

République Algérienne Démocratique et Populaire



Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Civil

Laboratoire de Génie Sismique & Dynamique des Structures

Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Génie Civil

Thème

Analyse dynamique des ponts à haubans : cas du viaduc Trans-Rhumel de Constantine

Réalisé par :Proposé et dirigé par :M. Houssem GHIAT. Ingénieur d'état.Pr. B. TILIOUINEM. Mohamed El-Mehdi BOUKESSESSA. Ingénieur d'état.M. Ouanani M.A à U.Djelfa

Promotion juin 2013

Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Pasteur Hassen Badi BP182 El-Harrach 16200 Alger (Algérie) Tel : 213 21 52 53 01/03 – Fax : 213 21 52 29 73 www.enp.edu.dz

Remerciement

Nous remercions notre Dieu le Tout Puissant et Miséricordieux de nous avoir accordé force, courage, persévérance et détermination afin de mener à son terme ce modeste travail.

Nos vifs remercîment s'adressent à nos promoteurs et directeurs de thèse le Professeur Tiliouine et Mr. Ouanani qui nous ont été d'une aide essentiel et leur présence permanente afin de nous diriger, conseiller et apporter l'appui scientifique nécessaire afin de mener à bien notre travail.

Que les membres du jury trouvent ici l'expression de toute notre gratitude pour nous avoir fait l'honneur d'accepter l'examen de notre projet.

Nous souhaiterions exprimer notre profond respect à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation du deuxième cycle universitaire à l'Ecole Nationale Polytechnique.

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail, que tous ceux qui ont su nous soutenir durant sa préparation, que toutes ces personnes trouvent ici l'expression de nos plus chaleureux remerciements.

Table des matières

1	Gér	éralités sur les	ponts à haubans	9
	1.1	Constitution des	ponts à haubans et classification	10
		1.1.1 Constitut	tion	10
		1.1.2 Classifica	ation sommaire des ponts à haubans	11
	1.2	Aperçut historiq	que et évolution de la philosophie de conception des ponts	
		à haubans		12
2	Pré	sentation du pr	rojet	15
	2.1	Présentation du	projet	16
	2.2	Situation du pro	•jet	16
	2.3	Données naturel	les	16
		2.3.1 Données	géologiques	16
		2.3.2 Données	climatiques	17
		La tempé	érature	17
		La neige		17
		Le vent		17
		2.3.3 Données	sismologiques	17
	2.4	Données fonction	nnelles	18
		2.4.1 Tracé en	plan	18
		2.4.2 Profil en	long	19
		2.4.3 Profil en	travers	19
		2.4.4 Principal	es caractéristiques du viaduc	19
3	Con	ception général	le de l'ouvrage	21
	3.1	Caractéristiques	mécaniques des matériaux	22
		Béton .		22
		Acier		22
		Les Haub	Dans	23
	3.2	Choix de la conf	figuration générale	25

		3.2.1	Choix de la configuration transversale des haubans (nombre de	
			nappes)	25
		3.2.2	Choix de la configuration longitudinale des haubans	26
			Critère d'appréciation d'ordre esthétique	26
			Critère d'appréciation d'ordre technique	26
		3.2.3	Choix du tablier	28
		3.2.4	Choix de la configuration des mâts	29
		3.2.5	Type d'ancrage des haubans	29
		3.2.6	Liaisons tablier pylônes et tablier-piles	32
			Liaison tablier-pylônes	32
			Liaison tablier-piles	33
	3.3	Pré-di	mensionnement des éléments	35
		3.3.1	Longueur des travées	35
		3.3.2	Hauteurs des mâts	35
		3.3.3	Pré-dimensionnement du tablier	35
		3.3.4	Pré-dimensionnement des haubans	37
4	Prii	ncines	de l'analyse dynamique des Ponts	41
-	4 1	Hypot	bèse de base	42
	4.2	L'oscil	lateur simple	42
	4.3	Spectr	res de réponse	43
	4 4	Spectr	re de dimensionnement	44
	4 5	Équat	ion de la dynamique d'un système à plusieurs degrés de liberté	45
	4.6	Princi	nes de l'analyse modale spectrale	45
	1.0	461	Analyse module	45
		462	Analyse spectrale	46
		1.0.2	La combinaison quadratique complète (COC)	46
			La combinaison quadratique simple $(SRSS)$	47
			Modes significatifs	47
	47	Analy	se spectrale monomodale	47
	4.8	Analy	se spectrale multimodale	48
	4.9	Analys	se modale par éléments finis	49
5	Mo	délisat	ion 3-D et analyse modale de l'ouvrage	50
	5.1	Modèl	e 3-D de calcul	50
	5.2	Résult	ats de l'analyse	52
		5.2.1	Identification 3-D des modes de vibration	52
		5.2.2	Inter-corrélation modale	57

6	Rép	ponse sismique tridimensionnelle de l'ouvrage	59
	6.1	Efforts sismiques maximaux	60
7	Sta	bilité aérodynamique du tablier	62
	7.1	Flottement ou sollicitations auto-excités	63
	7.2	Oscillations forcées dues aux échappements tour billonnaires ou résonance $% \mathcal{O}$.	64
	7.3 Vérifications de l'ouvrage fini		66
		7.3.1 Vérification au flottement	66
		7.3.2 Vérification à la résonance	67
	7.4	Vérification au stade du double fléau maximal	68

Table des figures

1.1	Transmission des charges dans les ponts à haubans	10
1.2	Disposition longitudinales des haubans	11
1.3	Dispositions transversales des haubans $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	12
1.4	Formes de mâts (à gauche : nappe centrale ; à droite : nappes latérales) $\ . \ .$	12
1.5	Pont de Messéna : exemple d'un pont haubané à tablier rigide	13
1.6	Pont de Maracaibo : Pont haubané à mât très rigide	14
1.7	Pont de Normandie : exemple d'un pont à haubanage multiple	14
2.1	Plan de situation	16
2.2	Tracé en plan	18
2.3	Profil en longs	19
2.4	Profil en travers	19
3.1	Types de haubans de gauche à droite : Fils parallèles - Torons-câbles clos	23
3.2	Charge reprise par un hauban	27
3.3	Ancrage extérieur	30
3.4	Ancrage intérieur	30
3.5	Reprise des efforts horizontaux	31
3.6	Ancrage par accrochage	31
3.7	Viaduc Trans-Rhumel : ancrage intérieur des haubans	32
3.8	Monolithisme entre pylônes et tablier $[1]$	33
3.9	Composition schématique d'un appareil d'appui à pot $\ldots \ldots \ldots \ldots$	34
3.10	Dimensions du mat Sud et écartement des haubans	36
3.11	Dimensions de la section droite	37
3.12	Charges reprises par un hauban	37
3.13	Schéma des forces	37
3.14	Disposition des câbles	39
4.1	Oscillateur simple	43
4.2	Spectre de réponse élastique-composante horizontale- $\xi = 0.05$	43

4.3	Spectre de réponse élastique-composante verticale- $\xi = 0.05$	44
4.4	Spectre de dimensionnement - $\xi = 0.05$	44
51	Vue en perspective du modèle 3D	52
5.2	Maillage minimal et liaison tablier piles	53
5.3	Formes modales des modes : L1 : L2 :Lg1 : V1 : T1	56
5.4	Illustration du couplage entre les modes latéral et torsionel	56
0.1		00
7.1	Représentation du flottement d'un tablier	63
7.2	Classification physiologique basée sur l'amplitude du mouvement	65
7.3	Ecoulement de l'air dans un tablier muni de déflecteur	65
7.4	1er mode vertical T=2.11s - 1er mode de torsion T=0.86s	66
7.5	Modéle 3-D pour le double fléau maximal	68
7.6	1er mode vertical T=1.41 \ldots	69
7.7	1er mode de torsion T=0.93 \ldots	69
7.8	Mode 1 vue 3-D	74
7.9	Mode 1 vue de face	74
7.10	Mode 2 vue 3-D	75
7.11	Mode 2 vue de face	75
7.12	Mode 3 vue 3-D	76
7.13	Mode 3 vue de face	76
7.14	Mode 4 vue 3-D	77
7.15	Mode 4 vue de face	77
7.16	Mode 5 vue 3-D	78
7.17	Mode 5 vue de face	78
7.18	Mode 6 vue 3-D	79
7.19	Mode 6 vue de face	79
7.20	Mode 7 vue 3-D	80
7.21	Mode 7 vue de face	80
7.22	Mode 8 vue 3-D	81
7.23	Mode 8 vue de face	81
7.24	Mode 9 vue 3-D	82
7.25	Mode 9 vue d'en haut	82
7.26	Mode 10 vue 3-D	82
7.27	Mode 11 vue 3-D	83
7.28	Mode 11 vue de face	83
7.29	Mode 12 vue 3-D	84
7.30	Mode 12 vue de face	84
7.31	Mode 13 vue 3-D	84
7.32	Mode 14 vue 3-D	85
1.04		00

7.33	Mode 15 vue 3-D	5
7.34	Mode 15 vue de face	5
7.35	Mode 16 vue 3-D	6
7.36	Mode 16 vue de face	6
7.37	Mode 17	\$7
7.38	Mode 18 vue 3-D	57
7.39	Mode 18 vue 3D (2) \ldots 8	\$7
7.40	Mode 19 vue 3-D	\$8
7.41	Mode 19 vue d'en haut \ldots \ldots \ldots 8	\$8
7.42	Mode 20 vue 3D	;9

Liste des tableaux

3.1	Caractéristiques du béton en fonction des éléments	22
3.2	Avantages et inconvénients des deux types de suspension latérale	25
3.3	Pré-dimensionnement des haubans	40
5.1	Périodes propres, facteurs de participation modaux, formes modales des 20 premiers modes	55
5.2	Coefficient de corrélation modale en % pour les 13 premiers modes de vibration	58
6.1	Valeurs maximales des efforts sismiques calculées par les méthodes CQC et SRSS	61
7.1	Périodes propres et formes modales des 7 premiers modes	68

Introduction générale

Le besoin grandissant de franchir les grandes portées a favorisé un développement sans précédent des ponts à haubans notamment dans le domaine des très grandes portées où ils rivalisent nettement avec les ponts suspendus de part leur meilleure comportement dynamique et leur parfaite adaptation à la méthode de construction par encorbellement.

Depuis les premiers développements des ponts à câbles un intérêt particulier a été porté à l'égard du comportement dynamique de ses derniers. Cet intérêt a été nettement accentué par l'effondrement tragique du Tacoma bridge. Les ponts haubanés à une seule nappe de haubans constituent de leur part une catégorie particulière des ponts à câbles. En effet, un ouvrage à nappe centrale n'est plus pourvu de la même rigidité torsionnelle qu'un ouvrage à deux nappes. Une bonne connaissance des caractéristiques dynamiques de ces pontes telles que fréquences et modes propres, facteurs de participation modale, coefficient de corrélation modale, rapport entre fréquences propres de flexion et de torsion...est d'un intérêt primordial pour une meilleur appréhension de leurs comportement dynamique.

La présente étude a pour objet l'investigation des principales caractéristiques dynamiques du pont haubané Trans-Rhumel de Constantine au moyen d'une analyse modale détaillée et d'examiner son impact sur la réponse sismique et sur la stabilité au vent de l'ouvrage.

Au premier chapitre des généralités sur les ponts à haubans sont exposés. Le deuxième chapitre présente l'ouvrage faisant l'objet de notre étude. Le troisième chapitre présente les principes généraux et les règles de l'art de conception des ponts à haubans en générale et des ponts à nappe centrale en particulier ainsi que les règles de pré-dimensionnement. Les principes généraux de l'analyse dynamique des structures sont rappelés au quatrième chapitre. Le cinquième chapitre expose le modèle 3-D en éléments finis ainsi les résultats de l'analyse modale effectuée. La réponse sismique de l'ouvrage qui découle de l'analyse modale est présentée au quatrième chapitre. La stabilité au vent de l'ouvrage au vent qui elle aussi découle de l'analyse modale est exposée au chapitre 6. Enfin une conclusion générale résume et synthétise les principaux résultats obtenus.

CHAPITRE 1

Généralités sur les ponts à haubans

Les ponts à haubans font parti de la famille des ponts à câbles qui regroupe les ponts suspendus, les ponts Bow-String et les ponts haubanés. Les structures à câbles sont les plus adaptées pour franchir les grandes portées. Ils partagent ce privilégie en côte à côte avec les structures en arc. Les arcs ne sont envisageables que s'ils peuvent prendre appui sur un rocher capable de résister aux poussées qu'ils engendrent. Dans le cas contraire, on ne peut franchir les grandes portées que par des structures souples susceptibles de canaliser les efforts qui leurs sont appliqués au sol : les structures à câbles. Les deux grandes familles de ponts à câbles sont les ponts suspendus et les ponts haubans.

1.1 Constitution des ponts à haubans et classification

1.1.1 Constitution

Les principaux éléments constitutifs des ponts à haubans sont :

Le tablier : il joue le rôle d'un plancher plus ou moins souple transmettant les efforts qu'il reçoit à des structures d'appui par l'intermédiaire des câbles d'acier.

Les haubans : se sont les câbles qui sont ancrés d'un côté au tablier et de l'autre aux pylônes. les câbles sont en effet la forme la plus économique d'emploi de l'acier.

Les pylônes : recevant les charges supportées par le tablier par l'intermédiaire des haubans, ils les transmettent aux fondations en étant sollicités principalement en compression.

La figure(7.40) montre la transmission des charges entres les différents éléments constitutifs des ponts à haubans.

Ces trois dernier constituent les principaux éléments de résistance des ponts à haubans. L'importance qu'occupait chacun de ses éléments dans la résistance variait dans le temps marquant ainsi plusieurs phases dans l'évolution de la philosophie de conception des ponts à haubans comme il sera relaté dans le paragraphe (1.3)



FIGURE 1.1 – Transmission des charges dans les ponts à haubans

1.1.2 Classification sommaire des ponts à haubans

Selon les données particulières d'un projet, la conception du franchissement d'un obstacle incluant une structure haubanée peut être très variable. A titre de simplification, on distingue :

- les ponts symétriques à trois travées (deux pylônes);
- les ponts à pylône unique;
- les ponts à travées haubanées multiples.

Chacun des ses types peut présenter différentes dispositions longitudinales et transversales de haubans ainsi que différentes morphologies de mât offrant de la sorte différentes variantes de ponts haubanés.

On peut distinguer selon la configuration longitudinale des haubans :

- haubanage en harpe;
- haubanage en semi-éventail;
- haubanage en éventail.



FIGURE 1.2 – Disposition longitudinales des haubans

On peut distinguer selon la disposition transversale des haubans :

- ponts pourvus d'une suspension centrale(petite à moyenne portée allant jusqu'à 600 m);
- ponts pourvus de suspensions latérales;
- ponts pourvus de trois nappes de haubans(très rare).



FIGURE 1.3 – Dispositions transversales des haubans

Quant à la forme des mâts elle est édictée principalement par la disposition transversale des haubans, on peut ainsi trouver les différentes formes présenter dans la figure (1.4)



FIGURE 1.4 – Formes de mâts (à gauche : nappe centrale ; à droite : nappes latérales)

Il est bien entendu que le fonctionnement mécanique des ponts à haubans est foncièrement gouverné par les différentes dispositions montrées ci-dessus.

1.2 Aperçut historique et évolution de la philosophie de conception des ponts à haubans

Les premiers ponts dans lesquels le système de haubanage a été introduit sont des ponts hybrides mi-suspendus mi-haubané. Ils sont apparut aux États-unis et en Angleterre

au XVIIIe siècle. Les haubans en effet conféraient une nette amélioration en termes de rigidité et de stabilité aérodynamique au pont suspendu(Prédit par Navier en 1830 et montré théoriquement et expérimentalement en 1938 par F.Dischinger).

On peut rencontrer trois cas limites de conceptions qui marquent chacun une phase dans l'évolution de la philosophie de conception des ponts à haubans :

1 - Conceptions à tablier très rigide :

Il conviendrait de les appeler "ponts avec haubans" plutôt que ponts à haubanés. Elles ont été adoptées au début du développement des ponts haubanés modernes. Un nombre en général réduit de haubans joue le rôle d'appuis intermédiaires élastiques dans les zones où l'aménagement de piles n'est pas possible.Ce type de conception s'est principalement développé après la seconde guerre mondiale.



FIGURE 1.5 – Pont de Messéna : exemple d'un pont haubané à tablier rigide

2 - Conception à mât très rigides :

Les mâts sont destinés à reprendre la totalité des moments longitudinaux dus aux surcharges.

3 - Conception à haubanage multiple : pont Fredrich Ebert bruck sur le net)
Le développement de ce type de conception a marqué la grande évolution dans la conception des ponts à haubans. Ce type de conception à degré d'hyperstaticité très élevé facilité par l'apparition de programme de calcul performant a donné naissance aux ponts à tablier très minces en raison de leur faible sollicitation en flexion.
Ce concept de conception s'est vite imposé en raison de son adaptation au mode de

Ce concept de conception s'est vite imposé en raison de son adaptation au mode de construction par encorbellement rendu possible par un soutient direct des haubans et en raison des qualités esthétiques qu'il offre.

En quelques années, le domaine d'emploi des ponts à haubans s'est largement étendu, des moyennes aux très grandes portées, mais c'est dans celui des grandes portées que l'avancée fut la plus spectaculaire. Des projets de pont à tablier en acier ont



FIGURE 1.6 – Pont de Maracaibo : Pont haubané à mât très rigide



FIGURE 1.7 – Pont de Normandie : exemple d'un pont à haubanage multiple

déjà été mis au point avec des portées déterminantes allant jusqu'à 1800 m, par exemple pour le franchissement du détroit de Messine. De nos jours, les ponts à haubans font reculer le domaine d'emploi des ponts suspendus. Des comparaisons entre les deux dans le domaine des très grandes portées ont montré que les ponts à haubans sont très supérieurs au plan technique notamment vis-à-vis du comportement dynamique. Ils offrent également un avantage économique dans la mesure où l'on évite la construction d'énormes massif d'ancrage.

CHAPITRE 2

Présentation du projet

Ce chapitre est consacré à la présentation générale de l'ouvrage et ses principales caractéristiques géométriques ainsi que les différentes données du projet.

2.1 Présentation du projet

Le viaduc à hauban Trans-Rhumel; actuellement en cours de construction; est une liaison urbaine entre les deux rives du oued Rhumel. Il prend naissance au carrefour de la place de l'ONU (ex hôtel Transat) pour rejoindre le plateau du Mansourah qui se situe sur l'autre rive du oued. Ce projet est considéré comme étant le plus ambitieux en termes de technicités et d'ampleur parmi les projets qui s'inscrivent dans le cadre de la volonté des pouvoirs locaux d'assurer la fluidité des déplacements tant vers la ville qu'à l'extérieur, une ville qui devient de plus en plus encombrante.

2.2 Situation du projet



FIGURE 2.1 – Plan de situation

Il convient de disposer d'un levé topographique et possibilités d'accès, ainsi que les aires disponibles pour les installations du chantier, les de stockages...etc.

2.3 Données naturelles

2.3.1 Données géologiques

Elles sont obtenues à partir d'une reconnaissance qui nous donne des informations sur le terrain naturel à savoir les paramètres mécaniques de résistance, les paramètres rhéologiques pour les problèmes de tassement et enfin le fluage et la perméabilité pour les problèmes d'épuisement ou de bétonnage dans les fouilles. La ville de Constantine est bâtie sur un majestueux rocher situé sur les deux côtés d'Oued Rhumel, elle est ainsi cernée par de véritables obstacles naturels. Les repères géographiques montrent que la région n'est pas homogène par rapport à sa position et par rapport au niveau de la mer. Les résultats de l'étude du sol indiquent que les profils testés porte un sol de mauvaise caractéristiques.

2.3.2 Données climatiques

La température

Les effets de température sont bien évidement pris en compte dans le calcul des constructions, elle intervient au niveau des joints de chaussée et des appareils d'appui $(\pm 30^{\circ}C)$ est le gradient thermique. Pour les calculs du retrait, le ratio d'humidité moyen est considéré à 70 Les calculs de fluage sont faits considérant un horizon de 100 années.

La neige

La ville de Constantine et selon ONM elle est classé dans une zone peu neigeuse A cet effet l'effet de la neige ne n'est pas pris en considération dans les calculs des ponts, mais ils peuvent se produire dans certains cas particuliers (Ouvrage en phase de construction).

Le vent

Les efforts engendrés par le vent sur les structures, sont fixés par (fascicule 61, Titre II) on prend une surcharge du vent répartie de 1.250 N/m2 en cours d'exécution et 2.000 N/m2 en service. L'effet du vent est pris en considération à cause de la hauteur des piles et des pylônes.

2.3.3 Données sismologiques

La ville de Constantine est située sur une Zone **II-a** avec une « **activité sismique modérée** ». Pour la prise en compte du risque sismique, les ponts sont classes en trois groupes.

Groupe 1 : Pont stratégique

Groupe 2 : Pont important

Groupe 3 : Pont d'importance moyenne Le Pont-viaduc de Constantine est classé comme étant du groupe 2, Important (n'est pas stratégique considérant qu'il existe d'autres routes alternatives à travers des ponts existants à Constantine). Ainsi, on considère l'accélération maximale du sol

$$ag = A * g = 0.25g$$

Ce tremblement de terre correspond à une période de retour de 500 années. Le sol est classé en S2 selon le règlement parasismique (RPOA2008)

2.4 Données fonctionnelles

2.4.1 Tracé en plan

Le tracé en plan est la ligne définissant la géométrie de l'axe de la voie portée, dessinée sur un plan de situation et repérée par les coordonnées de ces points caractéristiques.



FIGURE 2.2 – Tracé en plan

2.4.2 Profil en long



FIGURE 2.3 – Profil en longs

2.4.3 Profil en travers



FIGURE 2.4 - Profil en travers

2.4.4 Principales caractéristiques du viaduc

L'ouvrage est un viaduc haubané à deux mâts et à haubanage central. Il est composé en plus des 3 travées suspendus de 6 autres travées reposant sur un total de 6 piles et de 2 culées.

A partir des différents profils de l'ouvrage, on peut tirer les principales caractéristiques géométriques du viaduc :

- Longueur totale du viaduc : 756 m;
- Longueur de la travée centrale : 259 m;
- Longueurs des deux travées de rive de la partie haubanée : 105 m travée Nord ; 119 m travée Sud ;

- Hauteur totale du pylône Nord : 123.58 m avec une hauteur du mât sur tablier de 63 m
- Hauteur totale du pylône Sud : 128.31 m avec une hauteur du mât sur tablier de 66 m.
- Largeur totale du tablier : 28.34 m
- Hauteur totale du tablier : 3.75 m

CHAPITRE 3

Conception générale de l'ouvrage

Le but de ce chapitre est de mettre en exergue les principes et les règles de l'art de la conception des ponts à haubans et ceci en essayant de justifier à travers la littérature spécialisée les choix des concepteurs entre les multiples variantes et configurations possibles.

Le viaduc Trans-Rhumel est à haubanage multiple, sa conception s'accorde donc avec la philosophie moderne de conception où le hauban est considéré comme un élément central de résistance.

Nous allons aussi nous penché sur le problème de pré-dimensionnement des ponts à haubans dont les règles sont tirés principalement de la statistique. Deux éléments clé rentrent dans la configuration générale du viaduc : la géographie de la brèche à enjamber et les conditions géotechniques des lieux. Ces deux éléments conditionnent principalement l'emplacement des pylônes et des piles. Ainsi, afin de pré-dimensionner les principaux éléments de l'ouvrage nous allons prendre comme donnée la longueur de la travée centrale adoptée par les concepteurs L=256 m ce qui correspond en fait à un emplacement des pylônes tenant en compte les deux éléments sus-mentionnés.

Nous avons juger très intéressant de traiter le pré-dimensionnement de l'ouvrage et ceci pour la raison suivante : le pré-dimensionnement des pont à haubans se fait à partir de règles simples issues principalement de la statistique; on peut alors au stade d'avant projet à l'aide d'un modèle simple (2D par exemple) se faire une idée du comportement dynamique globale de la structure et apporter si nécessaire les modifications requises

3.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux

Béton

Le béton destiné au béton précontraint ne diffère pas beaucoup de celui destiné au béton armé, sauf qu'on l'utilise sous des contraintes plus élevées. Le module d'élasticité longitudinale est élevé, pour réduire les déformations, et les pertes de tension des aciers. Pour le béton précontraints, le dosage du ciment est de l'ordre de 400 à 450 Kg/m3, et ces valeurs peuvent atteindre 500 kg/m^3 (c-à-d 500 Kg de ciment pour 1 m^3 de béton). Quant aux liants, les plus utilisés pour la mise en œuvre du béton sont les ciments H.T.S (Haute teneur en silice).

Résistance du béton : Le béton est par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28j, dite valeur caractéristique recuise celle-ci est notée "fc28" elle est choisie à priori compte tenu des possibilités locales, et des règles de contrôle qui permettent de vérifier qu'elle est atteinte. La résistance caractéristique à la traction à j jours notée "ftj" est :

$$ftj = 0, 6 + 0, 06.fcj$$
 MPa (BAEL 91)

Les résistances caractéristiques pour les différents éléments sont résumés dans le tableau suivants :

Module de déformation du béton : On définie le module de déformation longitudinale pour le béton "Eij" selon les réglés BPEL comme suit :

- Module de déformation instantanée du béton : $Eij = 11000(ftj)^{\frac{1}{3}}$ pour une durée d'application <24H
- Module de déformation sous chargement de longue durée : $Eij = 3700(ftj)^{\frac{1}{3}}$

Caractéristiques du béton en fonction des éléments :

Élément de structure	Tablier	piles et pylônes
fck (MPa)	50	40
E (GPa)	37	35

TABLE 3.1 – Caractéristiques du béton en fonction des éléments

Acier

• Acier passif : Les aciers passifs sont utilisés pour le ferraillage des voussoirs, on utilise des barres à hautes adhérence FeE400 telle que :

* La nuance $f_e = 400 MPa$

- * Module d'élasticité : $E_a = 2.10^5 MPa$
- Acier actif : On désigne par les aciers actifs, les câbles de précontraintes, et celle des haubans.

- Pour les aciers actifs on utilise des câbles 12T15 appelés aussi Torons.
- * Le module d'élasticité de l'acier de précontrainte : $E_p = 195 K N/mm^2$
- * Diamètre nominale d'un toron $\phi=15.2mm$
- * Section nominale d'un toron : $S = 139mm^2$

Les Haubans

Les principales qualités requises pour un hauban sont :

- Résistance mécanique
- Résistance à la fatigue
- Durabilité

Trois technologies de câbles se partagent le marché

- Les câbles clos : sont fabriqués en usine à partir de fils disposés par toronnage en couches hélicoïdales à pas inversées, puis de section trapézoïdale dans les couches intermédiaires pour finir par un profil de section en Z sur les couches finales.
- Les câbles à fils parallèles : sont constitués en usine d'un assemblage de fils d'un diamètre de 7mm placés dans une gaine et protégés par l'injection d'un coulis de ciment après installation sur l'ouvrage. Un câble peut compter jusqu'à 350 fils. Les conditions de mise en place sont comparables à celles des câbles clos.
- les câbles à torons parallèles : sont dérivés des techniques et produits de précontrainte. Les torons, d'un diamètre de 15,7 mm pour les plus courants, sont revêtus de polyéthylène et mis en place dans l'ouvrage les uns après les autres avec des moyens simples et légers.



FIGURE 3.1 – Types de haubans de gauche à droite : Fils parallèles- Torons-câbles clos

Les câbles du type Multi-Torons Parallèles (MTP) sont ceux adoptés pour le présent projet. Les caractéristiques de ces derniers sont les suivantes :

- -Diamétre nominal du toron= 15.7mm
- Surface nominal du câble=150mm²
- Résistance ultime à la traction $f_u = 1860MPa$
- Module d'élasticité
= $195000~{\rm MPa}$

– Résistance limite à la fatigue
= $160~{\rm MPa}$

3.2 Choix de la configuration générale

La configuration générale du pont consiste à fixer la configuration des principaux éléments de résistance le composant; c'est-à-dire leurs formes géométriques ainsi que leurs dispositions dans l'espace. Nous avons juger nécessaire de traiter cette aspect car la littérature atteste que c'est de la configuration générale ainsi que de l'interaction entre les différents éléments que dépend foncièrement le fonctionnement statique de l'ensemble et son comportement structurale.

3.2.1 Choix de la configuration transversale des haubans (nombre de nappes)

Généralement c'est le type de suspension des haubans qui est arrêté en premier lieu(centrale ou latérale). C'est en effet l'un des éléments fondamentaux de la conception des ponts à haubans : il influe de façon déterminante non seulement le comportement structural de l'ouvrage, mais également la procédure de montage et l'économie. De plus, le type de suspension conditionne la géométrie du mât ainsi que la géométrie du tablier à adopter.

il y a à choisir entre deux options : Système pourvu d'une suspension centrale et système pourvu de suspensions latérales. La longueur totale de l'ouvrage ainsi que son caractère autoroutier(terre plein centrale pour l'ancrage) permettent en effet d'envisager une suspension centrale (cf.paragraphe 1.1.2).

Les avantages et les inconvénients des deux types de suspension sont présentés dans le tableau suivant :

	suspension centrale	Suspension latérale
	Qualité esthétique supérieure (1).	Autorise de très grandes portées.
	Réduction des moments de second ordre dû	Absence de nécessité de rigidité.
Avantages	à la rigidité à la torsion.	torisionnelle. Autorise l'emploi
	Faible sollicitation des câbles à la fatigue (2)	de tabliers très minces.
	Facilité de réalisation.	
	Nécessité d'une rigidité torsionnelle	Difficultés de quelques détails de
	supérieur.	construction.
Inconvénients	Rigidité flexionnelle surabondante (induise	
	par la torsionnelle)	

TABLE 3.2 – Avantages et inconvénients des deux types de suspension latérale

1: La présence d'une seule nappe évite tout croisement optique des câbles + Impression de légèreté conférée par la présence d'un seul mât.

2 : Un tablier très rigide à la torsion présente une importante capacité de répartition des charges concentrées.

Ils s'est avéré aussi que les solutions à suspension centrale sont plus économiques que les solutions à suspensions latérales.

récapitulatif : compte tenu de ceci et des avantages esthétiques et techniques incontestables que présente la suspension centrale, le choix des concepteurs s'est porté donc sur cette dernière.

3.2.2 Choix de la configuration longitudinale des haubans

Le choix se fait entre les dispositions en harpe et en semi-éventail. En effet, la solution en éventail est la moins convaincante du point du vu esthétique en particulier pour les ouvrages à moyenne portée en raison de l'intersection optique des haubans suivant l'angle de l'observation. De plus, une convergence idéale des câbles au même point n'est pas réalisable en pratique, il faut donc répartir les ancrages dans une zone plus ou moins étendue chose qui n'est pas intéressante sur le plan économique, esthétique et technique. Cette solution doit être d'emblée écartée en dépit des avantages qu'elle présente sur le plan du comportement structurale.

L'écartement correspondant des haubans est approximativement de :

- 10 m pour les tabliers en béton
- 15 m pour les tabliers mixtes
- 20 m pour les tabliers entièrement acier

Critère d'appréciation d'ordre esthétique

La solution en harpe est la plus séduisante sur le plan esthétique. Le fait que les câbles soient parallèles et se croisent optiquement sous un angle constant confère à l'ouvrage un aspect agréable. La solution en semi-harpe est une solution intermédiaire sur le plan esthétique.

Critère d'appréciation d'ordre technique

Comparaison des quantité d'aciers nécessaires :

La comparaison peut être faite à l'aide du calcul élémentaire suivant : supposant qu'un hauban incliné d'un angle sur l'horizontale reprend la charge "q" comprise entre les abscisses "x" et "x+dx" et comme l'indique la figure suivante :

La tension dF dans le câbles :

$$dF = \frac{q.dx}{\sin(\alpha)}$$

Soit dA l'aire de la section droite de ce hauban, l sa longueur et γ son poids volumique et admettant qu'il travail à une contrainte limite σ_l donnée :

$$\sigma_l.dA = dF = \frac{q.dx}{\sin(\alpha)}$$



FIGURE 3.2 – Charge reprise par un hauban

d'où

$$dA = \frac{q.dx}{\sigma_l.sin(\alpha)}$$

Le poids total du hauban vaut donc

$$d\Pi = \gamma . l. dA = \frac{\gamma . l. q. dx}{\sigma_l . sin(\alpha)}$$

Supposant dans un premier temps que la disposition des haubans soit en éventail alors : $sin\alpha = \frac{H}{\sqrt{x_2 + H_2}} \text{ et } l = \sqrt{x^2 + H^2}$

En injectant dans l'expression de $d\Pi$ et en intégrant entre 0 et l/2 on trouve la section d'action totale dans ce cas :

$$\Pi_1 = \frac{\gamma . q . L^2}{2 . \sigma_l} . \lambda . (1 + \frac{1}{12 . (\lambda)^2})$$

avec $\lambda = \frac{H}{L}$ avec L portée déterminante du tablier. Supposant maintenant que la disposition des haubans soit en harpe l'angle α est alors constant ce qui donne : $d\Pi = \frac{\gamma \cdot q \cdot (1+4.(\lambda)^2)}{\sigma_l \cdot 2.\lambda} \cdot x \cdot dx$ En intégrant entre 0 et 1/2 on trouve :

$$\Pi_2 = \frac{\lambda . q . L^2}{4 . \sigma_l} . (\lambda + \frac{1}{4 . \lambda})$$

La différence entre les deux quantités de matériaux donne :

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \frac{\lambda . q . L^2}{4 . \sigma_l} . (1 - \frac{1}{12 . \lambda})$$

Cette différence est toujours négative dans l'intervalle pratique de variations de λ Ceci signifie que la disposition en éventail est plus économique du point de vue poids des haubans.

Compression totale dans le tablier L'effort normal dN induit dans une portion du tablier de longueur dx soumise à la charge $q.dx : dN = q.dx.cotan(\alpha)$ L'intégration de cette expression donne :

- Haubanage en éventail(α variable). $N = \frac{q.L}{8.\lambda}$

– Haubanage en harpe (α constant) : $N = \frac{q.L}{4.\lambda}$

Il en résulte que le haubanage en éventail donne un effort de compression inférieur à celui d'un haubanage en forme de harpe. Une étude plus approfondie donnerait dans le cas de portée déterminante entre 200 et 300 m une réduction de l'effort normal entre les deux cas de l'ordre de 70 à 80% ce qui considérable.

Récapitulatif : Ce qu'on peut conclure concernant le choix de la configuration longitudinale c'est que le meilleur compromis entre les critères d'appréciations technique et esthétique est donné par la configuration en semi-harpe qui est une solution intermédiaire permettant d'allier les avantages des deux solutions extrêmes.

3.2.3 Choix du tablier

Il faut fixer deux variables pour le choix du tablier : le matériau et la forme géométrique.

Choix du matériau : Le choix du matériaux du tablier constitue l'un des critères déterminants concernant l'économie globale de l'ouvrage. Le poids propre influence en effet directement la capacité requises pour les haubans, les mâts et les fondations. La réalisation d'une section transversale en acier est nettement plus coûteuse que son homologue en béton(2 à 4 fois plus couteuse). Il est donc important que le gain en poids de la structure (est donc des sections des câbles) apporté par l'acier ne sois pas neutraliser par les coûts de réalisation. Cette exigence est rencontrée dans le cas des ponts de petites à moyennes portées : ce qui est le cas de notre viaduc ; chose qui a mené à opter pour le béton. En outre, les haubans soutenant des tabliers en aciers sont plus sujets à la fatigue vu que le rapport q/g est élevé (importante variation de charges lors du passage des charges d'exploitations).

Ordres de grandeurs des longueurs de travées en fonction dus matériaux :

- béton jusqu'à la portée d'environ 300 m;
- mixte acier-béton jusqu'à 500 m environ;
- $\bullet\,$ tout acier au-delà de 500 m.
- Choix de la géométrie : Le choix de la suspension centrale impose le choix d'un tablier en caisson pour remplir l'exigence de rigidité torsionelle. Ce type de section se prête facilement à la réalisation par encorbellement successif, les étapes courtes étant directement soutenues au moyen des câbles définitifs.

Comme sus-mentionné dans le paragraphe(3.1.2) l'écartement dans le cas d'un tablier en béton ne doit pas dépasser les 10 m. Les concepteurs du viaduc Trans-Rhumel ont opté pour un écartement de 7m ce qui donne : 34 haubans pour le pylônes sud et 30 haubans pour le pylône nord

Récapitulatif : Le choix d'un tablier en caisson en béton est le plus approprié dans le cas de notre ouvrage

3.2.4 Choix de la configuration des mâts

Dans le cas d'un ouvrage de dimensions modérées pourvu d'un haubanage central, la partie supérieure du mât est généralement réalisée au moyen d'une seule branche centrale. La hauteur relativement modérée des mâts suffit pour pourvoir l'ensemble du minimum de stabilité transversale (dans le cas des grandes portées, dissocier la partie sous ancrages du mât en deux branches devient nécessaire).

De plus, les câbles courts dans le cas d'une disposition en semi-harpe sont proches de la verticale et n'offrent qu'une résistance modérée au déplacement horizontal relatif entre le mât et le tablier.La partie inférieure des mâts si elle est suffisamment souple suffit alors pour limiter les sollicitations engendrées dans l'ouvrage par le retrait, le fluage ou les variations de température, chose qui épargne l'aménagement d'appuis glissants impossible à prévoir d'ailleurs dans le cas d'une suspension centrale.

Récapitulatif : le choix d'un pylône et d'un mat à une seule branche est le plus approprié dans le cas d'une le cas de notre ouvrage (c.f.Figure 1.4 paragraphe 1.1.2)

3.2.5 Type d'ancrage des haubans

Les ancrages peuvent jouer un rôle déterminant. Ils doivent donc être pris en compte dés la conception initiale de l'ouvrage. L'expérience montre en effet, que la conception des ancrages dans les mâts doit répondre aux trois impératifs suivants :

- l'ancrage doit être accessible et permettre un éventuel remplacement du câble ;
- la conception des détails doit permettre une mise en place simple et économique des haubans;
- les composantes horizontales des forces dans les haubans doivent être équilibrer de façon simple et durable, sans introduction de moments de torsion dans les mâts.

Trois types d'ancrages subsistent : l'ancrage extérieur, l'ancrage intérieur et l'ancrage par accrochage

 Ancrage extérieur : Les haubans sont disposés dans des niches traditionnelles réservées dans des mâts à section pleine (dans le cas d'ouvrages de dimensions modérées). Les haubans sont alors accessibles depuis l'extérieur c.f. Fig(3.3). Cette solution est bien adaptée aux suspensions en harpe et en semi-harpe.



FIGURE 3.3 – Ancrage extérieur

 Ancrage intérieur : Des ancrages intérieurs peuvent être réalisés si les mâts présentent une section droite creuse (dans le cas d'ouvrages de grande portée). Les ancrages sont alors accessibles depuis l'intérieur au moyen d'une échelle. L'espace dans le caisson doit être suffisant pour accueillir l'équipement nécessaire à la mise en tension des câbles. c.f Fig(3.9)

L'équilibre des forces horizontales est généralement réalisé à l'aide d'une précontrainte appropriée, disposée dans les parois latérales. c.f Fig(3.5)



FIGURE 3.4 – Ancrage intérieur

Ancrage par accrochage : Une solution élégante, destinée à simplifier au maximum la procédure de montage, consiste à disposer dans les mâts des bacs ou caissons métalliques pourvus d'une ouverture en forme de U à leurs extrémités, dans laquelle on vient accrocher l'ancrage fixe des haubans lors du montage. Ces éléments métalliques assurent simultanément l'auto-équilibrage des composantes horizontales des forces dans les haubans. c.f.(3.6)



FIGURE 3.5 – Reprise des efforts horizontaux



FIGURE 3.6 – Ancrage par accrochage

La section des mâts étant creuse, les concepteurs du viaduc Trans-Rhumel ont opté pour un ancrage du type intérieur. Ce type d'ancrage présente un avantage inconstatable : une mise en tension des câbles depuis le mât peut réduire le nombre de déplacement nécessaires du vérin et influencer ainsi le coût du montage.



FIGURE 3.7 – Viaduc Trans-Rhumel : ancrage intérieur des haubans

3.2.6 Liaisons tablier pylônes et tablier-piles

Liaison tablier-pylônes

La liaison entre les mâts et le tablier est nécessairement du type encastrement dans le cas d'une suspension centrale. Il est claire que les liaisons de type encastrement font apparaitre des moments fléchissant au droit de la connexion pylône-tablier plus importants qu'une liaison de type appui simple vertical. Ces moments ne sont cependant pas pénalisant : l'encastrement apporte la solution la plus efficace au problème de la stabilité du fléau haubané en cours de construction.



FIGURE 3.8 – Monolithisme entre pylônes et tablier[1]

Liaison tablier-piles

Les système piles-tabliers notamment dans le cas de piles courtes sont des systèmes assez rigides ayant des période propre faibles qui produisent des forces sismiques importantes dans les piles.

L'isolation sismique consiste à découpler le mouvement du sol du mouvement de la structure par des éléments de liaison flexibles principalement des appareils d'appui en élastomère fretté ou des dispositifs de glissement, pour augmenter ainsi la période fondamentale de vibration de la structure et par conséquent réduire les forces transmises à cette dernière.

Appareils d'appui utilisés Les deux types d'appareils d'appui les plus utilisés sont les appareils en élastomère fretté(AAEF) et les appareils d'appui à pot (AAP).

Le choix du type d'appareils d'appuis dépend de nombreux facteurs : descente de charge, rotation maximale, déplacements horizontaux, durabilité, coût, le type d'ouvrage, son environnement et ses dispositions constructives.[2]

Pour des réactions d'appui limitées à 12 MN (calculé à l'ELU), l'appareil d'appui en élastomère fretté convient parfaitement. Cette valeur correspond à des dimensions en plan de l'ordre de 700 x 700 mm. Au-delà de 20 MN, les appareils d'appui à pot sont préférables car ils limitent l'encombrement du dispositif. Entre ces deux valeurs il est possible de conserver des AAEF, soit en augmentant les dimensions jusqu'à 900 x 900 mm pour les grands ouvrages, soit en accolant deux appareils d'appui plus petits. Cette dernière solution n'est facile à mettre en œuvre que pour les ponts en caisson et les ponts à dalle en béton pour des raisons d'encombrement de l'appareil d'appui. Au niveau des déplacements horizontaux, les systèmes de glissement des AAP offrent une meilleure



qualité et donc une meilleure durabilité.

FIGURE 3.9 – Composition schématique d'un appareil d'appui à pot

Récapitulatif : Pour les raisons sus-nommées les concepteurs du viaduc Trans-Rhumel ont opté pour des appareils d'appuis du type AAP. Il est à noter que certains des AAP utilisés sont à glissement d'autres ne le sont pas.
3.3 Pré-dimensionnement des éléments

3.3.1 Longueur des travées

L'étude statistique des ponts routiers déjà construits conduit à proposer la formule suivantes[1] pour le pré-dimensionnement des longueurs de travées :

Pour les ponts à tablier en béton précontraint : $\frac{L_1}{L} = 0.42 - 7.15.10^{-}5.L$ (m) Où L_1 est la longueur des travées de rives et L est la longueur de la travée centrale.

Dans le cas de notre ouvrage : L=256m ce qui donne : L1 = 102.8m.

Les concepteurs ont opté pour les longueurs suivantes : 105m pour la travée de rive nord et 119 m pour la travée de rive sud.

3.3.2 Hauteurs des mâts

Dans une certaine gamme de hauteurs, la quantité d'acier de haubanage et l'effort de compression dans le tablier sont des fonctions décroissantes de H (hauteur des pylônes). Cependant, l'augmentation de hauteur des pylônes se traduit par une augmentation significative de leur coût[1]. C'est pourquoi, la plupart des projets font apparaître un ratio H/L relativement constant.

Sur la base de données statistiques, on peut pré-dimensionner les mâts de la façon suivante : H/L = 0.2 à 0.22 pour les mâts en H ou les mats simples. Ce qui donne dans le cas de notre projet : H compris entre 51.2 et 56.32 m.

L'étude globale et approfondie du projet par les concepteurs en tenant en compte toutes les exigences qu'elles soient d'ordre techniques, technologiques, esthétiques ou économiques a mené à adopter les hauteurs suivantes :

H=63 m (55 m jusqu'à l'ancrage du dernier hauban + 8 m) pour le mât nord.

H=66 m (58 m jusqu'à l'ancrage du dernier hauban + 8 m) pour le mât sud.

Ces dimensions s'inscrivent bien dans l'ordre de grandeur donné par la formule de pré-dimensionnement.

On rappel que l'écartement entre les haubans est de 7m. La figure ci dessous illustre bien les dimensions du mât ainsi que les points d'accrochages des haubans.

3.3.3 Pré-dimensionnement du tablier

D'une façon générale, étant donné que la flexion longitudinale est modeste dans le cas de haubanage multiple, les dimensions minimales du tablier sont dictées par la flexion transversale et par la reprise des efforts locaux dus à l'ancrage.

La distance A dépend de la largeur du tablier (largeurs des trottoirs exclues); elle est donnée par la formule suivante : A=B/2, A=22.6/2=11.3m. Les concepteurs ont opté pour A=11.1 m



FIGURE 3.10 – Dimensions du mat Sud et écartement des haubans

le hourdis supérieur : L'épaisseur de la dalle en béton formant le hourdis supérieur est généralement comprise entre 20 et 25 m pour des éléments d'appuis allants de 3 à 5 m [1]. La distance entre les éléments d'appui(ancrage du câble et âmes) dans notre cas est de 4.65m ce qui justifie l'épaisseur de 25 cm adoptée par les concepteurs.

Épaisseur des âmes : L'âme doit assurer la résistance aux efforts de cisaillement et permettre la bonne mise en place du béton ainsi que, dans de nombreux cas, l'ancrage des câbles de précontrainte. L'épaisseur minimale est de 30cm **GUYON** propose une formule empirique : $E_a = (h/36) + 5 + \phi(cm)$

Pour la détermination de h (hauteur du caisson) on utilise la formule proposé par **Walther René** 1/70h/L. Avec L la portée maximale, Soit L=259 m alors 3.7 < h < 5.18. Le tablier de notre viaduc a une hauteur de 3.75 m.

 ϕ est pris comme étant égale à 15cm (câble du type T15) ce qui donne :

• Épaisseur de l'âme en zone courante :

$$E_a sup \frac{440}{36} + 5 + 15 = 30.4 cm \ E_a = 40 cm$$

Le hourdis inférieur : Les concepteurs ont opté pour la même épaisseur que le hourdis supérieur (25cm) en dépit de sa non conformité avec la formule de pré-dimensionnement suivante :

$$E_i = max(18cm, 3.(\theta), E_a)$$
 qui donne $E_i = 40m$;

La section droite ainsi que ses principales dimensions sont montrées sur la figure suivante :



FIGURE 3.11 – Dimensions de la section droite

3.3.4 Pré-dimensionnement des haubans

Le calcul des sections définitives des suspentes se fait par itération comprenant les effets des interactions entre les divers éléments porteurs[4]. Toutefois, un pré-dimensionnement doit être fait afin de disposer des valeurs des sections que l'on peut introduire comme première approximation dans le modèle de calcul. On suppose en effet, que chaque hauban reprend les charges lui revenant d'une portion du tablier de longueur égale à l'espacement entre deux haubans consécutifs.



FIGURE 3.12 – Charges reprises par un hauban



FIGURE 3.13 – Schéma des forces

D'après le schéma ci-dessus, la tension Ti dans le hauban est donnée par la relation

$$T_i = \frac{Rg_i}{\sin(\alpha)}$$

où

– Ti est la tension du hauban i.

– Rgi la réaction sous l'hauban i sous charges permanentes et surcharges.

– α_i l'inclinaison du hauban i par rapport à l'horizontale.

On a alors :

$$A_i = \frac{Rg_i}{\sin(\alpha).\sigma_g}$$

où Ai est la section du hauban. σ_g contrainte admissible réduite dans le haubans sous poids propre et les surcharges.

Pour déterminer la contrainte admissible réduite σ_g des haubans il faut définir le critère à prendre en compte à savoir :

- Critère de résistance : $\sigma_g = (1 + (\frac{q}{g}))^{-1} . \sigma_{adm}$ si q/g<0.3
- Critère de fatigue $\sigma_g = (\frac{q}{g})^{-1} \sigma_{adm} \text{ si } q/g > 0.3$

La résistance ultime à la traction des câbles est 1860 MPa noté β_z .

 σ_{adm} est donnée par $\sigma_{adm}=0,45.\beta_z$

Évaluation de g et q

calcul de g :

$$g = A.\rho = (13m^2).28 = 364KN/ml$$

Où A est l'aire approximatif du tablier, et ρ la masse volumique apparente incluant le poids des différents équipements : corniche, dispositif de sécurité...

calcul de q :

Le chargement q est calculé en considérant le système de charge uniformément répartie A(L).

La largeur roulable : $L_r = 19 - 2.2 - 3, 6 = 14m$. $L_r > 7m$ donc le pont est de première classe.

La largeur changeable est confondue avec la largeur roulable.

Nombre de voie : $n = E(\frac{L_s}{3}) = E(\frac{14}{3}) => n=4$ voies. Largeur de la voie : $L_v = \frac{L_r}{n} => L_v = 3.5m$

Pour les ponts comportant des portées unitaires inférieures ou égales à 200 m, la chaussée supporte une charge uniforme dont l'intensité est égale à :

$$A = a_1 * a_2 * A(L)$$

Où A(L) est exprimé en kg/m2 , est donnée en fonction de la longueur chargée (L) exprimée en mètre :

$$A(L) = 240 + 36000/(L+12)$$

Dans le cas de portée supérieur à 200 m :

$$A(L) = 400 - 0, 2.L$$

A.N : L=256 m ce qui donne : $A(L) = 400 - 0, 2.256 = 348, 8kg/m^2$ q est égale alors en chargeant les 4 voies : q = 348.8 * 14 = 4883.2kg/ml

Enfin, le rapport q/g est de : $\frac{48.83}{364} = 0.13$ ce qui est inférieur à 0.3. On dimensionne alors selon le critère de résistance.

La contrainte limite dans les câbles est égale à :

$$\sigma_g = (1 + (0, 134))^{-1} .0, 45.1860$$

 $\sigma_g = 738.1 MPa$

Nous allons nous contenter de pré-dimensionner les câbles nord du pylône sud. Les autres sont fixé par simple symétrie puisqu'il ne s'agit que d'une première approximation sur-laquelle se base le calcul itératif.



FIGURE 3.14 – Disposition des câbles

Le pré-dimensionnement est donné dans le tableau suivant :

X(i)	Z(i)	α	Ri(KN)	Ti(KN)	Ai(mm2)	N adopté	Section Nominale(mm2)
21	34	58.3	2.89	3.40	4601.78	31	4650
28	35.5	51.7	2.89	3.68	4986.45	34	5100
35	37	46.6	2.89	3.98	5389.34	36	5400
42	38.5	42.5	2.89	4.28	5794.06	39	5850
49	40	39.2	2.89	4.57	6191.23	42	6300
56	41.5	36.5	2.89	4.85	6575.74	44	6600
63	43	34.3	2.89	5.13	6944.98	47	7050
70	44.5	32.4	2.89	5.39	7297.85	49	7350
77	46	30.9	2.89	5.63	7634.10	51	7650
84	47.5	29.5	2.89	5.87	7954.01	54	8100
91	49	28.3	2.89	6.10	8258.15	56	8400
98	50.5	27.3	2.89	6.31	8547.23	57	8550
105	52	26.3	2.89	6.51	8822.03	59	8850
112	53.5	25.5	2.89	6.70	9083.38	61	9150
119	55	24.8	2.89	6.89	9332.06	63	9450
126	56.5	24.2	2.89	7.06	9568.85	64	9600
133	58	23.6	2.89	7.23	9794.48	66	9900

TABLE 3.3 – Pré-dimensionnement des haubans

CHAPITRE 4

Principes de l'analyse dynamique des Ponts

Dans ce chapitre, nous allons passé en revue les principes de base de l'analyse dynamique des structures en générale et des ponts en particulier.

4.1 Hypothèse de base

L'hypothèse de comportement élastique linéaire des structures permet d'étudier séparément les effets des trois composantes du mouvement sismique.

4.2 L'oscillateur simple

L'étude de oscillateur simple est essentielle car le calcul dynamique d'une structure élastique comportant plusieurs masses se ramène à celui d'un nombre d'oscillateurs simples caractérisés chacun par une période de vibration et un coefficient de comportement.

Le mouvement d'un oscillateur simple soumis à une force p(t), fonction du temps est régit par l'équation du mouvement suivante :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2.\xi.\omega.\frac{du}{dt} + \omega^2.u = \frac{p(t)}{m}$$

où la masse m, la raideur k et l'amortissement ξ sont les paramètres qui caractérisent le système tels que : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ et $f = \frac{1}{T}$ nommés respectivement pulsation propre, période propre et fréquence propre

u(t) désigne l'abscisse de la masse de l'oscillateur relativement à la base.

Dans le cas d'un déplacement d'appui de l'oscillateur par un séisme, la force p(t) est calculée à partir l'accélération imposée à l'appui : $\gamma_g(t) = (\frac{d^2u}{dx^2})_g(t)$

$$p(t) = -m.\gamma_g(t)$$



FIGURE 4.1 – Oscillateur simple

La résolution de l'équation de mouvement sus-mentionnée par l'intégrale de Duhamel donne le déplacement u(t) ainsi que le déplacement maximal U_{max} de l'oscillateur.

$$u(t) = \frac{1}{m.\omega_D} \int_0^t (p(\tau).\exp(-\xi.\omega.(t-\tau)).\sin(\omega_D(t-\tau)).d\tau$$
$$\omega.\sqrt{1-\xi^2}$$

avec $\omega_D = \omega . \sqrt{1 - \xi^2}$

4.3 Spectres de réponse

Le spectre de réponse est la courbe donnant les déplacements maximaux d'un ensemble d'oscillateurs dont les périodes balaient une plage de périodes propres couramment rencontrées dans les structures de génie civil[3].

On définit également les spectres de pseudo-vites se S_v et de pseudo-accélération S_e

- $S_v(\text{pseudo-vitesse}) = \omega . S_{De}$
- S_e (pseudo-accélération) = $\omega^2 . S_{De}$

Nota : Le terme "pseudo" provient du fait que $S_e(T)$ n'est égal à l'accélération totale de la masse que si l'amortissent est parfaitement nul (il est en générale faible).

Le RPOA définit comme spectres de réponses deux spectres d'accélérations (composantes horizontale et verticale) pour différents types de sols comme le montre les deux figures suivantes :



FIGURE 4.2 – Spectre de réponse élastique-composante horizontale- $\xi = 0.05$



FIGURE 4.3 – Spectre de réponse élastique-composante verticale- $\xi = 0.05$

L'observation montre que l'intensité avec laquelle un séisme est ressenti en un lieu donné dépend, dans une large mesure, de la nature des terrains traversés par les ondes sismiques et des conditions locales d'où la définition de spectres pour les différents types de sols.

4.4 Spectre de dimensionnement

Pour certains systèmes d'appui, et sous réserve d'adopter des dispositions constructives particulières qui concernent le ferraillage minimal longitudinal (moment fléchissant), et transversal (effort tranchant), il est possible de procéder à un calcul inélastique qui réduit forfaitairement les efforts, à l'aide d'une approche linéaire équivalente, en utilisant le spectre de dimensionnement[3].



FIGURE 4.4 – Spectre de dimensionnement - $\xi = 0.05$

4.5 Équation de la dynamique d'un système à plusieurs degrés de liberté

D'une façon générale, une structure soumise à des déplacements imposés de leurs fondations lors d'un séisme, dans le cas d'une discrétisation de la structure et dans le cas où l'accélération du sol est uniforme sur toutes les fondations, obéit à l'équation de la dynamique suivante :

$$[M][u''(t)] + [C][u'(t)] + [K][u(t)] = -[M][u_g(t)]$$

Où :

[M] est la matrice de masse de la structure.

[C] est la matrice d'amortissement

[K] est la matrice de raideur

[u''(t)], [u'(t)] et [u(t)] sont les vecteurs de déplacement, de vitesse et d'accélération de la structure (relatifs par rapport au sol de fondation).

 $[u_g(t)] = u_g(t)[\Delta]$ où Δ est le vecteur unitaire de la direction étudiée (les composantes Δ_i de ce vecteur sont égales à 1 pour les degrés de liberté correspondant à des déplacements dans cette direction)

L'équation devient alors

$$[M][u''(t)] + [C][u'(t)] + [K][u(t)] = -[M][\Delta].u_g(t)$$

4.6 Principes de l'analyse modale spectrale

4.6.1 Analyse modale

La résolution de l'équation $-(\omega_i)^2[M][\phi_i] + [K][\phi_i] = 0$ permet de trouver les modes propres non amortis ainsi que les vecteurs propres associés notés ϕ_i . Ces vecteurs propres sont orthogonaux pour les matrices [M] et [K] ce qui permet de dire que la réponse du système peut s'écrire comme une combinaison linéaire des modes propres $[X(t)] = \sum_{i=1}^{N} [\phi_i][r_i(t)]$

En injectant cette dernière équation dans l'équation générale de la dynamique et en découplant en utilisant la propriété d'orthogonalité on aboutit au système découplé à n équation suivant :

$$m_{gi} \cdot \frac{d^2 r_j(t)}{dt^2} + 2 \cdot \xi_j \cdot \omega_j \cdot \frac{dr_j}{dt} + k_{gi} \cdot \frac{r_j}{dt} = \frac{{}^t [\phi_j][M][\Delta]}{m_{gi}} \cdot \frac{du_g}{dt}(t)$$

et ceci pour tout j. Cette équation fait apparaitre les facteurs suivants :

 $m_{gi} = {}^t [\phi_j][M][\phi_j]$ est appelée masse généralisée. $\omega_j^2 = \frac{k_{gi}}{m_{gi}} = \frac{[\phi_j][K][\phi_j]}{{}^t [\phi_j][M][\phi_j]}$ où k_{gi} est appelée raideur généralisée.

 $\gamma_j = \frac{{}^t[\phi_j][M][\Delta]}{m_{gi}}$ appelé facteur de participation du mode j $2\xi_j \omega_j = \frac{{}^t[\phi_j][C][\phi_j]}{{}^t[\phi_j][M][\phi_j]}$ où ξ_j est le pourcentage d'amortissement critique du mode j

La quantité $m_j = \frac{({}^t[\phi_j][M][\Delta])^2}{m_{gi}} = m_{gi} \cdot \gamma_j^2$ est appelée la masse modale du mode j et possède la propriété remarquable suivante :

$$\sum m_j =$$
Masse totale structure

La proportion de m_i par rapport à la masse totale de la structure représente le pourcentage de masse modale. Plus il est élevé, plus le mode participe à la réponse sismique. Cela permet de donner un critère pour restreindre le nombre de modes.

4.6.2Analyse spectrale

La réponse spectrale d'un mode j lorsqu'un système à plusieurs degré de liberté et mis en mouvement est donnée par la relation :

$$Max(r_j(t)) = r_{j,max} = \frac{{}^t[\phi_j][M][\Delta]}{mgi} \cdot \frac{S_e(\omega_j,\xi)}{\omega_j^2} = \gamma_j \cdot \frac{S_e(\omega_j,\xi)}{\omega_j^2}$$

où la réponse est corrigée du facteur multiplicatif γ_j issu de la résolution mathématique de l'équation matricielle généralisée. Cf. §4.6.1

La réponse globale du système s'obtient en combinant les réponses des différents modes. Cependant, les maxima dans chacun des modes ne se cumulent pas car ils ne surviennent pas en même temps. Pour résoudre ce problème, une approche probabiliste est adoptée. On cherche une valeur "maximale probable", en supposant que l'accélération de la sollicitation sismique est un processus aléatoire stationnaire à moyenne nulle et variance constante[3].

La combinaison quadratique complète (CQC)

Soit $E(t) = \sum r_j(t) \cdot E_j$ on démontre alors que :

$$E_{max,probable} = \sqrt{\sum \sum \rho_{i,j} \cdot r_{i,max} \cdot r_{j,max} \cdot E_i \cdot E_j}$$

avec ρ_{i_i} : les facteurs de corrélation modales.

Les coefficients de corrélation modales (ρ_{ij}) dépendent de la durée, du contenu fréquentiel du signal d'entrée, ainsi que des fréquences propres, et du pourcentage d'amortissement critique des modes i et j. Si la durée du séisme considérée est longue, comparativement aux périodes de vibration de la structure et si de plus le spectre du séisme est relativement lisse sur une large plage de fréquences, alors les coefficients de corrélations modales peuvent être peuvent être estimés par la relation approchée suivante (Der Kiureghian et Nakamura, 1993) :

$$\rho_{i,j} = \frac{8 \cdot \sqrt{\xi_i \cdot \xi_j} \cdot (\xi_i + r \cdot \xi_j) \cdot r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4 \cdot \xi_i \cdot \xi_j \cdot r \cdot (1 + r^2) + 4 \cdot (\xi_i^2 + \xi_j^2) \cdot r^2}$$

où $r = \frac{\omega_j}{\omega_i}$ est le rapport de deux pulsations consécutives ; ξ_i et ξ_j étant les pourcentages d'amortissement critiques des modes i et j respectivement.

La combinaison quadratique simple (SRSS)

Cette combinaison est un cas particulier de la précédente. Elle s'emploie lorsque les pulsations propres de deux modes i et j différents sont suffisamment éloignés (en pratique plus de 10% d'écart, $Q_{i,j}$ devient négligeable et $Q_{i,i} = 1$. La combinaison se simplifie pour donner :

$$E_{max,probable} \approx \sqrt{\sum (r_{j,max}.E_j)^2}$$

Modes significatifs

Une structure continue présente une infinité de modes. On prend en compte tous les modes qui ont une contribution importante à la réponse structurale totale.

Le RPOA impose les conditions suivantes concernant les modes les plus significatifs :

- La somme des "masses modales effectives" atteint pour les modes considérés au moins 90% de la masse totale du pont.
- La somme des "masses modales effectives" atteint pour les modes considérés au moins 70% de la masse totale du pont, à condition de considérer le mode résiduel qui tient compte des modes négligés. La masse du mode résiduel est égale à M_r = M − ∑ M_i, M étant la masse totale vibrante et M_i étant les masses des différents modes calculés.

4.7 Analyse spectrale monomodale

En générale, dans le cas de ponts réguliers, le comportement dynamique d'une structure est bien représenté par son premier mode, dont la déformée est souvent proche de la déformée qu'aurait la structure sous un chargement uniforme statique. La masse modale du premier mode représente alors quasiment toute la masse totale de la structure.

Domaines d'application selon le RPOA : Le RPOA impose les conditions suivantes entres autres pour l'application de cette méthode :

- La méthode ne s'applique pas aux ponts spéciaux : arcs, ponts à béquilles, ponts cantilever.
- La masse modale (Masse totale mise en mouvement par le mode fondamental) doit être supérieur à 70% de la masse totale de la structure, y compris la masse des appuis en élévation (fût et chevêtre).

Le RPOA fait la distinction dans l'application de cette méthode entre les ouvrages à tablier rigide et les ouvrages à tablier flexible. Modèle à tablier rigide : La pulsation propre de l'ouvrage est donnée par : $\omega^2 = \frac{K}{M}$ où K est la somme des raideurs des éléments résistants dans le sens du séisme. L'effort sismique exercé sur les appuis est dans ce cas simple à calculer :

$$F_{max} = K.\frac{S_e(\omega,\xi)}{\omega^2}$$

qui se répartit sur chaque appui au prorata des raideurs.

Modèle à tablier flexible : Dans le cas où le tablier est souple, mais où le premier mode reste prépondérant (ce qui n'est pas toujours le cas), et surtout lorsque l'on a une bonne idée de la déformée modale y(x) de ce premier mode (ce qui n'est pas toujours évident) la structure peut être représentée par un oscillateur linéaire à un degré de liberté.

Dans ce cas la période propre est déterminée à l'aide de la formule de Rayleigh et la distribution des efforts se fait selon les prescription du RPOA.

4.8 Analyse spectrale multimodale

Lorsque la structure est irrégulière, ou lorsque son comportement dynamique ne peut pas être simplement approché par un seul mode, il y a lieu de procéder à une analyse spectrale multimodale.

soit N fonctions représentatives notées $y_i(x)$ dont la combinaison linéaire suffit raisonnablement à représenter les premiers modes propres. On peut former une matrice masse et une matrice raideur comme suit :(C.f [3])

Les coefficients de la matrice de masse sont :

$$M_{p,q} = \int \rho . S(x) . y_p(x) . y_q(x) \, dx \, + \sum_i m_i . y_p(x_i) . y_q(x_j)$$

Les coefficients de la matrice de raideur sont :

$$K_{p,q} = \int E.I(x) \cdot \frac{d^2 y_p(x)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 y_q(x)}{dx^2} \, dx \, + \sum_j k_j \cdot y_p(x_j) \cdot y_q(x_j)$$

Le problème revient à un problème de recherche de valeurs propres et de vecteurs propres comme il a été relaté dans le §4.6.1 La masse généralisée est donnée par

$$m_{g,p} = \int \rho . S(x) [\phi_p(x)]^2 dx + \sum_i mi . [\phi_p(x_i)]^2$$

Le facteur de participation peut être calculé grâce à :

$$\gamma_p = \frac{\int \rho . S(x) . [\phi(x)] . dx + \sum_i mi[\phi_p(x_j)]}{m_{g,p}}$$

Une fois ceci déterminé toutes les grandeurs utiles peuvent être calculées à l'aide des combinaisons CQC ou SRSS selon le cas.

4.9 Analyse modale par éléments finis

Cette méthode peut être utilisés quelque soit le type de l'ouvrage et quelque soit sa complexité géométrique. Elle consiste à discrétiser la structure à l'aide d'un maillage en éléments finis où chaque élément est caractérisé par sa matrice masse et sa matrice rigidité (matrices élémentaires) définies comme suit :

$$[M]_e = \int \int \int [B]^t [D] [B] dv$$
$$[K]_e = \int \int \int \rho [N]^t [N] dv$$

où [B] représente la matrice des dérivées des fonctions d'interpolation, [N] une matrice contenant les fonctions de formes, les symboles ρ et [D] désignent la masse volumique d'élasticité de l'élément respectivement.

La matrice [M] et la matrice [K] du système globale sont obtenus en faisant l'assemblage des matrices élémentaires.

La solution du problème non standard des formes propres de vibration du l'ouvrage est déterminée alors en résolvant le système matriciel d'ordre N*N suivant :

$$([K] - \omega_i^2[M])\phi_i = 0$$

N étant égal à la somme des degrés de liberté dans tous les nœuds.

Une fois les périodes propres et les vecteurs propres déterminés, les différents paramètres de l'analyse modale peuvent être calculés (masse généralisée, facteur de participation modale, pourcentage d'amortissement pour chaque mode...)r et l'analyse spectrale peut ainsi être faite afin d'obtenir les réponses voulus(déplacements, efforts...).

Il est bien entendu qu'un choix approprié des éléments finis à adoptés doit être fait. Ceci fait l'objet de la modélisation de la structure.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé sommairement la démarche de l'analyse modale et la détermination de la réponse sismique telle que effectuée par les programmes de calcul de structures. Une bonne connaissance de ses principes permet de mieux manipuler ces derniers ainsi des interprétations et des exploitations rationnelles des résultats.

CHAPITRE 5

Modélisation 3-D et analyse modale de l'ouvrage

La première étape dans l'analyse dynamique d'une structure consiste à en créer un modèle mécanique représentatif. Vue la complexité de la structure le recours à un modèle éléments finis 3-D en vue d'effectuer l'analyse dynamique de l'ouvrage est nécessaire. L'ouvrage, en effet, est loin d'appartenir à la catégorie de ponts pouvant se prêter à une analyse mono-modale [4].

5.1 Modèle 3-D de calcul

L'élément fini du type poutre tridimensionnel est considéré en vue de modéliser les piles et les pylônes. Cet élément est constitué de deux nœuds ayant six degrés de liberté : trois degrés de translation et trois rotations(e.g Zienkiewicz et Taylor, 2005). Un nombre de nœuds minimal doit être prévu sur le piles et les pylônes. Il a été prouvé qu'une discrétisation de 4 nœuds fournit des résultats en excellente concordance avec des modèles dynamiques discrets basés sur des maillages beaucoup plus raffinés, indépendamment de la nature et du nombre de modes de vibration considéré.

Le tablier doit faire l'objet d'une modélisation traduisant aussi fidèlement que possible les particularités de son fonctionnement mécanique. Les ponts haubanés à nappe centrale sont en effet connus pour leur vulnérabilité à la torsion. Nous avons a cet effet, adopté l'élément finis de type solide pour le tablier afin de dégager les modes de vibration torsionnelle.

Les haubans sont généralement représentés par des barres. Certain programmes proposent des éléments de type "câble" à comportement non-linéaire avec possibilité de le considérer comme rigide à la flexion. Les points d'ancrage des haubans sur le tablier doivent correspondre à des nœuds de ce dernier. La masse des haubans est généralement répartie pour moitié entre ses nœuds d'extrémité.

Les pylônes et les piles sont encastrés à leurs bases. Les conditions d'appui au niveau des culées sont telles que :

- Seul le déplacement longitudinal est libre (joint de chaussée), les autres étant bloqués (butées);
- Rotation autour de l'axe longitudinal bloquée, les autres étant libres.

Les appareils d'appui à pot sont modélisés par des rotules. Ceci se justifie par le faite que le coussin en élastomère (Cf. §3.6.2) autorise toutes les rotations tandis que toutes les translations sont bloquées par des goujons.

Logiciel de modélisation : La modélisation de notre ouvrage est réalisée par le SAP2000 qui est une série très puissante de programme d'analyse dynamique des structures, basé sur la méthode des éléments finis M.E.F. SAP2000 est un logiciel de calcul et de conception adaptée à tout type d'ouvrages de génie civil. Il offre de nombreuses possibilités d'analyse des effets statiques et dynamiques et de vérification des structures en béton armé et en charpente métallique. Le post-processeur graphique disponible facilite considérablement l'interprétation et l'exploitation des résultats et la mise en forme des notes de calcul et des rapports explicatifs.

Une vue en perspective du modèle 3D développé est donnée sur la figure ci-dessous :

La figure suivante illustre le nombre de nœuds minimal par piles et la rotule modélisant les appareils d'appui.



FIGURE 5.1 – Vue en perspective du modèle 3D

5.2 Résultats de l'analyse

5.2.1 Identification 3-D des modes de vibration

Le tableau 5.1 donne les périodes propres et les facteurs de participation modaux ainsi que la forme modale des 20 premiers modes.

La figure 5.3 illustre le 1^{er} mode latérale symétrique, le 2^{me} mode latérale antisymétrique, le 1^{er} mode verticale(ordre 4) ainsi que le 1er mode de torsion (ordre 11)

N.B: Pour des raison d'espace seul les quatre modes sus nommés sont illustrés sur la figure. Les formes modales des 20 premiers modes se trouvent en annexe.

Il est à noter que 98 modes sont requis pour atteindre la participation de 90% de la masse totale du pont dans la direction longitudinale tandis que 165 sont nécessaires dans la direction transversale.

Il est généralement admis que les trois modes les plus importants pour le calcul dynamique des ponts à haubans conventionnels sont : le 1^{er} mode longitudinal, le 1^{er} mode symétrique vertical et le 1^{er} mode de torsion symétrique.[5]

Le premier mode de vibration est un mode de déplacement latéral dont la période est de 3.2s. La structure est donc assez souple.

Les deux premiers modes de vibration sont le mode latéral symétrique et le mode latéral antisymétrique des pylônes. L'apparition précoce de ses deux modes de vibration est typique des ponts haubanés à une seule nappe de haubans.[5]



FIGURE 5.2 – Maillage minimal et liaison tablier piles

Le rapport entre les périodes du premier mode de vibration verticale et le premier mode de torsion est de 2.45 ce qui est un indicateur d'une bonne stabilité au vent de l'ouvrage.[R.W]

Un exemple d'un couplage entre une torsion antisymétrique et un déplacement latérale symétrique qui apparait au mode 19 (T = 0.59s) est illustré sur la figure 5.4. (le mode 19 est donc un mode couplé)

Commentaires sur les facteurs de participations modales : D'après le tableau 5.1 on note que, pour un mode donné, les facteurs de participations modales différent selon la direction étudiée (X,Y,Z) (Voir expression du facteur §4.7). Il varient aussi selon que le mode soit symétrique ou antisymétrique. En effet, le facteur de participation modale dominant pour un mode *i* est celui donné dans la direction de vibration du mode. Ainsi, la réponse sismique à une excitation dans une direction donnée sera fortement gouvernée par les modes vibrant dans cette direction même.

On remarque aussi que le facteur de participation modale dans la direction de vibration d'une forme modale de nature anti-symétrique est nettement inférieur à celui de la nature symétrique. A tire d'exemple, le facteur de participation modale du 1^{er} mode (latéral) est de 0.24 dans sa direction de vibration(Y) tandis que le 2^{eme} mode latéral qui est de nature anti-symétrique a un facteur de participation modale de 0.06 dans sa direction de vibration. Aussi, le mode vertical symétrique (ordre 4) a un facteur de participation de 0.11 dans la direction Z alors que ce facteur est de 0.001 pour le mode verticale antisymétrique (ordre 7).

mode	périodes (s)	Ux	Uy	Uz	forme modale
1	3.197	1.221E-19	0.24	2.344E-20	Laterale S
2	2.72	0	0.0596	1.475E-19	Laterale AS
3	2.623	0.78	4.617E-18	7.146E-06	Longitudinale
4	2.109	0.0006924	1.288E-18	0.1138	Verticale S
5	1.663	8.993E-16	0.1523	4.933E-16	Laterale S 2
6	1.219	2.182E-16	0.0005451	1.105E-14	Laterale AS 2
7	1.186	0.0278	2.683E-15	0.0015	Verticale AS
8	1.144	0.0198	2.832E-16	2.995E-16	Longitudinale P2
9	1.118	1.767E-15	0.2607	1.073E-15	Laterale S 3
10	0.916	0.018	2.451E-14	9.898E-15	Longitudinale P5
11	0.860	6.865E-17	0.0299	4.831E-15	Torsion
12	0.859	0.000527	1.151E-14	0.0954	Verticale S 2
13	0.792	0.017	1.23E-14	1.541E-16	Longitudinale P6
14	0.760	0.0016	3.834E-15	0.008	Verticale S 3
15	0.756	1.636E-20	0.0001028	5.986E-15	Latérale AS
16	0.679	0.0001001	3.035E-14	0.118	Verticale S4
17	0.649	0.0157	1.926E-14	2.731E-14	Longitudinale P1
18	0.597	2.149E-15	0.0014	6.218E-16	Torsion AS
19	0.587	9.888E-15	0.0039	1.833E-13	Latérale S/Torsion AS
20	0.575	6.502E-16	0.0225	6.645E-15	Torsion S

TABLE 5.1 – Périodes propres, facteurs de participation modaux, formes modales des 20 premiers modes



FIGURE 5.3 – Formes modales des modes : L1 ; L2 ; Lg1 ; V1 ; T1



FIGURE 5.4 – Illustration du couplage entre les modes latéral et torsionel

5.2.2 Inter-corrélation modale

On rappel que les coefficients de corrélations modales sont estimés par la relation approchée suivante (C.f §4.7.2) :

$$\rho_{i,j} = \frac{8 \cdot \sqrt{\xi_i \cdot \xi_j} \cdot (\xi_i + r \cdot \xi_j) \cdot r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4 \cdot \xi_i \cdot \xi_j \cdot r \cdot (1 + r^2) + 4 \cdot (\xi_i^2 + \xi_j^2) \cdot r^2}$$

où $r = \frac{\omega_j}{\omega_i}$ est le rapport de deux pulsations consécutives ; ξ_i et ξ_j étant les pourcentages d'amortissement critiques des modes i et j respectivement.

Pour un amortissement modal constant $(\xi_i = \xi_j)$ l'équation prend la forme simplifiée suivante :

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{\frac{3}{2}}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2r(1+r^2) + 8\xi^2r^2}$$

En considérant un amortissement modal invariant égal à 0.05 pour tous les modes, les coefficients de corrélations modales ont été déterminés et regroupés à titre illustratif pour les 13 premiers modes de vibration dans le tableau 5.2.

on note immédiatement que les valeurs des périodes des modes de vibration des modes de vibration 2 et 3; 6,7; 8,9; 10,11; 10,12 et 11,12 sont voisines. Les coefficients de corrélation modales correspondant à ces modes sont nettement plus importants que les autres valeurs indiquées dans le tableau 5.2. On en déduit que pour l'étude de ce pont, les interactions modales entre les modes supérieurs auront une influence significative sur la valeur maximale de la réponse sismique qui devra être estimée en utilisant une règle de combinaison modale autre que celle basée sur la moyenne quadratique des réponses modales.

Ordre	Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3.20	1.00	0.27	0.20	0.05	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2.72		1.00	0.86	0.13	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00
3	2.62			1.00	0.17	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
4	2.11				1.00	0.15	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
5	1.66					1.00	0.09	0.08	0.06	0.06	0.03	0.02	0.02	0.02
6	1.22						1.00	0.92	0.70	0.56	0.11	0.07	0.07	0.05
7	1.19							1.00	0.87	0.72	0.13	0.09	0.08	0.06
8	1.14								1.00	0.94	0.16	0.11	0.11	0.07
9	1.12									1.00	0.20	0.12	0.12	0.07
10	0.92										1.00	0.70	0.70	0.31
11	0.86											1.00	1.00	0.58
12	0.86												1.00	0.58
13	0.79													1.00
<u></u>														

TABLE 5.2 – Coefficient de corrélation modale en % pour les 13 premiers modes de vibration

Conclusion

Le choix des éléments finis adéquats pour l'analyse modale est primordial. Le recourt à l'élément finis du type "solide" pour le tablier est inéluctable afin de dégager le premier mode de torsion. Les ponts à haubans à nappe centrale ont des caractéristiques dynamiques qui leurs sont spécifiques. D'une façon générale, la réponse sismique à une excitation dans une direction donnée sera fortement gouvernée par les modes vibrant dans cette direction même. Les modes supérieurs (les modes rigides) pour ce type de structures complexes sont fortement corrélés ce qui se répercute sur l'analyse de la réponse sismique comme il le sera détaillé dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 6

Réponse sismique tridimensionnelle de l'ouvrage

Le but du présent chapitre est de montrer l'influence du choix de la méthode de calcul de la réponse sismique sur cette dernière.

6.1 Efforts sismiques maximaux

La réponse dynamique du pont est déterminée par une analyse de type modalospectrale (e.g Chopra,2001). Cette dernière s'effectue par une combinaison appropriée de la réponse modale maximale dans chaque mode. La méthode de combinaison quadratique complète (CQC) ou la méthode (SRSS) (Square Root of Sum of the Squares) sont les plus fréquemment utilisés. On rappel que la méthode CQC requiert que la contribution de tous les termes de la réponse soient combinés par la relation type suivante : (Cf. §4.6.2)

$$U_k = \sqrt{\sum \sum \rho_{i,j}.U_i.U_j}$$

Où U_k représente la kième composante du vecteur réponse en déplacement; i et j représentent les indices relatifs aux modes correspondants. Les coefficients ρ_{ij} désignent les coefficients de corrélation modales. Si les coefficients de corrélation modaux sont tels que $\rho_{ij} = 0$ et $\rho_{ij} = 1$, la CQC se réduit à la règle SRSS :

$$U_k = \sqrt{\sum U_{ki}^2}$$

D'un point du vue pratique, on utilise généralement l'approche CQC car il est difficile de savoir à priori s'il existe des modes couplés.

Les deux méthodes précédentes ont été appliquées à l'étude de la réponse sismique du viaduc Trans-Rhumel soumis à un signal dont le spectre lissé a été défini sur la base du règlement parasismique algérien RPOA.

Paramètres du spectre : On rappel que le pont appartient au groupe 2 selon l'importance (pont important) et que le site d'implantation appartient à la zone IIa. Il en découle que A=0.2. Le sol du site est du type meuble (S3)

Combinaison des composantes de l'action sismique : La réponse sismique a été déterminée dans les 3 directions principale de l'ouvrage(X,Y,Z). La combinaison des forces sismiques orthogonales est employée pour tenir compte de l'incertitude directionnelle du séisme.[4]

L'effet probable de l'action maximal E, dû à l'apparition simultanée des actions sismiques le long des axes horizontaux X et Y et de l'axe verticale Z,peut être estimé, à partir des effets d'actions maximales E_x , E_y et E_z dus à l'action sismique indépendante le long de chaque axe, comme suit :

Les effets des différents composantes du mouvement d'ensemble sont combinées de la manière suivante :

$$E = E_x + 0.3E_y + 0.3E_z$$
$$E = E_y + 0.3E_x + 0.3E_z$$

$$E = E_z + 0.3E_y + 0.3E_x$$

On note la première combinaison COMB1, la deuxième COMB2 et la troisième COMB3.

Le tableau ci-après, fournis un résumé récapitulatif des valeurs maximales des efforts au niveau des piles par la méthode CQC d'une part et par la méthode SRSS d'autre part.

Effort(MN)	Pile(à la base)	CQC	SRSS	COMB	Erreur(%)
Vx	P3	<u>13.1</u>	<u>11.3</u>	COMB 3	<u>16.4</u>
Vy	P3	9.7	8.9	COMB 2	7.9
Ν	P4	19.4	19.7	COMB 1	1.7
My	P4	824.5	829.8	COMB 1	0.6
Mz	P3	553.5	535.5	COMB 2	3.4

TABLE 6.1 – Valeurs maximales des efforts sismiques calculées par les méthodes CQC et SRSS

On observe que les résultats des effets dynamiques calculés en utilisant ces deux méthodes, sont souvent en bonne concordance. Toutefois, les résultats obtenus montrent une différence importante (16.4 %) entre les valeurs fournies par l'utilisation de ces deux méthodes pour le calcul de l'effort de cisaillement à la base des piles.

CHAPITRE 7

Stabilité aérodynamique du tablier

L'étude de la stabilité au vent d'un pont à haubans est une application directe de la recherche des modes propres de vibration et en dépend foncièrement comme il le sera développé dans le présent chapitre. Le comportement aérodynamique d'une structure haubanée détermine dans une large mesure sa sécurité. Depuis le célébré effondrement du Tacoma bridge un intérêt croissant a été porté à l'égard de l'étude des phénomènes d'instabilité aérodynamique.

Deux phénomènes sont à l'origine de l'instabilité au vent : Le flottement et la résonance

7.1 Flottement ou sollicitations auto-excités

Dans un pont haubané, les dimensions de la portée principale sont souvent assez importantes. Un écoulement d'air tends à lui faire subir des oscillation de torsion et de flexion (cf. Fig. (7.7)) qui, sous l'effet de faibles variations de l'incidence du vent, modifient la portance. ce phénomène est appelé flottement (flutter en anglais) a été mis en évidence en 1940 par l'effondrement du pont de Tacoma. Les études ont montré que les fréquences propres de torsion et de flexion doivent être suffisamment éloignées l'une de l'autre.

J.Mathivat stipule qu'un rapport de 2.5 entre celles-ci semble convenir pour une bonne stabilité au flottement.



FIGURE 7.1 – Représentation du flottement d'un tablier

Au-delà d'une certaine vitesse de vent appelée vitesse critique V_{crit} , le tablier reçoit plus d'énergie qu'il ne peut en dissiper par amortissement. Il se produit alors des mouvements de flexion et de torsion couplés par les forces aérodynamiques avec des amplitudes augmentant rapidement sans autres limite que la destruction totale de l'ouvrage

Condition sine qua none pour la stabilité au flottement : La vitesse critique de flottement d'un pont haubané doit être supérieur à toute vitesse de vent possible sur le site

On y parvient en adoptant des ponts aussi rigide que possible à la torsion et en évitant des ponts à très longue portée dont le tablier est très étroit.

La vitesse critique de flottement est donnée par la plus petite des deux valeurs données par la formule approximative de VanDerput et par la formule de Herzog :[5]

• Formule de Vanderput :[5]

$$V_{crit} = [1 + (\epsilon - 0.5) * \sqrt{\frac{r}{b} * 0.72 * \mu}] 2\pi \frac{1}{T_b} b$$

• Formule de Herzog :[5]

$$V_{crit} = T_{h0}^{-1} f_t B$$

où

- * $\epsilon = \frac{T_b}{T_t}$: rapport des périodes du premier mode verticale de vibration (flexion) et du premier mode de torsion;
- * r le rayon de giration de la section;
- * b demi largeur du tablier et B largeur totale du tablier.
- * $\mu = \frac{m}{\pi * \rho * b^2}$ où m est la charge permanente par unité de longueur du tablier, ρ : masse volumique de l'aire $(1.224kg/m^3)$, b demi largeur du tablier.
- * $T_{h0}^{-1} = 2.5 (\frac{\mu r}{b})^{0.5}$

Cette vitesse est à corriger par un coefficient de forme η tiré entièrement de l'expérience en soumettant la section à un essai en soufflerie. Il est de l'ordre de 0.8 pour les dalles ou les caissons minces bien profilé.

D'autre part, le vent peut présenter un angle d'incidence α par rapport à l'horizontale, ce qui aggrave le phénomène d'instabilité. Il ne dépasse en pratique jamais 3 à 9 degrés (valeurs moyennes de 6) ce qui entraine les réductions suivante du coefficient η selon le type de section.

Pour les tablier en caisson $\frac{\eta_{\alpha\pm 6}}{\eta_0} = \frac{1}{3}$

7.2 Oscillations forcées dues aux échappements tourbillonnaires ou résonance

Ce phénomène se manifeste sur de nombreuses structures exposées au vent lorsque la fréquence des échappements tourbillonnaires qui dépend de la vitesse se rapproche de l'une des fréquences propres de l'ouvrage, en particulier de flexion. Sans endommager la structure, ces vibrations peuvent incommoder les usagers et être à l'origine des problèmes de fatigue dans les suspensions.

La vérification à la résonance consiste alors à s'assurer de la tolérance de ses effets selon l'abaque de "classification physiologique basée sur l'amplitude du mouvement".

Pour limiter les phénomènes de résonance, il faut veiller à :

- donner au tablier une forme profilée avec des bords d'attaque aigus, ce qui permet de diminuer l'intensité des tourbillons
- disposer des déflecteurs pour canaliser l'écoulement d'air autour des angles de la section et éviter un décollement de celui-ci.

Le déplacement maximale du à la résonance est donné par :

$$v_{max} = \frac{\pi}{\delta} \frac{1}{k} \frac{F_0}{B} \dots \dots (*)$$

avec :

- δ le décrément logarithmique (≈ 0.05);
- k raideur rapportée à la charge par unité de surface l'ouvrage et f la hauteur du mat;



FIGURE 7.2 – Classification physiologique basée sur l'amplitude du mouvement



FIGURE 7.3 – Écoulement de l'air dans un tablier muni de déflecteur

- B la largeur du tablier.

 ${\cal F}_0$ est la force maximale développée donnée par la relation :

$$F_0 = \left(\frac{\rho V^2}{2}\right)C.h$$

où

- ρ est la masse volumique de l'air;
- V vitesse du vent provoquant la résonance donnée par $V = \frac{f.h}{S}$ où h est la hauteur du tablier et S le nombre de Strouhal ayant une valeur moyenne de 0.2;
- C le coefficient de portance caractéristique de la section ;
- h hauteur du tablier.

On constate d'après l'équation (*) que l'amplitude croît si :

- la largeur du tablier B est faible
- la fréquence f est élevée
- l'épaisseur h du tablier est importante (maître-couple)

7.3 Vérifications de l'ouvrage fini

7.3.1 Vérification au flottement

Le 1er mode de vibration verticale (flexion) apparait au 3e ordre avec une période propre de $T_b = 2.37s$ tandis que le 1er mode de torsion apparait au onzième (11e) ordre avec une période propre de $T_t = 0.95s$. Les deux modes sont assez éloignés et le rapport entre les deux est de $\frac{T_b}{T_t} = 2.49$: ceci semble militer en faveur d'une bonne résistance au flottement.



FIGURE 7.4 – 1er mode vertical T=2.11s - 1er mode de torsion T=0.86s

De plus la largeur du tablier est de 28m pour une portée centrale de 256m (Tacoma bridge : largeur de 11,9m pour une portée centrale de 853m) ce qui est nettement appréciable.

La vitesse maximale du vent observé sur le site est de 90 km/h [6]

Calcul de la vitesse critique de flottement : Elle est donnée par (cf.§6.1)

$$V_{crit} = [1 + (\epsilon - 0.5) * \sqrt{\frac{r}{b}} * 0.72 * \mu] * 2\pi * \frac{1}{T_b} * b$$

$$\epsilon = 2.45;$$

$$r = 6.6$$

$$b = 14$$

$$\mu = \frac{34.05}{\pi * 1.225 * 14^2} = 45.1$$

d'où

$$V_{crit} = 352.45m/s$$

En prenant en compte le coefficient correcteur de forme (0.8) ainsi que le coefficient de réduction d'incidence $(\frac{1}{3})$ on trouve :

$$V_{crit} = 93.96m/s = 338.35km/h$$

Ce qui est supérieur à la vitesse maximale observée sur le site : 90 km/h

7.3.2 Vérification à la résonance

La fréquence propre du premier mode de vibration de flexion est de 0.43 Hz. La vitesse critique de résonance est de :

$$V = \frac{f.h}{S} = \frac{0.43 * 3.75}{0.2} = 8.04m/s = 28.9km/h$$

La force maximale est de (en admettant en portance de 0.4[R.W]) :

$$F_0 = 1.225 * \frac{9.65^2}{2} * 0.4 * 4.25 = 59.3N/m$$

Ce qui donne (en admettant une flèche maximale de 0.5m sous charges permanentes) un déplacement maximal de :

$$u_{max} = \frac{\pi}{0.05} * \frac{59.3}{340 * 10^3} * 0.5 * 10^3 = 5.74mm$$

Une oscillation de 5.74mm est tout à fait acceptable du point de vue effet physiologiques dus à la résonance selon l'abaque donné sur la figure 7.3 et correspond à une accélération très faible de :

 $a_{max} = 4 * \pi^2 * f^2 * u_{max} = 4 * \pi^2 * 0.43^2 * 5.74 * 10^{-3} = 0.04 m/s^2$

7.4 Vérification au stade du double fléau maximal

Le double fléau maximal est toujours l'état le plus défavorable pour la stabilité au vent. Ainsi une vérification à la stabilité est nécessaire afin d'assurer la sécurité de l'ouvrage.



FIGURE 7.5 – Modéle 3-D pour le double fléau maximal

Le tableau ci-dessus présente les périodes propres et les formes modales des 6 premiers modes.

Mode	Période(s)	Forme modale
1	7.01	Balancement longitudinal
2	3.22	Latérale 1
3	1.93	Longitudinale
4	1.59	Latérale 2
5	1.41	Vertical 1
6	0.93	Trosion 1 S

TABLE 7.1 – Périodes propres et formes modales des 7 premiers modes



FIGURE 7.6 – 1er mode vertical T=1.41



FIGURE 7.7 – 1er mode de torsion T=0.93

Calcul de la vitesse critique :

$$V_{crit} = [1 + (\epsilon - 0.5) * \sqrt{\frac{r}{b} * 0.72 * \mu}] * 2\pi * \frac{1}{T_b} * b$$

$$\epsilon = 1.51;$$

$$r = 6.6$$

$$b = 14$$

$$\mu = \frac{34.05}{\pi * 1.225 * 14^2} = 45.1$$

d'où

$$V_{crit} = 309m/s$$

En prenant en compte le coefficient correcteur de forme (0.8) ainsi que le coefficient de réduction d'incidence $(\frac{1}{3})$ on trouve :

$$V_{crit} = 296.6 km/h$$

Ce qui est supérieur à la vites se maximale observée sur le site : $90 \rm km/h$

Conclusion

La recherche des modes propres de vibrations est une étape cruciale dans l'étude de la stabilité aérodynamique des ponts à haubans. Une bonne conception est celle qui éloigne suffisamment les modes de flexion et de torsion les uns des autres afin d'éviter le phénomène destructeur de flottement (appelé aussi instabilité par confusion de fréquences). Ceci passe forcément par l'adoption de sections de tablier larges et bien profilées ce qui favoriserai d'ailleurs des vibrations de résonances peu incommodantes pour les usagers.
Synthèse et Conclusion générale

Le rôle joué par la dynamique dans un pont haubané est très important. Plus que pour tout autre type de pont, il peut même devenir déterminant quant à la faisabilité de l'ouvrage. Les trois types de problèmes dynamiques pour les ponts haubanés auquel se penchent les ingénieurs sont : la sécurité à l'égard du séisme, la stabilité aérodynamique et les effets physiologiques. Ceci exige une analyse modale aussi minutieuse que possible permettant de dégager toutes les particularités nécessaires du comportement des ponts à haubans afin de se prémunir contre tout ce qui peut compromettre la sécurité de l'ouvrage.

Le choix d'éléments finis pertinents et adéquats est capital : le recourt à l'élément solide pour modéliser le tablier et en effet nécessaire afin de mettre en évidence les modes de torsion tandis que le modèle poutre(frame) suffit pour modéliser les piles et les pylônes.

Certaines valeurs de fréquences aussi bien en basses qu'en hautes fréquences des modes de vibration sont très voisines. Les coefficients de corrélation modales correspondants sont relativement importants mettant en évidence la nécessité de leur prise en considération dans l'estimation de la réponse sismique maximale qui devra être calculée par la combinaison quadratique complète.

L'analyse de la réponse sismique a montré que les résultats des effets dynamiques calculés, en utilisant la méthode de combinaison CQC et la méthode SRSS sont souvent en bonne concordance. Toutefois, Les résultats obtenus montrent, une différence importante de (l'ordre de 16.4%) entre les valeurs fournies par l'utilisation de ces deux méthodes pour le calcul de l'effort de cisaillement à la base des piles.

La recherche des modes propres de vibrations est une étape cruciale dans l'étude de la stabilité aérodynamique des ponts à haubans. Une bonne conception est celle qui éloigne suffisamment les modes de flexion et de torsion les uns des autres afin d'éviter le phénomène destructeur de flottement. Un rapport avoisinant 2.5 entre les périodes propres des deux modes sus-nommés convient parfaitement pour une bonne stabilité au flottement. Enfin, ce travail nous a été très bénéfique. Il nous a permis de nous imprégné des principes de conception des pont à haubans. Mais le plus important c'est qu'il nous a permis de mieux assimiler les principes de bases de l'analyse dynamique des structures en général et des ponts haubanés en particulier.

Bibliographie

- [1] Andrad Guteres. Constantine viaduc-ede. bridge, global fe-model description. Technical report.
- [2] SETRA. Guide technique SETRA : Appareils d'appui à pot Utilisation sur les ponts, viaducs et structures similaires.
- [3] SETRA. Guide technique SETRA : Ponts en zone sismique, Conception et dimensionnement selon l'Eurocode 8.
- [4] Ministère des travaux publics. *Règlement Parasismique Algérien des Ouvrages d'Arts* (*RPOA 2008*).
- [5] Kiviluoma R. Coupled-mode buffeting and flutter analysis of bridge. Computer and Structer, 70(2), 1998.
- [6] Ministère de l'habitat. Règlement Neige et Vent Algérien RNV99 (DTR C 2-4.7).
- [7] Tiliouine B. Ouanani M. Réponse sismique 3-d d'un pont-caisso à inertie variable.
 8^{eme} Colloque National AFPS. Ecole des Ponts ParisTech, 2011.
- [8] Nakamura Y Der Kiureghian A. CQC modal combination rule for high-frequency modes. Earthq. Engrg. Struct. Dyn., 22(11):943-956, 1993.
- [9] Computers and Structures Inc. SAP 2000, integrated finite element analysis and design of structures version 14, analysis reference, 2010.

Annexe

Formes modales des 20 premiers modes

Mode 1 : T=3.2s



FIGURE 7.8 – Mode 1 vue 3-D



FIGURE 7.9 – Mode 1 vue de face

Mode 2: T=2.71s



FIGURE 7.10 – Mode 2 vue 3-D



FIGURE 7.11 – Mode2vue de face





FIGURE 7.12 – Mode 3 vue 3-D



FIGURE 7.13 – Mode 3 vue de face

Mode 4 : T=2.11



FIGURE 7.14 – Mode 4 vue 3-D



FIGURE 7.15 – Mode 4 vue de face

Mode 5:T=1.66s



FIGURE 7.16 – Mode 5 vue 3-D



FIGURE 7.17 – Mode 5 vue de face

Mode 6:T=1.22s



FIGURE 7.18 – Mode 6 vue 3-D



FIGURE 7.19 – Mode 6 vue de face

 $Mode~7:T{=}1.18s$



FIGURE 7.20 – Mode 7 vue 3-D



FIGURE 7.21 – Mode 7 vue de face





FIGURE 7.22 – Mode 8 vue 3-D



FIGURE 7.23 – Mode 8 vue de face

 $Mode \ 9:T{=}1.12s$



FIGURE 7.24 - Mode 9 vue 3-D



FIGURE 7.25 – Mode 9 vue d'en haut





FIGURE 7.26 – Mode 10 vue 3-D

Mode 11: T=0.86s



FIGURE 7.27 – Mode 11 vue 3-D



FIGURE 7.28 – Mode 11 vue de face

Mode 12 : T=0.86 s



FIGURE 7.29 – Mode 12 vue 3-D



FIGURE 7.30 – Mode 12 vue de face

Mode 13 : T=0.792s



FIGURE 7.31 – Mode 13 vue 3-D





FIGURE 7.32 - Mode 14 vue 3-D

Mode 15:T=0.756s



FIGURE 7.33 – Mode 15 vue 3-D



FIGURE 7.34 – Mode 15 vue de face

$Mode \ 16:T{=}0.679s$



FIGURE $7.35 - Mode \ 16 \ vue \ 3-D$



FIGURE 7.36 – Mode 16 vue de face





FIGURE 7.37 – Mode 17

Mode 18: T=0.597s



FIGURE 7.38 – Mode 18 vue 3-D



FIGURE 7.39 – Mode 18 vue 3D (2)

 $Mode \ 19:T{=}\ 0.587s$



FIGURE 7.40 – Mode 19 vue 3-D



FIGURE 7.41 – Mode 19 vue d'en haut

$Mode\ 20\,:\,T{=}\ 0.575s$



FIGURE 7.42 – Mode 20 vue 3D