher époux pour leur soutien et leur patience avec moi.*

*Que tous ceux qui ont contribué de loin ou de près à la réalisation de ce travail et en particulier M' **AMYAR** trouvent ici mes remerciements et ma gratitude.*

# TABLE DES MATIERES

<i>INTRODUCTION</i>	<i>Page</i>
<b>Chapitre I : Synthèse bibliographique sur les accouplements mécaniques</b> .....	1
I.1. Classification des accouplements mécaniques .....	1
I.2. Accouplements permanents .....	2
I.2.1 – Accouplements rigides (fixes) .....	2
I.2.2 – Accouplements élastiques .....	2
I.2.3 – Accouplements mobiles .....	3
I.2.3.1 – Accouplement à engrenage .....	4
I.2.3.2 – Accouplement à chaîne .....	5
I.3 – Etude de l'accouplement à chaîne .....	5
I.3.1 – Paramètres du mouvement des éléments de l'accouplement à chaîne .....	6
I.3.2 – Relation des forces dans un accouplement à chaîne .....	8
I.4 – Défaillances de l'accouplement à chaîne .....	11
<b>Chapitre II : Etude de la chaîne de transmission à rouleaux</b> .....	13
II.1 – Description d'une chaîne à rouleaux .....	13
II.2 – Matériaux et traitements thermiques des éléments de la chaîne à rouleaux .....	16
II.3 – Endommagement des chaînes à rouleaux .....	17
II.3.1 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque .....	18
II.3.2 – Rupture par fatigue des plaques .....	19
II.3.3 – Type et caractère d'usure des éléments de la chaîne .....	20
<b>Chapitre III : Etude du système axe-plaque</b> .....	22
III.1 – Présentation mécanique du système axe-maillon .....	22
III.1.1 – Modèle de calcul à la résistance mécanique de l'axe .....	24
III.1.1.1 – Flexion de l'axe .....	24
III.1.1.2 – Cisaillement de l'axe .....	25
III.1.2 – Modèle de calcul à la résistance mécanique du maillon .....	26

III.1.3 – Effet de concentration de contrainte .....	27
III.1.3.1 – Analyse d'une plaque percée d'un trou circulaire .....	27
III.1.3.2 – Analyse du comportement complexe des contraintes et déformations dans le domaine élastique pour les barres courbes .....	32
III.2 – Insuffisances des modèles existants .....	39
<b>Chapitre IV : Analyse du comportement élastoplastique .....</b>	<b>40</b>
IV.1 – Hypothèses fondamentales .....	40
IV.2 – Différents types de comportement du matériau .....	41
IV.2.1 – Comportements réels .....	41
IV.2.2 – Comportements idéalisés .....	42
IV.2.2.1 – Modèle de comportement élastoplastique parfait .....	42
IV.2.2.2 – Modèle de comportement élastoplastique écrouissable .....	43
IV.2.2.3 – Modèle de comportement rigide plastique parfait .....	44
IV.3 – Surface de charge .....	44
IV.4 – Méthode incrémentale de résolution en calcul non-linéaire .....	47
IV.5 – Modèle discrétisé du système axe-plaque .....	49
<b>Chapitre V : Analyse des résultats .....</b>	<b>57</b>
V.1 – Pression de serrage due à l'insertion de l'axe dans le maillon .....	57
V.1.1 – Analyse des contraintes .....	57
V.1.2 – Analyse des déplacements .....	59
V.2 – Traction du maillon due à la tension de serrage de la chaîne .....	61
V.2.1 – Analyse des contraintes .....	61
V.2.2 – Analyse des déplacements .....	64
V.3 – Interaction .....	66
V.3.1 – Etendu de la zone d'écoulement plastique .....	66
V.3.2 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque .....	68
V.4 – Conclusion.....	70
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>71</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>73</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>76</b>

**LISTE DES SYMBOLES ET DESIGNATION :**

**B** – Matrice reliant les déformations aux variables nodales

**D** – Matrice d'élasticité

**d** – Diamètre de l'axe de la chaîne à rouleaux

**d<sub>1</sub>** – Diamètre extérieur du rouleau

**E** – Module du Young

**e** – Epaisseur du maillon

**F** – Force extérieure

**F** – Effort de traction

**F<sub>n</sub>** – Réaction d'appui de la roue étoilée

**F<sub>t</sub>** – Force tangentielle

**f** – Coefficient de frottement

**G** – Module de cisaillement

**I** – Moment d'inertie quadratique

**K** – Matrice de rigidité

**K<sub>c</sub>** – Coefficient de concentration des contraintes

**l<sub>1</sub>** – Largeur du rouleau

**M<sub>f</sub>** – Moment fléchissant

**N<sub>i</sub>** – Fonction d'interpolation

**P** – Pas de la chaîne

**P<sub>m</sub>** – Contrainte moyenne dans les éléments

**q** – Charge linéique

**Rot** – Rotation

**r<sub>0</sub>** – Rayon extérieur du maillon

**r<sub>i</sub>** – Rayon intérieur du maillon

**u** – Déplacement

**V** – Volume

$v_{m n}$  – Vitesse moyenne de glissement des surfaces de contact

$Z$  – Nombre de dents

$\alpha$  – Coefficient de sécurité

$\sigma$  – Contrainte normale

$\sigma_e$  – Limite d'élasticité

$\sigma_r$  – Contrainte radiale

$\sigma_\theta$  – Contrainte méridienne

$\tau$  – Contrainte tangentielle

$\tau_e$  – Limite d'élasticité de cisaillement

$\varepsilon$  – Déformation

$\varepsilon^e$  – Déformation élastique

$\varepsilon^p$  – Déformation plastique

$\nu$  – Coefficient de Poisson

$\Delta_a$  – Déplacement axial

$\Delta_r$  – Déplacement radial

$\psi$  – Déplacement angulaire

$\omega$  – Vitesse angulaire

## LISTE DES FIGURES :

- Figure I.1 – Différents déplacements relatifs des arbres ;
- Figure I.2 – Accouplement à engrenage ;
- Figure I.3 – Accouplement à chaîne ;
- Figure I.4 – Schéma des positions possibles des arbres liés par un accouplement à chaîne ;
- Figure I.5 – Disposition des demi-accouplements et des charnières de la chaîne avec un déplacement radial ;
- Figure I.6 – Schéma des forces agissantes sur les éléments de l'accouplement à chaîne ;
- 
- Figure II.1 – Chaîne à rouleaux ;
- Figure II.2 – Maillons de jonction ;
- Figure II.3 – Modes de rupture et sollicitations subies par les éléments de la chaîne ;
- Figure II.4 – Distribution des contraintes de traction dans divers types de plaques ;
- 
- Figure III.1 – Schéma des forces agissantes sur l'articulation de la chaîne à rouleaux ;
- Figure III.2 – Système axes – maillon extérieur ;
- Figure III.3 – Maillon extérieur isolé ;
- Figure III.4 – Schématisation de la flexion de l'axe ;
- Figure III.5 – Schématisation du maillon ;
- Figure III.6 – Plaque infinie percée d'un trou circulaire ;
- Figure III.7 – Plaque finie percée d'un trou circulaire ;
- Figure III.8 – Élément de barre courbée (cas général) ;
- Figure III.9 – Élément de barre courbée (section rectangulaire) ;
- Figure III.10 – Assemblage axe – plaque (maillon) ;

Figure IV.1 – Comportement d'un acier au carbone «vierge » ;

Figure IV.2 – Comportement d'un acier écroui ;

Figure IV.3 – Comportement élastoplastique parfait (EPE) ;

Figure IV.4 – Comportement élastoplastique écrouissable (EPE) ;

Figure IV.5 – Comportement rigide plastique parfait (R.P.P) ;

Figure IV.6 – Surface d'écoulement plastique ;

Figure IV.7 – Méthode de NEWTON – RAPHSON «complet » ;

Figure IV.8 – Elément de coque à 8 nœuds ;

Figure IV.9 – Modèle géométrique de la plaque ;

Figure IV.10 – Densité de maillage du quart – modèle ;

Figure IV.11 – Conditions aux limites du modèle correspondant ;

Figure IV.12 – Chargement en pression de serrage ;

Figure IV.13 – Répartition de l'effort de traction sur la surface  
de contact axe-plaque ;

Figure IV.14 – Chargement en traction du modèle ;

Figure V.1 – Répartition de la contrainte équivalente ;

Figure V.2 – Courbe de variation de la contrainte équivalente en fonction du rayon  
sous l'effet de la pression de serrage ;

Figure V.3 – Déformée sous l'effet de la pression de serrage ;

Figure V.4 – Courbe de variation des déplacements radiaux des nœuds du trou  
en fonction de l'angle sous l'effet de la pression de serrage ;

Figure V.5 – Courbe de variation des déplacements axiaux  $U_x$  des nœuds du trou sous  
l'effet de la pression de serrage ;

Figure V.6 – Répartition de la contrainte équivalente dans le maillon sous l'effet de la  
traction ;



*Figure V.7 – Répartition de la contrainte axiale 'Sx' dans le maillon sous l'effet de la traction ;*

*Figure V.8 – Coefficient de concentration de contraintes ;*

*Figure V.9 – Courbe de variation du coefficient de concentration de contraintes avec le rayon du maillon ;*

*Figure V.10 – Déformée du modèle sous l'effet de la traction ;*

*Figure V.11 – Courbe de variation des déplacements axiaux 'Ux' des nœuds du trou sous l'effet de la traction ;*

*Figure V.12 – Courbe de variation des déplacements axiaux 'Uy' des nœuds du trou sous l'effet de la traction ;*

*Figure V.13 – Courbe des contraintes de déformation du côté droit ;*

*Figure V.14 – Courbe des contraintes de déformation du côté gauche ;*

*Figure V.15 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque.*

هذا العمل يتمثل في دراسة السلسلة ذات لفائف المستعملة في الموصل الميكانيكي المتحرك. المعطيات التجريبية أظهرت أن خور السلسلة ذات اللفائف راجعة إلى ظهور خلوص بين المحور و الصفيحة للسلسلة. السلوك الميكانيكي للتجميع محور-صفيحة المدروس فيما يلي يظهر مدى تعقيد طبيعة الحمولة المطبقة على الصفيحة. استعملنا طريقة العناصر المنتهية في القابلية من أجل تشكيل و تمثيل الصفيحة مع تطبيق حالتين من الحمولة: ضغط المحور على الصفيحة الناتج عن التركيب بالشد للمحور في الصفيحة و الجر الناتج عن مط السلسلة عند تشغيلها. هذا من أجل تعيين الإجهاد و التشويه في الصفيحة. النتائج المتحصل عليها أظهرت أن السلوك الميكانيكي القابلي أصيب الصفيحة تحت تأثير الضغط و حده و إضافة الحمولة الثانية تسبب السيلان القابلي. نتائج التحليل العددي المتحصل عليها بالنسبة للحمولتين سهمة جدا لفهم و توضيح الشروط و العوامل اللازمة لتجنب تكوين الخلوص.

### Résumé :

Ce travail est lié à l'étude et l'analyse de la chaîne à rouleaux qui est utilisée dans un accouplement mobile. Les données expérimentales ont montré que les défaillances de la chaîne à rouleaux sont dues essentiellement à la formation du jeu entre l'axe et la plaque de la chaîne. Le comportement mécanique du système axe-plaque analysé ci-après montre la complexité de la réponse du système compte tenu de la nature des différents chargements (traction, compression, flexion, concentration de contraintes).

La méthode des éléments finis en élastoplasticité est utilisée ici pour modéliser la plaque avec deux cas de chargement : une pression intérieure et une traction uniaxiale dans le but de déterminer l'état de contrainte et de déformation dans la plaque. Les résultats montrent que le comportement plastique est atteint sous l'effet de la pression intérieure seule ; l'addition du deuxième chargement va engendrer un écoulement plastique. L'analyse des résultats numériques obtenus pour les deux cas de chargement sont de grande importance pour la compréhension des conditions et des paramètres nécessaires pour éviter la formation du jeu.

### Abstract :

This work is related to the study and the analysis of the roller chain which is used in mobile coupling. Experimental data have shown that failures of the roller chain are due to the development of the gap between the plate and the axis of the chain. The mechanical behaviour of the system axis-plate was therefore analysed despite the complexity of the nature of loads. A finite element method was used to model the plate with two kinds of loads : internal pressure and uniaxial tension in order to determinate the stress and strain state in the plate. Results show that plastic behaviour is reached under internal pressure only and further loading will cause plastic flow. The analysis of the numerical results obtained for both loading are relevant for the understanding of the conditions and the needed parameters to avoid the development of the gap.

### Mots clés :

CHAINE A ROULEAUX DE TRANSMISSION - ACCOUPLEMENTS MECANQUES - CONCENTRATION DE CONTRAINTES - THEORIE DES PLAQUES - COMPORTEMENTS MECANQUES - ELASTOPLASTICITE - CONTACT - MATERIAUX CALCUL DU MONTAGE FORCE - RESISTANCE DES MATERIAUX.

## INTRODUCTION

Parmi les accouplements utilisés en transmission de puissance, les accouplements mobiles présentent un certain nombre d'avantages qui permettent de remédier aux défauts d'alignement des arbres à accoupler.

L'accouplement à chaîne occupe une place particulière comparativement à l'accouplement à engrenage compte tenu de sa longévité en service (usure réduite, souplesse, faible charge sur les paliers, etc.) et de son coût faible. Il est bien adapté à des cas d'usages présentant des écarts importants du point de vue des tolérances géométriques.

L'endommagement de l'accouplement à chaîne est dû à la rupture mécanique des plaques de la chaîne et à l'usure de ses différents éléments. Aussi dans l'étude présentée ci-après, on considère la rupture des plaques compte tenu de leur fréquence de défaillance par rapport aux autres causes de rupture.

Après un aperçu sur les accouplements en général et une description du fonctionnement de l'accouplement à chaîne nous avons analysé les causes des défaillances et d'endommagement de la chaîne à rouleaux. Cette analyse a fait ressortir la nécessité d'une étude approfondie du comportement mécanique du système axe-plaque. Pour cela nous avons modélisé le comportement mécanique dans le domaine élastoplastique de la plaque en utilisant la méthode des éléments finis.

Compte tenu des limites du code de calcul (version Universitaire) et de la complexité du problème (deux chargements simultanés engendrant un comportement élastoplastique de la plaque), nous avons analysé le comportement mécanique de la plaque sous l'action des deux chargements appliqués séparément.

Les résultats obtenus montrent une bonne concordance relativement aux approches théoriques (concentration de contraintes) sur les hypothèses des barres courbes ou des plaques percées de largeur finie ainsi que le comportement élastoplastique de la plaque engendré par l'emmanchement de l'axe dans celle-ci.

# Chapitre I

## *Chapitre I*

# SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ACCOUPLEMENTS MECANIQUES

L'accouplement direct, par opposition aux transmissions par courroies ou par adhérence, améliore l'efficacité en supprimant les frottements et les glissements et permet un gain d'encombrement.

### **I.1 – Classification des accouplements mécaniques**

Les accouplements sont des organes de transmission destinés à relier deux arbres, moteur et récepteur, placés bout à bout ou un arbre avec un moyeu. On peut les classer en trois principaux groupes comme l'indique le tableau ci-après :

*Tableau I.1- Groupes principaux des accouplements*

Type	genre
Permanents	Rigides, mobiles, élastiques
Temporaires	Commandés, automatiques
Autres	–

## **I.2 – Accouplements permanents**

### **I.2.1 – Accouplements rigides ( fixes )**

Les accouplements ou systèmes d'accouplements rigides comprenant des flasques boulonnés, emmanchés ou frettés ne supportent en principe, aucune déformation comme leur nom l'indique, en dehors de celles très faibles, dues à l'élasticité du métal qui les compose. Plus simple et moins coûteux, leur emploi est limité aux cas d'accouplement d'arbres dont l'alignement est précis et sans variations cycliques accidentelles, mais ils ont, évidemment d'autres inconvénients, notamment, celui de transmettre tous les à-coups et vibrations du moteur à l'organe ou à la machine menée.

Ces accouplements ne peuvent convenir que si les axes des deux arbres accouplés sont parfaitement alignés, sinon le fonctionnement se révèle impossible ou bien les paliers subissent des surcharges importantes qui peuvent les détériorer rapidement et les bouts d'arbres subissent la flexion suivant plusieurs plans.

Au contraire, les accouplements flexibles comportent tous des éléments, dont la raison d'être est de se déformer pour compenser les différents défauts.

### **I.2.2 – Accouplements élastiques.**

Ce type occupe une place «particulière», outre la compensation du défaut d'alignement des arbres à accoupler, modifie la caractéristique dynamique du système dans le sens voulu et permet des déplacements relatifs mais de faible amplitude :

- déplacement en rotation.
- déplacement transversal.
- déplacement axial.
- déplacement angulaire.

Tous ces déplacements peuvent se produire simultanément.

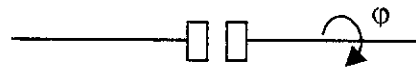
En général ces types d'accouplements sont utilisés sur les arbres rapides par exemple entre le moteur et la machine afin de diminuer et amortir les charges dynamiques pendant le démarrage.

### 1.2.3 – Accouplements mobiles (de compensation)

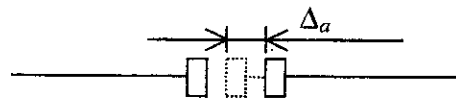
Ce type d'accouplements peut être utilisé dans le cas où l'alignement des axes des arbres accouplés n'est pas réalisé. L'imprécision de la position relative des arbres accouplés, due aux défauts de fabrication qui sont inévitables, évolue sous l'action des déformations provoquées par les charges, la température, affaissement différentiel des fondations et autres facteurs.

Les déplacements relatifs des arbres à accoupler sont représentés sur la *figure 1.1*. Dans le cas général, ils peuvent être axiaux ( $\Delta_a$ ), transversaux ( $\Delta_r$ ), rotatifs ( $\phi$ ) et angulaires ( $\psi$ ).

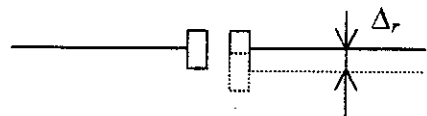
a)- Déplacement rotatif.



b)- Déplacement axial.



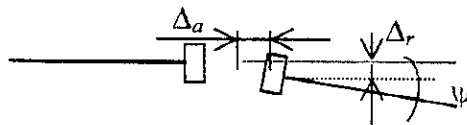
c)- Déplacement transversal .



d)- Déplacement angulaire.



e)- Déplacements combinés.



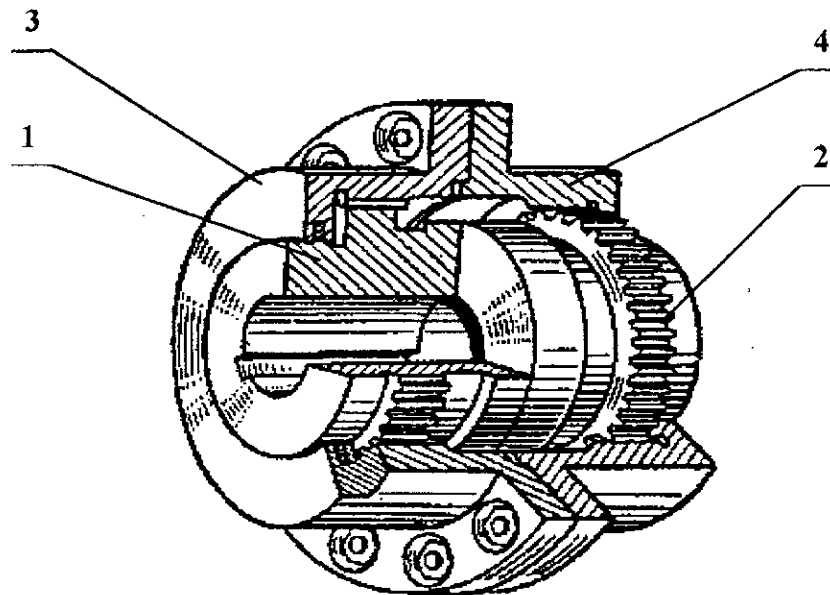
*Figure 1.1– Différentes positions des arbres à accoupler*

Parmi ces accouplements on peut citer : les accouplements à engrenages, accouplements à chaîne, joints de cardan, joints d'Oldham et autres.

### **1.2.3.1 – Accouplement à engrenage**

Il est composé de deux bagues à denture extérieure 1 et 2 et de deux frettes à denture intérieure 3 et 4 (*figure I.2*). Les bagues sont montées sur le bout des arbres à accoupler avec un ajustement serré. Les frettes sont liées entre elles par des boulons, elles engrenent avec les bagues dentées sur toute la circonférence.

Les frettes contiennent de l'huile qui est indispensable dans le fonctionnement du manchon, celle ci diminue le frottement entre les dents et réduit ainsi la résistance au déplacement relatif des frettes et la charge radiale supplémentaire sur les arbres et les paliers.



*Figure I.2 – Accouplement à engrenage*



### 1.2.3.2 – Accouplement à chaîne

L'accouplement à chaîne (*figure I.3*) est composé d'un assemblage de deux demi-manchons sous forme de roues étoilées 1 et 2 accouplées par une chaîne 3. L'ensemble est contenu dans deux demi-boîtiers boulonnés pour maintenir la lubrification par bain d'huile.

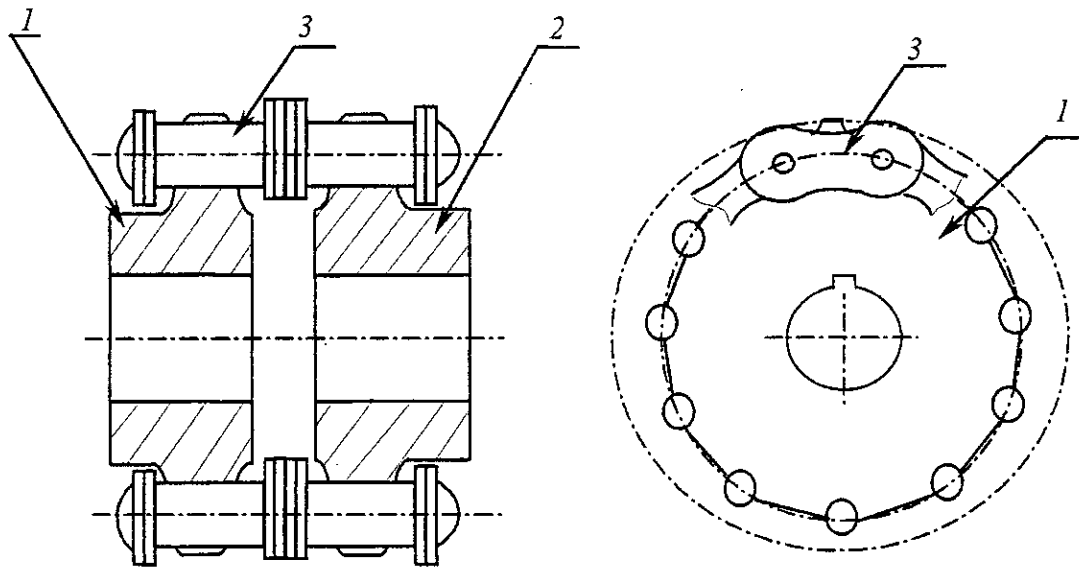


Figure I.3 – Accouplement à chaîne

## I.3 – Etude de l'accouplement à chaîne

Un accouplement de deux arbres doit répondre à des exigences contradictoires, être à la fois souple et rigide, isostatique peu volumineux et n'être soumis qu'à un minimum de contraintes.

Les critères de choix d'un joint flexible sont fonction de ses propriétés principales : compensation des désalignements angulaires, parallèles ou combinés, réduction des charges sur les supports, amortissement des chocs, fourniture d'une certaine rigidité en torsion, ainsi que ses applications ; encombrement, fiabilité et prix.

Parmi les accouplements flexibles, l'accouplement à chaîne occupe une place particulière.

Il répond aux exigences citées ci-dessus. Les qualités essentielles de cet accouplement sont les suivantes :

- longévité (usure réduite comparativement à l'accouplement à engrenage) ;
- rendement élevé ;
- grande légèreté relative (souplesse) ;
- faible charge sur les paliers ;
- encombrement réduit ;
- fiabilité et silence ;
- facilité d'entretien ;

### 1.3.1 – Paramètres du mouvement des éléments de l'accouplement à chaîne

La cinématique des accouplements à chaîne considère une représentation qui est schématisée sous la forme de demi-cardans sans axes [1, 2]. Dans le cas général, les angles de rotation des arbres menant et mené de l'agrégat avec un accouplement à chaîne sont liés par une relation non linéaire. La relation des vitesses angulaires de ces arbres est une grandeur variable.

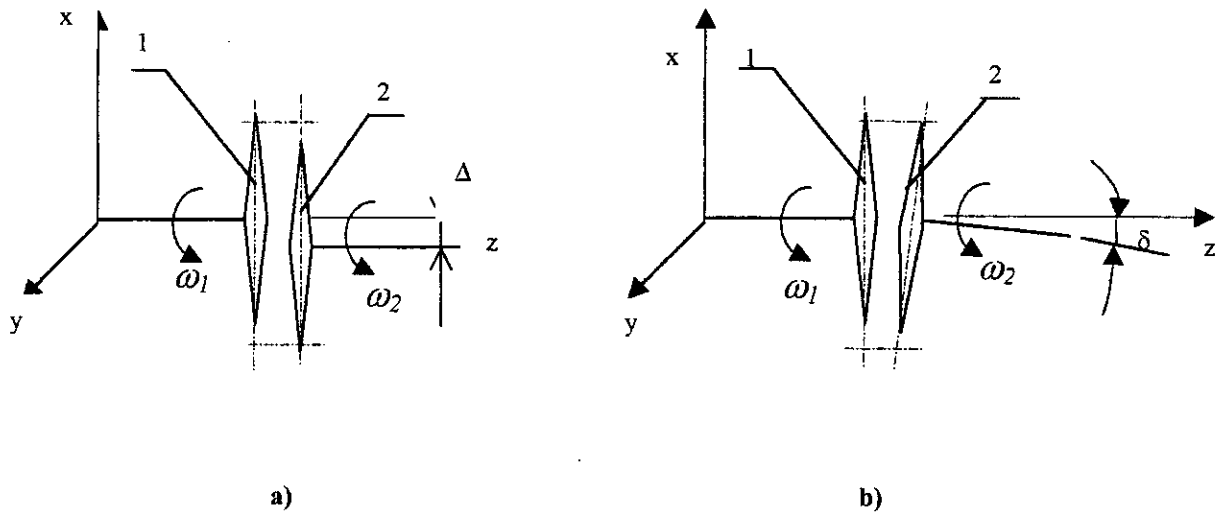
La vitesse angulaire de l'arbre mené  $\omega_2$  peut être la somme des vitesses angulaires relative  $\omega_{21}$  et celle de l'arbre menant  $\omega_1$ .

$$\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_{21}$$

Dans le cas général,  $\omega_2$  n'est pas constante.

Le déplacement relatif peut être engendré par :

- les déplacements radiaux des axes des arbres  $\Delta$  (figure 1.4,a),
- les déplacements angulaires  $\delta$  (figure 1.4,b),
- ondulations torsionnaires.



**Figure I.4** – Schéma des positions possibles des arbres liés par un accouplement à chaîne

N'importe quel point du demi-accouplement 2, par exemple le point de contact **K** (figure I.5) de la charnière (rouleau) avec la dent, représente un cercle de rayon  $\Delta$ , avec une vitesse circulaire :

$$v_K = \omega_1 \Delta \quad (\text{I.1})$$

Cela peut provoquer soit le glissement du rouleau sur le profil de la dent avec une vitesse.

$$v_p = v_K / \cos \gamma \quad (\text{I.2})$$

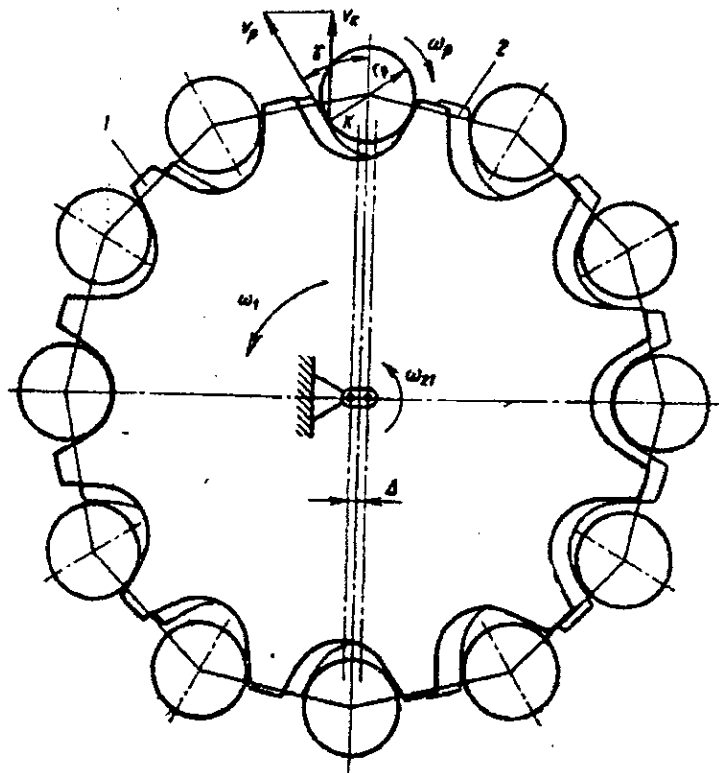
ou bien sa rotation avec une vitesse angulaire

$$\omega_p = v_p / r_p = \omega_1 \Delta / (r_p \cos \gamma), \quad (\text{I.3})$$

où :

$\gamma$  – demi-angle du creux des dents des demi-accouplements ;

$r_p$  – rayon du rouleau.



**Figure I.5** – Disposition des demi-accouplements et des charnières de la chaîne avec un déplacement radial des arbres

L'analyse de l'action réciproque de la chaîne et des demi-accouplements (voir *figure I.5*) montre que les déplacements radiaux des axes engendrent des mouvements oscillatoires des éléments de la chaîne.

### 1.3.2 – Relations des forces dans un accouplement à chaîne

Le schéma des forces agissantes sur les éléments de la chaîne et les dents des pignons de l'accouplement est représenté dans la *figure (I.6)*.

où :

$d_w$  - diamètre primitif de l'étoile, ( $d_w \approx p / \sin 0,5\tau$ ) ;

$b$  - largeur de la dent ;

$C_m$  - jeu entre les deux étoiles à chaîne ;

$\tau$  - pas angulaire de l'étoile à chaîne ( $\tau = 2\pi / Z$ ) ;

$Z$  - nombre de dents ;

$\alpha$  - angle de profil de la dent sur le point K ;

$\gamma$  - demi angle du creux de la dent ( $\gamma = 0,5\tau + \alpha$ ) ;

$p$  - pas de la chaîne ;

$F_n$  - force de pression des dents du premier et deuxième demi accouplement sur les charnières, sous l'action du moment de torsion ( $M_t$ ) ;

$F_f$  - force de frottement entre les bagues de la charnière et les dents de l'accouplement ;

$2F_b$  - force de pression de la bague sur l'entretoise ;

$F_c$  - force de traction de la chaîne ;

$F_{tt}$  - force tangentielle nominale qui a pour bras de levier  $0,5d_w$  ;

$K$  - point où se situe le contact avec la charnière ;

$\Delta F_c'$  et  $\Delta F_c''$  - variation de la tension de la chaîne sous l'effet du moment  $F_n \cdot C_m$ .

En général, le schéma de calcul ne renferme que le procédé normal d'engrènement de la chaîne avec les roues étoilées [3], c'est à dire, pendant le processus de transmission des charges, les charnières seront en contact avec une partie travaillante du profil de la dent.

A partir du schéma des forces (voir *fig.1.6*) et en fonction des conditions d'équilibre des charnières, la valeur moyenne des forces sera comme suit :

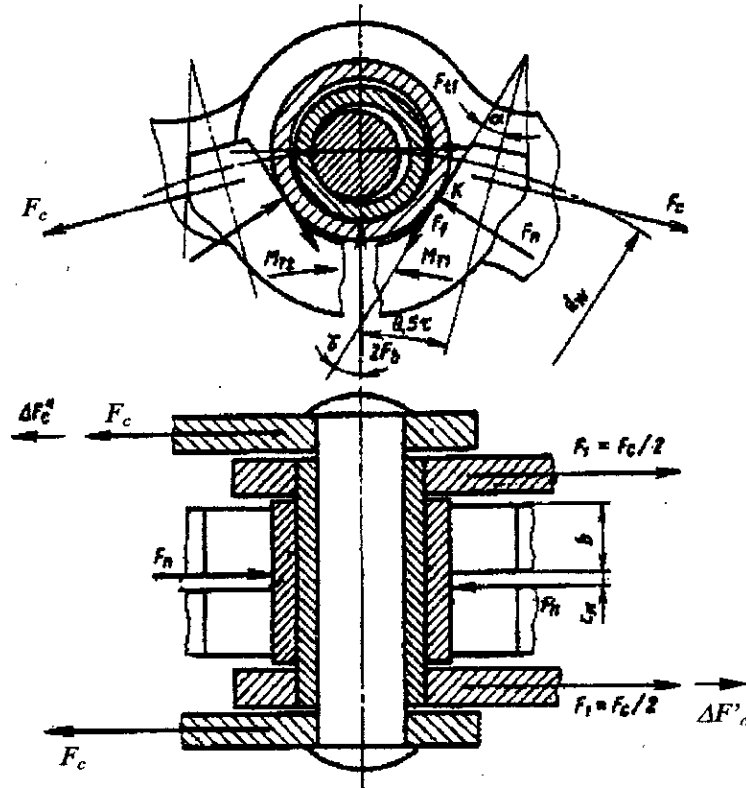


Figure 1.6 - Schéma des forces agissantes sur les éléments de l'accouplement à chaîne

$$F_{nm} = \frac{F_{11}}{\cos \gamma} \quad (I.4)$$

$$F_{bm} = F_{11}(\operatorname{tg} \gamma - f_1) \quad (I.5)$$

$$F_{cm} = F_{11}(\operatorname{tg} \gamma - f_1) / \sin 0,5\tau \quad (I.6)$$

où :

$f_1$  - coefficient de frottement entre le rouleau et la dent de l'étoile.

Comme :

$$F_{11} = \frac{2M_t}{d_w Z}$$

où :

$$d_w \approx \frac{p}{\sin 0,5\tau}$$

avec :

$p$  – pas de la chaîne.

Donc :

$$\left. \begin{aligned} F_{nm} &= \frac{2M_t \sin 0,5\tau}{pZ \cos \gamma} \\ F_{bm} &= \frac{2M_t}{pZ} (\operatorname{tg} \gamma - f_1) \sin 0,5\tau \\ F_{cm} &= \frac{2M_t}{pZ} (\operatorname{tg} \gamma - f_1) \end{aligned} \right\} \quad (I.7)$$

En tenant compte de la spécificité de l'augmentation du pas des dents déplacées en fonction de l'usure [4], on peut admettre que, pendant le fonctionnement, la moitié des charnières participent à la transmission.

#### 1.4 – Défaillances des accouplements à chaîne

Les endommagements d'un accouplement à chaîne sont dus à l'usure de ses éléments constructifs qui à son tour provoque leur rupture ou à la rupture mécanique de la chaîne.

La résistance à l'usure des accouplements à chaîne est déterminée par un ensemble de paramètres liés aux :

- *roue (pignon)* : pas, forme et profil de la denture, matériau, dureté des surfaces de contact, précision d'usinage et le moyen d'assemblage avec l'arbre moteur,
- *chaîne*: pas, masse, matériau, dureté des surfaces des pièces en contact, précision d'usinage et charge limite,
- *précision de montage des éléments*: valeur des jeux initiaux (radial et angulaire) des arbres de transmission,
- *conditions d'exploitation*: type de sollicitations et caractère de chargement, vitesse de rotation, influence de la température, graissage, ...

Parmi les défaillances de l'accouplement à chaîne, celles relatives à la chaîne sont prépondérantes compte tenu des efforts auxquels elle est soumise.



# Chapitre II

## *Chapitre II*

# **ETUDE DE LA CHAÎNE DE TRANSMISSION A ROULEAUX**

Les chaînes mécaniques de transmission sont en continuelle évolution afin d'accroître leurs performances, leurs durées de vie et d'améliorer leur adaptation à des utilisations spécifiques ou nouvelles. Ainsi, les progrès réalisés dans les processus de fabrication (précision dimensionnelle et géométrique ) et dans les matériaux utilisés et leurs traitements permettent l'accroissement des efforts, des vitesses et des puissances transmis dans des conditions toujours plus difficiles.

La chaîne à rouleaux de précision en acier est un moyen de transmission de puissance simple et efficace qui, dans le domaine des applications industrielles, occupe une place particulière par rapport aux autres types de chaînes. Elle peut être utilisée dans une transmission par chaîne qui sert à transmettre la puissance entre deux arbres parallèles situés à de grandes distances ou dans un accouplement à chaîne qui sert à réunir deux arbres alignés situés à de très petites distances.

La chaîne de transmission à rouleaux se distingue des autres types de chaînes par la présence d'un rouleau. Ce dernier augmente la durée de vie de la transmission par la diminution de l'usure des dents de la roue et de la chaîne du fait de ne pas avoir le même segment de contact avec la dent de la roue.

### **II.1 – Description d'une chaîne de transmission à rouleaux**

La chaîne à rouleaux est constituée d'un ensemble de maillons différents disposés alternativement (maillons intérieurs, maillons extérieurs), axes, douilles et rouleaux. (*figure II.1*)

Les maillons intérieurs sont formés de deux plaques en acier traité, dans lesquelles sont emmanchées deux pièces tubulaires appelées douilles, généralement en acier cimenté.

Les maillons extérieurs sont formés de deux plaques en acier traité, reliées entre elles par deux axes. La fixation de cet ensemble est obtenue par rivetage. Les maillons extérieurs reçoivent un seul ou plusieurs rangs de maillons intérieurs séparés par des plaques intermédiaires, formant ainsi les chaînes simples, doubles, triples ou multiples.

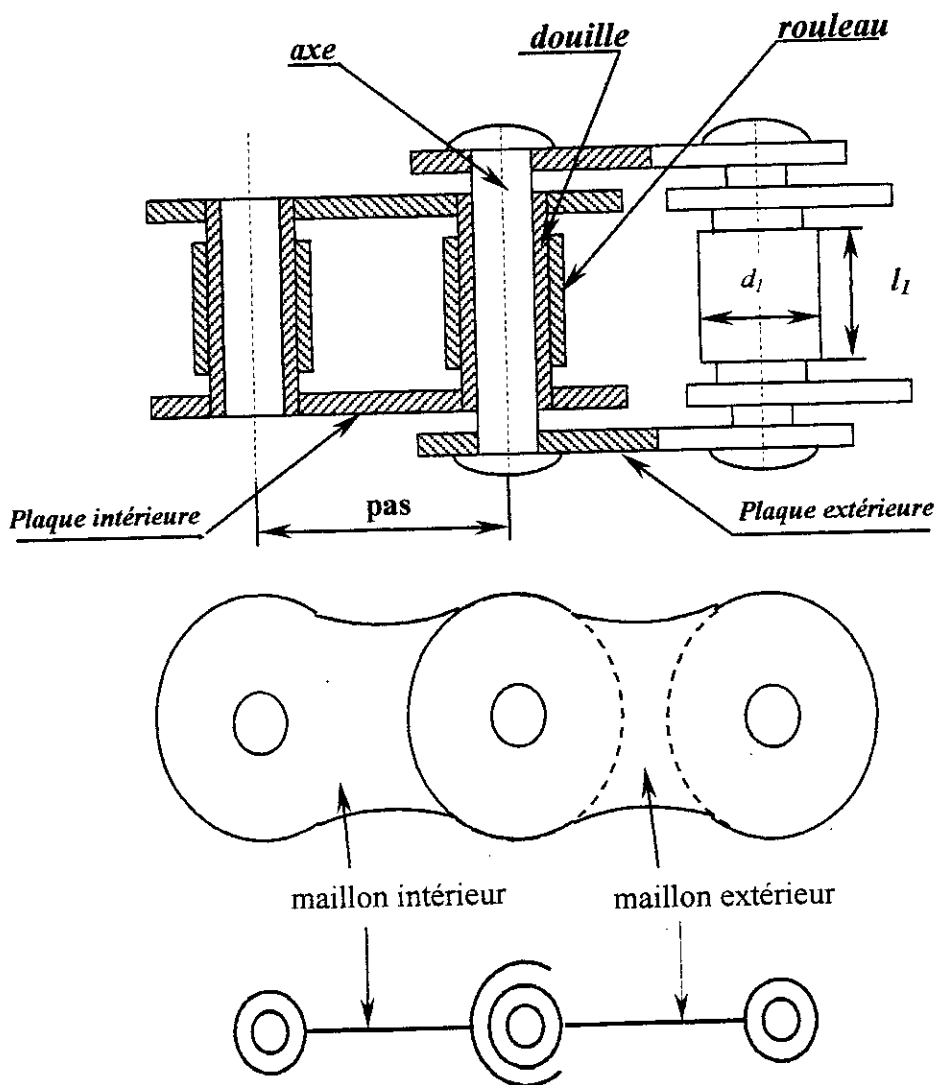


Figure II.1 – Chaîne à rouleaux simple

Les maillons intérieurs et extérieurs s'articulent l'un sur l'autre, l'axe pivote dans la douille ou réciproquement, à l'engrènement ou au désengrènement de la chaîne sur les pignons, chacune de ces articulations forme un palier [5].

Parmi les maillons extérieurs, il figure un maillon de jonction qui permet de relier les deux extrémités de la chaîne une fois montée sur les pignons.

Il existe deux types de maillons de jonction :

- le maillon à axes goupillés ou avec écrous (*figure II.2a*),
- le maillon à ressort, dont les extrémités des axes sont munies d'une gorge pour recevoir différents types de circlips (*figure II.2b*).

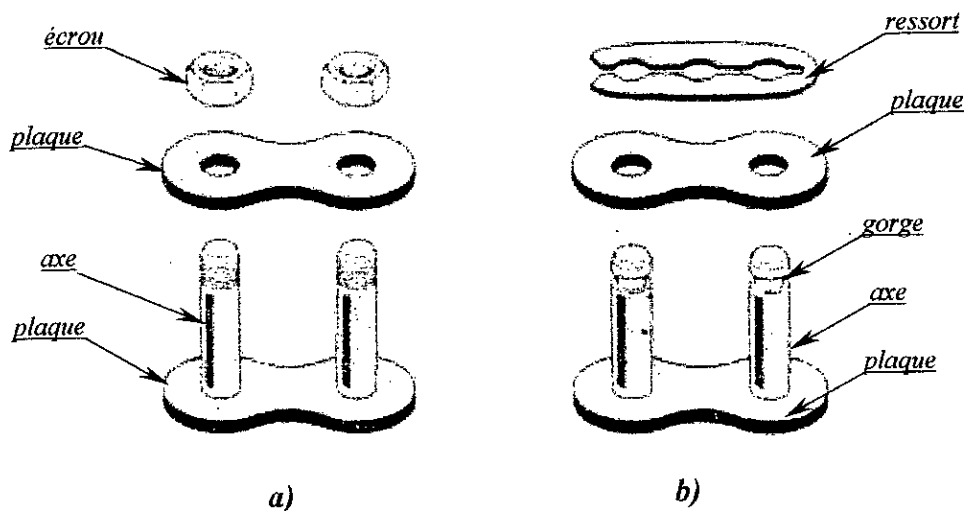


Figure II.2 – Maillons de jonction

Le **rouleau** est une pièce tubulaire en acier traité qui est montée libre sur la douille et sert à répartir l'effort appliqué par la dent du pignon sur la largeur de la douille. Sa présence permettra néanmoins un fonctionnement correct car le rouleau peut alors rouler sans glisser sur le flanc de dent. Grâce à cet effet le rouleau de la chaîne n'aura pas toujours le même segment de contact avec la dent qui la pousse en charge et par conséquent l'usure sera répartie sur toute la surface latérale du rouleau.

Les caractéristiques principales d'une chaîne à rouleaux sont le pas ( $p$ ), le diamètre extérieur du rouleau ( $d_1$ ) et sa largeur ( $l_1$ ) (voir figure II.1).

## **II.2 – Matériaux et traitements thermiques des éléments de la chaîne à rouleaux**

La résistance à l'usure d'une chaîne à rouleaux dépend essentiellement des caractéristiques des matériaux utilisés pour les éléments constitutifs ainsi que les conditions d'utilisation de la chaîne (solicitations, graissage, fonctionnement, ...).

Le choix des matériaux des éléments composants une chaîne à rouleaux doit répondre aux exigences de résistance à l'usure (dureté relative des éléments de l'articulation travaillant en frottement), résistance aux chocs, et de haute limite élastique.

Les plaques sont obtenues à partir de feuillard laminé à froid. Les nuances d'acier utilisées sont [6] :

- aciers à moyen carbone (**0,3 à 0,5**)%,
- aciers alliés (**Cr-Ni**).

La dureté exigée après trempe est de **40 à 50 HRC**.

Les axes, douilles et rouleaux sont en acier non allié **XC15, XC20** ou alliés (**Cr-Ni**) qui après cémentation et trempe ont une dureté de **50 à 65 HRC**.

On utilise également pour les pièces d'articulation (axes, douilles et rouleaux) des aciers de nitruration.

### **II.3 – Endommagement et modes de rupture des éléments de la chaîne à rouleaux**

Les défaillances des chaînes peuvent être dues à certains points liés les un aux autres :

- la formation de jeu entre l'axe et la plaque extérieure ou entre la douille et la plaque intérieure,
- la rupture par fatigue des plaques (au niveau de l'œillet),
- l'usure des éléments de la chaîne (axe, douille et rouleau),
- l'effritement par effet de cisaillement des rouleaux.

Les efforts auxquels sont soumis les maillons de la chaîne, provoquent les contraintes suivantes : (*figure II.3*).

- traction, cisaillement et éventuellement flexion dans les plaques,
- cisaillement et flexion dans les axes,
- compression, cisaillement et éventuellement flexion dans les douilles,
- compression et flexion dans les rouleaux.

Ces efforts ne sont pas constants mais varient cycliquement selon diverses fréquences. Ce qui conduit à des ruptures par fatigue dont les plus marquées sont celles relatives aux contraintes de traction dans les plaques et de flexion des axes pour les chaînes doubles et aux contraintes de flexion des rouleaux pour les chaînes simples.

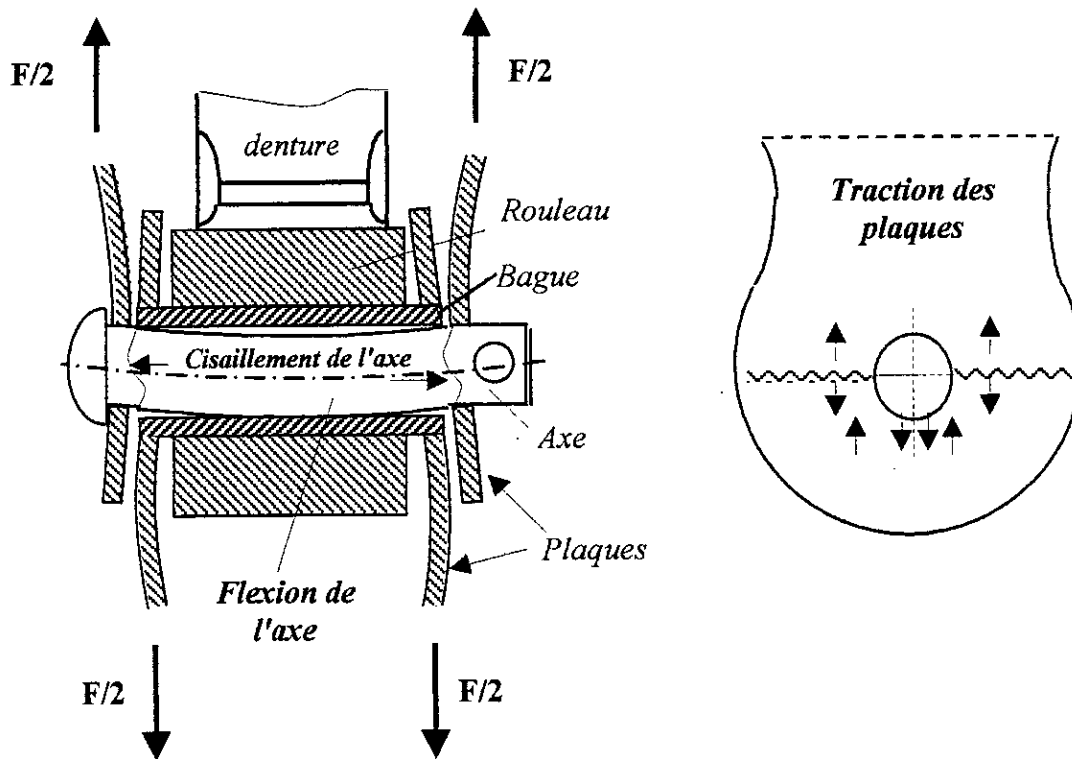


Figure II.3 – Modes de rupture et les sollicitations subies par les éléments de la chaîne

### II.3.1 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque

La rupture des plaques se produit lors de la formation du *jeu* entre elles et l'axe ou entre elles et la douille ou lorsque la contrainte dans l'œil dépasse la valeur admissible (critère principal pour les chaînes à grandes vitesses et soumises à des charges importantes fonctionnant avec un graissage adéquat dans un carter fermé. Le coefficient de concentration de contraintes au voisinage du trou intérieur de la plaque  $K_c \geq 4$  [1].

La formation du jeu entre axe et plaque extérieure ou entre douille et plaque intérieure, sous l'effet de la traction, est à l'origine de la rupture de la chaîne. Ce jeu

provoque l'augmentation du pas qui à son tour engendre un mauvais engrènement de la chaîne sur les pignons, une augmentation de la charge statique et déséquilibre dynamique d'où une diminution de la résistance et par conséquent l'usure.

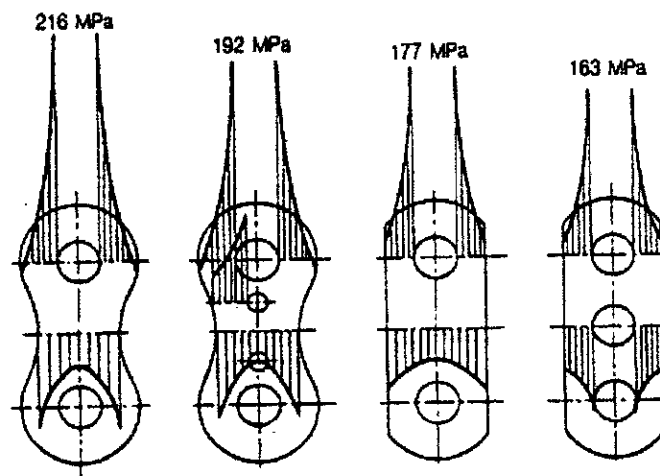
### **II.3.2 – Rupture par fatigue des plaques**

La limite de fatigue en traction ondulée d'une chaîne est liée à la nature des aciers utilisés et de leur traitement, mais aussi à un grand nombre de facteurs indépendants dont de nombreux essais ont élucidé le rôle [7]:

- *du niveau de serrage de l'axe (ou de la douille) dans les trous de la plaque* : les contraintes de serrage, qui se cumulent avec les contraintes provenant des efforts ondulés extérieurs, diminuent l'amplitude relative de ces ondulations [8]. De plus, le serrage empêche la formation de corrosion de contact qui, comme les arrachements, favorise la formation de fissures [9]. Le grenailage de précontrainte des plaques, en introduisant des contraintes superficielles de compression, accroît sensiblement la valeur de la limite de fatigue des chaînes.
- *de la qualité de la découpe extérieure et surtout celle du poinçonnage des trous* : les micro-arrachements de la matière favorisent la naissance des fissures [9]. Lorsque la qualité de la surface poinçonnée est meilleure les micro-arrachements sont plus fins et par conséquent l'apparition des fissures au niveau de ces surfaces est moins favorisée.
- *du nombre de rangs de la chaîne* : le rapport de la limite de fatigue à la charge de rupture est plus petit pour une chaîne multiple que pour une chaîne simple, ce qui s'explique par une répartition irrégulière des efforts sur chacune des plaques et par le jeu de l'axe dans les trous des plaques intermédiaires [10].



- *de la forme des plaques* dans la mesure où elle favorise ou atténue les concentrations de contraintes [11]. On voit sur la figure (II.4) la répartition des contraintes de traction dans les sections de divers types de plaques, mettant en évidence l'influence de la forme et des éventuels artifices utilisés pour atténuer les concentrations de contrainte (trous de décharge) [9].



**Figure II.4** – Distribution des contraintes de traction dans divers types de plaques [9]

- *du nombre de maillons de la chaîne* : la limite de fatigue décroît lorsque le nombre de maillons augmente, ce que la statistique permet également de calculer [8, 10].

### II.3.3 – Type et caractères d'usure des éléments de la chaîne

La résistance à l'usure des éléments composant la chaîne est déterminée par un ensemble de paramètres liés à la chaîne (pas, matériau, dureté des surfaces des pièces en contact, précision d'usinage, etc.), au pignon (pas, forme et profil de la denture,

matériau, dureté des surfaces de contact, etc.) et aux conditions d'exploitation (type de sollicitations et caractère de chargement, vitesse de rotation, graissage, etc.).

Les pièces qui subissent l'usure dans une chaîne à rouleaux sont : l'axe, la douille et le rouleau. Le mauvais engrènement de la chaîne sur les pignons, dû à l'augmentation du pas de la chaîne, accentue l'usure de ses éléments constitutifs. Cette augmentation est provoquée par le jeu qui se forme entre l'axe et la plaque.

Le calcul à l'usure des éléments de la transmission par chaîne est déterminé expérimentalement soit pour la chaîne, soit pour la roue étoilée. La méthode expérimentale est basée sur la détermination de l'intensité relative de la perte de puissance due au frottement entre les pièces, sous forme de chaleur.

Afin de limiter l'usure de la chaîne, la charge est déterminée par la pression d'huile dans les articulations. Cette dernière ne doit pas dépasser une valeur limite de manière à éviter l'expulsion du lubrifiant des articulations et par conséquent limiter l'échauffement des axes pour les grandes vitesses. Ce qui revient à dire que plus la vitesse est grande, plus la pression admissible est faible. Actuellement on utilise des matières plastiques pour remédier au problème de graissage.

Sur la base des statistiques d'essais et études [1, 6] sur l'usure des chaînes à rouleaux, il ressort que la formation du jeu entre axe et plaque constitue une part importante des causes de rupture.

# Chapitre III

## Chapitre III

## ETUDE DU SYSTEME AXE-PLAQUE

## III.1 – Présentation mécanique du système axe-plaque

Dans une chaîne de transmission à rouleaux, une articulation (ensemble de plaques intérieure et extérieure, axe, douille et rouleau) est soumise aux forces extérieures suivantes (voir figure III.1) :

$F$  - l'effort de traction dû à la tension de serrage de la chaîne sur les roues étoilées ;

$F_n$  - l'effort normal de la dent du pignon sur le rouleau.

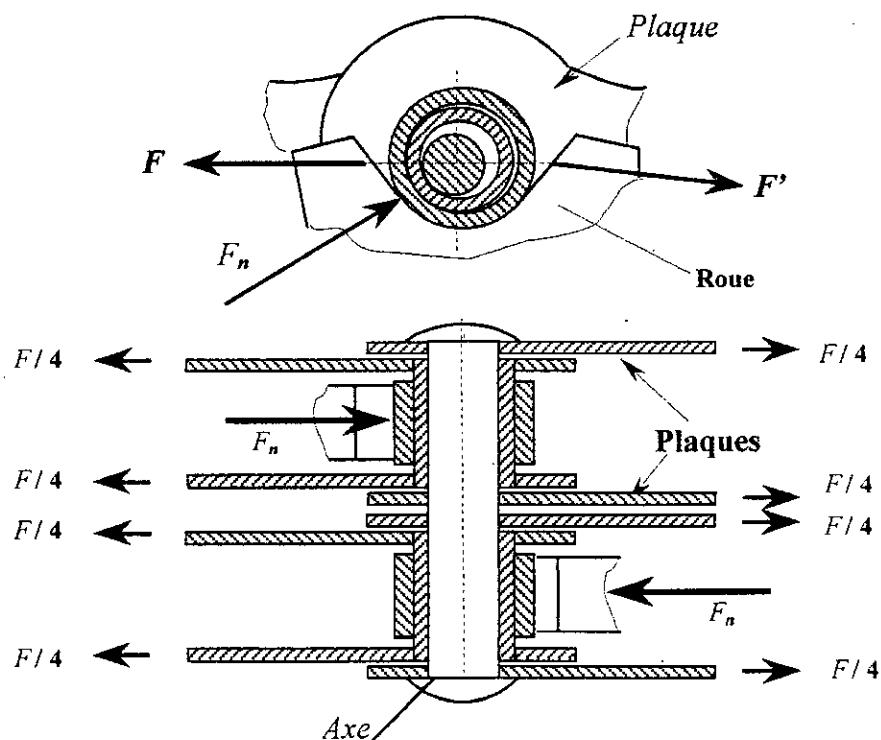


Figure III.1 - Schéma des forces agissant sur l'articulation de la chaîne à rouleaux

En isolant le système axe-plaque (maillon extérieur), voir figure (III.2), on constate que les axes agissent sur les plaques d'un effort de traction total ( $F$ ).

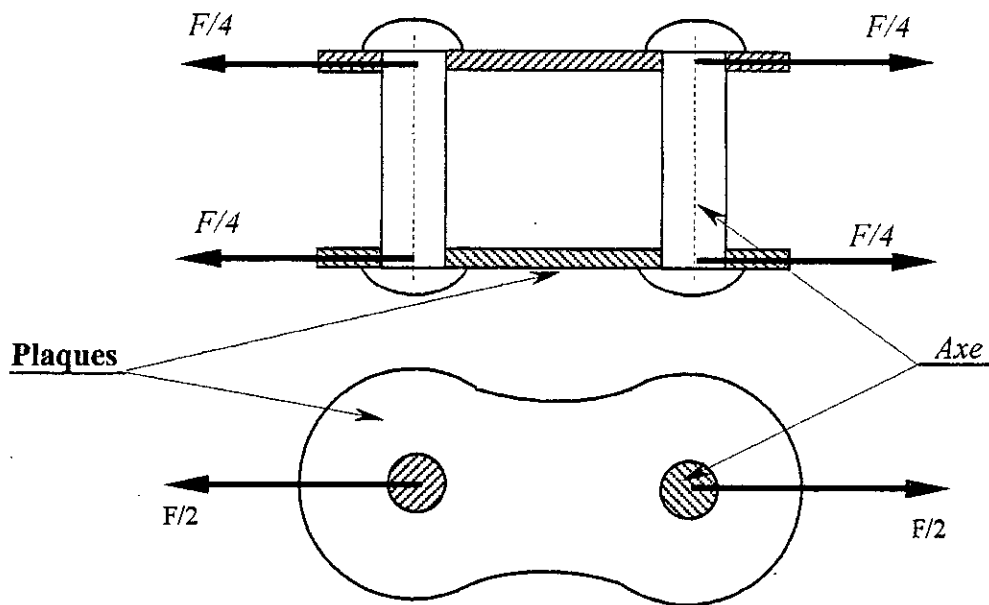


Figure.III.2 – Système axe-plaque

La considération de la plaque seule donne le modèle présenté par la figure (III.3). Comme déjà énuméré dans le chapitre précédent, durant le montage des éléments composants une chaîne à rouleaux les axes sont emmanchés (montés avec serrage) dans les trous de la plaque, cela engendre une pression de serrage ( $P$ ) supposée répartie uniformément sur les circonférences des trous et après son montage sur les pignons. Les axes agissent sur les maillons d'une charge de traction ( $F$ ) qui est supposée répartie sur un arc de cercle qui est la surface de contact axe-plaque (figure III.3).

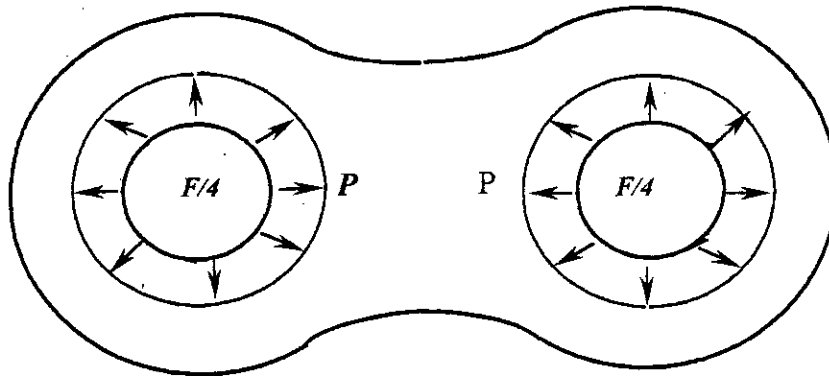


Figure III.3 – Plaque extérieure (isolée).

### III.1.1 – Modèle de calcul à la résistance mécanique de l'axe

A partir du schéma présenté par la *figure (III.2)*, on peut considérer que l'axe subit deux sollicitations, à savoir : flexion et cisaillement. Pour le calcul du diamètre de l'axe ( $d$ ), on doit vérifier deux conditions : flexion et cisaillement. (*figure III.4 et figure III.5*).

#### III.1.1.1 - Flexion de l'axe

Soit A et B des appuis simples [12], on a dans le plan (OXY) :

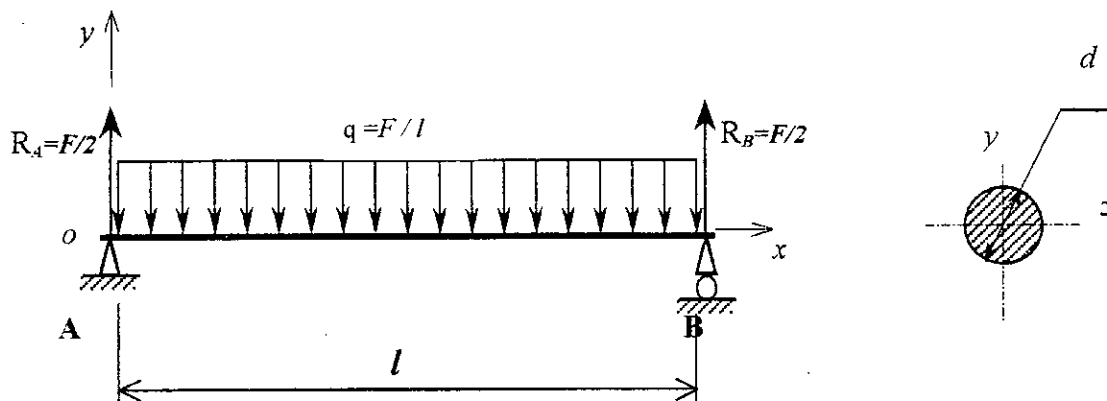


Figure III.4 - Schématisation de la flexion de l'axe

La condition de résistance à la flexion est :

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_e \quad (\text{III.1})$$

où

$\sigma_e$  – limite d'élasticité longitudinale du matériau de l'axe ;

$\sigma_{\max}$  – contrainte maximale de flexion de l'axe sous l'effet de la force  $F$ .

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max} y_{\max}}{I_{Gz}} \quad (\text{III.2})$$

avec

$I_{Gz} = \pi d^4 / 64$  – moment d'inertie de la section transversale de l'axe,

$M_{f \max}$  – moment maximal de flexion de l'axe,

$y_{\max}$  – l'ordonnée maximale de la section,

$d$  – diamètre de l'axe.

$$y_{\max} = d / 2 \quad \text{et} \quad M_{f \max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{Fl}{8}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{4Fl}{\pi\sigma_e}} \quad (\text{III.3})$$

### III.1.1.2 - Cisaillement de l'axe

Pour le calcul au cisaillement de l'axe on considère l'effort tranchant ( $T$ ) (figure III.4).

La condition de résistance au cisaillement est :

$$\tau \leq \tau_e = \frac{\sigma_e}{2} \quad (\text{III.4})$$

avec :

$\tau_e$  – limite d'élasticité tangentielle du matériau de l'axe ;

$\tau$  – contrainte tangentielle de cisaillement de l'axe appliquée.

$$\tau = \frac{T_{\max}}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}$$

où :

$T_{\max}$  - effort tranchant maximal

$$T_{\max} = \left(\frac{\partial M_f}{\partial x}\right)_{\max} = \frac{F}{2}$$

d'où :

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_e}} \quad (\text{III.5})$$

### III.1.2 – Modèle de calcul à la résistance mécanique de la plaque

Les plaques subissent la traction (voir figure III.5). Pour déterminer la section ( $S$ ) de la plaque, on utilise la condition de résistance à la traction [12]:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_e}{\alpha} \quad (\text{III.6})$$

où :

$\sigma$  - contrainte de traction appliquée,

$\alpha$  - coefficient de sécurité ( $\alpha \geq 7$ ).

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (\text{III.7})$$

avec :

$F$  - effort maximal de traction (charnière 1)

$S$  - la plus faible section droite de la plaque ( $S=S_1$  ou  $S_2$ ).



Ayant l'épaisseur ( $e$ ) de la plaque, on pourra déterminer les largeurs du maillon au niveau des sections 1 et 2.

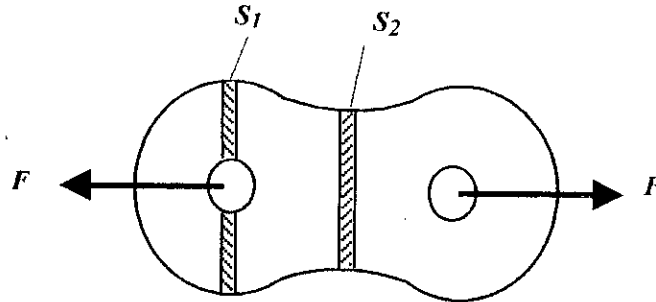


Figure III.5 – Schématisation de la plaque en traction

### III.1.3 – Effet de concentration de contrainte

#### III.1.3.1 – Analyse d'une plaque percée d'un trou circulaire

La figure (III.6) représente une plaque soumise à une contrainte de traction, uniforme, de grandeur  $\sigma$  dans la direction des  $x$ . Si on pratique au centre de la plaque une petite ouverture circulaire, la distribution des contraintes normales au voisinage de l'ouverture sera modifiée, mais nous pourrions toujours admettre d'après le principe de Saint-Venant que cette modification sera négligeable à une distance de l'ouverture qui pourra être considérée comme grande par rapport au rayon  $a$  de celle-ci.

Considérons la portion de la plaque limitée par le cercle de rayon  $b$ , concentrique à l'ouverture,  $b$  étant grand par rapport à  $a$ . Les tensions à la distance  $b$  du centre seront effectivement les mêmes que pour une plaque pleine et leurs valeurs seront par conséquent déterminées d'après le système d'équations III.8. [13, 14].

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_r)_{r=b} &= \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\theta) \\ (\tau_{r\theta})_{r=b} &= -\frac{\sigma}{2}\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.8)}$$

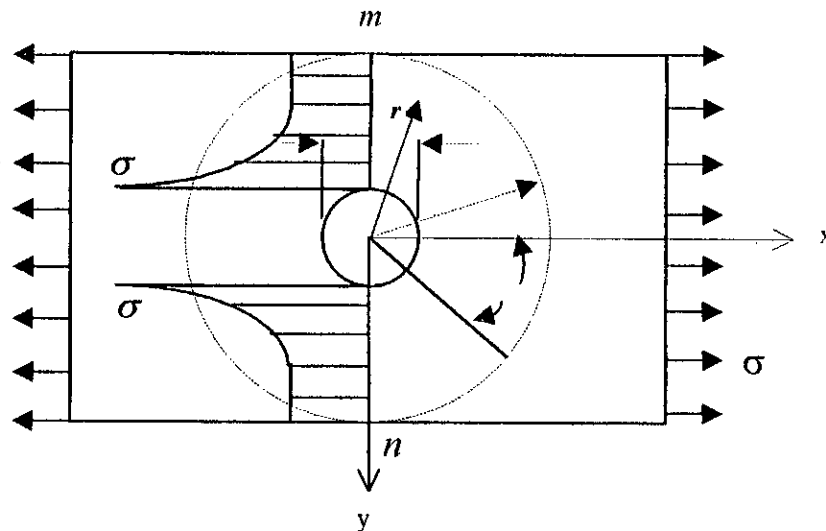


Figure III.6 – Plaque percée de largeur infinie

Les forces agissantes le long de la périphérie de l'anneau ayant pour rayon intérieur (a) et extérieur (b) forment à l'intérieur de ce dernier, une distribution de tensions composée de deux parties. La première est due à la composante de valeur constante égale à  $(\sigma/2)$  des forces normales et déterminent des tensions qui peuvent être calculées au moyen des équations de la théorie des tubes épais [14]. L'autre partie correspond à l'association des forces normales  $(\sigma/2)\cos 2\theta$  et des forces de cisaillement  $(-\sigma/2)\sin 2\theta$  et détermine des tensions qui peuvent être calculées en introduisant une fonction d'*AIRY* de contraintes de la forme [13, 14] :

$$\varphi = f(r)\cos 2\theta \quad \text{(III.9)}$$

où :

$r$  - distance entre le point considéré et le centre de l'ouverture circulaire.

Substituons ces expressions dans l'équation de compatibilité

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (\text{III.10})$$

Nous trouvons, pour déterminer  $f(r)$ , l'équation différentielle ordinaire

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{4}{r^2} \right) \left( \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \frac{4f}{r^2} \right) = 0 \quad (\text{III.11})$$

L'intégrale générale de cette équation est

$$f(r) = Ar^2 + Br^4 + \frac{C}{r^2} + D \quad (\text{III.12})$$

La fonction d'AIRY de contraintes a donc pour valeur

$$\varphi = (Ar^2 + Br^4 + \frac{C}{r^2} + D) \cos 2\theta \quad (\text{III.13})$$

Les constantes d'intégration doivent être déterminées par les conditions (III.8) qui régissent les tensions au contour extérieur et par la condition que la tranche de l'ouverture pratiquée dans la plaque, ne supporte aucune force extérieure. C'est à dire

$$\begin{aligned} (\sigma_r)_{r=b} &= \frac{\sigma}{2}, & (\sigma_r)_{r=a} &= 0, \\ (\tau_{r,\theta})_{r=b} &= -\frac{\sigma}{2}, & (\tau_{r,\theta})_{r=a} &= 0 \end{aligned}$$

Ces conditions donnent :

$$2A + \frac{6C}{b^4} + \frac{4D}{b^2} = -\frac{\sigma}{2},$$

$$2A + \frac{6C}{a^4} + \frac{4D}{a^2} = 0,$$

$$2A + 6Bb^2 - \frac{6C}{b^4} - \frac{2D}{b^2} = -\frac{\sigma}{2},$$

$$2A + 6Ba^2 - \frac{6C}{a^4} - \frac{2D}{a^2} = 0.$$

En résolvant ces équations et en négligeant  $a$  devant  $b$  ( $a/b = 0$ ), ce qui revient à supposer une plaque de largeur infinie on obtient :

$$A = -\frac{\sigma}{4}, \quad B = 0, \quad C = -\sigma \frac{a^4}{4}, \quad D = \sigma \frac{a^2}{2}$$

d'où :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma}{2} \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma}{2} \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{\sigma}{2} \left( 1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.14)}$$

Si  $r$  est très grand,  $\sigma_\theta$  et  $\tau_{r\theta}$  tendent vers les valeurs données par l'équation (III.8).

Sur le bord de l'ouverture on a  $r = a$ , d'où il résulte :

$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0, \quad \sigma_\theta = \sigma - 2\sigma \cos 2\theta$$

On voit que  $\sigma_\theta$  est maximum quand  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ou  $\frac{3\pi}{2}$  c'est à dire aux extrémités  $m$  et  $n$  du diamètre perpendiculaire à la direction de tension (fig. III.6). Pour ces deux points on a  $(\sigma_\theta)_{\max} = 3\sigma$ . C'est en ces points la valeur la plus forte que puisse atteindre la tension à la traction et cette valeur représente le triple de l'intensité de la force  $\sigma$  appliquée aux extrémités de la plaque.

Aux points  $p$  et  $q$ ,  $\theta$  est égal à  $\pi$  ou  $0$  pour cela

$$\sigma_\theta = -\sigma$$

En ces deux points, il existe une tension de compression dans la direction tangentielle.

Pour la section circulaire, passant par le centre de la plaque et perpendiculaire à l'axe (ox), on a  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et les équations (III.14) nous donnent :

$$\tau_{r\theta} = 0, \quad \sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left( 2 + \frac{a^2}{r^2} \left( 1 + \frac{3a^2}{r^2} \right) \right)$$

Cette valeur de  $\sigma_\theta$  montre que l'effet de l'ouverture a un caractère très localisé et que lorsque  $r$  augmente, la tension  $\sigma_\theta$  tend très rapidement vers  $\sigma$ . L'aire hachurée de la figure (III.6) montre la distribution de cette tension. Le caractère localisé des tensions au voisinage de l'ouverture, justifie l'application, à une plaque de largeur finie, de la solution (III.14) qui découle de l'hypothèse que cette largeur est indéfinie. Si la largeur de la plaque n'est pas inférieure à 4 fois le diamètre de l'ouverture, l'erreur que représente la solution (III.14) en calculant  $(\sigma_\theta)_{\max}$ , ne dépasse pas 6%[14].

Le cas d'une plaque de largeur finie percée d'une ouverture circulaire, dont le centre se trouve sur l'axe de symétrie de la plaque *figure (III.7)* a été étudié par R.C.J. Howland. Il nous donne lorsque  $2r = d/2$ ,  $\sigma_{\theta} = 4,3\sigma$  au point *n* et  $\sigma_{\theta} = 0,75\sigma$  au point *m* [14, 15].

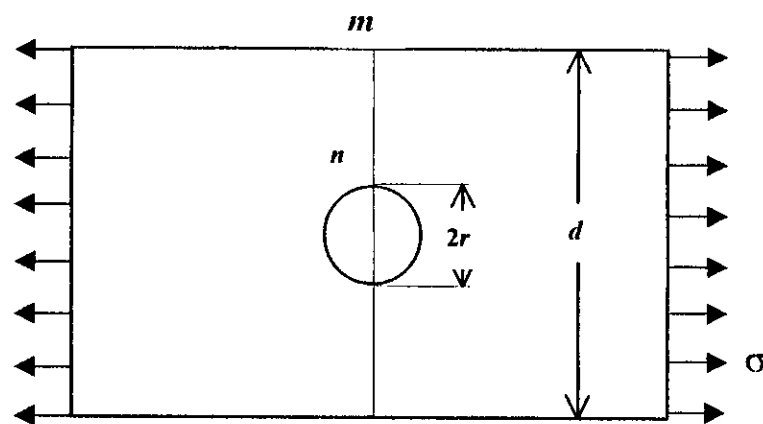


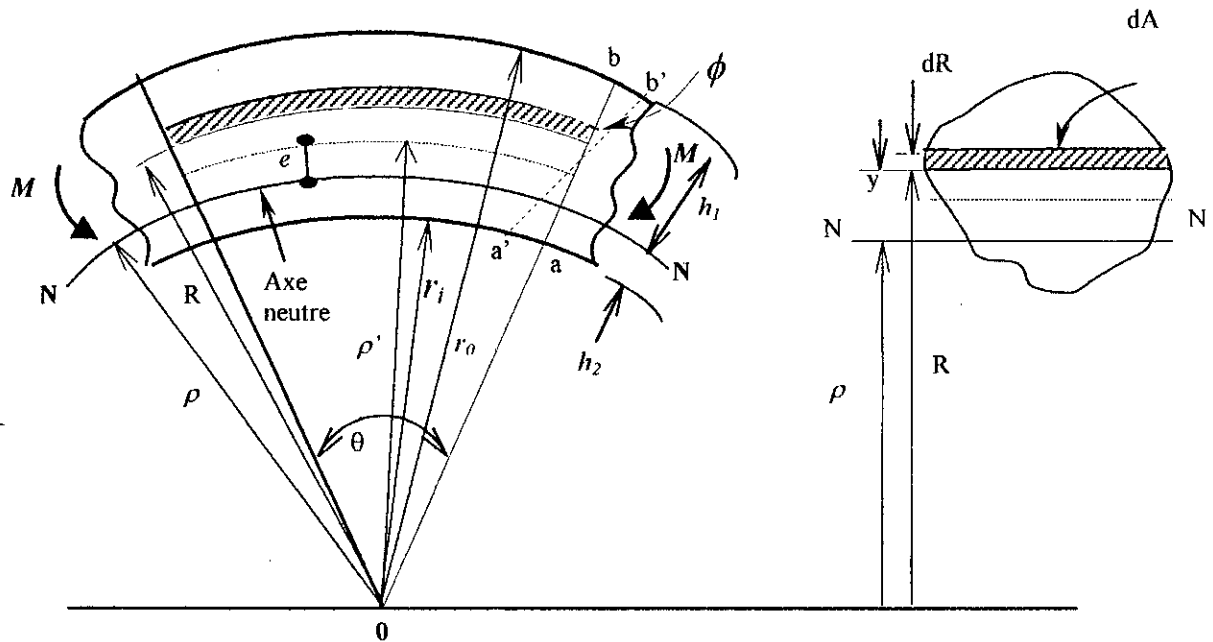
Figure III.7 – Plaque percée de largeur finie

### III.1.3.2 - Analyse du comportement complexe des contraintes et déformations dans le domaine élastique pour les barres courbes

Les résultats de la théorie des barres courbes sont particulièrement utilisés dans l'étude des crochets, maillons de chaînes, brides et autres structures courbes. Lorsque la courbure est grande, la formule élémentaire de la contrainte de flexion  $\sigma = M/Z$  n'est pas appliquée, vu la non-coïncidence des axes neutre et central [16]. Dans les barres courbes, la section transversale ne reste pas plane sauf pour une flexion pure alors que les équations des contraintes développées par l'approche de la résistance des matériaux, qui néglige cet effet, ne sont pas aussi précises que pour les barres rectilignes. Dans la flexion pure, les divergences entre les solutions exactes et inexactes proviennent de la négligence de l'effet de la contrainte

tangentielle dans la théorie inexacte. Nous commencerons en premier lieu par développer la théorie inexacte ensuite la comparer avec la solution développée par les moyens disponibles dans la théorie mathématique de l'élasticité.

Considérons la *figure (III.8)*, qui représente une portion d'une poutre courbe sous-tendu en un angle  $\theta$ .



**Figure III.8** – Élément de barre courbée (section de forme quelconque)

Les rayons de courbure sont  $\rho$  pour l'axe neutre et  $\rho'$  pour l'axe central. Le moment de flexion  $M$  tend à réduire le rayon de courbure. A l'état initial, un élément de longueur  $L$  peut être exprimée comme :

$$L = R\theta \tag{III.15}$$

Après flexion, l'élément est allongé d'une valeur  $y\phi$ ; la déformation dans l'élément est :

$$\varepsilon = \frac{(R\theta + y\phi) - R\theta}{R\theta} = \frac{y\phi}{R\theta} \quad (\text{III.16})$$

De la loi de Hooke  $\sigma = E\varepsilon$  et de l'équation (III.16) la force sur l'élément  $dA$  est  $\sigma.dA$

or

$$dF = \sigma.dA = \left(\frac{y\phi}{R\theta}\right)E.dA \quad (\text{III.17})$$

En état d'équilibre statique, la somme des forces appliquées au niveau de la section transversale  $A$  est nulle.

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{y\phi}{R\theta}\right)E.dA = 0$$

$\rho$  - détermine la position de l'axe neutre et pourra être déterminé par la relation suivante :

$$\rho = \frac{A}{\int_{r_1}^{r_2} (1/R)dA} \quad (\text{III.18})$$

A partir des considérations d'équilibre, le moment, autour du point 0, de la force agissante sur  $dA$  est déterminé comme suit :

$$dM = \left(\frac{y\phi}{R\theta}\right)E(dA)R = \left(\frac{y\phi}{\theta}\right)EdA \quad (\text{III.19})$$

la somme des moments ( $\sum M$ ) est :

$$M = \int_A dM = \frac{\phi E}{\theta} \int_A y.dA = \frac{E\phi}{\theta} eA \quad (\text{III.20})$$



Les contraintes de flexion dans les fibres extérieures, pour la géométrie indiquée sur la *figure (III.8)* peuvent être déterminées par les formules suivantes :

$$\sigma_{\max} = \frac{Mh_1}{Aer_0} \quad (\text{III.21})$$

et

$$\sigma_{\min} = -\frac{Mh_2}{Aer_i} \quad (\text{III.22})$$

Si, dans la *figure (III.8)*, la direction du moment est inversée, les signes algébriques des équations (III.21) et (III.22) sont aussi inversés.

En plus de la contrainte de flexion, il y a aussi une contrainte axiale égale à la charge appliquée divisée par l'aire de la section transversale du membre. La contrainte totale de la fibre est donc :

$$\sigma = \sigma_b + \frac{P}{A} \quad (\text{III.23})$$

où

$\sigma_b$  – contrainte donnée par les équations (III.21) ou (III.22),

$P$  – charge appliquée,

$A$  – aire de la section transversale.

Le calcul des déplacements dans les poutres courbes est basé sur l'application des théorèmes énergétiques en élasticité.

Comme exemple, l'application de la fonction d'AIRY pour le calcul des contraintes dans une poutre courbe à section rectangulaire (*voir figure III.9*). La *figure (III.9)* montre que les contraintes radiales  $\sigma_r$  sont nulles sur les rayons intérieur et extérieur de la poutre ; cela donne la première condition limite. En plus, la somme des

forces dans toute la section transversale doit être nulle et ces forces doivent induire la présence d'un moment de flexion intérieur.

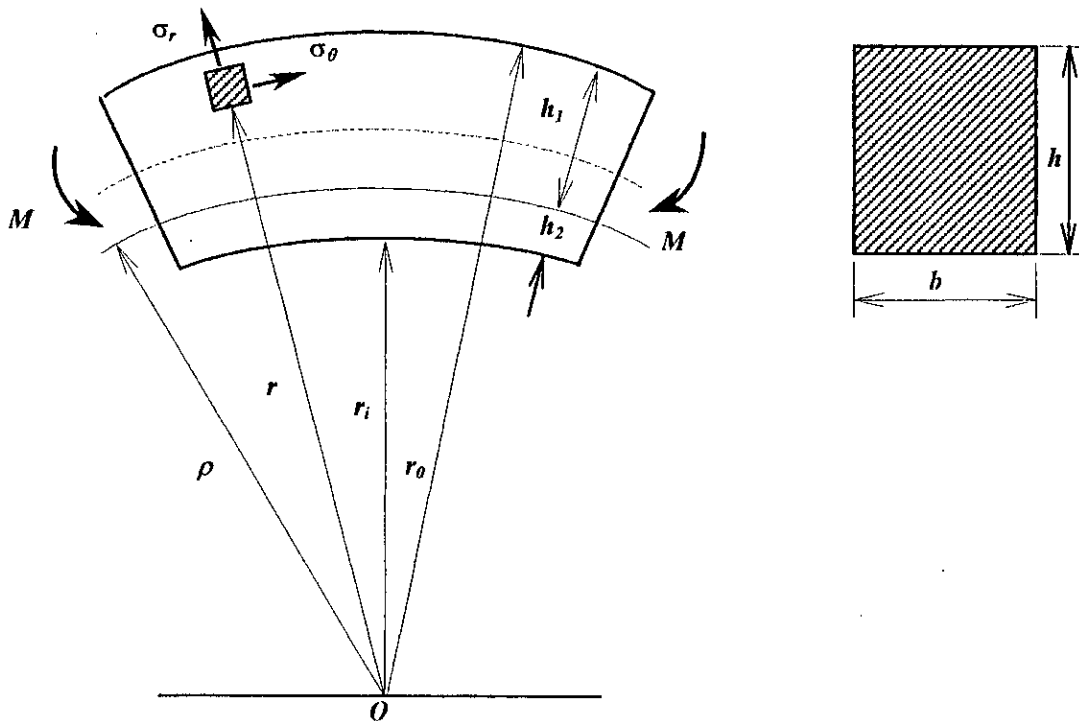


Figure III.9 – Élément de barre courbée (section rectangulaire)

Symboliquement,  $(\sigma_r)_{r=r_i, r_o} = 0$  (III.24)

$$\int_{r_i}^{r_o} \sigma_r dr = 0$$
 (III.25)

$$\int_{r_i}^{r_o} \sigma_\theta r . dr = M$$
 (III.26)

Sachant qu'il n'y a pas cisaillement limite ( $\tau_{r\theta} = 0$ ), l'équilibre est exprimé par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \quad (\text{III.27})$$

Comme la distribution des contraintes est symétrique, la fonction d'AIRY de contrainte ( $\phi$ ) dépend seulement de ( $r$ ) ; ainsi l'équation de compatibilité peut s'écrire comme suit :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{\partial^4 \phi}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (\text{III.28})$$

La fonction de contrainte satisfaisant l'équation (III.26) est comme suit [13, 17] :

$$\phi = A \ln r + B r^2 \ln r + C r^2 + D \quad (\text{III.29})$$

D'où, les contraintes radiale et méridienne peuvent être données par les équations suivantes :

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C \quad (\text{III.30})$$

et :

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C \quad (\text{III.31})$$

où :

$A, B, C$  et  $D$  sont des constantes déterminées par les conditions limites.

En utilisant ces conditions, comme exprimées par les équations (III.24) à (III.26), les équations précédentes se réduisent en [13, 14] :

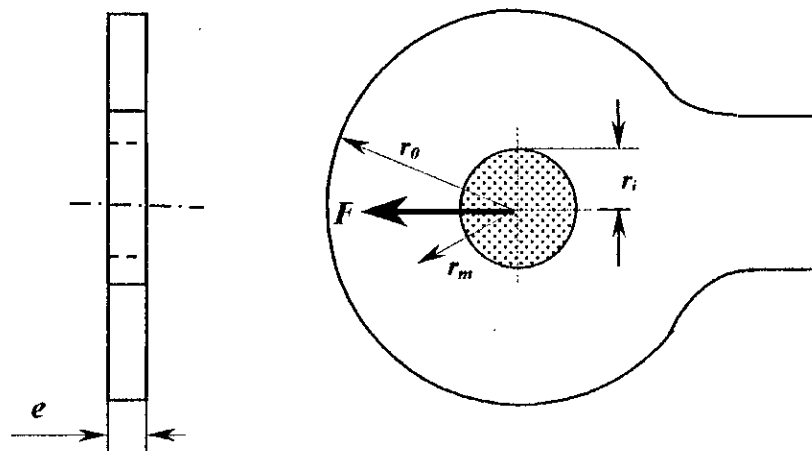
$$\sigma_r = \frac{4M}{N} \left( \frac{r_i^2 r_0^2}{r^2} \ln \frac{r_0}{r_i} + r_0^2 \ln \frac{r}{r_0} + r_i^2 \ln \frac{r_i}{r} \right) \quad (\text{III.32})$$

$$\sigma_\theta = \frac{4M}{N} \left( -\frac{r_i^2 r_0^2}{r^2} \ln \frac{r_0}{r_i} + r_0^2 \ln \frac{r}{r_0} + r_i^2 \ln \frac{r_i}{r} + r_0^2 - r_i^2 \right) \quad (\text{III.33})$$

où :

$$N = (r_0^2 - r_i^2)^2 - 4r_0^2 r_i^2 \ln \frac{r_0}{r_i} \quad (\text{III.34})$$

L'application la plus utilisée de la théorie des barres courbes concerne l'analyse des maillons des chaînes dans lesquels l'axe est inséré pour la traction comme il est montré sur la *figure (III.10)* une analyse pour la géométrie présentée a été faite pour le cas de  $r_0/r_i=2$  et 4. En supposant une insertion parfaitement rigide du rayon  $r_i$  [13, 18].



*Figure III.10 – Maillon (assemblage axe-plaque)*

où :

$$r_m = \frac{r_i + r_0}{2} \text{ - rayon moyen.}$$

$r_i$  - rayon intérieur,

$r_0$  - rayon extérieur.

A partir de l'analyse de ce système (*figure III.10*), les valeurs des contraintes de traction dans l'œil peuvent être déterminées par la relation suivante :

$$\sigma = \frac{8 \cdot \phi \cdot F}{\pi^2 e \cdot r_0} \quad (\text{III.35})$$

où :

$\phi$  est définie par le tableau suivant, donné dans les travaux [13, 18].

**Tableau III.1 – valeurs de  $\phi$**

$r_0/r_i$	$\theta$								
	$0^\circ$			$45^\circ$			$90^\circ$		
	$r_i$	$r_m$	$r_0$	$r_i$	$r_m$	$r_0$	$r_i$	$R_m$	$r_0$
2	1,781	1,070	1,013	0,935	1,010	1,010	4,296	0,850	0,282
4	1,610	0,519	0,602	1,504	0,583	0,374	4,391	0,589	0,200

La contrainte maximale est en  $r_i$  à  $\theta = 90^\circ$ .

### III.2 – Insuffisances des modèles existants

Les modèles de calcul à la résistance de la plaque existants sont basés sur le calcul élastique, sans la considération de l'effet de concentration de contraintes ; alors que l'état précontraint dû à l'emmanchement forcé de l'axe dans l'orifice de la plaque, durant le montage des éléments de la chaîne, provoque un comportement plastique au voisinage de la perforation du maillon. A ce phénomène s'ajoute l'effet de concentration de contraintes qui se produit sur le bord de l'orifice avec un coefficient ' $K_c$ ' dépassant la valeur 4 [1, 13, 14, 15, 18]. La détermination des diamètres de l'axe et de la douille se fait par le calcul basé sur la pression admissible du lubrifiant existant entre les surfaces en frottement.

De ce fait, il sera intéressant de faire une analyse bien détaillée sur l'état de contrainte et le comportement mécanique du système axe-plaque (maillon). Cela exige une modélisation pour un calcul en plasticité par la méthode des éléments finis qui sera traité dans les chapitres qui suivent.

# Chapitre IV

## *Chapitre IV*

### **ANALYSE DU COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE SYSTEME AXE-PLAQUE (MAILLON EXTERIEUR)**

#### **IV.1 – Hypothèses fondamentales**

L'analyse limite permet d'exploiter les réserves plastiques des matériaux constituant une structure quelconque. L'objectif d'une analyse limite est de trouver la charge ultime, qui provoquerait la ruine de la structure en la transformant en mécanisme. Le terme charge limite est défini par la charge de ruine plastique d'un élément ou d'une structure pour laquelle la déformation se produit sous une charge constante, toutes contraintes restantes constantes ; et seuls des incréments de déformation plastique peuvent avoir lieu.

On suppose réalisées les hypothèses de base suivantes :

- le matériau est isotrope,
- le matériau est supposé rigide-plastique parfait (ou élastoplastique parfait mais de déformation élastique négligeable),
- la structure est supposée demeurer en petites déformations, les changements de géométrie de la structure engendrés par la charge limite restent négligeables,
- le chargement est proportionnel dans le temps,
- l'absence de tout phénomène d'instabilité.

## IV.2 – Différents types de comportement du matériau

### IV.2.1 – Comportement réel

L'allure générale du comportement d'un acier de construction est celle présentée dans la *figure (IV.1)*. La présence d'un palier d'écoulement plastique à contrainte constante est fondamentale en vue d'une application en analyse limite. La réserve de résistance due à l'écrouissage assure la sécurité de la structure en cas de déformations importantes. Cette réserve peut être définie par le rapport de la limite d'élasticité à la résistance maximale qui est une valeur normalisée dans certains cas.

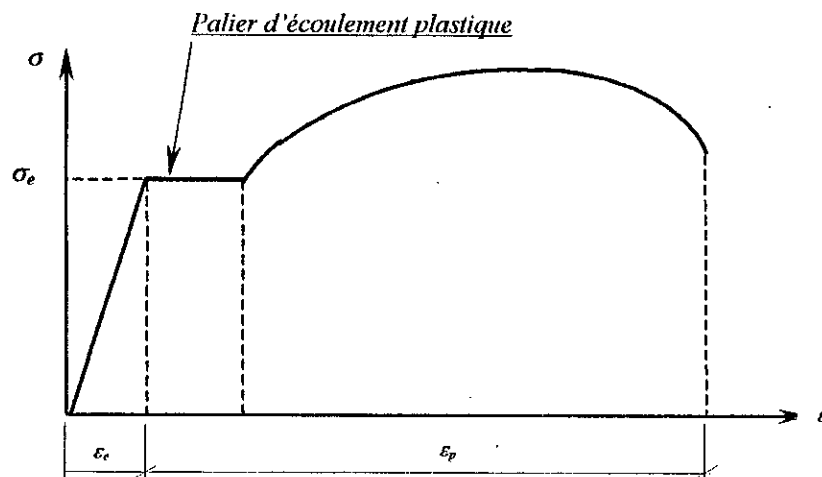


Figure IV.1 – Comportement d'un acier au carbone 'vierge'

La courbe de comportement d'un acier écroui ne présente pas de palier de plasticité et l'évolution post-élastique est progressive et non linéaire. L'acier écroui est caractérisé par une nouvelle limite d'élasticité plus grande que sa valeur initiale.



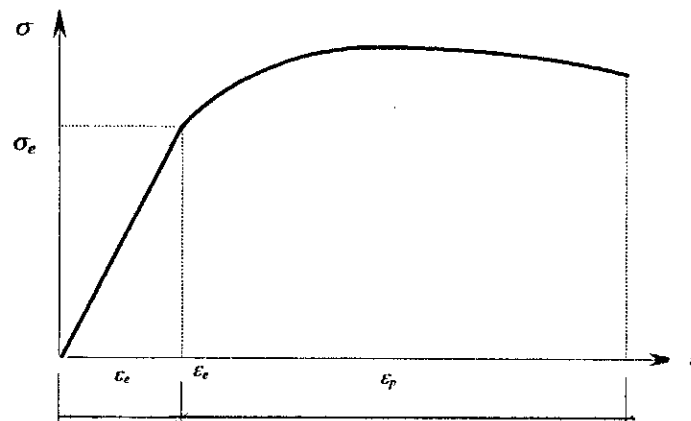


Figure IV.2 – Comportement d'un acier écroui

## IV.2.2 – Comportements idéalisés

Dans les applications, les comportements réels peuvent être idéalisés en vue de simplifier les calculs analytiques, tout en prenant soin, cependant, de ne pas porter atteinte à la sécurité (en surestimant les comportements par exemple). On considère actuellement comme « classiques » trois modèles de comportement idéalisé élastoplastique parfait (EPP), élastoplastique écrouissable (EPE) et rigide plastique parfait (RPP)[19] (figure IV.3, IV.4 et IV.5).

### IV.2.2.1 – Modèle de comportement élastoplastique parfait (EPP)

Pour ce cas, (voir figure IV.3) la relation contrainte-déformation de traction uni-axiale peut être exprimée par

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{pour} \quad \sigma < \sigma_e$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \lambda \quad \text{pour} \quad \sigma = \sigma_e$$

où

$E$  – module de Young ;

$\lambda$  – scalaire peut être déterminé expérimentalement,  $\lambda > 0$ .

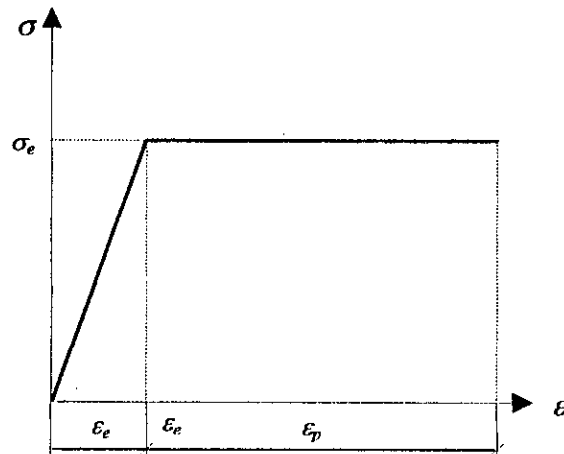


Figure IV.3 – Comportement élastoplastique parfait (EPP)

#### IV.2.2.2 – Modèle de comportement élastoplastique écrouissable

Dans ce modèle, (voir figure IV.4) la relation contrainte-déformation pour un chargement uni-axial de traction est sous la forme :

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{pour } \sigma \leq \sigma_e$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{1}{E_p} (\sigma - \sigma_e) \quad \text{pour } \sigma > \sigma_e$$

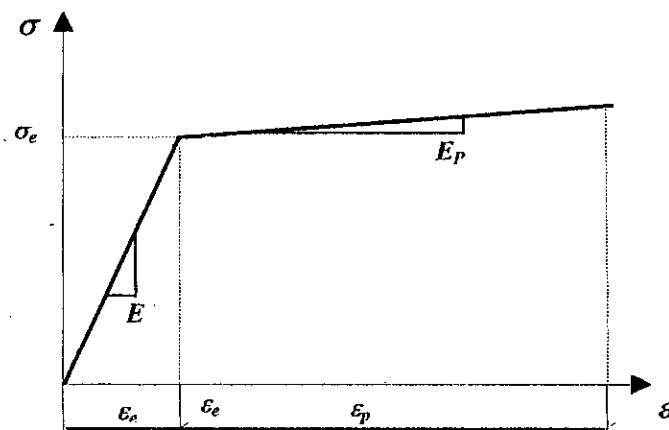
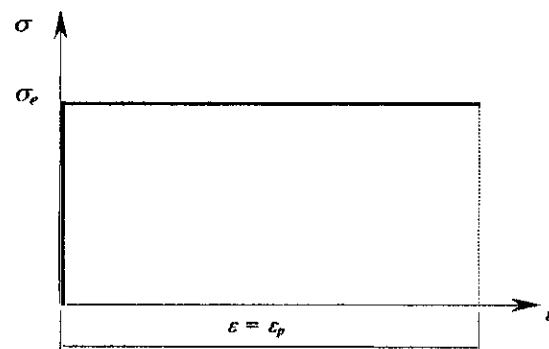


Figure IV.4 – Comportement élastoplastique écrouissable (EPE)

### IV.2.2.3 – Modèle de comportement rigide-plastique parfait

Dans le schéma du comportement rigide-plastique parfait (*figure IV.5*), les déformations élastiques sont totalement négligées ( $E=\infty$ ). La condition d'utilisation de ce modèle est liée à la présence de zones libres de s'écouler sous de grandes déformations sans pour autant modifier la géométrie initiale de la structure. L'écoulement doit se produire sans rencontrer d'obstacles par suite de particularités de la géométrie ou en raison du caractère spécial des conditions limites. L'hypothèse du comportement rigide plastique parfait est admise dans les états précédant la rupture (plastique). Elle n'est évidemment pas acceptable dans le cas où un ouvrage présente localement des propriétés insuffisantes de ductilité.



*Figure IV.5 – Comportement rigide plastique parfait (RPP)*

## IV.3 – Surface de charge et conditions d'écoulement

Pour un matériau élastoplastique soumise à une sollicitation multiaxiale monotone, l'évolution à partir de l'état naturel est définie par un domaine d'élasticité limité par une fonction nécessairement convexe appelée surface de charge (ou d'écoulement) dans l'espace des contraintes principales :

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}(\{\sigma\}, \{\alpha\}, \mathbf{K}) \quad (\text{IV.1})$$

où :

$\{\sigma\}$  – tenseur des contraintes

$\{\alpha\}$ ,  $K$ (scalaire) – paramètres d'écroûissage (variables internes) traduisant l'évolution de la surface de charge au-delà du domaine élastique.

D'après la nature de la fonction de charge on distingue quatre classes d'écroûissage :

- écroûissage isotrope :  $F = f(\{\sigma\}, K)$
- écroûissage cinématique :  $F = f(\{\sigma - \alpha\})$
- écroûissage mixte :  $F = f(\{\sigma - \alpha\}, K)$
- écroûissage anisotrope :  $F = f(\{\sigma\}, \{\alpha\}, K)$

Dans l'hypothèse de la décomposition de la déformation totale en une partie élastique et une partie plastique :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^p\} \quad (\text{IV.2})$$

Supposons que la surface de charge est régulière et dérivable, l'écoulement plastique se produit lorsque la contrainte est située sur la surface de charge (*figure IV.6*) et que l'incrément de déformation tend à la faire sortir de cette surface.

$$d\varepsilon^p \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} f(\{\sigma\}, \{\alpha\}, K) = 0 \\ df > 0 \end{cases}$$

Dans le cas contraire, il y a soit une décharge élastique :

$$d\varepsilon^p = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(\{\sigma\}, \{\alpha\}, K) = 0 \\ df < 0 \end{cases}$$

soit une charge neutre pour :

$$d\varepsilon^p = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(\{\sigma\}, \{\alpha\}, K) = 0 \\ df = 0 \end{cases}$$

La règle d'écoulement établit la relation (amplitude et direction) entre les incréments de déformation et la surface de charge [20]. Dans l'hypothèse du potentiel plastique elle s'écrit :

$$d\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \tag{IV.3}$$

où :

$Q$  – potentiel plastique

$\lambda$  – multiplicateur plastique (scalaire)

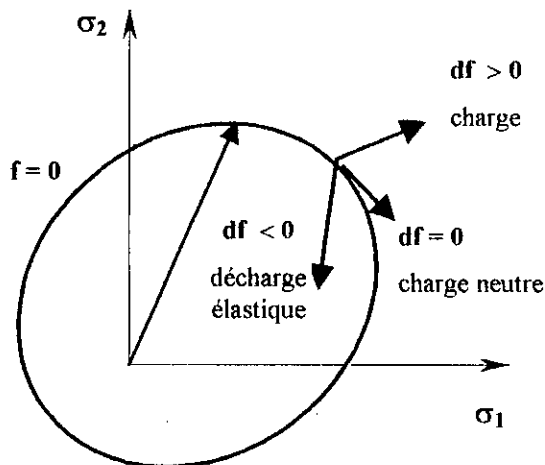


Figure IV.6 – Surface d'écoulement plastique

La règle d'écoulement est dite associative lorsque la surface de charge coïncide avec un critère en l'occurrence le critère de Von-Mises qui est défini par une contrainte équivalente :

$$\sigma_e = f(\{\sigma\}) = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)}$$

#### IV.4 – Méthode incrémentale de résolution en calcul non-linéaire

Le problème posé est celui de l'obtention de la réponse quasi-statique du système à une histoire de chargement à partir d'un état initial supposé naturel. Comme pour tout problème faisant intervenir la plasticité, il est de nature incrémentale. La résolution consiste, à partir d'une position d'équilibre connue, à calculer la configuration d'équilibre suivante réalisée (ou non en cas d'instabilité) après un incrément de chargement ou de déplacement.

La méthode utilisée pour la résolution du système d'équations non linéaires est la méthode itérative de Newton-Raphson, complétée par des algorithmes d'optimisation et d'accélération de la convergence (méthode de la pente forte, de prédiction, linesearch, etc.).

Le système non linéaire de dimension ( $n$ ) à résoudre s'écrit sous forme matricielle à l'itération ( $i$ ) :

$$[\mathbf{K}(\{\mathbf{u}\})] \{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (\text{IV.4})$$

où :

$\{\mathbf{u}\}$  – déplacements nodaux de la structure,

$[\mathbf{K}(\{\mathbf{u}\})]$  – matrice de rigidité actuelle dont les termes dépendent des déplacements nodaux  $\{\mathbf{u}\}$ ,

$\{\mathbf{F}\}$  – forces extérieures équivalentes appliquées aux nœuds.

Résoudre le système ci-dessus revient à chercher le vecteur solution  $\{\mathbf{u}\}$  qui rend un résidu  $\{\mathbf{R}(\{\mathbf{u}\})\}$  aussi proche que possible de  $\{\mathbf{0}\}$ , soit :

$$\{\mathbf{R}(\{\mathbf{u}\})\} = \{\mathbf{F}\} - [\mathbf{K}(\{\mathbf{u}\})] \{\mathbf{u}\} \approx \mathbf{0} \quad (\text{IV.5})$$

Les charges  $\{F\}$  ou les déplacements  $\{u\}$  (pilotage par déplacements imposés) sont appliqués par petits incréments. La valeur du plus petit incrément  $\{\Delta F, \Delta u\}$  est choisi en fonction de la nature du phénomène à étudier. Dès le début de la plastification des premiers éléments, les comparaisons suivantes sont faites aux points d'intégration entre :

- la limite d'élasticité du diagramme  $\sigma = f(\varepsilon)$  et les contraintes équivalentes calculées à partir de leur composantes élastiques,
- la valeur du rapport de l'état actuel des contraintes et la limite d'élasticité qui doit être comprise entre 0 et 1.

Parmi les trois variantes de la méthode de Newton-Raphson, nous avons utilisé exclusivement la méthode dite "complète" (figure IV.7) pour sa rapidité de convergence. Comparativement aux autres variantes, elle présente la particularité de réactualiser la matrice de rigidité à chaque itération de chaque incrément de chargement.

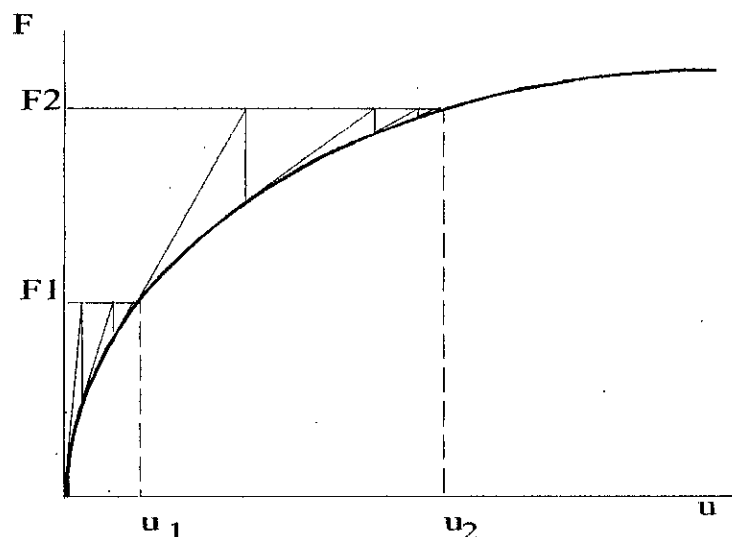


Figure IV.7 – Méthode de Newton -Raphson "complète"

## IV.5 – Modèle discrétisé du système axe-plaque

La simulation associe une représentation géométrique, un modèle mécanique, un modèle de comportement matériel et une représentation des actions extérieures (conditions limites). Dans le contexte de notre travail, l'élément de structure est une plaque, fabriquée en acier, relevant de modèles de comportement élastique ou élastoplastique.

Compte tenu de la capacité limitée en largeur de bande de la version universitaire du code de calcul ANSYS (Swanson Analysis Systems); seul la plaque de la chaîne est modélisée.

Compte tenu de l'effet de flexion de la plaque, du à l'effort de traction, il n'a pas été jugé souhaitable de considérer un modèle mathématique de milieu continu bidimensionnel. On a utilisé des éléments finis de coques épaisses disponibles dans le code de calcul ANSYS et adaptés à l'approximation de coques.

L'élément fini est un élément de coque (shell93) à 8 nœuds géométriques (coins et milieux des cotés) dérivé des éléments initialement conçus par Ahmad et Zienkiewicz [21] comme éléments isoparamétriques de volumes dégénérés, pour lesquels les effets de couplage membrane-flexion sont implicites. Cet élément a en chaque nœud six (6) degrés de liberté (translations dans les directions nodales X, Y, et Z et rotations autour des axes nodaux X, Y et Z. Un élément est décrit (*figure IV.8*) par 8 nœuds sur la surface moyenne et un "vecteur épaisseur" de longueur -  $t_i$  - orthogonal à la surface moyenne. La géométrie de la surface moyenne est celle d'une surface quadratique interpolée entre les coordonnées nodales à partir d'un élément-père bidimensionnel. Un point courant -Q- de vecteur position - $\vec{Q}$ - a pour coordonnées :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_e = \sum_1^8 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad \text{(IV.6)}$$



où:

$x_i, y_i, z_i$  - coordonnées du noeud -i-

$N_i$  - fonctions d'interpolation de type Serendip classiques

Un point courant - M - de la coque de côte- Z - par rapport à la surface moyenne a pour coordonnées :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_\varrho + Z \cdot \frac{\vec{t}}{2} \quad (\text{IV.7})$$

où :

$\vec{t}$

- vecteur épaisseur.

Suivant la formulation classique des éléments isoparamétriques, le déplacement en tout point s'écrit en fonction des grandeurs nodales :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_M = \sum_1^8 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_1^8 N_i(\xi, \eta) \cdot Z \cdot \frac{\vec{t}}{2} [a_{1,i} \quad b_{1,i}] \begin{Bmatrix} \theta_{x,i} \\ \theta_{y,i} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

où :

$a_{1,i}, b_{1,i}$ , vecteurs unitaires orthogonaux au noeud -i- suivant les directions  $\xi$  et  $\eta$  respectivement.

$\theta_{x,i}, \theta_{y,i}$ , représentent les rotations du segment épaisseur traduisant la première hypothèse de Bernouli appliquée aux coques.

Ainsi les rotations nodales sont décrites dans l'espace des systèmes unitaires tangents aux lignes de coordonnées  $(\xi, \eta)$ .

Suivant [21] la formulation est fondée sur les équations de l'élasticité tridimensionnelle plutôt que sur la théorie classique des coques [14]. On ne décrira pas ici cette formulation, par ailleurs détaillée dans [16]. La matrice de rigidité de

l'élément en déformations et déplacements infinitésimaux ou finis est obtenue par intégration numérique sous la forme classique :

$$[K_e] = \int [B]^T [D] [B] dV \quad (IV.9)$$

où :

$[D]$  – matrice d'élasticité.

$[B]$  – matrice reliant les déformations aux variables nodales.

$dV$  – élément de volume.

$$[D] = \begin{bmatrix} AE_x & Av_{xy}E_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Av_{xy}E_x & AE_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{yz}}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{xz}}{f} \end{bmatrix} \quad (IV.10)$$

avec :

$$A = \frac{E_y}{E_y - (v_{xy})^2 \cdot E_x}$$

où :

$E_x$  et  $E_y$  – modules d'élasticité dans les directions  $X$  et  $Y$  du repère local.

$v_{xy}$  – coefficient de Poisson dans le plan  $(x-y)$  local.

$G_{xy}$  – module de cisaillement dans le plan  $(x-y)$  local.

$$f = \text{Sup} \left\{ \begin{matrix} 1,2 \\ 1,2 + 0,2 \cdot \frac{S}{25.t^2} \end{matrix} \right\}, \text{ est le coefficient correctif des effets de cisaillement}$$

$S$  – surface de l'élément

$t$  – épaisseur moyenne de l'élément.

Dans notre étude l'élément a été utilisé avec une règle d'intégration à 5 points dans la direction de l'épaisseur. Bien que pour des problèmes généraux de coques élastiques, une faible densité de maillage soit le plus souvent suffisante, nous avons adopté ici un maillage à forte densité, pénalisant en temps et coût de calcul, mais adapté à la restitution de la localisation des zones plastifiées.

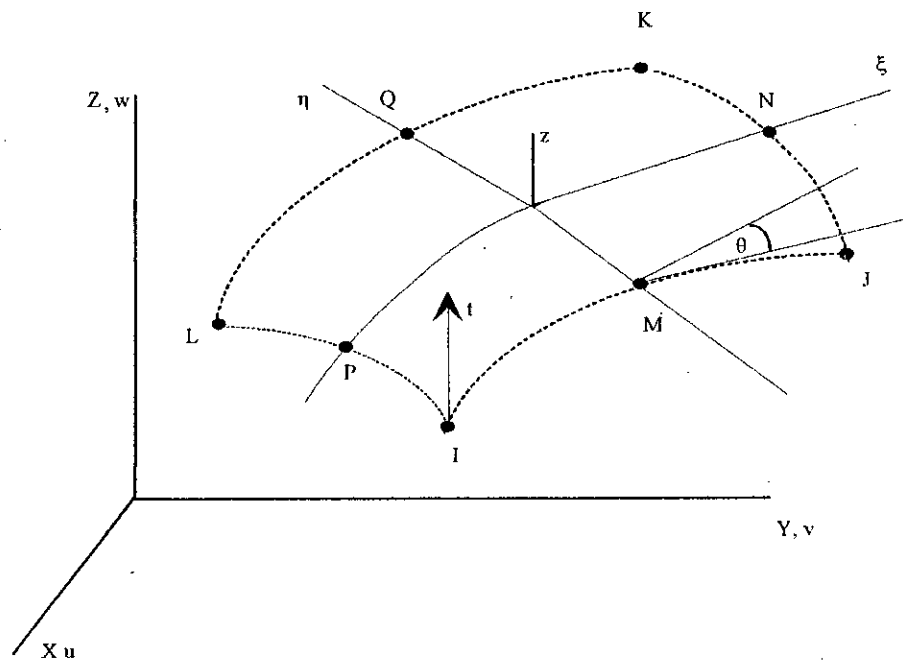


Figure IV.8 – Élément de coque à 8 noeuds

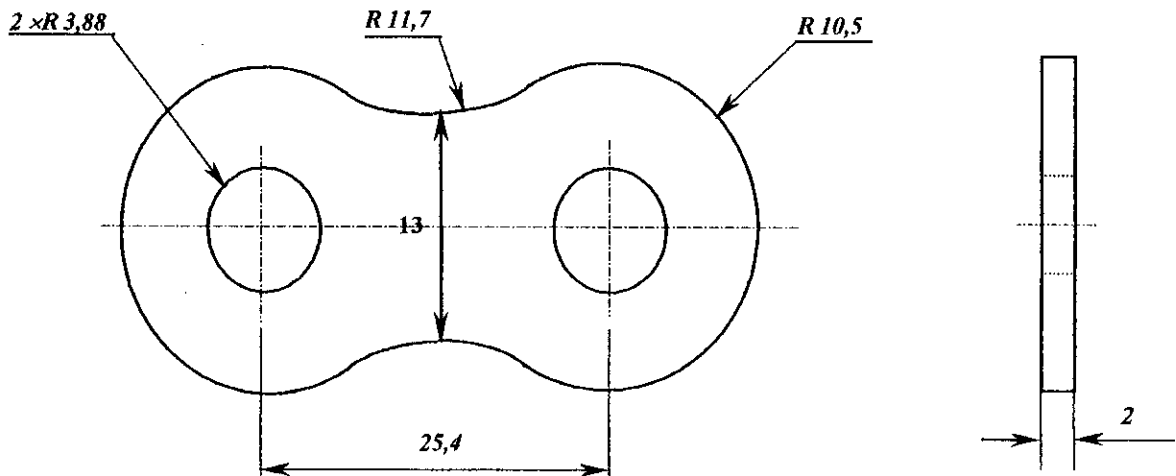
**a) Modèle géométrique**

Figure IV.9 – Modèle géométrique de la plaque

**b) Maillage**

Le modèle discrétisé est représenté par la *figure (IV.10)*. Le maillage adopté après essais, comporte **344** éléments à **1126** nœuds d'où **6756** degrés de liberté dont **6251** sont activés donc **6251** équations à résoudre.

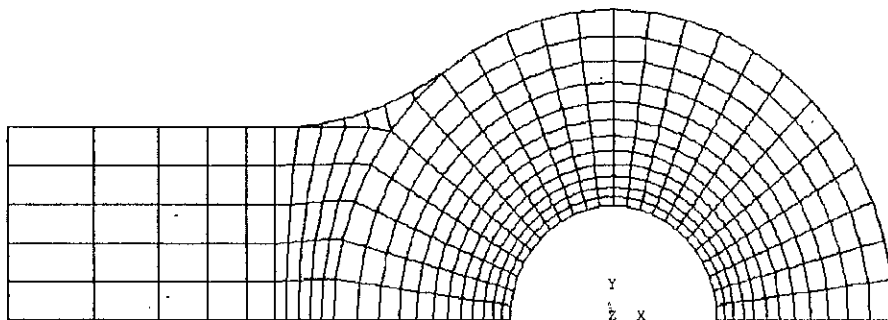
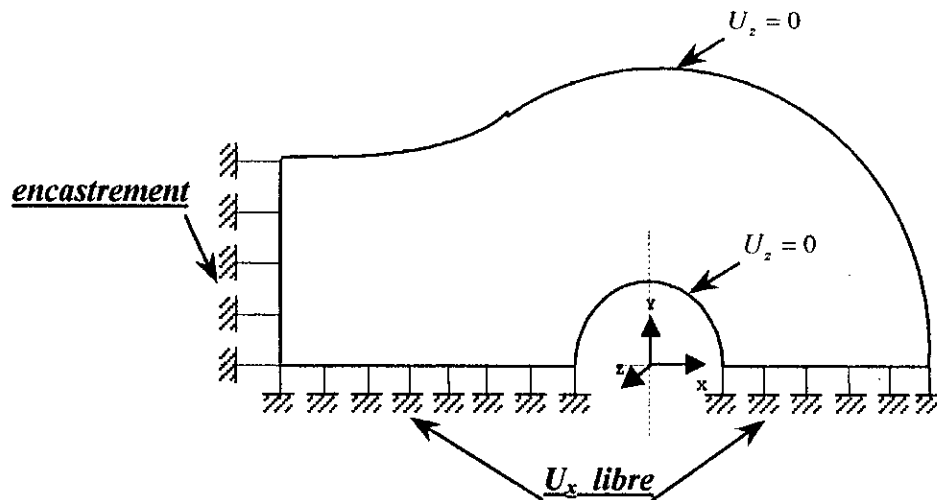


Figure IV.10 – Densité de maillage du quart-modèle :  
(éléments coques : 344.)

### c) Conditions aux limites

Compte tenu des symétries de géométrie et de chargement (*figure III.3*), seul un quart du modèle est modélisé en introduisant les conditions aux limites présentées par la *figure IV.11*.



*Figure IV.11 – Conditions aux limites du modèle*

### d) Choix du matériau

Le matériau du modèle étudié est un acier au comportement élastoplastique parfait (*E.P.P.*) (*figure IV.3*). Pour des raisons de convergence de calcul il est nécessaire d'introduire un très petit module plastique ( $E_p$ ) très faible (*voir figure IV.4*).

Les caractéristiques principales du matériau choisi sont les suivantes :

Module d'élasticité longitudinal $E_x = E_y$ (MPa)	Limite d'élasticité $\sigma_e$ (MPa)	Coefficient de poisson $\nu$	Module plastique $E_p$ (MPa)
$2,1 \cdot 10^5$	800	0,3	$\frac{E_x}{10^4}$

### e) Chargement

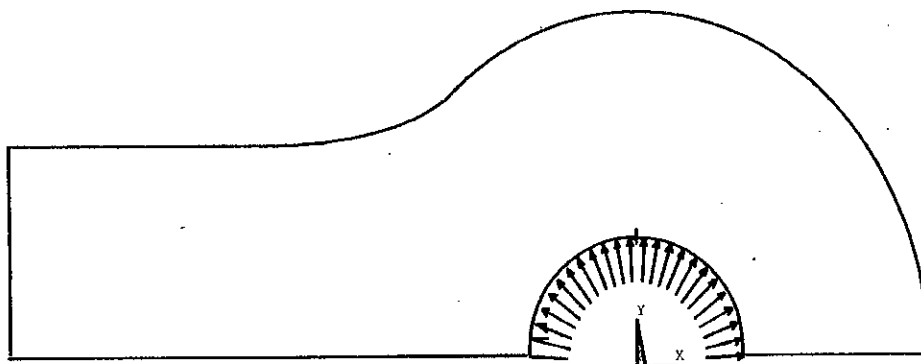
La plaque est soumise à deux chargements simultanés :

- **La pression de serrage de l'axe sur la plaque** : elle est supposée répartie uniformément sur la circonférence de l'orifice.
- **La tension de la chaîne** : elle est exercée par l'axe dans le sens de la traction et dont la répartition correspond à celle d'une force de contact appliquée sur une zone d'angle de  $180^\circ$ .

Compte tenu des limites du code de calcul utilisé et le comportement élastoplastique du matériau de la plaque, on est amené à l'application séparée des deux chargements.

#### a) Pression de serrage de l'axe sur la plaque

Lors du montage des éléments de la chaîne à rouleaux, les axes sont insérés avec serrage dans la plaque et exercent une pression de contact de **850MPa**, déduite des calculs relatifs au montage forcé dont la répartition est supposée uniforme sur tout le pourtour intérieur de la plaque (*figure IV.12*).



**Figure IV.12** – Chargement du modèle en pression de serrage

**b) Tension de la chaîne**

La chaîne est montée sur les pignons avec une tension de serrage de la chaîne de 5000N qui agit sur les plaques d'un effort de traction ( $F$ ). Ce dernier est supposé réparti suivant une loi d'une force de contact axe-plaque [12] (figure IV.13 et IV.14) :

$$F = F_{\max} \cos^2 \theta \quad (\text{IV.11})$$

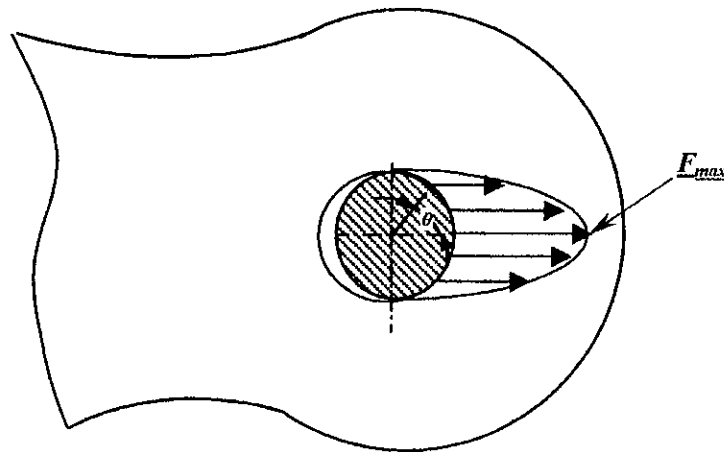


Figure IV.13 – Répartition de l'effort de traction sur la surface de contact axe-plaque

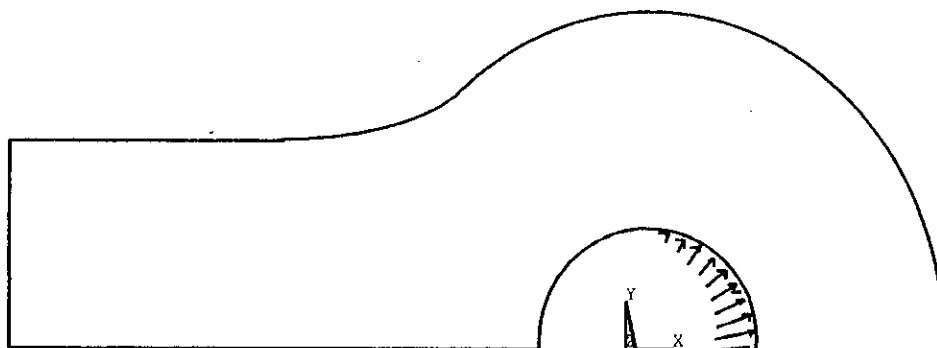


Figure IV.14 – Chargement du modèle en traction

# Chapitre V



## Chapitre V

## V – ANALYSE DES RESULTATS

## V.1 – Pression de serrage due à l'insertion de l'axe dans la plaque

L'étude de l'effet de la pression de serrage de l'axe sur la plaque porte sur l'examen des contraintes et des déplacements.

## V.1.1 – Analyse des contraintes

La répartition des contraintes équivalentes de Von Mises au niveau de la plaque nœuds de la plaque est représentée par la figure (V.1). Celle-ci montre que la zone entourant la perforation s'est plastifiée (les valeurs de ces contraintes ( $S_{eqv}$ ) ont atteint la limite d'élasticité ( $S_e$ ), d'où l'apparition du phénomène d'écoulement du matériau. (les résultats analytiques sont donnés dans l'annexe 3).

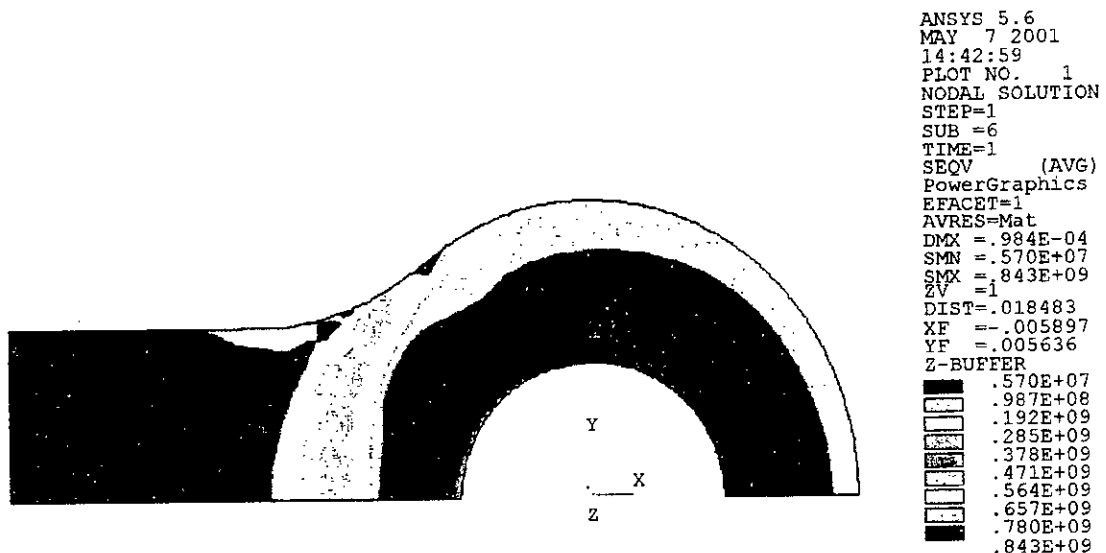
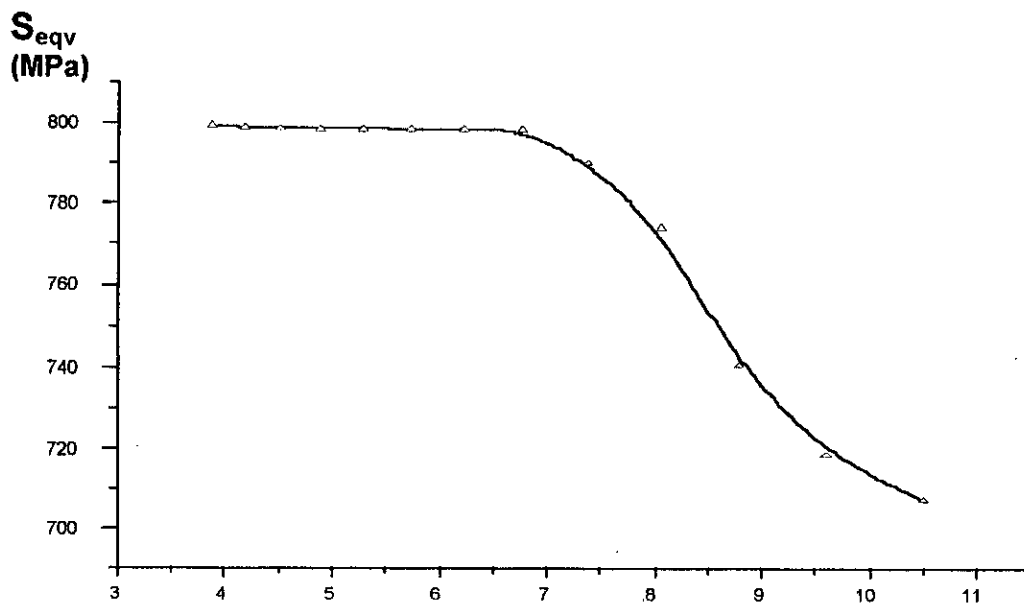


Figure V.1 – Répartition de la contrainte de Von-Mises sous l'effet de la pression de serrage

Afin de mieux montrer l'étendu de la zone d'écoulement, on considère les nœuds situés sur l'axe 'Y' qui correspondent à la variation de la position entre les rayons intérieur et extérieur de la plaque pour un angle de  $90^\circ$ . La courbe de variation de la contrainte équivalente de Von-Mises ( $S_{\text{eqv}}$ ) en fonction du rayon de ces nœuds est donnée par la figure (V.2). Les correspondantes valeurs à cette courbe sont données dans l'annexe 2.



*Figure V.2 – Variation de la contrainte de Von-Mises en fonction du rayon sous l'effet de la pression de serrage*

On constate que cette courbe a un palier de contraintes constant et voisin de la limite d'élasticité ; ce qui explique le phénomène d'écoulement du matériau des nœuds se trouvant au voisinage de la perforation.

### V.1.2 – Analyse des déplacements

La déformée de la plaque obtenue par ce calcul (voir figure V.3), montre que les déplacements par rapport au centre de l'axe ne sont pas symétriques.

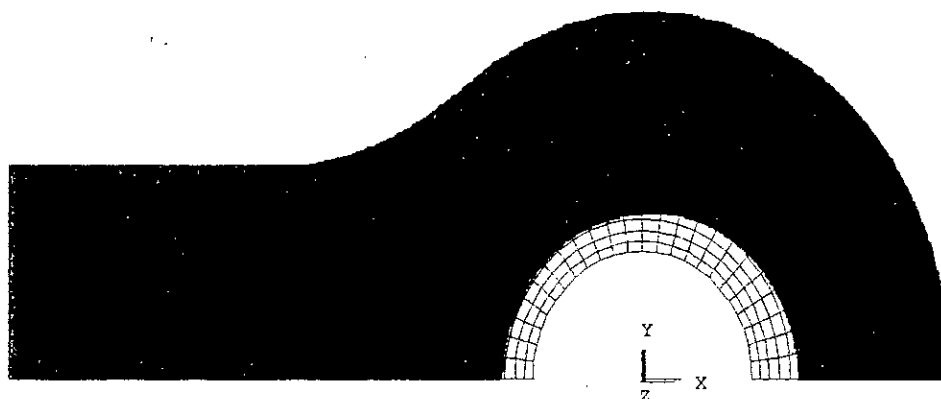


Figure V.3 – Déformée sous l'effet de la pression de serrage

La courbe de variation des déplacements radiaux des nœuds se situés sur la circonférence de l'orifice en fonction de l'angle indiquant leur position donnés en coordonnées cylindriques est représentée par la figure (V.4). Le tableau des valeurs correspondantes à ce graphe est donné dans l'annexe 2.

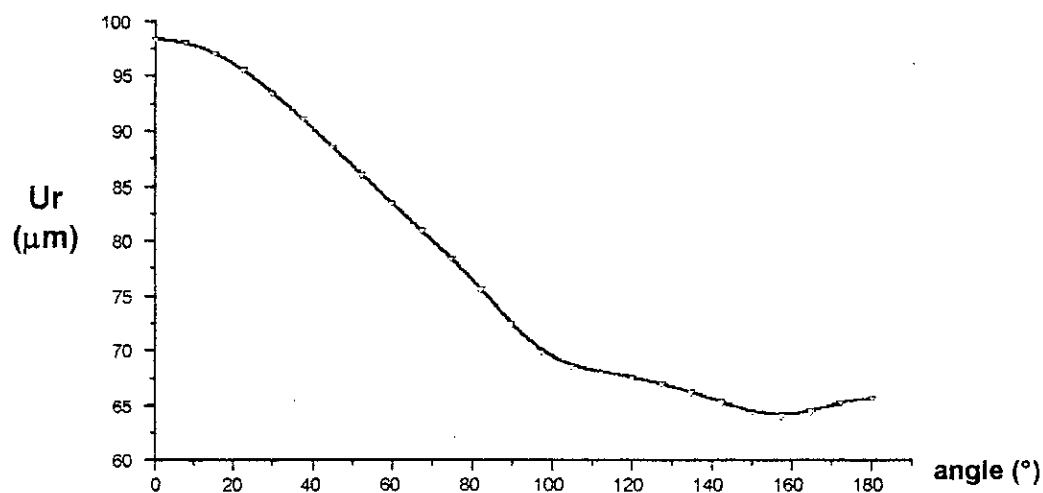
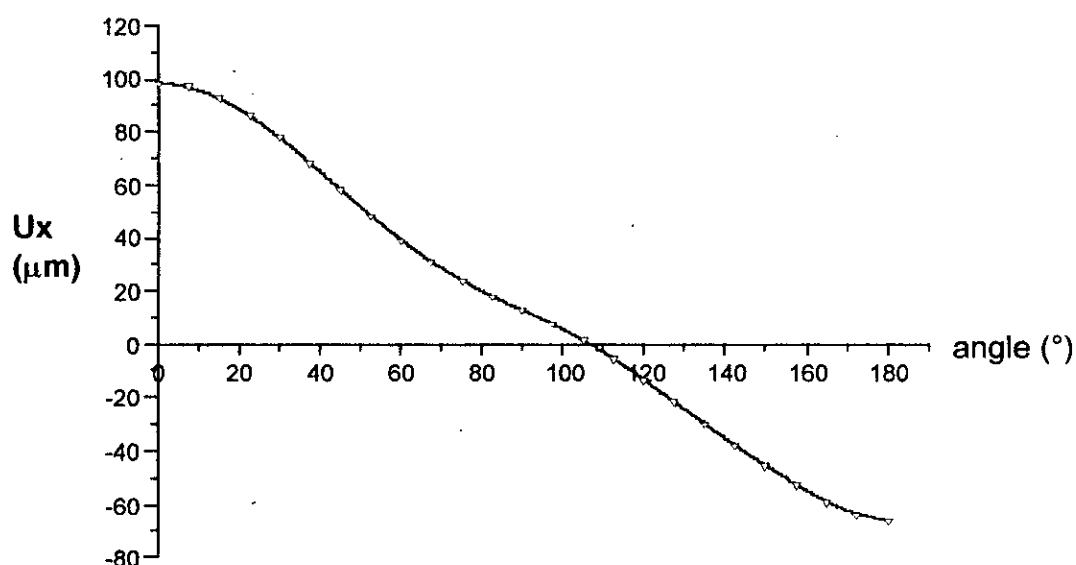


Figure V.4 – Variation des déplacements radiaux des nœuds du trou en fonction de l'angle sous l'effet de la pression de serrage

La figure (V.4) montre que les déplacements radiaux des nœuds situés sur la circonférence de l'orifice sont positifs et de valeurs différentes malgré l'uniformité de la pression appliquée.

Les déplacements des nœuds du côté droit de l'orifice (nœuds situés au voisinage de l'angle  $\theta = 0^\circ$ ) sont plus grands que ceux des nœuds du côté gauche (nœuds situés au voisinage de l'angle  $\theta = 180^\circ$ ) : la valeur du serrage obtenue du côté gauche de la perforation est plus faible que celle du côté droit. Comme le jeu entre l'axe et la plaque du fait de la traction des plaques se forme du côté gauche de la perforation, il est nécessaire de réaliser un montage forcé de l'axe dans la plaque.

Si on considère les déplacements axiaux ' $U_x$ ' dans le système de coordonnées cartésiennes des mêmes nœuds précédents (voir figure V.5), on remarque qu'ils sont de valeurs et de signes différents (annexe 2).



Cette figure montre que les déplacements positifs (dans le sens de l'axe des 'x') sont plus grands que ceux négatifs (dans le sens inverse de l'axe des 'x'), d'où le déplacement du centre de l'axe emmanché dans la plaque vers la droite ; cela s'explique par l'existence de la matière s'opposant au déplacement dans le sens négatif de l'axe 'x'. Ces déplacements tendent à augmenter légèrement le pas de la chaîne d'où la nécessité de prise en compte de cette déformation durant la fabrication des plaques de la chaîne.

## V.2 – Traction de la plaque due à la tension de serrage de la chaîne sur les pignons

L'étude de l'effet de la tension de serrage de la chaîne porte sur l'analyse des contraintes et des déplacements.

### V.2.1 – Analyse des contraintes

La répartition des contraintes équivalentes sur l'ensemble des nœuds et des éléments du modèle est représentée par la figure (V.6).

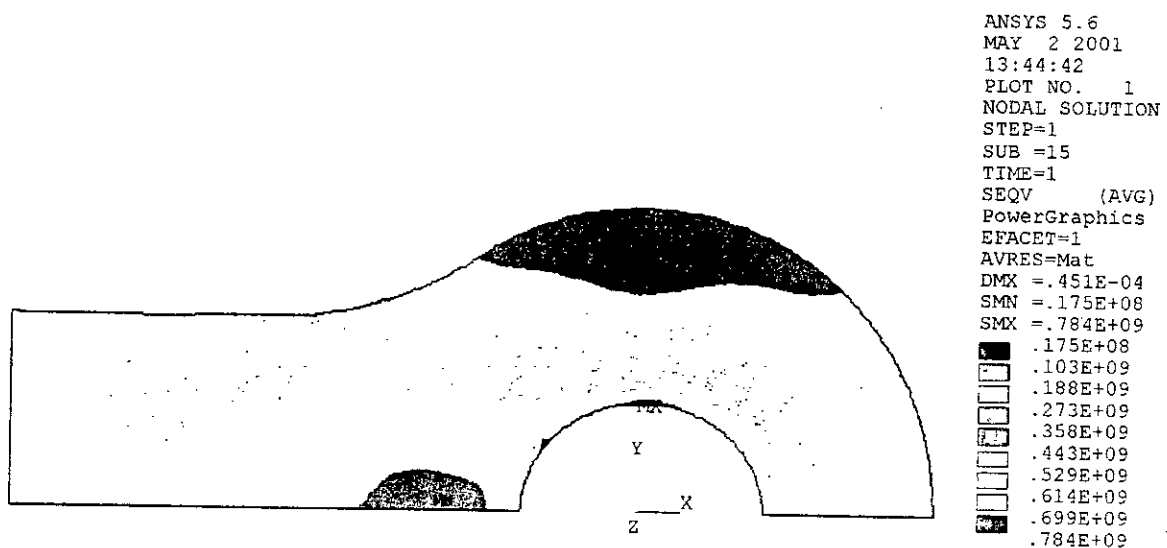
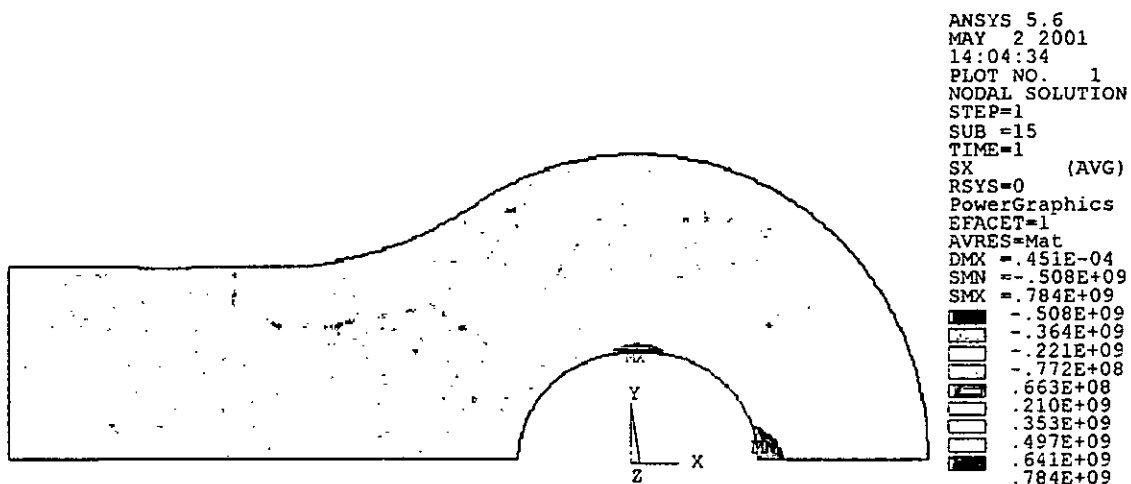


Figure V.6 – Répartition des contraintes équivalentes dans la plaque sous l'effet de la tension de la chaîne

D'après les résultats obtenus à partir de la modélisation, on constate que la contrainte équivalente est maximale sur le rayon intérieur et aux alentours de l'angle  $90^\circ$ . Elle n'atteint pas la limite d'élasticité [ $(S_{eqv})_{max} = 784 \text{ MPa} < S_e = 800 \text{ MPa}$ ] d'où un comportement élastique de la plaque sous l'effet de la traction seule.

La répartition des contraintes axiales ' $S_x$ ' sur l'ensemble des nœuds de la plaque sollicitée en traction élastique est représentée sur la figure V.7.



*Figure V.7 – Répartition des contraintes axiales ' $S_x$ ' sous l'effet de la tension de la chaîne*

La *figure V.7* explique que le phénomène de concentration de contraintes au niveau de l'œillet est dû à la contrainte de traction ( $S_{max} = S_x = S_{eqv}$ ).

Pour la détermination du coefficient de concentration de contrainte maximal, on trace la courbe de variation du coefficient de concentration de contraintes ( $K_c$ ) en fonction du rayon des nœuds situés sur l'axe 'Y' (figure V.9).

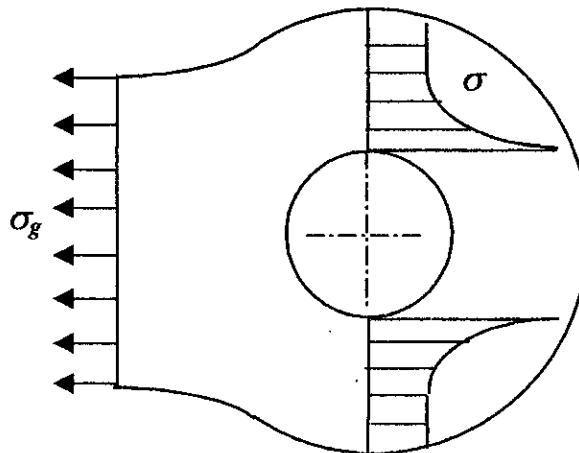
Le coefficient de concentration de contraintes est calculé comme suit :

$$K_c = \frac{\sigma}{\sigma_g}$$

où :

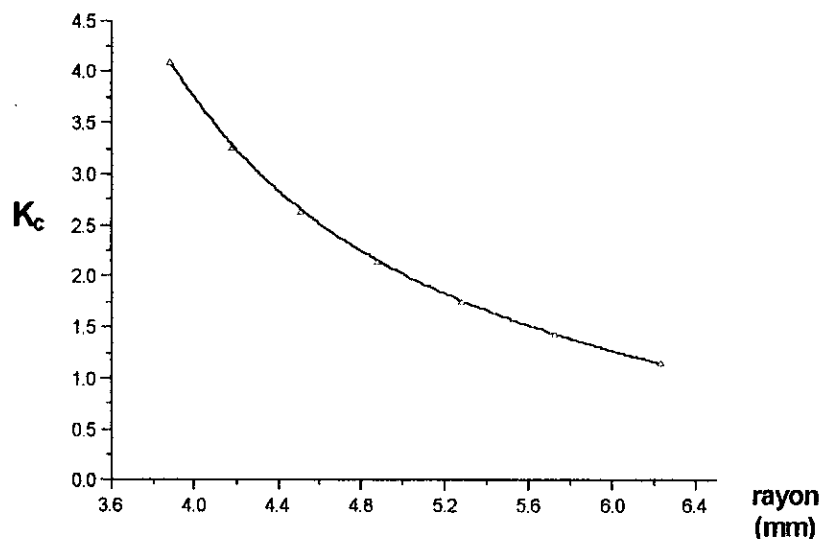
$\sigma$  - contrainte calculée dans la section perforée.

$\sigma_g$  - contrainte globale calculée dans la section pleine.



**Figure V.8** – Coefficient de concentration de contraintes

On constate que la valeur du coefficient ( $K_c$ ) diminue en s'éloignant du rayon intérieur de la plaque. La valeur maximale du coefficient de concentration de contraintes est au rayon intérieur de la plaque et égale à **4,09** (annexe 2).



**Figure V.9** – Variation du coefficient de concentration de contraintes avec le rayon de la plaque

En comparant cette valeur à celles trouvées par d'autres analyses effectuées par certains auteurs (tableau ci-après) :

Référence	TARABASSOV	R.C.J. HOWLAND	J. REISNER	ANSYS
	[1]	[14]	[13, 18]	
$K_c$	$\geq 4$	4.3	4.296	4.09

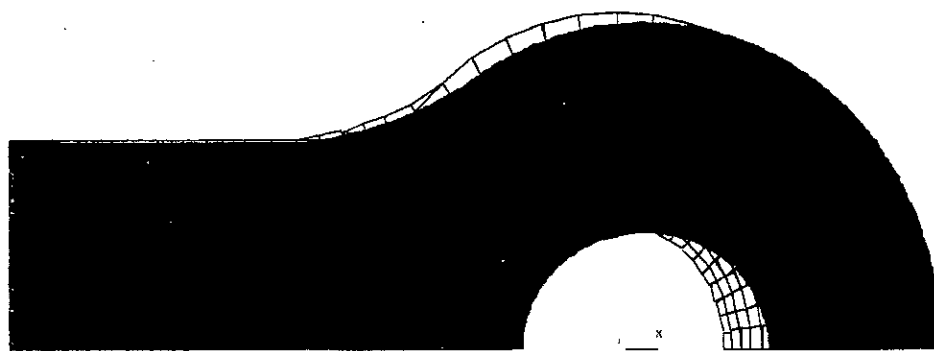
Les valeurs de  $K_c$  mentionnées dans le tableau ci-dessus correspondent au cas  $r_o/r_i = 2$ .

On constate que le calcul numérique par la méthode des éléments finis donne un résultat avec une erreur relative ne dépassant pas 5% par rapport aux deux valeurs données par [14] et [13,18].



### V.2.2 – Analyse des déplacements

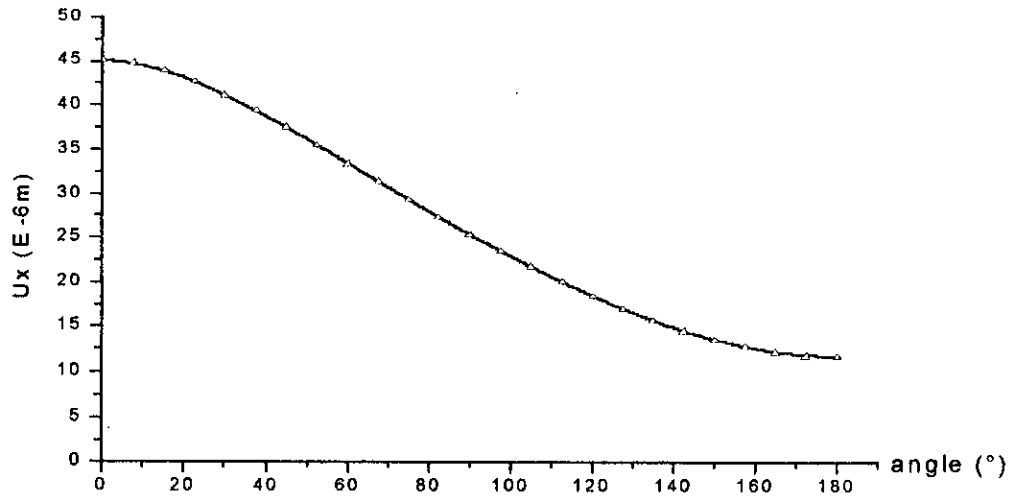
La déformée représentée par la figure (V.10) montre l'effet de la traction sur la géométrie de la plaque. On constate que le trou s'est ovalisé, sous l'effet de la traction dans le sens horizontal et de la compression dans le sens vertical.



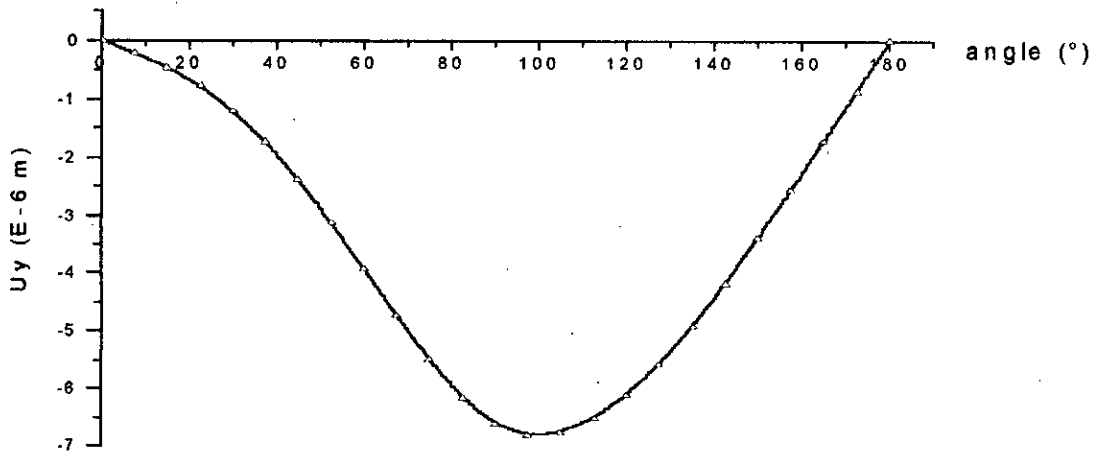
*Figure V.10 – Déformée du modèle sous l'effet de la tension de la chaîne*

Considérons les courbes des déplacements axiaux  $U_x$  et  $U_y$  des nœuds situés sur la circonférence de l'orifice en fonction de leur angle indiquant leur position (voir figures V.11 et V.12).

La figure V.11 montre que les déplacements axiaux ' $U_x$ ' des nœuds de l'orifice de la plaque sous l'effet de la traction sont positifs mais de valeurs différentes ; la valeur maximale ( $U_{x_{\max}} = 45.131 \mu m$ ) est au niveau de  $\theta = 0^\circ$  c'est à dire là où la charge appliquée est maximale, par contre à  $\theta = 180^\circ$ ,  $U_x = 11.82 \mu m$  et elle correspond à la valeur minimale. Cela explique une augmentation de la valeur du pas de la chaîne.



**Figure V.11** – Variation des déplacements suivant 'X' des nœuds du trou sous l'effet de la tension de serrage



**Figure V.12** – Déplacements axiaux ' $U_y$ ' des nœuds du trou sous l'effet de la tension de serrage

D'après la *figure V.12*, on constate que les déplacements ' $U_y$ ' sont négatifs et de valeurs différentes. Ce qui explique l'effet de la compression suivant l'axe 'Y' engendré par la traction. Les valeurs les plus importantes sont de l'ordre de  $7\mu\text{m}$  et correspondent aux nœuds se trouvant aux alentours de l'angle de  $90^\circ$ .

### V.3 – Interaction

L'analyse des deux cas de chargement amène les considérations suivantes :

- a) Propagation de la zone d'écoulement plastique;
- b) Formation du jeu entre l'axe et la plaque.

#### V.3.1 – L'étendu de la zone d'écoulement plastique

A partir des deux chargements étudiés on constate que la pression de serrage de l'axe sur la plaque engendre un comportement plastique de la zone voisinant le contour de l'orifice de la plaque.

L'addition des efforts de traction dus à la tension de la chaîne tend à augmenter l'étendu de cette zone d'écoulement le long de la largeur de la plaque surtout au niveau de l'œillet (zone de concentration de contrainte), voir les figures (V.1, V.2 et V.6).

Les deux chargements exercés sur le modèle engendrent des comportements différents des deux côtés gauche et droit de l'orifice.

En analysant les courbes de contrainte-déformation ( $\sigma - \varepsilon$ ), résultants des deux chargements pris en compte, pour les deux nœuds situés sur les deux côtés de l'œillet (gauche et droit), on peut constater la différence :

##### a) - *Le côté droit du modèle ( au voisinage de $\theta = 0^\circ$ )*

La pression de serrage (chargement (1) de la figure V.13) provoque un état de contrainte ( $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ) dans le domaine plastique. Le chargement ultérieur sous l'effet de la tension de la chaîne (chargement (2)) produit une augmentation de contrainte correspondant à l'état de contrainte ( $\sigma_2 - \varepsilon_2$ ) supérieur à ( $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ). Cela explique la charge et la surcharge plastiques du côté droit du modèle sous l'effet des deux chargements.

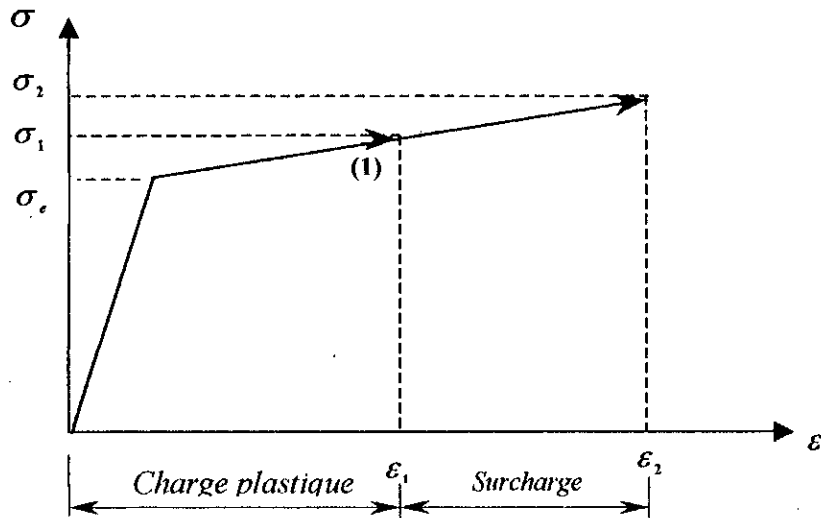


Figure V.13 – Courbe contraintes-déformations du côté droit

**b) - Le côté gauche du modèle ( au voisinage de  $\theta = 180^\circ$ )**

A l'état de contrainte plastique ( $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ) induit par la pression de serrage (chargement (1) de la figure (V.14)), l'addition de la tension de la chaîne provoque un déchargement élastique (2) qui engendre un état de contrainte ( $\sigma_2 - \varepsilon_2$ ) inférieur à ( $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ) : il y a diminution de contrainte ( $\sigma_2$ ) et de déformation ( $\varepsilon_2$ ) fonction de la force de traction appliquée.

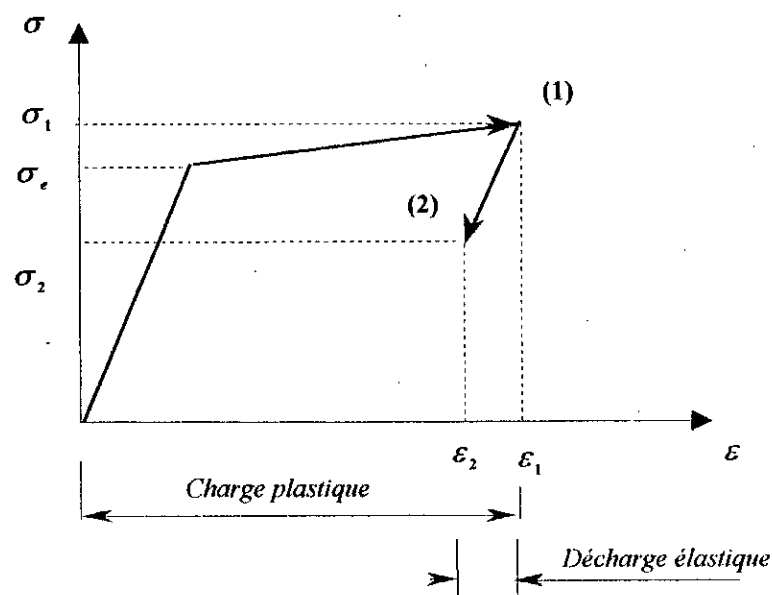


Figure V.14 – Courbe contraintes- déformations du côté gauche

### V.3.2 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque

L'assemblage axe-plaque est représenté par la figure (V.15). L'emmanchement de l'axe dans la plaque provoque un déplacement positif du nœud droit situé à  $\theta = 0^\circ$  et un déplacement négatif du nœud gauche situé à  $\theta = 180^\circ$ . La distance obtenue entre ces deux nœuds représente le diamètre de l'axe qui est supposé rigide.

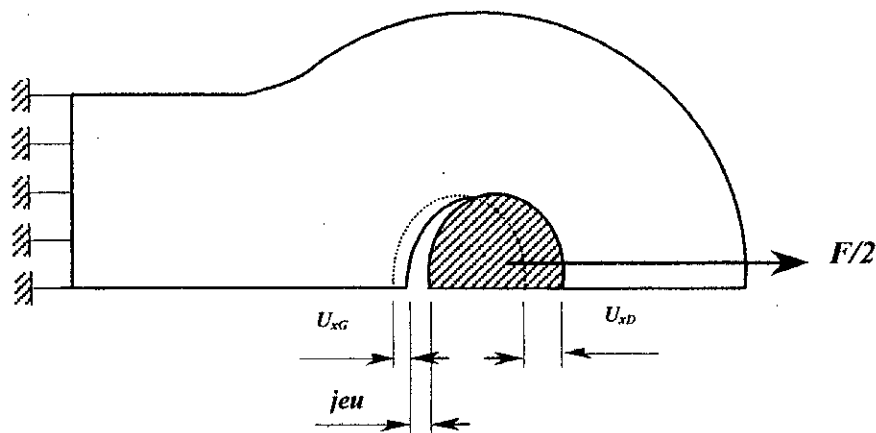


Figure V.15 – Formation du jeu entre l'axe et la plaque

L'effort de traction ( $F$ ) exercé par l'axe sur la plaque (figure V.14) provoque un déplacement positif du nœud droit ' $U_{x_D}$ ' et un déplacement aussi positif du nœud gauche ' $U_{x_G}$ ' engendré par sa décharge élastique. L'écart ' $\Delta U$ ' entre les déplacements des nœuds droit et gauche est :

$$\Delta U = | U_{x_D} - U_{x_G} |$$

avec :

$U_{x_D}$  – déplacement axial suivant 'x' du nœud droit (à  $\theta = 0^\circ$ ) ;

$U_{x_G}$  – déplacement axial suivant 'x' du nœud gauche (à  $\theta = 180^\circ$ ).

On peut considérer deux cas :

- a) Le déplacement du nœud droit ( $U_{x_D}$ ) est inférieur ou égal à celui du nœud gauche dû à l'effet de décharge élastique ( $U_{x_G}$ ) :

$$(U_{x_D} - U_{x_G} \leq 0) \Rightarrow \text{pas de formation du jeu entre l'axe et la plaque.}$$

- b) Le déplacement du nœud droit ( $U_{x_D}$ ) étant supérieur à celui du nœud gauche ( $U_{x_G}$ ) :

$$(U_{x_D} - U_{x_G} \geq 0) \Rightarrow \text{formation du jeu entre l'axe et la plaque.}$$

#### V.4 – conclusion

Les résultats obtenus montrent à l'évidence que pour des valeurs de serrage nécessaires à la fixation de la plaque sur l'axe, l'état de plasticité est atteint à la frontière axe-plaque.

Par ailleurs en addition à cet état les efforts de traction, nécessaire au maintien de la tension de la chaîne, provoquent des déformations plastiques qui sont l'origine de la formation du jeu entre l'axe et la plaque. Cela à son tour engendre l'augmentation du pas de la chaîne qui par conséquent accentue l'usure des éléments de la chaîne et provoque la rupture des plaques (voir p.18-19).

La formation du jeu entre l'axe et la plaque est déterminée par :

- le niveau de serrage de l'axe sur la plaque ;
- l'intensité de l'effort de traction ;
- limite élastique du matériau (plaque).

Concernant l'effet de concentration de contrainte en élasticité (traction seule), les résultats obtenus montrent que le coefficient de concentration de contrainte est quasiment identique à ceux obtenus par la méthode analytique.

Du fait de l'écoulement du matériau de la plaque et de la différence du comportement mécanique des deux côtés gauche et droit du modèle, il est rendu impossible l'application de la méthode de superposition des deux chargements et leur calcul.

## ***CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES***

Cette étude qui a porté sur l'accouplement à chaîne, a permis d'apporter certains éléments de réponse quand à l'origine des défaillances, en particulier par rupture des plaques de la chaîne.

Par une modélisation, en utilisant la méthode des éléments finis, nous avons déterminé l'état de contraintes et de déformations engendrées par l'emmanchement de l'axe et par l'effort de tension dans la plaque.

Nous avons montré que la formation du jeu entre l'axe et la plaque est fonction des valeurs de serrage et de la tension de la chaîne. Un compromis entre la déformation due au serrage de l'axe sur la plaque et celle due à la tension de la chaîne est par conséquent nécessaire. Ceci est réalisé par l'emploi de chaînes multiples qui permettent de réduire l'effort de tension ou par l'utilisation d'un matériau à haute limite d'élasticité pour diminuer la déformation de serrage.

Par ailleurs, l'influence de l'effet de concentration de contrainte, dû à la tension de la chaîne, sur la plaque est diminuée par le choix optimal du rapport entre les diamètres intérieur et extérieur de la plaque.



L'étude effectuée a montré la complexité du problème qui réside dans :

- l'application simultanée de deux types de chargement,
- le comportement élastoplastique du matériau (plaque),
- l'effet de concentration de contrainte,
- formation du jeu entre l'axe et la plaque (contact),
- flexion hors plan de la plaque dans le cas de chaîne double.

La prise en compte de ces paramètres intervenant dans le fonctionnement du système axe-plaque est conditionnée par :

- l'utilisation d'un code de calcul en version professionnelle,
- la modélisation de l'assemblage axe-plaque avec l'introduction d'éléments finis de contact à la frontière de contact axe-plaque,
- la possibilité d'exercer un chargement de tension sur une plaque préalablement précontrainte.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

- [1] – TARABASSOV N.D. , OUCHAIEV P.N. "*Accouplements à chaîne, construction, fabrication et exploitation*". MOSCOU : Ed. Construction mécanique, 1987, 256p.
  
- [2] – KOJEVNIKOV S. N. , "*transmission par cardan*". Kiev technika, 1978, 254p.
  
- [3] – BOLOTIN V.V. "*diagnostic des ressources des machines et leur construction*" Edition constructions mécaniques », MOSCOU 1984. 312p.
  
- [4] – VOROBIEV N.V. "*transmission par chaîne*", Ed. construction mécanique MOSCOU 1968, 252 p.
  
- [5] – BERNARD KOHLER et EDGARD SZTRYGLER "*transmission par chaînes*" technique de l'ingénieur 1989, B 5 650
  
- [6] – D.N. RESHETOV "*éléments de machines*" Edition Moscou 1974.
  
- [7] – EDGARD STRIGLER. "*Chaînes mécaniques*" technique de l'ingénieur B5651, 1989.

- [8] – NAKAGOM M. et NIZUNO M. "*effet de la force de frettage des douilles et du nombre de maillons sur la résistance à la fatigue des chaînes à rouleaux*" (J) 6p., 1983-1986. Japan society of prec. Eng.
- [9] – KIN Y. "*influence de la corrosion de contact sur la fatigue des chaînes de transmission*" *Wear of materials (USA)* 6p., 1985 ASME.
- [10] – NIZUNO M. et NAKAGOM M. "*relation entre la résistance à la fatigue et le nombre de maillons des chaînes à rouleaux*" (J) 6p., 1984-1986. Japan society of prec. Eng.
- [11] – KIN Y. et DUBROVSKY R. "*nouvelle conception d'une chaîne de transmission*" *Journal of vibration, acoustics and stress (USA)*, 1985, ASME. 7p.
- [12] – P. BAGNAUD "*transmission de puissance  $T_2$* " cours section ingénieur 3è année, Université de Boumerdes 1985.
- [13] – JOSEPH H. FAUPEL et FRANKLIN E. FISHER, *Engineering design, "A synthese of stress analysis and materials engineering"*, Edition Macgraw-Hill 1981.
- [14] – TIMOSHENKO S. "*Théorie de l'élasticité*", Ed. librairie polytechnique CH. BERANGER, 1948.
- TIMOSHENKO S. "*Théorie des plaques et coques*" Ed. librairie polytechnique CH. BERANGER. 1975.
- [15] – Howland R.C.J. *Phil. Trans. Roy. Sec. LONDON, A. vol.229, p.49, 1930.*

- [16] – JI. BATOZ, G. DHATT. "*Modélisation des structures par éléments finis* " vol.3 coques Ed. Hermès Paris 1992.
- [17] – E.C. RODABAUGH and H.H. GEORGE trous. American Society of Mechanical Engineers, 79(4) 939-948, May 57.
- [18] – REISNER.H and F.STRAUCH, Engineering Archiv 4, 481-505, 1933.
- [19] – JEAN LEMAITRE et JEAN-LOUIS CHABOCHE "*Mécanique des matériaux solides*" Ed. DUNOD- BORDAS, paris, 1988.
- [20] – HALPHEN B. et SALENÇON J "*Elastoplasticité*" Ed. Presses de l'E.N. des ponts et chaussées 1987.
- [21] – S. IRONS , B.M., zienkiewicz, O.C " *Analysis of thick and thin shell structures by curved finite element* " international journal of numerical methods in engineering vol.2, N°3 1970.

# ANNEXES

**Tableau 1 :** Contrainte équivalente sous l'effet de la pression de serrage de l'axe sur la plaque ( voir figure V.2)

rayon R (mm)	S <sub>EQV</sub> (Mpa)
3.88	799.49
4.18	798.95
4.51	798.84
4.88	798.74
5.28	798.67
5.73	798.64
6.23	798.63
6.77	798.61
7.38	790.2
8.05	774.3
8.78	740.73
9.6	718.54
10.5	707.34

**Tableau 2 :** Déplacements radiaux des nœuds du trou en fonction de l'angle sous l'effet de la pression de serrage (voir figure V.4)

angle (degré)	U <sub>r</sub> (µm)
0	98.44
7.5	98.12
15	97.152
22.5	95.595
30	93.543
37.5	91.146
45	88.602
52.5	86.036
60	83.502
67.5	80.972
75	78.422
82.5	75.627
90	72.474
97.5	69.906
105	68.642
112.5	68.071
120	67.593
127.5	67.006
135	66.249
142.5	65.353
150	64.479
157.5	64.076
165	64.503
172.5	65.31
180	65.684

**Tableau 3 :** Déplacements axiaux ' $U_x$ ' des nœuds du trou en fonction de l'angle sous l'effet de la pression de serrage (voir figure V.5)

Angle (degré)	$U_x$ ( $\mu\text{m}$ )
0	98.44
7.5	97.035
15	92.905
22.5	86.383
30	77.977
37.5	68.35
45	58.264
52.5	48.375
60	39.169
67.5	30.945
75	23.828
82.5	17.814
90	12.737
97.5	7.6926
105	1.5757
112.5	-5.589
120	-13.39
127.5	-21.57
135	-29.822
142.5	-37.838
150	-45.386
157.5	-52.507
165	-59.052
172.5	-63.903
180	-65.684

**Tableau 4 :** Coefficient de concentration de contrainte ' $K_c$ ' en fonction du rayon de la plaque (voir figure V.8)

Rayon R (mm)	$K_c$
3.88	4.0892
4.18	3.2425
4.51	2.6226
4.88	2.1359
5.28	1.7449
5.73	1.4215
6.23	1.1441

**Tableau 5 :** Déplacements axiaux ' $U_x$ ' et ' $U_y$ ' des nœuds du trou en fonction de l'angle sous l'effet de la tension de serrage de la chaîne (voir figure V.10 et V.11).

Angle (degré)	$U_x$ ( $\mu\text{m}$ )	$U_y$ ( $\mu\text{m}$ )
0	45.131	0
7.5	44.793	-0.21587
15	43.951	-0.45347
22.5	42.724	-0.77028
30	41.194	-1.1931
37.5	39.435	-1.7325
45	37.515	-2.3821
52.5	35.497	-3.1207
60	33.433	-3.9147
67.5	31.369	-4.7199
75	29.335	-5.4835
82.5	27.354	-6.1446
90	25.426	-6.6208
97.5	23.569	-6.8025
105	21.8	-6.7536
112.5	20.117	-6.5141
120	18.533	-6.1094
127.5	17.065	-5.5655
135	15.739	-4.9107
142.5	14.578	-4.1736
150	13.603	-3.3807
157.5	12.83	-2.554
165	12.272	-1.7091
172.5	11.934	-0.85599
180	11.822	0



\*\*\*\*\* Résultats 'contraintes principales et équivalentes' sous l'effet \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* de la pression de serrage de l'axe sur la plaque \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* POST1 NODAL STRESS LISTING \*\*\*\*\*

SHELL NODAL RESULTS ARE AT TOP/BOTTOM FOR MATERIAL 1

NODE	S1	S2	S3	SINT	SEQV
1	0.30086E+09	0.0000	-0.13125E+08	0.31398E+09	0.30763E+09
2	0.84561E+09	0.61506E+07	0.0000	0.84561E+09	0.84256E+09
4	0.50532E+09	0.87949E+06	0.0000	0.50532E+09	0.50488E+09
5	0.35231E+09	0.0000	-0.61155E+08	0.41346E+09	0.38653E+09
7	0.32614E+09	0.0000	-0.70042E+08	0.39618E+09	0.36622E+09
9	0.31769E+09	0.0000	-0.50463E+08	0.36815E+09	0.34570E+09
11	0.31156E+09	0.0000	-0.30536E+08	0.34209E+09	0.32789E+09
13	0.30415E+09	0.0000	-0.17873E+08	0.32202E+09	0.31347E+09
15	0.0000	-0.15520E+07	-0.16346E+09	0.16346E+09	0.16269E+09
17	0.0000	-0.94516E+07	-0.26224E+09	0.26224E+09	0.25765E+09
19	0.0000	-0.25574E+07	-0.12216E+09	0.12216E+09	0.12090E+09
21	0.35962E+08	0.0000	-0.27499E+08	0.63461E+08	0.55122E+08
23	0.13520E+09	0.0000	-0.42469E+08	0.17767E+09	0.16070E+09
26	0.65535E+07	0.0000	-0.48039E+08	0.54592E+08	0.51628E+08
28	0.36494E+08	0.14057E+08	0.0000	0.36494E+08	0.31881E+08
30	0.75438E+08	0.32905E+08	0.0000	0.75438E+08	0.65508E+08
32	0.96859E+08	0.43489E+08	0.0000	0.96859E+08	0.84028E+08
34	0.10340E+09	0.46957E+08	0.0000	0.10340E+09	0.89674E+08
41	0.20415E+09	0.0000	-0.68038E+08	0.27219E+09	0.24535E+09
43	0.23779E+09	0.0000	-0.31763E+08	0.26956E+09	0.25516E+09
45	0.24839E+09	0.0000	-0.12654E+08	0.26104E+09	0.25495E+09
47	0.25128E+09	0.96572E+06	0.0000	0.25128E+09	0.25080E+09
49	0.25126E+09	0.51055E+07	0.0000	0.25126E+09	0.24874E+09
56	0.11733E+09	0.0000	-0.42960E+08	0.16029E+09	0.14371E+09
58	0.16696E+09	0.0000	-0.17518E+08	0.18448E+09	0.17637E+09
60	0.19314E+09	0.46772E+07	0.0000	0.19314E+09	0.19084E+09
62	0.20371E+09	0.16310E+08	0.0000	0.20371E+09	0.19607E+09
64	0.20639E+09	0.20573E+08	0.0000	0.20639E+09	0.19691E+09
71	0.49403E+08	0.0000	-0.35013E+08	0.84417E+08	0.73460E+08
73	0.11102E+09	0.0000	-0.33505E+07	0.11437E+09	0.11273E+09
75	0.14655E+09	0.17162E+08	0.0000	0.14655E+09	0.13877E+09
77	0.16263E+09	0.28266E+08	0.0000	0.16263E+09	0.15050E+09
79	0.16722E+09	0.32188E+08	0.0000	0.16722E+09	0.15367E+09
86	0.12062E+08	0.0000	-0.34976E+08	0.47038E+08	0.42317E+08
88	0.68233E+08	0.76129E+07	0.0000	0.68233E+08	0.64763E+08
90	0.10783E+09	0.26180E+08	0.0000	0.10783E+09	0.97419E+08
92	0.12746E+09	0.37135E+08	0.0000	0.12746E+09	0.11354E+09
94	0.13330E+09	0.40705E+08	0.0000	0.13330E+09	0.11832E+09
100	0.47692E+07	0.0000	-0.15475E+07	0.63167E+07	0.57026E+07
102	0.0000	-0.29904E+06	-0.13232E+09	0.13232E+09	0.13217E+09
104	0.14555E+06	0.0000	-0.95436E+08	0.95581E+08	0.95509E+08
106	0.49089E+06	0.0000	-0.56625E+08	0.57116E+08	0.56873E+08
108	0.0000	-0.12110E+06	-0.26050E+08	0.26050E+08	0.25990E+08
111	0.19086E+07	0.0000	-0.10383E+08	0.12291E+08	0.11457E+08
113	0.48262E+07	0.0000	-0.93432E+07	0.14169E+08	0.12477E+08
115	0.67936E+07	0.0000	-0.54942E+07	0.12288E+08	0.10661E+08
117	0.77068E+07	0.0000	-0.37055E+06	0.80774E+07	0.78986E+07
119	0.65132E+07	0.0000	-0.40859E+06	0.69218E+07	0.67268E+07
125	0.19791E+08	0.0000	-0.13200E+08	0.32992E+08	0.28761E+08
127	0.17652E+08	0.0000	-0.13743E+08	0.31396E+08	0.27260E+08
129	0.13285E+08	0.0000	-0.14694E+08	0.27978E+08	0.24240E+08
131	0.84396E+07	0.0000	-0.17520E+08	0.25959E+08	0.22935E+08
133	0.40484E+07	0.0000	-0.21043E+08	0.25092E+08	0.23333E+08
140	0.35677E+08	0.0000	-0.11755E+08	0.47432E+08	0.42784E+08

ANNEXE 2

142	0.33087E+08	0.0000	-0.13430E+08	0.46517E+08	0.41466E+08
144	0.25802E+08	0.0000	-0.18540E+08	0.44342E+08	0.38573E+08
146	0.15253E+08	0.0000	-0.27208E+08	0.42461E+08	0.37255E+08
148	0.51246E+07	0.0000	-0.39852E+08	0.44976E+08	0.42646E+08
155	0.49025E+08	0.88122E+07	0.0000	0.49025E+08	0.45267E+08
157	0.45632E+08	0.52135E+07	0.0000	0.45632E+08	0.43262E+08
159	0.35777E+08	0.0000	-0.57146E+07	0.41491E+08	0.38950E+08
161	0.21306E+08	0.0000	-0.25061E+08	0.46367E+08	0.40199E+08
163	0.72596E+07	0.0000	-0.55105E+08	0.62365E+08	0.59070E+08
170	0.53215E+08	0.49144E+08	0.0000	0.53215E+08	0.51301E+08
172	0.49739E+08	0.43565E+08	0.0000	0.49739E+08	0.46957E+08
174	0.38515E+08	0.26880E+08	0.0000	0.38515E+08	0.34215E+08
176	0.22659E+08	0.0000	-0.52865E+07	0.27946E+08	0.25713E+08
178	0.78462E+07	0.0000	-0.59274E+08	0.67120E+08	0.63561E+08
185	0.54136E+09	0.0000	-0.18429E+07	0.54320E+09	0.54228E+09
186	0.19477E+09	0.0000	-0.26971E+07	0.19747E+09	0.19614E+09
187	0.50617E+08	0.0000	-0.22199E+07	0.52837E+08	0.51763E+08
188	0.0000	-0.12956E+08	-0.15681E+09	0.15681E+09	0.15075E+09
189	0.0000	-0.39088E+07	-0.52469E+08	0.52469E+08	0.50627E+08
205	0.0000	-0.81768E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.79949E+09
206	0.70676E+09	0.0000	-0.11595E+07	0.70792E+09	0.70734E+09
208	0.15972E+08	0.0000	-0.79084E+09	0.80682E+09	0.79895E+09
210	0.12794E+09	0.0000	-0.72714E+09	0.85509E+09	0.79884E+09
212	0.22977E+09	0.0000	-0.65867E+09	0.88845E+09	0.79874E+09
214	0.32289E+09	0.0000	-0.58667E+09	0.90956E+09	0.79867E+09
216	0.40816E+09	0.0000	-0.51207E+09	0.92023E+09	0.79864E+09
218	0.48617E+09	0.0000	-0.43555E+09	0.92172E+09	0.79863E+09
220	0.55690E+09	0.0000	-0.35814E+09	0.91505E+09	0.79866E+09
222	0.62066E+09	0.0000	-0.28529E+09	0.90595E+09	0.80230E+09
224	0.64673E+09	0.0000	-0.21128E+09	0.85801E+09	0.77430E+09
226	0.66354E+09	0.0000	-0.13562E+09	0.79917E+09	0.74073E+09
228	0.68290E+09	0.0000	-0.66643E+08	0.74954E+09	0.71854E+09
230	0.51874E+09	0.45547E+06	0.0000	0.51874E+09	0.51851E+09
232	0.52260E+09	0.40045E+06	0.0000	0.52260E+09	0.52240E+09
234	0.53425E+09	0.27275E+06	0.0000	0.53425E+09	0.53412E+09
236	0.55425E+09	0.0000	-1737.2	0.55425E+09	0.55425E+09
238	0.57771E+09	0.0000	-0.19707E+06	0.57790E+09	0.57781E+09
240	0.59677E+09	0.0000	-0.53717E+06	0.59731E+09	0.59704E+09
242	0.61663E+09	0.0000	-0.55923E+06	0.61718E+09	0.61691E+09
244	0.63543E+09	0.0000	-0.75415E+06	0.63619E+09	0.63581E+09
246	0.65310E+09	0.0000	-0.83704E+06	0.65393E+09	0.65351E+09
248	0.66958E+09	0.0000	-0.96652E+06	0.67055E+09	0.67006E+09
250	0.68356E+09	0.0000	-0.10596E+07	0.68462E+09	0.68409E+09
252	0.69577E+09	0.0000	-0.11652E+07	0.69693E+09	0.69635E+09
254	0.0000	-0.79056E+08	-0.83780E+09	0.83780E+09	0.80121E+09
256	0.18062E+08	0.0000	-0.79138E+09	0.80945E+09	0.80057E+09
258	0.12965E+09	0.0000	-0.72762E+09	0.85727E+09	0.80036E+09
260	0.23107E+09	0.0000	-0.65926E+09	0.89033E+09	0.80022E+09
262	0.32401E+09	0.0000	-0.58731E+09	0.91132E+09	0.80013E+09
264	0.40920E+09	0.0000	-0.51270E+09	0.92190E+09	0.80006E+09
266	0.48701E+09	0.0000	-0.43630E+09	0.92331E+09	0.80001E+09
268	0.55773E+09	0.0000	-0.35884E+09	0.91656E+09	0.79997E+09
270	0.62147E+09	0.0000	-0.28107E+09	0.90254E+09	0.79994E+09
272	0.67833E+09	0.0000	-0.20376E+09	0.88209E+09	0.79991E+09
274	0.72855E+09	0.0000	-0.12739E+09	0.85594E+09	0.79989E+09
276	0.70492E+09	0.0000	-0.62172E+08	0.76709E+09	0.73797E+09
279	0.0000	-0.79658E+08	-0.83722E+09	0.83722E+09	0.80037E+09
281	0.0000	-0.79742E+08	-0.83722E+09	0.83722E+09	0.80034E+09
283	0.0000	-0.79870E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.80029E+09
285	0.0000	-0.80045E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.80022E+09
287	0.0000	-0.80270E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.80013E+09
289	0.0000	-0.80521E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.80002E+09
291	0.0000	-0.80797E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.79991E+09
293	0.0000	-0.81070E+08	-0.83725E+09	0.83725E+09	0.79980E+09
295	0.0000	-0.81307E+08	-0.83725E+09	0.83725E+09	0.79970E+09
297	0.0000	-0.81599E+08	-0.83728E+09	0.83728E+09	0.79961E+09
299	0.0000	-0.81690E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.79953E+09
313	0.15931E+08	0.0000	-0.79093E+09	0.80686E+09	0.79901E+09

## ANNEXE 2

---

315	0.16181E+08	0.0000	-0.79085E+09	0.80703E+09	0.79906E+09
317	0.16250E+08	0.0000	-0.79087E+09	0.80712E+09	0.79912E+09
319	0.16431E+08	0.0000	-0.79085E+09	0.80728E+09	0.79919E+09
321	0.16617E+08	0.0000	-0.79083E+09	0.80745E+09	0.79927E+09
323	0.16795E+08	0.0000	-0.79082E+09	0.80762E+09	0.79935E+09
325	0.16979E+08	0.0000	-0.79080E+09	0.80778E+09	0.79943E+09
327	0.17132E+08	0.0000	-0.79080E+09	0.80793E+09	0.79950E+09
329	0.17265E+08	0.0000	-0.79078E+09	0.80805E+09	0.79955E+09
331	0.17363E+08	0.0000	-0.79077E+09	0.80814E+09	0.79960E+09
333	0.17412E+08	0.0000	-0.79077E+09	0.80818E+09	0.79962E+09
347	0.12813E+09	0.0000	-0.72705E+09	0.85519E+09	0.79886E+09
349	0.12806E+09	0.0000	-0.72712E+09	0.85518E+09	0.79889E+09
351	0.12819E+09	0.0000	-0.72708E+09	0.85527E+09	0.79893E+09
353	0.12829E+09	0.0000	-0.72707E+09	0.85536E+09	0.79898E+09
355	0.12841E+09	0.0000	-0.72705E+09	0.85546E+09	0.79903E+09
357	0.12853E+09	0.0000	-0.72703E+09	0.85556E+09	0.79909E+09
359	0.12866E+09	0.0000	-0.72701E+09	0.85567E+09	0.79914E+09
361	0.12877E+09	0.0000	-0.72700E+09	0.85576E+09	0.79920E+09
363	0.12887E+09	0.0000	-0.72698E+09	0.85585E+09	0.79924E+09
365	0.12894E+09	0.0000	-0.72697E+09	0.85591E+09	0.79928E+09
367	0.12899E+09	0.0000	-0.72696E+09	0.85594E+09	0.79929E+09
381	0.22975E+09	0.0000	-0.65869E+09	0.88844E+09	0.79875E+09
383	0.22976E+09	0.0000	-0.65872E+09	0.88847E+09	0.79877E+09
385	0.22982E+09	0.0000	-0.65870E+09	0.88851E+09	0.79880E+09
387	0.22988E+09	0.0000	-0.65868E+09	0.88856E+09	0.79883E+09
389	0.22996E+09	0.0000	-0.65867E+09	0.88863E+09	0.79887E+09
391	0.23005E+09	0.0000	-0.65864E+09	0.88869E+09	0.79891E+09
393	0.23013E+09	0.0000	-0.65864E+09	0.88876E+09	0.79896E+09
395	0.23022E+09	0.0000	-0.65861E+09	0.88883E+09	0.79900E+09
397	0.23029E+09	0.0000	-0.65860E+09	0.88889E+09	0.79903E+09
399	0.23035E+09	0.0000	-0.65859E+09	0.88893E+09	0.79906E+09
401	0.23039E+09	0.0000	-0.65857E+09	0.88896E+09	0.79908E+09
415	0.32284E+09	0.0000	-0.58673E+09	0.90957E+09	0.79868E+09
417	0.32288E+09	0.0000	-0.58671E+09	0.90959E+09	0.79870E+09
419	0.32288E+09	0.0000	-0.58673E+09	0.90961E+09	0.79872E+09
421	0.32293E+09	0.0000	-0.58671E+09	0.90964E+09	0.79874E+09
423	0.32297E+09	0.0000	-0.58670E+09	0.90968E+09	0.79876E+09
425	0.32304E+09	0.0000	-0.58669E+09	0.90972E+09	0.79880E+09
427	0.32309E+09	0.0000	-0.58667E+09	0.90977E+09	0.79883E+09
429	0.32316E+09	0.0000	-0.58666E+09	0.90982E+09	0.79886E+09
431	0.32321E+09	0.0000	-0.58665E+09	0.90986E+09	0.79889E+09
433	0.32326E+09	0.0000	-0.58663E+09	0.90989E+09	0.79892E+09
435	0.32328E+09	0.0000	-0.58663E+09	0.90991E+09	0.79893E+09
449	0.40819E+09	0.0000	-0.51206E+09	0.92025E+09	0.79865E+09
451	0.40820E+09	0.0000	-0.51206E+09	0.92026E+09	0.79866E+09
453	0.40820E+09	0.0000	-0.51207E+09	0.92027E+09	0.79867E+09
455	0.40821E+09	0.0000	-0.51208E+09	0.92029E+09	0.79869E+09
457	0.40827E+09	0.0000	-0.51205E+09	0.92031E+09	0.79870E+09
459	0.40827E+09	0.0000	-0.51208E+09	0.92034E+09	0.79873E+09
461	0.40835E+09	0.0000	-0.51202E+09	0.92037E+09	0.79875E+09
463	0.40835E+09	0.0000	-0.51206E+09	0.92041E+09	0.79878E+09
465	0.40842E+09	0.0000	-0.51202E+09	0.92044E+09	0.79880E+09
467	0.40844E+09	0.0000	-0.51202E+09	0.92046E+09	0.79882E+09
469	0.40846E+09	0.0000	-0.51202E+09	0.92048E+09	0.79884E+09
483	0.48612E+09	0.0000	-0.43561E+09	0.92173E+09	0.79864E+09
485	0.48617E+09	0.0000	-0.43556E+09	0.92173E+09	0.79864E+09
487	0.48615E+09	0.0000	-0.43559E+09	0.92175E+09	0.79866E+09
489	0.48616E+09	0.0000	-0.43560E+09	0.92176E+09	0.79866E+09
491	0.48617E+09	0.0000	-0.43560E+09	0.92177E+09	0.79868E+09
493	0.48620E+09	0.0000	-0.43559E+09	0.92179E+09	0.79869E+09
495	0.48621E+09	0.0000	-0.43561E+09	0.92182E+09	0.79872E+09
497	0.48625E+09	0.0000	-0.43558E+09	0.92183E+09	0.79873E+09
499	0.48628E+09	0.0000	-0.43558E+09	0.92186E+09	0.79875E+09
501	0.48628E+09	0.0000	-0.43559E+09	0.92188E+09	0.79877E+09
503	0.48632E+09	0.0000	-0.43556E+09	0.92189E+09	0.79878E+09
517	0.55699E+09	0.0000	-0.35803E+09	0.91502E+09	0.79865E+09
519	0.55694E+09	0.0000	-0.35811E+09	0.91505E+09	0.79866E+09
521	0.55696E+09	0.0000	-0.35808E+09	0.91504E+09	0.79866E+09

**ANNEXE 2**

523	0.55697E+09	0.0000	-0.35808E+09	0.91505E+09	0.79867E+09
525	0.55692E+09	0.0000	-0.35815E+09	0.91507E+09	0.79869E+09
527	0.55701E+09	0.0000	-0.35806E+09	0.91507E+09	0.79869E+09
529	0.55694E+09	0.0000	-0.35817E+09	0.91510E+09	0.79871E+09
531	0.55702E+09	0.0000	-0.35808E+09	0.91510E+09	0.79872E+09
533	0.55699E+09	0.0000	-0.35815E+09	0.91513E+09	0.79874E+09
535	0.55703E+09	0.0000	-0.35810E+09	0.91514E+09	0.79875E+09
537	0.55703E+09	0.0000	-0.35812E+09	0.91515E+09	0.79876E+09
551	0.62085E+09	0.0000	-0.28018E+09	0.90103E+09	0.79869E+09
553	0.62075E+09	0.0000	-0.28032E+09	0.90107E+09	0.79870E+09
555	0.62079E+09	0.0000	-0.28027E+09	0.90105E+09	0.79869E+09
557	0.62074E+09	0.0000	-0.28034E+09	0.90109E+09	0.79871E+09
559	0.62076E+09	0.0000	-0.28032E+09	0.90108E+09	0.79870E+09
561	0.62073E+09	0.0000	-0.28039E+09	0.90111E+09	0.79873E+09
563	0.62077E+09	0.0000	-0.28032E+09	0.90109E+09	0.79872E+09
565	0.62075E+09	0.0000	-0.28037E+09	0.90113E+09	0.79874E+09
567	0.62075E+09	0.0000	-0.28039E+09	0.90114E+09	0.79875E+09
569	0.62078E+09	0.0000	-0.28036E+09	0.90114E+09	0.79876E+09
571	0.62076E+09	0.0000	-0.28041E+09	0.90116E+09	0.79877E+09
585	0.65644E+09	0.0000	-0.21281E+09	0.86925E+09	0.78479E+09
587	0.66697E+09	0.0000	-0.21309E+09	0.88006E+09	0.79523E+09
589	0.67614E+09	0.0000	-0.20750E+09	0.88364E+09	0.80032E+09
591	0.67764E+09	0.0000	-0.20306E+09	0.88070E+09	0.79877E+09
593	0.67779E+09	0.0000	-0.20280E+09	0.88059E+09	0.79874E+09
595	0.67761E+09	0.0000	-0.20310E+09	0.88071E+09	0.79877E+09
597	0.67772E+09	0.0000	-0.20294E+09	0.88066E+09	0.79876E+09
599	0.67762E+09	0.0000	-0.20312E+09	0.88073E+09	0.79879E+09
601	0.67770E+09	0.0000	-0.20298E+09	0.88068E+09	0.79877E+09
603	0.67763E+09	0.0000	-0.20311E+09	0.88074E+09	0.79879E+09
605	0.67766E+09	0.0000	-0.20307E+09	0.88073E+09	0.79879E+09
619	0.66584E+09	0.0000	-0.13424E+09	0.80008E+09	0.74213E+09
621	0.67018E+09	0.0000	-0.13355E+09	0.80373E+09	0.74598E+09
623	0.67627E+09	0.0000	-0.13584E+09	0.81211E+09	0.75343E+09
625	0.68769E+09	0.0000	-0.13788E+09	0.82557E+09	0.76599E+09
627	0.70302E+09	0.0000	-0.13600E+09	0.83902E+09	0.77997E+09
629	0.71564E+09	0.0000	-0.13645E+09	0.85209E+09	0.79272E+09
631	0.72923E+09	0.0000	-0.13581E+09	0.86504E+09	0.80577E+09
633	0.73300E+09	0.0000	-0.13125E+09	0.86425E+09	0.80668E+09
635	0.72800E+09	0.0000	-0.12655E+09	0.85456E+09	0.79883E+09
637	0.72791E+09	0.0000	-0.12670E+09	0.85461E+09	0.79883E+09
639	0.72790E+09	0.0000	-0.12673E+09	0.85463E+09	0.79884E+09
653	0.67851E+09	0.0000	-0.65804E+08	0.74432E+09	0.71369E+09
655	0.67418E+09	0.0000	-0.65068E+08	0.73925E+09	0.70895E+09
657	0.67021E+09	0.0000	-0.64337E+08	0.73455E+09	0.70459E+09
659	0.66663E+09	0.0000	-0.63051E+08	0.72968E+09	0.70029E+09
661	0.66346E+09	0.0000	-0.61685E+08	0.72515E+09	0.69636E+09
663	0.66281E+09	0.0000	-0.61254E+08	0.72406E+09	0.69546E+09
665	0.66209E+09	0.0000	-0.58591E+08	0.72068E+09	0.69324E+09
667	0.66946E+09	0.0000	-0.62478E+08	0.73194E+09	0.70279E+09
669	0.68493E+09	0.0000	-0.63159E+08	0.74809E+09	0.71860E+09
671	0.69610E+09	0.0000	-0.62423E+08	0.75852E+09	0.72932E+09
673	0.70260E+09	0.0000	-0.62136E+08	0.76474E+09	0.73564E+09
686	0.0000	-0.78973E+08	-0.83780E+09	0.83780E+09	0.80124E+09
688	0.0000	-0.81849E+08	-0.83732E+09	0.83732E+09	0.79954E+09
690	0.0000	-0.81452E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.79963E+09
692	0.0000	-0.81274E+08	-0.83725E+09	0.83725E+09	0.79971E+09
694	0.0000	-0.81136E+08	-0.83725E+09	0.83725E+09	0.79977E+09
696	0.0000	-0.81002E+08	-0.83725E+09	0.83725E+09	0.79983E+09
698	0.0000	-0.80826E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.79990E+09
700	0.0000	-0.80666E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.79996E+09
702	0.0000	-0.80448E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.80005E+09
704	0.0000	-0.80176E+08	-0.83724E+09	0.83724E+09	0.80017E+09
706	0.0000	-0.79854E+08	-0.83723E+09	0.83723E+09	0.80030E+09
708	0.0000	-0.79622E+08	-0.83722E+09	0.83722E+09	0.80039E+09
711	0.18131E+08	0.0000	-0.79139E+09	0.80952E+09	0.80061E+09
713	0.12958E+09	0.0000	-0.72768E+09	0.85726E+09	0.80038E+09
715	0.23087E+09	0.0000	-0.65939E+09	0.89026E+09	0.80021E+09
717	0.32375E+09	0.0000	-0.58747E+09	0.91122E+09	0.80008E+09

**ANNEXE 2**

719	0.40899E+09	0.0000	-0.51281E+09	0.92180E+09	0.79999E+09
721	0.48690E+09	0.0000	-0.43633E+09	0.92322E+09	0.79993E+09
723	0.55767E+09	0.0000	-0.35882E+09	0.91648E+09	0.79990E+09
725	0.62134E+09	0.0000	-0.28116E+09	0.90250E+09	0.79988E+09
727	0.67565E+09	0.0000	-0.21292E+09	0.88857E+09	0.80355E+09
729	0.55315E+09	0.0000	-0.13059E+09	0.68374E+09	0.62870E+09
731	0.42217E+09	0.0000	-0.65183E+08	0.48736E+09	0.45826E+09
734	0.71625E+09	0.0000	-0.14177E+07	0.71767E+09	0.71696E+09
736	0.72411E+09	0.0000	-0.80151E+06	0.72492E+09	0.72452E+09
738	0.72975E+09	0.0000	-0.35611E+07	0.73331E+09	0.73153E+09
740	0.73458E+09	0.20561E+06	0.0000	0.73458E+09	0.73448E+09
754	0.16066E+08	0.0000	-0.79082E+09	0.80689E+09	0.79898E+09
756	0.12805E+09	0.0000	-0.72702E+09	0.85508E+09	0.79879E+09
758	0.22964E+09	0.0000	-0.65875E+09	0.88839E+09	0.79872E+09
760	0.32280E+09	0.0000	-0.58675E+09	0.90955E+09	0.79868E+09
762	0.40824E+09	0.0000	-0.51199E+09	0.92023E+09	0.79863E+09
764	0.48609E+09	0.0000	-0.43563E+09	0.92172E+09	0.79863E+09
766	0.55698E+09	0.0000	-0.35803E+09	0.91501E+09	0.79864E+09
768	0.61528E+09	0.0000	-0.28999E+09	0.90527E+09	0.80068E+09
770	0.64015E+09	0.0000	-0.20837E+09	0.84852E+09	0.76590E+09
772	0.66201E+09	0.0000	-0.13659E+09	0.79861E+09	0.73983E+09
774	0.68707E+09	0.0000	-0.67348E+08	0.75442E+09	0.72310E+09
788	0.15950E+08	0.0000	-0.79096E+09	0.80691E+09	0.79905E+09
790	0.12806E+09	0.0000	-0.72709E+09	0.85514E+09	0.79885E+09
792	0.22983E+09	0.0000	-0.65857E+09	0.88840E+09	0.79868E+09
792	0.22983E+09	0.0000	-0.65857E+09	0.88840E+09	0.79868E+09
794	0.32280E+09	0.0000	-0.58672E+09	0.90952E+09	0.79865E+09
796	0.40802E+09	0.0000	-0.51222E+09	0.92023E+09	0.79865E+09
798	0.48621E+09	0.0000	-0.43550E+09	0.92170E+09	0.79862E+09
800	0.55695E+09	0.0000	-0.35807E+09	0.91502E+09	0.79865E+09
802	0.60771E+09	0.0000	-0.29041E+09	0.89812E+09	0.79381E+09
804	0.63523E+09	0.0000	-0.20916E+09	0.84439E+09	0.76166E+09
806	0.66146E+09	0.0000	-0.13694E+09	0.79840E+09	0.73950E+09
808	0.69102E+09	0.0000	-0.67914E+08	0.75894E+09	0.72736E+09
822	0.16278E+08	0.0000	-0.79084E+09	0.80712E+09	0.79911E+09
824	0.12799E+09	0.0000	-0.72719E+09	0.85518E+09	0.79891E+09
826	0.22957E+09	0.0000	-0.65886E+09	0.88843E+09	0.79878E+09
828	0.32292E+09	0.0000	-0.58661E+09	0.90953E+09	0.79863E+09
830	0.40832E+09	0.0000	-0.51188E+09	0.92020E+09	0.79860E+09
832	0.48589E+09	0.0000	-0.43586E+09	0.92174E+09	0.79865E+09
834	0.55697E+09	0.0000	-0.35804E+09	0.91501E+09	0.79864E+09
836	0.60010E+09	0.0000	-0.28985E+09	0.88995E+09	0.78618E+09
838	0.63102E+09	0.0000	-0.20845E+09	0.83946E+09	0.75708E+09
840	0.66145E+09	0.0000	-0.13679E+09	0.79823E+09	0.73939E+09
842	0.69521E+09	0.0000	-0.67645E+08	0.76286E+09	0.73138E+09
856	0.16382E+08	0.0000	-0.79086E+09	0.80725E+09	0.79918E+09
858	0.12826E+09	0.0000	-0.72706E+09	0.85532E+09	0.79895E+09
860	0.22981E+09	0.0000	-0.65871E+09	0.88852E+09	0.79881E+09
862	0.32260E+09	0.0000	-0.58699E+09	0.90959E+09	0.79875E+09
864	0.40801E+09	0.0000	-0.51221E+09	0.92022E+09	0.79864E+09
866	0.48652E+09	0.0000	-0.43511E+09	0.92163E+09	0.79856E+09
868	0.55682E+09	0.0000	-0.35826E+09	0.91508E+09	0.79868E+09
870	0.59674E+09	0.0000	-0.29139E+09	0.88813E+09	0.78415E+09
872	0.62586E+09	0.0000	-0.20295E+09	0.82881E+09	0.74827E+09
874	0.65462E+09	0.0000	-0.12667E+09	0.78129E+09	0.72628E+09
876	0.70407E+09	0.0000	-0.62587E+08	0.76666E+09	0.73736E+09
890	0.16520E+08	0.0000	-0.79084E+09	0.80736E+09	0.79922E+09
892	0.12833E+09	0.0000	-0.72708E+09	0.85542E+09	0.79902E+09
894	0.22988E+09	0.0000	-0.65871E+09	0.88859E+09	0.79885E+09
896	0.32304E+09	0.0000	-0.58661E+09	0.90965E+09	0.79873E+09
898	0.40814E+09	0.0000	-0.51218E+09	0.92032E+09	0.79872E+09
900	0.48568E+09	0.0000	-0.43615E+09	0.92182E+09	0.79871E+09
902	0.55705E+09	0.0000	-0.35787E+09	0.91492E+09	0.79858E+09
904	0.60690E+09	0.0000	-0.28394E+09	0.89084E+09	0.78821E+09
906	0.63113E+09	0.0000	-0.21150E+09	0.84262E+09	0.75930E+09
908	0.63892E+09	0.0000	-0.11846E+09	0.75739E+09	0.70565E+09
910	0.65201E+09	0.0000	-0.27655E+08	0.67966E+09	0.66626E+09
924	0.16607E+08	0.0000	-0.79084E+09	0.80745E+09	0.79927E+09

## ANNEXE 2

---

926	0.12846E+09	0.0000	-0.72703E+09	0.85549E+09	0.79904E+09
928	0.23003E+09	0.0000	-0.65865E+09	0.88868E+09	0.79890E+09
930	0.32294E+09	0.0000	-0.58677E+09	0.90971E+09	0.79880E+09
932	0.40834E+09	0.0000	-0.51198E+09	0.92032E+09	0.79870E+09
934	0.48643E+09	0.0000	-0.43532E+09	0.92175E+09	0.79867E+09
936	0.55682E+09	0.0000	-0.35835E+09	0.91517E+09	0.79875E+09
938	0.61968E+09	0.0000	-0.28195E+09	0.90163E+09	0.79888E+09
940	0.65827E+09	0.0000	-0.21543E+09	0.87370E+09	0.78838E+09
942	0.65122E+09	0.0000	-0.15497E+09	0.80619E+09	0.74096E+09
944	0.60102E+09	0.0000	-0.77330E+08	0.67835E+09	0.64318E+09
958	0.16750E+08	0.0000	-0.79082E+09	0.80757E+09	0.79932E+09
960	0.12854E+09	0.0000	-0.72703E+09	0.85556E+09	0.79909E+09
962	0.23011E+09	0.0000	-0.65861E+09	0.88872E+09	0.79892E+09
964	0.32319E+09	0.0000	-0.58658E+09	0.90977E+09	0.79882E+09
966	0.40833E+09	0.0000	-0.51207E+09	0.92040E+09	0.79877E+09
968	0.48611E+09	0.0000	-0.43572E+09	0.92184E+09	0.79873E+09
970	0.55712E+09	0.0000	-0.35792E+09	0.91504E+09	0.79868E+09
972	0.62121E+09	0.0000	-0.27969E+09	0.90090E+09	0.79867E+09
974	0.67780E+09	0.0000	-0.20316E+09	0.88096E+09	0.79899E+09
976	0.69522E+09	0.0000	-0.14788E+09	0.84310E+09	0.77975E+09
978	0.54030E+09	0.0000	-0.99161E+08	0.63946E+09	0.59610E+09
992	0.16879E+08	0.0000	-0.79080E+09	0.80768E+09	0.79938E+09
994	0.12868E+09	0.0000	-0.72697E+09	0.85565E+09	0.79912E+09
996	0.23021E+09	0.0000	-0.65858E+09	0.88879E+09	0.79896E+09
998	0.32315E+09	0.0000	-0.58665E+09	0.90980E+09	0.79885E+09
1000	0.40846E+09	0.0000	-0.51195E+09	0.92041E+09	0.79878E+09
1002	0.48637E+09	0.0000	-0.43548E+09	0.92185E+09	0.79875E+09
1004	0.55693E+09	0.0000	-0.35824E+09	0.91517E+09	0.79876E+09
1006	0.62052E+09	0.0000	-0.28069E+09	0.90121E+09	0.79875E+09
1008	0.67805E+09	0.0000	-0.20228E+09	0.88033E+09	0.79864E+09
1010	0.72072E+09	0.0000	-0.13199E+09	0.85271E+09	0.79498E+09
1012	0.50301E+09	0.0000	-0.83628E+08	0.58664E+09	0.54962E+09
1026	0.17068E+08	0.0000	-0.79078E+09	0.80785E+09	0.79945E+09
1028	0.12875E+09	0.0000	-0.72697E+09	0.85572E+09	0.79917E+09
1030	0.23025E+09	0.0000	-0.65858E+09	0.88883E+09	0.79899E+09
1032	0.32324E+09	0.0000	-0.58660E+09	0.90984E+09	0.79887E+09
1034	0.40843E+09	0.0000	-0.51200E+09	0.92043E+09	0.79880E+09
1036	0.48626E+09	0.0000	-0.43559E+09	0.92185E+09	0.79875E+09
1038	0.55703E+09	0.0000	-0.35809E+09	0.91512E+09	0.79874E+09
1040	0.62072E+09	0.0000	-0.28045E+09	0.90117E+09	0.79876E+09
1042	0.67749E+09	0.0000	-0.20331E+09	0.88080E+09	0.79879E+09
1044	0.67330E+09	0.0000	-0.13836E+09	0.81166E+09	0.75209E+09
1046	0.48024E+09	0.0000	-0.82930E+08	0.56317E+09	0.52663E+09
1060	0.17233E+08	0.0000	-0.79079E+09	0.80803E+09	0.79955E+09
1062	0.12884E+09	0.0000	-0.72698E+09	0.85582E+09	0.79923E+09
1064	0.23029E+09	0.0000	-0.65858E+09	0.88887E+09	0.79901E+09
1066	0.32320E+09	0.0000	-0.58664E+09	0.90984E+09	0.79888E+09
1068	0.40838E+09	0.0000	-0.51206E+09	0.92043E+09	0.79880E+09
1070	0.48618E+09	0.0000	-0.43568E+09	0.92186E+09	0.79875E+09
1072	0.55691E+09	0.0000	-0.35821E+09	0.91512E+09	0.79872E+09
1074	0.62074E+09	0.0000	-0.28038E+09	0.90112E+09	0.79873E+09
1076	0.67734E+09	0.0000	-0.20357E+09	0.88090E+09	0.79882E+09
1078	0.61405E+09	0.0000	-0.14199E+09	0.75605E+09	0.69600E+09
1080	0.45100E+09	0.0000	-0.76034E+08	0.52704E+09	0.49343E+09
1094	0.17407E+08	0.0000	-0.79079E+09	0.80820E+09	0.79964E+09
1096	0.12891E+09	0.0000	-0.72700E+09	0.85591E+09	0.79929E+09
1098	0.23024E+09	0.0000	-0.65865E+09	0.88890E+09	0.79905E+09
1100	0.32311E+09	0.0000	-0.58673E+09	0.90984E+09	0.79889E+09
1102	0.40828E+09	0.0000	-0.51212E+09	0.92041E+09	0.79878E+09
1104	0.48618E+09	0.0000	-0.43565E+09	0.92182E+09	0.79872E+09
1106	0.55692E+09	0.0000	-0.35817E+09	0.91510E+09	0.79870E+09
1108	0.62072E+09	0.0000	-0.28036E+09	0.90108E+09	0.79870E+09
1110	0.67611E+09	0.0000	-0.20728E+09	0.88339E+09	0.80014E+09
1112	0.57129E+09	0.0000	-0.13609E+09	0.70738E+09	0.65011E+09
1114	0.42987E+09	0.0000	-0.69078E+08	0.49895E+09	0.46825E+09