

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

12/85

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

lex

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

Département de Génie Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

ETUDE DYNAMIQUE D'UN SUPPORT DE ROUE

DE SECOURS D'UN VEHICULE CONSTRUIT

PAR LA S.N.V.I. ROUIBA

Dirigé par:

Mr. W. KUROWSKI

Etudié par :

Mr A. BOUADANI

Promotion : Janvier 1985

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

الدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

Département de Génie Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

ETUDE DYNAMIQUE D'UN SUPPORT DE ROUE
DE SECOURS D'UN VEHICULE CONSTRUIT
PAR LA S.N.V.I. ROUBA

Dirigé par:

Mr. W. KUROWSKI

Etudié par :

Mr A. BOUADANI

Promotion : Janvier 1985

BOUADANI Abderrahman

Dépt: genie mécanique

Promoteur: Mr KUROWSKI

ملخص

يتمثل موضوعنا في الدراسة الدينامية لحامل عجلة احتياطية لشاحنة مصنوعة بالمركب الصناعي للشاحنات بالروبية.
و تأتي هذه الدراسة بعد الانشقاق الملحوظ على مستوى ربطا هذا الحامل خلال استعمال هذه الشاحنة. و تحتوي دراستنا على وضع نموذج رياضي للحامل وتحليل نظري للاجهادات الدينامية للحامل. و تحليل تجريبي لحركة الحامل وأخيرا مقارنة بين النتائج النظرية و التجريبية المحسولة.

Résumé

L'objet de notre travail consiste en l'étude dynamique d'un support de Roue de secours d'un camion construit par C.V.I. Rouiba.
Cette étude vient à la suite des fissurations observées au niveau du support
Notre étude se compose essentiellement de la modelisation du support et
l'analyse expérimentale et théorique du support.
Et par suite une comparaison des résultats obtenus.

SUMMARY

In this thesis, the dynamic strength research of spare wheel bracket of teh C.V.I.Rouiba made lorry have been presented. Calculated for static charge bracket to fracture deterioration during normal exploitation of the lorry. the following questions have been considered in this thesis:
five degree of freedom dynamic model of the system, experimental investigation of vibration of the system, results due to vibration movement of the system and dynamic stresses in the bracket.

DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail :

- A mes parents .
- A mes frères et sœurs .
- A mes oncles et mes cousins .
- A mes amis de Djenan EL Mabrouk et de l'ENP .
- A toute ma famille .

A. BOUADANI

REMERCIEMENTS

- * Je saisis cette occasion pour remercier M^r W. KUROWSKI de m'avoir suivi tout le long de mon travail et pour ces conseils qui m'ont été utiles.
- * Je remercie également tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.
- * Je remercie aussi le personnel de la SONACOME pour leur aide.
- * Je remercie tous ceux qui ont participé à la réalisation de ce projet.



T A B L E D E M A T I E R E S

-oOo-----oOo-

INTRODUCTION	I
BUT DU SUJET	3
I- ANALYSE DU FONCTIONNEMENT DU SUPPORT	4
I.1: Description du support	4
I.2: Les déformations du support ..	4
2- MODELATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE	7
2.1: Définition	7
2.2: Modèle du support.....	8
2.3: Description du support	10
3- CALCUL DES PARAMETRES DU SUPPORT	12
3.1: Calcul du centre de gravité	12
3.2: Calcul des moments d'inertie du support	14
3.3: Calcul des coefficients de rigidité	16
3.4: Calcul des facteurs d'inertie.....	24
3.5: Calcul des coefficients d'amortissement	31
4- DESCRIPTION DES PRINCIPES DE LA MODELISATION MATHEMATIQUE	42
4.1: Modèle mathématique du support	44
4.2: Méthode de détermination des fréquences propres	45
4.3: Calcul des fréquences propres	46
4.4: Calcul des coefficients d'amplification	50
5- MESURE DE VIBRATIONS	52
5.1: But de la mesure	52
5.2: Grandeurs à mesurer	52
5.3: Schéma du dispositif de la mesure	53
5.4: Fixation du capteur	53
5.5: Analys des mesures	54
CONCLUSION	63

INTRODUCTION

La roue de secours présente un accessoire nécessaire pour un véhicule industriel lors de son utilisation. Donc cette roue doit être transportable et en plus rigidement attachée au véhicule.

Cela nous amène à concevoir un moyen de fixation des roues de secours appelé support.

Selon le type du camion et son utilité dans le domaine industriel on remarque qu'il existe différents types de support.

La construction de ces supports dépendent généralement de la dimension et le poids de la roue.

On peut dire que le système support et roue de secours présente plusieurs intérêts d'une part fixation de la roue et d'autre part faciliter le changement de la roue crevée d'où un fonctionnement continu aux véhicules routiers ou de type chantier.

Mais après une durée suffisante du fonctionnement du camion le support présente des fissurations au niveau de fixation. Ces fissurations sont indésirables et peuvent conduire à des conséquences néfastes pour la sécurité du matériel et par suite leur endurance. D'où cela présente un danger permanent pour le camion au cours de son fonctionnement et en particulier aux usagers qui circulent dans la route.

Vu les incidents cités précédemment qui sont connus et enregistrés par le service qualité du complexe des véhicules industriels, cela pose le besoin d'une étude et d'une analyse du support de la roue.

Ce support appartient aux différents véhicules construits au niveau du complexe, mais nous intéressons en particulier à étudier le support du C 260 qui symbolise camion possédant une puissance de 260 CV et qui travaille généralement sur chantier.

Le support de roue existant qui est l'objet de notre étude a été étudié statiquement par le constructeur autrement dit la résistance statique est vérifiée et malgré le coefficient de sécurité du matériau qui était pris, le phénomène de fissurations se manifestent toujours sur le support.

En vertu de ce raisonnement on peut suggérer que la résistance dynamique qui décide la capacité du support, et c'est pourquoi l'étude dynamique doit être prise en considération pour des systèmes mécaniques.

BUT DU SUJET

L'objet de notre travail consiste à l'étude du comportement dynamique d'un support de roue de secours.

Notre étude portera sur un support existant d'un véhicule construit par la SNVI de type C260. Pour cela il faut :

- établir une méthode de calcul dynamique.
- Vérifier cette méthode par le côté expérimental.
- Etablir les conclusions permettant l'application pratique de cette méthode.
- Etablir certaines conclusions concernant le support existant.

L'intérêt de cette étude : c'est donner les causes des fissurations et donner des informations au point de vue dynamique car on se limite pas de renforcer les parties fissurées qui sont les exposées à la dégradation, mais donner au support une forme simple, résistante et économique.

Donc notre étude présente le premier pas de la résolution du problème des fissurations du support et elle servira de base pour les études qui traitent le problème du côté amélioration de la construction du support ou suggérer un nouveau modèle du support.

CHAPITRE 1 : Analyse du Fonctionnement du Support

1.1 Description du support .

Le support se situe sur la partie gauche du camion , fixé sur le longeron du chassis par huit boulons de type H 12 (Fig 1)

Il est formé d'un ensemble de pieces en tôle d'acier doux embouties et reliés entre elles par des cordons de soudure à arc et par soudure par point pour le renforcement du support .

La masse propre du support est égale approximativement à 18 Kg .

Par sa partie inferieure est attachée la roue de secours par 3 boulons d'où elle est supposée rigidement fixée au support .

La masse de la roue est égale à 120 Kg qui est importante et cela necessite une conception résistante et fiable du support .

On remarque que le support se trouve à une hauteur d'un mètre , donc pour fixer cette roue au support on a prévu un systeme de levage simple par intermediaire d'un cable de type NF A47.202 et un systeme de manivelle .

Cela facilite la tâche au conducteur lors du changement de la roue pendant la crevaision .

1-2 Les déformations du support .

Le support de roue subit différentes déformations

a.: Les déformations statiques.

Elles sont dues essentiellement à la charge propre du support et la charge fixée de la roue qui est importante et produisent des efforts de flexion.

b.: Les déformations dynamiques

Les efforts perturbatrices existants lors du fonctionnement du camion sont produits généralement par les sources intérieures par exemple le groupe propulseur (moteur, boîte, pont, ...) qui sont des excitateurs en permanence et les sources extérieures qui sont par exemple la déformation de la chaussée, démarrage, freinage brusque.

Tous ces efforts qui s'ajoutent et produisent l'excitation du support et se manifestent par un mouvement vibratoire.

Donc pour ces les vibrations mécaniques présentent un effet parasite pour un système mécanique et donnent lieu à des inconvénients pour le fonctionnement du camion

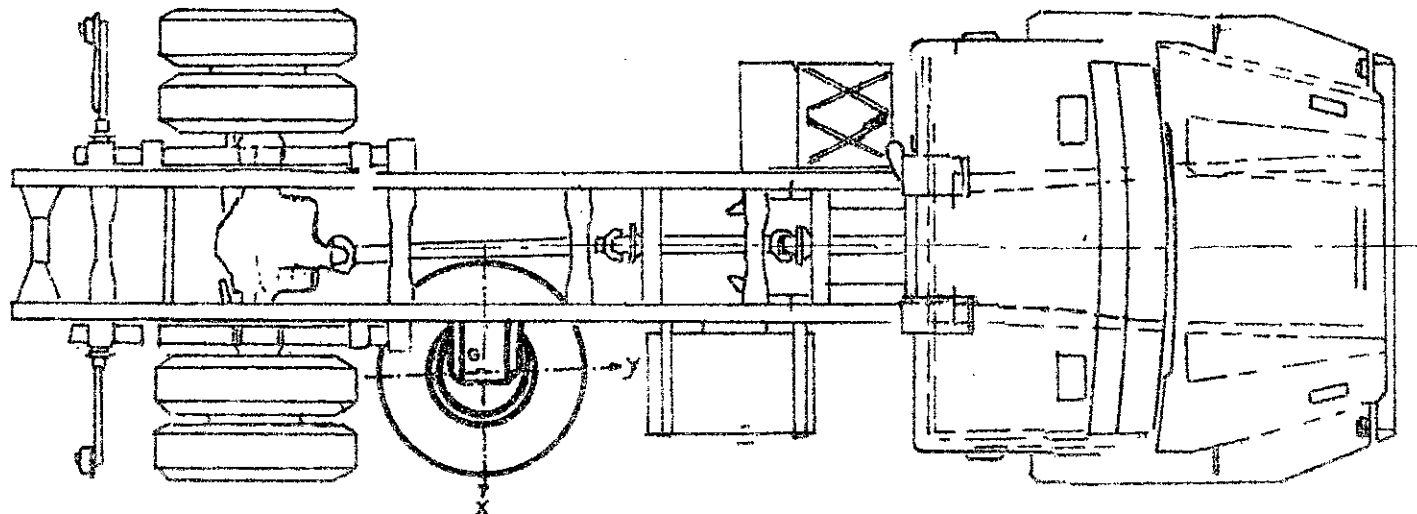


Fig. I: LOCALISATION DU SUPPORT DE ROUE DE SECOURS SUR LE CHASSIS

DU CANION C 260.

CHAPITRE 2:

Modelisation du comportement dynamique.

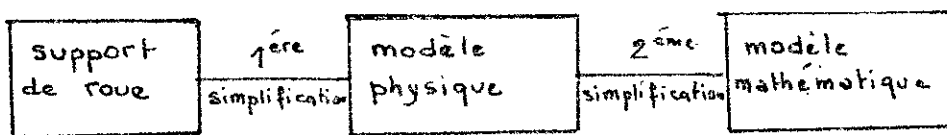
2.1: Définition:

Le système étudié à l'état réel se présente comme une structure complexe par sa géométrie variée, par sa constitution hétérogène et par ses charges non réparties. Pour cette raison il est nécessaire de procéder à certaines simplifications pour pouvoir établir un modèle bien simple par rapport à l'existant qui facilite la compréhension du comportement du support.

A partir du modèle nommé modèle physique, on peut calculer les paramètres nécessaires et le décrire à l'aide des relations mathématiques.

Ces paramètres sont : le centre de gravité, les moments d'inertie, les coefficients de rigidité, les coefficients d'amortissement

Donc on peut résumer cette introduction par un schéma explicite



Cela rend possible d'établir ce modèle mathématique que nous espérons trouver le mouvement du support qui sera exprimé par ses caractéristiques de fréquences.

2-2: Modèle du support.

A partir de la description précédente nous admettons que notre support peut être assimilé à une poutre encastrée par sa partie de fixation de section normale de forme en \perp . A cette poutre en un point G (voir Fig 1) est attachée la roue possédant une masse et une inertie. Cela est schématiquement présenté sur la fig 2. On remarque qu'en réalité la roue est attachée en dessous du point G sur l'axe Z , mais pour faciliter l'étude nous admettons qu'elle est attachée au point G et prenons ce point comme origine du système de coordonnées X, Y, Z .

Admettons maintenant que le système support plus roue possède une rigidité, un amortissement et une inertie due à la grande masse de la roue.

Un tel système possède six degrés de liberté représentés par trois déplacements de translation x, y, z et par trois mouvements de rotation définis par les angles de rotation θ, ψ, φ .

On peut espérer que le mouvement de translation suivant l'axe x est négligé vu que sa fixation et sa rigidité supposés suffisantes qui empêchent le mouvement perpendiculaire au châssis.

Finalement nous prenons en considération pour notre étude que cinq degrés de liberté à savoir :

- * déplacement en translation suivant l'axe GZ résulté par la flexion du support dans le plan XZ .
- * déplacement en translation suivant l'axe GY résulté par la flexion du support dans le plan XY .
- * rotation autour de l'axe GY résultée par la flexion du support dans le plan XZ .
- * rotation autour de l'axe GZ résultée par la flexion du support dans le plan XY .
- * rotation autour de l'axe GX résultée par la torsion du support dans le plan YZ .

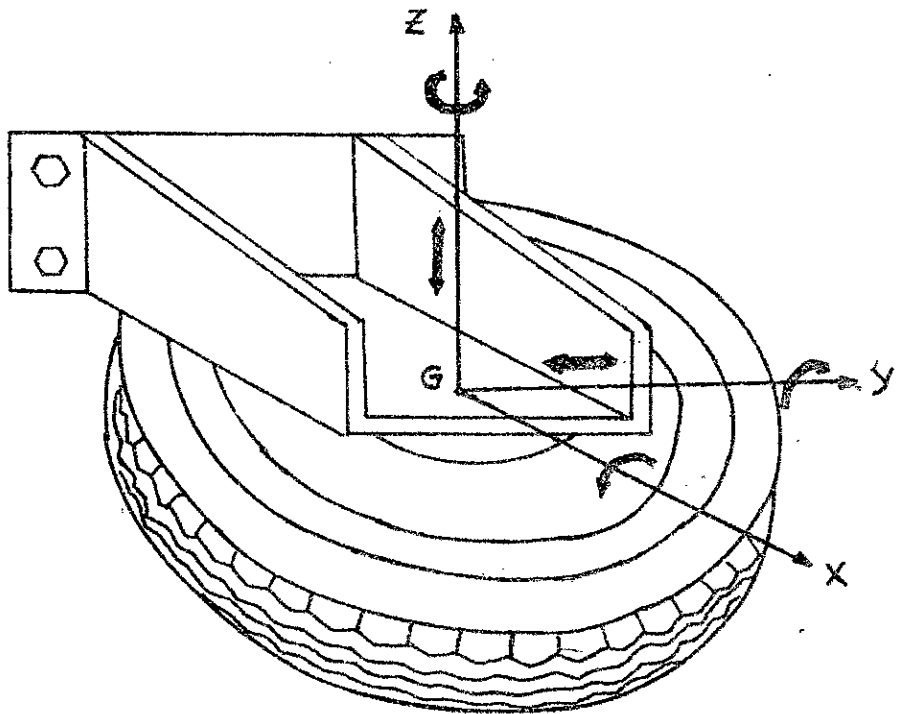


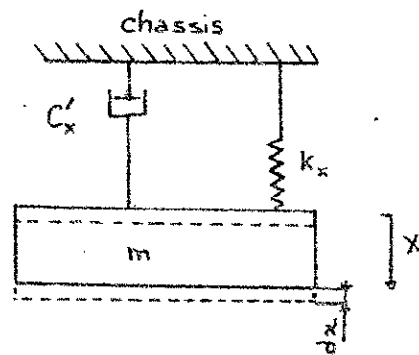
Fig: 2

2-3: Description du mouvement du support

a) Mouvement translation.

Chaque mouvement de translation du système support et roue est défini par un système à un degré de liberté qui est illustré simplement par la figure 3.

fig 3



donc l'ensemble support et roue est supposé à une poutre chargée et déformable possédant une raideur K qui explique l'élasticité du support et un amortissement désigné par C' qui explique l'amortissement interne qui est une caractéristique du matériau du support.

L'équation générale d'un tel système et pour un mouvement oscillatoire amorti est :

Force d'inertie + force d'amortissement + force élastique = 0

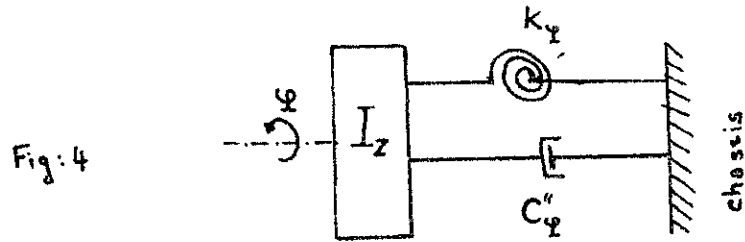
$$\text{d'où on a : } m \frac{d^2 x}{dt^2} + C'_x \frac{dx}{dt} + K_x x = 0$$

$$\text{posons } \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$m \ddot{x} + C'_x \dot{x} + K_x x = 0$$

b) Mouvement de rotation

Chaque mouvement de rotation du système support et roue est défini par un système à un degré de liberté qui est illustré schématiquement par la figure 4.



L'ensemble support et roue possède une raideur K_φ qui explique l'élasticité torsionnelle du support et un amortissement interne défini par un coefficient C_φ'' qui est une caractéristique du matériau du support.

L'équation générale d'un tel système et pour un mouvement oscillatoire amorti est donné par la relation suivante:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + C_\varphi'' \frac{d\varphi}{dt} + K_\varphi \varphi = 0$$

si on pose $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ et $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$

La relation précédente devient:

$$I \ddot{\varphi} + C_\varphi'' \dot{\varphi} + K_\varphi \varphi = 0$$

Tous les paramètres nécessaires pour l'établissement des équations de mouvement pour la translation et rotation seront établis et calculés par la suite.

CHAPITRE 3 :

Calcul des paramètres du support modèle.

3.1: Calcul du centre de gravité

La section droite du support est de forme en U mais cette section est variable suivant l'axe X.

Pour le calcul du centre de gravité, on a considéré une section moyenne constante qui simplifera par la suite le calcul.

Donc cela est explicable par la figure 5.

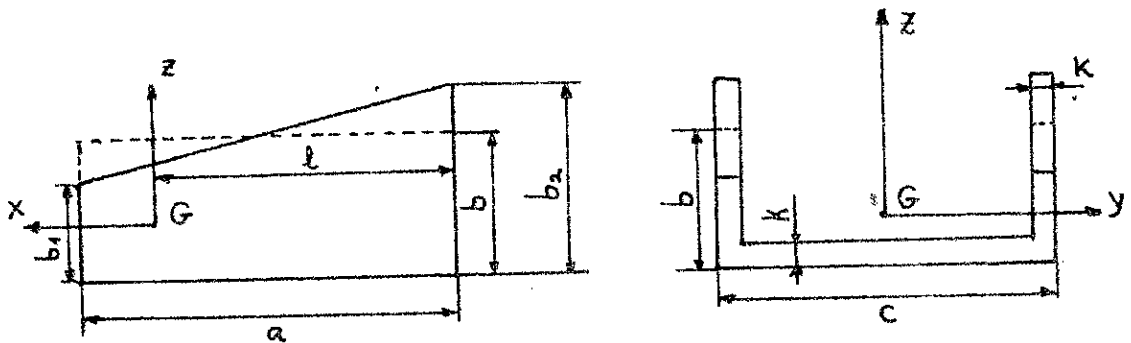


Fig: 5

Les dimensions du support sont :

$$b_1 = 186 \text{ mm}$$

$$b_2 = 98 \text{ mm}$$

$$a = 357 \text{ mm}$$

$$c = 270 \text{ mm}$$

$$k = 4 \text{ mm}$$

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2} = \frac{186 + 98}{2} = 142 \text{ mm}$$

Les coordonnées du centre de gravité est donnée par les relations

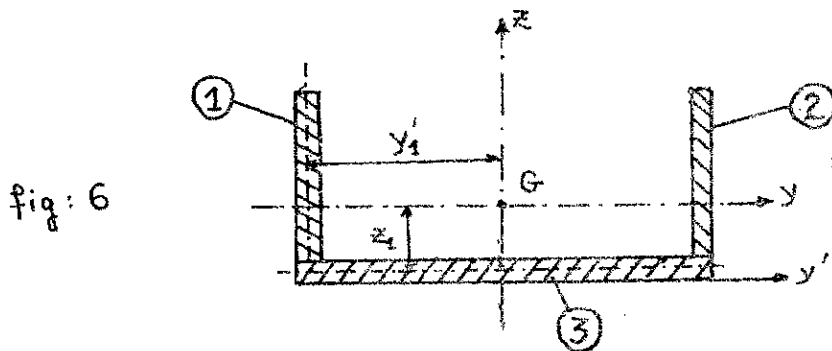
suivantes :

$$\bar{y}'_G = \frac{A_1 y'_1 + A_2 y'_2 + A_3 y'_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\bar{z}_G = \frac{A_1 z_1 + A_2 z_2 + A_3 z_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

avec A_i : aire de la section i $i = 1, 2, 3$.

y'_i, z_i : distance qui sépare le centre de gravité et le centre de gravité de chaque élément i (Fig 6)



le calcul des coordonnées du point G sera donné sous forme de tableau ci dessous :

N	A_i mm ²	z_i mm	y'_i mm	$y'_i A_i$ mm ³	$z_i A_i$ mm ³
1	552	73	-133	-73416	40296
2	552	73	133	73416	40296
3	1080	2	0	0	2160
Σ	2184	-	-	0	82752

finalement
$$\bar{y}'_G = \frac{\sum y'_i A_i}{\sum A_i} = \frac{0}{2184} = 0 \text{ mm}$$

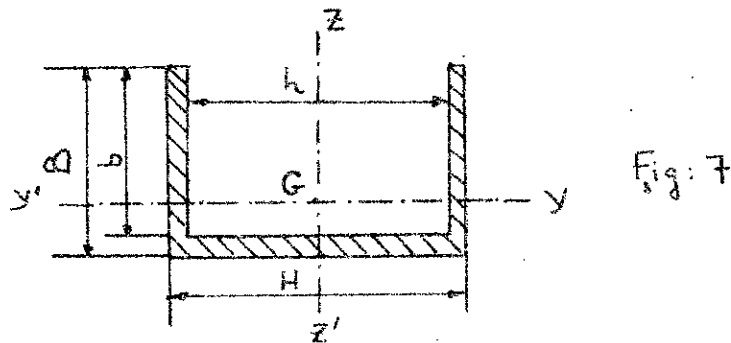
$$\bar{z}_G = \frac{\sum z_i A_i}{\sum A_i} = \frac{82752}{2184} = 37,99 \text{ mm}$$

3.2 : Calcul des moments d'inertie du support

Le calcul des moments d'inertie est donné par l'application des formules simples pour des sections droites bien précises.

Pour notre cas le support est assimilé à une poutre de section moyenne de forme en \sqcup

Les moments d'inertie principaux seront calculés à partir des axes principaux GZ et GY (voir figure 7).



D'après la figure 7 on peut calculer les moments d'inertie suivant l'axe $y'y$ et $z'z'$.

$$I_{GZ} = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$$

$$I_{GY} = \frac{HB^3 - hb^3}{12}$$

Donc ces deux formules I_{GZ} et I_{GY} peuvent être appliquées au calcul des moments d'inertie du support suivant l'axe GZ et GY .

a) Moment d'inertie suivant l'axe Gz .

D'après la figure 5

$$I_{Gz} = \frac{bc^3}{12} - \frac{(b-c)(c-2k)}{12}$$

avec $c = 0,270 \text{ m}$

$b = 0,142 \text{ m}$

$k = 0,004 \text{ m}$

$$I_{Gz} = \frac{0,142 \cdot 0,270^3}{12} - \frac{(0,142 - 0,004) \cdot (0,270 - 2 \cdot 0,004)^3}{12}$$

donc $I_{Gz} = 2,61 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$.

b) Moment d'inertie suivant l'axe Gy .

$$I_{Gy} = \frac{cb^3}{12} - \frac{(c-2k)(b-k)^3}{12}$$

$$I_{Gy} = \frac{0,270 \cdot 0,142^3}{12} - \frac{(0,270 - 2 \cdot 0,004)(0,142 - 0,004)^3}{12}$$

d'où $I_{Gy} = 7,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$

c) Moment d'inertie polaire.

Le moment d'inertie polaire pour la section considérée par rapport G est donné par la formule suivante :

$$I_G = I_{Gy} + I_{Gz}$$

$$I_G = 0,701 \cdot 10^{-5} + 2,61 \cdot 10^{-5} = 3,31 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_G = 3,31 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

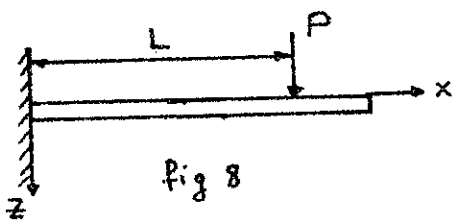
3-3: Calcul des coefficients de rigidité

Pour le calcul des coefficients de rigidité on a utilisé pour ce chapitre directement les résultats de la résistance du matériau.

Les flèches ou déformées seront calculées à partir du modèle du support considéré dans les chapitres précédents où la section droite du support est supposée constante suivant l'axe X. On pourra être plus précis si on a pris en considération la variation de la section droite du support et cela en introduisant le moment fléchissant réduit mais l'influence sur le calcul de la rigidité est faible.

a) Calcul de coefficient de rigidité K_z .

Donc pour une poutre encastrée dont une charge P s'exerce à une distance L est représentée par la figure 8



La déformée pour le cas schématisé par la figure 8 sera donnée par la relation suivante:

$$\delta_z = f_{x=L} = \frac{PL^3}{3EI_{cy}}$$

avec P : charge exercée

E : module d'élasticité longitudinal

L : distance de l'application de P

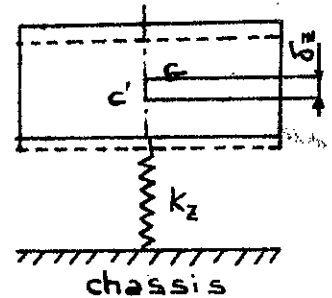
I_{cy} : moment d'inertie suivant Gy .

Le mouvement de translation suivant l'axe Z est représenté par le modèle schématisé par la figure 9

K_z : coefficient de rigidité
suivant l'axe Z

δ_z : déplacement du \bar{c} la
flexion suivant l'axe Z

fig: 9



La force élastique est proportionnelle au déplacement δ_z

$$\text{donc } |P| = K_z \cdot \delta_z$$

d'où le coefficient de rigidité

$$K_z = \frac{P}{\delta_z} = \frac{P}{\frac{PL^3}{3EI_y}} = \frac{3EI_y}{L^3}$$

$$\text{finalement : } K_z = \frac{3EI_y}{L^3}$$

$$\text{AN : } E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$I_y = 0,70 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$L = 0,235 \text{ m}$$

$$K_z = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,7 \cdot 10^{-5}}{(0,235)^3} = 3,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_z = 3,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) Calcul du coefficient de rigidité K_θ

Pour le calcul de la rigidité de rotation suivant l'axe Z , on a utilisé la rotation de la poutre représentée par la figure 10.

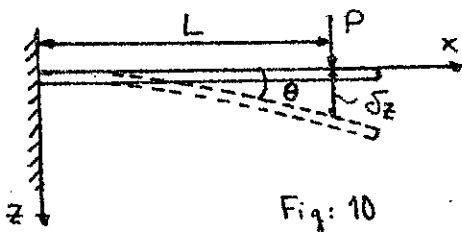


Fig: 10

θ : angle de rotation de la flèche

δ_z : flèche suivant l'axe Z.

D'après les résultats des résistances du matériau pour le cas de la fig 10

L'angle de rotation est dérivé par :

$$\operatorname{tg} \theta = y'_{x=L} = \frac{PL^2}{2EI_{cy}}$$

Le mouvement de rotation autour de l'axe Y défini par l'angle de rotation θ est schématisé par le modèle de la fig 11.

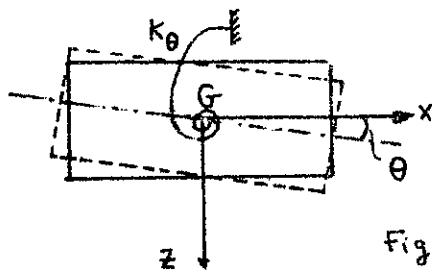


Fig 11

K_θ : coefficient de rigidité de rotation autour GY.

Le moment produit par la charge exercée P à une distance L est

$M = PL$ est équilibré par le couple élastique de torsion M'

qui est égale : $M' = K_\theta \cdot \theta$

donc on a $M' = M \Rightarrow K_\theta \cdot \theta = PL$

Le coefficient de rigidité de rotation est :

$$K_\theta = \frac{PL}{\theta}$$

Puisque le support possède des rotations très faibles alors

$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{PL^2}{2EI_{cy}}$$

$$\text{d'où } k_{\theta} = \frac{P \cdot L}{\frac{P \cdot L^2}{2EI_{Gy}}} = \frac{2EI_{Gy}}{L}$$

$$\text{finalement } k_{\theta} = \frac{2EI_{Gy}}{L}$$

$$\text{AN: } k_{\theta} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,7 \cdot 10^{-5}}{0,258} = 0,1 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

c) Calcul du coefficient de rigidité K_y

Le coefficient de rigidité suivant l'axe de translation Gy sera établi de la même que celui de l'axe Gz .

Donc le support est assimilé à une poutre encastrée chargée par une force P' arbitraire. Supposez simplement pour le calcul.

la distance d'application P' est toujours L : le point d'application de la charge. (Fig 12)

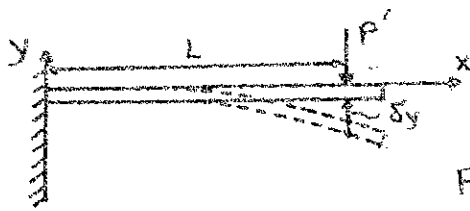
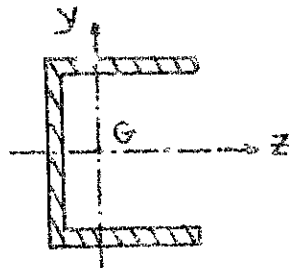


Fig: 12



La déformée pour le cas présenté par la figure 12 est donnée par la relation suivante.

$$\delta_y = \frac{P' L^3}{3EI_{Gz}}$$

P' : charge arbitraire

E : module d'élasticité

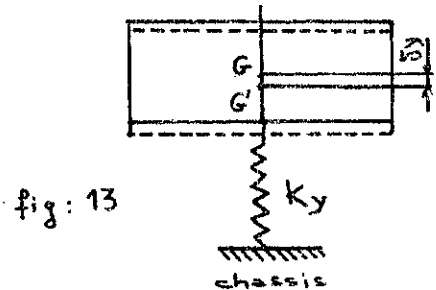
L : distance d'application de P'

I_{Gz} : moment d'inertie suivant Gz .

Le mouvement de translation suivant l'axe Y est représenté par le modèle schématisé par la figure: 13

K_y : coefficient de rigidité suivant l'axe Y

δ_y : déplacement du à la flexion suivant l'axe Y .



La force élastique est proportionnelle au déplacement δ_y qui s'oppose au mouvement du support.

$$|P'| = K_y \cdot \delta_y.$$

d'où le coefficient de rigidité est donné par:

$$K_y = \frac{P'}{\delta_y} = \frac{P'}{\frac{P' L^3}{3E I_{Gz}}} = \frac{3E I_{Gz}}{L^3}$$

finalément: $K_y = \frac{3E I_{Gz}}{L^3}$

AN: $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

$I_{Gz} = 2,61 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$

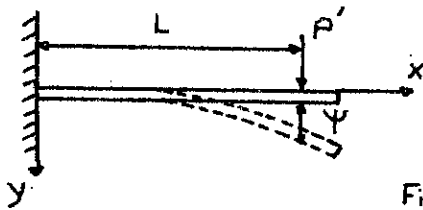
$L = 0,235 \text{ m}$

$$K_y = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,61 \cdot 10^{-5}}{(0,235)^3} = 11,62 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_y = 11,62 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

d) Calcul du coefficient de rigidité K_ψ

Pour le calcul de la rigidité de rotation suivant l'axe Y , on a utilisé la rotation de la flèche représentée par la figure 14



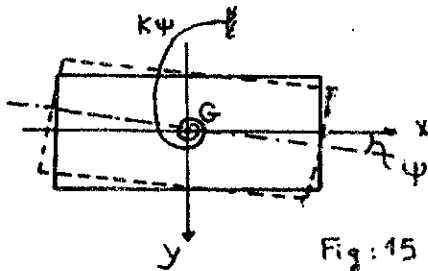
Ψ : angle de rotation de la flèche

Fig: 14

D'après les résultats de cours des résistances du matériau pour le cas de la figure 14, l'angle de rotation est défini par:

$$\operatorname{tg} \Psi = y'_{x=L} = \frac{PL^2}{2EI_{Gz}}$$

Le mouvement de rotation autour de l'axe Z défini par l'angle de rotation Ψ est schématisé par le modèle de la fig 15



K_{Ψ} : coefficient de rigidité de rotation autour GZ.

Fig: 15

Le moment produit par la charge P' quelconque à une distance L est $M = P'L$ est équilibré par le couple élastique M' qui est égale : $M' = K_{\Psi} \cdot \Psi$.

$$\text{donc on a } M' = M \Rightarrow K_{\Psi} \cdot \Psi = P'L$$

Le coefficient de rigidité de rotation est exprimé par:

$$K_{\Psi} = \frac{P'L}{\Psi}$$

En supposons que le support agit avec des faibles angles de rotation alors : $\operatorname{tg} \Psi = \Psi = \frac{P'L^2}{2EI_{Gz}}$

d'où
$$K_{\psi} = \frac{P'L}{\frac{P'L^2}{2EI_{Gz}}} = \frac{2EI_{Gz}}{L}$$

finalement
$$K_{\psi} = \frac{2EI_{Gz}}{L}$$

AN:
$$K_{\psi} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,61 \cdot 10^{-5}}{0,238} = 0,438 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd.}}$$

e) Calcul du coefficient de rigidité K_{ψ}

Le coefficient de rigidité est calculé à partir de la torsion du support autour de l'axe X

donc l'angle de déformation φ d'une longueur donnée L produit un couple M_t est défini par la relation suivante:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot L}{G I_G} \quad \begin{array}{l} G = \text{module d'élasticité transversal.} \\ I_G = \text{moment d'inertie polaire.} \end{array}$$

Le mouvement de torsion du support est schématisé par la figure 16

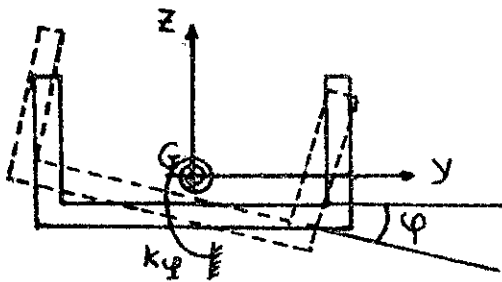


Fig: 16

φ : angle de déformation

d'autre part le couple élastique de rotation est équilibré par le moment de torsion du mouvement autour de l'axe X.

ce couple de torsion élastique est défini par :

$$M_t = K_\varphi \cdot \varphi$$

K_φ : coefficient de rigidité de rotation autour de l'axe X.

φ : angle de rotation autour de l'axe X.

$$\text{d'où } \varphi = \frac{M_t}{K_\varphi} = \frac{M_t \cdot l}{G I_G}$$

$$\text{finalement } K_\varphi = \frac{G I_G}{l}$$

AN

$$G = 0,4 = 0,4 \cdot 2 \cdot 10^{11} = 0,8 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$I_G = I_{Gx} + I_{Gy} = 3,31 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$l = 0,238 \text{ m}$$

$$K_\varphi = \frac{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 3,31 \cdot 10^{-5}}{0,238} = 0,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

En résumé : les coefficients de rigidité pour chaque mouvement du support sont :

$$K_z = 3,11 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$K_y = 11,62 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$K_\theta = 0,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

$$K_\psi = 0,44 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

$$K_\varphi = 0,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

3-4 Calcul des facteurs d'inertie

Les facteurs d'inertie sont généralement la masse de roue de secours et les moments d'inertie massique de la roue pour chaque axe.

a) Masse de la roue

Chaque élément qui constitue la roue de secours a été pesé.

- masse de la roue de secours = 120 Kg.
- masse de la jante = 40 Kg.
- masse du pneu \simeq 75 Kg.

La masse du support est environ 18 kg. qui est considérée faible devant la masse de la roue de secours.

b) Méthode de calcul du moment d'inertie

Le calcul des moments d'inertie massiques par rapport aux axes de la roue sont $I_{x'}$, $I_{y'}$ et I_z .

Pour cela on décompose la roue en éléments simples cylindriques on calcule pour chaque élément son moment d'inertie I_k puis

on fait la somme.
$$I = \sum_{k=1}^n I_k$$

On remarque que la roue est symétrique donc $I_{x'} = I_{y'}$

c) Moment d'inertie d'un cylindre creux

Pour un cylindre creux de rayon extérieur R et de rayon intérieur r et d'épaisseur h (fig 17)

R : rayon extérieur.

r : rayon intérieur.

h : hauteur.

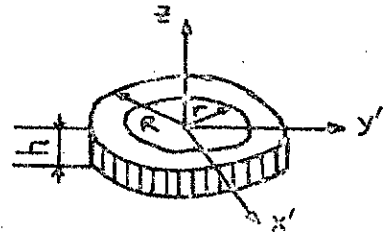


Fig : 17

les moments d'inertie suivant les axes x', y', z sont :

$$I_z = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2)$$

$$I_{y'} = I_{x'} = \frac{1}{4} m (R^2 + r^2 + \frac{1}{3} h^2).$$

d) Schématisation de la roue de secours

Pour le calcul du moment d'inertie, la roue de secours est simplifiée par rapport au la roue réelle et cela pour simplifier le calcul.

Elle est schématisée par la figure 18

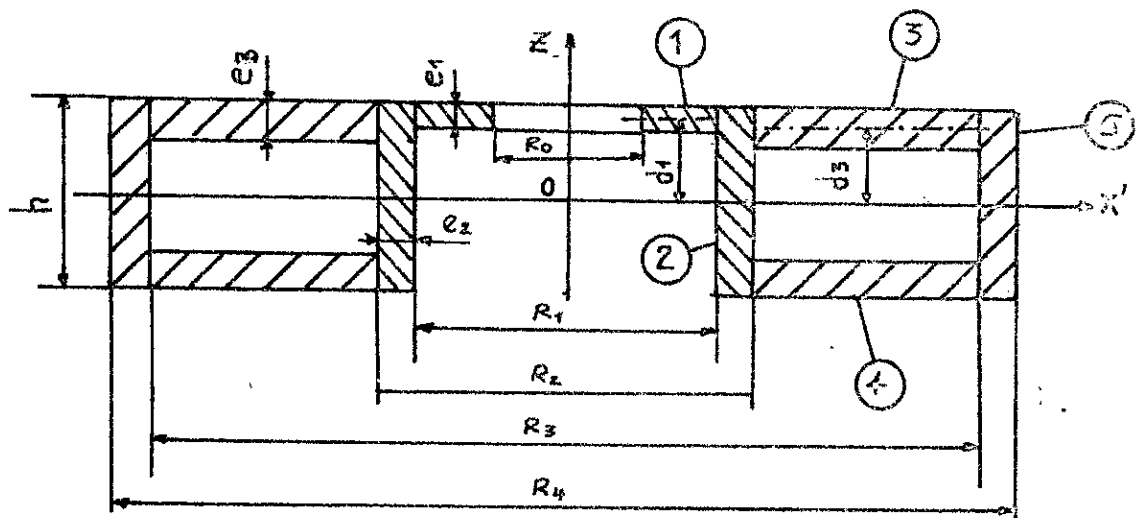


Fig : 18

e) Dimensions de la roue

$$R_0 = 141 \text{ mm}$$

$$e_1 = 10 \text{ mm}$$

$$h = 300 \text{ mm}$$

$$R_1 = 248 \text{ mm}$$

$$e_2 = 7 \text{ mm}$$

$$d_3 = 140 \text{ mm}$$

$$R_2 = 255 \text{ mm}$$

$$e_3 = 20 \text{ mm}$$

$$R_3 = 510 \text{ mm}$$

$$d_4 = 145 \text{ mm}$$

$$R_4 = 560 \text{ mm}$$

f) Calcul des masses des éléments

Pour calculer les masses de tous les éléments de la roue, on se réfère à la figure.

- masse m_1

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 \pi e_1 (R_1^2 - R_0^2) \quad \rho_1 = \rho_{\text{acier}} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$m_1 = 7800 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (248^2 - 141^2) \cdot 10^{-6} = 40,19 \text{ kg}$$

$$m_1 = 40,19 \text{ kg}$$

- masse m_2

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 \pi h (R_2^2 - R_1^2) \quad \rho_2 = \rho_{\text{acier}} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$m_2 = 7800 \cdot 3,14 \cdot 300 \cdot 10^{-3} \cdot (255^2 - 248^2) \cdot 10^{-6} = 25,88 \text{ kg}$$

$$m_2 = 25,88 \text{ kg}$$

- masse m_3

$$m_3 = \rho_3 V_3 = \rho_3 \pi e_3 (R_3^2 - R_2^2)$$

$\rho_3 =$ masse volumique du caoutchouc vulcanisé

$$\rho_3 \approx 980 \text{ kg/m}^3$$

$$m_3 = 980 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (510^2 - 255^2) \cdot 10^{-6} = 12,01 \text{ kg}$$

donc $m_3 = 12,01 \text{ Kg}$

masse m_4

$$m_4 = \rho_4 \cdot V_4 = \rho_4 \cdot \pi e_3 (R_3^2 - R_2^2)$$

$$m_4 = m_3 = 12,01 \text{ Kg}$$

masse m_5

$$m_5 = \rho_5 V_5 = \rho_5 \pi h (R_4^2 - R_3^2) \quad \rho_5 = \rho_{\text{caoutchouc}} = 980 \text{ Kg/m}^3$$

$$m_5 = 980 \cdot 3,14 \cdot 300 \cdot 10^{-3} (560^2 - 540^2) = 49,41 \text{ Kg}$$

$$m_5 = 49,41 \text{ Kg}$$

On remarque que la masse totale des éléments 1, 2, 3, 4, 5 est approximativement égale à la masse de la roue réelle.

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 10,19 + 25,88 + 12,01 + 12,01 + 49,41 =$$

$$\sum_{i=1}^5 m_i = 109,5 \text{ Kg}$$

g) Calcul des moments d'inertie de chaque élément

D'après les formules des moments d'inertie déduites précédemment on peut calculer les moments d'inertie pour chaque élément de la roue.

$$I_{1z} = \frac{1}{2} m_1 (R_0^2 + R_1^2)$$

$$I_{1z} = \frac{1}{2} 10,20 (141^2 + 248^2) \cdot 10^{-6} = 0,415 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{1x'} = \frac{1}{4} m_1 (R_0^2 + R_1^2 + \frac{1}{3} e_1^2) + m_1 d_1^2 = \frac{m_1}{4} (R_0^2 + R_1^2 + \frac{1}{3} e_1^2 + 4d_1^2)$$

Le moment $I_{1x'}$ est déduit à partir du Théorème de Huygens - Steiner

$$I_{1x'} = \frac{1}{4} 10,20 (141^2 + 248^2 + \frac{10^2}{3} + 4 \cdot 145^2) \cdot 10^{-6} = 0,420 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{donc } I_{1x'} = 0,420 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Vu que la rove est symétrique dans le plan $x'y'$ alors $I_{1x'} = I_{1y'}$

$$I_{1y'} = 0,420 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{2z} = \frac{1}{2} m_2 (R_2^2 + R_1^2)$$

$$I_{2z} = \frac{1}{2} 25,88 (255^2 + 248^2) \cdot 10^{-6} = 1,637 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{2x'} = \frac{1}{4} m_2 (R_2^2 + R_1^2 + \frac{1}{3} h^2)$$

$$I_{2x'} = \frac{1}{4} 25,88 (255^2 + 248^2 + \frac{1}{3} 300^2) \cdot 10^{-6} = 1,013 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$I_{2x'} = I_{2y'}$ vu la symétrie de la rove.

$$\text{donc } I_{2y'} = 1,013 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{3z} = \frac{1}{2} m_3 (R_3^2 + R_2^2)$$

$$I_{3z} = \frac{1}{2} 12,01 (510^2 + 255^2) \cdot 10^{-6} = 1,952 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{3x'} = \frac{1}{4} m_3 (R_3^2 + R_2^2 + \frac{1}{3} e_3^2) + m_3 d_3^2$$

L'élément 3 se trouve à une distance d_3 de l'axe X' , donc on applique le théorème de Huygens - Steiner

$$I_{3x'} = \frac{m_3}{4} (R_3^2 + R_2^2 + \frac{e_3^2}{3} + 4 d_3^2)$$

$$I_{3x'} = \frac{12,01}{4} (510^2 + 255^2 + \frac{20^2}{3} + 4 \cdot 145^2) \cdot 10^{-6} = 1,229 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Vu la symétrie de la rove alors $I_{3x'} = I_{3y'}$

$$\text{donc } I_{3y'} = 1,229 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Pour l'élément 4, qui est identique à l'élément 3, alors les moments d'inertie sont déjà calculés :

$$I_{4z} = I_{3z} = 1,952 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{4z} = 1,952 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{4x'} = I_{3x'} = 1,229 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{4x'} = 1,229 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{4y'} = I_{3y'} = 1,229 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{5z} = \frac{1}{2} m_5 (R_4^2 + R_5^2)$$

$$I_{5z} = \frac{1}{2} \cdot 49,41 (510^2 + 560^2) \cdot 10^{-6} = 14,173 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{5z} = 14,173 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{5x'} = \frac{1}{4} m_5 (R_4^2 + R_5^2 + \frac{1}{3} h^2)$$

$$I_{5x'} = \frac{1}{4} \cdot 49,41 (560^2 + 510^2 + \frac{1}{3} \cdot 300^2) \cdot 10^{-6} = 7,450 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Vu que la roue présente une symétrie alors $I_{5x'} = I_{5y'}$

$$I_{5y'} = 7,450 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

b) moments d'inertie de la roue

$$I_z = I_{z_1} + I_{2z} + I_{3z} + I_{4z} + I_{5z}$$

$$I_z = 0,415 + 1,637 + 1,229 + 1,229 + 14,173 = 18,683 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{x'} = I_{1x'} + I_{2x'} + I_{3x'} + I_{4x'} + I_{5x'}$$

$$I_{x'} = 0,420 + 1,013 + 1,229 + 1,229 + 7,450 = 11,341 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

La roue de secours présente une symétrie dans le plan $X'Y'$

donc $I_{X'} = I_{Y'} = 11,341 \text{ Kg.m}^2$

$$I_{Y'} = 11,341 \text{ Kg.m}^2$$

Donc pour trouver le moment d'inertie de la roue par rapport aux axes GX et GY , on applique le théorème de Huygens - Steiner.

$$I_X = I_{X'} + m \left(\frac{h}{2} + z_G \right)^2 \quad h = 0,3 \text{ m}$$

$$z_G = 0,038 \text{ m.}$$

AN:

$$I_X = 11,341 + 120 \left(\frac{0,3}{2} + 0,038 \right)^2$$

$$I_X = 15,581 \text{ Kg.m}^2$$

puisque $I_X = I_Y$ donc $I_Y = 15,581 \text{ Kg.m}^2$

finement on peut résumer les facteurs d'inertie dans le tableau suivant:

Facteurs d'inertie	Résultats
masse de la roue	$m = 120 \text{ Kg.}$
I suivant l'axe Z	$I_Z = 18,68 \text{ Kg.m}^2$
I suivant l'axe X	$I_X = 15,58 \text{ Kg.m}^2$
I suivant l'axe Y	$I_Y = 15,58 \text{ Kg.m}^2$

I : désigne moment d'inertie massique.

3.5: Calcul des coefficients d'amortissement

a) introduction

L'amortissement des vibrations pour les corps rigides résulte du frottement interne du matériau. Lors des déformations élastiques alternatives, la dépendance entre la contrainte σ et la déformation ϵ forme une hystérésis qui explique le retard élastique et qui résulte un écart de la loi de Hooke. (Fig 19)

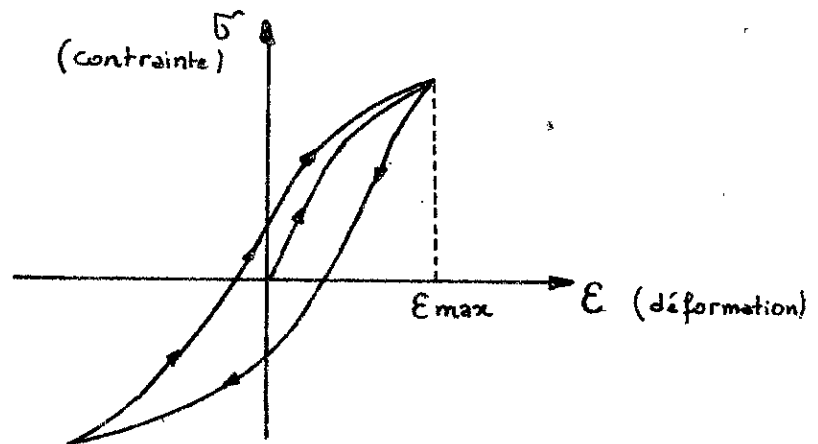
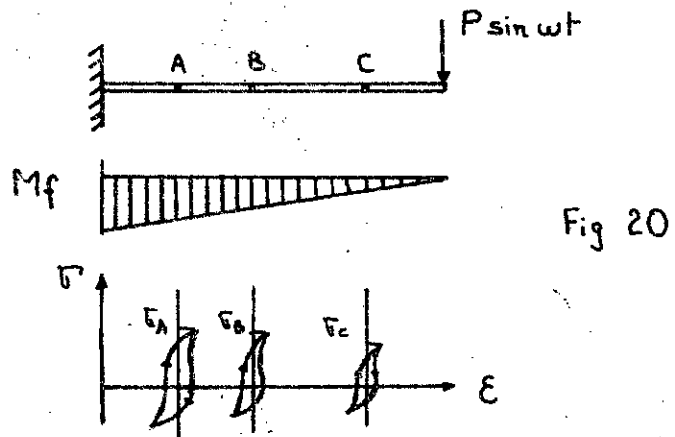


Fig: 19

La forme et la grandeur de l'hystérésis résultent des propriétés du matériau déformé et des grandeurs de déformation et ainsi les contraintes.

L'aire de hystérésis est proportionnelle à la quantité d'énergie perdue par frottement interne du matériau donc elle représente l'amortissement.

Prenons par exemple une poutre encastree chargée par une force sinusoïdale $P \sin \omega t$. Si la poutre de section constante alors la répartition du moment et des contraintes sera indiquée sur la fig 20



On remarque bien pour la même poutre chargé par les forces $P \sin \omega t$ aura l'amortissement variable pour des points différents. Pour ces points on aura des contraintes différentes, donc les aires des hystérésis seront aussi différentes.

b) Méthode de détermination du coefficient d'amortissement

Le chercheur BUSEMANN a donné un diagramme présentant les résultats expérimentaux pour le calcul d'amortissement concernant la torsion. voir [2].

Le phénomène est bien compliqué car le coefficient d'amortissement appelé C et les contraintes donnent une dépendance non linéaire et en plus elle varie avec le nombre de cycle vécus par l'élément pendant le fonctionnement.

Le diagramme de BUSEMAN présente les courbes qui expriment l'énergie donnée sous forme de travail exprimé en [daN.cm] perdue par un volume de 1 cm^3 de la pièce qui est dans cas le support et cette énergie dépend des contraintes subies τ exprimées en [daN/cm²] voir figure : 21

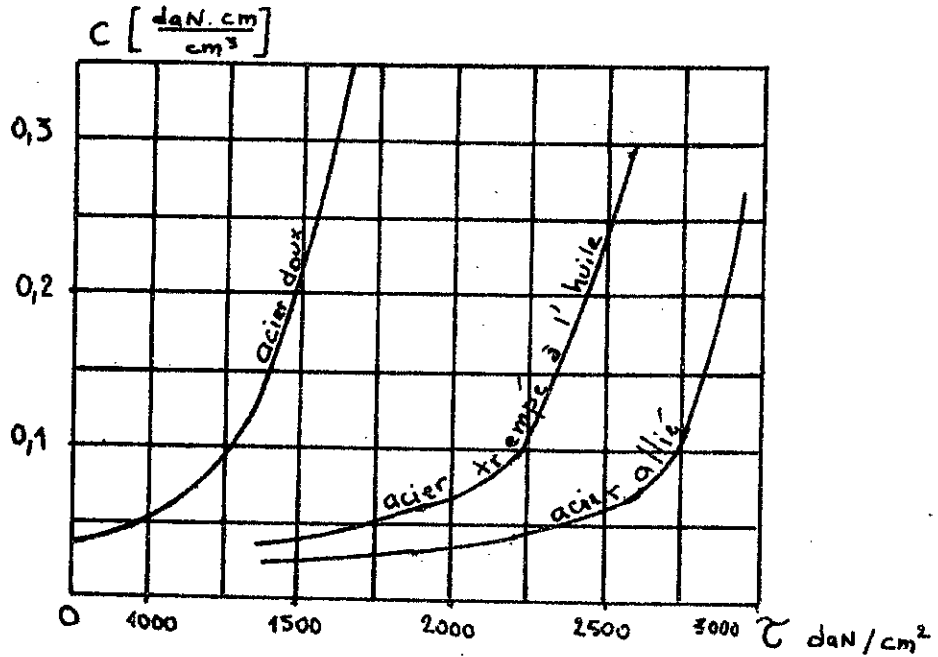


Fig: 21

c: Utilisation du diagramme de BUSMMAN

on calcule le volume du support de roue exprimé en [cm³] présenté par la figure 22

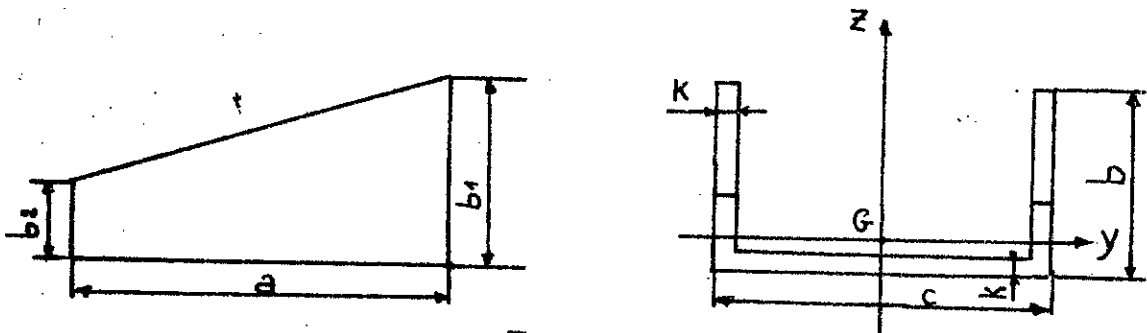


Fig: 21

donc le volume est donné par la relation suivante :

$$V = (c - 2k) a \cdot k + 2 \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot a \cdot k$$

$$V = (c - 2k) a \cdot k + (b_1 + b_2) a \cdot k = a k (c - 2k + b_1 + b_2)$$

AN : $b_1 = 186 \text{ mm}$ $a = 357 \text{ mm}$ $k = 4 \text{ mm}$
 $b_2 = 98 \text{ mm}$ $c = 270 \text{ mm}$

$$V = 357 \cdot 4 (270 - 2 \cdot 4 + 186 + 98) = 779688 \text{ mm}^3$$

donc $V = 779,69 \text{ cm}^3$

La contrainte maximale pour la flexion simple pour le cas présenté dans la figure 22 sera donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max} \cdot r}{I_{yy'}}$$

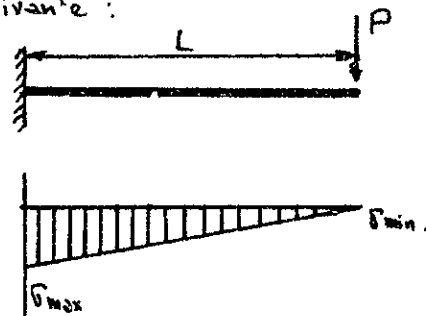


Fig: 22

le moment de flexion maximal est :

$$M_{f \max} = P \cdot L$$

$$P = 1200 \text{ N}$$

$$L = 0,238 \text{ m}$$

AN $M_{f \max} = 1200 \cdot 0,238 = 282 \text{ N.m}$

le moment d'inertie $I_{yy'}$ est déjà calculé dans paragraphe 3.2

$$I_{yy'} = 7,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

La distance r exprime la fibre la plus éloignée de l'axe neutre est présenté sur la figure 23

$$\text{Donc } v = b - 3c$$

$$\text{AN: } v = 142 - 37,89 = 104,11 \text{ mm}$$

$$v = 104 \text{ mm}$$

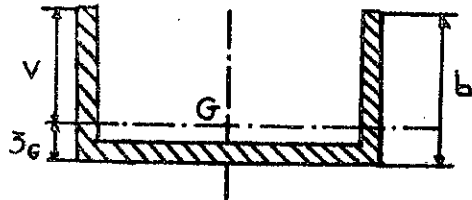


Fig: 23

$$\text{donc } \sigma_{\max} = \frac{M_{f \max} \cdot v}{I_{yy'}}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{282 \cdot 104 \cdot 10^{-3}}{7,01 \cdot 10^{-6}} = 4183,73 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

On peut exprimer de la même façon la contrainte minimale σ_{\min} qui est nulle pour un moment de flexion nul $M_{f \min} = 0$

$$\text{donc } \sigma_{\min} = 0$$

Donc la contrainte moyenne est donnée par:

$$\sigma_{\text{moy}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{4183 \cdot 10^3 + 0}{2} = 2091,5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

La contrainte moyenne dynamique est estimée à partir de la contrainte moyenne statique en introduisant un facteur dynamique: K_d .

Ce facteur dynamique est donné par la formule suivante de la référence [3]

$$K_d = 1 + \frac{a}{g}$$

a : accélération de la masse vibrante.

g : accélération de la pesanteur.

Vu que le mouvement du support est aléatoire, donc l'accélération pour un type de mouvement est difficile à la déterminer par la méthode théorique, généralement elle est déterminée à partir d'une méthode expérimentale, pour cela on estime le coefficient K_d qui donne la première approximation du calcul.

Je prends $K_d = 10$

$$\text{d'où } \sigma_{md} = K_d \cdot \sigma_{moy} = 10 \cdot 2091,5 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2}$$

$$\sigma_{md} = 209 \text{ daN/cm}^2$$

- Pour la détermination de la valeur C exprimée en $\left[\frac{\text{daN} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^3} \right]$;

On admettra que la quantité d'énergie sera la même pour tous les types de contraintes de torsion ou flexion.

En vertu du diagramme de BUZMANN Fig 21 ,

- Pour l'acier doux

$$\sigma_{md} = 209 \text{ daN/cm}^2$$

Le facteur est déduit du diagramme $C = 0,04 \frac{\text{daN} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^3}$

On sait bien que le facteur C représente le travail de résistance par frottement interne d'un cm^3 du volume du support.

Donc le travail total de résistance du support est :

$$L_F = C \cdot V = 0,04 \cdot 779,69 = 31,19 \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

- On suppose que le support est excité essentiellement par le moteur du camion. La vitesse moyenne de rotation du moteur est donnée à partir des caractéristiques du fonctionnement du moteur.

Pour le camion étudié C260 puissance 260 chevaux à 2650 trs/mn.

donc je peux estimer nombre de tour du moteur à fonctionnement normal $n_m = 2000 \text{ trs/mn}$.

- On admettra qu'un tour du moteur correspond à un cycle du mouvement vibratoire du support de roue.

d'où on calculera la fréquence d'excitation moyenne :

$$v = \frac{n_m}{60} = \frac{2000}{60} = 33,33 \left[\frac{1}{s} \right]$$

- On admettra aussi que le mode des vibrations du support excitées par le moteur est présenté par la figure: 24.

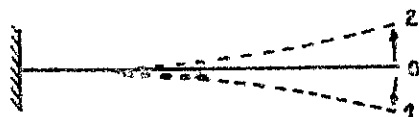


Fig: 24

- D'après la figure 24 : on supposera que la flèche moyenne dynamique

f_{md} représente le déplacement de $O \tilde{a} 1$ et $O \tilde{a} 2$.

donc le chemin parcouru pendant un cycle de vibration du support appelé S est : $S = 4 f_{md}$

- Les déformations du support dues aux charges dynamiques sont plus importante que celles dues aux charges statiques.

La valeur de la flèche moyenne dynamique est estimée d'après les observations expérimentales. Cette valeur est une première approximation de ce calcul.

je prends $f_{md} = 0,5 \text{ mm}$

d'où $S = 4 f_{md} = 4 \times 0,5 = 2 \text{ mm}$

Les forces de frottement interne agissent instantanément contre le mouvement. Cela indique qu'un certain travail doit être contribué pour surmonter ces forces c-à-d pour tenir le support en mouvement vibratoire.

Soient toutes les forces peuvent être représentées par une force résultante R .

Donc le travail de la force R est :

$$L_R = R \cdot S = 4 R f_{md} \quad [\text{d} \cdot \text{N} \cdot \text{cm}]$$

On remarque aussi que le travail L_R vient entièrement de la résistance du matériau résultée du frottement interne.

$$\text{d'où } L_R = L_f$$

Par conséquent le calcul de la force R est :

$$L_R = L_f \quad , \quad 4 R f_{md} = C v$$

$$\Rightarrow R = \frac{C \cdot v}{4 f_{md}}$$

Admettons que la force résistante peut être exprimée sous forme

$$R_t = C' \dot{q}_i \quad \text{avec } C' : \text{coefficient d'amortissement et } \dot{q}_i \text{ vitesse}$$

de mouvement suivant la coordonnée q_i .

On admet que l'amortissement par friction interne peut être décrit sous forme mathématique identiquement que l'amortissement visqueux.

$$\text{on a } v = \dot{q}_i = \frac{s}{T} = 4 f_{md} \cdot v \quad \text{avec } T = \frac{1}{f}$$

on a $C' = \frac{R_t}{\dot{q}} = \frac{R}{\dot{q}}$ R_t : force de resistance.

en remplaçant R par sa valeur dans l'expression de C' on aura alors :

$$\dot{q} C' = \frac{c \cdot V}{4 f_{md}} \quad \text{d'où} \quad C' = \frac{c \cdot V}{4 f_{md} \dot{q}} = \frac{c \cdot V}{4 f_{md} \cdot 4 f_{md} \cdot \dot{q}}$$

finalement $C' = \frac{c \cdot V}{16 f_{md}^2 \cdot \dot{q}} \left[\frac{\text{daN} \cdot \text{s}}{\text{cm}} \right]$

AN : $c = 0,04 \text{ daN/cm}^2$ $f_{md} = 0,05 \text{ cm}$

$V = 779,69 \text{ cm}^3$ $\dot{q} = 33,33 \text{ 1/s}$

$$C' = \frac{0,04 \cdot 779,69}{16 (0,05)^2 \cdot 33,33} = 23,39 \frac{\text{daN} \cdot \text{s}}{\text{cm}}$$

Ce coefficient d'amortissement interne sera utilisé pour le calcul pour les deux mouvements de translation.

Ainsi pour le cas de la rotation, on a estimé que la quantité d'énergie perdue par frottement interne sera la même pour la flexion et pour la torsion car le manque d'information sur la méthode de calcul pour le cas de la torsion nous a obligé à prendre la même valeur que pour la flexion.

A partir de cette simplification on peut donner la valeur de C'' qui exprimée en $\frac{\text{daN} \cdot \text{cm}}{\text{rd}}$.

$$C'' = 23,39 \frac{\text{daN} \cdot \text{cm}}{\text{rd}}$$

.La méthode appliquée est une méthode peu précise concernant les valeurs numériques du coefficient C qui est pris le même pour la flexion et la torsion d'une part et le facteur K_d et la flèche dynamique sont estimés arbitrairement d'autre part.

Pour avoir des valeurs précises il faut connaître les contraintes réelles et pour calculer ces contraintes dynamiques il faut connaître K_d et f_d

On remarque bien que le procédé devient itératif et nous sommes en train de faire la première approximation.

Pour satisfaire ce besoin, il faut déterminer ces coefficients d'amortissement par des méthodes expérimentales en mesurant le décretement d'amortissement pour chaque mouvement du support nous nous contenterons de ce calcul approximatif vu que la documentation sur ce thème (amortissement interne) est insuffisante

tableau récapitulatif

Mouvement	Facteurs d'inertie	Fact de rigidité	Fact d'amortissement
Translation suivant GZ	$m = 120 \text{ kg}$	$K_z = 3,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$C'_z = 23,39 \frac{\text{dan} \cdot \text{s}}{\text{cm}}$
Translation suivant GY	$m = 120 \text{ kg}$	$K_y = 11,62 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$C'_y = 23,39 \frac{\text{dan} \cdot \text{s}}{\text{cm}}$
Rotation autour de GY	$J_y = 15,58 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$K_\theta = 0,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C''_\theta = 23,39 \frac{\text{dan} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$
Rotation autour de GZ	$J_z = 18,69 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$K_\varphi = 0,44 \cdot 10^8 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C''_\varphi = 23,39 \frac{\text{dan} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$
Rotation autour de GX	$J_x = 15,58 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$K_\psi = 0,11 \cdot 10^8 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rd}}$	$C''_\psi = 23,39 \frac{\text{dan} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}}{\text{rd}}$

CHAPITRE : 4

Déscription des principes de la modélisation mathématique.

Après avoir calculé les facteurs de rigidités et d'amortissement on peut définir le mouvement du support avec roue de secours.

En réalité le cas présenté est bien compliqué, car pour être en conformité avec la réalité il faudrait tenir compte du couplage de mouvement entre tous les degrés de liberté. ce qui conduit à des équations différentielles indépendantes.

Prenons par exemple la section du support qui contient le centre de gravité G (Fig: 25)

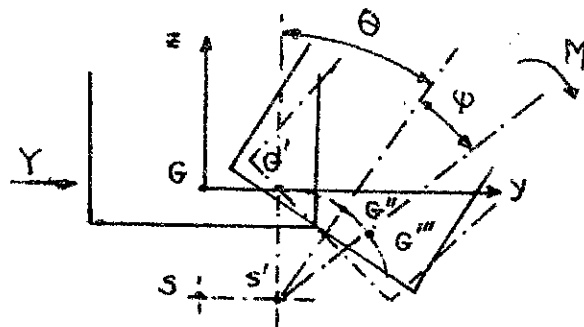


Fig: 25

on remarque d'après la figure 25, en étudiant le mouvement du support le support se déplace de GG' suivant l'axe y et une rotation θ autour du point S' . Si le support est aussi soumis à la torsion dû au moment M , la section tournera d'un angle ψ et le centre de gravité prend la position G''' .

Le même phénomène se répète dans le plan xz .

Si on prend en considération tous ces couplages le système

d'équations devient très compliqué (peut être non linéaire).

Pour cela nous allons admettre que tous les mouvements correspondants aux degrés de liberté sont mutuellement indépendants, par conséquent on obtiendra cinq équations de mouvement.

Pour déterminer le mouvement résultant, il faut faire une superposition de ces mouvements.

La simplification faite est équivalente à la négligence des vibrations continues du support.

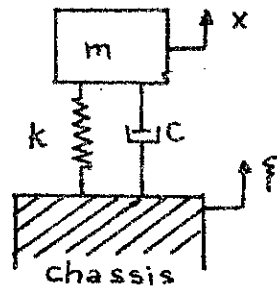
4.1 Modèle mathématique du support

L'établissement du modèle mathématique nécessite la connaissance d'une part tous les paramètres (inertie, rigidité, amortissement) et d'autre part connaître les modes d'excitations de vibrations.

Pour notre cas les excitations sont provoquées par l'ensemble des excitateurs (moteur, boîte, pont) et plus exactement par le châssis auquel le support est attaché.

La situation est présentée par la figure 27

Fig: 27



La masse m qui représente la roue de secours est attachée au châssis à l'aide du ressort (rigidité) et de l'amortisseur (amortissement) qui sont déterminés en vertu des propriétés du support

Le mouvement du châssis f provoque le mouvement vibratoire de la masse x .

On sait que le modèle mathématique pour ce type d'excitation est décrit à l'aide de l'équation 1

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{f} \quad (1)$$

L'équation (1) sans second membre décrit l'équation différentielle des vibrations libres

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2).$$

4.2 Méthode de détermination des fréquences propres

La méthode utilisée pour la détermination des fréquences propres non amorties c'est la méthode des dérivées des équations différentielles. Pour un système à un degré de liberté en mouvement de translation

la pulsation propre est exprimée par

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{avec } \omega = 2\pi f \quad f: \text{fréquence propre.}$$

donc la fréquence propre est:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Analogiquement avec le mouvement de translation, l'équation du mouvement de rotation est représenté par l'équation suivante

$$J\ddot{\psi} + c\dot{\psi} + k\psi = 0$$

donc la pulsation propre est: $\omega^2 = \frac{k}{J}$

avec J : moment d'inertie massique

d'où la fréquence propre de rotation sera:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{J}}$$

4.3 Calcul des fréquences propres

La fréquence propre suivant l'axe Gz

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,4 \cdot 10^8}{120}} = 256,20 \text{ Hz}$$

La fréquence propre suivant l'axe Gy

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_y}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{11,62 \cdot 10^8}{120}} = 495,20 \text{ Hz}$$

La fréquence propre de rotation autour de Gy

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\theta}{J_y}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,11 \cdot 10^8}{15,58}} = 133,73 \text{ Hz}$$

La fréquence propre de rotation autour de Gx

$$f_4 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\psi}{J_z}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,432 \cdot 10^8}{13,68}} = 243,7 \text{ Hz}$$

La fréquence propre de rotation autour de Gz

$$f_5 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\varphi}{J_x}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,11 \cdot 10^8}{15,58}} = 133,73 \text{ Hz}$$

Finalement les fréquences propres sont :

$$f_1 = 256,20 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 495,20 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 133,73 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 243,7 \text{ Hz}$$

$$f_5 = 133,73 \text{ Hz}$$

Ces fréquences propres calculées seront comparées avec les fréquences propres trouvées expérimentalement par la suite.

Si le mouvement du châssis est harmonique (on peut dire que les excitations extérieures qui agissent sur le châssis transforment le mouvement de ce dernier en un mouvement vibratoire.

D'où on peut décrire l'équation du mouvement du châssis

$$\xi = a \cos \gamma t$$

a : amplitude du châssis

γ : pulsation du châssis

en remplaçant ξ par sa valeur dans l'équation (1) on aura :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ma\gamma^2 \cos \gamma t$$

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2 x = a\gamma^2 \cos \gamma t \quad (2)$$

$$\text{où } \frac{c}{m} = 2h \quad \text{et } \frac{k}{m} = \omega^2$$

D'après les ouvrages des vibrations

la solution de l'équation (2) est donnée par :

$$x = D e^{-ht} \cos(\lambda t + \alpha) + \frac{a \frac{\gamma^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\gamma^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2}{\omega^2} \cdot \frac{\gamma^2}{\omega^2}}} \cos(\gamma t - \varphi) \quad (3)$$

où λ : fréquences propres amorties de mouvement

φ : la phase de mouvement

$$\lambda = \sqrt{\omega^2 - h^2} \quad \text{et } \varphi = \arctg \frac{2h\gamma}{\omega^2 - \gamma^2}$$

Le premier membre de l'équation (3) représente les vibrations libres qui disparaissent après un temps t . Le second membre explique les vibrations qui existent grâce aux excitations du châssis.

L'amplitude des vibrations est donnée par:

$$x_0 = a \cdot \frac{\frac{\gamma^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\gamma^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2}{\omega^2} \cdot \frac{\gamma^2}{\omega^2}}} \quad (4)$$

A partir de la relation (4) on peut déterminer le coefficient d'amplification

$\mu = \frac{x_0}{a}$ qui explique la multiplication de l'amplitude des vibrations de la masse m par rapport à celle du châssis

D'après l'équation (4) μ est défini ainsi:

$$\mu = \frac{\gamma^2/\omega^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{\gamma^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{h^2}{\omega^2} \cdot \frac{\gamma^2}{\omega^2}}} \quad (5)$$

Le coefficient d'amplification est calculé pour le cas critique $\gamma = \omega$ pour le cas résonnant où la fréquence de l'excitant (châssis) et la fréquence de l'excité (support) sont identiques.

donc $\omega = \gamma$

en remplaçant γ par sa valeur dans l'équation (5) nous aurons:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{4 \frac{h^2}{\omega^2}}} = \frac{\omega}{2h}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad h = \frac{c}{2m}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{k \cdot m}}{c}$$

donc μ représente le coefficient d'amplification pour le mouvement de translation.

Pour le cas des vibrations de torsion on a :

$$I\ddot{\psi} + c\dot{\psi} + K\psi = -I\ddot{\Psi}$$

Pour l'excitation harmonique de torsion du chassis, l'équation du mouvement du chassis est : $\psi = \Psi \cos \gamma^* t$

La forme d'amplification pour les vibrations de torsion sera identique à celle de translation.

$$\mu^* = \frac{\gamma^{*2}}{\omega^{*2}} \sqrt{\left(1 - \frac{\gamma^{*2}}{\omega^{*2}}\right)^2 + 4 \frac{h^{*2}}{\omega^{*2}} \cdot \frac{\gamma^{*2}}{\omega^{*2}}}$$

avec $\omega^{*2} = \frac{K}{I}$ et $2h^* = \frac{c}{I}$ I : moment d'inertie massique

le coefficient d'amplification μ^* sera calculé pour le cas résonnant
c-à-d $\omega^* = \gamma^*$

$$\text{donc } \mu^* = \frac{1}{\sqrt{4 \frac{h^{*2}}{\omega^{*2}}}} = \frac{\omega^*}{2h^*}$$

$$\text{finalement } \mu^* = \frac{\sqrt{K \cdot I}}{c}$$

D'après les 2 formules des coefficients d'amplification pour translation et pour rotation, on peut calculer ces coefficients pour chaque mouvement autrement dit pour chaque degré de liberté.

4-4 Calcul des coefficients d'amplification

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{k_y \cdot m}{c_y}} = \sqrt{\frac{3,11 \cdot 10^8 \cdot 120}{23390}} = 8,25$$

$$\mu_2 = \sqrt{\frac{k_z \cdot m}{c_z}} = \sqrt{\frac{11,62 \cdot 10^8 \cdot 120}{23390}} = 15,96$$

$$\mu_3^* = \sqrt{\frac{k_\theta I_y}{c_\theta}} = \sqrt{\frac{0,11 \cdot 10^8 \cdot 15,58}{23390}} = 0,56$$

$$\mu_4^* = \sqrt{\frac{k_\psi I_a}{c_\psi}} = \sqrt{\frac{0,44 \cdot 10^8 \cdot 18,69}{23390}} = 1,23$$

$$\mu_5^* = \sqrt{\frac{k_\psi I_x}{c_\psi}} = \sqrt{\frac{0,11 \cdot 10^8 \cdot 15,58}{23390}} = 0,56$$

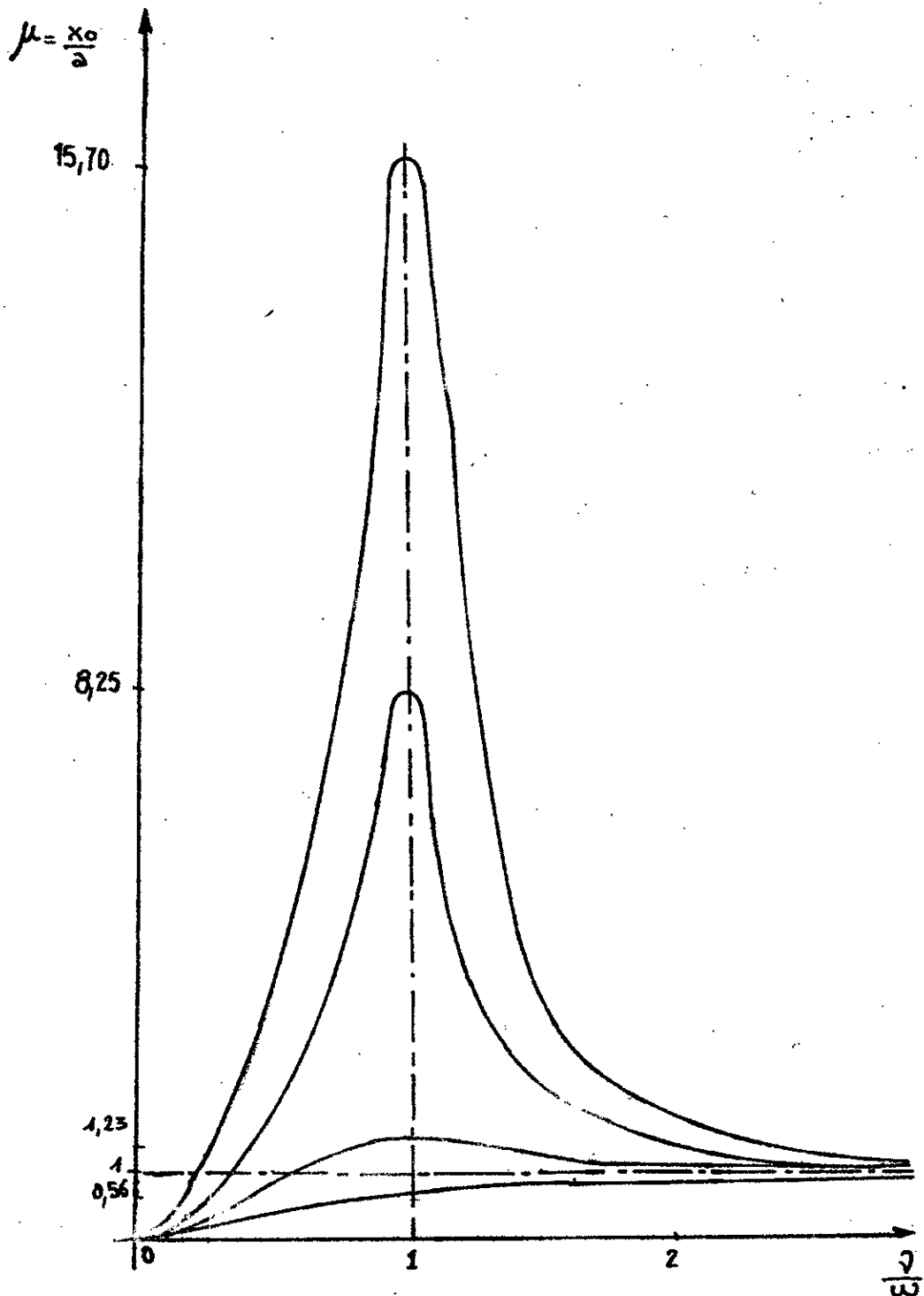


Fig : Facteur d'amplification μ en fonct. ω/ω_0 .

CHAPITRE .5

MESURE DE VIBRATIONS

5.1 But de la mesure

. Le but de la mesure est de vérifier le modèle considéré dans l'étude théorique avec les résultats donnés par la mesure et cela en vérifiant les fréquences propres de l'objet vibrant qui est dans notre (support et roue) avec celles calculées par la résolution du modèle mathématique.

5.2 Grandeurs à mesurer

. On peut décrire une vibration par un déplacement, une vitesse, ou une accélération.

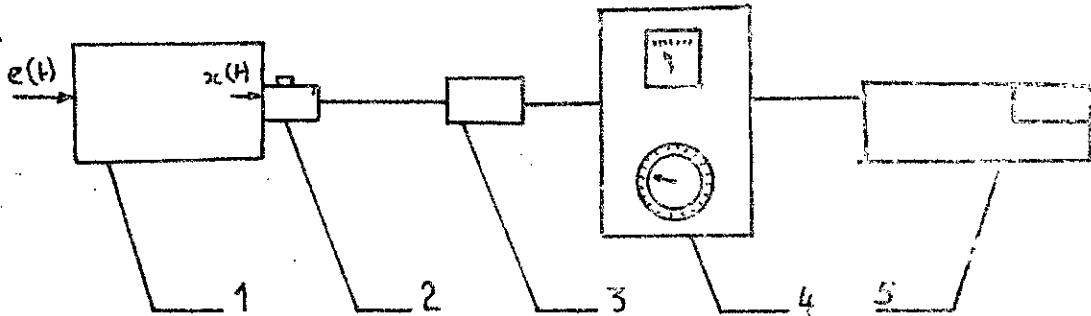
Donc le choix de ces trois paramètres dépend du domaine de fréquences utilisé.

Pour les basses fréquences on utilise la mesure de déplacement, pour les hautes fréquences on utilise la mesure d'accélération.

Le pouvoir des appareils permet de varier la fréquence de 20 Hz à 20 000 Hz, mais pour notre cas on se limite à l'étendu de fréquences de $20 \div 6300$ Hz.

Vu que notre support vibre à des niveaux de fréquences élevées on procède à la mesure de l'accélération.

5-3 Schéma du dispositif de la mesure



L'ensemble des appareils nécessaires pour la mesure de vibration de notre support sont :

Source de vibration 1 ; capteur de vibration 2 ; préamplificateur 3

Analyseur de fréquences 4 ; enregistreur de niveau 5.

5-4 Fixation du capteur

La fixation du capteur est assurée par une colle qui est dans ce cas la cire d'abeille.

Le point de fixation est choisi de tel façon que ce point est affecté par l'ensemble des mouvements du support (fig: 27)

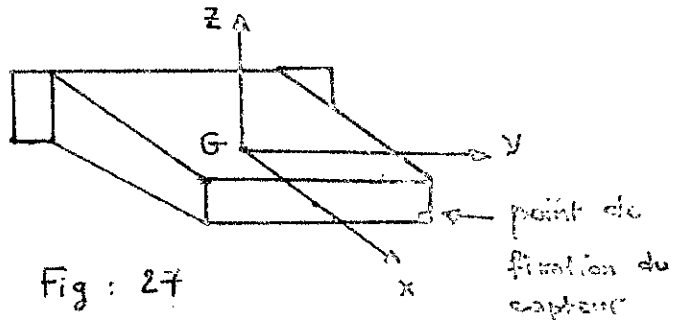


Fig : 27

Pour la définition de chaque élément de l'appareillage de mesure qui est déjà faite, il faut se référer à la référence [4].

5-5 Analyse des mesures

Les enregistrements ont été faits pour une seule position du capteur mais pour différentes fréquences d'excitation en changeant la vitesse de rotation du moteur.

Le premier essai est donné par les figures 28, 29, 30 correspondent à une vitesse de rotation du moteur $n_1 = 600 \text{ tr/min}$ $f_1 = 10 \text{ Hz}$

Le deuxième essai est donné par les figures 31, 32, 33 correspondent à une vitesse de rotation du moteur $n_2 = 800 \text{ tr/min}$ $f_2 = 13,3 \text{ Hz}$

L'analyse du spectre nous permet de déterminer les fréquences pour lesquelles les amplitudes sont maximales appelées maximums locaux.

On constate que parmi ces maximums locaux, leurs fréquences restent constantes et ne dépendent pas de la fréquence d'excitation.

Ces fréquences dont leurs maximums locaux ne se déplacent pas avec le changement de la fréquence d'excitation correspondent aux fréquences propres du système excité (support et roue).

D'après le spectre obtenu par enregistrement fig : 28, 29, 30, 31, 32, 33

les maximums locaux sont :

1 ^{er} essai	2 ^{ème} essai
22,7 Hz	21,6 Hz
26 "	27,5 "
114,6 "	105,3 "
151,7 "	166 "
193,6 "	180 "
243 "	240 "
526,7 "	542,7 "
673 "	661 "
1095,4 "	1095,1 "
2021 "	2041 "
2283 "	2197 "
2584 "	2541 "

Les valeurs des fréquences propres non amorties obtenues par la résolution du modèle mathématique sont :

$$f_1 = 256 \text{ Hz} , f_2 = 495 \text{ Hz} , f_3 = 133 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 243 \text{ Hz} , f_5 = 133 \text{ Hz}$$

Si on accepte une marge d'erreur de $\pm 10\%$ sur le calcul des fréquences, on remarque bien que les valeurs trouvées par calcul coïncident avec les valeurs trouvées par essai.

50 dB

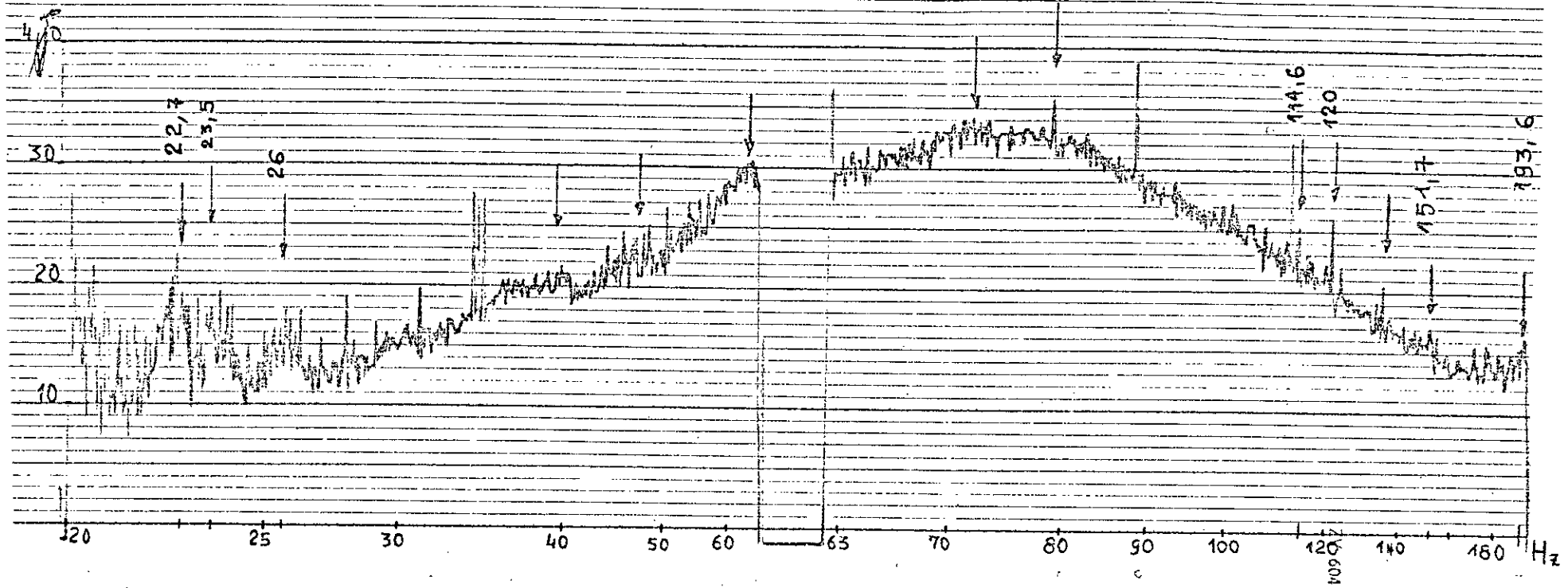
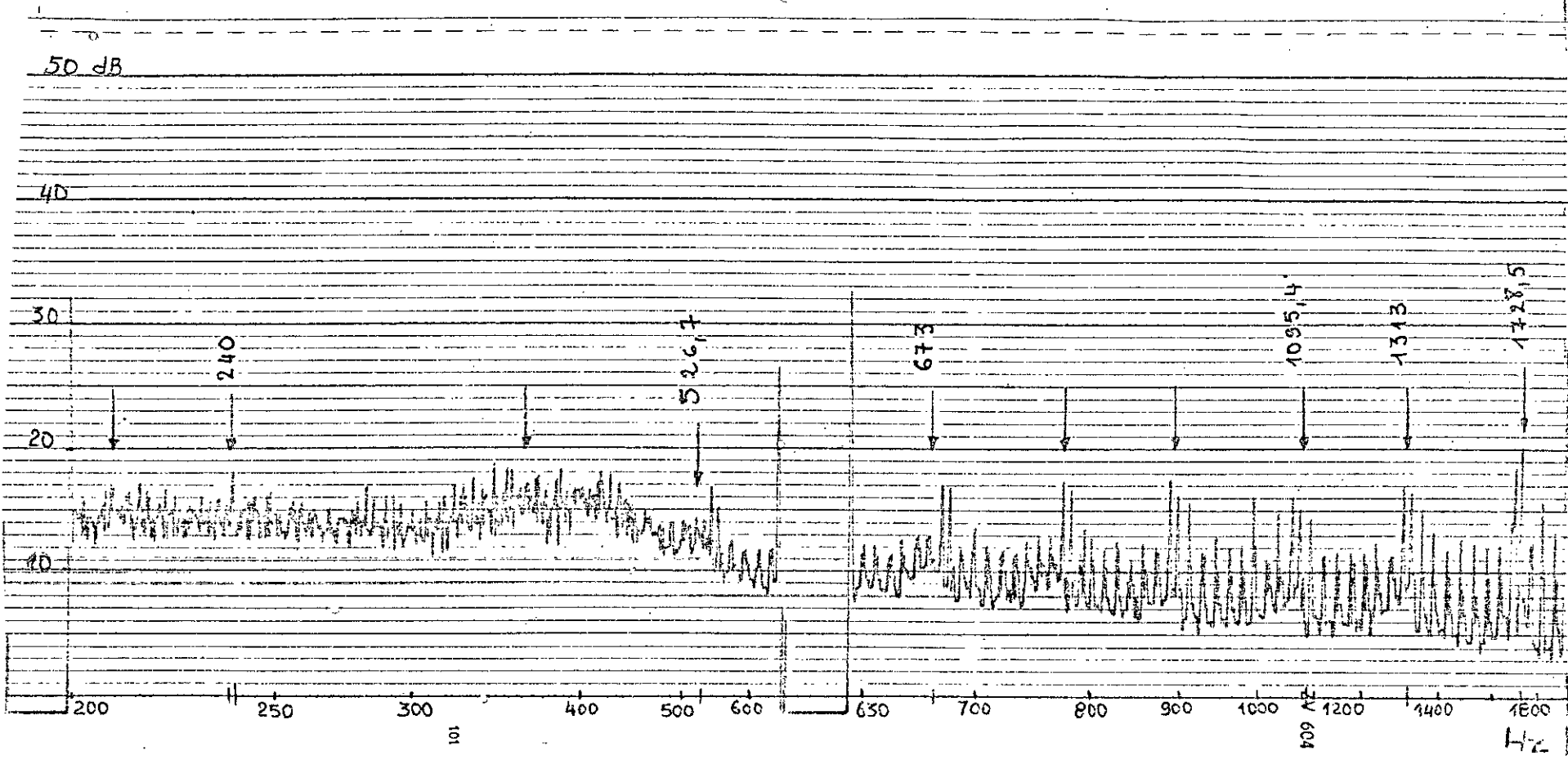


Fig: 28

1^{er} essai : Spectre des amplitudes en fonction des fréquences
fréquence d'excitation : 10 Hz.

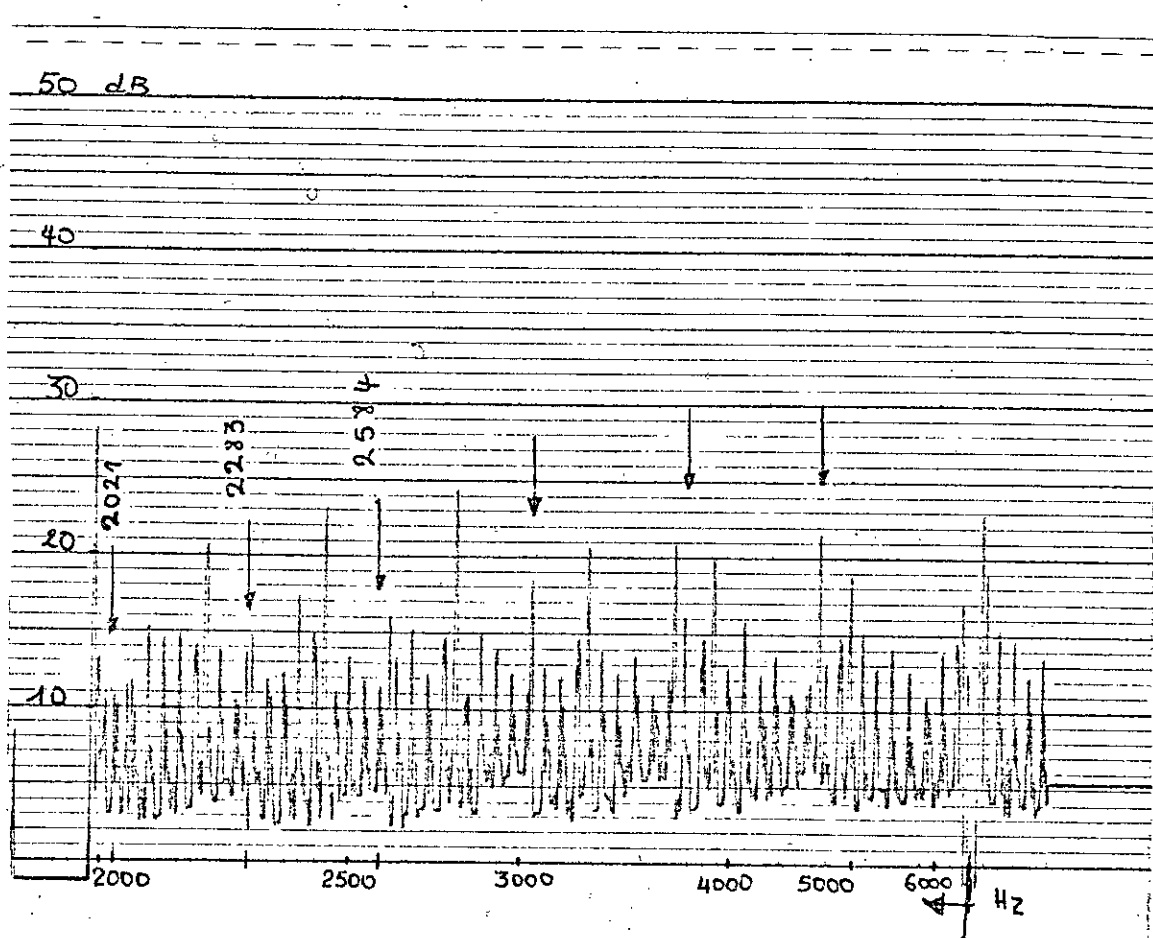


1^{er} essai

Fig: 29

Fréquence d'excitation : 10 Hz

335



59

1^{er} essai.

Fig. 30

Fréquence d'excitation : 10 Hz

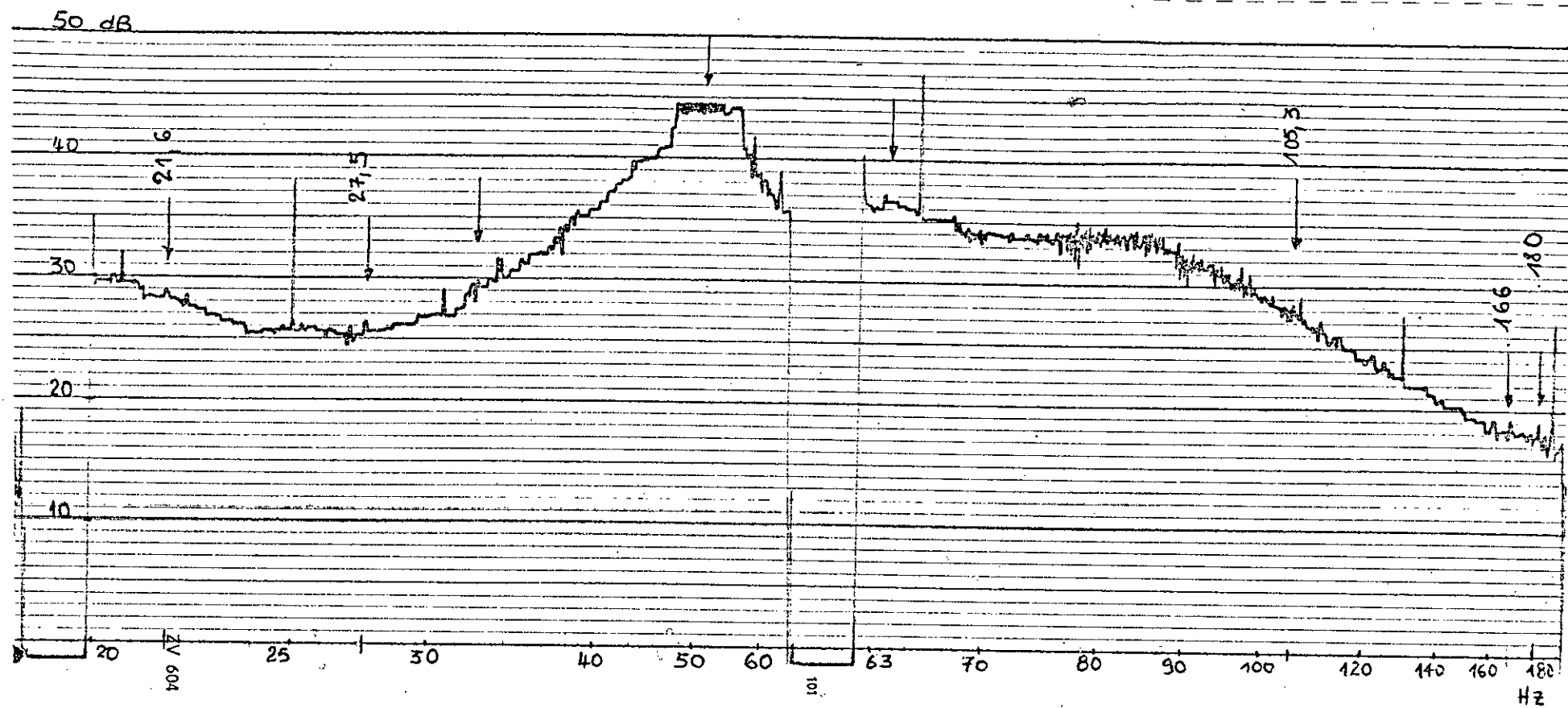
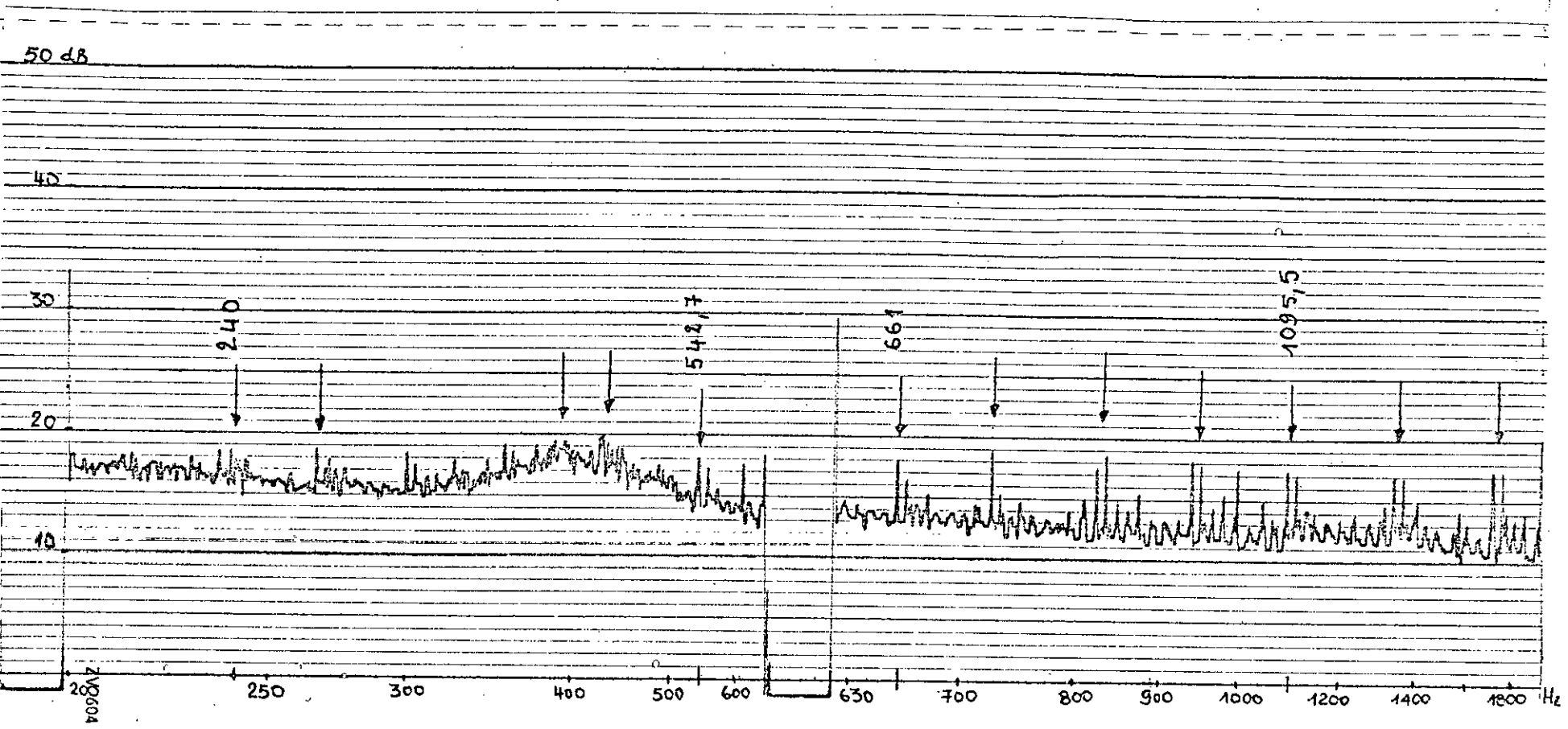


Fig 31

2^{eme} essai : Spectre des amplitudes en fonction des fréquences

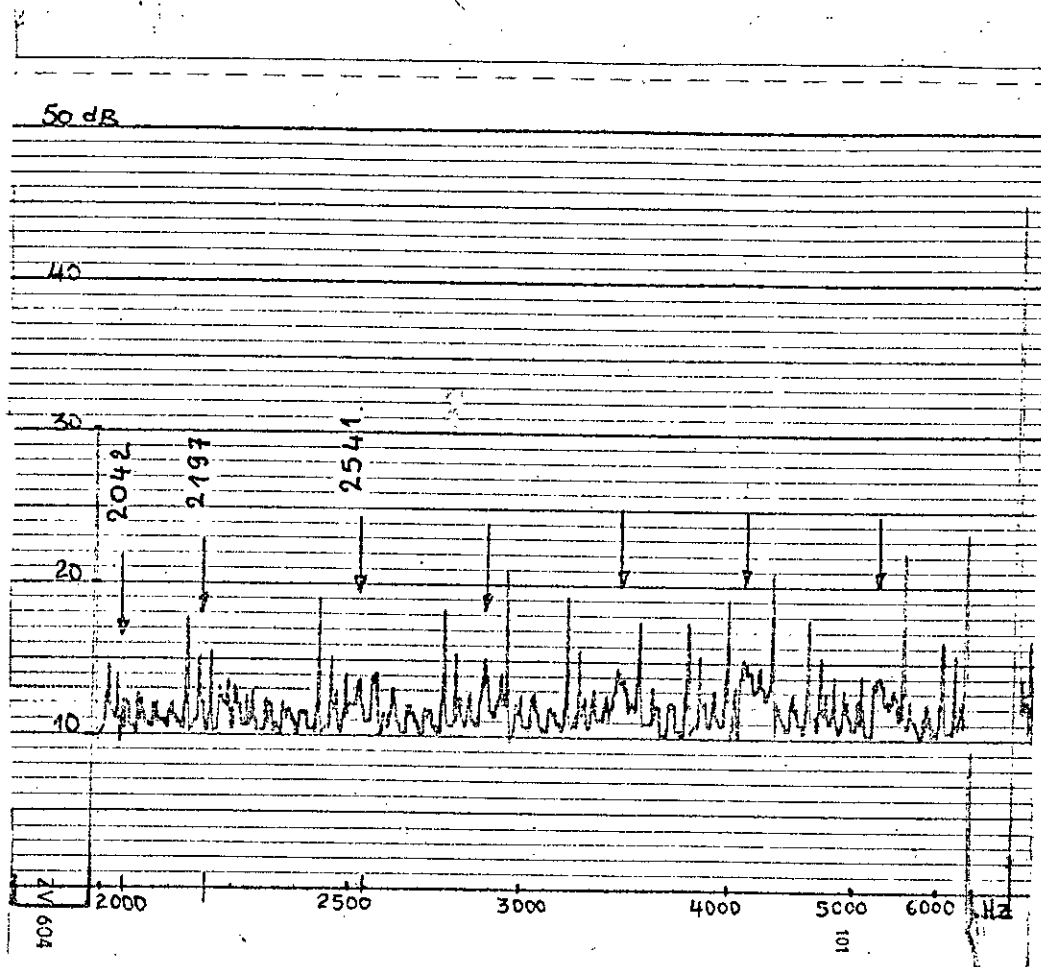
Fréquence d'excitation : 13,3 Hz



2^{ème} essai

Fig 32

Fréquence d'excitation : 13,3 Hz



62

2eme essai

Fig: 33

Fréquence d'excitation : 13,3 Hz.

CONCLUSIONS

Cette étude m'a donné un aperçu sur l'étude dynamique d'un système mécanique γ ad du support de roue de secours.

Notre étude nous permet d'établir deux types de conclusions.

La première conclusion est générale.

Le Problème est plus difficile qu'il paraissait auparavant et pour obtenir des résultats utiles pour le côté pratique il faut résoudre deux tâches avec précision satisfaisante à savoir

- déterminer l'amortissement interne du matériau
- déterminer les vibrations du châssis qui excitent le support.

La seconde conclusion due au comportement du support à savoir :

Le calcul montre que les fréquences propres se trouvent en majorité des cas dans le spectre des vibrations importantes du camion et du châssis en particulier cela fait créer la possibilité que les conditions de résonance puissent arriver souvent.

La résonance du support résulte l'accroissement important des amplitudes de la masse de roue de secours. On remarque que le coefficient d'amplification prend des valeurs d'ordre quelques dizaines. Cela peut résulter l'accroissement important des contraintes et cela conduit à la fatigue accélérée du matériau.

Il faut remarquer aussi que la thèse confirme en tel sorte notre hypothèse : Les forces dynamiques résultent les fissurations du support . Mais la mesure présentée ne peut pas encore servir pour les calculs .

Elle peut être traitée comme la première approximation . Elle pourra être appliquée pratiquement après avoir résolu les problèmes de l'amortissement interne et les excitations du châssis

Enfin je souhaite que notre étude soit l'objet d'une étude complémentaire pour pouvoir donner des solutions pratiques afin d'améliorer le support ou concevoir un autre modèle simple et résistant.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.P DEN HARTOG : vibrations mécaniques
Dunod 1960
- [2] STEFAN ZIEMBA : Analiza. Drgan'
Ed. P.W.N Warszawa 1957
- [3] MIROLIOVBOV : Résistance des matériaux
Ed Mir Moscou.
- [4] TAZI : Projet de lin d'études
Janvier 1982.
- [5] G. WALER : Aide Mémoire de
l'ingénieur.

