

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



École Nationale Polytechnique

Département de Génie Civil



Laboratoire de Génie Sismique & Dynamique des Structures

## Mémoire de Master

En vue de l'obtention du Master en Génie Civil

Présenté par :

**ADEL Ahmed**

Intitulé :

# Analyse dynamique transitoire des pressions hydrodynamiques dans les systèmes fluide-barrage en présence d'un fluide compressible et visqueux : Effets des paramètres physiques

Soutenu publiquement le **16/06/2015** devant le jury composé de :

<b>Président :</b>	M. HAMMOUTENE	Professeur	ENP
<b>Encadreurs :</b>	B.TILIOUINE	Professeur	ENP
	A.TADJADIT	M.A.A	ENP
<b>Examineurs :</b>	H. MOHABEDDINE	M.A.A	ENP
	D. CHERID	M.A.A	ENP

**ENP 2015**

## Remerciements

((اللهم اجعنا من الشاكرين والمشكورين))

Je me prosterne devant mon Dieu sacré qui m'a permis de réaliser ce mémoire qui symbolise le fruit d'un travail de recherche effectué au sein du laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures sis à l'Ecole Nationale Polytechnique sous la direction du professeur Boualem TILIOUINE.

Je remercie infiniment mes chers parents pour m'avoir encouragé et soutenue par tous les moyens tout le long de ma formation et ma vie.

Le suivi de mon promoteur, sa grande expérience, sa modestie et sa générosité, sa pédagogie et sa méthodologie dans le travail m'a permis de travailler dans les meilleures conditions.

Je tiens à lui présenter mes remerciements les plus sincères et à lui témoigner ma profonde reconnaissance pour son encadrement, ses conseils éclairés et tout le savoir qu'il m'a transmis.

D'autre part, je tiens à adresser un remerciement particulier et un témoignage de reconnaissance à M. Abdelmadjid. TADJADIT, co-directeur pour son soutien effectif et ses précieuses observations.

Je remercie le Pr. M. HAMMOUTENE qui a bien voulu examiner ce travail et m'honorer par sa participation en tant que président du jury de soutenance.

Enfin, je rends hommage à toutes les personnes ayant contribué à ma formation et mon bien être, de près ou de loin, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

## *Dédicaces*

*Je tiens à dédier ce modeste travail en premier lieu à mes chers parents, sans lesquels je n'aurais jamais pu atteindre ce niveau d'études grâce à leur soutien et leur encouragement.*

*Je dédie ce travail également à :*

*À mon chère frère Ryad.*

*À mes oncles, mes tantes, et mes cousins, mes cousines.*

*À tous mes amis Mounir, Yacine, Islam, Abdellah, Tahar, Nadir, Lotfi et à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin.*

*À mon binôme Imad avec qui j'ai eu le plaisir de travailler durant ces trois dernières années.*

*ADEL Ahmed*

## ملخص

إن تحليل الضغوطات الهيدروديناميكية المطبقة على وجه المنيع من سد صلب معرض لزلزال يشكل خطوة حاسمة خلال تصميم السدود. الهدف من هذه الدراسة هو تقييم تأثيرات انضغاطية ولزوجة السائل الموجود داخل خزان السد على الضغوطات الهيدروديناميكية المطبقة على السطح البيئي سد-خزان خلال الإثارات الزلزالية. خلال هذه الدراسة سيتم استعمال طريقة العناصر المنتهية لإيجاد حل عددي للإشكالية. إن تحليل النتائج المحصل عليها سمح لنا باستيعاب الظاهرة بشكل جيد، ومكننا من اختيار العناصر المثالية خلال مرحلة تصميم السد للحصول على هيكل اقتصادي وآمن.

**الكلمات المفتاحية:** سد خرساني، عناصر منتهية، ضغوطات هيدروديناميكية، استجابة زلزالية، انضغاطية، لزوجة.

## Résumé

L'analyse des surpressions hydrodynamiques exercées sur le parement amont d'un barrage rigide soumis à un séisme constitue une étape capitale lors de la conception des barrages. Cette étude a pour objectif d'évaluer les effets de la compressibilité et de la viscosité du fluide contenu dans le réservoir du barrage sur les surpressions hydrodynamiques qui s'exercent sur l'interface fluide-structure lors des excitations sismiques. La méthode des éléments finis est utilisée pour trouver une solution numérique au problème. L'analyse des résultats trouvés permettrait de comprendre mieux le phénomène et de pouvoir choisir les paramètres optimaux lors de la conception pour avoir une structure économique et sûre.

**Mots clés :** barrage poids en béton, éléments finis, surpressions hydrodynamiques, réponse sismique, Compressibilité, viscosité.

## Abstract

Analysis of the hydrodynamic overpressures on the upstream face of a rigid dam subjected to earthquake constitutes a crucial step in the design of dams. This study aims to evaluate the effects of compressibility and viscosity of the fluid contained in the dam reservoir on hydrodynamic pressures exerted on the fluid-structure interface during seismic excitations. The finite element method is used to find a numerical solution. Analysis of the results will help to better understand the phenomenon and to choose the optimal parameters when designing for an economical and safe structure.

**Key words:** Concrete gravity dam, finite elements, hydrodynamic pressures, seismic response, compressibility, viscosity.

# Table des matières

Introduction générale.....	1
CHAPITRE I.....	1
SEISMES ET BARRAGES.....	1
Chapitre I Séismes et barrages.....	2
I.1. les séismes.....	2
I.1.1. Introduction.....	2
I.1.2. Comment détecter un séisme en tout point du globe terrestre ?.....	2
I.1.3. Action sismique.....	2
I.1.4. Généralités sur les sismographes.....	3
I.1.5. Impacts des séismes sur les ouvrages.....	3
I.2. Barrage.....	4
I.2.1. Définition.....	4
I.2.2. Types de barrages.....	4
I.2.2.1. Les barrages- poids.....	5
I.2.2.2. Les barrages-voûtes.....	6
I.2.2.3. Les barrages à contreforts.....	7
I.2.2.4. Conclusion.....	7
CHAPITRE II.....	2
PROPRIETES DES FLUIDES.....	2
Chapitre II Propriétés des fluides.....	8
II.1. Introduction.....	8
II.2. La viscosité.....	8
II.3. Equation de Navier-stokes.....	9
II.3.1. Fluide incompressible.....	10
II.3.2. Fluide compressible non visqueux.....	10
II.3.3. Fluide visqueux.....	11
II.4. Conclusion.....	11
Chapitre III Formulation du problème.....	12
III.1. Introduction.....	12
III.2. Modélisation du réservoir.....	12
III.2.1. Condition aux limites.....	12
III.2.1.1. Conditions de type Dirichlet.....	12

III.2.1.2. Conditions de type Neumann.....	13
III.3. Equation de continuité .....	14
III.4. conclusion.....	15
Chapitre IV Etude paramétrique .....	16
IV.1.Excitation sismique .....	16
IV.1.1. Décomposition du signal à l'aide de la transformée de Fourier .....	16
IV.2. Etude paramétrique .....	19
IV.2.1. Effet de la vitesse des ondes de compression .....	19
IV.2.2. Effet de la fréquence d'excitation.....	20
IV.2.3. Effet de la viscosité (l'amortissement).....	20
Conclusion générale .....	23
Bibliographie	

## Liste des figures

Figure I-1: Décomposition de l'action sismique .....	3
Figure I-2 : Sismographe.....	3
Figure I-3: Barrage poids.....	6
Figure I-4: Barrage-voûte .....	7
Figure II-1: Profil des vitesses dans le cas de l'écoulement d'un liquide visqueux le long d'une paroi.....	8
Figure III-1: Barrage à fruit composé .....	12
Figure III-2: Parallélépipède élémentaire de fluide de volume $dx dy dz$ .....	14
Figure IV-1: (a) Accélérogramme du séisme Boumerdes.....	18
Figure IV-2: Variation de $C_p$ en fonction de la vitesse d'onde $C$ .....	19
Figure IV-3 : variation de la pression hydrodynamique en fonction du temps sous excitations harmoniques .....	20
Figure IV-4 : Variation de la pression en fonction de $\omega/\omega_1$ pour $\mu=0$ et $\mu = 10^{-6} \mu_{wat}$ .....	21
Figure IV-5 : Variation de la pression en fonction de $\omega/\omega_1$ pour $\xi = 0\%$ et $\xi = 1\%$ .....	21
Figure IV-6 : Variation de la pression en fonction de $\omega/\omega_1$ pour $\xi = 0\%$ et $\xi = 3\%$ .....	22

## Liste des symboles utilisés

- $c$  : Fraction de la hauteur du liquide dans le réservoir.
- $m$  : Masse du fluide.
- $V$  : Volume du fluide.
- $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide.
- $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide.
- $\tau$  : Contrainte de cisaillement.
- $\omega$  : Pulsation d'excitation
- PGA Valeur maximale de l'accélération.
- $C_p$  : Coefficient des pressions hydrodynamiques.
- $g$  : Accélération gravitationnelle.
- $H$  : Hauteur du fluide dans le réservoir.
- $p$  : Pression hydrodynamique.
- $S$  : Contour total des frontières du réservoir.
- $t$  : Temps.
- $\theta$  : Angle entre la normale au parement amont et la direction des  $x$ .
- $\omega_n$  : Pulsation propre du réservoir
- $\rho$  : Masse volumique de l'eau.
- $\Omega_F$  : Domaine du réservoir.
- $\Delta$  : Opérateur Laplacien.
- $\nabla$  : Opérateur gradient.
- $Y$  : La profondeur considérée.
- $T_0$  : Période propre du réservoir.
- $T$  : Période du mouvement de l'écran, supposé harmonique.
- $C$  : Célérité des ondes de compression dans l'eau ( $C \cong 1440 \text{ m / s}$ ).
- $S_1$  : La partie inclinée de l'interface barrage-réservoir.
- $S_2$  : La partie verticale de l'interface barrage réservoir.
- $S_3$  : La surface libre du liquide dans le réservoir.
- $S_4$  : La frontière limite du réservoir.
- $S_5$  : Le fond du réservoir.

# **INTRODUCTION GENERALE**

### **Introduction générale**

L'eau, source de la vie, est l'élément le plus essentiel pour tous les organismes vivants. Il représente un patrimoine naturel qu'il faut savoir protéger gérer et maîtriser.

Les barrages existent probablement depuis la préhistoire (réserve d'eau potable, d'irrigation viviers, piscicultures et autres), les premiers barrages construits étaient en Jordanie et en Egypte environs 3000 ans avant J-C. Plus tard, les besoins en eaux se sont accrus surtout avec l'industrie moderne, notamment les centrales thermoélectriques et les usines hydroélectriques ; ceci a fait que les techniques des barrages ont enregistré de grands progrès et les experts se sont approfondis dans les recherches jusqu'à obtenir aujourd'hui des barrages exceptionnels tel que le barrage de Nourek en Tadjikistan, le plus haut au monde avec une hauteur de 304m, et le barrage des trois gorges en Chine qui a la plus grande centrale hydroélectrique du monde avec une puissance de 22500 MégaWatts.

En fait, les barrages étaient construits en maçonnerie jusqu'aux années 30 avant d'être remplacés par le béton conventionnel qui lui-même a été remplacé à la fin des années 70 par le béton compacté au rouleau dont le coût est nettement inférieur (le béton est disposé comme du remblai avec des machines de terrassement).

Les barrages sont des ouvrages d'art dont la conception et la construction demeurent très complexes. Ils constituent des points économiques et stratégiques très importants. Cependant leur rupture peut engendrer des conséquences dévastatrices pour les populations avoisinantes. Donc il est primordial pour l'ingénieur d'étudier le comportement dynamique des barrages en modélisant le problème correctement afin d'avoir de bonnes estimations en vue de l'évaluation de leurs performances, leurs stabilités et leurs sécurités.

Dans le premier chapitre je donnerais un aperçu sur la sismologie et les barrages. Le second sera consacré à des rappels de notions sur les fluides Le 3eme chapitre présentera la formulation du problème. En fin les applications et les discussions des résultats seront traitées dans le dernier chapitre, et en guise de finition je donnerais des conclusions et des recommandations qui achèveront mon travail.

**CHAPITRE I**  
**SEISMES ET BARRAGES**

## Chapitre I Séismes et barrages

### I.1. les séismes

#### I.1.1. Introduction

Les tremblements de terre font peser de graves menaces sur les populations vivantes dans les régions sismiques. Ils peuvent être la cause de la destruction des habitations, des ponts, des barrages et des grands glissements de terrains. Ces dégâts engendrent, généralement, la mort de milliers de personnes. Pour cela, la prise en compte du risque sismique dans le calcul et le dimensionnement d'ouvrages stratégiques tels que les centrales nucléaires, les ponts de grandes portées ou les barrages est une nécessité absolue.

Pour être en mesure de construire en zone sismique, il est nécessaire d'identifier ces zones, donc de comprendre le mécanisme générateur des séismes, puis de caractériser un séisme par un certain nombre de grandeurs directement utilisable par l'ingénieur.

#### I.1.2. Comment détecter un séisme en tout point du globe terrestre ?

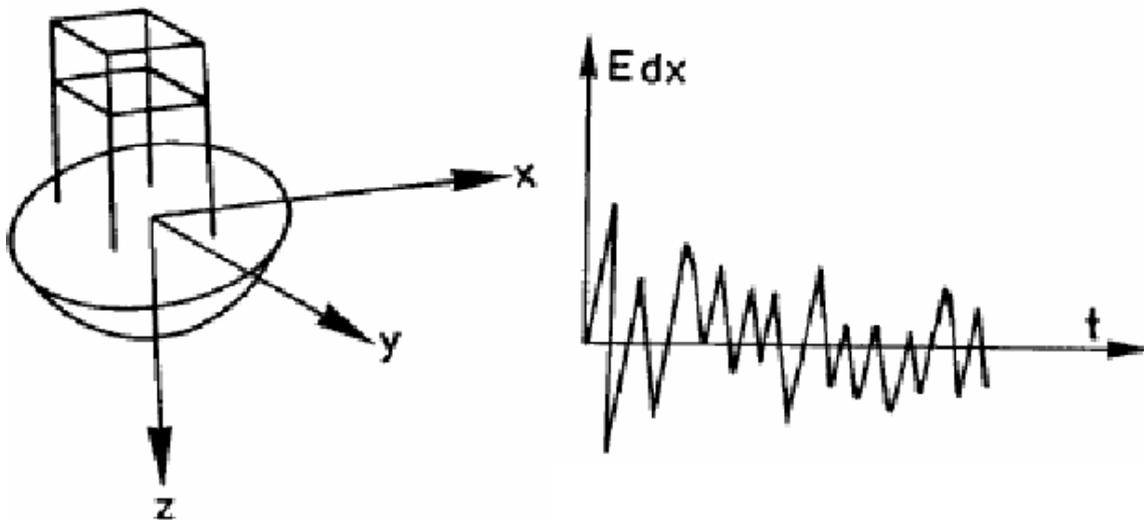
On sait déjà qu'un séisme traverse le globe terrestre de part en part sous forme d'ondes et qui peut être détecté de très loin. Ces ondes partent dans toutes les directions en formant un Front d'onde (surfaces sphériques). Ce dernier devient plus important au fur et à mesure qu'il s'éloigne de la source.

- La source du séisme est appelée foyer tandis que sa projection sur la surface est appelée Epicentre.
- La distance épacentrale est définie comme étant la distance entre le foyer et la station sismologique.

Le fait d'avoir des matériaux de nature distincte d'un point à un autre dans le globe terrestre fait que les ondes sismiques sont déviées suivant la loi de Descartes. Les ondes P, peuvent se propager dans le noyau liquide, mais pas les ondes S qui sont des ondes de cisaillement, ainsi on ne peut pas détecter des ondes S si le séisme est éloigné de plus  $110^\circ$  de la station d'enregistrement, angle qui correspond au diamètre du noyau liquide. (2)

#### I.1.3. Action sismique

Une action sismique peut être décomposée en une composante verticale et une composante horizontale (suivant deux directions principales  $H_x$  et  $H_y$ ). La composante verticale est plus importante que la composante horizontale du point de vue intensité. En fait au niveau de l'épicentre elles sont égales mais plus nous nous éloignons de ce dernier plus elle devient plus importante, mais elle est beaucoup moins nuisible c'est pour cela qu'on néglige le mouvement verticale devant le mouvement horizontale. On utilise plutôt la composante horizontale pour dimensionner les structures à la résistance aux efforts horizontaux. (2)

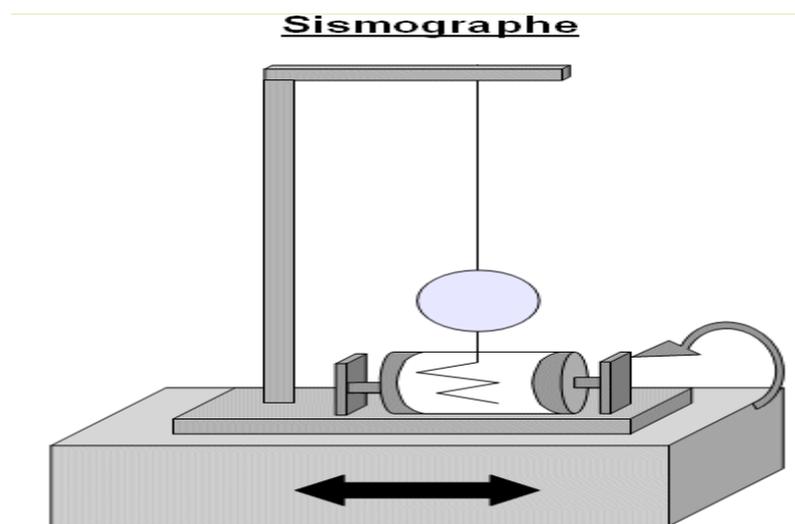


**Figure I-1: Décomposition de l'action sismique**

#### I.1.4. Généralités sur les sismographes

Les ondes sismiques sont enregistrées par des instruments appelés sismographes. Un sismographe est composé d'une feuille de papier associée à un support solidaire du sol et un stylo suspendu par un ressort est en contact avec le papier. Le stylo dessine les vibrations sur le papier qui vibre quand le sol vibre (le stylo reste immobile au-dessus du papier). On distingue deux types de sismographes :

- Les sismographes verticaux qui sont sensibles aux déplacements verticaux du sol.
- Les sismographes horizontaux qui sont sensibles aux déplacements horizontaux du sol.
- Une station de détection sismique doit comporter trois sismographes : un sismographe vertical et deux sismographes horizontaux orientés perpendiculairement l'un à l'autre, L'un dans la direction Sud Nord et l'autre dans la direction Est Ouest. (1)



**Figure I-2 : Sismographe**

#### I.1.5. Impacts des séismes sur les ouvrages

Lorsqu'un barrage et sa fondation sont soumis à une excitation d'origine sismique, un champ d'accélération est engendré. Ce champ dépend de la forme et du fruit de la partie amont du barrage ainsi que de ces matériaux constitutifs. La réponse du barrage au séisme dépend d'un

côté des raideurs des matériaux et de leur capacité d'amortissement interne, et d'un autre côté de la hauteur et la forme du barrage. Dans le monde entier, quand on se focalise sur l'histoire des barrages, on voit que les accidents de barrages liés à des séismes sont rares et très peu d'ouvrages ont subi des désordres importants jusqu'à la ruine. Des statistiques ont montré que les dégâts les plus importants concernaient les barrages poids en remblais. Beaucoup de barrages en béton ont subi des dégradations (partielles ou totales) à l'occasion des séismes les plus violents. Parmi les accidents majeurs recensés dans le monde (au nombre de 466), on compte 66 événements concernant les barrage-poids dont 40 ruptures.(1)

## **I.2. Barrage**

### **I.2.1. Définition**

Un barrage est un ouvrage d'art placé en travers d'un cours d'eau d'une rivière, d'un oued, des précipitations des périodes hivernales et des fontes des neiges afin d'en relever le niveau pour créer une chute ou une réserve destinée à l'alimentation en eau, régulation des crues, l'irrigation des cultures ou la production d'énergie.

On peut également citer d'autres utilisations secondaires tel que les usages industriels (rétention d'effluents boueux), navigation, création de polders, de plan d'eaux. Ces ouvrages permettent même de participer à l'aménagement du pays par :

- les développements touristiques et loisir
- la recharge et l'assainissement des nappes phréatiques
- la régularisation en vue de la navigation
- la lutte contre la sécheresse
- la création de plages artificielles et le développement d'activités nautiques
- l'alimentation en eaux potable ou industrielle...

Les barrages font partie des constructions les plus anciens du monde, ils ont vu leur développement s'accroître avec les évolutions démographiques et économiques qui imposent des réservoirs de plus en plus grands, ainsi que l'épuisement des réserves pétrolières et la pollution atmosphérique. Les avancées de la connaissance et des techniques ont permis d'élever progressivement la taille de ces ouvrages jusqu'aux records actuels (304m de hauteur en Tadjikistan).

Pour remplir ses fonctions, un barrage nécessite un certain nombre d'ouvrages annexes :

- Un évacuateur de crue (également appelé déversoir pour les petits ouvrages), qui protège l'ouvrage des risques de submersion en cas de crue
- une vidange destinée à vider la retenue
- une ou plusieurs prises d'eau pour remplir ses missions : production d'énergie hydroélectrique, alimentation d'un réseau d'irrigation ou d'un canal de transport, fourniture d'eau potable...

### **I.2.2. Types de barrages**

Les barrages peuvent être classés selon plusieurs critères :

- Suivant leur fonction, sachant qu'un même ouvrage peut en avoir plusieurs :

- Accumulation d'eau restituée pour la production d'énergie, l'alimentation en eau ou l'irrigation.
- Régulation d'une voie d'eau pour la navigation ou la gestion des crues et des étiages.
- Suivant leurs caractéristiques géométriques :
  - Barrages réservoirs, de grande hauteur.
  - Barrages au fil de l'eau, sur le cours d'une rivière.
- Suivant leur conception :
  - Barrages poids, pour lesquels c'est la masse de l'ouvrage qui s'oppose à la pression d'eau.
  - Barrages voûtes, pour lesquels la pression de l'eau est transmise par l'ouvrage sur les parois latérales.
- Suivant le type de matériaux utilisé :

Le choix de la terre ou du béton aura des conséquences tant sur sa forme que sur la technique employée pour évacuer les trop-pleins etc...

On distingue :

  - Les barrages en remblai (en terre ou en enrochement).
  - Les Barrages en béton.

Dans notre étude nous nous intéresserons plutôt aux barrages poids et plus précisément aux barrages en béton. Les barrages en béton sont de trois types selon leurs modes de résistance à la pression de l'eau.

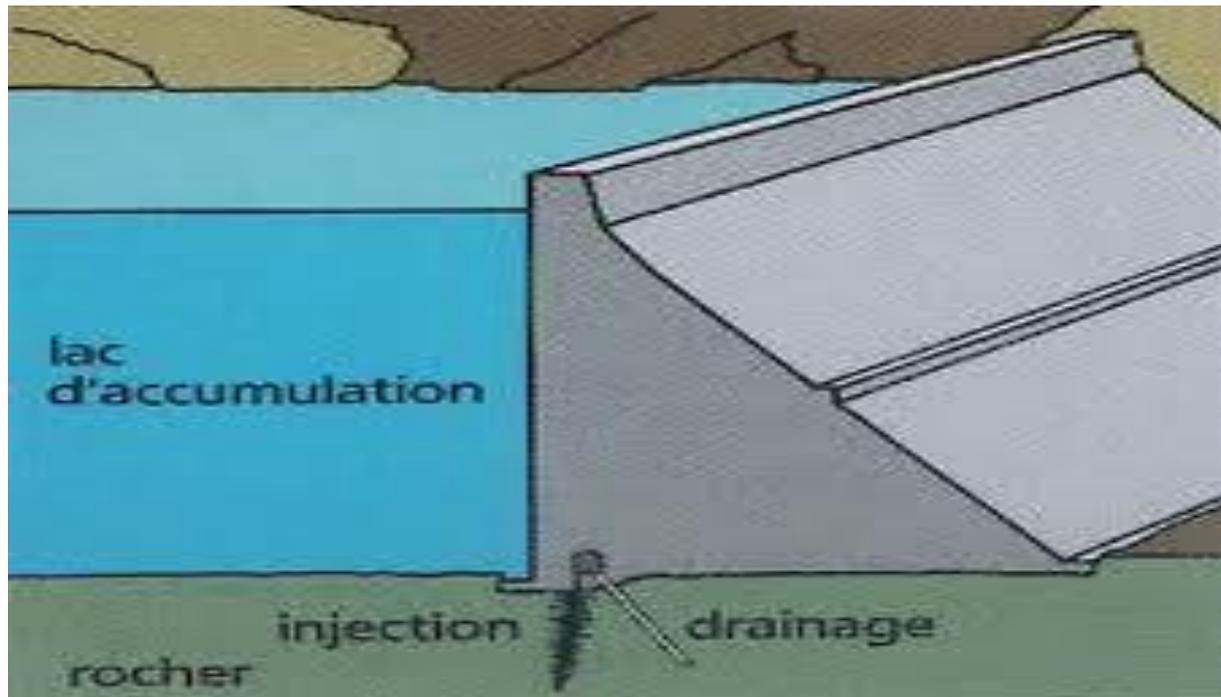
### **I.2.2.1. Les barrages- poids**

Les barrages poids sont les barrages les plus répandus dans le monde, ce sont des massifs épais et lourds qui nécessitent beaucoup de matières premières (béton), leur profil a la forme d'un triangle classique, rectangle ou triangle rectangle car l'ouvrage doit être plus épais à la base qu'au sommet à cause des pressions qui y sont plus grandes. Ce type de barrage résiste par son propre poids à la poussée de l'eau qui cherche à le faire glisser sur sa base ou à la faire basculer. Ils sont réalisés en maçonnerie, en béton ou plus récemment en béton compacté au rouleau (BCR). Les barrages en BCR sont construits par couches successives mises en place par des engins de terrassement et compactées avant de passer à la couche suivante. Les barrages sont ainsi construits très rapidement, ce qui apporte pour les chantiers un intérêt économique certain.

On distingue :

- Les barrages poids précontraint (tirants d'acier dans la masse de béton, ancrés dans la fondation et tendus)
- Les barrages poids évidés (évidement ménagé dans le corps par rapport au profil triangulaire pur)
- Les barrages poids mobiles (constitué essentiellement par des vannes qui reportent les efforts du à la pression de l'eau sur des piles et des radiers.

Ces barrages conviennent le plus dans les vallées très larges avec des fondations rocheuses résistantes capable de supporter le barrage.



**Figure I-3: Barrage poids**

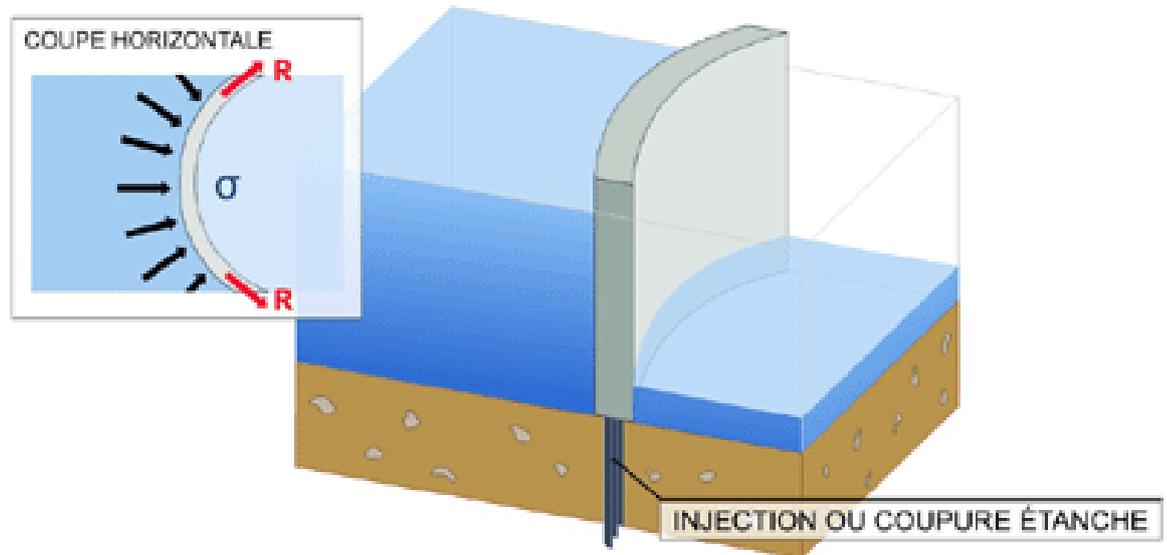
### **I.2.2.2. Les barrages-voûtes**

Ce type de barrage résiste à la pression d'eau par l'effet de la voûte qui transmet les charges directement aux rives rocheuses (flancs de la vallée) mais ces dernières qui sont très sollicitées exigent un rocher de bon qualité pour rester dans le domaine élastique.

Ils sont plus adaptés aux vallées étroites, profondes et de forme assez régulière ou dans le cas où la largeur de la gorge ne dépasse pas 5 à 6 fois la hauteur du barrage projetée.

Ce type de barrage utilise une quantité de matière première (béton) nettement inférieure à celle des autres types de barrages ce qui permet de faire des économies de volume d'au moins 30% par rapport aux barrages poids. Les barrages-voûtes sont construits par plots indépendants. Ceux-ci sont clavés en fin de construction de manière à rendre la voûte monolithique et à solliciter lors de la mise en eau à la fois les arcs et les consoles que sont les plots de construction. On distingue plusieurs types selon la forme de la voûte qui vont du simple vers le sophistiqué :

- Des cylindres : tous les arcs sont identiques et superposés, avec un rayon et une épaisseur constante (réservé aux petits ouvrages, moins de 20 m de hauteur).
- Des cylindres-cônes : rayon amont uniforme, le parement amont est un cylindre, l'épaisseur des arcs croît linéairement de haut en bas : les sections verticales sont donc toutes égales à un trapèze.
- Des simples courbures : ainsi nommées car leur parement amont est encore un cylindre, mais l'épaisseur des arcs n'est plus constante et croît de la clé vers les appuis, le parement aval n'est en général pas une surface réglée.
- Des voûtes à double courbure : pour lesquelles les deux parements sont des surfaces à double concavité dirigée vers l'aval. En général, l'épaisseur croît de haut en bas et du centre vers les appuis.

**BARRAGE EN BÉTON - TYPE VOÛTE****Figure I-4: Barrage-voûte****I.2.2.3. Les barrages à contreforts**

Ils sont de formes variées, ils sont constitués d'un voile à l'amont qui reporte la poussée de l'eau sur les contreforts.

Il comprend une série de murs parallèles de forme triangulaire généralement, plus ou moins espacés et plus ou moins épais (contreforts). La stabilité de ces barrages sous l'effet de la pression de l'eau est assurée par leurs poids et leurs formes. Les pressions d'eau sont transmises aux contreforts à l'aide de bouchures constituées soit d'une dalle en béton, d'un élargissement du contrefort vers l'amont, d'une voûte de faible portée. Lors de la construction de ce type de barrage les contreforts sont construits côtes à côtes et séparés par des joints verticaux ce qui permet une réduction du volume de béton par rapport à un barrage poids équivalent, cependant les grandes surfaces des contreforts nécessitent un coffrage plus important et une mise en œuvre plus délicate.

**I.2.2.4. Conclusion**

Les désordres provoqués par les séismes sont un témoignage absolu de la complexité des comportements des structures engendrés par ce phénomène. Ce qui implique la nécessité d'effectuer des études sismiques afin de déterminer les caractéristiques des secousses, la position des centres d'ébranlement et peut être prévoir le tremblement de terre avant qu'il y ait lieu. Les barrages sont des ouvrages hydrauliques très importants dont la conception et la construction demeurent très complexes. Ils constituent des points économiques et stratégiques très importants. Cependant leur rupture peut engendrer des conséquences dévastatrices pour les populations avoisinantes, ce qui implique la nécessité d'étudier le comportement dynamiques de ces structures surtout face aux séismes.

Tous ces facteurs les rendent très délicats du point de vue de leurs conceptions, leurs réalisations et leurs exploitations, ils requièrent donc un suivi permanent

**CHAPITRE II**  
**PROPRIETES DES FLUIDES**

## Chapitre II Propriétés des fluides

### II.1. Introduction

Qu'est-ce qu'un fluide ? Un fluide est corps dont les molécules ont peu d'adhésion et peuvent glisser librement les unes sur les autres (liquides) ou se déplacer indépendamment les unes des autres (gaz), de façon que le corps prenne la forme du vase qui le contient.

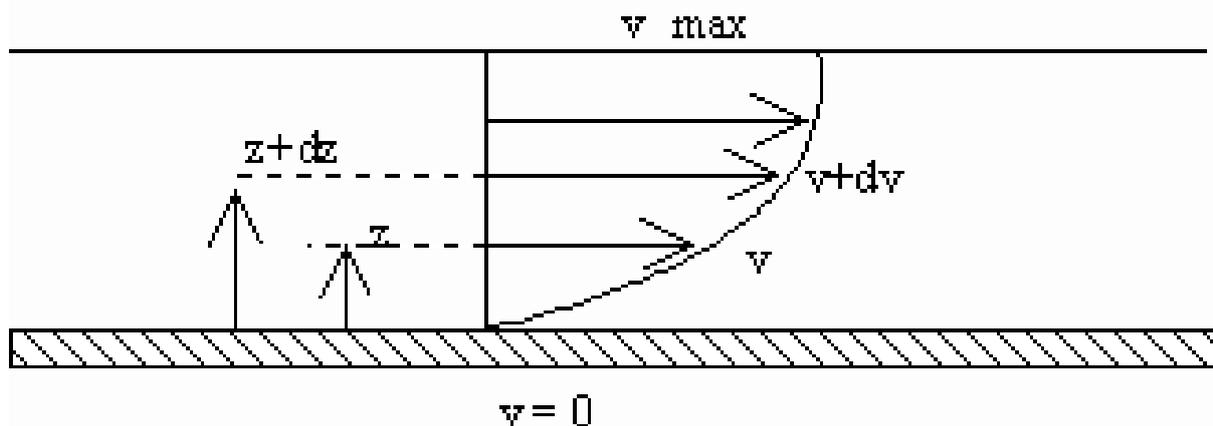
C'est un milieu continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler.

On peut classer les fluides en deux grandes familles : la famille des fluides Newtonien (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) et la famille des fluides non Newtonien (tel que le sang, les pâtes, ...etc.). On peut distinguer entre ces deux familles par la viscosité de leurs fluides. La première famille contient des fluides caractérisés par une viscosité constante (ne change qu'en fonction de la température) alors que les fluides de la deuxième famille ont une viscosité qui varie selon la vitesse des contraintes qu'ils subissent lorsqu'ils s'écoulent.

Généralement les fluides Newtonien sont les plus couramment utilisés, ils se répartissent sur plusieurs sous classes à savoir les fluides parfait, les fluides réels, les fluides compressibles et les fluides incompressibles.(3)

### II.2. La viscosité

La viscosité d'un fluide constitue une résistance à la déformation ou bien au glissement relatif de ses couches lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est-à-dire un fluide ayant une viscosité élevée résiste à l'écoulement, cependant un fluide de faible viscosité s'écoule facilement.(5)



**Figure II-1: Profil des vitesses dans le cas de l'écoulement d'un liquide visqueux le long d'une paroi**

Au cours de l'écoulement d'un liquide visqueux le long d'une paroi solide le courant est ralenti par suite de la viscosité de ce liquide. La vitesse du mouvement des couches décroît avec la distance à la paroi  $y$  jusqu'à  $v = 0$  quand  $y = 0$ , tandis qu'entre les couches se développe un glissement relatif d'où l'apparition de forces tangentielles (forces de frottement).

Suivant l'hypothèse qui fut exprimée pour la première fois par I. Newton en 1686 et démontrée ensuite expérimentalement par le professeur N. Petrov en 1883, les forces tangentielles dans les liquides dépendent de la nature du liquide considéré et du caractère de son écoulement ; la valeur de ces forces lors d'un écoulement laminaire est proportionnelle au gradient normal de vitesse, c'est-à-dire :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \text{ [kg/m}^2\text{]} \quad (1)$$

Avec :

- $\mu$  coefficient de viscosité dynamique du liquide ;
- $\tau$  contrainte de cisaillement exercée par le fluide ;
- $dv$  la variation de la vitesse correspondant à la variation de coordonnée  $dy$ .

Le gradient normal des vitesses  $\frac{dv}{dy}$  donne la variation de la vitesse rapportée à l'unité de longueur dans la direction  $y$  et, de ce fait, caractérise l'intensité du glissement relatif des couches liquides à un endroit donné. Au cas où la tension tangentielle agissant sur la surface  $S$  est constante, la force tangentielle totale (force de frottement) qui agit sur cette surface est :

$$F = \mu \frac{dv}{dy} S \quad (2)$$

Dans le système MKSA, l'unité de mesure de la viscosité est le poise qui est définie comme suit :

$$1 \text{ poise} = \frac{1}{98.1} [kg \ s/m^2] \quad (3)$$

En plus du coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  on emploie encore un coefficient appelé coefficient de viscosité cinématique  $\nu$  qui est définie comme étant le rapport de  $\mu$  et la masse volumique :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} [m^2/s] \quad (4)$$

Le stokes est l'unité de mesure du coefficient de viscosité cinématique :

$$1 \text{ stokes} = 1cm^2/s \quad (5)$$

### II.3. Equation de Navier-stokes

On suppose que l'eau du réservoir est un fluide linéairement compressible et visqueux.

Dans l'équation de Navier Stokes plusieurs forces interagissent sur chaque point de la masse du liquide à savoir :

- Forces gravitationnelles (forces volumiques)

On suppose une force de gravité  $\vec{g}$  de composantes  $g_x, g_y, g_z$  agissant sur l'unité de masse liquide.

- Forces de pressions (forces surfaciques)

La pression est une contrainte surfacique agissant toujours normalement, et vers l'intérieur, à la surface du liquide

On considère une force extérieure  $\vec{P}$  de composantes  $X, Y, Z$  agissant sur l'unité de masse liquide dont l'expression est définie comme :

$$\vec{P} = -\nabla P \times \Delta V \quad (6)$$

- Forces de viscosité  $F_{\text{visc}}$

La force due à la viscosité est représentée par des contraintes tangentielles qui agissent

parallèlement à la surface. Elle est analogue à la force de frottement pour un solide. l'expression de cette dernière est donnée en fonction du gradient :

$$F_{visc} = \nabla \tau \times \Delta V \quad (7)$$

- Forces d'inertie  $F_i$

On supposant un volume de liquide de masse  $m$  subissant une accélération  $\vec{a}$  la force d'inertie s'appliquant sur le liquide s'exprimera alors comme suit :

$$\vec{F}_i = m\vec{a} \quad (8)$$

- Forces extérieures  $F_{ext}$

L'équation d'équilibre des forces s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{g} + \vec{F}_{visc} + \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad (9)$$

En remplaçant l'expression de chaque terme de l'équation précédente et après simplification on aboutit à l'équation de Navier Stokes pour un fluide newtonien en écoulement compressible :

$$\nabla^2 P + \frac{\mu}{K} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 P = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P \quad (10)$$

Ou :

- $\nabla$  représente le gradient
- $\mu$  la viscosité dynamique
- $C$  la célérité des ondes de compression dans l'eau ( $C \approx 1440$  m/s).
- $K$  coefficient d'élasticité du fluide

### II.3.1. Fluide incompressible

Pour un fluide incompressible, la compressibilité et la viscosité sont négligées, l'équation de Navier Stokes se simplifiée et on aboutit à une équation aux dérivées partielles de type elliptique qui gouverne le phénomène :

$$\nabla^2 P = 0 \quad (11)$$

### II.3.2. Fluide compressible non visqueux

Pour un fluide compressible dont la viscosité est négligée, les forces de viscosité s'annulent de l'équation générale et on aboutit à une équation aux dérivées partielles de type hyperbolique qui gouverne le phénomène :

$$\nabla^2 P = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P \quad (12)$$

**II.3.3. Fluide visqueux**

Pour un fluide compressible visqueux, l'équation qui gouverne le problème n'est rien d'autre que l'équation de Navier Stokes avec tous ses termes :

$$\nabla^2 P + \frac{\mu}{K} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 P = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P \quad (13)$$

**II.4. Conclusion**

Les fluides peuvent être groupés en plusieurs familles : fluides parfaits (sans frottement), fluides réels (avec frottement), fluides incompressibles (liquides) et fluides compressibles (gaz). Ils sont caractérisés par les propriétés suivantes : la masse volumique, la compressibilité, la densité et la viscosité.

Le comportement mécanique et les propriétés physiques sont différents pour chaque classe de fluide. En effet, chaque classe de fluide est régie par certaines lois de la mécanique des fluides, cependant les équations de Navier Stokes sont universelles et peuvent englober tous les types de fluides, par contre leur résolution demeurent un des problèmes millénaires non résolus.

**CHAPITRE III**  
**FORMULATION DU PROBLEME**

## Chapitre III Formulation du problème

### III.1. Introduction

Ce chapitre sera consacré à la modélisation du système barrage-réservoir en décrivant toutes les conditions aux limites dans les différents domaines d'étude ainsi que les équations qui gouvernent notre problème.

### III.2. Modélisation du réservoir

On supposera que le réservoir est composé de plusieurs parties décrites sur la figure ci-dessus.

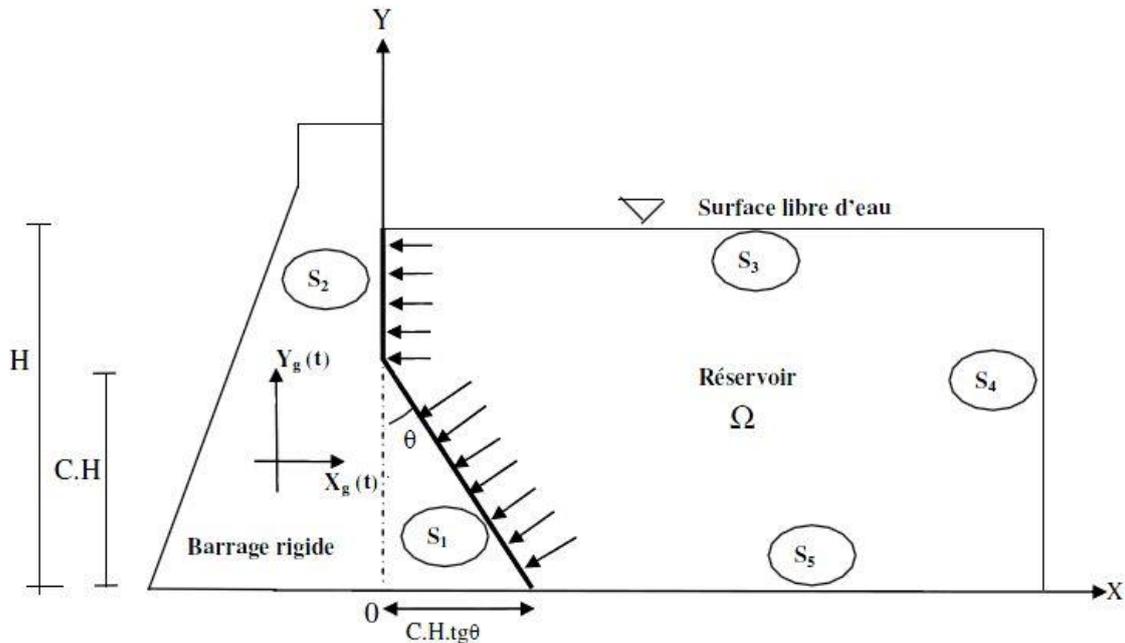


Figure III-1: Barrage à fruit composé

Avec :

- S1 : La partie inclinée de l'interface barrage-réservoir.
- S2 : La partie verticale de l'interface barrage-réservoir.
- S3 : La surface libre du liquide dans le réservoir.
- S4 : La frontière limite du réservoir.
- S5 : Le fond du réservoir.
- $S=S1+S2+S3+S4+S5$ : Contour total du réservoir.

Dans notre étude le barrage est considéré infiniment rigide avec un fruit irrégulier. L'origine des coordonnées se trouve à la base du réservoir et  $y = H$  correspond à la surface libre.

#### III.2.1. Condition aux limites

Il est indispensable de définir les conditions aux limites si on ne veut pas rencontrer le problème de valeurs propres nulles. Pour cela deux types de conditions aux limites sont imposés pour résoudre l'équation aux dérivées partielles régissant le système. (4)

##### III.2.1.1. Conditions de type Dirichlet

Ce type de condition s'applique lorsque la condition, imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles, à satisfaire est fonction de l'inconnu c.-à-d.

lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les frontières du domaine.

(4) (Limites  $S_3$  et  $S_4$ )

- Domaine  $S_3$  et  $S_4$

Ces deux domaines sont considérés comme étant des limites de troncature du domaine limitant le réservoir dont lesquelles l'effet de la pression et de la radiation des ondes est négligé.

$$P = 0$$

### III.2.1.2. Conditions de type Neumann

Ce type de condition s'applique lorsque la condition, imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles, à satisfaire est fonction de la dérivée de l'inconnu c.-à-d. lorsque l'on spécifie les valeurs des dérivées que la solution doit vérifier sur les frontières du domaine. (Limites  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_5$ )

- Domaine  $S_1$

Dans la partie amont du barrage ( $S_1$ ), les particules fluides sont supposées parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage, ce qui nous permet d'écrire que la dérivée de l'inconnu  $u$  est égale à :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = -\rho \cdot \ddot{U}_n \cdot \cos(\theta) \quad (14)$$

- Domaine  $S_2$

C'est la même condition que dans le domaine  $S_1$  avec un angle  $\theta = 0$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = -\rho \cdot \ddot{U}_n \quad (15)$$

- Domaine  $S_5$

On suppose que les particules fluides sont parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage et que le fond du réservoir est horizontal et rigide, ce qui nous permet de considérer que la composante verticale de la vitesse de ces particules est nulle :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (16)$$

L'écriture mathématique du système en tenant compte des conditions aux limites est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 P + \frac{\mu}{K} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 P) = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad |\Omega \\ \frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = -\rho \cdot \ddot{U}_n \cdot \cos(\theta) \quad |S_1 \\ \frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = -\rho \cdot \ddot{U}_n \quad |S_2 \\ P = 0 \quad |S_3 \\ P = 0 \quad |S_4 \\ \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad |S_5 \end{array} \right. \quad (17)$$

### III.3. Equation de continuité

L'équation de continuité est d'importance capitale puisqu'elle traduit le principe de conservation de la masse au sein d'un écoulement (ni apport, ni prélèvement de la matière).

On considère un élément de volume parallélépipédique  $dV = dx dy dz$  dont la masse est proportionnelle à la masse volumique et vaut  $m = \rho dV$

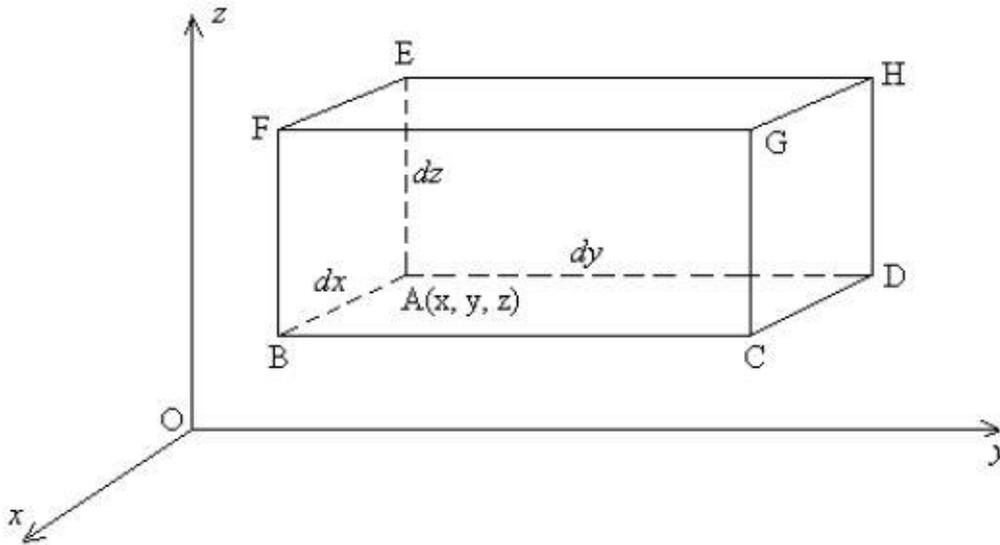


Figure III-2: Parallélépipède élémentaire de fluide de volume  $dx dy dz$

Le bilan de masse pendant un temps  $dt$  à travers les deux faces perpendiculaires à l'axe  $y$  s'exprime :

$$dm_y = [\rho v]_y dx dy dt - [\rho v]_{y+dy} dx dy dt \quad (18)$$

En faisant un développement limité au premier ordre on obtient :

$$[\rho v]_{y+dy} = [\rho v]_y + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy$$

$$\Rightarrow dm_y = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dx dy dz dt$$

Par analogie, dans les deux autres directions on trouve :

$$dm_x = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt \quad \text{et} \quad dm_z = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dx dy dz dt$$

Le bilan total de la masse de fluide dans le parallélépipède pendant un temps  $dt$  est égal à :

$$dm_x + dm_y + dm_z = -\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right) dV dt = -\vec{\nabla}(\rho \vec{V}) dV dt$$

D'où :

$$dm = \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt = -\vec{\nabla}(\rho \vec{V}) dV dt \quad (19)$$

Qui, après simplification par  $dV$  et  $dt$ , est ramenée à une équation locale appelée équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (20)$$

### **III.4. conclusion**

La modélisation est une étape nécessaire qui consiste en la conception d'un modèle simplifié de ce qui se passe en réalité, qui reproduit presque les mêmes effets que dont le cas réel. Elle consiste à définir un domaine d'étude, à introduire les conditions aux limites pour chaque frontière du domaine ainsi que l'équation qui gouverne le domaine considéré.

**CHAPITRE IV**  
**ETUDE PARAMETRIQUE**

## Chapitre IV Etude paramétrique

### IV.1. Excitation sismique

Dans cette partie on va simuler une excitation sismique (séisme de Boumerdes par exemple) sur un le barrage d'OUED FODDA. On évaluera les pressions hydrodynamiques à la base du barrage en considérant un fluide compressible et visqueux.

#### IV.1.1. Décomposition du signal à l'aide de la transformée de Fourier

La réponse à une sollicitation transitoire, comme celle définie par le séisme considéré dans cette étude (Boumerdes) est obtenue à partir de la réponse à une onde monochromatique stationnaire par résolution du problème dans le domaine fréquentiel. Pour cela, on décompose l'onde incidente en ondes harmoniques à l'aide d'une transformée de Fourier. La transformée de Fourier  $F(\omega)$  du séisme  $\ddot{Y}(t)$  vérifie :

$$\ddot{Y}(t) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (21)$$

Où  $\operatorname{Re}$  désigne la partie réelle.

La fonction de  $F(\omega)$  complexe est donnée par :

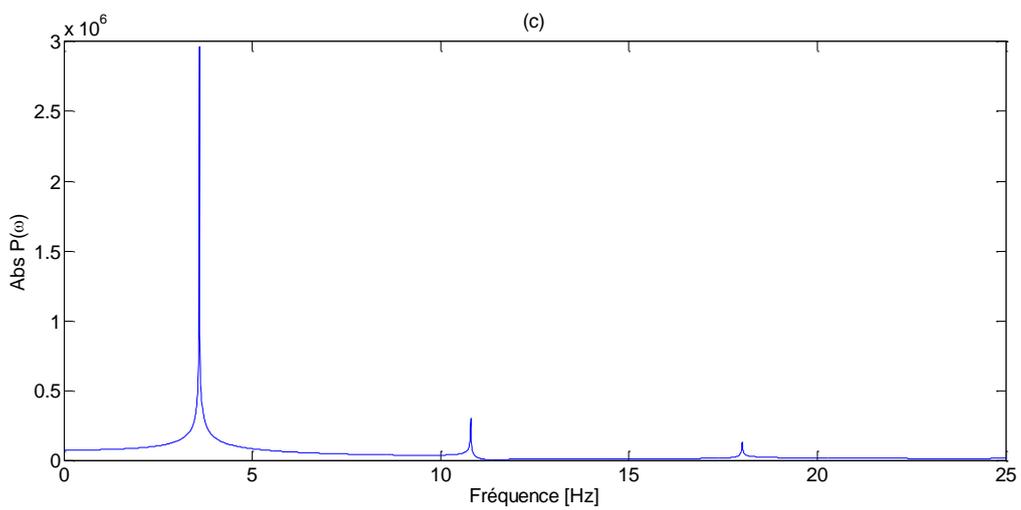
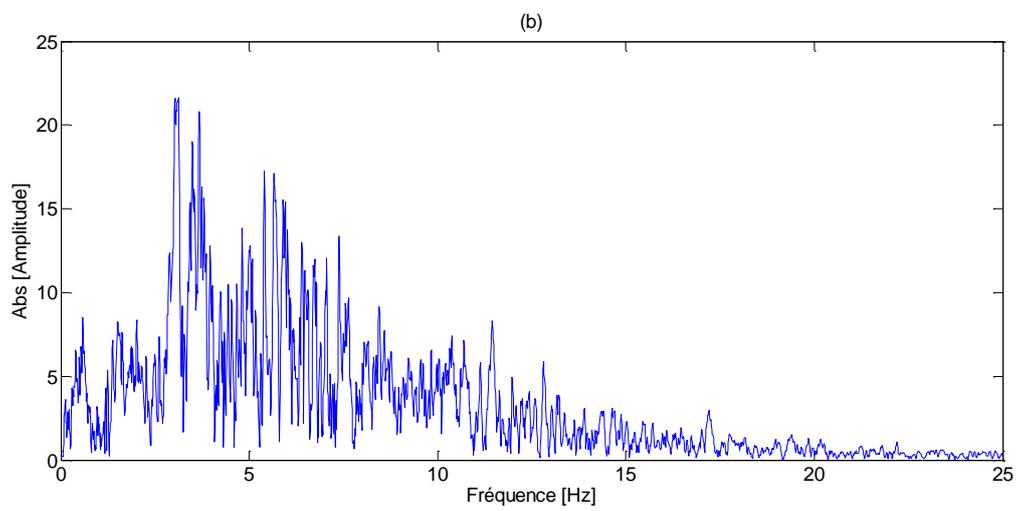
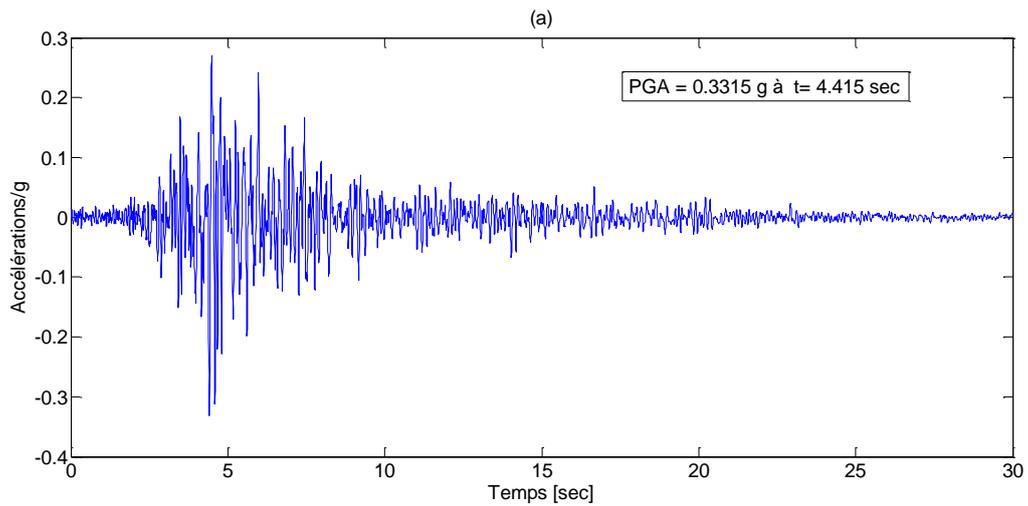
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{Y}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (22)$$

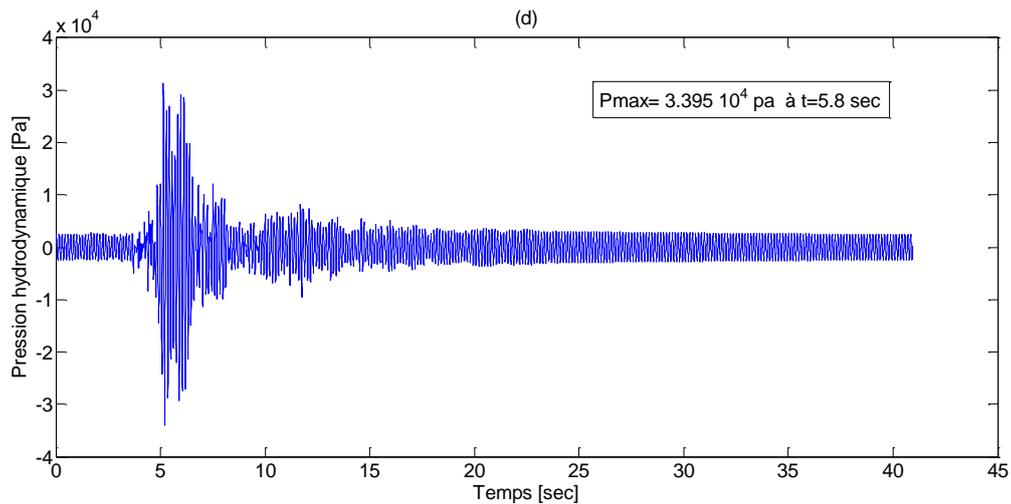
Physiquement  $\frac{1}{2\pi} |F(\omega)| d\omega$  représente l'amplitude du mouvement attaché à la fréquence  $f = \omega/(2\pi)$ . Le module du produit de la fonction de transfert  $T_{j,N+1}^*(\omega)$  par la transformée de Fourier  $F(\omega)$  donne alors l'amplitude du mouvement attaché à la fréquence  $f$  dans la couche  $j$ .  $F(\omega)T_{j,N+1}^*(\omega)$  représente la transformée de Fourier de l'accélération à la surface de la couche  $j$  ; l'accélération, fonction du temps, est obtenue par une transformée de Fourier inverse :

$$\ddot{Y}_j(t) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) T_{j,N+1}^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (23)$$

La procédure décrite ci-dessus est illustrée sur la figure (IV-1) qui donne : l'accélérogramme  $\ddot{Y}(t)$  correspondant au séisme considéré (figure IV-1a), la transformée de Fourier de l'accélérogramme (figure IV-1b), la fonction de transfert  $F(\omega)$  (figure IV-1c) et la réponse du barrage dans le domaine temporel (figure IV-1d).

L'étape la plus longue est l'obtention des fonctions de transferts. Une fois celles-ci obtenus le calcul peut se faire aisément et rapidement. (6)





**Figure IV-1:**

- (a) Accélérogramme du séisme Boumerdes**
- (b) Transformée de Fourier de l'accélérogramme**
- (c) Fonction de transfert**
- (d) Réponse de la structure**

On constate d'après la figure (IV-1) que la réponse dynamique a une forme similaire à celle de l'excitation avec une pression maximale égale à  $3.395 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  enregistré à  $t = 5.8 \text{ s}$ , on remarque également un déphasage de  $1.385 \text{ s}$  entre le pic de la réponse et le pic de l'excitation cela est dû à la compressibilité et la viscosité du fluide qui ralentissent la réaction de ce dernier à l'excitation.

## IV.2. Etude paramétrique

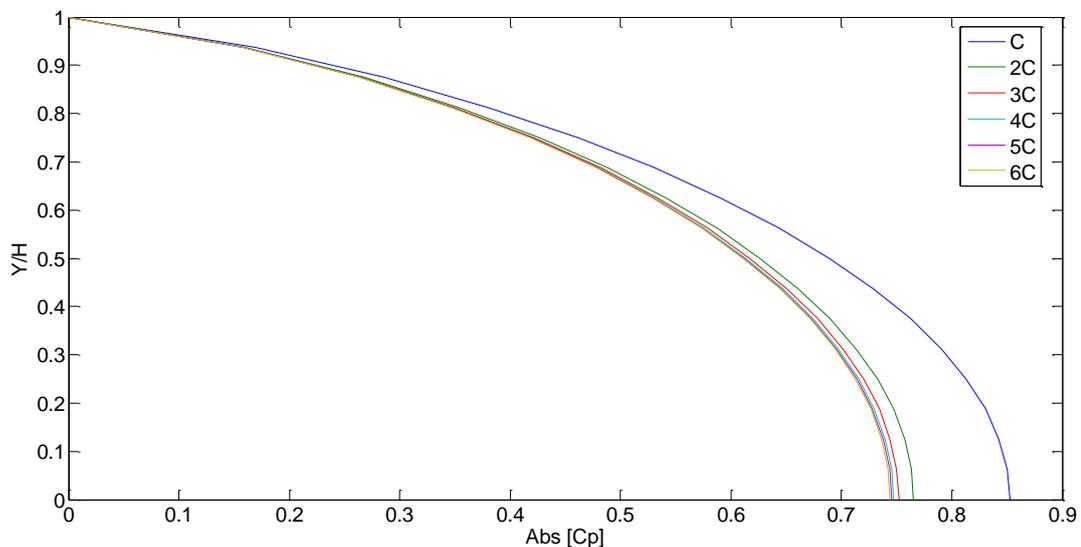
Pour mieux comprendre le phénomène étudié et appréhender l'effet de plusieurs facteurs physiques sur la distribution des surpressions hydrodynamiques, une étude paramétrique a été effectuée sur ces différents paramètres physiques tels que la célérité des ondes de compression, et la viscosité (l'amortissement) ainsi que la fréquence d'excitation.

### IV.2.1. Effet de la vitesse des ondes de compression

Pour pouvoir estimer l'effet de la vitesse de propagation des ondes de compression on va varier la célérité des ondes sur une fourchette allant de  $C$  à  $6C$ , en considérant un barrage rigide vertical soumis à une excitation harmonique. Les valeurs de coefficient de pressions hydrodynamiques maximales ainsi que la vitesse de propagation des ondes de pression correspondante sont rapporté dans le tableau (IV-1) :

**Tableau IV-1 Influence de la compressibilité de fluide sur le coefficient de pression hydrodynamique**

Célérité des ondes de compression	Cpmax
C	0.8524
2C	0.7655
3C	0.7520
4C	0.7474
5C	0.7454
6C	0.7442



**Figure IV-2: Variation de Cp en fonction de la vitesse d'onde C**

### Interprétation de la figure

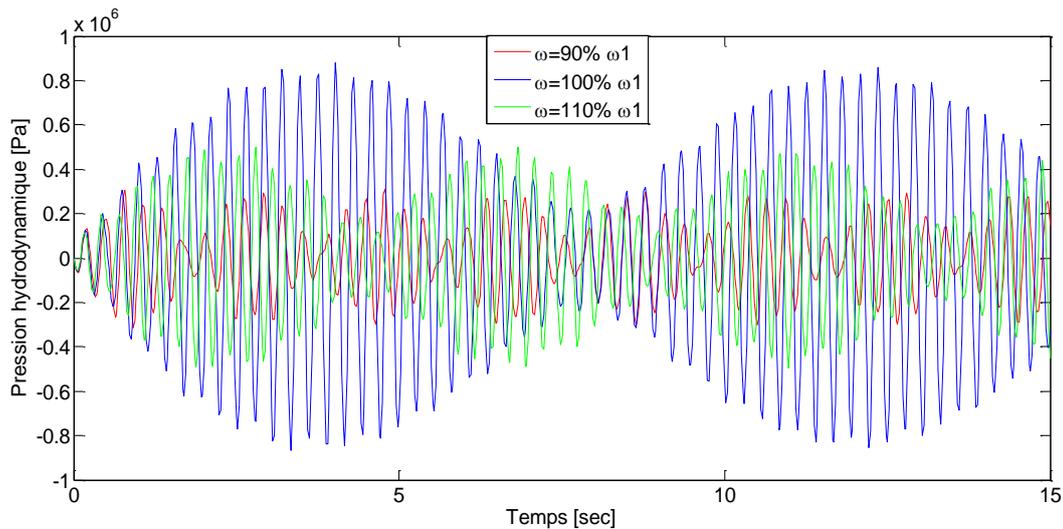
La figure (IV-2) représente la variation du coefficient de pression hydrodynamique en fonction de la vitesse de propagation des ondes de pression. On remarque que l'augmentation de  $C$  provoque une diminution des pressions hydrodynamiques. De plus on constate qu'à partir de  $5C$  la distribution des pressions hydrodynamiques est pratiquement la même que pour un fluide

incompressible par conséquent la compressibilité du fluide peut être négligée pour des célérités des ondes de pression élevées.

La négligence de l'effet de la compressibilité induit une erreur importante surtout pour le cas d'un barrage rigide parce qu'il ne dissipe pas autant d'énergie qu'un barrage flexible.

#### IV.2.2. Effet de la fréquence d'excitation

Pour pouvoir estimer l'effet de la fréquence d'excitation on va varier cette dernière en prenant  $\omega = 90\% \omega_1$  et  $\omega = 100\% \omega_1$  et enfin  $\omega = 110\% \omega_1$ , en considérant un barrage rigide vertical soumis à une excitation harmonique.



**Figure IV-3 : variation de la pression hydrodynamique en fonction du temps sous excitations harmoniques**

#### Interprétation de la figure

La figure représente la variation de la pression hydrodynamique à la base d'un barrage rigide vertical en fonction du temps pour un fluide compressible. On remarque que pour  $\omega = 100\% \omega_1$  la pression atteint sa valeur maximale avec l'apparition du phénomène de battement. Par contre pour  $\omega = 90\% \omega_1$  et  $110\% \omega_1$  la pression diminue par rapport au 1<sup>er</sup> cas. On remarque également que le phénomène de battement commence à disparaître au fur et à mesure qu'on s'écarte de la fréquence de résonance.

#### IV.2.3. Effet de la viscosité (l'amortissement)

Pour pouvoir estimer l'effet de la viscosité (l'amortissement), on considère un barrage rigide vertical soumis à une excitation harmonique, pour différentes valeurs de l'amortissement et la viscosité. Les résultats sont montrés dans les figures ci-dessous :

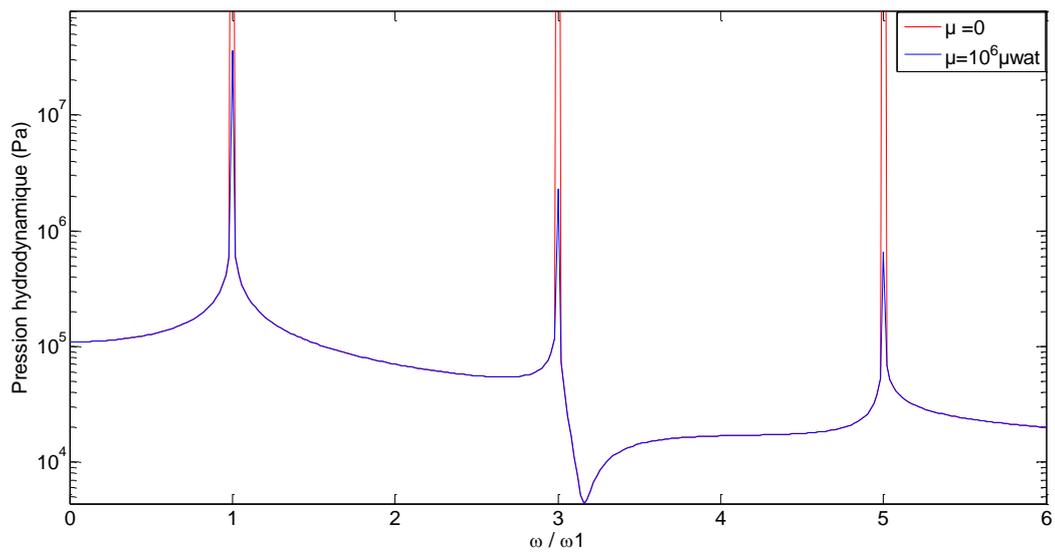


Figure IV-4 : Variation de la pression en fonction de  $\omega/\omega_1$  pour  $\mu=0$  et  $\mu 10^6 \mu_{wat}$

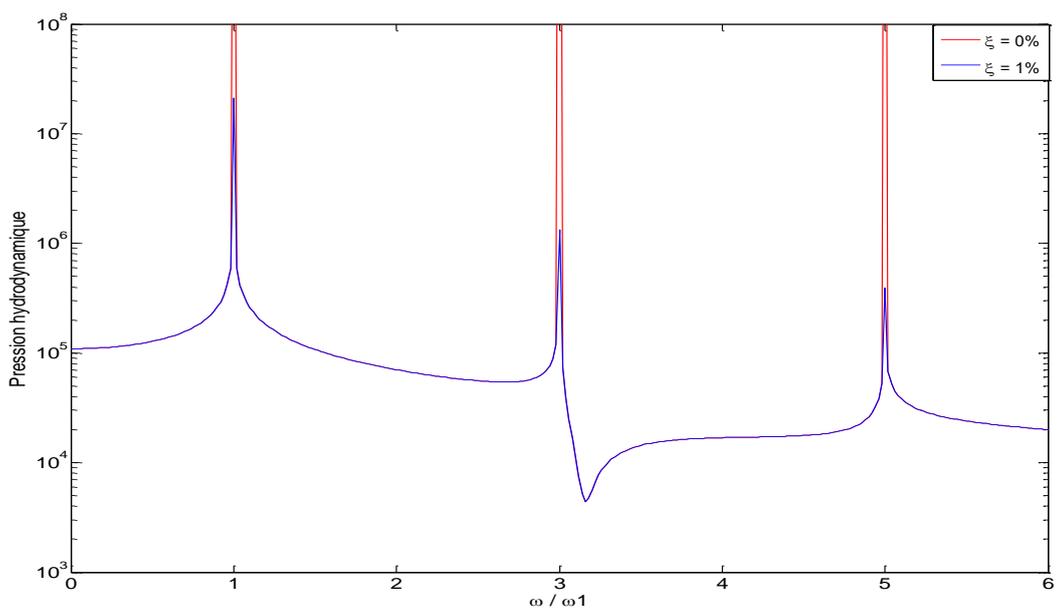
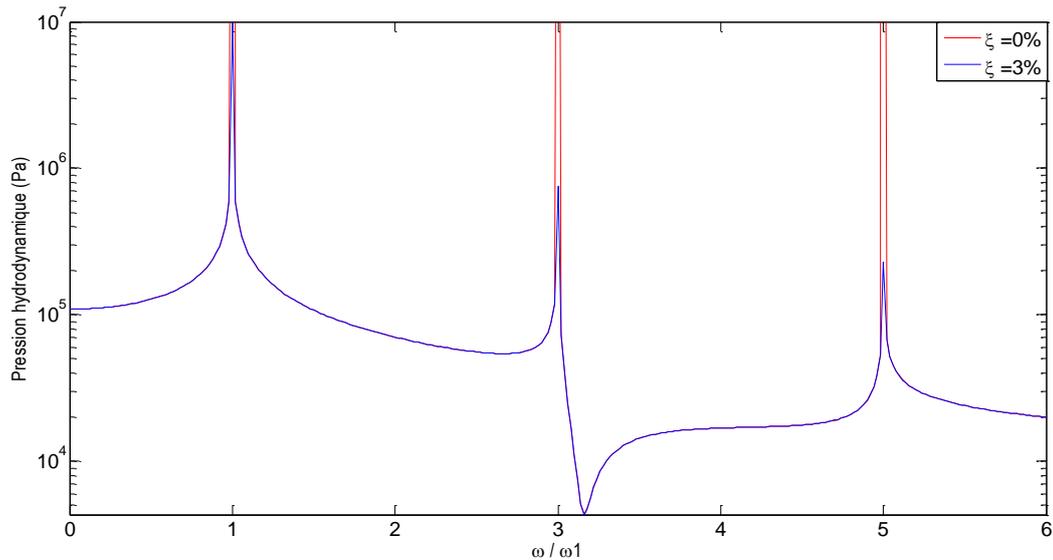


Figure IV-5 : Variation de la pression en fonction de  $\omega/\omega_1$  pour  $\xi = 0\%$  et  $\xi = 1\%$



**Figure IV-6 : Variation de la pression en fonction de  $\omega/\omega_1$  pour  $\xi = 0\%$  et  $\xi = 3\%$**

### Interprétation des figures

Les figures ci-dessus représentent la variation de la pression hydrodynamique en fonction de l'excitation normalisée en considérant un barrage rigide vertical pour différentes valeurs de l'amortissement et la viscosité.

Dans ces figures on remarque que la pression tend vers l'infini lorsque le barrage est excité à des fréquences qui correspondent aux fréquences propres du barrage.

Il est à noter aussi que lorsqu'on introduit l'amortissement (viscosité) la pression chute d'une manière substantielle qu'à la résonance tout en enregistrant une grande pression dans le premier mode par rapport aux autres modes. Cela est dû au fait qu'à la résonance le facteur d'amplification dynamique dépend que de l'amortissement. Au-delà de la résonance l'amortissement (viscosité) n'a pratiquement aucun effet.

## **CONCLUSION GENERALE**

### **Conclusion générale**

A travers ce modeste travail j'ai pu lever l'ombre sur une partie minime de l'étude du comportement dynamique des barrages qui est l'évaluation de l'effet de la compressibilité et de la viscosité sur la réponse d'un barrage à une excitation dynamique (sismique).

Les séismes représentent un danger majeur pour tout type de construction notamment les barrages qui sont des structures très complexes nécessitant une analyse très précise de la réponse à une excitation dynamique pour éviter que des désastres aient lieu.

La modélisation du réservoir par la méthode des éléments finis est le dispositif idéal pour traiter le problème car cette dernière permet d'aboutir à des résultats très proches de ceux obtenus par les méthodes analytiques.

Les conclusions les plus importantes qui peuvent être retenues de ce travail sont :

- La réponse dynamique des barrages face aux excitations sismiques est affectée par les caractéristiques géométriques du barrage, ainsi que par les caractéristiques et le niveau du fluide contenu dans le réservoir.
- La taille du maillage choisie lors de la modélisation a une influence sur les résultats obtenus du système barrage-réservoir.
- Il existe un décalage des pics entre l'excitation sismique et la réponse du barrage à cette excitation.
- L'effet L'amortissement n'apparaît qu'à la résonance. Au-delà de la résonance l'amortissement n'a pratiquement aucun effet

## **Bibliographie**

1. **F. BOUDJOURAF.** *INVESTIGATION D'EFFETS CONJUGUES TRANSITOIRES DE SEISMES LORS DE L'INTERACTION BARRAGE-RESERVOIR.* Département Hydraulique, Ecole nationale polytechnique. Alger : s.n., 2014. p. 104, Mémoire de Master.
2. **Davidovici, V.** *La construction en zone sismique.* Paris : le Moniteur, 1998.
3. **Hamouda, Riadh Ben.** *Notions De Mécanique Des Fluides.* Tunis : Centre de publication universitaire, 2008.
4. **Le Pourhiet, A.** *Resolution numérique des équations aux dérivées partielles (une première approche).* Toulouse : CEPADUES, 1988.
5. **Nekrassov, B.** *Cours d'hydraulique.* Moscou : ed. en langues étrangères (moscou), 1978.
6. **Pecker, Alain.** *Dynamique des sols.* s.l. : presse de l'école nationale des ponts et chaussées, 1984.
8. **A.ADEL.** *INVESTIGATION DES EFFETS DE COMPRESSIBILITE ET DE VISCOSITE SUR LES PRESSIONS HYDROSISMIQUES S'EXERCANT A L'INTERFACE DES SYSTEMES FLUIDES BARRAGES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.* Département de Génie Civil, Ecole nationale polytechnique. Alger, 2015, Projet de fin d'études.

