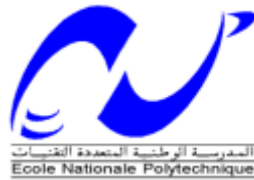


**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Ecole Nationale Polytechnique**



**Département de Génie Civil**

**Mémoire**

**En vue de l'obtention du master en Génie Civil**

**Thème**

**Etude des déplacements d'un tunnel par la Méthode des  
éléments finis Q8**

**Réalisé par :**

KADIK Abdenour

BENTAHAR Allal Abdenour

**Encadré par :**

Mr. M.DEMIDEM

**Proposé par :**

Mr. M.DEMIDEM

Promotion JUIN 2013

Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Pasteur Hassen Badi BP 182 El-Harrach

16200 Alger (Algérie)

## *Remerciement*

Nous remercions avant tout Dieux le tout puissant de nous avoir donné force, santé, et patience afin que nous puissions accomplir ce travail.

Nous exprimons notre gratitude à notre promoteur Monsieur le Professeur M.Demidem pour son encadrement efficace et pour nous avoir guidés par ses conseils scientifiques enrichissants et ses remarques pertinentes.

Nos remerciements vont également à tous les enseignants de l'ENP, particulièrement les enseignants du département de Génie civil. Nous adressons nos plus sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail, sans oublier tous nos camarades de génie civil. Et enfin, nous avons gardé le plus chaleureux des remerciements à nos parents pour leurs encouragements et soutiens permanents, qui ont pleinement contribué à la réussite de nos études.

*Je dédie ce modeste travail à  
A mes chers parents à qui je dois énormément  
A ma sœur et mon frère  
A Tout ma famille  
Et à tous mes amis.*

*KADIK Abdenour*

*Je dédie ce Modest travail à  
A ma défunte grand-mère*

*BENTAHAR ALAL ABDENOUR*

---

## ملخص

الهدف من عملنا هذا هو دراسة تحركات نفق منجم تم انشاؤه باستعمال أسلوب (NATM) الطريقة النمساوية الجديدة لحفر الأنفاق) وذلك باستعمال طريقة الاجسام الغير متناهية.

---

## Résumé :

L'objectif de notre travail est l'étude des déplacements du tunnel en mine réalisé par la méthode NATM(The New Austrian Tunnellign Method) l'étude se fait pas le méthode des éléments finis

Mots clés : Tunnel, NATM, Soutènement, Revêtement définitif, Réactions Hyperstatiques, méthode des éléments finis

---

## Abstract :

The objective of our work is the study of a displacement urban tunnel realized by NATM method (The New Austrian Tunnelling Method).

Keywords: Tunnel, NATM, Lining, Statically-Indeterminate Reaction, finite element method.

---

## **LISTE DES TABLEAUX**

TABLEAU 1 : Caractéristiques géotechnique	19
Tableau 2 : Résultat des charge appliqué	20
Tableau 3 : Données de calcul C-Lambda (Convergence - Confinement)	28
Tableau 4: Résultats de calculs C-Lambda (Etat d'équilibre)	30
Tableau 5: estimation de « i » à partir de relation empirique	35
Tableau 6 : estimation de $S_{max}$ a partir des relations empiriques.	37
Tableau 7 : Ordre de grandeur du volume de sol perdu dans un tunnel creusé dans l'argile en fonction de N (d'après Clough & Schmidt [1977])	41
Tableau 8 : relations empiriques permettant l'estimation de $V_s/V_t$ .	42
Tableau 8 : estimation de i	45
Tableau 9 : Estimation de $s_{max}$	46

## **LISTE DES FIGURES**

Figure 1: division d'un domaine en éléments finis	5
Figure 2 : éléments plan.	6
Figure 3 : Eléments unidimensionnel	6
Figure 4 : Eléments tridimensionnels	7
Figure 5 : 2lement Q8	9
Figure 6: plan de la ligne principale avec les extensions.	16
Figure 7: coupe longitudinale du tunnel.	17
Figure 8: forme de la section transversale du tunnel.	19
Figure 9 : La méthode Convergence – Confinement	23
Figure 10: diagramme de convergence confinement	23
Figure 11 : Notion de pression fictive et taux de déconfinement autour du front de taille	24
Figure 12 : Courbe de Convergence-Confinement $P_i$ en fonction de $U_r$ .	29
Figure 13 : Courbe du taux de déconfinement $\lambda$ en fonction de $U_r$ .	29
Figure 14 : Cuvette de tassement 3D.	33
Figure 15 : profil gaussien de la cuvette de tassement en surface.	34
Figure 16 : Mouvements de sol. Perte de volume (Uriel [1989]).	39
Figure 17 : Schéma du diamètre initial et final d'un tunnel excavé.	39
Figure 18 : Paramètre « GAP » (Lee & Rowe [1989]).	40
Figure 19 représentation du tassement de la surface en fonction de la déformation radiale de la section.	44
Figure 20 : Maillage de notre tunnel	51

## ***Table des matières***

0. Introduction générale	1
<b>1. Présentation de la MEF</b>	<b>2</b>
1.1. Introduction	2
1.2. Historique	3
1.3. Développement de la MEF	3
1.4. Principe de la méthode des éléments finis	5
1.4.1. Description de la MEF	5
1.4.2. Caractéristiques des éléments	7
1.4.3. Principe du travail virtuel	9
1.5. Etapes caractéristiques d'étude des structures par la MEF	10
1.5.1. Définition de la géométrie des éléments	10
1.5.2. Représentation de la géométrie de chaque élément « $V_e$ »	10
1.5.3. Construction de la fonction : $N(\xi)$ et $\bar{N}(\xi)$	11
1.5.4. Calcul des matrices de rigidité de chaque élément $[k_e]$ :	11
1.5.5. Résolution du système d'équation globale	11
1.6. Convergence de la MEF	12
1.6.1. Type de convergence	12
1.6.2. Critère de convergence	13
1.7. Etapes d'un programme d'éléments finis	14
<b>2. Descriptif du tunnel de l'application</b>	<b>15</b>
2.1. Représentation du projet	16
2.2. Conditions géologiques et hydrogéologiques	18
2.2.1. Les conditions géologiques	18
2.2.2. Les conditions hydrogéologiques	18
2.2.3. Les conditions géotechniques	19
2.3. Caractéristiques géométriques	19
2.4. Calcul des charges	20
<b>3. Détermination de la flèche dans la clé de voûte (Méthode de convergence confinement)</b>	<b>21</b>
3.1. Introduction	22
3.2. Hypothèses de la méthode	22
3.3. Courbe de convergence	24
3.4. Courbe de confinement	25
3.5. Domaine d'application de la méthode	25
3.6. Principe de calcul	25
3.6.1. Etape n°1: Courbe caractéristique du massif	26
3.6.2. Etape n° 2 : Courbe caractéristique du soutènement :	27
3.6.3. Etape n°3 : Equilibre final :	27
3.7. Principe de calcul de taux de déconfinement à la mise en place du soutènement	27
3.8. Application à notre cas	28
3.8.1. Données de calculs	28
3.8.2. Courbe de convergence Confinement	29

3.8.3.	Résultat de calcul	30
3.8.4.	Conclusion	30
<b>4.</b>	<b>Calcul du tassement (Méthode empirique, semi-empirique et analytique)</b>	<b>31</b>
4.1.	Introduction	32
4.2.	Description générale des mouvements de sol	32
4.3.	Méthodes de prédiction du tassement	33
4.3.1.	Méthodes empiriques et semi-empiriques	34
4.3.2.	Estimation de $i$	35
4.3.3.	Estimation de $S_{max}$	36
4.3.4.	Relation entre le déplacement de la clef de tunnel et le tassement en surface	37
4.3.5.	Détermination empirique des volumes de sol en mouvement	38
4.3.6.	Méthode analytique	42
4.3.7.	Théorie de tassement selon Herzog	43
4.4.	Méthode de réflexion	43
4.5.	Dérivation théorique	43
4.6.	Méthodes numériques non empiriques	44
4.7.	Calcul dans notre cas	45
4.7.1.	Méthodes empiriques et semi-empiriques	45
4.7.2.	Estimation de $i$	45
4.7.3.	Estimation de $S_{max}$	46
4.7.4.	Relation entre le déplacement de la clef de tunnel et le tassement en surface	46
4.7.5.	Méthode analytique	47
4.8.	Conclusion	47
<b>5.</b>	<b>Application avec le programme de la méthode des éléments finis</b>	<b>48</b>
5.1.	Présentation du programme	49
5.2.	Contenu du fichier « .dat »	49
5.3.	Contenu du fichier « .OUT »	50
5.4.	Application	50
5.5.	Résultats	51
6.	Conclusion générale	52



## 0. Introduction :

L'évolution actuelle de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux, et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Tels que les projets spatiaux, aéronautiques et nucléaires dans lesquels la sécurité est vitale.

D'autres types de projets d'envergure sont liés à notre environnement : contrôle de la pollution thermique, acoustique ou chimique, aménagement des cours d'eau, gestion des nappes souterraines, prévision météorologique. Pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le comportement de systèmes physique complexes.

Il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception du système.

Les sciences de l'ingénieur permettent de décrire le comportement des systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations. Elle nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur.

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

# Chapitre 1 : Présentation de la MEF

## 1.1. Introduction :

La méthode des éléments finis est également utilisée de plus en plus grâce à son large éventail de cas qu'elle permet d'étudier. Ses domaines d'applications sont extrêmement variés, parmi ceux qui nous pouvons citer :

- l'élasticité: déformation plane, axisymétrique et tridimensionnelle
- l'élastoplasticité parfaite,
- l'élastoplasticité fragile,
- la viscoplasticité,
- les vibrations et phénomènes dynamiques,
- le fluage,
- les écoulements en milieux poreux, stationnaires ou transitoires,
- le calcul des milieux jointifs ou discontinus.

Ces domaines sont tous concernés par le calcul de soutènement ou de revêtement. On comprend donc l'importance de la méthode des éléments finis, et les résultats fondamentaux qu'elle peut fournir.

La méthode des éléments finis consiste à transformer les équations différentielles de la mécanique des milieux continus en un système d'équations algébriques, afin de résoudre de manière discrète une équation aux dérivées partielles (E.D.P.) dont on cherche une solution approchée suffisamment fiable. De manière générale, cette E.D.P. porte sur une fonction  $u$ , définie sur un domaine. Elle comporte des conditions aux bords permettant d'assurer l'existence et l'unicité de la solution.

## 1.2. Historique :

La MEF (méthode des éléments finis) est mise au point en 1953 chez BOEING (Seattle, USA, calcul des structures d'aile d'avion); on y développe le premier élément fini, sa matrice de rigidité, l'assemblage et la résolution par la méthode des déplacements publié par Turner, Clough, Martin et Topp en 1956 seulement). Quant aux bases théoriques générales, mariant l'analyse des structures en barres et poutres avec celle des solides, elles sont données de 1954 à 1960 (Argyris, Kelsey). Certaines idées apparurent auparavant en particulier chez les mathématiciens pour résoudre divers problèmes aux limites, par exemple celui de la torsion de Saint-Venant en divisant la section en triangle (Courant, 1943) ; Mais elles resteront sans suite.

L'expression *élément fini* date de 1960 (Clough). Les années 60 ont vu la MEF s'attaquer tous les domaines du calcul des solides et structures, avant de débordé dans d'autres domaines : écoulements sous terrains, transfère de chaleur, fluide, ...etc. (Zienkiewicz, Cheung, 1965) en fait, les ingénieurs (aéronautique, génie civil et mécanique) développent la MEF pour l'appliqué à leur problème pratique, avant que les bases théorique ne soient bien établies...

Dès 1970, la méthode envahit tous les créneaux de l'ingénierie et des mathématiques appliquées. Il faut ajouter que son essor et, dès le début et aujourd'hui encore, indissociable de celui des ordinateur.

## 1.3. Développement de la MEF :

La mécanique des milieux continus consiste à formuler l'énergie du système à partir de sa raideur, des déplacements et des efforts appliqués, puis à retenir comme solution du problème le déplacement qui minimise l'énergie. Cette vision introduite à la fin du 18<sup>ème</sup> siècle par JOSEPH LAGRANGE, et qui a connu une large utilisation. Cette mécanique est une première approche sur la méthode des éléments finis , cela est basée sur l'analyse fonctionnelle et le calcul variationnel ( $\pi=U-W$ )

Une autre approche était faite par l'utilisation de la méthode dite matricielle par l'ingénieur CLAUDE LOUIS NAVIER au début du 19<sup>ème</sup> siècle était utilisée pour calculer des systèmes complexes de barres souples (système hyperstatique). Cette méthode concerne la mécanique des systèmes discrets qui est basée du l'équilibre des efforts, ainsi que les relations de comptabilités des déplacements, pour un ensemble d'éléments déformables connectés entre eux par des nœuds par des nœuds.

Sous l'effet du grand développement qui a connu le secteur de la construction métallique au 20<sup>ème</sup> siècle, puis l'aéronautique après la 2<sup>ème</sup> guerre mondiale, cette approche avait conduit à la résolution des systèmes matricielle très élaborés mais contrait par la limitation des moyens de calcul les système était de taille très réduite.

Au 20<sup>ème</sup> siècle on marque l'utilisation conjointe de la discrétisation sur des bases de fonction et de calcul vibrationnel pour minimiser l'énergie, et c'est le point de départ de la MEF, en particulier grâce au mathématicien RICHARD COURANT (1943). Mais ce n'est qu'on 1956 que les deux approches, discrète et continue se sont recoupées explicitement sur le concept d'élément finis tel qu'il est connu aujourd'hui, et cela suite aux travaux des deux chercheurs de l'aéronautique TURNER et CLOUGH ( université de Berkely en California) qui ont décomposés un domaine surfacique continu en petits domaines triangulaires à déplacements linéaires et quadratiques (C.S.T. et L.S.T.), ces triangles constitués par l'assemblage d'éléments par des nœuds.

Le développement des moyen de calcul dont l'ordinateur pendant les année 60 a permis d'augmenter le nombre et la taille des systèmes traité avec la précision et aussi le nombre d'équation régissant le système, cela offrait la possibilité de traiter des problèmes plus complexes. Puis vint les années 70 avec l'apparition des premiers grands codes de calcul par éléments finis. Avec les grandes évolutions de l'informatique et des langages de programmation, les logiciels de calcul par éléments finis (E.F.), STAP, SAP, FLUSH et autre sont devenus plus performants et plus ambitieux dans les 10 années qui suivait.

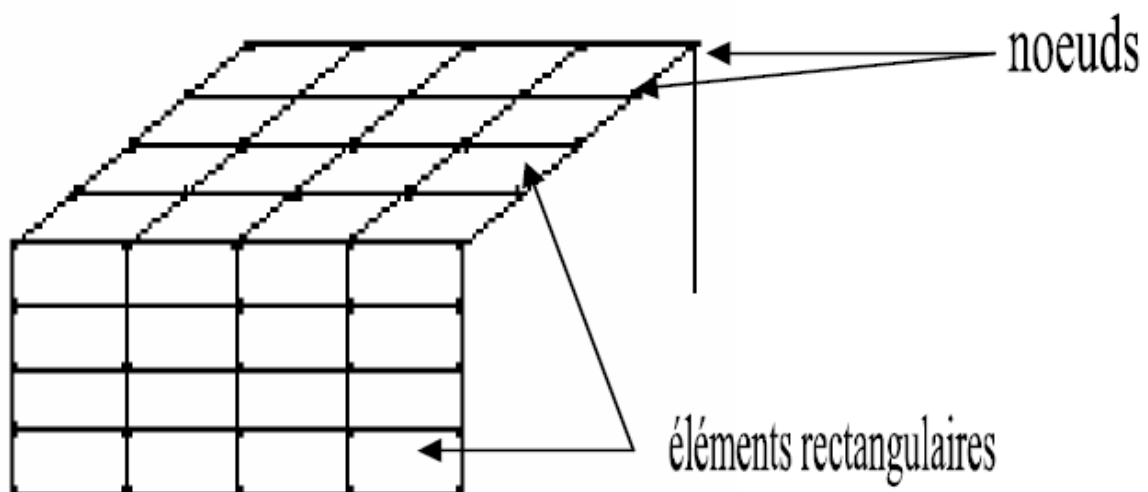
## 1.4. PRINCIPE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS :

### 1.4.1. Description de la MEF :

L'analyse des contraintes et des déplacements est l'un des plus importants domaines d'application de la MEF.

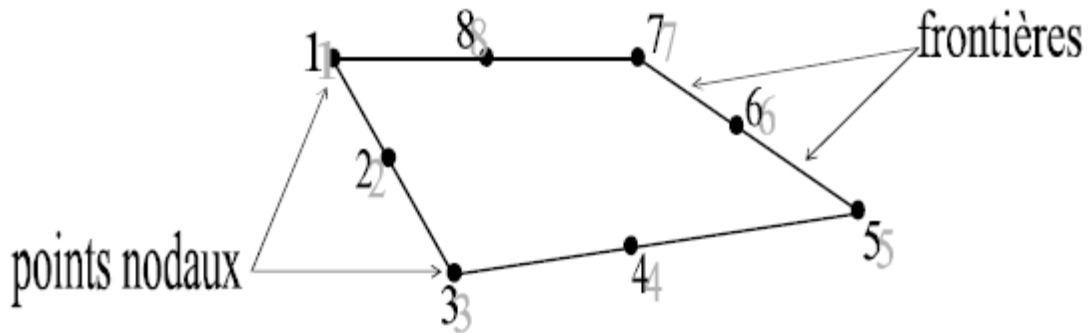
Pour déterminer des contraintes ou des déplacements dus à un système de charges connus dans une structure, celle-ci sera divisée en un nombre d'éléments finis comme le montre la figure.

L'interprétation physique de la MEF consiste à considérer le modèle mathématique comme formé d'un ensemble de composants individuels, les éléments finis. On opère le découpage –artificiel- du modèle en certain nombre d'éléments finis de forme simple; cette opération géométrique produit le maillage. Chaque élément possède des points privilégiés, les nœuds.



**Figure 1: division d'un domaine en éléments finis**

La structure à étudier est remplacée par un ensemble d'éléments supposés liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés "points nodaux". Ces nœuds se trouvent aux coins des éléments ou tout le long de leur frontière; comme le montre la figure suivante,



<sup>1</sup>Figure 2 : éléments plan.

Les types d'éléments utilisés pour la division de la structure dépendent de la géométrie de ces derniers. Ils peuvent être, unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels la figure montre quelque types d'éléments.

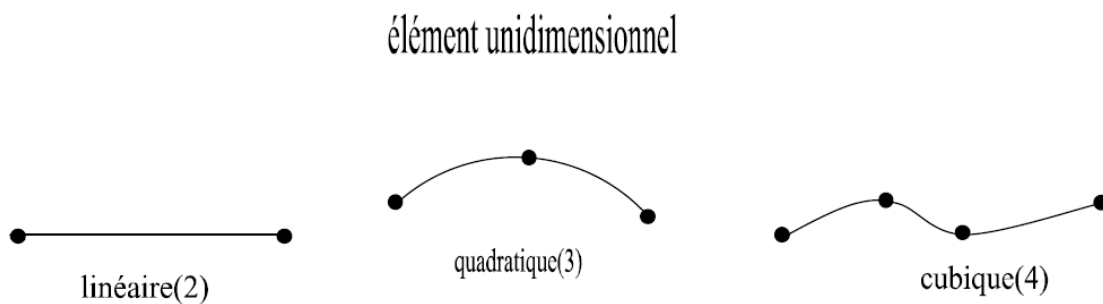
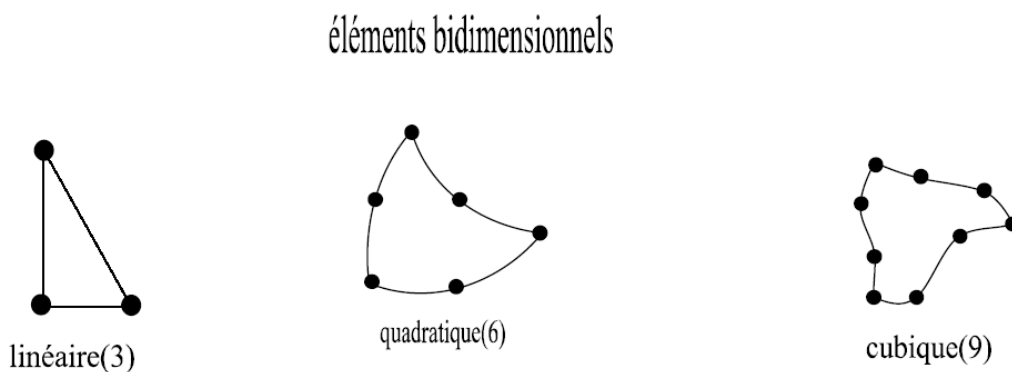
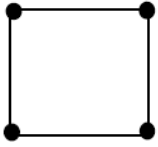
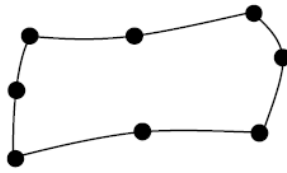


Figure 3 : Eléments unidimensionnel

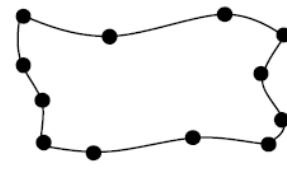




linéaire(4)

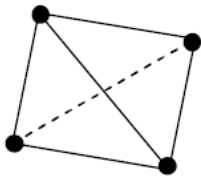


quadratique(8)

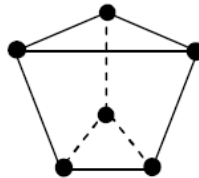


cubique(12)

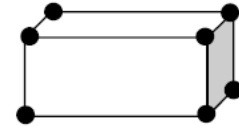
## éléments tridimensionnels



Linéaire(4)



Linéaire(6)



Linéaire(8)

Figure 4 : Eléments tridimensionnels

### 1.4.2. Caractéristiques des éléments:

#### a) Géométrie:

Un élément fini peut être 1D, 2D ou 3D sa forme est simple (fig.3.3)

#### b) Matériau:

Le matériau de l'élément est définie par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope et ses propriétés physique E ...etc

#### c) nœuds:

Les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments l'un aux autres. Ils occupent des positions stratégiques comme les extrémités, les sommets, les milieux des arêtes et faces, etc.

**d) Degrés de libertés:**

Pour tout élément fini. On doit faire le choix d'une ou plusieurs fonctions (en générale le champ des déplacements), elles sont exprimées en fonction des valeurs particulières qu'elles aux nœuds, valeurs qui deviennent les inconnues nodales. L'union, par leurs degrés de libertés nodales communes, de deux éléments adjacents, puis d'un troisième, et ainsi de suite, permet de reconstituer, pièce par pièce, la solution (assemblage). Pour aboutir à un résultat valable, ces opérations nécessitent le respect de certaines règles, dites critères de convergence.

**e) Forces nodales:**

A travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Les unes sont les réactions internes  $r$ , les autres les forces  $f$  dues aux charges appliquées à l'élément (poids propres, température, charge uniforme,...etc.) La description précédente permet de construire les deux caractéristiques clés d'un élément qui sont:

- 1) Sa matrice de rigidité  $k_e$ .
- 2) Son vecteur force  $f_e$ .
- 3) Les conditions aux limites.

**f) Notion d'élément de référence :**

Un élément de référence  $V_r$  est un élément de forme très simple, repéré dans un espace de référence, qui peut être transformé en chaque élément réel  $V_e$  par une transformation.

Prenons dans notre étude préalable, un élément à 8 nœuds (Q8) :



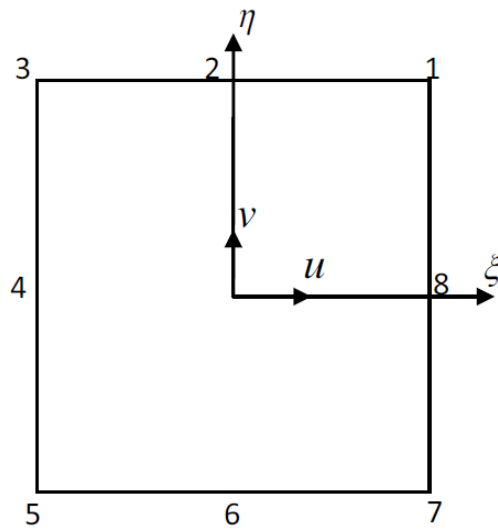


Figure 5 : 2lement Q8

Les fonction d'interpolation d'un éléments Q8 sont :

$$\begin{aligned}
 N_1 &= -\frac{1}{4}(1+\xi) \cdot (1+\eta) \cdot (1-\xi-\eta) & N_2 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2) \cdot (1+\eta) \\
 N_3 &= -\frac{1}{4}(1-\xi) \cdot (1+\eta) \cdot (1+\xi-\eta) & N_4 &= \frac{1}{2}(1-\xi) \cdot (1-\eta^2) \\
 N_5 &= -\frac{1}{4}(1-\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (1+\xi+\eta) & N_6 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2) \cdot (1-\eta) \\
 N_7 &= -\frac{1}{4}(1+\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (1-\xi+\eta) & N_8 &= \frac{1}{2}(1+\xi) \cdot (1-\eta^2)
 \end{aligned}$$

### 1.4.3. Principe du travaille virtuel :

Pour déterminer les propriétés de rigidité de dévers éléments en utilise le principe des travaux virtuels. Ce principe exprime les relations existantes entre l'ensemble des charges extérieurs et les forces intérieures correspondantes satisfaisant ensembles à la condition d'équilibre, et l'ensemble des déplacements des noeuds et déformations correspondant des diffèrent parties satisfaisant à la condition de compatibilité. Se principes peut être posé en terme généraux de la façons suivant: le travail virtuel des charges extérieurs égale au travail virtuel des forces intérieures absorbé par la structure. Il est à noter que chacun des deux systèmes (forces et déplacements) peut être réel ou virtuel la seule limitation étant imposée

$$\sum_{\epsilon} F \delta = \int \sigma \cdot \epsilon \cdot d(vol)$$

par les conditions d'équilibre et de compatibilité qui doivent être satisfaites. Ce principe peut être exprimé en terme mathématique par la relation suivante:

$F$  : les charges extérieures.

$\delta$ : le déplacement de ces charges.

$\varepsilon$  : les déplacements intérieurs.

$\Sigma$  : les charges intérieures

## **1.5. ETAPES CARACTERISTIQUES D'ETUDE DES STRUCTURES PAR LA MEF:**

### **1.5.1. Définition de la géométrie des éléments:**

Nous choisissons un ensemble de  $n$  nœuds, sur le domaine "V" qui servira à définir la géométrie des éléments. Ces points peuvent éventuellement coïncider avec les nœuds d'interpolation. Puis nous remplaçons le domaine "V" par un ensemble d'éléments "Ve" de forme relativement simple. Chaque élément "Ve" doit être défini analytiquement de manière unique en fonction des coordonnées des nœuds géométriques qui appartiennent à cet élément.

La partition du domaine "V" en élément "Ve" doit respecter les deux règles suivantes:

- a) deux éléments distincts ne peuvent avoir en commun que des points situés sur leur frontière commune, si elle existe. cette condition exclut le recouvrement de deux éléments. les frontières entre éléments peuvent être des points, des courbes ou des surfaces.
- b) l'ensemble de tous les éléments "Ve" doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine donné "V".

Nous excluons en particulier les vides entre éléments.

$$V = \sum V_e$$

### **1.5.2. Représentation de la géométrie de chaque élément « Ve » :**

On utilise une transformation  $\tau$  linéaire par rapport aux coordonnées  $\{X_n\}$  des nœuds

$$\tau : \xi \quad x(\xi) = [\bar{N}(\xi)]\{\bar{X}_n\}$$

$$X(\xi, \eta) = \bar{N}_1(\xi, \eta)X_1 + \bar{N}_2(\xi, \eta)X_2 + \dots + \bar{N}_n(\xi, \eta)X_n = \langle \bar{N} \rangle \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix}$$

$\bar{N}_i$  : Fonctions de transformation géométrique.

$\{X_n\}$  : Coordonnées des nœuds géométriques de l'élément réel "v<sub>e</sub>"

$X(\xi)$  : Coordonnées des nœuds géométriques de l'élément de référence "v<sub>r</sub>".  
géométriques de l'élément réel "v<sub>e</sub>"

### 1.5.3. Construction de la fonction : $N(\xi)$ et $\bar{N}(\xi)$ :

Les fonctions de transformation géométrique  $\bar{N}(\xi)$  et les fonctions d'interpolation sur l'élément de référence :  $N(\xi)$  ont les mêmes propriétés, elles peuvent parfois être construites directement à partir des polynômes classiques de type Lagrange ou Hermite.

Les polynômes de l'interpolation de Lagrange, dont l'expression générale est :

$$N_i^n = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

$N_i^n(x)$  : est un polynôme de degré n, qui passe par n points  $X_j$  ( $j \neq i$ ) et vaut 1 au point restant  $x_i$ .

### 1.5.4. Calcul des matrices de rigidité de chaque élément [ke] :

En se basant sur le principe des travaux virtuels, la matrice de rigidité d'un élément rectangulaire en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$[K^e] = \int_V [B]^T [D][B]dV = t \int_{-b}^b \int_{-a}^a [B]^T [D][B]dxdy$$

par transformation d'intégrale on peut passer de l'intégration de la formule juste en dessus sur l'élément réel « V<sub>e</sub> » à une intégration plus simple sur l'élément de référence « V<sup>r</sup> » on obtient la formule suivante :

$$[K^e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D][B] \det|J| d\xi d\eta$$

$$dxdy = \det|J| d\xi d\eta$$

[B] : matrice relie les déformation en x au variables nodal (déplacements).

[D] : matrice des propriétés physiques d'éléments (E, ν, ...)

[J], det[J] : matrice Jacobienne et son déterminant.

### 1.5.5. Résolution du système d'équation globale :

Après l'assemblage, le système d'équation algébrique globales s'écrit :

$$[K]\{U_n\}=\{F\}$$

- Modification de [k] et {F} pour prendre en compte les conditions aux limites.
- Triangularisation de [K].
- Calcul de la solution U.

## 1.6. Convergence de la MEF :

### 1.6.1. Type de convergence :

#### La convergence h :

Par raffinement du maillage sans modification de l'interpolation, considérons un maillage donné d'éléments finis, on appelle h la dimension caractérise la taille géométrique d'un élément fini obtenue en subdivisant davantage le domaine en éléments toujours plus petits et chaque nouvelle division contient la précédente et on conserve pour les éléments de même type, la même approximation du champ de déplacement.

Si les critères de convergence sont remplis la solution approchée tend vers la solution exacte quand la taille des éléments tend vers zéro  $h \rightarrow 0$  c'est le principe de la convergence h.

### **La convergence p :**

Par enrichissement de l'interpolation sans changement de maillage. Partons d'un maillage donné d'élément fini, on appelle  $P$  le degré des polynômes utilisés pour l'interpolation, on conserve le maillage choisi et on enrichit le champ approché des éléments en augmentant le degré  $P$ .

Alors si les critères de convergence sont satisfaits la solution approchée tend vers la solution exacte lorsque le degré de l'interpolation tend vers l'infini  $P \rightarrow \infty$ . C'est la technique de la convergence  $P$ .

## **1.6.2. Critère de convergence :**

La convergence de la solution éléments finis vers la solution exacte au fur et à mesure que le nombre d'éléments augmente peut se faire soit de manière monotone soit de manière non monotone.

### **Convergence monotone :**

Les éléments doivent être complets et compatibles.

#### **▪ Élément complet :**

Les fonctions de déplacement doivent être en mesure de représenter :

- Déplacement de corps rigide ;
- Etat de déformation constante.

#### **▪ Élément compatible :**

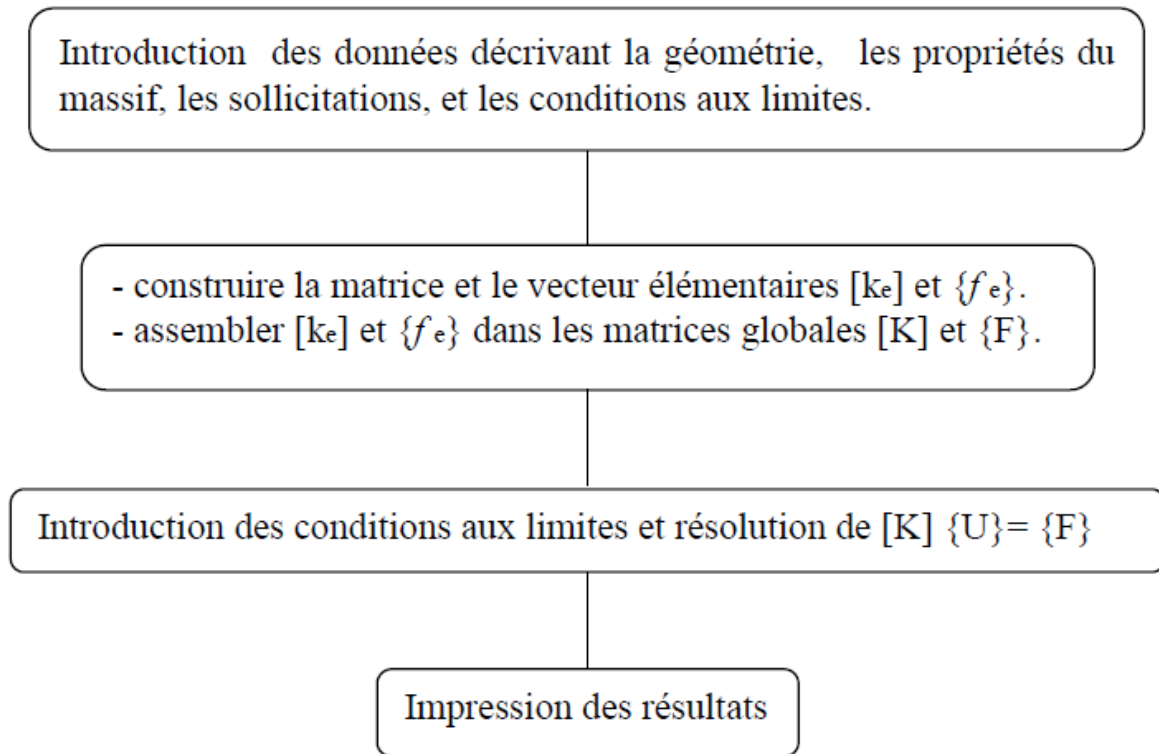
Les déplacements au sein des éléments et à travers les limites séparant les éléments doivent être continus. Physiquement la compatibilité assure qu'il n'y aura pas apparition d'espace ou vides entre éléments lorsque l'assemblage est chargé. La comptabilité est difficile à satisfaire lorsque les degrés de liberté aux nœuds sont dépendants.

### **Convergence non monotone :**

En pratique, nous remarquons souvent que la solution éléments finis converge vers la solution exacte malgré l'emploi d'éléments ne préservant pas la continuité inter éléments. Il s'agit dans ce cas de convergence non monotone due à l'utilisation d'éléments incompatibles.

## **1.7. Etapes d'un programme d'éléments finis :**

Le tableau suivant résume les parties de base du programme d'ordinateur pour la résolution complète d'un problème par la méthode des éléments finis.



## **Chapitre 2**

### **Descriptif du tunnel de l'application**

## Chapitre 2 : Descriptif du tunnel de l'application.

### 2.1. représentation du projet :

Alger capitale du pays étant une agglomération à structures encombrantes, de routes, et rues étroites, du fait de son architecture datant de l'époque coloniale, réduisant ainsi sa capacité à recevoir ce grand flux d'activités humaines, commerciales et culturelles qu'elle observe ces temps-ci, d'où le besoin d'une structure souterraine afin d'alléger le trafic.

Le projet Metro d'Alger vient de ce fait répondre à ce besoin, avec un tunnel de longueur de réseau de 9,5 km reliant par son passage 10 station de la grande poste a Hai El Badr, ainsi que des extensions, de la grande poste vers la place des martyres (extension A), de Hai EL Badr vers EL Harrach (extension B) et de Hai El Badr vers Ain Naadja (extension C).



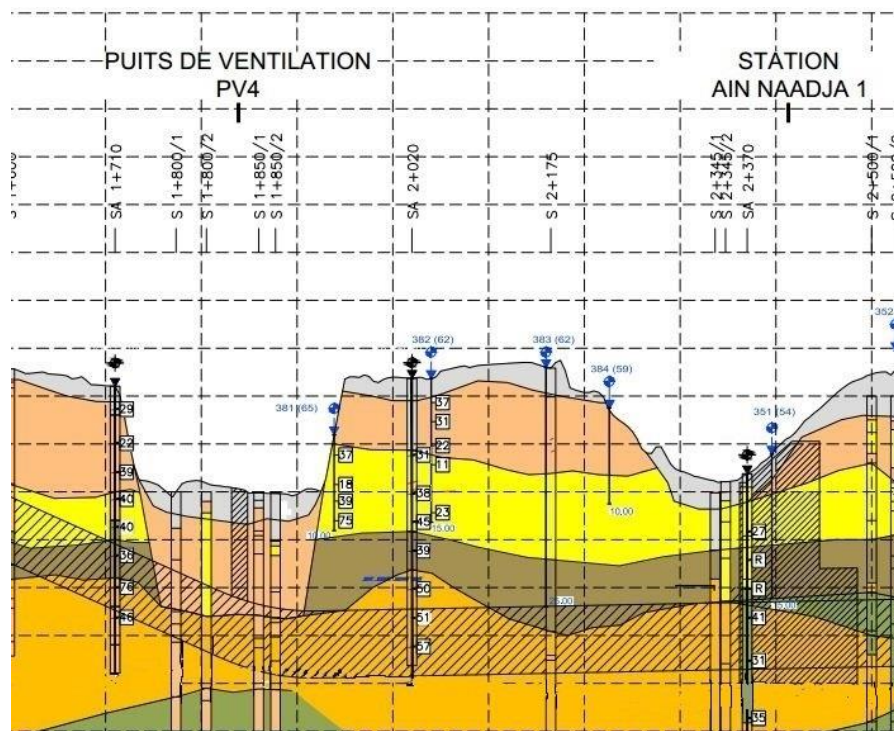
Figure6: plan de la ligne principale avec les extensions.

La ligne du métro relie Hai El Badr à la cité Ain Naadja (extension C) d'une longueur de 4 Km ,Cette extension est composé d'un tunnel de 2100 m de longueur, et un viaduc aérien qui



relie le bout du tunnel de Hai El Badr avec celui de Ain Naadja sur une longueur de 600 mètres dont deux(02)stations, Ain Naadja 1 Ain Naadja 2. Le délai de réalisation étant de 28 mois et d'un coût estimé à 10 milliard de DA.

La réalisation de ce projet a été confié au consortium GAAMEX composé de l'entreprise Algérienne COSIDER, l'entreprise Allemande DYWIDAG et de l'entreprise Italienne TREVI.



- RX - Remblais
- QA - Quaternaire argileux avec des argiles, argiles sableuse
- QS - Quaternaire sableux avec des sables, sables argileux, conglomérats, bancs de gès
- QM - Quaternaire marneux avec des marnes beiges à grise
- TA - Tertiaire argileux avec des argiles, argiles sableux,
- TS - Tertiaire sableux avec des sables, sables argileux, conglomérats, bancs de grès

Figure 7: coupe longitudinale du tunnel.

## **2.2. Conditions géologiques et hydrogéologiques :**

### **2.2.1. Les conditions géologiques :**

« L'hypothèse géotechnique » de G.D.C./Müller + Hereth (2011) donné par l'EMA (Entreprise du Metro d'Alger) explique les conditions de la géologie et de l'hydrologie concernant les calculs statiques sur la ligne planifiée du métro d'Alger - extension C entre les stations Hai El Badr et Ain Naadja.

Elle résume les résultats des investigations et des évaluations selon l'APD [1], la reconnaissance supplémentaire et l'expérience gagnée par ligne 1 - 1ere phase Hamma – Hai El Badr, extension B Hai El Badr – El Harrach et autre projets comparable.

Donc, l'ensemble lithologique est réduit á deux unités: Le quaternaire et, en dessous, le tertiaire. Ces deux couches se superposent plus au mois horizontalement.

L'unité supérieure (quaternaire) se compose des sédiments argileux et cohésifs; par endroits avec des épaisseurs considérables. L'unité au-dessous est une composition des dépôts récents et des argiles sableux ou limoneux et des sables limoneux. L'unité la plus profonde de la quaternaire constitue des marnes grises, légèrement sableux, avec des minces couches de grès intercalées.

L'unité inférieure (tertiaire) est Molasse, en moyenne bien consolidée, qui se caractérisée par une mélange des couches sableux, limoneux et argileux, de même avec des minces couches de grès intercalées.

### **2.2.2. Les conditions hydrogéologiques :**

La nappe phréatique ce situant profondément sous le tunnel, ne seras pas prise en considération.

### 2.2.3. Les conditions géotechniques :

Le tableau suivant résume les caractéristiques géotechniques :

Type de sol	RX	QA	QM	QS	TS
Densité humide KN/m <sup>3</sup>	19	20.5	20.5	20.5	21
Module de young E MN/m <sup>2</sup>	15	30	45	50	85
Module de rigidité Es MN/m <sup>2</sup>	25	45	60	70	135
Cohésion C' KN/m <sup>2</sup>	5	30	30	10	15
Cohésion Cu KN/m <sup>2</sup>	15	100	100	20	12030
Angle de frottement (°)	30	25	27.5	32.5	32.5

Tableau 1 : Caractéristiques géotechnique

### 2.3. Caractéristiques géométrique :

La forme de la section transversale de l'anneau du revêtement final est comme indiqué dans la figure suivante : La géométrie du tunnel correspond à la géométrie « gueule »

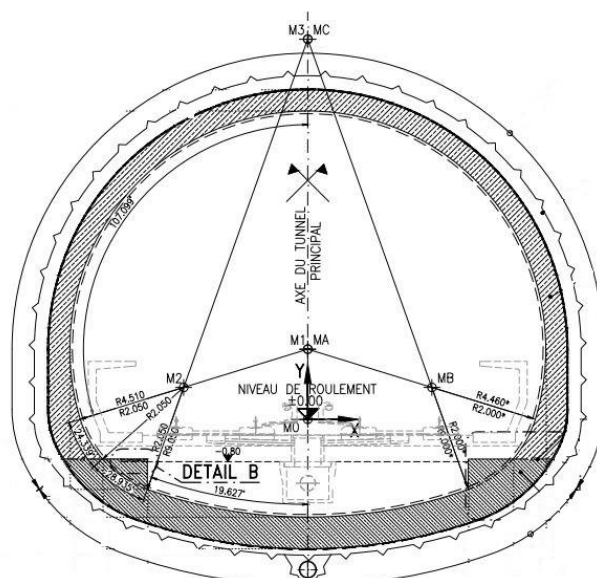


Figure 8: forme de la section transversale du tunnel.

## 2.4. Calcul des charges :

Pour l'application de la méthode des éléments finis pour ce tunnel, on utilise les charges obtenues par la **théorie de descente de charge**.

$$\sigma_v = \sum \gamma_i h_i + q$$

Couche	RX	QA	QS	Qm	q (KN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_v$ (KN/m <sup>2</sup> )
h (m)	3,5	8	9,2	4.8	60	577,5
$\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	19	20,5	20,5	20,5		

Tableau 2 : Résultat des charges appliquées

La charge verticale agissant sur le tunnel selon la théorie des poids des terres est :

$$\sigma_v = 577,5 \text{ KN/m}^2$$

## **Chapitre 3**

### **Détermination de la flèche dans la clé de voûte**

**(Méthode de convergence confinement)**

## Chapitre 3 : détermination de la flèche dans la clé de voûte

### (Méthode de convergence confinement)

#### 3.1. Introduction :

La méthode convergence-confinement permet d'analyser l'interaction entre le massif et le soutènement par opposition aux anciennes méthodes qui remplaçaient le massif par un système de charges agissant à priori sur le soutènement ou qui ne considéraient pas les phases d'excavation. C'est une méthode de dimensionnement simple pour tenir compte des conditions de mise en œuvre du soutènement derrière le front de taille au prix d'une simplification des lois de comportement et d'une homogénéisation d'un certain nombre de zones du massif. Le principe de la méthode est de construire deux lignes caractéristiques : la courbe de convergence représentant le comportement du terrain et la courbe de confinement représentant le comportement du soutènement.

#### 3.2. Hypothèses de la méthode :

La méthode convergence-confinement est basée sur les hypothèses suivantes :

- le tunnel est de section circulaire ;
- problème bidimensionnel en déformation plane ;
- le matériau est composé d'un matériau homogène et isotrope ;
- le champ de contraintes initiales est hydrostatique (les contraintes naturelles verticale et horizontale sont égales) ;
- le tunnel est suffisamment profond pour que l'on puisse négliger la variation de la contrainte initiale hydrostatique à sa proximité ;
- le soutènement est supposé exercer une pression radiale uniforme sur les parois de l'excavation.

La méthode convergence confinement permet de se ramener à un calcul bidimensionnel en déformation plane dans un plan perpendiculaire à l'axe du tunnel, en supposant que tout se passe comme si la convergence était due à la diminution d'une pression de soutènement fictive avec l'éloignement du front de taille.

Cette pression fictive est notée  $\sigma_R = (1-\lambda).\sigma_0$ ,  $\sigma_0$  étant la contrainte initiale verticale et  $\lambda$  le taux de déconfinement. L'état initial en avant du front et à une distance suffisante pour négliger son influence correspond à  $\lambda = 0$ . Au fur et à mesure que le creusement se rapproche de la section considérée, puis la dépasse et s'en éloigne,  $\lambda$  croît progressivement de 0 à 1.

Lors de la mise en place d'un soutènement, une pression se développe dans celui-ci.

En déconfinant (diminution de la contrainte dans le terrain), la pression dans le soutènement augmente de façon linéaire élastique jusqu'à atteindre un état d'équilibre (intersection des courbes des contraintes terrain/soutènement).

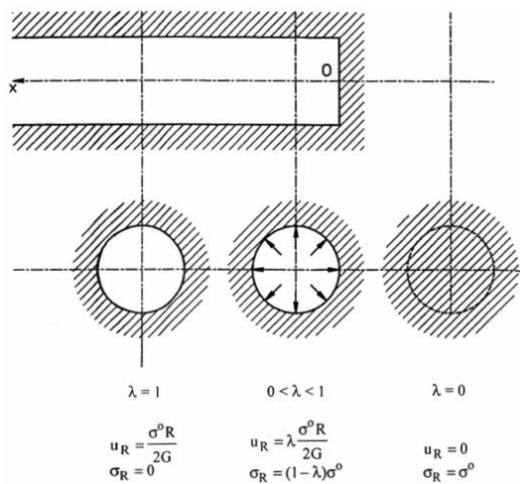


Figure 9 : La méthode Convergence – Confinement

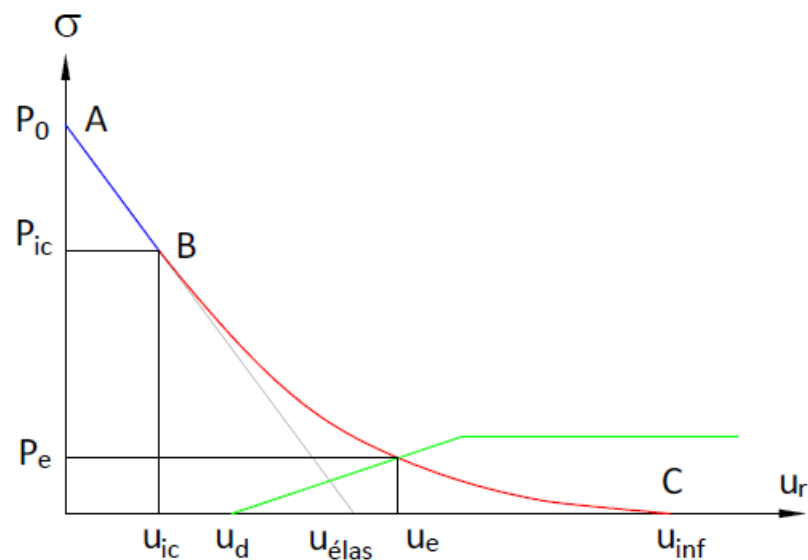


Figure 10: diagramme de convergence confinement

### 3.3. Courbe de convergence :

Considérons une section plane d'un terrain dans lequel on souhaite creuser une galerie circulaire. Ce terrain est soumis à une contrainte naturelle correspondant à un état initial isotrope  $P_0$ . Le déplacement radial  $u$  des parois de la galerie non encore excavée est évidemment nul. Pour modéliser l'excavation de la galerie, nous supposons d'abord la cavité soumise à une pression  $P_i$  correspondant à l'état initial isotrope  $P_0$ .

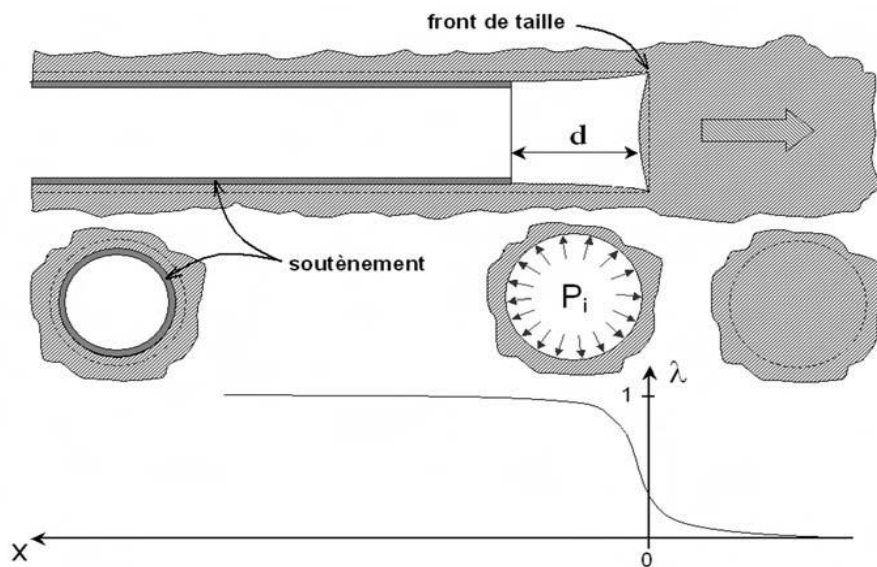


Figure 11 : Notion de pression fictive et taux de déconfinement autour du front de taille

Ensuite, en diminuant la pression  $P_i$ , on provoque un déplacement radial  $u$  correspondant à la décompression du massif. Cette pression  $P_i$  est diminuée depuis la valeur  $P_0$  jusqu'à la pression nulle. Dans un premier temps, le comportement du terrain est élastique linéaire et la courbe pression-déplacement est linéaire du point A au point B. Dans un second temps, lorsque le critère de résistance du matériau est atteint sur les parois de la cavité ( $P_i = P_{ic}$ ), une zone décomprimée apparaît autour du tunnel. Elle s'étend vers l'intérieur du massif au fur et à mesure que la pression  $P_i$  décroît. C'est la portion BC de la courbe. La courbe ABC est appelée courbe caractéristique du massif excavé ou courbe de convergence.



### 3.4. Courbe de confinement :

Avec le même système d'axes, nous pouvons aussi représenter le déplacement radial du soutènement en fonction de la pression extérieure  $P_i$  qui lui est appliquée. Sa courbe caractéristique est une droite si nous supposons que son comportement est élastique linéaire. Son origine est décalée de la valeur  $U_d$  pour tenir compte de la convergence qui s'est déjà produite lors de sa mise en place à la distance  $d$  du front de taille.

### 3.5. Domaine d'application de la méthode :

La méthode est essentiellement utilisée dans le cadre d'un pré dimensionnement des soutènements. Les hypothèses de base sont en rarement toutes vérifiées dans la réalité ; le cas idéal étant celui du tunnel circulaire profond en milieu isotrope. Néanmoins l'approche est valable pour obtenir des ordres de grandeur d'épaisseur de soutènement dans les cas suivants:

- Le massif de terrain doit pouvoir être représenté comme un milieu homogène, isotrope et continu à l'échelle de l'ouvrage. Cela conditionne les calculs dans le cadre de la mécanique des milieux continus.
- Le dimensionnement concerne une section courante du tunnel. Au de pouvoir simplifier le problème tridimensionnel en un problème unidimensionnel, il faut que de part et d'autre de la section étudiée, le terrain soit identique sur un tronçon de quelques dizaines de mètres. Cette condition exclut donc également les têtes du tunnel.

La distance entre la clé de voûte du tunnel et la surface topographique doit être au minimum égale à 4 fois le diamètre du tunnel. Les conditions de creusement doivent être identiques sur un linéaire d'au moins 1 diamètre en avant et 2 diamètres en arrière de la section étudiée.

### 3.6. Principes de calcul :

Deux domaines disjoints sont clairement identifiables, le domaine élastique et le domaine élastoplastique.

**1<sup>er</sup> zone** : état élastique  $\sigma_c < 2\sigma_0$

**2<sup>ème</sup> zone** : état plastique  $\sigma_c > 2\sigma_0$

$$\sigma_c = \frac{2.c.\cos\vartheta}{1-\sin\vartheta} \quad \sigma_0 = \sum \gamma \cdot h + q$$

### 3.6.1. Etape n°1: Courbe caractéristique du massif :

Le calcul est fait d'abord pour la phase élastique, à partir de  $\lambda = 0$  ( $\sigma_R = \sigma_0$ ). Quand le taux de déconfinement dépasse la frontière élastique, puis dans la phase élastoplastique jusqu'à  $\lambda=1$ . Au début du calcul, les paramètres caractéristiques de la courbe de terrain suivants sont calculés :

$\sigma_c$  : La résistance en compression simple du terrain

$$\sigma_c = \frac{2.c.\cos\varphi}{1-\sin\varphi}$$

C : cohésion.

$\varphi$  : angle de frottement.

Si  $\sigma_0 < \sigma_c/2$  le creusement n'entraîne que des déformations élastiques ;

La courbe caractéristique du terrain est une droite qui recoupe l'axe des déplacements en un point d'abscisse  $U_e$ .

$$U_e = \frac{1+\nu}{E} R \sigma_0$$

E : module de Young,

$\nu$  : coefficient de poisson,

R : rayon de l'excavation,

$\sigma_0$  : Contrainte initiale du massif, tel que  $\sigma_0 = \sum \gamma \cdot h + q$

Si  $\sigma_0 > \frac{\sigma_c}{2}$  c'est le cas qui représente la fin de l'élasticité ;

La pression d'apparition à la paroi de l'excavation d'une zone en état limite de rupture s'exprime par l'expression suivante :

$$P_a = \sigma_0 (1-\sin\varphi) - C.\cos\varphi = \left(\sigma_0 - \frac{Rc}{2}\right)(1-\sin\varphi)$$

Le taux de déconfinement à l'apparition de la rupture vaut :

$$\lambda_a = \frac{\sigma_0 - P_a}{\sigma_0} = \frac{1}{K_p + 1} \left(K_p - 1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_0}\right) \text{ ou } K_p = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Le déplacement de la paroi à l'apparition de la rupture vaut :  $u_a = \lambda_a \cdot u_e$ .

### 3.6.2. Etape n° 2 : Courbe caractéristique du soutènement :

Pour réaliser cette courbe il faut déterminer la raideur du soutènement ( $K_b$ ) choisi et la pression maximale de soutènement (" $P_b$  max" état limite admissible ou état limite de rupture), puis tracer la courbe.

Dans le cas d'un revêtement cylindrique mince de module  $E_b$  et d'épaisseur  $e$  :

$$K_s = \frac{E_b e}{R}$$

$$P_{b\max} = \frac{\sigma_{b\max} \cdot e}{R}$$

$\sigma_{b\max}$  : La contrainte limite admissible du béton.

### 3.6.3. Etape n°3 : Equilibre final :

L'intersection de la courbe caractéristique du terrain et de la courbe caractéristique du soutènement donne le produit le point d'équilibre. Ainsi, en faisant varier les caractéristiques (dimension et écartement des boulons, épaisseur du béton projeté, dimension et écartement des cintres) et les hypothèses de pose (distance du front de taille à laquelle ils sont mis en place) on peut en déduire le soutènement optimal compte tenu des convergences maximales acceptables.

## 3.7. Principe de calcul de taux de déconfinement à la mise en place du soutènement:

A partir des caractéristiques du terrain, des caractéristiques du soutènement et de la longueur des volées (distance non soutenue  $d$ ), on peut déterminer le déplacement du terrain à la pose du soutènement  $u_{so}$  et le taux de déconfinement  $\lambda_d$  lui correspondant par cinq méthodes :

- Similitude de CORBETTA,
- Similitude de PANET,

- les Méthodes implicites présentées par M. PANET, selon la formulation présentée par BERNAUD - ROUSSET, et NGUYEN MINH – GUO : selon la formulation présentée dans les recommandations A.F.T.E.S.

### 3.8. Application à notre cas :

#### -Données de calculs :

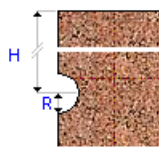
Propriétés géométriques			
			
Rayon du tunnel R	m		5.21000
Hauteur surface H	m		30.71000
Propriétés élastiques du sol			
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>		1915.0000
E	MPa		135.000
$\nu$			0.3000
Propriétés élastoplastiques du sol			
Type de loi			Mohr-Coulomb
C	MPa		0.100
$\varphi$	deg		25.0000
$\psi$	deg		0
C résiduel	MPa		0
Rci (Rupture)	MPa		0
m (Forme)			0
s (Fracturation)			0
m résiduel			0
s résiduel			0
Soutènement			
Epaisseur	mm		234.7420
E	MPa		16869.580
$\nu$			0.2000
Rc	MPa		14.170
Pose du soutènement			
Méthode de calcul de Ud			Principe de similitude
Coefficient m0			0.7500
Coefficient $\alpha$			0.2500
$\lambda_p$			0
Distance au front de taille	m		1.00000

Tableau 3: Données de calcul C-Lambda (Convergence - Confinement).

### 3.8.1. Courbe de Convergence Confinement :

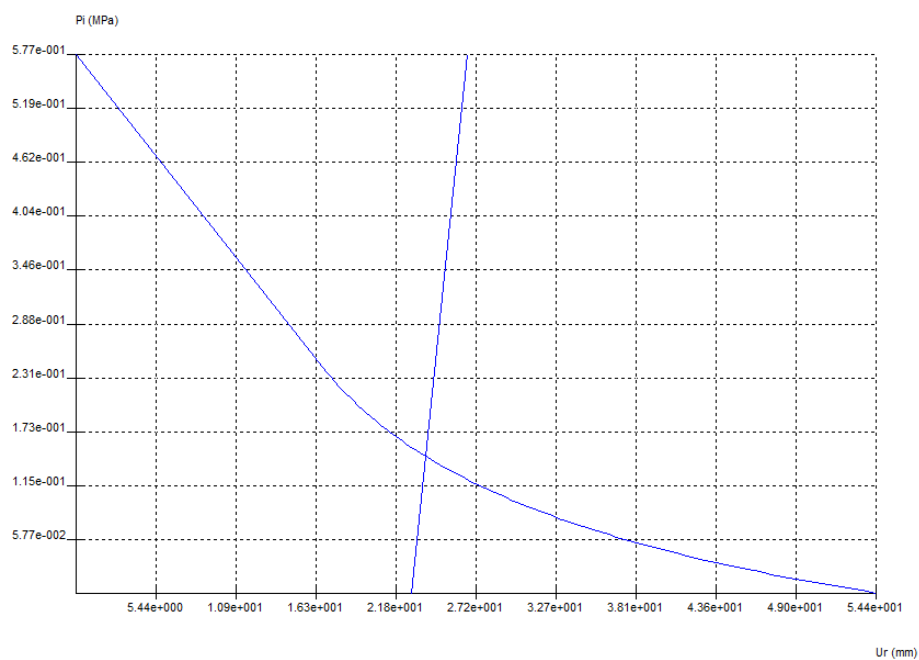


Figure 12 : Courbe de Convergence-Confinement Pi en fonction de Ur.

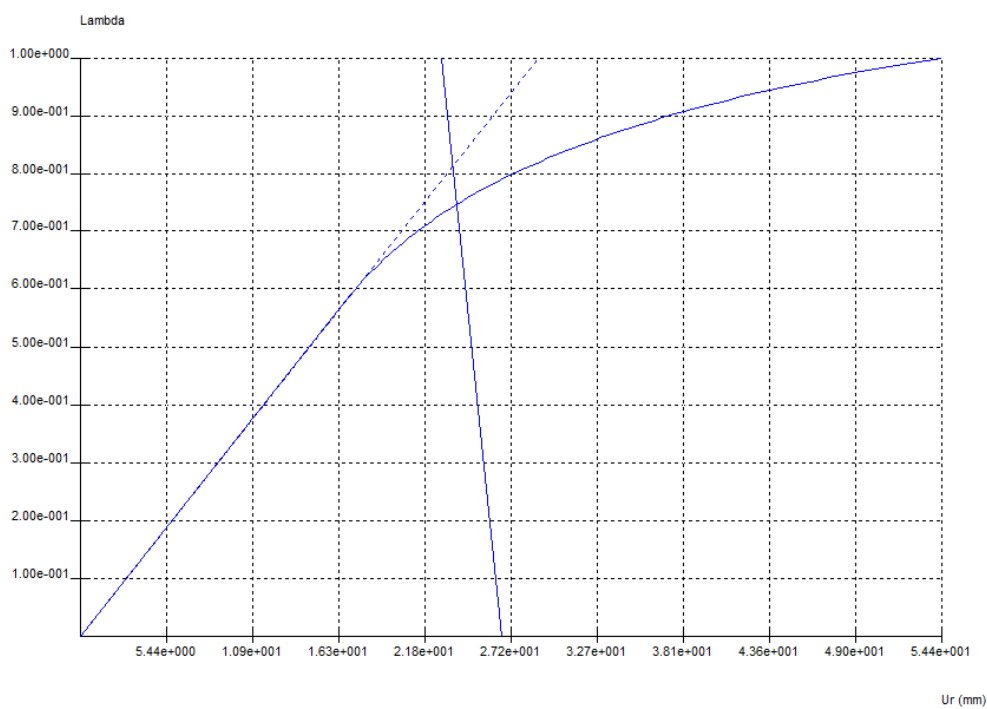


Figure 13 : Courbe du taux de déconfinement  $\lambda$  en fonction de Ur.

### 3.8.2. Résultats de calcul :

Etat initial		
Contrainte initiale P0	MPa	0.577
Droite élastique		
Déplacement Uélas	mm	28.9444
Déplacement relatif Uélas/R	mm/m	5.5556
Courbe de convergence		
Pression limite:Pic	MPa	0.242
Déplacement:Uic	mm	16.7794
Déplacement relatif.Uic/R	mm/m	3.2206
Coef de déconfinement λc		0.5797
Tunnel non soutenu		
Déplacement:Uinf	mm	54.4499
Déplacement relatif.Uinf/R	mm/m	10.4510
Rayon plastique relatif: Rpinf/R		1.6765
A la pose du soutènement		
Méthode de calcul		Principe de similitude
Pression:Pp	MPa	0.156
Déplacement:Ud	mm	22.8074
Déplacement relatif.Ud/R	mm/m	4.3776
Rayon plastique relatif.Rpp/R		1.1533
Rigidité Ks	MPa	791.746
Coefficient de déconfinement λ		0.7290
A l'équilibre		
Pression:Pe	MPa	0.147
Déplacement:Ue	mm	23.7720
Déplacement relatif.Ue/R	mm/m	4.5628
Rayon plastique relatif.Rpe/R		1.1746
Effort normal soutènement:Ne	kN	746.52802
Contrainte normale soutènement:σe	MPa	3.180
Coefficient de déconfinement		0.7459

Tableau 4: Résultats de calculs C-Lambda (Etat d'équilibre).

### 3.8.3. Conclusion :

Le déplacement de la clé de voûte est de 2.89 mm.

# **Chapitre 4**

## **Calcul du tassement**

**(Méthode empirique, semi-empirique et analytique)**

## Chapitre 4 : Calcul du tassement

### (Méthode empirique, semi-empirique et analytique)

#### 4.1. Introduction :

Lors de l'excavation des tunnels, des perturbations vont déséquilibrer le comportement interne du massif, créant des déformations et des déplacements du sol. Il en résulte des tassements plus ou moins significatifs qui peuvent affecter la stabilité des constructions voisines (bâtiments et ouvrages d'art). En site urbain ces désordres peuvent avoir des conséquences humaines et économiques inacceptables. L'importance de ces tassements est en relation étroite avec les conditions géologiques et hydrologiques, la profondeur de l'ouvrage souterrain et la méthode de réalisation retenue.

#### 4.2. Description générale des mouvements de sol :

L'origine des tassements est complexe et, comme le précise Leblais (1991) (AFTES), la relation entre les tassements générés en surface et la profondeur de l'ouvrage n'est pas simple à déterminer. Les mouvements de surface apparaissent en fait comme liés à une série de phénomènes concomitants dans le court terme :

- Perte de sol au front de taille.
- Déplacement de sol vers le vide laissé, soit par le bouclier lors de sa progression, ou la distance de pose du soutènement en arrière du front de taille.
- Déplacement de sol vers les vides latéraux créés par le bouclier (en cas de trajectoire courbe par exemple).
- Déformation du soutènement du tunnel qui vient d'être exécuté suite à sa mise en charge.

A cet ensemble de mouvements de sol correspond un volume de terrain perdu que l'on nomme  $V_0$ . En surface, on constate l'apparition d'une dépression appelée cuvette de tassement qui progresse avec l'avancement du tunnel (figure I) et qui peut être reliée au



volume de sol perdu  $V_0$ . Dans la littérature, le volume de terrain perdu au niveau du tunnel  $V_0$  est fréquemment désigné par  $V_s$ .

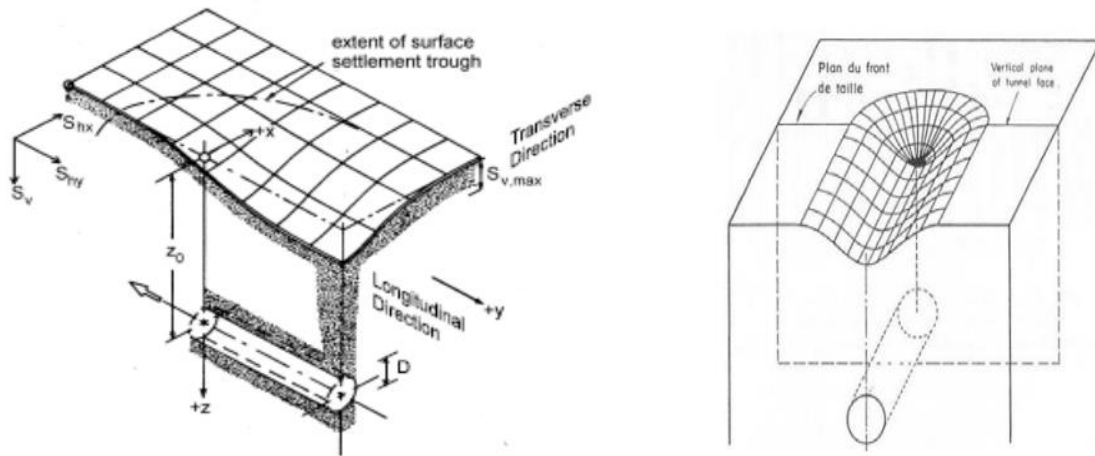


Figure 14 : Cuvette de tassement 3D.

### 4.3. Méthodes de prédiction du tassement :

Le calcul des tassements concerne principalement les tunnels réalisés à faible profondeur, en site urbain, ce qui est le cas du métro d'Alger.

Afin de prédire des mouvements dans le sol engendrés par la construction du tunnel, les méthodes de prévision dont dispose l'ingénieur sont les suivantes :

- Méthodes empiriques basées sur de nombreuses mesures détaillées (chantiers réels, modèles réduits).
- Méthodes analytiques qui utilisent les formulations analytiques basées sur les équations de la mécanique.
- Méthodes numériques.

### 4.3.1. Méthodes empiriques et semi-empiriques :

A partir d'un faible nombre de paramètres, le tassement en surface peut être estimé à l'aide de ces approches. Ces méthodes permettent d'obtenir les tassements en tenant compte de la dimension géométrique de l'ouvrage, de la profondeur de l'excavation, du type de sol, de la localisation des niveaux aquifères. Ces méthodes sont très efficaces si les paramètres observés in situ sont proches des hypothèses prises en compte dans les approches théoriques simplifiées.

Marcos, en 1958, a pour la première fois appliqué une fonction gaussienne pour décrire le profil de la cuvette de tassement, Peck [1968] au congrès de Mexico a ensuite proposé une série de mesures de tassements de 14 tunnels creusés dans des sols plastiques saturés dont les cuvettes de tassement étaient correctement décrites par une courbe de Gauss (Figure 2). La formulation analytique se présente sous la forme suivante :

$$s(x) = S_{max} e^{\left(\frac{-x^2}{2i^2}\right)}$$

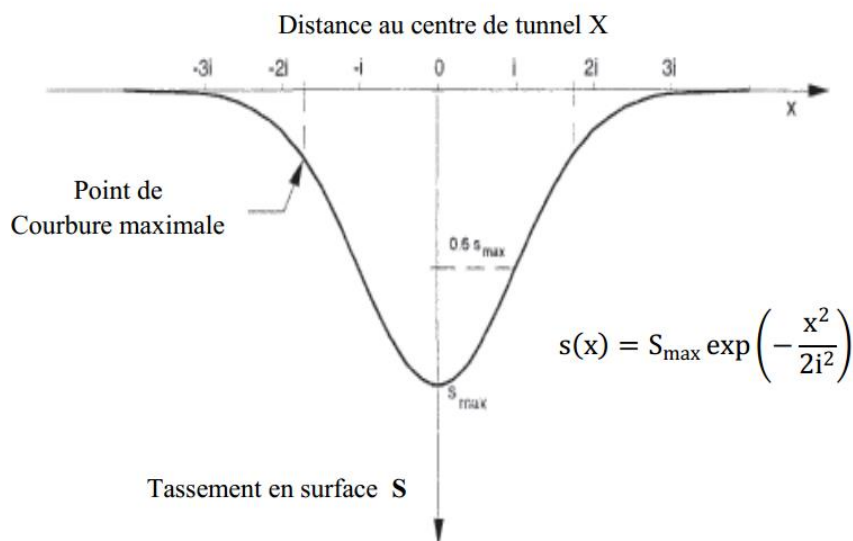


Figure 15 : profil gaussien de la cuvette de tassement en surface.

x représente la distance au centre de la cuvette

S(x) tassement vertical à l'abscisse x

S max tassement maximum en surface

i abscisse du point à partir de l'axe de symétrie verticale du tunnel

### 4.3.2. Estimation de $i$ :

La relation définissant la cuvette de tassement ne fait intervenir que les deux paramètres  $S_{max}$  et  $i$ , lesquels suffisent en général à recaler la courbe de Gauss sur des mesures expérimentales. Une base de données importante a été obtenue à partir des nombreux chantiers (Fermer [1977], Attewell [1977], O'Reilly & al [1980] ) afin de pouvoir déduire des lois empiriques reliant le paramètre «  $i$  » et des paramètres géométriques  $C$ ,  $D$ ,  $H$  en fonction du sol excavé. Le Tableau présente quelques formules qu'on trouve dans la littérature :

Auteurs	Expression proposée	Type de sol
Attewell[1977]	$i=0.5H$	argiles
Atkinson&Potts[1981]	$I=0.25(C+D)$	Sable lâche sans surcharge
	$i=0.255(1.5C+D)$	Sable denses avec surcharge
Clough&Schmidt	$i=0.5H^{0.8}D^{0.2}$	Argiles
O'Reilly[1982]	$i=0.25H$ ou $i=0.28H-0.1$	Sols granulaires
	$i=0.5H$ ou $i=0.43H+1.1$	Sols argileux
Oteo&Sagseta[1987]	$i=0.525H-0.42R$	Facteur correctif de 0.7 a 1.3 selon la nature du terrain
Sagseta[1987]	$i=0.575H$	Argiles
Rankin[1987]	$i=0.5H$	En première approximation
Chapeau[1991]	$i=0.45H$	Argiles
	$i=0.2H$	Sables
Mair&Tailor[1993]	$I=0.175H+0.325H(1-h/H)$	sols argileux
Dyer&al[1996]	$i=0.29H$	Sable lâche a moyennement dense
Al Abram[1998]	$I=0.15H+0.5D$	Sol analogique
Sagiyama[1999]	$i=0.75h^{0.8}D$ ou $i=0.5H$	Argiles
	$i=0.5h^{0.7}D^{0.3}$	Sables et graviers

Tableau 5: estimation de «  $i$  » a partir de relation empirique.

$D$  :diamètre du tunnel ;  $H$  :hauteur de la couverture ;  $h$  :hauteur du tunnel.

### 4.3.3. Estimation de $S_{max}$ :

Le tassement maximum  $S_{max}$  a été également déterminé en fonction des données expérimentales, le Tableau suivant résume les différentes formules existantes dans la littérature :

Auteurs	Formule proposée	Remarques
Farmer[1977] Attewell[1977]	$S_{max} = \frac{D}{1000} \left(\frac{KD}{H}\right)^{\frac{1}{n}}$	K voisin de 10 et n de 0.67
Atkinson&al.[1977]	$S_{max} = S_{clé} \left(1 - k \frac{h}{D}\right)$	K=0.13 argile surconsolidée K=0.4 sable sous forte contrainte K=0.57 sable dense sous faible contrainte
Sagaseta[1980]	$S_{max} = \frac{\gamma D^2}{E} (0.85 - \nu)$	E module de Young $\nu$ coefficient de poisson $\gamma$ poids volumique du sol
Oteo&al[1982]	$S_{max} = \frac{1}{1 + k \frac{h}{D}} S_{clé}$	Confirmé par Chapeau [1991] K=0.25 a 0.5 sol argileux K=0.7 a 0.8 sol maintenu sans rupture K=1 a 2 sol granulaire frottant
Poupelloz[1984]	$S_{max} = D \frac{R}{1000} \left(\frac{kD}{H}\right)^{\frac{1}{n}}$	K=9.35 n=0.41 argile raide plastique K=3.22 n=0.078 argile plastique saturé K=2.325 n=0.0574 sol granuleux
CETU[1993]	$S_{max} = k \frac{D}{2H} S_{clé}$ ou $S_{max} = 1.5 \left(\frac{2H}{D}\right)^{0.6} S_{clé}$	K=3 si $0.1 < \frac{D}{2H} < 0.25$ K=2 si $0.33 < \frac{D}{2H} < 0.5$
Mair&al[1993]	$S_{max} = 0.313 \frac{V_l D^2}{0.5H}$ ou	Où $V_l = \frac{4V_s}{\pi D^2}$ la perte de

	$S_{max} = \frac{V_s}{i\sqrt{2\pi}}$	volume en % de volume excavé du tunnel Vs le volume de la cuvette de tassement en surface par mètre linéaire de tunnel
AFTES[1999]	$S_{max} = k\lambda\gamma\frac{R^2}{2}$	K dépend de l'état de contraintes dans le sol et de sa nature (k ≈ 2) λ <i>taux de déconfinement</i>

Tableau 6 : estimation de  $S_{max}$  à partir des relations empiriques.

Souvent ces formules empiriques sont trop simplificatrices et donnent ainsi une valeur supérieure à la valeur mesurée. Par exemple Bernat [1995] a utilisé les résultats du chantier de Vaise pour confirmer la méthode de Farmer [1977] et Poupelloz [1984] et elle a trouvé une différence dans les résultats de l'ordre de 300% pour des sols argileux. Ces formules ne sont valables qu'à court terme et surtout ne tiennent pas compte de la technique de creusement.

#### 4.3.4. Relation entre le déplacement de la clef de tunnel et le tassement en surface :

Le tassement maximum  $S_{max}$  à la surface du sol est plus petit que celui au point supérieur du tunnel appelé  $S_{clé}$ . On constate donc un amortissement du déplacement entre la clé du tunnel et la surface du sol qui s'exprime par le rapport d'amortissement  $\frac{S_{max}}{S_{clé}}$ .

Le C.E.T.U propose une formule linéaire:

$$\frac{S_{max}}{S_{clé}} = K\left(\frac{R}{H}\right)$$

Où :

R, H rayon initial et profondeur du tunnel.

K est la constante d'amortissement :

$$0,1 < R/H < 0,25 \quad k = 3$$

$$0,33 < R/H < 0,5 \quad k = 2$$

Plusieurs auteurs proposent des relations très simples :

$$\frac{S_{max}}{S_{clé.}} = \beta \left(\frac{R}{H}\right)^\alpha$$

D'après Clough & Smith [1977] les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement égaux à 0.8 et à 1 pour les terrains argileux. Ward et Pender [1981] font varier le coefficient  $\alpha$  entre 0.13 et 0.4 en fonction de la nature des sols avec  $n=0.8$  (d'après Esfehiani [1999]). La formule hyperbolique traduit très correctement les résultats expérimentaux réalisés sur les rouleaux de Schneebeli avec:  $a = 0.2$ , et  $b=0.8$  (C.E.TU [17]).

$$\frac{S_{max}}{S_{clé}} = \frac{\frac{R}{H}}{a + b \frac{R}{H}}$$

Atkinson [1977] propose une formule en fonction de la hauteur de couverture du sol et de diamètre du tunnel :

$$\frac{S_{max}}{S_{clé}} = 1 - k \frac{C}{D}$$

avec :  $k=0.57$  pour les sables denses,  $k=0.13$  pour l'argile surconsolidée.

#### **4.3.5. Détermination empirique des volumes de sol en mouvement :**

Après l'excavation, les parois de la cavité se déforment et le sol a tendance de se déplacer vers le tunnel. « La perte de volume » ou  $V_t$  représente la différence entre le volume initial et le volume de sol après déformation. (Figure 22). La perte de volume dépend de plusieurs paramètres : type de sol, présence d'eau, méthode de construction, rythme d'avancement du tunnel, diamètre et profondeur de la cavité.

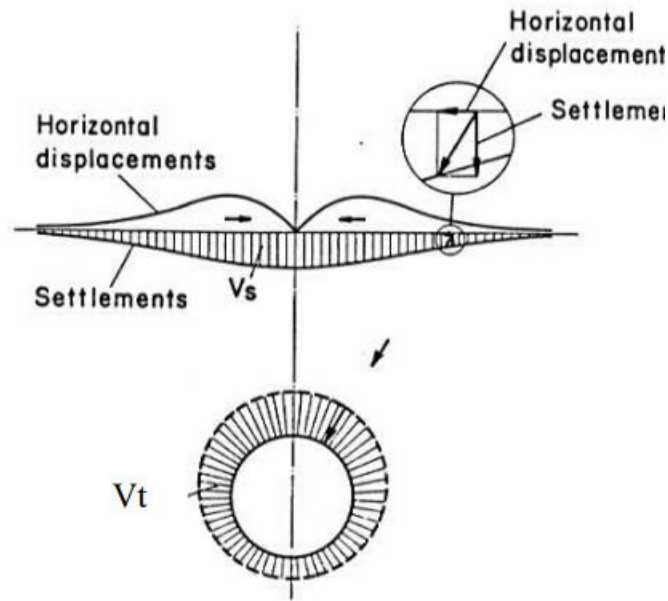


Figure 16 : Mouvements de sol. Perte de volume (Uriel [1989]).

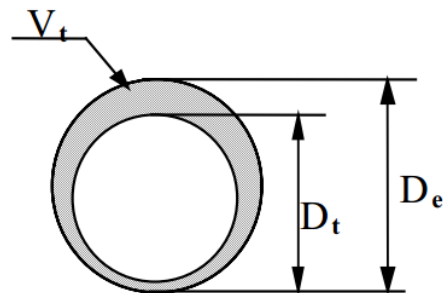


Figure 17 : Schéma du diamètre initial et final d'un tunnel excavé.

En considérant un cas simple avec les déplacements symétriques par rapport à l'axe du tunnel, le déplacement en surface a deux composantes (Figure 22): verticale (tassements) et horizontale. Les tassements dans le plan transversal définissent le volume, noté  $V_s$  ou «volume de tassement». Ce volume comprend l'aire entre la surface du massif dans l'état initial et la surface déformée. D'après la formule de Peck [1969] en connaissant les paramètres « $i$ » et  $S_{max}$  le volume de la cuvette de tassement peut être déterminé par :

$$V_s = \sqrt{2\pi} i S_{max} \approx 2.5 i S_{max}$$

En général dans le cas de sol cohérent et saturé, il est admis qu'à court terme le volume de tassement  $V_s$  est similaire à celui de perte de volume du tunnel  $V_t$ . Par contre dans les sols non cohérents et/non saturés, le volume  $V_s$  peut être plus faible ou plus grand que  $V_t$  suivant les propriétés du sol. (Mestat [1999]).

L'amplitude des déformations dépend de la nature du sol et des conditions de creusement. Il est vraiment difficile d'estimer la « perte de volume » en ne se basant que sur l'approche empirique. Comme alternative à la « perte de volume », Lee & Rowe [1989] proposent d'utiliser un bouclier avec un paramètre de « GAP » en déformation plane. Ce paramètre prend en compte deux processus : la perte de volume liée à la surexcavation et à la variation de volume dans le sol remodelé (Figure 5):

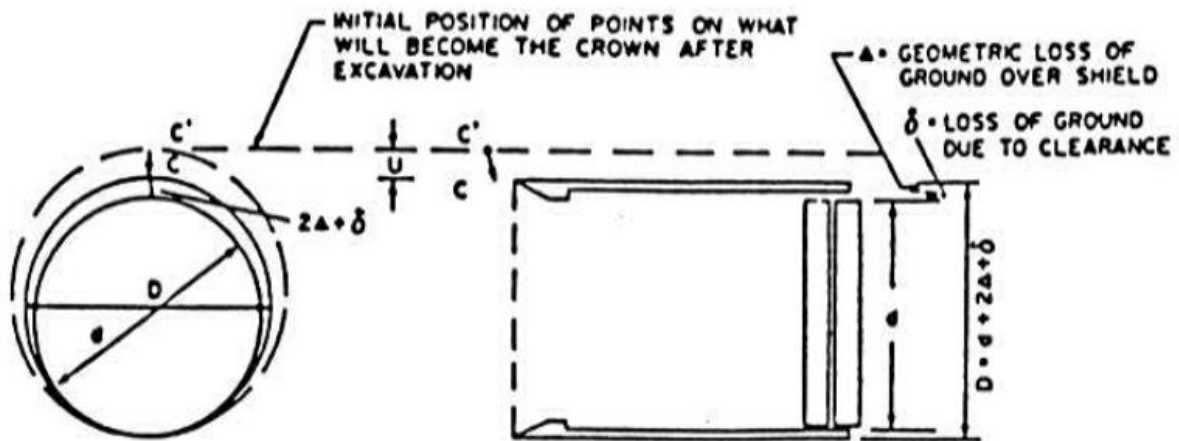


Figure 18 : Paramètre « GAP » (Lee & Rowe [1989]).

Le paramètre « GAP » peut être présenté sous la forme suivante (d'après Uriel & Sagaseta [1989]):

$$GAP = 2\Delta + \delta + U$$

Avec :

- $\Delta$  : déplacement radial dû à l'épaisseur de la jupe
- $\delta$  : déplacement radial dû au vide annulaire entre le bouclier et le tunnel
- $U$  : déplacement radial dû à la consolidation de la zone perturbée autour du tunnel, au labourage par suite de prise de virage et à la perte de sol au front de taille.



Indice de stabilité	Volume de sol perdu dans le tunnel	Remarques
$N \leq 2$	$\frac{V_s}{V_t} < 1\%$	-La méthode de creusement n'a pas d'influence -Comportement élastique du massif
$2 \leq N \leq 4$	$\frac{V_s}{V_t} < 10\%$	L'utilisation d'un bouclier permet de réduire le volume de 2 à 3%
$4 \leq N \leq 5$	-	Un bouclier est nécessaire et suffit à limiter la pénétration du sol par le front de taille
$N \approx 6$	-	Les déplacements sont importants. Il convient d'appliquer une pression au front de taille.
$N \approx 7$	-	Le bouclier peut devenir instable

Tableau 7 : Ordre de grandeur du volume de sol perdu dans un tunnel creusé dans l'argile en fonction de N (d'après Clough & Schmidt [1977])

Le Tableau 3 regroupe des données expérimentales concernant le volume de sol perdu dans le tunnel  $V_t$  en fonction du volume du tunnel  $V$  et de l'indice de stabilité  $N$  :

$$N = \frac{\gamma H - \sigma_t}{C_u} = \frac{\sigma_{v0} - \sigma_i}{C_u}$$

où :

$\sigma_i$  pression interne due au tunnel .

$\sigma_{v0}$  contrainte verticale dans le sol avant creusement .

$C_u$  cohésion non drainée du sol.

Le volume  $V_s$  peut être relié au volume de sol perdu au niveau du tunnel  $V_t$  par les propositions suivantes :

Auteurs	Expression proposées
Attkinson&potts [1977]	$\frac{V_s}{V_t} = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi} \left(\frac{i}{D}\right) \left(\frac{S_{max}}{S_{clé}}\right)}$
Laboratoire de l'EPFL (cité par berneant[1996])	$\frac{V_s}{V_t} = 0.009 \left(\frac{i}{D}\right) \left(\frac{H}{D} - 0.6\right)$

Tableau 8 : relations empiriques permettant l'estimation de  $\frac{V_s}{V_t}$ .

Ortigao [1996] propose d'utiliser le rapport de perte de volume afin de classer les sols dilatants et contractants :

- $\frac{V_s}{V_t} < 1$  sol dilatant.
- $\frac{V_s}{V_t} > 1$  sol contractant .
- 

#### 4.3.6. Méthode analytique :

Cette méthode se base sur l'étude de façon analytique des déplacements dans un massif du sol pendant l'excavation. Le calcul analytique est d'autant plus utile qu'il permet d'obtenir des ordres de grandeur et de réaliser les études paramétriques suivantes (d'après Dias [1999]):  
 la géométrie : le tunnel est supposé à section circulaire et d'axe horizontal.  
 la stratigraphie : on ne prend en compte qu'une seule couche de terrain supposée homogène.  
 la loi de comportement du sol : supposée élastique linéaire ou élasto-plastique (type Tresca ou Mohr-Coulomb). l'état initial de contraintes est supposé isotrope et homogène.  
 les conditions aux limites : le tunnel est supposé être creusé à grande profondeur ( $H/R > 10$  afin que la variation de contrainte sur la hauteur de galerie soit supposée négligeable), le sol est considéré comme non pesant (hypothèse nécessaire afin d'utiliser la symétrie cylindrique), les formules sont exprimées dans le plan et dans le cadre des petites déformations.  
 Plusieurs chercheurs ont travaillé afin de développer ces méthodes de calcul destinées à évaluer les mouvements dans le sol, parmi eux : De Beer & Buttiens exposés par Poupelloz [1984], Panet [1969], Berry [1977], Resendiz[1979], Sagaseta [1987]. (HERZOG, Max (1985): BAUTECHNIK 1985, Berlin)

### 4.3.7. Théorie de tassements selon Herzog :

« Affaissement de la surface au-dessus de tunnels peu profonds »

(HERZOG, Max (1985): BAUTECHNIK 1985, Berlin)

Basé sur des mesures en métro et les projets de tunnels routiers récents, un modèle de réflexion simple et facilement visualisable s'établit qui permet une prédiction réaliste de l'affaissement de la surface au-dessus de tunnels peu profonds, même sans avoir recours à l'analyse par éléments finis ou les mathématiques supérieures.

### 4.4. Modèle de réflexion :

C'est un modèle de réflexion qui adopte l'égalité du volume de l'affaissement de la surface et la réduction de l'espace exploité, ne s'applique, que si le sol pénétré serait un milieu élastique. Bien que le sol des tunnels peu profonds est hétérogène et anisotrope dans de nombreux cas, il se comporte approximativement d'une manière élastique en raison de la faible charge (le rapport entre la contrainte et la résistance de la roche est généralement inférieure à un tiers).

### 4.5. dérivation théorique :

De la pression géotechnique primaire  $p$

$$p = p_0 + \sum \gamma_i H_i + \gamma_{inferieur} \frac{D}{2} \dots\dots\dots(1)$$

Ou :  $p_0$ : la pression existante en surface.

$\gamma_i$  :le poids volumique de la couche i.

$H_i$  : la hauteur de la couche i.

$D$  :le diamètre de la section transversale du tunnel en question.

$\gamma_{inferieur}$  : le poids volumique de la couche de sol inferieur.

On peut obtenir la déformation radiale du bord de l'espace excavé

$$w = 1.5 p \frac{R}{E} \dots\dots\dots(2)$$

Ou :

R : est le rayon de la section transversale du tunnel,  $R = \frac{D}{2}$

E : le module de rigidité du sol.

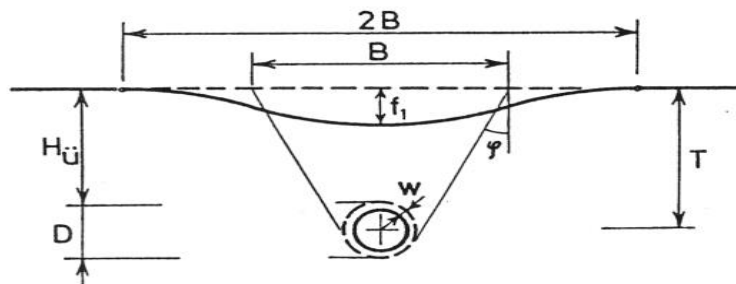


Figure 19 représentation du tassement de la surface en fonction de la déformation radiale de la section.

L'angle de frottement interne et  $\theta$  l'inclinaison de la face de glissement à l'état actif  $\varphi$  "Rankine" =  $\frac{\pi}{2} - \theta$  donne la moitié de la largeur calculée de l'affaissement de la surface :

$B = \frac{D}{\cos \varphi} + 2T \tan \varphi$  En première approximation et en nommant la valeur maximale de l'affaissement a f, on obtient la section transversale de l'affaissement de la surface.

$A_1 = f \cdot B$  Cette surface doit être égale a la surface du terrain excavé du a la déformation radiale

$$A_2 = \pi w D \dots \dots \dots (3)$$

de l'égalisation  $A_1 = A_2$  on obtient :

$$f_1 = \frac{w\pi D}{B} \dots \dots \dots (4)$$

En substituant l'équation (1) dans (2) ,puis le résultat dans l'équation (4) on obtient la relation entre la profondeur du tunnel dans le massif à partir de la surface et le tassement a la surface :

$$f_1 = \frac{3\pi}{4} p \frac{D^2}{BE}$$

#### 4.6. Méthodes numériques non empiriques :

Actuellement les méthodes numériques deviennent un moyen très courant pour étudier les ouvrages souterrains. Elle est basée sur la discrétisation du problème en éléments et sur un modèle de comportement. Ces méthodes permettent de calculer le champ de déplacements et de contraintes en tout point du massif et de prendre en compte divers facteurs :

- hétérogénéité des terrains
- état mécanique et hydraulique initial
- dimension et profondeur de l'ouvrage creusé
- technique d'exécution adoptée et succession des étapes de construction
- comportement non linéaire du sol et du soutènement
- géométrie complexe

Les codes de calculs les plus utilisés dans le domaine de la géotechnique sont basés sur des éléments finis ou sur des différences finies. On pourra citer comme exemple des codes de calculs qui sont actuellement utilisés dans des centres de recherche : le code de calcul CESAR, basé sur une formulation en éléments finis, FLAC basé sur les différences finies.

#### 4.7. Calcul dans notre cas :

##### 4.7.1. Méthodes empiriques et semi-empiriques :

##### 4.7.2. Estimation de $i$ :

Auteurs	Expression proposée	Résultats
Clough&Schmidt	$i=0.5H^{0.8}D^{0.2}$	10,66045
O'Reilly[1982]	$i=0.5H$ ou $i=0.43H+1.1$	12,75
Sagaseta[1987]	$i=0.575H$	14,6625
Rankin[1987]	$i=0.5H$	12,75
Chapeau[1991]	$i=0.45H$	11,475
Mair&Tailor[1993]	$I=0.175H+0.325H(1-h/H)$	10,527
Sagiyama[1999]	$i=0.75h^{0.8}D$ ou $i=0.5H$	36,38931

Tableau 8 : estimation de  $i$

### 4.7.3. Estimation de $S_{max}$ :

Auteurs	Formule proposée	Résultats (m)
Farmer[1977] Attewell[1977]	$S_{max} = \frac{D}{1000} \left(\frac{KD}{H}\right)^{\frac{1}{n}}$	0,015172
Atkinson&al.[1977]	$S_{max} = S_{clé}(1 - k\frac{h}{D})$	0,0216775
Sagaseta[1980]	$S_{max} = \frac{\gamma D^2}{E} (0.85 - v)$	0,014754
Oteo&al[1982]	$S_{max} = \frac{1}{1 + k\frac{h}{D}} S_{clé}$	0,020359
Poupelloz[1984]	$S_{max} = D \frac{R}{1000} \left(\frac{KD}{H}\right)^{\frac{1}{n}}$	0,0183104
CETU[1993]	$S_{max} = k\frac{D}{2H} S_{clé} \text{ ou}$ $S_{max} = 1.5\left(\frac{2H}{D}\right)^{0.6} S_{clé}$	0,014527
Mair&al[1993]	$S_{max} = 0.313 \frac{V_l D^2}{0.5H} \text{ ou}$ $S_{max} = \frac{V_s}{i\sqrt{2\pi}}$	0.01365146
AFTES[1999]	$S_{max} = k\lambda\gamma \frac{R^2}{2}$	0,01510208

Tableau 9 : Estimation de  $s_{max}$

Remarque :  $S_{clé}$  utilisé ici est celle trouvée par la méthode de convergence confinement dans le chapitre précédant, ainsi que  $\lambda$  le taux de déconfinement.

### 4.7.4. A :

La formule hyperbolique traduisant les résultats expérimentaux réalisés sur les rouleaux de Schneebeli :

$$\frac{S_{max}}{S_{clé}} = \frac{\frac{R}{H}}{a + b\frac{R}{H}}$$

Tel que : a=0.2 et b=0.8

$$\frac{S_{max}}{S_{clé}} = 0,562149 \quad S_{max} = 1,3323 \text{ cm}$$

#### 4.7.5. Méthode analytique :

Selon la théorie de Herzog :

$$p = p_0 + \sum \gamma_i H_i + \gamma_{inferieur} \frac{D}{2} = 686,91 \text{ kN/m}^3$$

$$B = \frac{D}{\cos \varphi} + 2T \tan \varphi = 115,803 \text{ m}$$

$$f_1 = \frac{3\pi}{4} p \frac{D^2}{BE} = -0,01785 \text{ m}$$

#### 4.8. Conclusion :

Que ce soit les méthodes empiriques et semi empiriques ou analytiques, tous nous donnent un tassement en surface de l'ordre de quelque centimètre.

- 1- Méthodes empiriques et semi-empiriques : tassement **allant de 1.47 cm à 2.03cm.**
- 2- Méthodes analytiques : un tassement de **1.78 cm**

## **Chapitre 5**

# **Application avec le programme de la méthode des éléments finis**



# Chapitre5 : Application avec le programme de la méthode des éléments finis

## 5.1. Présentation du programme :

Nous avons mis au point un programme informatique en langage FORTRAN qui propose de traiter les problèmes des structures en formes d'arc (Tunnel, Pont en arc,...) par la méthode des éléments finis. Le programme prend en compte les deux cas de « contrainte plane » et de « déformation plan » en considérant l'élément traité comme solide élastique. Le maillage se fait par des éléments isoparamétrique à 8 nœuds. Cela nous permet d'avoir les déplacements et les contraintes dans chaque nœud de la maille.

L'utilisation d'un tel programme consiste à faire rentrer dans un fichier « .dat » les données du problème recueillies après avoir fait le choix des divisions du maillage et les caractéristiques du solide contenu dans chaque maille. Ce dernier est mis comme sources de données pour le programme principale pour qu'il puisse être exécuté et avoir les résultats dans un fichier « .OUT ».

## 5.2. Contenu du fichier « .dat » :

- Nombres d'élément dans les deux directions du maillage ;
- Nombre de degré de liberté contenu dans le maillage en passant par chaque nœud ;
- Nombre de nœuds dans le maillage ;
- Nombre de degré de liberté chargé ;
- Nombre de degré de liberté retraits ;
- Choix entre « contrainte plane » ou « déformation plane » par un code 1 ou 2 ;
- Dimensions de l'élément étudié ;
- Les dimensions de la division choisie du maillage ;
- Module de rigidité de chaque maille ;
- Module de poisson de chaque maille ;
- Numéros des nœuds retraits avec précision sur la direction bloquée ;
- Numéros des nœuds chargés avec la charge correspondante.

### 5.3. Contenu du fichier « .OUT » :

- Charge appliqué dans chaque degré de liberté de chaque nœud constituant le maillage ;
- Les déplacements de chaque nœud selon chaque degré de liberté ;
- Les contraintes appliquées dans chaque maille.

### 5.4. Application :

Nous avons opté pour l'application du programme dans le cas de ce tunnel avec des divisions comme suit :

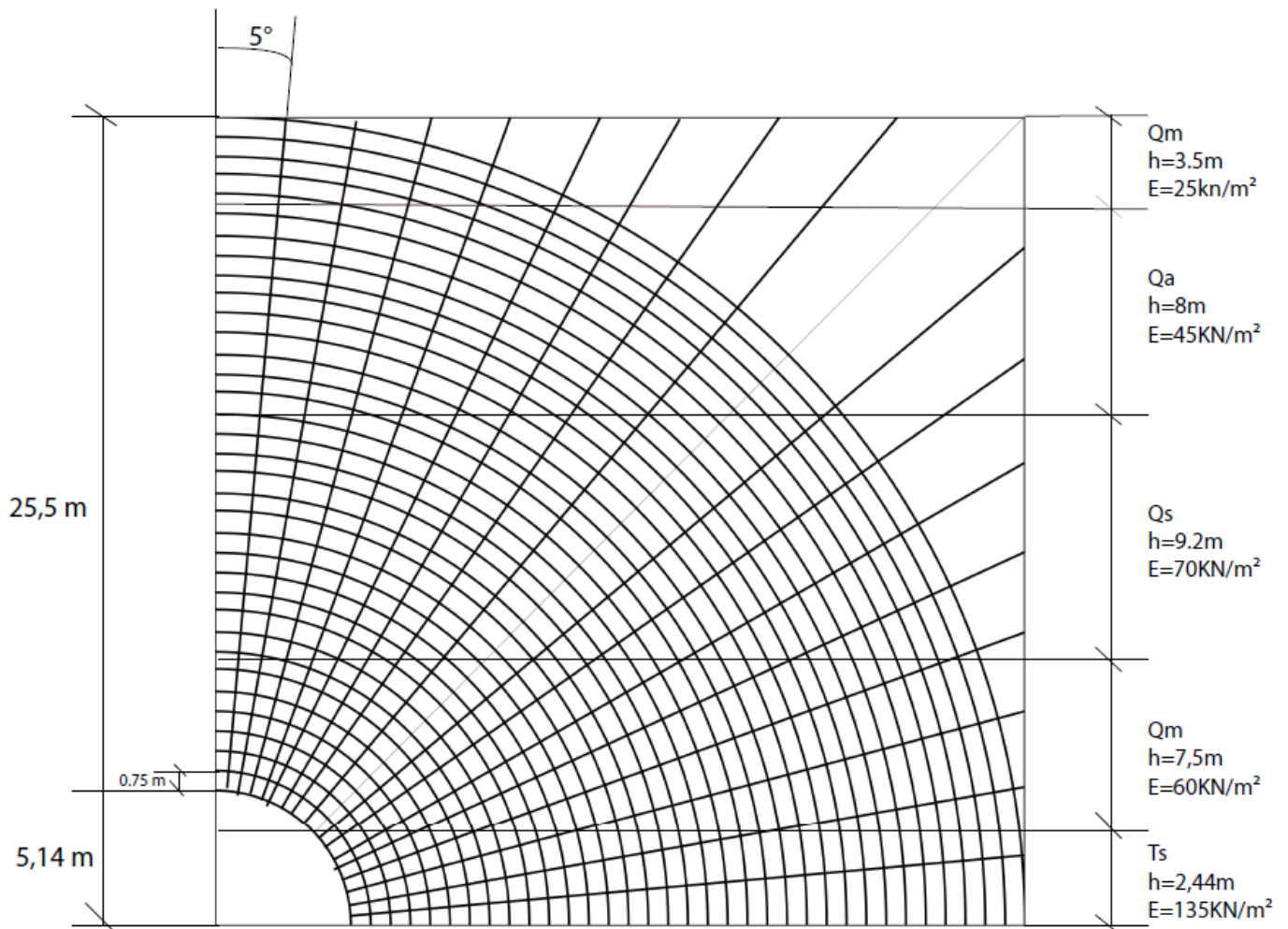


Figure 20 : Maillage de notre tunnel

## 5.5. Résultats :

Avec une telle application nous avons obtenu ces résultats :

- 1- Flèche dans la clé de voûte= **3.35 cm**
- 2- Tassement à la surface= **1,57 cm**

## 6. Conclusion générale :

Le choix d'un modèle numérique utilisé dans le calcul des ouvrages souterrains constitue une phase déterminante pour des calculs rigoureux des déplacements engendrés par le creusement d'une part, et d'autre part pour un contrôle judicieux de la stabilité des ouvrages existants en surface et aussi le bon fonctionnement d'un tel ouvrage après réalisation.

Pour pallier à ceux problème des plus important nous avons fait plusieurs étude sur les déplacements à la surface du tunnel et aussi à la surface de la terre (tassement) dont celle qui donne des résultats très intéressant par sa précision qui est la méthode des éléments finis, mais qui nécessite un programme de calcul.

La flèche au niveau de la clé de voûte calculé par la méthode de convergence confinement donne un résultat de 2.89 cm alors que par le programme des éléments finis donne 3.35cm.

Tandis que, le tassement en surface par les différentes méthodes empiriques, semi-empiriques et analytiques donne un résultat variant de 1,49cm à 2,03 cm. Alors que, le programme des éléments finis donne un tassement de 1,57cm.

Par ces résultat nous pouvons conclure que :

- 1- La flèche en clé de voûte ne constitue aucun danger pour le bon fonctionnement du tunnel ;
- 2- Le tassement en surface ne constitue aucun danger pour les habitations ou les routes au-dessus du tunnel.

## Bibliographie

- 1.** Michel Cazenave  
« Méthode des éléments finis, Approche pratique en mécanique des structures »,  
DUNOD 2010
- 2.** M.PANET  
« Calcul des tunnels par la méthode de convergence et confinement », 1995
- 3.** Cours de MR.DIMIDEM  
« Méthode des éléments finis »
- 4.** G.DHATT, G.TOUZOT  
« Une présentation de la Méthode des éléments finis », Maloine. S.A, 2eme édition  
1984.
- 5.** KAMEL Taous et RAHAB Khedidja  
« PFE Investigation Numérique Des Différentes Phases D'un Creusement Souterrain  
Par Eléments Finis et Une Technique De Couplage D'éléments Finis et Infinis », ENP,  
2009