

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
**Département d'Électronique**

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

En vue de l'obtention du diplôme  
D'ingénieur d'état en Électronique  
Promotion 2006

**Thème**

---

**APPLICATION D'OUTILS D'ANALYSE  
TEMPS - FREQUENCE A LA DETECTION  
ACOUSTIQUE D'AVIONS**

---

*Proposé et Dirigé par :*

**Prof. A.BELOUHRANI**

**Prof. S.BOURENNANE**

*Réalisé par :* **Omar METTOUCHI**

*E.N.P. 10, Avenue Hassen Badi, 16200 EL-Harrach, Alger.*

---

# *Dédicaces*

---

*Je dédie ce travail*

*A tous ceux qui me sont chers, que j'aime et qui m'aiment*

*Omar Mettouchi*

---

# Remerciements

---

*Je tiens à remercier nos promoteurs M. A. Belouchrani et M. S. Bourennane pour leurs précieux conseils, leur aide inestimable et la confiance qu'ils nous ont accordée et qui nous a permis de mener à terme ce travail.*

*Je tiens aussi à remercier chaleureusement l'ensemble du personnel et tous les membres de l'équipe GSM de l'institut FRESNEL, pour leur aide et pour l'accueil qu'ils nous ont réservé.*

*Je remercie les membres du jury qui nous ont fait l'honneur d'examiner notre travail.*

*Nous tenons à remercier tous nos professeurs du Primaire à l'Université.*

*Merci à toute personne ayant contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce projet.*

---

# TABLE DES MATIERES

---

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 : GENERALITES ET BASES.....</b>	<b>3</b>
Introduction .....	3
1.1 Effet Doppler – Fizeau.....	4
1.2. Concepts et outils d’analyse temps – fréquence .....	5
1.2.1. Définition de la fréquence instantanée.....	5
1.2.2. Interprétation de la fréquence instantanée.....	6
1.2.3. Influence du produit bande passante – période (BT) sur la notion de la fréquence instantanée .....	7
1.2.3.1. Définition.....	7
1.2.3.2. Relation entre B et T.....	7
1.2.4. Relation entre fréquence instantanée et représentation temps – fréquence.....	8
1.2.4.1. Définition de la représentation temps – fréquence.....	8
1.2.4.2. Différentes types de représentation temps – fréquence.....	9
1.2.4.2.1. Représentations temps – fréquence linéaires.....	9
1.2.4.2.1.1. Transformée de Fourier à Court Terme.....	9
1.2.4.2.2. Représentations temps – fréquence quadratiques.....	10
1.2.4.2.2.1. Classe de Cohen.....	11
1.2.4.2.2.2. Quelques propriétés de la classe de Cohen.....	11
1.2.4.2.2.3. Transformée de Wigner.....	12
1.2.4.2.2.4. Transformée de Wigner – Ville.....	13
1.2.4.2.2.5. Transformée de pseudo Wigner – Ville.....	13
1.2.4.2.2.6. Transformée de pseudo Wigner – Ville lissée .....	13
1.2.4.2.2.7. Spectrogramme.....	14
1.2.4.2.2.8. Transformée de Choi – Williams.....	14
1.2.4.2.2.9. Transformée de Born – Jordan .....	15
1.2.4.2.2.10. Transformée de Butterworth.....	15
1.2.4.2.2.11. Tableau récapitulatif de la classe de Cohen et de leurs propriétés .....	16
1.2.4.2.3. Représentations temps – fréquence par corrélation.....	18

Conclusion .....	18
------------------	----

## **CHAPITRE 2 : MODELISATION ET ESTIMATION DES PARAMETRES DE VOL.....**

Introduction .....	20
2.1. Modèle.....	21
2.2.Estimation des paramètres.....	24
Conclusion .....	28

## **CHAPITRE 3 : ALGORITHMES IMPLEMENTES.....**

Introduction.....	29
3.1. Algorithme simulant le doppler :doppler.m.....	29
3.2. Algorithme simulant le bruit : dopnoise.m.....	30
3.3. Algorithme calculant la fréquence instantanée : momtfr.m.....	30
3.4. Algorithme calculant la distribution de Wigner – Ville .....	31
3.5. Algorithme calculant la distribution de pseudo Wigner – Ville .....	33
3.6. Algorithme calculant la distribution de pseudo Wigner – Ville lissée.....	33
3.7. Algorithme calculant la distribution du Spectrogramme .....	34
3.8. Algorithme calculant la distribution de Choï – William.....	34
3.9. Algorithme calculant la distribution de Born – Jordan .....	35
3.10. Algorithme calculant la distribution de Butterworth.....	35
3.11. Algorithme calculant les fenêtres de lissage .....	36
Conclusion.....	38

## **CHAPITRE 4 : SIMULATIONS RESULTATS.....**

Introduction.....	38
4.1. Cas d'un avion en transit .....	39
4.1.1. Application de la représentation de Wigner – Ville.....	39
4.1.2. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville.....	40
4.1.3. Application de la représentation du Spectrogramme .....	42
4.2. Cas d'un hélicoptère en transit .....	44
4.2.1. Application de la représentation de Wigner – Ville.....	44
4.2.2. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville.....	46
4.2.3. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville lissée .....	48
4.2.4. Application de la représentation du Spectrogramme.....	51
4.2.5. Application de la représentation de Choï – Williams.....	53
4.2.6. Application de la représentation de Born – Jordan.....	55
4.2.7. Application de la représentation de Butterworth.....	57
4.2.8. Tableau récapitulatif des résultats.....	59
Conclusion .....	60

## **CONCLUSION GENERALE.....**

	61
<b>ANNEXES</b> .....	62
Annexe A.....	62
Annexe B.....	63
Annexe C.....	64
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	68

---

# LISTE DES FIGURES

---

<b>Fig.1.1</b> <i>Schéma représentant un émetteur et un récepteur se déplaçant selon des directions quelconques.....</i>	4
<b>Fig.2.1</b> <i>Schéma représentant un avion en transit à vitesse et altitude constantes.....</i>	21
<b>Fig.2.2</b> <i>Courbe temps – fréquence typique.....</i>	26
<b>Fig.3.1</b> <i>Fréquence instantanée du signal.....</i>	31
<b>Fig.3.2</b> <i>Fréquence instantanée issue d'un milieu bruité.....</i>	32
<b>Fig.3.3</b> <i>Fréquence instantanée calculée par la formule du moment.....</i>	33
<b>Fig.3.4</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Wigner – Ville.....</i>	34
<b>Fig.3.5</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville.....</i>	34
<b>Fig.3.6</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville lissée.....</i>	35
<b>Fig.3.7</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution du spectrogramme.....</i>	36
<b>Fig.3.8</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Choi – Williams.....</i>	37
<b>Fig.3.9</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Born – Jordan.....</i>	38
<b>Fig.3.10</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Butterworth.....</i>	38
<b>Fig.3.11</b> <i>Représentation d'une fenêtre de Hamming.....</i>	39
<b>Fig. 4.1</b> <i>fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, première simulation).....</i>	41
<b>Fig. 4.2</b> <i>fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, première simulation).....</i>	42
<b>Fig. 4.3</b> <i>fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, deuxième simulation).....</i>	43
<b>Fig. 4.4</b> <i>fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, deuxième simulation).....</i>	43
<b>Fig.4.5</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville (cas d'un avion, deuxième simulation).....</i>	44
<b>Fig. 4.6</b> <i>fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, troisième simulation).....</i>	45
<b>Fig. 4.7</b> <i>fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, troisième simulation).....</i>	45
<b>Fig.4.8</b> <i>Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution du Spectrogramme (cas d'un avion, troisième simulation).....</i>	46
<b>Fig.4.9</b> <i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, première simulation).....</i>	47

<b>Fig.4.10</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, première simulation).....</i>	47
<b>Fig.4.11</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de Wigner – Ville (cas d'un hélicoptère, première simulation).....</i>	48
<b>Fig.4.12</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, deuxième simulation).....</i>	49
<b>Fig.4.13</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, deuxième simulation).....</i>	49
<b>Fig.4.14</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville (cas d'un hélicoptère, deuxième simulation).....</i>	50
<b>Fig.4.15</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, troisième simulation).....</i>	51
<b>Fig.4.16</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, troisième simulation).....</i>	52
<b>Fig.4.17</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville lissée (cas d'un hélicoptère, troisième simulation).....</i>	53
<b>Fig.4.18</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, quatrième simulation).....</i>	54
<b>Fig.4.19</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, quatrième simulation).....</i>	54
<b>Fig.4.20</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution du Spectrogramme (cas d'un hélicoptère, quatrième simulation).....</i>	55
<b>Fig.4.21</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, cinquième simulation).....</i>	56
<b>Fig.4.22</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, cinquième simulation).....</i>	56
<b>Fig.4.23</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de Choi – Williams (cas d'un hélicoptère, cinquième simulation).....</i>	57
<b>Fig.4.24</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, sixième simulation).....</i>	58
<b>Fig.4.25</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, sixième simulation).....</i>	58
<b>Fig.4.26</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de Born – Jordan (cas d'un hélicoptère, sixième simulation).....</i>	59
<b>Fig.4.27</b>	<i>Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, septième simulation).....</i>	60
<b>Fig.4.28</b>	<i>Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, septième simulation).....</i>	60
<b>Fig.4.29</b>	<i>Représentation temps –fréquence du signal moyennant la distribution de Butterworth (cas d'un hélicoptère, septième simulation).....</i>	61



## Abréviations

DB	Distribution de <b>B</b> utterworth
DBJ	Distribution de <b>B</b> orn – <b>J</b> ordan
DCW	Distribution de <b>C</b> hoï – <b>W</b> illiams
DPWV	Distribution de <b>P</b> seudo <b>W</b> igner – <b>V</b> ille
DPWVL	Distribution de <b>P</b> seudo <b>W</b> igner – <b>V</b> ille lissé
DWV	Distribution de <b>W</b> igner – <b>V</b> ille
FI	Fréquence <b>I</b> ntanée
FM	<b>M</b> odulation <b>F</b> réquentielle
RTF	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps <b>F</b> réquence
SP	<b>S</b> pectrogramme
TFCT	<b>T</b> ransformée de <b>F</b> ourier à <b>C</b> ourt <b>T</b> erme
tfrbj	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>B</b> orn – <b>J</b> ordan
tfrbud	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>B</b> utterworth
tfrw	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>C</b> hoï – <b>W</b> illiams
tfrpww	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>P</b> seudo <b>W</b> igner – <b>V</b> ille
tfrsp	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence d u <b>S</b> pectrogramme
tfrspww	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>P</b> seudo <b>W</b> igner – <b>V</b> ille <b>L</b> issée
tfrww	<b>R</b> éprésentation <b>T</b> emps – <b>F</b> réquence de <b>W</b> igner – <b>V</b> ille

---

# INTRODUCTION GENERALE

---

---

# INTRODUCTION GENERALE

---

Le traitement du signal est aujourd'hui l'une des composantes fondamentales des sciences de l'ingénieur. En fait depuis les années soixante, cette discipline a connue une expansion fulgurante, liée au développement des moyens et techniques de télécommunications.

Néanmoins, jusqu'à un passé encore récent, le traitement du signal "classique" a été confronté à une situation paradoxale. D'une part il était reconnu que la plus part des signaux présentaient une forme de dépendance temporelle, et d'autre part, les outils standards ont continué à être utilisés pour l'analyse et le traitement de tels signaux. D'où la nécessité d'introduire le concept d'analyse temps – fréquence pour analyser ce type de signaux connus non – stationnaires.

Un exemple de tels signaux est celui de Doppler. En effet, ce dernier présente la particularité d'avoir une fréquence variable avec le temps. Par analogie à cela, le même effet a été remarqué sur les signaux sonores émis par des objets en déplacement, ce qui a suscité notre intérêt.

L'application des techniques radars passives à la détection d'avions est une technique basée sur l'analyse des signaux émis par ces derniers et reçus par le radar en question. C'est ainsi qu'une méthode d'analyse temps – fréquence du son émis par un avion et reçu par un microphone, a fait l'objet de notre projet.

## Résumé et plan du rapport :

Le spectre acoustique d'un avion en transit, reçu par un observateur immobile, change avec le temps dû à l'effet acoustique Doppler. La présente approche considère la variation avec le temps de la fréquence Doppler associée à une certaine raie spectrale, car à la différence de la mesure spectrale, cette dernière présente une variabilité sur un court intervalle de temps. La raie spectrale correspondant au son émis par la rotation des ailettes du propulseur, étant la caractéristique la plus dominante du spectre [FER 94], est sélectionnée pour l'analyse.

Une technique à bande étroite [FER 00], basée sur cet effet acoustique est utilisée pour estimer les paramètres décrivant la trajectoire de l'avion. La vitesse et l'altitude de l'avion sont supposées constantes durant son transit au dessus d'un capteur acoustique placé au niveau du sol.

Le principe de cette étude consiste à mesurer la variation de la fréquence instantanée (FI) du signal sonore, reçu par un capteur fixe, et de minimiser la somme de la différence de variation de la FI estimée de sa valeur prédite sur un intervalle de temps donné. La technique permet l'estimation de la vitesse, la fréquence ainsi que la hauteur de l'avion décrivant cette trajectoire.

C'est ainsi que le premier chapitre constitue une introduction à la présentation de l'effet Doppler et aux concepts temps – fréquence nécessaires à l'application de la méthode.

Le second quant à lui aborde la modélisation de la fréquence instantanée à partir du signal (son) reçu et l'estimation des paramètres à partir de cette dernière. Le problème de minimisation à quatre dimensions, réduit à un problème de maximisation à deux dimensions, est résolu par la méthode de quasi-Newton [LO 01]. Une méthode simple est décrite pour le choix des valeurs initiales de la maximisation.

Le troisième chapitre expose les différents algorithmes implémentés autour du programme principal de détection. La manière de leur utilisation, y est aussi illustrée.

Finalement le quatrième chapitre met en évidence l'efficacité de la méthode, quant à l'estimation des paramètres du mouvement, à travers des simulations de plusieurs transits, où les valeurs estimées de ces paramètres sont comparées aux valeurs réelles par le calcul de l'erreur quadratique moyenne.

---

CHAPITRE 1  
GENERALITES  
ET BASES

---



---

# CHAPITRE I

## GENERALITES et BASES

---

### **Introduction :**

L'importance de la fréquence instantanée (FI) tient du fait que dans beaucoup d'applications, les caractéristiques spectrales (particulièrement la fréquence du pique) sont variables avec le temps. Ce genre de signaux est connu sous le nom de signal non – stationnaire [BOA-1 92]. Aussi, la FI définit au mieux les signaux non stationnaires mono – composante. Un exemple représentant au mieux ce type de signaux, est l'effet Doppler, qui décrit le phénomène de variation de la fréquence du signal émis.

Nous allons voir dans ce qui suit deux points essentiels au développement ultérieur de notre sujet, à savoir la description de l'effet Doppler en premier lieu, puis les concepts et outils d'analyse temps – fréquence en second.

### 1.1. Effet Doppler – Fizeau :

L'effet Doppler - Fizeau est le décalage entre la fréquence de l'onde émise et de l'onde reçue lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre , il apparaît aussi lorsque l'onde se réfléchit sur un objet en mouvement par rapport à l'émetteur ou au récepteur [WIK --].

Dans le cas général représenté par la figure 1.1 d'une source S et d'un observateur O se déplaçant, selon des droites, aux vitesses  $v_s$  et  $v_o$  faibles par rapport à  $c$ , on montre [LIE 83] que la fréquence observée  $f_o$  s'écrit (voir la démonstration en annexe A) :

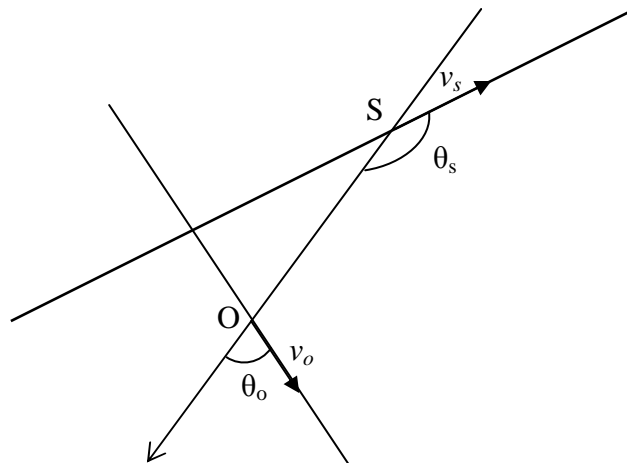
$$f_o(t) = f_s \frac{[c - v_o \cos \theta_o(t)]}{[c - v_s \cos \theta_s(t)]} \quad [\text{Hz}]$$

où :  $f_s$  est la fréquence d'émission,

$\theta_o$  et  $\theta_s$  les angles ,fonction du temps , formés par les vitesses  $v_s$  et  $v_o$  avec le vecteur  $\overline{SO}$  .  
Ainsi, lorsque S et O s'éloignent l'un de l'autre  $f_o$  est plus petite que  $f_s$ , inversement lorsqu'ils se rapprochent  $f_o$  est plus grande.

Pour un observateur fixe ( $v_o = 0$ ), on aura :

$$f_o = f_s \frac{c}{[c - v_s \cos \theta_s(t)]}$$



**Fig.1.1** Schéma représentant un émetteur et un récepteur se déplaçant selon des directions quelconques.



## 1.2. Concepts et outils d'analyse temps – fréquence :

### 1.2.1. Définition de la fréquence instantanée :

Carson & Fry [BOA-1 92] ont défini la FI pour les signaux modulés FM par :

$$f_i(t) = f_0 + \frac{\lambda}{2\pi} m(t) \quad (1.2.1)$$

où :  $\lambda \in \mathbb{R}$  et  $|m(t)| < 1$  ;

c. à. d. que la fréquence a été définie comme la vitesse de changement de phase pour un instant  $t$ .

Van Der Rol [BOA-1 92] a décrit les oscillations harmoniques des signaux en considérant le

signal : 
$$s(t) = a \cos\left[\int_0^t 2\pi f_i(t) dt + \theta\right]$$

ce qui l'a conduit à définir la FI :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (1.2.2)$$

où  $\phi(t) = \text{Arg}\{s(t)\}$ ,

conduisant ainsi à la même définition que Carson & Fry.

Gabor [BOA-1 92] a défini les signaux analytiques à partir de leur partie réelle

$$z(t) = a(t)e^{j\phi(t)} = s(t) + jH\{s(t)\}$$

où  $H$  représente la transformée d'Hilbert  $= \text{vp}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(t-\tau)}{\pi\tau} d\tau\right\}$

et  $\text{vp}$  représente la valeur principale au sens de Cauchy ( voir annexe B)

Il a ainsi défini le moment central par rapport à la fréquence :

$$\langle f^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^n |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (1.2.3)$$

et  $Z(f) = TF\{z(t)\}$ .

Ville a unifié le travail de Carson & Fry et de Gabor et a défini la FI pour  $s(t) = a(t) \cos \phi(t)$

par : 
$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \{ \text{Arg}[z(t)] \} \quad (1.2.4)$$

ou bien si  $s(t) = x(t) + j.y(t)$ , avec  $y(t) = H\{x(t)\}$ , alors :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{x(t)y'(t) - x'(t)y(t)}{x^2(t) + y^2(t)} \quad (1.2.5)$$

La méthode s'applique à tout signal réel. Toutefois, elle ne prend son sens physique que dans le cas des signaux à bande étroite ou quasi – monochromatique satisfaisant les hypothèses de variation lente. Ainsi pour une variation de fréquence  $\Delta f(t)$  autour de la fréquence centrale  $f_0$ , on aura la fréquence instantanée :  $f(t) = f_0 + \Delta f(t)$ , et la condition [BOA-1 92] de variation lente est réalisée pour les signaux dont le spectre de variation de la fréquence instantanée est contenu dans des bandes de fréquence  $[-B, B]$  avec  $B \ll 1/T_0$ , et  $T_0 = 1/f_0$ . [HLA 05]

Gabor a aussi montré que la moyenne temporelle de la FI est égale à la moyenne du spectre fréquentiel on a alors :

$$\langle f \rangle = \langle f_i \rangle \quad (1.2.6)$$

où

$$\langle f \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |Z(f)|^2 df}$$

et

$$\langle f_i \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f_i(t) |Z(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |Z(t)|^2 dt} .$$

Usant de ces résultats, Ville a formulé la représentation temps – fréquence de Wigner – Ville:

$$W_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t + \frac{\tau}{2}) * z^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (1.2.7)$$

ainsi comme démontré par Ville en [BOA-1 92], la FI est définie comme étant le moment fréquentiel d'ordre 1 de cette représentation c. à. d. :

$$f_i(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f W_z(f, t) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_z(t, f) df} \quad (1.2.8)$$

### 1.2.2. Interprétation de la fréquence instantanée :

Pour  $z(t) = a(t) e^{j\phi(t)}$  et  $Z(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) e^{j(\phi(t) - 2\pi ft)} dt$ ,

l'application de la phase principale [BOA-1 92] indique que l'intégrale atteindra son maximum pour :

$$\frac{d}{dt} [\phi(t) - 2\pi f_s(t)] = 0 \Rightarrow f_s = \frac{1}{2\pi} d\phi(t)$$

Cela conduit à dire que  $f_s(t)$  représente une mesure de la concentration de l'énergie du signal dans le domaine fréquentiel comme une fonction du temps.

Une autre interprétation du concept de la FI a été introduite par Cohen dans son développement pour la formulation de la distribution d'énergie dans le domaine temps – fréquence. Ainsi selon ce dernier, la FI peut être considérée comme la moyenne des fréquences existantes dans un plan temps – fréquence à un instant  $t$  [BOA-1 92].

**Remarque :**

De manière duale on définit le retard de groupe pour un signal analytique  $z(t)$  par :

$$\tau_d(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(f)}{df} \quad (1.2.9)$$

avec  $\phi(f) = \text{Arg}[Z(f)]$  .

**1.2.3. Influence du produit bande passante – période (BT) sur la notion de la fréquence – instantanée :**

**1.2.3.1. Définition :**

Gabor [BOA-1 92] a défini la période et la bande passante effectives pour un signal  $s(t)$  d'énergie finie et de moyenne nulle par :

$$T_s^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt} \quad (1.2.10)$$

et

$$B_s^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df} \quad (1.2.11)$$

**1.2.3.2. Relation entre B et T :**

Soit le signal dilaté (compressé) de  $s(t)$  en temps :

$$s_k(t) = s(kt),$$

alors le signal :  $S(f) = \frac{1}{k} S\left(\frac{f}{k}\right)$  ,

est donc compressé (dilaté) en fréquence.

Une relation possible pour le produit est que  $BT = \text{constant}$ .

Pour des produits  $BT > 5$  Landau et Pollack ont démontré que 99% de l'énergie est préservée dans la limite de la bande B et de la période T d'où une meilleure représentation en temps – fréquence de l'énergie du signal et donc de la FI [BOA-1 92].

Ainsi, les signaux asymptotiques, qui sont des signaux à bande et période finies et dont le produit  $BT$  est assez large, ont une meilleure représentation en temps et fréquence du signal et donc de la fréquence – instantanée.

### 1.2.4. Relation entre fréquence instantanée et représentation temps – fréquence :

La fréquence instantanée est définie comme étant le moment d'ordre 1 de la représentation temps – fréquence de Wigner – Ville (1.2.8); la définition a été élargie à toutes les représentations quadratiques appartenant à cette classe.

#### 1.2.4.1. Définition de la représentation temps – fréquence :

Les représentations temps – fréquence (RTF) ont été introduites comme moyen de représenter un signal pour lequel la fréquence varie avec le temps et chacune des représentations temps et fréquence est inadéquate pour représenter le signal.[BOA-1 92]

Ou bien c'est une redistribution de l'information (énergie) contenue dans le signal analysé de manière à en faciliter l'interprétation ; mettant en évidence des comportements locaux non stationnaires [ARQ --].

Pour un signal mono – composante :

$$a(t)e^{j\phi(t)} \quad (1.2.12)$$

La forme de la RTF est donnée par :

$$\rho(t, f) = A(t, f) \otimes_f \delta(f - f_i(t)) \quad (1.2.13)$$

avec  $A(t, f)$  la RTF de  $a(t)$  et  $f_i(t)$  sa fréquence instantanée.

De manière idéale, une RTF d'un signal est une distribution dont les maximums sont atteints sur les FI de ce dernier ; avec une variation due à la transformée de Fourier de l'enveloppe du signal.

#### Remarques :

- une meilleure interprétation de la RTF peut être dégagée si le signal est tel que le module et la phase sont séparables donnés sous la forme (1.2.12).
- La RTF d'un signal est soumise au principe d'incertitude de Heisenberg – Gabor :

$$\sigma_t * \sigma_v \geq \frac{1}{4\pi}$$

avec  $\sigma_t$  : durée du signal ,

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \mu_t)^2 |x(t)|^2 dt$$

et  $\mu_t = \int_{-\infty}^{+\infty} t |x(t)|^2 dt$ , est le temps (instant) moyen.

$\sigma_v$  : Largeur de bande,

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} (v - \mu_v)^2 |X(v)|^2 dv$$

et  $\mu_v = \int_{-\infty}^{+\infty} v |X(v)|^2 dv$ , est la fréquence moyenne.

Cette dernière met en évidence un compromis entre la résolution temporelle et fréquentielle, et met un accent sur le fait que ces derniers ne peuvent être simultanément arbitrairement petits [FLA 98].

### 1.2.4.2. Différentes types de représentation temps – fréquence : [THI --]

Un grand nombre de représentations temps – fréquence ont été introduites pour répondre au problème posé par le domaine du temps – fréquence, mais l'imposition d'un certain nombre de critères à savoir invariance par translation en temps et/ou en fréquence et/ou changement d'échelle en limite considérablement le nombre.

#### 1.2.4.2.1. Représentations temps – fréquence linéaires :

Elles associent à chaque  $x(t)$  la transformée donnée par :

$$\rho(t, f, A) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\theta; t, v) x(\theta) d\theta \quad (1.2.14)$$

avec :  $A$  noyau de transformation

et  $[\theta] = s$

La propriété de linéarité pour des signaux satisfaisant le principe de superposition engendre le fait que la RTF d'une combinaison linéaire de signaux est égale à la combinaison linéaire des RTFs, ainsi :

$$\sum_i a_i x_i \quad \underline{RTF} \quad \sum_i a_i \rho(t, f, A) \quad (1.2.15)$$

Un exemple de représentations linéaires :

##### 1.2.4.2.1.1. Transformée de Fourier à Court Terme :

Elle réalise une analyse harmonique locale du signal à traiter, c'est une représentation fréquentielle du signal via une fenêtre d'analyse temporelle à court terme  $h(t)$  elle est donnée par :

$$TFCT_x^h(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h^*(t - \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.2.16)$$

La TFCT résulte de la sortie d'un filtre passe – bas appliquée au signal après que son spectre ait été translaté de la fréquence  $f$  vers zéro.

Sa forme duale fréquentielle est donnée par :

$$F_X^H(t, f) = e^{-j2\pi ft} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\xi) H^*(\xi - f) e^{j2\pi \xi \tau} d\xi \quad (1.2.17)$$

D'où l'interprétation de cette dernière comme une analyse à banc continu de filtres uniformes dont la largeur de bande constante (gabarit unique) avec translation en fréquence.

### Avantages et inconvénients:

Le principal avantage de la TFCT est qu'en dépit de sa facilité d'implémentation et son faible coût de calcul, elle préserve les translations temporelles (à une modulation près) ainsi que les translations fréquentielles.

L'inconvénient majeur de la TFCT réside dans l'hypothèse de stationnarité locale sous – jacente et au compromis implicite dans le choix de la fenêtre d'analyse.

### 1.2.4.2.2. Représentations temps – fréquence quadratiques :

Appelées aussi représentation temps – fréquence bilinéaires, elles consistent à appliquer sur le couple  $(x_i, x_j)$  la transformation donnée par :

$$\rho(t, v, R) = \iint_{\square^2} x_i(\theta) x_j^*(\theta') R(\theta, \theta'; t, v) d\theta d\theta' \quad (1.2.18)$$

où le noyau  $R$  permet à cette représentation de vérifier les propriétés jugées nécessaires , et l'obtention de divers classes de représentations temps – fréquence à savoir la classe de Cohen où l'on distingue la représentation temps – fréquence de Wigner, mais aussi la classe affine ou par corrélation .

Une représentation temps – fréquence (RTF) quadratique est dite énergétique si elle peut être considérée comme une distribution d'énergie c.à.d. que son intégration dans tout le plan temps – fréquence redonne l'énergie du signal ainsi :

$$\iint_{\square^2} \rho(t, f) dt df = E_x = \int_{\square} |x(t)|^2 dt = \int_{\square} |X(f)|^2 df \quad (1.2.19)$$

son noyau satisfait alors la condition d'énergéticité qui se traduit par des propriétés à satisfaire par les noyaux des formes représentant les éléments de la classe, à savoir :

$$\iint_{\square^2} R(\theta, \theta'; t, v) dt dv = \delta(\theta - \theta') \quad (1.2.20)$$

### Remarques :

- Par opposition aux représentations linéaires, qui décomposent le signal en objets élémentaires, l'objet d'une distribution conjointe d'énergie est de répartir cette dernière sur les deux variables de description.

- La représentations temps – fréquence quadratique d’une combinaison linéaire de signaux est égale à la combinaison linéaire des représentations temps – fréquence de ces derniers (termes propres), augmentés de termes d’interférence on aura alors:

$$\sum_i a_i x_i \quad \underline{RTF-Q} \quad \sum_i |a_i|^2 \rho_Q(t, f) + \sum_{i \neq j} a_i a_j^* \rho_B(t, f) \quad (1.2.21)$$

Ainsi le choix d’une représentation temps – fréquence résulte d’un compromis entre les termes d’interférence internes au profit d’une meilleure localisation dans le plan temps – fréquence.

### 1.2.4.2.2.1 Classe de Cohen :

Elle rassemble les RTF quadratiques énergétiques, invariantes par translation temporelle et fréquentielle. Elle est aussi le résultat d’un filtrage temps – fréquence de la distribution de Wigner.

Cette dernière est donnée par la forme générale suivante :

$$C_x(t, f) = \iint_{\square^2} W(t-u, \tau) x(u + \frac{\tau}{2}) x^*(u - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f \tau} du d\tau \quad (1.2.22)$$

avec :  $W(t, \tau) = F_{v \rightarrow t}^{-1} \{w(v, \tau)\}$

et  $w(v, \tau) = G(v)h(\tau)$  : filtre temps – fréquence à noyau séparable.

### 1.2.4.2.2.2. Quelques propriétés de la classe de Cohen :

1. Caractère réel de la RTF :

$$\forall t, f, C_x(t, f) = C_x^*(t, f)$$

2. Positivité :

$$\forall x(t), \forall t, f, C_x(t, f) \geq 0$$

3. Covariance vis-à-vis des variations temporelles et fréquentielles :

$$\forall t_1, f_1, y(t) = x(t-t_1)e^{j2\pi f_1 t} \Rightarrow C_y(t, f) = C_x(t-t_1, f-f_1)$$

4. Conservation de la puissance instantanée :

$$\forall t, \int_{-\infty}^{+\infty} C_x(t, f) df = |x(t)|^2$$

5. Conservation du spectre :  $\forall f, \int_{-\infty}^{+\infty} C_x(t, f) dt = |X(f)|^2$

6. Conservation de l’énergie :

$$\iint_{\square^2} C_x(t, f) = E_x$$

7. Fréquence instantanée : pour un signal analytique, le moment d'ordre un fréquentiel représente la fréquence instantanée :

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f W_z(t, f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_z(t, f) df} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [\text{Arg}(z(t))]$$

8. Retard de groupe : le moment d'ordre 1 temporel représente le retard de groupe :

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t W_z(t, f) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_z(t, f) dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} [\text{Arg}(Z(f))],$$

où  $Z(f)$  est la transformé de Fourier de  $z(t)$

9. Conservation du support temporel du signal : si pour  $t_1 \leq t \leq t_2$ ,  $z(t) = 0$ , alors

$$C_z(t, f) = 0 \text{ pour } t_1 \leq t \leq t_2$$

10. Conservation du support fréquentiel du signal : si  $Z(f) = 0$  pour  $f_1 \leq f \leq f_2$ , alors

$$C_z(t, f) = 0 \text{ pour } f_1 \leq f \leq f_2$$

11. Invariance par convolution :

$$\text{si } z(t) = z_1(t) *_t z_2(t), \text{ alors } C_z(t, f) = C_{z_1}(t, f) *_t C_{z_2}(t, f)$$

12. Invariance par modulation :

$$\text{si } z(t) = z_1(t) z_2(t), \text{ alors } C_z(t, f) = C_{z_1}(t, f) *_f C_{z_2}(t, f)$$

Passons maintenant à la présentation de quelques transformées de cette classe:

### 1.2.4.2.3. Transformée de Wigner :

Elle se résume à :

- multiplier, à tout instant  $t$ , le signal par son image en miroir conjuguée on aura alors :

$$q_x(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

- appliquer la transformée de Fourier sur la variable de décalage  $\tau$ .

On aura alors :

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (1.2.23)$$

avec :  $w(v, \tau) = \delta(\tau)$



La transformée de Wigner analyse alors la symétrie locale du signal autour d'un point temps – fréquence en ne supposant aucune stationnarité locale.

J. Bass ayant fait l'analogie avec la densité de probabilité traduit en terme de signal, identifie la fréquence instantanée comme le centre de gravité de la distribution de Wigner :

$$f_x(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f W_x(t, f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, f) df}$$

**Avantages et inconvénients :**

Ses avantages se résument à :

- Satisfaire les translations temporelles et fréquentielles ainsi que le changement d'échelle.
- Offrir une bonne localisation de structure énergétique dans le plan temps – fréquence.
- être bien adaptée aux modulations linéaires de fréquence (estimation non biaisée) dans la mesure où elle concentre l'énergie sur la fréquence instantanée.

Ses inconvénients sont :

- Ne peut être considérée comme densité d'énergie puisqu'elle prend des valeurs négatives.
- Lisibilité réduite par la présence de termes d'interférence.
- Estimation biaisée pour les modulations fréquentielles non linéaires.

**1.2.4.2.2.4. Transformée de Wigner – Ville :**

Pour réduire le problème d'interférence introduit par la transformation de Wigner, Ville a pensé à changer le signal  $x(t)$  par sa version analytique  $z(t) = x(t) + j H\{ x(t) \}$  avec  $H$  transformée de Hilbert .

ainsi :

$$Z(f) = \begin{cases} 2X(f), & \text{si } f > 0 \\ X(f), & \text{si } f = 0 \\ 0, & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

L'utilisation d'un signal analytique translate alors le spectre négatif vers la partie positive, d'où le facteur 2 pour les fréquences positives, ce qui permet d'éliminer les interférences entre ces deux parties. On aura alors :

$$W_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t + \frac{\tau}{2}) z^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (1.2.24)$$

**Remarque :**

La contrepartie des propriétés de la DWV est cependant une indéniable difficulté dans l'interprétation des images qu'elle produit. Ceci provient :

- Des valeurs négatives que peut prendre la distribution, qui interdisent de l'interpréter comme densité d'énergie locale.
- Des termes d'interférence, qui résultent de la nature quadratique de la distribution et qui ajoute des termes oscillants au voisinage du milieu de la droite joignant chaque paire de composantes en interaction [BOA-1 92]

#### 1.2.4.2.2.5. Transformée de pseudo Wigner – Ville :

C'est une analyse glissante de Wigner – Ville qui revient à faire un lissage fréquentiel, on aura donc :

$$PW_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t + \frac{\tau}{2})x^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.2.25)$$

avec :  $W(t, \tau) = h(\tau)$

Elle est aussi vue comme transformée de Wigner – Ville de l'analyse local du signal par transformée de Fourier à Court Terme ; ainsi elle limite les interférences aux seuls présents dans la fenêtre fréquentielle de lissage.

#### 1.2.4.2.2.6. Transformée de pseudo Wigner – Ville lissée :

Cette dernière a été introduite dans le but de diminuer les termes d'interférences en introduisant une fenêtre d'analyse à court terme glissante et séparable en temps et en fréquence  $w(v, \tau) = G(v)h(\tau)$ . Elle effectue ainsi, une analyse locale analogue à celle de la transformée de Fourier à Court Terme, et elle est donnée par :

$$PWL_x(t, f) = \iint_{\square^2} g(t-u)h(\tau)x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\tau du \quad (1.2.26)$$

La transformée de pseudo Wigner – Ville lissée qui requière une fenêtre de pondération considère une hypothèse implicite de stationnarité locale. Aussi, un compromis subsiste entre une localisation moins précise en temps et en fréquence et la diminution de termes d'interférence de la distribution énergétique dûe au lissage.

#### 1.2.4.2.2.7. Spectrogramme :

Il est défini comme étant le module carré de la Transformée de Fourier à Court Terme. Ce dernier s'exprimant en fonction de la fenêtre d'analyse de la TFCT a pour expression :

$$S_x^h(t, f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h^*(\tau-t)e^{-j2\pi f\tau} \right|^2 \quad (1.2.27)$$

avec dans ce cas :  $W(t, \tau) = h(t - \frac{\tau}{2}) h^*(t + \frac{\tau}{2})$

Le spectrogramme constitue une distribution d'énergie du signal dans le plan temps – fréquence à condition que la fenêtre d'énergie soit correctement normalisée pour être d'énergie unitaire ainsi :

$$\iint_{\square^2} S_x^h(t, f) dt df = E_x \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|^2 dt = 1 \quad (1.2.28)$$

### 1.2.4.2.2.8. Transformation de Choï – Williams :

C'est une représentation temps – fréquence énergétique regroupant la classe affine et de Cohen dans le but de réduire les termes d'interférence de la distribution de Wigner – Ville. Elle est caractérisée dans le plan temps – fréquence par une gaussienne dépendant du produit des variables et d'un écart type  $\sigma$ .

$$CW(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta + \frac{\tau}{2}) x^*(\theta - \frac{\tau}{2}) \sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \frac{1}{|\tau|} e^{-\frac{\sigma(t-\theta)^2}{4\tau^2}} e^{-j2\pi f\tau} d\theta d\tau \quad (1.2.29)$$

avec :  $\sigma \in [1, 80]$ ,

et  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \rho_{cw}(t, f) = W(t, f)$

#### Remarque :

La classe affine regroupe les représentations temps – fréquence invariantes par translation temporelle et changement d'échelle. Elle associe pour tout signal  $x(t)$  la transformé :

$$w_x(f, t)$$

satisfaisant la condition suivante :

pour :  $y(t) = |a|^{\frac{1}{2}} x(a(t - \tau))$ ,

on aura :

$$w_y(t, f) = w_x(a(t - \tau), \frac{f}{a})$$

où  $a$  est le facteur d'échelle associé.

#### Avantages et inconvénients :

Ses avantages :

- Réduction des niveaux d'interférence avec la diminution de la valeur de  $\sigma$ , de telle sorte que l'intégration des interférences diluées en fréquence reste inchangée.
- Respect des distributions marginales temporelles et fréquentielles.

Ses inconvénients:

- Non conservation du support temporelle et fréquentiel.

- Elle opère davantage à la réduction des amplitudes des interférences, et non suppression totale, au prix d'une délocalisation afin de maintenir les distributions marginales correctes.

### 1.2.4.2.2.9. Transformée de Born – Jordan :

Les représentations de Born – Jordan et Choi – Williams figurant dans la classe de Cohen, appartiennent aussi à une classe importante de représentations : celle dont la fonction de paramétrage se comporte comme une fonction d'apodisation (au sens de l'analyse spectrale) agissant sur le produit des variables  $f(\xi, \tau) = \varphi(\xi\tau)$ ,  $|\varphi(x)| < \varphi(0) = 1$

et  $f(\xi, \tau)$  est telle que :  $w(t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi, \tau) e^{j2\pi\xi(u-\tau)} d\xi$

Elle est de la forme générale donnée suivante :

$$BJ_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|\tau|} \int_{t-\frac{|\tau|}{2}}^{t+\frac{|\tau|}{2}} x(u + \frac{\tau}{2}) x^*(u - \frac{\tau}{2}) du e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.2.30)$$

et caractérisée par :

- Respect des distributions marginales.
- Conservation du support temporel et fréquentiel.

### 1.2.4.2.2.10. Transformée de Butterworth :

C'est une représentation temps – fréquence dont la fonction d'apodisation  $f(\xi, \tau)$ , par analogie avec la théorie des filtres est qualifiée de paramétrisation de Butterworth.

Elle est donnée par :

$$f(\xi, \tau) = \frac{1}{1 + (\pi^2 \xi^2 \tau^2 / 2\sigma^2)^N}, \quad N = 1, 2, \dots \quad (1.2.31)$$

d'où la forme générale de la transformation donnée par :

$$\iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{e^{j2\pi\xi(u-t)}}{1 + (\pi^2 \xi^2 \tau^2 / 2\sigma^2)^N} x(u + \frac{\tau}{2}) x^*(u - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f\tau} d\xi du d\tau, \quad N=1, 2, \dots \quad (1.2.32)$$

#### Remarque :

Les termes d'interférence étant oscillant, ils peuvent être atténués par un lissage passe – bas de la DWV, mais une telle opération produit également un élargissement des zones de localisation des composantes du signal. Les versions lissés de la DWV sont donc confrontées au compromis, tout comme la TFCT, mais cette fois entre la précision des localisations en temps et en fréquence des composantes du signal, et l'importance des termes d'interférence.[BOA-1 92]

**1.2.4.2.2.11. Tableau récapitulatif des transformée de la classe de Cohen et leurs propriétés :**

<b>Wigner – Ville</b>	$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \frac{\tau}{2})x^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\tau$
<b>propriétés</b>	1,3,4,5,6,7,8,9,10 ,11 et12
<b>Pseudo Wigner- Ville</b>	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t + \frac{\tau}{2})x^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\tau$
<b>propriétés</b>	1,3,4,6,7 et 9, si $h(\tau) \in \square$ , paire $h(0) = 1$ et $h(0)^* = 1$
<b>Pseudo Wigner- Ville lissée</b>	$\iint_{\square^2} g(t-u)h(\tau)x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\tau du$
<b>Propriétés</b>	1, 3 et 6, si $h(\tau) \in \square$ , paire $h(0) = 1$ et $h(0)^* = 1$ et si $g(t) \in \square$ , paire avec $G(0) = 1$
<b>Spectrogramme</b>	$\left  \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h^*(\tau-t)e^{-j2\pi f\tau} \right ^2$
<b>propriétés</b>	1,2,3 et 6 si $\int_{-\infty}^{+\infty}  h(t) ^2 = 1$ .
<b>Choï – Williams</b>	$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta + \frac{\tau}{2})x^*(\theta - \frac{\tau}{2})\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}}\frac{1}{ \tau }e^{-\frac{\sigma(t-\theta)^2}{4\tau^2}}e^{-j2\pi f\tau} d\theta d\tau$
<b>Propriétés</b>	1,3,4,5,6,7 et 8
<b>Born - Jordan</b>	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{ \tau } \int_{t-\frac{ \tau }{2}}^{t+\frac{ \tau }{2}} x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})du e^{-j2\pi f\tau} d\tau$
<b>Propriétés</b>	1,3,4,5,6,7,8 et 9
<b>Butterworth</b>	$\iiint_{\square^3} \frac{e^{j2\pi\xi(u-t)}}{1 + (\pi^2 \xi^2 \tau^2 / 2\sigma^2)^N} x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau} d\xi dud\tau$

### 1.2.4.2.3. Représentation temps – fréquence par corrélation :

C'est une classe de représentation temps – fréquence énergétique duale de celle de Cohen, par transformation de Fourier bivariées en temps et en fréquence. Elle se déduit aussi de la fonction d'ambiguïté (transformée bivariée de la transformée de Wigner – Ville) ; elle est donnée par :

$$\zeta(\nu, \tau) = \iint_{\square^2} C(f, t) e^{-j2\pi(\nu t - f\tau)} dt df \quad (1.2.33)$$

où  $C(t, f)$  est l'ensemble des représentations temps – fréquence déduites de la classe de Cohen.

$\tau$  et  $\nu$  représentent le retard :  $\tau$  – décalage et le Doppler  $\nu$ .

### Conclusion :

Dans ce chapitre on a introduit les outils de base en temps – fréquence qui va nous servir pour l'estimation de la fréquence instantanée à travers les représentations temps – fréquence. Ainsi notre approche a porté sur le fait de démontrer la manière à travers laquelle la FI a été calculée et la relation qu'elle partage d'une part avec le signal à analyser et d'autre part avec la représentation temps – fréquence de ce dernier. Par ailleurs, nous avons vu que diverses définitions ont été introduites dans le but d'estimer la fréquence instantanée et que plusieurs RTFs nous permettent de visualiser le signal à analyser. Enfin, portant notre intérêt à l'estimation de la fréquence instantanée par la méthode du moment, une série de simulations fera l'objet du dernier chapitre, et ce en essayant cas par cas les diverses représentations temps – fréquence sus citées.

---

CHAPITRE 2

MODELISATION ET  
ESTIMATION DES  
PARAMETRES DE VOL

---





---

## CHAPITRE 2

# MODELISATION et ESTIMATION des PARAMETRES de VOL

---

### **Introduction :**

Dans ce chapitre, nous allons en premier lieu établir le modèle décrivant la fréquence instantanée de l'avion en transit. A partir de cela nous allons ajuster les observations au modèle défini par la méthode des moindres carrés non – linéaires pour l'estimation de nos paramètres. En fin, notons qu'une estimée initiale des paramètres y sera décrite pour servir de points initiaux à l'algorithme itératif servant à cet ajustement.

## 2.1. Modèle : [FER 94]

Supposons un signal acoustique de fréquence  $f_0$ , émis à l'instant  $\tau$  ; il sera alors reçu par le capteur de la figure 2.1 à un instant :

$$t = \tau + \frac{R}{c} \quad (2.1.1)$$

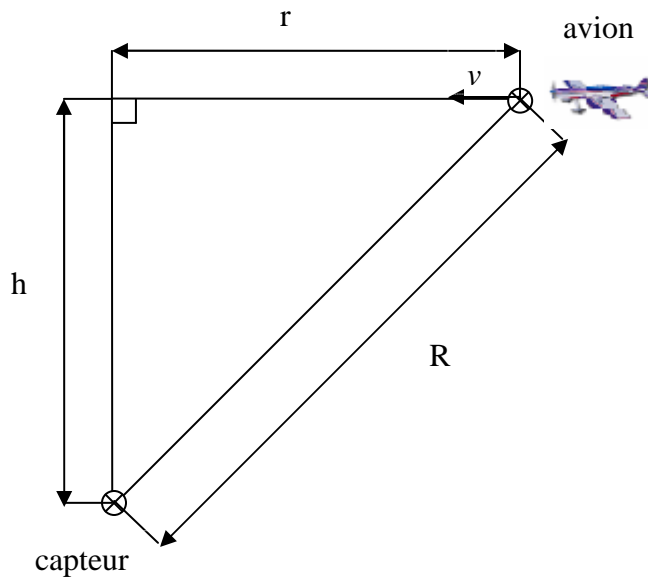
avec :

$c$  : vitesse de propagation de l'onde dans l'air (340 m/s) .

On a :

$$R = \left[ h^2 + (\tau - t_c)^2 v^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.2)$$

où  $t_c$  : instant où l'avion passe au dessus du point le plus proche du capteur tel que  $R(t_c) = h$ , ( $r = 0$ ).



**Fig.2.1** Schéma représentant un avion en transit à vitesse et altitude constantes.

En remplaçant (2.1.1) dans (2.1.2), on aura :

$$c(t - \tau) = R = \left[ h^2 + (\tau - t_c)^2 v^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.3)$$

En élevant au carré chaque coté de l'équation et en l'arrangeant on aboutit à l'équation de second degré suivante:

$$(c^2 - v^2)\tau^2 + 2(v^2 t_c - c^2 t)\tau + c^2 t^2 - v^2 t_c^2 - h^2 = 0 \quad (2.1.4)$$

La résolution de cette dernière donne :

$$\Delta' = c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2) > 0, \text{ car } c > v$$

on aura alors les deux solutions :

$$\tau_1 = \frac{c^2 t - v^2 t_c - [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)} \quad \text{et} \quad \tau_2 = \frac{c^2 t - v^2 t_c + [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)}$$

ayant la condition suivante à satisfaire :  $\frac{\partial^2 \tau}{\partial t} < 0$ ,

car la fréquence instantanée est une fonction décroissante en fonction du temps.

Donc on a :

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{c^2 t - v^2 t_c - [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)} \right\} = \frac{c^2}{c^2 - v^2} \left\{ 1 - \frac{v^2 (t - t_c)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{1/2}} \right\}$$

et :

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{c^2}{c^2 - v^2} \left\{ 1 - \frac{v^2 (t - t_c)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{1/2}} \right\} \right] = - \frac{c^2 v^2}{c^2 - v^2} \left\{ \frac{c^2 v^2 (t - t_c)(t - t_c - 1) + h^2 (c^2 - v^2)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{3/2}} \right\}$$

Aussi :

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{c^2 t - v^2 t_c + [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)} \right\} = \frac{c^2}{c^2 - v^2} \left\{ 1 + \frac{v^2 (t - t_c)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{1/2}} \right\}$$

d'où :

$$\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{c^2}{c^2 - v^2} \left\{ 1 + \frac{v^2 (t - t_c)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{1/2}} \right\} \right] = \frac{c^2 v^2}{c^2 - v^2} \left\{ \frac{c^2 v^2 (t - t_c)(t - t_c - 1) + h^2 (c^2 - v^2)}{[c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{3/2}} \right\}$$

puisque :

$$c^2 v^2 (t - t_c)(t - t_c - 1) + h^2 (c^2 - v^2) > 0$$

alors :

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial t} < 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial t} > 0$$

ainsi :

$$\tau = \frac{c^2 t - v^2 t_c - [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)} \quad (2.1.5)$$

La phase du signal reçue à l'instant  $t$ , est telle que :

$$\theta(t) = \theta(\tau) + \theta_0 \quad (2.1.6)$$

avec  $\theta(\tau)$  : phase du signal à l'instant  $\tau$ .

$\theta_0$  : phase initiale ( $\theta_0 = \text{cte}$ )

En supposons que le signal est une sinusoïde on peut écrire alors :

$$\theta(t) = 2\pi f_0 \tau + \theta_0$$

Selon la définition de Ville unifiée, la fréquence instantanée sera alors :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \theta'(t) \quad (2.1.7)$$

de ( 2.1.6 ) et ( 2.1.7 ) :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi f_0 \tau + \theta_0) \quad (2.1.8)$$

d'où

$$f_i(t) = f_0 \frac{d\tau}{dt} \quad (2.1.9)$$

en remplaçant  $\tau$  dans cette dernière expression on aura :

$$f_i(t) = f_0 \frac{d}{dt} \left( \frac{c^2 t - v^2 t_c - [c^2 v^2 (t - t_c)^2 + h^2 (c^2 - v^2)]^{\frac{1}{2}}}{(c^2 - v^2)} \right)$$

$$f_i(t) = f_0 \left( \frac{c^2}{c^2 - v^2} - \frac{c^2 v^2 (t - \tau_c)}{(c^2 - v^2) [h^2 (c^2 - v^2) + v^2 c^2 (t - \tau_c)^2]^{\frac{1}{2}}} \right)$$

en posant :

$$\alpha = f_0 \frac{c^2}{c^2 - v^2}, \quad (2.1.10)$$

$$\beta = -f_0 \frac{cv}{c^2 - v^2}, \quad (2.1.11)$$

$$s = \frac{h(c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}}{cv}, \quad (2.1.12)$$

et

$$p(t, t_c, s) = \frac{t - t_c}{[s^2 + (t - t_c)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.1.13)$$

on aura alors :

$$f_i(t) = \alpha + \beta p(t, t_c, s) \quad (2.1.14)$$

## 2.2. Estimation des paramètres : [LO 01]

Les paramètres  $\{f_0, v, h, t_c\}$  ou bien leurs équivalents  $\{\alpha, \beta, s, t_c\}$ , sont estimés en utilisant l'approche des moindres carrés non linéaire, et cela en minimisant la somme carrée des différences entre les valeurs observés  $\hat{f}_i(t)$  et celles prédites par le modèle.

Ainsi on aura à minimiser la quantité donnée par :

$$\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - f(t_i))^2 = \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \alpha - \beta p(t_i, t_c, s))^2 \quad (2.2.1)$$

où :  $\hat{f}(t_i)$  sont les fréquences mesurées des observations aux instants discrétisés  $t_i$ , calculées moyennant les représentation données précédemment en adoptant la méthode du moment avec :  $t_i = \frac{1}{f_s} \{1 : N\}$ .

$f(t_i)$  : valeurs prédites données par l'équation (2.1.14).

Pour minimiser (2.21) nous procédons de la manière suivante :

Nous considérons deux variables comme étant des paramètres et on minimise l'équation résultante aux deux autre restantes.

Après les avoir fait varier deux à deux, la meilleur approche est présenté dans ce qui suit.

Considérons  $t_c$  et  $s$  comme des paramètres et minimisons l'équation résultante par rapport aux deux variables  $\beta$  et  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} \text{On a : } \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - f(t_i))^2 \right) = 0 &\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \alpha - \beta p(t_i, t_c, s))^2 \right) = 0 \\ &\Rightarrow 2 \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \alpha - \beta p(t_i, t_c, s)) (-p(t_i, t_c, s)) = 0 \quad (2.2.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et : } \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - f(t_i))^2 \right) = 0 &\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \alpha - \beta p(t_i, t_c, s))^2 \right) = 0 \\ &\Rightarrow -2 \left( \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \alpha - \beta p(t_i, t_c, s)) \right) = 0 \\ &\Rightarrow \alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \beta p(t_i, t_c, s)) \\ &\Rightarrow \alpha = \bar{\hat{f}} - \beta \bar{p} \quad (2.2.3) \end{aligned}$$

en remplaçant dans ( 2 ) on aura alors :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{\hat{f}}) p(t_i)}{\sum_{i=1}^N p(t_i) (p(t_i) - \bar{p}(t_i))} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{\hat{f}}) p(t_i)}{\sum_{i=1}^N (p(t_i) - \bar{p})^2} \quad (2.2.4)$$

$$\text{car : } \sum_{i=1}^N \bar{p}^2 = \sum_{i=1}^N \bar{p} \cdot p(t_i, t_c, s)$$

avec :  $\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{f}(t_i)$  et  $\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(t_i)$

en remplaçant dans (2.2.1), les valeurs obtenues de  $\alpha$  et  $\beta$ , on aboutit à l'expression à minimiser suivante :

$$\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{f})^2 - \frac{[\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{f}) p(t_i)]^2}{\sum_{i=1}^N (p(t_i) - \bar{p})^2}$$

Ce qui revient à maximiser la quantité  $Q$  suivante:

$$Q = \frac{[\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{f}) p(t_i)]^2}{\sum_{i=1}^N (p(t_i) - \bar{p})^2} \quad (2.2.5)$$

Du fait que  $\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{f})^2 = cte$

d'où on aboutit à l'estimation de  $t_c$  et  $s$  :

$$\{\hat{t}_c, \hat{s}\} = \arg\{\max(Q)\} \quad (2.2.6)$$

en remplaçant alors ces dernières dans les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  estimées on aura :

$$\hat{B} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{f}(t_i) - \bar{f}) \hat{p}(t_i)}{\sum_{i=1}^N (p(t_i) - \bar{p})^2} \quad (2.2.7)$$

et 
$$\hat{\alpha} = \bar{f} - \hat{\beta} \bar{p} \quad (2.2.8)$$

avec :  $\bar{\hat{p}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{p}(t_i)$  et  $\hat{p} = p(t_i, \hat{t}_c, \hat{s})$

en fin, des équations (2.1.10), (2.1.11), (2.1.12) et (2.1.13) on en déduit :

$$\hat{v} = -\left(\frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}}\right)c \quad (2.2.9)$$

$$\hat{h} = \frac{\hat{s}\hat{v}c}{(c^2 - v^2)^{1/2}} \quad (2.2.10)$$

et

$$\hat{f}_0 = \hat{\alpha} \left(1 - \frac{\hat{v}^2}{c^2}\right) \quad (2.2.11)$$

La maximisation de  $Q$  est réalisée en utilisant la méthode Quasi – Newton (voir annexe B) pour l'estimation de  $t_c$  et  $s$ , les valeurs des paramètres initiaux  $t_{c0}$  et  $s_0$ , données dans ce qui suit.

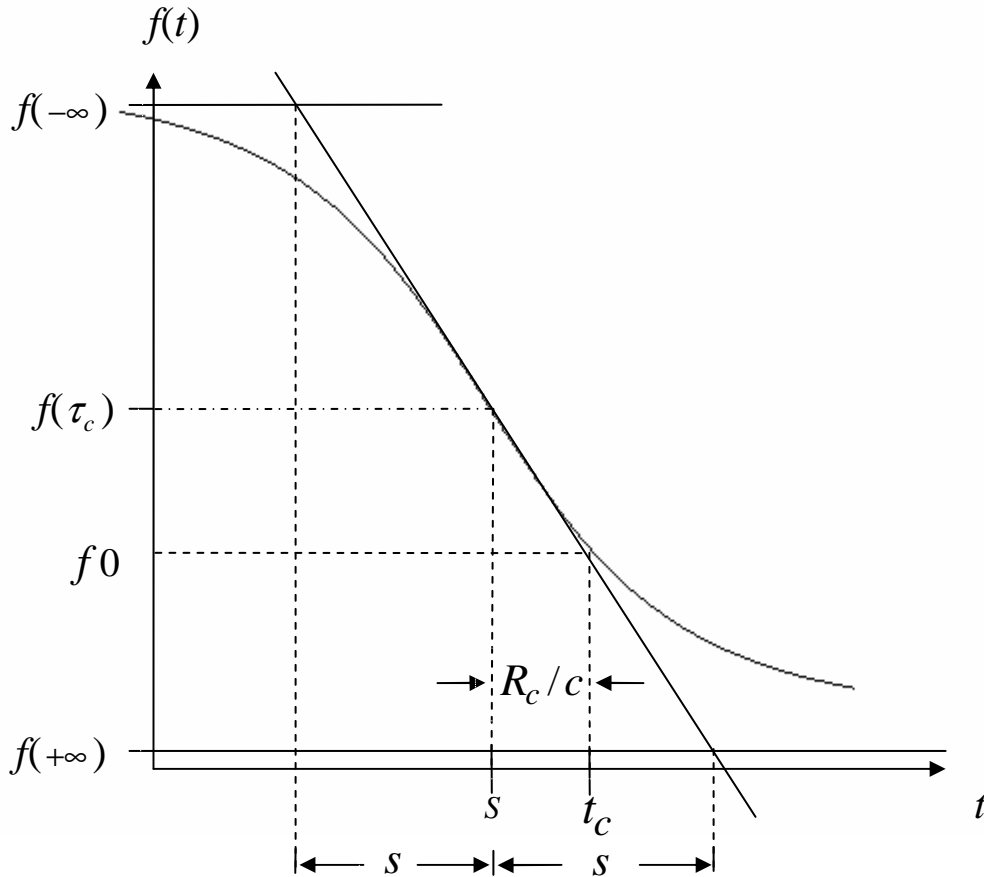


Fig.2.2 Courbe temps – fréquence typique.

### Estimation des paramètres initiaux :

L'étude de la fonction  $f_i(t)$ , montre à travers la figure 2.2 que quand la source est loin du point le plus proche ( $h$ ), par rapport au récepteur, la fréquence instantanée du signal reçu diminue doucement avec le temps tant que la source se déplace ou s'éloigne de ce dernier. De l'équation (2 .1.14) on a :

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} f(t) = \frac{f_0}{(1 \pm v/c)} \quad (2.2.12)$$

par ailleurs :

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{\beta(s^2 + (t-t_c)(t-t_c+1))}{s^2 + (t-t_c)^2},$$

ainsi la valeur maximum de la vitesse de changement de  $f(t)$  est atteinte pour  $t = t_c$ , avec :

$$g_{o\max} = \frac{df(t)}{dt} \Big|_{t=\tau_c} = \frac{f_0 c^2 v^2}{(c^2 - v^2)^{3/2}} \quad (2.2.13)$$

La fréquence instantanée correspondante est alors donnée par :

$$f(t_c) = \alpha = \frac{1}{2} [f(+\infty) + f(-\infty)] \quad (2.2.15)$$

qui est bien large par rapport à  $f_0$ .

Tenant compte du temps de propagation, cette dernière sera atteinte à l'instant :

$$t_c = \tau_c + \frac{h}{c}$$

avec  $\frac{h}{c}$  ; le temps mis par le signal pour se propager du point  $h$  au récepteur ( $h = 0$ ).

Cette analyse étant faite, passons maintenant à la description du déroulement de notre première estimation c.à.d. de l'estimation des paramètres initiaux.

**Première étape :** estimation de la valeur initiale de  $t_c$ .

$$t_{c0} = t_{k0}, \text{ tel que } k0 = \arg \min_k [\hat{f}(t_k) - \frac{1}{2}(\hat{f}(t_1) + \hat{f}(t_K))] \quad (2.2.16),$$

et  $\hat{f}(t_1), \hat{f}(t_K)$  représentent les estimées de  $f(-\infty)$  et  $f(+\infty)$  respectivement.

**Deuxième étape :** estimer  $g_{0\max}$ .

$$\hat{g}_{0\max0} = \left| \frac{f(t_{k0+1}) - f(t_{k0-1})}{t_{k0+1} - t_{k0-1}} \right| \quad (2.2.17),$$

**Troisième étape :** estimer les valeurs de la vitesse et de la fréquence de la source :

$$\hat{v}_0 = c \frac{\hat{f}(t_1) - \hat{f}(t_K)}{\hat{f}(t_1) + \hat{f}(t_K)} \quad (2.2.18),$$

et

$$\hat{f}_0 = 2 \frac{\hat{f}(t_1) \hat{f}(t_K)}{\hat{f}(t_1) + \hat{f}(t_K)} \quad (2.2.19),$$

**Quatrième étape :** estimer la valeur de  $h$  :

$$\hat{h}_0 = \frac{\hat{f}_0 (c \hat{v}_0)^2}{(c^2 - \hat{v}_0^2)^{3/2} \hat{g}_{0\max}} \quad (2.2.20),$$

**Cinquième étape :** estimer la valeur initiale de  $s$  en substituant les valeurs estimées de  $\hat{v}_0$  et  $\hat{h}_0$  dans l'équation (2.1.12 modèle), on aura ainsi :

$$\hat{s}_0 = \frac{\hat{h}_0 (c^2 - \hat{v}_0^2)^{\frac{1}{2}}}{\hat{v}_0 c} \quad (2.2.21),$$



### **Conclusion :**

Nous avons à travers ce chapitre décrit le modèle et la méthode d'estimation des paramètres, où un problème de minimisation à quatre degrés a pu être réduit à un autre de deux degrés. Le problème étant réduit, une phase de recherche des deux paramètres de maximisation est accomplie par la méthode de quasi –Newton, ainsi les deux autres seront directement estimés à partir de ces derniers. Suite à cela et à travers le prochain chapitre, nous allons traduire le tout sous forme d'algorithmes où un programme général nommé *detection.m* nous servira pour la simulation et l'estimation des paramètres décrivant le transit de l'avion.

---

CHAPITRE 3

ALGORITHMES  
IMPLEMENTES

---

# CHAPITRE 3

## ALGORITHMES IMPLEMENTES

---

### Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter les algorithmes sur Matlab mis au point pour la réalisation de notre travail. Pour ce faire, une description et un mode de fonctionnement de ces derniers y seront exposés.

Des illustrations par des exemples de commandes, ainsi que leur représentation à travers des graphes, viendront éclaircir ces routines.

L'algorithme général est nommé `detection.m`. Ce dernier permet de simuler un Doppler bruité, et d'estimer les paramètres appropriés à la trajectoire  $\{v, f_0, t_c, h\}$  comme défini précédemment.

Pour cela, la méthode des moindres carrés non linéaire est adoptée pour le calcul des minimums optimaux et l'établissement du modèle estimé. L'application de la méthode de quasi - Newton pour l'approximation du Hessien (deuxième dérivé de la fonction à minimiser) assure une direction de descente de l'algorithme et évite la convergence locale de ce dernier. Notons aussi que la méthode d'extraction du pique [BOA-2 92] pour l'estimation de  $f_0$ , est utilisée pour les vitesses  $v \ll c$ .

Sa formulation générale étant de la forme :

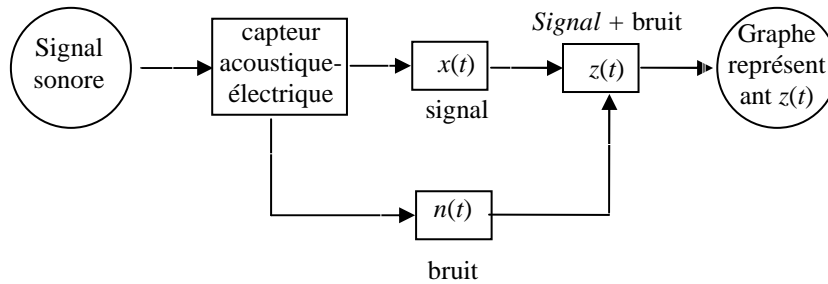
```
>> [v,f0,tc,h] = detection(N,fs,f0,h,v,méthode)
```

Pour éviter des calculs souvent complexes et restreindre le temps de recherche, des formules d'approximation du Hessien à telles que celle de David, Fletcher et Powell ou encore Bryden, Fletcher, Goldfarb et Shanno peuvent être appliquées dans l'algorithme.

On va dès à présent présenter l'acheminement de l'algorithme général sous forme d'organigramme où l'on va mettre en évidence les deux parties : simulation et estimation.

**Partie simulation :**

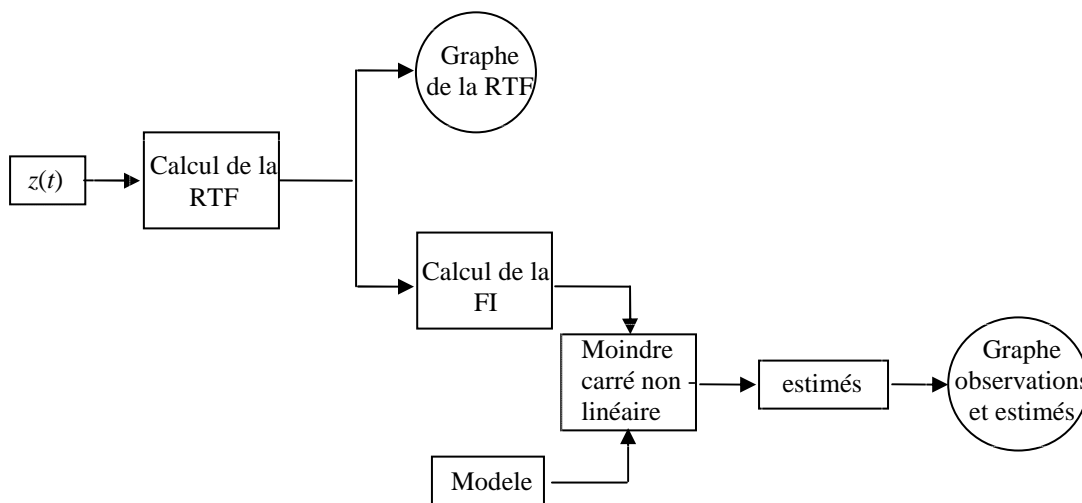
Dans cette partie un signal Doppler  $x(t)$  est simulé dans un milieu bruité  $n(t)$ , pour obtenir le signal  $z(t)$  à un rapport signal/bruit donné SNR. Nous représenterons ensuite cette simulation par un graphe accompagné des valeurs des paramètres. (voir organigramme 1)



**Organigramme 1 :** présentation de la partie simulation.

**Partie estimation :**

Dans celle-ci et pour chaque méthode nous commencerons tout d'abord par le calcul de la représentation temps – fréquence appropriée du signal  $z(t)$ . En suite, par l'intermédiaire de cette distribution, nous représenterons le spectre temps – fréquence par le biais de la fonction *tfrqview.m* et nous calculerons la fréquence instantanée en appliquant la méthode des moments (d'ordre 1) par la fonction *momtfr.m*, qui servira d'observation pour la suite. Partant de celle-ci, nous ajusterons les observations au modèle par la méthode des moindres carrés non – linéaire en utilisant le m-file *fminunc.m* et l'approximation de quasi – Newton pour la recherche de la direction de descente et le calcul des paramètres  $\{v, f_0, t_c, h\}$ . (cf. Chapitre 2) Enfin le graphe représentant  $z(t)$  et le modèle estimé sera présenté comme le montre l'organigramme suivant.



**Organigramme 2 :** présentation de la partie estimation.

Passant maintenant à la présentation des algorithmes sus cités :

### 3.1. Algorithme simulant le Doppler :doppler.m

Cet algorithme nous permet de simuler le signal (Doppler) du son, de fréquence  $f_0$ , émis par un objet se déplaçant à vitesse  $v$  et altitude  $h$  constantes et capté par un récepteur fixe.

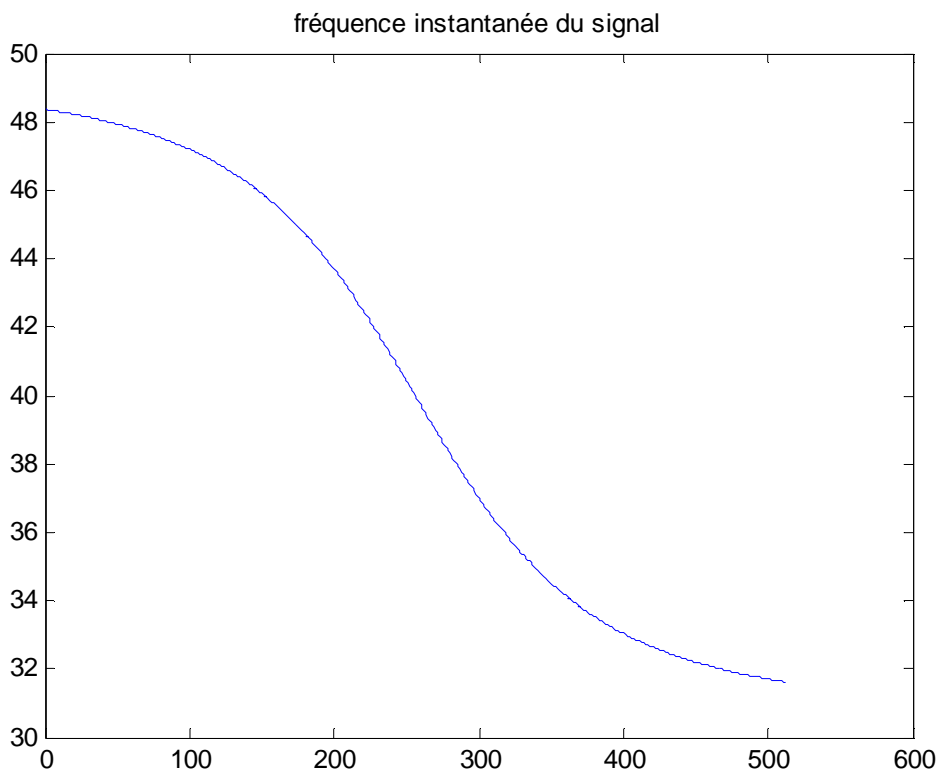
Pour ce faire, un nombre  $N$  d'échantillons, est extraits à une fréquence  $F_s$ , et enregistrés sous forme d'amplitude  $am$  et de fréquence  $fm$ , et représentent ainsi la fréquence instantanée  $iflaw$ .

Ce dernier se présente sous la forme :

```
>>[fm,am,iflaw]=doppler(N,Fs,f0,h,v,t0,c),
```

L'exécution des deux lignes suivantes sous Matlab nous donne :

```
>> [fm,am,iflaw]=doppler(512,150,40,70,80);
>> plot(Fs*iflaw)
```



**Fig.3.1** Fréquence instantanée du signal

### 3.2. Algorithme simulant le bruit : dopnoise.m

Cet algorithme permet de simuler un milieu bruité dans lequel est noyé le Doppler. Ça formulation sous Matlab étant :

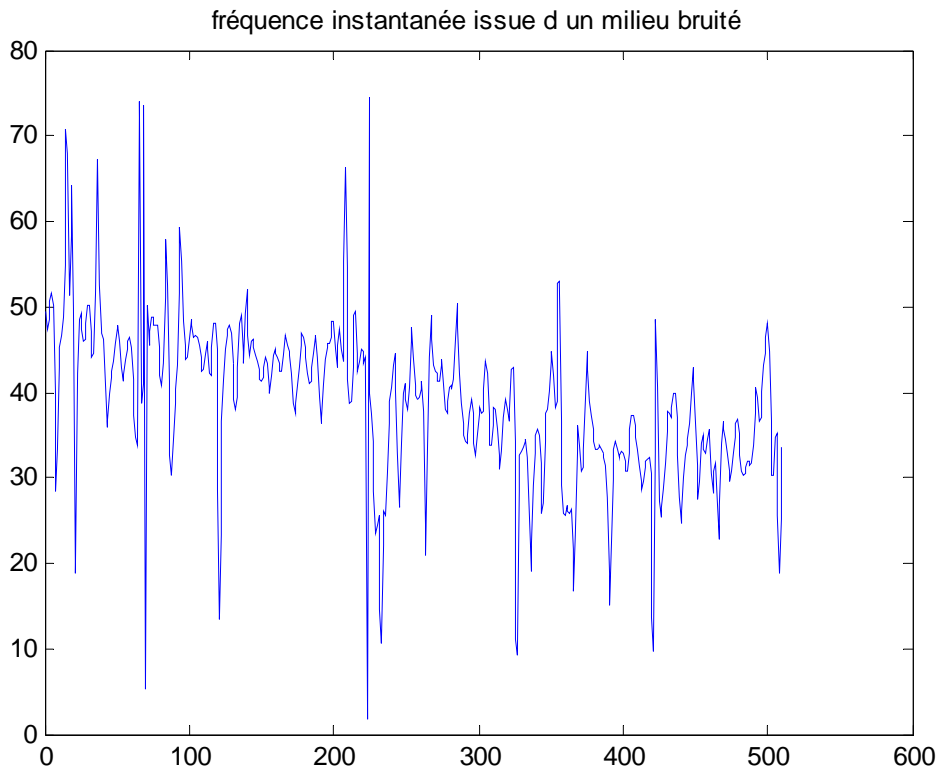
```
>>[y,iflaw]=dopnoise(N,Fs,f0,d,v,t0,c),
```

Le bruit est représenté par l'élément y, ayant comme model de fréquence instantanée iflaw défini comme précédemment à partir des paramètres : N,Fs,f0,d,v,t0 et c.

Le bruit étant généré à partir d'un relevé aléatoire de nombres normalement distribués de moyenne nulle et de variance unité (voir *randn.m*), est d'énergie normalisée à un.

L'exécution des lignes suivantes sous Matlab nous donne :

```
>> [y,iflaw]=dopnoise(512,150,40,70,80);
>> plot(Fs*instfreq(y));
```



**Fig.3.2** Fréquence instantanée issue d'un milieu bruité

### 3.3. Algorithme calculant la fréquence instantanée : momttfr.m

Cet algorithme permet de calculer la fréquence instantanée définie comme étant le moment d'ordre un des distributions énergétiques (quadratiques) temps – fréquence.

L'instruction suivante :

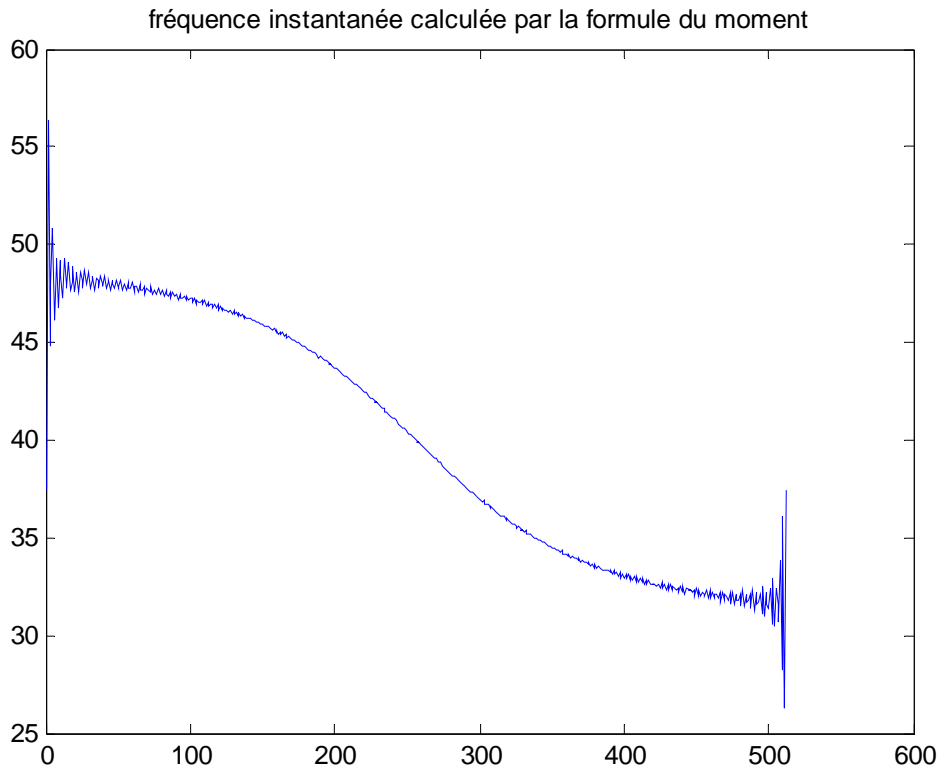
```
>>[fm]=momttfr(tfr,method,fbmin,fbmax),
```

permet de calculer la fréquence instantanée fm selon la formule donnée par (1.2.8), et cela en précisant la représentation temps- fréquence (tfr) en entrée et la méthode qui a servi à son

calcul. Ce dernier permet aussi de délimiter la fréquence maximum et minimum prise en considération pour la présentation des résultats (fbmin et fbmax).

L'exécution sous Matlab des instructions suivantes nous donne :

```
>> [tfr,t,f]=tfrwv(am.*fm);
>> [fm]=momtfr(tfr,'tfrwv');
>> plot(Fs*fm)
```



**Fig.3.3** Fréquence instantanée calculée par la formule du moment

### 3.4. Algorithme calculant la distribution de Wigner – Ville :

Il permet le calcul de la transformée de Wigner – Ville d'un signal  $x$  sur une durée  $t$ , pour un nombre  $N$  de fréquences, ces dernières étant normalisées entre 0 et 0.5. Le calcul de la représentation temps – fréquence consiste en l'application de la formule donnée par (1.2.24), c. à. d. multiplier la version analytique du signal par son image en miroir conjuguée et appliquer la transformée de Fourier.

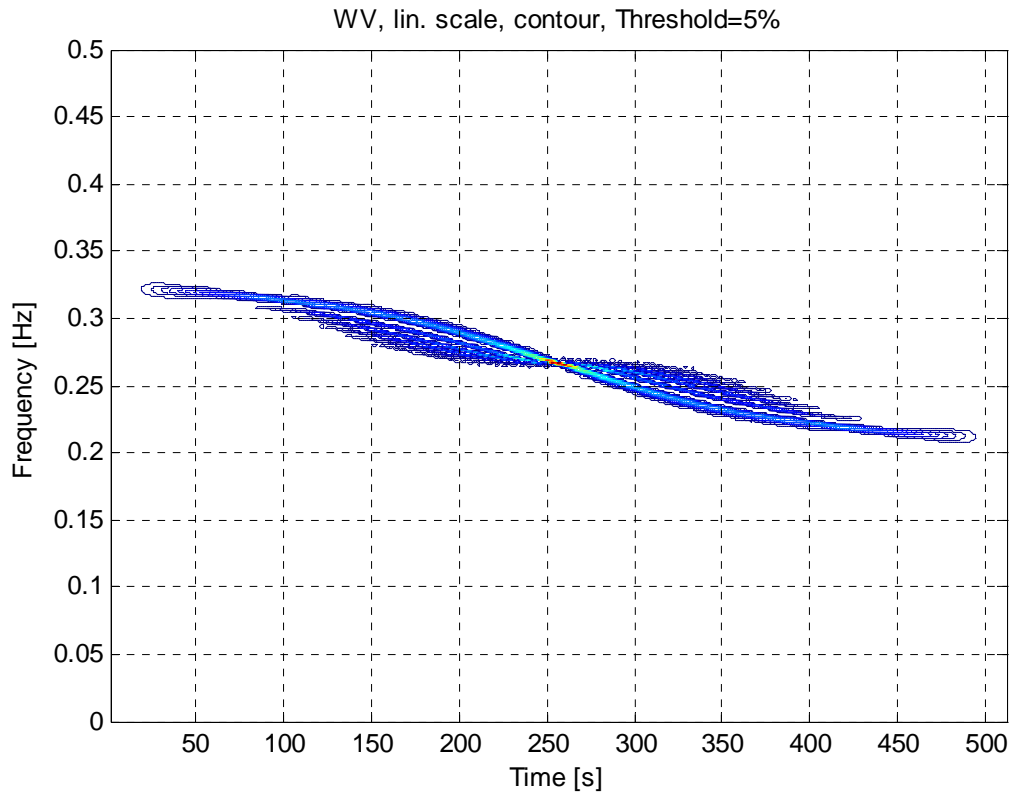
L'instruction sous Matlab permettant le calcul de celle-ci est donnée par :

```
>>[tfr,t,f] = tfrwv(x,t,N,trace);
```

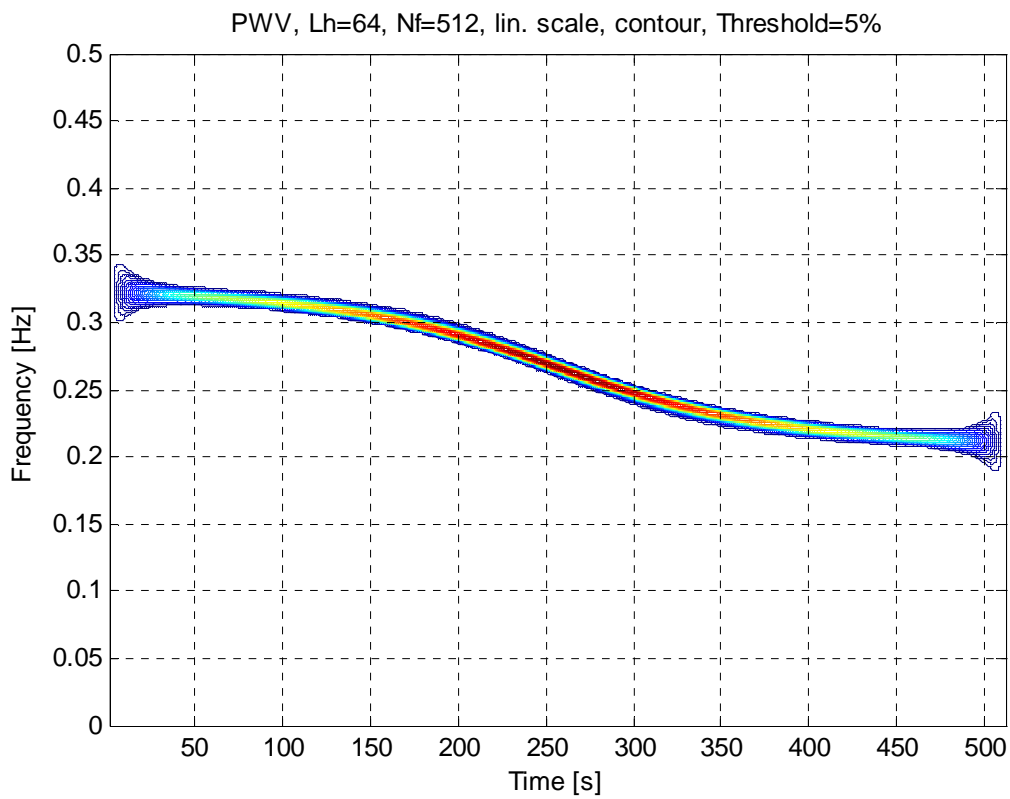
où : trace permet de suivre la progression de la boucle.

L'exécution de l'instruction suivante donne :

```
>> tfrwv(am.*fm);
```



**Fig.3.4** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de Wigner-Ville.



**Fig.3.5** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner-Ville.



### 3.5. Algorithme calculant la distribution de pseudo Wigner – ville :

Etant la version lissée de la représentation Wigner – Ville, il consiste à appliquer une fenêtre d'analyse temporelle  $h(t)$  avant l'application de la transformée de Fourier. Le calcul de la représentation temps – fréquence de pseudo Wigner – Ville est l'application de la formule (1.2.25).

L'instruction sous Matlab permettant de calculer celle-ci est donnée par :

```
>>[tfr,t,f] = tfrpwv(x,t,N,h,trace);
```

où :  $h$  étant la fenêtre d'analyse ( voir *tftb\_window.m*).

L'instruction suivante donne la figure comme ci-dessus :

```
>> tfrpwv(am.*fm);
```

### 3.6. Algorithme calculant la distribution de pseudo Wigner – Ville lissé :

Cet algorithme nous permet d'obtenir une version lissée de la représentation de pseudo Wigner – Ville en appliquant une fenêtre d'analyse fréquentielle  $g(f)$ . Son calcul est l'application de la formule donnée par (1.2.26).

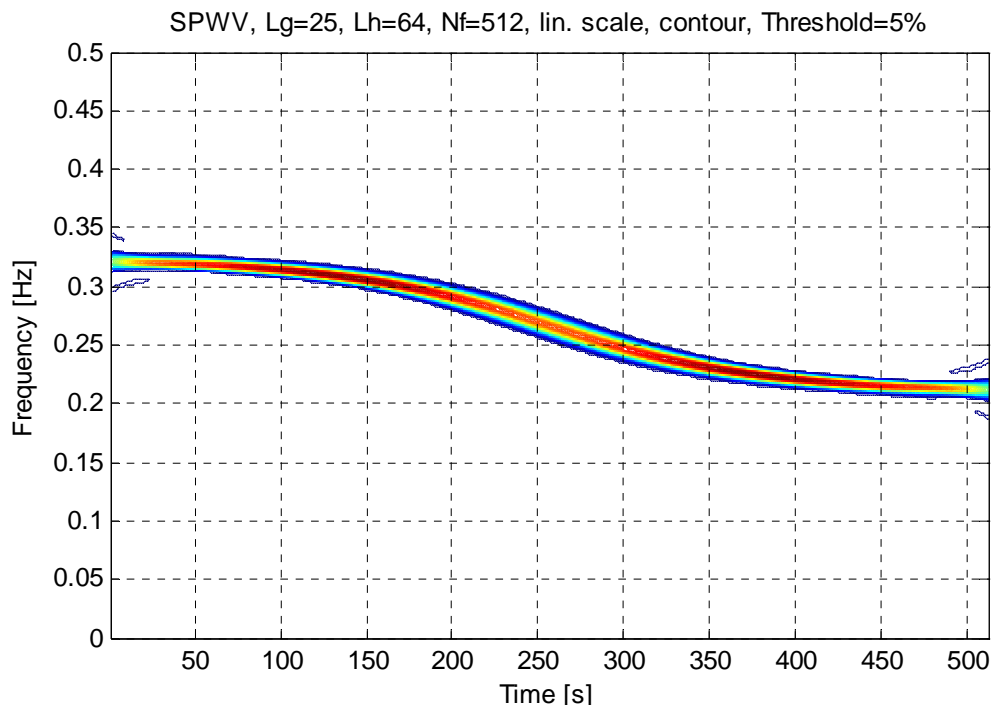
L'instruction Matlab :

```
>>[tfr,t,f] = tfrspwv(x,t,N,g,h,trace),
```

permet de calculer cette dernière en spécifiant les fenêtres  $g$  et  $h$ .

L'exécution de l'instruction suivante donne :

```
>> tfrspwv(am.*fm);
```



**Fig.3.6** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner-Ville lissée.

### 3.7. Algorithme calculant le spectrogramme :

Le spectrogramme, est défini comme le module carré de la transformée de Fourier à court terme, cette dernière étant le résultat de la transformée de Fourier sur le signal lissé par fenêtre d'analyse temporelle. Le calcul de cette représentation est le résultat de l'application de la formule donnée par (1.2.27).

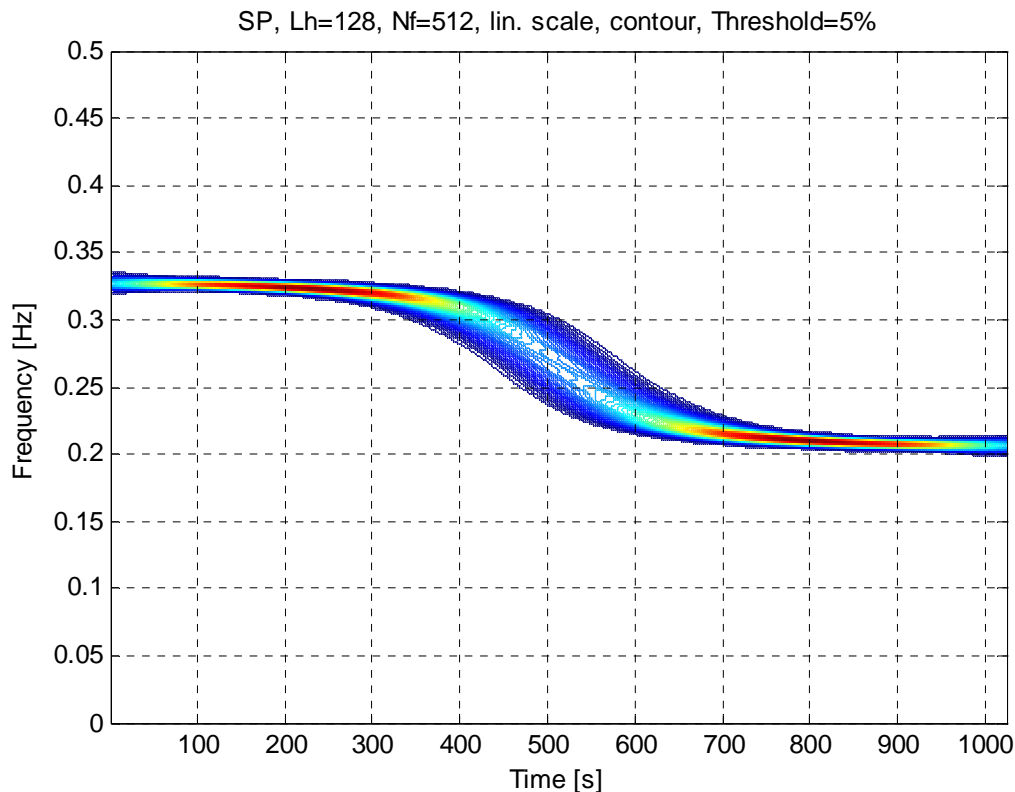
L'instruction Matlab permettant de la calculer est donnée par :

```
>>[tfr,t,f] = tfrsp(x,t,N,h,trace),
```

où  $h$  est la fenêtre d'analyse en question.

L'instruction suivante donne :

```
>> tfrsp(am.*fm);
```



**Fig.3.7** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution du spectrogramme.

### 3.8. Algorithme calculant la distribution de Choï – Williams :

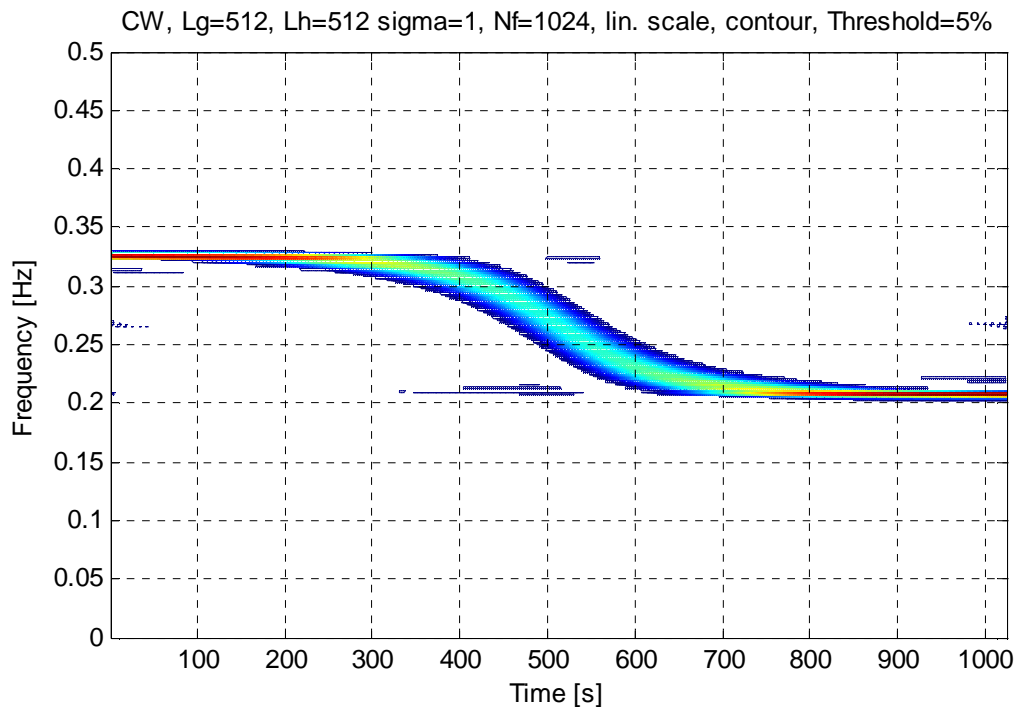
Cet algorithme permet de calculer la transformée de Choï – Williams qui est définie comme étant la transformée de Fourier du signal et de sa version miroir lissé avec une fenêtre d'analyse temps – fréquence gaussienne. L'algorithme consiste donc au calcul de cette transformée par application de la formule donnée par (1.2.29).

La commande Matlab suivante permet de la calculer à savoir :

```
>>[tfr,t,f] = tfrcw(x,t,N,h,trace),
```

L'instruction suivante donne :

```
>> tfrw(am.*fm);
```



**Fig.3.8** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de Choï – Williams.

### 3.9. Algorithme calculant la distribution de Born – Jordan :

Il permet le calcul de la transformée qui est le résultat d'un lissage temps – fréquence par une fenêtre de forme d'un sinus cardinal résultant de la formule (1.2.30).

La commande Matlab permettant son exécution est :

```
>>[tfr,t,f] = tfrbj(x,t,N,h,trace),
```

L'instruction suivante donne la figure représentée comme suit ci-dessous:

```
>> tfrbj(am.*fm);
```

### 3.10. Algorithme calculant la distribution de Butterworth :

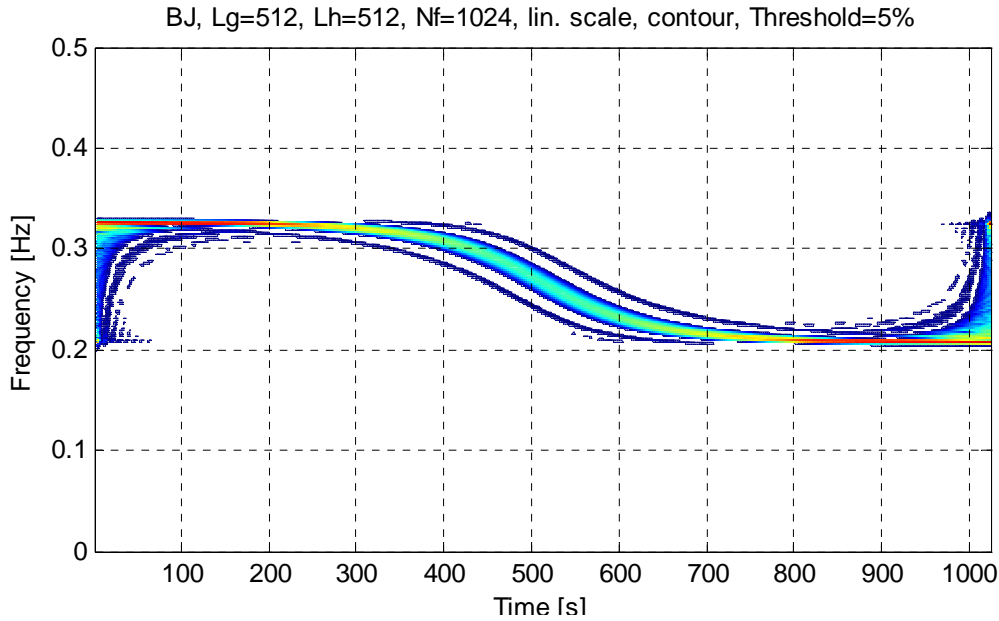
Ce dernier est le résultat d'un lissage par un filtre de Butterworth en temps et en fréquence résultat de l'application de la formule définie par (1.2.32).

L'instruction Matlab suivante permet son calcul :

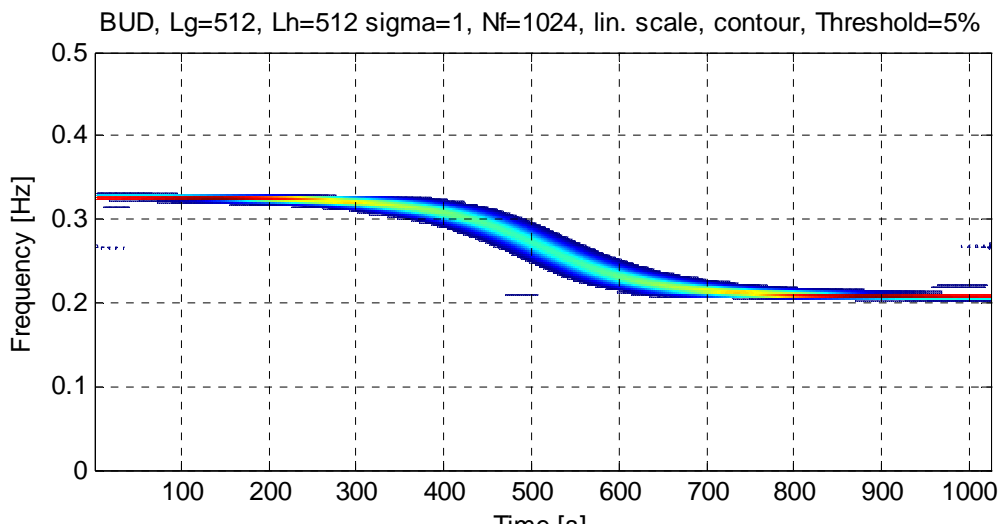
```
>>[tfr,t,f] = tfrbud(x,t,N,h,trace),
```

L'exécution de la commande suivante donne la figure ci-dessous :

```
>> tfrbud(am.*fm);
```



**Fig.3.9** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de Born – Jordan.



**Fig.3.10** Représentation temps-fréquence du signal moyennant la distribution de Butterworth.

### 3.11. Algorithme calculant les fenêtres de lissage :

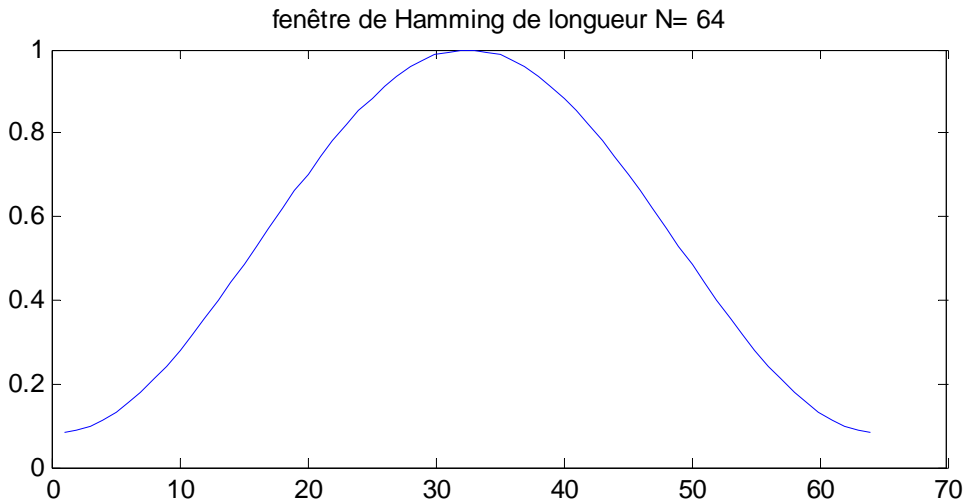
Cet algorithme nous permet le choix de la fenêtre d'analyse lors de l'exécution des m-files en spécifiant sa longueur et sa forme. Les fenêtres disponibles auxquelles l'utilisateur peut avoir recours sont : Hamming, Hanning, Blackman, chebyshev, gauss, Papoulis... Pram et Param2 permettent de spécifier les paramètres concernant un choix optimal des fenêtres d'analyse, pour plus de détail voir help tftb\_window.

La commande Matlab suivante permet l'obtention d'une des fenêtres:

```
>>[H] = tftb_window(N,name,param,param2)
```

L'exemple suivant donne:

```
>> tftb_window(64,'Hamming');
```



**Fig.3.11** Représentation d'une fenêtre de Hamming.

Les autres algorithmes servant d'intermédiaire pour le fonctionnement de ceux là sont présentés ci-dessous, à savoir :

**init\_param.m** : il permet de calculer les paramètres initiaux pour la minimisation de la fonction coût *fct.m* donnée par : (2.2.5).

**alpha\_beta.m** : il sert à calculer la vitesse estimée après avoir minimisé la fonction coût *fct.m* par l'intermédiaire du calcul de  $\alpha$  et de  $\beta$ .

**extr\_pique.m** : il permet l'estimation de la fréquence du son émis par le réacteur par la méthode de l'extraction du pique [BOA-2 92].

**tfrview.m et tfrqview.m** : ces dernières permettent de représenter le graphe des distributions temps – fréquence.

**model.m** : il permet de calculer le model auquel les observations sont ajustées.

**Remarque** : les résultats des calculs effectués par ces algorithmes sont normalisés à l'unité.

### Conclusion :

Nous avons à travers ce chapitre décrit la démarche suivie pour la mise au point des algorithmes de notre travail. Ainsi en premier lieu, nous avons commencé par introduire notre algorithme général de détection, tout en décrivant la partie simulation et estimation de ce dernier. Et en second lieu, nous avons détaillé encore plus les algorithmes secondaires utilisés dans le programme principal en indiquant leurs modes de fonctionnement illustrés par des exemples. Enfin la concrétisation et la mise en œuvre de l'algorithme général de détection, feront l'objet du prochain chapitre qui traitera des simulations d'avions en transit ainsi que le résultat de leurs estimations.

---

CHAPITRE 4  
SIMULATIONS et  
RESULTATS

---

## CHAPITRE 4

# SIMULATIONS et RESULTATS

---

### Introduction :

Dans ce qui suit, une série de simulations sera présentée pour représenter l'aspect physique décrit au chapitre 2, pour lesquelles un microphone localisé juste au dessus du sol sert de capteur pour les acquisitions acoustiques (sonores). Le son ayant la forme d'un Doppler, a pour fréquence principale (relativement à la rotation du réacteur (moteur))  $f_0$ , est simulé à l'aide du fichier Matlab *doppler.m*. Ce dernier étant noyé dans un bruit, simulé à l'aide du fichier Matlab *dopnoise.m*, il est utilisé comme une source d'observation pour le traitement à venir.

Pour une fréquence d'échantillonnage donnée  $F_s$ , la fréquence instantanée est estimée pour un nombre  $N$  d'échantillons. La méthode décrite au chapitre 2 est appliquée pour l'estimation des paramètres  $\{v, f_0, t_c, h\}$ .

Pour cela les représentations temps – fréquences suivantes sont utilisées pour la représentation de l'énergie du signal et l'estimation de la fréquence instantanée par la méthode des moments ; à savoir : la représentation de Wigner – Ville, représentation de pseudo Wigner – Ville, représentation de pseudo Wigner – Ville lissée, Spectrogramme, représentation de Born – Jordan, représentation de Choi Williams et représentation de Butterworth.

Les simulations qui vont suivre font intervenir le transit d'un avion à turbopropulseur et d'un hélicoptère. Durant chaque transit, la simulation prend en considération le fait que l'avion se déplace à vitesse et altitude constantes et qu'il passe au dessus d'un microphone

fixe au niveau du sol. Dans ce cas le point d'approche le plus proche, en se référant au capteur, correspond à la hauteur de ceux là.

Concernant l'avion à turbopropulseur un ensemble de simulations combine les vitesses de 234, 335 et 396 Km/h et les altitudes 150, 200 et 350m avec une fréquence de 65 Hz. Pour les deux hélicoptères une combinaison de simulations incluant les vitesses : 90, 108, 126, 144, 162, 198, et 252 Km/h et les altitudes : 60, 70, 75, 80, 85, 90 et 150m avec une fréquence de 17 Hz.

Pour chaque simulation, nous précisons les valeurs des paramètres simulés , ainsi que les résultats obtenus de l'estimation et la représentation temps – fréquence choisie en haut des graphes. Concernant la moyenne des erreurs carrées, en réitérant dix fois l'exécution de l'algorithme *detection.m*, des valeurs seront présentées à la fin de chaque simulation ,et ce, dans le but de juger l'efficacité de la représentation choisie pour l'estimation des paramètres.

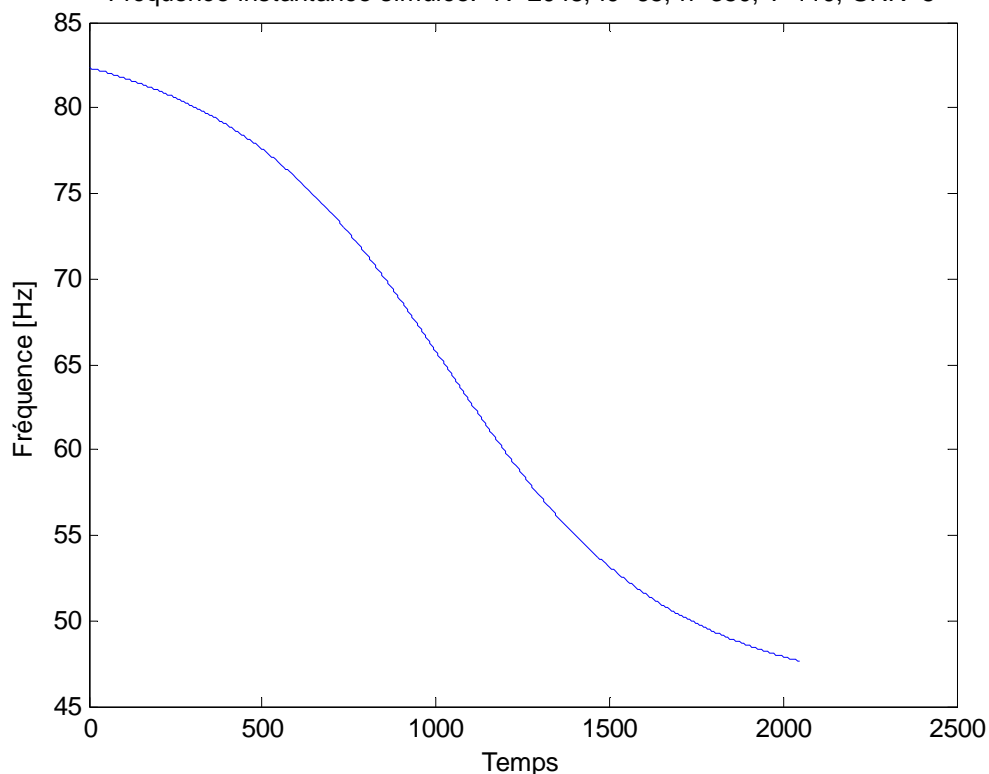
#### 4.1. Cas d'un avion en transit :

Pour l'avion à turbopropulseur, l'exécution des commandes suivantes sous Matlab aboutit aux résultats comme suit :

##### 4.1.1. Application de la représentation de Wigner – Ville :

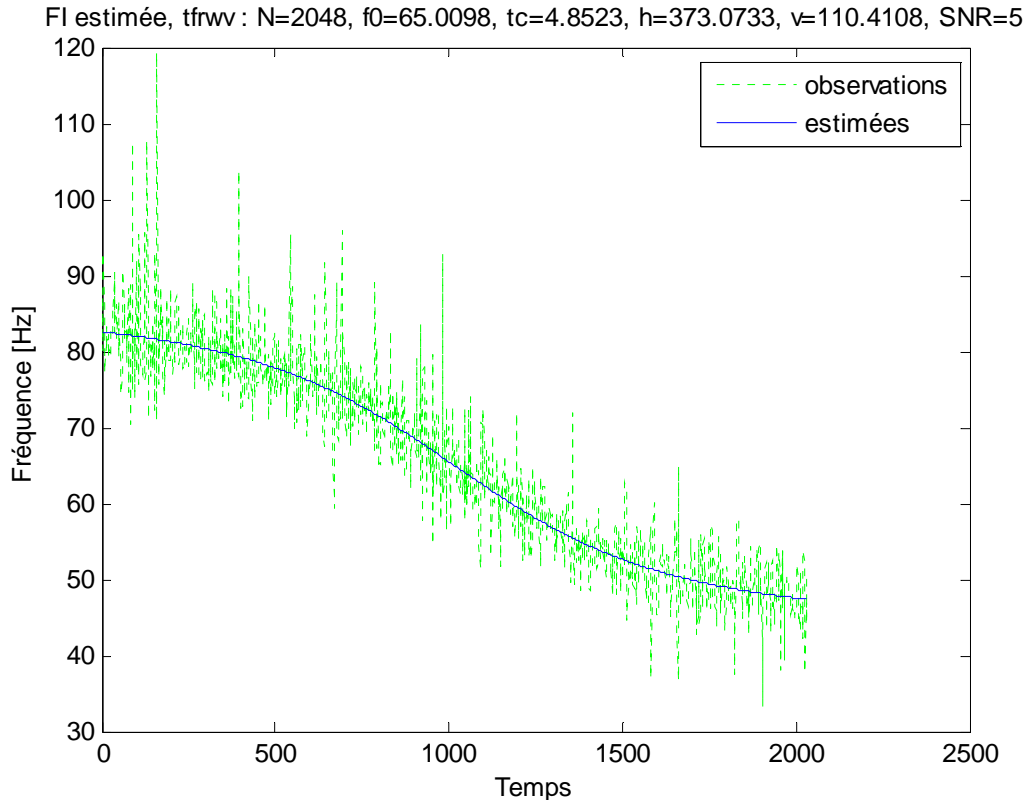
```
>>[v,f0,tc,h]=detection(2048,65,220,350,110,5,'tfrwv')
```

Fréquence instantanée simulée: N=2048, f0=65, h=350, v=110, SNR=5



**Fig.4.1** Fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, première simulation).





**Fig.4.2** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, première simulation).

Le graphe représentant les estimées (en bleu) faites à partir des observations (en vert), nous fait part du fait que ces dernières sont pourvues d'interférences résultant de la distribution utilisée d'une part et du bruit dans lequel notre signal a été noyé de l'autre .

D'après les résultats obtenus, nous remarquons que les paramètres estimés sont très proches des valeurs simulées, et ce en choisissant d'appliquer la représentation de Wigner – Ville aux observations.

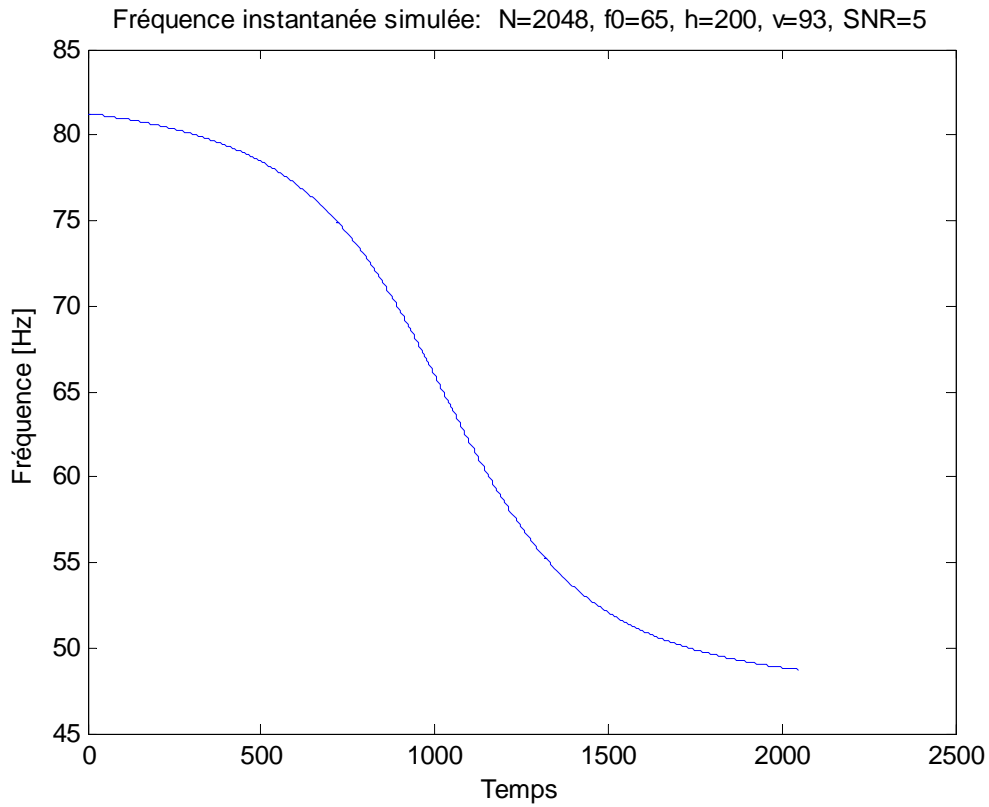
Les résultats suivants,  $mse_v = 2.0826$  m/s,  $mse_{f0} = 0.0016$  Hz et  $mse_h = 713.8721$ m, représentant l'erreur moyenne quadratique sur dix estimations successives témoignent de l'efficacité de cette méthode.

#### 4.1.2. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville :

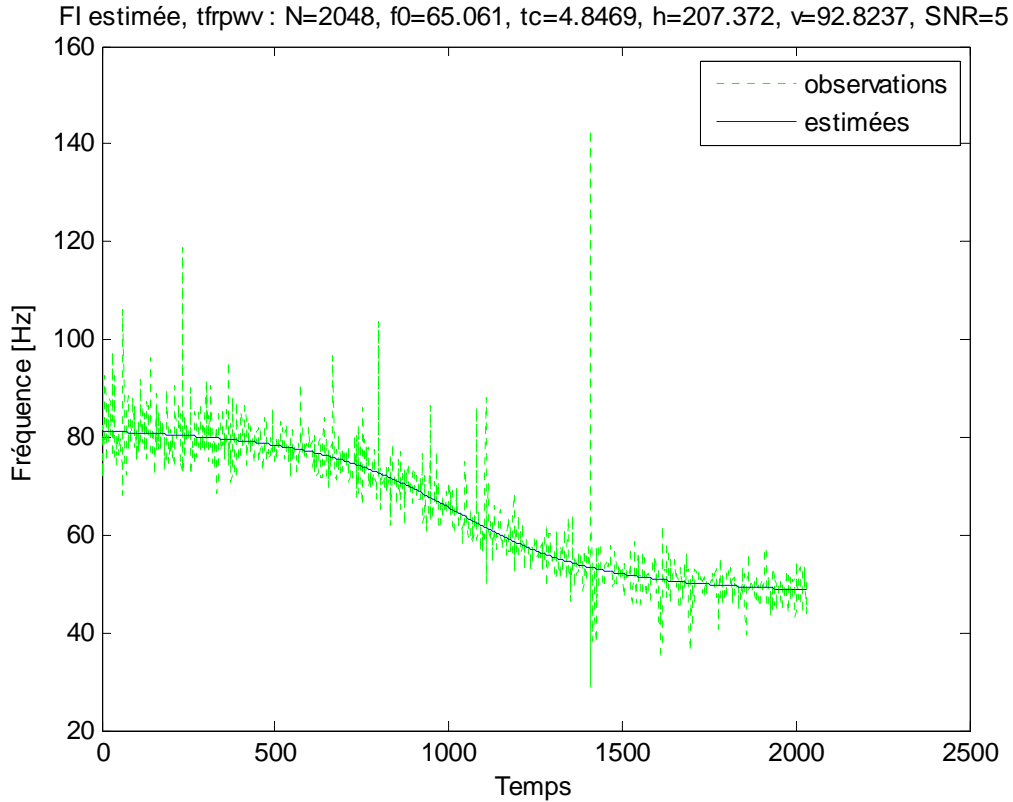
La commande suivante permet d'introduire un lissage fréquentiel à la distribution de Wigner – Ville réduisant ainsi les interférences temps – fréquence, en ayant recours à la fenêtre de Hamming :

```
>> [v,f0,tc,h]=detection(2048,65,210,200,93,5,'tfrpwv').
```

Le choix de cette fenêtre s'accordant bien à la méthode appliquée pour l'estimation de la fréquence  $f_0$ , entre autres ayant recours à la méthode de l'extraction de pique. En fait, cette fenêtre présente une amplitude relative des lobes secondaires à  $-43$ dB pour une bande passante du lobe principal de  $1,36$  à  $-3$ dB ce qui permet une meilleure localisation du pique. Les résultats obtenus sont comme suit :



**Fig.4.3** Fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, deuxième simulation).

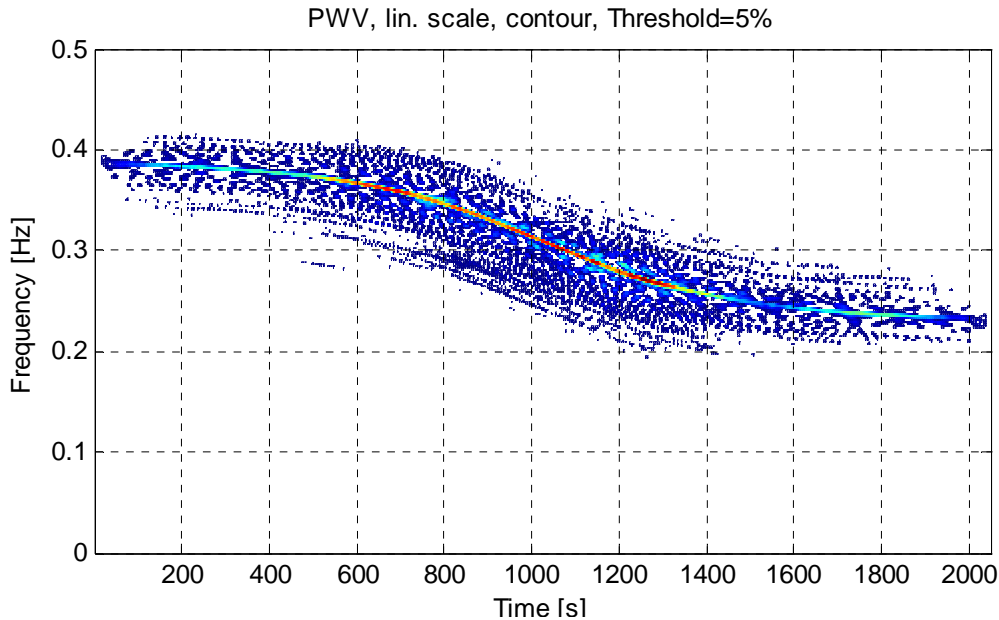


**Fig.4.4** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, deuxième simulation).

D'après les résultats obtenus :  $v = 92.8237$  m/s,  $f_0 = 65.061$  Hz,  $t_c = 4.8469$  s,  $h = 207.372$  m, nous remarquons que les paramètres estimés sont très proches des valeurs simulées.

Les résultats suivants,  $mse_v = 5.1181$  m/s,  $mse_{f_0} = 28.4969$  Hz et  $mse_h = 269.2058$  m, représentant l'erreur moyenne quadratique sur dix estimations successives font part d'une meilleure efficacité par rapport à la distribution de Wigner – Ville en comparant les erreurs moyennes quadratiques de l'estimation de la hauteur  $h$ .

La représentation temps – fréquence de cette transformée est donnée ci-dessous :



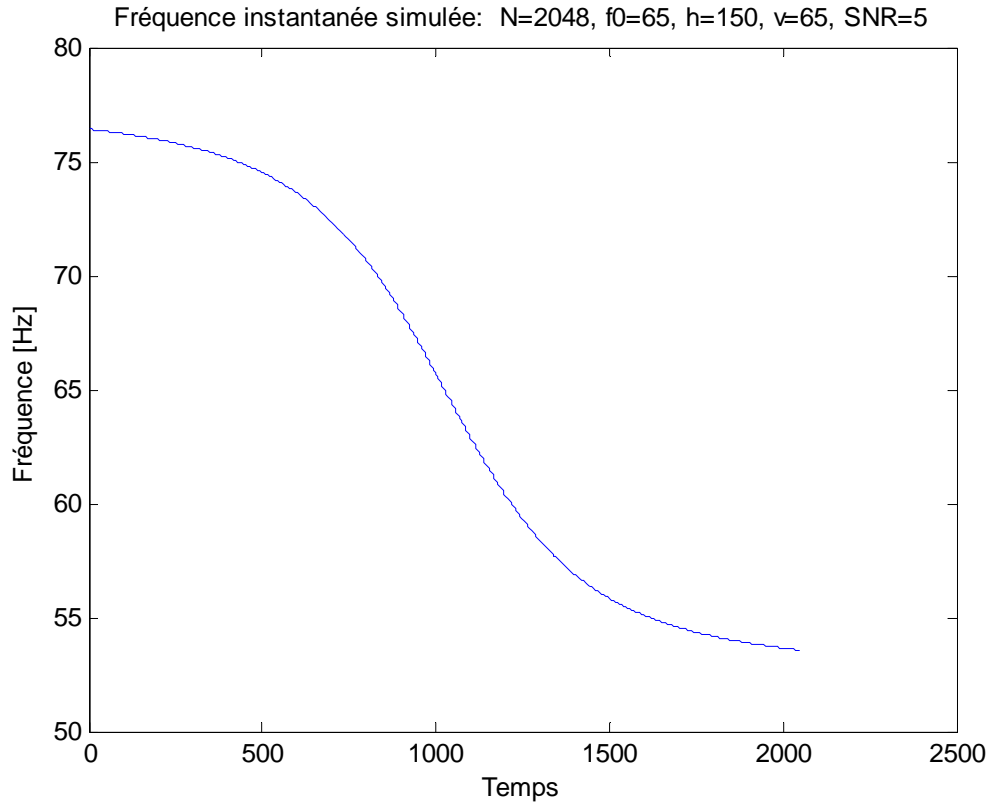
**Fig.4.5** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville (cas d'un avion, deuxième simulation).

### 4.1.3. Application de la représentation du Spectrogramme :

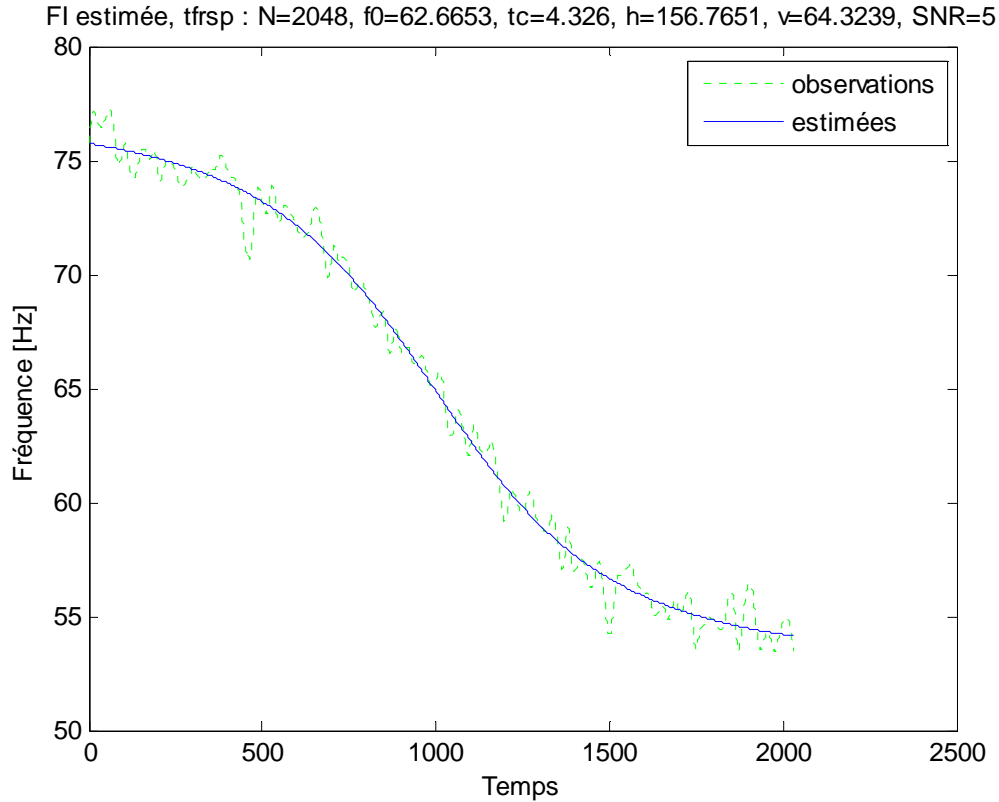
La commande suivante,

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(2048,65,230,150,65,5,'tfrsp')
```

détermine le spectrogramme pour le traitement de la représentation temps – fréquence. Pour ce faire, la fenêtre de Hanning est sélectionnée et après exécution aboutit aux résultats suivants :



**Fig.4.6** Fréquence instantanée simulée (cas d'un avion, troisième simulation).



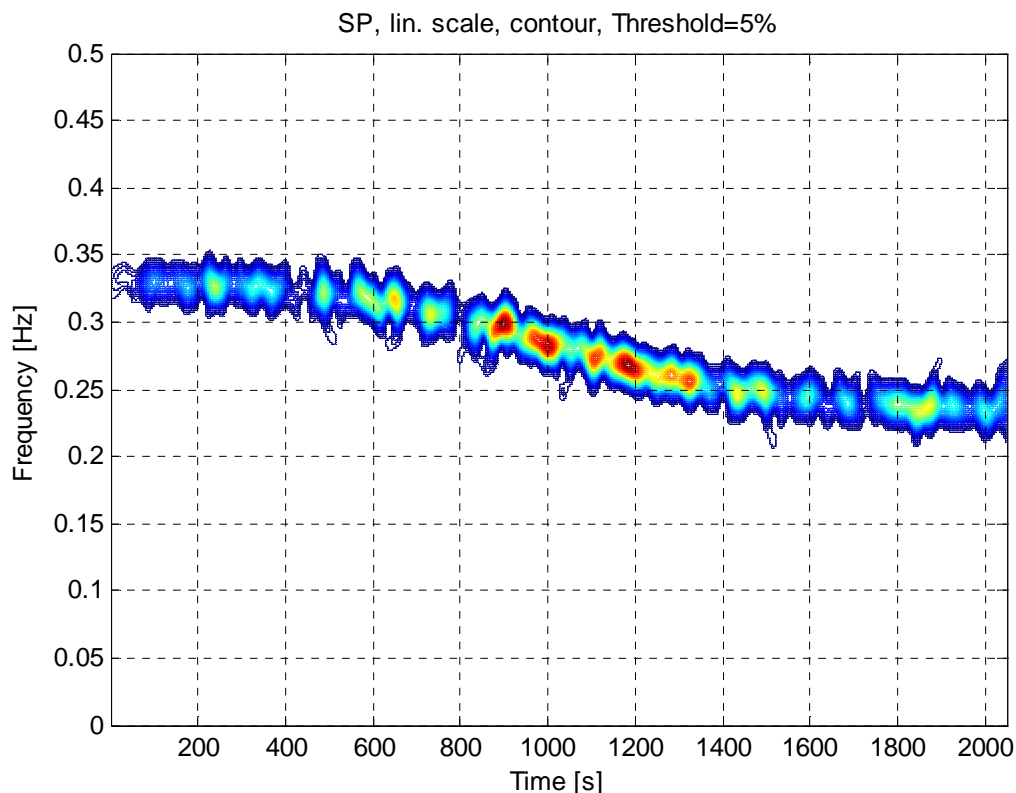
**Fig.4.7** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un avion, troisième simulation)

Les résultats obtenus :  $v = 64.3239$  m/s,  $f_0 = 62.6653$  Hz,  $t_c = 4.326$ s et  $h = 156.7651$  m témoignent, en dépit de la fréquence  $f_0$ , d'une bonne estimation des paramètres.

Le choix de cette fenêtre d'analyse est du entre autre à ces propriétés à savoir : une bande passante à -3 dB de 1.44, qui est relativement étroite et donc donne une bonne propriété de lissage pour le spectre fréquentiel.

Une série de dix estimations successives permet de calculer la variance de leurs valeurs par rapport aux valeurs réelles et a abouti aux résultats :  $mse_v = 0.9637$ m/s,  $mse_{f_0} = 6.2689$  Hz et  $mse_h = 57.7997$ m. Nous remarquons une relative imprécision dans l'estimation de  $f_0$ , et cela est du au fait de la construction de la distribution c. à. d. que le lissage est effectué sur le signal avant la construction de la distribution énergétique ce qui induit la diminution de la résolution fréquentielle.

Sa représentation temps – fréquence est donnée ci-dessous :



**Fig.4.8** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution du Spectrogramme (cas d'un avion, deuxième simulation).

## 4.2. Cas d'un hélicoptère en transit :

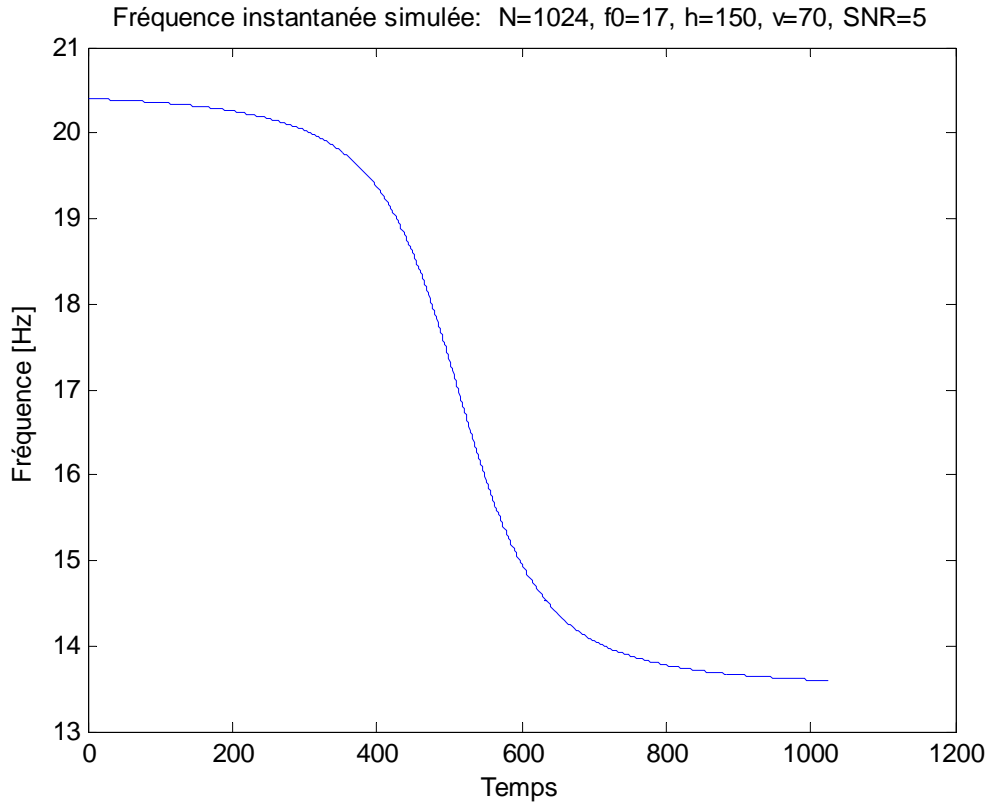
Passons maintenant à la série des simulations concernant le transit de l'hélicoptère. Ce dernier étant caractérisé par une différence de hauteur et de vitesse ainsi que de fréquence du son émis par rapport au transit de l'avion.

### 4.2.1. Application de la représentation de Wigner – Ville :

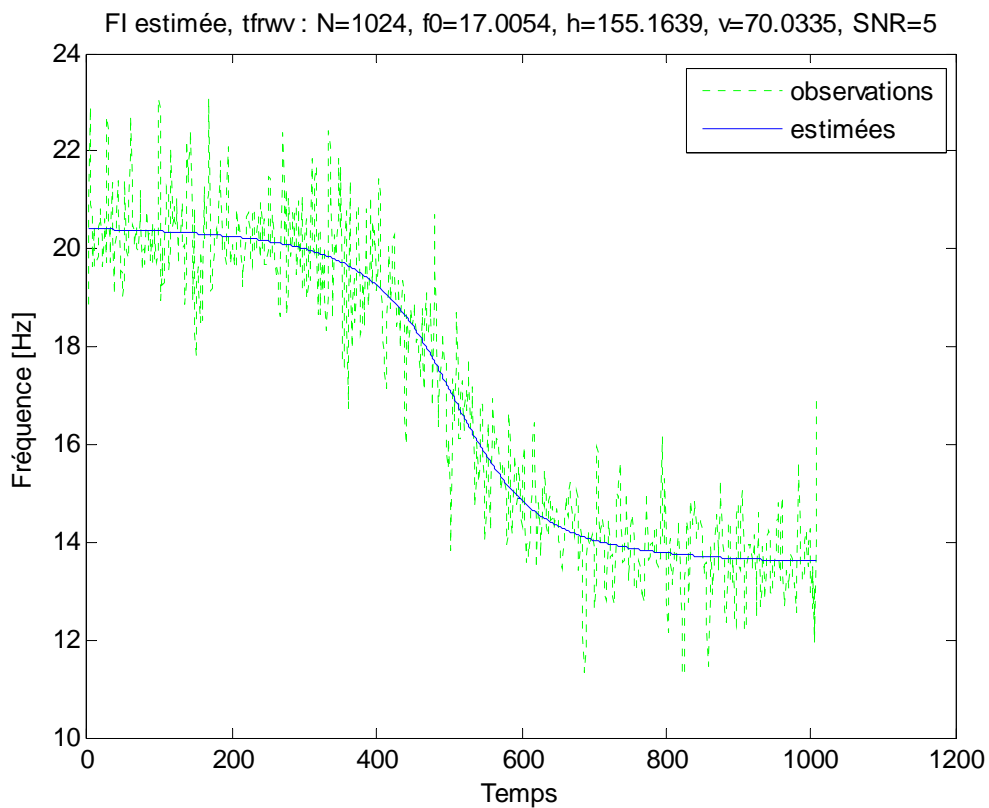
La commande :

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,57,150,70,5,'tfrwv')
```

a pour résultats ceux présentés dans ce qui suit :

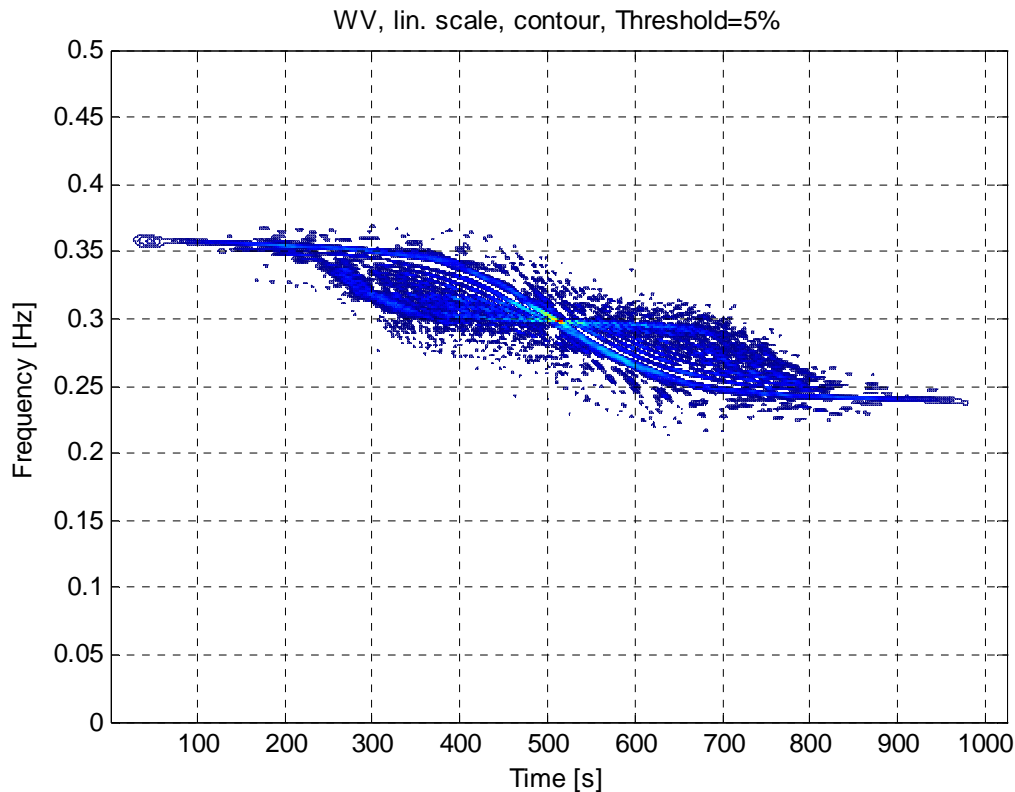


**Fig.4.9** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, première simulation).



**Fig.4.10** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, première simulation).

Les résultats obtenus à partir de cette simulation correspondent à ceux rencontrés lors de la précédente, avec pour  $mse_v = 2.0517$  m/s,  $mse_{f0} = 2.8849e-005$  Hz et  $mse_h = 143.8751$ m. Sa représentation temps – fréquence est donnée par :



**Fig.4.11** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Wigner – Ville (cas d'un hélicoptère, première simulation).

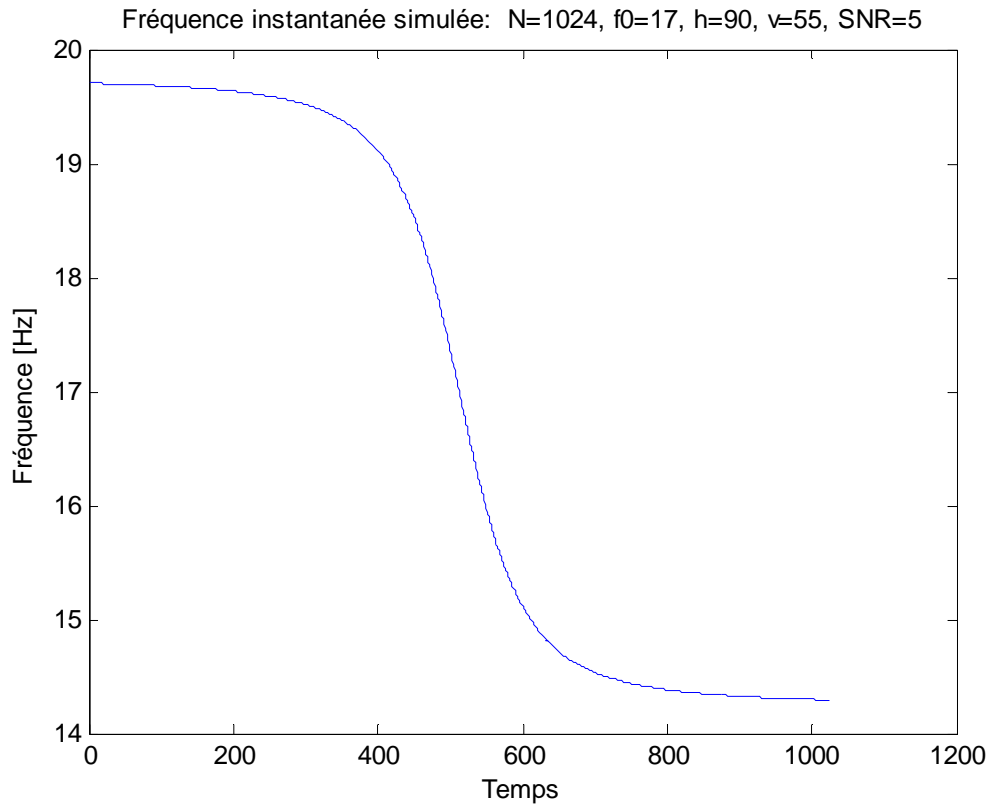
Nous remarquons d'après ce spectre temps – fréquence qu'en plus du bruit (points en bleu) des traits (bleu clair) représentent les interférences entre les éléments du signal.

#### 4.2.2. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville :

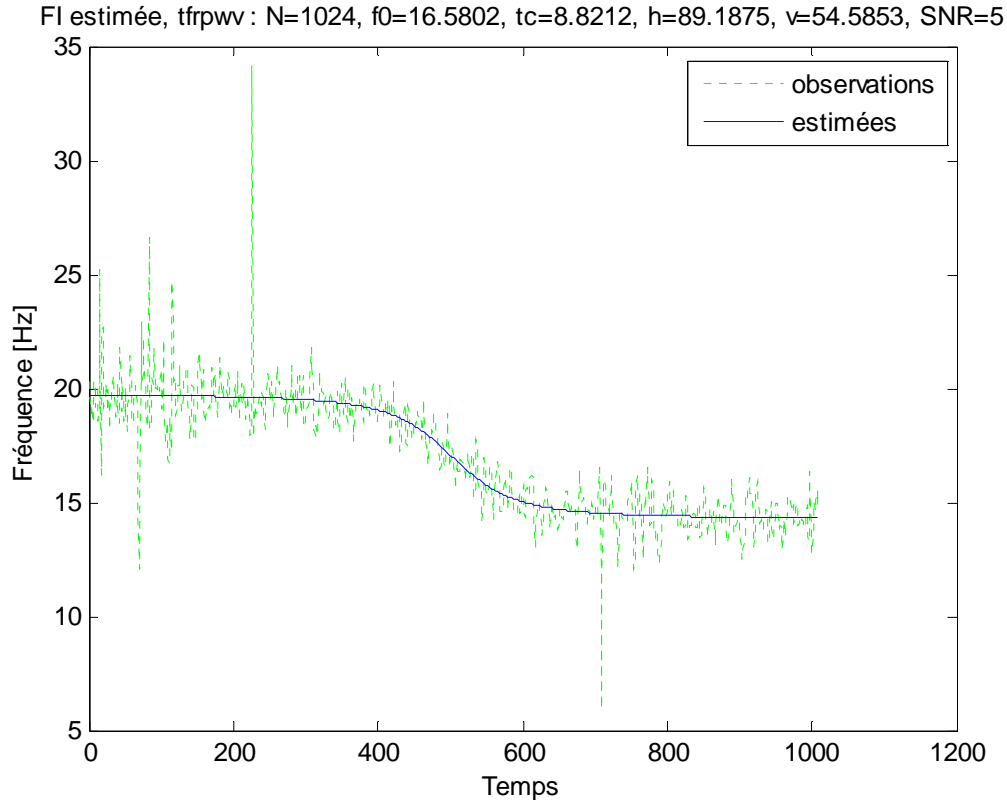
La commande :

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,57,90,55,5,'tfrpwv'),
```

avec Hamming (pour ses caractéristiques citées précédemment) comme fenêtre d'analyse nous donne les résultats suivants :



**Fig.4.12** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, deuxième simulation).



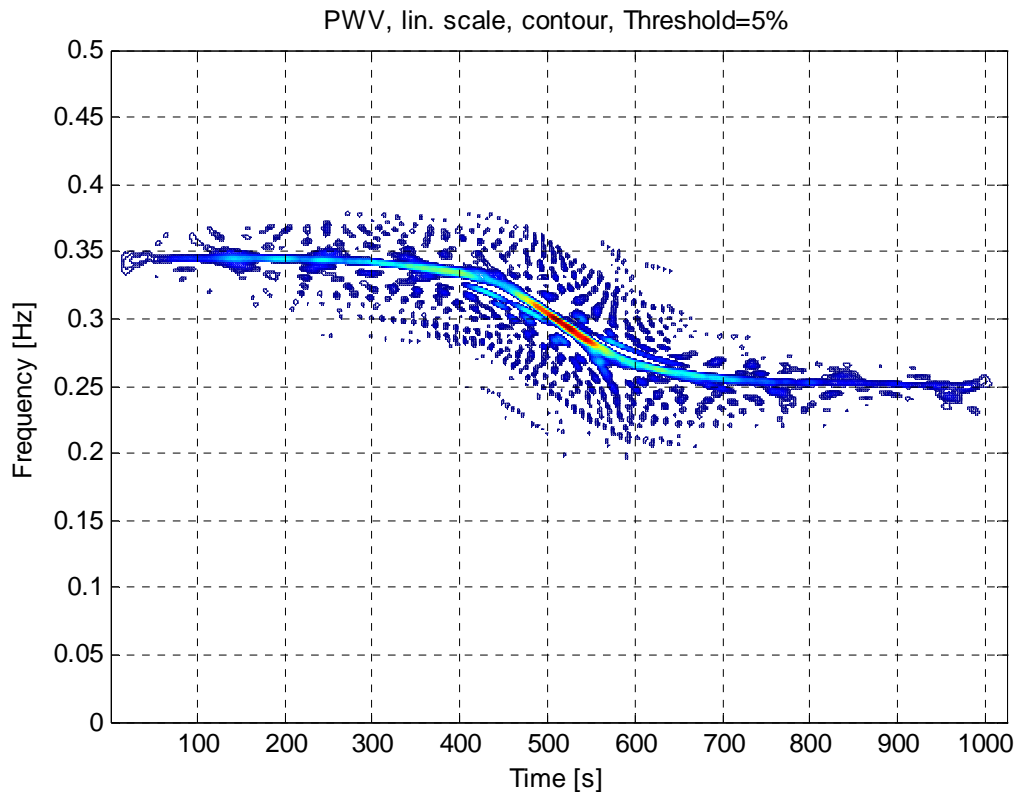
**Fig.4.13** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, deuxième simulation).



Nous remarquons une meilleure estimation par rapport à la distribution de Wigner – Ville et ce du au lissage introduit par la fenêtre d’analyse temporelle contribuant à la réduction du bruit et donc des interférences. Le calcul de l’erreur moyenne quadratique nous donne comme résultats les suivants, où l’on peut remarquer une moins importante divergence des valeurs estimées en ce qui concerne particulièrement le paramètre hauteur  $h$ , ainsi :

$mse\_v = 2.3120$  m/s,  $mse\_f0 = 0.2106$  Hz et  $mse\_h = 91.4176$ m.

La représentation temps – fréquence de cette dernière est comme présentée ci-dessous :



**Fig.4.14** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville (cas d’un hélicoptère, deuxième simulation).

Nous remarquons d’après cette distribution que le taux d’interférences est nettement réduit (réduction des traits en bleu clair) mais cela au coût d’une diminution de la résolution fréquentielle comme observé par les valeurs des estimés.

### 4.2.3. Application de la représentation de pseudo Wigner – Ville lissée :

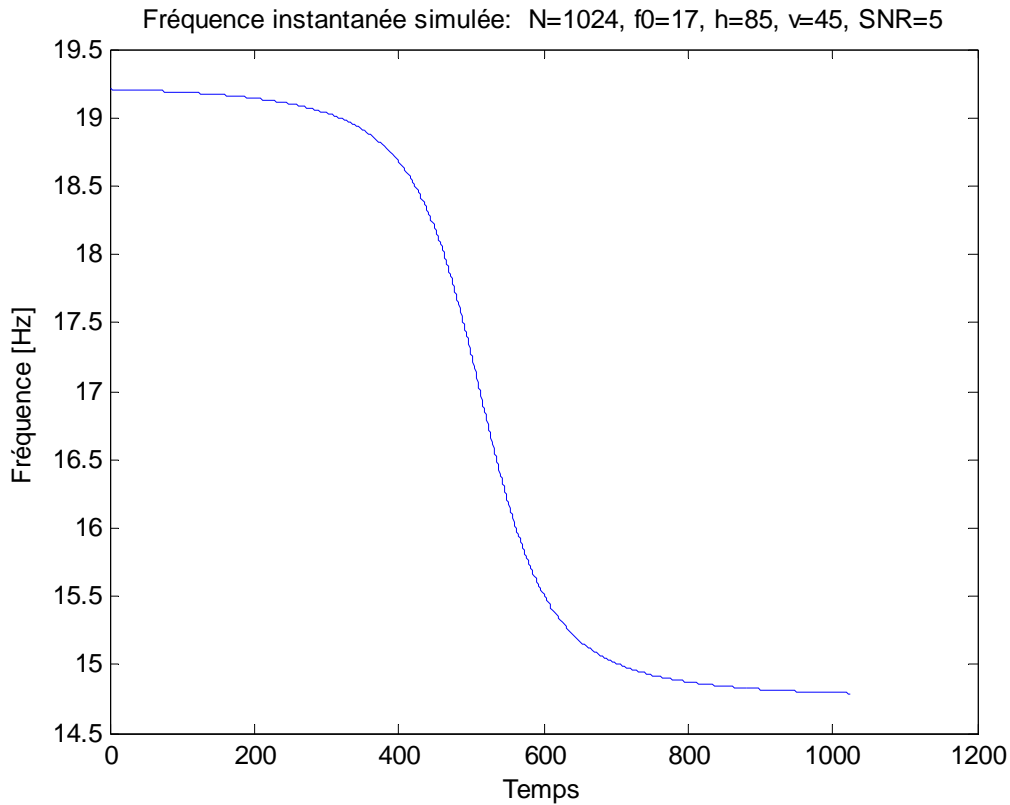
L’exécution de la commande :

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,53,85,45,5,'tfrspwv')
```

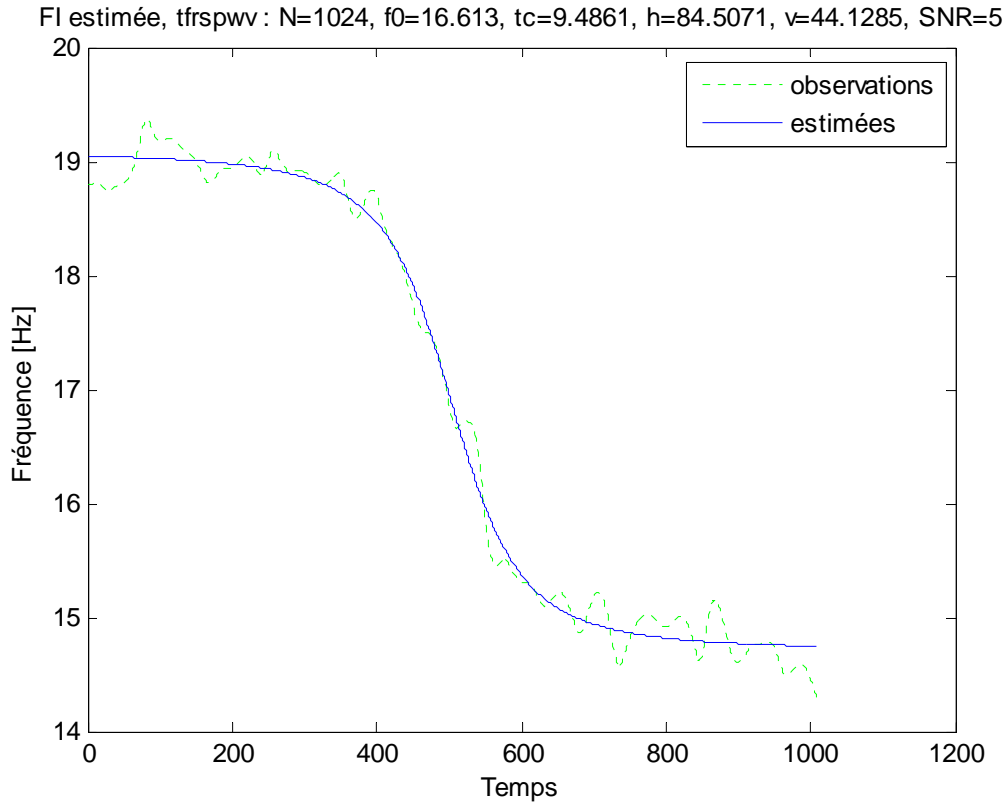
avec Blackman et Gauss comme fenêtres d’analyse temporelle et fréquentielle respectivement, nous avons les résultats comme suit :

Nous remarquons des interférences et un niveau de bruit très réduit issu du double lissage temps – fréquence de la distribution de Wigner – Ville, conduisant à une meilleure estimation des paramètres.

Le choix des deux fenêtres précédentes s'est fait en tenant compte du compromis entre le lissage temps – fréquence et la résolution fréquentielle pour une meilleure estimation. En fait l'amplitude des lobes secondaires de la fenêtre de Blackman étant de -58 dB, cette dernière permet de mieux estimer  $f_0$  par la méthode d'extraction du pique et ce en complémentarité avec la fenêtre de Gauss ayant un ordre de décroissance asymptotique de  $r = 1$  permettant de mettre en évidence l'amplitude à cette fréquence ( $f_0$ ) et d'améliorer la résolution fréquentielle [HLA 05].

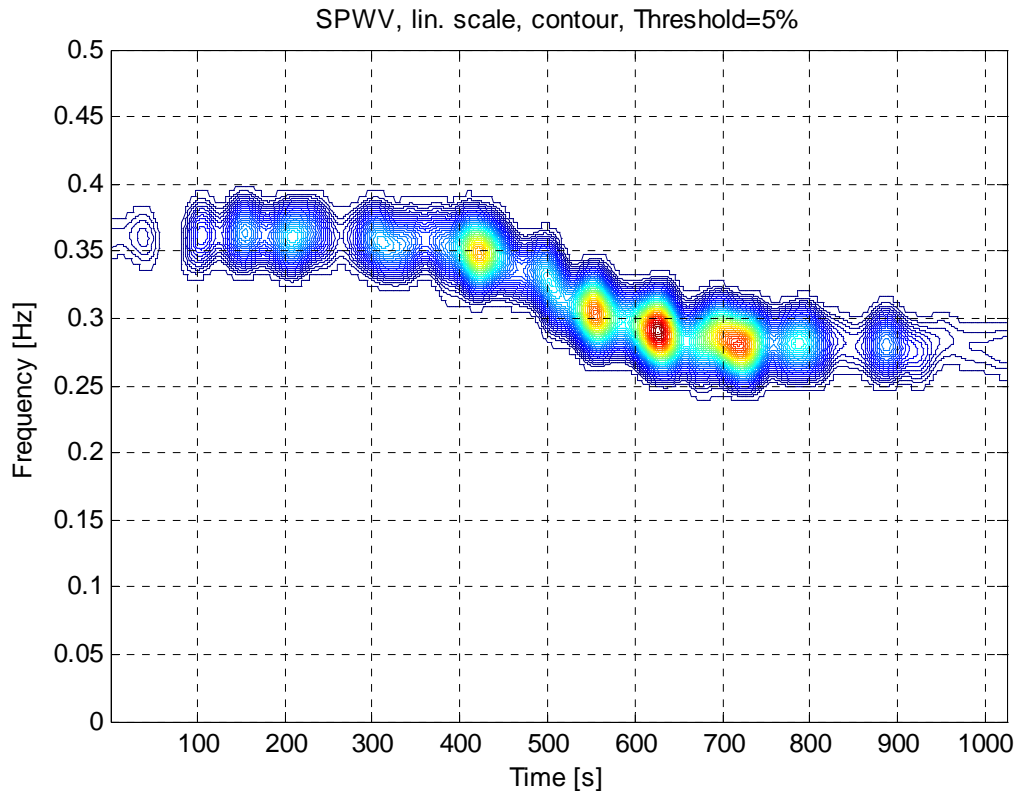


**Fig.4.15** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, troisième simulation).



**Fig.4.16** *Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, troisième simulation).*

Ainsi le double lissage en temps et en fréquence nous a permis de réduire encore plus le niveau du bruit et des interférences induisant des erreurs quadratiques moyennes :  
 $mse_v = 1.6253$  m/s,  $mse_{f0} = 0.1451$  Hz et  $mse_h = 42.0124$  m et confirment effectivement une bonne estimation des paramètres, sensiblement la hauteur  $h$ .  
 on spectre temps – fréquence est donnée ci-dessous :



**Fig.4.17** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de pseudo Wigner – Ville lissée (cas d'un hélicoptère en, troisième simulation).

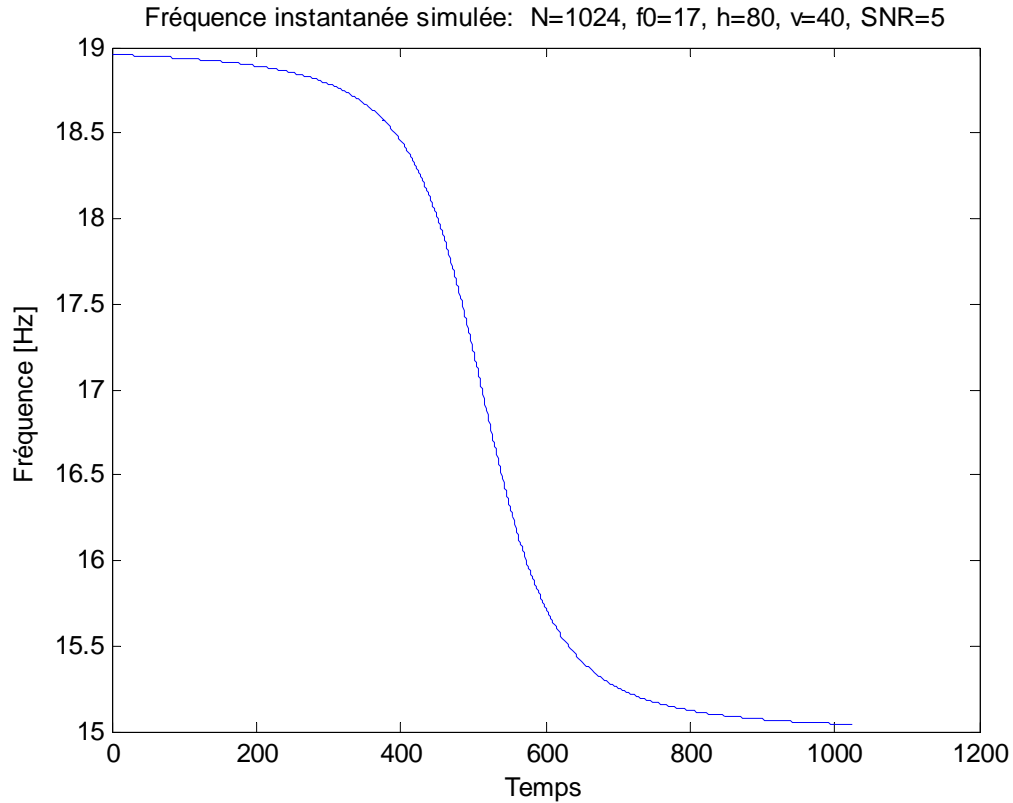
Nous remarquons d'après ce spectre que l'absence totale d'interférences et du bruit et cela est dû au double lissage temps – fréquence exercé par les fenêtres ; mais en contre partie une mauvaise localisation fréquentielle et une résolution qui diminue est le fait de l'élargissement des fréquences observées. Pour une meilleure analyse et afin de réduire le bruit et les interférences des petites longueurs des fenêtres sont appliquées ce qui engendre les interruptions observées.

#### 4.2.4. Application de la représentation de Spectrogramme :

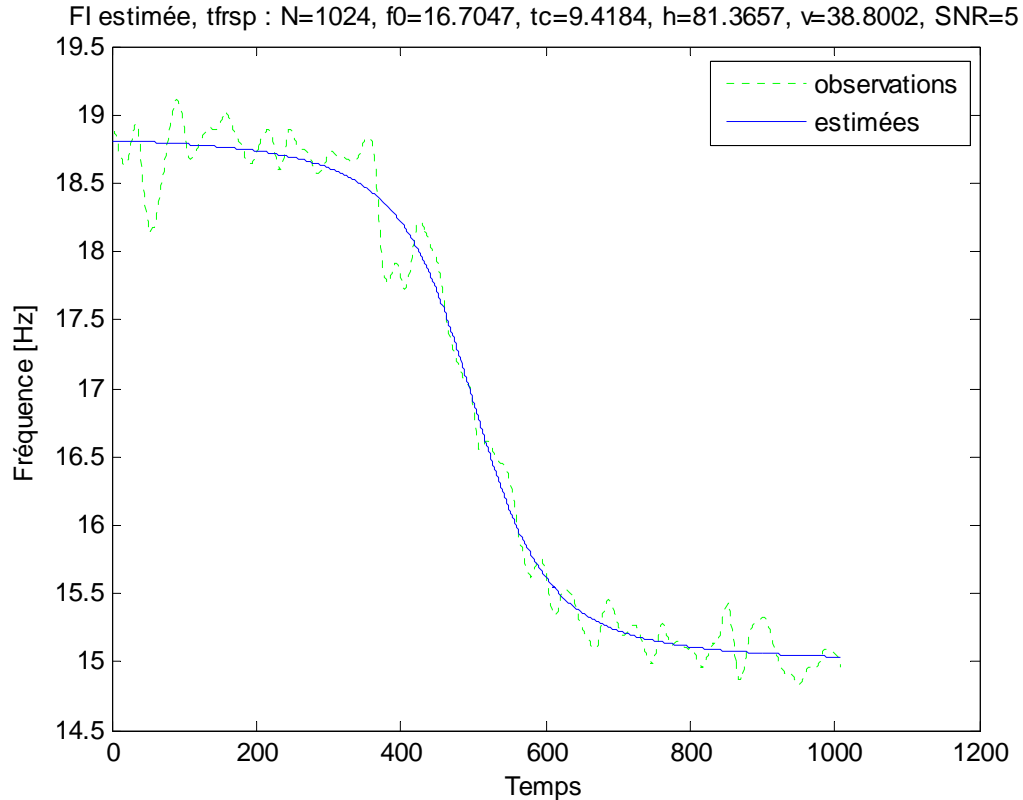
La commande :

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,53,80,40,5,'tfrsp')
```

en utilisant la fenêtre de Hanning (voir les propriétés citées précédemment) pour lisser le spectre, a pour résultats, les suivants :

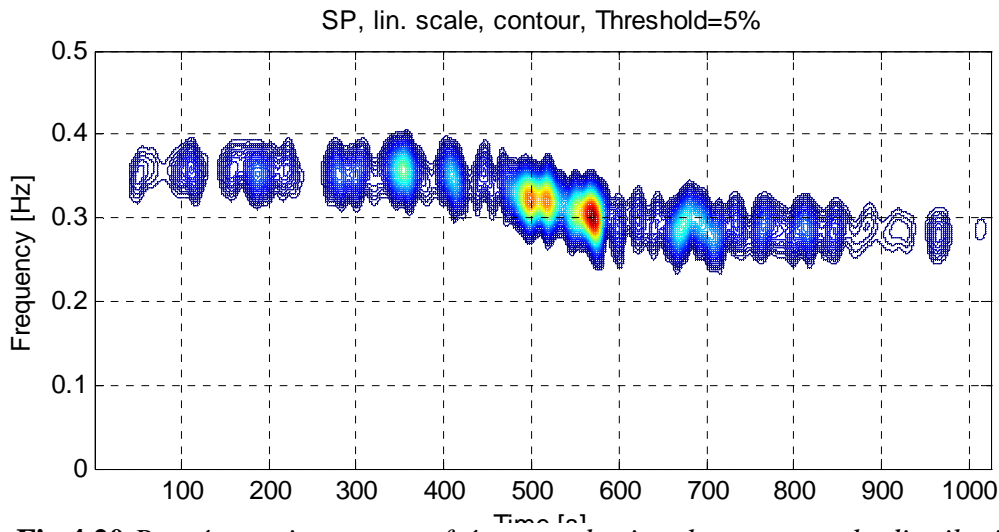


**Fig.4.18** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, quatrième simulation).



**Fig.4.19** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, quatrième simulation).

Une bonne estimation des paramètres comme vu précédemment caractérise cette distribution ; une erreur quadratique moyenne de  $mse_v = 1.5418$  m/s,  $mse_{f0} = 0.1103$  Hz et  $mse_h = 60.4350$  m, permet de le confirmer. Sa présentation temps – fréquence est :



**Fig.4.20** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Spectrogramme (cas d'un hélicoptère, quatrième simulation).

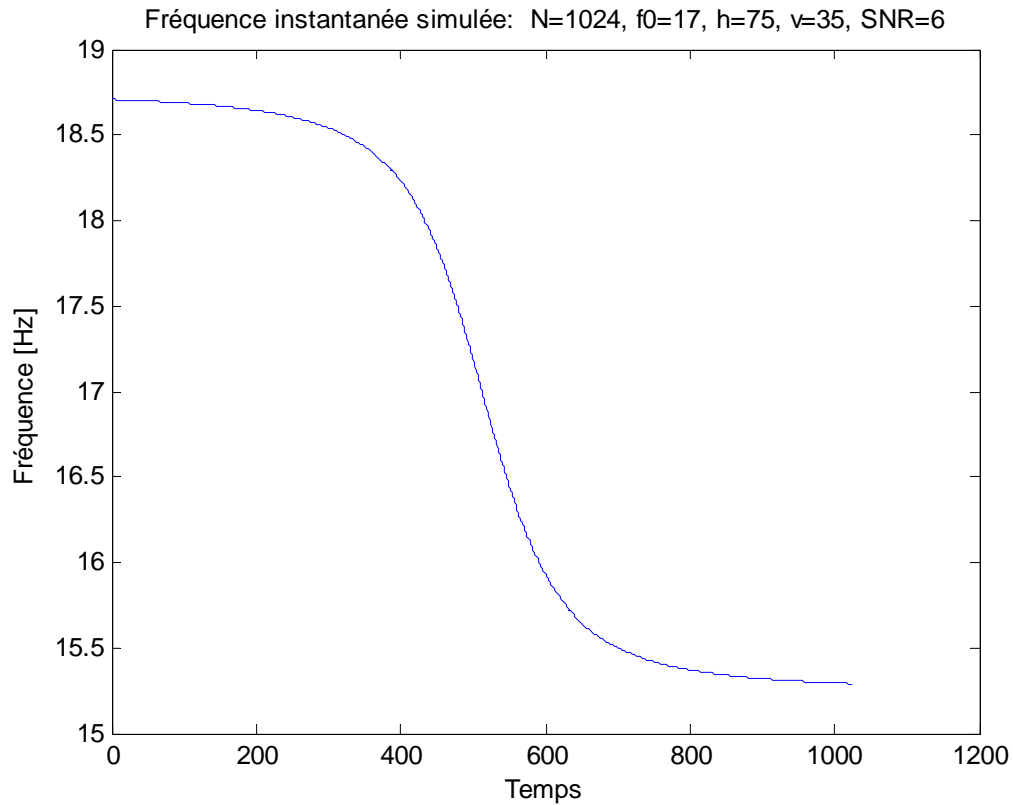
Nous remarquons d'après ce graphe temps – fréquence comme pour la transformé de pseudo Wigner – Ville lissé, que là aussi un élargissement des fréquences et des interruptions du spectre est du au double fenêtrage .L'absence d'interférences et du bruit est du au double lissage temps – fréquence exercé par la fenêtre; et cela au coût d'une baisse de résolution. Les interruptions observées dans ce dernier sont dues aux longueurs petites des fenêtres d'analyse pour une meilleure analyse à fin d'éliminer les interférences et le bruit.

#### 4.2.5. Application de la représentation de Choi – Williams :

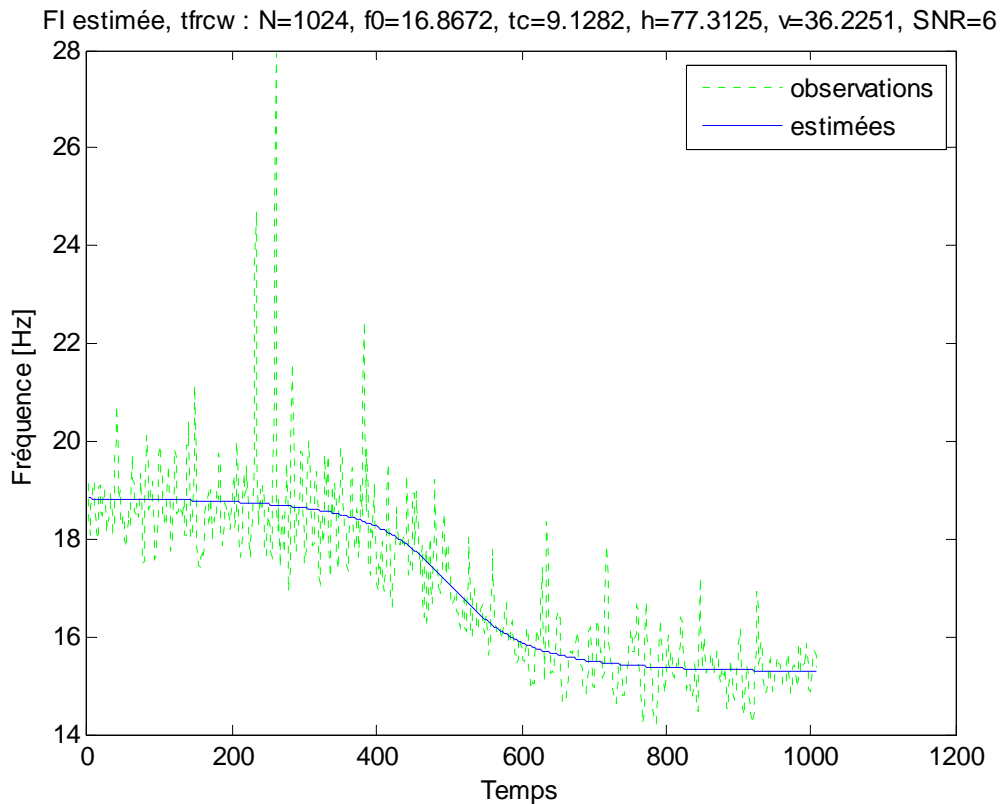
La commande suivante :

```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,55,75,35,6,'tfcw')
```

permet d'introduire la distribution de Choi – Williams pour représenter l'énergie du signal dans le plan temps – fréquence et l'estimation des paramètres, ainsi nous avons :



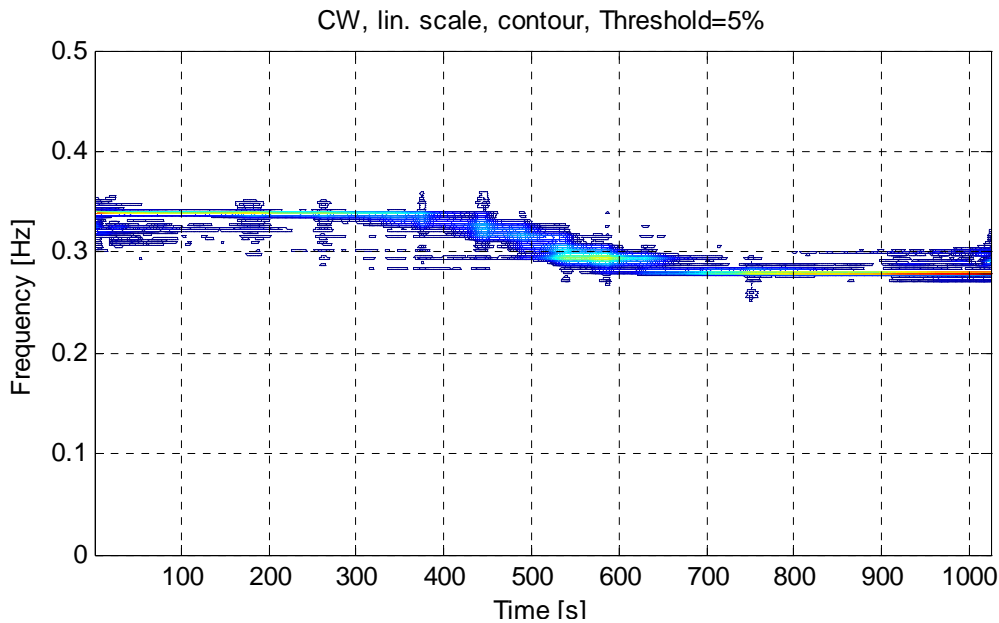
**Fig.4.21** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, cinquième simulation).



**Fig.4.22** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, cinquième simulation).

Cette distribution est caractérisée, comme celle de Wigner – Ville, d'un niveau d'interférence élevé malgré le lissage temps – fréquence introduit par le noyau gaussien de cette dernière. Mais contrairement à celle-ci, la transformée de Choi – Williams présente une faible immunité au bruit, d'où un SNR à 6 dB pour une bonne estimation des paramètres. Ainsi, une faible erreur quadratique moyenne peut être constatée à ce niveau telle que :  
 $mse_v = 1.5777$  m/s,  $mse_{f0} = 0.019$  hz et  $mse_h = 71.6915$ .

La représentation temps – fréquence est donnée ci-dessous :



**Fig.4.23** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Choi – Williams (cas d'un hélicoptère, cinquième simulation).

Nous remarquons d'après cette représentation que la distribution de Choi – Williams supprime une grande partie des interférences. Cependant elle ne permet pas de supprimer celles se trouvant en même instant ou en même fréquence, et nous remarquons aussi dans ce cas que les termes d'interférence dépassent les composantes [HLA 05].

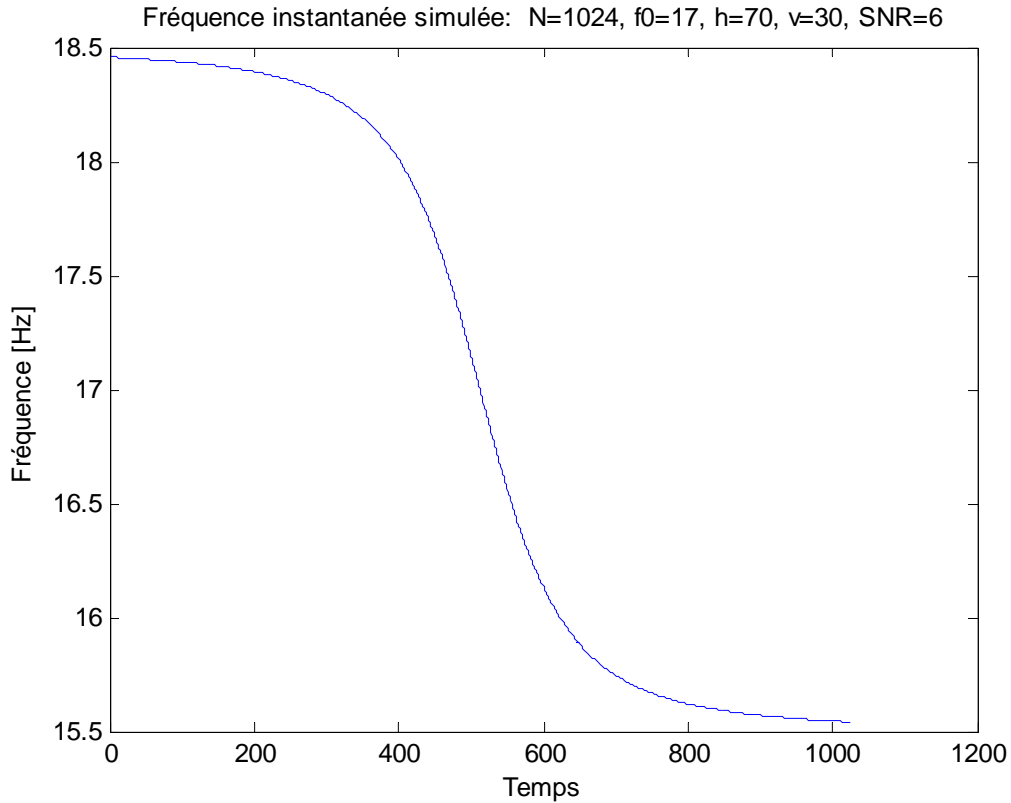
#### 4.2.6. Application de la représentation de Born – Jordan :

La commande :

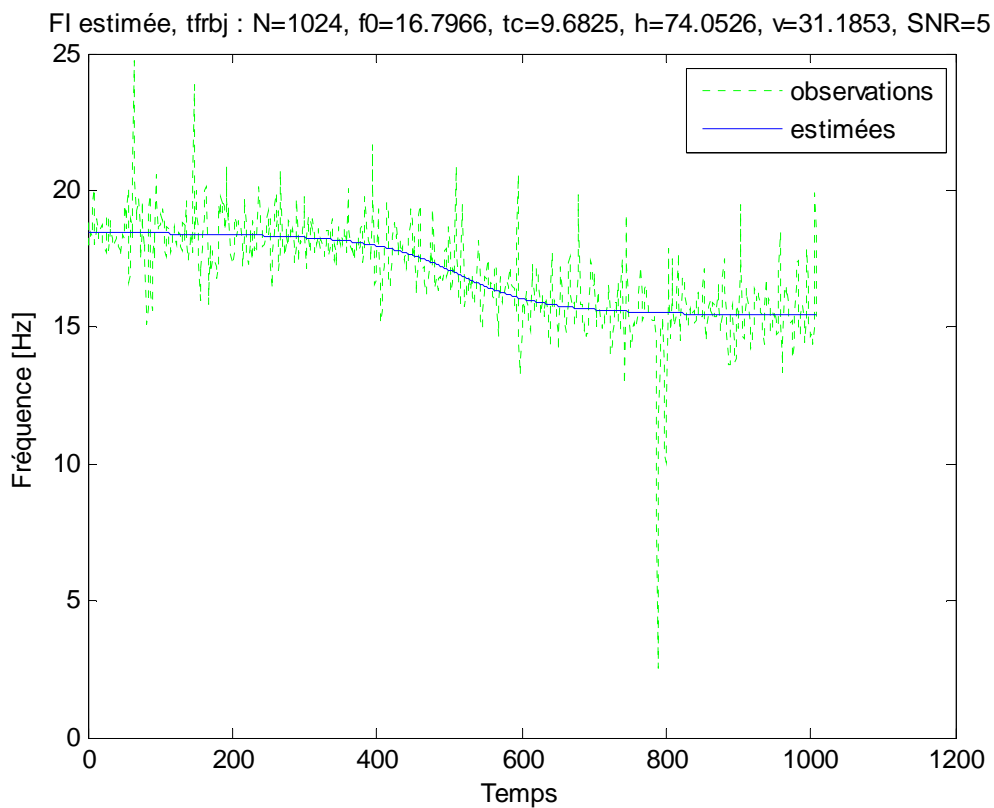
```
>>[v,f0,tc,h]=detection(1024,17,53,70,30,5,'tfrbj')
```

Nous permet d'appliquer la transformée de Born – Jordan pour l'estimation des paramètres.





**Fig.4.24** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, sixième simulation).

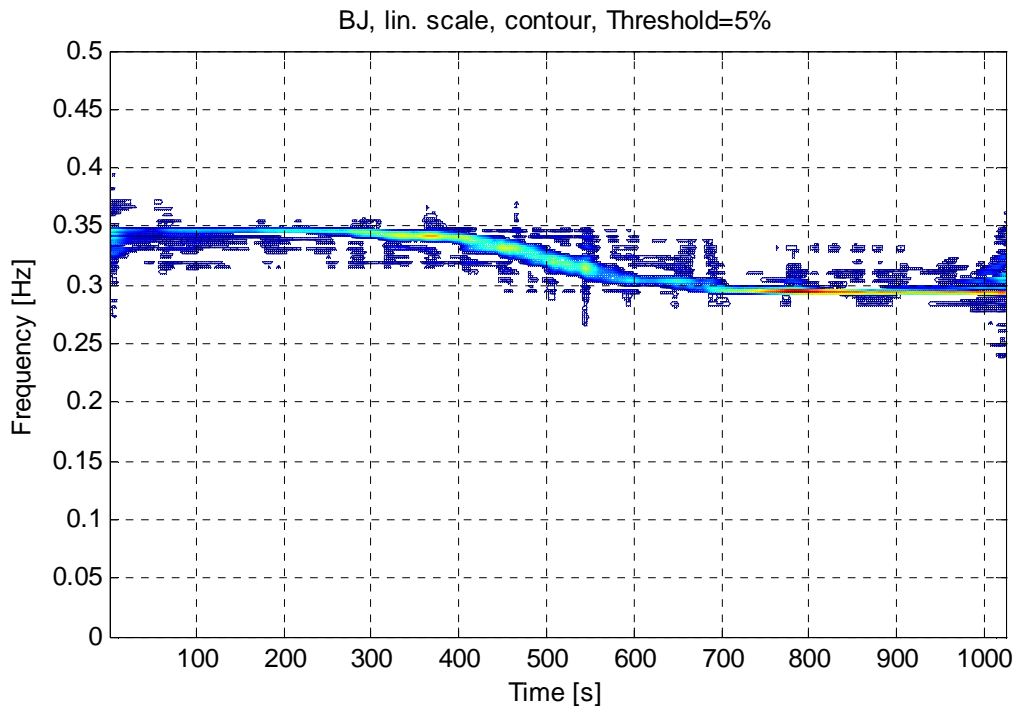


**Fig.4.25** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, sixième simulation).

Les résultats ci-dessus prouvent que cette transformée présente également une bonne immunité au bruit contrairement à celle de Choi – Williams.

Le calcul de l'erreur quadratique moyenne dont les résultats obtenus à partir de dix estimations successives sont  $mse\_v = 2.1838$  m/s,  $mse\_f0 = 0.0213$  Hz et  $mse\_h = 107.6775$ m, nous font remarquer que la aussi l'estimation à l'aide de cette représentation est aussi limitée en terme de précision en ce qui concerne l'estimation de la hauteur.

La représentation temps – fréquence de cette dernière est donnée ci-dessous :



**Fig.4.26** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Born – Jordan (cas d'un hélicoptère, sixième simulation).

Nous remarquons d'après ce spectre que la distribution de Born - Jordan présente les mêmes particularités que celle de Choi – Williams [FLA 98] à savoir une réduction des interférences à l'exception de celles se trouvant aux mêmes points en temps et en fréquence et que les interférences sont délocalisées c. à. d. qu'elles sont loin des composantes.

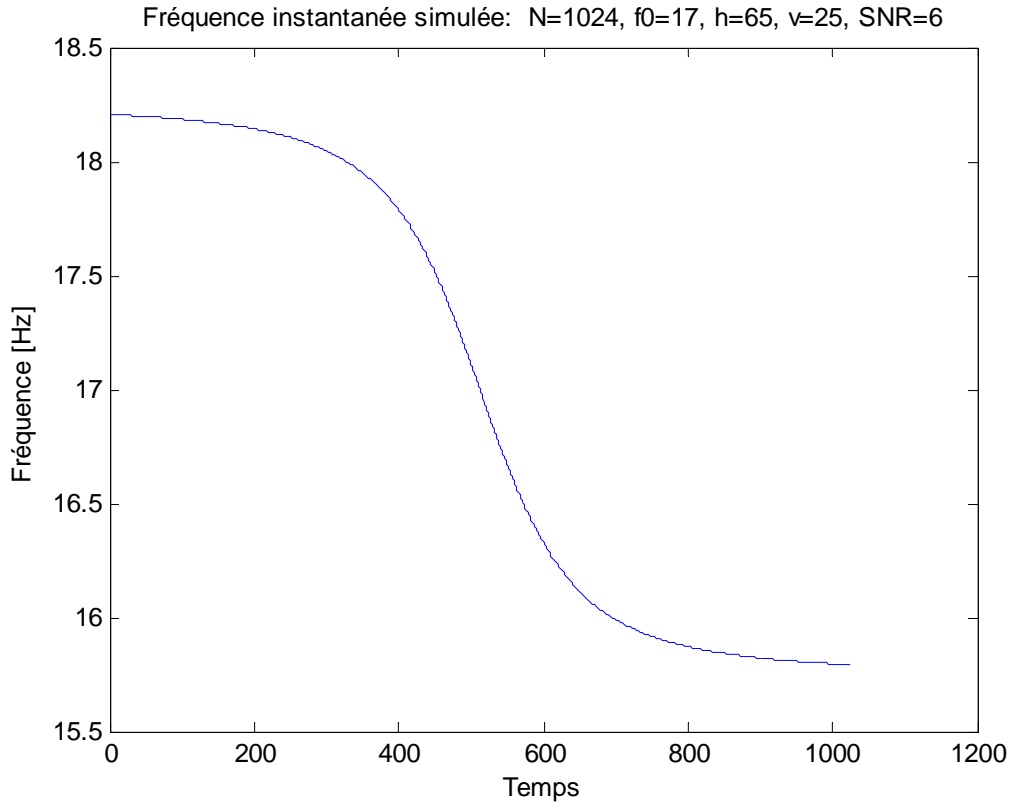
#### 4.2.7. Application de la représentation de Butterworth :

La commande suivante nous permet d'introduire la transformée de Butterworth pour l'estimation des paramètres :

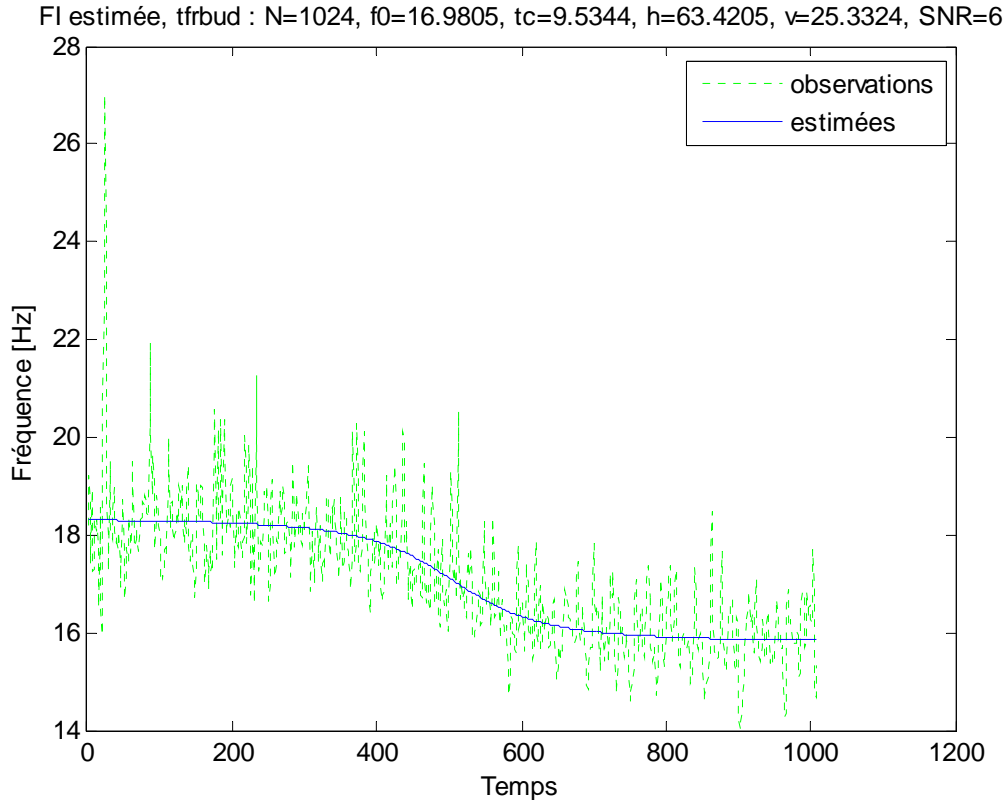
```
>> [v,f0,tc,h]=detection(1024,17,53,65,25,6,'tfrbud')
```

Nous remarquons que cette méthode est elle aussi non immunité au bruit du fait d'un rapport de 6dB pour pouvoir aboutir à de bons résultats. Ainsi la simulation et l'estimé sont présentées ci-dessous, où l'on peut remarquer le niveau apparent du bruit, la caractérisant.

Le calcul des valeurs moyennes quadratiques sur les estimées a donné comme résultats les suivants :  $mse\_v = 1.6234$  m/s ,  $mse\_f0 = 0.0011$  Hz et  $mse\_h = 154.7024$  m. Ici aussi on remarque une grande variabilité sur l'estimation du paramètre hauteur et une constance relative pour les deux autres paramètres.

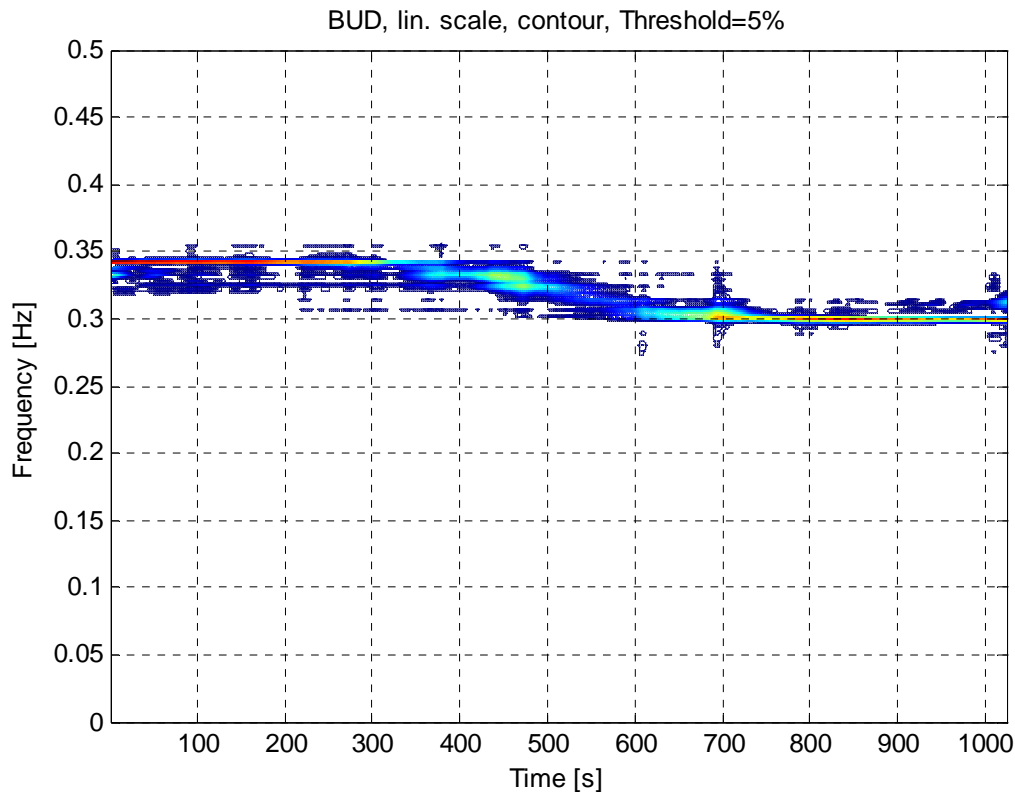


**Fig.4.27** Fréquence instantanée simulée (cas d'un hélicoptère en transit, septième simulation).



**Fig.4.28** Fréquence instantanée simulée et estimée (cas d'un hélicoptère en transit, septième simulation).

La représentation temps – fréquence est donnée ci-dessous :



**Fig.4.29** Représentation temps – fréquence du signal moyennant la distribution de Butterworth (cas d'un hélicoptère, septième simulation).

Nous remarquons d'après cette représentation que les interférences sont réduites au compromis d'un faible élargissement en fréquence et donc d'une diminution de la résolution. Cependant, des termes auto-interférents subsistent et se localisent eux aussi loin des composantes.

#### 4.2.8. Tableau récapitulatif des résultats :

Simulation				Estimé				Erreur moyenne quadratique		
$v$ (m/s)	$f_0$ (Hz)	$h$ (m)	SNR (dB)	méthode	$\hat{v}$ (m/s)	$\hat{f}_0$ (Hz)	$\hat{h}$ (m)	mse (v) (m/s)	mse( $f_0$ ) (Hz)	mse( $h$ ) (m)
70	17	150	5	DWV	70.0335	17.0054	155.1639	2.0517	0.0000288	143.8751
55	17	90	5	PWV	58.5453	16.5802	89.1875	2.3120	0.2106	91.4176
45	17	85	5	PWVL	44.2857	16.613	84.5071	1.6253	0.1451	42.0124
40	17	80	5	SP	38.8002	16.7047	81.3657	1.5418	0.1103	60.4350
35	17	75	6	CW	36.2251	16.8672	77.3125	1.5777	0.019	71.6915.
30	17	70	5	BJ	31.1853	16.7966	74.0526	2.1838	0.0213	107.6775
25	17	65	6	BUD	25.3324	16.8905	63.4205	1.6234	0.0011	154.7024

**Conclusion :**

A travers ces simulations, des résultats satisfaisants ont pu être obtenus. De manière générale, et à quelques différences près, les estimations tournent toutes autour des mêmes valeurs. En fait par l'application des divers représentations temps – fréquence nous avons pu obtenir les estimées à l'instar des résultats présentés le tableau ci-dessus.

Ainsi une imprécision portant sur l'estimation de la hauteur caractérise encore plus les transformées de Wigner – Ville, Born – Jordan et de Butterworth.

Par ailleurs les versions lissées de la DWV, le spectrogramme et la distribution de Choi – Williams présentent elles de bons résultats.

Il est à noter que la Distribution de Wigner Ville présente une meilleure précision pour l'estimation de la fréquence  $f_0$ .

En fin, faisons le point sur le fait que les distributions de CW et BUD présentent une médiocre immunité au bruit du fait qu'elles nécessitent un SNR plus élevé (de 1 dB) par rapport aux autres.

---

# CONCLUSION GENERALE

---

## CONCLUSION GENERALE

---

Dans ce projet, nous avons traité le problème de détection acoustique d'avions par le biais d'outils d'analyse temps – fréquence.

Au cours de ce travail nous avons été confrontés à quatre grands obstacles. En premier lieu nous avons commencé par appréhender le concept du temps – fréquence et les divers outils d'analyse se rapportant à ce domaine.

En deuxième lieu, nous avons mis en évidence l'effet Doppler portant sur la variation de la fréquence émise et reçue par des objets en déplacement, et parallèlement à cela, en faisant le rapprochement au concept de non – stationnarité, nous avons défini un modèle permettant de mettre en évidence cet effet et de l'adapter à notre besoin d'estimation.

Suite à cela et pour estimer nos paramètres, nous avons commencé par choisir la méthode d'optimisation nous permettant d'ajuster nos observations au modèle, entre autre, nous avons tenté de réduire la complexité de ce dernier et de donner une estimée initiale à cette résolution.

Enfin, nous avons développé des algorithmes à travers lequel on a procédé à des simulations nous permettant de concrétiser l'effet et d'estimer les paramètres recherchés.

A travers les résultats des simulations et à partir des diverses transformées temps – fréquence, nous avons constaté que le modèle défini s’adapte bien aux et que les paramètres décrivant la trajectoire du transit ont pu être estimés. Néanmoins, nous avons remarqué que cette méthode basée sur des acquisitions sonores, souffre d’une mauvaise précision dans un milieu hautement bruité et que la transformée de pseudo Wigner – Ville lissée présente la meilleure immunité vis-à-vis de ce dernier. En dernier lieu, à une valeur donnée du rapport signal bruit adaptée à notre estimation, le calcul des erreurs moyennes quadratiques sur les paramètres estimés a démontré que la plus grande variance est celle décrivant le paramètre hauteur.



---

# ANNEXES

---

# ANNEXES

## Annexe A :

Soit une source de rayonnement S, et un observateur O, en mouvement de vitesses  $v_s$  et  $v_o$  respectivement, assez lentes par rapport à  $c$ .

Supposons tout d'abord des vecteurs colinéaires (figure 1) choisissant la position O au temps zéro comme origine, et le sens  $\overline{OS}$  comme positif,  $OS = a$ .

L'onde émise par S au temps 0 parvient à l'observateur au temps  $t_1$ , celui-ci étant alors en  $O_1$ , les segments  $SO_1 = -c t_1$  et  $OO_1 = v_o t_1$  ayant été respectivement parcourus par l'onde et l'observateur, aux vitesses  $c$  et  $v_o$ , on aura :

$$t_1 = \frac{a}{v_o + c} \quad [\text{s}] \quad (\text{A.1})$$

Supposons l'onde sinusoïdale de fréquence  $f_s$  et de période  $T = \frac{1}{f_s}$  au temps  $t_1 = T$ .

Supposons aussi qu'après l'origine, l'onde est émise par la source située en  $S_1$  telle que  $SS_1 = v_s T$ .

Cette onde parvient à l'observateur au temps  $t_2$ , l'observateur étant alors en  $O_2$ , tel que  $OO_2 = v_o t_2$  et  $S_1O_2 = -c (t_2 - T)$ .

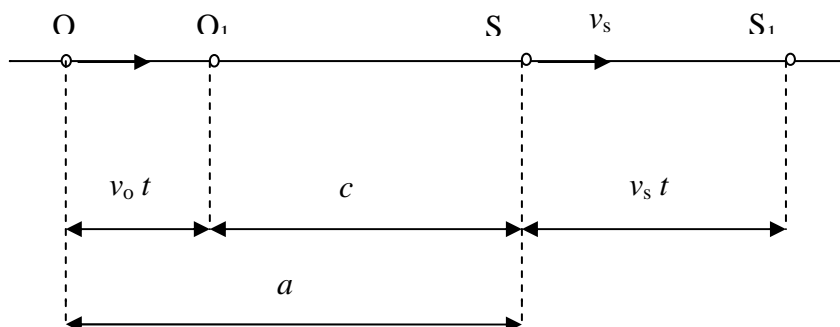
Ecrivant que  $OS = a$ , il vient alors :

$$t_2 = \frac{a + (v_s + c)T}{v_o + c} \quad [\text{s}] \quad (\text{A.2})$$

La période reçue par l'observateur sera non pas  $T$  mais alors  $t_2 - t_1$ , et reprenant l'inverse des périodes, la fréquence apparente  $f_a$  est exprimée en fonction de la fréquence émise  $f_s$  et des vitesses, d'après (1) et (2), par :

$$f_a = \frac{c + v_o}{c + v_s} \quad [\text{Hz}] \quad (\text{A.3})$$

les vitesses étant prise avec les signes correspondants sur l'axe des  $x$ .

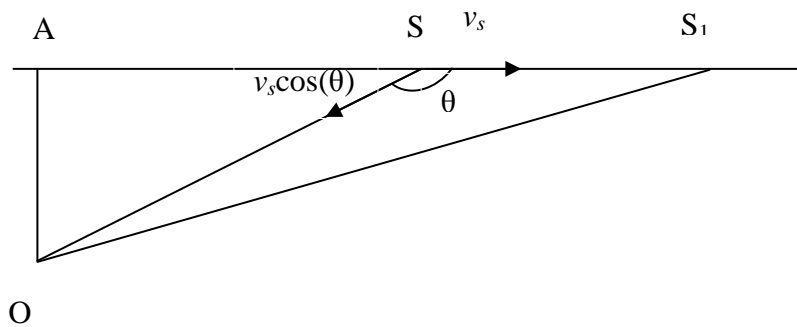


**Fig.1.** Schéma représentant un émetteur et un récepteur colinéaires.

Si les mouvements ne s'effectuent pas suivant la même droite figure 2, ce sont les composantes des vitesses  $v_s$ ,  $v_o$  suivant la droite qui joint à chaque instant O et S et qui intervient dans (3)

On aura alors :

$$f_a = f_s \frac{[c - v_o \cos \theta_o(t)]}{[c - v_s \cos \theta_s(t)]} \quad (\text{A.4})$$



**Fig.2.** Schéma représentant un émetteur et un récepteur dans des direction quelconques.

## Annexe B :

### Transformé de Hilbert :

Pour un signal  $x(t)$ , la transformé de Hilbert de ce dernier notée par  $H\{x(t)\}$ , est donnée par :

$$y(t) = H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \text{vp} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(u)}{t-u} du \quad (\text{B.1})$$

où  $\text{vp}$  signifie la valeur principale au sens de Cauchy, dans le domaine fréquentielle on aura :

$$Y(f) = \{(-j \text{sign}(f))X(f)\} = \begin{cases} 2X(f), & \text{si } f > 0 \\ X(f), & \text{si } f = 0 \\ 0, & \text{si } f < 0 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

ou encore:

$$y(t) = F^{-1}\{(-j \text{sign}(f))X(f)\} \quad (\text{B.3})$$

Ce dernier est alors en quadrature de phase avec le signal qui l'a généré, du au déphasage de  $\pi/2$  introduit par la multiplication du signal par le nombre complexe  $-j$ .

## Annexe C :

### Méthode de Quasi – Newton :

#### 1. Rappel de la méthode de Newton :

La méthode de Newton permet de construire un algorithme permettant de résoudre le système d'équations non linéaires :

$$g(x) = 0 \quad (\text{C.1})$$

où  $g(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ .

On se donne  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  et on fait les itérations suivantes jusqu'à ce qu'on trouve la solution à une erreur près :

$$x_{k+1} = x_k - g'(x_k)^{-1} g(x_k) \quad (\text{C.2})$$

où  $g'(x)$  est la dérivée (Jacobienne) de  $g$ .

L'application de cette méthode au problème d'optimisation  $\min_{\mathbb{R}^n} f(x)$  consiste à poser

$g = \nabla f(x)$  dans (C.2), on obtient les itérations :

$$x_{k+1} = x_k - \nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k) \quad (\text{C.3})$$

La méthode de Newton est intéressante car sa convergence est quadratique au voisinage de la solution, c'est à dire que l'on a :

$$\|x_{k+1} - \hat{x}\| \leq \gamma \|x_k - \hat{x}\| \quad (\text{C.4})$$

mais la convergence n'est assurée que si  $x_0$  est suffisamment proche de  $\hat{x}$ , ce qui en limite l'intérêt.

Pour résoudre le problème de convergence locale de la méthode de Newton, on peut penser à lui ajouter une phase de recherche linéaire dans la direction :

$$d_k = -\nabla^2 f(x_k) \nabla f(x_k) \quad (\text{C.5})$$

Cela est possible uniquement si  $d_k$  est une direction de descente en  $x_k$ , soit :

$$\nabla f(x_k)^T = -\nabla f(x_k)^T \nabla^2 f(x_k)^{-1} < 0 \quad (\text{C.6})$$

ce qui sera le cas si  $\nabla^2 f(x_k)$  est une matrice définie positive, ce qui n'est pas garanti.

Le principe de la méthode de quasi – Newton, que nous allons voir maintenant, consiste à remplacer le Hessien  $\nabla^2 f(x_k)$  par une approximation  $H_k$  (si possible définie positive), construite au cours des itérations.

#### 2. Relation de quasi-Newton :

Une méthode de quasi-Newton est une méthode du type :

$$\begin{cases} d_k = -B_k g_k, \\ x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

ou

$$\begin{cases} d_k = -H_k^{-1} g_k, \\ x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

où  $B_k$  (respectivement  $H_k$ ) est une matrice destinée à approcher l'inverse du hessien de  $f$  (respectivement le hessien de  $f$ ) en  $x_k$ . Il se pose donc le problème de la stratégie à adopter pour faire cette approximation.

Sachant que le gradient et le hessien de  $f$  vérifient la relation :

$$g_{k+1} = g_k + \nabla^2 f(x_k)(x_{k+1} - x_k) + \varepsilon(x_{k+1} - x_k) \quad (\text{C.9})$$

Si on considère que l'approximation quadratique est bonne, on peut négliger le reste et considérer que l'on a :

$$g_{k+1} = g_k + \nabla^2 f(x_k)(x_{k+1} - x_k) \quad (\text{C.10})$$

Cela conduit à la notion de quasi – Newton :

### 2.1. Définition :

On dit que les matrices  $B_k$  et  $H_k$  vérifient la relation de quasi – Newton si on a :

$$H_{k+1}(x_{k+1} - x_k) = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \quad (\text{C.11})$$

ou

$$x_{k+1} - x_k = B_{k+1} \{ \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \} \quad (\text{C.12})$$

Maintenant reste à mettre le hessien à jour en assurant :  $B_{k+1} > 0$ .

### 3. Formule de mise à jour de l'approximation du hessien :

Le principe de la mise à jour consiste en une itération donnée :

$$\begin{cases} d_k = -B_k g_k, \\ x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

à appliquer une approximation de la forme :  $B_{k+1} = B_k + \Delta_k$ , (C.14)

avec  $\Delta_k$  symétrique assurant la relation de quasi – Newton

$$x_{k+1} - x_k = B_{k+1} \{ \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \} \quad (\text{C.15})$$

ainsi que  $B_{k+1} > 0$ , sous l'hypothèse que  $B_k > 0$ .

Parmi les formules d'approximation les plus connues on cite :

### 3.1. Formule d'approximation de David, Fletcher et Powell :

C'est une formule de rang 2 et elle est donnée par :

$$B_{k+1} = B_k + \frac{s_k s_k^T}{s_k^T y_k} - \frac{B_k y_k y_k^T B_k}{y_k^T B_k y_k} \quad (\text{C.16})$$

avec

$$y_k = g_{k+1} - g_k \quad (\text{C.17})$$

et

$$s_k = x_{k+1} - x_k \quad (\text{C.18})$$

### 3.2. Formule d'approximation de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno :

La formule de mise à jour de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno est aussi une formule de correction de rang 2 qui s'obtient à partir de la formule DFP en intervertissant les rôles de  $s_k$  et  $y_k$ . La formule obtenue permet de mettre à jour une approximation  $H_k$  du hessien possédant les mêmes propriétés, à savoir  $H_{k+1} > 0$  si  $H_k > 0$ , et vérifiant la relation de quasi-Newton :

$$y_k = H_k s_k \quad (\text{C.19})$$

La formule est donc la suivante :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} - \frac{H_k s_k s_k^T H_k}{s_k^T H_k s_k} \quad (\text{C.20})$$

**Remarque :**

1. La preuve de la définie – positive du hessien de ces deux approximations peut être trouvée sur [MOT 03].

---

# BIBLIOGRAPHIE

---

---

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [FER 94]** : B. G. Ferguson and B. G. Quinn, “Application of the short-time Fourier transform and the Wigner–Ville distribution to the acoustic localization of aircraft,” *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 96 : 821 - 827, August 1994.
- [FER 00]** : B. G. Ferguson and B. G. Quinn, “Turboprop and rotary-wing aircraft flight parameter estimation using both narrow-band and broadband passive acoustic signal-processing methods ” *IEEE J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 108 : 1763 – 1771, October 2000.
- [LO 01]** : Bkam W. LO, B.G. Ferguson, “ Flight Path Estimation Using Frequency Measurements from a Wide Aperture Acoustic Array” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* vol. 37 : 685 – 694 , April 2001.
- [BOA-1 92]** : B. BOASHASH, “Estimating and Interpreting The Instantaneous Frequency of a Signal : A tutorial review-Part1 : Fundamentals”, *Proc. IEEE* Vol 80 : 520 - 538, April 1992.
- [BOA-2 92]** : B. BOASHASH, “Estimating and Interpreting The Instantaneous Frequency of a Signal : A tutorial review-Part 2: algorithms and applications,” *Proc. IEEE*, vol. 80, April 1992.
- [WIK --]** : WIKIPEDIA : Encyclopédie libre, [www.wikipedia.org/wiki/Effet\\_Doppler-Fizeau](http://www.wikipedia.org/wiki/Effet_Doppler-Fizeau)



- [LIE 83] : P. LIÉNARD & P. FRANÇOIS “acoustique industrielle et environnement 1, Acoustique physique et perspective”, Eyrolles, France, 1983.
- [HLA 05] : Franz HLAWTSCHE et François AUGER, “temps – fréquence : concepts et outils”, Lavoisier, France, 2005.
- [ARQ --] : Pierre-Yves ARQUÉS Nadège THIRION– MOREAU et Éric MOREAU, “les représentations temps – fréquence en traitement du signal”, Techniques de l’Ingénieur traité Télécoms, R 308.
- [THI --] : Nadège THIRION– MOREAU et Pierre-Yves ANQUÈS “Analyses temps-fréquence linéaires et quadratiques” ,Techniques de l’Ingénieur traité Télécoms, TE 5 240.
- [FLA 98] : Patrick FLANDRIN “temps – fréquence”, 2<sup>ème</sup> édition revue et corrigée, France Hermès 1998.
- [MOT 03] : Stéphane MOTTLET, “Optimisation non – linéaire” Université de Technologie de Compiègne, France Printemps 2003.  
[www.lmac.utc.fr/polytex/cours.pdf](http://www.lmac.utc.fr/polytex/cours.pdf)

---

---

# NOTES

---





## ملخص

إن تطور وسائل الاتصالات و ظهور مفاهيم جديدة في معالجة الاشارات أدى إلى تأسيس تقنيات جديدة في ميدان الرادار.  
الهدف المنشود من هذا العمل هو الكشف الصوتي على الطائرات عن طريق وسائل التحليل زمن-تواتر.  
و في هذا المنوال, قمنا بدراسة الكشف الصوتي على الطائرات بتطبيق مفهوم التواتر اللحظي, و ذلك باستعمال عدة تماثيل زمن-تواتر.  
**الكلمات المفتاحية :** الكشف غير فعال, الصوت, مفعول دوبلير التواتر اللحظي, تمثيل زمن-تواتر.

## Résumé

Le développement d'outils de télécommunication et de nouveaux concepts en traitement du signal a permis de mettre en œuvre de nouvelles techniques de détection radar structurées autour du concept de signaux non – stationnaires.

Ainsi ce travail a pour but la détection acoustique d'avions par application d'outils d'analyse temps – fréquence.

Dans ce mémoire nous avons étudié principalement la détection acoustique d'avions, en développant le concept fréquence instantanée moyennant divers représentations temps – fréquence.

**Mots clés :** détection passive, Son, effet Doppler, fréquence instantanée, représentation temps fréquence.

## Abstract

Development of Telecommunication's tools and new signal processing concepts has enabled us to develop new techniques for radar detection of non – stationary signals.

Work's purpose is the acoustic plane detection using time – frequency analysis method.

We have principally focused on the concept of instantaneous frequency, by mean of time – frequency distribution, to perform the detection.

**Key words:** Detection, sound, Doppler effect, instantaneous frequency, time – frequency distribution.