



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Mécanique

Thèse de Doctorat

Spécialité : GÉNIE MÉCANIQUE

Option : ÉNÉRGETIQUE

Présenté par

Toufik CHERGUI

Magister en Génie Mécanique de l'ENP

Etude des Ecoulement avec Transfert de Chaleur dans les Cheminées Solaires

Soutenu le 08 Octobre 2013 devant le Jury composé de :

Président :	Mr. RECHAK Saïd	Professeur, ENP
Examineurs :	Mr. DRAOUI Belkacem	Professeur, U. de Bechar
	Mme CHAKER Abla	Professeur, U. de Constantine
	Mr. SMAILI Arezki	Professeur, ENP
	Mr. Boussaid Mohamed	Maître de conférence/A, UMBB.
Directeur :	Mr. LARBI Salah	Professeur, ENP
	Mr. Bouhdjar Amor	Directeur de recherche, CDER

ملخص

لقد تم إقتراح المدخنة الشمسية كجهاز لتوليد الكهرباء بصفة إقتصادية وتم إيراد أنموذج تحليلي للتنبؤ بأداء الجهاز ورغم بساطته إلا أنه يختلف كثيرا عن النماذج المقترحة كونه يأخذ بعين الإعتبار التجاذب الحاصل تم تجاهله عادة وذلك مع إفتراض وجود زيادة في درجة تبين مختلف العناصر المكونة للمدخنة الشمسية و الذي ي الحرارة محددة سلفا عوض إدخال التدفق الشمسي المسؤول عن التوزع الحراري في الجهاز. كما تم إخضاع الجهاز إلى التحليل البعدي ليتم إستخراج المتغيرات اللابعدية التي تستغل في توجيه أي عمل تجريبي على الجهاز تناول بالدراسة جريان الهواء عبر هذا النظام قصد إيجاد الحقل الحركي و التوزع الحراري وذلك بإستعمال كما أنه تم طريقة العناصر المنتهية و ذلك لمعالجة المعدلات الرياضية المترجمة لظاهرة الحمل الطبيعي مع كون الجريان هادئ الأشكال الهندسية التي يمكن أن تكون عليها او مضطرب حسب شروط دخول و خروج مختلفة و كذلك حسب مختلف العناصر الأساسية المكونة للجهاز. هذه المنهجية سمحت لنا بتصورات مفصلة و دقيقة لأثار الأشكال الهندسية وشروط التشغيل كما أنها كشفت لنا أن إرتفاع و قطر البرج و شكله يمثلون أهم المتغيرات المتحكمة في الحقل د و شكل اللاقط الشمسي فتأثيرها مباشر في الحقل الحراري للجهاز. كما أنه تم إستخدام تقنية الحركي، أما ابعاء تحسين توليد الأنتروبيا في دراسة هذا النظام.

الكلمات المفتاحية

المدخنة الشمسية / الحمل الطبيعي / الحقل الحراري / الحقل الحركي / طريقة العناصر المنتهية / التحليل البعدي

Résumé : Le travail présenté dans cette thèse est relatif à l'analyse des écoulements dans les centrales à cheminée solaire. La centrale à cheminée solaire (CCS) peut être présentée comme un dispositif économique pour la production d'électricité solaire. A cet effet, un modèle analytique pour prévoir ses performances a été développé. Ce modèle est différent d'une manière significative des modèles proposés dans la littérature. En plus de sa simplicité, il considère les interactions entre les différentes parties du système, traditionnellement ignorées dans la plus part des études entreprises dans la littérature. Le modèle ainsi développé permettra l'analyse dimensionnelle du système dans un souci éventuel de réalisation et /ou d'expérimentation. En outre, la condition à la limite sur le flux solaire est introduite naturellement plutôt que de considérer une augmentation prédéterminée de la température de l'air. Une analyse théorique de l'écoulement d'air à travers la CCS en convection naturelle laminaire ou turbulente, pour prévoir le comportement thermo- hydrodynamique de l'écoulement a été élaborée. Les équations de bilans de conservation décrivant l'écoulement dans la cheminée, pour différentes formes géométriques du canal cheminée et sous différentes conditions opérationnelles ont été développées et résolues numériquement par utilisation de la méthode des éléments finis. Le code de calcul ainsi développé a été validé par les solutions benchmark de De Vahl Davis. L'étude a montré que la hauteur et le diamètre de la tour sont les variables physiques les plus importantes dans la conception d'un système susceptible de produire un meilleur champ hydrodynamique, par contre les dimensions du collecteur, plus particulièrement sa hauteur, permettent de mieux contrôler le champ thermique solaire de la cheminée.

Mots-clés : Cheminée solaire ; Analyse thermo- hydrodynamique ; Simulation numérique ; Méthode des éléments finis ; Configuration géométrique ; Analyse dimensionnelle.

Abstract: The purpose of the present work is related to air flow analysis in solar chimney power plants. The solar chimney power plant (SCPP) can be presented as an economic device for solar electricity production. An analytical model to predict its performance has been developed. The model is significantly different from traditional models proposed in the literature. In addition to its simplicity, it considers the interactions between the different parts of the system, traditionally ignored in most of studies used in the literature and can allowed the dimensional analysis of the system for eventual conception and/or experimentation. The solar heat flux boundary condition is introduced naturally rather than considering a predetermined increase in air temperature. A theoretical analysis of the air flow through the chimney tower in laminar or turbulent free convective heat transfer has been performed. Governing equations describing the air flow in the chimney, for different geometrical configurations and under different operating conditions have been developed and solved numerically by using the finite element method and the computer code developed is validated by De Vahl Davis benchmark solutions. It is shown that the height and diameter of the chimney tower are the most important physical variables in the design of the system to produce a better hydrodynamic field while the collector dimensions, especially its height, allow better control of the solar chimney thermal field.

Keywords: Solar chimney; Thermo- hydrodynamic analysis; Numerical simulation; Finite element method; Geometrical configuration; Dimensional analysis.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance à Monsieur **LARBI Salah**, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique -ENP et Monsieur **BOUHDJAR Amor**, Directeur de Recherche au Centre des Energies Renouvelables -CDER, pour avoir accepté de diriger ces travaux. Je les remercie infiniment pour avoir toujours été présents par leurs conseils, leurs encouragements et de m'avoir fait bénéficier tout au long de ce travail de leur longue expérience dans le domaine de la mécanique des fluides et de transfert thermique.

J'adresse mes plus vifs remerciements et j'exprime ma profonde gratitude à Monsieur **Rechac Said**, Professeur à Ecole Nationale Polytechnique, lequel m'a fait le grand honneur d'accepter la présidence de mon jury de thèse.

Je me sens redevable auprès de Mme **CHAKER Abla**, Professeur à l'Université de Constantine, Monsieur **DRAOUI Belkacem**, Professeur à l'Université de Bechar, Monsieur **SMAILI Arezki**, Professeur à l'ENP, et Monsieur **BOUSSAID Mohamed**, Maître de Conférence/A à l'université de Boumerdès, lesquels, en dépit de leurs nombreuses occupations, ont bien accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur **BOUALIT Abdel Hamid**, Maître de Recherche à l'URAER – Ghardaïa, Je le remercie pour avoir toujours été présent par ses conseils, ses encouragements et de m'avoir fait bénéficier de son expérience dans le domaine de la mécanique des fluides numérique (CFD). Que Monsieur **Attouchi Mohamed Tarek** enseignant à l'ENP, **Monsieur Smai Hakim** attaché de recherche au CDER, **Monsieur Lebbi Mohamed** attaché de recherche à l'URAER et à tous ceux qui m'ont soutenu ne serait-ce qu'en pensée pour la finalisation de cette thèse.

Toute personne ayant contribué de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Enfin, je ne pourrais terminer sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants. Qu'ils trouvent ici, l'expression de ma profonde gratitude.

*A mon père.
A ma mère.*

A ma femme et mes enfants

& à toute ma famille.

Je dédie ce modeste travail

Sommaire

Introduction Générale	2
1. Généralités sur les Centrales à Cheminées Solaires.	7
1.1. Les Tours Solaires	7
1.1.1. Le Collecteur	8
1.1.2. Les Turbines	9
1.1.3. La Cheminée	10
1.2. Principe de fonctionnement d'une tour solaire	11
1.3. Projets de Centrale à Cheminées Solaire	12
1.3.1. La centrale à cheminée solaire de Chine	12
1.3.2. La centrale à cheminée solaire d'Arizona	13
1.3.3. Prototype de Manzanares	14
1.4. Avantages et inconvénients	16
1.4.1. Avantages des CCS	16
1.4.2. Inconvénients	17
2. Revue Bibliographique	19
2.1. Historique et développements	19
2.2. Différents travaux sur les centrales cheminées solaires	21
3. Modèle Analytique et Analyse Dimensionnelle d'une Centrale à Cheminée Solaire	37
3.1. Introduction	37
3.2. Modèle Analytique	38
3.3. Modélisation de l'écoulement dans le collecteur	39
3.4. Modélisation de l'écoulement dans la tour	42

3.5. Simplification du modèle analytique pour une meilleure lecture physique	43
3.6. Analyse dimensionnelle	45
3.7. Similitude	49
3.8. Similitude dynamique dans les cheminées solaires	50
3.9. Interprétation physique	53
3.10. Lois de similitude	53

4. Modélisation des Ecoulements dans une Centrale à Cheminée Solaire – Cas d’un Ecoulement Laminaire 56

4.1. Introduction	56
4.2. Modélisation mathématique	57
4.2.1. Hypothèses	57
4.2.2. Équations	57
4.2.3. Conditions aux limites	59
4.3. Mise sous forme adimensionnelle	60
4.4. Méthodologie numérique	62
4.5. Génération d’entropie	62
4.5.1. Formulation de la génération d’entropie	63
4.5.2. Formulation adimensionnelle en coordonnées polaires . . .	64

5. Discrétisation des équations de Navier-Stokes par la Méthode des Éléments Finis 67

5.1. Introduction	67
5.2. Méthode des résidus pondérés - Formulation intégrale	68
5.3. Discrétisation par élément finis	70
5.4. Modèle éléments finis de la convection naturelle	72
5.4.1. Formulation mixte	72
5.4.2. Traitement du terme de pression- Problème de couplage . .	73

5.4.3. Formulation Faible	74
5.4.4. Approximation par éléments finis	75
5.4.4.1. Choix des fonctions d'interpolations pour les variables dépendantes u, v et p	76
5.4.4.2. Positionnement des variables (u,v,p,T) sur un élément	77
5.4.5. Élément et élément de référence quadrilatéraux	78
5.4.6. Constructions des fonctions de transformation géométrique et d'interpolation sur un élément de référence	79
5.4.7. Construction de la matrice et du vecteur élémentaires	80
5.5. Construction du système globale – Assemblage	83
5.6. Introduction des conditions aux limites	84
5.7. Méthode de résolution	84
5.8. Un Organigramme de la méthode FEM	87
5.9. Validation du code de calcul	89

6. Etude des Différentes Configurations Géométriques d'une Centrale à Cheminée Solaire 93

6.1. Introduction	93
6.2. Equations gouvernantes et conditions aux limites	93
6.3. Méthode numérique	94
6.4. Influence des valeurs géométriques	95
6.4.1. Influence de la hauteur d'admission	96
6.4.2. Influence de la hauteur du toit du collecteur	97
6.4.3. Influence du diamètre de la tour	101
6.5. Influence de la configuration géométrique	104
6.5.1. Absorbeur à température constante	105
6.5.2. Absorbeur à flux constant	110
6.6. Génération d'entropie	112

7. Etude Thermo-hydrodynamique d'une Centrale à Cheminée Solaire – cas d'un écoulement Turbulent	115
7.1. Introduction	115
7.2. Modèles Mathématiques	115
7.3. Conditions aux limites - Modèle κ - ϵ standards	118
7.4. Etude hydrodynamique d'une CCS en régime Turbulent	119
7.4.1 Procédure numérique	120
7.4.1.1. Equations de mouvement en coordonnée curvilignes	122
7.4.1.2. Génération du maillage	123
7.4.2. Implémentation de l'algorithme de calcul	124
7.5. Validation des résultats numériques	124
7.6. Résultats et interprétation	126
7.6.1. Evolution de la vitesse et de la température le long du collecteur	127
7.6.2. Evolution de la vitesse et de la température dans la tour. .	128
7.6.3. Effet du diamètre du collecteur sur le débit massique . . .	130
7.6.4. Effet du diamètre de la tour sur le débit massique	131
7.7. Comparaison des résultats de la présente étude avec d'autres références	132
Conclusion Générale	138
Références Bibliographiques.	142
Listes des figures et des tableaux	155
Annexes	160

NOMENCLATURE

A	Section de passage	(m²)
C_p	Chaleur massique à pression constante	(J.kg.⁻¹.K⁻¹)
D	Diamètre	(m)
Ec	Nombre d'Eckert	---
G	Flux solaire	(W.m⁻²)
g	Accélération de la pesanteur	(m.s⁻²)
Gr	Nombre de Grashof	---
h	Coefficient de transfert de chaleur	(W.m⁻².K⁻¹)
H	Hauteur de la tour	(m)
I	Intensité de la turbulence	---
Nu	Nombre de Nusselt	---
k	Conductivité thermique	(W.m⁻¹.K⁻¹)
<i>m</i>	Débit massique	(kg.s⁻¹)
P	Puissance	(W)
p	Pression	(Pa)
q''	Ensoleillement	(W. m⁻²)
q'''	Flux solaire absorbé par unité de volume	(W.m⁻³)
Pr	Nombre de Prandtl	---
Ra	Nombre de Rayleigh	---
R	Rayon	(m)
R_Φ	Résidu relatif à la variable Φ	
S_Φ	Terme source relatif à la variable Φ	
S_{gen}	Taux de génération volumétrique d'entropie	(W.m⁻³.K)
T	Température	(K)
\bar{T}	Température moyenne	(K)
ΔT	Ecart de température	(K)
u	Vitesse suivant r	(m.s⁻¹)
v	Vitesse suivant y	(m.s⁻¹)
x, y	Variables indépendantes	(m)

Δr	Largeur d'un volume de contrôle	(m)
δr	Distance entre deux nœuds voisins dans la direction r	(m)
Δy	Hauteur d'un volume de contrôle	(m)
δy	Distance entre deux nœuds voisins dans la direction y	(m)

Symboles Grecs

α	Diffusivité thermique	(m ² .s ⁻¹)
α_{Φ}	Facteur de sous relaxation relatif à la variable Φ	
θ	Température adimensionnelle	---
β	Coefficient de dilatation volumique à pression constante	(K ⁻¹)
Π	Groupe adimensionnel	---
Γ_{Φ}	Coefficient de diffusion relatif à la variable Φ	
λ_i	Composant du vecteur λ	
ε_{Φ}	L'erreur sur la solution	
ε	Taux de dissipation turbulent	(m ² .s ⁻³)
σ	Constante de Stefan- Boltzmann,	(W.m ² .K ⁻⁴)
σ_T	Nombre de Prandlt turbulent	---
ρ	Masse volumique de l'air	(kg.m ⁻³)
μ	Viscosité dynamique	(kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)
μ_e	Viscosité effective	(kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)
μ_t	Viscosité turbulente	(kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)
η	Rendement	---
κ	Energie cinétique turbulente	(J.kg ⁻¹)

Indices inférieurs

abs	Absorbeur
∞	Ambiant
coll	Collecteur
d	Diffuse
tr	Tour
r	Rayonnement
c	Convection
i	Relatif à une grandeur initiale
nb	Relatif aux noeuds voisins
rel	Relatif à une grandeur de référence
t	Total

f	Fluide
u	Utile
ex	Extérieur
in	Intérieur

Indices supérieurs

*	Relatif à un estimé
'	Relatif à une correction d'une variable dépendante Φ
k	Relatif à une itération

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'explosion démographique galopante des dernières décennies et les exigences du mode de vie des populations, particulièrement pour les pays émergents, ont eu un impact non négligeable sur les ressources naturelles et l'environnement. Ce qui s'est traduit par des problèmes environnementaux assez complexes, liés à la pollution atmosphérique et au réchauffement climatique dû à l'effet de serre. Avec le niveau de consommation énergétique actuelle, basée quasi- exclusivement sur l'utilisation des combustibles d'origine fossile comme principale source, leur épuisement est quasi-certain (**Fig.1**).

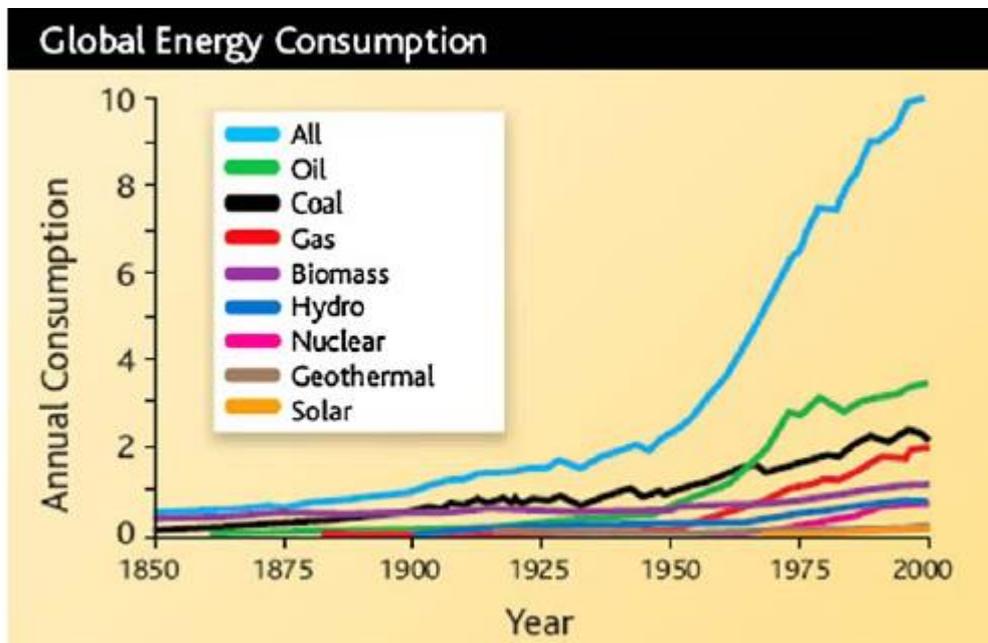


Figure 1 Consommation annuelle globale d'énergie entre 1850 et 2000 [1].

L'utilisation irrationnelle de l'énergie et l'accroissement du déboisement ont accéléré le processus de changement climatique par l'élévation de la température de l'atmosphère suite aux émissions des gaz à effet de serre. Ceci conduira à des effets néfastes et parfois irréversibles sur l'environnement [2-5]. Ces effets ont incité les états, en particulier les pays industrialisés, à revoir leur politique énergétique pour l'orienter

vers le développement durable. Les énergies renouvelables peuvent contribuer d'une façon appréciable pour atténuer plusieurs problèmes environnementaux [6].

L'implémentation de centrales solaires dans les régions de forte insolation est une option prometteuse pour une stratégie de production d'énergie électrique peu coûteuse, écologique et s'intégrant facilement dans le milieu environnemental. Actuellement, on dispose de plusieurs technologies pour la production de l'électricité solaire. Les concentrateurs paraboliques, **SEGS (Solar Electric Generating Systems)** de **Californie** de capacité **354 MW**, ont alimenté le réseau de plus de **5000 GWh** durant une période de fonctionnement qui a duré plus d'une décennie, assurant ainsi **80%** de la production d'électricité solaire [7- 9].

La production de cellules photovoltaïques a atteint une capacité annuelle de plus de **80 MW/an**. Les centrales solaires à Tours et les installations pilotes « **Dish-Stirling** » peuvent assurer un rendement de conversion solaire- électrique entre **15** et **25%** [7]. De même, les installations pilotes de cheminées solaires et de bassins solaires ont montré un fonctionnement fiable et une simplicité de mise en œuvre. Ceci est spécialement souhaitable pour les pays en voie de développement. Le principal obstacle lié à l'utilisation de l'électricité solaire est le coût élevé de l'investissement dans les systèmes solaires. La disponibilité de l'énergie solaire, limitée par son intermittence, rend la gestion d'une centrale solaire difficile.

Le coût élevé des investissements, qui constitue un désavantage pour la vulgarisation des centrales solaires, pourrait être remédié par la fabrication des composants solaires devenant ainsi une technologie courante. D'autre part, les changements climatiques dus aux rejets des centrales thermiques conventionnelles polluantes, incitent à rendre disponible les composants solaires pour faciliter la réalisation des centrales solaires. La large gamme d'options que présente les centrales solaires de puissance pour la production d'énergie, laisse les professionnels, non spécialistes dans le solaire, confus dans la compréhension de tels systèmes. Car, les performances des centrales solaires ne dépendent pas uniquement de la demande énergétique, mais également des conditions météorologiques. Les différentes

technologies solaires rendent difficiles leur comparaison. Cette difficulté croît, lorsqu'il s'agit de comparer une technologie solaire avec une autre conventionnelle.

La Centrale à Cheminée Solaire (CCS), objet de la présente étude, est une installation de production électrique qui utilise le rayonnement solaire pour accroître l'énergie interne de l'air s'écoulant à travers le système, transformant ainsi l'énergie solaire en énergie cinétique. L'énergie cinétique de l'air sera ainsi transformée en électricité en utilisant des turbogénérateurs adéquats. Une Centrale à Cheminée Solaire est constituée de trois éléments principaux: le capteur solaire, la tour- cheminée et la turbine. Le capteur, constitué par le sol et une couverture transparente située à quelques mètres au dessus du sol, a pour objectif principal de capter le rayonnement solaire pour chauffer la masse d'air présente à l'intérieur.

Les forces de poussée dues au gradient thermique généré orientent l'air chaud vers la cheminée située au centre du capteur. La turbine, placée au travers de l'écoulement d'air convertit l'énergie cinétique en électricité par l'intermédiaire d'un générateur. Le capteur peut être équipé d'un dispositif de stockage afin d'augmenter la période de fonctionnement du système, c'est-à-dire en dehors de la période journalière. Ainsi, le rayonnement solaire peut être transformé en une autre forme d'énergie utile pour l'activité humaine, notamment, en chaleur et en électricité.

Les Cheminées Solaires sont tout simplement des générateurs de vent, ce dernier sera utilisé soit dans le conditionnement d'air soit dans le séchage ou dans la production de l'électricité en faisant tourner des aérogénérateurs adéquats. Il est bien clair que l'énergie cinétique produite constitue le fruit de ces installations qui doivent être dépourvues de tout signe favorisant la dégradation de cette énergie.

Le travail présenté dans cette thèse est relatif à l'analyse des écoulements dans les centrales à cheminée solaire. Il est réparti en sept chapitres principaux:

- Le premier chapitre est relatif à des généralités sur les Centrales à Cheminée Solaire.

- Le deuxième chapitre présente l'état de l'art sur le thème de recherche entrepris ;
- Le troisième chapitre porte sur le développement d'un modèle analytique permettant l'analyse des performances énergétiques des centrales à cheminée solaire ainsi que sur l'analyse dimensionnelle et les lois de similitude dans le but de guider toute éventuelle réalisation d'une telle centrale;
- Le quatrième chapitre traite la modélisation mathématique du problème d'écoulements d'air dans une CCS dans le cas d'un écoulement laminaire. Pour analyser les différentes configurations géométriques d'une CCS le concept de minimisation de la génération d'entropie dans les systèmes thermiques est également discuté ;
- Le cinquième chapitre est relatif à la présentation de la méthode des éléments finis utilisée dans la résolution des équations régissant le problème;
- Les sixième et septième chapitres portent sur les résultats et les discussions. Le premier étudie l'influence de quelques paramètres géométriques tels que la hauteur du capteur, la hauteur à l'admission au collecteur et le diamètre de la tour, sur les caractéristiques thermo-hydrodynamiques d'une centrale à cheminée solaire selon la condition au limite thermique imposée sur la surface du sol : une température ou un flux de chaleur. Le suivant présente l'analyse de l'écoulement turbulent et la comparaison des différents profils obtenus à ceux trouvés dans la littérature ;

La thèse se termine par une conclusion générale faisant la synthèse des objectifs fixés, les résultats obtenus, les difficultés rencontrées et les perspectives de développement du travail effectué.

CHAPITRE

1

**GENERALITES SUR LES
SUR LES CENTRALES A
CHEMINEES SOLAIRES**

Chapitre

1**Généralités sur les centrales à cheminées solaires****1.1. Les Tours Solaires**

Les énergies renouvelables dont l'énergie solaire constituent une alternative indéniable aux énergies classiques, tarissables et polluantes. Dans plusieurs régions du monde, il y a une conscience croissante que les ressources énergétiques alternatives pourraient avoir un important rôle à jouer dans la production de l'électricité. Cependant, il n'y a que l'énergie solaire qui soit une ressource inépuisable, totalement non polluante et qui puisse être économiquement rentable pour assurer les besoins énergétiques actuels et futurs de l'homme. Il y a plusieurs méthodes pour exploiter l'énergie solaire. Ainsi, le choix et la bataille technologique sont de véritables enjeux sous-jacents à la question climatique et énergétique. L'appropriation d'une technologie solaire industrielle est cruciale et déterminante pour les pays du sud, qui bénéficient d'un important ensoleillement mais qui sont souvent dépendant [6-9].

La tour solaire à effet de cheminée est l'un des projets les plus ambitieux de la planète pour la production d'énergie alternative. C'est une usine d'énergie renouvelable qui pourrait fournir une puissance électrique importante de l'ordre de 200 MW, tout en étant sûr, propre et d'une technologie simple et fiable. La tour solaire associe trois techniques usuelles : La serre (Collecteur), la cheminée et les turbines éoliennes.

En 1978, le Professeur Jorg Schlaich [8] de l'université de Stuttgart, a eu l'idée que l'électricité pourrait être produite par un système hybride solaire – éolien composé de trois parties : Un collecteur, des aérogénérateurs, et une cheminée (**Fig. 1.1**). Son principal avantage est qu'elle peut fonctionner sans intermittence en utilisant le rayonnement du soleil direct et diffus, le jour et la chaleur de la croûte terrestre la nuit.

Même sous un ciel couvert, le rayonnement diffus peut être exploité par les CCS pour la production d'électricité.

Les différents composants des CCS sont les suivants : Le collecteur, la cheminée et la turbine.

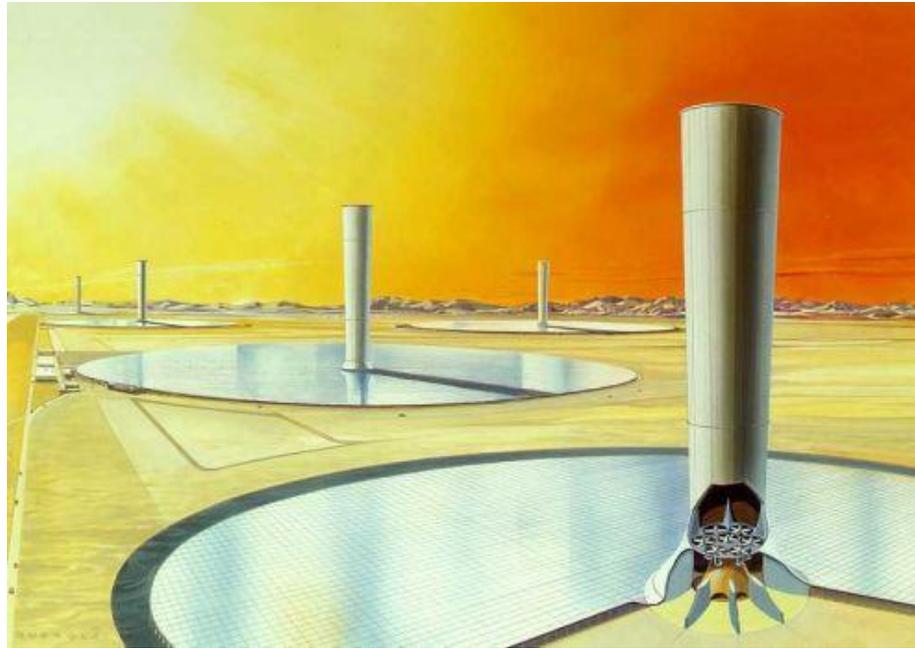


Figure 1.1 Vue des principaux composants d'une centrale à cheminée solaire : le collecteur (couverture en verre plat), la tour et les turbines éoliennes.

1.1.1. Le Collecteur

Le collecteur est la partie employée pour produire l'air chaud par effet de serre. Sa hauteur va généralement de 2 à 6 mètres et recouvre une vaste surface de plusieurs milliers de mètres carrés. Comme le poids du verre augmente la masse du toit, les collecteurs sont supportés par une structure en tiges résistantes (**Fig. 1.2**).

Il n'y a aucune limitation pour la superficie du collecteur. Plus grande est la surface, plus grande est la quantité d'énergie produite par la tour solaire. La hauteur sous la couverture du collecteur doit progressivement augmenter de la périphérie vers le centre afin de diminuer les pertes par frottement. Divers matériaux peuvent constituer le couvercle de la serre (verre ou films plastiques).

Le plus efficace est le collecteur à couverture en verre, compte tenu de son rendement de conversion d'énergie solaire en chaleur qui peut atteindre 70%. En outre,

avec un entretien et une maintenance appropriés, sa durée de vie peut facilement atteindre 60 ans ou plus [6].



Figure 1.2 Collecteur de la Tour Solaire de Manzanares.

1.1.2. Les Turbines

Des groupes turbines-génératrices ou aérogénérateurs, servent à convertir l'énergie cinétique de l'air ascendant en énergie mécanique, puis électrique (**Fig. 1.3**).

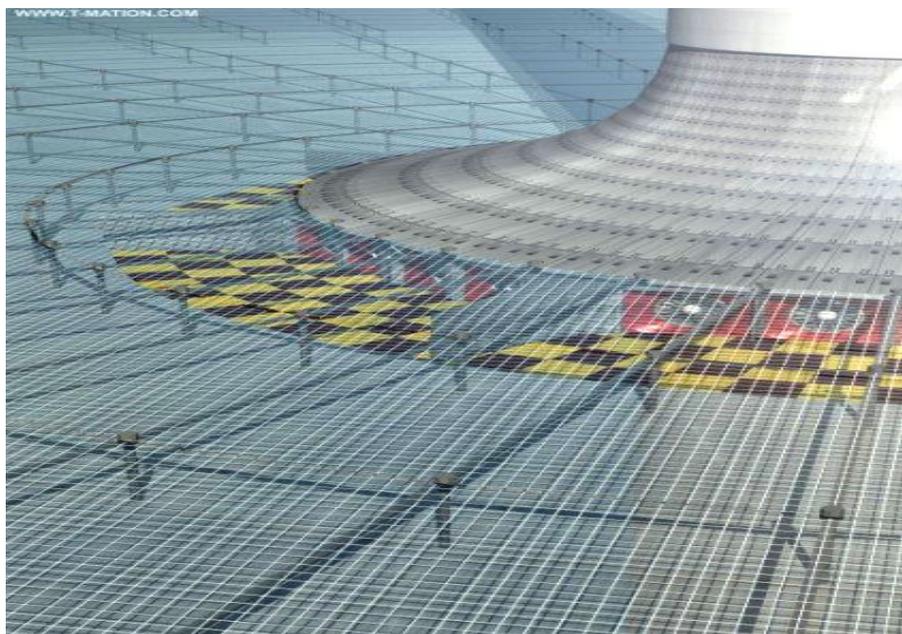


Figure 1.3 Turbines de la CCS d'Arizona.

Les turbines éoliennes sont placées soit horizontalement dans le collecteur ; soit verticalement dans la cheminée. Afin d'obtenir le maximum d'énergie à partir de l'air chauffé, les aubages des turbines doivent couvrir toute la section de la cheminée. Pour ces considérations, une grande turbine ou plusieurs petites turbines devraient être utilisées au pied de la cheminée.

1.1.3. La cheminée

La partie la plus importante de la tour solaire est la cheminée. Elle agit comme une machine thermique. Les pertes par frottements étant minimales dans la cheminée. Celle-ci agit comme un tube de pression (**Fig. 1.4**).

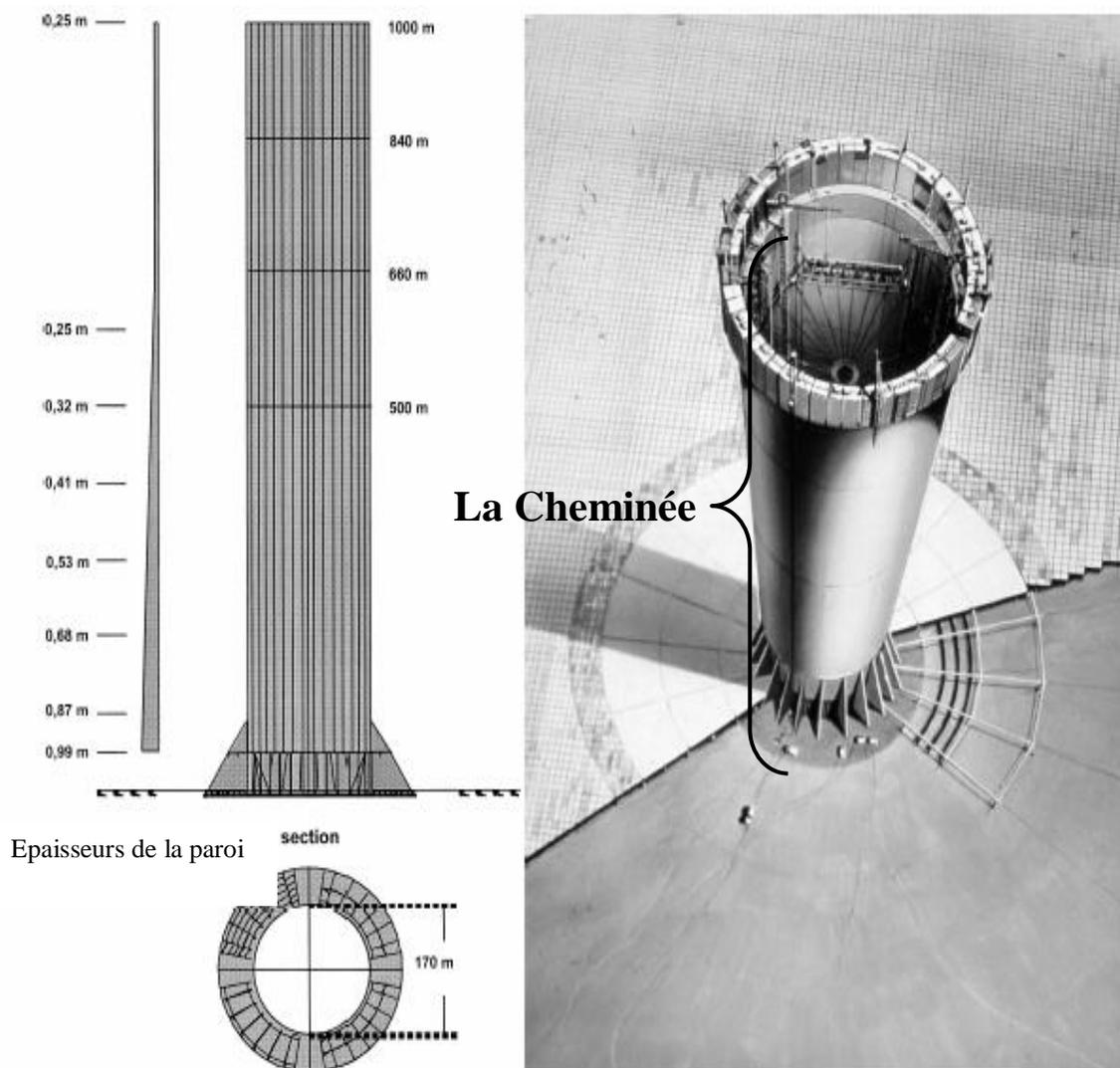


Figure 1.4 Cheminée de la CCS d'Arizona (1000 m de haut). Vue en coupe de la cheminée en construction.

Plus haute est la cheminée, plus importante est la quantité d'énergie produite par la tour solaire. L'efficacité de la cheminée ne dépend pas tellement de la température de l'air entrant, mais de la différence de température avec l'air extérieur en haut de la cheminée. Cependant, bien que l'efficacité soit proportionnelle à la hauteur de la cheminée, dans la pratique il y a une limitation.

Deux principaux types de cheminées sont possibles : celles autoportées (construites en dur i.e : béton armé ou acier) et les cheminées haubanées (structures plus légères constituées de tubes).

La durée de vie des cheminées en béton est bien supérieure à celle des cheminées en membranes, une centaine d'années contre quelques années à peine.

1.2. Principe de fonctionnement d'une tour solaire

Le principe de fonctionnement est basé sur le chauffage d'une couche d'air, sous une serre horizontale de grande taille autour d'une cheminée qui, par effet de tirage thermoconvectif, permettra la création d'un courant d'air ascendant à travers la cheminée. Des turbogénérateurs placés, à la base de la tour, seront actionnés par le flux d'air canalisé et produiront de l'électricité. La puissance dépend de la différence de température, de la surface chauffée et de la hauteur de la cheminée (**Fig. 1.5**).

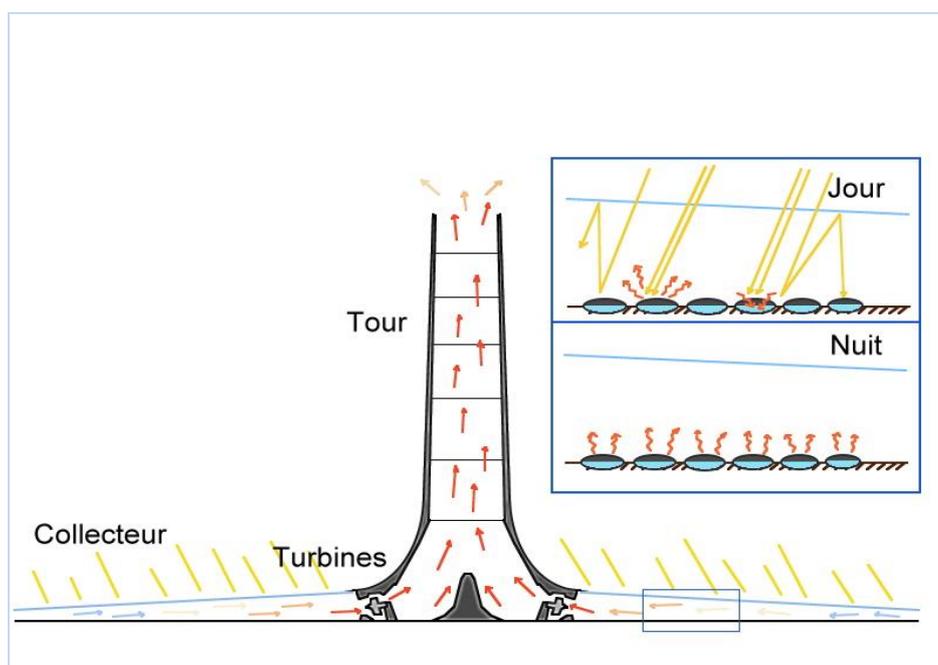


Figure 1.5 Principe de Fonctionnement d'une centrale solaire à effet de cheminée.

Le concept de base peut être amélioré en plaçant des accumulateurs de chaleur, des bâches à eau à titre d'exemple, pour emmagasiner de la chaleur sous la serre pendant le jour et la restituer pendant la nuit. Une autre alternative est de créer en dessous de la serre, des surfaces agricole qui seraient de surcroît être irriguées par la condensation de l'humidité de l'air, lors des baisses de température dans la phase nocturne.

1.3. Projets de Centrale à Cheminées Solaire

De nombreux pays se sont engagés dans la construction de CCS, tels que la Chine, l'Espagne et les Etats Unis.

1.3.1. La centrale à cheminée solaire de Chine

Réalisée à Jinshawan, en Mongolie intérieure (Chine du Nord), c'est une installation de production d'électricité combinant l'énergie solaire et l'énergie éolienne [10].

L'unité de production de 200 kW de puissance peut fournir jusqu'à 400.000 kWh électrique par an, épargnant ainsi des émissions équivalent à de 100 tonnes de CO₂ charbon et économisant 900 tonnes d'eau, par rapport à la production d'énergie au moyen d'une centrale thermique.

Soutenu par le Ministère de la Science et de la Technologie du gouvernement régional autonome de Mongolie intérieure, le projet a été co-conçu et développé par l'Université des sciences et de la technologie de Mongolie intérieure (IMUST) et l'Université Polytechnique de Madrid, en Espagne.

La centrale est composée de trois éléments à savoir les capteurs solaires, la cheminée et le générateur à turbine. Sous la couverture en verre, le sable est chauffé par effet de serre en absorbant le rayonnement solaire. Le flux d'air chaud transmis à la cheminée assure la production d'électricité en faisant tourner la turbine à l'intérieur de la tour.

Le sable est chauffé pendant la journée et de l'énergie y est stockée. En l'absence du rayonnement la chaleur est libérée permettant une élévation de la température de l'air et une continuation dans le fonctionnement du système.

La construction a démarré en Mai 2009 et s'effectuera en trois phases jusqu'à couvrir une superficie totale de 277 hectares et une capacité de production totale de 27,5 MW, après la phase finale dont l'achèvement est prévu en 2013. La puissance générée par l'usine sera ensuite transférée au réseau électrique de Mongolie intérieure.

Ce projet n'occupe du désert que des terres incultes. L'exploitation et l'entretien est également très simples et l'usine solaire ne produira aucune pollution. Cette tour solaire affiche d'excellentes performances en matière de protection de l'environnement.

1.3.2. La centrale à cheminée solaire d'Arizona

La firme australienne Enviro- Mission, spécialisée dans le développement de tours solaires productrices d'énergie, développe actuellement un projet technologique de grande envergure dans le désert de l'Arizona (**Fig. 1.6**).

Faithful & Gould, société nord américaine de conseil en construction s'est associée au projet pour ériger cette centrale solaire de 200 MW. Avec la génération de cette puissance électrique, 150 000 foyers américains pourront être alimentés. Cette nouvelle technologie fournira de l'énergie, que l'on peut considérer comme propre, pendant 80 ans et ce avec très peu d'entretien. La tour solaire d'Enviro- Mission est constituée de 3 éléments : Le canopée, la tour et les turbines

La canopée est une énorme serre en verre où le soleil vient réchauffer l'air emprisonné sous la verrière.

La tour, placée au centre de la serre constitue le moteur thermique de cette technologie. Elle transforme la chaleur en énergie mécanique. L'air chaud, qui est plus léger que l'air froid, remonte le long de la tour pour s'échapper et se refroidit en prenant de l'altitude, créant ainsi un courant d'air ascendant continu. Plus la tour est haute, plus la vitesse du courant d'air est élevée et plus il est possible de l'exploiter. Néanmoins, il existe une hauteur seuil optimal de fonctionnement.

Les turbines disposées à la base de la tour, utilisent la pression de l'air ascendant pour générer, grâce à leurs hélices, de l'électricité comme le font les centrales

hydroélectriques traditionnelles. L'avantage de cette technologie est qu'elle fonctionne sur le principe du différentiel de température entre l'air chaud et l'air froid. Par ailleurs, pendant la journée, l'air sous la serre est tellement réchauffé (80 à 90°C) que le fonctionnement continu est assuré la nuit.



Figure 1.6 Impression d'artiste de la centrale d'Enviro- Mission en Arizona.

Cette structure gigantesque de 800 mètres de haut et 130 mètres de diamètre au sommet, sera presque aussi haute que le plus grand building de la planète : Burj-Khalifa de Dubaï. En cours d'ingénierie et d'acquisition des terrains, Enviro- Mission estime que cette centrale solaire générera 200 MW avec un bon rendement énergétique. Si tout se passe comme prévu, la tour solaire de l'Arizona devrait commencer à produire de l'énergie vers 2015.

1.3.3. Prototype de Manzanares

Le premier prototype expérimental d'une centrale à cheminée solaire a été conçu par le bureau d'études Schlaich Bergermann et Partner de Stuttgart [8, 9]. Le distributeur d'électricité espagnol « Union Electrica Fenosa » a proposé le site de Manzanares (ville

espagnole située à 180 kilomètres au sud de Madrid) et le ministère allemand de recherche (BMFT) a financé le projet.

Les **figures 1.7** et **1.8** montrent les photos du prototype expérimental de Manzanares.



Figure.1.7 Image du prototype de Manzanares.



Figure. 1.8 Image de la cheminée de la centrale de Manzanares via le vitrage de la toiture du collecteur.

La construction du prototype a été terminée en 1982 et a fonctionné pendant plus de 7 ans. Les principales caractéristiques de ce prototype sont données dans le **tableau 1.1**.

Tableau 1.1 Principales caractéristiques du prototype de Manzanares.

Rayon de la tour	5.08 m
Rayon du collecteur	122.0 m
Hauteur de la couverture	1.85 m
Hauteur de la cheminée en acier	195 m
Nombre de pales de la turbine	4
Profil des pales de la turbine à air	FX W-151-A
Puissance nominale	50 kW
Partie en plastique de la couverture du collecteur	40 000 m ²
Partie en verre de la couverture du collecteur	6 000 m ²

1.4. Avantages et inconvénients:

1.4.1. Avantages des CCS :

- Les Centrales à Cheminées Solaires sont particulièrement adaptées à la production d'électricité dans les déserts et les terres arides sans valeur, mais pourvus en rayonnement solaire.
- Elles peuvent produire de l'électricité 24 heures par jour à partir de l'énergie solaire uniquement c'est-à-dire un fonctionnement intermittence (jour et nuit).
- Aucun carburant conventionnel n'est requis.
- Elles ne nécessitent pas d'eau de refroidissement et sont adaptées à des régions où règne une sécheresse extrême (pour mémoire, même les centrales solaires à concentration CSP ont besoin d'eau comme source froide).
- La Centrale à Cheminée Solaire est particulièrement fiable et nécessite peu de maintenances comparativement aux autres installations de production d'électricité.

- Les matériaux nécessaires à la construction d'une centrale à Cheminée Solaire (béton, verre et acier) sont disponibles en quantités suffisantes partout dans le monde.
- Sa construction ne provoque pas de dommages écologiques et peut employer la main d'œuvre locale.
- Son fonctionnement ne consomme pas de ressources d'énergie conventionnelle.
- Elle ne rejette aucune émission polluante.
- Elle présente un impact visuel positif (certains y voient un symbole d'espoir, de vision à long terme).

1.4.2. Inconvénients

- La structure elle-même est massive et requiert beaucoup d'expertise en ingénierie et de matériaux pour sa construction
- Investissement de départ important.

CHAPITRE

2

**REVUE
BIBLIOGRAPHIQUE**

Chapitre

2

Revue Bibliographique

2.1. Historique et développements

L'idée de la CCS a été proposée pour la première fois par Cabanyes [11] et ses détails ont été décrits par Günter [12]. Depuis 1975, avec la crise pétrolière, plusieurs travaux ont fait l'objet de brevets en Australie, au Canada, en Israël et aux Etats-Unis [7-9]. Le professeur Schlaich, considéré comme étant le pionnier dans la mise au point du premier prototype expérimental d'une CCS, a présenté cette technologie dans un congrès en 1970 [13]. L'auteur et son équipe ont réalisé le premier prototype d'une CCS à Manzanares en Espagne (180 km au sud Madrid) entre 1981 et 1982 [14,15].

Le prototype (**Fig. 2.1**) est doté d'une tour de 194,6 m de hauteur, d'un collecteur de 244 m de diamètre et d'une turbine à rotor unique à quatre pales, orientée verticalement et installée à la base de la tour. Le dispositif a fonctionné jusqu'à 1989 en produisant une puissance maximale de 50 kW. Depuis, plusieurs études numériques, analytiques et expérimentales ont eu menées [16] afin de comprendre le comportement des cheminées solaires dans le but de construire des prototypes pouvant réaliser de meilleures performances en matière de production d'électricité et de considérer de projets à grande échelle pouvant être installés dans plusieurs pays.

Le gouvernement Australien a décidé de soutenir la construction d'une CCS de 200MW à Mildura en Australie [17]. Cette CCS de 1000 m de hauteur est dotée d'un collecteur de 7000 m de diamètre. Cette centrale est susceptible de fournir assez d'électricité pour alimenter plus de 200.000 foyers et réduire par conséquent les émissions annuelles de CO₂ de plus milliers de tonnes. La *Ciudad Real Torre* est une

autre CCS de 40MW qui a été proposée pour être construite à Ciudad Real en Espagne [18]. La centrale sera dotée d'une tour de 750 m de hauteur et d'un collecteur de 3.5 km² de superficie.



Figure 2.1 Photos du prototype de Manzanares : (a) vue globale de l'installation ; (b) vue du collecteur [9].

En 2008, le gouvernement Namibien a approuvé la proposition de construction d'une CCS de 400MW appelé 'Greentower'. Elle est dotée d'une tour cheminée de 1500 m de hauteur, de 280 m de diamètre et d'un collecteur de 37 km² de superficie. Le collecteur est aussi envisagé pour être utilisé comme une serre pour des fins agricoles [19]. Une autre proposition de construction d'une CCS de 1000 m de hauteur pour la production d'électricité et le développement de tourisme à Changhaï en Chine a été présentée et sa simulation a été effectuée par l'équipe de l'HUST (Huazhong University of Science and Technology) [10,16].

Depuis les premiers travaux de Schlaich, plusieurs études à caractères, théorique, expérimental et technico-économique, relatives aux performances des centrales CCS ont été menées ces dernières décennies.

2.2. Différents travaux sur les centrales cheminées solaires

Plusieurs études théoriques et expérimentales relatives aux performances des centrales CCS ont été menées ces dernières années. Il est à noter que les études à caractères expérimental sont pratiquement réalisées sur le prototype de Manzanares. Des études fondamentales de ce système ont été menées par Haaf & al. [14] qui ont présenté une brève discussion du bilan énergétique, des critères de conception et de l'analyse du coût de production d'énergie et du système. Dans une étude postérieure, Haaf [15] a présenté les résultats de quelques essais préliminaires sur le système Espagnol.

Depuis, beaucoup d'efforts ont été déployés pour dimensionner et estimer les performances énergétiques des Centrales à Cheminée Solaire et pour démontrer leur faisabilité ainsi que leur rentabilité. Mullet [20] a présenté une analyse sur l'évaluation du rendement global d'une CCS. Padki et Sherif [21] ont conduit une recherche sur la viabilité de produire de l'électricité par les Centrales à Cheminée Solaire de différentes tailles (du **moyen** jusqu'à **grande échelle**), en plus d'une recherche sur les possibilités d'alimenter les régions rurales en électricité [22]. Schlaich & al. [23] ont mené des travaux sur la possibilité d'exploiter les données expérimentales du prototype de Manzanares pour prévoir les caractéristiques des installations plus grandes (30 à 100 MW). Yan & al. [24] ont développé un modèle analytique simple, facile à comprendre et à exploiter. Pour ce faire, des idées qualitatives sur les centrales CCS, dans lequel des corrélations empiriques ont été utilisées dans l'objectif de formuler des lois permettant le calcul du débit d'écoulement, de la vitesse de l'air, de la puissance délivrée et du rendement thermodynamique. Il est à noter que le modèle présenté par les auteurs considère la turbine d'une cheminée solaire comme une éolienne qui, en réalité, va dévier le vent, même avant qu'il atteigne le rotor. Le rendement théorique maximum de $16/27$ ou de 59%, d'après la loi de Betz, ne s'applique pas pour les turbines des cheminées solaires. Padki et Sherif [25] ont brièvement discuté les effets des paramètres géométriques et opérationnels sur les performances des CCS. Pasumarthi et Sherif ont entrepris une étude en deux parties. La première partie [26], traite de la prédiction des performances d'une cheminée solaire pilote à grande échelle à Gainesville en Floride. Les auteurs ont présenté une étude théorique d'une Centrale à Cheminée Solaire

typique basée sur un modèle d'écoulement unidimensionnel pour évaluer l'effet des différents paramètres de fonctionnement et de construction sur la température de l'air, sa vitesse et la puissance produite par la cheminée solaire. Les auteurs attribuent le modèle limite de *Betz*, pour la turbine dans la cheminée, ce postulat nous semble incorrecte car le fonctionnement d'un aérogénérateur dans une cheminée solaire diffère de celui d'un aérogénérateur installé à l'extérieur.

Dans la deuxième partie [27], les auteurs ont présenté les résultats expérimentaux effectués sur un prototype de Centrale à Cheminée Solaire de démonstration à échelle réduite. Ils ont affirmé que la puissance produite par une CCS est directement proportionnelle au produit du gradient de température et du débit d'air. L'augmentation de la puissance produite pourra être obtenue par augmentation de la surface de captation ou par augmentation de la hauteur de la tour. Le modèle mathématique proposé par ces auteurs a été capable de prédire les performances de la centrale de référence de Manzanares en Espagne avec une marge d'erreur de 20 % sur la vitesse et de 5 à 9% sur la puissance produite.

Kreetz [28] a présenté un modèle numérique pour démontrer l'apport du stockage d'énergie dans de l'eau placée dans le collecteur. Ses calculs ont montré la possibilité d'un fonctionnement continu jour et nuit de la CCS. Padki et Sherif [29] ont proposé un modèle analytique simple pour la prédiction des performances d'une centrale CCS avec une erreur de 6 % en comparaison avec des prédictions, faites à base de la résolution d'un modèle mathématique composé des équations de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et d'énergie régissant de l'écoulement unidimensionnel de l'air chaud dans la tour de la cheminée solaire.

Bernardes & al. [30] ont présenté une étude théorique d'une CCS, opérant en convection naturelle et en régime laminaire et permanent. Afin de prévoir le comportement thermo-hydrodynamique de l'air, des conditions aux limites thermiques ont été imposées de façon à garantir un écoulement laminaire régulier le long du dispositif. Le modèle mathématique a été résolu par la méthode des volumes finis dans des coordonnées généralisées.

Gannon & Von Backström [31] se sont penchés sur une analyse thermodynamique idéale du cycle d'écoulement d'air, supposé comme gaz parfait isentropique, à travers une centrale CCS. Ils se sont intéressés, dans une première partie, à définir les limites de fonctionnement du système en question et ont essayé de se rapprocher du cas réel en introduisant les pertes par frottement à travers le système ainsi que les pertes cinétiques à la sortie de la cheminée, tout en adoptant un modèle simple, qui inclut le fort couplage existant entre le débit d'air et l'élévation de la température à travers le collecteur.

Les mêmes auteurs [32], dans un autre article, se sont intéressés à un écoulement compressible unidimensionnel pour le calcul des variables thermodynamiques en fonction de la hauteur de la tour, du frottement au niveau des parois, des pertes additionnelles, de la traînée interne et de la variation de la section de passage.

Des analyses de performances de centrales CCS ont été aussi menées par Kröger and Buys [33] et par Gannon et Von Backström [34]. De leur côté, Bernardes & al. [35] ont effectué une étude bibliographique assez riche, résumant la quasi totalité des efforts théoriques et pratiques entrepris sur le fonctionnement des Centrales à Cheminée Solaire. Ils sont arrivés à développer, à la base de cette bibliographie, un modèle mathématique pour l'écoulement d'air unidimensionnel dans une cheminée solaire, décrivant son comportement énergétique via l'estimation de la puissance produite sous les différentes conditions de construction, de fonctionnement et d'environnement, susceptible de récolter les informations nécessaires pour la conception d'une centrale électrique commerciale optimisée à grande échelle. Les auteurs ont validé leur modèle mathématique par les résultats expérimentaux collectés sur la centrale de Manzanares et ont conclu que la puissance produite augmente avec l'augmentation de la hauteur de la tour, la surface et la transmittance du capteur à air.

Le maximum de puissance produite est obtenu avec un facteur de chute de pression au niveau de la turbine de 0.97. L'influence des autres paramètres de

fonctionnement tels que le facteur de pénétration de chaleur dans le sol, la distance entre l'absorbeur et la couverture, le double vitrage, la surface et l'épaisseur du système de stockage d'eau est insignifiante sur l'énergie électrique produite.

Schlaich & al. [36] ont présenté les aspects, théoriques, expérimentaux et économiques des centrales CCS. D'abord une étude théorique simplifiée de la CCS a été décrite, puis des résultats de conception, de réalisation et de fonctionnement du prototype de Mansanares ont été présentés. Des considérations techniques et des données économiques de base pour de futures installations CCS ont été discutées. Les auteurs ont également proposé des solutions aux contraintes que peuvent présenter les centrales CCS, tout en justifiant les avantages de tels systèmes.

Dai & al. [37] ont présenté une méthode itérative basée sur un modèle global de connaissance régissant l'écoulement d'air dans une Centrale à Cheminée Solaire typique fictive et fonctionnant dans trois régions de l'ouest de la chine. Afin de prévoir les performances de la Centrale à Cheminée Solaire projetée, les auteurs ont préféré présenter une méthode simple en se basant sur le modèle théorique des capteurs à air bien connues dans la littérature solaire. Ces modèles tiennent compte de la captation solaire, du gain utile de fonctionnement et de la puissance électrique à la sortie de la turbine. Les auteurs ont conclu que :

- La puissance produite est fortement influencée par l'augmentation de la radiation solaire en comparaison avec la température ambiante,
- La puissance produite augmente de manière non linéaire avec l'augmentation de la surface de captation et de la hauteur de la cheminée. Cette augmentation devient moins sensible dans le cas des cheminées à grande échelle par rapport aux cheminées de faibles tailles,
- Une Centrale à Cheminée Solaire constituée d'un capteur à air de 500 m de rayon et d'une tour de 200 m d'hauteur et de 10 m de diamètre est capable de produire de 110 à 190 kW électrique.

Von Backström & Gannon [38] ont également étudié les performances des turbines utilisées dans les centrales CCS. Pastohr & al. [39] ont utilisé le logiciel

FLUENT (code commercial de CFD) pour modéliser la centrale CCS semblable géométriquement à celle de Mansaranes dans le but d'effectuer une analyse avec plus de détails dans la description du mode de fonctionnement et du rendement de système. Ils ont confirmé que la chute de pression dans la turbine et le débit massique, éléments décisifs sur l'efficacité du système, ne peuvent être déterminés uniquement par l'accouplement de toutes les parties d'une centrale CCS. Les résultats numériques générés par FLUENT rivalisent bien avec les résultats donnés par un modèle simple proposé par les auteurs. Ce qui a conduit à la conclusion de pouvoir employer ce dernier tout simplement pour des études paramétriques en cours.

Pretorius & al. [40] ont également développé un modèle numérique simulant les centrales CCS à grande échelle en indiquant qu'une plus grande production d'énergie est possible en optimisant la forme et la hauteur de la couverture du collecteur. Une étude complémentaire utilisant le même modèle numérique précédent a permis à Pretorius & al. [41] d'évaluer l'influence des différentes expressions du coefficient de transfert thermique et autres paramètres sur les performances prédites d'une centrale CCS. Dans cette étude, les auteurs ont critiqué l'évaluation des performances d'une centrale CCS à grande échelle et ont exposé plus particulièrement les effets résultant de l'utilisation d'expressions plus sophistiquées pour le coefficient de transfert, de l'utilisation de verres de meilleure qualité pour la toiture du collecteur et de l'emploi d'un nouveau coefficient de perte de charge plus réaliste à l'admission de la turbine. Ils ont conclu que :

- L'inclusion d'une nouvelle expression pour le coefficient de transfert fait réduire la production annuelle de presque 11.7 %.
- Une toiture de meilleure qualité augmente la production de 3.4 %
- Un coefficient plus réaliste pour les pertes à l'admission de la turbine augmente la production annuelle de 0.6%.

Von Backström & al. [42] ont présenté une étude qui confirme la validité et l'applicabilité de l'hypothèse qui consiste à supposer que la puissance d'écoulement devient maximale lorsque le rapport de la chute de pression à travers la turbine par rapport au potentiel de pression (différence de pression disponible à travers le

système) est de 2/3. Ils ont également montré que la puissance d'écoulement est maximale pour un débit assez faible et une chute de pression à travers la turbine plus élevée que prévue par la prétention d'un potentiel de pression.

Denantes & al. [43] ont conclu dans leur article que les turbines à rotation inverse (**CRT** : Counter-Rotating Turbines) offrent un meilleur rendement pour des facteurs de charge plus élevés par rapport aux turbines simples (**SRT** : Single-Runner Turbines). Ils ont confirmé également que l'avantage principal de ce type de turbines dans les systèmes à cheminée solaire provient de leurs performances de sortie (**ODP** : Off-Design Performance). En considérant que des centrales à cheminée solaire sont fonctionnelles la plus part du temps sous une intensité solaire d'au moins 800 W/m^2 . Les systèmes à turbine à rotation inverse **CRT** seront avantageux par rapport aux systèmes **SRT** d'un point de vue rendement aussi bien que d'un point de vue production électrique annuelle. Un autre avantage est celui de la réduction du couple sur chaque axe comparé à la turbine **SRT**. Une amélioration opérationnelle a été également montrée.

Pretorius [44] a réalisé une étude complète sur l'écoulement de l'air et le transfert thermique dans une CCS à grande échelle. Il a même proposé une solution pour le problème de stockage thermique pendant les périodes nocturnes puisque le stockage naturel du sol possède une faible capacité thermique et ne peut pas répondre à la demande pour maintenir une CCS opérationnelle pendant les périodes nocturnes. Il propose la division du collecteur en deux sections, inférieure et supérieure.

Zhou & al. [45] ont réalisé une étude expérimentale d'une cheminée solaire. Un modèle pilote d'une CCS doté d'un collecteur de 10 m de diamètre et une tour-cheminée de 8 m de hauteur a été construite. Les auteurs ont remarqué que la différence de la température entre la température de sortie de collecteur et celle de l'ambiance extérieure pourrait atteindre les $24 \text{ }^\circ\text{C}$, une valeur digne de produire une force d'entraînement d'un écoulement d'air à travers l'installation.

Zhou & al. [46] ont construit un prototype pilote d'une Centrale à Cheminée Solaire pour la production de l'énergie thermique en Chine. En parallèle en se basant sur un modèle mathématique développé, ils ont simulé les performances de leur système. La puissance générée pour un cas stationnaire a été déterminée pour différentes valeurs du rayonnement solaire global, de l'aire du collecteur et de la hauteur de la tour. Par comparaison, ils ont constaté que la puissance produite calculée par simulation est pratiquement en concordance avec la puissance calculée à partir des données expérimentales. Ainsi ils ont pu valider leur modèle mathématique pour la puissance thermique produite par une cheminée solaire. Par ailleurs en se basant sur la simulation et les coûts spécifiques de construction à un site donné, une combinaison optimale des dimensions de la tour et du collecteur peut être choisie pour produire de l'énergie électrique exigée au préalable.

Wei & al. [47] ont analysé l'effet de la pente dans la réception de l'insolation et ont étudié la pente optimale du collecteur dans une CCS. Dans les latitudes élevées, un capteur solaire horizontal conventionnel ne peut pas recevoir le rayonnement solaire perpendiculairement. Le collecteur sur une pente appropriée réduira l'angle d'incidence, augmentant ainsi l'insolation reçue par le collecteur. Les CCS avec collecteur incliné peuvent être efficacement installées dans les latitudes élevées.

Koonsrisuk & Chitsomboon [48] ont effectué une analyse dimensionnelle sur les centrales CCS, qui leur a permis d'identifier les lois de similitudes pour guider les études expérimentales sur les prototypes des centrales CCS.

Fluri & von Backström [49] ont comparé les performances de quatre configurations de turbine, y compris la configuration rotor unique (SRTL Single-Rotor Turbine Layouts) et la configuration de turbines à rotation-inverse (CRTL counter-rotating turbines Layouts) avec ou sans diffuseur de guidage IGV en utilisant les modèles analytiques. Ils ont aussi discuté les techniques d'optimisation et les paramètres importants de conception pour les différentes dispositions de turbine. Cette étude a montré que même les légères différences entre les différentes approches influent significativement sur les prévisions des performances des systèmes CCS.

Pretorius et Kröger [50] ont mené une étude d'analyse de sensibilité sur l'influence de la qualité, de l'épaisseur, de la réflectivité, de l'émissivité, de la forme, et de l'isolation de la couverture transparente du collecteur, aussi bien des divers types de sol, de la rugosité de leurs surfaces, de l'absorptivité et de l'émissivité, de la pression ambiante sur les performances d'une centrale CCS à grande échelle. Ils ont conclu que l'isolation, l'émissivité et la réflexion de la couverture (toit) du collecteur en plus de l'absorption et l'émissivité du sol ont tous un effet majeur sur la production d'énergie d'une telle installation.

Chergui & al. [51] ont montré, dans une étude antérieure, sur les centrales CCS dans le sud de l'Algérie, l'importance de la région d'Adrar comme une source intéressante de l'énergie solaire thermique.

Ming & al. [52] ont effectué des simulations numériques pour analyser les caractéristiques du transfert thermique et de l'écoulement d'air dans une centrale CCS dotée d'un système de stockage thermique. Différents modèles mathématiques pour le collecteur, la tour-cheminée et le dispositif de stockage thermique ont été établis, et l'effet du rayonnement solaire sur les caractéristiques de stockage de chaleur a été analysé. Les résultats numériques ont montré que le stockage de la chaleur diminue au début et augmente alors avec l'augmentation du rayonnement solaire de 200W/m^2 à 800W/m^2 . La pression statique diminue tandis que la vitesse augmente de manière significative à l'intérieur du système avec l'augmentation du rayonnement solaire. La température moyenne à la sortie de la cheminée et celle de la couche de stockage thermique peuvent augmenter de manière significative avec l'augmentation du rayonnement solaire. En outre, le gradient de la température du support de stockage peut augmenter et ceci a comme conséquence une augmentation de déperdition d'énergie à partir du fond du système de stockage.

Tingzhen & al. [53] ont présenté une méthode de simulation numérique d'une CCS en considérant une turbine éolienne. En se basant sur des résultats obtenus pour le prototype de Manzanares doté d'une éolienne tripale ils ont prouvé que l'augmentation de la vitesse de rotation de la turbine fait chuter la vitesse moyenne à

la sortie de la tour et le débit massique, alors que la température moyenne à la sortie de la tour et la chute de pression à la turbine augmentent et que l'énergie maximale disponible, la puissance développée et le rendement atteignent chacun une valeur maximale (pic). La simulation numérique pour une centrale CCS de l'ordre de MW a été effectuée pour définir une référence pour la conception des systèmes CCS à grande échelle. Dans le cas d'une CCS dotée d'une tour de 400 m d'hauteur et 30 m de rayon, d'un collecteur de 3000 m de diamètre et une turbine à 5 pales, la puissance maximale engendrée et le rendement ont été estimés à environ 10MW et 50%, respectivement.

Ferreira & al. [54] ont proposé d'étudier la praticabilité d'une cheminée solaire pour sécher les produits agricoles. Afin d'évaluer les techniques de faisabilité de ce dispositif de séchage, un prototype de cheminée solaire, dans laquelle la vitesse de l'air, la température et le taux d'humidité ont été contrôlé en fonction du rayonnement solaire incident, a été construite. Les essais de séchage de la nourriture, basés sur des études théoriques et expérimentales, ont assuré la praticabilité des techniques de séchage avec une cheminée solaire des produits agricoles.

Fluri & von Backström [55] ont proposé un modèle analytique de perte de charge pour chaque composant de l'unité de conversion de puissance (PCU : Power Conversion Unit). Ils ont considéré dans leur étude d'une CCS trois configurations de PCU : 1. PCU à turbine à simple axe verticale, 2. PCU de plusieurs turbines à axe verticale et 3. PCU de plusieurs turbines à axe horizontale). Ils se sont basés, dans leur travail, sur le rendement et l'énergie produite tout en utilisant un modèle mathématique dans leur calcul. La conception du passage de l'écoulement d'une façon appropriée peut baisser les pertes aérodynamiques. Les pertes aérodynamiques des composants de la PCU et les pertes d'entraînement à travers les conduites ont été revues. Les auteurs ont proposé un type de prise circulaire de forme bien définie qui est beaucoup plus courte que la géométrie proposée par Kolb & Helmrich [56]. Des pertes d'admission pour ce type de prise peuvent être prévues pour être plus faibles. Vu que la forme proposée par les auteurs fournit un profil de vitesse plus uniforme, elle mène à une plus petite charge dynamique sur les pales de rotor de la turbine, alors

qu'on ne s'attend pas à ce que son coût soit plus élevé. Fluri et von Backström [55] ont estimé le coefficient de perte de prise en utilisant l'expression de Idelchik [57].

Zhou & al. [58] ont présenté une étude numérique sur les performances d'une CCS en se basant sur les équations de Navier-Stokes. Les résultats montrent que le champ de température et le champ d'écoulement sont fondamentalement en accord avec les mesures. Comme exemple d'analyse, le champ de la température croît à partir de l'entrée vers le centre du collecteur, du fait que le flux d'air est graduellement chauffé pendant qu'il est entraîné par la tour cheminée. Cependant, le maximum des températures moyennes le long du collecteur est généralement situé à une distance de 0.5 à 3.5 m par rapport au centre du collecteur. Le champ d'écoulement indique que l'air près du sol s'écoule verticalement jusqu'au toit puis se tourne en direction du centre. D'autres études numériques ont été consacrées à l'analyse de l'effet des composants sur la puissance générée par le système en calculant la vitesse de l'écoulement à l'entrée de la tour. Ces études ont permis la définition des dimensions optimales d'un tel système en considérant aussi bien les coûts que le climat et les conditions géographiques pour un site donné.

Maia & al. [59] ont réalisé une étude analytique et numérique de l'écoulement turbulent et transitoire de l'air à travers une CCS en utilisant la méthode des volumes finis dans des coordonnées généralisées pour résoudre les équations de conservations et de transports afin d'évaluer l'influence des paramètres géométriques et les matériaux utilisés sur les performances d'une CCS. En montrant que le débit massique croît avec l'augmentation de la hauteur et le diamètre de la tour, ils ont montré que ces deux grandeurs représentent les paramètres physiques les plus importants dans la conception d'une CCS.

Ninic & Nizetic [60] ont développé un modèle physique et analytique simplifié pour les modèles GVC (Gravitational Vortex Column) pour les centrales CCS.

Zhou & al. [61] ont comparé un modèle d'écoulement d'un fluide compressible à travers une cheminée solaire au modèle de Boussinesq et à un modèle totalement flottable FBM (FBM : Full Buoyancy Model) avec l'aide du code commerciale Fluent [62]. Le modèle de Boussinesq considère un écoulement incompressible, où la densité est traitée comme paramètre constant et utilise l'approximation de Boussinesq pour modéliser la variation locale de la densité. Cette variation représente la force gravitationnelle intégrée dans le terme source dans l'équation de quantité de mouvement. Dans un modèle totalement flottable FBM, la densité de référence est maintenue constante, alors que l'écoulement dans le domaine de calcul numérique est traité en tant qu'écoulement compressible avec une densité variable, et la flottabilité totale est implantée par l'addition d'une force de gravitation dans le terme source de l'équation de la quantité de mouvement. Von Backström et Gannon [63] ont présenté une approche pour un écoulement compressible unidimensionnelle pour le calcul des variables thermodynamiques en fonction de la hauteur de la tour, du frottement à travers les parois, des pertes additionnelles, de la traînée interne et de la variation de la section de passage.

Zhou et al. [64] ont performé une analyse économique des centrales CCS en utilisant un modèle économique. De même, Zhou et al. [65] ont proposé une nouvelle conception d'une centrale thermique solaire en proposant de construire une tour cheminée segmentée accolée à une montagne. Ils estiment qu'une telle installation s'adapte parfaitement dans les régions de la Chine là où un immense désert est entouré par des montagnes.

Maia & al. [66] ont construit une installation d'une CCS au Brésil. Cette installation est dotée d'une tour cheminée de 11 m de hauteur et 1 m de diamètre. La structure de la tour est constituée de cinq modules en bois de 2.2 m de hauteur chacun. Elle a été ensuite recouverte intérieurement et extérieurement de fibre de verre. Le capteur solaire, de 25 m de diamètre et 0.5 m de hauteur, a été construit en utilisant un film en plastique soutenu par une structure tubulaire en acier.

Bernardes & al. [67] ont comparé les procédures utilisées par Pretorius [44], et étudié l'effet des différents modèles du coefficient de transfert thermique sur la prévision des performances d'une cheminée solaire. Les équations de transfert thermique pour la convection forcée et pour la convection naturelle ont été évaluées par un bilan conventionnel et par des simulations utilisant des codes de calculs. Le comportement complexe du collecteur solaire d'une CCS a été analysé en prenant en compte la stratégie et les schémas de calcul de Pretorius [44].

Ils concluent que les coefficients de transfert thermique de la terre et du toit vers l'écoulement aboutissent à une faible température de l'air dans le collecteur menant vers de faibles pertes à travers le toit et à un transfert élevé vers l'écoulement en utilisant les coefficients de transfert proposés par Pretorius [44] or et d'après les coefficients de transfert proposés par Bernardes et al. [67] les pertes vers l'ambiant à travers le toit sont faibles. Cet effet compensatif produit des profils semblables de la température de l'air pour les deux schémas, réduisant au minimum l'influence du choix des coefficients de transfert thermique dans les performances de la cheminée solaire.

Nizetic & Klarin [68] ont donné une approche analytique simplifiée pour évaluer le facteur de la chute de pression de la turbine dans les centrales CCS. Ce facteur caractéristique est important parce qu'il est lié à la puissance produite. Ils concluent que, pour les centrales CCS, les facteurs de chute de pression de turbine sont dans la gamme de 0.8 –0.9. Cette approche analytique simplifiée est utile pour une analyse préliminaire et une évaluation rapide du potentiel des centrales CCS.

Koonsrisuk & al. [69] ont donné une description de l'application de la théorie constructale (Constructal Theory) – dans la recherche d'une géométrie optimale d'une Centrale à Cheminée Solaire. Leur objectif était d'augmenter la production d'énergie dans le même espace occupé par l'installation. Le rapport hauteur/rayon, le débit massique d'écoulement et la puissance maximale, sous les contraintes de volume et surface fixés, ont été déterminés. Ils ont constaté que la puissance développée par unité de surface est proportionnelle à la longueur d'échelle de la centrale CCS. Leur

analyse a été validée par un modèle mathématique détaillé. Les pertes de pression ont été incluses dans le terme de la longueur d'échelle du système sous sa forme adimensionnelle. Elles indiquent que les chutes de pression à l'admission du collecteur et dans la section de transition entre le collecteur et la tour-cheminée sont négligeables, et les pertes en frottement dans le collecteur peuvent être négligées dans certaines configurations.

Bernardes & von Backström [70] ont effectué des simulations théoriques afin d'évaluer les performances des centrales CCS pour les coefficients de transfert thermique proposé par Pretorius [44]. Le débit et/ou la chute de pression à travers la turbine ont été utilisés en tant que variable indépendante de commande. Les valeurs trouvées dans la littérature pour le rapport optimum - dit x-factor- de la chute de pression de la turbine au potentiel de pression totale (différence disponible de pression) du système varient entre $2/3$ et 0.97 . Il a été montré que le rapport optimum n'est pas constant pendant toute la journée. Il dépend des coefficients de transfert thermique appliqués au collecteur. Cette étude est une contribution vers une meilleure compréhension des performances et du contrôle d'une centrale CCS. Elle peut donc être utile dans la conception de ces installations. Les auteurs ont soumis chacun des coefficients de transfert thermique proposé par Pretorius [44], à deux schémas de contrôle de la puissance, plus précisément ceux qui présentent la possibilité de contrôler la chute de pression de la turbine et du débit volumique en tant que variables réglables. Les relations entre le x-factor et le débit volumique, l'élévation de la température dans le collecteur et la puissance délivrée ont été présentées. Les valeurs du x-factor les plus élevées (environ 0.9) sont trouvées pour les faibles coefficients de transfert thermique utilisés par Bernardes & von Backström [70]. En revanche, les coefficients élevés de transfert thermique proposés par Pretorius donnent de faibles valeurs de x-factor, de l'ordre de 0.8 . Concluant, le calcul des performances des CCS sous différentes stratégies de commande dynamique peut être utile dans une phase préliminaire de conception des installations CCS. En outre, cette étude peut également aider pour configurer les turbines convenablement.

Zhou & al. [71] ont donné une image complète sur la recherche et le développement des techniques et technologies des centrales cheminées solaires dans ces dernières décennies. La description, le processus physique, les études expérimentales et théoriques, et les sciences économiques pour les centrales CCS conventionnelle aussi bien que des descriptions de d'autres types de CCS.

Larbi & al. [72] ont présenté une analyse des performances énergétiques d'une centrale CCS prévue pour fournir de l'énergie électrique aux villages isolés situés dans la région du sud-ouest algérien. L'énergie solaire et l'état psychométrique d'air dans le sud de l'Algérie sont importants pour encourager pleinement le développement des cheminées solaires soit pour la production de l'énergie thermique ou l'énergie électrique pour de divers usages. Les auteurs se sont intéressés à la ville d'Adrar et son important rayonnement solaire. Les résultats montrent que la centrale CCS peut délivrer une puissance allant de 140 à 200 kW électrique sur ce site durant toute l'année, en considérant la moyenne mensuelle d'ensoleillement. Cette production est suffisante pour les besoins des secteurs isolés.

Chergui & al. [73] ont développé un code numérique de CFD qui a été validé par les solutions de référence de De Vahl Davis pour la convection naturelle. Des études de performance reliées aux paramètres géométriques et opérationnelles d'une cheminée solaire ont été réalisées. L'influence du rapport de l'élévation du toit du collecteur (e) à la hauteur de la tour 'H' a été identifié pour deux cas $e/H = 0.1$ et $e/H = 0.01$ (le rayon de la tour a été pris égale à (e)). La hauteur du collecteur, la hauteur de la tour et la force d'entraînement de l'écoulement c , est-à-dire la différence de températures ont été prises en compte à travers la variation du nombre de Rayleigh Ra , ainsi le champ de vitesse et la distribution de la température, dans le système, ont été évalués en fonction de Ra . Les caractéristiques locales de l'écoulement ont été mises en évidence. Il a été constaté que pour la plus part des nombres de Rayleigh l'écoulement est laminaire excepté pour Raleigh égale à 10^8 où certaines perturbations apparaissent. Les vitesses maximales sont constatées à l'entrée de la tour-cheminée et leurs valeurs sont plus importantes pour $e/H = 0.1$ pour tous les nombres de Rayleigh testés. Le champ de vitesse indique une augmentation de la vitesse le long du collecteur partant de la périphérie vers le centre. Ce résultat permettra au concepteur de CCS de positionner correctement le dispositif mécanique de conversion.

La génération d'un écoulement d'air constitue l'originalité des Centrales CCS ce dernier sera utilisé dans la production de l'électrique en faisant tourner des aérogénérateurs adéquats. **Il devient clair que l'énergie cinétique produite constitue le fruit d'une telle installation. Une minimisation de sa dégradation constitue un objectif majeur dans leur conception.** La maîtrise des outils d'analyse technico-économique des centrales CCS tels que ceux de la simulation énergétique ou dynamique de ces systèmes est indispensable. Nous envisageons par le présent travail la construction d'une plate forme d'analyse numérique et d'optimisation en proposant l'élaboration de plusieurs codes de calcul, réunissant l'efficacité et la simplicité et permettant la prévision des phénomènes qui pourront avoir lieu avant la phase de réalisation des installations à cheminée solaire. La finalité de ces études est la réalisation d'un prototype tout en envisageant la concrétisation d'une installation type.

Le travail qui suit est divisé en deux grandes parties :

- La première partie est relative au développement d'un modèle analytique, destiné à la prédiction des performances des Centrales à Cheminée Solaire telles que le rendement et la puissance délivrée, et d'une analyse dimensionnelle permettant l'élaboration de groupements adimensionnels et de lois de similitude.
- La seconde est relative à une modélisation préliminaire du régime stationnaire dans le cas d'une convection naturelle laminaire au sein d'une géométrie semblable à celle d'une centrale cheminée solaire. Plus précisément, nous envisageons de prévoir le comportement **thermo-hydrodynamique** du mouvement d'air à travers une cheminée solaire. Le champ de vitesse et la distribution de température dans le système sont évalués à travers la résolution, par la **méthode des éléments finis** et sous des hypothèses préétablies, du modèle mathématique du système comportant les équations de **Navier-Stockes** et l'équation d'énergie. L'objectif de cette résolution est l'identification **des phénomènes locaux** et leurs positionnements, de plusieurs configurations géométriques pour deux types de conditions aux limites à savoir une température constante et flux de chaleur constant. Une procédure d'optimisation par l'EGM a été abordée.

CHAPITRE

3

**MODEL ANALYTIQUE ET
ANALYSE DIMENSIONNELLE D'UNE
CENTRALE A CHEMINEE SOLAIRE**

Chapitre

3

**Modèle Analytique et Analyse Dimensionnelle
d'une Centrale à Cheminée Solaire****3.1. Introduction**

En se basant sur les équations de la mécanique des fluides et du transfert de chaleur, différents modèles analytiques ont été proposés pour prédire les performances et les caractéristiques des CCS [20-26,74]. Ces modèles s'avèrent utiles dans leurs privilèges, mais leurs limites d'applications pourraient être bornées et cela est due essentiellement au fait que [75] :

1. Ces modèles ne possèdent aucune prévision pour le flux de chaleur solaire dans le système, puisqu'ils présument que l'air est chauffé à une certaine température prédéterminée.
2. Ces modèles s'avèrent ne pas avoir un mécanisme qui assure l'intégration des différents compartiments d'une CCS.
3. Les détails de l'écoulement à travers le collecteur sont ignorés (la convection thermique origine du mouvement a été ignorée).

La plupart des auteurs, comme dans [20], supposent, pour l'évaluation du rendement d'une CCS que le gradient de pression du système est égale à la différence entre la pression au sommet de la tour et celle de l'ambient au niveau du sol. Cette supposition implique que la pression, à la base de la tour à l'intérieur du système, est égale à la pression ambiante. Cette hypothèse peut être acceptable dans une cheminée industrielle typique mais elle n'est pas exacte pour une cheminée solaire où le parcours de l'écoulement à partir de l'entrée du collecteur jusqu'à la base de la tour est important.

Prenons par exemple le modèle très répandu de Yan & al. [24], qui sert de référence à plusieurs travaux sur le calcul des performances globales des CCS. Plus de détails sur l'écoulement ont été considérées dans son modèle, mais les hypothèses adoptées restent similaires à ceux déjà mentionnés en particulier, le couplage entre le comportement thermomécanique du champ d'écoulement qui n'a pas été naturellement représenté. En outre, l'élévation de la température au sein du système a été prédéterminée comme dans [20, 36].

A ce niveau on peut conclure qu'un modèle est jugé fiable si l'interaction entre l'écoulement dans le collecteur et la tour est considérée. Ceci revient à considérer la faible, mais significative différence de pression traditionnellement ignorée dans la littérature. Ce gradient de pression créé par l'échauffement de l'air dans le collecteur est à l'origine de l'écoulement.

Au stade d'une étude de faisabilité, il est très important d'avoir une étude théorique simple, néanmoins précise, pour une évaluation de premier ordre des performances et de guider le concepteur par la suite vers une meilleure conception.

3.2. Modèle Analytique

Le modèle présenté se distingue des autres modèles par les points suivants :

1. Il possède un mécanisme intégré à travers lequel l'écoulement peut interagir avec les différentes parties du système.
2. Le couplage thermomécanique a été naturellement représenté sans avoir recourt à la supposition d'un accroissement arbitraire de la température à travers le collecteur.
3. Les détails de l'écoulement à travers le collecteur ont été bien inclus.
4. La variation de la pression dans le collecteur, due au changement de la section de passage et à l'apport de chaleur a été incluse.

La dérivation de ce modèle analytique commence par l'évaluation des différences de pression et de densité entre l'ambient et la base de la cheminée. Par la synthèse des équations de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et d'énergie pour un écoulement non visqueux, unidimensionnel, compressible Δp et $\Delta \rho$ peuvent être séparées et représentées en termes d'autres variables appropriées [63, 76].

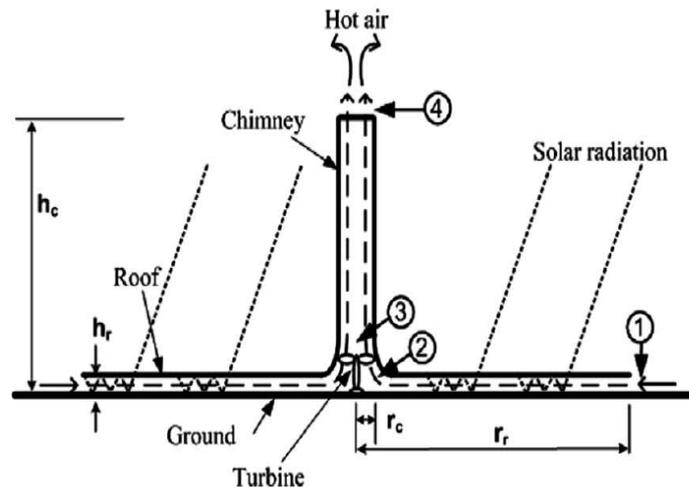


Figure 3.1 Schéma d'une cheminée solaire

Dans une phase initiale un système sans turbine sera analysé, et par conséquent, les positions 2 et 3 sont identiques. Elles seront désignées par le même indice 3 (Fig. 3.1).

3.3. Modélisation de l'écoulement dans le collecteur

L'écoulement dans les canalisations de section transversale faiblement variable peut être considéré comme un écoulement unidimensionnel puisque la composante de la vitesse normale à la direction principale de l'écoulement est négligeable devant la vitesse totale [77].

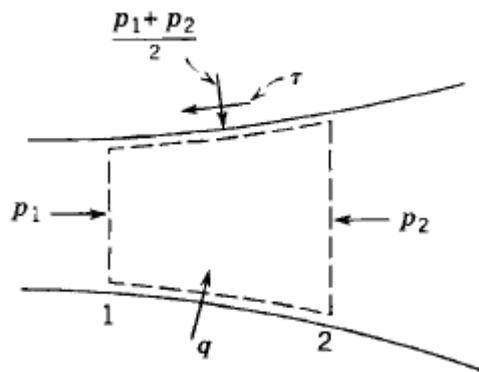


Figure 3.2 Volume (surface) de contrôle pour un écoulement unidimensionnel.

L'écoulement permanent unidimensionnel d'un fluide compressible subissant un échange de chaleur (q) et un frottement (τ) (voir Fig. 3.2) est modélisé par les équations suivantes [77]:

Chapitre 3 Modèle Analytique et Analyse dimensionnelle d'une CCS

- L'équation de conservation de masse :

$$\Delta(\rho v A) = 0 \quad (3.1a)$$

- L'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho v A \Delta v = -\Delta(pA) - \tau A_\tau + \frac{p_1 - p_2}{2} \Delta A \quad (3.1b)$$

- L'équation de conservation de l'énergie :

$$\Delta\left(c_p T + \frac{v^2}{2}\right) = q \quad (3.1c)$$

- L'équation d'état :

$$\Delta\left(\frac{p}{\rho T}\right) = 0 \quad (3.1d)$$

Avec :

A : représente l'aire de la section transversale à l'écoulement.

τ : représente la contrainte de cisaillement appliquée sur une surface d'aire A_τ .

Si on néglige les effets à ordre supérieur les équations précédentes deviennent alors :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta v}{v} - \frac{\Delta A}{A} \quad (3.2a)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho} = -v \Delta v - \frac{\tau A_\tau}{\rho A} \quad (3.2b)$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{q}{c_p T} - \frac{v \Delta v}{c_p T} \quad (3.2c)$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta T}{T} \quad (3.2d)$$

L'équation (3.2a) peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\Delta p}{\rho} = -v \Delta v - \frac{\tau A_\tau}{\rho A} \quad (3.2b)$$

Et en utilisant la relation $a^2 = \gamma p / \rho$, on obtient

$$\frac{\Delta p}{\rho} = -v \Delta v \frac{\gamma}{a^2} - \frac{\gamma}{a^2} \frac{\tau A_\tau}{\rho A} \quad (3.3)$$

Chapitre 3 Modèle Analytique et Analyse dimensionnelle d'une CCS

En égalisant l'équation (3.2a) et (3.2d) et en éliminant $\Delta T/T$ et $\Delta p/p$ avec l'équation (3.2c) et (3.3), respectivement, on obtient alors :

$$\frac{\Delta v}{v} \left(-\gamma M^2 + 1 + \frac{v^2}{c_p T} \right) = \frac{\gamma \tau A_\tau}{a^2 \rho A} + \frac{q}{c_p T} - \frac{\Delta A}{A} \quad (3.4)$$

En utilisant la relation $T = a^2 / \gamma R$, dans le coté droit de l'équation (3.4) on obtient une forme finale caractérisant notre écoulement, soit alors :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{M^2 - 1} \left(\frac{\Delta A}{A} - \frac{q}{c_p T} - \frac{\gamma \tau A_\tau}{\rho A a^2} \right) \quad (3.5)$$

Tel que :

γ : représente le coefficient de compressibilité, définit par le rapport entre la **capacité thermique massique isobare** (c_p) et la **capacité thermique massique isochore** (c_v).

M : représente le nombre de Mach définit comme étant le rapport entre la vitesse (v) et la vitesse de propagation ou célérité du son dans le fluide environnant (a) soit :

$$M = \frac{v}{a}$$

Les conditions d'écoulement unidimensionnel sont quasiment remplies dans la plus part des problèmes pratiques y compris l'écoulement dans le collecteur d'une cheminée solaire (Fig. 3.3). Donc, et pour un écoulement d'un fluide non-visqueux de faible conductivité (tel que l'air), on peut écrire l'équation d'Euler suivante :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{M^2 - 1} \left(\frac{\Delta A}{A} - \frac{q}{c_p T} \right) \quad (3.6)$$

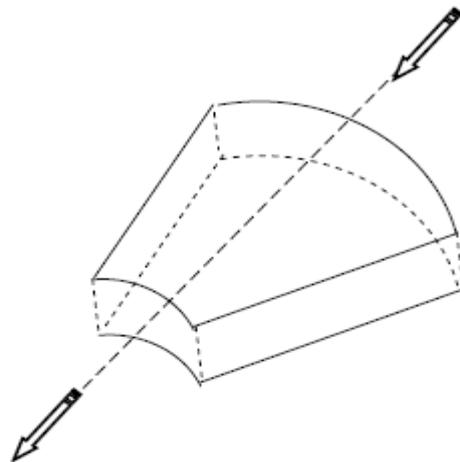


Figure 3.3 Ecoulement à travers un volume de contrôle dans le collecteur.

Des équations précédentes nous pouvons exprimer la différence de pression entre l'ambient (1) et la base de la tour (2) (ou (3)) (**Fig. 3.1**) par :

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1 - M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{q}{C_p T} \right) \quad (3.7)$$

Avec ;

$$\Delta p = p_3 - p_1$$

et la quantité de chaleur apporté par unité de masse est ;

$$q = \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m}}$$

Donc l'équation (3.7) s'écrit alors ;

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1 - M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right) \quad (3.8)$$

De la même manière on pourra obtenir une équation pour $\Delta \rho$,

$$\Delta \rho = \int_1^3 \left(\frac{\rho M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} - \frac{\rho}{1 - M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right) \quad (3.9)$$

3.4. Modélisation de l'écoulement dans la tour

L'écoulement dans la tour est plus facile à modéliser puisqu'il peut être considéré comme un écoulement adiabatique. Ainsi l'équation de **Bernoulli** pour cette partie s'écrit alors :

$$(p_4 - p_3) + \frac{\rho_3}{2} (v_4^2 - v_3^2) + \rho_3 g h = 0 \quad (3.10)$$

On a supposé que ($\rho_3 = \rho_4$) puisque l'équation de Bernoulli n'est applicable que dans les écoulements isothermes.

Pour lier les deux compartiments, la pression p_3 , peut être redéfini comme suit :

$$p_3 = p_1 + \Delta p \quad (3.11)$$

Par ailleurs, p_1 , peut être écrite en terme de p_∞ , en utilisant l'équation de Bernoulli :

$$p_1 = p_\infty + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \quad (3.12)$$

p_4 est calculée par l'équation de la distribution hydrostatique de la pression, soit alors :

$$p_4 = p_\infty + \rho_\infty gh \quad (3.13)$$

La manipulation des différentes équations nous permet d'écrire :

$$\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 - \Delta p + gh\Delta\rho + gh\delta\rho = 0 \quad (3.14)$$

avec

$$\Delta p = p_3 - p_1$$

et

$$\delta\rho = \rho_1 - \rho_\infty$$

Finalement, en injectant les expressions de Δp et $\Delta\rho$ dans l'équation (3.14), et en utilisant l'équation de continuité ($\dot{m} = \rho A v = \text{constante}$) et quelques réarrangements nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\rho_1 \dot{m} v_1^2 - \dot{m}^3 \int_1^3 \frac{dA}{\rho A^3 (1 - M^2)} + \dot{m}^2 \int_1^3 \frac{\dot{Q} dA_r}{\rho A^3 (1 - M^2) C_p T} + \dot{m} gh \int_1^3 \frac{\rho M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} \\ = gh \int_1^3 \frac{\rho}{1 - M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{C_p T} - \dot{m} gh \delta\rho \end{aligned} \quad (3.15)$$

3.5. Simplification du modèle analytique pour une meilleure lecture physique

La variable la plus importante à déterminer dans une centrale CCS est l'énergie cinétique engendrée par le système, puisque c'est bien cette énergie qui fera par la suite tourner la turbine éolienne. Cependant, l'équation (3.15) reste toutefois difficile à résoudre pour la variable ($\dot{m} v_1^2 / 2$), puisque (3.15) est une équation non linéaire. Pour qu'elle soit sous une forme qui peut permettre une solution approximative, quelques hypothèses simplificatrices ont été introduites.

La stratégie générale utilisée dans cette approche est de garantir le caractère conservatif à toute technique d'approximation utilisée. Par '*conservatif*', il est entendu que toute approximation devra conduire à une prédiction du rendement de la CCS inférieur à celui obtenu par une solution exacte.

Les approximations qui font impliquées la densité devront être exercées avec soin puisque l'écoulement à travers une CCS est à faible vitesse d'une part, ce qui signifie que la variation de la densité due à la pression dynamique peut être négligée, et d'autre part, la variation de la densité suite à l'apport de chaleur devrait être conservée.

En ayant ces conditions à l'esprit, les principales approximations à utiliser par la suite, pour la simplification de l'équation (3.15), se résument à [78] :

1. La vitesse de l'écoulement étant très faible, son nombre de Mach est alors inférieur à l'unité.
2. La densité de l'air est supposée constante (à appliquer d'une manière sélective pour assurer une erreur conservative qui n'influera pas sur la force principale motrice de l'écoulement).
3. Le terme ($\delta\rho = \rho_1 - \rho_\infty$) est négligé, l'ordre de grandeur de ce terme est faible, le négliger conduit aussi à une erreur conservative.
4. La vitesse du son est calculée à partir de la relation des gaz parfaits :

$$a^2 = \gamma RT$$

L'application de toutes ces approximations à l'équation (3.15) nous donne l'équation suivante :

$$\frac{1}{2} \dot{m} v_1^2 \left[\rho_1 - 2\rho_1 A_1^2 \int_1^2 \frac{dA}{A^3} + \frac{2A_1 \dot{Q}}{v_1 c_p T_1} \int_1^2 \frac{dA_r}{A^2} + \frac{2\rho_1 A_1^2 g h}{\gamma R T_1} \int_1^2 \frac{dA}{A^3} \right] = \frac{\rho_1 g h \dot{Q}}{c_p T_3} \int_1^2 dA_r \quad (3.16)$$

Ainsi une forme plus simple à traiter et à interpréter physiquement a été rendu possible. On constate dans cette équation (3.16) que la puissance due à l'écoulement ($\dot{m} v_1^2 / 2$) est exprimée directement en fonction du potentiel de la force d'entraînement; cette force d'entraînement est une combinaison des forces gravitationnelles ($\rho g h$) et de la quantité du flux solaire (\dot{Q}_{A_r}) reçu par le collecteur. Le terme entre accolades peut être interprété comme une résistance à cette puissance.

Cette même équation évidente du point de vue physique sera la base de l'analyse dimensionnelle à effectuer dans la prochaine section.

3.6. Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est une approche utilisée pour résoudre les problèmes dans toutes les disciplines de l'ingénieur et particulièrement en dynamique des fluides. Lorsqu'il est possible d'identifier les facteurs impliqués dans une situation physique donnée, l'analyse dimensionnelle permet souvent d'établir la forme de la relation existant entre ces facteurs. A première vue cette technique semble moins précise que les méthodes habituelles d'analyse qui se basent sur des calculs algébriques exacts ; mais ces dernières posent une série d'hypothèses simplificatrices qui nous éloignent de la réalité des faits. La solution qualitative obtenue par analyse dimensionnelle peut souvent être convertie en un résultat quantitatif par la détermination expérimentale de n'importe quel facteur inconnu qui affecte le problème. Les essais sur maquette sont évidemment souhaitables mais une loi d'échelle de similitude doit d'abord être établie.

L'analyse dimensionnelle porte sur la combinaison des effets de diverses grandeurs primitives afin de générer quelques grandeurs adimensionnelles. Elle nous permet d'établir les lois d'échelles qui nous permettront l'extrapolation des résultats obtenus dans le cas d'un modèle réduit à un prototype de grande taille. Elle nous permet également de réduire le nombre de grandeurs indépendantes qui interviennent dans un phénomène physique donné ce qui nous permet de réduire considérablement le nombre d'expériences.

Une fonction d'une seule variable pourrait être représentée par une seule courbe construite à partir d'un nombre d'observations expérimentales relativement petit. Une fonction de deux variables nécessiterait une famille de courbes, une pour chaque valeur de la seconde variable. Une fonction de trois variables nécessiterait un ensemble de familles de courbes, une famille pour chaque valeur de la troisième variable. A mesure que le nombre de variables augmente, le nombre d'observations nécessaires à l'investigation croît à telle vitesse que la situation devient rapidement très complexe. L'analyse dimensionnelle en permettant la réduction du nombre de variables peut jouer un rôle extrêmement important dans ce cas.

Parfois aussi, il est plus simple de faire varier la valeur d'un groupe adimensionnel que celles de variables considérées individuellement. Par exemple, on peut modifier la valeur du nombre de Reynolds ($\rho v d / \mu$) en agissant sur une ou plusieurs

des variables ρ , v , d et μ . Mais, alors que les propriétés des fluides et la disponibilité de tubes d'un diamètre donné réduiraient considérablement la plage des valeurs disponibles pour chaque variable individuelle, une possibilité d'action sur plusieurs variables offrirait un domaine de valeurs beaucoup plus large pour le groupe adimensionnel. Ainsi, une faible valeur du nombre de Reynolds pourrait être obtenue soit par l'utilisation d'un tube de faible diamètre, soit en réduisant la vitesse d'écoulement du fluide dans un tube donné, ou encore en changeant le fluide. Un autre avantage de la présentation adimensionnelle de données expérimentales est que cette présentation est indépendante des unités utilisées.

Les facteurs associés à une certaine situation physique pourraient être identifiés par observation, par expérimentation ou même par intuition. Toutefois, il est difficile d'établir entre eux des relations précises sur le plan quantitatif, parce que nous ne sommes pas en mesure de préciser les conditions qui prévalent dans la situation considérée ou la manière dont les différents facteurs dépendent les uns des autres. Il s'ensuit qu'aucun modèle mathématique ne peut être construit sans le recours à des hypothèses simplificatrices du problème.

Le raisonnement dimensionnel est fondé sur la proposition suivante : toute équation traduisant une situation physique donnée doit être dimensionnellement homogène, en ce sens que tous ces termes sont du même genre et ont les mêmes dimensions, ses deux membres doivent être égaux aussi bien numériquement que dimensionnellement.

3.6.1. Analyse dimensionnelle par la méthode des groupes

L'équation à laquelle on parvient est une fonction de nombres adimensionnels et des règles peuvent être dégagées pour en déterminer le nombre et la manière dont on pourrait les former. L'obtention des groupes adimensionnels se fait par l'application du théorème des (Π) de Vashy-Buckingham [79]. Utilisant le symbole (Π) pour désigner un groupe adimensionnel, Buckingham [79] a montré qu'une équation entre (n) grandeurs, y compris la grandeur dépendante, peut être présentée comme une équation de ($n - m$) groupes adimensionnels indépendants, (m) étant le nombre maximum de grandeurs dimensionnellement indépendantes qui interviennent dans l'équation considérée. L'équation sera donc de la forme :

$$\Phi\{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}\} = 0$$

Des groupes indépendants sont définis comme étant ceux qu'on pourrait former à partir d'un quelconque nombre de grandeurs, de sorte qu'aucun d'eux ne soit une simple combinaison des autres groupes.

Une autre version de ce théorème s'énonce comme suit : le nombre de groupes adimensionnels dans une équation reliant n grandeurs entre elle, sera égal à $(n - k)$, où k est le plus grand nombre de grandeurs qui ne peuvent être utilisées ensemble pour former un groupement sans dimension. Habituellement k est égal au nombre de dimensions fondamentales m , mais il peut être parfois plus petit.

Une fois qu'on ait déterminé le nombre de groupes indépendants, il faut combiner les grandeurs qui interviennent dans l'équation du phénomène physique considérée pour former ces groupes. Pour ce faire, il est pratique d'appliquer les quelques règles suivantes [79].

Etape 1 - *Répertorier tous les paramètres impliqués.* (Soit n le nombre de paramètres). Si tous les paramètres pertinent ne sont pas impliqués, une relation peut être obtenue, mais elle ne peut pas donnée l'histoire complète. Si un paramètre n'a pas d'influence sur le phénomène physique est inclus, soit la procédure de l'analyse dimensionnelle montrera qu'il ne figure pas dans la relation souhaité ou nous obtiendrons un ou plusieurs groupes adimensionnels que l'expérience montrera qu'ils sont en plus.

Etape 2 - *Choix d'un système de dimensions fondamentales (ou primaire),* par exemple, **(MLt)** ou **(FLt)**. (Notons que dans les problèmes de transfert de chaleur nous aurons besoin de la température T et dans systèmes électriques de la charge q).

Etape 3 - *L'écriture des dimensions de tous les paramètres en termes des dimensions primaires.* (Soit r le nombre des dimensions primaires). La force comme la masse pourraient être prises comme des dimensions primaires.

Etape 4 - *Sélectionner, à partir de la liste des paramètres, un nombre de paramètres répétés égale au nombre des dimensions fondamentales, r , et incluant (l'ensemble de ces paramètres répétés inclut toutes les dimensions fondamentales) toutes les dimensions fondamentales.* Deux paramètres répétés ne peuvent pas avoir les mêmes dimensions ou

diffèrent seulement par un exposant. Par exemple, ne pas choisir une longueur, L , et un moment d'inertie d'une surface, L^3 , en tant que paramètres répétés.

- les paramètres répétés choisis peuvent apparaître dans tous les groupes adimensionnels obtenus. Par conséquent :
- ne pas inclure la grandeur dépendante parmi ceux sélectionnés dans cette étape (ce la veut dire que la grandeur dépendante ne doit apparaître que dans un seul groupe).
- Une grandeur qui semble n'avoir qu'une faible influence sur le problème, ne doit apparaître que dans un seul groupe.

Etape 5 – Former les groupements adimensionnels. En aménageant les équations dimensionnelles et en combinant d'une manière alternative les paramètres choisis dans l'étape 4 avec chacun des autres paramètres, nous obtenons les groupements adimensionnels.

Etape 6 - Vérifier que chaque groupe obtenu soit bien adimensionnel. Si la masse a été initialement sélectionnée comme une dimension fondamentale, il est évident de vérifier les groupes en utilisant la force comme une dimension fondamentale.

Remarque :

- k - est le plus grand nombre de grandeurs qui ne peuvent être utilisées ensemble pour former un groupement sans dimension,
- m - est égal au nombre de dimensions fondamentales, (nombre maximum de grandeurs dimensionnellement indépendantes qui interviennent dans l'équation considérée).
- k et m ont souvent la même valeur mais peuvent ne pas l'être dans des cas rares parce que le nombre des dimensions fondamentales diffère lorsque les grandeurs sont exprimées dans des systèmes de dimensions différents.
- La valeur de k peut être établie certainement en déterminant le **rang** de la matrice dimensionnelle.
- Les $(n - k)$ groupes adimensionnels obtenus par cette procédure sont indépendantes mais non pas uniques. Si différents systèmes de grandeurs répétés sont choisis, différents groupes adimensionnels résultent.

3. 7. Similitude

A l'étape même de la conception d'un projet, il peut s'avérer nécessaire au concepteur de disposer d'informations sur le comportement du système qu'il s'apprête à projeter. Il pourrait toujours construire un prototype et le mettre en marche pour recueillir ces informations. Cependant, ceci est généralement très coûteux. Il est souhaitable de fabriquer un modèle réduit, plus facile à mettre en œuvre et beaucoup moins coûteux. Des informations très utiles pourraient être alors obtenues en effectuant des essais sur le modèle réduit. Les règles de similitude permettent ensuite de transposer au prototype les résultats obtenus à partir des essais sur maquette.

En mécanique des fluides, pour qu'on puisse procéder à cette transposition, il faut qu'il y ait une similitude des écoulements sur maquette et sur prototype. Ceci n'est possible que dans le cas d'une similitude mécanique complète, qui comprend les similitudes géométrique, cinématique et dynamique.

- **La similitude géométrique** - signifie la proportionnalité des dimensions correspondantes et l'égalité des angles correspondants. Cette notion signifie la similitude des surfaces qui limitent les courants fluides, c'est-à-dire la similitude des canaux, ainsi que la similitude de leurs positions par rapport à l'horizontale. Ainsi par exemple, dans le cas d'un objet profilé, une maquette au **1/10** présente une envergure (**b**) et une corde (**c**) exactement égales respectivement au **1/10** de l'envergure et au **1/10** de la corde du prototype.
- **La similitude cinématique** - signifie la similitude des lignes de courant et la proportionnalité des vitesses correspondantes. Il est évident que la similitude cinématique des courants n'est possible que dans le cas où est assurée la similitude géométrique de leurs canaux. Nous aurons similitude cinématique si en deux points homologues de la maquette et du prototype, les vitesses ont des directions homologues et les modules dans un rapport constant.
- **La similitude dynamique** - signifie la proportionnalité des forces qui agissent sur des éléments correspondants de courants cinématiquement semblables ainsi que l'égalité des angles qui caractérisent la direction de ces forces. Nous aurons

similitude dynamique, si en deux points homologues de la maquette et du prototype, les forces ont des directions homologues et des modules dans un rapport constant.

3.8. Similitude dynamique dans les cheminées solaires

L'étude expérimentale d'un prototype d'une CCS à grande échelle est coûteuse, puisqu'une petite centrale CCS conçue pour produire de l'électricité doit avoir une cheminée ayant une hauteur de l'ordre de **100 m** et donc un modèle d'échelle réduit sera sans doute nécessaire pour essais expérimentaux, mais avant cela, il faut établir les lois de similitudes.

On se propose d'utiliser la méthode de l'analyse adimensionnelle pour établir les lois d'échelles afin d'extrapoler les résultats obtenus sur des modèles réduits à des modèles de grands échelles.

D'après l'équation (3.16) de la section précédente, on peut noter que, pour un écoulement unidimensionnel dans une CCS, plusieurs paramètres figurant dans cette équation peuvent servir comme guide dans le développement de cette analyse dimensionnelle.

Remarquons que toujours le flux de chaleur (q) figure avec la capacité calorifique massique (C_p) pour cela (\ddot{q}/C_p) est pris comme une seule variable fondamentale, physiquement cette variable représente la variable de la température. Cette même variable sera modifiée pour devenir (\ddot{q}/C_p) source de chaleur volumique, très compatible avec le traitement des codes CFD des Flux de chaleur. (\ddot{q}) peut être obtenu par la simple division de (\dot{q}) par la hauteur (h_r). Évidemment ceci n'est admis que dans une situation idéale c'est-à-dire là où l'énergie incidente est totalement et uniformément absorbée par le fluide sous le couvercle.

*Procédures et étapes dans le développement des nombres adimensionnels

Les variables primitives impliquées sont supposées être, ($\rho, A, v, \dot{q}, C_p, \beta, h_c, g$). D'après l'équation (3.16), la variable dépendante principale est supposée être ($\dot{m}v_1^2/2$) ou (ρAv) $v_1^2/2$ à la place de la vitesse (v), puisque ce terme exprime mieux le sens engineering de l'énergie cinétique dans une cheminée.

Chapitre 3 Modèle Analytique et Analyse dimensionnelle d'une CCS

Etape (1) : on propose que les variables qui affectent la puissance cinétique sont tels que :

$$\frac{1}{2} \dot{m} V_1^2 = f^n(\rho, g, \ddot{q}/C_p, \beta, h_c) \quad (3.17)$$

- Toutes les variables à la droite de l'équation (3.16) figurent explicitement dans l'équation (3.11) excepté (β), qui représente l'effet gravitationnel.
- Le gradient de la température est représenté par (\ddot{q}/C_p).

Etape (2) : les dimensions primitives sont la masse (M), la longueur (L), le temps (t) et la température (θ).

Etape (3) : écrivons les dimensions de tous les paramètres en termes d'un produit en puissance des dimensions primitives M, L, t et θ , voir le **tableau 3.1**.

Tableau 3.1. Variables primitives en termes des dimensions fondamentales

	$\rho AV.V^2/2$	ρ	g	\ddot{q}/C_p	β	h_c
M	1	1	0	1	0	0
L	2	-3	1	-3	0	1
T	-3	0	-2	-1	0	0
θ	0	0	0	1	1	0

Etape (4) : le choix des *variables d'échelle* reste tout à fait arbitraire tant que les variables choisies sont indépendantes et donc peuvent former une nouvelle base de dimensions fondamentales. Mais une sélection judicieuse peut aider dans les interprétations physiques et engineering. La méthode utilisée par **Chitsomboon** [80] a été utilisée pour former les groupes adimensionnels :

- On choisi β, g, h_c et \ddot{q}/C_p comme variables d'échelles
- Dans cette méthode des dimensions fondamentales ont été obtenues à partir des dimensions composées incorporées dans les variables fondamentales en les combinant :

$$L = h_c \quad (3.18)$$

$$\theta = \frac{1}{\beta} \quad (3.19)$$

$$t = \sqrt{\frac{h_c}{g}} \quad (3.20)$$

$$M = \frac{\ddot{q}\beta(h_c)^{7/2}}{C_p\sqrt{g}} \quad (3.21)$$

De la méthode de **Koonsrisuk & Chitsomboon** [81], on peut conclure que généralement les dimensions fondamentales peuvent être extraites simplement par observation sans recourir à la résolution des équations algébriques.

Etape (5) : groupes adimensionnels

A partir du **tableau 3.1** la dimension de la variable dépendante est $(M^1L^2t^3)$. Exprimons les variables M , L et t par leurs expressions à partir des relations (3.18) à (3.21) sans recourir au système algébrique utilisé par la méthode de (II) de Buckingham pour obtenir la nouvelle variable d'échelle ;

$$(\ddot{q}\beta(h_c)^{7/2}/C_p\sqrt{g})^1 (h_c)^2 (\sqrt{h_c/g})^{-3}$$

Après quelques arrangements, le premier groupement adimensionnel est :

$$\Pi_1 = \frac{\rho AV V^2 / 2}{\left(\frac{\ddot{q}\beta g}{C_p}\right) h^4} \quad (3.22)$$

Répetons la même procédure pour (ρ) . D'après le **tableau 3.1** la dimension de (ρ) est (M^1L^{-3}) . La nouvelle variable d'échelle ainsi obtenue est donc :

$$[M]^1[L]^{-3} = \left(\frac{\ddot{q}\beta(h_c)^{3/2}}{C_p\sqrt{g}}\right)^1 \cdot (h_c)^{-3} = \frac{\ddot{q}\beta}{C_p} \sqrt{\frac{h_c}{g}}$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho}{\frac{\ddot{q}\beta}{C_p} \sqrt{\frac{h_c}{g}}} \quad (3.23)$$

Etape (6) : Relation fonctionnelle

La relation fonctionnelle est $\Pi_1 = f^n(\Pi_2)$

$$\frac{\rho A V V^2 / 2}{\left(\frac{\ddot{q}\beta g}{C_p}\right) h^4} = f^n \left(\frac{\rho}{\frac{\ddot{q}\beta}{C_p} \sqrt{h_c g}} \right) \quad (3.24)$$

Ainsi les huit variables primitives originales dans l'équation (3.17) ont été combinées et le nombre des variables influençant le phénomène a été réduit à uniquement deux variables adimensionnels.

Il est à noter que le théorème de **II-Buckingham** stipule que le nombre de variables est de quatre. La déduction des deux autres nombres se fait par une combinaison des variables primitives tout en restant attentif à l'intuition de l'ingénieur.

3.9. Interprétation physique

La signification physique des variables adimensionnelles permet une bonne interprétation technique afin d'approfondir la compréhension du problème. La variable d'échelle de (Π_1) égale à $\ddot{q}\beta g / C_p h_c^4$, pourrait être vue comme étant l'énergie que la force gravitationnelle développe lors de l'écoulement de la base de la tour vers son sommet, ceci peut s'expliquer par une simple identification des dimensions des différentes variables figurant dans cette expression. Ainsi (Π_1) peut être interprété comme étant l'énergie cinétique totale développée par le système.

3.10. Lois de similitude

Pour que deux écoulements soient totalement similaires, il est nécessaire que leurs géométries et leurs dynamiques soient similaires. La similitude géométrique se montre tout à fait triviale dans la plupart des cas. Elle constituera la base de cette étude.

Pour assurer la similitude dynamique entre deux écoulements, géométriquement similaire il sera nécessaire d'identifier tout, sauf un, des groupes adimensionnels. Donc dans notre cas identifions les (Π_2) entre le modèle et le prototype pour assurer la similitude dynamique et cela nous aidera directement dans le choix de la maquette. Identifiant les deux (Π_2) ;

$$\left[\frac{\rho}{C_p \sqrt{h_c}} \right]_{\text{modèle}} = \left[\frac{\rho}{C_p \sqrt{h_c}} \right]_{\text{prototype}} \quad (3.25)$$

Après quelques réarrangements, on obtient ;

$$\ddot{q}_m = \ddot{q}_m \cdot \left(\frac{\rho_m}{\rho_p} \right) \cdot \left(\frac{C_{p,m}}{C_{p,p}} \right) \cdot \left(\frac{\beta_m}{\beta_p} \right) \sqrt{\frac{h_{c,p}}{h_{c,m}}} \quad (3.26)$$

où encore ;

$$\ddot{q}_m = \ddot{q}_m \cdot \lambda_{\text{fluide}} \cdot \sqrt{\frac{h_{c,p}}{h_{c,m}}} \quad (3.26a)$$

Avec :

$$\lambda_{\text{fluide}} = \left(\frac{\rho_m}{\rho_p} \right) \cdot \left(\frac{C_{p,m}}{C_{p,p}} \right) \cdot \left(\frac{\beta_m}{\beta_p} \right) \quad (3.26b)$$

Il ne faut pas perdre de vue que l'objectif principal de ce travail réside dans l'analyse des écoulements dans les CCS. Néanmoins, la mise en place d'un projet d'installation d'une CCS permettant la validation des études à caractère théorique, la détermination des performances énergétiques des CCS et la compréhension assez fines des mécanismes physiques ayant lieu dans les CCS est une démarche fort intéressante à entreprendre.

Le **tableau 3.2** illustre un exemple d'application pour prédire les performances d'un prototype de CCS de **100 m** de hauteur. Il suffit de réaliser et tester expérimentalement l'un des deux modèles proposés et explorer les résultats obtenus pour pouvoir les extrapoler à la détermination des performances du prototype.

Tableau 3.2. Comparaison de modèles de CCS issus de l'analyse dimensionnelle.

Cas	Hauteur de la tour	Hauteur du couvercle	Rayon de la tour	Rayon du collecteur	S.H.A.V(W/m ³)
<i>Prototype</i>	100	2	4	100	400
<i>Modèle 1</i>	20	0.4	0.8	20	894.43
<i>Modèle 2</i>	5	0.1	0.2	5	1788.85

Note: le **S.H.A.V** (Solar Heat Absorption per unit Volume) est le flux de chaleur par unité de volume nécessaire pour une similitude dynamique.

CHAPITRE

4

**MODELISATION DES
ECOULEMENT DANS UNE
CENTRALE A CHEMINEE SOLAIRE
- CAS LAMINAIRE -**

Chapitre

4

Modélisation des Ecoulements dans une Centrale à Cheminée Solaire – Cas d'un Ecoulement Laminaire

4.1. Introduction

La quasi-totalité des études effectuées sur les cheminées solaires visent principalement la détermination des performances énergétiques. Ces études ont démontré la faisabilité et la rentabilité de ce type de systèmes en comparaison avec d'autres types de centrales. Cependant, afin d'identifier les phénomènes locaux qui apparaissent dans certaines régions du système capteur -cheminée, la connaissance du comportement thermo-hydrodynamique du mouvement d'air à travers les systèmes CCS est nécessaire.

L'objectif principal de ce chapitre consiste en l'analyse préliminaire, en régime transitoire, de la convection naturelle laminaire, dans une géométrie semblable à celle d'une centrale CCS, afin de prévoir le comportement thermo-hydrodynamique du mouvement d'air à travers un système supposé axisymétrique et travaillant en convection naturelle. Le champ de vitesse et la distribution de température dans le système sont évalués par la résolution du modèle mathématique représenté par l'équation **de densité**, les équations de **Navier et Stokes** et l'équation **d'énergie**, en utilisant **la méthode des éléments finis FEM** sous des hypothèses préétablies.

Il est important de mentionner que la littérature disponible sur ce type d'analyses est relativement rare, car la recherche se concentre, dans la plupart des cas, sur l'évaluation des performances énergétiques globales d'un tel système.

4.2. Modélisation mathématique

4.2.1. Hypothèses

Le modèle mathématique adopté est établi moyennant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- l'écoulement est bidimensionnel et le système admet un axe de symétrie ;
- l'écoulement est laminaire ;
- le fluide considéré est supposé visqueux et newtonien et obéit à l'approximation de *Boussinesq* [82,83]. Cette approximation repose sur deux hypothèses :
 - la masse volumique du fluide est considérée constante sauf dans le terme $(\rho \vec{g})$,
 - les écarts de température sont suffisamment faibles pour que l'on puisse se contenter, dans l'évaluation de $(\rho \vec{g})$, du premier terme du développement de ρ en fonction de la température, à savoir :

$$\rho = \rho_{\infty} [1 - \beta (T - T_{\infty})] \quad (4.1a)$$

avec :

ρ_{∞} : la masse volumique à la température de référence T_{∞} ,

β : le coefficient de dilatation volumique à pression constante, donnée par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \quad (4.1b)$$

- Les propriétés du fluide sont supposées constantes ;
- Il n'y a pas de source de chaleur ;
- les vitesses mises en jeu sont relativement faibles de sorte que le terme relatif ; aux dissipations visqueuses dans l'équation d'énergie soit négligeable.

4.2.2 Équations

Moyennant les hypothèses précédentes, les équations qui caractérisent l'écoulement en régime permanent et en coordonnées cylindriques s'écrivent sous la forme :

Pour l'équation de continuité ;

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (4.2a)$$

Pour l'équation de quantité de mouvement suivant -x;

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \mu \frac{u}{r^2} \quad (4.2b)$$

Pour l'équation de quantité de mouvement suivant -y ;

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u v) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v^2) \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + g(\rho_\infty - \rho) \end{aligned} \quad (4.2c)$$

Pour l'équation d'énergie.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4.2d)$$

Les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme conservative suivante [84, 85]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (4.3)$$

Les expressions du coefficient de diffusion Γ_ϕ et du terme source S_ϕ sont indiquées dans le **tableau 4.1**.

Tableau 4.1 : Expressions du coefficient de diffusion et du terme source.

Équation	ϕ	Γ_ϕ	Terme source S_ϕ
de continuité	1	0	0
de quantité de mouvement suivant x	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \Gamma_\phi \frac{u}{r^2}$
de quantité de mouvement suivant y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r} + g(\rho_\infty - \rho)$
d'énergie	T	$\frac{k}{C_p}$	0

4.2.3. Conditions aux limites :

A un problème donné sont associés des conditions initiales et aux limites. Dans notre cas, ces conditions se résument comme suit (voir **Fig. 4.1**) :

- Sur la couverture du collecteur et sur la paroi de la cheminée ainsi que sur le sol, la condition de non glissement est imposée sur les composantes de vitesse u et v . Les températures sur ces frontières sont notées respectivement :

T_∞ : température de l'air ambiant,

T_c : température de la couverture du collecteur, égale à T_∞

T_p : la température de la paroi de la cheminée,

T_{sl} : la température du sol.

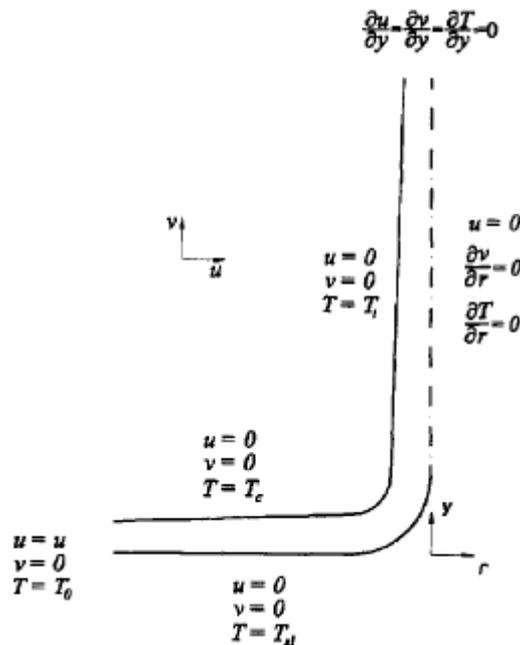


Figure 4.1 Domaine de solution et conditions aux limites

- Le centre de la cheminée représente l'axe de symétrie. La condition de symétrie est admise pour la vitesse et la température, i.e. que, toute variation à travers cette axe est nulle (pas de flux à travers l'axe de symétrie ni de la chaleur ni de la quantité de mouvement) ;
- Condition de sortie : la condition d'un écoulement entièrement développé est admise et imposée à la vitesse et à la température ;
- Condition d'entrée : inconnue au départ, la vitesse à l'entrée est calculée par un procédé d'itération numérique, après initialisation. Cette vitesse sera

recalculée à chaque itération en fonction des vitesses voisines. Or dans une méthode **FEM** le calcul de cette même vitesse est automatiquement assuré par la méthode elle-même vu sa structure et sa formulation. La température d'entrée est considérée égale à celle du milieu ambiant.

4.3. Mise sous forme adimensionnelle

L'emploi de variables réduites dans les équations de bilans, permet d'approcher de plus près à la réalité des phénomènes physiques, car, leurs existences et leurs évolutions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. Ces variables permettent également d'obtenir des informations générales qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables.

Désignons par, H , une dimension linéaire caractéristique de l'écoulement, par V_r , une vitesse de référence, par H/V_r , un temps de référence et enfin par ΔT , l'écart de température de référence. Les variables réduites sont alors données par :

$$x^* = \frac{x}{L_{\text{ref}}}, \quad y^* = \frac{y}{L_{\text{ref}}}, \quad t^* = \frac{tV_r}{L_{\text{ref}}}, \quad (4.4a)$$

$$u^* = \frac{u}{V_r}, \quad v^* = \frac{v}{V_r}, \quad p^* = \frac{p}{\rho V_r^2}, \quad (4.4b)$$

Pour le champ thermique c'est suivant les conditions aux limites imposées que nous choisirons notre grandeur de référence, i.e. si nous manipulons une température fixe au niveau de l'absorbeur alors la température adimensionnelle est :

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{\Delta T} \quad (4.4c)$$

Pour le cas d'un flux de chaleur, l'expression de la température adimensionnelle deviendra :

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{\frac{qL_{\text{ref}}}{k}} \quad (4.4d)$$

La température de référence est générée par l'expression du flux de chaleur :

d'où

$$q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\Delta T = \frac{q L_{\text{ref}}}{k}$$

Ce qui nous permis d'en déduire la température de référence T_{ref} ;

$$T_{\text{ref}} = \frac{q L_{\text{ref}}}{k}$$

Dans ce cas le nombre de **Grashof** s'exprime comme suit :

$$\text{Gr} = g \beta L^3 \rho^2 \frac{(T_{\text{ref}} - T_{\text{amb}})}{\mu^2} \quad (4.5)$$

avec ;

$$T_{\text{ref}} = \frac{q L_{\text{ref}}}{k}$$

Dans le cas de la convection naturelle, la vitesse de référence est définie par [82] :

$$V_r = \sqrt{g \beta \Delta T L_{\text{ref}}} \quad (4.6)$$

avec, dans le cas d'une température constante imposée :

$$\Delta T = T_h - T_c$$

et pour un flux constant imposé on a ;

$$\Delta T = \frac{q L_{\text{ref}}}{k}$$

De ce qui précède, les variables réduites, deviennent alors :

$$x^* = \frac{x}{L_{\text{ref}}}, \quad y^* = \frac{y}{L_{\text{ref}}}, \quad t^* = \frac{t V_r}{L_{\text{ref}}}, \quad u^* = \frac{u}{V_r}, \quad v^* = \frac{v}{V_r}, \quad (4.7a)$$

$$T^* = \frac{T - T_{\infty}}{\Delta T}, \quad p^* = \frac{p L_{\text{ref}}^2}{\mu^2 \text{Gr}}, \quad \text{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L_{\text{ref}}^3}{\mu^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu C_p}{k} \quad (4.7b)$$

Ces changements de variables effectués, sur l'équation de conservation (4.3), nous conduisent à l'équation réduite écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t^*}(\phi^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*}(r^* u^* \phi^*) + \frac{\partial}{\partial y^*}(v^* \phi^*) \\ = \Gamma_{\phi^*} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \phi^*}{\partial r^*} \right) \right] + \Gamma_{\phi^*} \left[\frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} \right) \right] + S_{\phi^*} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Les expressions du coefficient de diffusion et du terme source sont indiquées dans le **tableau 4.2**.

Tableau 4.2 : Expressions de Γ_{ϕ^*} et S_{ϕ^*}

Equation de	ϕ^*	Γ_{ϕ^*}	$p\phi^*$	S_{ϕ^*}
Continuité	1	0	0	0
Quantité de mouvement suivant r^*	u^*	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial p^*}{\partial r^*}$	$-\frac{2u^*}{r^{*2}Gr^{0.5}}$
Quantité de mouvement suivant y^*	v^*	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial p^*}{\partial y^*}$	T^*
Energie	T^*	$\frac{1}{Pr Gr^{0.5}}$	0	0

4.4. Méthodologie numérique

L'analyse de la circulation de l'air à travers le système nécessite la résolution des équations de transports régissant le phénomène. Le recours aux méthodes numériques est indispensable et notre choix s'est porté sur la méthode des éléments finis.

4.5. Génération d'entropie

N'importe quelle discussion des principes de base du transfert de chaleur par convection doit inclure le deuxième principe de la thermodynamique, non pas parce que ce deuxième principe est nécessaire pour déterminer les champs d'écoulement et de température (il ne l'est pas, parce que ce n'est pas une équation), mais parce que le deuxième principe sert de base à une grande partie du raisonnement technologique, pour formuler et résoudre des problèmes de convection. Par exemple, dans le développement du savoir-faire dans l'industrie des échangeurs de chaleur, nous essayons d'améliorer le contact thermique (et donc augmenter le transfert thermique) et réduire les pertes en puissance de pompage afin d'améliorer le rendement thermodynamique de l'échangeur de chaleur. Une bonne conception d'un échangeur

de chaleur se traduit, essentiellement, par un bon rendement thermodynamique, i.e., génération minimale d'entropie ou une destruction minimale de l'**Exergie** dans le système de puissance/réfrigération incorporant l'échange de chaleur [86]. Pour cette raison, il est utile de revoir le deuxième principe et expliquer l'origine du sens commun des questions d'engineering et de technologie.

4.5.1. Formulation de la génération d'entropie

Le deuxième principe de la thermodynamique stipule que tous les processus réels sont irréversibles. Dans le cas d'un volume de contrôle, pour des coordonnées polaires, ceci se traduit par [86,87] :

$$\frac{\partial S_{vc}}{\partial t} \geq \sum \frac{q_i}{T_i} + \sum_{\text{Entré}} \dot{m}s - \sum_{\text{sortie}} \dot{m}s \quad (4.9)$$

où : (S_{vc}), est l'entropie instantanée du volume de contrôle, ($\dot{m}s$), représente le flux d'entropie sur le volume de contrôle et (T_i), la température absolue de la frontière croisée par l'interaction du transfert thermique (q_i). L'irréversibilité du processus est mesurée directement par le signe de l'inégalité (4.9), ou par le taux de génération d'entropie (S_{gen}), définie comme suit [86,87] :

$$S_{gen} = \frac{\partial S_{cv}}{\partial t} - \sum \frac{q_i}{T_i} - \sum_{\text{Entré}} \dot{m}s + \sum_{\text{sortie}} \dot{m}s \geq 0 \quad (4.10)$$

Il est facile de prouver que le taux de destruction de travail utile dans un système, [86, 87-Van Wylen], est directement proportionnel au taux de génération d'entropie, soit alors :

$$W_{\text{perdu}} = T_{\infty} S_{gen} \quad (4.11)$$

où (T_{∞}) est la température absolue du réservoir ambiant ($T_{\infty} = \text{constante}$). L'équation (4.11) souligne l'importance de l'estimation du taux d'irréversibilité ou de la génération d'entropie dans les procédés de transfert de chaleur par convection. Pour une utilisation non adéquate ces processus contribuent à la perte des ressources d'énergie.

L'application du deuxième principe de la thermodynamique (équation (4.10)) sur un volume de contrôle $\Delta x \Delta y \Delta z$ du champ de l'écoulement nous permis d'exprimer

le taux de génération d'entropie par unité de temps et par unité de volume (S'''_{gen}) comme suit [86]

$$S'''_{gen} = \frac{k}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{\mu}{T} \phi \geq 0 \quad (4.12)$$

k et μ sont supposées constantes.

Dans un système bi dimensionnel, le taux de génération d'entropie locale s'exprime par [88-Andreozz];

$$S'''_{gen} = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \geq 0 \quad (4.13)$$

Dans les deux dernières équations (équations (4.12) et (4.13)), (T) représente la température absolue du point où S'''_{gen} a été évalué. L'expression bidimensionnelle (4.13) illustre la concurrence entre la dissipation visqueuse et le contact thermique imparfait dans la génération d'entropie par l'intermédiaire du transfert de chaleur par convection. Le caractère mutuel de la génération d'entropie dans le transfert de chaleur par convection a été illustré récemment par **Mahmud & Eraser** [89].

Les équations (4.11) et (4.13) constituent le pont entre deux activités de recherches à savoir le transfert thermique par convection et la thermodynamique appliquée comme la minimisation de la génération d'entropie **EGM** (**EGM** : Minimisation de Génération d'Entropie).

4.5.2. Formulation adimensionnelle en coordonnées polaires

Dans un système bi dimensionnel et en coordonnées polaires, l'équation (4.13) devient [90-Abou,91-Shuja] :

$$S'''_{gen} = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 \right\} \quad (4.14)$$

La forme adimensionnelle de cette équation (4.14) est [90-93]:

$$S^* = \frac{1}{(T^*)^2} \left[\left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\text{PrEc}}{T^*} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right)^2 + \left(\frac{u^*}{r^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right)^2 \right\} \quad (4.15)$$

Avec :

$$S^* = \frac{S''_{gen}}{(k/L_{ref}^2)}$$

$$T^* = \left(\frac{\theta \dot{q} L_{ref}}{kT_{\infty}} + 1 \right)$$

$$\theta = \frac{(T - T_{\infty})k}{\dot{q}L_{ref}}$$

Avec, **Ec**, est le nombre d'**Eckert** donné par :

$$\text{Ec} = \frac{(\gamma/L_{ref})^2}{c_p T_{\infty}} \quad (4.16)$$

Ce nombre, défini comme étant le rapport entre l'énergie cinétique d'un écoulement et l'énergie interne de ce même écoulement, permet de quantifier la dissipation d'énergie due au frottement.

CHAPITRE

5

**DISCRETISATION DES
EQUATIONS DE NAVIER-STOKES
PAR LA METHODE DES ELEMENTS
FINIS**

Chapitre

5

Discrétisation des équations de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis

5.1. Introduction

Comme la méthode des différences finis (**FDM**) et la méthode des volumes finis (**FVM**), la méthode des éléments finis (**FEM**) offre la possibilité de résoudre numériquement un système d'équations aux dérivées partielles.

La méthode des éléments finis **FEM** se distingue par sa commodité d'application aux problèmes à géométrie complexe, un fondement purement mathématique qui lui loue une large variété de reformulation et une habilité de considérer des formulations élémentaires (pour chaque élément) avant de les rassembler pour représenter l'ensemble du problème.

Il existe principalement quatre différentes approches dans la formulation des propriétés d'un élément :

1. Approche directe [94,95] : Son origine découle du concept d'analyse des structures (The Direct Stiffness Method of Structural Analysis). Bien que la méthode directe soit limitée aux problèmes relativement simples, elle représente un outil des plus faciles pour faire introduire le concept des éléments finis. Cette approche suggère également une maîtrise de l'algèbre linéaire.
2. Approche variationnelle [96-98] : Elle repose, comme son nom l'indique, sur le calcul variationnel et fait intervenir l'extremum d'un fonctionnel (**Extremizing Fonctionnel**). Dans les problèmes de la mécanique des solides, par exemple, un fonctionnel se révèle être l'énergie potentielle, l'énergie potentielle complémentaire ou une dérivée de ces derniers. L'approche variationnelle, relativement à l'approche directe, permet d'étendre la méthode des éléments finis à un large éventail de problèmes d'ingénierie. Elle peut manipuler aussi bien les éléments de forme simple que les éléments de forme compliqués. Cependant cette approche est limitée par le manque de fonctionnel pour certaines situations soit parce qu'on n'a

pas encore développé des fonctionnels appropriés ou par ce qu'un tel fonctionnel n'existe pas carrément.

3. Approche énergétique [99-103] : Elle repose sur l'équilibre de l'énergie thermique et/ou l'énergie mécanique (Thermal and/or Mechanical Energy Balance) du système étudié.
4. Approche par les résiduels pondérés [104-108] : De fondement entièrement mathématique, cette approche, comme l'approche énergétique, est avantageuse car elle permet d'étendre la méthode des éléments finis pour des problèmes où aucun fonctionnel n'est disponible.

Ces approches qui sont basées sur l'idée que la solution (\emptyset) d'une équation différentielle peut être représenté comme une combinaison linéaire des paramètres inconnus (\mathbf{c}_j) et des fonctions sélectionnées de manière appropriée Φ_j dans l'ensemble du domaine du problème tel que

$$\emptyset(x, y) = \sum_j \mathbf{c}_j \Phi_j(x, y) \quad (5.1)$$

Les paramètres \mathbf{c}_j sont alors déterminés de manière que l'équation différentielle est satisfaite dans un sens intégrale-pondérée. Les fonctions Φ_j , appelé fonctions d'approximation, sont choisis de telle sorte qu'ils remplissent les conditions aux limites du problème.

5.2. Méthode des résidus pondérés - Formulation intégrale

Les équations du mouvement, de continuité et de l'énergie constituent en association avec les conditions aux limites et l'équation constitutive, un système d'équations différentielles qui définit le comportement d'un modèle physique continu et qui peut être représenté de la manière suivante :

$$L(\emptyset) + \mathbf{f}_\Omega = \mathbf{0} \text{ sur un domaine } \Omega \quad (5.2)$$

$$C(\emptyset) = \mathbf{f}_\Gamma \text{ sur la frontière } \Gamma \text{ de } \Omega \quad (5.3)$$

où :

L et C : sont des opérateurs différentielles ;

\mathbf{f}_Ω : sollicitations volumiques ;

\mathbf{f}_Γ : sollicitations surfaciques ;

ϕ : variable qui peut désignée la vitesse \mathbf{u} , la vitesse \mathbf{v} , la pression p ou la température θ .
Toute variable (ϕ) dépendante de (\mathbf{x}, \mathbf{y}) aboutit lors de son introduction dans l'équation (5.2) à la relation suivante :

$$\mathbf{L}(\phi) + \mathbf{f}_\Omega = \mathbf{R}(\phi) \quad (5.4)$$

$\mathbf{R}(\phi)$ est un résidu qui s'annule lorsque ϕ est une solution de l'équation (5.2).

La méthode des résidus pondérés consiste donc, à trouver des fonctions $\bar{\phi}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ qui annulent la forme intégrale :

$$\int_\Omega \langle W \rangle \{ \mathbf{R}(\bar{\phi}) \} d\Omega = \int_\Omega \langle W \rangle \{ \mathbf{L}(\bar{\phi}) + \mathbf{f}_\Omega \} d\Omega = 0 \quad (5.5)$$

Pour toute fonction de pondération (W) appartenant à un ensemble de fonctions \mathbf{E}_ω , une solution ($\bar{\phi}$) qui vérifie ((5.2) et (5.3) vérifie également (5.5).

La méthode des résidus pondérés permet alors, le passage d'une formulation aux dérivées partielles à des formulations intégrales différentes suivant la fonction de pondération utilisée. Parmi ces formulations en cite :

- **Collocation par points**

La fonction de pondération en un point (\mathbf{x}) du domaine Ω est la distribution de Dirac ($\delta(\mathbf{x}_i)$) en un point. Cette formulation nécessite un nombre de points de collocation égale au nombre des coefficients d'approximation (\mathbf{a}_i), dont la position influe sur l'exactitude de la solution. La méthode en question est peu utilisée vu la difficulté à la mettre en œuvre avec une approximation par éléments finis, malgré l'avantage qu'elle offre en évitant l'intégration sur le volume Ω .

- **Collocation par sous- domaines**

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine Ω en un nombre de sous- domaines égale au nombre des paramètres (\mathbf{a}_i) et définir la fonction de pondération pour chaque sous- domaine. Cette formulation est peu utilisée en raison de la difficulté du choix des sous- domaines.

- **Méthode des moindres carrés**

La méthode des moindres carrés consiste à déterminer la valeur des paramètres d'approximation (\mathbf{a}_i) d'une façon à minimiser le carré de résidu (\mathbf{R}) sur le domaine Ω .

$$\Pi_m = \int_{\Omega} R \cdot R d\Omega \rightarrow \mathbf{min}$$

Cette méthode est également peu utilisée, car elle ne permet pas l'intégration par parties, ce qui impose des conditions plus strictes sur l'approximation de \emptyset .

- **Méthode de Galerkin**

La méthode des résidus pondérés formulation Galerkin est la formulation la plus utilisée dans le domaine de la dynamique des fluides [109-113], car elle permet l'utilisation des fonctions de pondérations plus simples, une manipulation facile dans le développement du modèle éléments finis et une implémentation directe. Cette méthode sera développée au fur et à mesure quand avance dans le développement du modèle élément finis type Galerkin du problème de transfert par convection thermique.

5.3. Discrétisation par élément finis

Les méthodes de résiduels pondérés (comme les méthodes variationnelles traditionnelles) souffrent d'un inconvénient majeur: la construction des fonctions d'approximation qui remplissent les conditions aux limites du problème à résoudre. La plupart des problèmes réels présentent des formes géométriques complexes, et il est donc difficile de construire des fonctions d'approximation qui satisfèrent sur les différentes parties de la frontière les différents types de conditions aux limites.

Cependant, si le domaine peut être représenté comme un ensemble de "sous-domaines simples" ceci permet la construction de fonctions d'approximation pour n'importe quelles conditions limites arbitraires et permettra alors aux méthodes classiques citées d'être étendues pour des problèmes plus complexes. L'idée de base de la méthode des éléments finis est de considérer un domaine donné comme un assemblage de formes géométriques simples, appelés éléments finis, pour lesquels il est possible de générer de façon systématique les fonctions d'approximation nécessaires dans la solution d'équations différentielles par l'une des méthodes traditionnelles.

Dans la méthode des éléments finis, ceci est accompli par la subdivision du domaine donné ($\Omega = \Omega \cup \Gamma$) en un ensemble de sous-domaines, appelés éléments finis (**Fig. 5.1**). L'expression « élément fini » se réfère à la forme géométrique de l'élément en plus à l'ordre d'approximation utilisé dans l'approximation des inconnues dépendantes se trouvant sur cet élément.

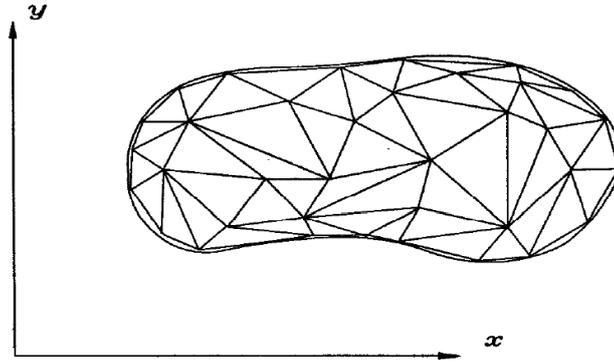


Figure 5.1 Discrétisation par éléments finis.

Donc rapporter le raisonnement du domaine tout entier (Ω) à un élément (Ω^e) en construisant ses propres équations de comportement par le même principe des résiduels pondérés.

Donc pour un élément les **équations (5.1)** et **(5.5)** s'écrivent respectivement :

$$\bar{\varphi}^e(x, y) = \sum_{j=1}^n c_j^e \Phi_j^e(x, y) \quad (5.6)$$

$$\int_{\Omega^e} \langle W \rangle \{ R(\bar{\varphi}) \} d\Omega^e = \int_{\Omega^e} \langle W \rangle \{ L(\bar{\varphi}) + f_{\Omega} \} d\Omega^e \quad (5.7)$$

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à la méthode des éléments finis approche résiduels pondérés version Glaerkin vu sa simplicité et sa large utilisation avec succès dans les calculs numérique de la dynamique des fluides [109-113]. Cette méthodologie se résume aux étapes suivantes :

1. Subdivision du domaine physique en un nombre d'éléments finis. Un élément fini ce n'est pas uniquement une forme géométrique mais il est doté de certaines caractéristiques géométriques et physiques;
2. La réécriture du système d'EDP sous une forme intégrale par l'introduction de la méthode des résidus pondérés ;
3. L'approximation simple des variables inconnues à fin de permettre le passage du système d'EDP mis sous forme intégrale à un système d'équations algébriques ;
4. La construction de la matrice et vecteur de élémentaires pour chaque élément ;
5. Assemblage des matrices et vecteurs élémentaires dans un système de matrice et vecteur globale ;
6. Introduction des conditions aux limites dans le système globale
7. Résolution numérique du système d'équations algébriques.

Les étapes 2 et 3 sont des étapes de formulation (définitions et développement). Les étapes restantes sont des étapes de calcul.

5.4. Modèle éléments finis de la convection naturelle

5.4.1. Formulation mixte

Le modèle mathématique décrivant la convection naturelle permanente d'un fluide Newtonien, incompressible et à propriétés physiques constantes, peut être déduit directement des équations de transport. Sous forme adimensionnelle, le modèle s'écrit sous la forme:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + j \frac{v}{r} = 0 \quad (5.8a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^j \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right] + \theta = 0 \quad (5.8b)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(2r^j \frac{\partial v}{\partial r} \right) - 2j \frac{v}{r^2} \right] = 0 \quad (5.8c)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^j \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \right] \quad (5.8d)$$

Ces équations de conservation sont écrites sous une forme générale qui peut traiter à la fois un problème plan ou axisymétrique selon la valeur du paramètre j (0 et 1 respectivement).

La formulation du problème de la convection naturelle telle qu'elle a été présentée est dite formulation vitesse – pression. Elle est généralement connue comme une approche par les variables primitives puisqu'elle fait intervenir les variables de bases \mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{p} , au lieu de la fonction de courant et la vorticité.

L'approche par les variables primitives est la méthode suggérée par la plus par des auteurs [114-123] puisqu'elle représente la procédure la plus simple dans la résolution par éléments finis des équations de Navier-Stokes de caractère non-linéaire [109-111], [113]. En plus du besoin de faire éviter les problèmes pertinents associés aux approches fonction de courant ou fonction de courant-vorticité [99], [113-115], [124], on donne les quelques raisons en faveur de la formulation vitesse-pression-température :

- elle consomme moins de temps de calcul
- son extension à un problème trois dimensions est directe

- les écoulements à surface libre sont tractables.
- uniquement un élément de class C^0 est utilisé.
- les conditions aux limites de pression, vitesse, température, gradient de vitesse, flux de chaleur et contraintes sont directement incorporées dans les équations sous forme matricielle.

5.4.2. Traitement du terme de pression- Problème de couplage

Généralement, dans le traitement du terme de pression deux techniques se présentent dans la résolution du système d'équations par la méthode des éléments finis où les résidus pondérés sont définis par la formulation de Galerkin ou **FEM-WRG** (Finite Element Method via Galerkin -Weighted Residues formulation).

La première, dite méthode de fonction de pénalité **PFM** (**PFM** : Penalty Function Method), est basée sur une interprétation de l'équation de continuité en la considérant comme étant une relation supplémentaire entre les composantes de la vitesse (c'est à dire, une contrainte entre \mathbf{u} et \mathbf{v}), et que cette contrainte est satisfaite dans un sens des moindres carrés [124,126]. Dans ce cas, la variable de pression est carrément éliminée de la formulation.

La deuxième technique, dite méthode mixte, consiste à résoudre simultanément les équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité contrairement aux méthodes de projection qui découple la pression des équations de la vitesse. Le terme mixte fait référence à la formulation vitesse-pression dans laquelle la pression et la vitesse sont toutes les deux considérées comme des variables dans la même formulation. Ainsi on arrive à fermer le problème par la construction d'une équation supplémentaire à partir de l'équation de continuité et donc égaliser le nombre d'inconnus par le nombre d'équations.

Il est instructif de noter que la formulation vitesse-pression est la même que la formulation du multiplicateur de Lagrange, où la contrainte est incluse au moyen de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Le multiplicateur de Lagrange s'avère être la pression en signe négatif.

Avant de continuer, il convient de noter qu'il existe d'autres types de modèles à éléments finis qui ont été développés au cours des dernières années. Comme la méthode de Galerkin discontinue [127], les méthodes variationnelles à multiéchelles VMS (Variational Multiscale Methods [113]) et enfin, les modèles d'éléments finis basés sur une formulation au sens des moindres carrés [128,129], y compris les modèles éléments finis k-Version [130-132].

5.4.3. Formulation Faible

Si on applique directement le principe des résiduels pondérés sur le modèle mathématique décrit par les équations (5.8) on obtient alors une formulation intégrale normale appelée formulation forte du problème par opposition à la formulation faible définie dans cette partie.

Le terme fort/faible provient des contraintes de régularité imposé sur les fonctions d'approximations utilisées. Si l'ordre de dérivation le plus grand de notre équation différentielle est (\mathbf{n}) par rapport à \mathbf{x} (ou \mathbf{y}), il est bien évident que les fonctions d'approximation doivent être \mathbf{n} fois dérivables par rapport à \mathbf{x} (ou \mathbf{y}) en tout point du domaine d'étude. Les fonctions utilisées doivent donc être au moins de classe de continuité ($\mathbf{n} - 1$).

L'idée de la formulation faible part de la constatation suivante : une intégration par partie de la formulation intégrale forte abaisse d'une unité le degré de dérivation de la fonction (\mathbf{u}) recherchée. Cela permet d'utiliser des fonctions de base de classe ($\mathbf{n}-2$) dans l'approximation de la fonction. Les conditions de continuité imposées sur les fonctions de base sont donc affaiblies.

Dans notre cas l'ordre de dérivation supérieure \mathbf{n} est de deux ($\mathbf{n} = 2$). On le retrouve dans les termes de diffusion dans les deux équations de quantité de mouvement et l'équation d'énergie.

Il est plus facile de traiter les équations de mouvement pour un écoulement plan dans l'introduction des différentes étapes dans la discrétisations de ces équations. L'application du principe des résiduels pondérés aux équations de mouvement (5.8) nous donne :

$$\int_{\Omega} W_p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) d\Omega = 0 \tag{5.9a}$$

$$\int_{\Omega} W \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right) d\Omega = 0 \tag{5.9b}$$

$$\int_{\Omega} W \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \theta \right) d\Omega = 0 \tag{5.9c}$$

$$\int_{\Omega} W_{\theta} \left(\left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \right) d\Omega = 0 \tag{5.9d}$$

La formulation faible du modèle mathématique est obtenue en intégrant par partie les termes du second ordre figurant dans les équations (5.9b), (5.9c) et (5.9d), on obtient alors

$$\int_{\Omega} \left[W \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] d\Omega + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \oint_{\Gamma} W \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) d\Gamma = 0 \quad (5.10b)$$

$$\int_{\Omega} \left[W \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} + \theta \right) - \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] d\Omega + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \oint_{\Gamma} W \left(\frac{\partial v}{\partial x} n_x + \frac{\partial v}{\partial y} n_y \right) d\Gamma = 0 \quad (5.10c)$$

$$\int_{\Omega} \left[W \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \oint_{\Gamma_{\theta}} W \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} n_x + \frac{\partial \theta}{\partial y} n_y \right) d\Gamma_{\theta} = 0 \quad (5.10d)$$

5.4.4. Approximation par éléments finis

L'approximation par élément fini consiste à subdiviser le domaine Ω en un ensemble de sous-domaine Ω^e , et à définir une fonction approchée ou d'approximation \mathbf{u}^e appropriée à chaque Ω^e par une approximation nodale qui doit satisfaire les conditions suivantes :

- L'approximation nodale sur un élément Ω^e ne fait intervenir que les variables nodales liées aux nœuds situés sur cet élément et sa frontière.
- Chaque fonction d'approximation doit assurer la continuité sur le sous-domaine approprié.
- Les fonctions d'approximations de deux sous-domaines adjacents doivent assurer la continuité sur leurs frontières communes.

Afin d'assurer ces conditions, il est impératif que les sous-domaines Ω^e vérifient :

- Aucun recouvrement ni trou entre deux éléments voisins.
- L'ensemble des Ω^e doit former un domaine aussi proche possible de Ω .

$$\sum_i^{ne} \left\{ \int_{\Omega^e} W_p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) d\Omega^e \right\} = 0 \quad (5.11a)$$

$$\sum_i^{ne} \left\{ \int_{\Omega^e} \left[W \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \right\} + \sum_i^{ne} \left\{ \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \oint_{\Gamma^e} W \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) d\Gamma^e \right\} = 0 \quad (5.11b)$$

$$\sum_i^{ne} \left\{ \int_{\Omega^e} \left[W \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} + \theta \right) - \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \right\}$$

$$+ \sum_i^{ne} \left\{ \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \oint_{\Gamma^e} W \left(\frac{\partial v}{\partial x} n_x + \frac{\partial v}{\partial y} n_y \right) d\Gamma^e \right\} = 0 \quad (5.11c)$$

$$\sum_i^{ne} \left\{ \int_{\Omega^e} \left[W \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \right\} \\ + \sum_i^{ne} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \oint_{\Gamma_\theta^e} W \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} n_x + \frac{\partial \theta}{\partial y} n_y \right) d\Gamma_\theta^e \right\} = 0 \quad (5.11d)$$

Ainsi on peut exploiter l'une des distinctions de la méthode des éléments finis par rapport aux autres méthodes qui est la possibilité de développer un modèle élément finis (ou un système algébrique) pour décrire individuellement le comportement de n'importe quel élément et pouvoir générer systématiquement l'équation de n'importe quel autre élément.

Avant de procéder à cette discrétisation, nous devons définir « l'élément fini » approprié à notre démarche. Cette définition comporte la forme géométrique de l'élément aussi bien que les fonctions d'interpolations associées. Le choix d'un tel élément porte un intérêt majeur dans la précision et la stabilisation de l'algorithme de calcul.

5.4.4.1. Choix des fonctions d'interpolations pour les variables dépendantes u, v et p

Une fois passé aux formulations faibles des équations de quantité de mouvement par le principe des résiduels pondérés on remarque qu'elles contiennent des dérivées de premier ordre des composantes de la vitesse contrairement à la pression (aucune dérivée de la pression). En outre, aucune spécification sur la pression dans les conditions aux limites de type Newman. Ceci implique que la pression ne devrait pas forcément être une fonction continue entre les éléments adjacents. Cette observation nous conduit à penser que l'interpolation utilisée pour la pression doit être différente (d'un ordre inférieur) de celle utilisée pour les vitesses.

Le choix des fonctions d'interpolation utilisés pour la pression dans une formulation par éléments finis mixte est aussi susceptible au rôle particulier que joue la pression dans un écoulement incompressible. Rappelons que la pression peut être interprétée comme un multiplicateur de Lagrange qui sert à introduire la contrainte d'incompressibilité dans le champ de vitesses. Ces mêmes suggestions dans le choix des fonctions d'interpolation ont été confirmées mathématiquement et numériquement par plusieurs auteurs [99], [113-115], [133-136].

L'élément quadrilatéral à neuf nœuds a été choisi dans cette étude suite à l'étude de **Huyakorn et al.** [135] qui ont montré que pour le même maillage un élément quadrilatéral à neuf nœuds type Lagrange donne de meilleurs résultats par rapport à des éléments triangulaires à six nœuds ou des éléments quadrilatéraux respectivement à huit et quatre nœuds.

Pour un élément quelconque dans un écoulement bidimensionnel dans un domaine Ω limité par une courbe Γ , l'interpolation de ces variables se fait alors :

$$u^e = \sum_1^r N_i(x, y)u_i = \mathbf{N}\mathbf{u} \quad (5.12a)$$

$$v^e = \sum_1^r N_i(x, y)v_i = \mathbf{N}\mathbf{v} \quad (5.12b)$$

$$p^e = \sum_1^s N_{pi}(x, y)p_i = \mathbf{N}\mathbf{p} \quad (5.12c)$$

$$\theta^e = \sum_1^r N_i(x, y)\theta_i = \mathbf{N}\boldsymbol{\theta} \quad (5.12d)$$

Où N_i et N_{pi} sont des fonctions d'interpolations et N_{pi} est d'un ordre inférieur par rapport à N_i . Alors le nombre d'inconnus en vitesse ou en température est plus élevé qu'en pression.

5.4.4.2. Positionnement des variables (u,v,p,T) sur un élément

Dans ce travail, on a considéré pour l'ensemble des problèmes analysés, le positionnement suivant des variables \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{p} et \mathbf{T} sur un élément quadrilatéral à 9 nœuds :

- Les vitesses \mathbf{u} , \mathbf{v} et la température \mathbf{T} sont situées sur l'ensemble des nœuds d'un élément ce qui leurs assure une interpolation quadratique suivant toutes les directions.
- La pression \mathbf{p} occupe les nœuds principaux, donc interpolée linéairement suivant toutes les directions.

La Fig.5.2 schématise la répartition des variables sur un élément quadrilatère à 9 nœuds.

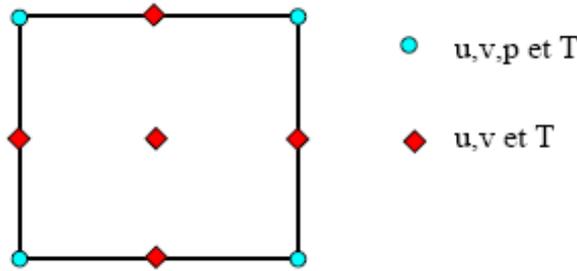


Figure 5.2 Positionnement des variables u, v, p et T sur les nœuds d'un élément quadrilatère biquadratique.

5.4.5. Élément et élément de référence quadrilatéraux

Un élément de référence Ω^f est un élément de forme simple, repéré dans un espace de référence et qui peut être transformé en chaque élément réel Ω^e par une transformation géométrique τ^e .

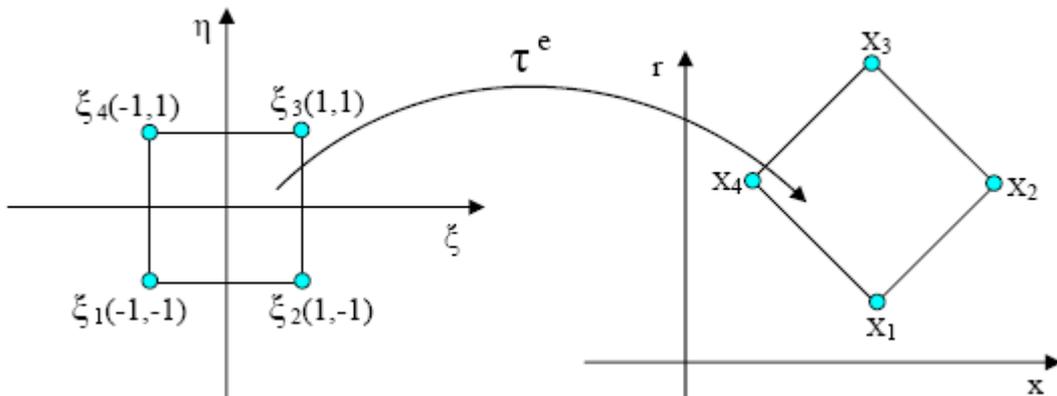


Figure 5.3 Élément réel et son élément de référence associé

Cette transformation dépend des coordonnées des nœuds géométriques qui définissent l'élément réel, tel que :

$$\tau^e: \xi \rightarrow X^e = X^e(\xi, X_1, X_2, \dots, X_N)$$

où :

ξ : représente les coordonnées (ξ, η) d'un point quelconque sur Ω^f .

X^e : représente les coordonnées (x, r) du point correspondant sur Ω^e ;

N_n : est le nombre de nœuds sur l'élément réel et sa frontière ;

X_1, X_2, \dots, X_n : représentent les nœuds géométriques de l'élément réel Ω^e .

5.4.6. Constructions des fonctions de transformation géométrique et d'interpolation sur un élément de référence

Les fonctions de transformation géométrique $\bar{N}(\xi, \eta)$ et celles d'interpolation $N(\xi, \eta)$ sont identiques sur un élément de référence isoparamétrique [107] qui est caractérisé par la superposition des nœuds géométriques avec les nœuds d'interpolation. Pour un élément de référence nous avons donc

$$N \equiv \bar{N}$$

La construction de ces fonctions pour un élément quadrilatéral à quatre nœuds (ou à neuf nœuds) se fait à partir d'une base polynomiale $\langle P \rangle$ propre à cet élément (voir **Annexe A**).

Les **tableaux 5.1** et **5.2** présentent un récapitulatif des fonctions d'interpolations et leurs dérivées respectivement pour un élément de référence quadrilatérale à quatre et à neuf nœuds.

Tableau 5.1 Fonctions d'interpolations et leurs dérivées pour un élément de référence quadrilatérale à quatre nœuds.

N	$\frac{\partial N}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N}{\partial \eta}$
$\frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4}$	$\frac{-1+\eta}{4}$	$\frac{-1+\xi}{4}$
$\frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4}$	$\frac{1-\eta}{4}$	$\frac{-1-\xi}{4}$
$\frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4}$	$\frac{1+\eta}{4}$	$\frac{1+\xi}{4}$
$\frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4}$	$\frac{-1-\eta}{4}$	$\frac{1-\xi}{4}$

Les fonctions N ne dépendent que des coordonnées nodales de l'élément de référence alors ils ne sont déterminées qu'une seule fois pour l'ensemble des éléments réels possédant le même élément de référence. On définit également. Le nombre des fonctions d'interpolation est égale au nombre de nœud par élément. Il sera par la suite démontré que ce nombre est égal au nombre de degré de liberté par élément.

Tableau 5.2 Fonctions d'interpolations et leurs dérivées pour un élément de référence quadrilatérale à neuf nœuds.

N	$\frac{\partial N}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N}{\partial \eta}$
$\frac{(1-\xi)(1-\eta)\xi\eta}{4}$	$\frac{(1-2\xi)(1-\eta)\eta}{4}$	$\frac{(1-\xi)(1-2\eta)\xi}{4}$
$\frac{-(1-\xi^2)(1-\eta)\eta}{2}$	$(1-\eta)\xi\eta$	$\frac{-(1-\xi^2)(1-2\eta)}{2}$
$\frac{-(1+\xi)(1-\eta)\xi\eta}{4}$	$\frac{-(1+2\xi)(1-\eta)\eta}{4}$	$\frac{-(1+\xi)(1-2\eta)\xi}{4}$
$\frac{(1+\xi)(1-\eta^2)\xi}{2}$	$\frac{(1+2\xi)(1-\eta^2)}{2}$	$-(1+\xi)\xi\eta$
$\frac{(1+\xi)(1+\eta)\xi\eta}{4}$	$\frac{(1+2\xi)(1+\eta)\eta}{4}$	$\frac{(1+\xi)(1+2\eta)\xi}{4}$
$\frac{(1-\xi^2)(1+\eta)\eta}{2}$	$-(1+\eta)\xi\eta$	$\frac{(1-\xi^2)(1+2\eta)}{2}$
$\frac{-(1-\xi)(1+\eta)\xi\eta}{4}$	$\frac{-(1-2\xi)(1+\eta)\eta}{4}$	$\frac{-(1-\xi)(1+2\eta)\xi}{4}$
$\frac{-(1-\xi)(1-\eta^2)\xi}{2}$	$\frac{-(1-2\xi)(1-\eta^2)}{2}$	$(1-\xi)\xi\eta$
$(1-\xi^2)(1-\eta^2)$	$-2(1-\eta^2)\xi$	$-2(1-\xi^2)\eta$

Pour un point quelconque $\xi(\xi, \eta)$ de l'élément de référence et son correspondant $X(x, y)$ sur l'élément réel on peut écrire

$$\mathbf{x} = \sum_1^{\mathbf{nb}n} N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_i \quad (5.13a)$$

$$\mathbf{r} = \sum_1^{\mathbf{nb}n} N_i(\xi, \eta) \mathbf{r}_i \quad (5.13b)$$

$$\mathbf{u} = \sum_1^{\mathbf{nb}n} N_i(\xi, \eta) \mathbf{u}_i \quad (5.13c)$$

Tel que 'nb n' est le nombre de nœud par élément.

Dans la plus part des cas dans le calcul de la matrice élémentaire il est nécessaire de savoir calculer la dérivée de la variable dépendante \mathbf{u} par rapport à x ou r en sachant cette dérivé par rapport à ξ ou η . Pour se faire on utilise la règle de dérivation en chaîne (Chain Rule) [107] comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

Sous forme matricielle ceci devient :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} & \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

Qu'on écrit sous la forme

$$\{\partial_\xi\} = [J]\{\partial_x\}$$

La matrice $[J]$ est la matrice Jacobéenne. Donc on peut écrire

$$\{\partial_x\} = [J]^{-1}\{\partial_\xi\}$$

5.4.7. Construction de la matrice et du vecteur élémentaires

L'une des distinctions de la méthode des éléments finis par rapport aux autres méthodes est la possibilité de développer un modèle élément finis pour décrire le comportement d'un élément quelconque et pouvoir générer systématiquement l'équation de n'importe quel autre élément.

L'approche conventionnelle de **Galarkin**, qui utilise des fonctions de pondérations égales aux fonctions d'interpolations ($W = N$), est utilisée pour développer l'équation matricielle d'un élément.

On utilise la fonction de pondération N_p au lieu de N dans l'équation de continuité puisque cette dernière est une équation pour la pression. On obtient alors

$$\int_{\Omega^e} \left[N_{pi} \frac{\partial N_j}{\partial x} u_j + N_{pi} \frac{\partial N_j}{\partial y} v_j \right] d\Omega^e = 0 \quad (5.14a)$$

L'équation (5.32c) devient ;

$$\int_{\Omega^e} \left[N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} u_j + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} u_j + N_i \frac{\partial N_{pi}}{\partial x} p_i + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} u_j + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} u_j \right) \right] d\Omega^e - \int_{\Gamma_1} \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} u_j d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} N_i \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \quad (514b)$$

L'équation (5.32c) devient ;

$$\int_{\Omega^e} \left[N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} v_j + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} v_j + N_i \frac{\partial N_{pl}}{\partial y} p_l + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} v_j + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} v_j \right) - N_j \theta_j \right] d\Omega^e - \int_{\Gamma_1} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} v_j d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} N_i \left(\frac{\partial v}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \quad (5.14c)$$

L'équation (5.32c) devient ;

$$\int_{\Omega^e} \left[N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} \theta_j + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \theta_j + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \theta_j + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \theta_j \right) \right] d\Omega^e - \int_{\Gamma_1} \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} \theta_j d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} N_i \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \quad (5.14d)$$

où $i, j, k = 1, 2, \dots, 9$, $l = 1, 2, 3, 4$

Les équations ci-dessus peuvent être écrites symboliquement sous forme matricielle comme

$$[k]^e \{\phi\}^e = \{f\}^e \quad (5.15)$$

où :

$$\{\phi_n\}^e = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ p_j \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{f\}^e = \begin{Bmatrix} f_u \\ f_v \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

La matrice $[k]^e$ est organisée de la manière suivante

$$[k]^e = \begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uv} & C_u \\ k_{vu} & k_{vv} & C_v \\ C_u^T & C_v^T & 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Tel que les sous matrices sont données par :

$$[k_{uu}] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(2 \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.18a)$$

$$[k_{vv}] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(2 \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.18b)$$

$$[k_{uv}] = \int_{\Omega^e} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e, \quad [k_{vu}] = \int_{\Omega^e} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega^e \quad (5.18c)$$

$$[C_u] = - \int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} M_j \right) d\Omega^e, \quad [C_v] = - \int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} M_j \right) d\Omega^e \quad (5.18d)$$

$$\{f_u\} = \int_{\Omega^e} N_i f_x d\Omega^e, \quad \{f_v\} = \int_{\Omega^e} N_i f_r d\Omega^e \quad (5.18e)$$

Pour le cas de l'équation de l'énergie, on aura :

$$[k]^e \{\theta\}^e = \{f\}^e \quad (5.19)$$

$$[k] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.20a)$$

$$\{f\} = \int_{\Omega^e} N_i Q d\Omega^e + \int_{\Gamma^e} N_i q d\Gamma^e \quad (5.20b)$$

où :

Q : représente une source de chaleur se trouvant dans le domaine Ω^e .

q : représente le flux de chaleur au niveau du contour Γ^e .

Les équations de transport peuvent s'écrire sous une forme générale qui peut traiter à la fois un problème plan ou axisymétrique selon la valeur du paramètre j (0 et 1 respectivement).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + j \frac{v}{r} = 0 \quad (5.22a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(2 \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^j \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \right] + \theta = 0 \quad (5.22b)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(2 r^j \frac{\partial v}{\partial r} \right) - 2 j \frac{v}{r^2} \right] = 0 \quad (5.22c)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial y} + v \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^j \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \right] \quad (5.22d)$$

Dans ce cas les sous matrices sont données par :

$$[k_{uu}] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial r} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + \eta \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + 2 \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} - \frac{\xi}{r} N_i \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.23a)$$

$$[k_{vv}] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial r} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + \eta \left(2 \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + 2\eta \frac{\xi}{r} \left(\frac{1}{r} N_i N_j - N_i \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.23b)$$

$$[k_{uu}] = \int_{\Omega^e} \eta \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) - \left(\frac{\xi}{r} N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e, \quad [k_{vu}] = \int_{\Omega^e} \eta \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega^e \quad (5.23c)$$

$$[C_u] = - \int_{\Omega^e} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} N_{pj} \right) d\Omega^e, \quad [C_v] = - \int_{\Omega^e} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} N_{pj} \right) d\Omega^e \quad (5.23d)$$

$$\{f_u\} = \int_{\Omega^e} N_i f_x d\Omega^e, \quad \{f_v\} = \int_{\Omega^e} N_i f_r d\Omega^e \quad (5.23e)$$

Pour le cas de l'équation de l'énergie, on aura :

$$[k] = \int_{\Omega^e} \left[\left(N_i N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial r} + N_i N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + K \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} - \frac{\xi}{r} N_i \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \right] d\Omega^e \quad (5.24a)$$

$$\{f\} = \int_{\Omega^e} N_i Q d\Omega^e + \int_{\Gamma^e} N_i q d\Gamma^e \quad (5.24b)$$

Ces intégrales seront évaluées approximativement par l'une des méthodes d'intégration numérique. Le choix s'est porté sur la méthode de quadrature de Gauss-Legendre [107] qui fait remplacer l'intégrale à calculer par une somme pondérée prise en un certain nombre de points du domaine d'intégration (voir **Annexe B1**). La **méthode de quadrature de Gauss** est une méthode de quadrature exacte pour un polynôme de degré $(2n - 1)$ avec n points pris sur le domaine d'intégration.

5.5. Construction du système globale - Assemblage

La matrice globale $[K]$ et son vecteur sollicitation $\{F\}$ sont déterminés par l'addition après expansion des matrices et vecteurs élémentaires $[k]^e$ et $\{f\}^e$ correspondants pour donner :

$$[K] \{\Phi\} = \{F\}$$

Tel que :

$$[K] = \sum_{e=1}^{nel} [k]_{\text{étendue}}^e \quad \text{et} \quad \{F\} = \sum_{e=1}^{nel} [f]_{\text{étendue}}^e \quad (5.21)$$

Cette opération s'appelle 'assemblage'.

5.6. Introduction des conditions aux limites

Les conditions aux limites peuvent être introduites par plusieurs manières. Dans ce travail, on a adopté la méthode du terme unité sur la diagonale qui consiste à modifier le vecteur $\{\mathbf{F}\}$ et la matrice $[\mathbf{K}]$ de la façon suivante :

Si \bar{u} est la condition au limite imposée à la variable u_i , les modifications se résume à :

$$\begin{aligned}
 F_j &= F_j - K_{ji} \bar{u} & j=1,2,\dots,n & \quad j \neq i \\
 F_i &= \bar{u} \\
 K_{ij} &= K_{ji} = 0 & j=1,2,\dots,n & \quad j \neq i \\
 K_{ii} &= 1
 \end{aligned}$$

Qu'on schématise comme suit :

$$\begin{bmatrix}
 K_{1,1} & \cdots & K_{1,i-1} & 0 & K_{1,i+1} & \cdots & K_{1,n} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{i-1,1} & \cdots & K_{i-1,i-1} & 0 & K_{i-1,i+1} & \cdots & K_{i-1,n} \\
 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 K_{i+1,1} & \cdots & K_{i+1,i-1} & 0 & K_{i+1,i+1} & \cdots & K_{i+1,n} \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{n,1} & \cdots & K_{n,i-1} & 0 & K_{n,i+1} & \cdots & K_{n,n}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 u_1 \\
 \vdots \\
 u_{i-1} \\
 u_i \\
 u_{i+1} \\
 \vdots \\
 u_n
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 F_1 - K_{1,i} \bar{u} \\
 \vdots \\
 F_{i-1} - K_{i-1,i} \bar{u} \\
 \bar{u} \\
 F_{i+1} - K_{i+1,i} \bar{u} \\
 \vdots \\
 F_n - K_{n,i} \bar{u}
 \end{Bmatrix}$$

5.7. Méthode de résolution

La détermination de la solution numérique d'équations différentielles partielles par la méthode FEM ou toute autre méthode numérique souvent passe par la résolution d'un système algébrique.

Cependant, et suite à la nature non-linéaire du terme convectif dans les équations de quantité de mouvement, il sera donc évident de recourir à une technique itérative, parfois avec une sous relaxation pour accélérer la convergence. Le système non-linéaire s'écrit alors :

$$[\bar{\mathbf{K}}(\emptyset)]\{\emptyset\} = \{\bar{\mathbf{F}}\}$$

Pour donner après linéarisation par la méthode de substitution par exemple (voir **Annexe B2**):

$$[\mathbf{K}]\{\emptyset\} = \{\mathbf{F}\}$$

Il est à noter que le choix de la méthode de résolution du système linéaire formulé est dicté par la nature de la matrice de matrice de rigidité $[\mathbf{K}]$. Toutefois, les méthodes

itératives sont rarement utilisées pour la résolution des systèmes à matrice pleine et de faible dimension mais elles sont généralement privilégiées pour résoudre les systèmes de grande taille, car en grande partie la matrice n'étant pas transformée au cours des calculs et donc le problème d'accumulation des erreurs devient moins crucial.

Il y a, cependant une certaine polémique à ce sujet. Une méthode directe conduit à une solution en un nombre fini d'étapes, et sans les erreurs d'arrondi, cette solution serait celle du système. Une méthode itérative fait passer d'un estimé $U^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $U^{(k+1)}$ de cette solution. S'il y a convergence, la solution ne pourrait donc être atteinte qu'après un nombre infini d'itérations.

Généralement, lors de la résolution numérique des EDP, Les matrices de rigidité rencontrées sont des matrice bande, de grande taille, symétrique ou non symétrique mais surtout éparses (ou creuses c'est-à-dire possède peu d'éléments non nuls). La structure bande de la matrice de rigidité, parfois égarée, est attribué à la méthode de discrétisation. Une reconstruction par un réarrangement approprié permet souvent de positionner les éléments non nuls près de la diagonale principale.

Toutefois, le principal défaut des solveurs directs est qu'ils nécessitent que les coefficients de la matrice soient mémorisés dans un format ordonné pour renforcer la structure bande de la matrice et donc réduire les exigences de stockage. Au cours des dernières années, les solveurs directs ont été affinés afin de réduire ce déficit grâce à des techniques innovantes de gestion des données, comme par exemple les solveurs Frontales et les solveurs **Skyline** ou ligne de ciel [137]. Ces deux méthodes utilisent efficacement la technique d'élimination de Gauss (voir Annexe **B3**).

Ces améliorations permettent aux utilisateurs de résoudre efficacement des systèmes modérément larges. Cependant, ils ont été jugés impropres à la résolution des systèmes de très grande taille (en particulier dans les problèmes en trois dimensions), car elles nécessitent d'importants transferts de données. En plus elles sont difficiles à manipuler pour une utilisation efficace dans un calcul parallèles.

Pour des systèmes de très grandes tailles, les méthodes itératives sont plus efficaces car ils nécessitent moins d'espace mémoire et moins de temps calcul tout en assurant une précision acceptable. Cela est dû au fait que ces méthodes évitent la construction de la matrice globale en se contentant principalement par des multiplications matrice-vecteur. Un autre avantage des différentes méthodes itératives est que l'algorithme de résolution peut être effectué efficacement par un calcul parallèle sur un réseau de processeurs. Méthodes itératives sont bien adaptées à la plupart des systèmes d'équations algébriques linéaires générées par l'application de la méthode des éléments finis. Généralement, on peut améliorer la convergence d'une méthode itérative par un pré-conditionnement [138,139].

Parmi les différentes méthodes itératives, la méthode du **gradient conjugué (CG)** [140-142] est la plus utilisée car elle est considérée comme une méthode à un nombre d'itération fini (a finite step method) et donc à part les erreurs d'arrondi, la solution est réalisée en un nombre d'itérations fixe. Malheureusement cette méthode est restreinte aux systèmes à matrice symétrique.

Les équations peuvent être résolues au niveau d'un élément en utilisant l'itération de Gauss-Seidel pour l'ensemble des variables associées à cet élément et donc traiter le problème élément par élément [143,144]. Dans ce procédé, nous aurons à manipuler des multiplications matrice-vecteur au niveau de l'élément et l'assemblage se face sur le vecteur résultant. Cette idée se révèle très attractif puisque les multiplications matrice-vecteur s'adaptent parfaitement aux calculs parallèles.

L'inconvénient majeur de cette procédure (élément par élément) est le nombre limité de préconditionneurs qui peuvent être formulées à partir des matrices non assemblés. Ceci représente une importante défaillance lorsque le système linéaire n'est pas bien conditionné comme dans une formulation mixte d'un écoulement incompressible.

Finalement on cite trois types de solveurs fortement recommandés dans le cas des matrices non- symétriques, définies positives. Ces solveurs sont la méthode de **Gradient Conjugué Bi-orthogonale** [141], la méthode de **Lanczos ORTHORES** [141], et la méthode **GMRES** [145].

5.8. Un Organigramme de la méthode FEM

Un programme **FEM** comporte essentiellement les sous programmes suivants (voir **Fig. 5.4**):

- **SUBROUTINE PARAMETRES DE CALCUL**
- **SUBROUTINE INPUT**
 - Lecture du fichier de la grille de maillage
- **SUBROUTINE GAUSS**
 - Points et Poids d'intégration (Quadrature de Gauss)
- **SUBROUTINE ELEM_T_VAR**
 - Affecte à chaque élément ses nœuds avec leurs coordonnées
- **SUBROUTINE MAT_ELET**
 - Un sous program qui incorpore d'autre sous programs et qui permet le calcul de la matrice élémentaire, pour chaque élément. Cette subroutine comporte 03 autres sous programs :
 - **SUBROUTINE FONCTION DE FORME** pour le calcul des valeurs des fonctions de forme et leurs dérivées aux points d'intégration.
 - **SUBROUTINE DJACOBIAN** pour le calcul du Jacobian
 - **SUBROUTINE CONST_MAT_ELEMT** pour La finalisation de la construction de la matrice élémentaire par la quadrature numérique de **Gauss-Legendre**.
- **SUBROUTINE MAT_GLOBALE**
 - Assure l'assemblage de toutes les matrices élémentaires dans une matrice globale.
- **SUBROUTINE BOUND_INTR**
 - Permet l'introduction des conditions aux limites
- **SUBROUTINE SOLVER**
 - Permet la résolution du système linéaire
- **SUBROUTINE OUTPUT**

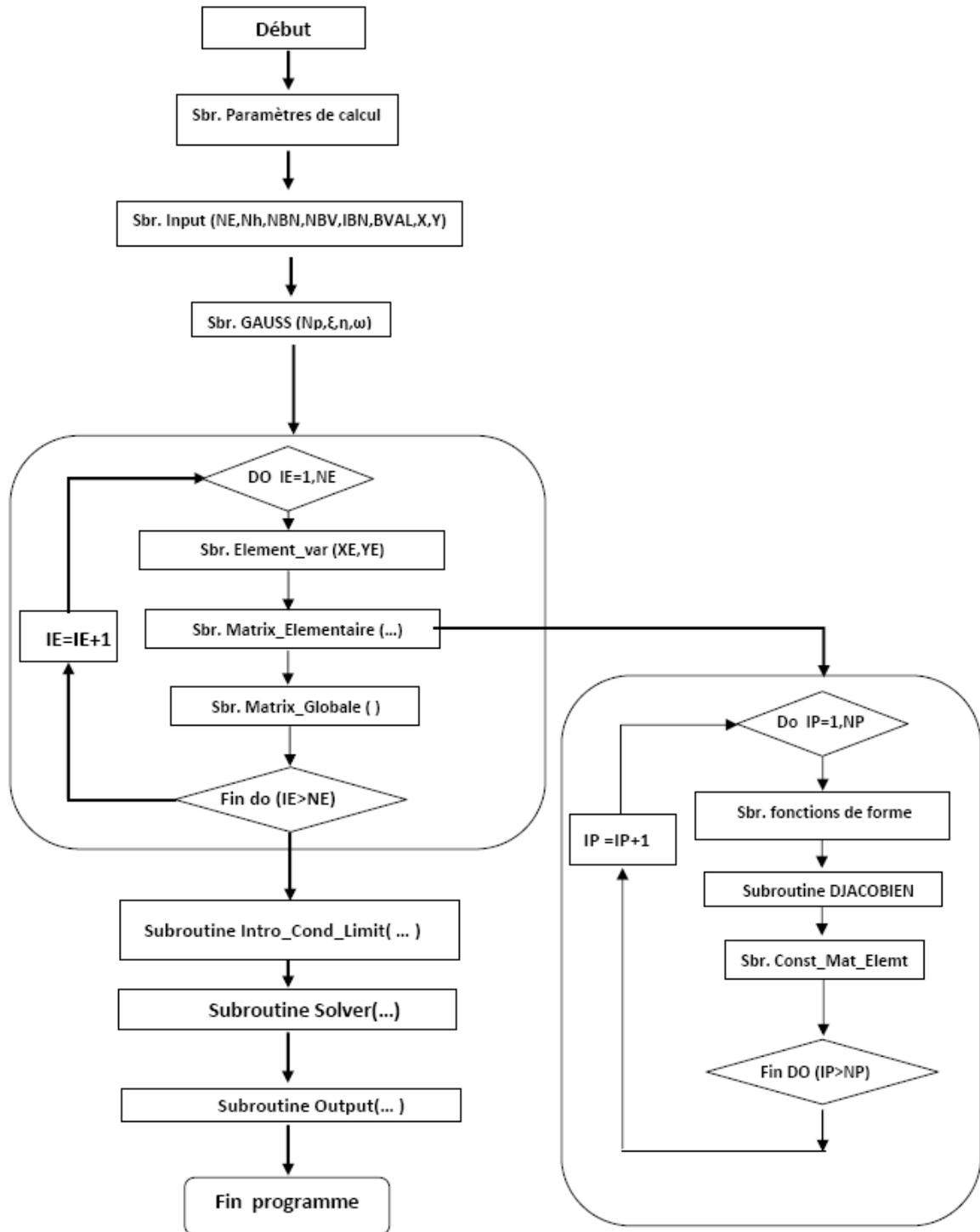


Figure 5.4 Organigramme de base expliquant la résolution par FEM.

5.9. Validation du code de calcul

Afin de valider notre code de calcul dans lequel nous avons utilisé des éléments quadrilatères à neuf nœuds, nous avons procédé à l'étude de deux **Benchmarks**, à savoir, la convection naturelle de l'air confiné dans une cavité carrée chauffée différentiellement et l'écoulement stationnaire non-isotherme en régime laminaire d'un fluide Newtonien à travers une conduite cylindrique et entre deux plaques planes semi-infinies, ainsi que.

Pour le premier cas, nous avons procédé à une comparaison entre nos résultats et ceux obtenus par **De Vahl Davis** [146] ou encore **Markatos & Pericleous** [147]. Ce dernier a traité le même problème en adoptant la méthode des différences finies avec la formulation vorticité-courant. Des figures de comparaison entre les lignes de courant et les lignes isothermes issues de la présente étude et ceux de l'étude de **De Vahl Davis** [146] sont présentées dans l'**Annexe D**.

Tableau 5.4 : Comparaison des valeurs numériques des différents paramètres du problème. (*)- présente étude, (○)- **De Vahl Davis** [146], (□)-**Mayne** [148].

		$Ra=10^3$	$Ra=10^4$	$Ra=10^5$
V_{max} (sur l'axe $y = 0.5$)	*	3.6955	19.6245	68.6343
	○	3.679	19.51	68.22
	□	3.73	19.9	70.0
U_{max} (sur l'axe $x = 0.5$)	*	3.6486	16.1681	34.7115
	○	3.634	16.2	34.81
	□	3.68	16.1	34.0
Nu_{max} (paroi chaude)	*	1.5071	3.5362	7.8052
	○	1.50	3.53	7.71
	□	1.47	3.47	7.71
Nu_{min} (paroi chaude)	*	0.6916	0.5863	0.7333
	○	0.692	0.586	0.729
	□	0.623	0.497	0.614
Nu_{moy} (paroi chaude)	*	1.1186	2.2489	4.5584
	○	1.12	2.243	4.52
	□	1.074	2.084	4.3

Pour le deuxième cas, nous avons comparé nos résultats avec ceux issus de la solution analytique du problème. Cette comparaison qui porte sur la vitesse longitudinale maximale et la valeur du nombre de **Nusselt** asymptotique est résumée dans l'**Annexe D**. Le faible

Chapitre 5 Discrétisation des équations de Navier Stokes par la méthode FEM

écart (**3%**) entre les valeurs obtenues analytiquement et celles issues de la simulation atteste du bon fonctionnement de notre code pour les problèmes régis par un gradient de pression imposé.

CHAPITRE

6

**ETUDE DES DIFFERENTES
CONFIGURATIONS GEOMETRIQUES
D'UNE CENTRALE A CHEMINEE
SOLAIRE**

Chapitre

6

Etude des différentes configurations géométriques d'une Centrale à Cheminée Solaire

6.1. Introduction

L'objectif principal de cette partie consiste en l'analyse préliminaire d'un écoulement laminaire en régime permanent dans une Centrale à Cheminée Solaire CCS afin de prévoir le comportement thermo- hydrodynamique du mouvement d'air à travers le système axisymétrique dans le cas d'une convection naturelle avec des conditions aux limites de température constante (**CLTC**) et de flux de chaleur constant (**CLFC**) pour l'absorbeur (le sol) du collecteur. Plusieurs configurations (formes) géométriques ont été examinées. Le champ de vitesses et la distribution de température dans le système sont évalués par la résolution du modèle mathématique représenté par les équations de Navier et Stokes et l'équation d'énergie, en utilisant la méthode des éléments finis **FEM**. Les phénomènes locaux qui vont apparaître dans certaines régions seront identifiés dans le but de déterminer la position la plus adéquate pour l'emplacement des turbines éoliennes. Cette analyse ignore la présence de la turbine.

Principalement nous allons étudier l'influence de la hauteur du toit, de la hauteur du toit à l'admission, du diamètre de la tour et de la forme géométrique de la jonction collecteur-tour. Dans tous les cas, et puisque le nombre de **Mach** est inférieur à **0.3** et l'écoulement peut donc être considéré incompressible, on s'intéresse directement, à la vitesse maximale que peut générer chaque configuration géométrique. La vitesse maximale devient ainsi notre paramètre d'optimisation directe entre les différentes configurations.

6.2. Equations gouvernantes et conditions aux limites

Un écoulement laminaire en bi dimensionnel avec l'approximation de **Boussinesq** et les effets de compressibilité et la dissipation visqueuse négligeables, peut être représenté par l'équation de conservation générique, écrite dans des coordonnées cylindriques.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t^+}(\phi^+) + \frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+}(r^+ \mathbf{u}^+ \phi^+) + \frac{\partial}{\partial y^+}(v^+ \phi^+) \\ = \Gamma_{\phi^+} \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial r^+} \right) \right] + \Gamma_{\phi^+} \left[\frac{\partial}{\partial y^+} \left(\frac{\partial \phi^+}{\partial y^+} \right) \right] + S_{\phi^+} \end{aligned} \quad (6.1)$$

La solution de l'ensemble des équations générées par l'équation (6.1) doit satisfaire les quelques conditions limites et initiales. T_{cov} est la température de couverture. La paroi de la tour est supposée adiabatique ($\delta T / \delta r = 0$ à la paroi). La condition de non-glissement est imposée aux parois pour les vitesses. La surface au sol est soumise soit à une température fixe (T_{sol}) soit à un flux de chaleur constant (q_{sol}). Puisqu'un écoulement est supposé axisymétrique dans la tour, alors $u = 0$, ($\delta v / \delta r = 0$) et ($\delta T / \delta r = 0$) à $r = 0$. A la sortie de la tour, l'écoulement est supposé entièrement développé i.e. ($\delta v / \delta y = 0$) et ($\delta T / \delta y = 0$) à $y = h_{tour}$. À la frontière d'admission, la température est constante et égale à T_{∞} . Dans des problèmes de convection naturelle, le débit massique provoqué par des forces de flottabilité à l'entrée est inconnu initialement. La détermination de la composante (\mathbf{u}) de la vitesse à l'admission est automatique (intégrée) dans un code construit sur la méthode aux éléments finis.

6.3. Méthode numérique

Nous utilisons comme méthode de calcul la méthode des éléments finis. Le calcul a été effectué en utilisant un maillage non-uniforme avec une concentration de mailles plus importante au niveau de la jonction (**Fig. 6.1**).

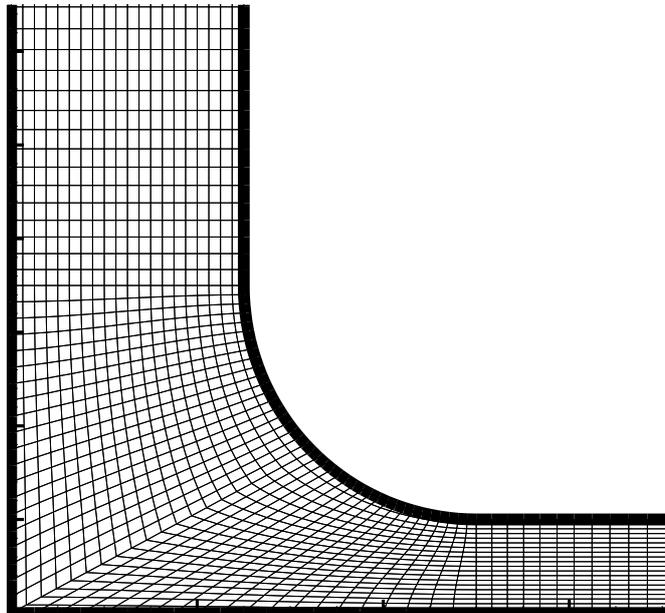


Figure.6.1 Maillage structuré non uniforme utilisé pour les calculs numériques

La dépendance de maillage a été étudiée en utilisant différents nombres de mailles avant de se fixer à un maillage de **(10 x 220 éléments)**. Une formulation mixte a été adoptée utilisant des éléments à **9 nœuds** avec une interpolation biquadratique pour la vitesse et la température et une interpolation bilinéaire pour la pression.

$(|\phi^{k+1} - \phi^k| < 10^{-6})$ est le critère de convergence absolue. ϕ indique les variables (U^*, V^*, P^*) .

Il convient de noter que l'ordre des valeurs données ne reflète pas l'ordre de grandeur d'un système d'une CCS. Le choix a été fait pour assurer un écoulement laminaire **et la dimension de référence sur laquelle le nombre de Rayleigh a été calculé est le rayon du collecteur ($R_c = 1$ m)**. La température et le débit massique ou encore la vitesse représentent les paramètres les plus importants dans l'analyse d'une cheminée solaire sans considération de la nature de son utilisation si c'est pour la ventilation, le séchage ou la production d'énergie électrique.

6.4. Influence des valeurs géométriques

Afin d'identifier l'influence de quelques paramètres géométriques sur les caractéristiques thermiques et hydrodynamiques de notre écoulement, nous montrons les grandeurs adimensionnelles adoptées dans notre simulation sur la **Fig. 6.2**.

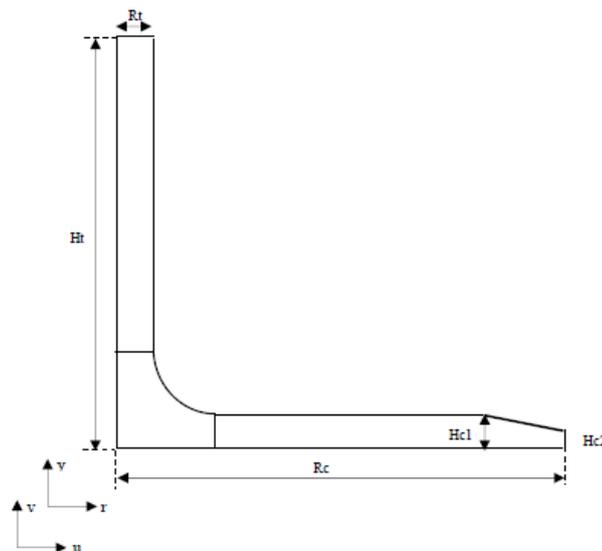


Figure 6.2 Les différents paramètres géométriques

Soit alors, (H_{C2}) la hauteur du toit du collecteur à l'entrée variant de **0.01 à 0.04**; (H_{C1}) la hauteur du toit du collecteur variant de **0.02 à 0.05**; $(R_C = 1)$ rayon du collecteur ; (R_t) rayon de la tour-cheminée variant de **0.04 à 0.1** et $(H_t = 2)$ la hauteur de la tour-cheminée.

6.4.1. Influence de la hauteur d'admission

Le programme de calcul a été exécuté pour différentes valeurs de la hauteur adimensionnelle du toit du collecteur à l'admission (H_{c2}). Les résultats numériques (Fig. 6.3) n'ont pas montré des différences significatives pour les valeurs de 0.01 à 0.04 avec un pas de 0.01. Cependant, l'expérience acquise [59,66] par les essais sur ces systèmes indique que la hauteur du toit à l'entrée doit être aussi basse que possible, pour empêcher les vents latéraux de se présenter à l'intérieur du collecteur, ceci fait enlevé de l'air chaud de l'intérieur du collecteur.

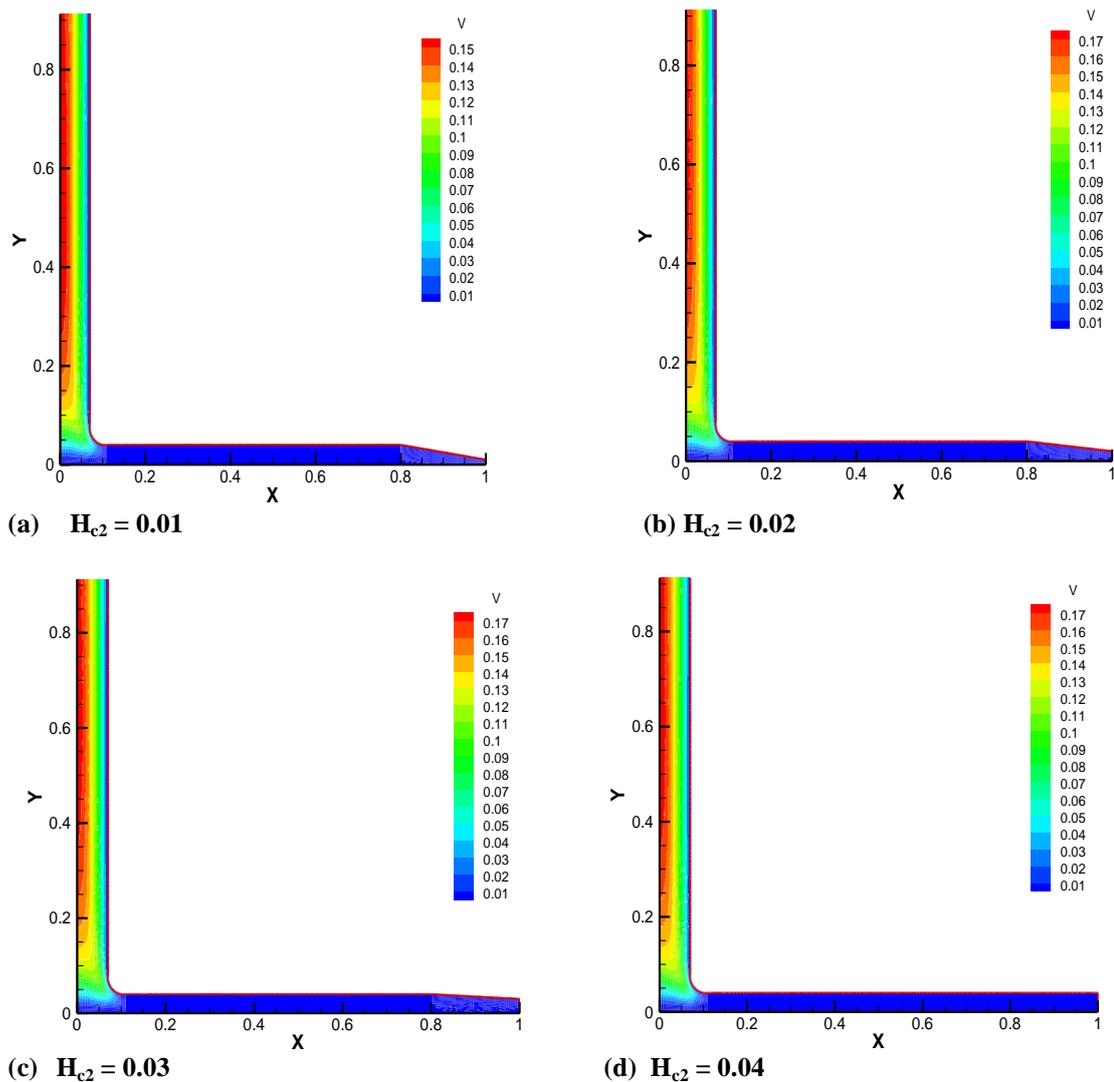


Figure 6.3 Iso-velocites pour les différentes valeurs de la hauteur du toit du collecteur à l'admission, $Ra = 10^8$.

Le **tableau 6.1** donne les valeurs maximales que peut atteindre la vitesse, pour différentes valeurs de la hauteur d'admission du collecteur, H_{c2} . Il donne aussi les coordonnées de l'endroit où cette vitesse maximale est pressentie ainsi que la température de l'air à cet endroit.

Tableau 6.1 Vitesses maximales en fonction de la hauteur d'admission du collecteur pour une CLFC.

H_{c2}	0.01	0.02	0.03	0.04
V_{max}	0.1598	0.1730	0.1759	0.1770
$T(V_{max})$	0.0232	0.0228	0.0227	0.0227
$X(V_{max})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$Y(V_{max})$	0.5291	0.5981	0.6219	0.6219

6.4.2. Influence de la hauteur du toit du collecteur

L'influence de la hauteur du toit du collecteur H_{C1} a été également vérifiée. Les résultats de cette partie sont obtenus pour un Rayleigh $Ra = 10^8$, et une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type température imposée.

La **Fig. 6.4** montre les iso-vitesses et les vitesses maximales produites par le système pour quatre valeurs de la hauteur du collecteur H_{C1} . Bien que l'augmentation de la hauteur du toit cause une augmentation de la vitesse maximale à travers le système, la vitesse de l'écoulement dans le collecteur sera réduite (**Fig. 6.4**). La **Fig. 6.5** montre que la vitesse le long du collecteur pour H_{C1} grand est réduite comparativement à celle d'un H_{C1} plus petit pour la même élévation de **0.01** par rapport au sol.

Ceci est dû à l'augmentation de la section transversale. La réduction de la vitesse moyenne permet à l'écoulement de provoquer plus de brassage et donc intensifier les échanges thermiques entre le sol et l'air, générant une élévation de la température de l'air (**Fig. 6.5**).

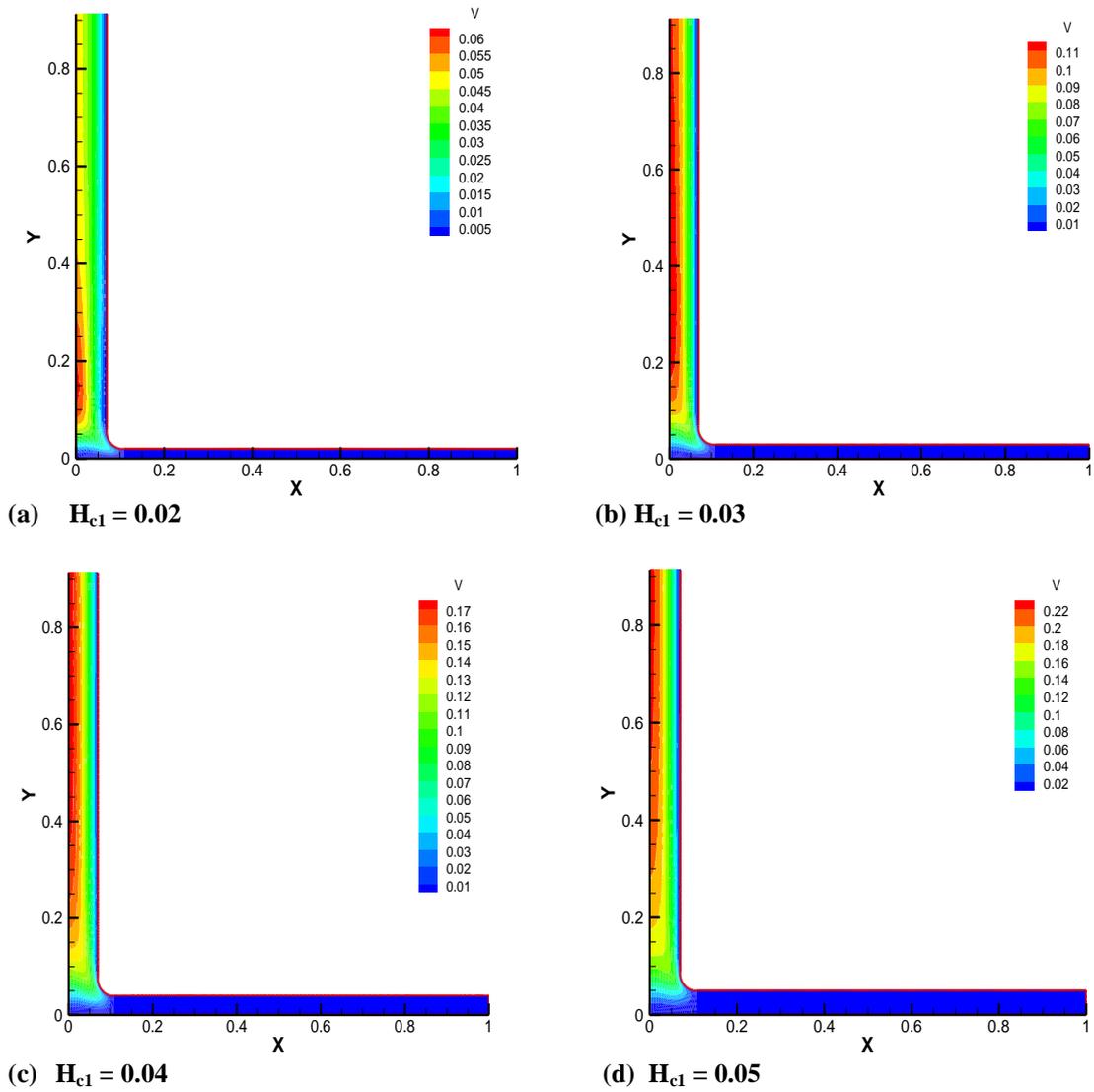


Figure 6.4 Iso-vitesses pour les différentes valeurs de la hauteur du toit du collecteur à l'admission, $Ra = 10^8$.

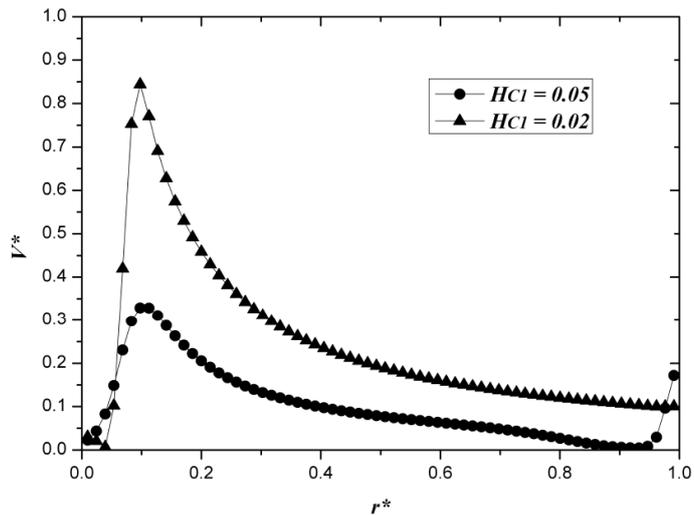


Figure 6.5 Profils de vitesse le long du collecteur pour deux valeurs de H_{c1} .

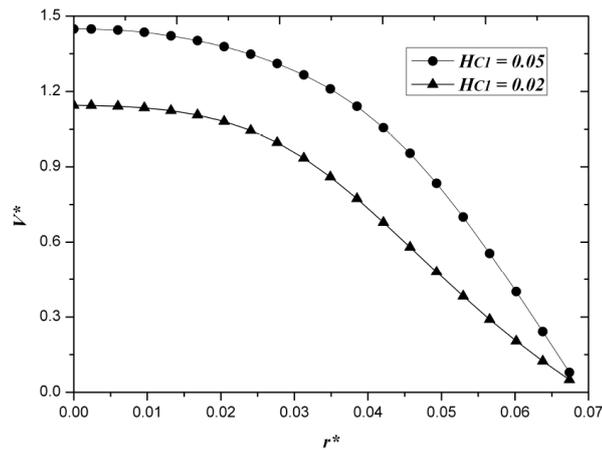


Figure 6.6 Profils de vitesse dans une section transversale de la tour pour deux valeurs de H_{C1} .

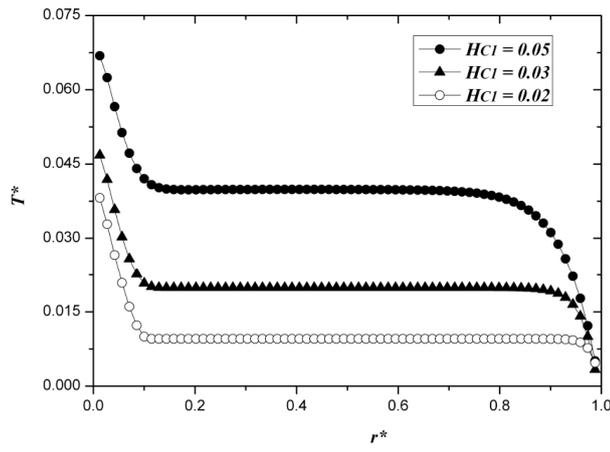


Figure 6.7 Profils de température le long du collecteur pour différentes valeurs de H_{C1} .

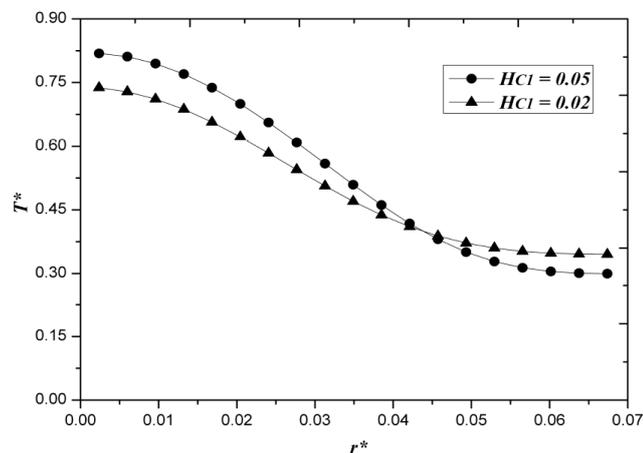


Figure 6.8 Profils de température dans une section transversale de la tour pour deux valeurs de H_{C1} .

La Fig. 6.6 montre que l'augmentation de la hauteur du toit engendre une augmentation de la vitesse d'écoulement dans la tour par contre la vitesse dans le collecteur consenti une réduction en donnant ainsi suffisamment de temps à l'écoulement d'air de

brasser le sol et donc intensifier les échanges thermiques entre le sol et l'air, causant ainsi une élévation de la température du fluide dans le collecteur (Fig. 6.7). D'autre part elle fait augmenter la température maximale dans la tour (Fig. 6.8).

Tableau 6.2a Vitesses maximales et débits massiques en fonction de la hauteur du collecteur

H_{C1}	0.01	0.02	0.03	0.04
v_{max}	1.300	1.568	1.653	1.687
$\dot{m} \times 10^3$	2.20	2.65	2.79	2.85

Pour une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type température imposée, le **tableau 6.2a** donne les débits massiques et les valeurs maximales atteintes par la vitesse, pour différentes hauteurs du collecteur, H_{C1} .

Tableau 6.2b Vitesses maximales, températures et endroits correspondants en fonction de la hauteur du collecteur pour une condition type CLFC.

H_{c1}	0.02	0.03	0.04	0.05
V_{max}	0.0613	0.1187	0.1770	0.2260
$T(V_{max})$	0.0175	0.0190	0.0227	0.0272
$X(V_{max})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$Y(V_{max})$	0.1497	0.3571	0.6219	0.6219

Pour une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type flux imposé, le **tableau 6.2b** donne les valeurs maximales atteintes par la vitesse, pour différentes hauteurs du collecteur, H_{C1} . Il donne aussi les coordonnées de l'endroit où cette vitesse maximale est obtenue ainsi que la température de l'air à cet endroit.

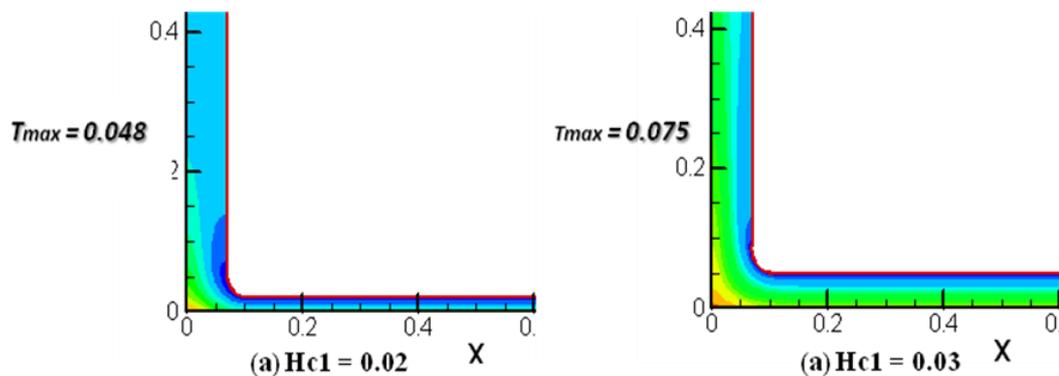


Figure 6.9 Isothermes pour deux hauteurs du collecteur, pour une condition de type CLFC.

Pour le même nombre de Rayleigh, $Ra = 10^8$, mais pour une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type flux thermique imposé, la Fig. 6.9 montre les isothermes pour deux hauteurs du collecteur H_{C1} . L'augmentation du débit massique provoqué par l'augmentation de la hauteur du toit du collecteur a également comme conséquence la réduction de la température moyenne dans le collecteur.

6.4.3. Influence du diamètre de la tour

Pour un Rayleigh de 10^8 et une condition thermique sur l'absorbeur de type température imposée, la Fig. 6.10 montre le champ de vitesse pour quatre valeurs du rayon de la tour allant de 0.04 à 0.1. Les autres paramètres géométriques ont été maintenus fixes. On peut observer qu'une augmentation du rayon de la tour produit une augmentation de la vitesse maximale à travers le système. Ceci est dû à une influence moindre des contraintes loin des parois.

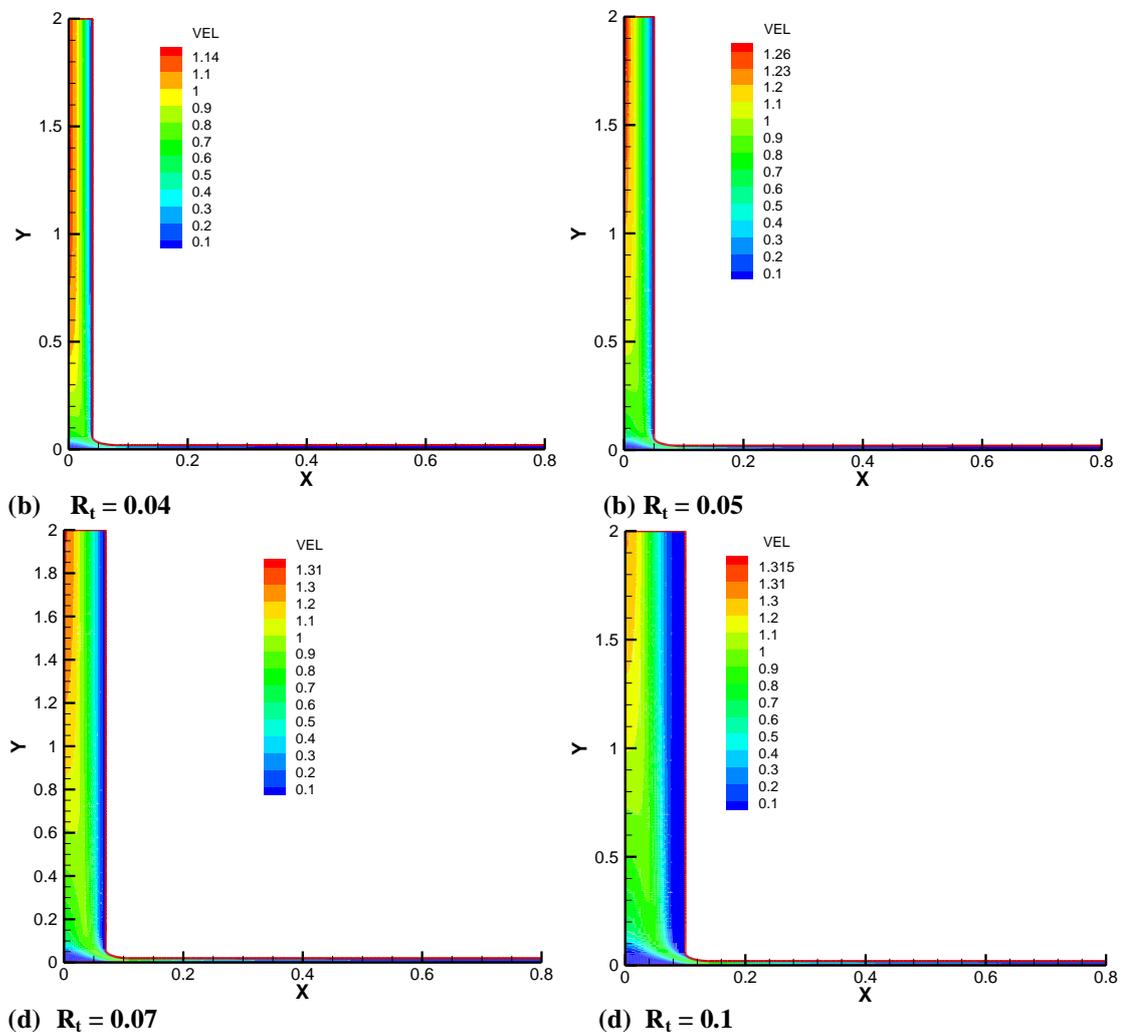


Figure 6.10 Iso-velocidades para diferentes diâmetros da torre para $Ra = 10^8$.

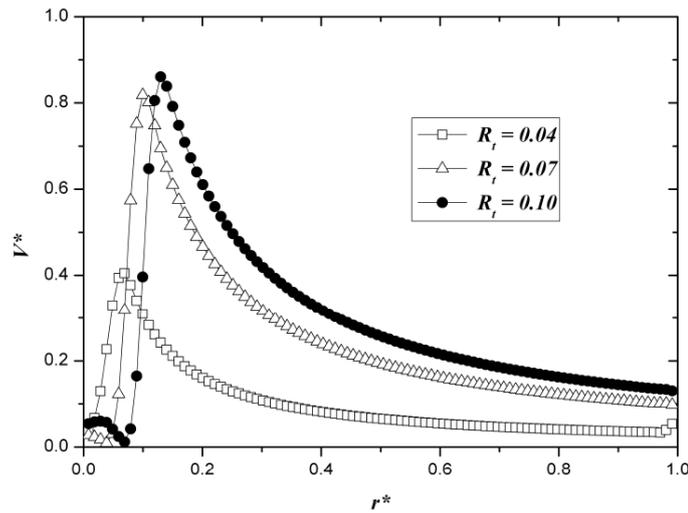


Figure 6.11 Evolution de la vitesse le long du collecteur pour différents hauteurs du collecteur, $Ra = 10^8$.

La **Fig. 6.11** montre l'évolution de la vitesse le long du collecteur pour différents rayons de la tour. On remarque que l'augmentation du rayon de la tour- induit une augmentation de la vitesse d'écoulement et donc le débit masse dans le collecteur. Donc un plus grand volume d'air est à chauffer dans le collecteur pour la même période, faisant ainsi diminuer la température de l'air dans le collecteur.

Pour une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type température imposée, le **tableau 6.3a** donne, les débits massiques et les valeurs maximales atteintes par la vitesse, pour différents rayons de la tour, R_t .

Tableau 6.3a Vitesses maximales et débits massiques en fonction du rayon de la tour

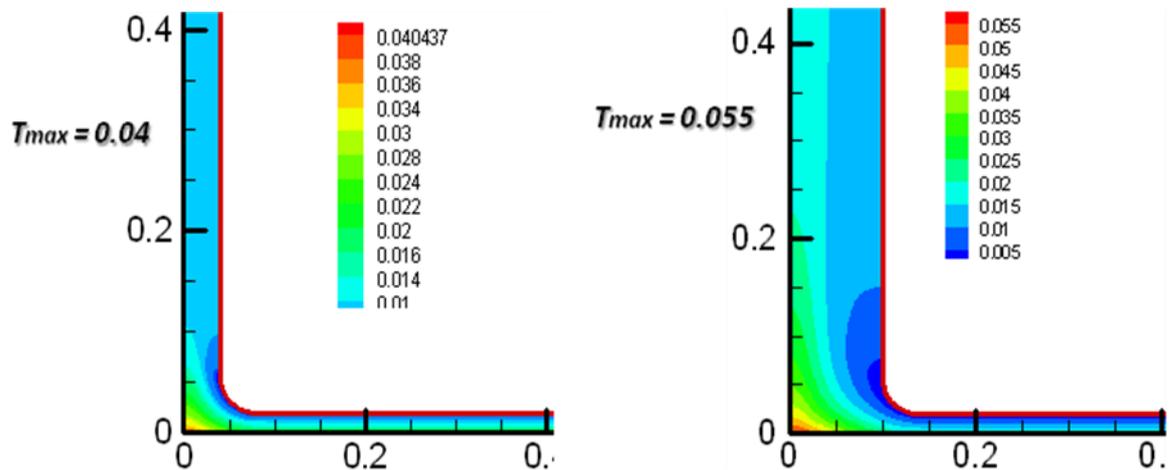
R_t	0.04	0.05	0.07	0.1
v_{max}	1.140	1.260	1.310	1.315
$\dot{m} \times 10^3$	0.610	1.054	2.149	4.403

Pour une condition thermique sur l'absorbeur (sol) de type flux imposé, le **tableau 6.3b** donne les valeurs maximales atteintes par la vitesse, pour différents rayons de la tour, R_t . Il donne aussi les coordonnées de l'endroit où cette vitesse maximale est atteinte ainsi que la température de l'air à cet endroit.

Tableau 6.3b Vitesses maximales, températures et endroits correspondants en fonction du rayon de la tour pour une condition CLFC

D_t	0.04	0.05	0.07	0.1
V_{max}	0.0349	0.0519	0.0625	0.0707
$T(V_{max})$	0.0123	0.0152	0.0179	0.0206
$X(V_{max})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$Y(V_{max})$	0.0790	0.1069	0.1507	0.2121

Pour une condition thermique sur le sol de type flux imposé, la **Fig. 6.12** donne la distribution de la température à travers le système pour deux valeurs du rayon de la tour $R_t = 0.04$ et $R_t = 0.1$. On peut observer qu'avec l'augmentation du rayon, un gradient de température s'installe dans la tour suivant le rayon. L'augmentation du débit masse provoqué par l'augmentation du rayon de la tour a également comme conséquence la réduction de la température moyenne dans le collecteur. On peut conclure que plus le rayon de la tour est grand, plus la température moyenne de l'écoulement dans le collecteur est moindre.

**Figure 6.12** Isothermes pour différents diamètres de la tour, flux imposé CLFC et $Ra = 10^8$.

Ainsi, il apparaît clairement que le rayon de la tour influe directement sur le champ hydrodynamique. D'un autre côté, la hauteur du collecteur influe directement sur le champ thermique et donc sur le champ hydrodynamique. Sauf que ces deux paramètres s'alignent favorablement dans l'augmentation de l'énergie cinétique via la vitesse moyenne produite par le système.

Il est ainsi jugé que les dimensions de la tour permettent le contrôle directe du champ hydrodynamique en contrôlant la vitesse, contrairement aux dimensions du collecteur, qui

nous permis de contrôler directement le champs thermique et indirectement le champ hydrodynamique.

6.5. Influence de la configuration géométrique

Afin d'étudier les caractéristiques thermiques et hydrodynamiques principales de l'écoulement laminaire dans les différentes configurations géométriques adoptées et pour les deux types de conditions aux limites sur l'absorbeur (le sol), nous présentons, en premier, les grandeurs principales adimensionnelles de notre dispositif. Soit alors ($H_{C2} = 0.02$) la hauteur du toit du collecteur à l'entrée ; ($H_{C1} = 0.02$) la hauteur du toit du collecteur ; ($R_C = 1$) rayon du couverture ; (R_{t1}) rayon de la tour à l'entrée ; ($R_{t2} = 0.025$) rayon de la tour à la sortie ; ($H_t = 2$) la hauteur de la tour.

Nous représentons dans la **Fig. 6.13** les différentes configurations géométriques de base, avec quoi les différentes configurations analysées seront construites. Configuration à jonction droite (**CJD**), configuration à jonction courbée (**CJC**), configuration à jonction courbée doté d'un diffuseur (**CJCD**), en plus de deux autres configurations, configuration à jonction courbée avec toit incliné (**CJCTI**), configuration à jonction courbée avec tour conique (**CJCTC**),

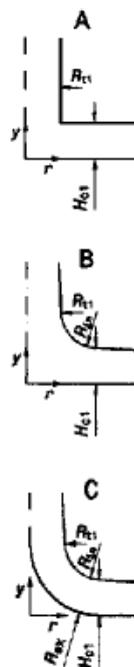


Figure 6.13 Configurations de base

6.5.1. Absorbeur à température constante

Nous présentons, pour une condition limite thermique de température constante **CLTC**, les champs de vitesse et les distributions de température pour les différentes configurations essentiellement distinctes par leurs jonctions collecteur-tour ou encore par un toit-collecteur inclinée ou une tour sous forme conique.

La configuration à jonction droite permet l'apparition des re-circulations à la base de la tour (**Fig. 6.14**) or la courbure fait éliminer ce phénomène dissipatif (**Fig. 6.15b**). La jonction courbée avec diffuseur ne montre aucune re-circulation (**Fig. 6.16d**). Les toits inclinés peuvent faciliter l'aspect des modèles de recyclage semblables aux cellules de Bernard. Les **figures 6.17** et **6.18** montrent respectivement les iso-vitesses et les isothermes pour une configuration simple à jonction courbée et une autre à tour conique. Cette dernière produit un débit masse élevé, confirmant ainsi les résultats de **Yan et al.** [24].

La configuration géométrique faisant rassembler une jonction courbée avec un toit incliné donne une meilleure distribution de vitesse (**Fig. 6.16c**) et de température (**Fig. 6.19c**). La jonction courbée avec diffuseur (**Figures 6.16d** et **6.19d**) ne montre aucune re-circulation mais pratiquement ne reflète aucune amélioration sur la valeur de la vitesse et donc sur le débit massique.

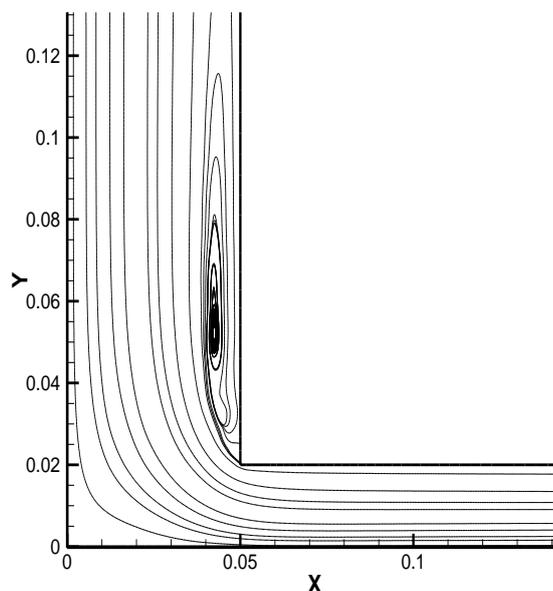


Figure 6.14 Zone de re-circulation pour une jonction droite

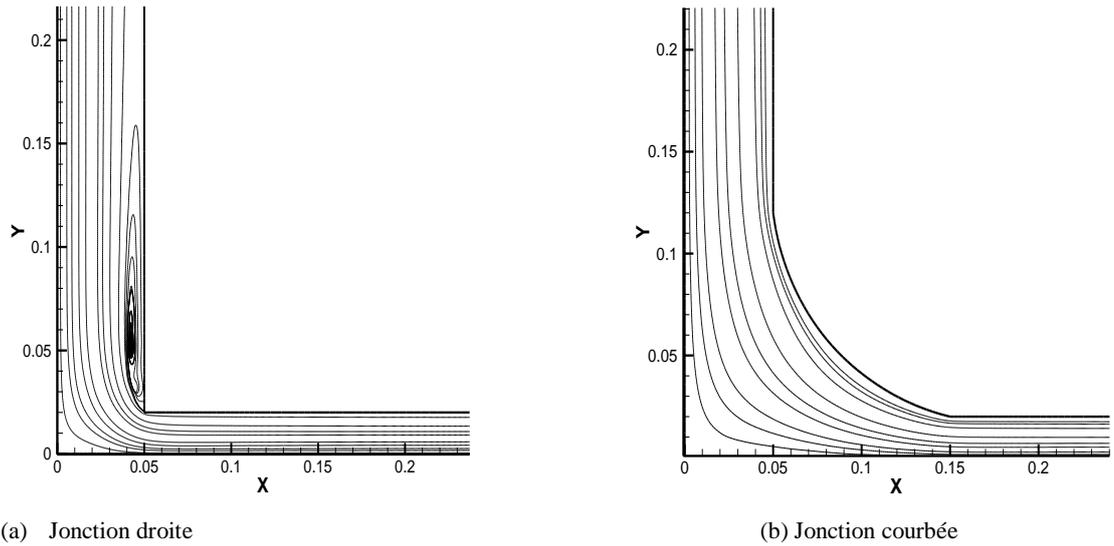


Figure 6.15 Fonction de courant dans le cas (a) Jonction droite (b) Jonction courbée pour le même nombre de Rayleigh 10^8 .

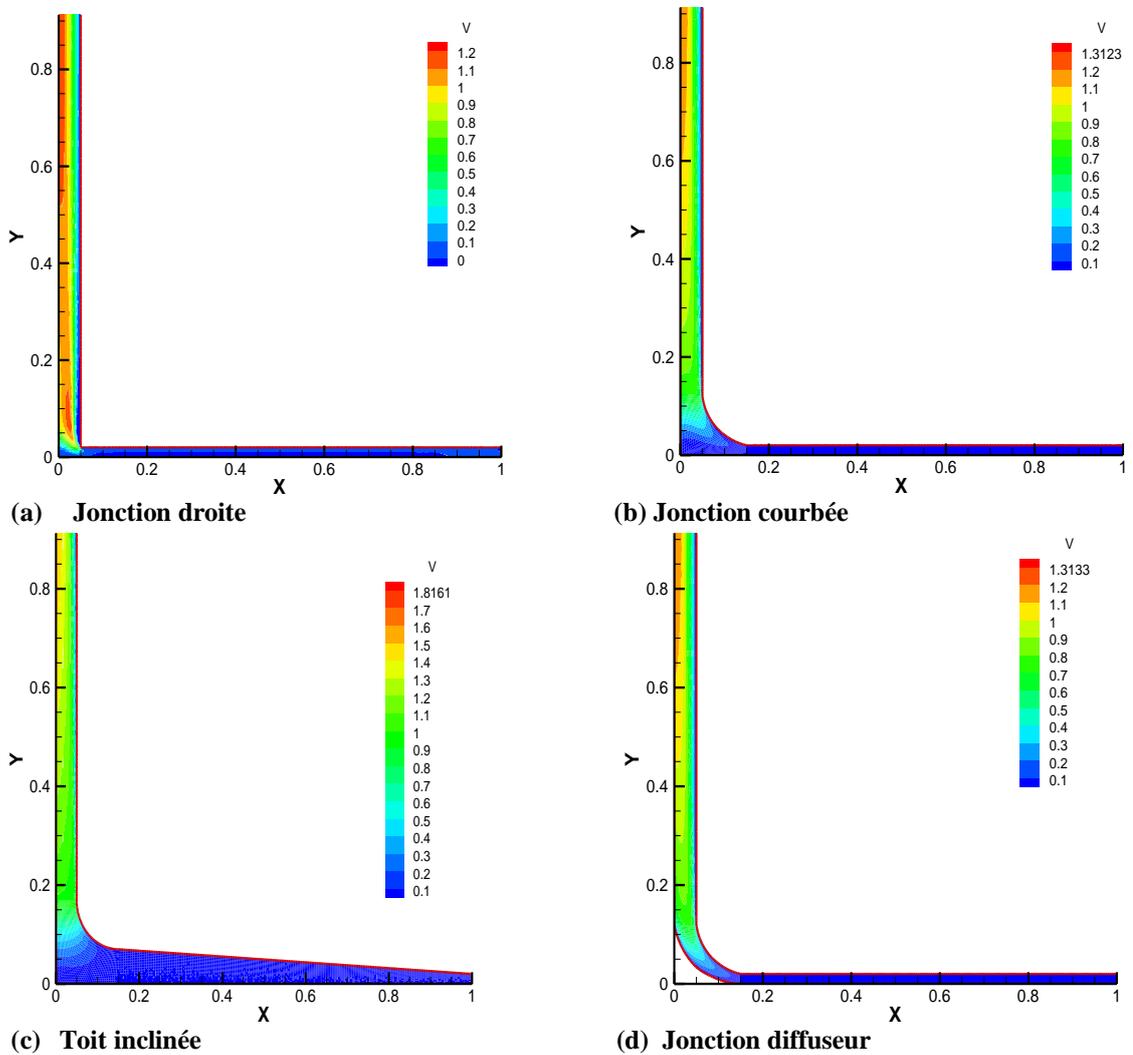


Figure 6.16 Iso-velocites pour les différentes configurations, $Ra = 10^8$.

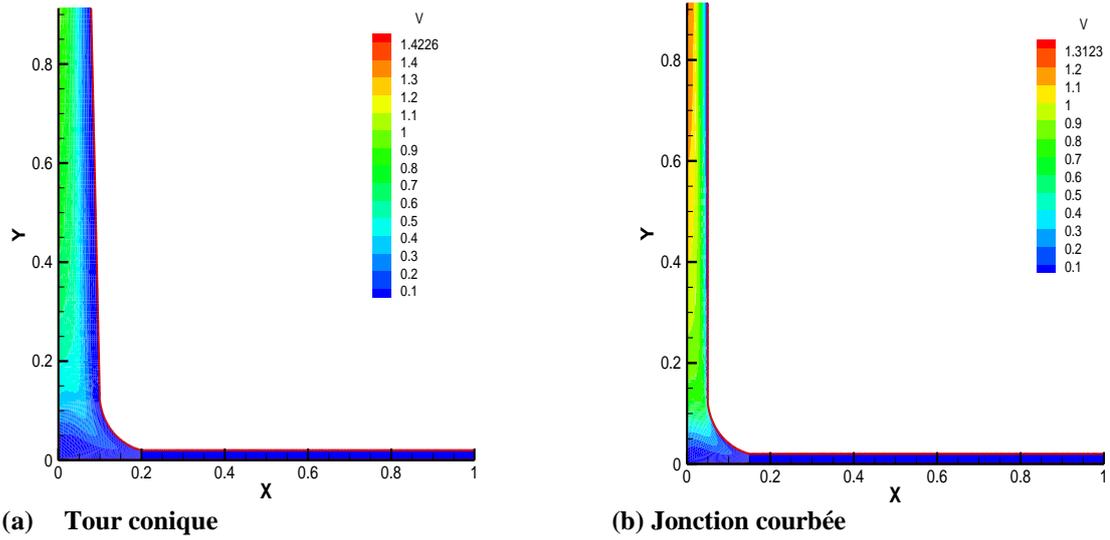


Figure 6.17 Comparaison des iso-velocités entre la configuration jonction courbée et tour conique, $Ra = 10^8$.

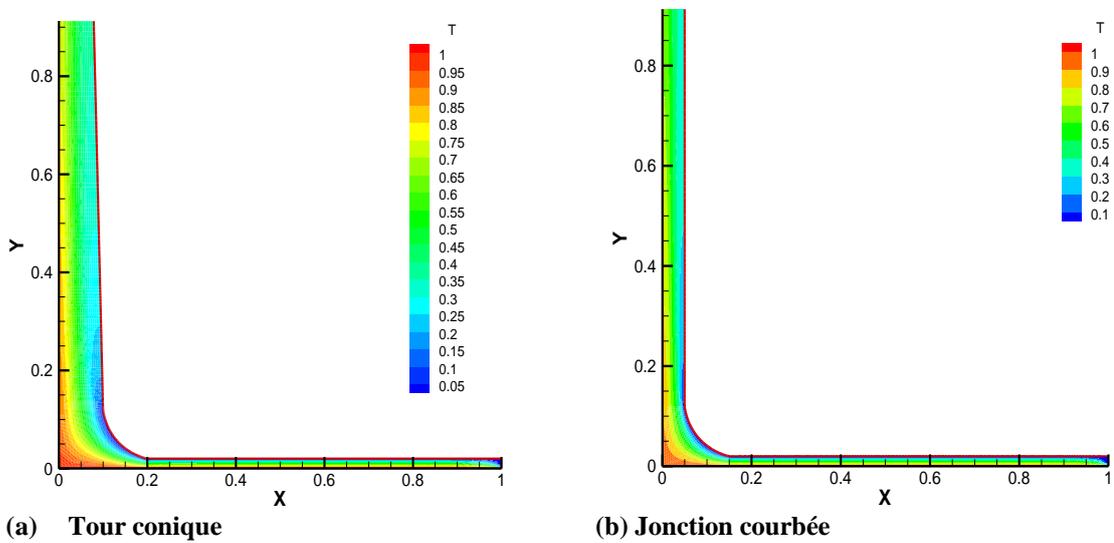


Figure 6.18 Comparaison des isothermes entre les deux configurations (a) jonction-courbée et (b) tour conique, $Ra = 10^8$.

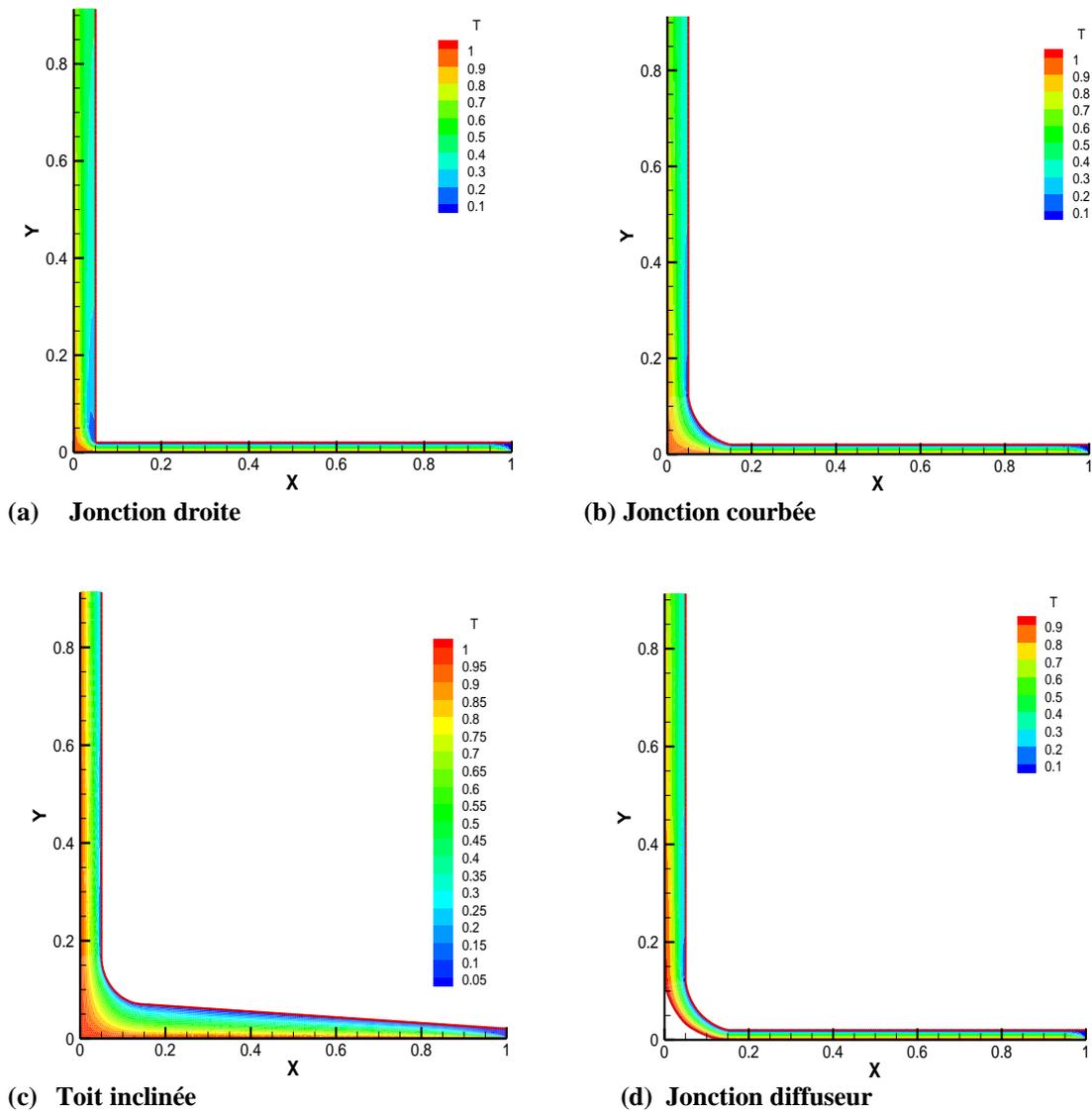


Figure 6.19 Isothermes pour les quatre configurations, $Ra = 10^8$.

La jonction de forme droite a donné de faibles écoulements, dus à l'occurrence des écoulements de re-circulation. L'utilisation d'une jonction courbée a permis des écoulements plus élevés. L'introduction d'un déflecteur n'a pas apporté des améliorations thermiques ou hydrodynamiques principales. Pour la conception de vrais systèmes, les études plus détaillées des aspects géométriques et opérationnels sont nécessaires, comportant des conditions météorologiques et l'écoulement turbulent. La méthodologie numérique présentée ici est efficace pour des analyses de telles nouvelles conditions.

Le **tableau 6.4** regroupe les cinq configurations géométriques analysées et les vitesses maximales délivrées par chaque configuration pour pouvoir comparer entre ces configurations et donc conclure sur la configuration optimale.

Tableau 6.4 Paramètres Géométriques, vitesses maximales et débit massiques pour les cas simulés

Conf. Géométrique	H_{C1}	R_{in}	R_{ex}	v_{max}	$\dot{m} \times 10^3$
<i>Jonction droite</i>	0.02	-	-	1.2226	0.263
<i>Jonction courbée</i>	0.02	0.025	-	1.3132	0.283
<i>Inclinée/courbée</i>	0.07	0.025	-	1.5367	0.331
<i>Avec Diffuseur</i>	0.02	0.025	0.05	1.3133	0.283
<i>Tour conique</i>	0.02	0.025	0.05	1.4226	0.306

Du **tableau 6.4** on note que la jonction de forme droite a donné de faibles écoulements, dus à l'occurrence des écoulements de recirculation. L'utilisation d'une jonction courbée a permis des écoulements plus élevés. L'introduction d'un diffuseur n'a pas apporté des améliorations thermiques ou hydrodynamiques principales. L'écoulement le plus élevé a été pressenti pour la configuration à toit incliné avec une jonction courbée, la tour conique développe un débit masse très proche de celui développé par un toit incliné.

L'étude faite sur la tour de forme conique a corroboré les conclusions de **Yah & al.** [24], en présentant un débit masse élevé, des vitesses et des températures plus élevées à la sortie.

La méthodologie adoptée s'est avérée efficace pour l'étude des caractéristiques localisées de l'écoulement, telles que la détection de petites re-circulations et de petits gradients de température. Quelques configurations géométriques ont produit des perturbations de l'écoulement (re-circulations), qui se sont réfléchies sur le comportement thermo-hydrodynamique.

Pour la conception de vrais systèmes, les études plus détaillées des aspects géométriques et opérationnels sont nécessaires, comportant des conditions météorologiques et l'écoulement turbulent. La méthodologie numérique présentée ici est efficace pour des analyses de telles nouvelles conditions.

6.5.2. Absorbeur à flux constant

Nous présentons, pour une condition limite thermique à flux constant, les champs de vitesse et les distributions de température pour les différentes configurations essentiellement distinctes par leurs jonctions collecteur-tour ou encore par un toit-collecteur inclinée ou une tour sous forme conique. On note d'après la **Fig. 6.120a** que la configuration à jonction droite permet l'apparition des re-circulations à la base de la tour or la courbure fait éliminer ce phénomène dissipatif (**Fig. 6.120b**).

De la **Fig. 6.21** on constate que la configuration à toit incliné produit une vitesse plus élevée parmi les cinq configurations analysées mais l'endroit où cette vitesse est cernée est au top de la tour (**Fig. 6.21c**), la tour conique (**Fig. 6.21d**) vient en deuxième position avec une vitesse proche à celle délivrée par le toit incliné.

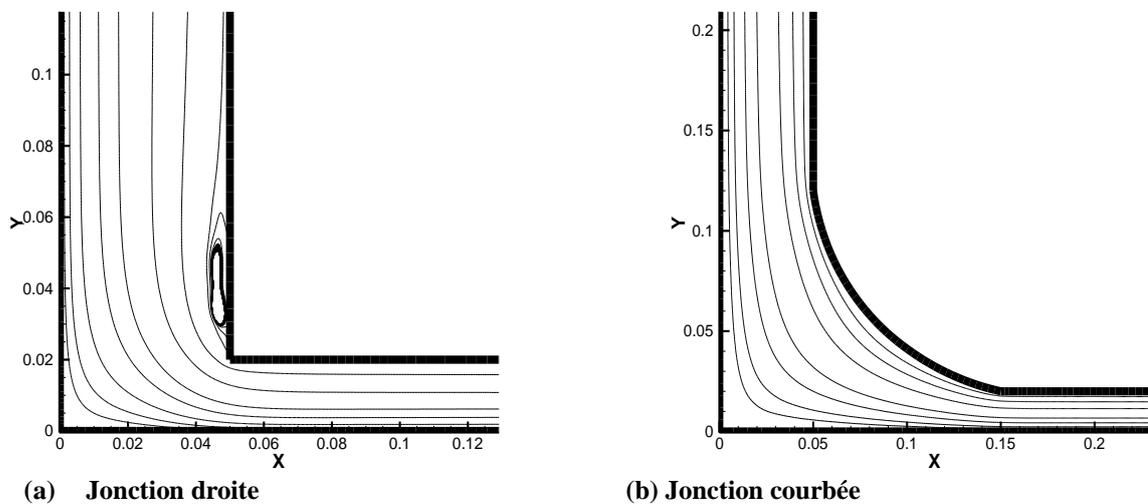


Figure 6.20 Fonction de courant dans le cas (a) Jonction droite (b) Jonction courbée pour et une condition type CLFC et le même nombre de Rayleigh 10^9 .

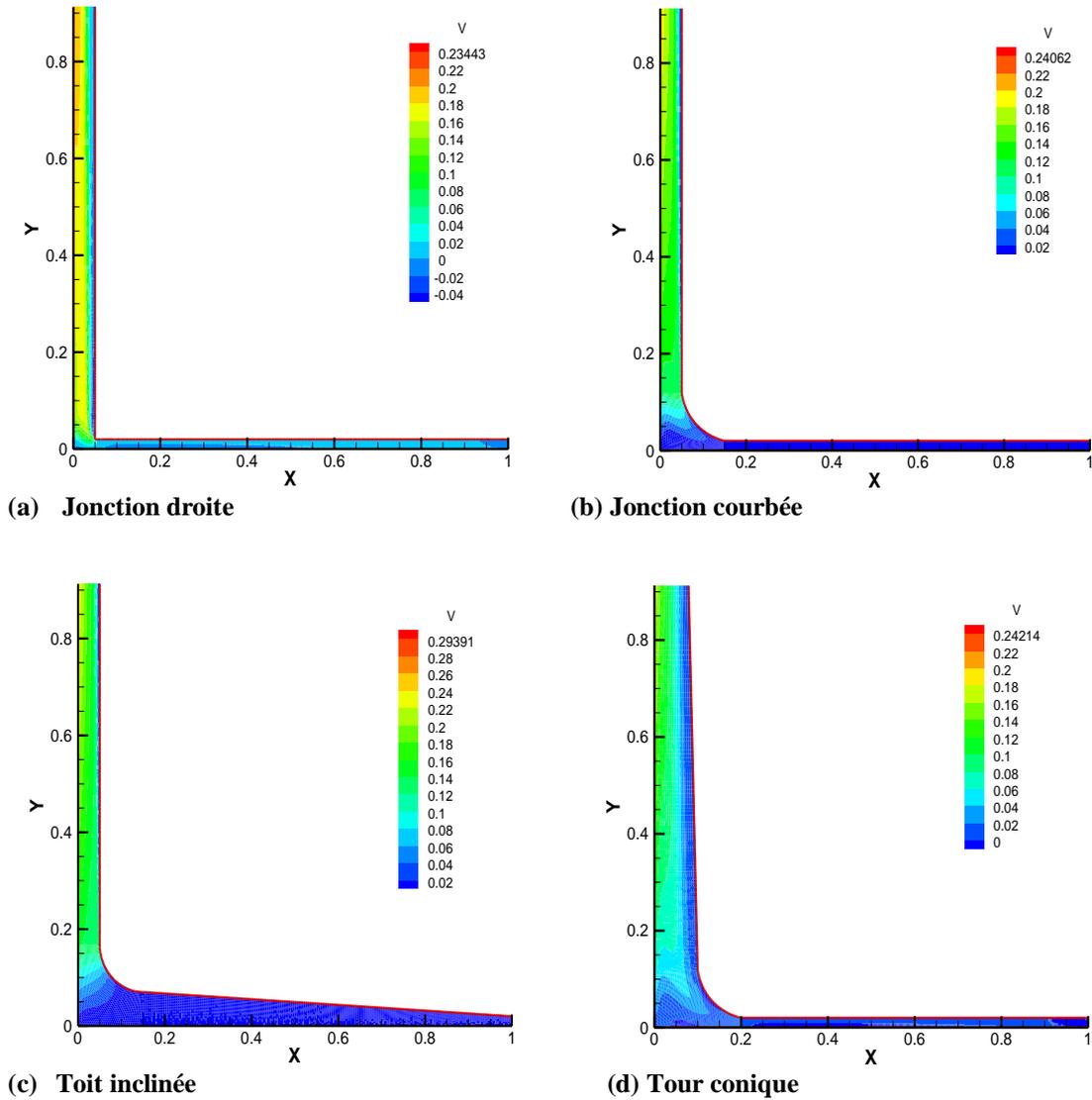


Figure 6.21 Iso-vitesses pour les différentes configurations pour une condition type CLFC, $Ra = 10^{11}$.

Du **tableau 6.5** on note que la jonction de forme droite a donné de faibles écoulements, dus à l'occurrence des écoulements de re-circulation. L'utilisation d'une jonction courbée a permis des écoulements plus élevés. L'écoulement le plus élevé a été pressenti pour la configuration à toit incliné avec une jonction courbée, en deuxième position vient la tour conique mais cette vitesse maximale est pressentie au top de la tour, conformément aux résultats de **Yan & al.** [24].

Tableau 6.5 Paramètres Géométriques, vitesses maximales et débit massiques pour les cas simulés et une condition type CLFC.

Conf. Géométrique	H_{c1}	R_{in}	R_{ex}	v_{max}	$\dot{m} \times 10^3$
<i>Jonction droite</i>	0.02	-	-	0.23443	0.0505
<i>Jonction courbée</i>	0.02	0.025	-	0.24062	0.0518
<i>Inclinée/courbée</i>	0.07	0.025	-	0.29391	0.0633
<i>Avec Diffuseur</i>	0.02	0.025	0.05	-	-
<i>Tour conique</i>	0.02	0.025	0.05	0.24214	0.0522

6.6. Génération d'entropie

Les valeurs des taux de la génération d'entropie, locales et globales avec leurs positions géométriques (Y_{cent} et X_{cent} coordonnées du nœud de centre d'un élément) et pour les différents cas analysés ont été portées dans le **tableau 6.6**. Comme le montre le tableau, la configuration à toit inclinée donne la plus importante génération d'entropie que se soit locale ou globale, en deuxième position on trouve la configuration conique

Tableau 6.6 Taux de générations d'entropie locale et globale, pour un $Ra=10^5$

Case	Y_{cent}	X_{cent}	$S_{max, Local}$	S_{Global}
<i>Jonction droite</i>	0.019	0.73597	$1.71 \cdot 10^{-5}$	0.01269
<i>Jonction courbée</i>	0.019	0.74483	$1.64 \cdot 10^{-5}$	0.01347
<i>Iclinée/courbée</i>	0.0197	0.73225	$2.34 \cdot 10^{-5}$	0.02234
<i>Avec Diffuseur</i>	0.020	0.753	$1.65 \cdot 10^{-5}$	0.01291
<i>Tour conique</i>	0.019	0.78115	$2.19 \cdot 10^{-5}$	0.01634

Ce classement peut s'expliquer par la variation des section de passage de l'écoulement et les vitesses relativement importante développées par ces même configuration et par rapport aux autres tel que la configuration à jonction droite qui présente des taux de génération d'entropie globale/locale les plus faibles.

La classification des taux de génération d'entropie suit la même classification des valeurs de la vitesse maximale c.à.d le taux le plus important de l'EG est attribué à la configuration de la vitesse la plus élevée. Les **figures 6.22** et **6.23** présentent l'évolution de

l'EG locale maximale et l'EG globale en fonction du nombre de Rayleigh **Ra**. On note que l'EG globale augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. L'EG change de manière significative en fonction du **Ra**. L'évaluation des taux de production d'entropie pour les phénomènes de convection naturelle à travers un système de cheminée solaire a été effectuée numériquement au moyen d'un programme de simulation à base d'éléments finis. L'analyse a montré le besoin d'une recherche plus détaillée de tels systèmes comme un moyen essentiel pour des définitions de bases plus précises des variétés conception.

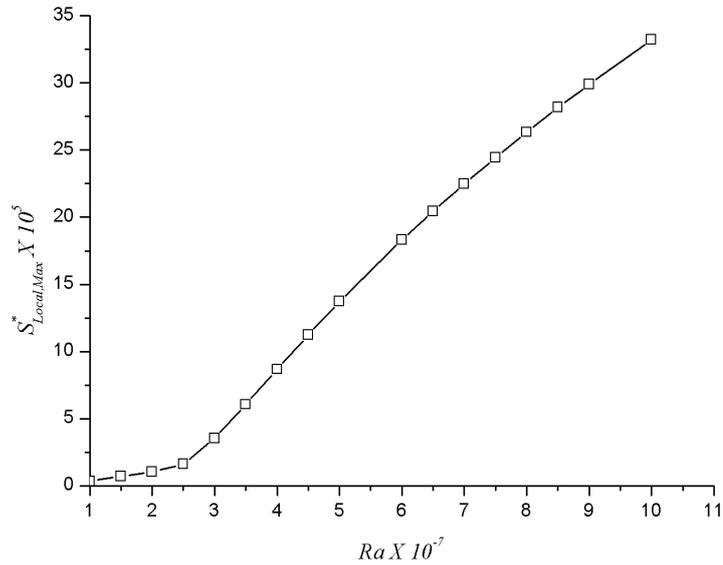


Figure 6.22 Evolution de l'entropie locale maximale versus le nombre de Rayleigh – Jonction courbée.

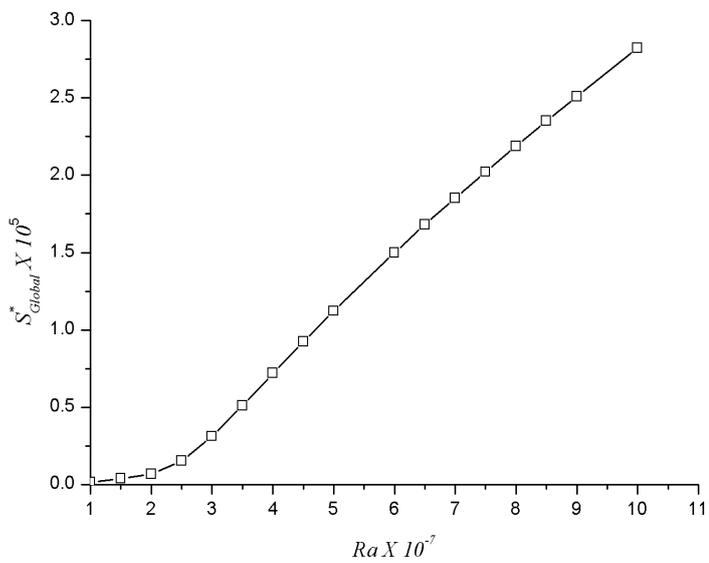


Figure 6.23 Evolution de l'entropie Globale versus le nombre de Rayleigh –Jonction courbée

CHAPITRE

7

**ETUDE
THERMOHYDRODYNAMIQUE D'UNE
CENTRALE A CHEMINEE SOLAIRE
- CAS TURBULENT -**

Chapitre

7

Etude dynamique d'une centrale à cheminée solaire – cas turbulent

7. 1. Introduction

La production de l'énergie à échelle industrielle requiert des installations de grandes dimensions. Cependant ces installations sont génératrices d'écoulement à régime turbulent. Le présent travail consiste à étudier l'écoulement d'un fluide dans une centrale à cheminée solaire en régime turbulent sous l'effet de la convection naturelle dans le cas d'un régime stationnaire.

Comme l'énergie cinétique est le fruit d'une telle installation on s'intéresse alors à son évolution par l'intermédiaire de l'évolution du débit massique et de la vitesse dans les différents compartiments d'une installation CCS.

Le but de cette étude est de situer la région dans laquelle les vitesses atteignent leurs valeurs maximales permettant ainsi une localisation adéquate des turbines et étendre les conclusions faites sur le cas laminaire.

7. 2. Modèles Mathématiques

Le modèle de turbulence adopté pour la fermeture des équations de l'écoulement moyen est le modèle κ - ϵ , largement utilisé dans la CFD. Ce modèle est obtenu à partir de la modélisation des contraintes de Reynolds figurant dans les équations de Reynolds moyennées [85].

Les équations de Reynolds moyennées ont été obtenues par l'intégration temporellement moyennée des fluctuations turbulentes à hautes fréquences à partir des équations de **Navier-Stokes** [149,150].

Les équations décrivant l'écoulement moyen sont alors.

a. Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7.1)$$

b. Équation de quantité de mouvement suivant $-x$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + v_t) \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (7.2)$$

c. Équation de quantité de mouvement suivant $-y$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + v_t) \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + g\beta(T - T_0) \quad (7.3)$$

d. Équation de conservation d'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (7.4)$$

La résolution des équations précédentes nécessite la détermination de la viscosité turbulente (μ_t). Pour ce faire, nous avons utilisé le modèle κ - ϵ . Ce modèle, de plusieurs versions, s'intéresse essentiellement à l'**écoulement moyen** et par conséquence à l'**énergie cinétique** mise en jeu. Pour les calculs, le modèle standard de **Launder et Spalding** [151] avec des fonctions de paroi a été retenu. Dans ce modèle, la viscosité turbulente est évaluée à partir de l'énergie cinétique turbulente κ et de sa dissipation ϵ .

$$v_t = c_\mu f_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (7.5)$$

Des équations de transport pour les variables turbulentes supplémentaires sont donc nécessaires pour fermer les équations de l'écoulement moyen et pour permettre le calcul de la *viscosité turbulente*,

e. Équation d'énergie cinétique turbulente (κ):

$$u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + v \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] + P_\kappa + G_\kappa - \rho \epsilon + D \quad (7.6)$$

f. Équation de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (ε):

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + (c_{\varepsilon 1} f_1 (P_\kappa + c_{\varepsilon 3} G_\kappa) - \rho c_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{\kappa} + E \quad (7.7)$$

avec

σ_ε : le nombre de Prandtl pour ε .

σ_κ : le nombre de Prandtl pour κ .

P_κ représente le terme source de l'énergie cinétique turbulente, défini par :

$$P_\kappa = \nu_t \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (7.7a)$$

G_κ représente la production d'énergie cinétique turbulente causée par les effets de la poussée d'Archimède, donnée par

$$G_\kappa = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} g \beta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (7.7b)$$

Remarquons que plusieurs versions du modèle κ - ε , tels que les modèles à nombre de Reynolds faible [152], peuvent être obtenues selon les expressions des deux termes D & E .

Nous présentons trois versions du modèle κ - ε avec leurs constantes empiriques utilisées.

(i) Modèle κ - ε standard avec la fonction de paroi [151].

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92,$$

$$\sigma_T = 1.00, \quad \sigma_\kappa = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.30,$$

$$f_\mu = f_1 = f_2 = 1.0, \quad D = E = 0;$$

La fonction de paroi au premier nœud intérieur :

$$\kappa = u_t^2 / \sqrt{(c_\mu)}, \quad \varepsilon = \rho u_t^4 / 0.41 \mu y^+.$$

(ii) Modèle à nombre de Reynolds faible de **Chien** [153]

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.35, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.8,$$

$$\sigma_T = 1.00, \quad \sigma_\kappa = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3,$$

$$f_\mu = 1 - \exp(-0.0115y^+), \quad f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1 - \frac{2}{9} \exp\left(-\left(R_{e_t}/6\right)^2\right)$$

$$D = -2\mu \frac{\kappa}{y_n^2}, \quad E = -\frac{2\mu\varepsilon}{y_n^2} \exp(-0.5y^+)$$

à la paroi ; $\kappa = \varepsilon = 0$

(iii) Modèle à nombre de Reynolds faible de **Jones & Launder** [154]

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92,$$

$$\sigma_T = 0.90, \quad \sigma_k = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.30,$$

$$f_\mu = \exp\left(\frac{-2.5}{1 + Re_t/50}\right), \quad f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$$

$$D = -2\nu \left[\left(\frac{\partial \sqrt{\kappa}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sqrt{\kappa}}{\partial y}\right)^2 \right], \quad E = -2\nu \frac{\nu_t}{\rho} \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 \right]$$

à la paroi ; $\kappa = \varepsilon = 0$

7.3. Conditions aux limites - Modèle κ - ε standards

Le problème physique en question ainsi que ses conditions aux limites sont montrées dans la **Fig. 7.1**. Puisque l'écoulement est produit par les forces de flottabilités alors l'air entre dans le collecteur avec une vitesse axiale nulle, et une vitesse radiale à calculer en utilisant un bilan de masse à chaque itération, jusqu'à la convergence des résultats.

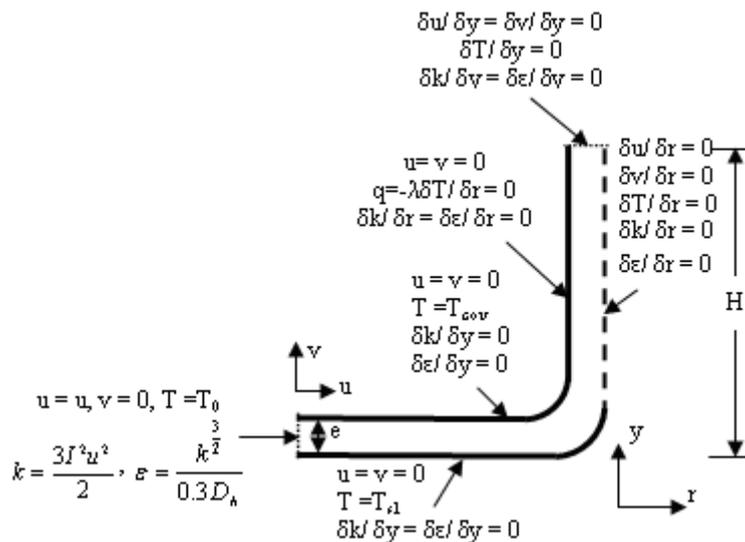


Figure 7.1 Domaine d'étude et conditions aux limites.

À la sortie de la tour, on assume que l'écoulement est entièrement développé. Au centre du dispositif, des conditions d'axi-symétrie ont été adoptées. Au niveau des parois, le non glissement et les parois imperméables ont été considérés. Ces conditions

ont été appliquées à la couverture, à la jonction, aux parois de la tour, et à la surface du sol. Cependant, l'air entre dans le collecteur à la température ambiante. Les parois de la tour et de la région de la jonction sont supposées adiabatiques.

La température du toit transparent du collecteur est déterminée par un bilan énergétique entre le flux d'air dans la CCS et le milieu extérieur ambiant. La **Fig. 7.2** montre les échanges thermiques correspondant. Le toit transmet la chaleur par convection à l'air en écoulement et par rayonnement au sol (q''_{rad1}). De même qu'il échange de la chaleur avec l'air ambiant par convection (q''_{conv2}) et par rayonnement (q''_{rad2}). La température du sol est déterminée par l'application de l'équation de conduction monodimensionnelle en le considérant comme un milieu semi- infini. Le flux net absorbé (q''_{cond}) est obtenu en écrivant un bilan thermique au niveau de la surface.

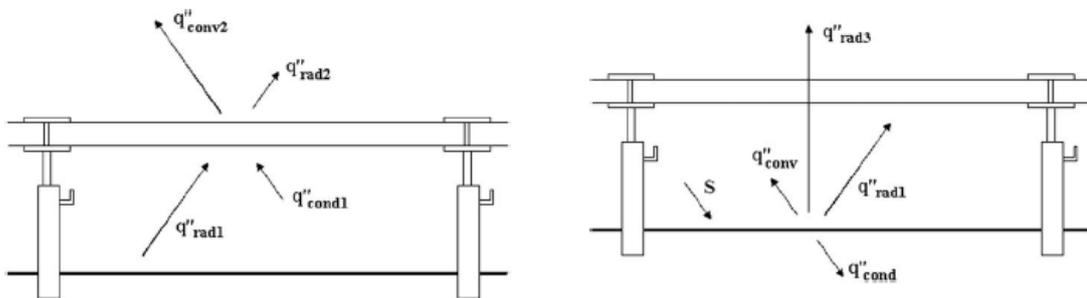


Figure 7.2 Bilan de flux de chaleur sur le toit et le sol.

Le modèle de turbulence adopté considère que, aux niveaux des parois, les variations des variables turbulentes dans la direction transversale à l'écoulement principal sont nulles. Pour l'admission de dispositif, les valeurs des variables turbulentes sont données en termes d'intensité turbulente (**I**) selon **AEA** [155], les valeurs de l'intensité turbulente dans les écoulements turbulents varient entre **1%** et **5%**. La valeur de **3.7%**, qui représente une estimation assez valide dans le manque de données expérimentales a été adoptée.

7.4. Etude hydrodynamique d'une CCS en régime Turbulent.

Les équations de transports régissant l'écoulement turbulent en utilisant le modèle $\kappa\text{-}\epsilon$ standard de **Lauder et Spalding** [151] peuvent être écrites sous la forme condensée donnée par l'équation suivante

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho ru\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (7.16)$$

Le **tableau 7.1** donne les expressions des variables ϕ, Γ^ϕ et S^ϕ relatives à chaque équation de bilan de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie).

Il est à noter que ces équations ont été données sous une forme dimensionnelle dans le but de comparaison des résultats obtenus à ceux issus de la littérature [59].

Tableau 7.1 Expressions des variables, ϕ, Γ^ϕ et S^ϕ .

Equation	ϕ	Γ^ϕ	Terme source S^ϕ
continuité	1	0	0
quantité de mouvement suivant - r	u	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2(\mu + \mu_t)u_1}{r^2}$
quantité de mouvement suivant - y	v	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial y} - \rho_0 g \beta (T - T_0)$
d'énergie	T	$\frac{\lambda + \lambda_t}{C_p}$	0
d'énergie cinétique turbulente	κ	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$	$P_\kappa + G_\kappa - \rho \varepsilon$
Taux d'énergie de dissipation	ε	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$\frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_\kappa + C_{\varepsilon 3} G_\kappa) - \left(C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \right)$

7.4.1 Procédure numérique

Les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible présentent deux difficultés majeures. Premièrement, elles sont quasi-non linéaires et ensuite elles sont faiblement couplées. La non-linéarité est contournée par un calcul itératif. Le problème du couplage se manifeste par l'apparition des variables vitesse et pression dans les trois équations de quantité de mouvement. Malheureusement, on ne dispose d'aucune équation de transport pour cette variable qu'est la pression. Pour remédier à ce problème l'algorithme le plus universel et le plus utilisé est sans doute l'algorithme **SIMPLE** de **Patankar & Spalding** [156]. La marche à suivre consiste à considérer un champ initial de pression qu'on injecte dans les équations de quantité de mouvement. On résout le système pour trouver un champ de vitesse intermédiaire (qui n'est pas juste puisque la pression ne l'est pas). L'équation de continuité est transformée pour devenir une

équation de correction de pression. Elle est résolue pour trouver une correction de pression qui permettra de réinjecter une nouvelle pression dans les équations de quantité de mouvement. Le cycle est répété autant de fois que nécessaire jusqu'à l'obtention d'une correction de pression nulle, signe de la convergence de l'algorithme.

L'autre problème majeur rencontré lors de cette démarche est celui connu sous le nom du problème du damier (**Checker-board**) [84,85]. Le fait de remplacer la pression sur les facettes des volumes de contrôle par une interpolation linéaire de sa valeur aux centres des volumes de contrôle voisins fait que la pression n'est prise en considération que dans un point sur deux. Le risque vient du fait qu'un champ de pression très perturbé ne peut pas être capté par cette formulation. Pour contourner ce problème, des grilles de calculs dites décalées sont proposées et adoptées par **Harlow & Welch** [157]. Dans cette technique, une première grille pour la pression (et les autres quantités scalaire) est placée au centre du volume de contrôle. Alors que d'autres grilles décalées sont adoptées pour les trois composantes de la vitesse.

Cette technique introduit des complications d'implémentation surtout pour les géométries complexes, le calcul en **3D** et pour le traitement des conditions aux limites aussi bien que pour l'implémentation des schémas d'ordre élevé et des nouvelles techniques telles que les techniques **Multigrids** qui sont très efficaces dans la réduction du temps de calcul pour les maillages raffinés [158,159].

Pour ces raisons, nous avons opté pour un autre arrangement dit arrangement non décalé ou co-localisé qui, en 1982, a été proposé par deux jeunes chercheurs, **Rhie & Chow** [160]. Une variante assez astucieuse pour contourner le problème tout en utilisant une seule grille de calcul. Bien que l'approche proposée soit très efficace, son succès a été retardé d'une dizaine d'année. Actuellement, quasiment tous les codes CFD commerciaux et même beaucoup de codes de recherche récents adoptent cette technique qui simplifie énormément l'écriture et aussi l'implémentation des conditions aux limites surtout pour les grilles de calcul non structurées [161].

La résolution du système d'équations est effectuée par la méthode **SIP** (SIP : Strongly Implicit Procedure) de **Stone** [162].

7.4.1.1. Equations de mouvement en coordonnées curvilignes

Le calcul numérique est basé sur la discrétisation en coordonnées généralisées des équations de transport par la méthode des volumes finis (FVM) sur un maillage structuré en 2-D. Cette méthodologie permet d'étudier les différentes géométries ainsi que les différentes formes de conditions aux limites [163-165], puisque la solution sera obtenue dans ce qu'on appelle le plan de calcul qui est fixe, indépendamment de la géométrie du système réel. Cette méthode comporte deux algorithmes principaux à savoir: un algorithme pour la génération des coordonnées du système (génération de maillage), et l'autre pour la solution des équations régissant dans le nouveau système de coordonnées [163-165].

Les coordonnées curvilignes d'un point sont reliées au système de coordonnées cylindriques par le biais de deux transformations (**Fig. 7.3**):

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(r, y) \\ \eta &= \eta(r, y) \end{aligned} \tag{7.17}$$

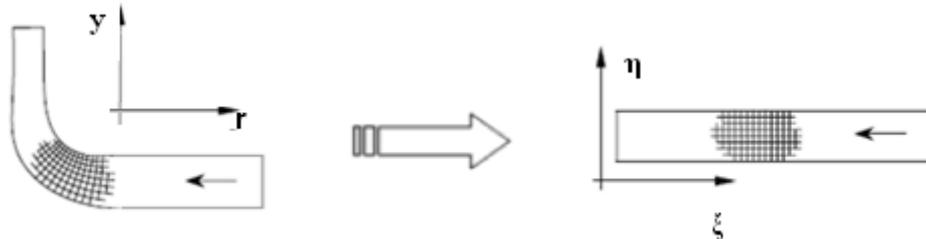


Figure 7.3 Transformation du plan physique (r, z) au plan de calcul (xi, eta)

L'équation génératrice (7.16) s'écrit en coordonnées généralisées comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r \phi U_1)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r \phi U_2)}{\partial \eta} = & -P\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Gamma \phi J r \left(\alpha \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Gamma \phi J r \left(\gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right) + S\phi \end{aligned} \tag{7.18}$$

Le **tableau 7.2** donne les expressions des termes sources et de la diffusivité des équations généralisées.

Tableau 7.2 Expressions de ϕ , Γ^ϕ , P^ϕ et S^ϕ dans l'équation de transport (7.18).

Equation de	ϕ	Γ^ϕ	P^ϕ	S^ϕ
Continuité	1	0	0	0
Quantité de mouvement suivant $-\xi$	u	$\mu + \mu_t$	$\left(r_\eta \frac{\partial P}{\partial \xi} - r_\xi \frac{\partial P}{\partial \eta} \right)$	$-\frac{2(\mu + \mu_t)u_1}{Jr^2}$
Quantité de mouvement suivant $-\eta$	v	$\mu + \mu_t$	$\left(z_\xi \frac{\partial P}{\partial \xi} - z_\eta \frac{\partial P}{\partial \eta} \right)$	$-\frac{\rho g}{J}$
Energie	T	$\frac{\lambda + \lambda_t}{c_p}$	0	0
Energie cinétique turbulente k	k	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	0	$\frac{Pk + G_k - \rho \varepsilon}{J}$
Dissipation	ε	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	0	$\frac{\varepsilon}{k} (C\varepsilon_1 Pk + C\varepsilon_3 G_k) - (C\varepsilon_2 \rho \frac{\varepsilon}{k})$

Tel que [166, 167]:

- J représente le Jacobéen de transformation, donné par :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial r} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{vmatrix} = \xi_r \eta_y - \eta_r \xi_y = (r_\xi y_\eta - r_\eta y_\xi)^{-1} \quad (7.18a)$$

- α , β , et γ représentent les composantes du tenseur métrique g_{ij} , donnés par :

$$\alpha = \left(\frac{\partial r}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 = r_\eta^2 + y_\eta^2 \quad (7.18b)$$

$$\gamma = r_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (7.18c)$$

$$\beta = r_\xi r_\eta + y_\xi y_\eta \quad (7.18d)$$

- U et V représentent les composantes covariantes de la vitesse et sont données par :

$$U = uy_\eta - vr_\eta \quad (7.18e)$$

$$V = ur_\xi - vy_\xi$$

7.4.1.2. Génération du maillage

Le maillage en 2D adopté est structuré, monobloc et curvilignes de type **Body-Fitted** [159,168]. La dépendance de maillage a été étudiée en utilisant différents nombres de mailles avant de se fixer sur un maillage de **32 x 376** mailles (Fig. 7.4).

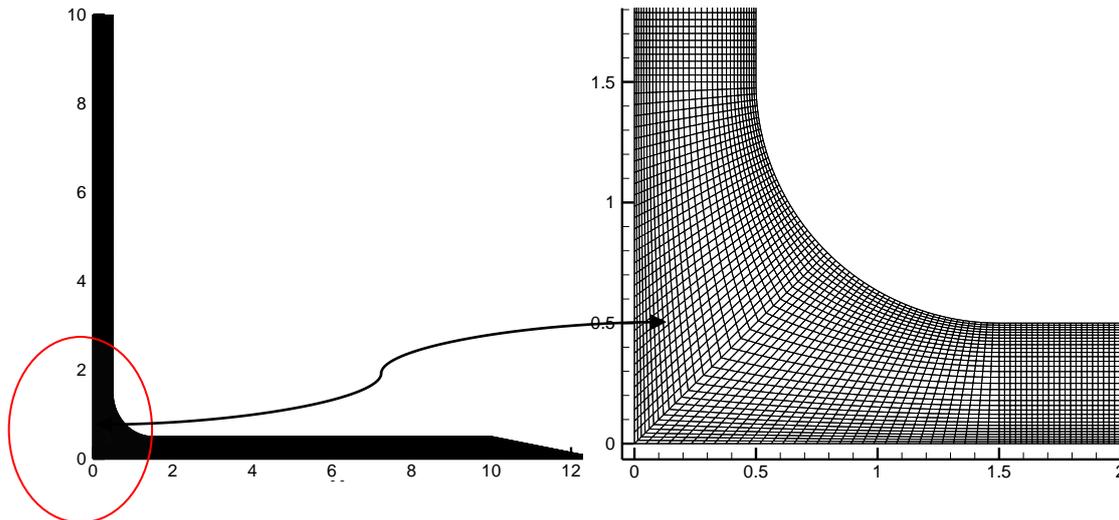


Figure 7.4 Génération de maillage (32 x 376 mailles).

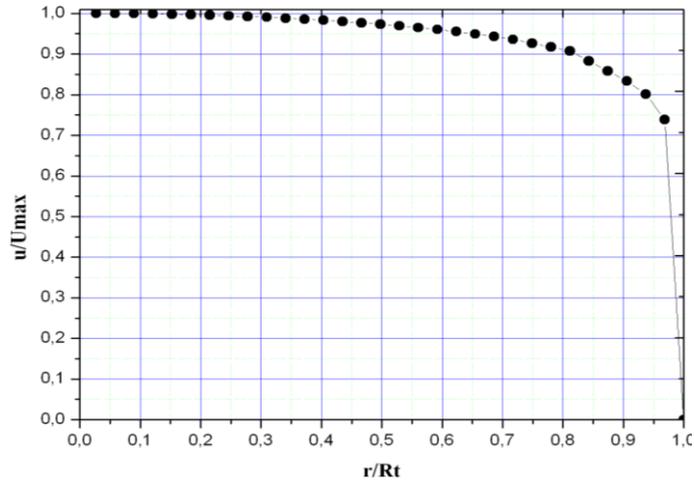
7.4.2. Implémentation de l'algorithme de calcul

Le code **CAFFA** (**CAFFA** : Computer-Aided Fluid Flow Analysis) de **Peric** [163,169] nous a servi de noyau dans l'implémentation de notre algorithme de calcul. Ce code, basé sur la méthodologie décrite dans le chapitre 8 de l'ouvrage de **Freezeger** et **Peric** [163] comporte trois parties : un mailleur, un solveur et un Post Processing.

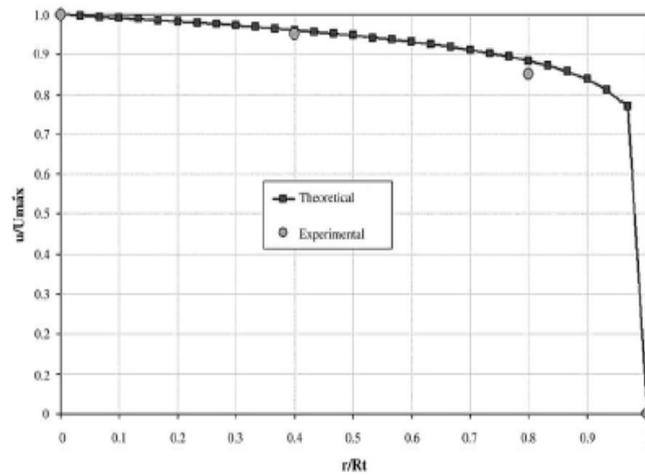
7.5. Validation des résultats numériques

La **Fig. 7.5** présente le profil de vitesse pour une section transversale de la tour. Pour **Maia & al.** [59], de petites différences entre les valeurs numériques et expérimentales ont été remarquées (**Fig. 7.5b**). Ces différences peuvent être justifiées par les erreurs numériques et/ou par les incertitudes expérimentales. Néanmoins, les différences maximales (autour de **2%**) sont au-dessous de la valeur potentielle d'erreur des anémomètres utilisés. Il est à note que les mesures expérimentales ont été prises pour trois positions distinctes de r/R_t .

La **Fig. 7.6** présente les résultats de comparaison de la présente étude avec ceux de **Maia & al.** [59]. Ces résultats sont relatifs au profil de vitesse, déterminé expérimentalement et numériquement, pour une section transversale de la tour-cheminée.



(a)



(b)

Figure 7.5 Profil de la vitesse dans une section transversale de la tour. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59].

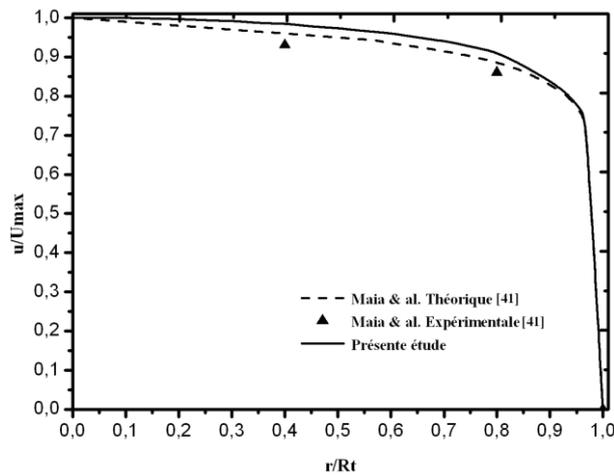


Figure 7.6 Profil de la vitesse dans une section transversale de la tour. Comparaison de résultats.

Chapitre 7 Etude dynamique d'une centrale cheminée solaire – cas turbulent

Les **tableaux 7.3** et **7.4** montrent respectivement, la comparaison des valeurs de la vitesse d'écoulement d'air dans la tour- cheminée, pour différentes positions, r/Rt , de la tour- cheminée, ainsi que les erreurs relatives de comparaison entre les résultats en %. Le faible écart (< 3%) entre les valeurs obtenues par la présente étude et celles issues de la simulation de **Maia et al.** [59] atteste une bonne concordance entre les deux simulations.

Tableaux 7.3 Valeurs de la vitesse pour différentes positions, r/Rt , de la tour- cheminée.

Position	Valeurs expérimentales	Résultats de Maia & al. [59]	Présente étude
0.2	-	0.978	0.997
0.3	-	0.970	0.992
0.4	0.940	0.960	0.983
0.8	0.860	0.883	0.905
0.9	-	0.820	0.84

Tableaux7.4 Erreurs relatives de comparaison entre les résultats en %.

Position	Expérimentales/Maia & al.	Présente étude/ Expérimentales	Présente étude /Maia & al.
0.2	-	-	1.91 %
0.3	-	-	2.22 %
0.4	2.08 %	4.37 %	2.34 %
0.8	2.60 %	5.49 %	2.43 %
0.9	-	-	2.38 %

7.6. Résultats et interprétation

Un zoom effectué sur la région dans laquelle les variations de vitesses sont significatives (**Fig. 7.7**), à savoir la sortie du collecteur et l'entrée de la cheminée, nous permet de constater la répartition des contours de vitesse.

De la **Fig. 7.7** nous notons que les vitesses atteignent leur maximum à l'entrée de la tour pour une hauteur située entre **2 et 3 m** par rapport au sol, c.à.d. de **20 à 30 %** de la hauteur du système.

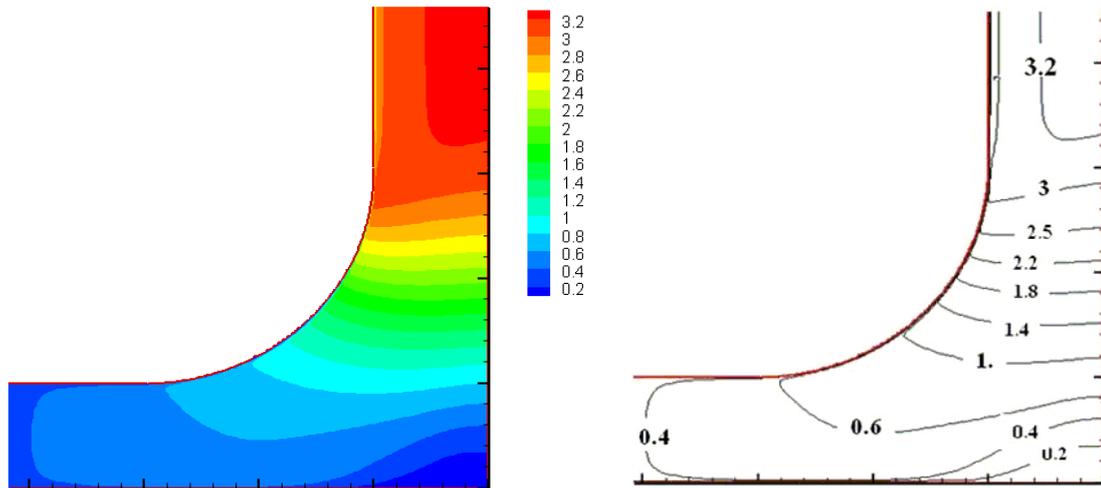


Figure 7.7 Iso- vitesses à travers le système

7.6.1. Evolution de la vitesse et de la température le long du collecteur

Pour avoir une meilleure approche sur la variation de la vitesse le long du collecteur, nous avons tracé le profil de la vitesse à une hauteur de **0.25 m** du sol (Fig. 7.8). On observe que la vitesse relativement élevée à l'entrée du collecteur décroît en allant vers le centre du système jusqu'à une valeur minimale de l'ordre de **0.1 m/s** avant de recommencer à croître pour atteindre son deuxième maximum. Cela s'explique par la variation de section de passage de l'écoulement venant du milieu ambiant, en entrant dans le collecteur puis en s'écoulant le long du collecteur vers son centre.

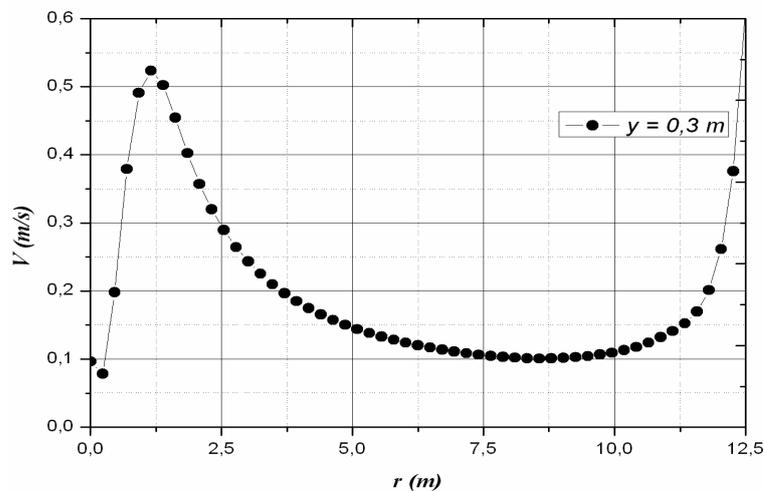


Figure 7.8 Evolution de la vitesse le long du collecteur, à $y = 0.03$ m.

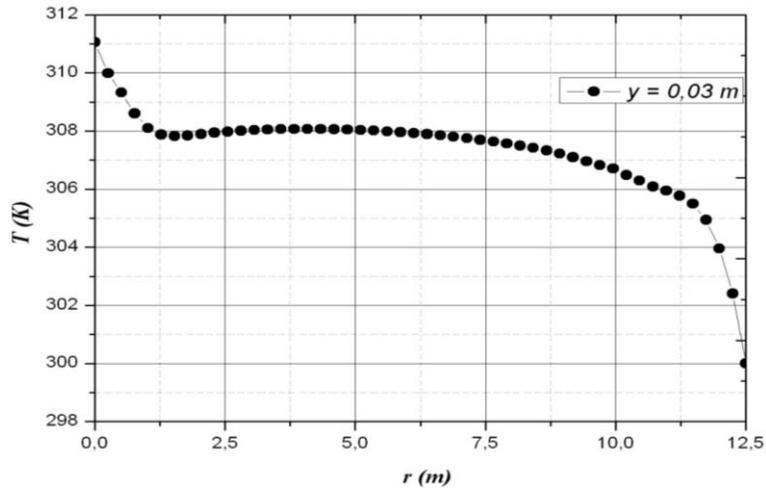


Figure 7.9 Évolution de la température le long du collecteur à une hauteur de 0.03 m du sol.

La Fig. 7.9 montre l'évolution de la température de l'air le long du collecteur. Cette température augmente en allant vers le centre de la cheminée solaire. Ceci est dû aux échanges thermiques entre le sol et l'air en écoulement.

7.6.2. Evolution de la vitesse et de la température dans la tour

La Fig. 7.10 montre le profil de la vitesse le long de la tour (sur son axe) afin de localiser la région où les vitesses sont maximales c'est-à-dire l'endroit adéquat pour l'emplacement des turbines. Un suivi de l'évolution de la vitesse montre que celle-ci atteint son maximum à environ de 2 m du sol. Cependant, elle reste relativement constante au-delà de 6 m de hauteur jusqu'à la sortie.

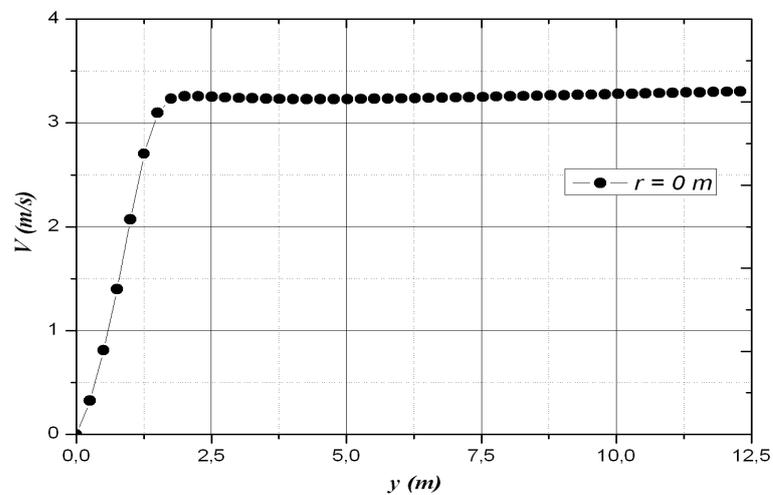


Figure 7.10 Évolution de la vitesse le long de la tour, sur son axe.

La **Fig. 7.11** montre l'évolution de la température le long de l'axe de la tour. Au-delà d'une certaine hauteur ($y = 5 \text{ m}$) la température demeure inchangée. Cela peut s'expliquer par la condition thermique sur les parois de la tour supposées adiabatiques.

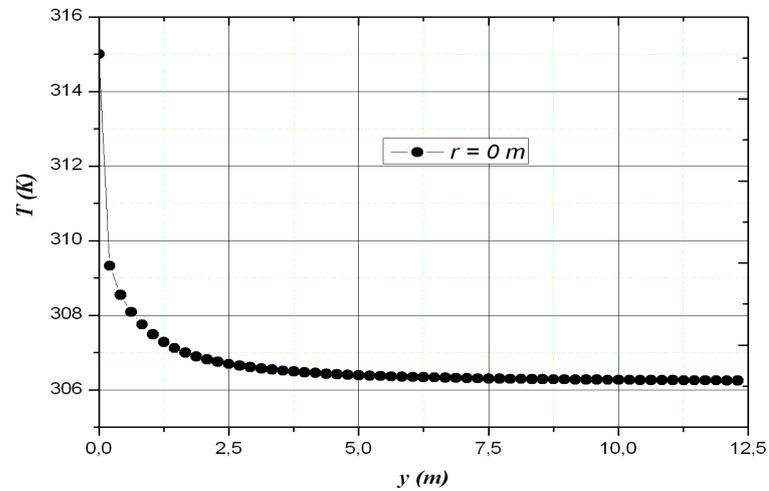


Figure 7.11 Évolution de la température le long de la tour, sur son axe.

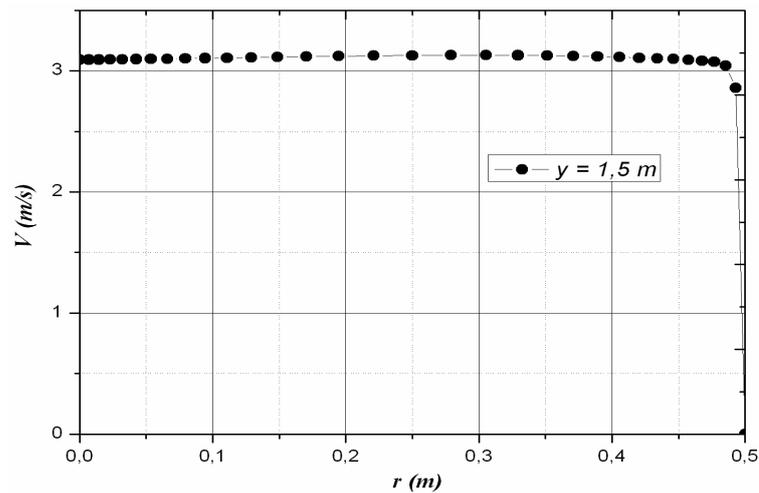


Figure 7.12 Profil de vitesse à une section transversale de la tour, $y = 1.5 \text{ m}$.

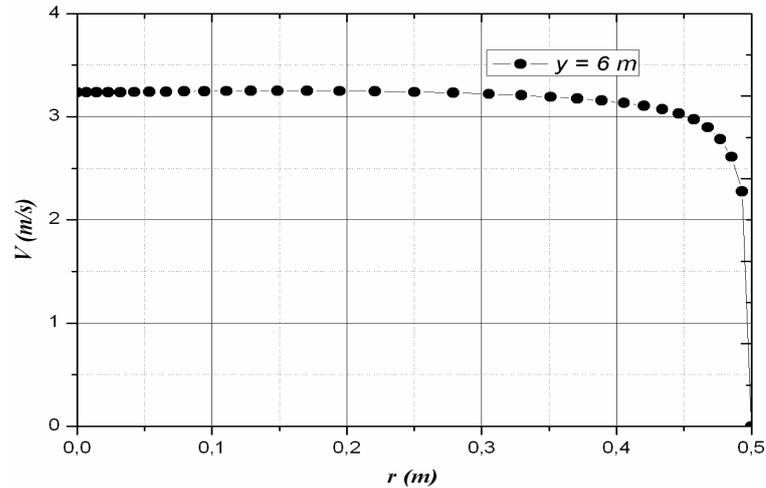


Figure 7.13 Profil de vitesse à une section transversale de la tour, $y = 6$ m.

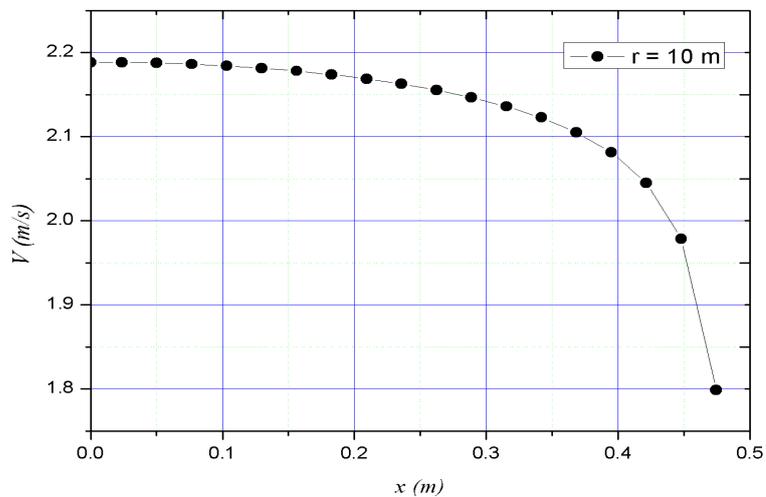


Figure 7.14 Profil de vitesse à une section transversale, à la sortie de la tour, $y = 10$ m.

Les figures 7.12, 7.13 et 7.14 montrent les profils de vitesse en trois sections différentes de la tour. La Fig. 7.12, loin des extrémités de la tour, montre un profil semblable à celui d'un écoulement turbulent dans une conduite cylindrique. Cependant, les deux autres figures 7.13 et 7.14 montrent des déformations qui sont dues sans doute à la position tout proche, respectivement, à l'entrée et à la sortie de la tour.

7.6.3. Effet du diamètre du collecteur sur le débit massique

La Fig. 7.15 montre l'évolution du débit massique de l'air en fonction du rayon du collecteur. Cette courbe montre que le débit massique de l'air s'accroît avec l'accroissement du rayon du collecteur jusqu'à une certaine valeur pour connaître une

stabilisation. Cela peut s'expliquer par le faite que l'augmentation du rayon du collecteur fait augmenter le gradient de température et par conséquence augmenter les forces de flottabilité.

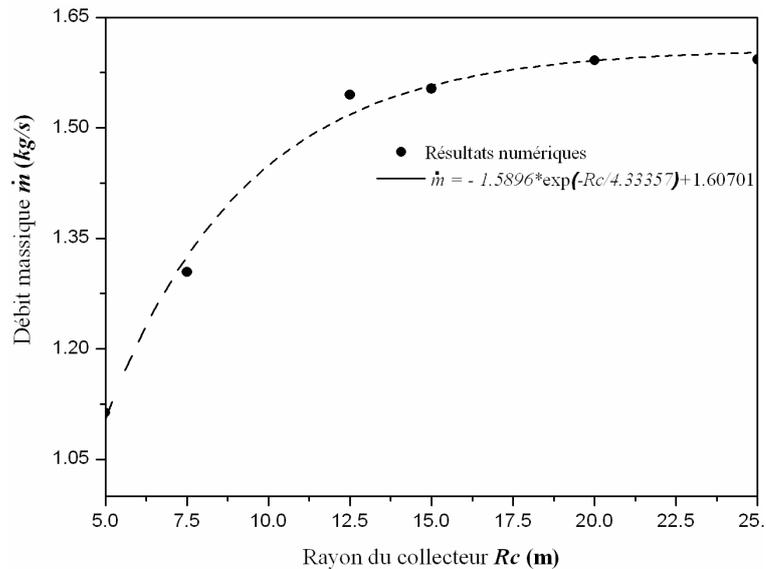


Figure 7.15 Evolution du débit massique en fonction du rayon du collecteur, $\Delta T = 10C^\circ$.

Cette stabilisation dans la valeur du débit massique malgré l'augmentation du rayon du collecteur peut s'expliquer par l'effet inverse de l'augmentation de la surface chauffée. Car cette augmentation fait amplifier les pertes thermiques et donc le système tend vers un équilibre thermique.

7.6.4. Effet du diamètre de la tour sur le débit massique

La **Fig.7.16** montre l'évolution du débit massique de l'air en fonction du rayon de la tour **Rt**. On note que le débit massique produit par le système augmente continuellement avec l'augmentation de la hauteur de la tour. Cela peut s'expliquer par le faite que les dimensions de la tour favorisent les forces de flottabilités, origine du mouvement, par rapport aux forces de frottements vu le rapport de la surface de contact du fluide en mouvement avec les parois de la conduite (la tour) et le volume du fluide contenu dans cette même conduite.

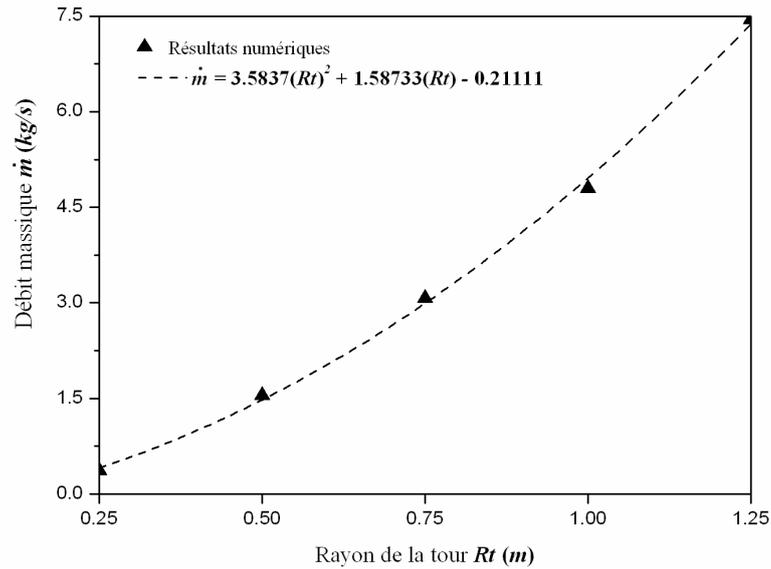


Figure 7.16 Evolution du débit massique en fonction du rayon de la tour, $\Delta T = 10C^\circ$.

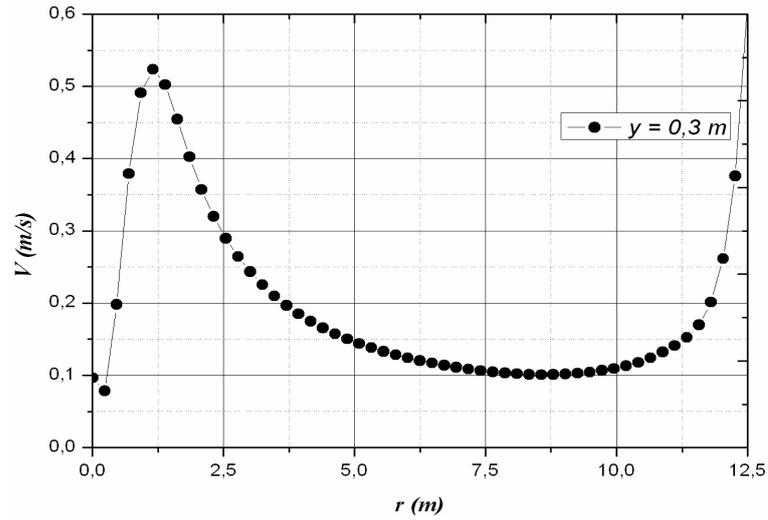
7.7. Comparaison des résultats de la présente étude avec d'autres références

Les résultats de comparaison issue de la présente étude, de l'étude de **Maia et al.** [59] et de l'étude de **Pastohr et al.** [39] sont montrés dans les **figures 7.15** et **7.16**. Ces résultats sont, respectivement, relatifs à l'évolution de la vitesse et de la température le long du collecteur.

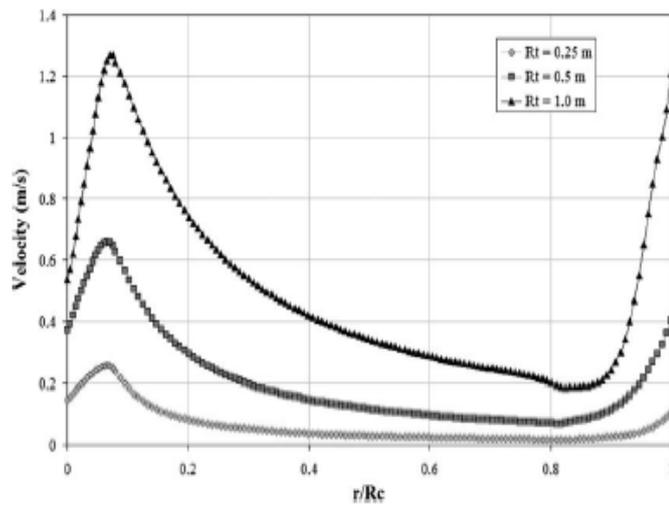
Maia & al. [59] montrent trois courbes pour trois valeurs analysées du rayon de la tour. Ils ont observé que l'augmentation du rayon de la tour augmente le débit massique et par conséquence la vitesse d'écoulement dans le collecteur (**Fig. 7.15b**). Alors, un plus grand volume d'air doit être chauffé dans le collecteur pendant la même période, faisant diminuer la température d'écoulement dans le collecteur (**Fig. 7.16b**).

La vitesse de l'air en écoulement augmente en se rapprochant du centre de la cheminée solaire (**Fig. 7.15**). Ceci est dû à la réduction du secteur d'écoulement. Proche du centre de la cheminée solaire, la vitesse de l'air subit une diminution, par contre sa température recommence à hausser en conséquence (**Fig. 7.16a** et **7.16b**).

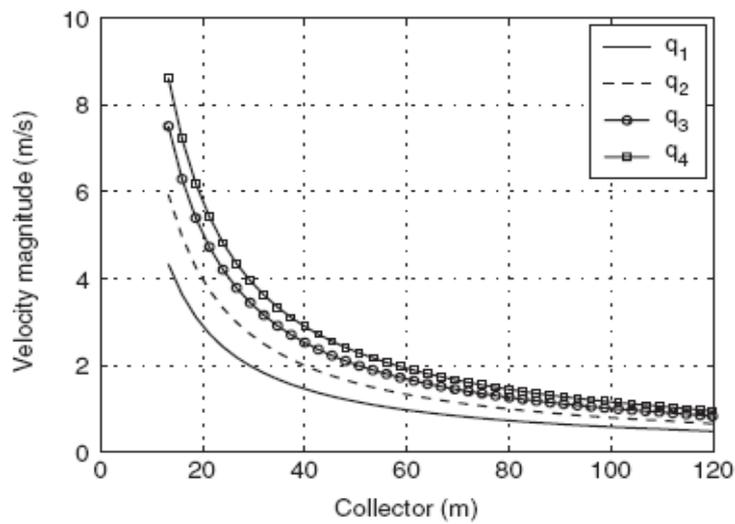
Qualitativement les courbes de vitesse sont semblables. Pour la température cette ressemblance est observée dans la partie centrale.



(a)

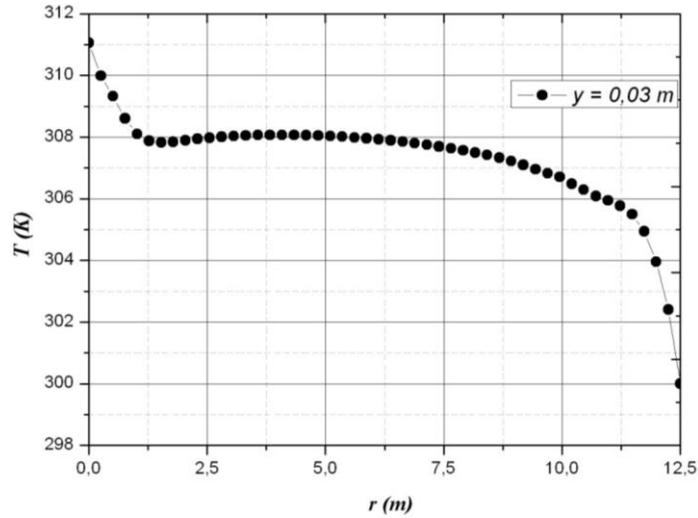


(b)

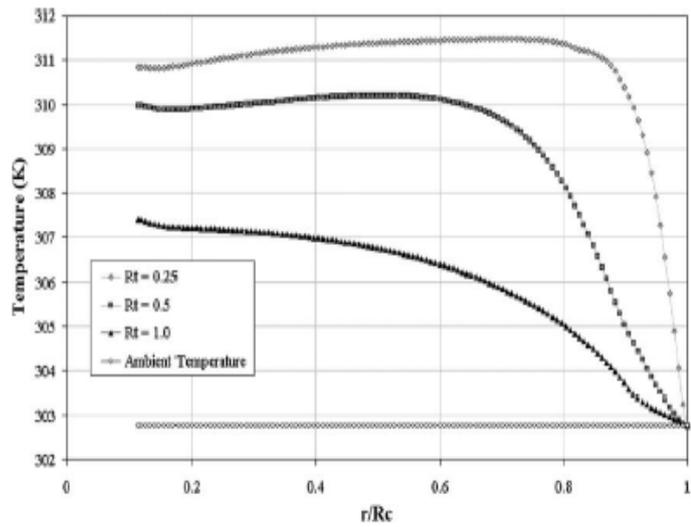


(c)

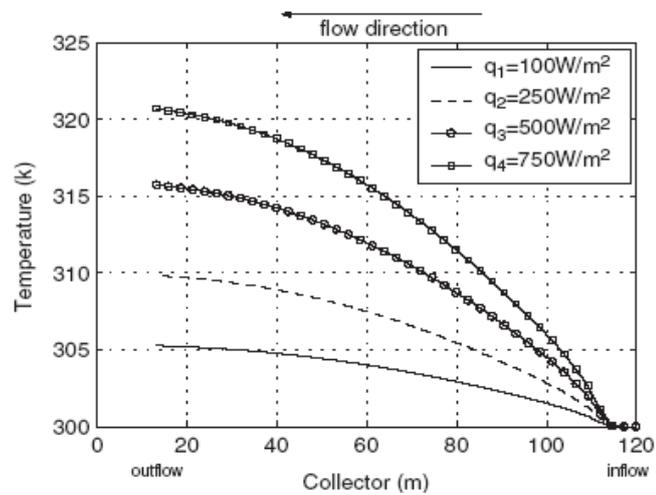
Figure 7.15 Évolution de la vitesse le long du collecteur. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59], (c) Pastohr & al. [39].



(a)

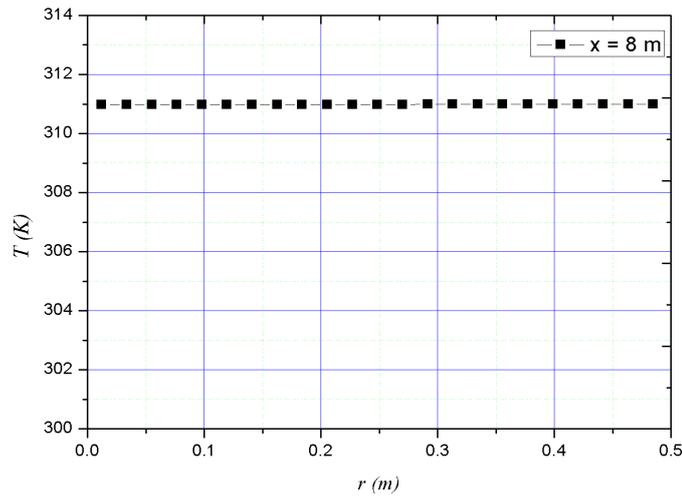


(b)

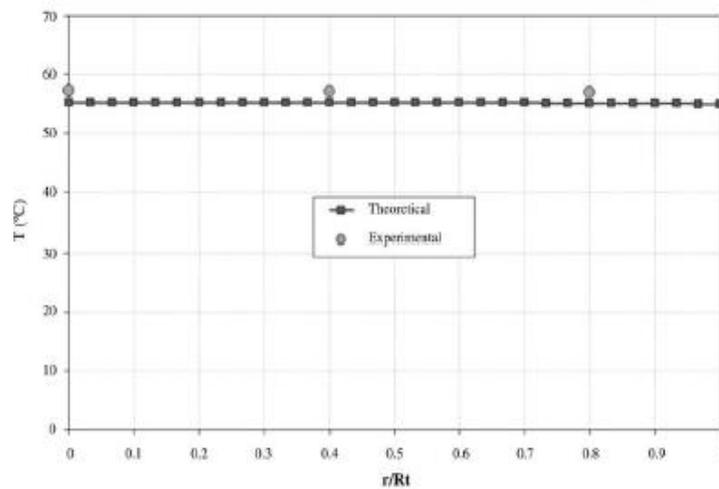


(c)

Figure 7.16 Évolution de la température le long du collecteur. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59], (c) Pastohr & al. [39].



(a)



(b)

Figure 7.17 Profil de la température dans une section transversale de la tour. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59].

La **Fig. 7.17** présente le profil de température à une section transversale de la tour et qui correspond à **90%** de la hauteur de la tour ($x/Ht = 0.9$) pour **Maia & al.** [59]. Les valeurs numériques et expérimentales sont proches les uns des autres, avec des écarts maximums de **1° C**. Il est à noter que la température de l'air à l'admission est de **30° C**.

A ce niveau on doit signaler une confusion pressentie dans le graphe de la **Fig. 7.17b** donné par **Maia et al.** [59], là où la température dans la tour dépasse les **55° C** hors dans toute leur étude, les températures dans le collecteur sont de l'ordre de **40 °C** maximum (!). C'est absurde point de vu principe de conservation d'énergie si on reconnu que la température de l'absorbeur (surface du sol) est la température la plus

élevée (température chaude) dans un système CCS. La **Fig. 7.18**, tirée de l'étude de **Maia et al.** [59], donne le profil de la température dans une section transversale du collecteur. De cette figure on voit bien que la température de l'absorbeur est d'environ **37 °C**.

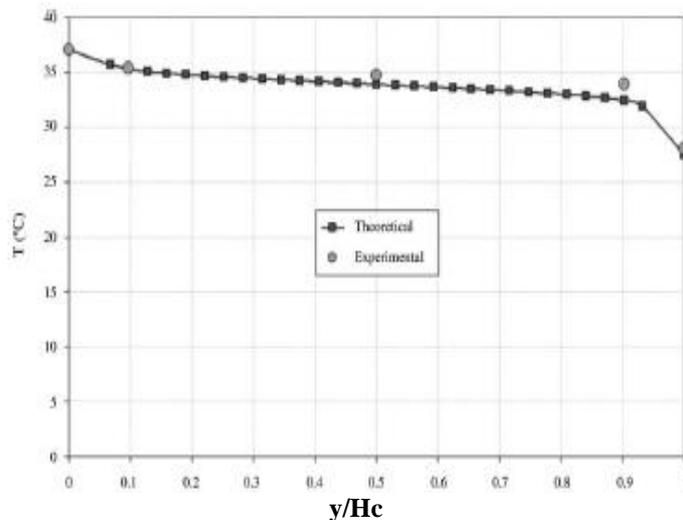


Figure 7.18 Profil de la température dans une section transversale du collecteur Maia & al. [59].

C'est pour cette raison que les valeurs de la température dans la tour données par la présente étude (**Fig. 7.17a**) sont bien loin de ceux (**Fig. 7.17b**) données par Maia et al. [59].

Finalement, nous pouvons dire que les trois études se corroborent sur le fait que :

- dans le collecteur, la vitesse d'écoulement augmente en allant vers le centre pour atteindre son maximum. *Cela s'explique par la diminution de la section de passage.* Que celle-ci en approchant le centre du collecteur, commence à décroître.
- la température et suite aux échanges thermiques entre le sol et l'air en écoulement augmente, en allant vers le centre du système.
- Contrairement à la vitesse la température, après une stabilisation recommence à croître en approchant le centre du collecteur.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'énergie est un élément primordial pour l'évolution de l'humanité et est essentielle afin de lui assurer un confort vital. Mais est-ce à n'importe quel prix ? Les moyens utilisés pour produire de l'énergie dont le monde a tant besoin s'avèrent nocifs à l'environnement et portent atteintes à l'écosystème à cause des rejets de gaz à effet de serre. Pour y remédier, l'une des solutions consiste à diversifier les formes d'énergie utilisées en s'orientant plus vers les énergies renouvelables et le développement durable.

L'énergie solaire est d'un intérêt primordial pour un grand nombre de pays, y compris l'Algérie, disposant d'un très fort ensoleillement, pour laquelle elle peut jouer un rôle majeur dans le futur proche. De plus si l'effort de la recherche et du développement sont poursuivis et encouragés, la part de cette source d'énergie pourrait se révéler encore bien supérieure à long terme. Les CCS ne constituent que des systèmes thermiques solaires qui viennent s'aligner avec d'autres systèmes d'origine renouvelable pour offrir des solutions alternatives ou complémentaires aux énergies fossiles, solutions tant attendues par un monde errant entre la compétitivité, la croissance économique et le confort vital par utilisation d'énergies propres.

Le travail entrepris dans cette thèse est relatif à une analyse d'écoulements dans les CCS. A cet effet, une analyse bibliographique approfondie sur les études théoriques, expérimentales et technico-économiques sur les CSS a été élaborée. Dans les études de pré-faisabilité, le recours à des études théoriques permettant une évaluation de premier ordre des performances de la CCS dans le souci de guider le concepteur est vital. Dans ce contexte, un modèle analytique a été développé permettant l'analyse dimensionnelle du système en identifiant les facteurs impliqués dans le problème physique, avant toute réalisation ou expérimentation. De plus, le bilan énergétique autour des différentes composantes de la CCS a montré que la capacité de production d'électricité d'une CCS dépend de l'irradiation solaire, de la température ambiante, de la hauteur de la tour et de la surface du capteur.

L'influence des différentes formes géométriques des composantes du système CCS ne pourra se faire qu'à travers un calcul rigoureux par intégration des différentes conditions d'entrée et de sortie. Dans cet esprit, la prédiction du comportement thermo- hydrodynamique du mouvement d'air dans les CCS avec des conditions aux limites de température constante et de flux constant au niveau de l'absorbeur a été élaborée. Plusieurs configurations (formes) géométriques de cheminées ont été analysées. Le champ de vitesse et la distribution de températures dans le système ont été déterminés par la résolution des équations gouvernantes en utilisant la méthode des éléments finis. Le code de calcul ainsi développé a été validé par comparaison avec les solutions benchmark de plusieurs auteurs [146-148].

L'influence de la hauteur du toit, la hauteur du toit à l'admission, le diamètre de la tour et la forme géométrique de la jonction collecteur- tour, ont été examinées conduisant à la conclusion que la variation des paramètres géométriques relatifs aux dimensions du collecteur permettent le contrôle du champ thermique, alors que le contrôle du champ dynamique est conditionné par les dimensions de la tour.

Une étude portant sur l'écoulement turbulent et sa modélisation par le modèle κ - ϵ a été élaborée. Les profils de vitesse et de température ont été établis pour les deux éléments principaux de la CCS, son collecteur et sa tour. Le prototype de CCS choisi pour la simulation est similaire à celui de Maia & al. [59] dans un but de validation avec ses travaux mais aussi pour une éventuelle réalisation expérimentale.

Perspectives

La présente étude pourra offrir de nombreuses perspectives, aussi bien pédagogiques que scientifiques. L'intégration de système de stockage et son étude constitueront une démarche prometteuse permettant d'étaler la production d'électricité pendant de longues périodes et d'une manière continue. En perspective, il convient de donner à ce travail une suite logique qui consiste à :

1. Faire des simulations d'une centrale à cheminée solaire, avec turbine incluse ;
2. Approcher le plus la réalité physique par une prise en compte des pertes thermiques et par une meilleurs intégration des conditions aux limites ;

3. Réaliser un prototype en modèle réduit en se basant sur une analyse dimensionnelle.

Devant l'importance du thème de recherche entrepris, nous espérons que cette étude pourra servir de base à d'autres travaux plus détaillés et aboutira à la construction d'un prototype dans le Sahara Algérien.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. **Service RF.** Is it time to shoot for the sun? *Science*, Vol. 316, pp. 188–190, 2005.
2. **Gullison RE, Frumhoff PC, Canadell JG, Field CB, Nepstad DC, Hayhoe K.** Tropical forests and climate policy. *Science* 2007. 316 : 985–6, 2007.
3. **Kerr, R. A.**, Climate change: Is battered arctic sea ice down for the count? *Science*, Vol. 318, pp. 33–44, 2007.
4. **Kerr, R.A.** Climate change: Is battered arctic sea ice down for the count? *Science*, Vol. 318, pp. 33–44, 2007.
5. **Stern, N.** The economics of climate change: the Stern Review. Cambridge University Press, London, 2007.
6. **Trieb, F., Langnib, O. and Klaib, H.**, Solar electricity generation – A comparative view of technologies, costs and environmental impact. *Solar Energy*, Vol. 59, pp.89-99, 1997.
7. **1-[7]Mills, D.**, Advances in solar thermal electricity technology. *Solar Energy*, Vol.76, pp.19–31, 2004.
8. **2-[8]Schlaich, J.**, Solar thermal electricity generation. *Engineering Structures Int.*, Vol. 4, pp.76-81, 1994.
9. **Schlaich, J.**, Tension structures for solar electricity generation. *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 658–668, 1999.
10. **Chinese Government's Official Web Portal.** http://www.gov.cn/english/2010-12/28/content_1773883.htm.
11. **Cabanyes I.**, Las chimeneas solares (Solar chimneys). *La erna energía eléctrica*. Cited due to Wikipedia; 1903.
12. **Günther H.**, In hundert Jahren – Die künftige Energieversorgung der Welt (In hundred years – Future energy supply of the world). Kosmos, Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart; 1931.
13. **Hedderwick R.A.**, Hedderwick R.A., 2001. Performance Evaluation of a Solar Chimney Power Plant. Department of Mechanical Engineering, University of Stellenbosch, Master, Stellenbosch, South Africa.
14. **Haaf, W., Friedrich, K., Mayr, G., and Schlaich, J.**, Solar Chimneys, Part I: Principle and Construction of the Pilot Plant in Manzanares. *Solar Energy*, Vol.2, pp.3-20, 1983.

15. **Haaf, W.**, Solar towers, Part II: Preliminary Test Results from the Manzanares Pilot Plant. *Solar Energy*, Vol. 2, pp. 141-161, 1984.
16. **Zhou, X. Wanga, F., Reccab M., Ochieng, P.**, A review of solar chimney power technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol.14, pp. 2315–2338, 2010.
17. **Enviromission**. Website address: <http://www.enviromission.com.au/>
18. **Torre solar** de 750 metros de altura en Ciudad Real (Espanã). <http://www.astroseti.org/vernew.php?codigo=2188>.
19. **Cloete R.** Solar tower sheds light on little-used technology. *Engineering News Online*. http://www.engineeringnews.co.za/article.php?a_id=137580. 2008-07-25. Retrieved on 2008-10-17.
20. **Mullet, L.B.**, The solar chimney overall efficiency, design and performance. *Int. J. Ambient Energy*, Vol. 8, pp. 35–40, 1987.
21. **Padki, M.M., and Sherif, S.A.**, Solar chimneys for medium-to-large scale power generation, *Proc. Manila Int. Symp. on the Development and Management of Energy Resources*, Vol. 1, Manila, Philippines, 1989.
22. **Padki, M.M., Sherif, S.A. and Chan, A.B.**, Solar chimneys for power generation in rural areas, *Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources*, Ranchi, India, 1989.
23. **Schlaich J. and Schiel W.**, Solar Chimneys. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 3rd Edition, Academic Press, London, 2004.
24. **Yan, M.Q., Sherif, S.A., Kridli, G.T., Lee, S.S. and Padki, M.M.**, Thermo-fluid analysis of solar chimneys. In *Industrial Applications of Fluid Mechanics-1991*, FED-Vol. 132, ASME, New York, 1991.
25. **Padki, M.M. and Sherif, S.A.**, A mathematical model for solar chimneys, *Proc. 1992 Int. Renewable Energy Conf.*, Vol. 1, Amman, Jordan, 1992.
26. **Pasumarthi, N. and Sherif, S.A.**, Experimental and Theoretical Performance of a Demonstration Solar Chimney Model –Part I: Mathematical Model Development. *Int. J. Energy Res.*, Vol. 22, pp. 277-288, 1998.
27. **Pasumarthi, N. and Sherif, S.A.**, Experimental and Theoretical Performance of a Demonstration Solar Chimney Model –Part II: Experimental and theoretical results and economic analysis. *Int. J. Energy Res.*, Vol. 22, pp. 443-461, 1998.
28. **Kreetz, H.**, *Theoretische Untersuchungen und Auslegung eines tempor. Diplomarbeit TU Berlin*, Berlin, 1997.

29. **Padki, M. M. and Sherif, S. A.**, On a Simple Analytical Model for Solar Chimneys. *Int. J. Energy Res.*, Vol. 23, pp. 345-349, 1999.
30. **Bernardes, M.A dos S., Valle, R. M. and Cortez, M. F. B.**, Numerical analysis of natural laminar convection in a radial solar heater. *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 38, pp. 42-50, 1999.
31. **Gannon, A.J. and Von Backström, T.W.**, Solar chimney cycle analysis with system loss and solar collector performance. *Journal of Solar Energy Engineering, Transaction of the ASME*, Vol. 122, pp. 133–137, 2000.
32. **Von Backström T. W. and Gannon, A. J.**, Compressible flow through solar power plant chimneys. *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.122, pp.138–145, 2000.
33. **Kröger, D.G. and Buys, J.D.**, Performance evaluation of a solar chimney power plant. *ISES 2001 Solar World Congress*, Adelaide, Australia, 2001.
34. **Von Backström, T.W., Kirstein, C.F. and Pillay, L.A.**, The Influence of some secondary effects on solar chimney power plant performance. *ISES 2003 Solar World Congress*, Göteborg, Sweden, 2003.
35. **Bernardes, M.A dos S., VoB, A. and Weinrebe, G.**, Thermal and Technical Analyses of Solar Chimneys. *Solar Energy*, Vol.75, pp. 511-524, 2003.
36. **Schlaich, J., Bergermann, R., Schiel, W. and Weinrebe, G.**, Design of commercial solar tower systems – utilization of solar induced convective flows for power generation, In: *Proceedings of the International Solar Energy Conference*, Kohala Coast, United States, 2003.
37. **Dai, Y. J., Huang, H. B. and Wang, R. Z.**, Case study of Solar Chimney Power Plants in Northwestern Regions of China. *Renewable Energy*, Vol.28, pp.1295-1304, 2003.
38. **Von Backström, T. W. and Gannon, A. J.**, Solar Chimney Turbine Characteristics. *Solar Energy*, Vol.76, pp. 235-241, 2004.
39. **Pastohr, H., Kornadt, O. and Gürlebeck, K.**, Numerical and analytical calculations of the temperature and flow field in the upwind power plant. *Int. J. Energy Res.*, Vol.28, pp. 495–510, 2004.
40. **Pretorius, J.P., Kröger, D.G., Buys, J.D. and Von Backström, T.W.**, Solar tower power plant performance characteristics. In: *Proceedings of the ISES EuroSun2004 International Sonnen forum 1*, Freiburg, Germany, 2004.
41. **Pretorius, J.P. and Kröger, D.G.**, Critical evaluation of solar chimney power plant performance. *Solar Energy*, Vol.80, pp.535–544, 2006.
42. **Von Backström, T.W. and Fluri, T. P.**, Maximum fluid power condition in solar chimney power plants – An analytical approach. *Solar Energy*, Vol.80, pp.1417-1423, 2006.

43. **Denantes, F. and Bilgen, E.**, Counter-rotating turbines for solar chimney power plants. *Renewable Energy*, Vol.31, pp.1873-1891, 2006.
44. **Pretorius, J.P.** Optimization and control of a large-scale solar chimney power plant. PhD Thesis, University of Stellenbosch, South Africa, 2007.
45. **Zhou, X., Yang, J., Xiao, B. and Hou, G.**, Experimental study of temperature field in a solar chimney power setup. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, pp. 2044–2050, 2007.
46. **Zhou, X., Yang, J., Xiao, Bo and Hou, G.**, Simulation of a pilot solar chimney thermal power generating equipment. *Renew Energy*, Vol. 32, pp.1637–1644, 2007.
47. **Wei, J., Wang, F. H. and Zhao, L.**, Research on the best slope gradient of slope solar induced convective flows power generation system. In: *Proc. ISES 2007 solar world congress conference*, 2007.
48. **Koonsrisuk, A. and Chitsomboon, T.**, Dynamic similarity in solar chimney modeling. *Solar Energy*, Vol.81, pp.1439–1446, 2007.
49. **Fluri, T.P., von Backström, T.W.**, Comparison of modelling approaches and layouts for solar chimney turbines. *Solar Energy*;82:239–46.
50. **Chergui, T., Larbi, S., Bouhdjar, A. and Gahgah, M.**, Performances analysis of a solar chimney power plant in South of Algeria. In: *Proceedings of the World Renewable Energy Congress, Glasgow*, 2008.
51. **Ming, T.Z, Liu, W., Pan, Y. and Xu GL.**, Numerical analysis of flow and heat transfer characteristics in solar chimney power plants with energy storage layer. *Energy Conversion and Management*, Vol.49, pp. 2872–2879, 2008.
52. **Tingzhen, M., Weia, L., Guoling, X., Yanbin, X., Xuhu, G. and Yuan, P.**, Numerical simulation of the solar chimney power plant systems coupled with turbine. *Renew Energy*, Vol. 33, pp. 897–905, 2008.
53. **Ferreira, A.G., Maia, C.B., Cortez, M.F.B. and Valle, R.M.**, Technical feasibility assessment of a solar chimney next term for food drying. *Solar Energy*, Vol. 82, pp. 198–205, 2008.
54. **Fluri, T.P.**, Turbine layout for and optimization of solar chimney power conversion units. Ph.D. thesis. University of Stellenbosch, South Africa, 2008.
55. **Fluri, T.P. and von Backström, T.W.**, Performance analysis of the power conversion unit of a solar chimney power plant. *Solar Energy*, 82, pp. 999–1008, 2008.
56. **Kolb, S., Helmrich T.** Strömungstechnische Auslegung eines Aufwindkraftwerks mit 200MW Leistung (aerodynamic design of a 200MW solar chimney chimney)

- power plant). Diploma thesis. Institut für Strömungsmechanik und hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart; 1996.
- 57. Idelchik, I.E.** Handbook of hydraulic resistance. Hemisphere Publishing Corporation; 1986.
- 58. Zhou, X.P., Yang, J.K., Xiao, B. and Long, F.,** Numerical study of a solar chimney thermal power setup using turbulent model. *J Energy Inst*, Vol. 81, pp. 86–91, 2008.
- 59. Maia, C.B, Ferreira, A.G., Valle, R.M. and Cortez, M.F.B.,** Theoretical evaluation of the influence of geometric parameters and materials on the behavior of the air flow in a solar chimney. *Computers and Fluids*, Vol. 38, pp. 625–636, 2009.
- 60. Ninic, N. and Nizetic, S.,** Elementary theory of stationary vortex columns for solar chimney power plants. *Solar Energy*, Vol. 83, pp. 462–476, 2009.
- 61. Zhou, X.P., Yang, J.K., Wang, J.B., Xiao, B., Hou, G.X. and Wu, Y.Y.,** Numerical investigation of a compressible flow through solar chimney, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 30, pp.670–676, 2009.
- 62. Fluent Inc.** FLUENT 6 User Guide, Lebanon, New Hampshire; 2001.
- 63. Von Backström, T.W. and Gannon, A.J.,** Compressible flow through solar power plant chimneys. *J. Solar Energy Eng.*, Vol.122, pp.138–145, 2000.
- 64. Zhou, X.P., Yang, J.K., Wang, F. and Xiao, B.,** Economic analysis of floating solar chimney power plant. *Renewable Sustainable Energy Rev*, Vol.13, pp. 736–749, 2009.
- 65. Zhou, X.P. and Yang, J.K.,** A novel solar thermal power plant with floating chimney stiffened onto a mountain-side and potential of the power generation in China's deserts. *Heat Transfer Eng*, Vol. 30, pp. 400–407, 2009.
- 66. Maia, C.B., Ferreira, A.G., Valle, R.M. and Cortez, M.F.B.,** Analysis of the airflow in a prototype of a solar chimney dryer. *Heat Transfer Eng*, Vol. 30, pp. 393–409, 2009.
- 67. Bernardes, M.A. dos S., von Backström, T.W. and Kröger, D.G.,** Analysis of some available heat transfer coefficients applicable to solar chimney power plant collectors. *Solar Energy*, Vol. 83, pp. 264–275, 2009.
- 68. Nizetic, S. and Klarin, B.,** A simplified analytical approach for evaluation of the optimal ratio of pressure drop across the turbine in solar chimney power plants. *Applied Energy*, Vol. 87, pp. 587–591, 2010.
- 69. Koonsrisuk, A., Lorente, S. and Bejan, A.,** Constructal solar chimney configuration *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 327–333, 2010.

70. **Bernardes, M.A. dos S, von Backström, T. W.**, Evaluation of operational control strategies applicable to solar chimney power plants. *Solar Energy*, Vol. 84, pp. 277–288, 2010.
71. **Zhou, X. Wanga, F., Reccab M., Ochieng, P.**, A review of solar chimney power technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol.14, pp. 2315–2338, 2010.
72. **Larbi, S, Bouhdjar, A and Chergui, T.**, Performance analysis of a solar chimney power plant in the southwestern region of Algeria. *Renewable Sustain Energy Rev.*, Vol.14, 470–477, 2010.
73. **Chergui, T., Larbi, S. and Bouhdjar, A.** Thermo-hydrodynamic aspect analysis of flows in solar chimney power plants—A case study. *Renewable Sustainable Energy Rev.*, Vol.14, pp.1410–1418, 2010.
74. **Padki M.M. and Sherif S.A.**, Fluid Dynamics of Solar Chimney. Proc. of The ASME Winter Annual Meeting, pp. 43-46, 1988.
75. **Koonsrisuk, A. and Chitsomboon, T.**, Accuracy of theoretical models in the prediction of solar chimney performance. *Solar Energy*, Vol. 83, pp.1764–1771, 2009.
76. **Zucrow, M. J., and Hoffman J. D.**, *Gas Dynamics*, Wiley, New York, 1976.
77. **Kuethé, A.M. and Schetzer, J.D.** Foundations of Aerodynamics: Bases of Aerodynamic Design, 5th Edition. John Wiley & Sons Inc. 1997.
78. **Chitsomboon, T.**, A validated analytical model for flow in solar chimney. *Int. J. of Renewable Energy Eng.*, Vol. 3, pp.339–346, 2001.
79. **Fox R.W., McDonald A.T. and Pritchard P.J.** Introduction to Fluid Mechanics. 6th Edition. John Wiley & Sons Inc. 2003.
80. **Chitsomboon, T.**, Construction and interpretation of dimensionless variables in a new way. In: Proceedings of the 15th National Mechanical Engineering Conference, Vol. 1, Bangkok, 2001.
81. **Koonsrisuk A. & Chitsomboon T.** Dynamic similarity in solar chimney modeling. *Solar Energy* 81 (2007) 1439–1446.
82. **Bejan, A.**, Convection Heat Transfer. John Wiley & Sons, New York, 1984.
83. **Bouhdjar, A.**, Phénomène de stratification dans une cuve de stockage thermique - Etude paramétrique-. Thèse de Docteur d'Etat, Université de Tlemcen, 2005.
84. **Patankar, S.V.**, Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.

85. **Versteeg, H. K. and Malalasekera, W.**, An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method -. Prentice Hall, London, 1995.
86. **Bejan, A.**, Entropy Generation through heat and fluid Flow. Wiley & Sons, New York, 1982.
87. **Van Wylen G.J. and Sonntag R.E.**, Fundamentals of Classical Thermodynamics. Wiley & Sons, 1986.
88. **Andreozzi, A., Auletta, A. and Manca, O.**, Entropy generation in natural convection in a symmetrically and uniformly heated vertical channel. Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 49, pp. 3221–3228, 2006.
89. **Mahmud, S. and Fraser, R.A.**, The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems. Int. J. Therm. Sci., Vol. 42, pp. 177-186, 2003.
90. **Abu-Hijleh, B.A/K, Abu-Qudais, M. and Abu Nada, E.**, Numerical prediction of entropy generation due to natural convection from a horizontal cylinder. Energy, Vol. 24, pp. 327–333, 1999.
91. **Shuja, S. Z., Yilbas, B. S. and Budair, M. O.**, Entropy generation due to jet impingement on a surface: effect of annular nozzle outer angle. Int. J. Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 17, pp. 677-691, 2007.
92. **Magherbi, M., Abbassi, H. and Ben Brahim, A.**, Entropy generation at the onset of natural convection. Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 3441–3450, 2003.
93. **Haddad, O.M., Alkam, M.K. and Khasawneh, M.T.**, Entropy generation due to laminar forced convection in the entrance region of a concentric annulus. Energy, Vol. 29, pp. 35–55, 2004.
94. **Turner M.J., Clohgh H.C., Martin H.C., and Topp L.C.** Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. J. Aeronaut. Sci., Vol. 23, No. 9, September 1956.
95. **Yang T.Y.**, Finite Element Structural. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey. 1986.
96. **Mikhlin S.G.**, The Numerical Performance of Variational Methods in Mathematical Physics. Wolters-Noordhoff. The Netherlands, 1971.
97. **Reddy J.N.**, Applied Functional Analysis and Variational Methods in Engineering. John Wiley & Sons, New York, 1986.
98. **Reddy J.N.**, Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 2002.
99. **Huebner K.H. and Thornton E.A.**, The Finite Element Method for Engineers. 2 Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1982.

100. **Oden J.T.**, A General Theory of Finite Elements. I- Topological Considerations. International J. Numer. Methods Eng., Vol. 1, No. 2, 1969.
101. **Oden J.T.**, A General Theory of Finite Elements. II- Applications. International J. Numer. Methods Eng., Vol. 1, No. 2, 1969.
102. **Oden J.T.**, Finite Elements Analogue of the Navier Stokes Equations. Proc. ASCE J. Eng. Mech. Div., Vol. 96, No. EM4, August 1970.
103. **Oden J.T.**, Finite Elements of Nonlinear Continua. McGraw-Hill Book Company. New York 1972.
104. **Finlayson B.A. and Scriven L.E.**, The Method of Weighted Residuals – A Review. Appl. Mech. Rev., Vol. 19, No. 9, pp. 735-748, September (1966).
105. **Finlayson B.A.**, The Method of Weighted Residuals and Variational Principles, Academic Press, New York, 1972.
106. **Dhatt D. et Touzot G.**, Une Présentation de la Méthode des éléments finis. 2 ed. Maloine S.A. Editeur. Paris. 1984.
107. **Know Y.W. and Bang H.**, The Finite Element Method using Matlab. CRC Press, 1997.
108. **Reddy J.N.**, An introduction to the Finite Element Method, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 2006.
109. **Taylor C. and Hughes T.G.** Finite Element Programming of the Navier Stokes Equations. Pineridge Press Ltd. Swansea, U.K. 1981.
110. **Lewis R.W., Morgan K., Thomas H.R. and Seetharamu K.N.**, Finite Element Method in Heat Transfer Analysis. John Wiley & Sons, New York (1995).
111. **Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. and Nithiarasu P.**, The Finite Element Method for Fluid Dynamics, 6 ed. Butterworth-Heinemann, 2005.
112. **Reddy J.N.**, An introduction to Nonlinear the Finite Element Analysis, Oxford University Press, Oxford, UK, 2004.
113. **Reddy J.N. and Gartling D.K.**, The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics. 3ed. CRC Press. Taylor & Francis Group, 2010.
114. **Olson M.D. and Tuann S.Y.**, Primitive Variables versus Stream Function Finite Element Solutions of the Navier-Stokes Equations. Finite Element in Fluids, Vol. 3, Eds. Gallagher et al., pp. 77-87 John Wiley & Sons Ltd, 1978.
115. **Bercovier M. and Pironneau O.**, Error Estimates for Finite Element Method Solution of the Stokes Problem in Primitive Variables. Numer. Math., Vol. 33, pp. 211-224, 1979.

116. **Taylor C. and Hood P.**, A Numerical Solution of the Navier Stokes Equations using the Finite Element Technique. *Computers & Fluids*, Vol. 1, pp. 73-100, 1973.
117. **Taylor C. and Ijjam A.Z.**, A Finite Element Numerical Solution of Natural Convection in Enclosed Cavities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* Vol. 19, pp. 429-446, 1979.
118. **Thomas C.E., Morgan K. and Taylor C.**, A Finite Element Analysis of Flow over a Backward Facing Step. *Computers and Fluids* Vol. 9, pp. 265-278, 1981
119. **Lee S. C., Wong K. L., and Chen C. K.**, The Finite Element Solution of Laminar Combined Convection from a Horizontal Cylinder, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 50, pp. 147-161, 1985.
120. **Wong K. L., Lee S. C., and Chen C. K.**, Finite Element Solution of Laminar Combined Convection from a Sphere, *ASME J. Heat Transfer*, vol. 108, pp. 860±865, 1986.
121. **Lee S.C. and Chen C.K.**, Finite Element Solution of Turbulent Forced Convection between Parallel Plates. *Computers & Structures* Vol. 34. No. 3, pp. 387-393, 1990.
122. **Lee S.C., Cheng C.Y. and Chen C.K.**, Finite Element Solutions of Laminar and Turbulent Flows with Forced and Mixed Convection in an Air-Cooled Room. *Numerical Heat Transfer, Part A*, **31**:529-550, 1997.
123. **Lee S.C.**, Estimation Procedures for Reynolds and Grashof Numbers via Mixed Convection around a Sphere, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology*, 41:1, 73-84, 2002.
124. **Fletcher C.A.J.** *Computational Techniques for Fluid Dynamics Vol.2 –Specific Techniques for Different Flow Categories.* Springer-Verlag, 1988.
125. **Reddy J.N.**, on Penalty Function Methods in the Finite Element Analysis of Flow Problems. *Int. J. for Numerical Methods*, 2, 151-171, 1982.
126. **Oden J.T.**, RIP Methods for Stokesian Flows. In Gallagher R.H., Zienkiewicz O.C., Oden J.T., and Norrie D.(eds.), *Finite Element Method in Flow Problems*, Vol. IV, John Wiley & Sons, London, 1982.
127. **Li B.Q.**, *Discontinuous Finite Element Methods in Fluid Mechanics and Heat Transfer.* Springer, London, 2006.
128. **Jiang Bo-Nan.** *The Least-Squares Finite Element Method. Theory and Applications in Computational Fluid Mechanics and Electromagnetic*, Springer-Verlag, New York, 1998.
129. **Pontaza J.P., and Reddy J.N.** Spectral/hp Least-Squares Finite Element Formulation for the Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, 190(2), 523-549, 2003.

130. **Surana K.S., Ahmadi A.R. and Reddy J.N.**, The k-Version of Finite Element Method for Non-Self-Adjoint Operator in BVP. *International Journal of Computational Engineering Science*, 4(4), 737-812, 2003.
131. **Surana K.S., Ahmadi A.R. and Reddy J.N.**, The k-Version of Finite Element Method for Nonlinear Operator in BVP. *International Journal of Computational Engineering Science*, 5(1), 133-207, 2004.
132. **Surana K.S. , Engelkemier M.K., Reddy J.N., Tenpas P.W.**, k -Version Least Squares Finite Element Processes for 2-D Generalized Newtonian Fluid Flows. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics* 8(4), 243-261, 2007.
133. **Hood P. and Taylor C.**, Navier Stokes Equations Using Mixed Interpolation, pp. 121-132. *Finite Element Analysis of Steady Fluid and Metal Flow. Finite Elements in Fluids. Vols. 1*, Eds. Oden J.T. et al. pp. 121-132 John Wiley & Sons Ltd 1975.
134. **Yamada Y., Ito K., Yokouchi Y., Tamano T. and Ohtsubo T.**, Finite Element Analysis of Steady Fluid and Metal Flow. *Finite Elements in Fluids. Vols. 1*, Eds. Gallagher R.H. et al. pp. 73-94 John Wiley & Sons Ltd, 1975.
135. **Huyakorn P.S., Taylor C., Lee R.L. and Gresh P.M.** A Comparison of Various Mixed Interpolation Finite Elements in the Velocity-Pressure Formulation of the Navier-Stokes Equations. *Computers and Fluids. Vol. 6*, pp. 25-33, 1978.
136. **Boualil Abd. H., Zeraibi N., Boualil S., Amoura M.**, Thermal development of the laminar flow of a Bingham fluid between two plane plates with viscous dissipation. *International Journal of Thermal Sciences* 50, 36-43, 2011.
137. **Carey G.F. and Oden J.T.** *Finite Elements: Computational Aspects*, Prentice Hall, Englewood Cliffs. New Jersey, 1984.
138. **Evans D.J.** Use of Preconditioning in Iterative Methods for Solving Linear Equations with Symmetric Positive Definite Matrices. *Computer Journal*, 4, 73-78, 1961.
139. **Golub G.H. and Van Loan C.F.**, *Matrix Computations*, Second Edition, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland 1989.
140. **Hestenes M.R. and Stiefel E.L.**, Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems, *National Bureau of Standards Journal of Research*, 49, 409-436, 1952.
141. **Jea K.C. and Young D.M.** On the Simplification of Generalized Conjugate-Gradient Methods for Nonsymmetrizable Linear Systems. *Linear Algebra Applications*, 52, 399-417, 1983.

142. **Fried I.**, A Gradient Computational Procedure for the Solution of Large Problems Arising from the Finite Element Discretization Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2,477-494, 1970.
143. **Reddy M.P., Reddy J.N., and Akay H.U.**, Penalty Finite Element Analysis of incompressible Flows using Element by Element Solution Algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 100, 169-205, 1992.
144. **Wathen A.J.**, An Analysis of Some Element-By-Element Techniques. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 74, 271-287, 1989.
145. **Saad Y. and Schultz M.H.**, GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computations*, 7(3), 856-869, 1986.
146. **De Vahl Davis, D.**, Natural convection of air in a square cavity: A benchmark solution, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
147. **Markatos, N.K. and Pericleous KA.**, Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 755–772, 1984.
148. **Mayne, D.A., Usmani, A. S.** and Crapper, M., h-adaptive finite element solution of high Rayleigh Number thermally driven cavity problem. *Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow*, Vol. 10, pp, 598-615, 2000.
149. **Rodi W.**, Turbulence models and their application in hydraulics – A State of Art Review. IAHR, 3rd Ed., Rotterdam: A.A. Balkema, 2001.
150. **Wilcox, D.C.**, Turbulence Modelling for CFD. DCW Industries, Inc., 1993.
151. **Launder, B. E. and Spalding, D.B.**, The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Comput Methods Appl Mech*, Vol. 3, pp. 269–289, 1974.
152. **Henkes, R.A.W.M., Van Der Vlugt, F.F. and Hoogendoorn, C.J.**, Natural-convection flow in a square cavity calculated with low-Reynolds-number turbulence models. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 377-388, 1991.
153. **Chien, K.Y.**, Predictions of channel and boundary layer flows with a low Reynolds number turbulence model. *AIAA Journal*, Vol.20, pp. 33-38, 1982.
154. **Jones, W.P. and Launder, B.E.**, The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.15, pp. 301-314, 1972.
155. **AEA Technology.** CFX 5.6 User Guide, Harewell, UK, 2003.
156. **Patankar, S.V. and Spalding, D.B.**, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, Issue 10, pp. 1787-1806, 1972.

157. **Harlow, F., Welsh, J.**, Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow with Free Surface. *Physics of Fluids*, Vol.8, pp. 2182-2189, 1965.
158. **Wesseling P.**, An Introduction to Multigrid Methods. John Wiley & Sons, 1992.
159. **Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A. and Mastin, C.W.**, Numerical Grid Generation - Foundations and Applications, North-Holland, 1985.
160. **Rhie, C.M. and Chow, W.L.**, A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. AIAA-82-0998. 1982.
161. **Perić, M., Kessler, R. and Scheuerer G.**, Comparison of finite-volume numerical methods with staggered and collocated grids. *Computers & Fluids*, Vol. 16, No. 4, pp. 389-403, 1988.
162. **Stone, H.L.**, Iterative Solution of Implicit Approximation of Multidimensional Partial Differential Equations. *SIAM J. on Num. Analysis* 5: 53, 1968.
163. **Ferziger, J.H., Peric, M.**, Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002.
164. **Anderson, D.A, Tannehill J.C. and Pletcher, R.H.**, Computational fluid mechanics and heat transfer. Hemisphere, New York, 1984.
165. **Fletcher, C.A.J.**, Computational techniques for fluid dynamics, vol. I. Springer, Berlin, 1991.
166. **Demirdzic, I., Gosman, A.D., Issa R.I., and Peric M.**, A calculation procedure for turbulent flow in complex geometries. *Computers & Fluids*. Vol. 15, Issue 3, pp. 251–273, 1987.
167. **Xu, H., and Zhang, C.**, Numerical calculations of laminar flows using contravariant velocity fluxes. *Computers and Fluids*, 29: 149-177, 2000.
168. **Thompson, J.F., Soni, B. K., Weatherhill, N. (Eds.)**, Handbook for Grid Generation, CRC Press, 1999.
169. **<ftp://ftp.springer.de/pub/technik/peric/>**

Listes des Figures et des Tableaux

Liste des Figures

Figure 1.1 Vue des principaux composants d'une centrale à cheminée solaire : le collecteur (couverture en verre plat), la tour et les turbines éoliennes.	8
Figure 1.2 Collecteur de la Tour Solaire de Manzanares.	9
Figure 1.3 Turbines de la CCS d'Arizona.	9
Figure 1.4 Cheminée de la CCS d'Arizona (1000 m de haut). Vue en coupe de la cheminée en construction	10
Figure 1.5 Principe de Fonctionnement d'une centrale solaire à effet de cheminée	11
Figure 1.6 Impression d'artiste de la centrale d'Enviro- Mission en Arizona	14
Figure.1.7 Image du prototype de Manzanares.	15
Figure. 1.8 Image de la cheminée de la centrale de Manzanares via le vitrage de la toiture du collecteur. P15	
Figure 2.1 Photos du prototype de Manzanares : (a) vue globale de l'installation ; (b) vue du collecteur [9]	20
Figure 3.1 Schéma d'une cheminée solaire	39
Figure 3.2 Volume (surface) de contrôle pour un écoulement unidimensionnel	39
Figure 3.3 Ecoulement à travers un volume de contrôle dans le collecteur	41
Figure 4.1 Domaine de solution et conditions aux limites	59
Figure 5.1 Discrétisation par éléments finis	71
Figure 5.2 Positionnement des variables u, v, p et T sur les nœuds d'un élément quadrilatérale biquadratique	78
Figure 5.3 Élément réel et son élément de référence associé	78
Figure 5.4 Organigramme de base expliquant la résolution par FEM	89
Figure.6.1 Maillage structuré non uniforme utilisé pour les calculs numériques	94
Figure 6.2 Les différents paramètres géométriques	95
Figure 6.3 Iso-vitesses pour les différentes valeurs de la hauteur du toit du collecteur à l'admission, $Ra = 10^8$	96
Figure 6.4 Iso-vitesses pour les différentes valeurs de la hauteur du toit du collecteur à l'admission, $Ra = 10^8$	98
Figure 6.5 Profils de vitesse le long du collecteur pour deux valeurs de H_{C1}	98
Figure 6.6 Profils de vitesse dans une section transversale de la tour pour deux valeurs de H_{C1}	99
Figure 6.7 Profils de température le long du collecteur pour différentes valeurs de H_{C1}	99

Figure 6.8 Profils de température dans une section transversale de la tour pour deux valeurs de H_{Cl}	99
Figure 6.9 Isothermes pour deux hauteurs du collecteur, pour une condition de type CLFC.....	100
Figure 6.10 Iso-vitesses pour différents diamètres de la tour pour $Ra = 10^8$	101
Figure 6.11 Evolution de la vitesse le long du collecteur pour différents hauteurs du collecteur, $Ra = 10^8$	102
Figure 6.12 Isothermes pour différents diamètres de la tour, flux imposé CLFC et $Ra = 10^8$	103
Figure 6.13 Configurations de base	104
Figure 6.14 Zone de re-circulation pour une jonction droite	105
Figure 6.15 Fonction de courant dans le cas (a) Jonction droite (b) Jonction courbée pour le même nombre de Rayleigh 10^8	106
Figure 6.16 Iso-vitesses pour les différentes configurations, $Ra = 10^8$	106
Figure 6.17 Comparaison des iso-vitesses entre la configuration jonction courbée et tour conique, $Ra = 10^8$	107
Figure 6.18 Comparaison des isothermes entre les deux configurations (a) jonction-courbée et (b) tour conique, $Ra = 10^8$	107
Figure 6.19 Isothermes pour les quatre configurations, $Ra = 10^8$	108
Figure 6.20 Fonction de courant dans le cas (a) Jonction droite (b) Jonction courbée pour et une condition type CLFC et le même nombre de Rayleigh 10^9	110
Figure 6.21 Iso-vitesses pour les différentes configurations pour une condition type CLFC, $Ra = 10^{11}$	111
Figure 6.22 Evolution de l'entropie locale maximale versus le nombre de Rayleigh – Jonction courbée	113
Figure 6.23 Evolution de l'entropie Globale versus le nombre de Rayleigh –Jonction courbée	113
Figure 7.1 Domaine d'étude et conditions aux limites	118
Figure 7.2 Bilan de flux de chaleur sur le toit et le sol	119
Figure 7.2 Bilan de flux de chaleur sur le toit et le sol	119
Figure 7.3 Transformation du plan physique (r, z) au plan de calcul (ξ, η)	122
Figure 7.4 Génération de maillage (32 x 376 mailles)	124
Figure 7.5 Profil de la vitesse dans une section transversale de la tour. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59]	125
Figure 7.6 Profil de la vitesse dans une section transversale de la tour. Comparaison de résultats	125

Figure 7.7 Iso- vitesses à travers le système	127
Figure 7.8 Evolution de la vitesse le long du collecteur, à $y = 0.03$ m	127
Figure 7.9 Évolution de la température le long du collecteur à une hauteur de 0.03 m du sol	128
Figure 7.10 Évolution de la vitesse le long de la tour, sur son axe	128
Figure 7.11 Évolution de la température le long de la tour, sur son axe	129
Figure 7.12 Profil de vitesse à une section transversale de la tour, $y = 1.5$ m	129
Figure 7.13 Profil de vitesse à une section transversale de la tour, $y = 6$ m	130
Figure 7.14 Profil de vitesse à une section transversale, à la sortie de la tour, $y = 10$ m. p130	
Figure 7.15 Evolution du débit massique en fonction du rayon du collecteur, $\Delta T = 10C^{\circ}$	131
Figure 7.16 Evolution du débit massique en fonction du rayon de la tour, $\Delta T = 10C^{\circ}$	131
Figure 7.15 Évolution de la vitesse le long du collecteur. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59], (c) Pastohr & al. [39]	133
Figure 7.16 Évolution de la température le long du collecteur. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59], (c) Pastohr & al. [39]	134
Figure 7.17 Profil de la température dans une section transversale de la tour. (a) Présente étude, (b) Maia & al. [59]	135
Figure 7.18 Profil de la température dans une section transversale du collecteur Maia & al. [59]	136
Figure D.1 Lignes isothermes de 0.05 à 0.95 avec un pas de 0.1, 1. $Ra=10^3$, 2. $Ra=10^4$, 3. $Ra=10^5$ (a) De Vahl Davis, (b) Présente étude	162
Figure D.2 Lignes isocourants. 1. $Ra = 10^3$, 2. $Ra = 10^4$, 3. $Ra = 10^5$ (a) : De Vahl Davis, (b) : Présente étude	163
Figure D.3 Ecoulement Non-isotherme à travers une conduite cylindrique et entre deux plaques planes	164
Figure D.4 Comparaison entre la vitesse longitudinale maximale et la valeur du nombre de Nusselt asymptotique	164

Liste des tableaux

Tableau 1.1 Principales caractéristiques du prototype de Manzanaras	16
Tableau 3.1. Variables primitives en termes des dimensions fondamentales	51
Tableau 3.2. Comparaison de modèles de CCS issus de l'analyse dimensionnelle	54
Tableau 4.1 : Expressions du coefficient de diffusion et du terme source	58
Tableau 4.2 : Expressions de Γ_{θ^*} et S_{θ^*}	62

Tableau 5.1 Fonctions d'interpolations et leurs dérivées pour un élément de référence quadrilatérale à quatre nœuds	79
Tableau 5.2 Fonctions d'interpolations et leurs dérivées pour un élément de référence quadrilatérale à neuf nœuds	80
Tableau 5.4 : Comparaison des valeurs numériques des différents paramètres du problème. (*)- présente étude, (○)- De Vahl Davis [146], (□)- Mayne [148]	90
Tableau 6.1 Vitesses maximales en fonction de la hauteur d'admission du collecteur pour une CLFC	97
Tableau 6.2a Vitesses maximales et débits massiques en fonction de la hauteur du Collecteur	100
Tableau 6.2b Vitesses maximales, températures et endroits correspondants en fonction de la hauteur du collecteur pour une condition type CLFC	100
Tableau 6.3a Vitesses maximales et débits massiques en fonction du rayon de la tour	102
Tableau 6.3b Vitesses maximales, températures et endroits correspondants en fonction du rayon de la tour pour une condition CLFC	103
Tableau 6.4 Paramètres Géométriques, vitesses maximales et débit massiques pour les cas simulés	109
Tableau 6.5 Paramètres Géométriques, vitesses maximales et débit massiques pour les cas simulés et une condition type CLFC	112
Tableau 6.6 Taux de générations d'entropie locale et globale, pour un $Ra=10^5$	112
Tableau 7.1 Expressions des variables, ϕ , Γ^ϕ et S^ϕ	120
Tableau 7.2 Expressions de ϕ , Γ^ϕ , P^ϕ et S^ϕ dans l'équation de transport (7.18)	123
Tableaux 7.3 Valeurs de la vitesse pour différentes positions, r/R_t , de la tour- cheminée	126
Tableaux 7.4 Erreurs relatives de comparaison entre les résultats en %	126
Tableau B.1 Coordonnées et poids des points d'intégration considérés sur un élément de référence	158
Tableau D.1 Comparaison des valeurs numériques des différents paramètres du problème. (*)- Résultats de simulations, (○)- Résultats analytiques	165

ANNEXES

Annexe A

Constructions des fonctions de transformation géométrique et d'interpolation sur un élément de référence.

La construction de ces fonctions pour un élément quadrilatéral à quatre nœuds (ou à neuf nœuds) se fait à partir d'une base polynomiale $\langle P \rangle$ propre à cet élément.

Soit $\xi(\xi, \eta)$ un point quelconque de l'élément de référence et $X(x, y)$ sont correspondant sur l'élément réel. x et y peuvent s'écrire alors :

$$\langle x \ y \rangle = \langle P_1(\xi, \eta) \ P_2(\xi, \eta) \ P_3(\xi, \eta) \ P_4(\xi, \eta) \rangle \begin{Bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où : a_i, b_i sont des coefficients d'interpolation.

Sachant que, chaque nœud $\xi_i (\xi_i, \eta_i)$ de Ω^r correspond à un nœud $X_i(x, y)$ de Ω^e , et en considérant tout les nœuds ($i = 1, \dots, 4$), on aura :

$$\begin{Bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1(\xi_1, \eta_1) & P_2(\xi_1, \eta_1) & P_3(\xi_1, \eta_1) & P_4(\xi_1, \eta_1) \\ P_1(\xi_2, \eta_2) & P_2(\xi_2, \eta_2) & P_3(\xi_2, \eta_2) & P_4(\xi_2, \eta_2) \\ P_1(\xi_3, \eta_3) & P_2(\xi_3, \eta_3) & P_3(\xi_3, \eta_3) & P_4(\xi_3, \eta_3) \\ P_1(\xi_4, \eta_4) & P_2(\xi_4, \eta_4) & P_3(\xi_4, \eta_4) & P_4(\xi_4, \eta_4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{Bmatrix}$$

qu'on peut écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \{X_n\} = [P_n]\{a\} \\ \{Y_n\} = [P_n]\{b\} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

De l'équation (A.2) on déduit :

$$\begin{cases} \{a\} = [P_n]^{-1}\{X_n\} \\ \{b\} = [P_n]^{-1}\{Y_n\} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

En remplaçant l'équation (A.3) dans (A.1) on aura :

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \langle \mathbf{P} \rangle [\mathbf{P}_n]^{-1} \{ \mathbf{X}_n \} \\ \mathbf{y} = \langle \mathbf{P} \rangle [\mathbf{P}_n]^{-1} \{ \mathbf{Y}_n \} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Les fonctions d'interpolation et de transformation géométrique sont finalement, définies comme suit :

$$\langle \bar{\mathbf{N}} \rangle = \langle \mathbf{N} \rangle = \langle \mathbf{P} \rangle [\mathbf{P}_n]^{-1} \quad (\text{A.5})$$

Du moment que $[\mathbf{P}_n]^{-1}$ ne dépend que des coordonnées nodales de l'élément de référence, les fonctions $\langle \mathbf{N} \rangle$ ne sont déterminées qu'une seule fois pour l'ensemble des éléments réels possédant le même élément de référence. On définit également :

$$\begin{cases} \left\langle \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \xi} \right\rangle [\mathbf{P}]^{-1} \\ \left\langle \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \eta} \right\rangle [\mathbf{P}]^{-1} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Annexe B

Méthodes d'intégration numérique, de linéarisation par substitution et d'élimination de Gauss

B.1. Intégration numérique de la forme intégrale élémentaire par les Quadrature de Gauss-Legendre.

Plusieurs méthodes numériques permettent l'intégration de la forme intégrale sur un élément de référence Ω^e . Dans ce travail, on s'intéresse à la méthode de quadrature de Gauss-Legendre, qui s'adapte parfaitement aux calculs numériques des intégrales figurant dans une formulation éléments finis. Cette méthode est définie comme suit :

L'intégration d'une fonction $f(\xi, \eta)$ définie en tout points d'un élément de référence quadrilatéral Ω^r et sa frontière Γ^r , se résume à :

$$\iint_{-1-1}^{+1+1} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{npi} \sum_{j=1}^{npi} \omega_i \omega_j f(\xi_i, \eta_j) \quad (\text{B. 1})$$

Où r : est le nombre de points d'intégration suivant la direction ξ (ou η) ;

ξ, η : les coordonnées des points d'intégration ;

ω : poids d'intégration.

Cette méthode permet l'intégration exacte des polynômes en ξ^i, η^j tel que :

$$\begin{cases} 0 \leq i \leq 2npi - 1 \\ 0 \leq j \leq 2npi - 1 \end{cases}$$

Le **tableau B.1** fournit les abscisses et les poids des points d'intégration pour $r = 1, 2, 3$ et 4 .

D_{max} dénote le degré maximal des polynômes intégrés exactement.

Tableau B.1 Coordonnées et poids des points d'intégration considérés sur un élément de référence

r	ξ et η	w	D_{max}
1	0	2	1
2	$\pm 1/\sqrt{3}$	1	3
3	0	8/9	5
	$\pm\sqrt{3/5}$	5/9	
4	$\pm\sqrt{(3 - 2\sqrt{6/5})/7}$	$1/2 + 1/(6\sqrt{6/5})$	7
	$\pm\sqrt{(3 + 2\sqrt{6/5})/7}$	$1/2 - 1/(6\sqrt{6/5})$	

La **méthode de quadrature de Gauss** est une méthode de quadrature exacte pour un polynôme de degré $2n - 1$ avec n points pris sur le domaine d'intégration.

B.2. Méthode de substitution

Il existe plusieurs méthodes de résolution des systèmes algébriques non-linéaires. On cite les méthodes de substitutions successives, la méthode de Newton et variantes et les méthodes s'appuyant sur les techniques d'optimisation de fonctionnelles.

La méthode de substitution est l'une des méthodes les plus utilisées pour la résolution des systèmes d'équations algébriques non linéaires.

En considérant un système algébrique non-linéaire écrit sous la forme :

$$[\mathbf{K}(\varnothing)]\{\varnothing\} = \{\mathbf{F}\} \quad (\text{B. 2})$$

La méthode de substitution se résume à :

1. supposer une solution initiale $\{\varnothing\}^0$;
2. déterminer le résidu défini par :

$$\{\mathbf{F}\} - [\mathbf{K}(\varnothing^0)]\{\varnothing^0\} = \{\mathbf{R}\}$$

3. résoudre le problème linéaire :

$$[\mathbf{K}(\varnothing^0)]\{\Delta\varnothing\} = \{\mathbf{R}\}$$

4. calculer $\{\varnothing\}$ tel que :

$$\{\varnothing\} = \{\varnothing^0\} + \{\Delta\varnothing\}$$

5. calculer la norme des moindres carrés défini par :

$$\|\mathbf{N}\| = \sqrt{\langle \Delta\varnothing \rangle \{\Delta\varnothing\}}$$

6. tester la convergence ($\|N\| \leq$ précision souhaitée). Si c'est réalisé, $\{\emptyset\}$ est la solution recherchée, si non refaire à partir de (2) en posant :

$$\{\emptyset^0\} = \{\emptyset\}$$

B.3. Méthode d'élimination de Gauss

Cette méthode fréquemment utilisée pour la résolution des problèmes linéaires, est formulée en deux étapes :

- **Triangularisation :**

Qui consiste à transformer le système d'équations algébriques (5.35) en un système triangulaire supérieur :

$$[K]\{U\} = \{F\} \Rightarrow [S]\{U\} = \{F'\}$$

tel que :

$$\begin{bmatrix} S_{1,1} & \cdots & S_{1,i} & \cdots & S_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & & S_{i,i} & \cdots & S_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & S_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F'_1 \\ \vdots \\ F'_i \\ \vdots \\ F'_n \end{Bmatrix}$$

- **Résolution d'un système triangulaire supérieur :**

la résolution consiste à déterminer en premier lieu la valeur de la dernière variable du vecteur $\{U\}$ tel que :

$$u_n = \frac{F'_n}{S_{n,n}}$$

En suite, à calculer successivement $u_{n-1}, u_{n-2}, \dots, u_1$ à partir de la relation suivante :

$$u_i = \frac{F'_i - \sum_{j=i+1}^n S_{i,j}u_j}{S_{i,i}}$$

Annexe C

Calcul de la Fonction de courant Et du nombre de Nusselt

C.1. Calcul de la Fonction de courant

Les écoulements bidimensionnels sont généralement représentés par leurs fonctions de courants. Cette dernière est calculée après détermination du champ de vitesse, en considérant les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial y} = +u & \text{(C.1a)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v & \text{(C.1b)} \end{cases}$$

En dérivant la première équation du système (C.1a) par rapport à y , la seconde (C.1b) par rapport à x et après leurs addition, on aura :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \omega \quad \text{(C.2)}$$

Où ψ est la fonction de courant et ω est la vorticité. La détermination des lignes de courant se résume donc à la résolution de l'équation elliptique (C.2) ( quation de poisson).

Pour cela on fait appel une nouvelle fois, à la méthode des éléments finis avec le principe de Galerkin pour transformer cette équation EDP à un ensemble d'équations algébriques soit alors :

$$[K_\psi]\{\psi\} = B_\psi \quad \text{(C.3)}$$

Tel que ;

$$k_{\psi ij} = \sum_1^{ne} \int_{Ae} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \sum_1^n \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \sum_1^n \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dA_e \quad \text{(C.4a)}$$

$$b_{\psi i} = \sum_1^{ne} \int_{Ae} \left[N_i \left(\sum_1^n \frac{\partial N_j}{\partial x} v_j + \frac{\partial N_i}{\partial x} \sum_1^n \frac{\partial N_j}{\partial y} v_j \right) \right] dA_e \quad \text{(C.4b)}$$

C.2. Calcul du nombre de Nusselt

Le nombre de **Nusselt** traduit l'intensité du transfert thermique entre une paroi solide et un fluide adjacent.

En considérant q la densité de flux thermique échangé entre le fluide et la paroi, celle-ci est égale d'une part à :

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{C. 5a})$$

et d'une autre part à :

$$q = h(T_p - T_m) \quad (\text{C. 5b})$$

Où : h est le coefficient de transfert convectif de chaleur ;

T_p est la température de la paroi ;

T_m est la température moyenne du fluide déterminée comme suit :

$$T_m = \frac{1}{\bar{u}} \int_0^H u(y) T(y) dy$$

tel que : H est une longueur caractéristique du processus physique ;

\bar{u} est la vitesse moyenne suivant une section d'écoulement.

A partir des équations (C.5a) et (C.5b), on aura :

$$Nu = \frac{hH}{k} = - \frac{H}{T_p - T_{\text{bulk}}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H}$$

En tenant compte des définitions des variables adimensionnelles, Nu s'écrira alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} Nu = \frac{1}{\theta_{\text{bulk}}} \left. \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right|_{y^*=1} \quad \text{Température imposée} \\ Nu = \frac{1}{\theta_p - \theta_{\text{bulk}}} \quad \text{Flux imposé} \end{array} \right. \quad (\text{C. 6})$$

Annexe D

Validation du code de calcul

D.1. La convection naturelle de l'air confiné dans une cavité carré différentiellement chauffée.

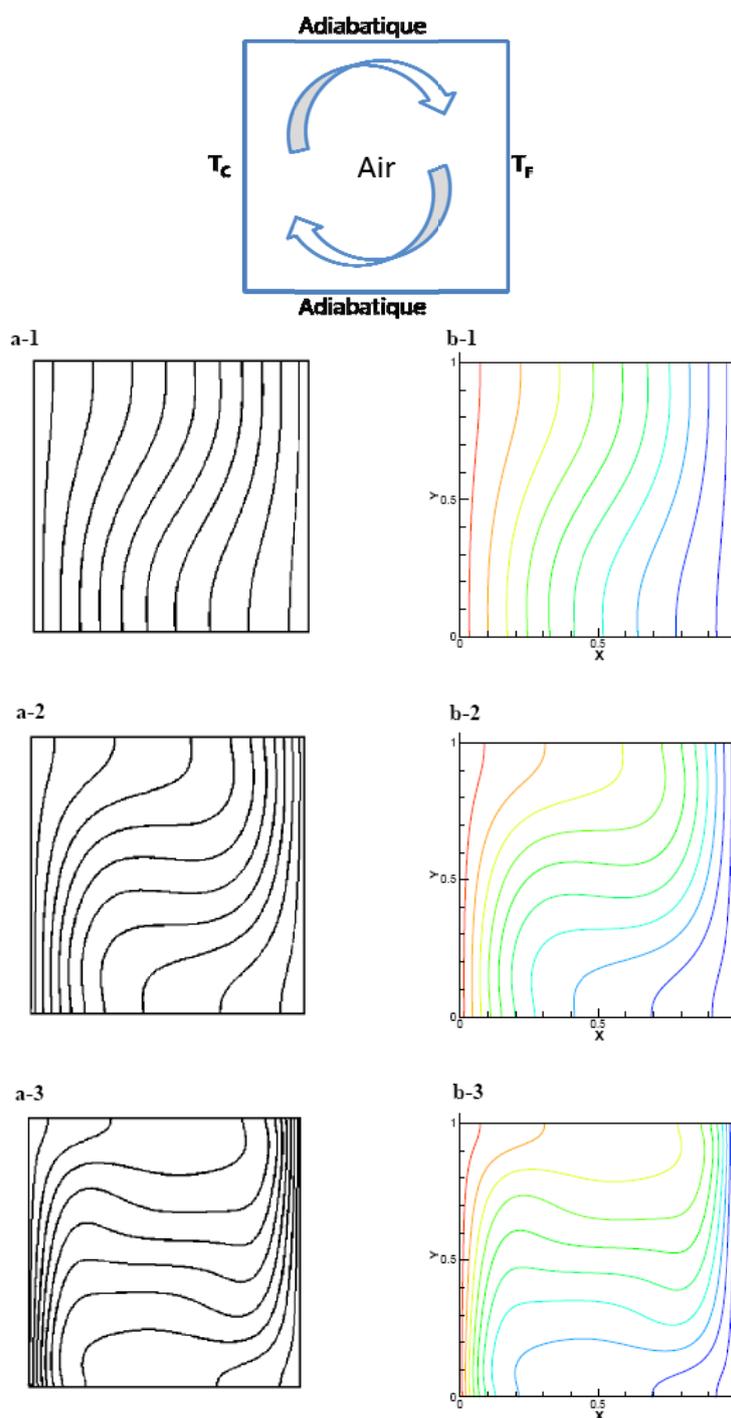


Figure D.1 Lignes isothermes de 0.05 à 0.95 avec un pas de 0.1,
 1. $Ra=10^3$, 2. $Ra=10^4$, 3. $Ra=10^5$
 (a) De Vahl Davis, (b) Présente étude

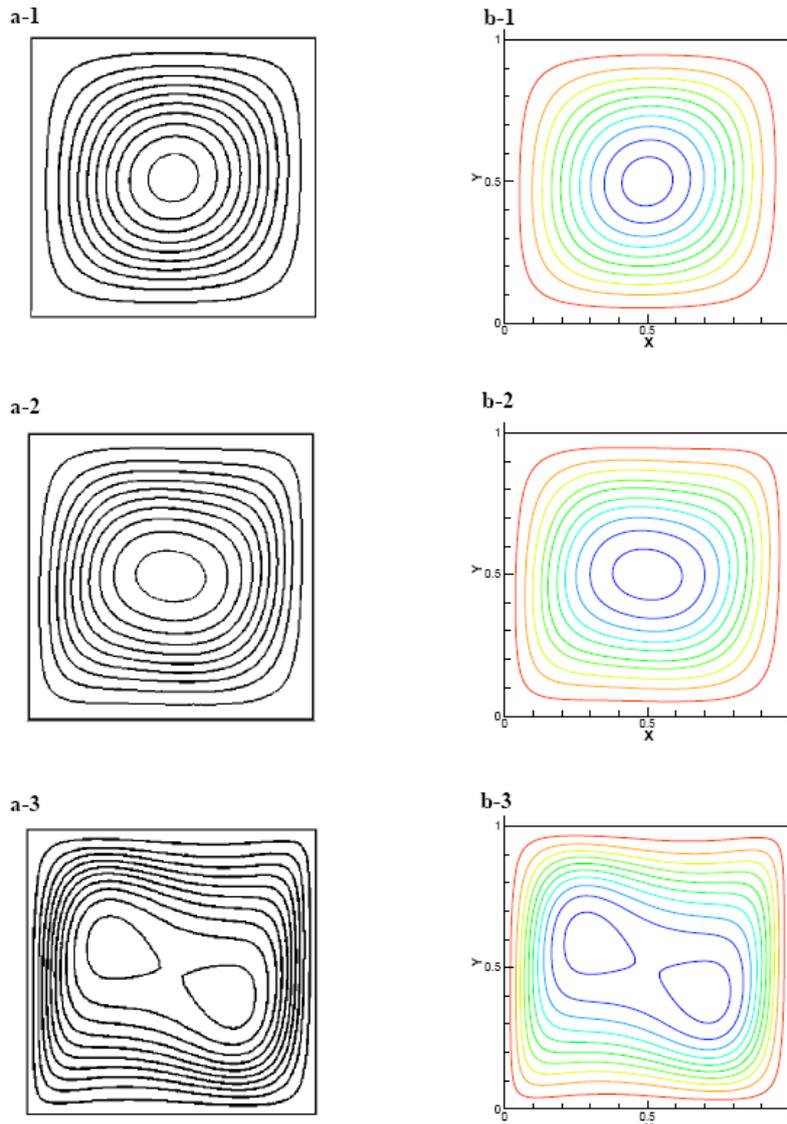


Figure D.2 Lignes isocourants. 1. $Ra = 10^3$, 2. $Ra = 10^4$, 3. $Ra = 10^5$
 (a) : De Vahl Davis, (b) : Présente étude.

Les **figures D.1 et D.2** montrent une comparaison entre les lignes de courants et les isothermes issues de la présente étude et ceux de l'étude de De vahl Davis.

D.2. Ecoulement à travers une conduite cylindrique et entre deux plaques planes

La deuxième validation de notre code de calcul porte sur un écoulement stationnaire non-isotherme en régime laminaire d'un fluide Newtonien à travers une conduite cylindrique et entre deux plaques planes parallèles semi-infinies (**Fig. D.3**).

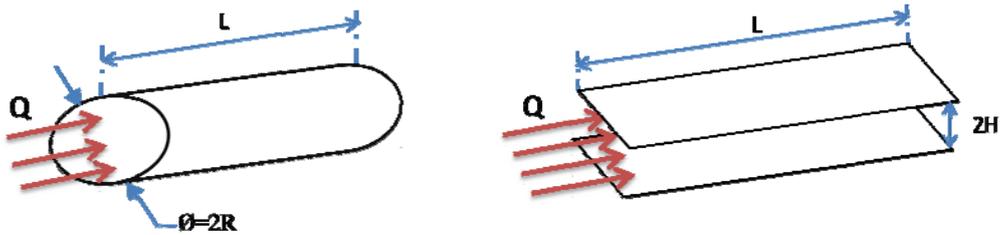


Figure D.3 Ecoulement Non-isotherme à travers une conduite cylindrique et entre deux plaques planes

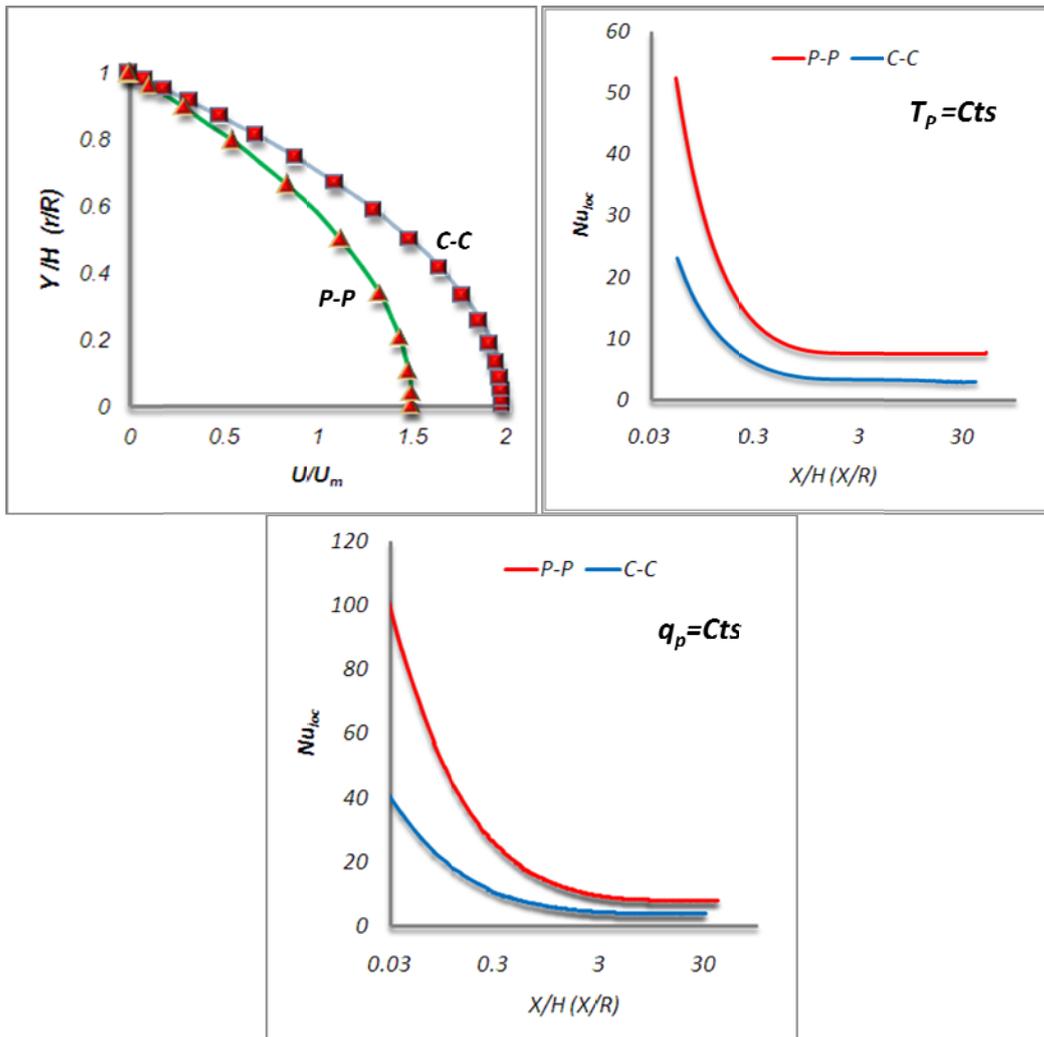


Figure D.4 Comparaison entre la vitesse longitudinale maximale et la valeur du nombre de Nusselt asymptotique.

Le **tableau D.1** donne une comparaison de nos résultats avec ceux issus de la solution analytique du problème. Cette comparaison qui porte sur la vitesse longitudinale maximale et la valeur du nombre de Nusselt asymptotique est résumée dans le **tableau D.1**. Le faible écart (3%) entre les valeurs obtenues analytiquement et celles issues de la simulation atteste du bon fonctionnement de notre code pour les problèmes régis par un gradient de pression imposé.

Tableau D.1 Comparaison des valeurs numériques des différents paramètres du problème. (*)- Résultats de simulations, (○)- Résultats analytiques.

		C-C	P-P
U_{max}	*	1.9985	1.4995
	○	2.0000	1.5000
	Ec(0.075	0.03
Nu_{asym} T_p=Cst	*	3.6713	7.551
	○	3.66	7.54
	Ec(0.3	0.15
Nu_{asym} Q_p=Cst	*	4.234	8.234
	○	4.364	8.235
	Ec(2.98	0.01
Re	*	15.8933	24.016
	○	16	24
	Ec(0.67	0.07