

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département du Génie Civil



Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme Master en Génie Civil

**Thème:**

*Etude paramétrique du comportement sismique des barrages par la  
méthode des éléments finis (MEF) :  
Etude du modèle de réservoir à fluide compressible.*

**Préparé et présenté par :**

*BARA Lakhdar.*

**Proposé et dirigé par :**

*Pr.B.TILOUINE.*

**Membres du jury :**

**Président :** *M.HAMMOUTENE*

**Examineurs :** *M.DEMIDEM.*

*M<sup>me</sup>. MOHABEDDINE.*

**Prmotion 2014**

# REMERCIEMENT

Je m'incline et me prosterne devant mon Créateur, Créateur des cieux et de la terre, DIEU de l'orient et de l'occident, DIEU de tous les êtres, pour m'avoir guidé et appris tout ce que je sais, le peu de ce qu'il sait. Louange à DIEU pour m'avoir honoré par ma création en être humain et m'avoir appris à lire, à écrire, à réfléchir, à distinguer le bien du mal, le juste de l'inique, à faire le bien, l'apprécier en le remerciant, à faire le mal et regretter mes actes. Devant lui, le plus grand, l'un, l'unique, je me prosterne encore pour tous les biens qu'il m'a gratifié en me créant musulman et en m'aidant à le rester pour toujours, lui le réalisateur de tous mes vœux, de mes vœux. Ainsi soit-il. Amen

Nous remercions infiniment nos chers parents pour nous avoir soutenues tout le long de notre formation et pour nous avoir encouragés tout au long de notre vie.

Nous tenant à remercier vivement notre directeur de thèse le Pr.B.TILIOUINE pour le temps qu'il nous a accordé, pour son encadrement ces conseil et tout le savoir qu'il nous transmet.

Aussi, nous remerciant le Pr.HAMMOUTENE pour toute l'aide qui nous à fournit et d'avoir contribué par sa grande expérience à enrichir notre travail.

Nous souhaiterons remercier M. Abdelmadjid. TADJADIT, M. M. OUANANI et M.CHEMMALI Badr-Eddine pour toute l'aide qu'ils nous ont fourni durant notre travail et leur disponibilité.

Nos remerciement vont également à tous ceux et celle qui de près ou de loin nous ont apporté aide et encouragement qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude.

# Dédicaces

*En signe de respect et de reconnaissance, je dédie ce modeste travail :*

*Je tiens à dédier ce travail en premier lieu à mes parents, sans lesquels je n'y serai jamais ici, qui me sont d'un grand soutien par leurs sacrifices et leurs encouragements.*

*A mes chères frère, en particulier ma petite sœur Nihad*

*A mes grand parent, mes cousins, mes oncles, mes tentes.*

*A tous mes amis Amar, Amar N, Moumouh, Aghiles, Saïd*

*A Samira, Assia et Sabrina qui m'a toujours soutenue.*

*Khalel, Bilal, Emimi, Rabia, Houcine.....et à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin.*

*Et à mon binôme Oussama avec qui j'ai eu l'honneur de travailler pendant ces quatre derniers mois.*

## ملخص:

تحليل بطريقة العناصر المنتهية للضغوط الهيدرو ديناميكية الممارسة على السطوح العلوية للسدود الصلبة المعرضة للزلازل بشكل عام هام في تصميم السدود في المناطق ذات النشاط الزلزالي. الاستجابة الديناميكية، لا سيما من حيث ديس التنسيب وذروة الضغط في قاع الخزان لتقييم آثار معايير مختلفة مثل انضغاطية السائل، وترددات الإثارة الزلزالية. للاطلاع على تحليل تفصيلي لكثافة وتوزيع الضغوط الهيدرو ديناميكية التي تؤثر على السطوح العلوية ذات الأشكال غير المنتظمة ينبغي إيلاء اهتمام خاص لإعداد شروط الحدود.

وقد تمت دراسة مشكلة الاهتزازات الحرة لأنظمة السوائل-هيكل باستخدام مفهوم الكتلة الزائدة لوستر قارد.

**مفتاحية:** السوائل-هيكل، انضغاطية السائل، للسدود، للضغوط الهيدرو ديناميكية، طريقة العناصر المنتهية

## Résumé :

L'étude par éléments finis des surpressions hydrodynamiques exercées sur les parements amont de barrages rigides soumis aux mouvements sismiques des sols constitue un facteur important dans la conception des barrages en région sismique.

La réponse dynamique des paramètres critiques de calcul, notamment en termes de déplacements en crête et de pressions au fond du réservoir sont étudiées en vue d'évaluer les effets de divers paramètres tels que la compressibilité du fluide, et les fréquences d'excitation sismique.

Pour une analyse précise de l'intensité et de la distribution des pressions hydrodynamique s'exerçant sur le parement amont présentant des géométries irrégulières, une attention particulière doit être consacrée à la formulation des conditions aux limites aux limites. Le problème de vibrations libres des systèmes fluide-structure a été étudié en utilisant le concept de masse ajoutée de Westergaard.

**Mots clés :** interaction fluide-structure, barrage poids en béton, éléments finis, surpressions hydrodynamiques, réponse sismique. La compressibilité.

## Abstract:

The finite element analysis of hydrodynamic pressures exerted on the upstream facings rigid dams subjected to seismic movements of soil is an important factor in the design of dams in seismic region. The dynamic response of the critical parameters of calculation, particularly in terms of displacement and peak pressure in the tank bottom are studied to assess the effects of various parameters such as fluid compressibility, and seismic excitation frequencies. For a detailed analysis of the intensity and distribution of hydrodynamic pressure acting on the upstream face with irregular geometries, a special attention has to be devoted to the formulation of the boundary conditions at the limits of The problem of free vibrations of fluid-structure systems has been studied using the concept of added mass Westergaard.

**Key Words:** The finite element, hydrodynamic pressures, dams, compressibility, fluid-structure

## Table des matières

Introduction Générale :	12
-------------------------	----

### *CHAPITRE I*

1. Les séismes:	3
1.1 Origine du séisme:	3
1.2 Ondes sismiques:	4
1.2.1 Les ondes de volume :	5
1.2.2 Les ondes de surface :	6
1.3 Action sismique :	7
1.4 Intensité et magnitude d'un séisme:	8
1.5 Risque sismique en Algérie :	10
2. Les barrages :	11
2.1 Des ouvrages singuliers:	12
2.2 Différents types de barrages:	12
2.2.1 Les barrages- poids:	13
2.2.2 Le barrage-voûte:	16
2.2.3 Le barrage à contreforts:	20
2.3 Critères de choix d'un barrage :	22

### *CHAPITRE II*

1. Introduction:	23
2. La méthode de masse ajoutée de Westergaard (effet d'inertie):	24
3. La solution analogique de ZANGAR :	27
3.1. Formulation de problème de ZANGAR :	28
3.2. Dispositif expérimental :	28
3.3. Détermination des surpressions:	29
4. La solution semi-analytique de Chopra-Chakrabarti :	30

### *CHAPITRE III*

1. Introduction :	33
2. Propriétés d'un fluide :	33
2.1 Notion de fluide :	33
2.2 Masse volumique, densité et viscosité d'un fluide:	33
2.3 Coefficient de compressibilité:	34
3. Modélisation du réservoir :	34
3.1 Equation de Navier-stokes :	35
3.2 Équation de continuité :	36
3.3 Conditions aux limites :	38

4. Formulation variationnelle :.....	40
--------------------------------------	----

## ***CHAPITRE IV***

1. Introduction : .....	42
2. Types d'élément de maillage :.....	43
2.1 Le maillage :.....	43
2.2 Caractéristique d'un élément de maillage :.....	44
3. L'élément de référence :.....	45
3.1 Notion d'élément de référence :.....	45
3.2 Transformation iso-paramétrique :.....	46
4. Intégration numérique :.....	48
4.1 Principe de l'intégration numérique :.....	48
4.2 Quelques méthodes d'intégration numérique :.....	48

## ***CHAPITRE V***

1. Introduction : .....	53
2. Discrétisation des formes géométriques :.....	53
3. Discrétisation des formes intégrales :.....	53
4. Méthode numérique pour l'intégration d'équations différentielles du mouvement :.....	55
4.1 Equation du mouvement : .....	56
4.1.1 L'analyse dynamique par superposition modale :.....	56
4.1.2 L'analyse dynamique par intégration directe :.....	58
5. Méthodes standard de résolution d'équation différentielle ordinaires :.....	60
5.1 Méthode d'Euler : .....	60
5.2 Méthode de Taylor: .....	61
5.3 Méthode de Runge Kutta : .....	61

## ***CHAPITRE VI***

1. Introduction : .....	64
2. Historique :.....	64
3. Calcul sous MATLAB :.....	66
3.1 Matlab : .....	66
3.2 Etapes de calcul par MATLAB : .....	67
3.3 Applications numériques :.....	68
3.2.1 Barrage rigide à fruit unique :.....	69
3.2.2 barrage à double fruit :.....	69
4. L'analyse modale :.....	70
4.1 Analyse modale du barrage vide : .....	71
4.2 Modes propres du barrage rempli : .....	73
5. Analyses de la réponse :.....	75

5.1	Excitation harmonique :.....	75
5.2	Effet d'excitation sismique :.....	77
5.3	Analyse dynamique par un spectre de réponse :.....	78

### ***CHAPITRE VII***

1.	Introduction : .....	82
2.	Influence de l'inclinaison de parement amont de barrage:.....	82
2.1	Barrage rigide a fruit unique :.....	82
2.2	Barrage rigide à 'double fruits' :.....	85
2.2.1	Cas d'un angle de 45 degrés :.....	85
2.2.2	Cas d'un angle de 30 degrés :.....	85
3.	Effet de la compressibilité de fluide:.....	89
4.	Effet de la limite de rayonnement :.....	90
	Conclusion :.....	92

### ***CHAPITRE VII***

1.	Introduction : .....	93
2.	Principe :.....	93
	Conclusion :.....	96
	Conclusion Générale :.....	97
	Bibliographie	

## Liste des figures

<b>Figure. 1.1</b> : Répartition de la tectonique des plaques.....	3
<b>Figure.1.2</b> : Cartographie des zones de sismicité élevée.....	4
<b>Figure.1.3</b> : Origine de du séisme.....	5
<b>Figure.1.4</b> : Ondes de type P.....	5
<b>Figure.1.5</b> : Ondes de type S.....	6
<b>Figure.1.6</b> : L'effet des ondes de Love sur les milieux traverser.....	6
<b>Figure.1.7</b> : L'effet des ondes de Rayleigh sur les milieux traversé.....	7
<b>Figure.1.8</b> : Décomposition de l'action sismique.....	8
<b>Figure.1.9</b> : Les familles de barrage en béton.....	13
<b>Figure.1.10</b> : Barrage poids.....	14
<b>Figure.1.11</b> : Barrage poids en BCR des Olivettes (France) (H = 35 m).....	15
<b>Figure.1.12</b> : Barrage-voûte.....	17
<b>Figure.1.13</b> : Barrage- voûte: modèle statique simplifié.....	18
<b>Figure.1.14</b> : Profils-types de barrages-voutes.....	19
<b>Figure.1.15</b> : Barrage à contreforts: profil-type et section horizontale.....	20
<b>Figure.1.16</b> : Barrage à contreforts: différentes forme de la tête des contreforts:(a) à tête Ronde;(b) à tête en forme de marteau;(c) à tête en forme de T; (d) à dalle planes.....	21
<b>Figure.1.17</b> :Barrage à contreforts de Lucendro (a) et d'Al Massira (Maroc) (b).....	21
<b>Figure 2.1</b> : Poussée de Westergaard.....	25
<b>Figure 2.2</b> : Dispositif expérimental.....	29
<b>Figure 2.3</b> : Schéma de l'interface Fluide-Structure.....	29
<b>Figure 2.4</b> : Coefficient de pression $C_m$ . [28].....	30
<b>Figure 3.1</b> : Représentation du barrage et du réservoir avec les pressions hydrodynamiques réparties sur l'interface barrage –réservoir sous l'effet de chargement sismique.....	34
<b>Figure 3.2</b> : parallélépipède élémentaire de fluide de volume $dx dy dz$ .....	36
<b>Figure 3.3</b> : domaine de réservoir.....	40
<b>Figure 4.1</b> : Démarche éléments finis.....	42
<b>Figure 4.2</b> : Elément d'un maillage.....	43
<b>Figure 4.3</b> : Quelques types d'éléments d'un maillage.....	44
<b>Figure 4.4</b> : connexion entre deux éléments triangulaires.....	44
<b>Figure 4.5</b> : connexion entre deux éléments par nœuds communs.....	45
<b>Figure 4.6</b> : Elément de référence triangulaire linéaire.....	45
<b>Figure 4.7</b> : Maillage adopté pour la discrétisation du réservoir.....	46
<b>Figure 4.8</b> : élément de référence isoparamétrique.....	46
<b>Figure 4.9</b> :Intégration numérique par la formule des rectangles.....	49
<b>Figure 4.10</b> : Intégration numérique par la formule de newton-cotes pour $n=4$ dans le cas d'un segment.....	50
<b>Figure 5.1</b> :discrétisation avec des éléments triangulaire.....	53
<b>Figure 5.2</b> :discrétisation triangulaire Plus fine.....	53
<b>Figure 6.1</b> : Barrage Oued-Fodda à chlef.....	65
<b>Figure 6.2</b> : Algorithme de résolution d'une PDE.....	68
<b>Figure 6.3</b> :barrage vertical a fruit unique.....	69



<b>Figure 6.4:</b> Distribution des pressions hydrodynamiques du barrage Oued Fodah.....	69
<b>Figure 6.5 :</b> Barrage à double fruit.....	69
<b>Figure 6.6:</b> variation de coefficients des pressions hydrodynamiques $C_p$ d'un barrage rigide à fruit irrégulier.....	70
<b>Figure 6.7 :</b> Poussée de Westergaard.....	73
<b>Figure 6.8:</b> Variation du coefficient de pression maximal en fonction de temps pour une fréquence d'excitation sismique $\omega=0.5 \omega_1$ mode de vibration.....	75
<b>Figure 6.9:</b> Variation du coefficient de pression maximal en fonction de temps pour une fréquence d'excitation sismique $\omega_1$ associé au mode fondamental.....	76
<b>Figure 6.10:</b> Variation du coefficient de pression maximal en fonction de la période d'excitation.....	76
<b>Figure 6.11:</b> Accélérogramme du séisme d'El-Centro.....	77
<b>Figure 6.12 :</b> Pression au pied amont du barrage d'Oued Fodha soumis au séisme d'El Centro.....	78
<b>Figure 6.13 :</b> spectre de réponse générer par le RPA 99.....	79
<b>Figure 6.14:</b> modélisation du barrage par Sap 2000.....	79
<b>Figure 6.15:</b> Déformée totale du barrage du barrage.....	80
<b>Figure 7.1 :</b> Barrage rigide à fruit unique.....	82
<b>Figure 7.2:</b> Variation de coefficients des pressions hydrodynamiques $C_p$ pour différents angles d'inclinaison du Parement amont d'un barrage rigide à fruit unique.....	83
<b>Figure 7.3 :</b> Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction de l'inclinaison du parement amont d'un barrage à fruit vertical.....	84
<b>Figure 7.4 :</b> Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\beta=45^\circ$ ).....	85
<b>Figure 7.5 :</b> Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\beta=30^\circ$ ).....	85
<b>Figure 7.6:</b> variation de coefficients des pressions hydrodynamiques $C_p$ d'un barrage rigide a fruit irrégulier pour différentes valeurs de $c$ ( $\beta=45^\circ$ ).....	86
<b>Figure 7.7:</b> variation de coefficients des pressions hydrodynamiques $C_p$ d'un barrage rigide a fruit irrégulier pour différentes valeurs de $c$ ( $\beta=30^\circ$ ).....	87
<b>Figure 7.8:</b> Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction $CH$ d'un barrage Irréguliers pour $\beta=45^\circ$ .....	88
<b>Figure 7.9:</b> Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction $CH$ d'un barrage Irréguliers pour $\beta=30^\circ$ .....	89
<b>Figure 7.10:</b> effet de la compressibilité de fluide sur le coefficient de pression hydrodynamique $C_p$ .....	90
<b>Figure 7.11:</b> Evolution de la distribution du coefficient des surprissions hydrodynamiques en fonction de la longueur relative $L/H$ .....	91
<b>Figure 7.11:</b> Evolution de la distribution du coefficient des surprissions hydrodynamiques en fonction de la longueur relative $L/H$ .....	93

## Liste des tableaux

<b>Tableau 1.1</b> : Echelle d'intensité de Mercalli.....	9
<b>Tableau 1.2</b> : Echelle de magnitude de Richter.....	9
<b>Tableau 1.3</b> : Principaux Séisme aux quels a été exposé l'Algérie [19].....	10
<b>Tableau 1.4</b> :Caractéristiques de quelques barrages algériens.....	12
<b>Tableau 4.1</b> :points d'integration et poids associers dans le cas d'un segment.....	51
<b>Tableau 4.2</b> :points d'integration et poids associers dans le cas d'un carré.....	51
<b>Tableau 4.3</b> :points d'integration et poids associers dans le cas d'un triangle.....	52
<b>Tableau 6.1</b> : caractéristiques géométrique et des matériaux utilisés.....	66
<b>Tableau 6.2</b> : Résultat de l'analyse modale pour quatre types de maillage.....	72
<b>Tableau 6.3</b> : périodes propres du barrage Oued-Fodda.....	73
<b>Tableau 6.4</b> : Périodes propres du system barrage réservoir.....	74
<b>Tableau 6.5</b> : périodes propres des deux systèmes considérés.....	74
<b>Tableau 6.6</b> : Caractéristique du séisme El-Centro.....	77
<b>Tableau 6.7</b> : Déplacement à la crête du barrage.....	80
<b>Tableau 6.8</b> Distribution des contraintes en plan sur le parement du barrage.....	81
<b>Tableau 7.1</b> : Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB) Cas de Barrage rigide à fluide compressible soumis à un chargement sismique horizontal.....	83
<b>Tableau 7.2</b> : Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du barrage de $C_p$ en fonction de l'inclinaison du barrage.....	84
<b>Tableau 7.3</b> : Maillage du réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fluide compressible et fruit irrégulier ( $\beta=45^\circ$ ).....	85
<b>Tableau 7.4</b> : Maillage du réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fluide compressible et fruit irrégulier ( $\beta=45^\circ$ ).....	86
<b>Tableau 7.5</b> :Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du $C_p$ d'un barrage a fruit irrégulier avec $\beta=45^\circ$ .....	87
<b>Tableau 7.6</b> :Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du $C_p$ d'un barrage a fruit irrégulier avec $\beta=30^\circ$ .....	88
<b>Tableau 7.7</b> : influence de la compressibilité de fluide sur le coefficient de pression hydrodynamique $C_p$ .....	89
<b>Tableau 7.8</b> : influence de la longueur de rayonnement.....	91
<b>Tableau 8.1</b> : Masse ajoutée de Westergaard dans le cas d'un barrage remplie.....	94
<b>Tableau 8.2</b> : Masse ajoutée de Westergaard dans le cas d'un barrage remplie à 0.75 H.....	94
<b>Tableau 8.3</b> : Masse ajoutée de Westergard dans le cas d'un barrage remplie à 0.5 H.....	94
<b>Tableau 8.4</b> : Masse ajoutée de Westergard dans le cas d'un barrage remplie à 0.5 H.....	86
<b>Tableau 8.4</b> : Périodes propres (sec.) en fonction du taux de remplissage.....	86

# Liste des symboles utilisés

## Notations

$c$  : Fraction de la hauteur du liquide dans le réservoir.

$C_p$  : Coefficients des pressions hydrodynamiques.

$E$  : Erreur quadratique.

$g$  : Accélération gravitationnelle.

$H$  : Hauteur du fluide dans le réservoir.

$K$  : Module de compressibilité du fluide.

$n$  : La normale à l'interface barrage -réservoir.

$P$  : Pression hydrodynamique.

$S$  : Contour total des frontières du réservoir.

$t$  : Temps.

$v$  : Respectivement, les vitesses dans les directions  $x$ ,  $y$ .

$\theta$  : Angle entre la normale au parement amont et la direction des  $x$ .

$\omega_n = (2.n-1).2\pi.c/(2.H)$ .

$\rho$  : Masse volumique de l'eau.

$\Omega_F$  : Domaine du réservoir.

$\Delta$  : Opérateur Laplacien.

$\nabla$  Opérateur gradient.

$\dot{\phantom{x}}$  : Dérivée par rapport au temps.

$\ddot{\phantom{x}}$  : Dérivée par rapport à l'indice.

$\alpha$  : Coefficient d'accélération sismique horizontal au niveau de site.

$y$  : La profondeur considérée.

$T_0$  : Période propre du réservoir.

$T$  : Période du mouvement de l'écran, supposé harmonique.

$C$  : Célérité des ondes de compression dans l'eau ( $C \cong 1440$  m / s).

$S_1$  : La partie inclinée de l'interface barrage-réservoir.

$S_2$  : La partie verticale de l'interface barrage réservoir.

$S_3$  : La surface libre du liquide dans le réservoir.

$S_4$  : La frontière limite du réservoir.

$S_5$  : Le fond du réservoir.

# ***INTRODUCTION***

## ***Générale***

## Introduction Générale :

Les barrages représentent des systèmes constructifs complexes à caractères économiques et stratégiques importants. Les construire en zone sismique peut provoquer d'importants dégâts matériels et humains, vu que les tremblements de terre ont représenté depuis toujours un des plus graves désastres sur l'humanité. Donc le souci constant d'assurer la stabilité de grands ouvrages d'arts, tels que les barrages, en vue d'éviter d'éventuelles catastrophes dont les conséquences seraient redoutables met les ingénieurs concepteurs face à de grandes responsabilités.

Dans le domaine du génie civil et particulièrement lorsque 'il s'agit d'ouvrages colossaux tels que les barrage en béton, il est constamment fait appel à la recherche pour apporter des réponses à un certain nombre de questions concernant des phénomènes encore mal connus et dont il est nécessaire d'estimer les effets afin d'y adapter la conception des ouvrages, tant du point de vue technique que du point de vue économique.

Un aspect important du chargement sismique exercé sur les barrages concerne l'effet des surpressions hydrodynamiques générées par ces séismes. Pour une analyse rigoureuse de la stabilité et la résistance parasismique de ces structures remplies par un volume d'eau, l'histoire temporelle et la distribution des pressions hydrodynamique sont requises, une procédure d'analyse approfondie de la réponse sismique exige que les effets de l'interaction fluide-structure et dans quelques circonstances, de la compressibilité de l'eau soient considérés. Les mouvements du terrain et les déformations de la face amont du barrage engendrent des ondes de compression dans le réservoir qui contribuent, en retour aux déformations de la structure et influencent ainsi la répartition du champ de pression sur le parement amont. Pour tenir compte de ce cycle fermé de cause à effet, la formulation du problème doit reconnaître l'interaction dynamique entre deux milieux physiques différents en contact permanent à travers une interface. L'ensemble ainsi formé est un système couplé dont le comportement face aux sollicitations extérieures sera caractérisé par l'interaction entre les deux milieux dont en doit nécessairement tenir compte.

Dans notre étude, il s'agira d'analyser le comportement de ce type des barrages en béton armé face à des sollicitations dynamique d'origine sismique en mettant l'accent sur l'aspect du phénomène **de surpression hydrodynamique** sur le parement amont du barrage. Notre objectif principal c'est d'établir la distribution des surpressions hydrodynamiques à l'interface du systèmes barrage-réservoir , le barrage en béton armé considéré rigide fondé au rocher avec réservoir de géométrie bornée par la méthode des éléments finis en fonction de la forme du parement amont, de la longueur relative du réservoir, de la compressibilité du fluide en vue d'estimer les pressions supplémentaires occasionnés lors d'un séisme.

C'est avec un esprit investigateur qu'a été entrepris ce travail pour lever l'ombre sur une partie minime de l'étude de telles structures, nous utiliserons **la méthode des éléments finis** basée sur une formulation variationnelle du problème étudié aboutissant à l'écriture des équations gouvernantes du phénomène , passant de la modélisation mathématique du problème , la discrétisation des formes intégrales pour terminer avec la résolution numérique du système d'équations algébriques du problème.

En résumé, les grandes lignes de notre travail sont comme suit:

- Une modélisation mathématique du phénomène et la formulation des équations aux dérivées partielles décrivant le comportement de milieux étudiés.
- La discrétisation du problème par la **Méthode des Éléments Finis** et la transformation des Equations aux dérivées partielles en un système discret régi par des équations algébriques.
- la résolution numérique du problème en utilisant la méthode des éléments finis par le biais du logiciel de calcul MATLAB 2013.
- Maintenant que les outils de calcul sont définis, plusieurs applications numériques sont réalisées.

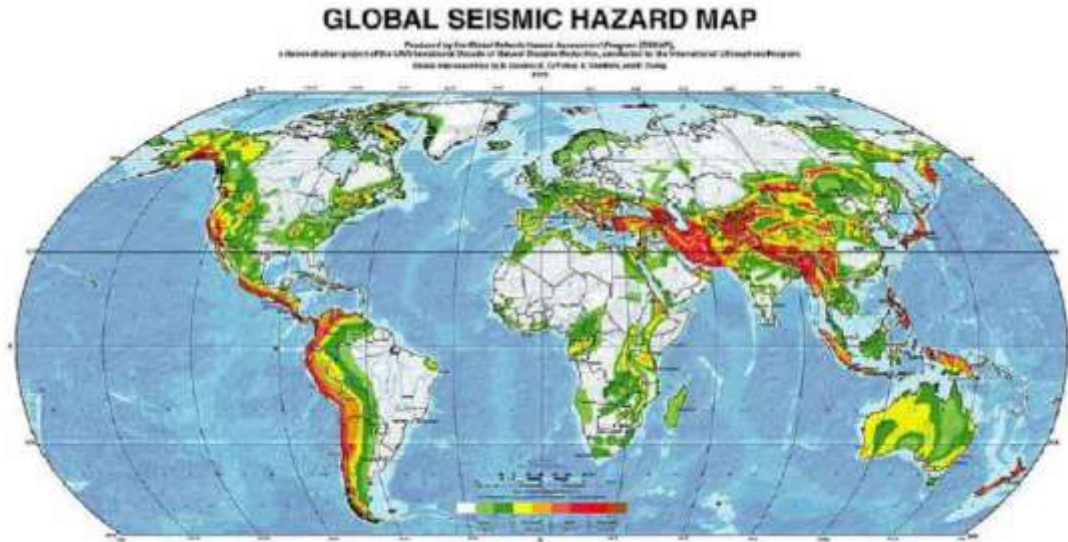
Finalement nous terminerons ce travail par des conclusions ainsi que certaines recommandations pour une éventuelle extension de cette étude en espérant pouvoir apporter une modeste contribution à ce domaine de recherche très vaste qui est l'analyse dynamique des barrages sous l'effet des séismes en présence fluide compressible.

# ***CHAPITRE I :***

## ***Généralité***







**Figure.1.2** : Cartographie des zones de sismicité élevée.

Le globe terrestre est constitué de couches concentriques dont la plus externe est l'écorce qui se divise en écorce continentale et océanique. La croûte continentale possède une épaisseur d'environ 30 à 40 km, allant jusqu'à 70 km sous certaines chaînes de montagne. La croûte océanique, quant à elle, est plus réduite en épaisseur allant de 10 à 15 km.

Cette enveloppe externe est soumise à des mouvements perpétuels liés à la création de matières en certaines zones, ces mouvements impliquent alors la disparition de pans entiers d'écorce en d'autres zones. Ce phénomène engendrent des contraintes qui vont provoquer des déformations soient souples, soient cassantes. Dans ce dernier cas la rupture, provoquée lorsque la contrainte dépasse la résistance au cisaillement de la croûte terrestre, va se développer à partir d'un point et se propager sur un plan de faille, de l'énergie va ensuite se libérer. Celle-ci sera sous forme de :

- ✓ Déplacement d'un compartiment de la faille par rapport à un autre.
- ✓ Chaleur émise lors de ce déplacement.
- ✓ Vibrations qui vont se propager dans la croûte et atteindre la surface.

## 1.2 Ondes sismiques:

Le point d'origine d'un tremblement de terre est appelé hypocentre ou foyer, il peut se trouver entre la surface et moins 700 km en dessous de la surface terrestre. On parle souvent aussi de l'épicentre qui résulte être le point situé à la surface de la Terre, à la verticale du foyer.

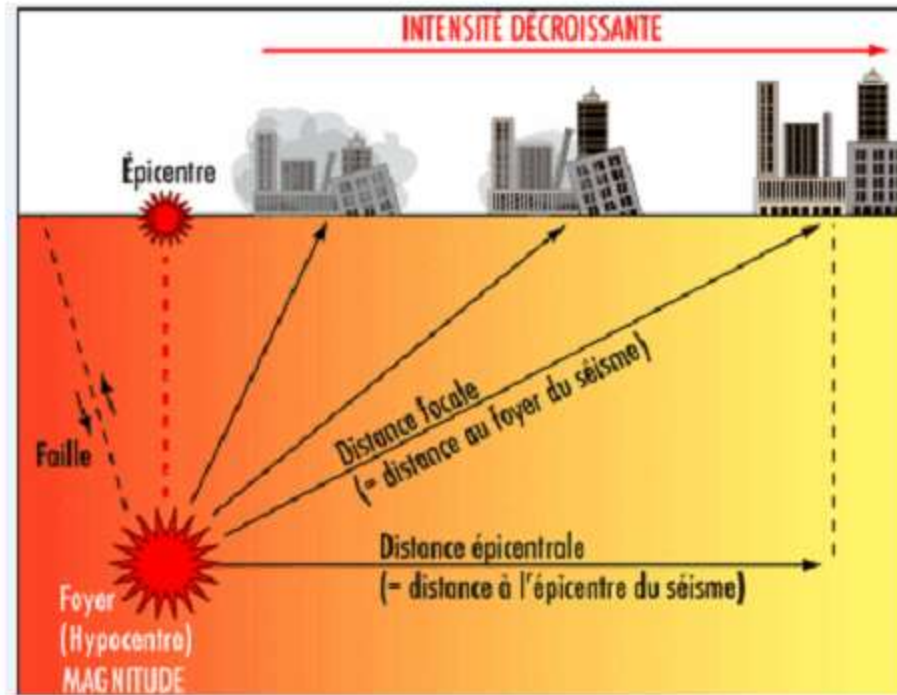


Figure.1.3 : Origine de du séisme.

La secousse sismique se propage sous forme d'ondes sismiques. Ces ondes sismiques sont des ondes élastiques qui peuvent traverser un milieu sans le modifier durablement. Les tremblements de Terre sont à l'origine de la création d'ondes sismiques, enregistrées à l'aide sismographes ou un accélérographe. Ces ondes sismiques sont des ondes élastiques. Elles se propagent dans toutes les directions. On distingue les ondes de volume qui se propagent dans toute la direction et les ondes de surface qui se propagent parallèlement à sa surface. Elles se succèdent et se superposent sur les enregistrements des sismographes.

### 1.2.1 Les ondes de volume :

- **Les ondes P** : ou ondes Primaires sont des ondes de compression (ou longitudinales) : elles compressent puis dilatent successivement le sol, parallèlement à la direction de leur propagation.

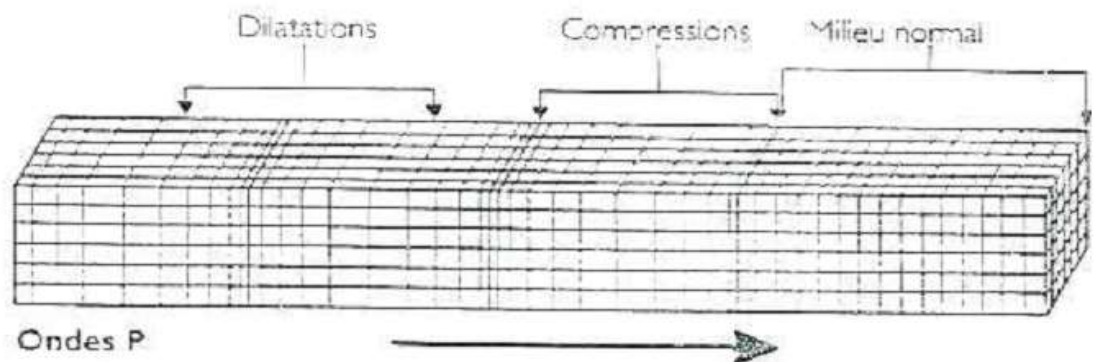
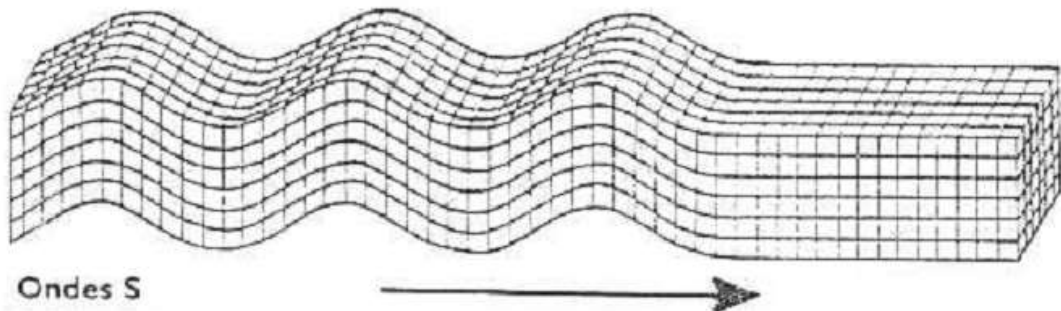


Figure.1.4 : Ondes de type P.

Ce sont les ondes les plus rapides pouvant atteindre jusqu'à 14km/s. On les enregistre bien sur la composante verticale du sismomètre.

- **Les ondes S:** ou ondes Secondaires sont des ondes de cisaillement (ou transversales). A leur passage, les mouvements du sol s'effectuent perpendiculairement au sens de propagation de l'onde.



**Figure.1.5 :** Ondes de type S.

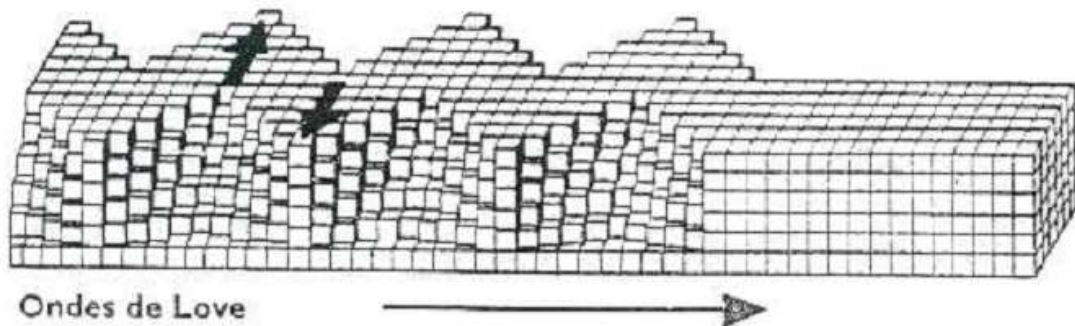
Ces ondes ne se propagent pas dans les milieux liquides. Leur vitesse est plus lente que celle des ondes P (environ 1.7 fois plus lentes). Elles apparaissent en second sur les sismogrammes.

**Remarque :** La différence des temps d'arrivée des ondes P et S suffit, connaissant leur vitesse, à donner une indication sur l'éloignement du séisme. En confrontant les résultats de plusieurs stations, on peut alors localiser l'épicentre du séisme.

### 1.2.2 Les ondes de surface :

Les ondes de surface ne sont pas créées au foyer comme les ondes de volume. En fait, lorsque les ondes de volume sont réfléchies sur les différentes discontinuités du globe, celles-ci sont modifiées et deviennent des ondes de surface. Ces ondes ont la particularité de ne se propager que dans la croûte et le manteau supérieur. Les deux types les plus connus sont les ondes de Love et les ondes de Rayleigh.

- **Les ondes de Love :**

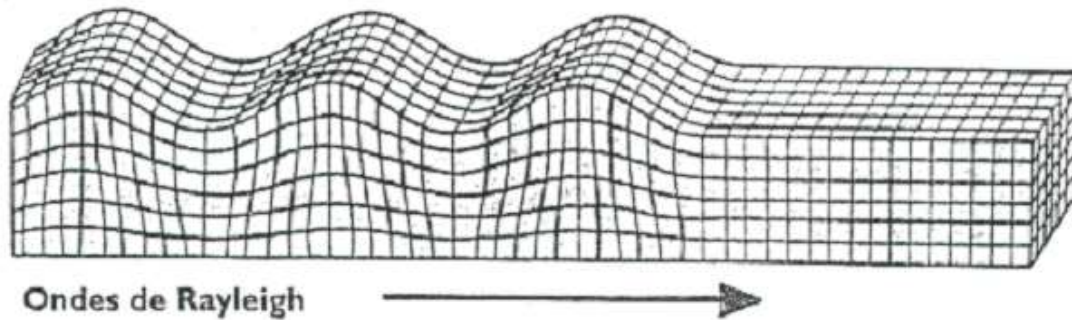


**Figure.1.6 :** L'effet des ondes de Love sur les milieux traverser.

Elle se propage seulement dans les solides non homogènes. C'est une onde transversale polarisée dans le plan horizontal. Le déplacement est essentiellement le même que celui des ondes S mais sans mouvement vertical. Les ondes de Love provoquent un ébranlement horizontal qui est la cause de nombreux dégâts aux fondations des édifices.

- **L'onde de Rayleigh :**

Elle se propage au voisinage de la surface de milieux homogènes et non homogènes, elle résulte d'interférences entre les composantes verticales des ondes P et S. Comme le montre le schéma, on peut l'enregistrer sur les trois composantes d'un sismographe et pendant une durée qui peut aller jusqu'à plusieurs minutes.



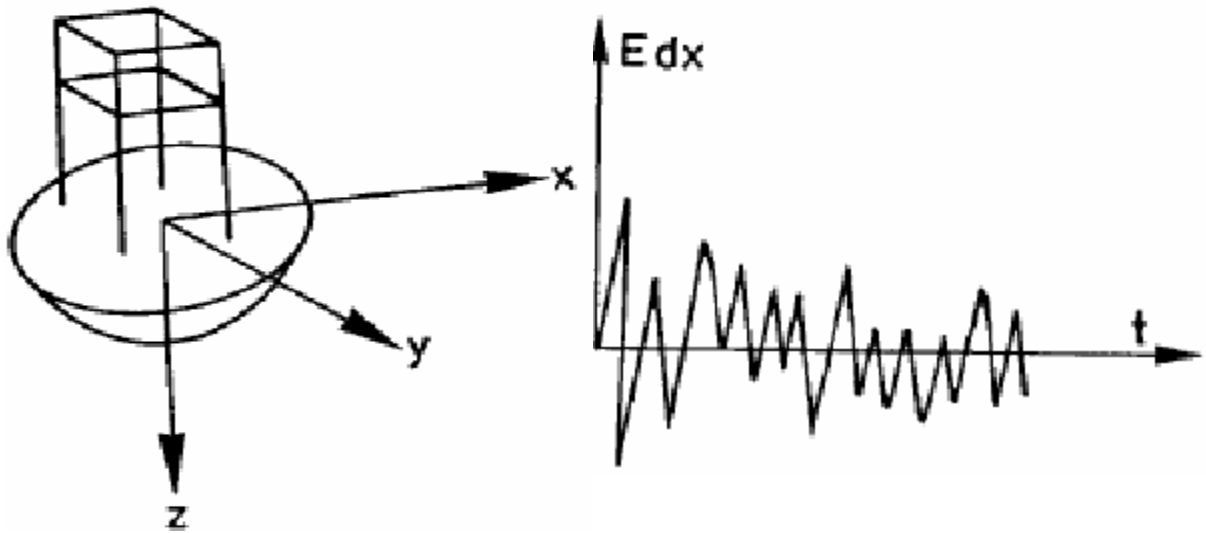
**Figure.1.7** : L'effet des ondes de Rayleigh sur les milieux traversés.

Les ondes de Love se propagent à environ 4 km/s, elles sont plus rapides que les ondes de Rayleigh. Restant en surface, les ondes de Love et de Rayleigh n'y subissent qu'un faible amortissement, ce qui fait qu'on les reçoit avec des amplitudes très supérieures à celles des ondes de volume, et elles sont parfois encore détectables après avoir fait plusieurs fois le tour de la terre.

### 1.3 Action sismique :

Le mouvement sismique (ou action sismique) peut se décomposer en la somme d'une composante horizontale (suivant deux directions principales  $H_x$  et  $H_y$ ) et d'une composante verticale  $V_z$ . Il est utile de savoir que la composante verticale est, à l'aplomb de l'épicentre, égale à la composante horizontale.

Plus nous nous éloignons de cette épicentre, plus la composante verticale est importante par rapport à la composante horizontale, elle perd environ 50 à 70% de son influence. L'importance du mouvement vertical est souvent négligeable, car moins dommageable, que le mouvement horizontal. D'autant plus, du fait, que les structures soient réalisées pour supporter leur poids propre, cette composante verticale est moins importante, alors que la composante horizontale, elle, sera préférée pour dimensionner les structures à la résistance aux efforts horizontaux.



**Figure.1.8** : Décomposition de l'action sismique.

#### 1.4 Intensité et magnitude d'un séisme:

On peut caractériser l'importance d'un tremblement de terre ou séisme par l'intermédiaire de différents paramètres.

- Par son intensité **I** (échelle de Mercalli), l'intensité mesure l'importance d'un séisme en un lieu donné d'après les manifestations ressenties par la population et les dégâts qu'il a pu provoquer. Pour un séisme donné, l'intensité dépend de la distance à l'épicentre, elle décroît quand cette distance augmente, mais des anomalies peuvent apparaître, dues à des conditions géologiques particulières et topographiques.

Intensité	Dégâts Matériels
Degré I	secousse imperceptible par l'homme, inscrite seulement par les sismographes.
Degré II	secousse ressentie par un petit nombre de personne, surtout par ceux situés aux étages supérieurs des maisons.
Degré III	secousse faible ressentie par un certain nombre d'habitants, comme le serait l'ébranlement produit par une voiture lancée à grande vitesse; la direction et la durée de la secousse peuvent parfois être appréciées.
Degré IV	ébranlement constaté par quelques personnes en plein air, mais beaucoup à l'intérieur des maisons; vibration de vaisselle, craquement de planchers et des plafonds.
Degré V	ébranlement constaté par toute la population; réveil des dormeurs; ébranlement de meubles et de lits.
Degré VI	des personnes effrayées sortent des habitations; tintement général des sonnettes, arrêt des pendules, crépis fendillés, vaisselle brisée, cloches mises en branle, chute de plâtras.

<b>Degré VII</b>	maisons légèrement endommagées, lézardes dans les murs, chutes de cheminées isolées en mauvais état; écroulement de minarets, de mosquées ou d'églises mal construites.
<b>Degré VIII</b>	sérieux dommages, fentes béantes dans les murs, chute de la plupart des cheminées, des clochers; renversement ou rotation des statues, des monuments funéraires; fissures dans les pentes raides ou dans les terrains humides; chutes de rochers en montagne.
<b>Degré IX</b>	de solides maisons en construction européenne sont sérieusement endommagées, un grand nombre, rendues inhabitables; d'autres s'écroulent plus ou moins complètement.
<b>Degré X</b>	la plupart des bâtiments en pierre et en charpente sont détruits avec leur fondations; fentes dans les murs en briques; rails de chemins de fer légèrement recourbés; dommages aux ponts; tuyaux de conduites brisés, fentes et plis ondulés dans les rues; éboulements; l'eau des rivières et des lacs est projetée sur le rivage.
<b>Degré XI</b>	destruction totale des bâtiments en pierre, des ponts des digues; larges déchirures et crevasses dans le sol; grands éboulements de terrain.
<b>Degré XII</b>	rien ne demeure plus des œuvres humaines; changement dans la topographie; formations de grandes failles, dislocations horizontales et cisaillement du sol; rivières détournées de leur cours.

**Tableau 1.1** : Echelle d'intensité de Mercalli.

- Par sa magnitude **M** (échelle de Richter), c'est une évaluation de la quantité d'énergie libérée au niveau du foyer du tremblement de terre. Cette échelle, définie en 1935, est basée sur le principe d'enregistrement des mouvements du sol effectué en un certain nombre de points d'observations situés à des distances quelconques de l'épicentre. A partir d'une étude statistique, une corrélation entre l'énergie libérée par un séisme et la magnitude a été établit.

<b>Magnitude</b>	<b>Energie en Joule</b>
<b>0</b>	
<b>1</b>	
<b>2</b>	$\sim 10^3$
<b>3</b>	$\sim 10^6$
<b>4</b>	$\sim 10^9$
<b>5</b>	$\sim 10^{10}$
<b>6</b>	$\sim 10^{13}$
<b>7</b>	$\sim 10^{15}$
<b>8</b>	$\sim 10^{17}$
<b>9</b>	Sup a $10^{18}$

**Tableau 1.2** : Echelle de magnitude de Richter

La magnitude mesure donc l'énergie totale libérée et ne doit évidemment pas être confondue avec l'intensité qui évalue les effets destructeurs en un lieu particulier. Ainsi un séisme de magnitude élevée peut ne pas avoir des effets destructeurs si son foyer est profond, et inversement un séisme de magnitude faible peut être très dévastateur (intensité se rapprochant des degrés IX, X voire plus) si son foyer est très proche de la surface terrestre. L'habitude fait que l'on parle souvent de l'échelle de Richter (par exemple les médias) pour caractériser un séisme alors que celle-ci peut être trompeuse si l'on ne se réfère pas à l'échelle de Mercalli.

### 1.5 Risque sismique en Algérie :

Le séisme est la principale catastrophe d'origine naturelle à laquelle est exposé l'Algérie. Cette activité sismique se caractérise par des séismes modérés parfois violents comme ceux d'Alger de 1365, 1716, Oran 1790, Blida 1825, Orléanville 1954, El Asnam 1980, Constantine 1985, Tipaza 1989, Mascara 1994, Ain Temouchent 1999 et Zemmouri 2003. Elle concerne essentiellement la partie tellienne comprise entre l'Atlas Saharien et le littoral méditerranéen. Cette sismicité est associée à la collision entre les deux plaques tectoniques Afrique et Eurasie. Ces plaques se rapprochent à une vitesse de l'ordre de 6 millimètre par an, ce qui génère une accumulation importante de contrainte. Lorsque ces contraintes deviennent trop fortes, certaines failles peuvent être mises en mouvement. Le déplacement rapide des bords de la faille génère alors des ondes sismiques qui se propagent jusqu'à la surface. C'est ainsi que les séismes se produisent en général au niveau de la frontière entre plaques. Pour le cas de l'Algérie cette frontière qui sépare l'Afrique de l'Eurasie traverse l'Algérie d'Ouest en Est et c'est le long de cette frontière que les séismes algériens se produisent. Le tableau-3 résume les principaux séismes auxquels a été exposé l'Algérie.

Localité	Date	Magnitude ou intensité	Dégâts
<b>Alger</b>	03/01/1365	Fort	Plusieurs victimes, avec 100 répliques dans la même nuit
<b>Alger-Mitidja</b>	03/02/1716	X	20000 morts, Alger détruite
<b>Oran</b>	09/10/1790	IX-X	2000 morts ressentis à Malte
<b>Blida</b>	02/03/1825	X	7000 morts destruction de Blida peu de dégât à Alger
<b>Jijel</b>	22/08/1856	X	Raz de Marée le long du littoral d'Alger à Annaba.
<b>Orléanville</b>	09/09/1954	6.5	1243 morts et 20000 habitations détruites
<b>M'Sila</b>	12/02/1946	5.6	264 morts et 1000 maisons détruites
<b>El Asnam</b>	10/10/1980	7.3	2633 morts, 8369 blessés, 348 disparus, des milliers sinistrés
<b>Mascara</b>	18/08/1994	5.7	171 morts et plusieurs habitations détruites
<b>Ain-Temouchent</b>	22/12/1999	5.7	28 morts et plusieurs habitations détruites
<b>Zemmouri</b>	21/05/2003	6.8	Plus de 2200 morts et des milliers de personnes sinistrées

Tableau 1.3 : Principaux Séisme aux quels a été exposé l'Algérie [19]

## 2. Les barrages :

Un barrage est un ouvrage artificiel coupant le lit d'un cours d'eau et servant soit à la régulation ou au pourvoir à l'alimentation des villes en eau ou à l'irrigation des cultures ou à la production de l'énergie.

Selon le petit Larousse illustré:

« Ouvrage artificiel occupant le lit d'un cours d'eau et servant à en assurer la régulation, à pourvoir à l'alimentation des villes en eau ou à l'irrigation des cultures ou à produire de l'énergie »

Les Barrages ce sont des ouvrages hydrauliques qui barrent, sur toute la largeur, une section d'une vallée et qui créent ainsi une dépression topographique artificielle étanche à l'eau. Surélèvent le plan d'eau amont et cela dans le but d'influencer le bilan hydrologique dans un bassin versant. Il s'agit d'un ouvrage d'art construit en travers d'un cours d'eau et destiné à réguler le débit du cours d'eau et/ou à en stocker l'eau pour différents usages tels que :

- Contrôle des crues, (Ghardaïa, Cheffia...).
- Irrigation (Hamiz, Boukadir...Alger et Chlef).
- Industrie (Cheffia-Annaba).
- Hydroélectricité (Erraguène, Kherrata Jijel et Bejaia).
- Pêche-pisciculture (empoisonnement - ensemble des barrages algériens).
- Réserve d'eau potable (Keddara, Taksebt, Alger), etc...

Barrage	Capacité initiale Hm <sup>3</sup>	Wilaya	Destination
<b>K.ROSFA</b>	75	TISSEMSILT	AEP de TISSEMSILT
<b>TAKSEBT</b>	175	TIZI-OUZOU	AEP TIZI-OUZOU ET ALGER
<b>BOUKOUR-DANE</b>	96	TIPAZA	A.E.P TIPAZA; CHERCHELL ET IRR. MITIDJA OUEST
<b>BENI HAROUN</b>	960	MILA	AEP MILA, CONSTANTINE, OUM-EL-BOUAGUI, BATNA, KHENCHELLA, JIJEL IRR MILA
<b>OUED FODDA</b>	125,5	CHLEF	IRR. PERIMETRE MOYEN CHELIFF
<b>GHRIB</b>	145,2	AIN DEFLA	A.E.P MEDEA ET BERROUAGHIA ET IRR. PERIM HAUT CHELIFF
<b>ZIT EMBA</b>	120	SKIKDA	IRR, PERIMETRE DE MAGHNIA
<b>TICHY HAF</b>	80	BEJAIA	A.E.P ET IRR AGGLOMERATION AKBOU-BEJAIAI



<b>TILESDIT</b>	164.55	BOUIRA	AEP A RAISON DE 17 HM3, AEI ZONE INDUSTRIELLE 6 HM3, ET IRR
<b>DJORF-TORBA</b>	296,4	BECHAR	A.E.P BECHAR, KENADSA ET IRR. PERIMETRE D'ABADLA

**Tableau 1.4** Caractéristiques de quelques barrages algériens.

## 2.1 Des ouvrages singuliers:

Les barrages sont des ouvrages de génie civil singuliers par bien des points :

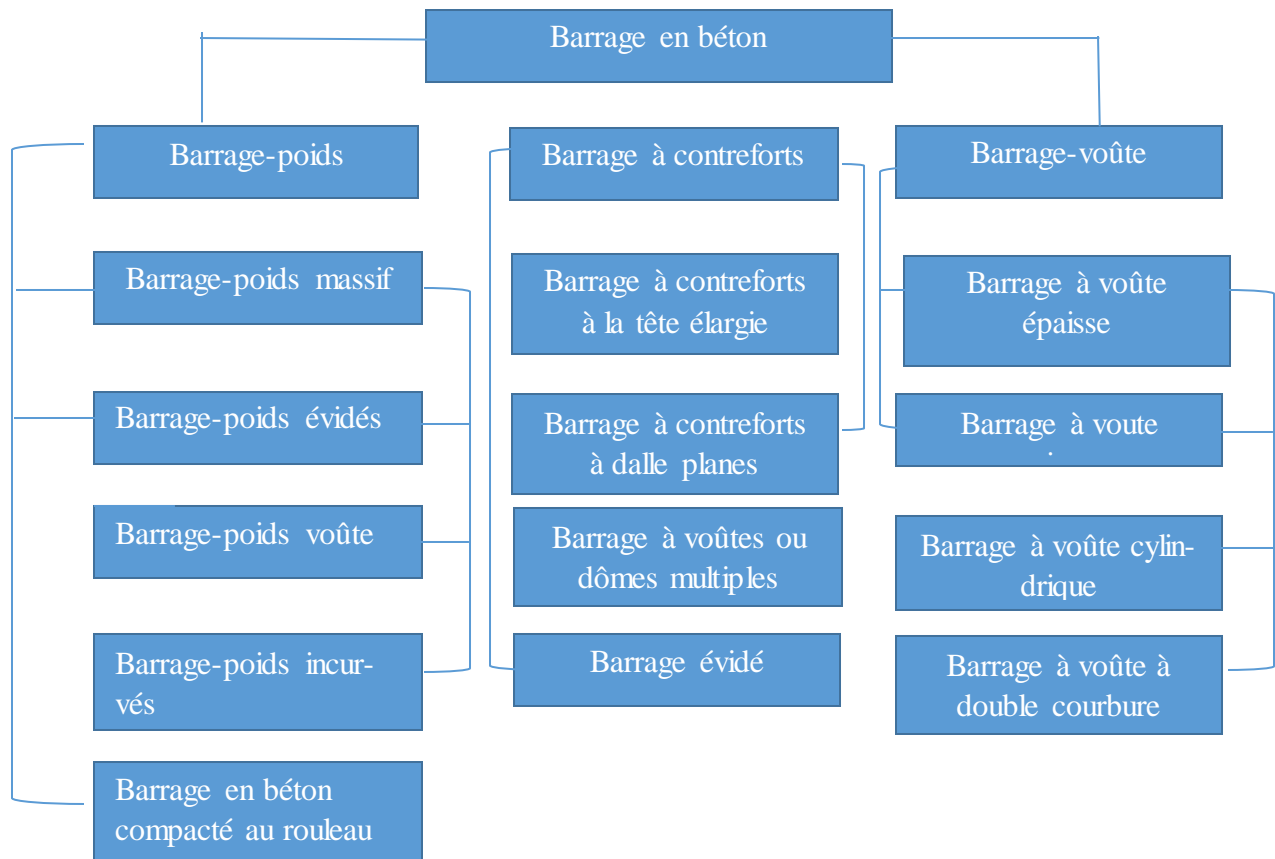
- ce sont des structures complexes qu'il faut traiter comme des systèmes. Leur études et réalisation prennent en compte un grand nombre de paramètres et de données. Chaque barrage doit être considéré comme un prototype. Aucune procédure bien définie pour déterminer la meilleure solution n'existe. la démarche est pragmatique, évolutive, systématique et récursive. Elle fait appel à de nombreuses hypothèses qui sont au fur et à mesure perfectionnées et vérifiées.
- le comportement d'un barrage durant son cycle de vie est complexe. il dépend de plusieurs phénomènes et facteur plus ou moins bien définis: la modification des caractéristiques des matériaux (vieillessement), la tenue de la fondation (souvent partiellement connues), les conditions météorologiques et thermiques (variables), les effets chimique de l'eau, les sollicitations sismique (imprévisibles), les risque hydrologique et le mode d'exploitation de la retenue. Cette complexité est maîtrisée par la mise en œuvre de modèles appropriés pour l'ouvrage lui-même et pour sa fondation ainsi que pour les influences que subit l'ouvrage de la part de son environnement.
- finalement, les exigences quant à la sécurité des barrages sont extrêmes. Elles sont présentes dans toutes les phases d'un projet: la planification, la conception, la réalisation et l'exploitation. Pour cette raison, quasiment tous les pays du monde ont prescrit des règles institutionnelles pour la surveillance des ouvrages par un contrôle permanent et l'analyse du comportement.

## 2.2 Différents types de barrages:

Selon la nature du matériau de construction utilisé, les barrages sont classés en deux grandes catégories:

- les barrages rigides en béton ou en maçonnerie (nombreuses méthodes de calcul basées sur les résistances des matériaux et la théorie de l'élasticité)
- les barrages souples en enrochement ou en terre. (principaux champs d'application de la mécanique des sols).

Les barrages rigides ou en maçonneries sont de trois types selon la nature de leurs système statique et le mode de résistance à la pression de l'eau, fondés sur une fondation rocheuse, de module de déformation élevé. Comme l'illustre la figure 2.1, on distingue trois grandes familles de barrages en béton, chacune comportant un certain nombre de sous-familles.



**Figure.1.9:** Les familles de barrage en béton.

### 2.2.1 Les barrages- poids:

On appelle barrages poids ou barrages à gravité conçus et calculés pour résister par leurs poids à la poussée des eaux qu'ils retiennent, ils sont classiquement de forme triangulaire et se rattachent à :

- Les barrages – poids précontraint (tirants d'acier dans la masse de béton, ancrés dans la fondation et tendus)
- Les barrages poids évidés (évidement ménagé dans le corps par rapport au profil triangulaire pur)
- Les barrages poids mobiles (constitué essentiellement par des vannes qui reportent les efforts dus à la pression de l'eau sur des piles et des radiers.

Les barrages poids en béton sont construits par tranches verticales ou plots indépendants les uns des autres. Ces derniers sont séparés par des joints de dilatations verticaux étanches qui permettent les mouvements dus aux variations de température. En effet, le béton est un matériau qui se dilate quand la température augmente et se contracte en cas contraire. L'analyse de tels ouvrages passe par la définition des trois conditions suivantes:

- La stabilité élastique due à l'état de contrainte aux deux parements aval et amont
- la stabilité au glissement limitant les contraintes de cisaillement

- la stabilité relative aux contraintes transmises au sol, devant tenir compte des effets d'interaction.



Figure.1.10 : Barrage poids.

#### ▲ Méthodes de construction:

Les barrages poids étaient autrefois construits en maçonnerie, avec des moellons de pierre et un mortier de chaux la plupart du temps. Seuls les parements étaient appareillés, tandis que le cœur des ouvrages était constitué d'un remplissage souvent peu soigné et pas très dense. Cette technique est encore employée dans certains pays. Ces ouvrages sont sensibles à la dissolution de la chaux de leur mortier aussi bien en parements qu'à l'intérieur, ce qui affecte leur poids, leur résistance, et éventuellement la distribution des pressions internes d'eau.

La génération suivante (première moitié du XXe siècle) a été construite en béton, le dosage en ciment y est modulé, maximal près des parements (pour une bonne étanchéité et une bonne résistance aux agressions extérieures) et près de la base, plus sollicitée mécaniquement (l'intérieur est dosé moins richement par souci d'économie et aussi pour réduire les échauffements liés à l'exotherme d'hydratation du ciment). Malgré ces précautions, il était nécessaire de construire l'ouvrage par plots indépendants, séparés par des joints verticaux dans la direction amont-aval, tous les 15 m environ. Ces joints, qui s'ouvrent en général lorsque le barrage a trouvé son équilibre thermique (au bout de quelques mois à quelques années, selon la taille de l'ouvrage), doivent être équipés de systèmes d'étanchéité près du parement amont. La technique actuelle qui prédomine dans la construction des barrages poids est celle du béton compacté au rouleau, ou **BCR** le béton n'est plus coulé entre des coffrages, puis vibré avec des aiguilles, comme du béton conventionnel, mais répandu horizontalement au bulldozer et compacté avec des compacteurs vibrants, suivant les techniques de terrassement l'épaisseur des couches varie de 30 à 60 cm. Grâce à un tel compactage beaucoup plus énergique, le béton peut être mis en place plus sec, avec juste la quantité d'eau nécessaire à l'hydratation du ciment, cela autorise à une résistance égale, une moindre quantité de ciment (jusqu'à moins de 100 kg/m<sup>3</sup>). Par voie de conséquence, l'échauffement thermique est réduit de 50 % au moins (à cœur d'un

barrage épais, un béton conventionnel dosé à 200 kg/m<sup>3</sup> peut s'échauffer de 20 C°) ainsi que le nombre de joints nécessaires, ce nouveau procédé permet des économies importantes sur les matériaux (quantité réduite de ciment) ainsi que par le recours à une mécanisation poussée qui permet des cadences très élevées. Les points délicats de construction sont :

- ❖ **la résistance mécanique**: notamment au cisaillement, des surfaces horizontales de contact entre couches superposées, qui sont assez lisses puisque formées par un rouleau de compacteur, cette résistance est sensible à de nombreux facteurs, tels que la propreté du chantier, la quantité de fines, la lutte contre la ségrégation, l'intervalle de temps entre la réalisation des couches successives, la température, etc. Pour cette raison, il est nécessaire d'adopter au stade du projet des hypothèses de résistance conservatives (par exemple, un angle de frottement de 37° et une cohésion nulle) et de procéder, en début de chantier, à des essais de résistance. On peut si nécessaire améliorer la résistance des couches en les garnissant d'un mortier spécial de collage.
- ❖ **l'étanchéité** du barrage, qui est la plupart du temps constituée par un organe spécial : masque en béton conventionnel placé à l'amont du BCR, ou bien encore, pour les ouvrages modestes, membrane en matériaux plastiques (PVC, polyéthylène).



**Figure.1.11:** Barrage poids en BCR des Olivettes (France) (H = 35 m).

▲ **Avantage des barrages poids:**

- ▲ Faibles contraintes dans le béton.
- ▲ Faibles contraintes transmises par la fondation au rocher.
- ▲ Les variations de températures ne produisent que de faibles variations de contraintes.
- ▲ L'évacuateur de crue peut facilement combiner avec le barrage (diriger les crues directement par dessous).
- ▲ Le gradient des sous-pressions à travers la fondation est faible.

▲ **Inconvénients des barrages poids:**

- ▲ Les sous-pressions sont importantes dans la fondation.
- ▲ Risque moyen de tassement.
- ▲ Le volume du béton est important (pour le barrage-poids évidé, il est plus faible).

- ▲ Le volume d'excavation de la fouille est important.
- ▲ Fragilité au séisme (si les joints entre les blocs ne sont pas faits par injections).
- ▲ L'échauffement du béton par la prise du ciment est assez problématique

### 2.2.2 Le barrage-voûte:

Est une structure tridimensionnelle agissant comme un voile ou une coque. Il présente une forte courbure en plan et transmet une partie importante des efforts sur les flancs de la vallée. Lorsque toutes les conditions nécessaires sont réunies, il permet d'économiser un volume important de béton par rapport au barrage-poids et à contrefort. Il est dans tous les cas construit en béton. A priori, le barrage-voûte nécessite la mise en place de sensiblement moins de béton que le barrage-poids. Les barrages voûtes trouvent leur place idéale dans les sites relativement étroits (ratio largeur en crête/hauteur inférieur à 4), lorsque la qualité des fondations est excellente, surtout sur les rives. Aujourd'hui, ils sont souvent préférés à tous les autres types pour les sites de grande hauteur (plus de 150 m). En allant du plus simple au plus sophistiqué, on trouvera des voûtes de formes très différentes :

- ▲ **Les cylindres** : tous les arcs sont identiques et superposés, avec un rayon et une épaisseur constante et égaux (réservé aux petits ouvrages, moins de 20 m de hauteur).
- ▲ **Les cylindres-cônes** : rayon amont uniforme, le parement amont est un cylindre, l'épaisseur des arcs croît linéairement de haut en bas : les sections verticales sont donc toutes égales à un trapèze.
- ▲ **Les simples courbures**: ainsi nommées car leur parement amont est encore un cylindre, mais l'épaisseur des arcs n'est plus constante et croît de la clé vers les appuis ; le parement aval n'est en général pas une surface réglée.
- ▲ **Les voûtes à double courbure**: pour lesquelles les deux parements sont des surfaces à double concavité dirigée vers l'aval ; en général, l'épaisseur croît de haut en bas et du centre vers les appuis.

La définition de la géométrie de ces ouvrages est toujours analytique, le recours à des définitions paraboliques ou spirales améliore quelque peu l'homogénéité des champs de contraintes. La complexité croissante des formes permet un meilleur usage du béton de masse, obtenu à l'issue d'un processus d'optimisation de forme. Cela explique qu'on s'accommode de formes simples pour les petits barrages, là où la simplicité d'exécution prévaut, et qu'au contraire on réserve les définitions complexes aux grands ouvrages où les gains en volume de béton peuvent être significatifs



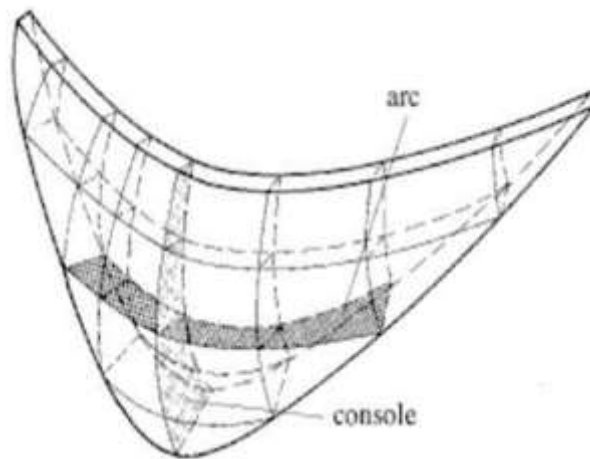
**Figure.1.12:**Barrage-voûte.

- **Méthodes particulières de construction:**

Le problème principal posé par le bétonnage des fortes masses (jusqu'à 50 m d'épaisseur) des barrages voûtes est celui de l'exo thermie qui se produit lors de la prise du ciment, et qui ne peut se dissiper naturellement que très lentement dans des blocs de telles dimensions et engendre, si elle n'est pas contrôlée, des fissurations dommageables pour l'intégrité de la structure. Pour s'en affranchir, on a recours à des ciments à faible exo thermie: on remplace une partie du ciment par des liants moins rapides comme des cendres volantes : on limite enfin le dosage en ciment, grâce notamment à l'emploi de gros granulats (jusqu'à 150 mm de diamètre). Un béton type de grand barrage voûte aura une granulométrie continue de 0 à 15 mm, sera dosé à 225 kg de ciment .On aura remarqué que de tels dosages modérés sont autorisés par les propriétés mécaniques relativement modestes requises : on peut se contenter d'une résistance caractéristique à la compression de 28 à 30 MPa à 1 an, ce qui est peu en regard des exigences dans d'autres domaines du génie civil.

Les particularités des méthodes de construction des barrages voûtes découlent des caractéristiques décrites : les équipements de concassage et de malaxage sont conçus pour accepter les gros granulats, le transport est réalisé par des grues ou, dans le cas de grands chantiers, par des blondins ayant une capacité allant jusqu'à 30 t pour le bétonnage, le barrage est découpé en plots, larges de 10 à 20 m, construits indépendamment de leurs voisins, les coffrages utilisés sont souvent auto grimpants, autorisant des levées de bétonnage entre 1,50 et 3 m de hauteur, le béton est dosé très sec (eau-ciment < 0,5 en poids), sa mise en place est facilitée par des bulldozers, qui parfois portent des batteries de vibreurs hydrauliques. Les joints horizontaux entre deux levées successives sont soigneusement débarrassés de la laitance en excès, grâce à un lavage énergétique effectué peu après la prise (12 à 24 h). Pour les ouvrages épais, ces précautions systématiques doivent être complétées par des dispositions spéciales :

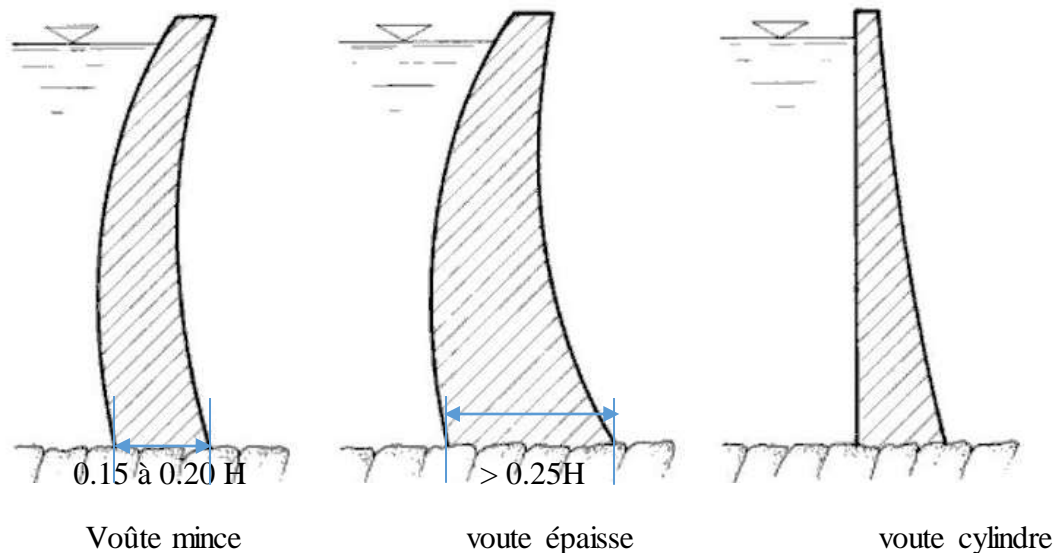
- pré-réfrigération du béton frais, obtenue par refroidissement artificiel des granulats et/ou de l'eau, ou même par substitution partielle de l'eau de gâchage par de la glace en paillettes.
  - post-réfrigération du béton au moyen de réseaux de serpentins noyés dans la masse, dans lesquels on fait circuler de l'eau réfrigérée.
  - En fin de construction des plots d'un barrage voûte, il est nécessaire de rendre la structure monolithique en remplissant les joints entre les plots au moyen d'un coulis de ciment ; cette opération très délicate appelée « clavage » est réalisée sous un contrôle très précis des pressions appliquées et des déformations qui l'accompagnent.
- **Résistances mécanique:** on peut modéliser le barrage-voûte par une série d'éléments porteur horizontal et vertical, selon la figure 2.4 :
    - ✓ les éléments porteurs horizontaux sont des poutres courbes à deux appuis, les arcs.
    - ✓ les éléments porteurs verticaux sont des poutres consoles.



**Figure.1.13:**Barrage- voûte: modèle statique simplifié.

Dans un tel modèle très simplifié, la poussée de l'eau appliquée au point d'intersection de deux éléments se répartit selon le rapport de leurs rigidités respectives. Il apparaît évident dans ce contexte que les arcs sont des éléments beaucoup plus rigides que les consoles (de par leur hyperstaticité), et que les efforts dus à la poussée de l'eau sont par conséquent guidés de manière préférentielle vers les appuis latéraux par l'effet des arcs plongeants et d'un basculement d'ensemble du barrage. En outre, la poussée de l'eau engendre des efforts tranchants intenses, auxquels il est essentiel de porter une attention particulière lors de l'analyse de la résistance de la base des consoles.

Plus la voûte est mince plus le rapport des rigidités tend à diriger les efforts vers les flancs de la vallée. On distingue ainsi les barrages à voûte mince, dont l'épaisseur à la base est de l'ordre de 10% à 20% de la hauteur, et les barrages à voûtes épaisses, dont l'épaisseur à la base dépasse 25% de la hauteur. D'autre part, on distingue les barrages-voûtes cylindriques (à courbure horizontale seulement, simple courbure) et les barrages-voûtes à double courbure (horizontale et verticale) (fig. 2.6)



**Figure.1.14:** Profils-types de barrages-voûtes.

Comme le barrage-poids, le barrage-voûte est construit en plots juxtaposés, mais une différence constructive essentielle les distingue. Alors que les joints séparant les plots du barrage-poids sont ouverts, les joints d'un barrage-voûte sont injectés avec du coulis de ciment pour rendre la voûte monolithique et assurer la transmission des efforts horizontaux jusqu'aux rives. Cette injection s'effectue avant le premier remplissage de la retenue et dans les conditions thermiques données, de sorte que la résultante de charges extérieures crée toujours une compression dans ces joints.

▲ **Avantage des barrages à voûtes:**

- ▲ Le volume de béton est faible.
- ▲ volume d'excavation relativement limités.
- ▲ les sous-pressions au niveau de la fondation sont faibles (la surface de la fondation est petite).
- ▲ haute résistance au séisme.

▲ **Inconvénients des barrages poids:**

- ▲ les contraintes sont importantes dans le béton et dans le rocher.
- ▲ les forces sont transmises obliquement dans les appuis.
- ▲ sensibilité limitée aux tassements (hyperstaticité).
- ▲ échauffement durant la prise du béton pouvant nécessiter des mesures particulières.
- ▲ difficultés d'intégration de l'évacuateur de crues dans le barrage.
- ▲ le gradient des sous-pressions au niveau de la fondation est très grand.
- ▲ les sous-pressions dans les fissures du rocher peuvent provoquer des glissements d'appuis.
- ▲ drainage des fissures des massifs d'appui devant être rigoureusement traité.

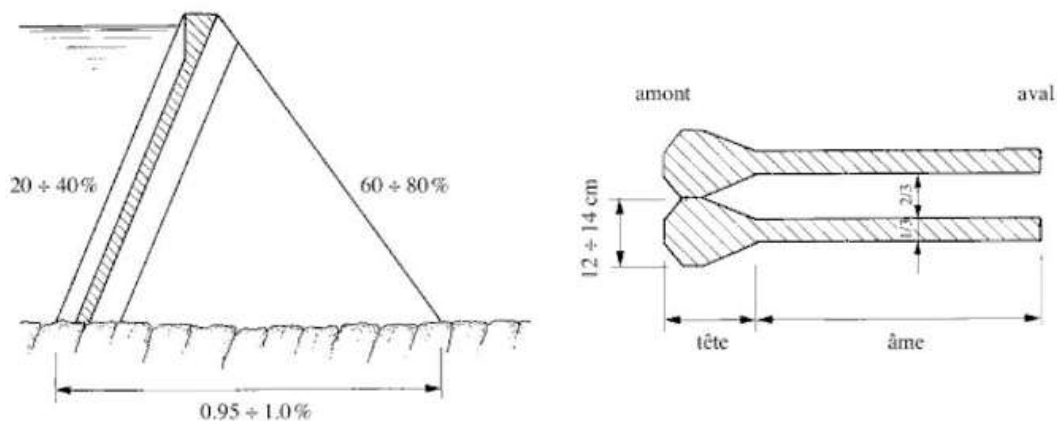


### 2.2.3 Le barrage à contreforts:

Le barrage à contreforts, toujours réalisé en béton, a une forme triangulaire et ses faces amont et aval sont inclinées (fig.2.7). Les contreforts conduisent les efforts jusqu'aux fondations, qui doivent être de qualité permettant des sollicitations en général élevées. Afin de réduire les contraintes au sol, la base des contreforts peut être élargie. Comme dans le cas des barrages-poids, les contreforts sont construits côte à côte et sont séparés par un joint vertical. En raison des espaces vides qu'il comporte, le volume de béton est bien entendu plus faible que celui d'un barrage-poids équivalent. Par contre, la surface de coffrage est plus importante et la mise en place plus ardue.

On distingue plusieurs types de barrages à contrefort selon la forme même du contrefort. Sur la section horizontale schématisée de la figure 2.7, on distingue clairement les deux zones du contrefort d'un barrage à contrefort:

- ▲ **La tête**, dont la largeur est de 12 à 14 m. La tête du contrefort de la figure 2.7 est appelée tête élargie ou tête de diamant. Cette solution est la plus répandue. Toutefois, d'autres formes de tête sont parfois choisies et différentes solutions sont illustrées à la figure 2.8. Les têtes sont munies d'un gousset dans leur partie aval pour transmettre à l'âme les efforts de la poussée de l'eau. Le changement de section est progressif pour favoriser la transmission des efforts. Enfin, il faut noter qu'une bande d'étanchéité est située dans le joint entre deux têtes juxtaposées.



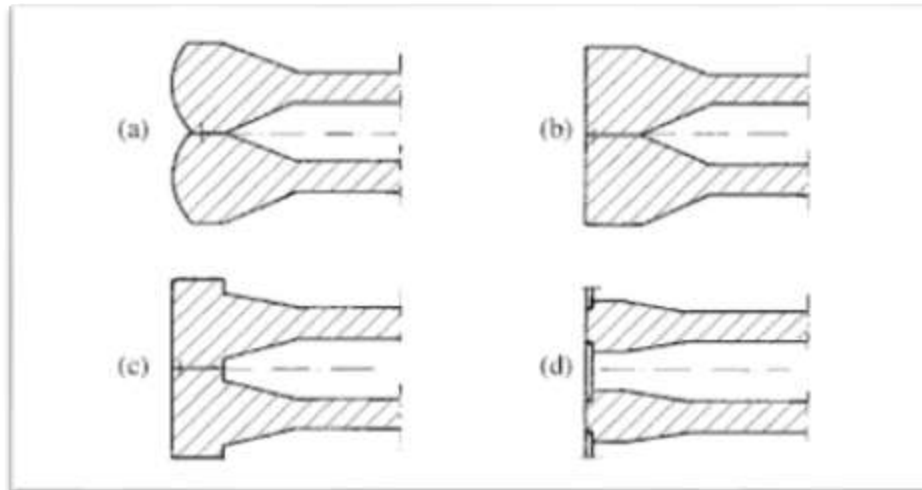
**Figure.1.15:**Barrage à contreforts: profil-type et section horizontale.

- ▲ **L'âme**, dont l'épaisseur est la plus souvent constante et de l'ordre du tiers de la largeur de la tête. Dans certains cas, l'âme est élargie à l'aval pour diminuer les contraintes. Le changement de section doit alors être progressif pour limiter les concentrations de contraintes.

L'épaisseur de l'âme à l'aval peut dans certains cas atteindre la largeur de la tête, de sorte que le barrage forme à l'aval un parement continu. Ce masque aval peut être souhaité pour rendre les contreforts plus résistants aux sollicitations dynamiques ou pour protéger l'âme des effets de gel. La mise en place d'étrésillons horizontaux entre les âmes des contreforts est également une mesure pour reprendre les efforts latéraux en cas de tremblement de terre.

Pour limiter encore le volume de béton, certaines solutions originales ont été développées pour des cas particuliers:

- ▲ **Les contreforts à dalle planes**, mais ces ouvrages sont particulièrement sensibles aux séismes.
- ▲ **Les barrages à voûtes multiples ou à dôme multiples**, constitués de voûtes minces s'appuyant sur des contreforts. Dans ce type d'ouvrages, les effets de température provoquent des contraintes de tractions importantes dans les voûtes, lesquelles doivent être armées en conséquence.



**Figure.1.16:**Barrage à contreforts: différentes forme de la tête des contreforts:(a) à tête Ronde;(b) à tête en forme de marteau;(c) à tête en forme de T; (d) à dalle planes.



**Figure.1.17:**Barrage à contreforts de Lucendro (a) et d'Al Massira (Maroc) (b)

▲ **Avantage des barrages à contreforts :**

- ▲ Les sous-pressions au niveau de la fondation sont faibles.
- ▲ contrainte moyenne transmise au rocher.
- ▲ volume de béton plus faible que pour le barrage-poids.
- ▲ échauffement faible lors de la prise du béton.
- ▲ l'évacuateur de crues peut facilement être intégré.

▲ **Inconvénients des barrages à contreforts :**

- ▲ volume d'excavation important.
- ▲ le gradient des sous-pressions au niveau de la fondation est localement très élevé.
- ▲ très susceptible au séisme. La résistance à l'accélération latérale est presque non existante.
- ▲ les contraintes dues au gradient de température peuvent devenir importantes à la tête du contrefort.
- ▲ risque limité de tassement.

**2.3 Critères de choix d'un barrage :**

<b>Poids propre</b>	<b>Le poids des matériaux de construction eux-mêmes induit des contraintes dans le barrage.</b>
<b>Pression de l'eau</b>	La pression de l'eau croît proportionnellement avec la profondeur.
<b>Sous-pressions</b>	Les infiltrations d'eau, minimales mais inévitables, à travers le corps du barrage et ses fondations, créent des forces de sous-pression.
<b>Température</b>	Les variations de température dans le matériau, dues au dégagement de chaleur lors de la prise du béton, ou aux températures extérieures, créent des contraintes dans l'ouvrage (notamment dans les barrages-voûtes).
<b>Crues</b>	Le dépassement du niveau d'exploitation normale dans la retenue apporte une sollicitation supplémentaire
<b>Gel</b>	La couche de glace, qui peut apparaître durant l'hiver à la surface du lac, crée, dans certaines conditions, une force sur le barrage.
<b>Sédiments</b>	Des sollicitations supplémentaires du barrage peuvent résulter de l'accumulation de sable et de gravier dans la retenue.
<b>Séismes</b>	Les secousses créées par des tremblements de terre imposent au barrage des forces alternées rapides ainsi que des surpressions hydrodynamiques importantes sur le parement de barrages.

***CHAPITRE II :***

***Revue***

***Bibliographique***

## Historique:

Les méthodes d'analyse simplifiée de la réponse sismique des barrages sont très utiles aux ingénieurs. Ces méthodes sont d'ailleurs reprises dans les recommandations de calcul. Les pressions hydrodynamiques entrant dans les calculs de barrages sont couramment évaluées en utilisant le concept de la masse ajoutée de Westergaard proposée en 1933 [20]. La solution harmonique de Westergaard est basée sur l'hypothèse de barrage rigide à parement vertical. Elle est limitée à une gamme des fréquences d'excitation déterminée à partir de la fréquence propre du mode fondamentale du réservoir. Chopra en 1967 [22] a développé une méthode applicable pour toute la gamme des fréquences d'excitation. La restriction de l'hypothèse de barrage rigide a été levée dans une autre solution semi-analytique qui utilise la superposition modale [20] pour inclure les déformations du barrage. D'autres solutions, ont par la suite été proposées, apportant chacune une contribution et une amélioration de la solution ou traitant un aspect particulier du problème. Les solutions de Westergaard et de Chopra fournissent les pressions hydrodynamiques générées par des vibrations harmoniques imposées aux niveaux du parement amont du barrage. Le parement est supposé vertical et la condition de pression nulle loin de l'interface est respectée en faisant tendre vers l'infini la coordonnée horizontale  $x$ . La solution de Humar et Roufaïel [23] permet de considérer le réservoir avec une largeur finie et d'inclure à une distance  $x = L$  la condition à la limite de Sommerfeld (la condition de réflexion d'onde). Par ailleurs, ces auteurs proposent à partir de leur solution une condition de radiation fonction de la fréquence de l'excitation. Les effets d'absorption d'onde par le fond du réservoir sont inclus dans la solution de la référence [24] qui reprend celle de Fenves et Chopra [25, 5]. Elle est obtenue dans le domaine fréquentiel et fournit une expression de la pression comportant 12 termes fonctions de la fréquence. Dans cette solution, le barrage est supposé rigide et le parement amont vertical.

L'inclinaison du parement amont est prise en compte dans la solution de Chwang [26] pour laquelle la compressibilité du réservoir a été négligée.

Une réponse transitoire à une excitation quelconque incluant les déformations du barrage a été développée par Lee et Tsai [27] en utilisant les transformées de Laplace.

Dans ce chapitre, nous présenterons quelques perspectives réalisées dans le but d'une analyse des pressions hydrodynamiques au droit de l'interface amont des barrages engendrée par un tremblement de terre.

### 1. Introduction:

L'analyse du comportement dynamique des barrages présente un certain nombre de traits indépendant du type du barrage. Il dépend tout d'abord des propriétés de la fondation d'où il y résulte un couplage dynamique au cours d'un séisme entre le barrage et la fondation. La deuxième particularité des barrages est le poids de fluide contenu dans le réservoir, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction dynamique entre l'eau de réservoir et le barrage. Ce phénomène est particulièrement significatif pour les barrages en béton.

Donc une analyse de la réponse sismique des structures telles que les barrages, les réservoirs de stockage et les structures offshore, nécessite la considération des

effets d'interaction fluide-structure et, dans quelques circonstances, de la compressibilité de l'eau. Ces effets peuvent introduire des modifications substantielles dans les caractéristiques modales de la structure, telles que les fréquences des modes propres de vibrations. La première solution au problème des pressions hydrodynamiques sur les barrages ayant un parement amont vertical exposé à un mouvement horizontal et harmonique du sol a été publiée pour la première fois par WESTERGAARD en 1933. Depuis, beaucoup de recherches sont apparues sur ce sujet dans lesquelles différents aspects du problème ont été pris en compte qui permet de mettre en évidence l'influence non négligeable de :

- ▲ La compressibilité de l'eau.
- ▲ La déformabilité de la structure du barrage.
- ▲ La direction de la vitesse de propagation de l'onde sismique.
- ▲ La dissipation de l'énergie sismique dans le fluide.
- ▲ La génération d'ondes gravitaires de surface.
- ▲ Le mouvement vertical du sol pour les barrages de dimensions moyen.

Le problème de détermination de la pression hydrodynamique en cas de tremblement de terre est une partie essentielle pour évaluer la stabilité sismique des structures :

- ▲ Formulation du problème.
- ▲ Recherche d'un système acceptable d'hypothèses concernant :
  - Le type de barrage et les différentes formes qui en découlent.
  - La nature de la fondation.
  - La nature du tremblement de terre (surtout son sens de propagation).
- ▲ Recherche de modèles mathématiques.

## 2. La méthode de masse ajoutée de Westergaard (effet d'inertie):

La première approche de ce problème a été abordée par WESTERGAARD, qui a calculé la répartition des pressions sur un écran vertical limitant un réservoir semi-infini de profondeur constante dans l'hypothèse d'un mouvement horizontal harmonique de l'écran de période  $T$ .

Dans le cas d'une modélisation en éléments finis, l'effet du fluide non compressible peut être simplement pris en compte par ajout d'une masse équivalente à chaque nœud de contact barrage-fluide du parement amont, donc selon la structure, le fluide peut introduire :

- ▲ Un effet d'inertie (qui s'ajoute à l'inertie de la structure).
- ▲ Un effet de compressibilité (qui produit des modes de résonance).
- ▲ Un effet de viscosité (qui produit un facteur d'amortissement ajouté).

Selon WESTERGAARD, l'effet du fluide sur la structure est caractérisé par l'adjonction à la matrice masse de la structure d'une matrice des masses ajoutées, pour cela, il a proposé de représenter le volume d'eau par un tronçon de parabole. Les hypothèses sur lesquelles repose cette méthode :

- ▲ Le barrage est rigide.
- ▲ La face amont est un plan vertical.

- ▲ Le liquide est compressible.
- ▲ Le réservoir est étendu à l'infini dans la direction amont.
- ▲ les vibrations sismiques sont supposées harmoniques horizontales de direction perpendiculaire au parement amont du barrage.

Donc Lors de son déplacement vers l'amont provoqué par un séisme, le barrage bute contre l'eau de la retenue. La force d'inertie de l'eau va engendrer une surpression hydrodynamique sur le parement amont du barrage, dont Westergaard a formulé une relation parabolique en fonction de la profondeur, défini par l'expression suivante:

$$P(y) = \frac{7}{8} \times \rho_{\omega} \times \alpha \times \sqrt{H \times y} \quad (\text{II.1}).$$

Avec:

$P$ : Surpression au droit de l'interface amont de barrage.

$\rho_{\omega}$ : La masse volumique du l'eau.

$H$ : Le niveau d'eau du réservoir (la profondeur de la retenue).

$y$ : La profondeur considérée.

$\alpha$ : Coefficient d'accélération sismique horizontal au niveau de site.

La force totale appliquée sur une tranche de largeur unité est alors égale à :

$$F = \frac{7}{12} \times \rho_{\omega} \times \alpha \times H^2 \quad (\text{II.2}).$$

Elle s'applique en un point situé au 2/5 de la hauteur en partant du bas.

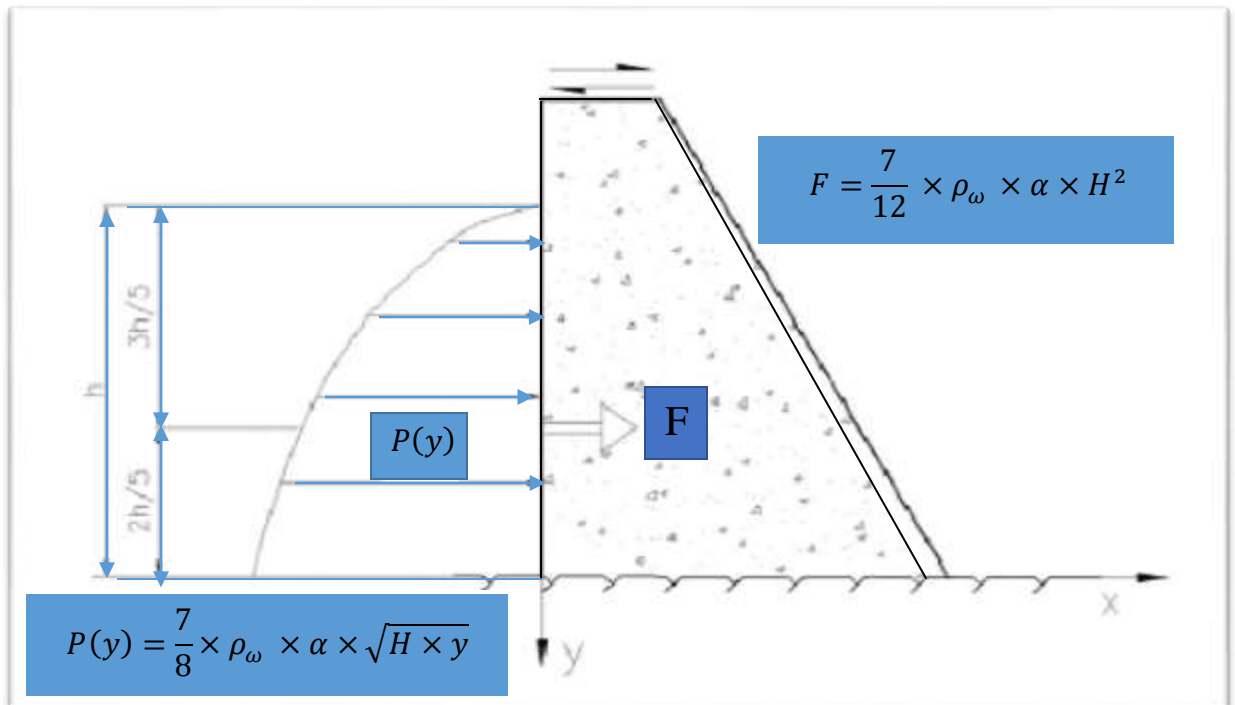


Figure 2.1 : Poussée de Westergaard.

La solution exacte donnée par WESTERGAARD est exprimée sous forme d'un développement en série de fonctions sinusoïdales et le résultat sont exprimé de la manière suivante:

- Les pressions sont les mêmes comme si un certain corps d'eau est forcé à se mouvoir en solidaire avec le barrage alors que le reste du réservoir est inactif. la forme du corps d'eau est montrée approximativement par la figure 2.1

Les mouvements impliqués dans le fluide étant petits, leurs équation descriptives sont simple et de type linéaire.

Elles peuvent être exprimées d'une façon analogue à la théorie de l'élasticité comme équation d'élasticité sans cisaillement ( $P = -\sigma$ ).

Les forces agissant sur un élément de volume  $dx dy dz$  sont exprimées en termes de tenseur de contrainte  $\sigma$  qui doit être superposé à la pression hydrostatique existante avant la perturbation.

Le problème revient à trouver en tout point du fluide la contrainte  $\sigma$  (excès de pression) qui satisfait les équations suivante :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho_{\omega} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \rho_{\omega} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (\text{II.3}).$$

Avec : u.v. : désigne le déplacement le long de x, y respectivement.

$$\text{et} \quad \sigma = K \varepsilon \quad (\text{II.4}).$$

$K$ : module de compressibilité volumique du fluide.

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}, \text{ ce qui induit donc à : } \sigma = K \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (\text{II.5}).$$

Si on suppose que le barrage se déplace durant le séisme avec un simple mouvement d'excitation harmonique de période T et d'accélération maximale  $\alpha$  de la forme:

$$U_0 = -\alpha g \frac{T^2}{\pi^2} \times \cos \frac{2\pi}{T} \quad (\text{II.6}).$$

La solution après plusieurs étapes données dans la référence [9,24] est :

$$\sigma = -8 \alpha \rho_{\omega} g \frac{h}{\pi^2} \times \cos 2\pi \frac{t}{T} \sum_{1,3,5\dots}^n \frac{1}{c_n} \frac{e^{-q_n}}{n^2} \sin \frac{n\pi y}{2h} \quad (\text{II.7}).$$

$$\text{Ou: } C_n = \sqrt{1 - \frac{16\rho h^2}{n^2 K T^2}} = \sqrt{\left[1 - \frac{1}{n^2} \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right]} \quad \text{avec } T_0 = 4H/C$$

$$q_n = n\pi \frac{c_n x}{2h} \quad (\text{II.8}).$$

Avec : h: hauteur de fluide.

Donc la distribution de la surpression hydrodynamique au droit de la face amont de barrage pour  $t=0, T, 2T, \dots$  est donnée par la relation suivante :

$$P(y) = -\sigma \parallel_{x=0} = \frac{8}{\pi^2} \alpha \rho_{\omega} g h \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin(n \pi \frac{y}{2h}) \quad (\text{II.9}).$$



Avec :

$P$ : Surpression au droit de l'interface amont de barrage.

$\rho_w$ : La masse volumique de l'eau.

$H$ : Le niveau d'eau dans le réservoir (la profondeur de la retenue).

$y$ : La profondeur considérée.

$\alpha$ : Coefficient d'accélération sismique horizontal au niveau de site.

$T$ : Période du mouvement de l'écran, supposé harmonique.

$T_0$ : Période propre du réservoir.

$C$ : Célérité des ondes de compression dans l'eau ( $C \cong 1440$  m / s).

Qu'on peut écrire sous la forme :

$$P = C_p \alpha \rho_w g h \quad (\text{II.10}).$$

$$\text{Avec : } C_p = \frac{8}{\pi^2} \sum_{1,3,5}^n 1/n^2 c_n \sin(n \pi \frac{y}{2h}) \quad (\text{II.11}).$$

Où  $C_p$  représente le coefficient de surpression hydrodynamique.

Dans le cas où la compressibilité de l'eau peut être légitimement négligée, on peut établir une expression approchée du résultat indépendante de la période de vibration de l'écran ( $T_0 \ll T$ ). L'effet de compressibilité engendre un effet d'amortissement quand la structure baigne dans un fluide infini. L'amortissement correspond à l'absorption des ondes acoustiques à l'infini. Cet effet est toujours très faible par rapport aux autres amortisseurs rencontrés dans les structures. Westergaard a enfin résumé ses travaux par une autre conclusion importante. Elle consiste en la mise en évidence de l'effet de masse ajoutée, effet rapporté par d'autres références (Hug, 1975 ; Rhyning, 1985).

C'est ainsi qu'il conclue que les résultats auxquels il a abouti étaient les mêmes que si une certaine masse d'eau vibrait collée au corps du barrage alors que le reste du réservoir est inactif. En effet, dans un mouvement accéléré du corps, la théorie du fluide parfait met en évidence un effort qui correspond à l'énergie mécanique fournie au fluide que l'on met également en mouvement. C'est cet effet donc qui conduit à la notion de masse ajoutée d'un corps en mouvement accéléré dans un fluide (Hug, 1975).

### 3. La solution analogique de ZANGAR :

L'analogie électrique est l'une des méthodes de modélisation physique utilisées en hydrodynamique. Le principe de base est d'établir une analogie entre le phénomène étudié et le phénomène électrique ayant la même expression mathématique (champs dérivants de potentiels harmoniques) et plus facile à mesurer.

L'influence de l'inclinaison du parement amont sur la distribution des pressions hydrodynamiques dans les mêmes conditions de mouvement harmonique que la méthode de Westergaard a été évaluée par ZANGAR (1950-1951) en 2-D puis développés par Zienkiewicz

et Nath 1962 en 3-D. Dans ces travaux les hypothèses classiques principales sont l'incompressibilité de l'eau, sa non viscosité, une structure rigide barrage et fondation et l'absence des perturbations de la surface libre ou d'ondes de surface. En effet, les méthodes analogiques permettent l'analyse des problèmes par rapprochement entre phénomènes différents qui répondent aux mêmes formes d'équations mathématiques. Ils sont adoptés pour résoudre les problèmes complexes de manière expéditive.

### 3.1. Formulation de problème de ZANGAR :

Pour des considérations physiques expérimentales et à cause du caractère de l'impulsion sismique, ZANGAR a supposé que l'eau est incompressible de telle sorte que l'équation aux dérivées partielles gouvernant le champ de pressions se réduit à l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 P = 0 \quad (\text{II.12}).$$

Cette expression de forme elliptique gouverne la propagation des ondes dans un milieu élastique incompressible. L'expression de Laplace gouverne aussi l'étude du champ permanent en électricité.

Il résulte, de cette similitude d'équations gouvernant les champs des pressions hydrodynamiques et de courant électrique, la possibilité à travers un dispositif expérimental approprié de déduire le champ des pressions hydrodynamiques directement à partir de la détermination du potentiel électrique.

### 3.2. Dispositif expérimental :

Pour réaliser ces essais expérimentaux par l'analogie électrique, ZANGAR a conçu un modèle de cuve (avec un matériaux isolant comme le verre ou l'ardoise) de dimensions (80x5x20 en cm.) comme illustré dans la (figure 2.2.), il a réalisé 8 cuves correspondant aux valeurs des fractions  $c$  des hauteurs inclinées de  $h/4$ ,  $h/2$ ,  $3h/4$  et  $h$  et des angles au sommet  $\theta_1$ , intersection fluide-structure, de  $30^\circ$  à  $60^\circ$  par pas de  $15^\circ$  pour simuler les différentes formes du parement amont du barrage (figure 2.3. ).

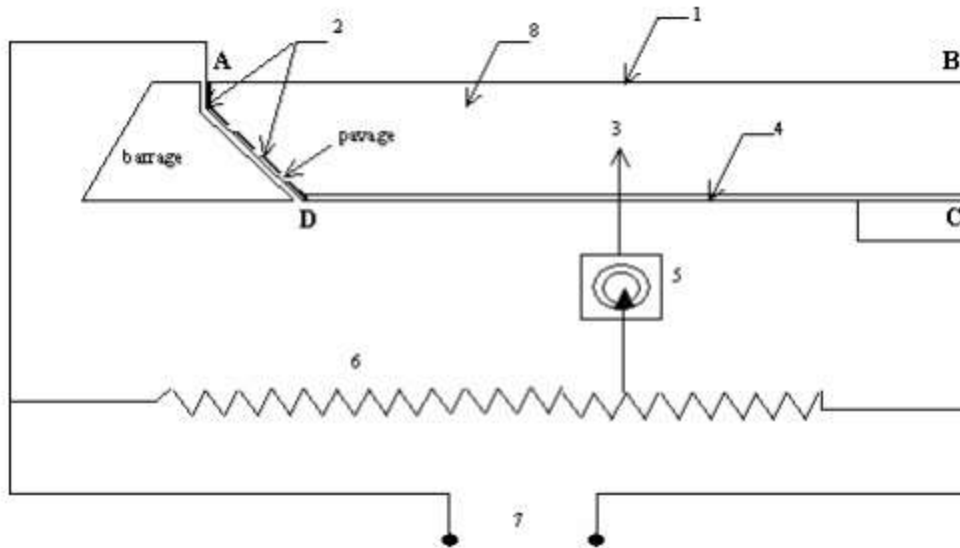


Figure 2.2 : Dispositif expérimental.

1. Surface libre du réservoir.
2. Face amont du barrage (variation linéaire du potentiel).
3. Sonde.
4. Base du réservoir (électrode à potentiel constant).
5. Galvanomètre (G).
6. Rhéostat (R) (résistance tarudé).
7. alimentation: Générateur d'électricité.
8. Electrolyte.

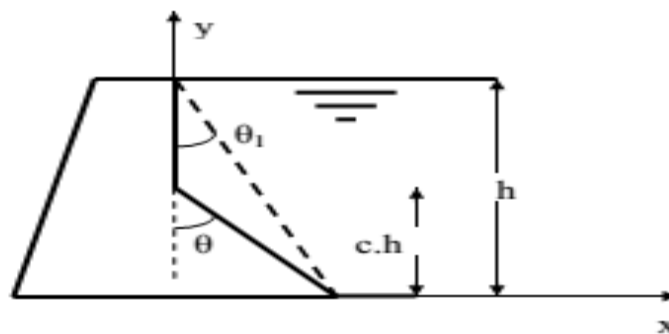


Figure 2.3 : Schéma de l'interface Fluide-Structure.

La limite AD représentant le parement amont du barrage est placée à l'extrémité gauche de la cuve figure 2.2. Zangar a enroulé cette limite avec du fil de nichrome dans le but d'obtenir un potentiel à variation linéaire.

### 3.3.Détermination des surpressions:

Les résultats expérimentaux effectués par ZANGAR ont été utilisés pour élaborer un modèle de calcul dans lequel la période de l'excitation n'est pas prise en compte. La surpression hydrodynamique sur le parement amont vertical d'un barrage est donnée analy-

tiquement par l'expression (II.10), où  $C_p$  représente le coefficient de surpression hydrodynamique à la profondeur caractérisée par  $y/h$ . La formule expérimentale proposée par Zangar est donnée par la relation suivante:

$$P(y) = \frac{1}{2} \alpha \rho_w g h C_m \left[ \frac{y}{h} \left( 2 - \frac{y}{h} \right) + \sqrt{\frac{y}{h} \left( 2 - \frac{y}{h} \right)} \right] \quad (\text{II.13}).$$

Avec :  $C_m$  : coefficient des pressions maximal qui est donnée par la figure 2.4.

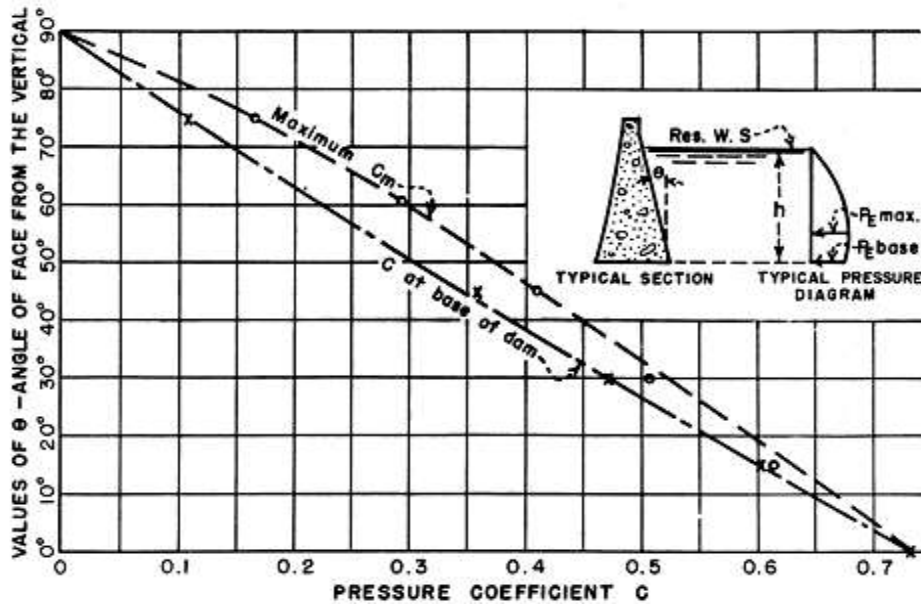


Figure 2.4 : Coefficient de pression  $C_m$ . [28]

#### 4. La solution semi-analytique de Chopra-Chakrabarti :

Dans les développements précédents l'ensemble fondation-structure était considéré rigide durant les vibrations. Ceci reste approximativement valable tant que la fréquence du séisme est largement inférieure à la fréquence propre de l'ouvrage.

Chopra et Chakrabarti ont développé une procédure de calcul dite semi-analytique, dont le système barrage-réservoir est alors subdivisé en deux sous-structures.

- Le barrage est considéré comme étant flexible, modélisé par la méthode des éléments finis.
- le réservoir est modélisé par un milieu continu semi-infini régi par l'équation d'onde résolue analytiquement, le nom de la procédure semi-analytique.

Cette méthode permet de prendre en compte l'influence du réservoir sur les caractéristiques vibratoires de la structure, et donc la réponse du système couplé une à une excitation sismique. La méthode est basée sur les hypothèses suivantes:

- Le mouvement du système barrage-réservoir est considéré bidimensionnel, c'est-à-dire qu'il est le même pour n'importe quelle section verticale perpendiculaire à l'axe de barrage.

- Le parement amont est vertical.
- Le réservoir caractérisé par un fond horizontal, remplie a une hauteur h qui s'étend vers l'infini.
- l'eau est supposée linéairement compressible non visqueux.
- L'effet des ondes de surface libre de l'eau est négligé, l'erreur associée est considérée comme petite.

Le principe est de résoudre l'équation d'équilibre dynamique obtenue par le modèle d'élément finis en ajoutant aux forces sismiques les forces hydrodynamiques. Donc tout le problème revient à quantifier ces forces.

L'équation d'équilibre dynamique s'écrit sous la forme :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M_s]\{\ddot{X}\} + \{F_h\} \quad (\text{II.14}).$$

La force hydrodynamique  $F_h$  est donnée par:

$$\overline{F}_h(\omega) = \overline{F}_0(\omega) + \sum_{k=1}^m \overline{Y}_k(\omega) \overline{F}_k(\omega) \quad (\text{II.15}).$$

Avec:  $\overline{Y}_k(\omega)$ : amplitude de l'accélération généralisée.

$(U(t) = \sum_{k=1}^m \phi_m Y_m(t), \phi_m$  : Vecteur forme correspondant au mode m).

$\overline{F}_0$  et  $\overline{F}_k$  : correspondent respectivement aux pressions  $\overline{P}_0(y, \omega)$  et  $\overline{P}_k(y, \omega)$  qui représente la solution de l'équation d'onde telle que:

$$\overline{P}(y, \omega) = \overline{P}_0(y, \omega)(\omega) + \sum_{k=1}^m \overline{Y}_k(\omega) \overline{P}_k(y, \omega) \quad (\text{II.15}).$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{P}_0(y, \omega) = \frac{4\rho}{\pi} \sum_1^n \frac{(-1)^n}{(2n-1) \sqrt{[\lambda_n^2 - (\frac{\omega^2}{c^2})]}} \cdot \cos \lambda_n Y \\ \overline{P}_k(y, \omega) = \frac{-2\rho}{h} \sum_1^n \frac{I_{kn}}{\sqrt{[\lambda_n^2 - (\frac{\omega^2}{c^2})]}} \cdot \cos \lambda_n Y \end{array} \right. \quad (\text{II.16}).$$

Dans lesquelles :  $\begin{cases} \lambda_n = (2n-1)\pi / 2h \\ I_{kn} = \int_0^h \phi_k \cdot \cos \lambda_n y dy \end{cases}$

Et la distribution des pressions hydrodynamique dans le temps est donnée par :

$$P(t) = \overline{P}(\omega) \cdot e^{i\omega t} \text{ qui a été prise comme solution de l'équation d'onde } \nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \ddot{P} = 0$$

Ayant comme condition aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial y}(x, 0, t) = 0 \\ P(x, h, t) = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial x}(0, y, t) = -\rho \left[ 1 + \sum_{k=1}^n \phi_k(y) \cdot \bar{Y}_k(\omega) \right] \cdot e^{i\omega t} \end{array} \right. \quad (\text{II.17}).$$

***CHAPITRE III :***

***Modélisation***

***de***

***Réservoir***

## 1. Introduction :

On peut considérer que la construction de modèles -la modélisation- comme l'une des composantes fondamentales de la démarche scientifique. Elle concerne tout système que nous cherchons à maîtriser. Un modèle possède deux caractéristiques Principales :

- Il est une simplification d'un système donné.
- Il permet une action sur ce système.

On modélise pour apporter, d'une manière ou d'une autre, une solution à un problème identifié comme tel. Cette notion de modèle permet d'aborder sous un autre angle les questions liées aux processus de représentation. Le processus de modélisation peut être considéré comme une forme particulière d'opérationnalisation de la représentation. Cette forme particulière se caractérise par la mise en œuvre de ce que nous appellerons un outil de modélisation.

## 2. Propriétés d'un fluide :

### 2.1 Notion de fluide :

Les fluides sont des substances capables de s'écouler et de prendre la forme du récipient qui les contient, ils continuent à se déformer, même sous sollicitations constantes, on regroupe sous cette appellation les gaz qui sont l'exemple des fluides compressibles et les liquides qui sont des fluides peu compressibles.

Les liquides et gaz habituellement étudiés sont isotropes, mobiles et visqueux. La propriété physique qui permet de faire la différence entre les deux est la compressibilité, l'isotropie assure que les propriétés sont identiques dans toutes les directions de l'espace, la mobilité fait qu'ils n'ont pas de forme propre et qu'ils prennent la forme du récipient qui les contient.

**Un fluide est dit newtonien** lorsque le tenseur des contraintes visqueuses est une fonction linéaire du tenseur des taux de déformation. Le facteur de proportionnalité se nomme viscosité, il est constant et indépendant du taux de cisaillement, pour la plus part des fluides usuels et dans les conditions standards cette hypothèse est très satisfaisante.

En rhéologie et de manière simple, **un fluide non newtonien** correspond à un fluide dont la viscosité  $\eta$  dépend du taux de cisaillement. Concrètement lorsqu'on soumet un tel matériau à une contrainte de cisaillement  $\sigma$ , la réponse de ce fluide n'est pas proportionnelle, ce qui serait le cas pour un fluide newtonien.

### 2.2 Masse volumique, densité et viscosité d'un fluide:

**La masse volumique d'un corps** est le rapport entre la masse et le volume occupé.

Notée  $\rho$ , elle s'exprime en  $\text{kg/m}^3$ . Pour un fluide incompressible, elle est constante. Elle est fonction de la température.

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3 \text{ pour l'eau à température ordinaire}).$$



**La densité d'un corps** est le rapport de la masse volumique de ce corps à la masse volumique de l'eau. Il s'agit donc d'une grandeur sans dimension et la densité de l'eau est égal à 1.

**La viscosité** se définit comme la résistance opposée par le fluide à sa mise en mouvement. Plus le fluide est visqueux, plus il s'oppose à sa mise en mouvement.

### 2.3 Coefficient de compressibilité:

La compressibilité d'un corps représente la variation relative de volume du corps en réponse à une variation de pression. On définit le module de compressibilité à température constante  $\chi_T$  à partir de la variation relative de volume et de la variation de pression:

$$\chi_T = \frac{\Delta V/V}{\Delta P}$$

Il s'exprime en  $\text{Pa}^{-1}$

Pour l'eau, on a  $\chi_T = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ . Le mercure est 13,3 fois plus compressible et l'alcool éthylique 2,3 fois moins compressible que l'eau. D'une manière générale, les liquides sont très peu compressibles.

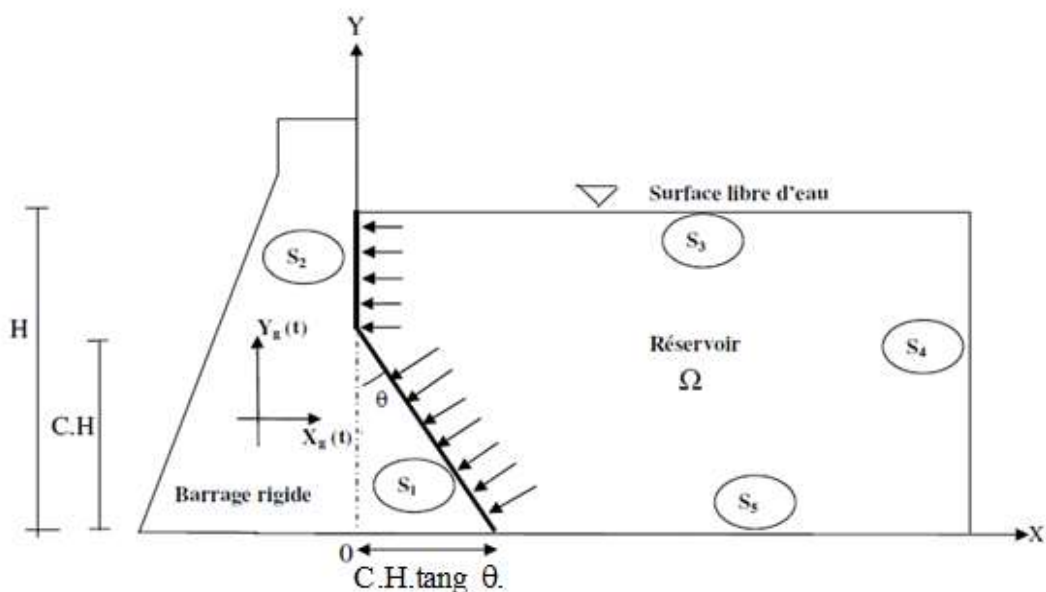
#### Remarque :

Pour un solide élastique, on montre que :  $\chi_T$

Pour un acier ( $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ), on a :  $\chi_T = 0,05 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ .

### 3. Modélisation du réservoir :

On considère un barrage infiniment rigide, ayant un fruit irrégulier. L'origine des coordonnées est située à la base du réservoir et la surface libre d'eau est désignée Par  $y=H$ .



**Figure 3.1:** Représentation du barrage et du réservoir avec les pressions hydrodynamiques réparties sur l'interface barrage –réservoir sous l'effet de chargement sismique.

On peut distinguer sur la figure 3.1 :

S1 : La partie inclinée de l'interface barrage-réservoir.

S2 : La partie verticale de l'interface barrage réservoir.

S3 : La surface libre du liquide dans le réservoir.

S4 : La frontière limite du réservoir.

S5 : Le fond du réservoir.

S=S1+S2+S3+S4+S5: Contour total du reservoir.

Pour une description Complete, L'équation de Navier-Stokes exprimant l'équilibre dynamique des fluides en mouvement doit être associée à l'équation de conservation de la masse ainsi que l'équation d'état.

### 3.1 Equation de Navier-stokes :

Dans le cas d'hypothèses où l'eau du réservoir est supposée comme un fluide linéairement compressible, non visqueux et subit du mouvement de petites amplitudes la pression en chaque point a une valeur unique et parfaitement définie.

En hydrostatique, les équations d'équilibre d'un parallélépipède élémentaire pris dans une masse de liquide au repos c'est -à- dire soumis à l'action :

- a) des forces extérieures (forces de volumes).
- b) des pressions latérales (forces de surface).

En considérant la force extérieure  $\vec{F}$  de composantes X, Y, Z agissant sur l'unité de masse liquide, l'équation d'équilibre hydrostatique s'écrit :

$$\frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } P} = \vec{F} \quad (\text{III.1})$$

En hydrodynamique il suffit donc d'ajouter au second membre la force d'inertie par unité de masse, c'est-à-dire au signe près l'accélération absolue, soit  $-\vec{\gamma}$ , ce qui conduit à l'équation fondamentale :

$$\frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } P} = \vec{F} - \vec{\gamma} \quad (\text{III.2})$$

Pour un fluide non visqueux ces équations générales du mouvement sont communément appelées équations d'Euler. Pour notre étude cette équation se simplifie à l'équation suivante :

$$\frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } P} = -\vec{\gamma} \quad (\text{III.3})$$

Ou bien :

$$-\rho_f \dot{v} = \nabla p \quad (\text{III.4})$$

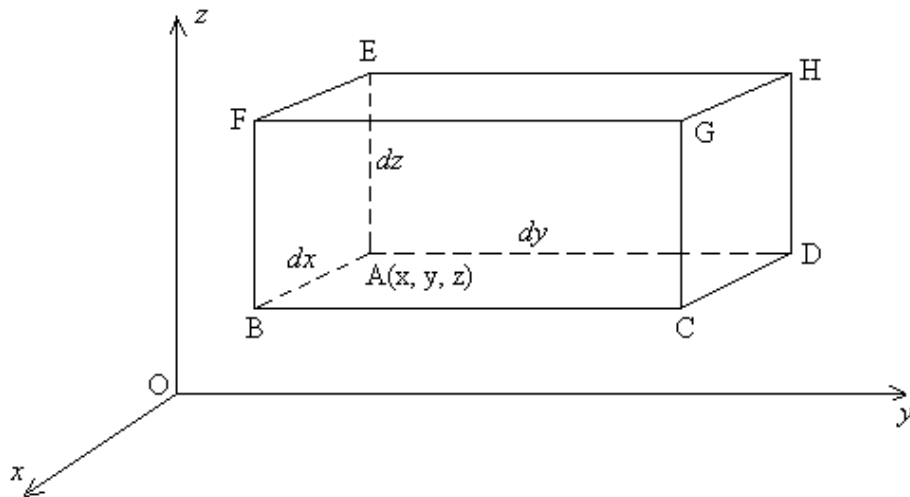
La projection de cette équation vectorielle sur les axes fournit les trois équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \frac{\partial w}{\partial t} \end{array} \right. \quad (\text{III.5})$$

### 3.2 Équation de continuité :

Elle exprime que le fluide est continu, c'est-à-dire qu'il ne peut y avoir dans aucune partie du fluide ni apport extérieur, ni prélèvement de matière. La masse se conserve au cours de l'écoulement.

Pour établir cette équation, considérons un parallélépipède élémentaire de fluide de volume  $dx dy dz$ .



**Figure 3.2:** parallélépipède élémentaire de fluide de volume  $dx dy dz$

Pour un intervalle de temps  $dt$ , une masse de fluide traverse la face ABCD, cette quantité est égale à :

$$(dy dz) \cdot (u \rho) \cdot dt = (\rho u) \cdot (dy dz dt) \quad (\text{III.4})$$

Il sort par la face parallèle une masse de fluide qui est égale à la masse entrée augmentée de sa différentielle partiel par rapport à x.

La masse qui sorte est donc :

$$\left( \rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx \right) dy dz dt \quad (\text{III.7})$$

L'accroissement de masse du parallélépipède correspondant au mouvement du fluide à travers les deux faces envisagées est obtenu par la différence des deux expressions, soit :

$$-\frac{\partial \rho u}{\partial x} dx dy dz dt \quad (\text{III.8})$$

L'accroissement de masse qui correspond aux mouvements à travers les autres faces peut être obtenu par un raisonnement similaire.

L'accroissement total de la masse de fluide dans le parallélépipède pendant un temps dt est en définitive :

$$-\left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad (\text{III.9})$$

Puisque la masse du parallélépipède est restée constante pendant le temps dt, cet accroissement de masse est obligatoirement égal à l'accroissement de la masse volumique multiplié par le volume, soit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz \quad (\text{III.10})$$

D'où l'égalité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt = -\left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad (\text{III.11})$$

Ou

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \quad (\text{III.12})$$

Que l'on écrit généralement sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{III.13})$$

Ou

$$\dot{\rho}_f + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{III.14})$$

C'est l'équation de continuité pour un fluide parfait.

L'équation d'état est écrite sous la forme :

$$d\rho_f = \frac{\rho_f}{K} dp ; \dot{\rho}_f = \frac{\rho_f}{K} \dot{p} \quad (\text{III.15})$$

Où  $K = \frac{1}{\chi_T}$  et  $\chi_T$  est le coefficient de compressibilité de l'eau.

La substitution de (III.14) dans (III.15) donne :

$$\frac{\rho_f}{K} \dot{p} + \rho_f \nabla_v = 0 \quad (\text{III.16})$$

La multiplication de (III.4) par  $\nabla$  et la dérivation de (III.16) par rapport au temps donne respectivement :

$$\rho_f \nabla \dot{v} + \nabla^2 p = 0 \quad (\text{III.17})$$

$$\rho_f \nabla \dot{v} + \frac{1}{c^2} \ddot{p} = 0 \quad (\text{III.18})$$

Dans lequel :

$$c = \sqrt{k/\rho}$$

$c$  désigne la célérité des ondes de compression dans l'eau  $c \approx 1440$  m/s.

L'élimination de la variable  $v$  du système d'équation (III.17) et (III.18) conduit à l'équation d'onde régissant le comportement de la perturbation des pressions à l'intérieur du réservoir.

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \ddot{p} = 0 \quad (\text{III.19})$$

L'équation précédente peut être écrite sous la forme :

$$A \nabla^2 p + B \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + C \ddot{p} = 0 \quad (\text{III.20})$$

Les solutions du polynôme caractéristique de cette équation sont réels ( $B^2 - 4AC > 0$ ), et l'on dit que l'équation aux dérivées partielles est **hyperbolique**.

### 3.3 Conditions aux limites :

Deux types de conditions aux limites sont imposés pour résoudre l'équation aux dérivées partielles régissant le système.

#### ➤ Conditions de type Dirichlet :

En mathématiques, une condition aux limites de type Dirichlet est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les limites du domaine. (Limites  $S_3$  et  $S_4$ )

➤ **Conditions de type Neuman :**

En mathématiques, une condition aux limites de type Neumann est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs des dérivées que la solution doit vérifier sur les limites du domaine. (Limites  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_5$ ).

Les conditions aux limites nécessaires pour bien poser le problème sont :

- Sur l'interface  $S_1$ , on suppose qu'une liaison parfaite entre les deux milieux lie les particules fluides à celles des particules solides.

Cette hypothèse permet d'écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \ddot{U}_n \quad |S_1$$

Où  $\ddot{U}_n$  désigne la projection des accélérations des particules solides sur la normale à la face amont du barrage.

- sur le fond  $S_5$ , on considère que le fond du réservoir et le séisme sont horizontaux, cette hypothèse permet d'écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad |S_5$$

- pour la surface libre  $S_3$ , on néglige les ondes de surface et considère la pression égale à la pression atmosphérique ( $p=0$ ) alors :

$$P = 0 \quad |S_3$$

- sur la limite  $S_4$  considérer comme limite de troncature qui délimite le domaine du réservoir, l'hypothèse du non réflexion des ondes permet d'écrire :

$$P = 0 \quad |S_4$$

L'écriture mathématique du système en tenant compte des conditions aux limites est :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2 p - \frac{1}{C^2} \ddot{p} = 0 & |\Omega \\ \frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \dot{U}_n & |S_1 \\ \frac{\partial p}{\partial n} = 0 & |S_5 \\ P = 0 & |S_3 \\ P = 0 & |S_4 \end{array} \right.$$

#### 4. Formulation variationnelle:

L'application de la méthode des éléments finis exige une transformation des équations aux dérivées partielles en une formulation intégrale.

Le problème s'énonce comme suit :

Trouver la fonction P qui puisse satisfaire l'équation différentielle :

$$\begin{cases} A(P) = 0 \text{ sur les domaines } \Omega \\ B(P) = 0 \text{ sur les domaines } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

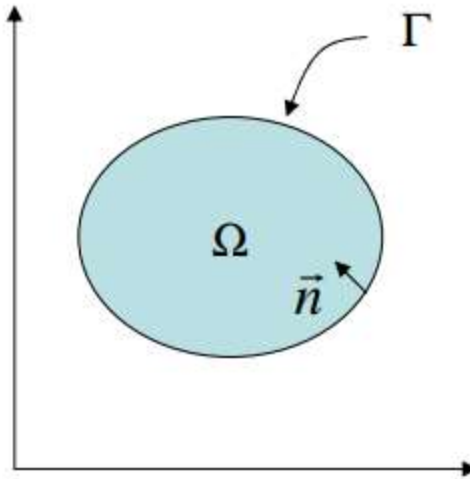


Figure 3.3: domaine de réservoir.

La méthode des résidus pondérés permet justement de passer d'un système d'équations aux dérivées partielles à une formulation intégrale en utilisant des fonctions de pondération.

L'équation (III.21) Devient :

$$\int_{\Omega} \Psi A(P) d\Omega = 0 \quad (\text{III.22})$$

Cette formulation est dite forte.

Il est à noter que toute solution  $\mathbf{P}$  de l'équation (III.21) vérifie l'équation (III.22) par contre la solution  $P$  qui satisfait l'équation (III.22) est une solution approximative de l'équation (III.21) elle ne satisfait pas  $A(P)=0$  en tout point du domaine.

L'intégration par partie de l'équation (III.22) permet de diminuer les conditions imposées à  $P$ , elle transforme la formulation forte en une formulation faible qui est de la forme :

$$\int_{\Omega} C(\Psi)D(P)d\Omega + \int_{\Gamma_1} E(\Psi)F(P) d\Gamma = 0 \quad (\text{III.23})$$

Les paramètres  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  contiennent des dérivées d'ordre moins élevé, d'où un choix plus large de  $P$ .

Pour formuler notre problème d'une manière variationnelle, on utilise la formulation faible de type galerkin avec une fonction test  $\delta p$  qui vérifie les hypothèses du théorème de Green-Ostogradski:

$$-\int_{\Omega_f} \delta \nabla \rho \nabla \rho d\Omega - \int_{\Omega_f} \delta \rho \ddot{p} d\Omega + \int_{S_f} \delta \nabla \rho \frac{\partial p}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{III.24}).$$

En remplaçant l'intégrale sur  $S_f$  par la somme des integrales sur le contour et en utilisant pour chacune d'elle la condition correspondante on obtient :

$$\int_{\Omega} \nabla \delta p \nabla p d\Omega + \int_{\Omega_f} \delta p \frac{1}{c^2} \ddot{p} d\Omega + \int_{\Gamma_1} \delta p \rho_f \dot{U}_n d\Gamma = 0 \quad (\text{III.25}).$$

Cette équation représente l'écriture finale de formulation variationnelle.



# ***CHAPITRE IV :***

***Maillage***

***et***

***Calcul d'intégrales***

## 1. Introduction :

Les sciences nous apportent dans le domaine de la mécanique des milieux continus, de la mécanique des fluides et de la thermique un ensemble de lois physiques qui peuvent être modélisées mathématiquement sous la forme d'équations aux dérivées partielles.

Le but est donc de trouver des méthodes permettant, avec efficacité, de résoudre ces équations. Une façon de les résoudre numériquement est d'utiliser la méthode des éléments finis.

- Etablir les équations aux dérivées partielles décrivant au mieux les milieux à étudier.
- Transformer ces équations compliquées en problème équivalent simple à l'aide d'une formulation variationnelle (formes intégrales).
- Effectuer une approximation par éléments finis pour cette formulation variationnelle.
- Résoudre le système algébrique donné par l'approximation par éléments finis afin d'obtenir une solution approchée.

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords de ce domaine. On parle couramment de conditions aux limites de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

La plupart du temps, tous les éléments d'un maillage sont différents. Ainsi, les fonctions de bases ne sont pas identiques sur les éléments. De plus, l'intégration des termes de raideur sur un élément de taille et d'orientation quelconque peut être compliquée. Alors tous les codes éléments finis utilisent la notion d'élément de référence.

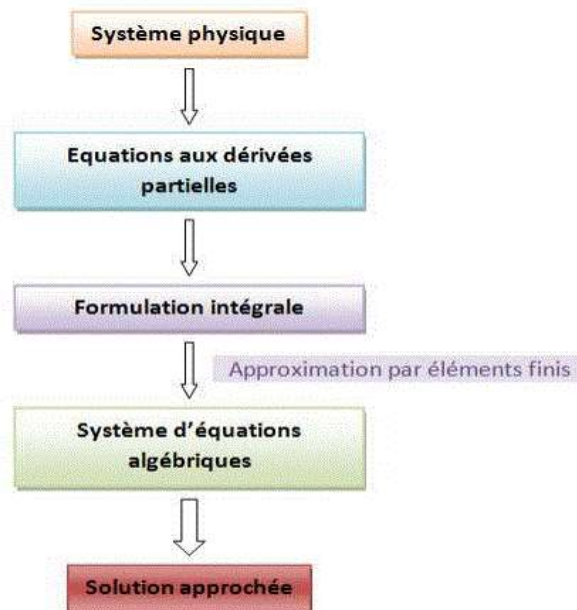


Figure 4.1: Démarche éléments finis

## 2. Types d'élément de maillage :

### 2.1 Le maillage :

La structure à étudier est remplacée par un ensemble d'éléments supposés liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés "points nodaux". Ces nœuds se trouvent aux coins des éléments ou tout le long de leur frontière comme le montre la figure 4.2.

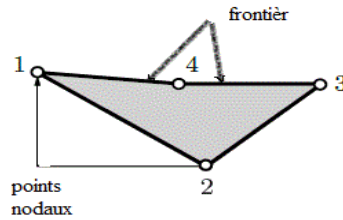


Figure 4.2:Élément d'un maillage.

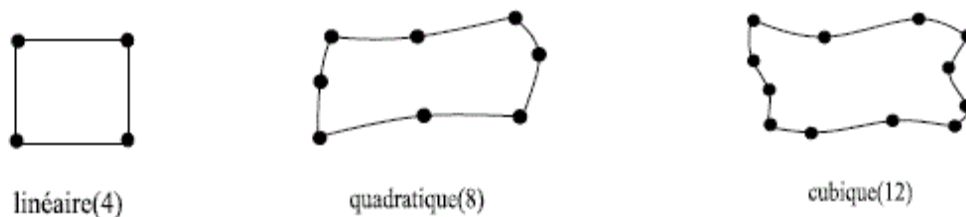
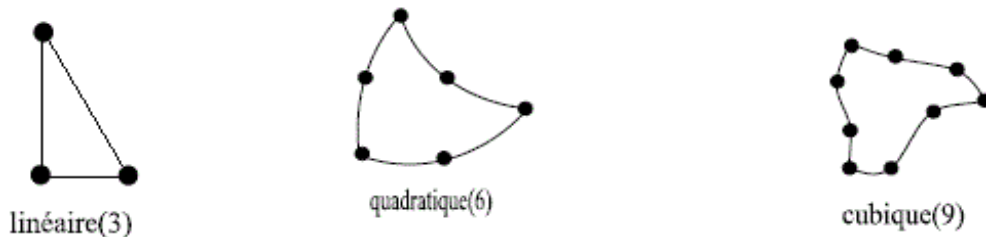
Le nombre de nœuds d'un maillage est directement relié à la taille du model de calcul par EF et par conséquent, au temps qui sera requis pour calculer les résultats.

En pratique, pour des calculs en 3D sur des structures même simple, le nombre de nœuds atteint très facilement une dizaine de milliers, voire des centaines de milliers de nœuds, certaines géométrie complexes requièrent encore beaucoup plus de nœuds.

Les types d'éléments utilisés pour la division de la structure dépendent de la géométrie de ces derniers. Ils peuvent être, unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels.



#### Eléments unidimensionnel



#### Elements bidimensionnels

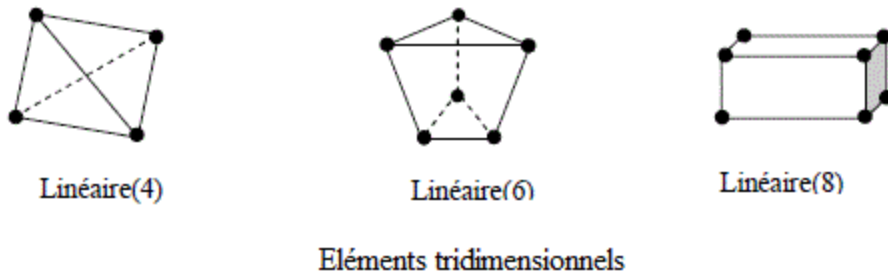


Figure 4.3: Quelques types d'éléments d'un maillage.

## 2.2 Caractéristique d'un élément de maillage :

La description d'un élément fini comprend les caractéristiques suivantes:

- **Géométrie:**

Un élément fini peut être 1D, 2D ou 3D sa forme est simple (figure 4.3)

- **Matériau:**

Le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope et ces propriétés physique  $E$  et  $\nu$ )

- **Nœud :**

Les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments aux autres. Ils occupent des positions stratégiques comme les extrémités, les sommets, les milieux des arêtes et les faces.

Lors d'une discrétisation d'un domaine géométrique quelconque, les règles suivantes doivent être respectées :

- Tout élément est d'intérieur non vide.
- Il ne doit pas exister de vides entre les éléments
- L'intersection de deux éléments distincts ne peut être que réduit à l'ensemble vide, un point, une arête dans le cas 2D ou une surface dans le cas 3D.
- Un nœud appartenant à deux éléments doit être défini dans chacun des deux.
- Les angles proches de  $0^\circ$  et  $180^\circ$  doivent être évités.

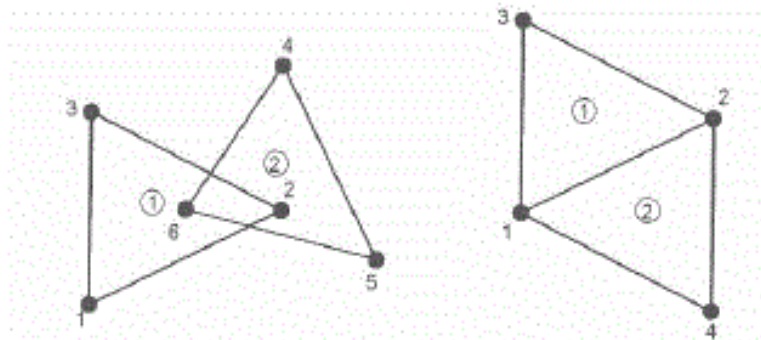


Figure 4.4: connexion entre deux éléments triangulaires

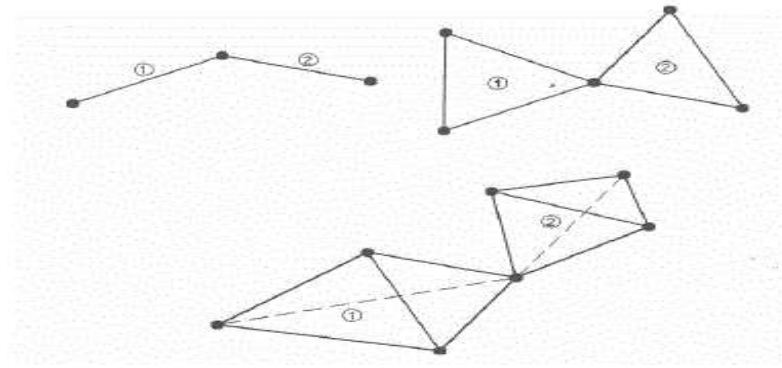


Figure 4.5: connexion entre deux éléments par nœuds communs.

### 3. L'élément de référence :

#### 3.1 Notion d'élément de référence :

La notion d'élément de référence est introduite dans le but de normaliser la définition analytique des éléments. Les fonctions de forme sont définies une seule fois dans le domaine de référence et peuvent être réutilisées pour chaque élément du domaine de discrétisation.

Un élément de référence est un élément de forme géométrique très simple repéré dans un espace de référence  $\xi(\xi, \eta)$  et pouvant être transformé en élément réel  $X(x, y)$  par une transformation géométrique  $\tau$ . Par exemple dans notre cas le maillage utilisé est triangulaire :

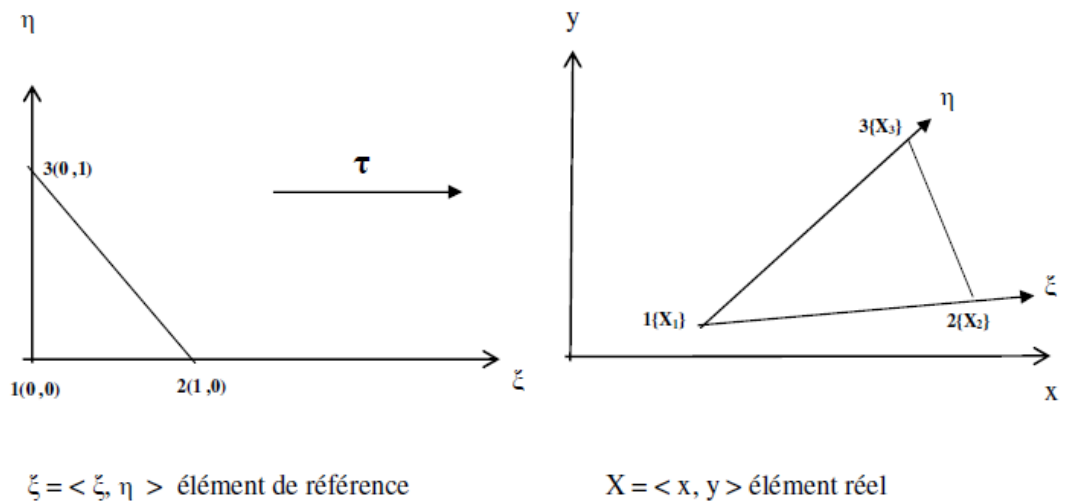
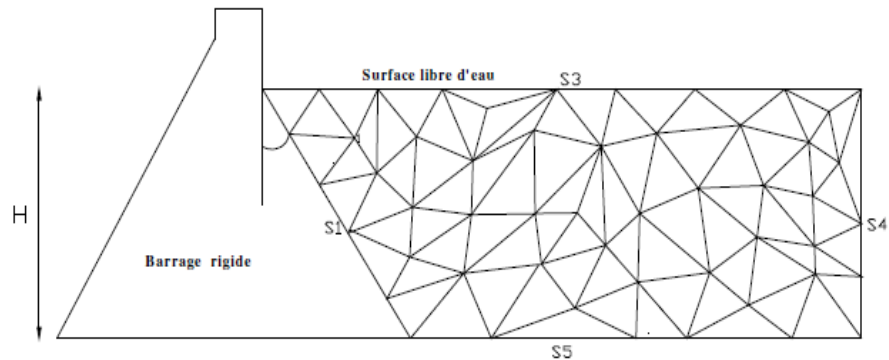


Figure 4.6: Elément de référence triangulaire linéaire.

Les nœuds géométriques de l'élément de référence correspondent aux nœuds géométriques de l'élément réel et chaque portion de frontière définie par deux nœuds géométriques dans l'élément de référence correspond à celle définie par les deux nœuds correspondants dans l'élément réel comme le montre la figure 4.6.



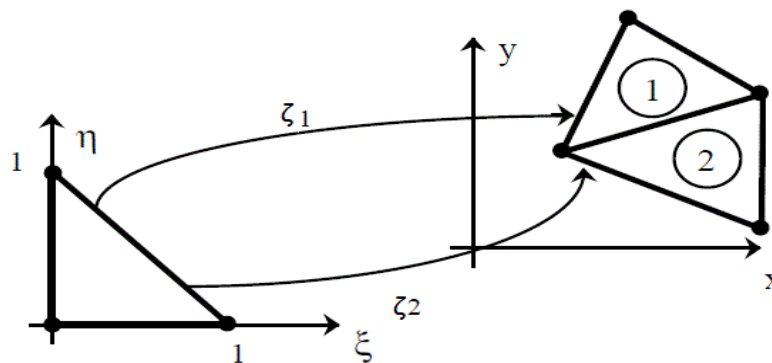
**Figure 4.7:**Maillage adopté pour la discrétisation du réservoir

En plus des conditions citées dans le paragraphe précédent la transformation  $\zeta$  doit être :

- Bijective en tout point  $\xi$  situé sur l'élément de référence correspondant, c'est à dire à tout point de l'élément de référence lui correspond un point de l'élément réel et un seul, et inversement.
- Un nœud appartenant à deux éléments doit être défini dans chacun des deux .

### 3.2 Transformation iso-paramétrique :

La méthode la plus simple pour déterminer les formules de transformation de coordonnées consiste à exploiter les fonctions de forme standards utilisées pour l'approximation des variables inconnues. Dans le cas où tous les nœuds géométriques sont utilisés à la fois pour l'interpolation des variables et pour la transformation des coordonnées, l'élément est dit isoparamétrique et les fonctions de forme s'identifient aux fonctions de transformation de coordonnées.



**Figure 4.8:**élément de référence isoparamétrique

Dans la pratique, les éléments isoparamétriques sont d'utilisation régulière.

En deux dimensions le cas de la présente étude, la transformation s'écrit :

$$\begin{cases} X = \langle N(\xi, n) \rangle \{X\} \\ y = \langle N(\xi, n) \rangle \{y\} \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où  $N$  est le vecteur ligne des fonctions de forme standard exprimées dans le repère de référence en fonction de  $\xi$  et  $n$ . Les coordonnées naturelles des nœuds géométriques sont regroupées en deux vecteurs colonnes  $\{X\}$  et  $\{y\}$ .

Avec la définition de la transformation géométrique par les fonctions de forme, l'expression des dérivées et des intégrales en fonction des coordonnées de référence ainsi que leur évaluation pratique peut se faire par le biais du jacobien de l'élément réel. En deux dimensions la relation (4.1) permet d'écrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial n} = \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} \end{cases}$$

Qui est équivalent à :

$$\begin{Bmatrix} N_{,\xi} \\ N_{,n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{,\xi} & y_{,\xi} \\ X_{,n} & y_{,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_{,X} \\ N_{,y} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

Soit en écriture condensée :

$$N_{,\xi} = J \cdot N_{,X} \quad (\text{IV.3})$$

Cette équation établit la relation entre les dérivées des fonctions de forme par rapport aux coordonnées de référence et leur dérivées par rapport aux coordonnées réelles. La matrice  $J$  appelée matrice **Jacobienne** de l'élément, son écriture explicite est :

$$[J] = \begin{bmatrix} \langle N_{,\xi} \rangle \{X\} & \langle N_{,\xi} \rangle \{Y\} \\ \langle N_{,n} \rangle \{X\} & \langle N_{,n} \rangle \{Y\} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \langle N_{,\xi} \rangle \\ \langle N_{,n} \rangle \end{bmatrix} [\{X\} \{Y\}] \quad (\text{IV.4})$$

Dans le calcul des intégrales de volumes ou de surface les produits  $d\Omega = dX \cdot dY$  et  $\Gamma = (dx^2 \cdot dy^2)^{1/2}$  interviennent et doivent être exprimés en fonction des coordonnées de référence. La dérivation de la transformation géométrique (4.1) s'obtient comme suit :

$$dX = dN \cdot X \text{ et } dY = dN \cdot Y \quad (\text{IV.5})$$

En remplaçant les dérivées totales des fonctions de formes par leurs développements :

$$dN = N_{,\xi} d\xi + N_{,n} dn \quad (\text{IV.6})$$

La relation entre les dérivées totales des coordonnées naturelles et celles des coordonnées de référence devient :

$$\begin{Bmatrix} dX \\ dY \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle N_{,\xi} \rangle \{X\} & \langle N_{,n} \rangle \{X\} \\ \langle N_{,\xi} \rangle \{Y\} & \langle N_{,n} \rangle \{Y\} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\xi \\ dn \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

Avec cette écriture il est clair que la matrice des produits scalaires intervenant dans cette équation n'est autre que la transposée de la matrice Jacobéenne, cela conduit à :

$$dX \cdot dY = \det(J^T) d\xi dn \quad (\text{IV.8})$$

#### 4. Intégration numérique :

La méthode des éléments finis demande le calcul d'intégrales sur chacun des éléments du maillage. L'utilisation de la notion d'élément de référence permet, par changement de variables, de transformer ces intégrales en intégrales sur un domaine fixe (l'élément de référence).

Comme les éléments de référence ont été standardisés, les limites d'intégration sont connues une fois pour toutes. Seul le jacobien  $\det(J)$  fait intervenir les coordonnées de l'élément réel comme on l'a vu au paragraphe précédent.

Le terme à intégrer pouvant être compliqué, il n'est pas toujours possible d'utiliser une intégration analytique. On a alors recours à des intégrations numériques sur l'élément de référence.

##### 4.1 Principe de l'intégration numérique :

Toute méthode d'intégration numérique consiste à former une approximation à une intégrale par une expression du type :

$$\int_{\Omega} f(x, y) d\Omega = \sum_{i=1}^n W_i f(x_i, y_i) \quad (\text{IV.9})$$

Où les poids  $W_i$  et les points  $x_i, y_i$  varieront selon la méthode.

Les différentes méthodes seront caractérisées par :

- La qualité de l'approximation ou l'erreur probable.
- Le nombre d'évaluations de la fonction ( $n$ ) nécessaire pour atteindre la précision voulue.
- La possibilité d'estimer avec confiance l'erreur probable.
- Le nombre de points supplémentaires nécessaires pour améliorer l'approximation jugée insuffisamment précise.

##### 4.2 Quelques méthodes d'intégration numérique :

- **La méthode des rectangles :**

On divise l'intervalle  $[-1, 1]$  en  $n$  parties de longueur  $h_i$  et on calcule la valeur  $f_i$  de la fonction aux milieux de chaque partie et l'on impose :



$$I = \int f(\xi) d\xi = \sum h_i * f_i \quad (IV.10)$$

Les points d'intégration sont les milieux des segments, si tous les segments sont égaux alors  $h_i = n/2$  et cette formule se présente sous sa forme la plus rudimentaire.

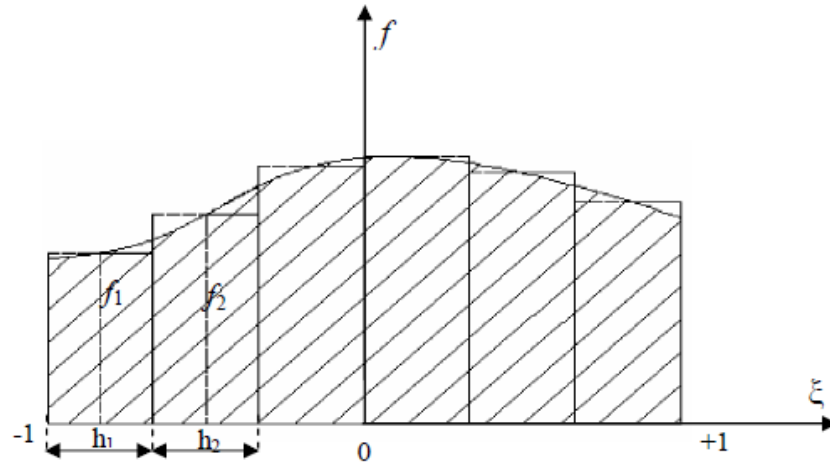


Figure 4.9: Intégration numérique par la formule des rectangles

- **Formule des trapèzes :**

On divise l'intervalle  $[-1, +1]$  par  $n$  points d'intégrations équidistants comprenant les points extrêmes, on approche la fonction  $f$  entre deux points consécutifs par un segment de droite et on obtient :

$$I = \frac{2}{n-1} (f_1 + 2f_2 + 2f_3 + \dots + 2f_{n-1} + f_n) \quad (IV.11)$$

- **Formule de Simpson :**

On divise l'intervalle  $[-1, +1]$  par un nombre  $n$  impair de points d'intégrations Équidistants comprenant les points extrêmes et on suppose la fonction  $f$  approchée tous les trois points par des segments de parabole; il on résulte la formule:

$$I = \frac{2}{3(n-1)} (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} + 4f_{n-1} + f_n) \quad (IV.12)$$

- **Formule de newton-cotes :**

On considère à nouveau  $n$  points d'intégrations équidistants comprenant les points extrêmes et on fait passer un polynôme par les valeurs que prend la fonction  $f$  en ces points. Ce polynôme est alors intégré exactement. Le résultat se présente sous la forme (4.9) ou les coefficients d'intégration  $w_i$  sont dans des tableaux.

Il est préférable d'utiliser un nombre impair de points d'intégration pour réduire l'erreur (pour  $n=3$  on retrouve la formule de Simpson).

La détermination des poids  $w_i$  est relativement aisée puisque les polynômes approchant la fonction  $f$  donnée -dans l'intervalle considéré -peuvent s'écrire sous la forme:

$$f(\xi) \approx \sum f(\xi_i) * N_i(\xi) \quad (\text{IV.12})$$

Alors :

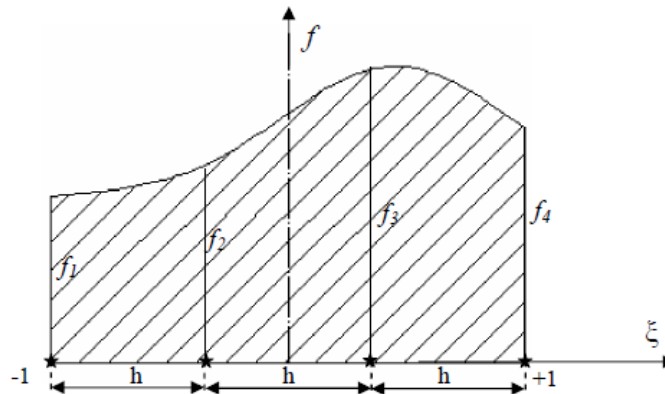
$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^n \left( \int_{-1}^1 f(\xi_i) \cdot N_i(\xi) d\xi \right) = \sum_{i=1}^n w_i f(\xi_i) \quad (\text{IV.13})$$

Ou :

$$I = \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = w_1 f(\xi_1) + w_2 f(\xi_2) + \dots + w_i f(\xi_i) + \dots + w_n f(\xi_n) \quad (\text{IV.14})$$

Les poids  $w_i$  sont donc les intégrales des fonctions d'interpolation de Lagrange  $N_i$ :

$$w_i = \int_{-1}^1 N_i(\xi) d\xi \quad (\text{IV.15})$$



Figure

4.10: Intégration numérique par la formule de Newton-Cotes pour  $n=4$

- **Intégrations numériques avec la quadrature de Gauss :**

La méthode de l'intégration numérique avec la quadrature de Gauss est très répandue dans les calculs des matrices d'éléments finis et d'éléments de frontière. Elle se base sur le développement de la fonction à intégrer  $f(x)$  en polynômes d'interpolation d'Hermite et l'utilisation des points d'interpolation  $x_k$  de sorte qu'après intégration, les valeurs des polynômes et celles des dérivées de  $f$  n'entrent pas dans la formule de quadrature. Ceci nécessite que les points en question  $x_j$  soient des racines d'un polynôme faisant partie d'un ensemble de polynômes orthogonaux. Les racines des polynômes orthogonaux sont généralement réelles, distinctes et toutes contenues dans un intervalle particulier. Ainsi, ce système de racines est utilisé comme noeuds de quadrature, pour assurer certaines propriétés telles que la positivité et la minimisation de l'erreur.

Comme toutes les méthodes d'intégration, la quadrature de Gauss nous ramène en 2D à la forme suivante :

$$\int_{\Omega} f(\xi, n) d\Omega = \sum_{i=1}^n W_i f(\xi_i, n_i)$$

Les poids  $w_i$  et les points d'intégration  $\xi_i, n_i$  sont donnés sous forme de tableau.

Pour un segment ou le domaine d'intégration est :  $-1 \leq \xi \leq 1$

n	$\xi_i$	$w_i$	$n_i$	$d_{\max}$
1	0		2	1
2	$-1/\sqrt{3}$ $1/\sqrt{3}$	1	1	3
3	$-\sqrt{3/5}$ 0 $-\sqrt{3/5}$	5/9	8/9      5/9	5

**Tableau 4.1** points d'intégration et poids associés dans le cas d'un segment

$d_{\max}$  :est le degré maximal du polynome.

$n$  :est le nombre de points.

Pour un carré ou le domaine d'intégration est :  $-1 \leq \xi \leq 1$  et  $-1 \leq n \leq 1$

n	$\xi_i$	$n_i$	$W_i$	$d_{\max}$
1	0	0	2	1
2	$-1/\sqrt{3}$ $1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$ $1/\sqrt{3}$	1      1	3
3	$-\sqrt{3/5}$ 0 $\sqrt{3/5}$	$-\sqrt{3/5}$ 0 $\sqrt{3/5}$	5/9      8/9      5/9	5

**Tableau 4.2** points d'intégration et poids associés dans le cas d'un carré

Pour un triangle (le cas de la présente étude) ou le domaine d'intégration est :

$$0 \leq \xi \leq 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq n \leq 1 - \xi$$

---

<b>n</b>	$\xi_i$	$n_i$	<b>Wi</b>
<b>1</b>	<b>1/3</b>	<b>1/3</b>	<b>1/2</b>
<b>3</b>	<b>1/2</b> <b>0</b> <b>1/2</b>	<b>1/2</b> <b>1/2</b> <b>0</b>	<b>1/3</b>

**Tableau 4.3:**points d'integration et poids associers dans le cas d'un triangle.

# ***CHAPITRE V :***

## ***Discrétisation en élément finis et Résolution***

## 1. Introduction :

La discrétisation du domaine physique du réservoir et l'approximation nodale des formes intégrale se fait par la méthode des éléments finis afin de pouvoir exprimer le comportement des domaines discrets correspondants par une équation algébrique discrète.

A l'issu de cette opération de discrétisation, on obtiendra un système d'équations différentielles écrites sous forme matricielle.

Les expressions des différentes matrices assemblées ainsi que celle des matrices élémentaire sera exposé.

## 2. Discrétisation des formes géométriques :

La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation par sous domaines, avant toute application, il est nécessaire de subdiviser le domaine  $D$  à étudier en un nombre fini de sous-domaines  $D^e$  de géométrie simple appelé « élément » de telle sorte que l'union de tous les éléments constitue un domaine  $D_g$  aussi proche que possible du domaine initial  $D$  et leur intersection soit un domaine vide une telle subdivision est appelée discrétisation et le domaine discret  $D_g$  est appelé maillage.

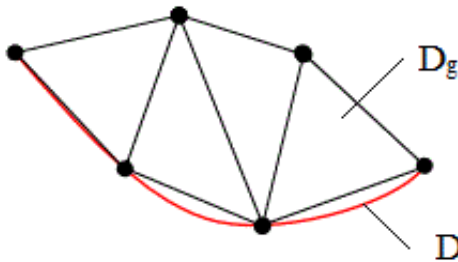


Figure 5.1: discrétisation avec des éléments triangulaire

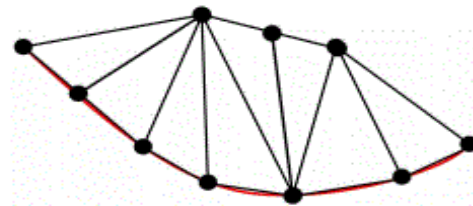


Figure 5.2: discrétisation triangulaire Plus fine

## 3. Discrétisation des formes intégrales :

Dans cette partie la fonction exacte recherchée est remplacée par une interpolation entre les valeurs aux nœuds de l'élément, dans ce cas la pression est approximée de la manière suivante :

$$p = N_p \cdot P \quad (V.1)$$

Ou

$P$  : représente le vecteur nodale de pression définit comme valeur nodale et approximée des champs continue

Et

$N_p$  : est la matrice qui contient les fonctions d'interpolations nodales qui sont appelées aussi fonctions de forme.

$$N_p = \langle N_{p1} \quad \dots \quad N_{pi} \quad \dots \quad \rangle ; i = 1, n_p$$

Avec  $n_p$  représentent le nombre de nœud par élément utilisées pour l'interpolation. La fonction test (de perturbation) développée dans le chapitre précédent est approximée de la manière suivante :

$$\delta\rho \approx \delta(N_p \cdot P) = \delta P^T N_p^T \quad (V.2)$$

Et pour l'opérateur de dérivation spatiale des champs continue et des perturbations :

$$\nabla P \approx \nabla N_p \cdot P \quad (V.3)$$

Et

$$\nabla \delta\rho \approx \delta P^T \nabla N_p^T \quad (V.4)$$

L'écriture des formes intégrales définies par l'équation (II.11), en remplaçant la fonction  $\mathbf{P}$  par son approximée et en tenant compte des expressions (V.1), (V.2), (V.3) et (V.4) donne :

$$\int_{\Omega_f} \delta P^T \nabla N_p^T \nabla N_p P \, d\Omega + \int_{\Omega_f} \delta P^T N_p^T \frac{1}{c^2} N_p \ddot{P} \, d\Omega + \int_{\Gamma_1} \delta P^T N_p^T \rho_f N_U n \dot{U} \, d\Gamma = 0 \quad (V.5)$$

après réarrangement des termes :

$$\left( \int_{\Omega_f} \nabla N_p^T \nabla N_p \, d\Omega \right) P + \left( \int_{\Omega_f} N_p^T \frac{1}{c^2} N_p \, d\Omega \right) \ddot{P} + \left( \int_{\Gamma_1} N_p^T \rho_f N_U n \, d\Gamma \right) \dot{U} = 0 \quad (V.6)$$

En faisant l'analogie avec les équations de la dynamique des solides et par identification, L'équation (V.6) peut être écrite sous forme matricielle de la manière suivante :

$$M_F \ddot{P} + K_F P = -\rho_f Q^T \dot{U} \quad (V.7)$$

Les matrices  $M_F$  et  $K_F$  sont respectivement les analogues aux matrices masse et rigidité pour un solide, elles qualifient l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du fluide dans le réservoir.

Chacune des deux matrices intervenant dans le système (V.7) et un assemblage de matrice élémentaires calculées, chacune pour un élément du maillage, par l'expression correspondant à un terme de la somme des intégrales sur l'élément.

Alors si on a par exemple :

$$M = \int_{\Omega} f \, d\Omega \quad (V.8)$$

La subdivision du domaine  $\Omega$  en sous domaines  $\Omega^e$  permet d'écrire :

$$M = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega^e} f \, d\Omega = \sum_{e=1}^n M_e \quad (V.9)$$

Pour pouvoir faire l'assemblage la matrice élémentaire  $M^e$  doit obligatoirement avoir la même taille que celle de la matrice globale, sachant que, seul les lignes et les colonnes de degrés de libertés correspondants seront non nulles.

La matrice masse fluide comprenant à la fois les effets d'inertie du a la compressibilité et aux ondes de surfaces, la matrice élémentaire qui lui correspond est donnée par :

$$M_F^e = \left( \int_{\Omega_e} N_P^T \frac{1}{c^2} N_P \, d\Omega_e \right) \quad (V.10)$$

La matrice des raideurs fluide associée à l'énergie potentielle est donnée par :

$$K_F = \int_{\Omega_f} \nabla N_P^T \nabla N_P \, d\Omega \quad (V.11)$$

Et la matrice élémentaire associée est donnée par :

$$(K_F^e)_{ij} = \int_{\Omega^e} \left\langle N_{P_i,x} \quad N_{P_i,y} \right\rangle \begin{Bmatrix} N_{P_j,x} \\ N_{P_j,y} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Omega^e} (N_{P_i,x} N_{P_j,x} + N_{P_i,y} N_{P_j,y}) d\Omega \quad (V.12)$$

#### 4. Méthode numérique pour l'intégration d'équations différentielles du mouvement :

De nombreux problèmes physiques aboutissent à des équations différentielles ou à un système d'équations différentielles. La plupart des équations différentielles ne sont pas solubles de manière analytique. Il faut donc les résoudre de manière numérique. Dans cette partie on va présenter quelques méthodes qui nous permettent de résoudre l'équation (V.7).

Il existe deux approches fondamentales, pour la détermination de la réponse d'une structure, en dynamique linéaire déterministe :

Une approche fréquentielle et une approche temporelle.

- la première approche, dite fréquentielle, est fondée sur une stratégie qui permet l'étude de la réponse dans le domaine des fréquences via une analyse de type Fourier ou encore de type modalo-spectrale.
- la deuxième approche, dite temporelle, utilise la méthode de superposition modale, basée sur une transformation des coordonnées physique en coordonnées gé-



nérialisée, ou la méthode d'intégration directe qui traite le problème dans ses coordonnées physiques spatio-temporelles via divers algorithmes de résolution, explicite ou implicite.

#### 4.1 Equation du mouvement :

le system d'équation d'équilibre dyanamique d'une structure a N degrés de liberté s'exprime pour une excitation a la base par :

$$[M] \ddot{U} + [C]\dot{U} + [K] U = F \quad (V.13)$$

[M]: Matrice masse.

[C] : matrice d'amortissement.

[K] : Matrice de raideur.

F : chargement dynamique extérieur.

Les vecteurs dépendant du temps  $\{U\}, \{\dot{U}\}$  et  $\{\ddot{U}\}$  représentent respectivement le déplacement, vitesse et accélération.

Pour la résolution de l'équation linéaire d'équilibre dynamique, il existe plusieurs stratégies parmi laquelle on peut citer :

- I) L'analyse dynamique par superposition modale.
- II) L'analyse dynamique par intégration directe.

##### 4.1.1 L'analyse dynamique par superposition modale :

Grace à sa simplicité, cette méthode a trouvé une application très étendue dans de nombreux domaines d'application, elle permet, par l'utilisation des modes propres de vibration ou une autre base de vecteur, de transformer l'ensemble des équations de mouvement et des inconnues du problème initial discrétisé, en un autre ensemble équivalent plus facilement résolues .

Dans la méthode de superposition modale traditionnelle, on utilise des coordonnées modales qui permettent en effet le découplage sous certaines conditions, des équations de mouvement pour aboutir à un système d'équation que l'on peut résoudre indépendamment les unes des autres.

L'utilisation des vecteurs propres exacts dans l'analyse dynamique par superposition modale, présente un certain nombre de problèmes souvent occultés par le concepteur :

- la solution du problème aux valeurs et vecteurs propres exactes est très couteuse pour les structures complexes.
- le nombre de vecteurs propres retenus pour obtenir une solution dynamique précise n'est pas connu qu'après la résolution complète du problème des valeurs et vecteurs propres.
- le système des vecteurs propres ne dépend pas directement des efforts et ne permet donc pas toujours d'éliminer mes modes peu significatifs.

➤ **Technique de résolution par les vecteurs de Ritz :**

Comme, il a été déjà signalé, la base des vecteurs de Ritz est utilisée pour transformer un problème de valeur propres de grande taille en un problème de dimension plus réduite, permettant, entre autre, de réduire le cout en temps machine et en capacité de mémoire de manière significative.

La technique des vecteurs de Ritz permet ainsi de résoudre efficacement des problèmes en dynamique linéaire régis par des équations fondamentales du mouvement de la forme (V.7) ou (V.13).

Après la détermination de L vecteur de Ritz, le système original d'équations (V.13), sera réduit à un system d'ordre  $L^*L$ , en utilisant la transformation de déplacement dans la base des vecteurs de Ritz :

$$\{U(s, t)\} = [x(s)]\{z\} \quad (V.14)$$

Ou en simplifiant l'écriture par omission des paramètres s et t :

$$\{U\} = [x]\{z\} \quad (V.15)$$

Ou

$\{z\}$  : vecteur des fonctions de temps (à déterminer) de dimension L.

$[x]$  : matrice des fonctions de formes (vecteur de Ritz) de dimension  $N^*L$ .

Par simple dérivation, les vecteurs vitesses et accélération s'écriront :

$$\{\dot{U}\} = [x]\{\dot{z}\} \quad (V.16)$$

$$\{\ddot{U}\} = [x]\{\ddot{z}\} \quad (V.17)$$

En substituant les équations (V.15), (V.16) et (V.17) dans (V.13) et multipliant cette dernière par  $\{x^t\}$ , le system d'équation d'équilibre dynamique devient :

$$[M^*]\dot{\dot{U}} + [K^*]\dot{U} + [C^*]U = F \quad (V.18)$$

Ou :

$$[M^*] = \{x^t\}[M]\{x\}$$

$$[K^*] = \{x^t\}[K]\{x\}$$

$$[C^*] = \{x^t\}[C]\{x\}$$

Dans la base des vecteurs propres, les matrices  $[M^*]$  et  $[K^*]$  sont diagonale et si l'amortissement st supposé de type modale, la matrice  $[C^*]$  sera aussi diagonale.

L'équation (V.13) sera en conséquence réduite à un système découplé d'équations différentielles linéaires de second ordre, chaque équation pouvant être résolue pour la fonction inconnue  $z(t)$  en utilisant une des méthodes de résolution standard.

D'autre part, si  $\{x\}$  est une matrice des vecteur de Ritz, les matrices  $[C^*]$  et  $[K^*]$  d'ordre  $L^*L$  ne seront pas diagonales et la solution de ce système d'équations couplées peut être obtenue par un minimum d'effort numérique, puisque  $L$  est toujours petit comparé à la taille du système complet d'ordre  $N$ .

#### 4.1.2 L'analyse dynamique par intégration directe :

Cette méthode consiste à résoudre les équations du mouvement à divers instant par un procédé d'intégration directe, et traite le problème dans ces coordonnées spatio-temporelles réelles.

Autrement dit, connaissant les vecteurs des déplacements, vitesses et accélérations à l'instant  $t=0$ , on conclue successivement ces mêmes vecteurs aux instants  $\Delta t$ ,  $2\Delta t, \dots$ ,  $t+\Delta t \dots etc.$ ,  $\Delta t$  étant le pas d'intégration.

Plusieurs types d'algorithme d'intégration pas à pas sont disponibles. On peut citer entre autres :

- Méthode l'accélération linéaire.
- Méthode de Hilbert.
- Méthode de Newmark.
- Méthode de Wilson.

##### a) les méthodes explicites :

La méthode explicite la plus répandue est la méthode des différences finies. Dans cette méthode, les dérivées successives sont remplacées par des formes linéaires convenablement choisies sur l'espace des fonctions dérivables.

Après le choix des intervalles successifs égaux, on peut écrire :

$$\dot{U}(t) = \frac{1}{\Delta t} (\{U(t + \Delta t)\} - \{U(t - \Delta t)\})$$

$$\ddot{U}(t) = \frac{1}{\Delta t^2} (\{U(t + \Delta t)\} - 2U(t) - \{U(t - \Delta t)\})$$

L'équilibre des forces est assuré au temps  $t$  :

En reportant  $\dot{U}(t)$  et  $\ddot{U}(t)$  dans l'équation (V.13), d'où le calcul du déplacement inconnu  $U(t)$  et  $U(t - \Delta t)$ .

Cette méthode qui ne demande que des calculs simples, si les matrices  $[M]$  et  $[C]$  restent diagonale, exige un incrément  $\Delta t$  très petit pour assurer la stabilité numérique, si non, les vecteurs déplacements augmentent indéfiniment. Les méthodes explicites sont dites, conditionnellement stables.

##### b) les méthodes implicites :

Dans cette méthode, on reste strictement dans l'intervalle  $(t + \Delta t)$ , et les fonctions inconnues  $\{U\}$ ,  $\{\dot{U}\}$  et  $\{\ddot{U}\}$  à l'instant  $(t + \Delta t)$  s'exprime à l'aide de développements limités jusqu'à l'ordre 2 :

$$\{\dot{U}(t+\Delta t)\} = \{\dot{U}(t)\} + \Delta t \{\ddot{U}(t)\}.$$

$$\{U(t+\Delta t)\} = \{U(t)\} + \Delta t \{\dot{U}(t)\} + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{U}(t)\}.$$

Dans le but de mieux décrire l'évolution du phénomène durant  $\Delta t$ , différentes formulations ont été proposées. Parmi elles, deux méthodes seront développées.

➤ **Méthode de Newmark :**

Cette variante peut être vue comme extension de la méthode d'accélération linéaire, ou les vitesses et les déplacements à la fin de chaque intervalle de temps  $\Delta t$ , seront de forme :

$$\{\dot{U}(t+\Delta t)\} = \{\dot{U}(t)\} + \Delta t ((1-\sigma) \{\ddot{U}(t)\} + \sigma \{\ddot{U}(t+\Delta t)\}).$$

$$\{U(t+\Delta t)\} = \{U(t)\} + \Delta t \{\dot{U}(t)\} + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2-\alpha} \{\ddot{U}(t)\} + \alpha \{\ddot{U}(t+\Delta t)\} \right).$$

$\alpha$  et  $\sigma$  sont les paramètres de la méthode, sélectionnés pour produire la stabilité et la précision désirée.

On notera comme paramètres particuliers :

- $\sigma = 1/2$  et  $\alpha = 1/6$ , correspond à un schéma à accélération linéaire, présentant une approche conditionnellement stable.
- $\sigma = 1/2$  et  $\alpha = 1/4$ , correspond à un schéma à accélération constante, présentant une approche inconditionnellement stable.

Sachant qu'il faut assurer l'équilibre des forces à  $t+\Delta t$ , on a :

$$[M] \{\dot{U}(t+\Delta t)\} + [C] \{\dot{U}(t+\Delta t)\} + [K] U(t+\Delta t) = - [M] \ddot{U}(t+\Delta t)$$

La durée d'exécution de ce type d'algorithme est proportionnelle au nombre de pas de temps.

- **Méthode de Wilson :**

La méthode de Wilson  $\theta$  est une modification de la méthode de Newmark dans le sens de l'accroissement des limites de stabilité et d'addition d'amortissement numérique.

Dans le schéma de Wilson, au lieu d'écrire à un instant  $t + \Delta t$ , on l'écrit à un instant  $t + \theta \Delta t$ , avec un incrément de temps étendu  $\theta \Delta t$  ( $\theta > 1$ ), et on en déduit les valeurs recherchées de l'accélération, de la vitesse et du déplacement l'instant  $t + \Delta t$  pour les utiliser comme condition initiale dans le prochain pas de temps.

## 5. Méthodes standard de résolution d'équation différentielle ordinaires :

Les méthodes de résolution numérique, ou encore d'intégration des équations différentielles, permettent d'obtenir un ensemble discret de points solutions de l'équation, contrairement aux méthodes théoriques qui permettent de résoudre de manière analytique les problèmes. Les méthodes numériques permettent évidemment de résoudre un ensemble plus vaste d'équations ordinaires. Le problème principal est cependant l'erreur commise par rapport à la solution : le cumul d'erreurs peut nous éloigner fortement d'une solution réelle.

Toutes les méthodes de résolutions citées précédemment font appel dans leurs algorithmes à l'une de ces méthodes standard.

### 5.1 Méthode d'Euler :

La méthode d'Euler est la méthode la plus simple et la moins précise. L'idée de base est d'approximer la courbe solution par sa tangente. Soit à résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(y, t) \\ y(0) = y(0) \end{cases}$$

On supposant  $y$  connue à l'instant  $t$  le développement en série de Taylor de  $y(t + \Delta t)$  au voisinage de  $t$  donne :

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{(\Delta t)^3}{3!} \cdot \frac{d^3y}{dt^3} + \frac{(\Delta t)^4}{4!} \cdot \frac{d^4y}{dt^4}$$

À l'ordre 1, on obtient :

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot \frac{dy}{dt} = y(t) + \Delta t \cdot f(y, t)$$

Pour  $\Delta t$  constant, on a :

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot f(y_i, t_i)$$

$y$  est connue à  $t=0$ , donc, la fonction  $y$  peut être déterminée à tout autre instant ultérieur.

Les formules de récurrence ci-dessous permettent de construire la suite des couples :

$$x_{i+1} = x_i + h$$

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$$

Il ne faut bien sûr pas oublier l'initialisation de l'algorithme par la condition initiale :

$$y_0 = f(x_0, y_0)$$

### 5.2 Méthode de Taylor:

On généralise ici la méthode d'Euler en effectuant un développement de Taylor à un ordre  $k$  quelconque pour affiner le calcul.

Ainsi, pour l'ordre 2, on obtient les formules de récurrence suivantes :

$$x_{i+1} = x_i + h$$

Et

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i) + \frac{h^2}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x_i, y_i) + f(x_i, y_i) \right)$$

### 5.3 Méthode de Runge Kutta :

Les méthodes de Runge-Kutta sont bien utilisées dans la pratique, car elles présentent plusieurs avantages (facilité de programmation, stabilité de la solution, modification simple du pas et la connaissance de  $y(0)$  suffit pour intégrer l'équation différentielle). Les inconvénients de cette méthode se résument au temps de calcul lent et à la difficulté de l'estimation de l'erreur locale.

- **Méthode de Runge Kutta du second ordre :**

Elle est de la forme :

$$\begin{cases} y_{i+1}^- = y_i + h \cdot f(y_i, t_i) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \cdot \left( f(y_i, t_i) + f(y_{i+1}^-, t_{i+1}) \right) \end{cases}$$

Ou bien sa forme standard peut être écrite ainsi :

$$\begin{cases} k_1 = h \cdot f(y_i, t_i) \\ k_2 = h \cdot f(y_i + k_1, t_{i+1}) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2} \cdot (k_1 + k_2) \end{cases}$$

Cette méthode est équivalente à celle d'Euler à deux itérations seulement.

- **Méthode de Runge Kutta à l'ordre 4 :**

Dans la plupart des cas, la méthode de Runge-Kutta utilisée est celle d'ordre 4 :

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{6} \left( f(y_i, t_i) + 2.f(\hat{y}_{i+1/2}, t_{i+1/2}) + 2.f(y''_{i+1/2}, t_{i+1/2}) + (\hat{y}_{i+1}, t_{i+1}) \right) \\ \hat{y}_{i+1/2} = y_i + \frac{\Delta t}{2} \cdot f(y_i, t_i) \\ y''_{i+1/2} = y_i + \frac{\Delta t}{2} \cdot f(\hat{y}_{i+1/2}) \\ \hat{y}_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot f(y''_{i+1/2}, t_{i+1/2}) \end{cases}$$

Le calcul de  $y_{i+1}$  nécessite alors 4 évaluations de la fonction  $f$ , et par suite pour les fonctions compliquées le temps de calcul devient important.

Cette méthode peut être écrite sous la forme :

$$\begin{cases} k_1 = h \cdot f(y_i, t_i) \\ k_2 = h \cdot f\left(y_i + \frac{k_1}{2}, t_{i+1/2}\right) \\ k_3 = h \cdot f\left(y_i + \frac{k_2}{2}, t_{i+1/2}\right) \\ k_4 = h \cdot f(y_i + k_3, t_{i+1}) \end{cases}$$

Et la solution  $y_{i+1}$  est donné par :

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4)$$

- **Généralisation de la méthode Runge Kutta pour un système d'équations différentielles :**

On considère le system suivant :

$$\begin{cases} y'(t) = Y(t, y(t)) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

$$\text{Avec : } y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \text{ et } Y(t, y) = \begin{pmatrix} Y_1(t, y_1, \dots, y_n) \\ \vdots \\ Y_n(t, y_1, \dots, y_n) \end{pmatrix}$$

On généralise la méthode de Runge Kutta aux systèmes, on définit alors

$$K_1 = \begin{pmatrix} k_{1,1} \\ \vdots \\ k_{1,n} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} Y_1(t_i, y_{1i}, \dots, y_{ni}) \\ \vdots \\ Y_n(t_i, y_{1i}, \dots, y_{ni}) \end{pmatrix}$$

$$K_2 = \begin{pmatrix} k_{2,1} \\ \vdots \\ k_{2,n} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} Y_1 \left( t_i + \frac{h}{2}, y_{1,i} + \frac{K_{1,1}}{2}, \dots, y_{n,i} + \frac{K_{1,n}}{2} \right) \\ \vdots \\ Y_n \left( t_i + \frac{h}{2}, y_{1,i} + \frac{K_{1,1}}{2}, \dots, y_{n,i} + \frac{K_{1,n}}{2} \right) \end{pmatrix}$$

$$K_3 = \begin{pmatrix} K_{3,1} \\ \vdots \\ K_{3,n} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} Y_1 \left( t_i + \frac{h}{2}, y_{1,i} + \frac{K_{2,1}}{2}, \dots, y_{n,i} + \frac{K_{2,n}}{2} \right) \\ \vdots \\ Y_n \left( t_i + \frac{h}{2}, y_{1,i} + \frac{K_{2,1}}{2}, \dots, y_{n,i} + \frac{K_{2,n}}{2} \right) \end{pmatrix}$$

$$K_4 = \begin{pmatrix} K_{4,1} \\ \vdots \\ K_{4,n} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} Y_1(t_i + h, y_{1,i} + K_{3,1}, \dots, y_{n,i} + K_{3,n}) \\ \vdots \\ Y_n(t_i + h, y_{1,i} + K_{3,1}, \dots, y_{n,i} + K_{3,n}) \end{pmatrix}$$

Et

$$y^{i+1} = y^i + 1/6(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad \text{Avec : } y^i = \begin{pmatrix} y_{1,i} \\ \vdots \\ y_{n,i} \end{pmatrix}.$$



# ***CHAPITRE VI :***

***Application***

***Et interprétation***

***Des résultats***

## 1. Introduction :

Principalement le seul effet dynamique qu'une structure, telle qu'un barrage, est amenée à supporter est le séisme, la représentation statique des forces sismiques est une hypothèse excessivement simplificatrice, car elle élimine totalement la réponse dynamique et les effets inertiels. Cette représentation reste suffisante pour une estimation grossière du comportement dynamique.

Dans ce chapitre nous étudions la distribution de la pression hydrodynamique sur le parement amont du barrage Oued-Fodda qui sera représentée par la variation du coefficient de pression  $C_p$  en fonction du rapport de la profondeur considérée à la profondeur totale du réservoir.

La réponse dynamique des barrages est influencée par l'interaction entre le barrage en béton et le réservoir d'eau, cette interaction conduit à une augmentation de la période de vibration du barrage due à l'augmentation de la masse en mouvement étant donné que le barrage ne peut pas se déplacer sans déplacer les particules fluides.

Cette masse ajoutée à la masse du barrage augmente ses périodes naturels ce qui influe sur le spectre de réponse ainsi que les forces d'inertie effectives du séisme, elle peut aussi conduire à une augmentation dans l'amortissement due à l'absorption partielle des ondes de pression dans les frontières du réservoir. Ces effets tendent à changer la réponse dynamique du barrage.

## 2. Historique :

Le barrage de l'Oued Fodda est le premier en date des grands ouvrages modernes construits en Algérie, le début de sa mise en eau remontant à la fin de l'année 1932. c'est aussi le plus élevé (101 m) et le volume de sa retenue (228 millions de  $m^3$ ) le place immédiatement après le barrage de Gribet (228 millions de  $m^3$ ) au point de vue capacité.

Cette antériorité s'explique par la simplicité exceptionnelle des problèmes que posait sa construction. En effet, à 10 Km environ en amont d'un village du Chelef, la vallée de l'Oued Fodda s'encaisse en une gorge profonde à travers un massif calcaire connu sous le nom de « Koudiat Lafrouah ».

Cette entaille verticale, haute d'une centaine de mètre, s'imposa dès l'abord lorsqu'il fut question de trouver des emplacements de barrage. Elle affectait en effet une roche solide et livrait passage à un Oued de débit important, dont le cours inférieur arrosait une région déjà pleine de promesse au point de vue agricole. Ce problème d'emplacement fut posé en 1910 dans un rapport présenté par E.Ficheur, dans lequel trois emplacements possibles ont été indiqués après avoir une stratigraphie du site.

Le problème des risques d'origine sismique et des risques d'envasement fut posé en 1924 Au géologue A.Brives.

En ce qui concerne l'envasement, il fut estimé que l'apport solide moyen de l'Oued Fodda serait de 500.000  $m^3$ /ans. Vu la grande capacité de retenue, on pouvait très bien se résigner à garder tout la vase dans la retenue.

Tandis que pour les risques d'origine sismique, le rapport décrit, le dôme du Koudiat Lerouah (l'emplacement du barrage) comme particulièrement résistant et peu sensible de

dislocation malgré les failles reconnues. Cependant, la mise en eau donna lieu en 1933 à de fréquents ébranlements du sol, comparables à des secousses sismiques.

Une étude de la compagnie générale de géophysique rechercha les causes de ces secousses :

- d'une part, par analyse chimique et électrique d'eaux de résurgence.
- d'autre part, par une étude sismique permettant la détermination de la forme des secousses et la position des centres d'ébranlement.

Il résulte de ces études que ces secousses présentent la forme d'un choc bref apériodique et à front raide, incompatible avec une hypothèse d'éboulement dont la forme serait nécessairement molle, ainsi on en conclut que ces phénomènes n'étaient pas inquiétants pour l'avenir

Aussi, il est à noter que le barrage a subi, le 09 septembre 1954 un tremblement de terre, dont les conséquences, aucun dégât n'a été signalé. Les débits des fuites étaient restés stationnaire, et lors de séisme d'El Asnam, de 10 octobre 1980, le barrage a été violemment secoué. Dont l'épicentre était à 30 Km de l'ouvrage.

Et malgré l'importance des composantes d'accélération qu'il a dû ressentir, n'a subi aucun dommage.



**Figure 6.1** : Barrage Oued-Fodda à chlef.

- **Caractéristique des matériaux :**

Les caractéristiques géométriques ainsi que celles des matériaux utilisés pour la construction du barrage d'Oued-Fodda sont résumé dans le tableau suivant :

<b>Caractéristique géométriques</b>
-------------------------------------

Hauteur totale	101 m
Hauteur normale de la retenue	96.4 m
Largeur à la base	65.5 m
Largeur a la crête	4.6 m
Fruit amont	0.1
Fruit avale	0.53
<b>Caractéristique des matériaux</b>	
Masse volumique de béton	2640 Kg/m <sup>3</sup>
Module de Young	2.46E10 Pa
Coefficient de poisson	0.2
Masse volumique de l'eau	1100 Kg/m <sup>3</sup>
Vitesse de propagation du son dans l'eau	1440 m/s

**Tableau 6.1:** caractéristiques géométrique et des matériaux utilisés.

### 3. Calcul sous MATLAB :

#### 3.1 Matlab :

C'est un logiciel de calcul matriciel a syntaxe simple, il peut être considéré comme un langage de programmation adapté pour les problèmes scientifiques, grâce à ces bibliothèques spécialisés (**toolbox**) ces capacités graphiques pour représenter les résultats ou pour crée des applications. Les objectifs de la boîte à outils (**toolbox**) de PDE (Partial Differential Equation) permet de :

- Définir un problème de PDE spécification, par exemple, définir les surfaces 2-D, états de frontière, et coefficients de PDE.

- Résoudre numériquement les problèmes de PDE, par exemple, produire des mailles non structurées, discrétiser les équations, et produire une approximation de la solution.
- Visualiser les résultats.

### 3.2 Etapes de calcul par MATLAB :

En pratique, la mise en œuvre d'une simulation numérique avec un logiciel de calcul par éléments finis peut-être décomposée en trois étapes :

1. Le prétraitement qui consiste à définir le domaine d'étude, et les conditions aux limites :

- Dans la fenêtre du menu principal (work space), actionner la touche START.
- Accéder successivement aux menus Toolboxes, Partial Différentiel Equation, PDETOOLGUI.
- Le choix d'un repère avec indication de l'échelle pour l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
- La délimitation graphique du domaine objet de l'étude.
- La définition des conditions aux limites pour chaque contour élémentaire constituant le contour global (un choix est à faire entre la condition de type Dirichlet ou bien de Newman).

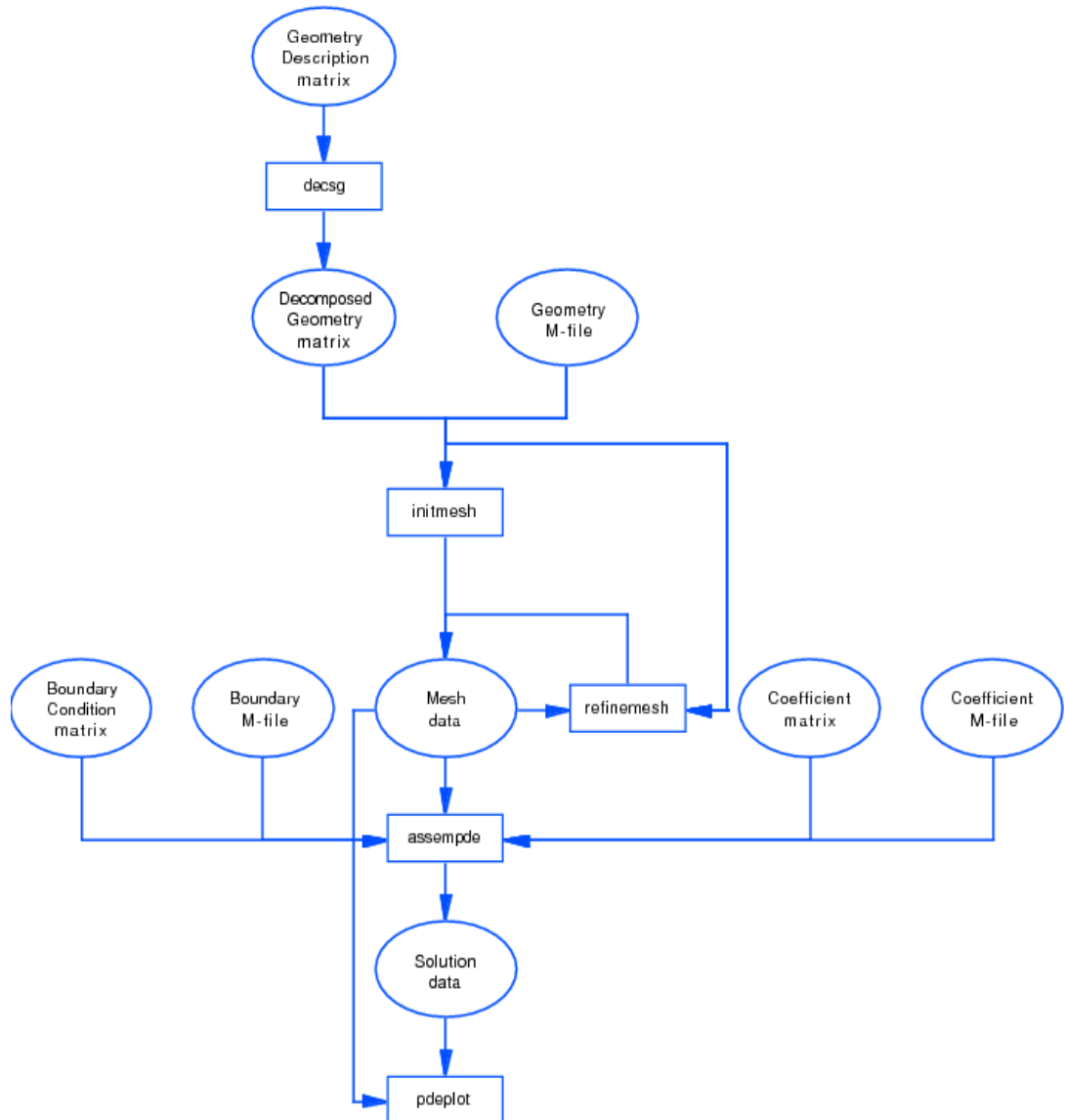
2. La phase de calcul :

- Le choix du type d'équation différentielle à retenir pour décrire le comportement du phénomène à étudier avec la définition des coefficients correspondant à l'équation différentielle retenue.
- Le choix de l'élément de référence et de la densité du maillage à effectuer pour la discrétisation du domaine à étudier.
- Lancement des calculs.

3. Le posttraitement qui consiste à interpréter les résultats, notamment en construisant des graphiques :

- Visualisation graphique ou sous forme de fichier output des résultats de calcul après avoir spécifié la variable inconnue.
- Exportation des résultats vers d'autres utilitaires graphiques ou autres selon les besoins d'exploitation ou de présentation des résultats.

La figure 6.2 résume le principe de résolution d'une PDE



**Figure 6.2:** Algorithme de résolution d'une PDE.

### 3.3 Applications numériques :

Pour un barrage rigide, Nous allons étudier la distribution des pressions hydrodynamiques de deux types de parements amont en appliquant une excitation harmonique de période  $T=0.5$  secondes:

- a) Un parement à une seule surface droite 'fruit unique'.
- b) Un parement composé de deux surfaces droites 'double fruits'.

3.2.1 Barrage rigide a fruit unique :

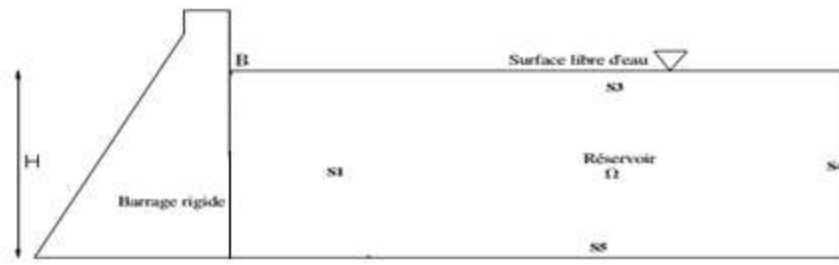


Figure 6.3:barrage vertical.

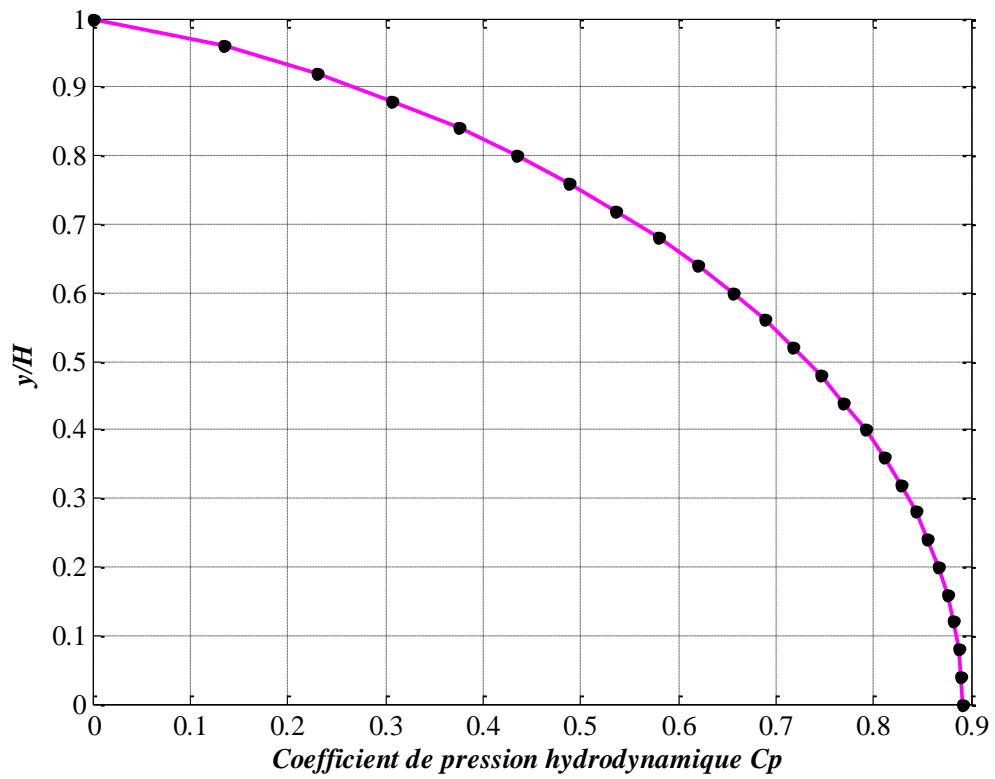


Figure 6.4:Distribution des pressions hydrodynamiques du barrage Oued Fodah.

3.2.2 barrage à double fruit :

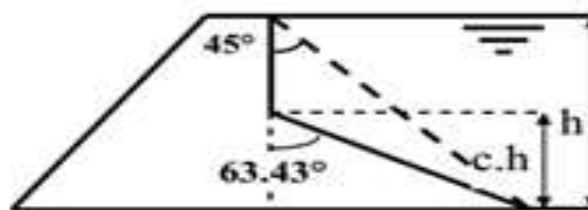
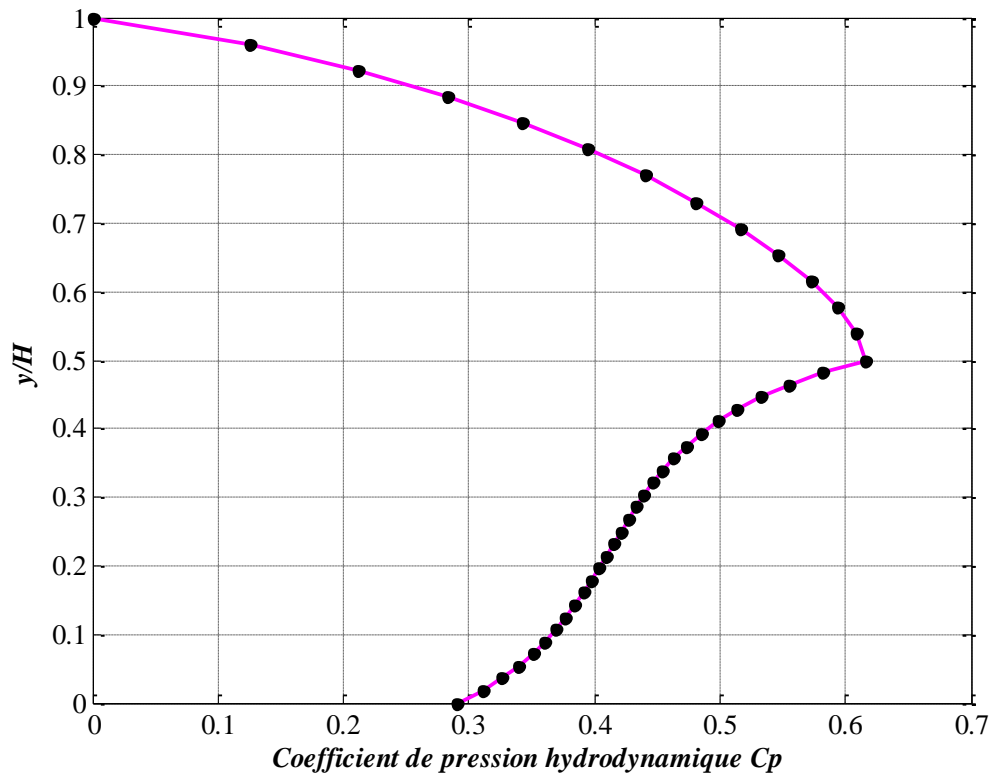


Figure 6.5: Barrage à double fruit.



**Figure 6.6:** variation de coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  d'un barrage rigide à fruit irrégulier.

➤ **Analyse des résultats :**

Les figures 6.4 et 6.6 montrent la distribution des pressions hydrodynamiques en fonction du rapport de la profondeur considérée à la profondeur totale du réservoir.

On remarque que la forme de la géométrie du barrage influe sur cette distribution

Ceci est dû au fait que la zone inclinée favorise la dissipation de l'énergie dans la direction verticale, ce qui engendre donc une diminution des pressions.

#### 4. L'analyse modale :

Les méthodes d'analyse modale sont des méthodes qui ont été mises en œuvre pour établir et (ou) améliorer la connaissance du modèle dynamique des structures réelles. En effet, les paramètres significatifs permettant de représenter le comportement dynamique d'une structure linéaire quelle que soit sa complexité sont concentrés dans un nombre de paramètres modaux réduits : fréquences propres, amortissements et formes propres associés.

Le comportement dynamique de la structure sous des conditions d'excitation particulières en l'absence de toute modélisation ne requiert que la seule connaissance de ces paramètres. C'est la raison pour laquelle l'analyse modale expérimentale est devenue grâce aux progrès de l'informatique et de l'instrumentation, une méthode privilégiée d'investigation dans le domaine de la dynamique des structures.



L'analyse modale est importante puisqu'elle permet de connaître les propriétés dynamiques d'une structure qui sont directement reliées à la masse et à la rigidité de la structure. Cette information unique peut être utilisée entre autre pour calibrer un modèle d'élément finis ou pour évaluer la dégradation d'une structure.

#### 4.1 Analyse modale du barrage vide :

L'équation de la dynamique du barrage est la suivante :

$$M_s \ddot{U} + C_s \dot{U} + K_s U = F_g + QP$$

Dans lesquels  $M_s$ ,  $C_s$  et  $K_s$  représente respectivement les matrices classiques assemblées mass, amortissement et raideur de la structure du barrage.

Le comportement en oscillations libres d'un barrage est déterminé à partir de la résolution du problème aux valeurs et vecteurs propres de l'équation du mouvement de la structure sans la prise en compte des termes d'amortissement et du chargement. En supposant les déplacements de la structure harmonique.

L'équation des vibrations libre du barrage s'écrit :

$$K_s \phi - \omega^2 M_s \phi = 0$$

La solution de cette équation constitue l'ensemble des vecteurs propres  $\phi_i$  représentant chacun une configuration géométrique du barrage et vibrant avec une amplitude  $\omega_i$ . Néanmoins, comme dans la plus part des cas d'étude, les résultats sont exprimés et discutés en terme de périodes propres correspondantes  $T_i = \omega_i / 2\pi$ .

Dans le but de déterminer ces périodes propres, une étude a été faite en utilisant le code ABAQUS sur le modèle du barrage d'Oued-Fodda. Les résultats les plus intéressants obtenus pour les quatre premiers modes de vibrations du barrage, sont reportés dans le tableau 6.2, la discrétisation est effectuée en élément finis Q4 pour différentes répartitions d'élément.

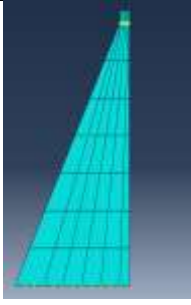
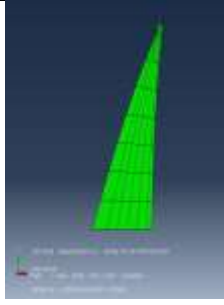
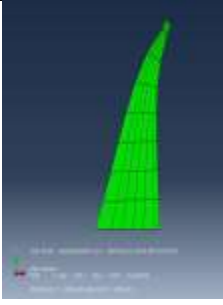
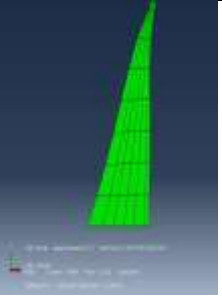
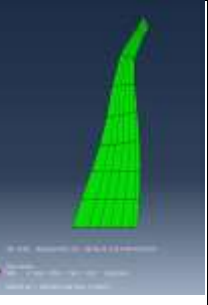
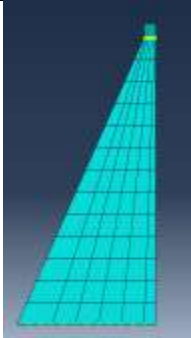
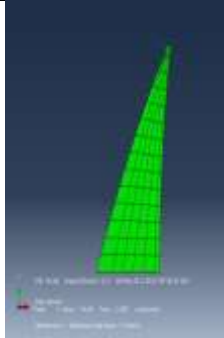
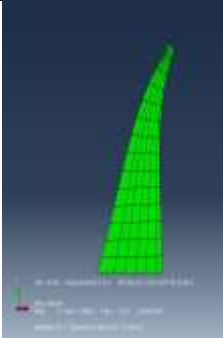
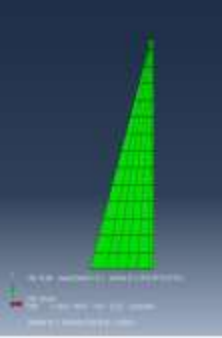
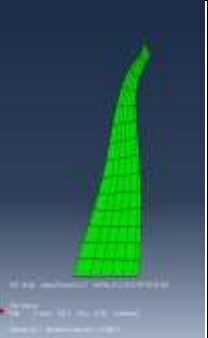
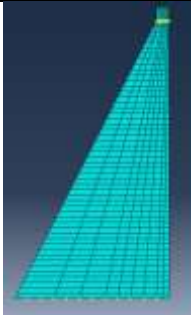
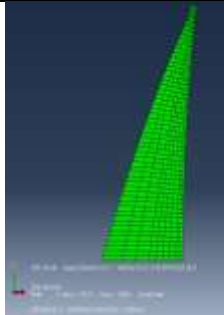
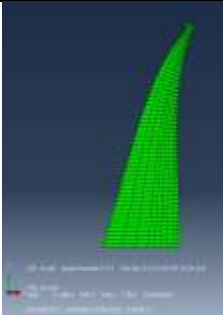
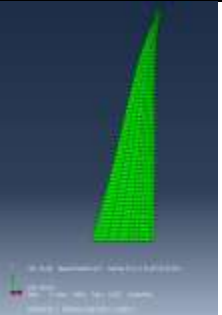
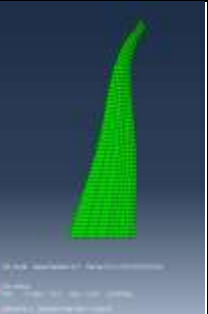
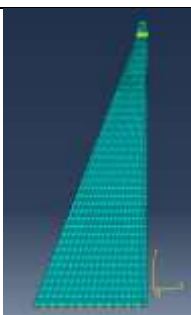
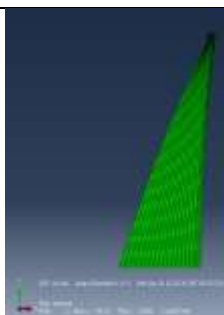
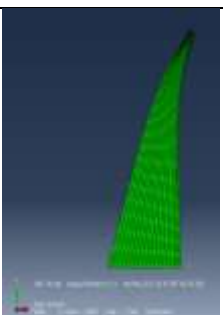
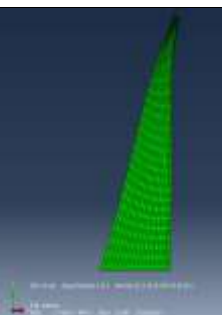
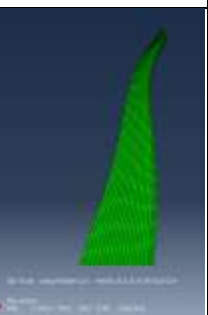
Maillage	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
48 éléments de 15*15 m <sup>2</sup>	T <sub>1</sub> =0.339 s	T <sub>2</sub> =0.140 s	T <sub>3</sub> =0.102 s	T <sub>4</sub> =0.079 s
				
84 éléments de 8*8 m <sup>2</sup>	T <sub>1</sub> =0.329 s	T <sub>2</sub> = 0.131 s	T <sub>3</sub> =0.098 s	T <sub>4</sub> =0.074 s
				
477 éléments de 2*2 m <sup>2</sup>	T <sub>1</sub> =0.326	T <sub>2</sub> =0.129	T <sub>3</sub> =0.093	T <sub>4</sub> =0.073
				
1995 éléments de 1*1 m <sup>2</sup>	T <sub>1</sub> =0.325	T <sub>2</sub> =0.129	T <sub>3</sub> =0.093	T <sub>4</sub> =0.073
				

Tableau 6.2: Résultat de l'analyse modale pour quatre types de maillage.

Le tableau 6.2 montre une légère variation des périodes propres pour les types de maillage considéré.

Les quatre premiers modes propres du barrage Oued-Fodda sont les suivants :

Modes propres	1	2	3	4
Périodes propres(s)	0.325	0.129	0.093	0.073

Tableau 6.3 : périodes propres du barrage Oued-Fodda.

#### 4.2 Modes propres du barrage rempli :

Dans le but d'application de la solution analytique de Westergaard on utilise la distribution des pressions montrée dans la figure 6.7

La masse oscillant avec le barrage représente l'effet hydrodynamique de l'eau sur le barrage avec un parement amont approximativement vertical se calcule en fonction de la hauteur  $h$  selon l'équation de Westergaard :

$$P(y) = \frac{7}{8} \times \rho_w \times \alpha \times \sqrt{H \times y}$$

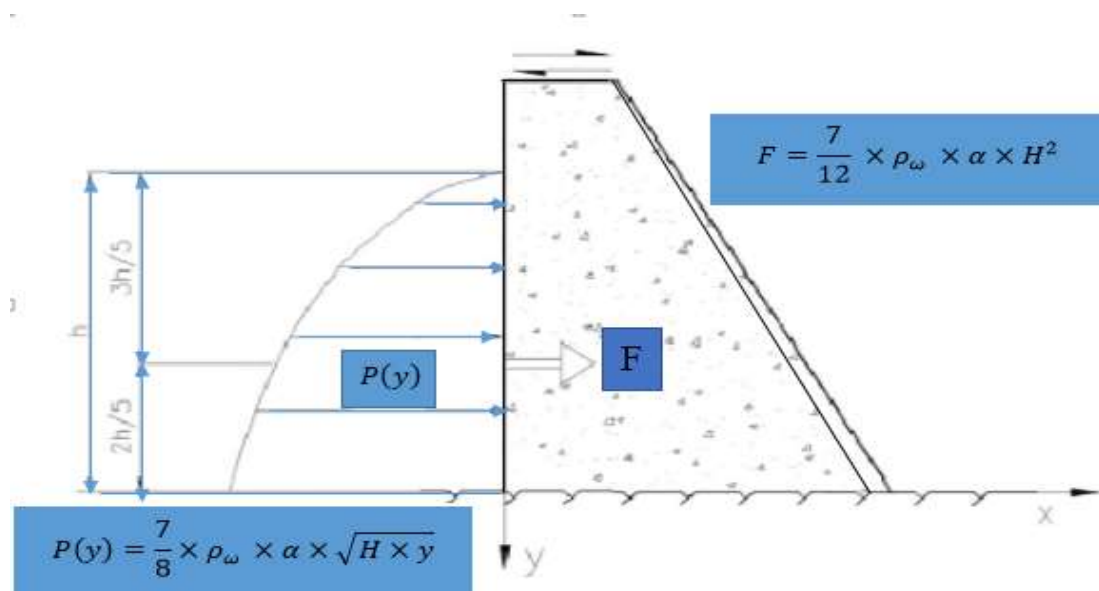


Figure 6.7: Poussée de Westergaard.

Pour des raisons pratiques, le barrage est divisé en plusieurs tranches horizontales. Le choix de cette division se fait en fonction du barrage, du niveau d'eau et de la précision souhaitée du calcul.

Les différentes tranches peuvent être d'épaisseur variable. Pour la tranche  $i$  on peut écrire :

$$m_{wi} = \frac{7}{8} \times \rho_w \times h_w \times \sqrt{1 - \frac{h}{h_w}}$$

MODE	Barrage-réservoir
1	0,577024
2	0,227991
3	0,134793
4	0,100007

**Tableau 6.4 :** Périodes propres du system barrage réservoir.

Les résultats de l'analyse modale du système en modèle de masse ajoutée de Westergaard, montrent une augmentation dans les valeurs des périodes propres qui est due à l'augmentation de la masse.

Le tableau 6.5 montre une comparaison entre les périodes propres du barrage seul et celles obtenues pour le système barrage- réservoir.

MODE	Barrage seul	Barrage-réservoir
1	0,325	0,577
2	0,129	0,227
3	0,093	0,134
4	0,073	0,100
5	0,049	0,096
6	0,041	0,088
7	0,036	0,081
8	0,031	0,069
9	0,029	0,044
10	0,028	0,041

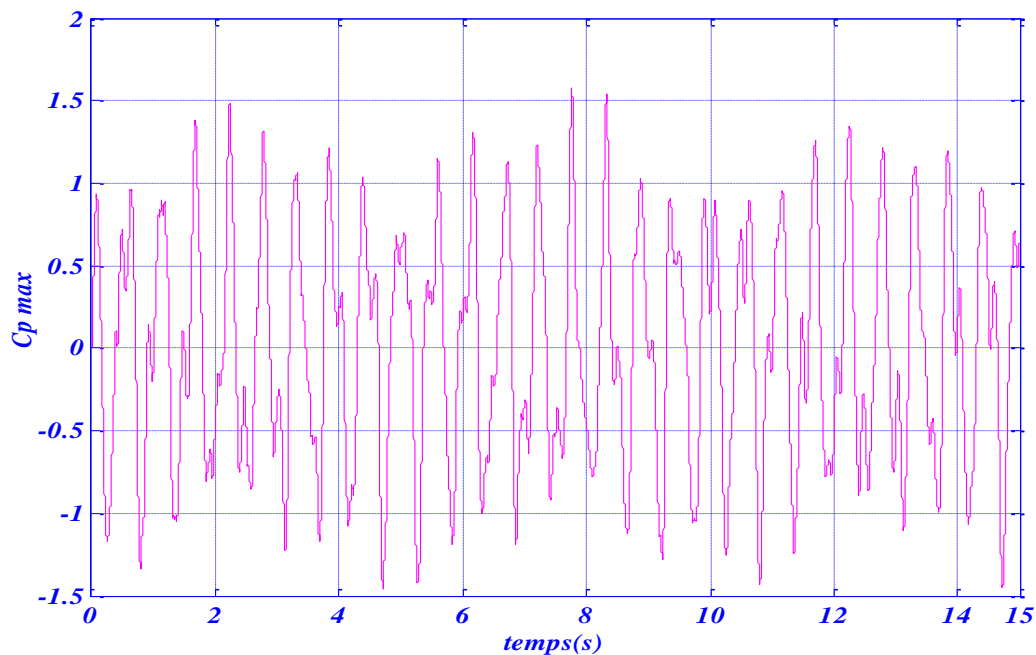
**Tableau 6.5:** périodes propres des deux systèmes considérés.

## 5. Analyses de la réponse :

### 5.1 Excitation harmonique :

Pour montrer l'effet de la variation de la fréquence d'excitation une série d'expériences numériques a été effectuée pour des excitations harmoniques d'amplitude unitaire et de pulsation  $\omega$ ,  $\dot{U}_g = e^{i\omega t}$ .

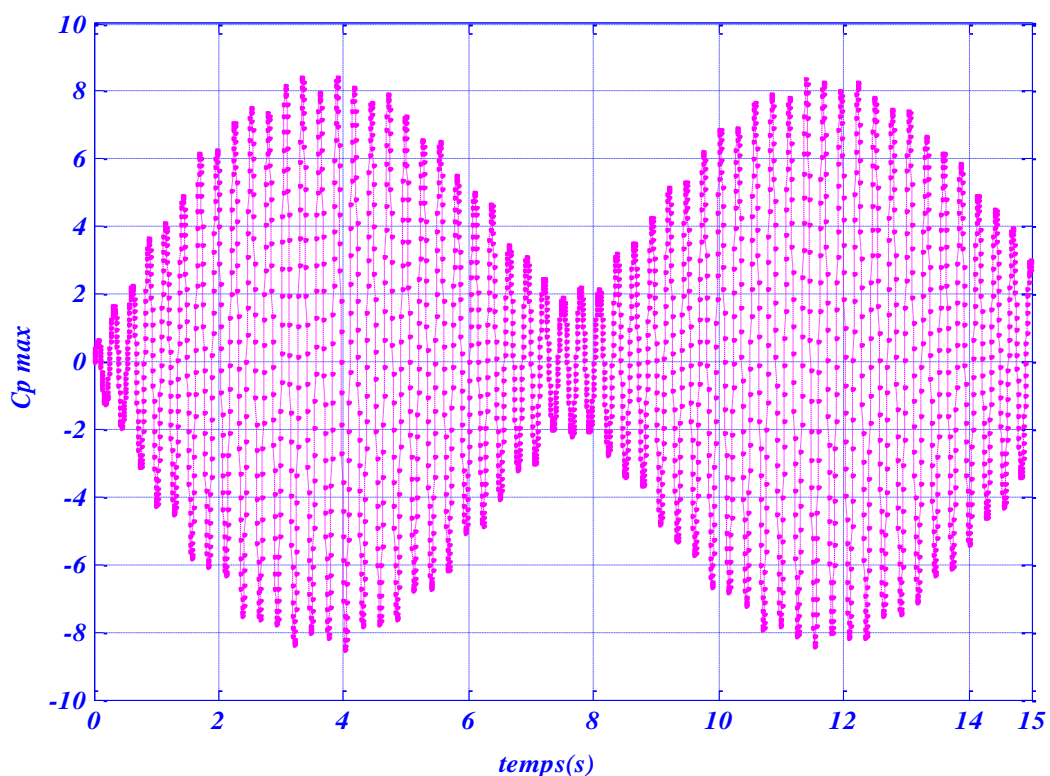
La figure (6.8) montre que sous l'effet d'une excitation harmonique la réponse reste harmonique.



**Figure 6.8:** Variation du coefficient de pression maximal en fonction de temps pour une fréquence d'excitation sismique  $\omega=0.5 \omega_1$  mode de vibration.

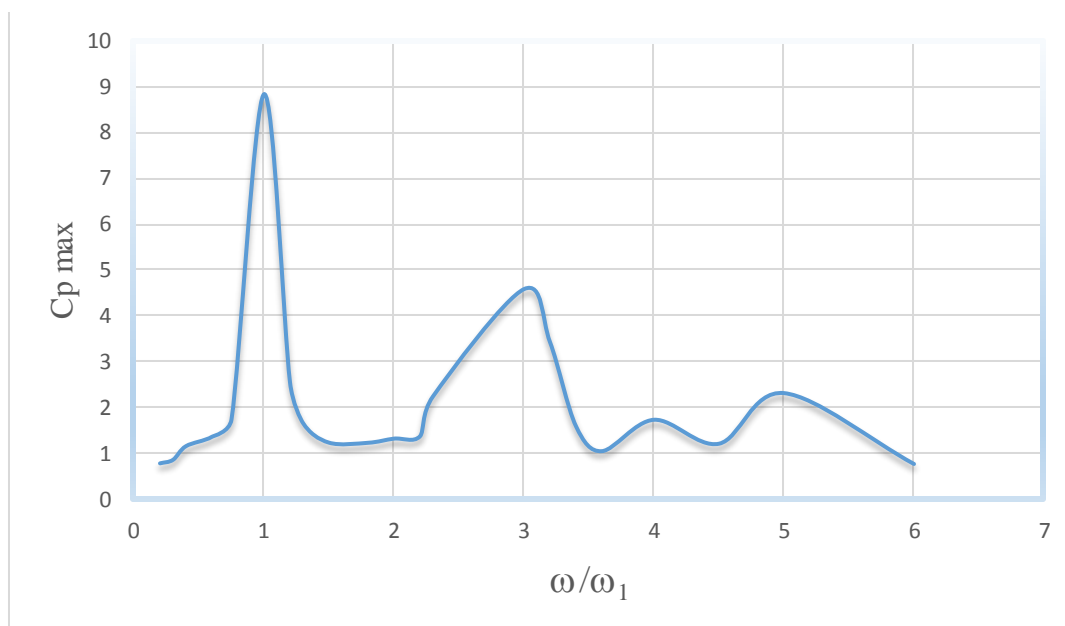
Il est évident que la solution du problème de détermination des pressions hydrodynamique dépend du lien qui existe entre la fréquence du séisme et la fréquence d'excitation, ces deux valeurs lorsqu'elles sont proches, elles peuvent provoquées la rupture du barrage à cause de l'amplification des pressions sur le parement amont du à l'état de résonance.

Il est clair sur la figure (6.9) que pour un fluide compressible, si la fréquence d'excitation est proche de celle de la fréquence propre du réservoir ( $\omega_1 = \pi c / 2H$ ) alors la réponse est fortement résonante. Cela est dû au faite que la compressibilité provoque un effet de battement dans le comportement de la réponse. Cette amplification est la plus significative pour les premiers modes de vibration.



**Figure 6.9:** Variation du coefficient de pression maximal en fonction de temps pour une fréquence d'excitation sismique  $\omega_1$  associé au mode fondamental.

Afin de résumer l'effet de la fréquence d'excitation, la valeur maximale de pression hydrodynamique  $C_{p_{max}}$  est prélevée pour chaque fréquence. Ces valeurs adimensionnelles du coefficient  $C_{p_{max}}$  sont reportées sur la figures (6.10) en fonction du paramètre de fréquence  $\omega/\omega_1$ , telle que  $\omega$  représente la fréquence d'excitation.



**Figure 6.10:** Variation du coefficient de pression maximal en fonction de la période d'excitation.

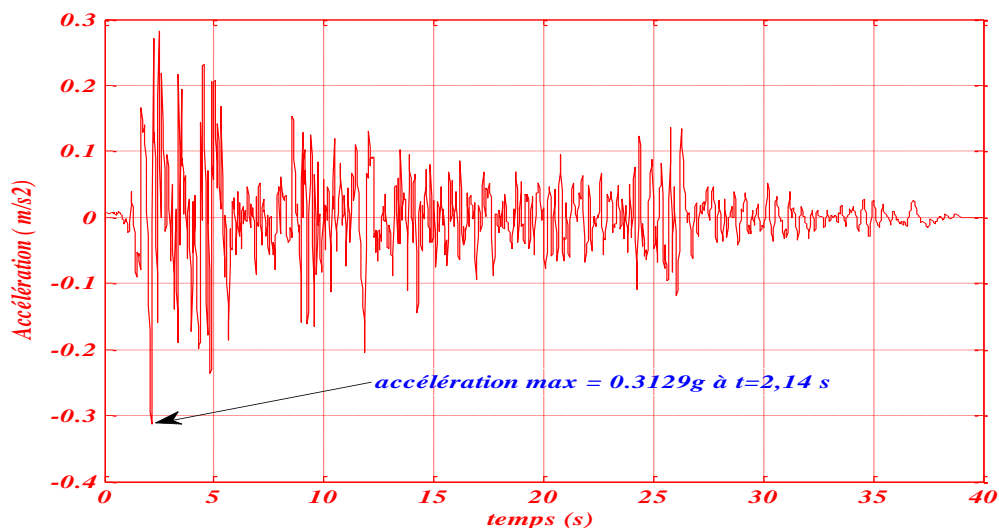
### 5.2 Effet d'excitation sismique :

L'expérience effectuée dans ce paragraphe concerne l'application du séisme d'El-Centro au barrage d'Oued-Fodha afin de pouvoir observer le comportement dynamique de celui-ci à chaque instant de l'action du séisme.

Les caractéristiques du séisme El-Centro sont résumées dans le tableau suivant :

<b>Magnitude</b>	6.95
<b>Hypocentres Latitude</b>	Latitude: 32,7601 Longitude: -115,416 Profondeur: 8.8 (km)
<b>Défait Rupture</b>	Longueur: 63,0 (km) Largeur: 13,0 (km)
<b>taux de glissement</b>	20.00 (mm / an)
<b>Distance épacentrale</b>	12,99 (km)
<b>PGA</b>	0.3129 g

**Tableau 6.6 :** Caractéristique du séisme El-Centro.



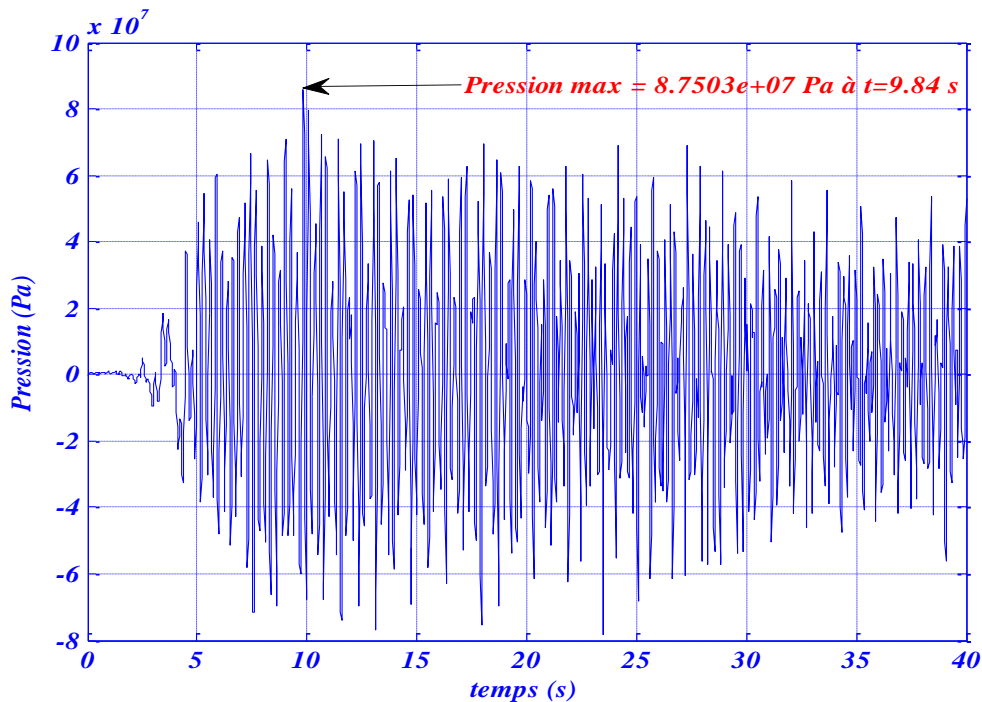
**Figure 6.11 :** Accélérogramme du séisme d'El-Centro.

La réponse dynamique du système fluide-structure est représentée dans la figure 6.12 pour des pressions hydrodynamiques calculées à la base du barrage, l'amortissement du

barrage est négliger par l'hypothèse du barrage rigide, l'amortissement du fluide est négliger par l'hypothèse de fluide non-visqueux, seul l'amortissement du à la limite radiative est pris en considération.

On remarque un décalage de 7,7 secondes entre le pic des accélérations et le pic des pressions, cela est dû au taux d'amortissement réduit.

On remarque aussi qu'à l'instant  $t=35$  les pressions augmente alors que l'action sismique prend fin, ceci est du toujours à l'effet de battement car les comportements dynamiques des pressions et des déplacements sont liés.



**Figure 6.12 :** Pression au pied amont du barrage d'Oued Fodha soumis au séisme d'El Centro.

### 5.3 Analyse dynamique par un spectre de réponse :

#### ➤ Principe :

La méthode d'analyse dynamique par les spectres de réponse utilise le spectre de réponse du séisme comme une donnée pour calculer la réponse maximale du barrage vis-à-vis des charges sismiques.

Les déplacements nodaux et les contraintes élémentaires max sont calculés séparément pour chaque mode de vibration avant d'être combinés pour obtenir les valeurs totales maximales de la réponse qui sont dus à tous les modes significatifs et aux trois composantes du séisme.



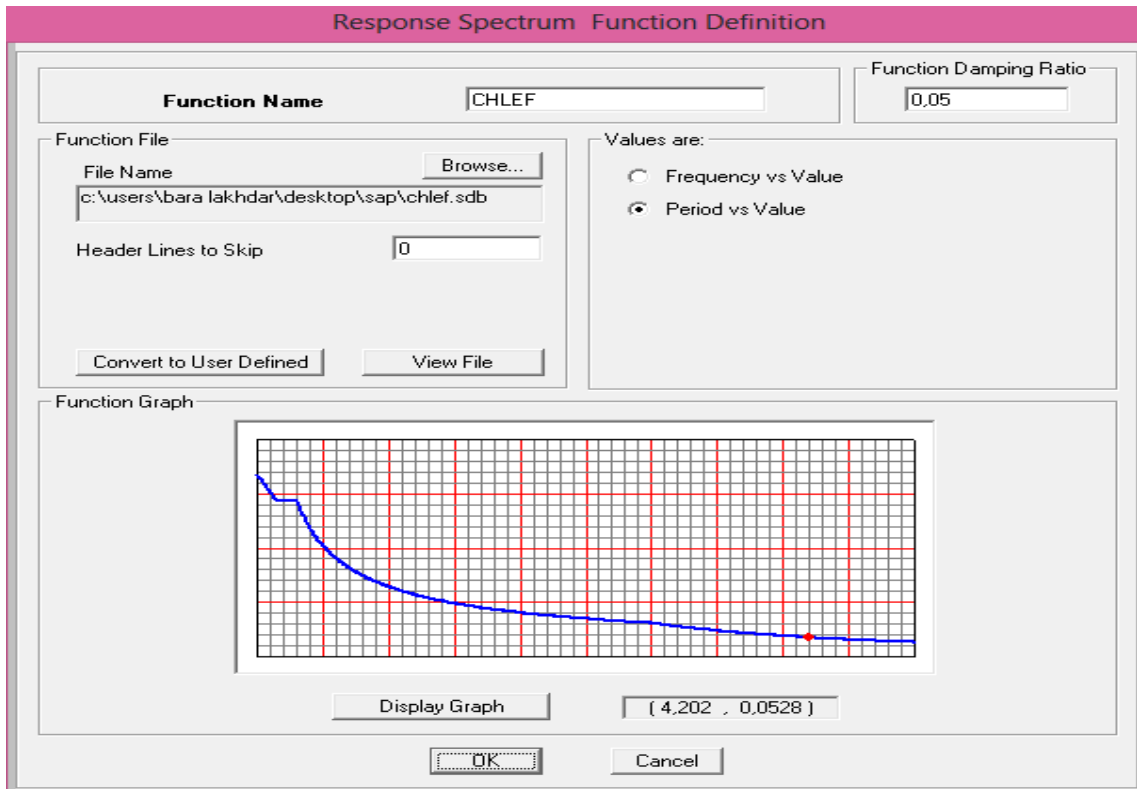


Figure 6.13: spectre de réponse généré par le RPA 99.

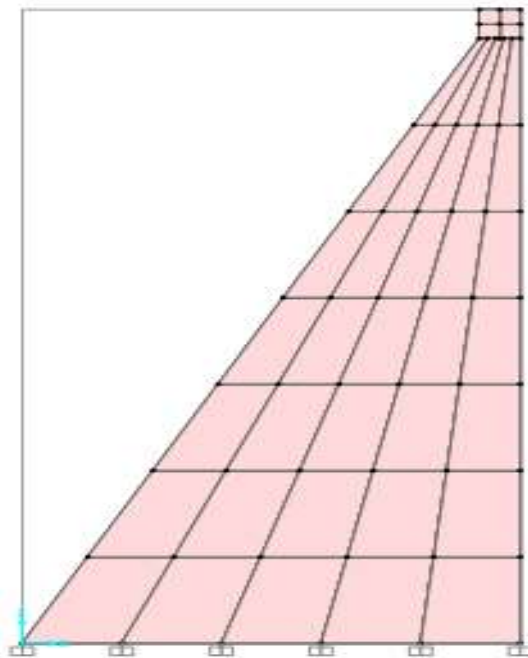


Figure 6.14: modélisation du barrage par Sap 2000.

➤ Déplacement à la crête du barrage :

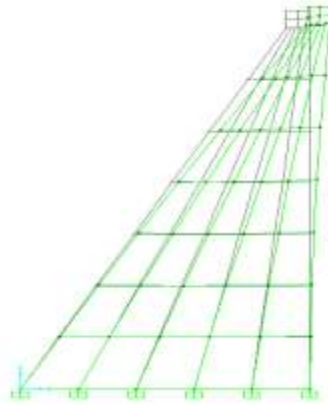


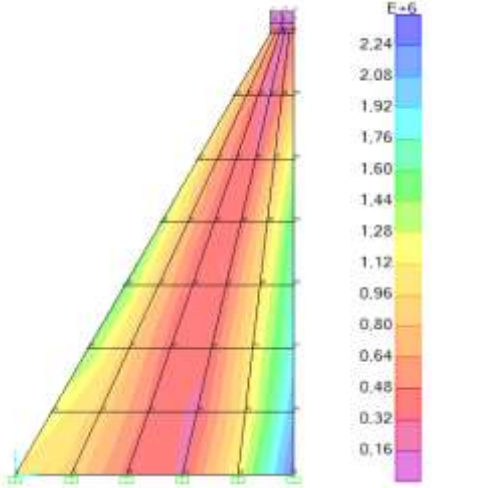
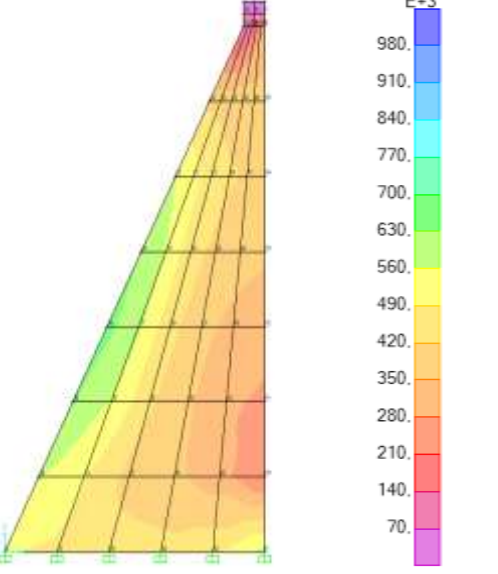
Figure 6.15: Déformée totale du barrage du barrage

direction	x	y	z
Déplacement(m)	0.02215	0	0.00579

Tableau 6.7 : Déplacement à la crête du barrage.

Distribution des contraintes sur le barrage :

contrainte	distribution	Max(Mpa)	Min(Mpa)
$\sigma_{xx}$	<p>Le diagramme de distribution des contraintes <math>\sigma_{xx}</math> sur le barrage utilise une échelle de couleur pour représenter les valeurs de contrainte. L'échelle est graduée en E-3, allant de 40 à 560. Les couleurs varient du violet (valeurs basses) au bleu (valeurs élevées). La contrainte est maximale à la crête du barrage et diminue vers la base.</p>	<b>0.59</b>	<b>0.012</b>

<p><math>\sigma_{zz}</math></p>		<p>2.32</p>	<p>0.03</p>
<p><math>\sigma_{xz}</math></p>		<p>0.98</p>	<p>0.012</p>

**Tableau 6.8 :** Distribution des contraintes en plan sur le parement du barrage.

Les diagrammes présentés dans le tableau 6.8 indiquent les contraintes maximales et minimales, de traction et de compression sur les deux faces du barrage (Aval et Amont) sous la condition de charge sismique.

A partir de ces diagrammes on peut identifier les régions de plus grandes contraintes et localiser les points des contraintes critiques. D'après le tableau 6.8 on peut constater que la concentration de contrainte pour le cas d'un barrage verticale se produit au niveau de pied de barrage (région bleu).

# *Chapitre VII*

*Étude Paramétrique sous  
l'hypothèse d'un barrage  
rigide*

## 1. Introduction :

L'effet des surpressions hydrodynamiques exercées sur les parements amont de barrages rigides soumis aux mouvements sismiques des sols constitue un facteur important dans la conception des barrages en région sismique. Pour une analyse précise de l'intensité et de la distribution des pressions hydrodynamiques s'exerçant sur les parements amont présentant des géométries irrégulières, une attention particulière doit être consacrée à la formulation des conditions aux limites du système complet fluide-structure et à leur implémentation numérique.

Dans ce chapitre, une étude paramétrique a été également effectuée en vue de mieux appréhender l'influence de divers facteurs physiques et géométriques sur la distribution des surpressions hydrodynamiques, incluant notamment la forme irrégulière du parement amont, la longueur relative du réservoir, et la compressibilité du fluide.

## 2. Influence de l'inclinaison de parement amont de barrage:

L'objet de cette étude est de déterminer l'influence de la géométrie de fuit amont de barrage sur la distribution de la surpression hydrodynamique sur dernier. Pour un barrage rigide, Nous allons étudier deux types de parements amont:

- **Un parement à une seule surface droite 'fruit unique' :**

On va étudier la variation du coefficient des pressions hydrodynamiques pour différentes inclinaisons du parement.

- **Un parement composé de deux surfaces droites 'double fruits' :**

L'étude de la variation du coefficient des pressions hydrodynamiques dans ce cas a été faite sur des barrages à double fruit issue d'un angle de  $45^\circ$  et  $30^\circ$ .

### 2.1 Barrage rigide a fruit unique :

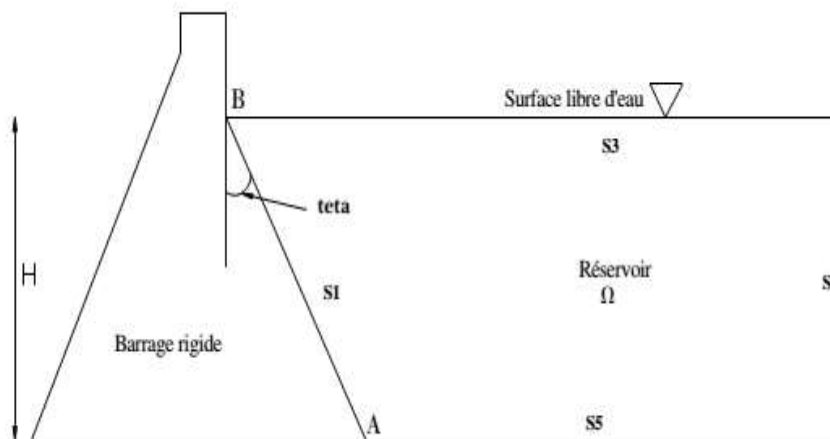
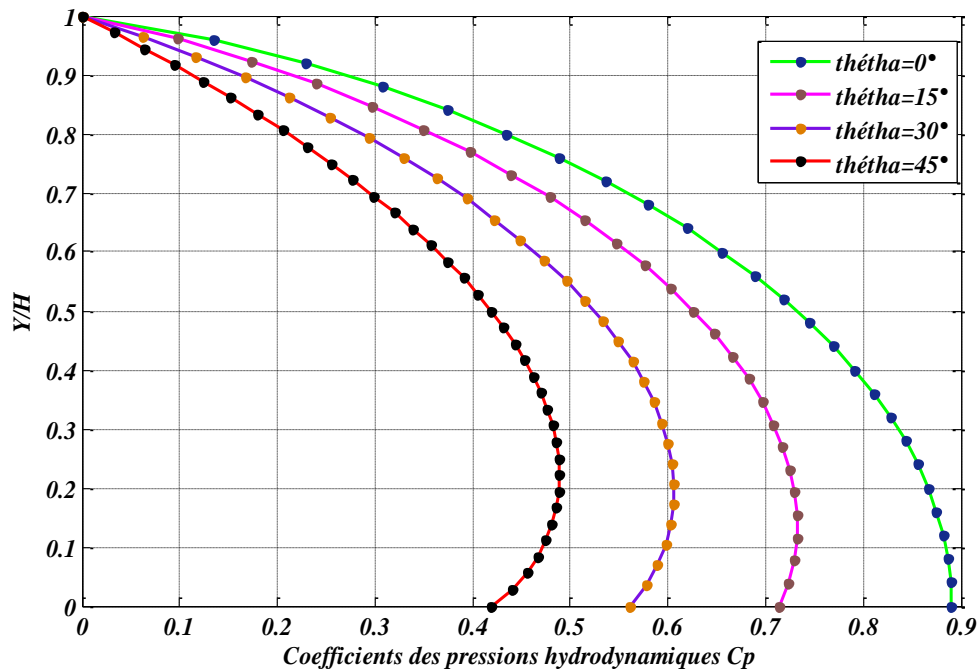


Figure 7.1 : Barrage rigide à fruit unique.

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=0^\circ$	0	6447	3325
$\Theta=15^\circ$	0	6204	3201
$\Theta=30^\circ$	0	5847	3020
$\Theta=45^\circ$	0	5355	2772

**Tableau 7.1 :** Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB) Cas de Barrage rigide à fluide compressible soumis à un chargement sismique horizontal.

➤ **Analyse des résultats :**



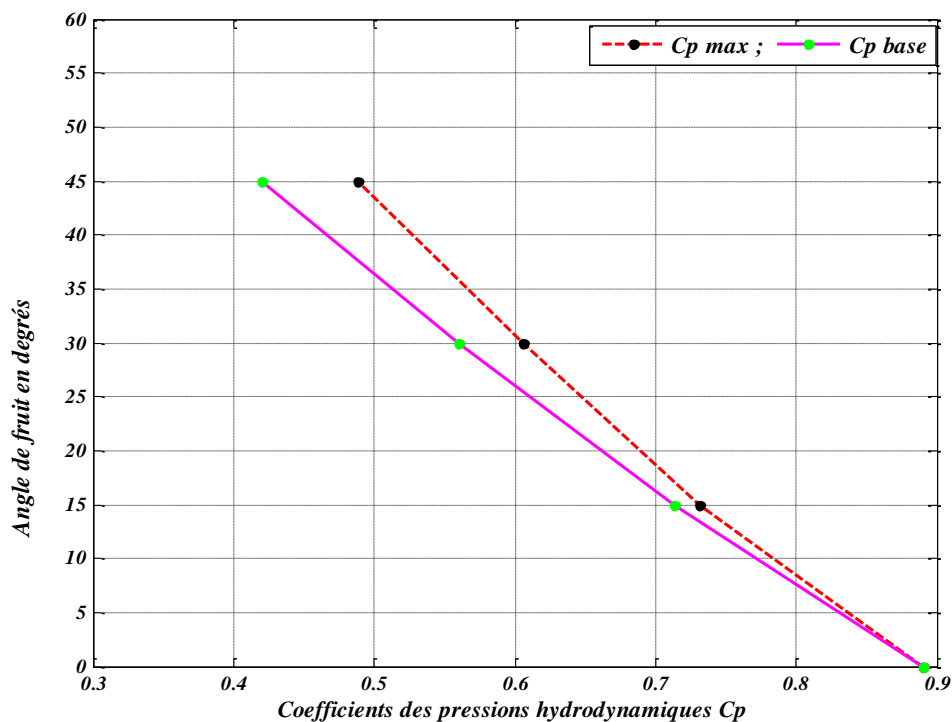
**Figure 7.2:** Variation de coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour différents angles d'inclinaison du Parement amont d'un barrage rigide à fruit unique.

La figure 7.2 montre une diminution claire de la valeur du coefficient des pressions hydrodynamiques qui est dû à l'augmentation de l'angle d'inclinaison du parement.

Le tableau 7.2 et la figure 7.3 montrent aussi que le point qui subit la pression la plus grande ne coïncide plus avec la base du réservoir sauf pour le cas d'un barrage verticale. Cette valeur est la valeur maximale du  $C_p$ , elle est égale à  $C_{pmax} = 0.8907$ .

Angle "Thêta" en degrés	$C_p_{max}$	$C_p_{base}$
$\Theta=0^\circ$	0.8907	0.8907
$\Theta=15^\circ$	0.7320	0.7137
$\Theta=30^\circ$	0.6063	0.5605
$\Theta=45^\circ$	0.4888	0.4199

**Tableau 7.2 :** Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du barrage de  $C_p$  en fonction de l'inclinaison du barrage.



**Figure 7.3 :** Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction de l'inclinaison du parement amont d'un barrage à fruit vertical.

On voit aussi que la courbe de  $C_{p_{base}}$  du barrage est pratiquement une droite, c'est-à-dire que la pression hydrodynamique à la base du réservoir varie linéairement dans la direction verticale avec l'augmentation de l'angle du fruit du parement amont.

## 2.2 Barrage rigide à 'double fruits' :

On définit le coefficient  $c$  comme étant le rapport entre la hauteur de la partie verticale et la hauteur total de barrage. L'étude sera faite pour un angle de  $30^\circ$  et  $45^\circ$  degrés avec une valeur du  $c$  de 0.25, 0.5 et 0.75 pour chaque cas.

### 2.2.1 Cas d'un angle de 45 degrés :

Les trois schémas de l'interface à fruits irréguliers ainsi que le nombre d'éléments utilisés dans le maillage sont représentés dans la figure 7.4 et le tableau 7.3 respectivement.

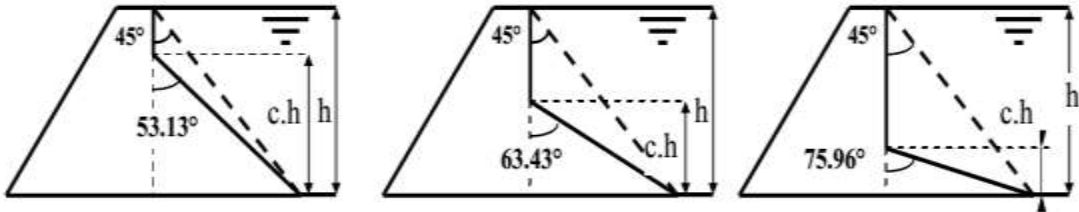


Figure 7.4 : Barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=45°).

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=53.2^\circ$	0.75	5612	2902
$\Theta=63.5^\circ$	0.5	5938	3066
$\Theta=76^\circ$	0.25	6188	3188

Tableau 7.3 : Maillage du réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fluide compressible et fruit irrégulier (Beta=45°).

### 2.2.2 Cas d'un angle de 30 degrés :

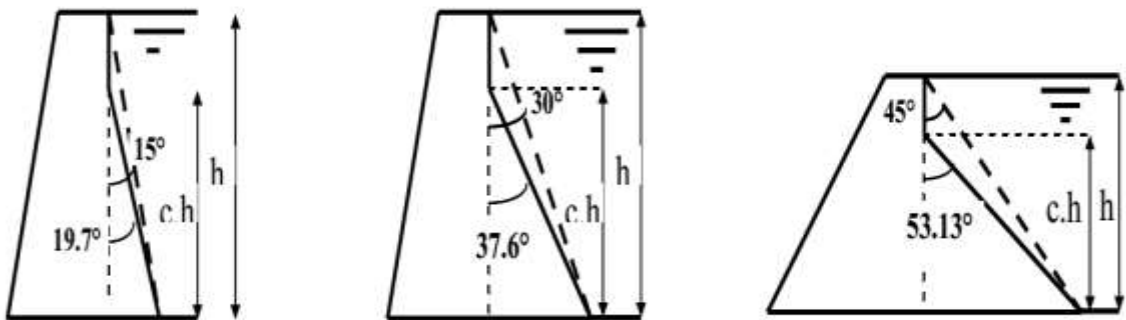


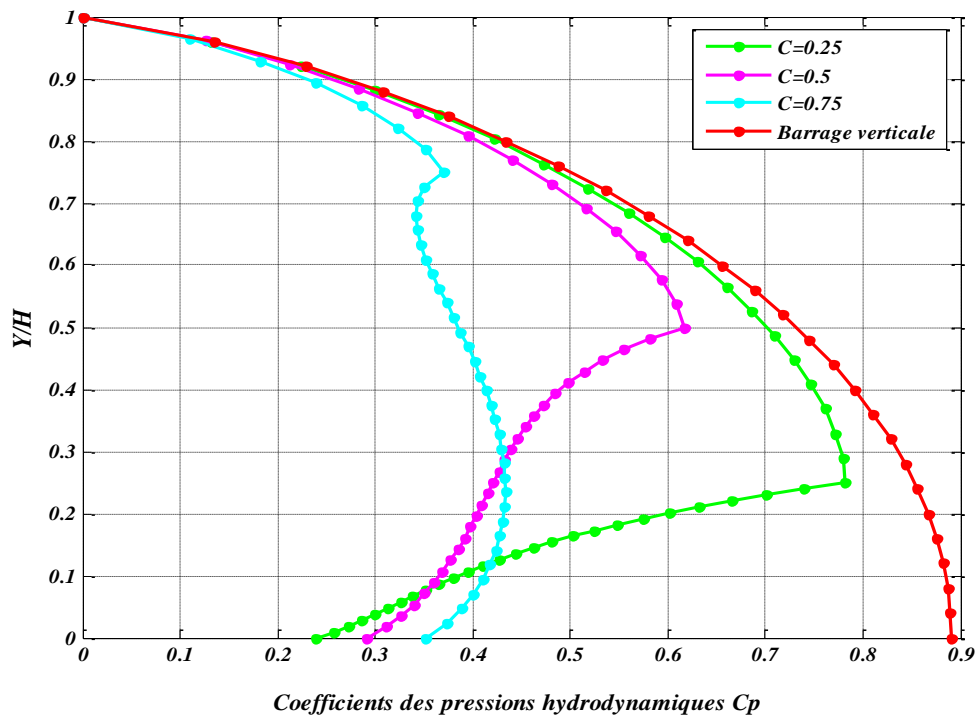
Figure 7.5 : Barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=30°).



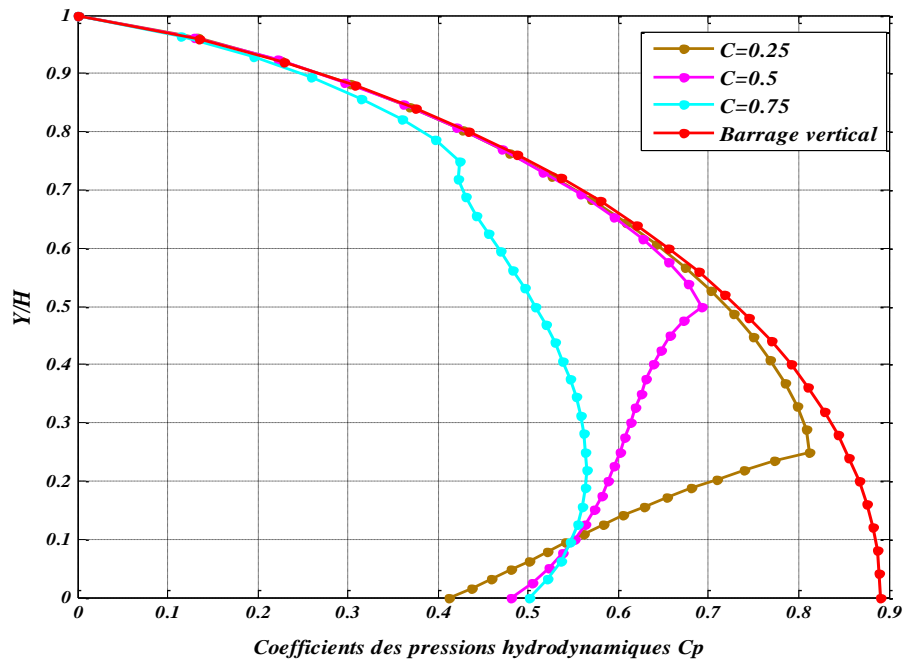
Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=37.6^\circ$	0.75	6029	3112
$\Theta=49.1^\circ$	0.5	6167	3182
$\Theta=66.6^\circ$	0.25	6337	3268

**Tableau 7.4 :** Maillage du réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fluide compressible et fruit irrégulier (Beta=45°).

➤ **Analyse des résultats :**



**Figure 7.6:** variation de coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  d'un barrage rigide a fruit irrégulier pour différentes valeurs de  $c$  (Beta=45°).



**Figure 7.7:** variation de coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  d'un barrage rigide a fruit irrégulier pour différentes valeurs de  $c$  ( $\text{Beta}=30^\circ$ ).

Les courbes illustrées dans les figures 7.6 et 7.7 montrent que la réduction de la hauteur de la partie verticale permet de diminuer la valeur du coefficient de pression hydrodynamique. Ceci est dû au fait que la zone inclinée favorise la dissipation de l'énergie dans la direction verticale, ce qui engendre donc une diminution des pressions.

Cette valeur devient encore plus petite si on diminue l'angle de la partie inclinée.

L'analyse des résultats trouvés dans cette partie d'étude sont résumé dans les tableaux 7.5 et 7.6.

$C$	$C_{p \max}$	$C_{p \text{ base}}$	Ecart en %
0.75	0.4333	0.3522	8,11
0.5	0.6165	0.2906	32,59
0.25	0.7824	0.2395	54,29

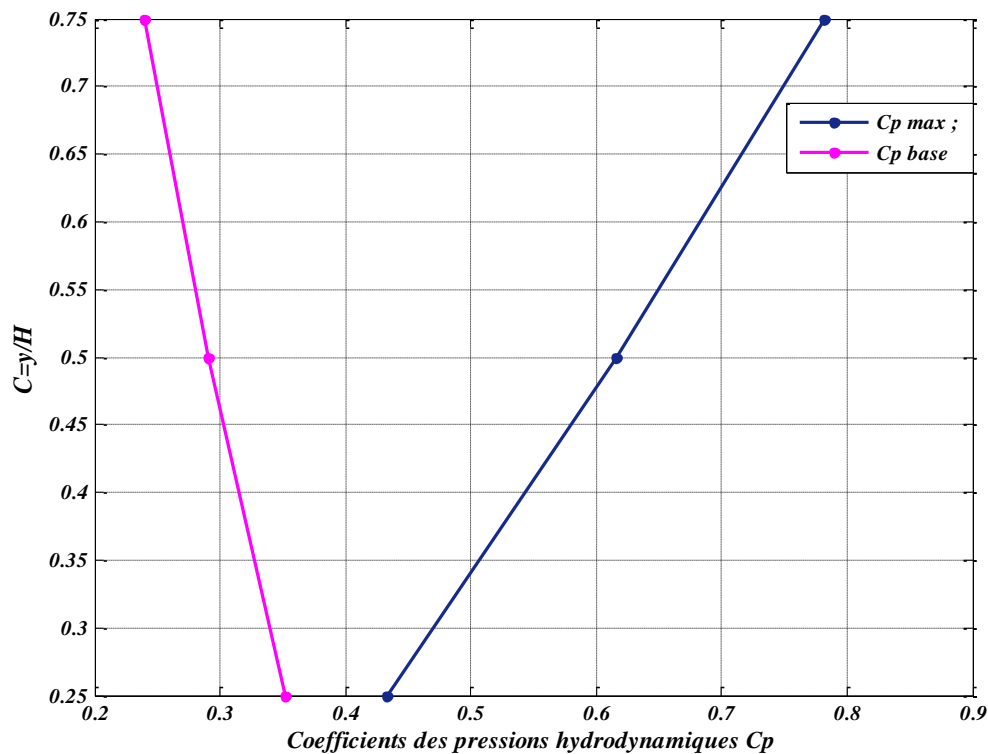
**Tableau 7.5:** Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du  $C_p$  d'un barrage a fruit irrégulier avec  $\text{beta}=45^\circ$ .

C	$C_{p \max}$	$C_{p \text{ base}}$	Ecart en %
0.75	0.5644	0.5019	6,25
0.5	0.6931	0.4811	21,2
0.25	0.8125	0.4128	39,97

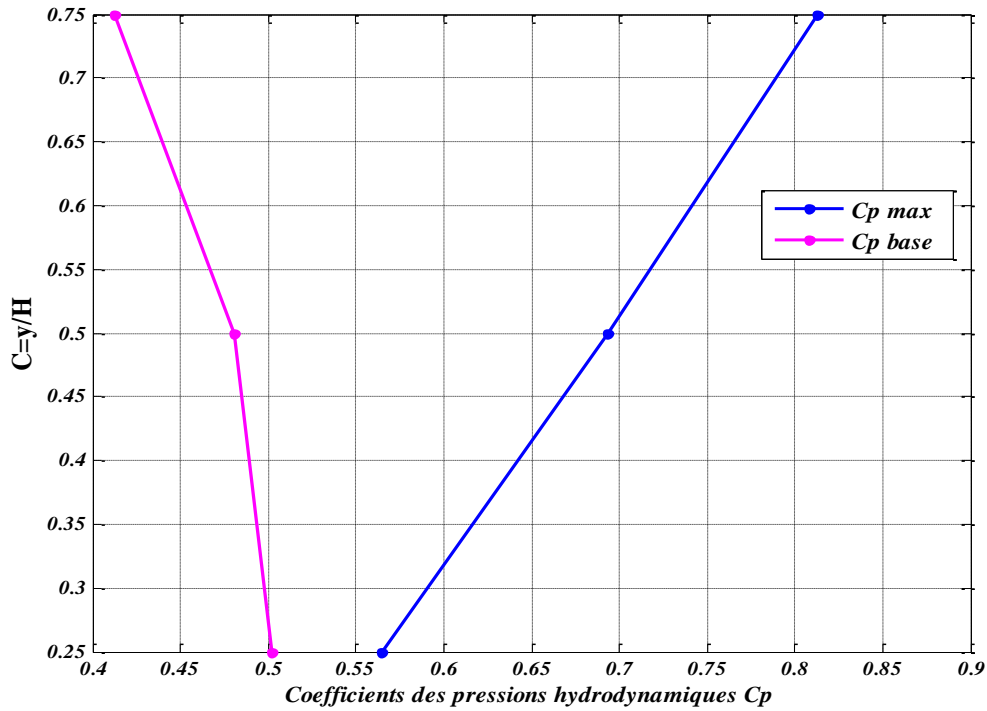
**Tableau 7.6:** Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du  $C_p$  d'un barrage a fruit irrégulier avec  $\beta = 30^\circ$ .

Les tableaux 7.5 et le tableau 7.6 représente une comparaison entre le coefficient de pression hydrodynamique maximale et à la base de réservoir dans le cas d'un barrage a fruit irrégulier avec  $\beta = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$  respectivement. La variation de  $C_{p \max}$  et  $C_{p \text{ base}}$  en fonction de la variation de la partie verticale dans les deux cas sont représenté dans les figure 7.8 et 7.9.

D'après les figure 7.8 et 7.9 en remarque que l'augmentation de l'angle d'inclinaison  $\beta$  ainsi que la diminution de partie vertical engendre un écart plus en plus important entre le coefficient de pression hydrodynamique maximum et le coefficient de pression hydrodynamique a la base.



**Figure 7.8:** Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction  $CH$  d'un barrage Irréguliers pour  $\beta = 45^\circ$ .



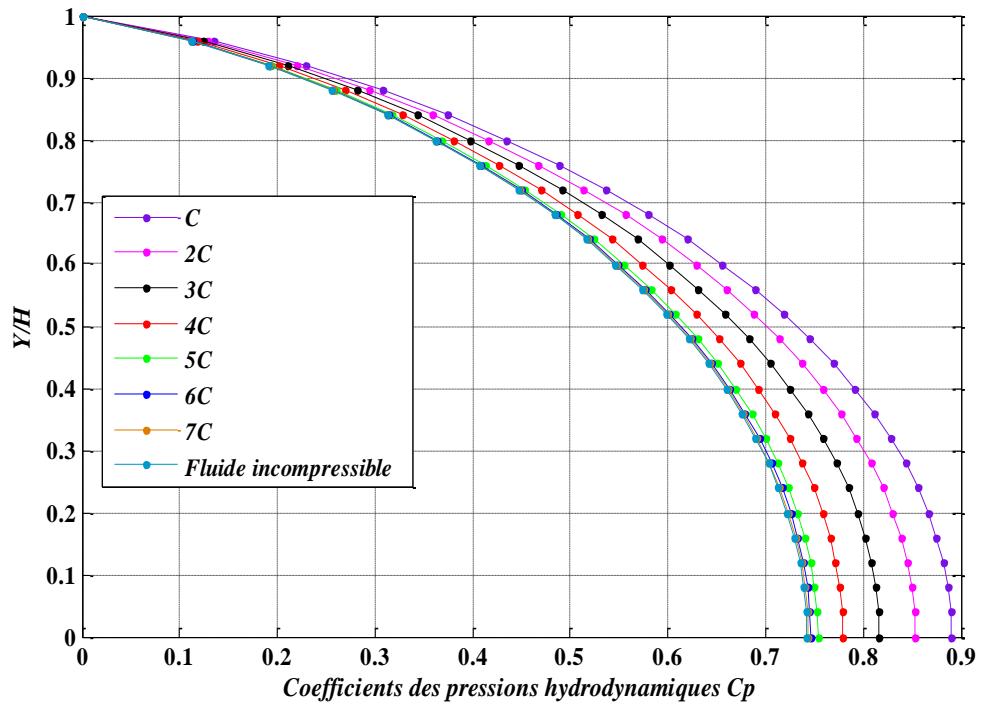
**Figure 7.9:** Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction  $CH$  d'un barrage Irréguliers pour  $\beta=30^\circ$ .

### 3. Effet de la compressibilité de fluide:

Pour montrer l'effet de la compressibilité de fluide sur la distribution de la pression hydrodynamique  $C_p$  sur le parement amont de barrage, le taux de remplissage de réservoir est fixé à une hauteur  $H_f = 100$  m, nous avons fait varier la vitesse de propagation des ondes dans le fluide  $C$ , sachant que le fluide est caractérisé par une valeur de  $C=1440$  m/s. les valeurs de coefficient de pressions hydrodynamique maximale ainsi que la vitesse de propagation des ondes de pression correspondante sont rapporté dans le tableau 7.7

Célérité des ondes de pressions	$C_p \text{ max}$
$C$	0.8907
$2C$	0.8536
$3C$	0.8165
$4C$	0.7794
$5C$	0.7534
$6C$	0.7460
$7C$	0.7437
Fluide incompressible $C=\infty$	0.7422

**Tableau 7.7:** influence de la compressibilité de fluide sur le coefficient de pression hydrodynamique  $C_p$ .



**Figure 7.10:** effet de la compressibilité de fluide sur le coefficient de pression hydrodynamique  $C_p$ .

La figure 7.10 montre la variation de la distribution de coefficient de pression hydrodynamique  $C_p$  pour chaque valeur de la vitesse des ondes de pression  $C$ , on remarque que l'augmentation de la célérité des ondes de pressions engendre une diminution de coefficient de pression hydrodynamique, en outre, on peut constater qu'à partir de  $5C$  qu'il y a une légère variation de  $C_p$  et pour une valeur de  $6C$  la distribution des pressions hydrodynamique  $C_p$  est pratiquement la même la distribution pour le cas d'un fluide incompressible, et on conclue que pour des valeur de célérité des ondes de pression élevée la compressibilité de fluide peut être négligé.

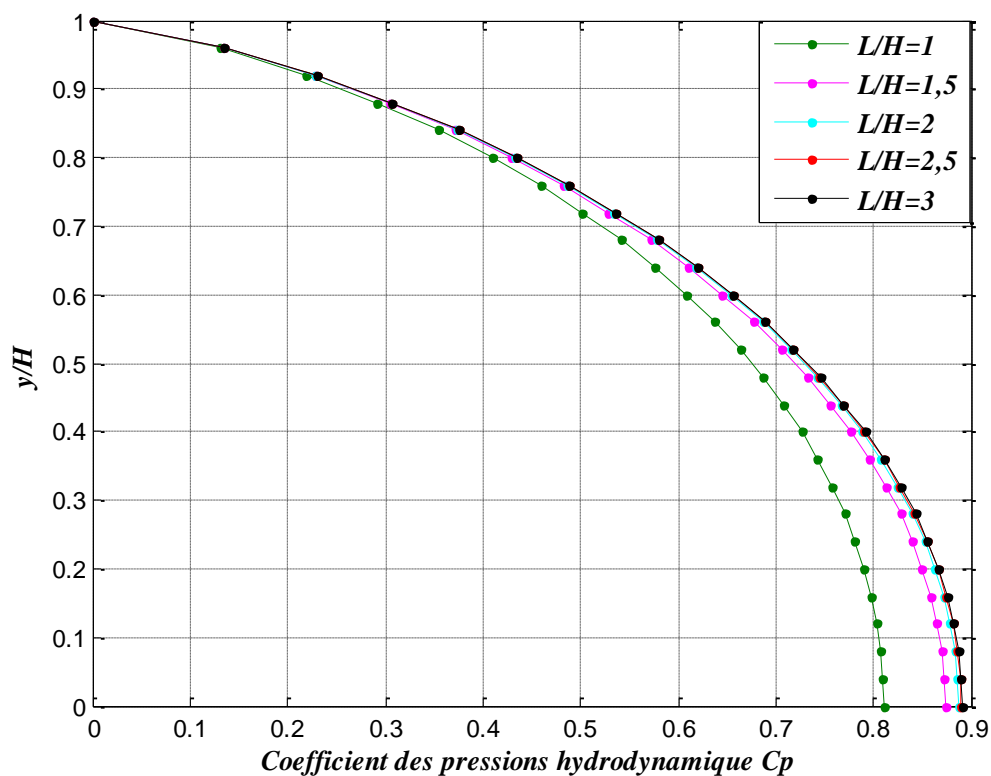
#### 4. Effet de la limite de rayonnement :

Pour le choix de limite de de troncature, on a effectué étude paramétrique sur le choix de la longueur relative  $L/h$  du réservoir sous la même hypothèse d'un barrage rigide avec un parement vertical d'une hauteur  $H=100$  m, le nombre d'élément finis utilisée pour la discrétisation du fluide contenu dans le réservoir varie avec la longueur prise pour le réservoir, les déférentes longueurs de réservoir avec les propriété de maillages correspondant sont rapporté dans le tableau 7.8, en outre , en a évalué le coefficient des pression hydrodynamique maximale au pied amont de barrage pour chaque longueur de réservoir.

La longueur relative L/H	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds	$C_{p \max}$
1	926	498	0.8103
1,5	1444	765	0.8735
2	1868	986	0.8872
2,5	2368	1244	0.8901
3	2828	1482	0.8907
3,5	3290	1722	0.8908
4	3744	1957	0.8908

**Tableau 7.8:** influence de la longueur de rayonnement.

La figure 7.7 présente les tendances d'évolution de la distribution du coefficient des pressions hydrodynamique, dans le cas d'un barrage vertical.



**Figure 7.11:** Evolution de la distribution du coefficient des pressions hydrodynamiques en fonction de la longueur relative L/H.

Il est observé de la figure 7.11 que la variation la longueur relative L/H induit une augmentation de la valeur de coefficient de pression hydrodynamique  $C_{p \max}$  évalué au pied amont de barrage, ainsi qu'une concordance de résultat très proche pour les valeurs du

paramètre  $L/H$  au voisinage de 3. Les valeurs de  $L/H$  supérieur à 3 n'ont pratiquement aucune influence sur la distribution de la surpression hydrodynamique sur le parement amont de barrage.

**Conclusion :**

D'après Les principaux résultats relatifs présentés lors de cette étude, on constate que la forme du parement de l'interface barrage-réservoir a un important effet sur l'intensité et de la distribution hydrodynamique, ainsi que la compressibilité du fluide et la longueur de rayonnement dont ils constituent des critères très importants qu'il faut tenir compte lors de la construction des barrages.

# ***Chapitre VIII***

***Étude de l'effet de taux  
de remplissage***





Pour chaque hauteur de remplissage  $h$  on calcul la masse d'eau qui revient aux nœuds, en considérant pour cela un barrage encastré à sa base et en se basant sur le concept de la masse ajoutée de Westergaard.

La valeur de calculs des masses ajoutées aux nœuds pour chaque taux de remplissage est illustrée dans les tableaux suivant :

Nœuds	h	Masse ajouté de Westergaard (t)
<b>N6 à la base</b>	0	1119,365152
<b>N50</b>	13,77143	1029,666171
<b>N51</b>	27,54286	931,3680813
<b>N52</b>	41,31429	821,3888679
<b>N53</b>	55,08571	694,2008366
<b>N54</b>	68,85714	537,7256558
<b>N55</b>	82,62857	310,4560521
<b>N2</b>	96,4	83,18644846

**Tableau 8.1 :** Masse ajoutée de Westergaard dans le cas d'un barrage remplie.

Nœuds	h	Masse ajouté de Westergaard (t)
<b>N6 à la base</b>	0	828,6908431
<b>N50</b>	13,77143	736,3111251
<b>N51</b>	27,54286	630,5391602
<b>N52</b>	41,31429	502,9959017
<b>N53</b>	55,08571	329,2884094
<b>N54</b>	68,85714	33,60789009

**Tableau 8.2 :** Masse ajoutée de Westergard dans le cas d'un barrage remplie à 0.75 H.

Nœuds	h	Masse ajouté de Westergaard (t)
<b>N6 à la base</b>	0	537,7256233
<b>N50</b>	13,77143	439,0511196
<b>N51</b>	27,54286	310,4559958
<b>N52</b>	41,31429	77,6139285

**Tableau 8.3 :** Masse ajoutée de Westergard dans le cas d'un barrage remplie à 0.5 H.

Nœuds	h	Masse ajoutée de Westergaard (t)
<b>N6 à la base</b>	0	245,4370417
<b>N50</b>	13,77143	100,8235239

**Tableau 8.4** : Masse ajoutée de Westergaard dans le cas d'un barrage rempli à 0.5 H.

Les dix premiers modes de vibrations du barrage de l'Oued-Fodda sont calculés et récapitulés dans le tableau (8.4) :

MODE	Barrage vide (0.H)	0,25 H	0,5 H	0,75H	H
<b>1</b>	0,320423	0,320693	0,333770	0,453149	0,577024
<b>2</b>	0,131057	0,132438	0,168098	0,209055	0,227991
<b>3</b>	0,093174	0,093181	0,107210	0,142997	0,134793
<b>4</b>	0,075030	0,078985	0,094118	0,123541	0,100007
<b>5</b>	0,049920	0,056200	0,089890	0,107657	0,096686
<b>6</b>	0,041892	0,044097	0,064378	0,093068	0,088455
<b>7</b>	0,036553	0,041389	0,044851	0,070789	0,081369
<b>8</b>	0,031015	0,035294	0,041513	0,044183	0,069632
<b>9</b>	0,029719	0,030975	0,038489	0,041900	0,044754
<b>10</b>	0,028752	0,029707	0,033987	0,039718	0,041868
<b>11</b>	0,028036	0,028739	0,030845	0,035611	0,036865
<b>12</b>	0,026779	0,026781	0,029442	0,031530	0,032756

**Tableau 8.4** : Périodes propres (sec.) en fonction du taux de remplissage.

En considérant pour cela un barrage encastré à sa base, avec une variété de condition de remplissage ou l'interaction hydrodynamique est prise en considération en se basant sur le concept de la masse ajoutée d'après ce tableau on peut conclure que :

L'augmentation du niveau de remplissage de la retenue conduit à une augmentation de la fréquence propre de vibration, elle est nettement plus importante dans le cas d'un taux de remplissage supérieur à 0.5, et en particulier dans le cas d'un barrage plein ou sa fréquence fondamentale peut atteindre une amplification importante par rapport à un barrage

(encastré a sa base) d'une retenue vide, en outre cette amplification diminue pour les modes supérieurs.

Pour un taux de remplissage inférieur à 0.5, les fréquences propres de vibration sont pratiquement identiques à un cas d'une retenue vide.

### **Conclusion :**

Dans la présente étude On voit que l'interaction hydrodynamique avec l'eau a pour effet principal l'allongement des périodes de vibration du barrage notamment pour les taux de remplissage supérieurs à 50%. On constate également que les valeurs des périodes des modes supérieurs, pour une configuration donnée du système barrage-réservoir, se rapprochent de la valeur de la période fondamentale du système correspondant. Ce rapprochement est d'autant plus important que le taux de remplissage du réservoir est plus élevé.

***CONCLUSION***  
***Générale***

### **Conclusion Générale :**

En conclusion, ce travail nous a permis d'une part, de prendre conscience de l'importance d'une étude dynamique pour une structure aussi importante qu'un barrage poids et d'autre part, d'approcher le domaine de l'interaction fluide - structure qui demeure un sujet de recherche qui n'a pas cessé de livrer ses secrets.

Nos résultats nous ont montré que l'influence des phénomènes d'interaction entre deux milieux de nature différentes tels qu'ils se présentent dans les systèmes couplés barrage-réservoir, est d'une importance qui justifie les efforts de recherche entrepris depuis le début du siècle.

Nous tenons à souligner que la méthode des éléments finis demeure un outil très puissant pour le traitement de problèmes complexes, notamment les problèmes hétérogènes ou multi-milieux.

Le degré d'importance que l'on doit accorder au phénomène d'interaction dépend des paramètres liés aux propriétés des milieux. la compressibilité du fluide et la rigidité du barrage selon qu'elles sont prises en compte ou pas dans les calculs ont un effet remarquable sur les surpressions observées dans le réservoir.

A travers les résultats obtenus, les hypothèses négligeant l'effet de compressibilité du fluide engendre des erreurs relativement importantes, ce qui nous amène à recommander d'inclure cette caractéristique dans les modèles de calcul pour approcher au mieux les conditions réelles de ce phénomène.

Les résultats obtenus permettent de conclure entre autres que:

- La forme du parement amont a un important effet sur l'intensité et la distribution des Surpressions hydrodynamiques.
- L'effet d'interaction fluide- structure se traduit par une augmentation des périodes des barrages en fonction de leurs niveaux de remplissage. Cet effet n'est réellement sensible que pour des niveaux de remplissage supérieur à  $H/2$ .
- La prise en compte de la compressibilité de l'eau induit une augmentation substantielle des pressions.
- Le paramètre amortissement contrôle non seulement les valeurs maximales de la réponse sismique à la résonance mais aussi la nature du mode de vibration excité.

## Bibliographie

- [1] **Bonnet G, Seghir A, Corfdir A**, Coupling BEM with FEM by a direct computation of the boundary stiffness matrix, *Compute Methods Appl Mesh Eng* 2009; 198:2439-45.
- [2] **C.A Brebbia AND J.dominguez**. *Boundary Elements. An Introductory Course*. Second edition.
- [3] **Chopra A. K. and Gupta S.**, - Hydrodynamic and foundation interaction effects in earthquake response of a concrete gravity dam. *J. Struct. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 578, 1899-1412, 1981.
- [4] **HALL J. F. and Chopra A. K.** - Hydrodynamic effects in the dynamic response of concrete gravity dams. *J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* vol. 10, 333-395, 1982
- [5] **FENVES G. and Chopra A. K.** - Effects of reservoir bottom absorption and dam-water-foundation interaction of frequency response functions of concrete gravity dams. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* vol. 13, 13-31, 1985.
- [6] **Tiliouine B. and Seghir A.** - Fluid-structure models for dynamic interaction studies of dam reservoir systems. *Proceeding of XI ECEE, 1998. Paris, France*
- [7] **Westergaard H. M.** - Water pressures on dams during earthquakes. *Am. Soc. C. E.* Nov.1931.
- [8] **Tiliouine, B. & Seghir, A.** 1998b. Fluid-structure models for dynamic studies of dam-water systems. *Eleventh European Conference on Earthquake Engineering, Paris, France, 6th– 11thSeptember, 1998.*
- [9] **Zienkiewicz, O. C. 1969.** Discussion on 'Earthquake response of reservoir-dam systems', *Proc. ASCE, EM3 95: 801-803.*
- [10] **Tiliouine, B. & Seghir, A.** 1998a. A numerical model for time domain analysis of dams including fluid-structure interaction. *CST98, 4th International Conference on Computer Structures Technology. Edinburg, Scotland, 18<sup>th</sup>-20<sup>th</sup> August 1998.*
- [11] **Tiliouine, B. & Seghir, A.** 1997. Influence de l'interaction fluide–structure sur le comportement sismique du barrage d'Oued-Fodda (Nord-Ouest Algérien). *Actes du 1er Congrès Arabe de Mécanique, Damas, Syrie.*
- [12] **P. Le Tallec, J. Mouro**, Fluid structure interaction with large structural displacements, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190 (24–25) (2001) 3039–3068.
- [13] **Y. Bilici et al.** / *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 29 (2009) 444–45.
- [14] **Clough RW, Penzien J.** *Dynamics of structures*. 2nd ed. Singapore: McGrawHill Inc.; 1993.
- [15] **G.-H. Cottet / C. R. Acad.** A particle model for fluid–structure interactions. *Paris, Ser. I 335 (2002) 833–838.*
- [16] **S. Mitra, K.P. Sinhamahapatra** / *Finite Elements in Analysis and Design /2D simulation of fluid-structure interaction using finite element method* 45 (2008) 52 – 59 .
- [17] **Carlier, M. (1986)**, « *Hydraulique générale et appliquée* ». Edition Eyrolles
- [18] **Davidovici V. (1999)**, *La construction en zone sismique*, Le moniteur.
- [19] *Rapport préliminaire de la mission AFPS «Le séisme du 21 Mai 2003».*
- [20] **H. M. Westergaard.** Water pressures on dams during earthquakes. *Transactions of ASCE, 98 :1303–1318, 1933.*

- [21] **P. Chakrabarti and A. K. Chopra.** Earthquake analysis of gravity dams including hydrodynamic interaction. *Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 2:143–160, 1973.
- [22] **A. K. Chopra.** Hydrodynamic pressures on dams during earthquakes. *J. Eng. Mechanics Division, ASCE*, 93(EM6) :205–223, 1967.
- [23] **Humar J. and Roufaiel M.** Finite element analysis of reservoir vibration. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 109(1):215–229, 1983.
- [24] **N. Bouanani, P. Paultre, and J. Roulx.** A closed-form formulation for earthquake-induced hydrodynamic pressure on gravity dams. *Journal of Sound and Vibration*, 261:573–582, 2003.
- [25] **G. Fenves and A. K. Chopra.** Earthquake analysis and response of concrete gravity dams. Technical Report No. UCB/EERC-84/10, University of California, Berkeley, California, 1984.
- [26] **Chwang A. T.** Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. *J. Fluid Mech.*, 165:131–145, 1978.
- [27] **G.C. Lee and C. S. Tais.** Time-domain analyses of dam-reservoir system. i: Exact solution. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 117(9):1990–2006, 1991.
- [28] **Zangar C.N.,** Hydrodynamic Pressure on Dams due to Horizontal Earthquake Effects. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado; Vol. 10, No. 2, 1953.
- [29] **Rashed, AA** 1982 analyse dynamique des systèmes fluide-structure. *Rep N ° EERL 82-03*, Tremblement de terre Engineering Research Laboratory, Institute of Technology, Pasadena, en California .1982
- [30] **Rashed, A. A. and Iwan, W. D.,** (1984), "Hydrodynamic pressure on short-length gravity dams", *J. Engrg. Mech.*, 110(9), 1264-1283.
- [31] **Anton J.Schleiss et Henri Pougatsch,** "Les Barrages du projet à la mise en service, *Traité de Génie Civile de l'E.P.F.L*", volume 17.MAI 2011.
- [32] **Clough R.W. & Penzien J.** 2003, *Dynamics of structures.* Mc Graw-Hill, London, England.
- [33] **Mahdi M, Reza A, Hasan A .K,** "Hydrodynamic Pressure on Rigid Vertical Dams with Two Segmented Bed During Earthquakes",University of Tehran, Department of Civil Engineering, Tehran, Iran,Ohrid/Macedonia, Paper: A110,1-5 Sep-2009
- [34] Pacific Earthquake Engineering Research Center. (2002). "PEER strong motion database."(<http://peer.berkeley.edu/smcat>).
- [35] **Allen T. Chwang and George W. Housner,**"Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. Part 1. Momentum method", *J. Fluid Mech.* (1978), vol. 87, port 2, pp. 335-341.