

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

Ministère de l'Enseignement Supérieur et  
de la Recherche Scientifique

***Ecole Nationale Polytechnique***



وزارة التعليم العالي  
والبحث العلمي  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

## **DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE**

### **PROJET DE MASTER**

En vue de l'obtention du diplôme de Master  
en Automatique

**Thème :**

# **COMMANDE ADAPTATIVE APPLIQUE AU REACTEUR CHIMIQUE CSTR**

**Présenté par :** BOUDALI Mohamed Taha

MEGUENNI Mohamed Seif El-Islam

**Dirigé par :** Dr R. ILLOUL

**Juin 2013**

Ecole Nationale Polytechnique : 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach

## Commande adaptative appliquée au réacteur chimique continu parfaitement agité

### Résumé :

L'objectif de ce projet est de résoudre un problème d'optimisation en temps réel des réacteurs chimiques nonisothermes continus parfaitement agités. L'approche utilisée est basée sur la recherche d'un extremum en utilisant un algorithme d'adaptation paramétrique afin de maximiser un profil de concentration à la sortie du réacteur. La synthèse de la commande extrémale ainsi que la loi d'adaptation paramétrique sont basées sur le théorème de stabilité de Lyapunov [GUA-04].

La première partie du projet concerne la modélisation des réacteurs chimiques. La seconde partie concerne la formulation du problème et l'élaboration d'une loi de contrôle afin que l'optimum inconnu soit atteint. Les performances de cette commande extrémale ont été illustrées par l'intermédiaire de simulations numériques sur la réaction de 'van de Vusse'.

**Mot clefs :** Réacteurs chimiques CSTR, commande extrémale, commande adaptative, stabilité de Lyapunov, persistance d'excitation.

### Adaptive extremum-seeking control of continuous stirred tank reactors

#### Abstract:

We present in this project a real-time adaptive extremum seeking control scheme for nonisothermal continuous stirred tank reactors. An adaptive learning technique is introduced to construct an optimum seeking algorithm that drives the system states to optimal equilibrium concentrations of the reaction mixture. Lyapunov's stability theorem is used in the design of the extremum seeking controller structure and the development of the parameter learning laws [GUA-04].

The first part of the project concerns the chemical reactors modeling. The second part relates to the development of an extremum seeking control law that drives the system to the unknown optimum. The performance of the technique is demonstrated with numerical simulations of the van de Vusse reaction.

Keywords: CSTR, Extremum seeking, Lyapunov stability, adaptive learning, persistence of excitation.

#### إدارة تحكم طرفية تكيفية لمفاعل كيمائي من نوع مستمر.

**ملخص :** يرمي هذا المشروع إلى حل مشكل إعطاء الأداء الأمثل للمفاعلات الكيمائية. وقد استخدمنا المنهج القائم على إدارة : تحكم طرفية تكيفية من أجل بلوغ التركيز الأقصى في المفاعل. و يقوم بإيجاد إدارة تحكم طرفية و قانون التكيف القياسي عل و تخص الدراسة الأولى إيجاد نماذج رياضية للمفاعلات الكيمائية، و [GUA-04] نظرية الاستقرار لصاحبها Lyapunov. تتمثل الثانية في إعداد قانون تكيف مقياسي من أجل بلوغ موقع طرفي و ثم توضيح فعالية هذه الإدارة من خلال حالات صورية رقمية للتفاعل Van de vusse.

#### الكلمات الرئيسية :

مفاعلات كيمائية ، إدارة تحكم طرفية ، إعطاء الأداء الأمثل ، نظرية Lyapunov ، الاستقرار في الإثارة.

# DEDICACES

*Nous dédions ce modeste travail :*

*A nos très chers parents, qui par leur sacrifices et patience,  
nous ont toujours permis de persévérer*

*A nos très chers frères et sœurs*

*A tous nos amis*

*Taha*

*Seif El Islam*

## REMERCIEMENTS

*Nous tenons tout d'abord à exprimer notre très profonde gratitude et remercier notre promoteur Monsieur Rachid Illoul, Docteur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, d'avoir proposé et dirigé ce travail. Nous sommes très reconnaissants pour toute l'aide et confiance qu'il nous a toujours témoignés.*

*Nous remercions le président et les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail.*

*A l'issue de nos 5 années d'Etudes à l'Ecole, nous tenons à remercier l'ensemble des enseignants du département des Sciences Fondamentales et du département d'Automatique pour la haute qualité de l'enseignement qui nous a été dispensés et pour tout leur savoir qu'ils ont partagé.*

*Nous aimerions aussi remercier particulièrement tout le personnel de la bibliothèque, pour leur sympathie et leur dynamisme.*

## SOMMAIRE

Listes des tableaux et figures .....	vi
Liste des abréviations .....	vii

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	<b>1</b>
------------------------------------	----------

### CHAPITRE I : Commande adaptative appliqué au réacteur chimique CSTR

I.1 Introduction.....	3
I.2 Position du problème et hypothèses fondamentales .....	3
I.3 Paramétrisation des profils optimaux .....	6
I.4 Développement de l'algorithme de commande .....	8
I.4.1 Conception de l'estimateur.....	8
I.4.2 Estimation de la température .....	9
I.4.3 Conception du contrôleur .....	10
I.4.4 Loi d'adaptation Paramétrique .....	17
I.6 Conclusion .....	18

### CHAPITRE II : Résultats de simulation

II.1 Introduction .....	20
II.2 Conception du contrôleur.....	20
II.3 Description de la réaction .....	22
II.4 Simulation du réacteur dans les conditions normales.....	24
II.5 Influence des gains de contrôle.....	30
II.5.1 Influence du gain associé au gradient $k_{z0}$ .....	30
II.5.2 Influence du gain associé à l'erreur d'observation de la température $k_{t0}$ : .....	31
II.5.3 Influence du gain d'adaptation .....	32
II.5.4 Influence du gain associé au signal interne $k_d$ .....	32
II.6 Conclusion.....	33

**CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES** .....35

Références bibliographiques .....37

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau (2.1) - Synthèse de l'algorithme de contrôle .....	21
Tableau (2.2) - Paramètres de simulation – réaction Van de Vusse .....	23
Tableau (2.3) - Paramètres de contrôle .....	24

## LISTE DES FIGURES

Figure (1.1) - schéma bloc de la synthèse de la commande .....	9
Figure (1.2) - Schéma bloc du bouclage avec introduction du signal $a(t)$ .....	14
Figure (2.1) - Profil de la concentration en fonction de la température – conditions normales .....	25
Figure (2.2) - Profil de la concentration du produit B – conditions normales .....	25
Figure (2.3) - Profil de la concentration du produit d'alimentation .....	26
Figure (2.4) - Profil de la température du réacteur .....	26
Figure (2.5) - Profil de la commande $u$ .....	27
Figure (2.6) - Profil de la température de la chemise .....	27
Figure (2.7) - Profil de l'erreur de l'observation .....	28
Figure (2.8) - Profil du gradient estimé .....	28
Figure (2.9) - Profil du Hessien .....	29
Figure (2.10) - Profil du signal interne .....	29
Figure (2.11) - Profil du signal extérieur .....	30
Figure (2.12) - Influence du gain associé au gradient – gain faible .....	30
Figure (2.13) - Influence du gain associé au gradient – gain fort.....	31
Figure (2.14) - Influence du gain associé à l'erreur d'observation de la température .....	31
Figure (2.15) - Influence du gain d'adaptation .....	32
Figure (2.16) - Influence du gain associé au signal interne .....	33

## LISTE DES ABREVIATIONS

Abréviation	Signification	Unité
U	Energie interne	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
W	Travail	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
Q	Chaleur	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
P	Pression	Pascal
H	Enthalpie	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
T	Temps	h
m	Masse	kg
$C_p$	Chaleur spécifique moyenne	$\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
T	Température	K
$T_{in}$	Température d'entrée	K
$T_j$	Température de la chemise	K
V	Volume du réacteur	l
$\rho$	Masse volumique	$\text{kg}\cdot\text{l}^{-1}$
$v$	Vitesse de réaction	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$
$\mathcal{R}$	Taux de génération	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$
$k_0$	Facteur pré-exponentiel	dépend de la réaction
$E_0$	Energie d'activation	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
R	Constante des gaz parfaits	$\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$C_{A0}$	Concentration d'alimentation	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}$
[A]	Concentration du produit A	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}$
$U_{in}$	Vecteur des concentrations d'alimentation	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}$
$\pi(T)$	Profil d'équilibre	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}$
n	Nombre de moles	mol
$A_r$	Surface d'échange	$\text{m}^2$
$k_w$	Coefficient spécifique à la paroi	$\text{kJ}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
d	Diamètre	m
F	Débit du fluide	$\text{l}\cdot\text{h}^{-1}$
D	Taux de dilution	$\text{h}^{-1}$
K	Matrice stœchiométrique	sans unités
$R(x,t)$	Matrice des cinétiques	$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$
$\lambda$	Vecteur des enthalpies	$\text{K}\cdot\text{l}\cdot\text{mol}^{-1}$
u	Commande	$\text{K}\cdot\text{h}^{-1}$

INTRODUCTION

GENERALE

## INTRODUCTION GENERALE

Les trois objectifs principaux de la commande de procédés sont d'assurer la sécurité, la stabilité et la performance économique des procédés. Généralement, l'utilisation de modèles dynamiques constitue l'instrument de base à la conception de régulateurs qui réalisent ces trois objectifs. Bien qu'il soit possible de construire des modèles fiables des systèmes chimiques à partir des bilans de masse et d'énergie, la difficulté principale ne réside pas dans la structure des modèles mais dans la fiabilité des paramètres de ces derniers. Les paramètres des cinétiques de réactions chimiques et biochimiques sont des exemples typiques de paramètres incertains et difficiles à obtenir *a priori*.

D'autre part, il est clair que la commande des réacteurs constitue la composante centrale de la commande des procédés chimiques. En plus de l'incertitude sur les paramètres, la commande des réacteurs chimiques est une tâche ardue, particulièrement en raison des non-linéarités inhérentes à ce type d'unités.

L'objectif de notre travail est de stabiliser le réacteur chimique continu parfaitement agité à son point d'opération optimal par une commande non-linéaire bornée, en utilisant que les mesures disponibles. La stratégie de commande utilisée est de contrôler le système en introduisant des entrées supplémentaires pour compenser les conditions limites de l'échange thermique quand une réaction fortement exothermique aura lieu.

Dans cette optique, nous allons diviser notre travail en quatre chapitres :

- Le premier chapitre développera une commande adaptative par recherche d'extremum pour le problème d'intérêt ; cette partie se base sur les travaux de l'équipe de recherche de Guay, M., Dochain, D., Perrier, M., sur la commande extrémale adaptative appliquée aux réacteurs chimiques et biologiques [GUA-04]. La première partie du chapitre abordera la formulation du problème; Principalement, il s'agit, à partir du modèle dynamique du réacteur continu parfaitement agité d'explorer le problème d'optimisation des profils de concentrations dans ce type de réacteur. Ensuite, le mémoire présentera le développement d'une commande basée sur le théorème de stabilité de Lyapunov. Il est aussi montré que l'algorithme amène le système étudié dans le voisinage de son optimum.

- Le deuxième chapitre sera constitué de simulations sur la réaction van der Vusse. Ces différentes simulations, nous aideront à mieux cerner les avantages de chacune des lois de commande non-linéaire bornée, du point de vue performance et productivité.

# Chapitre I

*COMMANDE  
ADAPTATIVE APPLIQUÉ  
AU RÉACTEUR CHIMIQUE  
CSTR*

## I.1- Introduction :

Ce chapitre vise à formuler et à analyser le problème de l'optimisation et de la commande d'un réacteur chimique parfaitement agité. Particulièrement, on s'intéressera à une formulation générale qui permettra de traiter les systèmes avec réactions multiples qui présentent des combinaisons de réactions en série et de réactions en parallèle; Le but étant d'optimiser la concentration d'un produit d'intérêt à la sortie du réacteur. Les cinétiques chimiques étant supposées inconnues, nous allons introduire des notions de commande adaptative afin d'estimer le profil de concentration à équilibre du produit à optimiser qui dépend de ces paramètres inconnus [GUA-04].

## I.2 Position du problème et hypothèses fondamentales :

Notre problème se concentre sur la classe de réacteurs continus parfaitement agités suivante :

$$\dot{x} = -Dx + KR(x, T) + U_{in} \quad (1.1)$$

$$\dot{T} = -DT + \lambda^T R(x, T) + u \quad (1.2)$$

Rappelons que :

- $x \in S_x \subset \mathbb{R}^{+n}$  est le vecteur de concentrations des composants chimiques dans le réacteur dont les valeurs appartiennent au sous-ensemble  $S_x$  de  $\mathbb{R}^{+n}$ .
- $T$  est la température qui est supposée homogène dans le réacteur dont la valeur appartient au sous ensemble  $S_T$  de  $\mathbb{R}^+$ .
- $K$  est la matrice  $n \times r$  des coefficients stœchiométriques de chacun  $n$  composants des  $r$  réactions.
- $R(x, T) \in \mathbb{R}^r$  est la matrice des cinétiques des réactions.
- $D$  est le taux de dilution du réacteur.
- $U_{in} \in \mathbb{R}^n$  est le taux d'addition de chacun des  $n$  composants.
- $\lambda \in \mathbb{R}^r$  est le vecteur des chaleurs de réaction.
- $u$  est le taux de chaleur apporté au réacteur qui est la commande.

La matrice stœchiométrique  $K$  et le vecteur des enthalpies de réaction  $\lambda$  sont supposés connus. Par contre la matrice des cinétiques de réactions  $R(x, T)$  est inconnue.

L'objectif du contrôle est de concevoir une commande  $u$  qui maximise, en régime permanent, une fonction de la forme :

$$y = Hx \quad (1.3)$$

soit une fonction de la concentration à la sortie du réacteur avec  $H \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ .

Seule la mesure de température est disponible. Malgré que certaines méthodes avancées aient été développées pour les mesures de concentrations dans les réacteurs, cela reste une solution chère, et rarement utilisée dans les installations industrielles [ANT-03]. Le problème devrait être ainsi résolu en n'utilisant que les mesures de température.

On suppose qu'il existe un vecteur de concentrations  $\pi(T)$  qui résout l'équation du régime permanent  $\dot{x} = 0$  :

$$-D\pi(T) + KR(\pi(T), T) + U_{in} = 0 \quad (1.4)$$

En supposant que la fonction  $\pi(T)$  existe et est unique dans l'intervalle  $S_T$ , le problème d'optimisation est reformulé de la manière suivante :

$$\max_T H\pi(T) \quad (1.5)$$

Comme le vecteur  $\pi(T)$  contient les cinétiques qui sont inconnues, l'expression de la fonction à optimiser est donc inconnue.

On pose maintenant deux hypothèses fondamentales pour la suite de l'étude [GUA-04]:

**Hypothèse 1.1 :** *La fonction  $H\pi(T)$  est continument différentiable et admet un maximum unique  $S_T$ . C'est-à-dire que  $\frac{dH\pi(T)}{dT} = 0$  avec  $\frac{d^2H\pi(T)}{dT^2} \leq 0$  sur le domaine de  $T$ .*

**Hypothèse 1.2 :** *On considère le bilan de matière (1.1). On suppose que ce système est à déphasage minimal sur l'intervalle de température considéré.*

Pour garantir la convergence de la concentration  $x$  au voisinage de l'équilibre  $\pi(T)$ , cette condition est nécessaire. Ici, cette condition revient à supposer que pour un profil donné de température, il existe un profil unique de concentration à l'équilibre  $\pi(T)$  [GUA-04].

On étudie maintenant la dynamique de la température (1.2) en utilisant l'information donnée par le profil à l'équilibre (1.4). On réécrit l'équation de la température (1.2) en ajoutant et soustrayant le terme  $\lambda^T R(\pi(T), T)$  :

$$\dot{T} = -DT + \lambda^T R(\pi(T), T) + u + \lambda^T (R(x, T) - R(\pi(T), T)) \quad (1.6)$$

On isole le terme  $R(\pi(T), T)$  de l'équation (4.4) :

$$R(\pi(T), T) = K^+(D\pi(T) - U_{in}) \quad (1.7)$$

Avec  $K^+$ , la matrice pseudo-inverse à gauche des coefficients stœchiométriques  $K$ . C'est-à-dire :  $K^+K = I_r$  ; Avec  $I_r$ , la matrice identité  $r \times r$ .

En substituant (1.7) dans (1.6), on obtient :

$$\dot{T} = -DT + \lambda^T K^+(D\pi(T) - U_{in}) + u + \lambda^T (R(x, T) - R(\pi(T), T)) \quad (1.8)$$

On pose l'erreur d'approximation suivante:

$$\Delta(x, T) = R(x, T) - R(\pi(T), T) \quad (1.9)$$

Ce terme n'est malheureusement pas disponible pour la mesure. Cependant, puisqu'il est supposé que  $x \rightarrow \pi(T)$ , donc le terme  $\Delta(x, T)$  va s'annuler asymptotiquement.

On pose l'hypothèse suivante sur cette erreur d'approximation [GUA-04]:

**Hypothèse 1.3 :**  $\forall x \in S_x$  et  $\forall T \in S_T$  il existe une constante  $L_1 > 0$  tel que :

$$\|R(x, T) - R(\pi(T), T)\| \leq L_1 \|x - \pi(T)\|$$

Cette hypothèse est essentiellement une condition de continuité globale de Lipschitz sur la cinétique de réaction,  $R$ , avec une constante de Lipschitz. Cette condition est vraie si  $R$  est différentiable par rapport à  $x$ .

### I.3 Paramétrisation des profils optimaux :

Puisque les cinétiques de réaction ne sont pas connues dans la présente étude, la stratégie consiste à approximer la fonction du profil d'équilibre  $\pi(T)$  en utilisant une technique d'approximation nonlinéaire telle que les réseaux de neurones.

Les réseaux de neurones utilisant les fonctions à bases radiales « RBF » vont être utilisés pour approximer une fonction continue  $\phi: R^p \rightarrow R$  par:

$$\phi(z) = W^{*T}S(z) + \mu_l(t) \quad (1.10)$$

Avec  $\mu_l(t)$  est une erreur d'approximation et

$$S(z) = [s_1(z), s_2(z), \dots, s_l(z)]^T \quad (1.11)$$

$$s_i = \exp \left[ \frac{-(z - \varphi_i)^T (z - \varphi_i)}{\sigma_i^2} \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, l$$

L'approximation est dépendante de la distribution des centres  $\varphi_i$ , et de la variance donnée à la gaussienne  $\sigma_i^2$ .

Le poids idéal est noté  $W^*$ . Les poids  $W$  appartiennent à l'ensemble  $\Omega_w$  de  $R^p$

$$\Omega_w = \{W \mid \|W\| \leq \omega_m\} \quad (1.12)$$

C'est-à-dire que la norme des poids  $W$  est bornée, avec  $\omega_m$  une constante positive choisie par le concepteur.

Les résultats étudiés à propos des approximateurs universels indiquent que si le nombre de fonctions d'approximation,  $l$ , est choisi suffisamment grand, alors on peut approximer n'importe quelle fonction continue sur le domaine des paramètres avec la précision voulue [SPO-02]. Ainsi, on applique (1.10) pour développer une approximation de la fonction qu'on veut approximer  $y = H\pi(T)$  :

$$H\pi(T) = W_p^{*T} S(T) + \mu_p(t) \quad (1.13)$$

On suppose maintenant que l'hypothèse suivante tient pour l'approximation décrite plus haut [GUA-04]:

**Hypothèse 1.4 :** *L'erreur d'approximation de la paramétrisation satisfait  $|\mu_p(t)| \leq \bar{\mu}_p$  et  $|\mu_l(t)| \leq \bar{\mu}_l$  pour des valeurs constantes  $\bar{\mu}_p > 0$  et  $\bar{\mu}_l > 0$  sur l'ensemble compact  $\Omega_w \times S_T$ .*

Il est à noter que d'autres fonctions de base pourraient être utilisées, par exemple des fonctions d'approximation de Gram-Charlier. Cependant, elles doivent satisfaire aux différentes hypothèses établies ici. Les fonctions radiales de bases présentent un avantage de construction. De plus amples études seraient nécessaires pour mesurer l'impact du choix de type de fonctions de base.

Dans la plupart des applications, il n'est pas nécessaire de suivre tous les profils de concentration. En effet, on tente, le plus souvent, d'optimiser le profil d'un composant donné. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'estimer les paramètres  $W$  de tous les profils.

Comme les cinétiques de réactions sont supposées inconnues, on a besoin d'approximer le terme  $D\lambda^T K^+ \pi(T)$  dans l'équation de la température (1.8). Afin de garder la formulation la plus générale possible, nous allons réécrire ce terme associé à la chaleur de réaction:

$$\lambda^T K^+ \pi(T) = \lambda^T K^+ H^T W_p^{*T} S(T) + W_o^{*T} S(T) + \mu_l(t) \quad (1.14)$$

Ce résultat est démontré dans l'annexe B. Cette décomposition met en évidence deux termes : Le premier terme du membre de droite de (4.14) montre la contribution du composé chimique à optimiser au bilan d'énergie. Le deuxième terme permet d'estimer la contribution globale des réactions au bilan d'énergie. L'équation (4.8) peut donc être réécrite par :

$$\dot{T} = -DT + \lambda^T K^+ H^T W_p^{*T} DS(T) + W_o^{*T} DS(T) + D\mu_l(t) - \lambda^T K^+ U_{in} + u + \lambda^T \Delta \quad (1.15)$$

Cette dernière équation constitue la base du développement de l'algorithme de contrôle présente à la section suivante.

#### **I.4 Développement de l'algorithme de commande :**

Cette section décrit la solution du problème de commande adaptative par recherche d'extrémum du réacteur continu parfaitement agité. Le résultat est un algorithme de commande par retour de sortie couplé à un estimateur de paramètres en ligne. Formellement, le problème à résoudre est de la forme :

$$\max_T H\pi(T)$$

La conception de la commande et de l'estimation des paramètres, basée sur la paramétrisation présentée précédemment, est réalisée en formulant une fonction de Lyapunov et en utilisant l'information contenue dans le bilan d'énergie. Les preuves de stabilité et de convergence sont présentées à la section (I.5).

##### **I.4.1 Stratégie de contrôle:**

Dans cette section, on conçoit une stratégie de contrôle qui va trouver l'optimum inconnu de la fonction  $y$ .

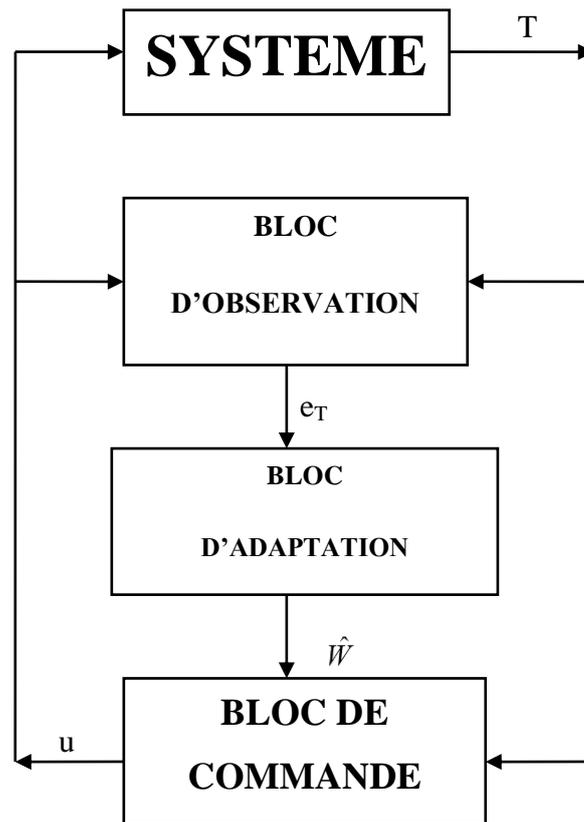


Figure (1.1) - Schéma bloc de la synthèse de la commande

En premier lieu, un observateur est conçu afin d'estimer la température du réacteur. À partir de cette estimée et de l'erreur de prédiction, on élabore un algorithme d'adaptation des paramètres inconnus  $W$ , qui garantit la convergence vers les valeurs réelles. Et on synthétise une loi de commande en se basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov.

#### I.4.2 Estimation de la température :

Soit l'équation dynamique de la température (1.15) :

$$\dot{T} = -DT + \lambda^T K^+ H^T W_p^{*T} DS(T) + W_o^{*T} DS(T) + D\mu_l(t) - \lambda^T K^+ U_{in} + u + \lambda^T \Delta$$

On réécrit cette équation de la manière suivante :

$$\dot{T} = -DT + F(T)W^* + D\mu_l(t) - \lambda^T K^+ U_{in} + u + \lambda^T \Delta(x, T) \quad (1.16)$$

Avec :

$$\Delta(x, T) = R(x, T) - R(\pi(T), T)$$

$$F(T) = [DS(T)^T, \lambda^T K^+ H^T S(T)^T] \quad (1.17)$$

$$W^{*T} = [W_p^{*T}, W_o^{*T}] \quad (1.18)$$

À partir de l'observation de la température  $T$ , on se propose de reconstruire la concentration du produit à optimiser, non mesurable, qui, dans ce cas-là est approximée par un approximateur universel. Pour cela, on va élaborer un observateur qui sera un système dynamique alimenté par la commande  $u$  et l'observation de la température  $T$ .

Les vrais poids  $W^*$ , qui sont inconnus sont estimés par  $\hat{W}$ . Dans l'équation suivante la température estimée  $\hat{T}$  est décrite par [GUA-04]:

$$\dot{\hat{T}} = -D\hat{T} + F(T)\hat{W} - \lambda^T K^+ U_{in} + u + k_T(T - \hat{T}) + c_1(t)^T \hat{W} \quad (1.19)$$

Avec le gain sur la température  $k_T > 0$  et l'erreur d'estimation  $e_T = T - \hat{T}$ .

Le vecteur  $c_1(t)^T$  est un signal variant dans le temps qui sera conçu par la suite.

En utilisant les équations (4.2) et (4.19), on calcule la dynamique de l'erreur d'estimation :

$$\dot{e}_T = F(T)\tilde{W} + D\mu_l(t) - k_T e_T + \lambda^T \Delta(x, T) - c_1(t)^T \hat{W} \quad (1.20)$$

Où  $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$  est l'erreur d'estimation des poids.

L'objectif du control extrémal est de stabiliser le système en boucle fermée autour d'un point où le gradient de la fonction à optimiser par rapport à la température s'annule tout en essayant d'atténuer l'effet de l'erreur d'approximation  $\mu_l(t)$ .

#### IV.3.3- Conception du contrôleur :

On développe maintenant l'algorithme d'estimation des paramètres. L'estimation de la fonction à optimiser :  $H\pi(T) = W_p^{*T} S(T) + \mu_p(t)$  peut s'écrire [GUA-04]:

$$y_e = \hat{W}_p^T S(T) \quad (1.21)$$

Où  $\widehat{W}_p$  est l'estimé du poids optimal  $W_p^*$ .

L'expression du gradient de la fonction objectif par rapport à la température,  $T$ , est égal à :

$$z = \frac{\partial y_e}{\partial T} = \widehat{W}_p^T dS(T) \quad (1.22)$$

$$\text{Où : } dS(T) = \frac{\partial S(T)}{\partial T}$$

Et le Hessien de  $y_e$  par rapport à  $T$  s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial^2 y_e}{\partial T^2} = \widehat{W}_p^T d^2S(T) = \Gamma_2 \quad (1.23)$$

$$\text{Où : } d^2S(T) = \frac{\partial^2 S(T)}{\partial T^2}$$

A partir du gradient estimé, on définit un signal auxiliaire :

$$z_s = \widehat{W}_p^T dS(T) - d(t) \quad (1.24)$$

Avec  $d(t)$ , un signal de superposition qui sera développé dans la suite. C'est un signal d'excitation qui est introduit dans la boucle interne de la commande.

Le contrôleur extrémal a donc deux objectifs. Premièrement, le gradient estimé et perturbé avec un signal interne, doit converger vers le vrai gradient du système. Et deuxièmement, ce gradient estimé doit converger vers un voisinage petit de l'origine

Dans le but de faire la conception de la loi de commande et de l'estimateur, on définit aussi deux signaux auxiliaires faisant intervenir l'erreur d'approximation [GUA-04]:

$$\eta_1 = e_T - c_1(t)^T \widetilde{W} \quad (1.25)$$

$$\eta_2 = z_s - c_2(t)^T \widetilde{W} \quad (1.26)$$

Où  $\widetilde{W} = W^* - \widehat{W}$  est l'erreur d'estimation sur les paramètres.  $c_1(t)^T$  et  $c_2(t)^T$  sont deux signaux variant dans le temps.

On propose la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}\eta_1^2 + \frac{1}{2}\eta_2^2 \quad (1.27)$$

C'est une fonction définie positive, qui va nous aider à atteindre nos objectifs qui sont :

- Convergence du gradient :  $z_s \rightarrow 0$
- Convergence de l'erreur de prédiction :  $e_T \rightarrow 0$
- Convergence de l'erreur sur les poids estimés:  $\tilde{W} \rightarrow 0$

L'objectif que de trouver la commande pour que cette fonction soit décroissante, pour démontrer en premier lieu que les états  $\eta_1$  et  $\eta_2$  convergent vers un petit voisinage de l'origine.

La dérivée de la fonction  $V$  par rapport au temps donne :

$$\dot{V} = \eta_1 \dot{\eta}_1 + \eta_2 \dot{\eta}_2 \quad (1.28)$$

On calcule les deux termes de la dérivée séparément ; en premier lieu, on calcule le terme  $\eta_1 \dot{\eta}_1$  ; par définition de  $\eta_1$  on a:

$$\eta_1 \dot{\eta}_1 = \eta_1 \left( \dot{e}_T - \dot{c}_1(t)^T \tilde{W} - c_1(t)^T \dot{\tilde{W}} \right) \quad (1.29)$$

Par définition de  $\tilde{W}$  on a:

$$\dot{\tilde{W}} = \dot{W} - \dot{\hat{W}} \quad (1.30)$$

Sachant que les paramètres  $W$  sont lentement variables par rapport à  $\hat{W}$  donc:

$$\dot{W} = 0 \quad (1.31)$$

$$\dot{\tilde{W}} = -\dot{\hat{W}} \quad (1.32)$$

En substituant l'équation (1.32) et par définition de l'équation de  $\dot{e}_T$  (1.20), (1.29) devient :

$$\eta_1 \dot{\eta}_1 = \eta_1 \left( F(T) \tilde{W} + D\mu_l(t) - k_T e_T + \lambda^T \Delta(x, T) - \dot{c}_1(t)^T \tilde{W} \right) \quad (1.33)$$

On définit le signal  $c_1(t)^T$  avec l'équation dynamique suivante [GUA-04].:

$$\dot{c}_1(t)^T = -k_T c_1(t)^T + F(T) \quad (1.34)$$

Où  $k_T > 0$  est un gain. La dynamique de ce signal va permettre d'éliminer les termes incertains  $\tilde{W}$  et d'écrire le reste en fonction de l'état  $\eta_1$ . En substituant (1.34) dans (4.33) on aura :

$$\eta_1 \dot{\eta}_1 = \eta_1 (F(T)\tilde{W} + D\mu_l(t) - k_T e_T + \lambda^T \Delta + k_T c_1(t)^T \tilde{W} - F(T)\tilde{W})$$

En simplifiant et en utilisant la définition de  $\eta_1$ , on aura:

$$\eta_1 \dot{\eta}_1 = -k_T \eta_1^2 + \eta_1 (D\mu_l(t) + \lambda^T \Delta) \quad (1.35)$$

On calcule en deuxième lieu  $\eta_2 \dot{\eta}_2$ ; par définition de  $\eta_2$  on aura :

$$\eta_2 \dot{\eta}_2 = \eta_2 \left( \Gamma_2 \dot{T} + \hat{W}_p^T dS - \dot{d}(t) - \dot{c}_2(t)^T \tilde{W} - c_2(t)^T \dot{\tilde{W}} \right) \quad (1.36)$$

Sachant l'équation (4.32) :

$$\eta_2 \dot{\eta}_2 = \eta_2 \left( \Gamma_2 \dot{T} + \hat{W}_p^T dS - \dot{d}(t) - \dot{c}_2(t)^T \tilde{W} + c_2(t)^T \dot{\tilde{W}} \right) \quad (1.37)$$

En substituant l'équation dynamique de la température (4.16)

$$\eta_2 \dot{\eta}_2 = \eta_2 \left( \Gamma_2 (-DT + F(T)W^* + D\mu_l(t) - \lambda^T K^+ U_{in} + u + \lambda^T \Delta) + \hat{W}_p^T dS - \dot{d}(t) - \dot{c}_2(t)^T \tilde{W} + c_2(t)^T \dot{\tilde{W}} \right) \quad (1.38)$$

Une solution est apportée afin de résoudre le problème de l'extremum en proposant la loi de commande dynamique suivante [GUA-04].:

$$\dot{c}_2(t)^T = -k_z c_2(t)^T + \Gamma_2 F(T) \quad (1.39)$$

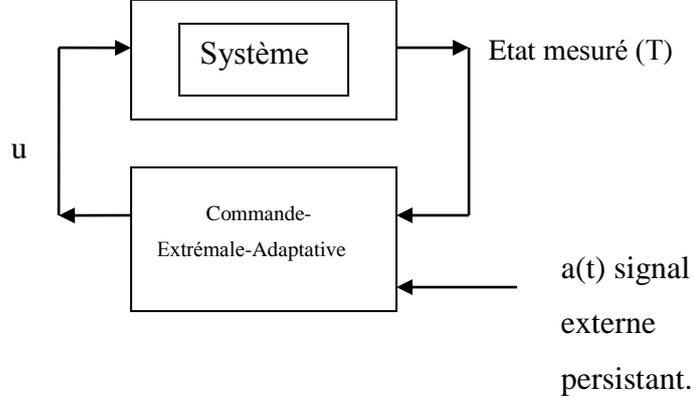
$$\dot{d}(t) = c_2(t)^T \dot{\tilde{W}} + k_z z_s - k_d |\Gamma_2| d(t) - \Gamma_2 a(t) + \hat{W}_p^T dS \quad (1.40)$$

$$u = DT - F(T)\hat{W} + \lambda^T K^+ U_{in} - k_d \text{sgn}(\Gamma_2) d(t) - a(t) \quad (1.41)$$

Avec les gains  $k_d > 0$  et  $k_z > 0$ .

La dynamique du signal  $c_2(t)^T$  permet d'éliminer les termes incertains  $\tilde{W}$ .

Le signal persistant  $a(t)$  est introduit dans la boucle afin d'exciter toute la dynamique du système, et permet l'identification des paramètres. Comme le montre la figure (4.2) ce signal est externe à la boucle de réglage [BEL-04].



**Figure (1.2) - Schéma bloc du bouclage avec introduction du signal a(t)**

Après substitution des lois (1.40)-(1.41) dans (4.38), on obtient :

$$\begin{aligned} \eta_2 \dot{\eta}_2 = & \eta_2 \left( \Gamma_2 (-DT + F(T)W^* + D\mu_l(t) - \lambda^T K^+ U_{in} + DT - F(T)\hat{W}) \right. \\ & + \lambda^T K^+ U_{in} - k_d \operatorname{sgn}(\Gamma_2) d(t) - a(t) + \lambda^T \Delta + \hat{W}_p^T dS \\ & - \left( c_2(t)^T \hat{W} + k_z z_s - k_d |\Gamma_2| |d(t) - \Gamma_2 a(t) + \hat{W}_p^T dS \right) - \dot{c}_2(t)^T \tilde{W} \\ & \left. + c_2(t)^T \dot{\hat{W}} \right) \end{aligned}$$

Sachant que :  $|\Gamma_2| - \operatorname{sgn}(\Gamma_2)\Gamma_2 = 0$  et en utilisant la définition  $\tilde{W}$  :

$$\eta_2 \dot{\eta}_2 = \eta_2 \left( \Gamma_2 (F(T)\tilde{W} + D\mu_l(t) + \lambda^T \Delta) - k_z z_s - \dot{c}_2(t)^T \tilde{W} \right) \quad (1.42)$$

En substituant la loi (4.39), et en utilisant la définition de  $\eta_2$ , on obtient :

$$\eta_2 \dot{\eta}_2 = -k_z \eta_2^2 + \eta_2 \Gamma_2 (D\mu_l(t) + \lambda^T \Delta) \quad (1.43)$$

On peut finalement écrire la dérivée de la fonction de Lyapunov en utilisant (1.35) et (1.43):

$$\dot{V} = -k_T \eta_1^2 - k_z \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)(D\mu_l(t) + \lambda^T \Delta) \quad (1.44)$$

En isolant le terme contenant l'erreur d'approximation  $\Delta$  :

$$\dot{V} = -k_T \eta_1^2 - k_z \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)D\mu_l(t) + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)\lambda^T \Delta \quad (1.45)$$

Sachant que :

$$(\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)\lambda^T \Delta \leq \|(\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)\lambda^T \Delta\| \quad (1.46)$$

et :

$$\|\lambda^T \Delta\| \leq \|\lambda^T\| \|\Delta\| \quad (1.47)$$

Et en appliquant l'inégalité triangulaire sur le scalaire associé au terme  $\lambda^T \Delta$  :

$$|\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2| \leq |\eta_1| + |\eta_2 \Gamma_2| \quad (1.48)$$

L'équation (4.45) devient :

$$\dot{V} \leq -k_T \eta_1^2 - k_z \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)D\mu_l(t) + (|\eta_1| + |\eta_2 \Gamma_2|)\|\lambda\|\|\Delta\| \quad (1.49)$$

En appliquant la condition de Lipschitz spécifiée dans l'hypothèse 4.3 à (4.49) :

$$\dot{V} \leq -k_T \eta_1^2 - k_z \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)D\mu_l(t) + (|\eta_1| + |\eta_2 \Gamma_2|)\|\lambda\|L_1 \|x - \pi(T)\| \quad (1.50)$$

Sachant que le maximum existe est unique, on peut en déduire que:

$$\sup_{x \in \mathcal{S}_x, T \in \mathcal{S}_T} \|x - \pi(T)\| = C_1 \quad (1.51)$$

On substitue (4.51) dans (4.50) :

$$\dot{V} \leq -k_T \eta_1^2 - k_z \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2)D\mu_l(t) + (|\eta_1| + |\eta_2 \Gamma_2|)\|\lambda\|L_1 C_1 \quad (1.52)$$

On définit les gains  $k_T$ ,  $k_z$  comme étant :

$$k_T = k_{T0} + \frac{k_4}{2} D^2 + \frac{k_5}{2} \|\lambda\|^2 \quad (1.53)$$

$$k_z = k_{z0} + \frac{k_6}{2} D^2 \Gamma_2^2 + \frac{k_7}{2} \|\lambda\|^2 \Gamma_2^2 \quad (1.54)$$

Avec  $k_{T0} > 0$  et  $k_{z0} > 0$  ainsi que  $k_4, k_5, k_6, k_7$  qui sont aussi strictement positifs.

En substituant les lois (1.53)-(1.54) dans (1.52) :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_{T0}\eta_1^2 - k_{z0}\eta_2^2 + \left[ -\frac{k_4}{2} D^2 \eta_1^2 - \frac{k_6}{2} D^2 \Gamma_2^2 \eta_2^2 + (\eta_1 + \eta_2 \Gamma_2) D \mu_l(t) \right] + \\ & \left[ -\frac{k_5}{2} \|\lambda\|^2 \eta_1^2 - \frac{k_7}{2} \|\lambda\|^2 \Gamma_2^2 \eta_2^2 + (|\eta_1| + |\eta_2| \Gamma_2) \|\lambda\| L_1 C_1 \right] \end{aligned} \quad (1.55)$$

En complétant les carrés dans cette dernière équation:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_{T0}\eta_1^2 - k_{z0}\eta_2^2 \\ & + \left[ -\frac{k_4}{2} \left( D\eta_1 - \frac{\mu_l(t)}{k_4} \right)^2 - \frac{k_6}{2} \left( D\Gamma_2\eta_2 - \frac{\mu_l(t)}{k_6} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{2k_6} + \frac{1}{2k_4} \right) \mu_l(t)^2 \right] \\ & + \left[ -\frac{k_5}{2} \left( \|\lambda\| |\eta_2| - \frac{L_1 C_1}{k_5} \right)^2 - \frac{k_7}{2} \left( \|\lambda\| \Gamma_2 |\eta_2| - \frac{L_1 C_1}{k_7} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{2k_5} + \frac{1}{2k_7} \right) L_1^2 C_1^2 \right] \end{aligned} \quad (1.56)$$

On peut donc finalement déduire que :

$$\dot{V} \leq -k_{T0}\eta_1^2 - k_{z0}\eta_2^2 + \left( \frac{1}{2k_6} + \frac{1}{2k_4} \right) \mu_l(t)^2 + \left( \frac{1}{2k_5} + \frac{1}{2k_7} \right) L_1^2 C_1^2 \quad (1.57)$$

On pose :

$$\rho_V = \left( \frac{1}{2k_6} + \frac{1}{2k_4} \right) \mu_l(t)^2 + \left( \frac{1}{2k_5} + \frac{1}{2k_7} \right) L_1^2 C_1^2 \quad (1.58)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit comme :

$$\dot{V} \leq -k_{T0}\eta_1^2 - k_{z0}\eta_2^2 + \rho_V \quad (1.59)$$

Avec :  $\rho_V > 0$ ,  $k_{T0} > 0$  et  $k_{z0} > 0$ .

La constante  $\rho_V$  peut être réduite en ajustant les gains  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$ ,  $k_7$ , ou bien en augmentant le nombre de fonctions de bases dans le réseau d'approximation, qui réduit ainsi la valeur de  $\mu_l(t)$ .

L'équation (1.59) permet de déduire que les états  $\eta_1$  et  $\eta_2$  converge vers un petit voisinage de l'origine, on va prouver cette convergence dans la section (II.5.1). Mais, ceci ne complète pas le travail, puisque il reste le gradient estimé  $z_5$  et l'erreur sur la température  $e_T$  qui doivent aussi converger vers un voisinage de l'origine.

#### I.4.4 Loi d'adaptation paramétrique :

Comme le gradient estimé  $z_5$  et l'erreur sur la température  $e_T$  dépendent de l'estimation des paramètres  $\widehat{W}$ , il n'est pas suffisant de montrer qu'ils tendent vers un voisinage de l'origine pour en établir la convergence. Il faut d'abord établir, à l'aide d'une condition d'excitation persistante, la convergence de  $\widehat{W}$  vers la valeur des paramètres optimaux  $W^*$ .

On considère le vecteur suivant :

$$Y(t) = \begin{bmatrix} c_1(t)^T \\ c_2(t)^T \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

Par construction, en utilisant les lois de deux signaux (1.34) et (1.39), ce vecteur solutionne le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{Y}(t) = -\kappa(t)Y(t) + B(t) \quad (1.61)$$

Avec :

$$\kappa(t) = \begin{bmatrix} k_T & 0 \\ 0 & k_z \end{bmatrix}$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} F(T) \\ \Gamma_2 F(T) \end{bmatrix}$$

Une borne sur les estimés des paramètres  $\hat{W}$  peut être assurée en choisissant la loi d'estimation des paramètres suivante :

$$\dot{\hat{W}} = \begin{cases} \gamma_\omega \Gamma & \text{si } \|\hat{W}\| \leq \omega_m \text{ ou } \|\hat{W}\| = \omega_m \text{ et } \hat{W}^T \Gamma \leq 0 \\ \gamma_\omega \left( I - \frac{\hat{W}\hat{W}^T}{\hat{W}^T \hat{W}} \right) \Gamma & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.62)$$

Avec :

$$\Gamma = Y(t)^T e$$

et

$$e = \begin{bmatrix} e_T \\ z_S \end{bmatrix}$$

L'équation (4.62) est un algorithme de projection qui assure que les paramètres sont bornés  $\hat{W}$ :  $\|\hat{W}\| \leq \omega_m$ . [KRS-95].

L'hypothèse fondamentale qui suit définit la persistance d'excitation, on utilisera cette hypothèse pour démontrer la convergence des paramètres  $\hat{W}$ . [GUA-04].

**Hypothèse 1.5 :** *La solution de l'équation (1.61) est telle qu'il existe deux constantes  $\alpha > 0$  et  $k_N > 0$  telles que :*

$$\int_t^{t+\alpha} Y(\tau)^T Y(\tau) d\tau \geq k_N I_N$$

Où  $I_N$  est la matrice d'identité de dimension  $N$ .

## I.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons appliqué une commande adaptative extrémale, notre but était de maximiser la concentration d'un produit d'intérêt. Le profil d'équilibre de ce produit dépend des cinétiques de réaction qui sont supposées inconnues et de ce fait, la conception d'un algorithme de commande et d'estimation été réalisée, en suivant trois étapes essentielles :

- La première étape était de paramétriser ce profil d'équilibre, plus exactement en utilisant un approximateur universel pour approximer cette fonction nonlinéaire inconnue.

- La deuxième étape, était l'introduction d'un observateur non linéaire. Nous avons ainsi introduit la notion de commande adaptative, pour estimer les paramètres inconnus qui approximent la fonction inconnue à optimiser.
- La troisième étape était de trouver et d'introduire l'algorithme paramétrique, à la commande extrémale. Pour cela un signal d'excitation est introduit à la commande afin de garantir la convergence des paramètres estimés. La stabilité du système en boucle fermée a été démontrée en utilisant la théorie de Lyapunov. La convergence du système à un de ses profils optimaux a été garantie au prix d'une condition d'excitation persistante des paramètres.

# Chapitre II

*RÉSULTATS DE  
SIMULATION*

## II.1 Introduction :

Nous avons vu dans le chapitre précédent, comment synthétiser une loi de commande extrémale adaptative appliquée à un réacteur continu parfaitement agité (CSTR). Ainsi, en utilisant seulement la mesure de température, une commande a été extraite telle que la concentration du produit d'intérêt, à la sortie du réacteur, est stabilisée à sa valeur optimale [GUA-04]. Dans le présent chapitre, nous allons procéder à des simulations numériques, afin de valider cette loi de commande, son efficacité et ces performances.

## II.2 Conception du contrôleur :

On reporte au tableau (2.1) les principaux éléments du contrôleur dynamique développé au chapitre précédent [GUA-04]. Les principaux paramètres de conception sont les suivants :

### - Gains du contrôleur :

Quatre gains doivent être spécifiés par l'utilisateur. Le gain  $k_z$  commande la convergence de l'estimé du gradient. Le gain  $k_T$  commande la convergence de l'erreur de prédiction sur la température. Le gain d'adaptation,  $\gamma_\omega$ , doit être choisi assez large pour permettre une certaine forme de robustesse, une petite valeur de ce gain, ralentit la convergence des paramètres. Le gain du signal de superposition,  $k_d$ , doit être choisi aussi grand que possible pour diminuer l'effet du signal  $d(t)$  sur l'action de contrôle.

### - Conditions initiales des signaux filtres et du signal de superposition :

Dans le cas présent, ils sont initialisés à zéro. Cependant un choix alternatif pourrait donner de meilleurs résultats, d'autres études seraient nécessaires pour en mesurer l'effet.

### - Paramètres des fonctions de base : $\varphi_i$ et $\sigma_i^2$

De la théorie des approximateurs universels, il est connu que la paramétrisation aura les propriétés désirées lorsque les centres  $\varphi_i$  sont répartis uniformément sur le domaine de température. Le paramètre de variance,  $\sigma_i^2$ , doit être choisi large.

Tableau 2.1 – Synthèse de l’algorithme de contrôle

Estimation de la température
$\begin{aligned}\dot{\hat{T}} &= -D\hat{T} + F(T)\hat{W} - \lambda^T K^+ U_{in} + u + k_T(T - \hat{T}) \\ &\quad + c_1(t)^T \dot{\hat{W}} \\ F(T) &= [DS(T)^T, \lambda^T K^+ H^T S(T)^T]\end{aligned}$
Action de la commande
$u = DT - F(T)\hat{W} + \lambda^T K^+ U_{in} - k_d \text{sgn}(\Gamma_2)d(t) - a(t)$
Signal de superposition
$\begin{aligned}\dot{d}(t) &= c_2(t)^T \dot{\hat{W}} + k_z z_s - k_d  \Gamma_2  d(t) - \Gamma_2 a(t) \\ &\quad + \dot{\hat{W}}_p^T dS\end{aligned}$
Signaux filtres
$\begin{aligned}\dot{c}_1(t)^T &= -k_T c_1(t)^T + F(T) \\ \dot{c}_2(t)^T &= -k_z c_1(t)^T + \Gamma_2 F(T)\end{aligned}$
Loi d’adaptation de paramètres
$\dot{\hat{W}} = \begin{cases} \gamma_\omega \Gamma & \text{si } \ \hat{W}\  \leq \omega_m \text{ ou} \\ & \ \hat{W}\  = \omega_m \text{ et } \hat{W}^T \Gamma \leq 0 \\ \gamma_\omega \left( I - \frac{\hat{W}\hat{W}^T}{\hat{W}^T \hat{W}} \right) \Gamma & \text{sinon} \end{cases}$
$\Gamma = [c_1(t), c_2(t)] \begin{bmatrix} e^T \\ z_s \end{bmatrix}$

- **Conditions initiales sur les poids des fonctions de base**

Dans la plupart des applications, il est difficile d'obtenir des estimés fiables *a priori*. Les estimés des paramètres sont donc initialisés à de petites valeurs positives.

- **Conception du signal extérieur**

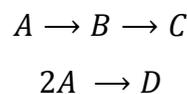
Dans la plupart des cas, le choix d'un signal de superposition qui permet une excitation suffisante demeure difficile à évaluer. Dans le cadre de cette étude, on utilisera la forme générale suivante :

$$a(t) = \sum_{i=1}^N [A_{1i} \sin(\omega_i t) + A_{2i} \cos(\omega_i t)]$$

Les amplitudes  $A_{1i}$  et  $A_{2i}$  sont données par des nombres aléatoires unitaires. Le nombre  $N$  de fréquences excitées est choisi comme étant plus grand ou égal au nombre de fonctions de base de l'approximation.

### II.3 Description de la réaction :

Les paramètres de simulation présentés au tableau (2.2). Dans ce cas, le cyclopentenol ( $B$ ) est produit à partir du cyclopentadiène ( $A$ ). Le produit consécutif,  $C$ , est le cyclopentanédiol et le produit secondaire,  $D$ , est le dicyclopentadiène.



Le vecteur de concentration que l'on utilise ici, correspondant aux concentrations des produits ( $A$ ) et ( $B$ ) est :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

L'objectif ici est de maximiser la concentration du produit intermédiaire  $B$  à la sortie du réacteur, le vecteur  $H$  est donc donné par :

$$H = [0 \quad 1]$$

La matrice stœchiométrique est donnée par :

$$K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

et la pseudo-inverse à gauche de  $K$ ,  $K^+$  est donnée par :

$$K^+ = \begin{bmatrix} -0.3333 & 0.3333 \\ -0.3333 & -0.6667 \\ -0.6667 & -0.3333 \end{bmatrix}$$

Le calcul de  $K^+$  est effectué à l'aide de la fonction *pinv* de Matlab. L'algorithme utilise la décomposition en valeurs singulières pour minimiser :

$$KK^+K = K$$

La commande telle décrite dans le chapitre précédent est une commande virtuelle, cette formulation permettait de simplifier l'équation de la température du réacteur ; La commande réelle étant la température de la chemise.

**Tableau (2.2) – Paramètres de simulation – réaction Van de Vusse**

$k_{10}$	=	$1.287 \cdot 10^{12}$	$\text{h}^{-1}$
$k_{20}$	=	$1.287 \cdot 10^{12}$	$\text{h}^{-1}$
$k_{30}$	=	$9.034 \cdot 10^9$	$\text{l.mol}^{-1}.\text{h}^{-1}$
$E_1$	=	9758.3	K
$E_2$	=	9758.3	K
$E_3$	=	8560.0	K
$\Delta H_{AB}$	=	4.20	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$\Delta H_{BC}$	=	-11.00	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$\Delta H_{AD}$	=	41.85	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$\rho$	=	0.9342	$\text{kg.l}^{-1}$
$C_p$	=	3.01	$\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$D$	=	14.19	$\text{h}^{-1}$

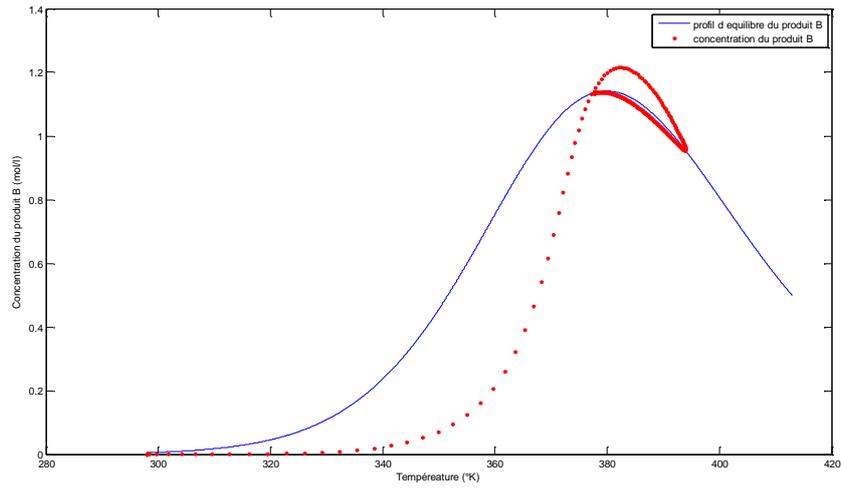
$T_{in}$	=	403	K
$T(0)$	=	298	K
$C_{A0}$	=	5.1	mol.l <sup>-1</sup>
$A_r$	=	0.215	m <sup>2</sup>
$k_w$	=	4032	kJ.h <sup>-1</sup> .m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>
$V$	=	10	L
$x_1(0)$	=	1	mol.l <sup>-1</sup>
$x_2(0)$	=	0	mol.l <sup>-1</sup>

Tableau (5.3) – Paramètres de contrôle

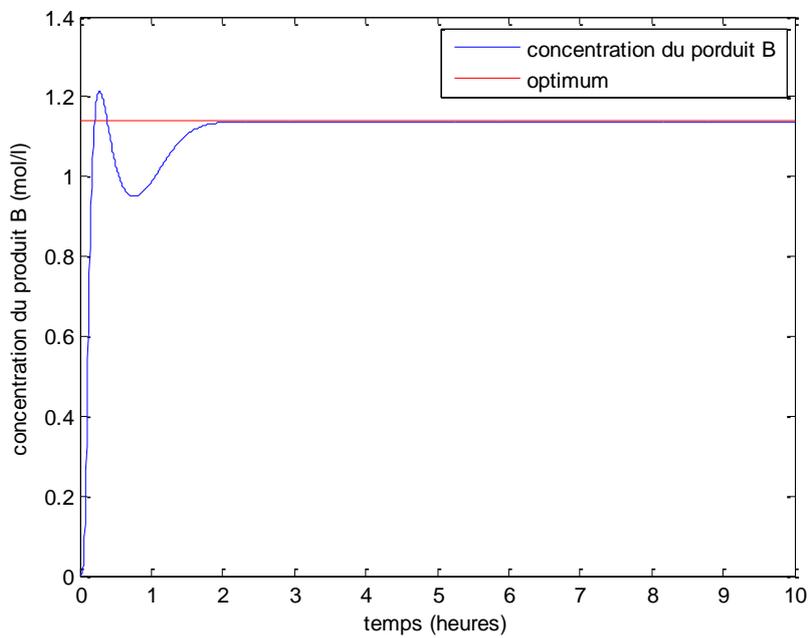
$k_{z0}$	=	15
$k_{T0}$	=	15
$k_d$	=	7.10 <sup>4</sup>
$k_4, k_5, k_6, k_7$	=	2
$\gamma_\omega$	=	100
$\sigma_i^2$	=	2500
$\omega_m$	=	1000
N	=	6
$\widehat{W}_i(0)$	=	0.1

#### II.4 Simulation du réacteur dans les conditions expérimentales normales :

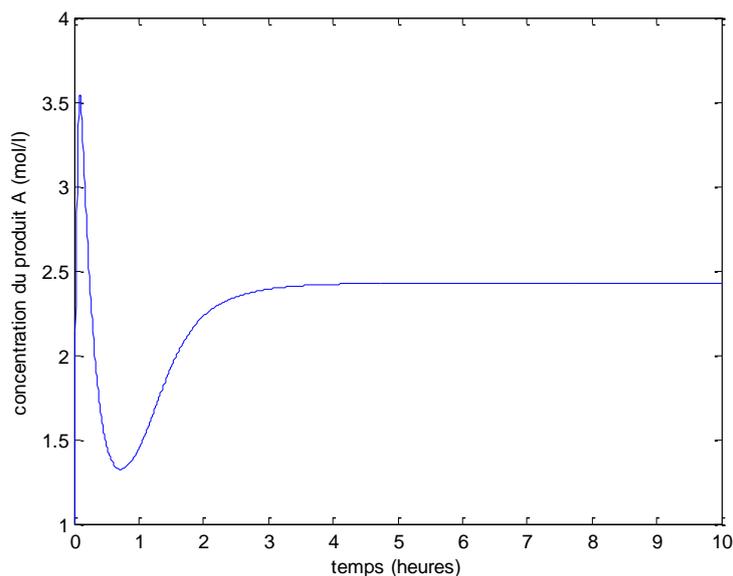
- Concentrations :



**Figure(2.1) – Profil de la concentration en fonction de la température – conditions normales**



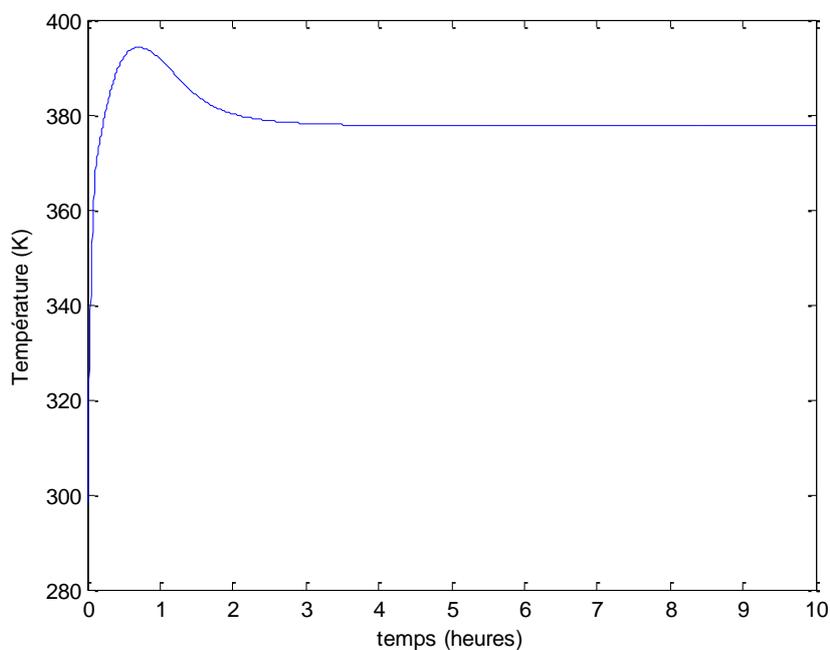
**Figure(2.2) – Profil de la concentration du produit B – conditions normales**



**Figure (2.3) – Profil de la concentration du produit d'alimentation**

L'objectif de commande est atteint au bout de  $t = 2$  heures avec une erreur de l'ordre de  $10^{-3}$ . La réponse est relativement rapide, le temps de séjour du réacteur doit être donc supérieur à cette durée.

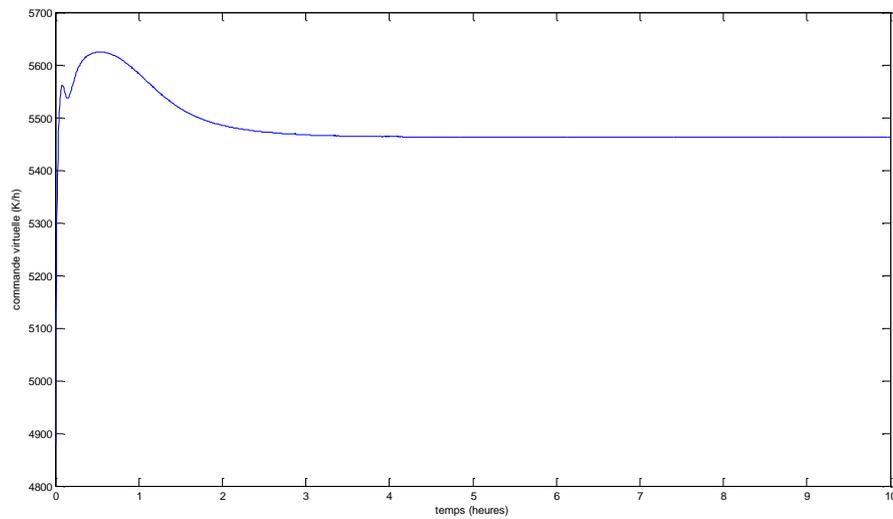
- **Température du réacteur :**



**Figure (2.4) – Profil de la température du réacteur**

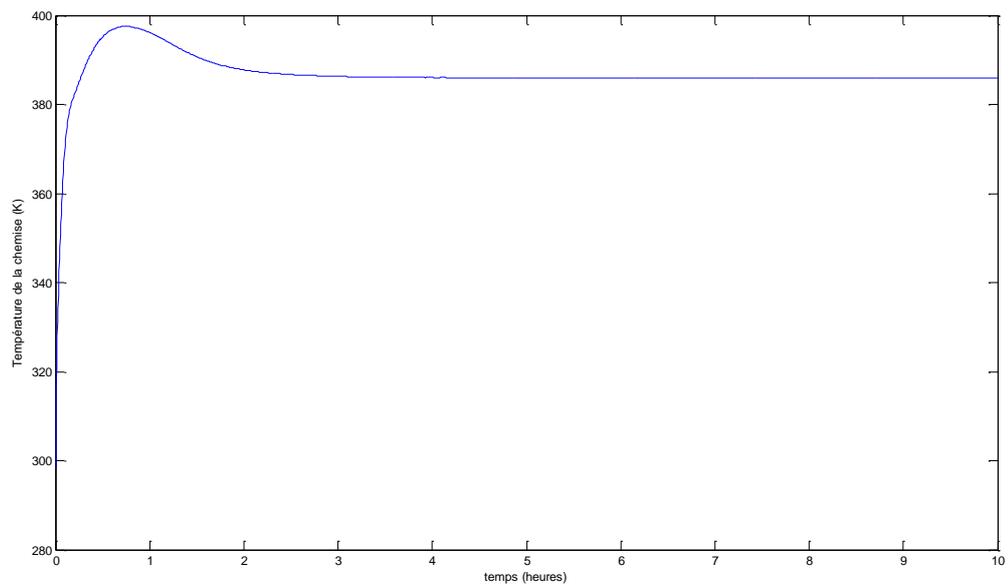
La température en régime permanent se stabilise autour de la température optimale

- **Commande virtuelle  $u$ :**



**Figure (2.5) – Profil de la commande  $u$**

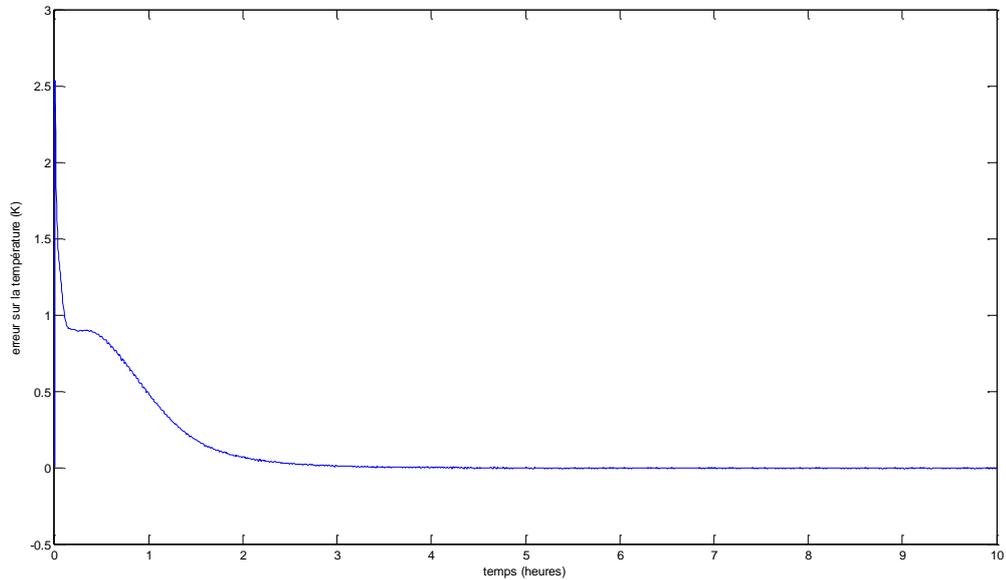
- **Commande réelle : Température de la chemise  $T_j$  :**



**Figure (2.6) – Profil de la température de la chemise**

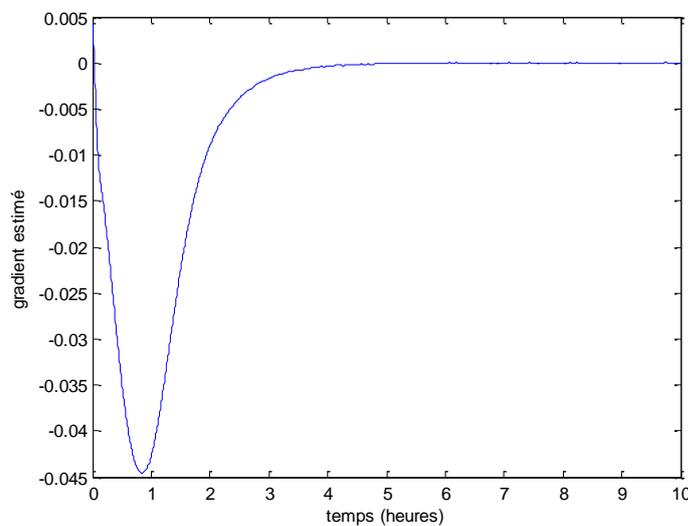
La commande réelle permet de réguler la température de la chemise de façon à ce que le sens de conduction soit orienté de la chemise vers le réacteur, en effet, la température de la chemise est supérieure à la température du réacteur; cela s'explique par les réactions endothermiques présentes dans le système de réaction Van de Vusse.

- **Erreur d'observation sur la température :**

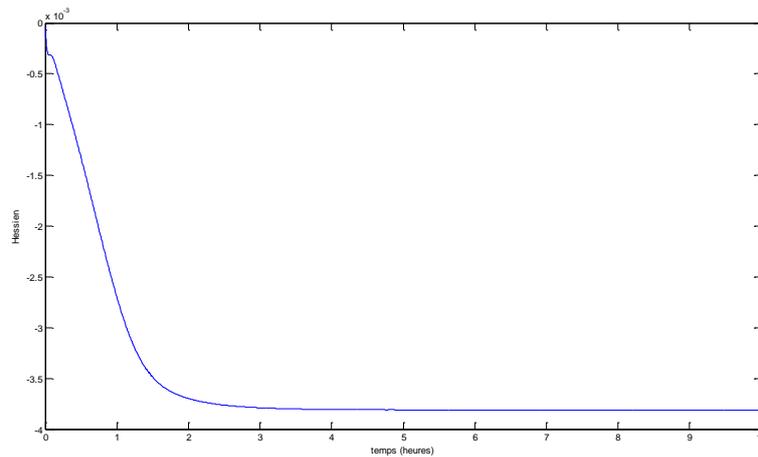


**Figure (2.7) – Profil de l'erreur de l'observation**

**Gradient estimé et hessien:**



**Figure (2.8) – Profil du gradient estimé**

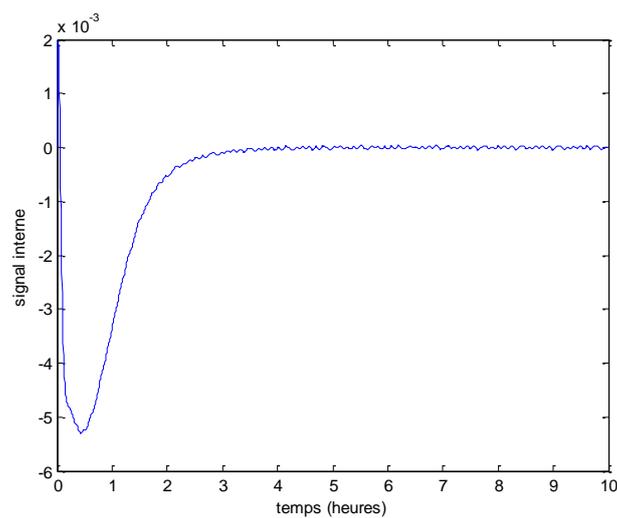


**Figure (2.9) – Profil du Hessian**

L'erreur sur la température converge vers zéro, c'est-à-dire que les paramètres estimés convergent vers les paramètres réels.

Le gradient estimé tend vers zéro, ce qui prouve que la fonction à optimiser atteint son optimum. Le hessien est négatif, ce qui prouve que l'optimum est bien un maximum.

**Signal interne  $d(t)$  :**



**Figure (2.10) – Profil du signal interne**

**Signal externe  $a(t)$  :**

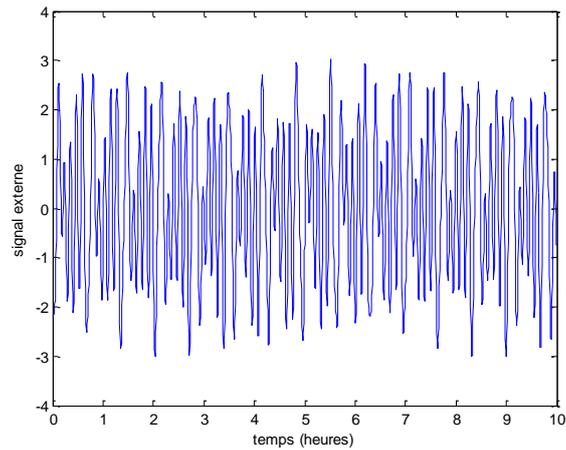


Figure (2.11) – Profil du signal extérieur

Le signal interne se réduit à la forme du signal externe, et converge autour du zéro.

## II.5 Influence des gains de contrôle:

### II.5.1 Influence du gain associé au gradient $k_{z0}$ :

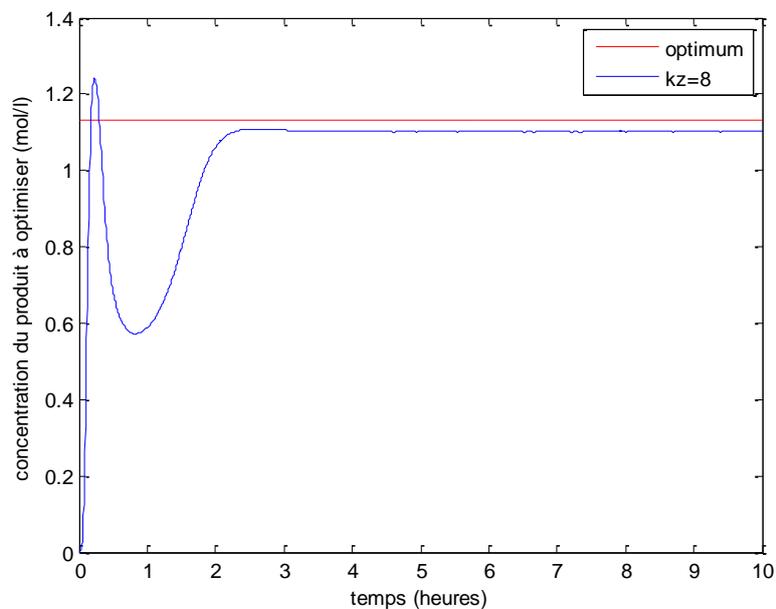
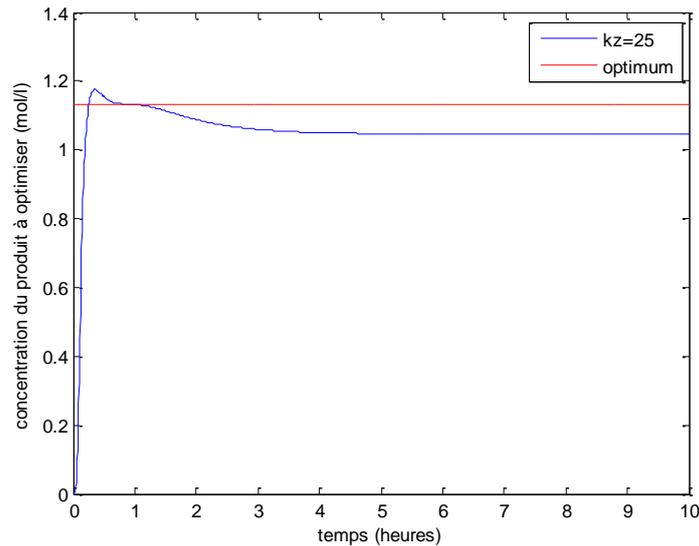


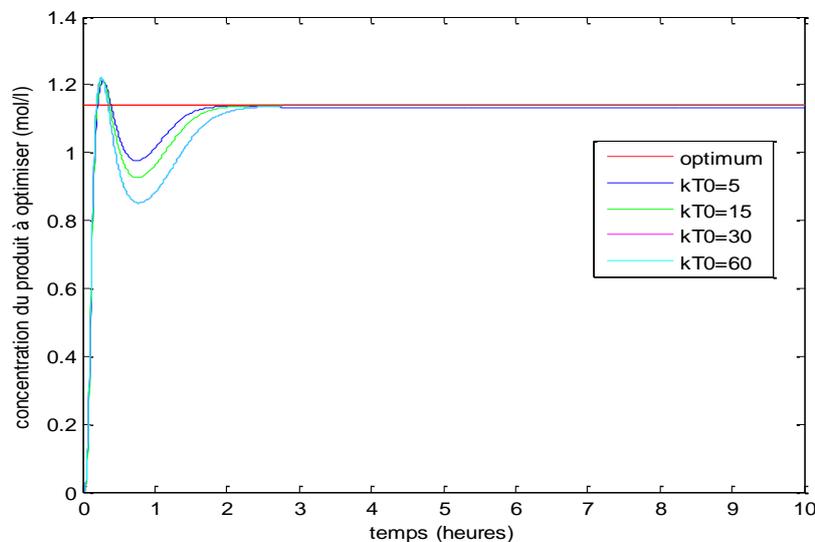
Figure (2.12) – Influence du gain associé au gradient – gain faible



**Figure (2.13) – Influence du gain associé au gradient – gain fort**

Le gain associé au gradient doit être choisi avec soin. Une valeur faible du gain ralentit la convergence de la concentration mais commence aussi à l'éloigner du voisinage de l'optimum. Par contre, une valeur trop grande de ce gain donne une mauvaise approximation de l'optimum.

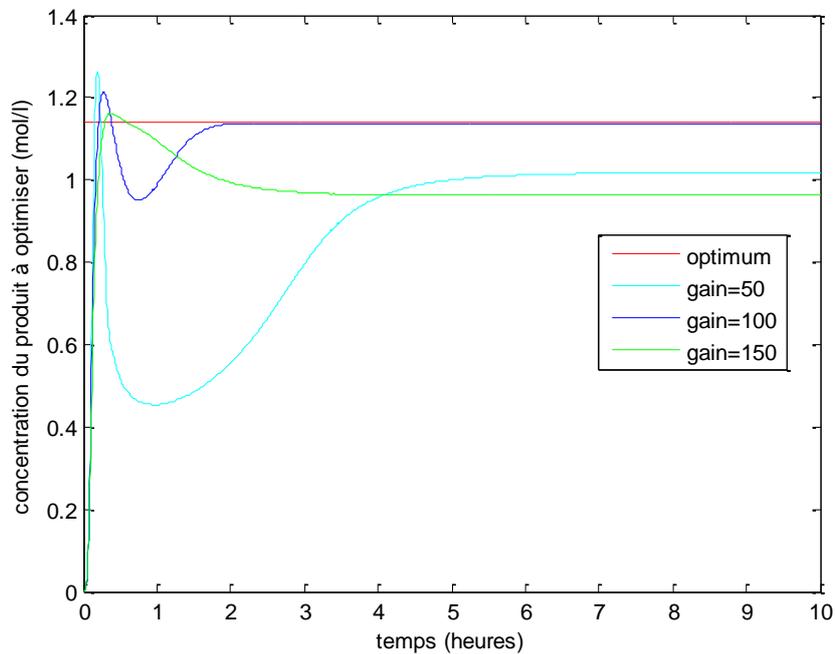
### II.5.2 Influence du gain associé à l'erreur d'observation de la température $k_{T0}$ :



**Figure (2.14) – Influence du gain associé à l'erreur d'observation de la température**

On remarque que de trop grandes valeurs de ce gain, ralentissent la convergence de la concentration.

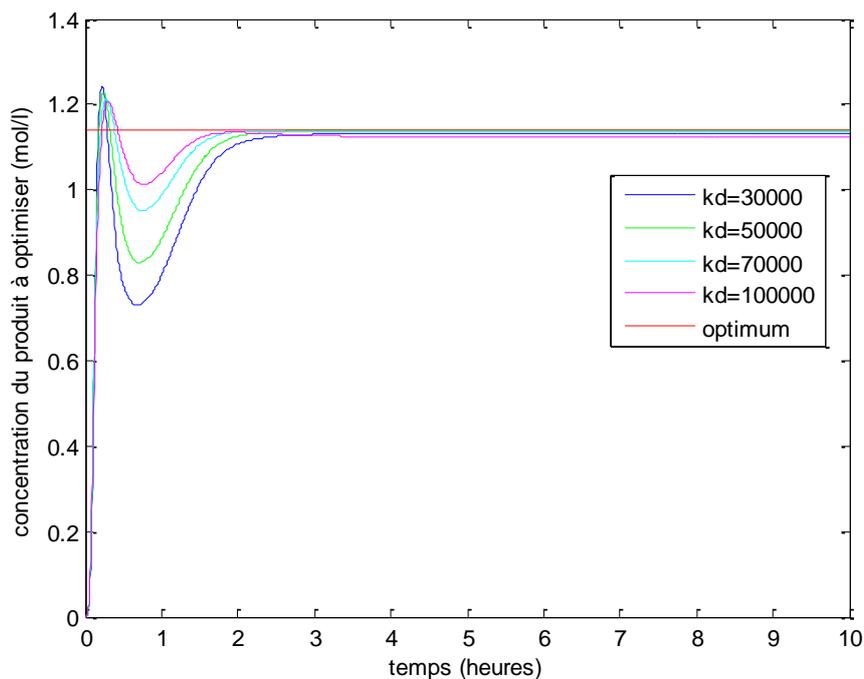
### II.5.3 Influence du gain d'adaptation :



**Figure (2.15) – Influence du gain d'adaptation**

Une valeur faible du gain d'adaptation approxime ralentit la converge et approxime mal l'optimum. Par contre, une trop forte valeur de ce gain ne ralentit pas la converge mais donne lieu aussi à une mauvaise approximation de l'optimum.

### II.5.4 Gain associé au signal interne $k_d$ :



**Figure (2.16) – Influence du gain associé au signal interne**

On voit que les petites valeurs du gain  $k_d$  ralentissent la convergence ; en augmentant la valeur de ce gain, le régime transitoire devient plus court, l'optimum est donc atteint plus rapidement.

Par contre, de trop fortes valeurs de ce gain, donne lieu à des effets indésirables : la vitesse de convergence s'améliore toujours mais la concentration commence à s'éloigner de son optimum.

## II.6 Conclusion :

Nous avons vu d'après les différentes simulations effectuées dans ce chapitre, l'intérêt principal de l'application de la commande extrémale adaptative qui est d'atteindre une productivité maximale.

Les difficultés rencontrées dans les réacteurs chimiques, sont ceux des mesures disponibles, ainsi, on ne disposait que des mesures de température. La commande extrémale nous a permis d'optimiser en temps réel la concentration d'un produit d'intérêt. Le profil d'équilibre de cette concentration était inconnu et de ce fait, un algorithme d'adaptation a été introduit afin d'estimer les paramètres inconnus de l'approximation universelle utilisée pour approximer ce profil.

Les choix des gains d'adaptation et du gain associé au gradient étaient essentiels sur les performances de la commande. Si ces gains sont choisis trop petits, la convergence était lente, et la concentration se stabilisait autour de l'optimum avec une certaine erreur. Réciproquement, de trop grandes valeurs de ces gains engendraient une mauvaise approximation de l'optimum. Le bon contrôle des conditions expérimentales est aussi recommandé afin de garder l'optimum autour d'une seule valeur.

CONCLUSION

GENERALE

## CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce mémoire était l'application d'une commande extrémale adaptative sur un procédé chimique. L'idée maîtresse était de maximiser, en ligne, la concentration d'un certain produit d'intérêt à la sortie du réacteur en disposant que des mesures de la température.

La grande diversité des réacteurs chimiques nous a permis de mettre en évidence l'importance des modèles mathématiques phénoménologiques des différents types de processus chimiques. Cette modélisation nécessite une bonne compréhension des phénomènes thermodynamiques, de transfert de chaleur, et les mécanismes des réactions.

Notre projet s'est concentré autour du réacteur chimique continu parfaitement agité qui est un système à paramètres localisés et fortement non-linéaire. Dans le cadre de cette étude, l'expression des cinétiques de réaction était supposée inconnue et de ce fait, la conception d'un algorithme de commande et d'estimation a été réalisée. Outre ces cinétiques inconnues, le problème essentiel qui se posait était le manque de mesures disponibles, ainsi, on ne disposait que des mesures de la température.

La stabilité du système en boucle fermée a été démontrée en utilisant la théorie de stabilité de Lyapunov. La convergence du système à un de ses profils optimaux a été garantie au prix d'une condition d'excitation persistante des paramètres. [GUA-04]

La technique de commande adaptative de recherche d'extremum a été testée et validée par des simulations numériques sur un exemple de la réaction van de Vusse. Il a été montré que le choix du gain d'adaptation et du gain associé au gradient était important pour la bonne approximation de l'optimum ainsi que la rapidité de convergence de la concentration.

## **Recommandations et travaux futurs :**

Afin d'affiner ce travail, il serait intéressant d'améliorer la structure du réseau de neurones approximant le profil d'équilibre du produit à optimiser ; Ainsi, dans ce travail, l'approximation par le réseau de fonctions à bases radiales 'RBF' était une solution simple à utiliser, afin d'alléger le contrôleur.

Nous opterons aussi pour l'introduction des concepts de la commande robuste à la commande extrémale. Ces notions présentent l'avantage d'être robustes par rapport aux fortes perturbations.

Afin d'étudier le réacteur chimique dans sa totalité, il serait aussi intéressant d'étudier les systèmes de contrôle de la température de la chemise du réacteur avec plus de détails.

La technique de commande adaptative par recherche d'extremum appliquée à des réacteurs chimiques non-isothermes a montré son efficacité pour la commande et l'optimisation en ligne des réacteurs continus parfaitement mélangés. Il serait intéressant d'étendre cette méthodologie de recherche adaptative d'extremum à la commande de systèmes à paramètres distribués ; c'est le cas des réacteurs tubulaires non-isothermes qui sont modélisés par des équations différentielles partielles hyperboliques non-linéaires.

# Bibliographie

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [ANT-03] Antonelli, R., Astolfi, A., 2003. Continuous stirred tank reactors: easy to stabilise ? *Automatica* 39 (10), 1817-1827.
- [ARI-03] ARIYUR, K. B., KRSTIC, M., 2003, Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control, John Wiley and Sons.
- [AST-89] Astrom K.J., Wittenmark, B., 1995. Adaptive control. Second edition. Addison-Wesley.
- [BEL-04] Belhout., A., , 2004. Commande extrémale adaptative appliqué au bioréacteur. Projet de Fin d'Etudes, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.
- [GUA-02] Guay, M. and T. Zhang, 2002. Adaptive extremum seeking control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *Proc. IFAC World Congress, Barcelona* pp. 475–481.
- [GUA-04] Guay, M., Dochain, D. and Perrier, M., 2004, Adaptive Extremum Seeking Control of Nonisothermal Continuous Stirred Tank Reactors. *Chemical Engineering Science* 60, 3671-3681.
- [HUD-04] Hudon, N., Perrier, M., Guay, M., Dochain, D., 2004. “Adaptive Extremum Seeking of Nonisothermal Tubular Reactor,” in *Proceedings of the 43rd IEEE Conference of Decision and Control*, Paradise Island, Bahamas.
- [KHA-07] Khaled, A., R., 2007. Contribution de l’outil bond graph pour la modélisation des réacteurs chimiques en vue de leur supervision. Thèse de Doctorat, Université de Lille 1.
- [KRS-95] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P., 1995. Nonlinear and Adaptive Control Design, John Wiley and Sons.